www.konkur.in

مهندس کامیاب مرادی

① $A=\sqrt[7]{\sqrt[3]{2^{43}}}\,(\frac{1}{2})^{-\frac{7}{4}}=\sqrt[7]{\sqrt[3]{2^{9}\times 2^{43}}}\times 3^{\frac{7}{4}}=\sqrt[21]{2^{9}\times 3^{5}}\times 3^{\frac{7}{4}}=\sqrt[3]{3^{2}}\times 3^{\frac{7}{4}}$

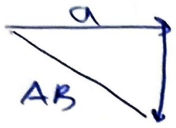
$=3^{\frac{2}{3}}\times 3^{\frac{7}{4}}=3^{\frac{9}{4}}=3^{3}=27$

$\Rightarrow (5+A)^{-\frac{1}{5}}=(27+5)^{-\frac{1}{5}}=(32)^{-\frac{1}{5}}=(\frac{1}{2^5})^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{2}$

② حسن دوسیر ۱۲ و ۹ راهم جهت رفته به ۲۳ و ۷ واحد عمود بر آن

$\Rightarrow AB^2=7^2+23^2=576\rightarrow \boxed{AB^2=576}$

برای مثلث




$2a^2=AB^2\rightarrow a^2=289\rightarrow \boxed{a=17}$

③ $A(0,0)$, $B(x_B,c)$, $D(\alpha,0)$

$S=\frac{1}{2}\left|x_A(y_B-y_D)+x_B(y_D-y_A)+x_D(y_A-y_B)\right|$

$\Rightarrow 2c^2=|\alpha c|\rightarrow \boxed{\alpha=2c}$ یا $\boxed{\alpha=-2c}$

$\alpha=2c$ (از معادله) $\rightarrow (2c)^2+5(2c)+c=0\rightarrow c=0$ یا $\boxed{c=-2/75}$

$\alpha=-2c$ $\rightarrow (-2c)^2+5(-2c)+c=0\rightarrow c=0$ یا $c=2/5$ ✗

④ $f(x)=mx+h$

$2x-2y=5\Rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$ (بدون یه تغییر)

$\Rightarrow \boxed{m=\frac{3}{2}}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+h$

$f(2)=2a-1\Rightarrow \frac{3}{2}(2)+h=2a-1\rightarrow 3+h=2a-1\rightarrow \boxed{h=2a-4}$

$f(1-a)=2\Rightarrow \frac{3}{2}(1-a)+h=2\Rightarrow \frac{3}{2}(1-a)+2a-4=2\Rightarrow 3-3a+4a-8=4$

$\boxed{a=9}\rightarrow \boxed{h=14}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+14\rightarrow \boxed{f(-4)=-9+14=5}$

⑤ $f$ ثابت $\Rightarrow f(x)=c$, $m,n\in N$ $\Rightarrow f(m)=c$, $f(n)=c$

$\Rightarrow f(m)+f(n)=f(m)f(n)\Rightarrow c+c=c^2\Rightarrow c=0$ یا $\boxed{c=2}$

$\Rightarrow (2n^2-7n+1,\,-f(m))=(2n^2-7n+1,-2)$ $\Rightarrow$ دو مختصات برابرند

$2n^2-7n+1=-2\Rightarrow \boxed{n_1=3}$ یا $\boxed{n_2=\frac{1}{2}}$

$(m^2-4m+7,\,nf(m))=(m^2-4m+7,2n)$

$\Rightarrow (m^2-4m+7,4)\Rightarrow m^2-4m+7=4\rightarrow \boxed{m_1=1}$ یا $\boxed{m_2=3}$

$\Rightarrow \left[\frac{mn}{5}\right]=\left[2,4\right]=2$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۶) $f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$

$-۲ \le x \le ۳ \rightarrow$ صحیح $x = -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳$

مهندس کامیاب مرادی

ثابت $\Rightarrow g(x) = c$

$\Rightarrow \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{c}{[x]+[-x]} \Rightarrow$ چون در x های صحیح مقدار مخرج صفر است

$\Leftarrow$ در حد نقطه از x های صحیح

---

(۷) $f(x) = (۱-۲m)x - \frac{۲m+۳}{۲}$

غرضی $m=0 \Rightarrow f(x) = x - \frac{۳}{۲} \Rightarrow B = a - \frac{۳}{۲}$

$m=1 \rightarrow f(x) = -x - \frac{۵}{۲} \quad B = -a - \frac{۵}{۲}$

$\xrightarrow{+} ۲B = -\frac{۸}{۲} \rightarrow \boxed{B = -۲}$

$\Rightarrow -۲ = a - \frac{۳}{۲} \rightarrow a = \frac{۳}{۲} - ۲ \Rightarrow \boxed{a = -\frac{۱}{۲}} \rightarrow B - a = -۲ + \frac{۱}{۲} = \boxed{-\frac{۳}{۲}}$

---

(۸) $x^۲ - ax - ۱ = ۰ \Rightarrow$ مجموع ریشه‌ها $S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \boxed{S = a}$

$ax^۲ - ۴x + a + ۲ = ۰ \rightarrow$ ضرب ریشه‌ها $P = \frac{c}{a} \rightarrow \boxed{P = \frac{a+۲}{a}} \rightarrow S = P$

$\Rightarrow a^۲ = a + ۲ \rightarrow a^۲ - a - ۲ = ۰ \rightarrow a_۱ = ۲, \; a_۲ = -۱$

if $a = ۲ \rightarrow ۲x^۲ - ۴x + ۴ = ۰ \rightarrow \Delta = (-۴)^۲ - ۴(۲)(۴) < ۰$ ✗

$a = -۱ \Rightarrow y = x^۲ + ۳x - ۳ \rightarrow$ رأس $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۳}{۲} = \boxed{-۱/۵}$

---

(۹) $\frac{\Delta x}{\Delta t} = ۷ \Rightarrow \frac{۲۰۰}{t_۱} = v_۱ \rightarrow \boxed{\frac{۲۰۰}{t} = v}$ $\quad \frac{۲۰۰}{t_۲} = v_۲ \Rightarrow \boxed{\frac{۲۰۰}{t + \frac{۵}{۴}} = v - ۲۰}$

$t_۱ = t$
$v_۱ = v$
$t_۲ = t + \frac{۵}{۴}$
$v_۲ = v - ۲۰$

$\Rightarrow \boxed{\frac{۲۰۰}{t + \frac{۵}{۴}} = \frac{۲۰۰}{t} - ۲۰} \rightarrow \boxed{\frac{۱۰}{t + \frac{۵}{۴}} = \frac{۱۰}{t} - ۱} \rightarrow ۰ = \frac{۱۰t - ۱۰t - \frac{۵۰}{۴} + t^۲ + \frac{۵}{۴}t}{(t + \frac{۵}{۴})(t)}$

$\Rightarrow t^۲ + \frac{۵}{۴}t - \frac{۵۰}{۴} = ۰ \Rightarrow t_۱ = \frac{۵}{۲} \rightarrow \boxed{v_۱ = ۸۰ \rightarrow v_۲ = ۶۰}$
$t_۲ = -\frac{۴۰}{۱۲}$

$\boxed{\frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۴}{۳}}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱۰) تعداد داده‌های سه اول کم‌تر است چون باید با بقیه میانه هم تعداد باشد
حال این اعداد زوج هستند باید ۸ یا ۷ یا ۶ یا ۲ باشد بدان max شدن
اگر عدد را ۸ بگیریم که تراکم آن بیشتر از بین می‌رود پس دقیقاً یکی را ۶ می‌گیریم

$۶, ۸, ۸, ۸ \Rightarrow \bar{x} = ۷,۵$

---

(۱۱) $۴, ۱۲, ۲a-۱۷, ۲۵$

مهندس کامیاب مرادی

داده‌ها $\Rightarrow ۴, ۴, a, ۱۲ \rightarrow \bar{x} = \frac{۲۳+a}{۴}$

$$\rightarrow \begin{cases} \left(۴ - \frac{۲۳+a}{۴}\right)^۲ = ۴ \Rightarrow \left(\frac{۱۶-۲۳-a}{۴}\right)^۲ = ۴ \Rightarrow \left(\frac{-۷-a}{۴}\right)^۲ = ۴ \Rightarrow \begin{cases} a_۱ = -۷ \\ a_۲ = ۹ \end{cases} \\ \left(۴ - \frac{۲۳+a}{۴}\right)^۲ = ۱۲ \Rightarrow \left(\frac{-۷-a}{۴}\right)^۲ = ۱۲ \Rightarrow \begin{cases} a_۱ = -۲۳ \\ a_۲ = ۹ \end{cases} \\ \left(۴a - \frac{۲۳+a}{۴}\right)^۲ = ۲a - ۱۷ \\ \left(۱۲ - \frac{۲۳+a}{۴}\right)^۲ = ۲۵ \end{cases}$$

$\Rightarrow a = ۹ \Rightarrow$ داده‌ها $\Rightarrow ۴, ۴, ۹, ۱۲$ ، میانگین $= \frac{۱۲+۴+۲۵+۱}{۴}$

واریانس $\Rightarrow ۲۵, ۱, ۱۲, ۴$ ، مربع اختلاف از میانگین

$= \frac{۴۷}{۴} = ۱۱,۵$

---

(۱۲) مرحله ۵ چون $a-b$ یک عبارت صفر است $a=b$ پس می‌توان طرفین معادله را بر آن تقسیم کرد

---

(۱۳)
$$\sim[(\sim(q\wedge r)\wedge(q\wedge\sim r))\vee p] \equiv \sim[(q\wedge r)\wedge(\sim q\wedge\sim r)\vee p]$$
$$\equiv \sim[(q\wedge r)\wedge\sim(q\vee r)\vee p] \equiv \sim[(q\vee r)\wedge\sim(q\vee r)\vee p]$$
$$\equiv (\sim q\wedge\sim r)\vee(q\wedge r)\vee p \equiv (\sim q\vee\sim r\vee q\vee r)\wedge(\sim p\vee q\vee r)$$

---

(۱۴) $۱۵۰۰ = b + a$

$b - n = ۰,۸\, b \rightarrow n = ۰,۲\, b \Rightarrow \frac{b-n}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{b \times ۱۰۰}{۱۵۰۰} - ۵$

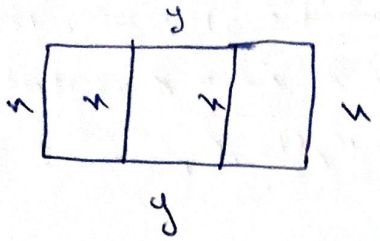
$۰,۲\, b = ۷۵ \rightarrow b = ۳۷۵ \rightarrow n = ۰,۲\, b = ۷۵ \Rightarrow$ بیکار دیده $= ۳۰۰$

$\rightarrow$ نرخ بیکاری $\frac{۷۵}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۵ \rightarrow \frac{۳۰۰-n}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۱۵ \rightarrow n = ۱۷۵$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱۵)




$\rightarrow S = 2xy$

$4x + 2y = 190 \rightarrow 2x + y = 95$

$\rightarrow S(x) = x(95 - 2x) \Rightarrow S(x) = 95x - 2x^2$

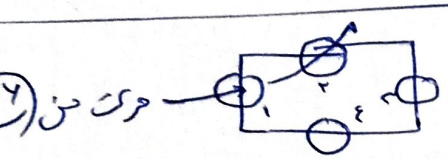
با توجه به گزینه‌های ۱ و ۳، مقدار x نمی‌تواند مثلاً ۹۴ باشد چون y منفی می‌شود

گزینه ۱ (جواب)

مهندس کامیاب مرادی

---

(۱۶)




حالت ۱۲ = ۳ × ۴ = حتی

اگر عل از ۴ وارد شود ۲ مسیر برای خروج دارد ((۱ و ۳)) ⇐ ۲ حالت عل

اگر عل از ۳ وارد شود ۲ مسیر برای خروج دارد ((۱ و ۴)) ⇐ ۲ حالت عل

اگر عل از ۲ وارد شود ۳ مسیر برای خروج دارد ((۱ و ۳ و ۴)) ⇐ ۳ حالت عل

عل ۷ حالت

$12 \times 7 = 84$

---

(۱۷)

۳ دختر
۲ پسر
۱ مادر
۱ پدر

۵ نفر دور هم دور یک میز گرد می‌نشینند ⇐ (حالت ۱)

$\binom{2}{1}\binom{3}{2} \times \binom{2}{2}\binom{3}{3} \times \binom{2}{0} + \binom{2}{2}$

۱ برادر و ۲ خواهر — ۵ برادر ۳ خواهر

$= 1 \times 1 \times 1 + 1 \times 3 \times 2 = 7$

$= 2 \times 1 \times 2 = 4$ ⇐ یکی از پدر و مادر (حالت ۲)

یکی از برادرها — ۳ خواهر — یکی از پدر یا مادر

حالت ۱ + حالت ۲ = ۷ + ۴ = ۱۱

$n = \binom{7}{5} = 21 \rightarrow$ احتمال $= \frac{11}{21}$

---

(۱۸) ۶، ۵، ~~۴~~، ~~۳~~، ۲، ۲، ۳، ۱، ۱

$a_1 = a_2 = 1$

$n=2 \rightarrow a_2 = a_1 + a_2$

$n=3 \rightarrow a_3 = a_2 + a_2$

$n=4 \rightarrow a_4 = a_2 + a_3$

$n=5 \rightarrow a_5 = a_3 + a_4$

$n=6 \rightarrow a_6 = a_4 + a_4$

$n=7 \rightarrow a_7 = a_4 + a_5$

$n=8 \rightarrow a_8 = a_5 + a_6$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱۹) $x, y, z \xrightarrow{\text{هندسی}} y^2 = \sqrt{xz}$

$x, 2y, 5z \xrightarrow{\text{حسابی}} 2y = \frac{5z+1}{2} \rightarrow \frac{4y}{2} = 5 + \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{4\sqrt{xz}}{2} = 5 + \frac{x}{2} \rightarrow 4\sqrt{\frac{x}{2}} = 5 + \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{x}{2}} = t \rightarrow t^2 - 4t + 5 = 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4(5)(1) = -4$

$t_1 = \frac{4+2}{2} = 3$

$t_2 = \frac{4-2}{2} = 1$

$\sqrt{\frac{x}{2}} = 3 \rightarrow \frac{x}{2} = 9 \rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = 4$

$\sqrt{\frac{x}{2}} = 1 \rightarrow \frac{x}{2} = 1 \rightarrow \left[\frac{x}{2}\right] = 1$

مهندس کامیاب مرادی

---

(۲۰) نقاط $\begin{cases} (0,2) \text{ و } (0,-2) \rightarrow (0,m) \quad m = \pm 2 \\ (2,0) \text{ و } (2,0) \rightarrow (n,0) \rightarrow n = \pm 2 \end{cases}$

$f(n) = 0 \rightarrow 0 = K + 3^{na-b} \Rightarrow K = -3^{na}$

$f(0) = m \rightarrow m = K + 3^{-b} \rightarrow m = K + \frac{1}{3^b} \Rightarrow m = \frac{-3^{na}}{3^b} + \frac{1}{3^b}$

$\rightarrow m3^b = 1 - 3^{na} \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases} \rightarrow -2 \cdot 3^b = 1 - 3^{2a} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$b = -\frac{1}{2}$

$K = -\frac{3^{na}}{3^b} = -\frac{3^{2 \times \frac{1}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{3}{\frac{1}{3}} = -9 \Rightarrow Kb = -3 \times -\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ④

---

forum.konkur.in