

حل سوالات سخت ریاضی کنکور تجربی ۱۴۰۲ (خارج از کشور)

باروش های سریع تستی و مفهومی

دکتر احسان صیاد
مدرس صدا و سیما
شبکه یک و آموزش
@ehsan_sayad_math
ehsansayad.ir



خ ۲ در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تسوی $2 = \frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a^2}$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کلام می تواند باشد (۱؟) $2(2)$ $\frac{1}{3}(3)$ $\frac{1}{4}(4)$ $-\frac{1}{2}$ \checkmark

$\frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} = ?$

$\frac{ar^5}{(ar)^3} + \frac{ar}{a^2} = 2 \rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \xrightarrow{\frac{r}{a}=t} t^2 + t - 2 = 0$

$t=1 \rightarrow \frac{r}{a}=1 \quad t=-2 \rightarrow \frac{r}{a}=-2 \rightarrow \frac{a}{r} = -\frac{1}{2}$

خ ۲ مجموعه های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m-k=5$ و تعداد اعضای مجموعه $A \cup B$ برابر (۱) باشد، کمترین مقدر ممکن برای m کلام است؟ $6(1)$ $7(2)$ $8(3)$ $9(4)$ \checkmark

$\text{Min}(x+z) = ?$

$(x+z) - (z+y) = 5 \rightarrow x - y = 5$
 $x + y + z = 11 \rightarrow 2x + z = 16$
 $\text{Min}: z = 0 \rightarrow x = 8$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} : A = \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 3^2}}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{3}(3)$ $\frac{1}{4}(4)$ $\frac{1}{2}(2)$ $\frac{1}{5}(5)$ \checkmark

$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 9}}$ $\log_8 x = t \rightarrow s = \frac{1}{3}(t + \frac{4}{t}) \rightarrow s' = 0$

$1 - \frac{4}{t^2} = 0 \rightarrow t = \pm 2$ $\log_8 x = -2 \rightarrow x = \frac{1}{4} \times x > 1$
 $\log_8 x = 2 \rightarrow x = 4$

$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 4 + \frac{4}{3} \log_4 8}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

خ ۲ در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تسوی $2 = \frac{a_6}{a_3} + \frac{a_2}{a^2}$ به جمله دوم کلام می تواند باشد (۱؟) $2(2)$ $\frac{1}{3}(3)$ $\frac{1}{4}(4)$ $-\frac{1}{2}$ \checkmark

$\frac{a^2}{ar} = \frac{a}{r} = ? \rightarrow \frac{1}{r} = ?$

$\frac{ar^5}{(ar)^3} + \frac{ar}{a^2} = 2 \rightarrow \frac{r^2}{a^2} + \frac{r}{a} = 2 \xrightarrow{a=1} r^2 + r - 2 = 0$

$r=1 \rightarrow \frac{1}{r}=1 \quad r=-2 \rightarrow \frac{1}{r} = -\frac{1}{2}$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} : A = \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 3^2}}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{3}(3)$ $\frac{1}{4}(4)$ $\frac{1}{2}(2)$ $\frac{1}{5}(5)$ \checkmark

$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 9}}$ روش سوم

$a+b \geq 2\sqrt{ab}$

$\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 9 \geq 2\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{4}{3} \rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

خ ۲ اگر $\{x > 1\} : A = \frac{1}{\sqrt{\log_8 x + 4 \log_x 3^2}}$ باشد، بزرگ ترین عضو مجموعه A کلام است (۱؟) $\frac{1}{3}(3)$ $\frac{1}{4}(4)$ $\frac{1}{2}(2)$ $\frac{1}{5}(5)$ \checkmark

$a+b = \text{ثابت} \rightarrow \max(a \times b) = ?$
 $a \times b = \text{ثابت} \rightarrow \min(a+b) = ? \rightarrow a=b$

$A = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \log_8 x + \frac{4}{3} \log_x 9}} = a+b$

$a \times b = \frac{4}{9} \xrightarrow{a,b > 0} \min\{a+b\} \rightarrow a=b \rightarrow \log_8 x = 4 \log_x 9$

$(\log_8 x)^2 = 4 \rightarrow \log_8 x = \pm 2 \quad x = \frac{1}{4} \times x > 1 \quad x = 4 \rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

خ ۲ شکل زیر، نمودار $f(x-2)$ را نشان می دهد. دامنه تابع $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(x+1)}$ شامل چند عدد صحیح است (۱؟) $2(2)$ $3(3)$ $4(4)$ $5(5)$ \checkmark

شکل نمودار $f(x-2)$ و $f(x)$ و $f(1+x)$ را مشاهده کنید.

جدول علامت برای $\frac{f(1-x)}{f(1+x)} \geq 0$:

x	-4	-3	-1	1	3	4
$f(1-x)$	-	-	-	-	+	+
$f(1+x)$	+	+	+	+	-	-
علامت	-	-	-	-	-	+

$(-4, -3) \cup (-1, 1] \cup [3, 4) \rightarrow 0, 1, 3, 4$

خ ۲ حداقل چند عضوز مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1+|y|}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد (۱؟) $4(4)$ $5(3)$ $6(2)$ $7(1)$ \checkmark

$y = 0 \rightarrow x = 30$
 $y = \pm 1 \rightarrow x = 15$
 $y = \pm 2 \rightarrow x = 10$
 $y = \pm 3 \rightarrow x = 7.5$
 $y = \pm 4 \rightarrow x = 6$
 $y = \pm 5 \rightarrow x = 5$
 $y = \pm 6 \rightarrow x = 4$
 $y = \pm 7 \rightarrow x = 3$
 $y = \pm 8 \rightarrow x = 2$
 $y = \pm 9 \rightarrow x = 1$

$f = \{(30, 0), (15, \pm 1), (10, \pm 2), (6, \pm 4), (5, \pm 5), (3, \pm 9)\}$

خ.۲ از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می شود. مجذور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟ (۱؟)

$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{2}{1+\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ (۵)

$y = \frac{d}{x}$ $\frac{d}{x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \rightarrow d = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x$
 $\left(\frac{x}{y}\right)^2 = ?$
 $x^2 + y^2 = d^2 \rightarrow x^2 + y^2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)x^2$
 $y^2 = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} - 1\right)x^2 \rightarrow y^2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)x^2 \rightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{2}{1+\sqrt{5}}$

خ.۲ اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = f([x - f(x)])$ باشد، $f \circ g$ کدام است؟

$f(4) = 4 + 4 = 8$
 $g(4) = f([4 - 8]) = f(-4) = -4 + [-4] = -8$
 $f \circ g(4) = f(-8) = -8 + [-8] = -16$

$g\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(-\frac{1}{3} - f\left(-\frac{1}{3}\right)\right) = f(1) = 2$
 $-\frac{1}{3} + \left[-\frac{1}{3}\right] = -\frac{2}{3}$

خ.۲ اگر $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $f(f(x)) < f(2-3x)$ کدام است؟ (۱؟)

$f(x) > 2-3x$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x > \left(\frac{1}{2}\right)^{2-3x} + \log_{\frac{1}{5}}(2-3x)$
 $\log_{\frac{1}{5}} x > 0$
 $x < \frac{1}{5} \rightarrow x < 1$

خ.۲ ریشه های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو عدد فرد متوالی طبیعی و ریشه های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ دو عدد زوج متوالی است. اختلاف حاصل ضرب ریشه های دو معادله کدام است؟ (۱؟)

$x = a = 3 \rightarrow x^2 - 10x + b = 0 \rightarrow s = 10 \rightarrow x = 4, 6$
 $6 \times 4 - 3 \times 1 = 21$
 روش دوم:
 $\alpha, \alpha+2$
 $s: 2\alpha + 2 = a + 1 \rightarrow \alpha = \pm 1 \rightarrow \alpha = 1, 3$
 $p: \alpha^2 + 2\alpha = a$
 $\beta, \beta+2 \rightarrow s: 2\beta + 2 = 10 \rightarrow \beta = 4 \rightarrow \beta = 6$

$y = mx^2 - 4x - (m+4)$

$m = -1 \rightarrow y = -x^2 - 4x - 3 \rightarrow x_s = -\frac{-4}{2(-1)} = -2$
 $m = -8 \rightarrow y = -8x^2 - 4x + 4 \rightarrow x_s = -\frac{-4}{2(-8)} = -\frac{1}{4}$
 $|-2 - (-\frac{1}{4})| = \frac{7}{4}$

خ.۲ صفرهای تابع $y = mx^2 - 4x - (m+4)$ و نقطه تقاطع آن با محور y ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول راس سهمی های رسم شده توسط مقادیر مختلف m کدام است؟ (۱؟)

$x = -1, x = \frac{m+4}{m}$
 $-x = 0 \rightarrow y = -(m+4)$
 $s = \frac{1}{2} \times |-(m+4) \left(\frac{m+4}{m} + 1\right)| = 3 \rightarrow \left|\frac{m^2 + 6m + 8}{m}\right| = 3$
 $\frac{m^2 + 6m + 8}{m} = \pm 3$
 $m^2 + 3m + 8 = 0 \rightarrow \Delta < 0$
 $m^2 + 9m + 8 = 0 \rightarrow m = -1, -8$

خ.۲ اگر $\log_2 = \frac{1}{4}$ و $\log_3 = \frac{1}{5}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $(\log_{\frac{5}{3}} x)^2 + (\log_9 x) - \log_5 = 0$ چقدر است؟ (۱؟)

$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{s^2 - 4p}}{1} = \frac{\sqrt{\frac{16}{9} + \frac{44}{3}}}{1} = \frac{\sqrt{196}}{3} = \frac{14}{3}$
 $s = -\frac{\log_9}{\log_{\frac{5}{3}}} = -\frac{2\log_3}{\log_5 - \log_3} = -\frac{0/8}{0/7 - 0/4} = -\frac{8}{3}$
 $p = \frac{-\log_5}{\log_{\frac{5}{3}}} = -\frac{0/4 + 0/7}{0/3} = -\frac{11}{3}$

خ.۲ تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & x \geq \frac{5}{2} \\ -2x^2 + ax - 21 & x < \frac{5}{2} \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، ولرون پذیر است. اگر f^{-1} ولرون تابع f به ازای بزرگ ترین مقدر صحیح a باشد، مقدر $f^{-1}(-3)$ کدام است؟ (۱؟)

$x_s = \frac{a}{4} > \frac{5}{2} \rightarrow a > 10 \rightarrow (11, 13/3)$
 $-2\left(\frac{5}{2}\right)^2 + a\left(\frac{5}{2}\right) - 21 < -\frac{1}{4} \rightarrow a < 13/3$
 $a \in \mathbb{Z}, \text{maz} \rightarrow a = 13$
 $f(x) = -2x^2 + 13x - 21$
 $f^{-1}(-3) = ?$
 $-2x^2 + 13x - 21 = -3 \rightarrow x = 2, 4/5$

خ.۲ اگر $\tan x + \cot x = 4$ و $5\pi < x < 6\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x}$ کدام است؟ (۱؟)

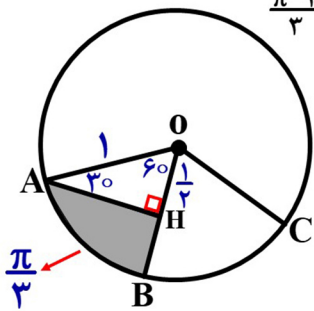
$\frac{1}{\sin^2 x} = 4 \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$
 $(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)$
 $(\sin x - \cos x)^2 = 1 - \sin^2 x = \frac{3}{4}$
 $\frac{\Delta\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{\Delta\pi}{4} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$

خ.۲ اگر $\log_2 = \frac{1}{4}$ و $\log_3 = \frac{1}{5}$ باشد، اختلاف ریشه های معادله $(\log_5 - \log_3)x^2 + (2\log_3)x - \log_5 - \log_3 = 0$ چقدر است؟ (۱؟)

روش دوم:
 $(\log_5 - \log_3)x^2 + (2\log_3)x - \log_5 - \log_3 = 0$
 $x = \frac{-\log_5 - \log_3}{\log_5 - \log_3} = \frac{-0/7 - 0/4}{0/7 - 0/4} = -\frac{11}{3}$
 $1 - \left(-\frac{11}{3}\right) = \frac{14}{3}$

خ.۲ مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به محیط 2π و AH عمود منصف OB است. محیط قسمت

هائوسر خورده چقدر از محیط مثلث OAH بزرگ تر است؟
 $\frac{\pi-3}{3}$ (۴) $\frac{\pi-1}{6}$ (۳) $\frac{2\pi-3}{6}$ (۲) $\frac{2\pi-1}{3}$ (۱)



$$2\pi r = 2\pi \rightarrow r = 1$$

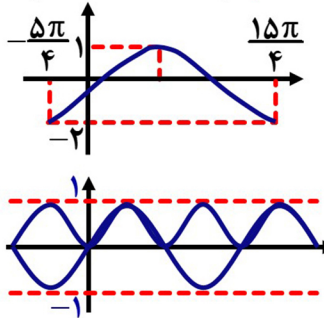
$$\frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi-3}{3}$$

$$\frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

$$\sin x - \cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{2}})(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}})} = \frac{1}{(-\frac{1}{\sqrt{2}})(\frac{3}{2})} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} = -\frac{4\sqrt{2}}{6} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تنلوب را نشان می‌دهد. مقلر ab کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$



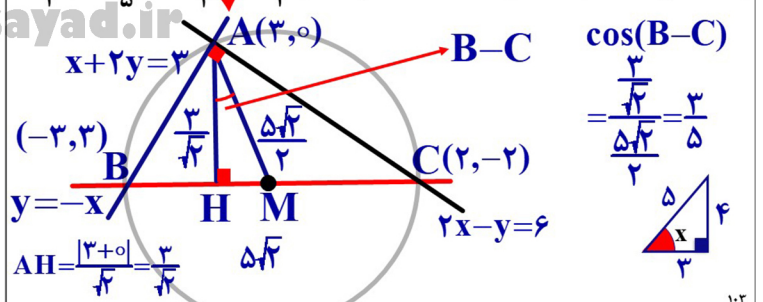
$$\frac{\pi}{b} = \frac{15\pi}{4} - (\frac{5\pi}{4}) = \frac{10\pi}{4} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$a = 3, c = -2$$

$$y = 3 \sin^2(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}x) - 2$$

$$ab = -\frac{1}{4}$$

خ.۲ خطوط $x + y = 0$ و $x + 2y = 3$ و $2x + ay = 6$ یکدیگر را در نقطه A قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع در نقاط B و C قطع می‌کند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه دوم واقع باشد، مقلر $\cot(B-C)$ در مثلث ABC کدام است (۱؟) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$



خ.۲ اگر اختلاف جویب های غیر صفر معادله $\cot(\frac{\pi + 4x}{2}) = \cos(\frac{\pi + 8x}{2})$ در بازه $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ برابر α باشد، مقلر $\cos(3\alpha)$ کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

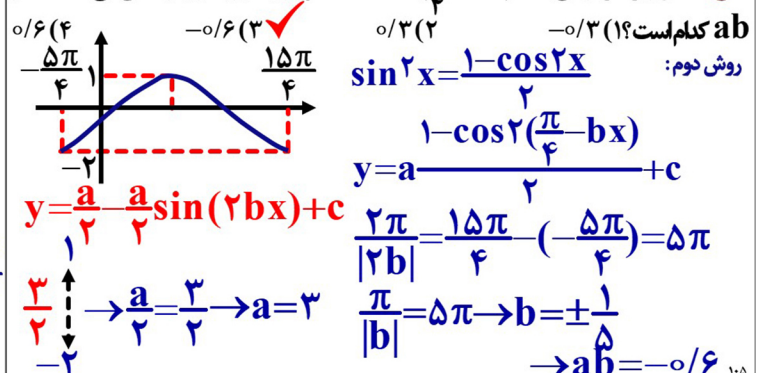
$$-\tan 2x = -\frac{\sin 4x}{\cos 2x} = 2 \sin 2x \cos 2x$$

$$\sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{2}$$

$$\cos^2 2x = \frac{1}{4} \rightarrow \cos 2x = \pm \frac{1}{2}$$

$$2x = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \sin^2(\frac{\pi}{4} - bx) + c$ در یک بازه تنلوب را نشان می‌دهد. مقلر ab کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

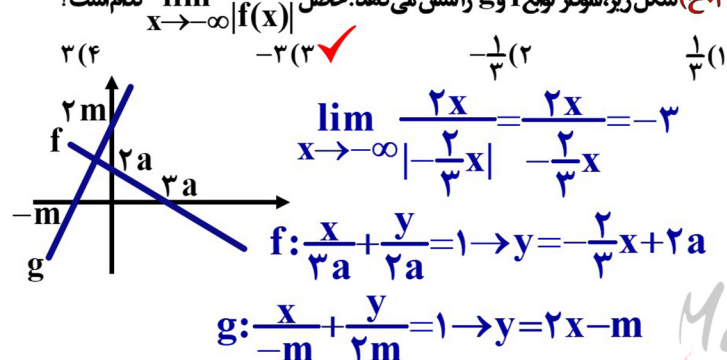


خ.۲ مقلر غیر صفر حد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{b\sqrt{2-x} - b}{ax + b}$ کدام است (۱؟) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

$$\frac{0}{a+b} \rightarrow a+b=0 \rightarrow b=-a$$

$$\frac{b \times \frac{1}{\sqrt{2-x}}}{a} = \frac{-a \times \frac{1}{\sqrt{2-x}}}{a} = -\frac{1}{\sqrt{2-x}}$$

خ.۲ شکل زیر، نمودار توابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)}$ کدام است؟



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{6x^2 + 6x + 3}}{\sqrt{2x^3 + a^2}} = \frac{\sqrt{6(x^2 + x + \frac{1}{2})}}{\sqrt{2x^3 + a^2}} = \frac{\sqrt{6}|x + \frac{1}{2}|}{\sqrt{2x^3 + a^2}}$$

$$2a^3 + a^2 = 0 \rightarrow a^2(2a + 1) = 0 \rightarrow a = 0 \rightarrow \frac{0}{0}$$

$$a = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{6}|x + \frac{1}{2}|}{\sqrt{2x^3 + \frac{1}{4}}} \xrightarrow{H} \frac{\sqrt{6}(x + \frac{1}{2})}{\sqrt{2x^3 + \frac{1}{4}}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2x^3 + \frac{1}{4}}}$$

$$\frac{2 \tan b}{f(-\frac{1}{2})} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \rightarrow \tan b = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow b = \frac{\pi}{6}$$

خ.۲ اگر تابع $f(x) = \frac{\sqrt{6x^2 + (m+3)x + m}}{\sqrt{2x^3 + (m-3)x^2 + a^2}}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، کدام مورد می‌تواند مقلر b باشد؟

$$(m+3)^2 - 4 \times 6 \left(\frac{m}{2}\right) \leq 0$$

$$m^2 + 6m + 9 - 12m \leq 0 \rightarrow m^2 - 6m + 9 \leq 0$$

$$(m-3)^2 \leq 0 \rightarrow m = 3$$

(خ.۲) در شکل زیر، یکی از اضلاع قائمه مثلث بزرگ نصف دیگری است. اگر مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم باشد، نسبت طول به عرض مستطیل کدام است (۱)؟
 ۲/۵ (۴) ✓ ۱/۵ (۲) ۱ (۱) ۱/۴ (۲)

$x = \sqrt{a} - 2y - \frac{y}{2} \rightarrow x = \sqrt{a} - \frac{5y}{2}$
 $s = xy = (\sqrt{a} - \frac{5y}{2})y$
 $s' = (\sqrt{a} - 5y) = 0 \rightarrow \sqrt{a} - 5y = 0 \rightarrow y = \frac{\sqrt{a}}{5}$
 $x = \frac{\sqrt{a} - \frac{5y}{2}}{y} = \frac{\sqrt{a} - \frac{5 \cdot \frac{\sqrt{a}}{5}}{2}}{\frac{\sqrt{a}}{5}} = \frac{\sqrt{a} - \frac{\sqrt{a}}{2}}{\frac{\sqrt{a}}{5}} = \frac{\frac{\sqrt{a}}{2}}{\frac{\sqrt{a}}{5}} = \frac{5}{2}$

(خ.۲) چند عدد چهارده رقمی با رقم ۷ و ۸ می توان نوشت به طوری که مضرب ۶ بوده و از هر دو طرف (سمت چپ و راست) یکسان خوانده شوند (۱)؟
 ۷ (۴) ۶ (۳) ۲۲ (۲) ۲۱ (۱) ✓

بخش پذیر بر ۳

$(n \times 8) + (12 - n) \times 7 + 16 = n + 100$
 $n = 2, 5, 8, 11 \rightarrow n = 2, 8$

$\frac{6!}{5!} = 6$
 $\frac{6!}{4!2!} = 15$

$\frac{(n-1)!}{(m-1)!(n-m)!} = \frac{m}{m+3} \times \frac{n!}{(n-m)!m!} \rightarrow 1 = \frac{n}{m+3}$
 $n = m+3 \rightarrow nm = m(m+3) \rightarrow m = 5 \rightarrow 40$
 به M عدد می دهیم

(خ.۲) نقاط $A(x, y), B(-1-x, y-3), C(0, -3), D(-4, 0)$ رؤس یک مستطیل هستند. اگر رئس های A و B مجاور باشند، مساحت مستطیل کدام است؟
 ۱۲/۵ (۴) ✓ ۱۵ (۳) ۱۵/۵ (۲) ۱۲ (۱)

$\begin{cases} -1-x-4 = x \rightarrow x = -\frac{5}{2} \\ y-3 = y-3 \end{cases}$
 $AB \parallel CD: \frac{3}{2x+1} = \frac{3}{-4} \rightarrow x = -\frac{5}{2}$
 $AB \perp AD: \frac{3}{2x+1} \times \frac{y}{x+4} = -1 \rightarrow y = -2$
 $CD = 5, AD = \frac{5}{2} \rightarrow s = 5 \times \frac{5}{2} = 12.5$

(خ.۲) در شکل زیر، $AB \parallel CE$ و $AC \parallel ED$ است. اندازه ED چقدر است؟
 ۳√۵ (۴) ۲√۷ (۳) ✓ √۳۳ (۲) √۲۹ (۱)

$\Delta AFC: AC^2 = 4^2 + 8^2 - 2 \times 4 \times 8 \times \cos 120^\circ$
 $AC^2 = 112 \rightarrow AC = 4\sqrt{7} \rightarrow x = 2\sqrt{7}$

(خ.۲) اگر $g(x) = \frac{1}{x^5 + |x^5|}$ و $f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{x+|x|}}$ باشد، مقدار $g'(f(\sqrt[5]{3}))f'(g(\sqrt[5]{3}))$ کدام است (۱)؟
 ۱ (۴) -۱ (۳) ✓ -۱/۳ (۲) ۱/۳ (۱)

$x > 0 \rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^5}$
 $x < 0 \rightarrow g(x) = x$

$(fog)'(\sqrt[5]{3}) = ?$
 $x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{2x}} \rightarrow f(g(x)) = -x \rightarrow (fog)' = -1$

(خ.۲) در یک دسته ۷ تایی از اعداد طبیعی متوالی (دسته اول)، اجزای معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد طبیعی دیگری را اضافه می کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته های مختلف را تا جایی می دهیم که میانگین دسته آخر، مکعب اجزای معیار باشد. اختلاف کوچک ترین عضو دسته اول و دسته آخر، کدام است؟
 ۷ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ✓ ۳ (۱)

دسته اول: $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$
 دسته آخر: $(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)$

دسته اول: $\sigma^2 = \frac{7^2-1}{12} \times 1^2 = 4 \rightarrow \sigma = 2 \rightarrow \bar{x} = 4$
 دسته آخر: $\bar{x} = \sigma^3 = 8 \rightarrow 8-4 = 4$

(خ.۲) یک سکه را آقدر پرتاب می کنیم تا برای بار m ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{m}{m+3}$ برابر احتمال آن است که در n پرتاب m بار سکه «رو» بیاید. کدام مورد می تواند n m باشد (۱)؟
 ۳۵ (۴) ۴۰ (۳) ✓ ۴۵ (۲) ۵۰ (۱)

مثال: $pprrppr \rightarrow \frac{5!}{2!3!}$
 مثال: $pprrrp \rightarrow \frac{5!}{2!3!} \rightarrow \frac{n!}{(n-m)!m!}$

(خ.۲) احتمال اینکه پارسا یکی از سه رشته A، B و C را در دانشگاه انتخاب کند، به ترتیب، ۵/۴، ۵/۲ و ۵/۳ است. اگر او یکی از سه رشته A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال ۵/۲، ۵/۳ و ۵/۲ در آن رشته پذیرفته می شود. پارسا با کدام احتمال در رشته مورد علاقه اش پذیرفته می شود (۱)؟
 ۵/۱۹ (۴) ۵/۱۹۵ (۳) ۵/۲۴ (۲) ۵/۲۴۵ (۱) ✓

$A \rightarrow 5/45 \rightarrow 5/2$
 $B \rightarrow 5/2 \rightarrow 5/25$
 $C \rightarrow 5/35 \rightarrow 5/3$
 $5/45 \times 5/2 + 5/2 \times 5/25 + 5/35 \times 5/3 = 5/9 + 5/5 + 5/15 = 5/24.5$

(خ.۲) در لوزی شکل زیر، E وسط ضلع CD است. اگر قطر بزرگ لوزی ۳ برابر قطر کوچک باشد، طول EF چند برابر AB است (۱)؟
 ۱/۱۰ (۴) ۱/۵ (۳) ۱/۵ (۲) ۱/۱۰ (۱) ✓

$(y)^2 + (3y)^2 = (2x)^2 \rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}y$
 $AF = \sqrt{2}y \rightarrow EF = \frac{\sqrt{2}}{2}y$
 $\frac{EF}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}y}{2 \times \frac{\sqrt{10}}{2}y} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{10}} = \frac{1}{10}$

۰۲ (خ) نقطه های M و N به ترتیب روی دو دایره متقاطع $x^2 + y^2 - 2x + 2y = a$ و $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 6a = 0$ قرار دارند. اگر بیشترین فاصله M و N برابر ۸ باشد، مقدار a کدام است؟ (۱؟)

۱(۴) ۱/۵(۳) ۲(۲) ✓ ۲/۵(۱؟)

$O(1, -1)$
 $R = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 4^2 + 4a} = \sqrt{2+a}$
 $O'(-2, 3)$
 $R' = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 6^2 - 24a} = \sqrt{3-6a}$
 $OO' = \sqrt{(1+2)^2 + (-1-3)^2} = 5$
 $MN: \sqrt{2+a} + \sqrt{3-6a} + 5 = 8 \rightarrow a = 2$

 ehsan_sayad_math

 ehsansayad.ir