①

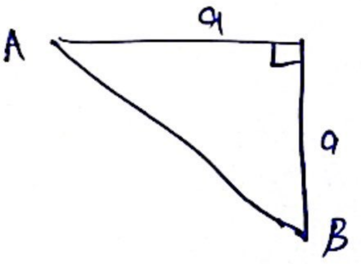
$$A=\sqrt[7]{3^3\times\sqrt[3]{3^5}}\times 3^{\frac{7}{3}}=\sqrt[7]{3^3\times 3^{\frac{5}{3}}}\times 3^{\frac{7}{3}}=\sqrt[7]{3^{\frac{14}{3}}}\times 3^{\frac{7}{3}}$$

$$=3^{\frac{2}{3}}\times 3^{\frac{7}{3}}=3^3=27 \Rightarrow (5+27)^{-\frac{1}{5}}=(32)^{-\frac{1}{5}}=\left(\frac{1}{32}\right)^{\frac{1}{5}}=\frac{1}{2}$$

گزینه (۱)

② اگر دو مسیر اول و سوم خود را عمود بر مسیر دوم طی کرده پس در یک راستا می‌باشند.
و می‌توان گفت برای رسیدن از شهر A به شهر B اضلاع قائمه یک مثلث قائم‌الزاویه
به طول های $9+14=23$ ـ 7 طی کرده است پس:

$$AB^2=23^2+7^2=529+49=578$$



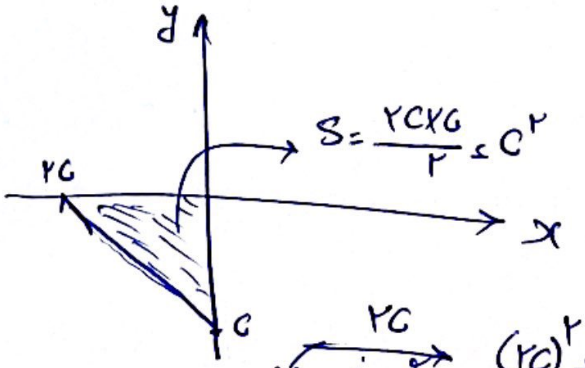
از طرفی برای علی داریم:

$$\Rightarrow AB^2=a^2+a^2=2a^2$$

گزینه (۲)

$$\Rightarrow 2a^2=578 \Rightarrow a^2=289 \xrightarrow{a>0} \boxed{a=17}$$

③ چون مساحت مثلث برابر c^2 است. پس ریشه‌ی معادله $x^2+5x+c=0$
باید برابر $2c$ باشد.



$$S=\frac{2c\times c}{2}=c^2$$

$$\xrightarrow[\text{جایگذاری می‌کنیم}]{2c} (2c)^2+5(2c)+c=0$$

$$\Rightarrow 4c^2+11c=0 \Rightarrow c(4c+11)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 & \text{غ ق ق} \\ c=-\frac{11}{4}=-2.75 \end{cases}$$

گزینه (۴)

④ چون تابع f با خط $3x-2y=b$ برخورد ندارد پس موازیند. داریم:

$$2y=3x-b \Rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{b}{2} \Rightarrow m=\frac{3}{2} \Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+b$$

$$f(2)=2a-1 \Rightarrow 2a-1=\frac{3}{2}\times 2+b \Rightarrow 2a=4+b \Rightarrow b=2a-4 \quad (*)$$

$$f(1-a)=2 \Rightarrow 2=\frac{3}{2}(1-a)+b \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{3}{2}a+b=2 \Rightarrow b=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}a \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*),(**)} \frac{1}{2}+\frac{3}{2}a=2a-4 \Rightarrow a=9 \overset{*}{\Rightarrow} b=14$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+14 \Rightarrow f(-4)=\frac{3}{2}(-4)+14=8$$ گزینه (1)

---

⑤

$$f(x)=k \Rightarrow k+k=k\times k \Rightarrow \begin{cases} k=2 \\ k=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2n^2-7n+1=-2 \Rightarrow 2n^2-7n+3=0 \Rightarrow \Delta=49-24=25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=\frac{7+5}{4}=3 \ \checkmark \\ n=\frac{7-5}{4}=\frac{1}{2} \ \times \text{غق} \end{cases}$$

$$m^2-4m+6=3\times 2 \Rightarrow m^2-4m+6=6$$

$$m^2-4m=0 \Rightarrow \begin{cases} m=0 \ \text{غق} \\ m=4 \ \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{mn}{5}\right]=\left[\frac{12}{5}\right]=2$$

---

⑥

$$f(x)=[x]+[-x] \qquad f(x)=\begin{cases} 0 & x\in \mathbb{Z} \\ 1 & x\notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع $\frac{g}{f}$ تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطه صحیح مقدار $\frac{g}{f}$ صفر نمی‌شود.

7) چون تابع f به ازای هر مقدار m از نقطه (α,β) می‌گذرد، پس:

$$m=0 \xrightarrow{(\alpha,\beta)} \beta=(1-2x_0)x-\frac{2x_0+3}{2} \Rightarrow \beta-\alpha=-\frac{3}{2}$$

---

8)

$$x^2-ax-1=0 \Rightarrow S=a$$

$$ax^2-4x+a+2=0 \Rightarrow P=\frac{a+2}{a}$$

$$\Rightarrow a=\frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2-a-2=0 \Rightarrow (a+1)(a-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ a=2 \end{cases}$$

به ازای $a=2$ معادله $ax^2-4x+a+2=0$ به صورت $2x^2-4x+4=0$ در می‌آید که ریشه ندارد، پس فقط $a=-1$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow \text{طول رأس سهمی}=\frac{-(1-2a)}{2\times1}=\frac{-(1+2)}{2}=-\frac{3}{2}=-1.5$$ گزینه (1)

---

9)

$$\frac{200}{v-20}=\frac{200}{v}+\frac{5}{6} \Rightarrow \frac{200}{v-20}=\frac{200}{v}+\frac{200}{240} \Rightarrow \frac{1}{v-20}=\frac{1}{v}+\frac{1}{240}$$ گزینه (2)

$$\Rightarrow v^2-20v-4800=0 \Rightarrow (v+60)(v-80)=0 \Rightarrow \begin{cases} v=-60 & \text{غ ق ق} \\ v=80 & \text{ق ق} \end{cases} \xrightarrow{\text{سرعت برگشت}} 80-20=60$$

---

10)

$$6,8,8,8 \Rightarrow \bar{x}=\frac{30}{4}=7.5$$ گزینه (2)

---

11)

$$\sigma^2=\frac{4+16+36-17+25}{4}$$

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است.

$$\bar{x}=\frac{6+4+a+13}{4}=\frac{23+a}{4}$$

$$\pm2, \pm4, \pm\sqrt{36-17}, \pm5 \xrightarrow{a=9} \text{داده‌ها}: 6,4,9,13$$

$$\Rightarrow \bar{x}=8 \longrightarrow \sigma^2=\frac{4+16+1+25}{4}=11.5$$ گزینه (4)

(12). در کدام ۵ چون a و b برابر متفاوت است (چون a=b) پس نمی‌توان در طرف تساوی، را برای آن تقسیم کرد. گزینه (۲)

(13)

$$\sim[(\sim(q \vee r) \vee (q \wedge r)) \vee p] \equiv \sim[(q \vee r) \wedge \sim(q \wedge r)) \vee p]$$

$$\equiv \sim[((q \vee r) \vee p) \wedge (\sim(q \wedge r) \vee p)] \equiv \sim((q \vee r) \vee p) \vee \sim(\sim(q \wedge r) \vee p)$$

$$\equiv (\sim(q \vee r) \wedge \sim p) \vee ((q \wedge r) \wedge \sim p) \equiv (\sim q \wedge \sim r \wedge \sim p) \vee (q \wedge r \wedge \sim p)$$ گزینه (۳)

(14)

$$۱۵۰۰ = b + a \Longrightarrow b - n = ۰٫۸b \Rightarrow n = ۰٫۲b$$

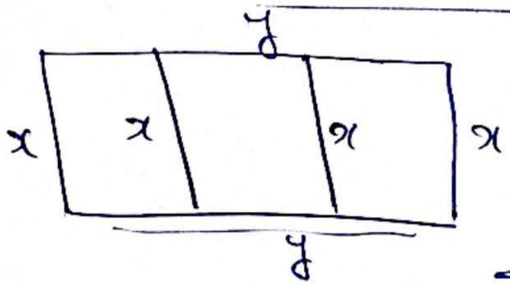
$$\frac{b-n}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{b}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ - ۵ \Rightarrow \frac{۰٫۸b}{۱۵} = \frac{b}{۱۵} - ۵ \Rightarrow ۰٫۲b = ۷۵ \Rightarrow b = ۳۷۵$$

$\Rightarrow n = ۰٫۲ \times ۳۷۵ = ۷۵ \Rightarrow$ تعداد بیکار جدید $= ۳۰۰$ $\xrightarrow{\text{نرخ بیکاری}}$ $\frac{۳۷۵}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۵$

$$\frac{۳۰۰ - x}{۱۵۰۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱}{۳} \times ۲۵ \Rightarrow \frac{۳۰۰ - x}{۱۵} = \frac{۲۵}{۳} \Rightarrow ۳۰۰ - x = ۱۲۵ \rightarrow x = ۱۷۵$$

گزینه (۳)

(15)



$$\Rightarrow ۴x + ۲y = ۱۹۰ \Rightarrow ۲y = ۱۹۰ - ۴x$$

$$\Rightarrow y = ۹۵ - ۲x$$

$$\Rightarrow ۹۵ - ۲x > ۰ \Rightarrow x < ۴۷٫۵$$

$\xrightarrow{\text{دامنه مثبت است}}$ $۰ < x < ۴۷٫۵$

$$S = xy \Rightarrow S(x) = x(۹۵ - ۲x) = ۹۵x - ۲x^۲$$ گزینه (۱)

(16)

$$\underset{\text{دوران عمل}}{\frac{۴}{\quad}} \times \underset{\text{قدرت عمل}}{\frac{۳}{\quad}} \times \underset{\text{فصل ایرانی}}{\frac{۲}{\quad}} \times \underset{\text{قدرت سنت}}{\frac{۲}{\quad}} = ۴۸$$

$$\frac{۴}{\quad} \times \frac{۳}{\quad} \times \frac{۱}{\quad} \times \frac{۳}{\quad} = ۳۶$$

جمع $\Rightarrow ۴۸ + ۳۶ = ۸۴$

17

$$n(S)=\binom{7}{2}=\frac{7\times 6}{2}=21$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{2}{2}\times\binom{3}{3}}_{\text{والدین و ۳ دختر}}+\underbrace{\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{3}{3}}_{\text{یکی از والدین، دیگر پسر و ۳ دختر}}+\underbrace{\binom{2}{2}\times\binom{2}{1}\times\binom{3}{2}}_{\text{والدین و پسر و ۲ دختر}}=1+4+6=11$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{11}{21}$$

گزینه (۱)

18

$n=2 \longrightarrow a_3=a_2+a_1=1+1=2$

$n=3 \longrightarrow a_4=a_2+a_1=1+1=2$

$n=4 \longrightarrow a_5=a_{4-2}+a_3=a_2+a_3=1+2=3$

$n=5 \longrightarrow a_6=a_3+a_4=2+2=4$

$n=6 \longrightarrow a_7=a_3+a_4=2+2=4$

$n=7 \longrightarrow a_8=a_4+a_5=5$

$n=8 \longrightarrow a_9=a_4+a_6=2+4=6$

گزینه (۲)

19

$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} y^2=xz \qquad \xrightarrow{\text{دنباله حسابی}} 6y=x+5z \Rightarrow y=\frac{x+5z}{6}$

$$\Rightarrow\left(\frac{x+5z}{6}\right)^2=xz \Rightarrow x^2+25z^2+10xz=36xz$$

$$\Rightarrow x^2+25z^2-26xz=0 \xrightarrow{\div z^2} \left(\frac{x}{z}\right)^2+25-26\left(\frac{x}{z}\right)=0 \xrightarrow{\frac{x}{z}=t}$$

$$t^2-26t+25=0 \Rightarrow (t-1)(t-25)=0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 & \text{غ ق ق} \\ t=25 & \text{ق ق} \end{cases}$$

به ازای $t=1$ نتیجه می‌گیریم که $\frac{x}{z}=1$ در نتیجه $x=z$ طبق فرض سوال نابرابرند.

پس $x\neq z$ پس $t=25$ قابل قبول است.

$$k+4^{na-b}=0 \Rightarrow k+\frac{4^{na}}{4^{b}}=0 \Rightarrow k=-\frac{4^{na}}{4^{b}}$$

$$k+4^{-b}=m \Rightarrow k+\frac{1}{4^{b}}=m \Rightarrow \frac{1}{4^{b}}-\frac{4^{na}}{4^{b}}=m$$

$$\Rightarrow 4^{na}-1=-4^{b}\times m \Rightarrow 2^{2na}+2^{2b}\times m=1$$

$$\xrightarrow[n=2]{m=-2} 2^{4a}-2^{2b+1}=1 \Rightarrow \begin{cases} 4a=1 \Rightarrow a=\frac{1}{4} \\ 2b+1=0 \Rightarrow b=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{4^{na}}{4^{b}}=0 \Rightarrow k+\frac{4^{\frac{1}{2}}}{4^{-\frac{1}{2}}}=0 \Rightarrow k=-4$$

$$\Rightarrow bk=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-4)=2$$

گزینه (۳)

موفقیت شما آرزوی من است

۰۹۱۲۱۴۱۸۵۰۰

@Yasinqaripanjeh