

دفترچه شماره ۱ از ۲

آزمون سراسری خارج کشور ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

تیر ماه ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۷۰ دقیقه

۴۰

۱

۴۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

۱- یک دنباله با جملات غیرصفر، دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d و دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت r است. مقدار $r+d$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) صفر

۲- نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{4}$ است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{4}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۳- برای مجموعه‌های $A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\}$ و $B = \{z, t, 1, 4\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد. در چند حالت $x+y+z+t > 20$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- با توجه به جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب زیر می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره X باشد؟

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	د
د	ن	د	ن
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

$$(1) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (q \wedge \sim r))$$

$$(2) (\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r))$$

$$(3) (r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q]$$

$$(4) ((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)]$$

۵- اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ و $2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7$ باشد، مقدار a چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۹ (۴) -۹

۶- مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{5}$

۷- نقطه $(-6, 3)$ یک از رئوس متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{19}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$

۸- وارون تابع $f(x) = \sqrt{x}\sqrt{mx-1}$ در دامنه محدود، خط $5y - 10x = 12$ را در نقطه‌ای به عرض $\frac{7}{2}$ قطع می‌کند. مقدار $f\left(\frac{4}{m}\right)$ کدام است؟

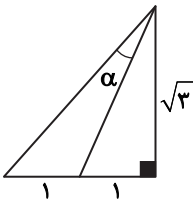
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{15}$ (۴) $2\sqrt{15}$

۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر هفته $\frac{12}{5}$ درصد از جرم باقی‌مانده را از دست بدهد، پس از چند روز، $\frac{1}{7}$ از جرم عنصر

باقی خواهد ماند؟ ($\log_7 3 = 0/6$ و $\log_7 3 = 1/6$)

- (۱) ۸ (۲) ۲۸ (۳) ۵۶ (۴) ۱۲۶

۱۰- در شکل روبه‌رو، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$

۱۱- در یک مثلث، زاویه بین دو ضلع با اندازه‌های ۵ و ۱۲ برابر α است. اگر مساحت این مثلث ۱۵ باشد، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار α کدام است؟

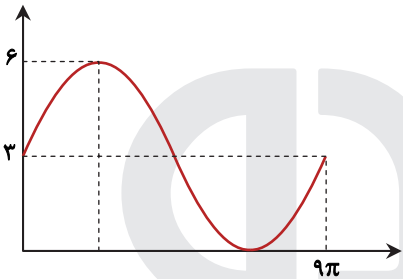
(۴) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{2\pi}{3}$

۱۲- اگر شکل روبه‌رو، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2(cx - \frac{3\pi}{4})}$ باشد، مقدار $f(\frac{3\pi}{4})$ کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۴/۵

(۳) ۴/۷۵

(۴) ۵

۱۳- در معادله مثلثاتی $3\sin x - \sqrt{3}\cos x + m\sin(2x + \frac{\pi}{6}) = 1$ اگر $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) $-\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

۱۴- تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن، مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است. اگر $f(m^2 - 4m + 4) < f(2m^2 - 9m - 2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵- اگر f تابع هموگرافیک و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$ باشد، کدام مورد می‌تواند محل تقاطع مجانب‌های تابع f باشد؟

(۴) $(1, 2)$

(۳) $(-1, 1)$

(۲) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

(۱) $(\sqrt{\pi}, \pi)$

۱۶- برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} [-x] - x & \text{فرد} \\ k - x + [x] & \text{زوج} \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟

(۱) $(k, n \in \mathbb{N})$

(۲) برای همه مقادیر n پیوسته است.

(۳) n زوج

(۴) n زوج

۱۷- اگر $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$ و $f(x) = xg(x) - 2x + 5$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) ۷

(۱) ۳

۱۸- خط d موازی محور x ها، سهمی $y = x^2 - 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم‌شده، در این نقاط برهم عمودند. مجموع عرض‌های این دو نقطه کدام است؟

(۴) $-\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{1}{4}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $-\frac{3}{2}$

۱۹- به ازای چند مقدار صحیح k ، نقطه عطف منحنی $y = \frac{k}{2}x^3 - (k+2)x^2$ در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد؟

- (۱) بیش از ۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = -\sqrt{-x - [x^2]}$ از خط $x - y - 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

۲۱- کتاب متمایز با عنوان ریاضی و ۳ کتاب متمایز با عنوان فیزیک را به چند طریق می توان روی هم قرار داد، به طوری که وقتی آن ها را یکی یکی برمی داریم تا در گوشه دیگر اتاق روی هم بچینیم، ترتیب عنوان کتابها (ریاضی و فیزیک) مانند قبل باشد؟

- (۱) ۶۳۰ (۲) ۴۳۲ (۳) ۳۱۵ (۴) ۱۴۴

۲۲- اگر $P(A-B) = \frac{3}{7}$ و $P(B-A) = \frac{1}{7}$ باشد، کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۲۳- اعداد ۱ تا ۱۰۰ در یک دسته (دسته اول) قرار دارند. دو عدد از بین اعداد دسته اول را حذف نموده و مقدار اختلاف آن دو عدد را در دسته جدید قرار می دهیم. این روند تا جایی ادامه می یابد که همه اعداد دسته اول حذف شده و همه اعداد در دسته جدید فرد و غیر تکراری باشند. میانگین داده های دسته جدید کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) $\frac{25}{5}$ (۳) ۵۰ (۴) $\frac{50}{5}$

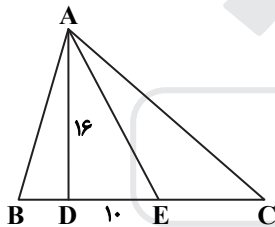
۲۴- چهار کارت به شماره ۱ تا ۴ با احتمال متناسب با عدد نوشته شده روی آن ها در اختیار است. کاری به تصادف انتخاب شده و سپس به تعداد عدد کارت، یک سکه پرتاب می شود. اگر سکه یک بار «رو» آمده باشد، با کدام احتمال سکه دقیقاً یک بار پرتاب شده است؟

- (۱) $\frac{12}{19}$ (۲) $\frac{4}{13}$ (۳) $\frac{12}{23}$ (۴) $\frac{4}{29}$

۲۵- در یک لوزی، هر ضلع، واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه بزرگ تر لوزی، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۳۵ (۴) ۱۱۵

۲۶- در شکل روبه رو، $\widehat{B\hat{A}D} = \widehat{E\hat{A}C}$ و $BA = BE$ است. طول EC کدام است؟



- (۱) $\frac{8}{7}$

- (۲) $\frac{12}{4}$

- (۳) $\frac{9}{3}$

- (۴) $\frac{15}{6}$

۲۷- از رئوس دو سر قطر کوچک یک متوازی الاضلاع، خطهایی عمود بر قطر بزرگ رسم می کنیم تا سه پاره خط روی آن ایجاد شود و امتداد این خطوط ضلع مقابل را قطع کند. اگر طول پاره خط وسطی روی قطر بزرگ نصف طول پاره خطهای کناری باشد، مساحت متوازی الاضلاع کوچک

حاصل از دو عمود رسم شده، چند برابر مساحت کوچک ترین مثلث ساخته شده در شکل است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{5}$

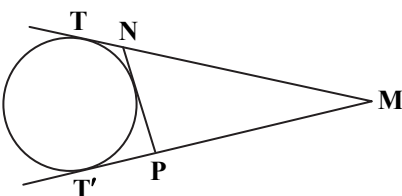
۲۸- در مثلث ABC ، طول دو میانه عمود برهم رسم شده از رأس های B و C به ترتیب، ۱۲ و ۹ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۴ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

۲۹- چهارضلعی $ABCD$ در یک دایره محاط شده است. رأس های این چهارضلعی، رئوس زوایای ظلی واقع بر دایره هستند. مجموع این زاویه های ظلی کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۵۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۷۲۰

۳۰- در شکل روبه رو، از نقطه M ، دو مماس بر دایره رسم شده است. اگر $MT = ۱۸$ ، $MN = ۱۵$ و $MP = ۱۲$ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۴

- (۲) ۶

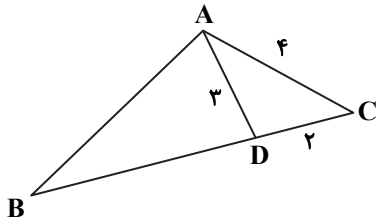
- (۳) $4\sqrt{5}$

- (۴) $6\sqrt{5}$

۳۱- پاره خط AB به طول ۵ در یک طرف خط d قرار دارد. فاصله دو سر پاره خط AB از خط d به ترتیب ۱ و ۵ است. نقطه C طوری روی خط d انتخاب می‌شود که محیط مثلث ABC کمترین مقدار باشد، حداقل مجموع اندازه‌های دو ضلع AC و BC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{57}$ (۲) $\sqrt{65}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{6}$

۳۲- در شکل روبه‌رو، اگر $\hat{B}AD = 3\hat{D}AC$ باشد، محیط مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۵/۵

(۳) ۲۷

(۴) ۲۸/۵

۳۳- اگر $a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2$ و $A = \begin{bmatrix} \frac{a}{10.4} & \frac{a}{2.2} \\ \frac{a}{5.2} & \frac{a}{10.2} \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\left| \frac{1}{3} A \right|$ کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{8}$ (۲) $\frac{75}{8}$ (۳) $\frac{25}{24}$ (۴) $\frac{75}{24}$

۳۴- نمودار سهمی با مختصات رأس $(-2, 2)$ ، از نقطه $(-1, 1)$ می‌گذرد. طول وتری که از کانون، بر محور سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۵- اگر دو بردار ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}$ برهم عمود باشند، مساحت متوازی‌الاضلاعی را که توسط بردارهای ناصفر $\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ و $\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۱/۶ (۲) ۳/۲ (۳) ۴/۸ (۴) ۶/۴

۳۶- خطی به معادله $y + 2x = 0$ ، عمودمنصف خط‌المركزین دو دایره است که شعاع یکی نصف شعاع دیگری است. اگر معادله دایره بزرگ‌تر

به صورت $x^2 + y^2 + 6x - 2y = a$ و خط مفروض بر دایره کوچک‌تر مماس باشد، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۷- اگر عدد دورقمی \overline{aa} را بین ارقام a و $2a$ قرار دهید، عدد جدید ساخته می‌شود. حداکثر چند عدد طبیعی می‌تواند a را عاد کند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۸- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی سه‌رقمی x که در معادله $76x + 124y = 364$ صدق می‌کند، کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۵ (۴) ۴

۳۹- حداقل چند زوج مرتب (a, b) با مؤلفه‌هایی از اعداد صحیح و مثبت انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو زوج مرتب وجود دارد که مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن‌ها، مضرب ۳ هستند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰- حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G برابر ۴۳۲ است. اگر گراف G با حداقل تعداد یال رسم شود، حاصل $\delta(\overline{G}) + q(\overline{G})$ کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۲۹ (۳) ۲۱ (۴) ۲۳

دفترچه شماره ۲ از ۲

آزمون سراسری خارج کشور ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

تیر ماه ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۴۵ دقیقه

۷۵

۴۱

۳۵

فیزیک

۳۰ دقیقه

۱۰۵

۷۶

۳۰

شیمی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۶۵

فیزیک

وقت پیشنهادی: ۴۵ دقیقه

۴۱- طول یک میله فولادی چند متر باید باشد تا اگر دمای آن را 50°C افزایش دهیم، ۳ میلی‌متر بر طولش اضافه شود؟

$$(\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1})$$

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

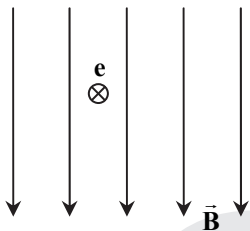
۶ (۲)

۵ (۱)

۴۲- اگر ${}_{92}^{238}\text{U}$ واپاشی α انجام دهد، کدام هسته، حاصل این واپاشی خواهد بود؟

 ${}_{90}^{232}\text{Th}$ (۴) ${}_{90}^{234}\text{Th}$ (۳) ${}_{91}^{231}\text{Pa}$ (۲) ${}_{92}^{235}\text{U}$ (۱)

۴۳- در شکل روبه‌رو، الکترونی به‌صورت درون سو وارد میدان مغناطیسی یکنواخت می‌شود. در این لحظه، نیروی الکترومغناطیسی وارد بر الکترون به کدام جهت است؟



← (۱)

→ (۲)

↑ (۳)

↓ (۴)

۴۴- برای آنکه تندی اسکی‌بازی از صفر به 71 برسد، باید کل کار انجام‌شده روی آن 120 J شود. اگر تندی اسکی‌باز از 71 به 471 برسد، در این مرحله کل کار انجام‌شده روی آن چند ژول است؟

۱۸۰۰ (۴)

۱۹۲۰ (۳)

۹۶۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

۴۵- 600 گرم آب 20°C درون گرماسنجی قرار دارد. درون آن 400 گرم آب 80°C می‌ریزیم. اگر دمای تعادل به 36°C برسد و از مبادله گرما با

خارج مجموعه صرف‌نظر شود، ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI چقدر است؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)

۴۲۰۰ (۴)

۳۶۰۰ (۳)

۲۱۰۰ (۲)

۱۸۰۰ (۱)

۴۶- متحرکی در مبدأ زمان با سرعت ثابت $\vec{a} = (8 \frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$ از مبدأ محور می‌گذرد، در همان لحظه متحرک دیگری از مکان $x = 7\text{ m}$ از حال سکون با

شتاب ثابت $\vec{a} = (2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})\vec{i}$ حرکت می‌کند. فاصله بین این دو متحرک، چند بار ۵ متر می‌شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۷- گلوله A از ارتفاع 130 متری زمین رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد، گلوله B از همان نقطه رها می‌شود. ۵ ثانیه بعد از حرکت گلوله A، فاصله دو

گلوله از هم چند متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و مقاومت هوا ناچیز فرض شود.)

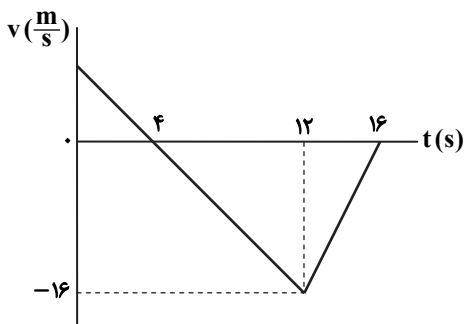
۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۶۵ (۲)

۶۰ (۱)

۴۸- شکل روبه‌رو، نمودار سرعت- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تندی متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 3\text{ s}$ تا $t_2 = 13\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



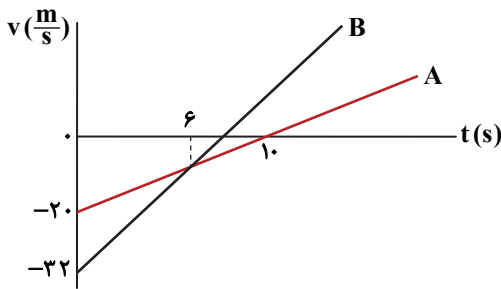
۷/۹ (۱)

۷/۷ (۲)

۸/۳ (۳)

۸/۱ (۴)

۴۹- شکل روبه‌رو، نمودار سرعت- زمان دو متحرک است که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرند. در بازه زمانی که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، فاصله بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۸ متر کاهش می‌یابد.

(۲) ۸ متر افزایش می‌یابد.

(۳) ۱۲ متر افزایش می‌یابد.

(۴) ۱۲ متر کاهش می‌یابد.

۵۰- گلوله‌ای به جرم ۵۰ گرم روی سطح افقی، مسیر دایره‌ای به شعاع ۲ متر را هر $1/57s$ یک دور می‌زند. شتاب مرکزگرای گلوله چند متر بر مربع ثانیه است و اندازه تغییر تکانه آن در مدت نصف دوره، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

(۱) ۰/۸ و ۱۶

(۲) ۰/۴ و ۱۶

(۳) ۰/۸ و ۳۲

(۴) ۰/۴ و ۳۲

۵۱- فنری به طول ۴۲ cm را به سقف آسانسور می‌بندیم و از انتهای آن وزنه ۳ کیلوگرمی آویزان می‌کنیم. اگر ثابت فنر $400 \frac{N}{m}$ باشد و آسانسور

با شتاب ثابت روبه پایین $2 \frac{m}{s^2}$ در حرکت باشد، طول فنر در این شرایط چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۴۹

(۲) ۵۱

(۳) ۴۸

(۴) ۴۶

۵۲- در شکل زیر، طول اولیه فنر ۴۰ cm و ثابت فنر $400 \frac{N}{m}$ است و جسم در حال سکون است. نیروی F را به آرامی افزایش می‌دهیم، وقتی

طول فنر به $47/5$ cm می‌رسد، جسم شروع به حرکت می‌کند و در ادامه اگر طول فنر را همان $47/5$ cm نگه داریم (نیروی F ثابت بماند)،

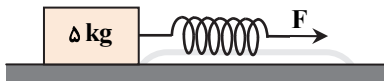
جسم با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. نسبت ضریب اصطکاک ایستایی به ضریب اصطکاک جنبشی، کدام است؟

(۱) $\frac{6}{5}$

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$



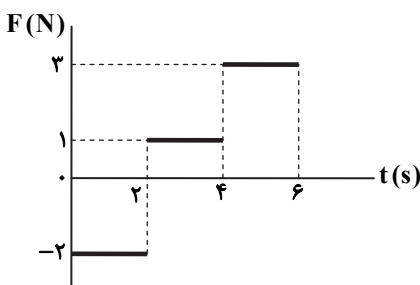
۵۳- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۵۰۰ گرم که از حال سکون حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط جسم در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ در SI چقدر است؟

(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۳) $2/5$

(۴) ۳



۵۴- بسامد اصلی یک تار ویولن به طول ۲۰ cm برابر $500 Hz$ است. طول موج امواج صوتی گسیل‌شده توسط تار، چند سانتی‌متر است؟

(سرعت صوت را در هوا $340 \frac{m}{s}$ بگیرید.)

(۱) ۸۰

(۲) ۶۸

(۳) ۴۰

(۴) ۳۴

۵۵- دو بسامد تشدید متوالی یک تار دو انتها ثابت، ۲۴۰ هرتز و ۲۸۰ هرتز است. کدام بسامد بر حسب هرتز، از بسامدهای تشدید این تار نیست؟

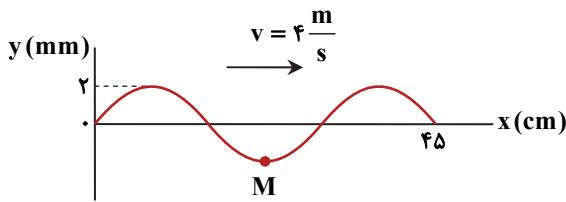
۳۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

۵۶- شکل زیر، یک موج سینوسی را در لحظه $t = 0$ نشان می‌دهد. تندی متوسط نقطه M از لحظه $t_1 = 0.5$ تا لحظه $t_2 = 0.5$ چند متر بر ثانیه است؟



۰/۰۵ (۱)

۰/۰۶ (۲)

۰/۰۸ (۳)

۰/۱۰ (۴)

۵۷- اگر تراز شدت صوت A، $11/5$ دسی‌بل بیشتر از تراز شدت صوت B باشد، در آن مکان، شدت صوت A چند برابر شدت صوت B است؟ ($\log 2 = 0.3$)

 $10\sqrt{3}$ (۴) $10\sqrt{2}$ (۳) $10\sqrt{23}$ (۲) $\sqrt{23}$ (۱)

۵۸- وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم با بسامد ۲۰ هرتز روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن

نصف مقدار بیشینه‌اش شود، انرژی جنبشی آن به $0.1\pi^2 J$ می‌رسد. معادله مکان-زمان آن در SI کدام است؟

$$x = 0.05 \cos 20\pi t \quad (2)$$

$$x = 0.05 \cos 40\pi t \quad (1)$$

$$x = 0.02 \cos 20\pi t \quad (4)$$

$$x = 0.02 \cos 40\pi t \quad (3)$$

۵۹- در اتم هیدروژن، کوتاه‌ترین طول موجی که الکترون تابش می‌کند تا به مدار n' برسد، 1600 نانومتر است. این نور در کدام ناحیه از طیف

موج‌های الکترومغناطیسی قرار دارد و n' چقدر است؟ $R = 0.01(\text{nm})^{-1}$

فرابنفش-۲ (۲)

فرابنفش-۴ (۱)

فروسرخ-۲ (۴)

فروسرخ-۴ (۳)

۶۰- اگر یک چشمه لیزر با توان 0.3 میلی‌وات نوری با طول موج 663 نانومتر تولید کند، در هر ثانیه چند فوتون از این چشمه گسیل می‌شود؟

$$(h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \text{ و } c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$$

 10^{13} (۴) 5×10^{13} (۳) 10^{15} (۲) 3×10^{15} (۱)

۶۱- نیروی هسته‌ای بین نوکلئون‌ها

(۱) با مربع فاصله بین دو نوکلئون، نسبت عکس دارد

(۲) متناسب با تعداد نوکلئون‌های هسته، افزایش می‌یابد

(۳) کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند

(۴) بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه است

۶۲- اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن 25 میکروفارادی را 20 درصد افزایش می‌دهیم و 50 میکروکولن بر بار الکتریکی ذخیره شده در

آن اضافه می‌شود. در این شرایط، انرژی خازن چند میلی‌ژول می‌شود؟

۱/۸ (۴)

۱۸۰ (۳)

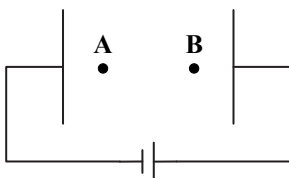
۳/۶ (۲)

۳۶۰ (۱)

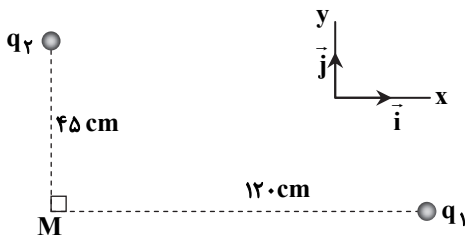
۶۳- در شکل زیر، میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه $\frac{N}{C}$ است. یک پروتون را از نقطه A با تندی اولیه $2 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در خلاف جهت

میدان الکتریکی پرتاب می‌کنیم و پروتون در نقطه B متوقف می‌شود. حال اگر جای پایانه‌های باتری را عوض کنیم و پروتون را با همان تندی

قبلی از A به سمت نقطه B پرتاب کنیم، تندی آن در نقطه B چند متر بر ثانیه می‌شود؟ (از وزن پروتون و مقاومت هوا صرف نظر شود.)

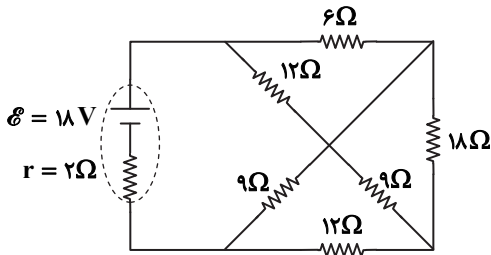
 $2\sqrt{2} \times 10^4$ (۱) $\frac{1}{2} \times 10^4$ (۲) $\sqrt{2} \times 10^4$ (۳) 4×10^4 (۴)

۶۴- در شکل زیر، بردار میدان الکتریکی حاصل از بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M در SI به صورت $\vec{E} = 4/5 \times 10^5 \vec{i} - 8 \times 10^5 \vec{j}$ است.



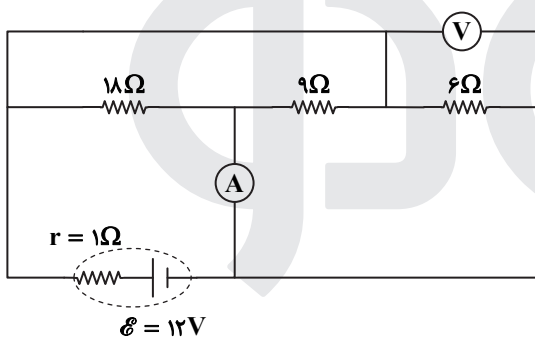
- $\frac{q_1}{q_2}$ چقدر است؟
- (۱) -۸
 - (۲) -۴
 - (۳) ۸
 - (۴) ۴

۶۵- در مدار شکل روبه‌رو، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟



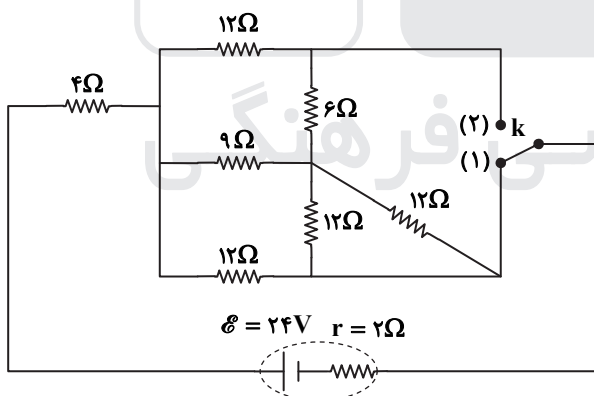
- (۱) ۱۷
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۵
- (۴) ۱۴

۶۶- در مدار شکل زیر، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟ (ولتسنج و آمپرسنج آرمانی فرض شوند.)



- (۱) ۱/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۱۲/۵
- (۴) ۱۲/۷

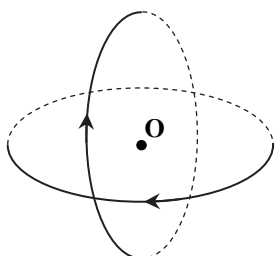
۶۷- در شکل روبه‌رو، اگر کلید را از اتصال (۱) قطع کرده و به (۲) وصل کنیم، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی چند برابر می‌شود؟



- (۱) ۳
- (۲) ۹
- (۳) ۴/۳
- (۴) ۹/۴

۶۸- مطابق شکل، دو حلقه با جریان یکسان ۲A که شعاع هریک از آن‌ها ۲۰cm است، عمود برهم و عمود بر این صفحه قرار دارند. بزرگی

میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه‌ها (نقطه O) چند تسلا و در چه جهتی است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$)



- (۱) $12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↖
- (۲) $6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↖
- (۳) $12\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↙
- (۴) $6\sqrt{2} \times 10^{-6}$ و ↙

۶۹- بردار میدان مغناطیسی در یک محیط، در SI به صورت $\vec{B} = 0.05\vec{i} + 0.04\vec{j}$ است. اگر در آن محیط، سطح قاب مربع شکلی به ضلع 20 cm عمود بر محور x باشد، شار مغناطیسی عبوری از آن چند وپر است؟

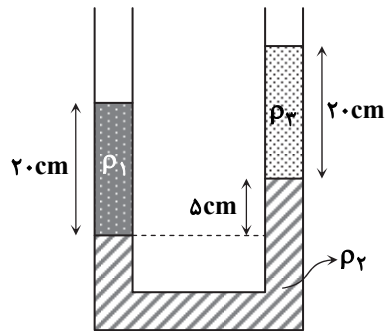
- (۱) 0.02 (۲) 0.16 (۳) 0.016 (۴) 0.002

۷۰- سیم‌لوله‌ای دارای 400 حلقه است و مساحت هر حلقه آن 15 cm^2 است. درون این سیم‌لوله، میدان مغناطیسی که موازی محور سیم‌لوله است، با آهنگ 0.1 تسلا بر ثانیه کاهش می‌یابد. اگر مقاومت الکتریکی آن $2\ \Omega$ باشد، جریان الکتریکی القایی آن چند آمپر است؟

- (۱) 0.2 (۲) 0.6 (۳) 0.3 (۴) 0.4

۷۱- در شکل روبه‌رو، سه مایع مخلوط‌نشده‌ی مطابق شکل به حالت تعادل قرار دارند. اگر

$$\rho_1 = 2\rho_3 \quad \text{نسبت} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad \text{چقدر است؟}$$



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

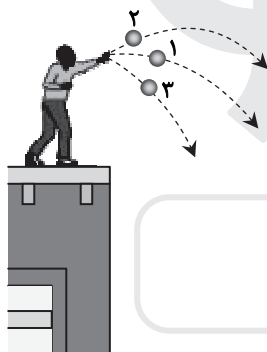
۷۲- مساحت یکی از پنجره‌های یک زبردربایی 1200 سانتی‌متر مربع است. اگر نیروی وارد بر سطح خارجی این پنجره 73200 نیوتون باشد، این

$$\text{پنجره در عمق چند متری آب دریا قرار دارد؟ (} P_0 = 10^5 \text{ Pa, } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ و } \rho_{\text{آب دریا}} = 1020 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{)}$$

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۰ (۴) ۶۵

۷۳- در شکل روبه‌رو، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمانی پرتاب می‌شوند.

توپ (۱) در راستای افقی و دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می‌شوند. برای این توپ‌ها، از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)



(الف) تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می‌یابند.

(ب) تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابند.

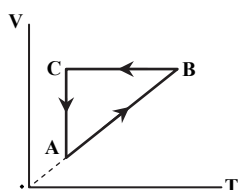
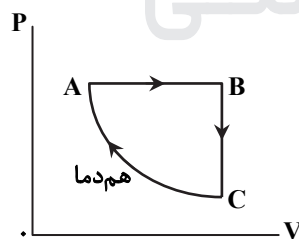
(پ) هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می‌کنند.

(ت) زمان حرکت هر سه توپ با هم برابر است.

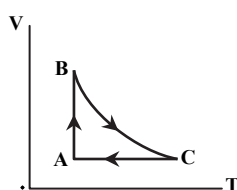
(۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت»

(۳) «ب» و «ت» (۴) «ب» و «پ»

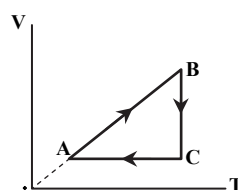
۷۴- نمودار $(P-V)$ ی مقدار گاز آرمانی مطابق شکل زیر است. نمودار $(V-T)$ ی آن کدام است؟



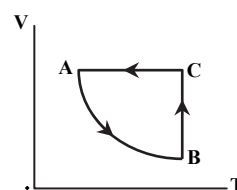
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۷۵- در کپسولی با حجم ثابت، گاز آرمانی با فشار پیمانه‌ای $3 \times 10^5 \text{ Pa}$ و دمای 47°C قرار دارد. $\frac{1}{5}$ جرم گاز را خارج می‌کنیم و دمای گاز

باقی‌مانده را به 27°C می‌رسانیم. فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال می‌شود؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

- (۱) 10^5 (۲) $1/5 \times 10^5$ (۳) 2×10^5 (۴) $2/5 \times 10^5$

شیمی

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۷۶- اگر یون X^{2-} ، در بیرونی ترین زیرلایه خود، ۶ الکترون با عددهای کوانتومی $n = 4$ و $l = 1$ داشته باشد و تفاوت شمار نوترون‌ها و

الکترون‌های آن برابر ۹ باشد، A کدام عدد است و عنصر X با کدام عنصر در جدول تناوبی هم‌گروه است؟

(۱) ^{14}Si ، ۷۷ (۲) ^{16}S ، ۷۷ (۳) ^{14}Si ، ۷۹ (۴) ^{16}S ، ۷۹

۷۷- کدام مورد درست است؟

(۱) تفاوت انرژی نور نشرشده از ترکیب‌های لیتیم‌دار با انرژی نور نشرشده از ترکیب‌های سدیم‌دار در شعله، مقدار ثابتی است.

(۲) با استفاده از رنگ شعله پتاسیم نیترات، انرژی نور نشرشده از پتاسیم کلرید در شعله قابل پیش‌بینی نیست.

(۳) با استفاده از رنگ شعله کلسیم سولفات، رنگ شعله مس (II) سولفات نیز قابل پیش‌بینی است.

(۴) انرژی نور نشرشده از فلز سدیم در شعله، کمتر از انرژی نور نشرشده از گاز نئون در شعله است.

۷۸- چند اتم زیر با از دست دادن ۳ الکترون به کاتیون پایدار با بار $+3$ تبدیل می‌شود و چند کاتیون از میان آن‌ها، آرایش الکترونی اتم گاز نجیب را خواهد داشت؟

^{33}As ، ^{19}K ، ^{21}Sc ، ^{26}Fe ، ^{32}Ge

(۱) ۲، ۴ (۲) ۳، ۴ (۳) ۲، ۳ (۴) ۱، ۳

۷۹- کربن مونوکسید، فاقد کدام ویژگی است؟

(۱) از راه خون و به واسطه مسمومیت، سامانه عصبی بدن انسان را فلج می‌کند.

(۲) ترکیبی پایدارتر از کربن‌دی‌اکسید و گازی بسیار سمی و کشنده است.

(۳) گازی بی‌رنگ و سبک است و به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود.

(۴) میل ترکیبی آن با هموگلوبین، در مقایسه با اکسیژن، بیش از ۲۰۰ برابر است.

۸۰- کدام مورد درست است؟

(۱) یک معادله موازنه‌شده، شمار مول‌ها یا مولکول‌های موردنیاز از واکنش‌دهنده‌ها برای انجام یک واکنش را نشان می‌دهد.

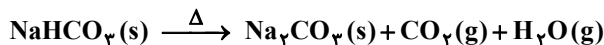
(۲) مطابق با قانون پایستگی جرم، شمار مولکول‌ها در دو سوی معادله یک واکنش شیمیایی، برابر است.

(۳) معادله واکنش: $A_2(g) + \frac{1}{2}X_2(g) \rightarrow A_2X(g)$ ، یک معادله موازنه‌شده به شمار می‌آید.

(۴) قهوه‌ای شدن شکر سفید بر اثر گرما، نمونه‌ای از تغییر فیزیکی به شمار می‌آید.

۸۱- اگر x گرم $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ بر اثر گرما تجزیه شود، مجموع جرم گازهای تشکیل‌شده، با مجموع جرم گازهای تشکیل‌شده از تجزیه $25/2$ گرم سدیم هیدروژن کربنات برابر می‌شود. X به تقریب برابر چند گرم است؟ (معادله واکنش موازنه شود).

($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Na = 23, Cr = 52; g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۹/۳ (۲) ۱۱/۷ (۳) ۱۸/۶ (۴) ۲۳/۴

۸۲- با توجه به نقاط جوش مواد HCl ، HF ، I_2 ، Br_2 ، Cl_2 و HBr در فشار 1 atm ، کدام مورد درست است؟

(۱) میزان گشتاور دوقطبی مولکول‌های جورهسته، مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده روند تغییر نقطه جوش در آن‌هاست.

(۲) عامل تعیین روند تغییر نقطه جوش در مولکول‌های قطبی و عامل تعیین این روند در مولکول‌های ناقطبی، متفاوت است.

(۳) روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های ناقطبی، مشابه روند تغییر نقطه جوش در مواد با مولکول‌های قطبی است.

(۴) حالت فیزیکی دست‌کم دو ماده در دمای اتاق، مایع است.

۸۳- اگر ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول NaClO ، با غلظت 18625 ppm موجود باشد، چند میلی‌لیتر محلول 0.8 M HCl برای واکنش کامل با آن (مطابق معادله زیر) لازم است؟ (چگالی محلول برابر با چگالی آب در نظر گرفته شود، معادله واکنش موازنه شود).

($O = 16, Na = 23, Cl = 35.5; g \cdot mol^{-1}$)



(۱) ۷۵ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۱۲۵ (۴) ۶۲/۵

۸۴- چند مورد از موارد زیر، دربارهٔ عنصرهای جدول تناوبی، نادرست است؟

- در دستهٔ p، همهٔ عنصرهای هم‌دوره با یک عنصر فلزی و دارای شعاع اتمی کوچک‌تر از آن، به یقین نافلزند.
- اگر M، یک عنصر گازی با فعالیت شیمیایی زیاد باشد، سایر عنصرهای هم‌گروه آن، به یقین مایع یا جامدند.
- شمار عنصرهای فلزی دستهٔ s، ۳ برابر شمار عنصرهای گازی شکل شرکت‌کننده در واکنش‌های شیمیایی در کل جدول است.
- تفاوت عدد اتمی آخرین عنصر فلزی از دورهٔ چهارم با عدد اتمی عنصر Q، ۴۴ برابر با عدد اتمی نخستین نافلز دورهٔ دوم است.

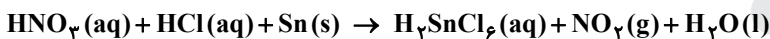
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۵- اگر از واکنش محلول دو ماده با مقدار بیش از ۰/۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب از هر کدام، در شرایط مناسب، نمک نقره کلرید تشکیل شود، کدام مورد درست است؟

- (۱) غلظت این نمک در آب، تنها می‌تواند به غلظت یکی از واکنش‌دهنده‌ها در آب (در آغاز واکنش) نزدیک باشد.
- (۲) حالت فیزیکی فرآوردهٔ موردنظر، مانند حالت فیزیکی واکنش‌دهنده‌ها (در آغاز واکنش) است.
- (۳) با انجام واکنش، یک محلول سیرنشده از فرآوردهٔ موردنظر تشکیل می‌شود.
- (۴) انجام این واکنش، نمونه‌ای از تبدیل یک محلول به یک مخلوط است.

۸۶- مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در معادلهٔ واکنش زیر، پس از موازنه کدام است و اگر با مصرف ۸۹/۲۵ گرم قلع در این واکنش، ۱۳۴/۲

گرم گاز نیتروژن دی‌اکسید تشکیل شود، بازده درصدی واکنش کدام است؟ (N = ۱۴, O = ۱۶, Sn = ۱۱۹ : g · mol⁻¹)



۸۰، ۲۰ (۱) ۹۰، ۲۰ (۲) ۸۰، ۱۸ (۳) ۹۰، ۱۸ (۴)

۸۷- چند مورد زیر، نادرست است؟

- بخش اعظم گونه‌های فلزی موجود در طبیعت، در قاره‌ها تجمع یافته‌اند.
- واکنش ترمیت، واکنشی به‌شدت گرماگیر است که یکی از فرآورده‌های آن، آهن مذاب است.
- برای استخراج آهن از سنگ معدن آن در مقایسه آزمایشگاهی، نمی‌توان از سدیم استفاده کرد.
- استفاده از نقره به‌جای آلومینیم در واکنش ترمیت، می‌تواند مقدار فرآورده(ها) را افزایش دهد.

۱ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۸۸- با توجه به واکنش گرمایشی گازی زیر، آنتالپی پیوند N-H به تقریب برابر چند کیلوژول بر مول است؟ (آنتالپی پیوندهای Cl-Cl و

H-Cl به ترتیب برابر ۲۴۰ و ۴۳۰ کیلوژول بر مول و آنتالپی پیوند N≡N، ۲/۴ برابر میانگین آنتالپی پیوند N-H در نظر گرفته شود).



۱۱۸۵ (۱) ۹۴۵ (۲) ۵۳۹ (۳) ۳۹۴ (۴)

۸۹- کدام مقایسه دربارهٔ موارد کاربرد و مصرف نفت خام در صنعت درست است؟

- (۱) سوخت وسایل نقلیه > تولید پلاستیک > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۲) تولید شوینده‌ها > سوخت وسایل نقلیه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی
- (۳) تولید الیاف و پارچه > تأمین گرما و انرژی الکتریکی > سوخت وسایل نقلیه
- (۴) تأمین گرما و انرژی الکتریکی > تولید الیاف و پارچه > سوخت وسایل نقلیه

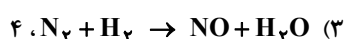
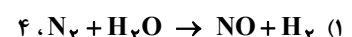
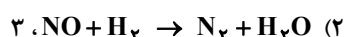
۹۰- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) رادیکال‌هایی که اتم آن‌ها از قاعدهٔ هشتایی پیروی می‌کند، در مقایسه با سایر رادیکال‌ها، پایداری بیشتری دارند.
- (۲) وجود رادیکال‌ها در بدن، خطر ابتلا به سرطان را از طریق افزایش میزان واکنش‌های ناخواسته بالا می‌برد.
- (۳) برای افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی، از بنزوئیک اسید به‌عنوان نگهدارنده می‌توان استفاده کرد.
- (۴) لیکوپن، یک هیدروکربن به‌شمار می‌آید که رادیکال‌ها را جذب می‌کند.

۹۱- رابطهٔ زیر، برای تغییر غلظت مولی مواد گازی شرکت‌کننده در یک واکنش در یک بازهٔ زمانی معین برقرار است. اگر این رابطه، معادل سرعت

واکنش باشد، معادلهٔ موازنه‌نشدهٔ این واکنش و مجموع ضرایب استوکیومتری فرآورده‌های آن، کدام است؟

$$\frac{\Delta[\text{N}_2]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[\text{NO}]}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{\Delta[\text{H}_2\text{O}]}{\Delta t} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta[\text{H}_2]}{\Delta t}$$



۹۲- اگر واکنش زیر، پس از گذشت ۳۰ دقیقه پایان پذیرد اما ۱۸/۷۵ گرم کلسیم کربنات باقی بماند و ۱۶/۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تشکیل شده باشد، چند درصد جرمی کلسیم کربنات در واکنش شرکت کرده است و سرعت واکنش برابر چند مول بر دقیقه بوده است؟

($C = ۱۲, O = ۱۶, Ca = ۴۰: g \cdot mol^{-1}$)



۶۰ (۱) $6/25 \times 10^{-3}$ ، ۶۰ (۲) $2/5 \times 10^{-2}$ ، ۸۰ (۳) $6/25 \times 10^{-3}$ ، ۸۰ (۴) $2/5 \times 10^{-2}$

۹۳- اگر به ۲۰۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با غلظت ۰/۰۲ مولار، میلی لیتر آب اضافه شود، ۲۰ میلی لیتر از محلول حاصل می تواند ۱۰ میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت مولار را خنثی کند.

۶۰۰ (۱) ۰/۰۲، ۶۰۰ (۲) ۰/۰۱، ۳۰۰ (۳) ۰/۰۱، ۳۰۰ (۴) ۰/۰۲، ۳۰۰

۹۴- کدام مورد، نادرست است؟

(۱) محلول اتیلن گلیکول همانند محلول استون در آب، غیرالکترولیت است.

(۲) در محلول اسید HX با $K_a = ۰/۰۱$ ، اگر درجه یونش ۰/۱ باشد، غلظت آغازی اسید، ۰/۹ مولار است.

(۳) از انحلال ۰/۱ مول باریوم اکسید و ۰/۱ مول لیتیم اکسید در نیم لیتر آب مقطر، به ترتیب ۰/۱۵ و ۰/۲ مول یون تشکیل می شود.

(۴) با اضافه کردن آب مقطر به محلول آمونیاک در دمای ثابت، غلظت یون ها و pH کاهش می یابد و K_b ثابت می ماند.

۹۵- چند مورد از موارد زیر، درست است؟

■ آرنیوس مدل خود را براساس تغییر غلظت یون های $H^+(aq)$ و $OH^-(aq)$ ارائه داد.

■ شیر منیزی شامل محلول منیزیم هیدروکسید است و می تواند اسید معده را خنثی کند.

■ هر محلول آبی که در آن غلظت یون های هیدرونیوم و هیدروکسید برابر باشد، خنثی است.

■ در مدل آرنیوس، هر مولکولی که در ساختار خود هیدروژن بیشتری داشته باشد، در شرایط یکسان دما و غلظت، pH محلول را بیشتر کاهش می دهد.

■ آرنیوس نخستین کسی بود که ویژگی های اسیدها و بازها را شناخت و براساس یافته های تجربی، میزان رسانایی الکتریکی محلول های آبی را بررسی کرد.

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۹۶- در دمای $25^\circ C$ ، ۱/۲ گرم باز ضعیف DOH در ۲۵۰ میلی لیتر آب مقطر حل می شود. اگر درصد یونش باز برابر ۲۰ باشد، کدام مورد، درست است؟

(با اندکی تغییر) ($DOH = ۸۰ g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $[H^+]$ این محلول به تقریب برابر ۱۲×10^{-13} است.

(۲) $[OH^-]$ در این محلول با $[H^+]$ در ۱۲۵ میلی لیتر از محلول اسید قوی HA با غلظت ۰/۰۱۲ مولار، برابر است.

(۳) اگر ۰/۸ گرم باز DOH به این محلول اضافه شود، بدون تغییر حجم، pH محلول، ۰/۳ واحد افزایش می یابد.

(۴) محلول حاصل از مخلوط کردن ۵۰ میلی لیتر از این محلول با همین حجم از محلول HCl با غلظت ۰/۰۲ مولار، خاصیت اسیدی دارد.

۹۷- کدام مورد درست است؟

(۱) در بسیاری از واکنش های بسپارش، مانند تشکیل پلی اتن و تفلون، واکنش دهنده مایع به فراورده جامد تبدیل می شود.

(۲) به دلیل سبک تر بودن مولکول اتن نسبت به پروپن، جرم مولی پلی اتن از جرم مولی پلی پروپن، کمتر خواهد بود.

(۳) بسپارش، واکنشی است که واکنش دهنده های سیرنشده را به فراورده های سیرشده تبدیل می کند.

(۴) شمار اتم ها در مونومر سازنده پنبه، با شمار اتم ها در مونومر سازنده گندم برابر است.

۹۸- درباره ترکیبی با ساختار داده شده، کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($H = ۱ g \cdot mol^{-1}$)

(الف) عدد اکسایش اتم های کربنی که به اتم اکسیژن متصل اند، برابر است.

(ب) هر مول از آن برای سوختن کامل، به ۲۶ مول گاز اکسیژن نیاز دارد.

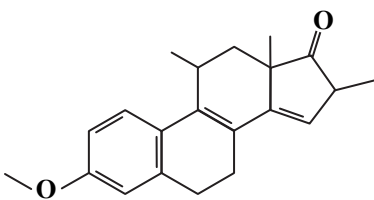
(پ) شمار گروه های متیل در مولکول آن، ۴ برابر شمار این گروه در ساختار

مونومر سازنده سرنگ است.

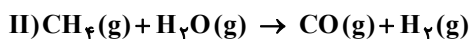
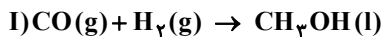
(ت) هر مول از آن در شرایط مناسب، می تواند در واکنش با ۶ گرم گاز

هیدروژن، به یک ترکیب سیرشده تبدیل شود.

(۱) «ب» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «ت»



۹۹- با توجه به واکنش‌های زیر، پس از موازنه معادله آن‌ها، کدام مورد، نادرست است؟



- (۱) فراورده ناقطبی، فرم کاهش یافته‌گونه اکسنده در واکنش (II) است.
 (۲) تفاوت ضرایب استوکیومتری عامل کاهنده در دو واکنش، برابر یک است.
 (۳) عدد اکسایش اتم کربن در واکنش (I)، ۳ واحد کاهش و در واکنش (II)، ۶ واحد افزایش یافته است.
 (۴) در شرایط مناسب انجام واکنش‌ها، فراورده‌های واکنش (II) به‌ازای مصرف یک مول متان، برای تهیه یک مول متانول کفایت می‌کند.
 ۱۰۰- درباره فرایند زنگ زدن آهن، چند مورد از موارد زیر درست است؟
 ■ تبدیل فلز آهن به زنگ آهن، از دو واکنش اکسایش آن تشکیل شده است.
 ■ فراورده‌های نیم‌واکنش‌های اکسایش و کاهش، هر دو محلول در آب هستند.
 ■ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش کلی، برابر ۱۷ است.
 ■ وجود یون هیدرونیوم، سبب افزایش سرعت انجام فرایند می‌شود.

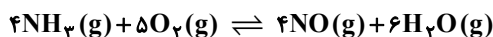
۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۱- اگر واکنش زیر، در یک سیلندر مجهز به پیستون روان و با ۲ مول از هریک از اجزا در حال تعادل باشد، با کاهش فشار روی پیستون، در تعادل جدید، چند مول بخار آب در ظرف واکنش می‌تواند وجود داشته باشد؟ (دما ثابت است.)



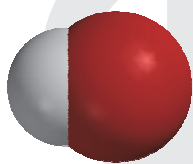
۰/۸۵ (۴)

۱/۵۰ (۳)

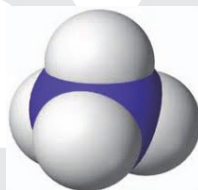
۳/۲۰ (۲)

۴/۴۵ (۱)

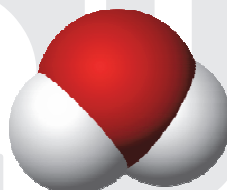
۱۰۲- ترکیب‌های کدام مورد می‌تواند نماینده مناسبی برای ساختارهای داده‌شده باشد؟



(a)



(b)



(c)



(d)

a : HCN , b : CH₄ , c : H₂S (۲)a : SCO , b : SiF₄ , d : CHCl₃ (۱)a : HF , c : H₂O , d : SO₃ (۴)b : SiH₄ , c : OF₂ , d : NH₃ (۳)

۱۰۳- در یک ظرف ۵۰۰ میلی‌لیتری در بسته، مخلوطی از ۰/۵۵ مول گاز متان و ۰/۲ مول گاز هیدروژن سولفید را تا برقرار شدن تعادل: $\text{CH}_4\text{(g)} + 2\text{H}_2\text{S(g)} \rightleftharpoons \text{CS}_2\text{(g)} + 4\text{H}_2\text{(g)}$ گرمای دهیم. اگر در حالت تعادل، ۸ گرم گاز متان در مخلوط گازها وجود داشته باشد،

ثابت تعادل در شرایط آزمایش کدام است؟ ($H = 1, C = 12 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۵۰ (۴)

۱۵/۶۲۵ (۳)

 4×10^{-3} (۲) $6/4 \times 10^{-2}$ (۱)

۱۰۴- جدول زیر، مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه بلوری تشکیل شده از کاتیون‌ها و آنیون‌های بیست عنصر اول جدول تناوبی (با یکای کیلوژول بر مول) را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) مقدار عددی M از ۹۵۰ کمتر است.

(ب) شعاع یونی X، بزرگ‌تر از شعاع یونی Y است.

(پ) عنصر سازنده آنیون A، می‌تواند یک هالوژن باشد.

(ت) عنصر سازنده کاتیون Z، می‌تواند یک فلز قلیایی باشد.

آنیون \ کاتیون	A	D
X	۷۸۰	M
Y	۹۵۰	۲۵۰۰
Z	۲۹۰۰	۳۸۰۰

(۴) «الف» و «پ»

(۳) «ب» و «پ»

(۲) «ب» و «ت»

(۱) «الف» و «ت»

۱۰۵- کدام مورد درست است؟

(۱) در واکنش تبدیل یک هیدروکربن به فراورده آلی اکسیژن‌دار، (مجموع) عدد اکسایش اتم(های) کربن، کاهش می‌یابد.

(۲) یکی از روش‌های بازیافت شیمیایی PET، واکنش آن با متانول در شرایط مناسب و تبدیل آن به مواد مفید است.

(۳) یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به‌صرفه است که شمار بیشتری از واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل شوند.

(۴) واکنش: $2\text{CH}_4\text{(g)} \rightarrow \text{C}_2\text{H}_6\text{(g)} + \text{H}_2\text{(g)}$ ، یک واکنش گرماگیر با مقدار انرژی فعال‌سازی منفی است.

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۱۴۰۲

(تیر ماه ۱۴۰۲)

گروه آزمایشی علوم ریاضی
(خارج کشور)

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۴، فصل ۱)

نکته: تنها دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنباله ثابت است.

با توجه به فرض سؤال، دنباله a_1, a_2, a_3, \dots هم دنباله حسابی و هم دنباله هندسی است، لذا این دنباله، یک دنباله ثابت است. در این صورت مقدار $d = 0$ و مقدار $r = 1$ است.
پس مقدار خواسته شده سؤال برابر است با:

$$r + d = 1 + 0 = 1$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۴)

نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ که $a \neq 0$ است، رأسی به مختصات (h, k) دارد.چون نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی سهمی قرار دارند و عرض‌های آنها نیز برابر است، پس:

$$x_S = \frac{1 + (-5)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

با توجه به فرض سؤال، عرض رأس سهمی برابر با $-\frac{1}{3}$ است، پس $S(-2, -\frac{1}{3})$.سهمی به صورت $y = a(x+2)^2 - \frac{1}{3}$ خواهد بود.

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$(0, \frac{3}{2}) \in y \Rightarrow \frac{3}{2} = a(0+2)^2 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} = 4a - \frac{1}{3} \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

حال مقدار β را به دست می‌آوریم:

$$(1, \beta) \in y \Rightarrow \beta = \frac{1}{2}(1+2)^2 - \frac{1}{3} = \frac{9}{2} - \frac{1}{3} = \frac{8}{2} = 4$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر $A \times B = B \times A$ باشد، آنگاه $A = B$ است.

$$\left. \begin{array}{l} A = \left\{ \frac{x}{2}, \frac{y}{3}, 5 \right\} \\ B = \{z, t, 1, 4\} \end{array} \right\} \xrightarrow{A=B} A = B = \{1, 4, 5\}$$

در نتیجه یا $\frac{x}{2} = 1$ و $\frac{y}{3} = 4$ است یا $\frac{x}{2} = 4$ و $\frac{y}{3} = 1$ است. داریم:

$$(1) \quad \frac{x}{2} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{y}{3} = 4; \quad \text{حالت‌های زیر را داریم:}$$

$$x=2, y=12, z=5, t=1 \Rightarrow x+y+z+t=20$$

$$x=2, y=12, z=5, t=4 \Rightarrow x+y+z+t=23 \quad \checkmark$$

$$x=2, y=12, z=5, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=24 \quad \checkmark$$

$$x=2, y=12, z=1, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=20$$

$$x=2, y=12, z=4, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=23 \quad \checkmark$$

$$(2) \quad \frac{x}{2} = 4 \quad \text{و} \quad \frac{y}{3} = 1; \quad \text{حالت‌های زیر را داریم:}$$

$$x=8, y=3, z=5, t=1 \Rightarrow x+y+z+t=17$$

$$x=8, y=3, z=5, t=4 \Rightarrow x+y+z+t=20$$

$$x=8, y=3, z=5, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=21 \quad \checkmark$$

$$x=8, y=3, z=1, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=17$$

$$x=8, y=3, z=4, t=5 \Rightarrow x+y+z+t=20$$

بنابراین در ۴ حالت، مجموع x, y, z, t از ۲۰ بیشتر می‌شود.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۱، فصل ۱)

نکته: هر گزاره دارای ارزش درست یا نادرست است که ارزش گزاره درست را با حرف «د» و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» نمایش می‌دهیم.

سطرهای جدول، ارزش درستی گزاره X را در گزینه‌ها جای گذاری می‌کنیم تا به مثال نقض برسیم:

$$(\sim r \Rightarrow (p \vee \sim q)) \Rightarrow ((p \Rightarrow p) \wedge (\sim q \wedge r)) \quad \text{گزینه ۲:}$$

$$(d \Rightarrow (d \vee n)) \Rightarrow ((d \Rightarrow d) \wedge (n \wedge d)) \Rightarrow (d \Rightarrow d) \Rightarrow (d \wedge n) \equiv d \Rightarrow n \equiv n \quad \text{با توجه به سطر دوم داریم:}$$

با توجه به سطر دوم جدول، گزاره X، نادرست شده است، پس تناقض است.

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q] \quad \text{گزینه ۳:}$$

$$(d \Rightarrow (n \vee d)) \Rightarrow [((n \Rightarrow d) \Rightarrow (d \wedge d)) \wedge d] \equiv (d \Rightarrow d) \Rightarrow [(d \Rightarrow d) \wedge d] \equiv d \Rightarrow d \equiv d \quad \text{با توجه به سطر پنجم داریم:}$$

با توجه به سطر پنجم جدول، گزاره X، نادرست شده است، پس تناقض است.

$$((p \wedge q) \Rightarrow r) \Rightarrow [(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow \sim((p \wedge r) \Rightarrow q)] \quad \text{گزینه ۴:}$$

با توجه به سطر سوم داریم:

$$((d \wedge n) \Rightarrow d) \Rightarrow [(n \Rightarrow (d \vee d)) \Rightarrow \sim((d \wedge d) \Rightarrow n)] \equiv (n \Rightarrow d) \Rightarrow [(n \Rightarrow d) \Rightarrow \sim(d \Rightarrow n)]$$

$$\equiv d \Rightarrow (d \Rightarrow d) \equiv d \Rightarrow d \equiv d$$

با توجه به سطر سوم جدول، گزاره X، نادرست شده است، پس تناقض است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: به طور کلی در هر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر جمع ریشه‌ها S و ضرب ریشه‌ها P باشد، روابط زیر برقرار است:

$$S = -\frac{b}{a}, \quad P = \frac{c}{a}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha \quad \text{با توجه به نکته، در معادله } 3x^2 - 12x - a = 0 \text{، داریم:}$$

حال داریم:

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha = 7 \xrightarrow{\beta=4-\alpha} 2\alpha^2 + (4-\alpha)^2 - 2\alpha = 7 \Rightarrow 2\alpha^2 + 16 + \alpha^2 - 8\alpha - 2\alpha = 7$$

$$\Rightarrow 3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0 \xrightarrow{\div 3} \alpha^2 - 4\alpha + 3 = 0 \Rightarrow (\alpha - 1)(\alpha - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \alpha = 3 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $3\alpha^2 - 12\alpha + 9 = 0$ و مقایسه آن با معادله $3x^2 - 12x - a = 0$ ، داریم: $a = -9$

ریشه‌های این معادله نیز برابرند با: $\alpha = 3$ و $\beta = 1$.

$$\text{حال مقدار خواسته شده سؤال را به دست می‌آوریم: } \frac{a}{\alpha} = \frac{-9}{3} = -3$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۱)

۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری

به دست آمده، معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند.

نکته: اگر α و β دو عدد دلخواه و $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ باشند، آنگاه α و β جواب‌های معادله $x^2 - Sx + P = 0$ هستند.

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{(2-x)^2}{x^2(2-x)^2} + \frac{x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{4+x^2-4x+x^2}{[x(2-x)]^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{2(x^2-2x)+4}{(2x-x^2)^2} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{2t+4}{(-t)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow 18t+36=40t^2 \Rightarrow 40t^2-18t-36=0 \quad \text{حال اگر قرار دهیم } x^2-2x=t \text{، داریم:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{18 + \sqrt{18^2 + 4 \times 40 \times 36}}{80} = \frac{18 + \sqrt{6 \cdot 84}}{80} = \frac{18 + 78}{80} = \frac{96}{80} = \frac{6}{5} \\ t = \frac{18 - \sqrt{18^2 + 4 \times 40 \times 36}}{80} = \frac{18 - \sqrt{6 \cdot 84}}{80} = \frac{18 - 78}{80} = \frac{-60}{80} = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$x^2 - 2x = \frac{6}{5} \Rightarrow x^2 - 2x - \frac{6}{5} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha_1 + \beta_1 = S_1 = 2 \quad \text{پس خواهیم داشت:}$$

$$x^2 - 2x = -\frac{3}{4} \Rightarrow x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha_2 + \beta_2 = S_2 = 2$$

$$S_1 + S_2 = 2 + 2 = 4$$

بنابراین مقدار خواسته شده سؤال برابر است با:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۱)

نکته: اگر بخواهیم فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از $ax + by + c = 0$ را به دست آوریم، طول دو عدد AH برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته: مختصات نقطه وسط دو نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ برابر است با: $M = (\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$ دو خط d و d' را در

نظر می گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} d: x - 3y = 4 \\ d': x + 4y = -3 \end{array} \right\} \xrightarrow{-} -7y = 7 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow x = 1$$

در نتیجه ۲ خط d و d' متقاطع هستند و نقطه برخورد آن‌ها $B(1, -1)$ است.واضح است که نقطه $A(-6, 3)$ روی هیچ یک از خطوط داده شده قرار ندارد، پس A و B روی قطر متوازی الاضلاع هستند، لذا نقطه M وسط قطر برابر است با:

$$M = (\frac{-6+1}{2}, \frac{3-1}{2}) \Rightarrow M(-\frac{5}{2}, 1)$$

حال فاصله M را از دو خط داده شده حساب می کنیم:

$$d \text{ از } M \text{ فاصله} = \frac{|\frac{-5}{2} - 3 \times 1 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{19}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$

$$d' \text{ از } M \text{ فاصله} = \frac{|\frac{-5}{2} + 4 \times 1 + 3|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{9}{\sqrt{17}} = \frac{9}{2\sqrt{17}}$$

بنابراین بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع برابر با $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۲)

نکته: اگر f یک تابع باشد، وارون آن را با f^{-1} نمایش می دهیم و به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) | (x, y) \in f\}$$

ابتدا طول نقطه تقاطع را محاسبه می کنیم:

$$\begin{aligned} 5y - 10x = 12 &\xrightarrow{y=7/2} 36 - 10x = 12 \\ \Rightarrow 10x = 24 &\Rightarrow x = 2/4 \end{aligned}$$

پس نقطه $(2/4, 7/2)$ در وارون تابع $f(x)$ صدق می کند:

$$(2/4, 7/2) \in f^{-1}(x) \Rightarrow (7/2, 2/4) \in f(x)$$

$$f(x) = \sqrt{x} \sqrt{mx-1} \Rightarrow 2/4 = \sqrt{7/2} \times \sqrt{m \times 7/2 - 1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 2/4 \times 2/4 = 7/2 (7/2 m - 1)$$

$$\Rightarrow 0/8 = 7/2 m - 1 \Rightarrow 7/2 m = 1/8 \Rightarrow m = \frac{1/8}{7/2} = \frac{1}{4}$$

حال مقدار خواسته شده سؤال را به دست می آوریم:

$$f\left(\frac{4}{m}\right) = f\left(\frac{4}{\frac{1}{4}}\right) = f(16) = \sqrt{16} \sqrt{\frac{1}{4} \times 16 - 1} = 4\sqrt{3}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس‌های ۱، ۲ و ۳، فصل ۳)

نکته: هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک «تابع نمایی» می‌نامیم.نکته: اگر α عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک‌به‌یک است و از این‌رو دارای تابع وارون f^{-1} است که «تابع لگاریتمی» پایه a نامیده می‌شود و با نماد $y = \log_a x$ نشان داده می‌شود.

نکته: $\log_a b^n = n \log_a b$

نکته: $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

نکته: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

اگر جرم اولیه عنصر را m_0 در نظر بگیریم، آنگاه جرم آن عنصر بعد از گذشت n هفته برابر است با:

$$m = m_0 \times \left(\frac{y}{\lambda}\right)^n \xrightarrow{m = \frac{1}{y} m_0} \frac{1}{y} m_0 = m_0 \times \left(\frac{y}{\lambda}\right)^n \Rightarrow \frac{1}{y} = \left(\frac{y}{\lambda}\right)^n \quad (1)$$

$$\log_3 2 = \frac{1}{\log_3 3} = \frac{1}{1/6} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}, \quad \log_3 y = \frac{1}{\log_3 3} = \frac{1}{1/6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

حال از طرفین رابطه (۱)، لگاریتم در مبنای ۳ می‌گیریم:

$$\log_3 \frac{1}{y} = \log_3 \left(\frac{y}{\lambda}\right)^n \Rightarrow \log_3 y^{-1} = n \log_3 \frac{y}{\lambda} \Rightarrow -\log_3 y = n(\log_3 y - \log_3 \lambda) \Rightarrow -\log_3 y = n(\log_3 y - 3 \log_3 2)$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{3} = n\left(\frac{5}{3} - \frac{15}{8}\right) \Rightarrow n = \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{5}{24}} = \frac{24}{3} = 8$$

$$8 \times 7 = 56$$

حال ۸ هفته را به روز تبدیل می‌کنیم:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

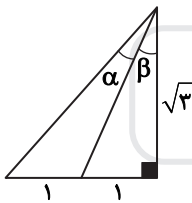
▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۲، فصل ۲)

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$

$$\tan \alpha = \tan[(\alpha + \beta) - \beta] = \frac{\tan(\alpha + \beta) - \tan \beta}{1 + \tan(\alpha + \beta) \tan \beta}$$

با توجه به شکل، داریم:



$$\tan(\beta) = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر ABC یک مثلث دلخواه باشد، آنگاه:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin B$$

نکته: جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و

$$x = (2k + 1)\pi - \alpha, \quad k \in \mathbb{Z}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \sin \alpha = 15 \Rightarrow 3 \cdot \sin \alpha = 15 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{\pi}{6} \\ \alpha = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{k=0} \alpha = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

چون $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ ، پس:چون $0 < \alpha < 180^\circ$ ، پس تنها جواب‌های قابل قبول $\frac{\pi}{6}$ و $\frac{5\pi}{6}$ هستند.

$$\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

مقدار خواسته شده سؤال برابر است با:

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۲)

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

$$\text{نکته: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\text{نکته: } \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

ابتدا تابع $f(x)$ را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{2}{a} - b \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2}{a} - b \left[\frac{1 + \cos 2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)}{2} \right] \\ &= \frac{2}{a} - \frac{b}{2} (1 + \cos(2cx - \frac{3\pi}{2})) = \frac{2}{a} - \frac{b}{2} - \frac{b}{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right) = \frac{b}{2} \sin(-2cx) + \frac{2}{a} - \frac{b}{2} \end{aligned}$$

با توجه به نمودار، دوره تناوب برابر π است، پس:

$$T = \frac{2\pi}{|-2c|} = \pi \Rightarrow |c| = \frac{1}{2}$$

چون تابع در نزدیکی مبدأ مختصات روبه بالا است و تابع نیز \sin می‌باشد، پس $\frac{b}{2} \times (-2c) > 0$ است، پس فرض می‌کنیم $b > 0$ و در نتیجه $c < 0$ خواهد بود.

$$|c| = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

حال داریم:

$$\text{مقدار ماکزیمم: } \left| \frac{b}{2} + \frac{2}{a} - \frac{b}{2} \right| = 6 \Rightarrow \frac{2}{a} = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$\text{مقدار مینیمم: } -\left| \frac{b}{2} + \frac{2}{a} - \frac{b}{2} \right| = 0 \Rightarrow -b + 6 = 0 \Rightarrow b = 6$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{1}{3}x\right) + 3 \Rightarrow f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 3 \sin\left(\frac{1}{3} \times \frac{3\pi}{4}\right) + 3 = 3 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 3 = 3 \times \frac{1}{2} + 3 = 4 \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۴، فصل ۴)

$$\text{نکته: } \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\text{نکته: } \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin x \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{\times 2\sqrt{3}} 3 \sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$$

حال داریم:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

حال با جای گذاری مقادیر به دست آمده در فرض سؤال داریم:

$$3 \sin x - \sqrt{3} \cos x + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Rightarrow 2 + m \times \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{m}{3} = -1 \Rightarrow m = -3$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: تابع f را در یک مجموعه، «اکیداً صعودی» می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه: $f(a) < f(b)$. چون دامنه تابع f مجموعه‌ای از مقادیر مثبت است، پس:

$$2m^2 - 9m - 2 > 0 \cdot \frac{m_1 = \frac{9 - \sqrt{97}}{4}}{m_2 = \frac{9 + \sqrt{97}}{4}} \rightarrow m < \frac{9 - \sqrt{97}}{4}, m > \frac{9 + \sqrt{97}}{4} \quad (1)$$

$$m^2 - 4m + 4 > 0 \Rightarrow (m - 2)^2 > 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} - \{2\} \quad (2)$$

با توجه به اینکه تابع f اکیداً صعودی است، پس:

$$2m^2 - 9m - 2 < m^2 - 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (m + 1)(m - 6) < 0 \Rightarrow -1 < m < 6 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow m \in (-1, \frac{9 - \sqrt{97}}{4}) \cup (\frac{9 + \sqrt{97}}{4}, 6)$$

در بازه به دست آمده فقط عدد «۵» عددی صحیح است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۳)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ و $g(x) = b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b$ دو چندجمله‌ای باشند، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_n x^{n-m}}{b_m}$$

نکته: تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ را که در آن $c \neq 0$ است، تابع هموگرافیک می‌نامیم.

نکته: اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ یک تابع هموگرافیک باشد، آنگاه: $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$

نکته: اگر $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ یک تابع هموگرافیک باشد، آنگاه $x = -\frac{d}{c}$ و $y = \frac{a}{c}$ مجانب افقی هستند.

فرض می‌کنیم که $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ باشد، پس:

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)}{\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{cx+d}}{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-dx+b}{cx-a}} = \frac{\frac{a}{c}}{-\frac{d}{c}} = -\frac{a}{d} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x)}{\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-dx+b}{cx-a}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+b}{cx+d}} = \frac{-\frac{d}{c}}{\frac{a}{c}} = -\frac{d}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{a}{d} = -\frac{d}{a} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{d}{a} \Rightarrow a^2 = d^2 \Rightarrow a = \pm d$$

حال با توجه به نکته، مجانب‌های تابع f به صورت $x = -\frac{d}{c}$ و $y = \frac{a}{c}$ هستند، پس:

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \xrightarrow{a=d} x = -\frac{d}{c}, y = \frac{d}{c} \Rightarrow o\left(-\frac{d}{c}, \frac{d}{c}\right)$$

$$x = -\frac{d}{c}, y = \frac{a}{c} \xrightarrow{a=-d} x = -\frac{d}{c}, y = -\frac{d}{c} \Rightarrow o\left(-\frac{d}{c}, -\frac{d}{c}\right)$$

در نتیجه یا باید نقطه برخورد، دارای طول و عرض برابر باشد یا دارای طول و عرض قرینه باشد.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۱۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (درس ۵، فصل ۵)

نکته: گوییم تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

با استفاده از عددگذاری خواهیم داشت:

(۱) n فرد باشد: $n = 1$ ، با توجه به فرض سؤال $f(x)$ باید در ۱ و -1 پیوسته باشد:

$$[1] = 1 \Rightarrow f(1) = [-1] - 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = |-2 - 1| = 3$$

چون $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \neq f(1)$ ، پس تابع $f(x)$ در ۱ پیوسته نیست.

(۲) n زوج باشد: $n = 2$ ، با توجه به فرض سؤال، $f(x)$ باید در ۲ و -2 پیوسته باشد:

$$[2] = 2 \Rightarrow f(2) = k - 2 + [2] = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = k - 2 + 2 = k, \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = |-2 - 2| = 4$$

پس باید داشته باشیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Rightarrow k = k = 4$$

$$[-2] = [-2] \Rightarrow f(-2) = k + 2 - 2 = k$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = k + 2 - 2 = k, \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = |2 - (-2)| = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = f(-2) \Rightarrow k = k = 4$$

پس باید داشته باشیم:

در نتیجه به ازای $k = 4$ ، تابع $f(x)$ در ۲ و -2 پیوسته است، پس n باید زوج باشد.

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۱۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (درس ۳، فصل ۵)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

نکته (قاعده هوییتال): اگر $f(x) = g(x) = 0$ و $f'(a)$ و $g'(a)$ وجود داشته باشند و $g'(a) \neq 0$ ، آنگاه:

ابتدا $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$f(x) = xg(x) - 2x + 5 \Rightarrow g(x) = \frac{f(x) + 2x - 5}{x}$$

$$g(x) = \frac{\frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x} + 2x - 5}{x} = \frac{\Delta \cos x + 2x - 5 - 2x \sin x + \Delta \sin x}{x(1 - \sin x)}$$

حال $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta \cos x + 2x - 5 - 2x \sin x + \Delta \sin x}{x(1 - \sin x)} = \frac{0}{0}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\Delta \sin x + 2 - 2 \sin x - 2x \cos x + \Delta \cos x}{(1 - \sin x) + (-x \cos x)} = \frac{0 + 2 - 0 - 0 + \Delta}{(1 - 0) + 0} = \frac{\Delta}{1} = \Delta$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۴)

نکته: شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطه $A(a, f(a))$ برابر با مشتق تابع f در نقطه a است.

فرض می کنیم خط d ، سهمی $y = x^2 - 1$ را در نقاط A و B قطع کند. چون خط d موازی محور

x ها است، پس نقاط A و B دارای عرض یکسان هستند و چون A و B روی سهمی y قرار دارند،

$A(\alpha, \beta)$ ، $B(-\alpha, \beta)$

پس طول این نقاط قرینه یکدیگرند، یعنی:

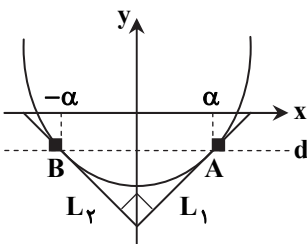
$$\text{حال از تابع } y = x^2 - 1 \text{ مشتق می گیریم: } y' = 2x$$

با توجه به نکته، شیب دو خط L_1 و L_2 را به دست می آوریم:

$$m_{L_1} = y'(\alpha) = 2\alpha, \quad m_{L_2} = y'(-\alpha) = -2\alpha$$

با توجه به فرض سؤال L_1 و L_2 عمودند، پس:

$$m_{L_1} \cdot m_{L_2} = -1 \Rightarrow (2\alpha)(-2\alpha) = -1 \Rightarrow -4\alpha^2 = -1 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{2}$$



در نتیجه: $A(\frac{1}{4}, \beta)$ و $B(-\frac{1}{4}, \beta)$.

حال مقدار β را محاسبه می‌کنیم: $f(\frac{1}{4}) = (\frac{1}{4})^2 - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$

در نتیجه مقدار خواسته شده سؤال برابر است با: $2\beta = 2 \times (-\frac{3}{4}) = -\frac{3}{2}$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (درس ۲، فصل ۵)

نکته: مختصات نقطه عطف تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ برابر است با: $(-\frac{b}{3a}, f(\frac{-b}{3a}))$

برای آنکه نقطه عطف در ناحیه سوم مختصات باشد، باید $x < 0$ و $y < 0$ باشد.

$$x_A = -\frac{b}{3a} = -\frac{-(k+2)}{3k} = \frac{2(k+2)}{3k} < 0 \Rightarrow k \in (-2, 0) \quad (1)$$

$$y_A = f(-\frac{b}{3a}) = f(\frac{2(k+2)}{3k}) = \frac{k}{2} \left[\frac{2(k+2)}{3k} \right]^3 - (k+2) \left[\frac{2(k+2)}{3k} \right]^2 = \frac{k}{2} \left[\frac{8(k+2)^3}{27k^3} \right] - \frac{4(k+2)^2}{9k^2}$$

$$= \frac{4(k+2)^3}{27k^2} - \frac{4(k+2)^2}{9k^2} = \frac{-4(k+2)^2}{27k^2} < 0 \quad \frac{27k^2 > 0}{-4(k+2)^2 < 0} \Rightarrow (k+2)^2 > 0, k > -2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow k \in (-2, 0)$$

در نتیجه تنها عدد صحیح موجود برای k برابر ۱- است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (درس ۱، فصل ۵)

نکته: اگر $x = c$ طول یک نقطه مینیمم یا ماکزیمم تابع f باشد، آنگاه $f'(c) = 0$. اگر $f'(c) > 0$ ، آنگاه $x = c$ مینیمم و اگر $f'(c) < 0$ ، آنگاه $x = c$ ماکزیمم است.

$$d = \frac{|a\alpha + b\beta + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته: فاصله نقطه $A(\alpha, \beta)$ از خط $ax + by + c = 0$ برابر است با:

ابتدا دامنه تابع y را به دست می‌آوریم:

$$y = -\sqrt{-x - [x^2]}$$

$$D_y : -x - [x^2] \geq 0 \Rightarrow -x \geq [x^2] \Rightarrow D_f = [-1, 0]$$

$$x = -1 \Rightarrow y = -\sqrt{-(-1) - [(-1)^2]} = 0 \quad x = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{-0 - [0^2]} = 0 \quad x(-1, 0) \Rightarrow y = -\sqrt{-x - [x^2]} = -\sqrt{-x}$$

در نتیجه تابع y به شکل زیر خواهد بود:

$$y = \begin{cases} -\sqrt{-x} & x \in (-1, 0) \\ 0 & x = -1, 0 \end{cases}$$

نمودار تابع y و خط $x - y - 1 = 0$ را رسم می‌کنیم:

با توجه به نمودار مشخص است که نقطه دلخواه باید روی منحنی $-\sqrt{-x}$ باشد.

نقطه $A(\alpha, -\sqrt{-\alpha})$ را در نظر می‌گیریم. فاصله این نقطه تا خط $x - y - 1 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|\alpha + \sqrt{-\alpha} - 1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|\alpha + \sqrt{-\alpha} - 1|}{\sqrt{2}}$$

چون می‌خواهیم d مینیمم باشد، لذا باید $\alpha + \sqrt{-\alpha} - 1$ مینیمم شود:

$$f = \alpha + \sqrt{-\alpha} - 1 \Rightarrow f' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{-\alpha}} \xrightarrow{f'=0} 1 - \frac{1}{2\sqrt{-\alpha}} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{-\alpha}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{-\alpha}} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{-\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow d = \frac{\left| -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{4}} - 1 \right|}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۲، فصل ۶)

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$.

با توجه به فرض سؤال، باید کتاب‌ها را طبق موضوع (ریاضی و فیزیک) به صورت قرینه روی همدیگر قرار دهیم. برای این کار ۳ حالت داریم:
 (۱) ریاضی - فیزیک - ریاضی - فیزیک - ریاضی - فیزیک: ابتدا ۴ کتاب ریاضی را به ۴! حالت در ۴ جایگاه قرار داده و سپس ۳ کتاب فیزیک را به ۳! حالت در بین آن‌ها قرار می‌دهیم:

$$۴!۳! = \text{تعداد حالات}$$

(۲) ریاضی - ریاضی - فیزیک - فیزیک - ریاضی - ریاضی: ابتدا ۴ کتاب ریاضی را به ۴! حالت در ۴ جایگاه قرار می‌دهیم و ۳ کتاب فیزیک را نیز به ۳! حالت در بین آن‌ها قرار می‌دهیم:

$$۴!۳! = \text{تعداد حالات}$$

(۳) فیزیک - ریاضی - ریاضی - فیزیک - ریاضی - فیزیک: ابتدا ۳ کتاب فیزیک را به ۳! حالت در ۳ جایگاه قرار داده و سپس ۴ کتاب ریاضی را به ۴! حالت در بین آن‌ها قرار می‌دهیم.

$$۴!۳! = \text{تعداد حالات}$$

$$۳(۴!۳!) = ۳ \times ۲۴ \times ۶ = ۴۳۲$$

در نتیجه تعداد کل حالات برابر است با:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (درس ۱، فصل ۷)

نکته: اگر S فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال رخداد پیشامد A یعنی $P(A)$ به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می‌شود.

$$\text{نکته: } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

فرض می‌کنیم که $P(A \cap B) = x$ است، لذا داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - x = \frac{3}{7} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{7} + x$$

$$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = P(B) - x = \frac{1}{7} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{7} + x$$

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{x + \frac{3}{7}}{\frac{1}{7} + x} = \frac{\frac{7x+3}{7}}{\frac{1+7x}{7}} = \frac{7x+3}{7x+1} = 1 + \frac{2}{7x+1}$$

برای آنکه مقدار $1 + \frac{2}{7x+1}$ کمترین شود، باید $\frac{2}{7x+1}$ کمترین مقدار شود و لذا باید $7x+1$ بیشترین مقدار شود. در نتیجه x باید بیشترین مقدار شود، یعنی $P(A \cap B)$ باید ماکزیمم باشد:

$$\max P(A \cap B) = 1 - [P(A - B) + P(B - A)] = 1 - \left(\frac{3}{7} + \frac{1}{7}\right) = \frac{3}{7}$$

$$\min \frac{P(A)}{P(B)} = 1 + \frac{2}{7 \times \frac{3}{7} + 1} = 1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2} \quad \text{در نتیجه:}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۲۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * آمار و احتمال (درس ۲، فصل ۳)

نکته: میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد « \bar{x} » نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{نکته: } 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

با توجه به فرض سؤال، در هر مرحله باید اختلاف ۲ عدد زوج و فرد را جایگزین کنیم تا اعداد دسته جدید همگی فرد باشند و چون باید این اعداد غیر تکراری باشند، اختلاف اعداد را به صورت $(1, 100)$ ، $(2, 99)$ ، $(3, 98)$ ، ... و $(50, 51)$ جایگزین می‌کنیم. لذا اعداد دسته جدید به صورت $1, 3, 5, 7, \dots, 99$ خواهند بود.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99}{50} = \frac{50^2}{50} = 50$$

حال با توجه به نکته داریم:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * آمار و احتمال (درس ۳، فصل ۲)

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افزاز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{\sum_{k=1}^n P(B_k)P(A | B_k)}$$

ابتدا احتمال انتخاب هر یک از کارت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$P(1) = x, P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x$$

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 10x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{10}$$

در نتیجه:

$$P(1) = \frac{1}{10}, P(2) = \frac{2}{10}, P(3) = \frac{3}{10}, P(4) = \frac{4}{10}$$

حال اگر کارت ۱ بیرون بیاید، سکه را یک بار پرتاب می‌کنیم که احتمال یک بار «رو» آمدن آن برابر $\frac{1}{2}$ است.

اگر کارت ۲ بیرون بیاید، سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم که احتمال یک بار «رو» آمدن آن برابر $\frac{2}{4}$ است.

اگر کارت ۳ بیرون بیاید، سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم که احتمال یک بار «رو» آمدن آن برابر $\frac{3}{8}$ است.

اگر کارت ۴ بیرون بیاید، سکه را چهار بار پرتاب می‌کنیم که احتمال یک بار «رو» آمدن آن برابر $\frac{4}{16}$ است.

حال اگر B را پیشامد یک بار «رو» آمدن سکه در نظر بگیریم، داریم:

$$P(1|B) = \frac{P(1)P(B|1)}{P(1)P(B|1) + P(2)P(B|2) + P(3)P(B|3) + P(4)P(B|4)} = \frac{\frac{1}{10} \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{10} \times \frac{2}{4} + \frac{3}{10} \times \frac{3}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{16}}$$

$$= \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{9}{80} + \frac{2}{20}} = \frac{\frac{1}{20}}{\frac{29}{80}} = \frac{4}{29}$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

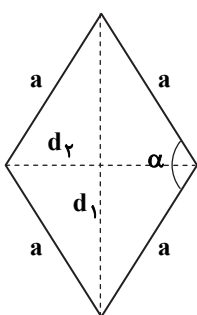
۲۵- پاسخ: گزینه ۱

نکته: مساحت لوزی برابر است با نصف حاصل ضرب در قطر

نکته: اگر طول یک ضلع لوزی برابر a باشد و اندازه زاویه بین ۲ ضلع آن لوزی برابر α باشد، آنگاه مساحت لوزی برابر است با:

$$S = a^2 \cdot \sin \alpha$$

طبق فرض سؤال، هر ضلع واسطه‌ی هندسی دو قطر لوزی است، پس:



$$\begin{cases} a^2 = d_1 \cdot d_2 \\ S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} a^2 \quad (1)$$

با توجه به نکته داریم:

$$S = a^2 \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1):(2)} \frac{1}{2} a^2 = a^2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 30^\circ \\ \alpha = 150^\circ \end{cases}$$

در نتیجه اندازه زاویه بزرگ‌تر لوزی برابر 150° است.

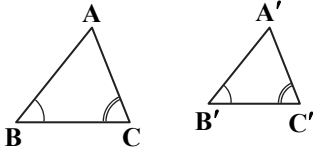
بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (درس ۳، فصل ۲)

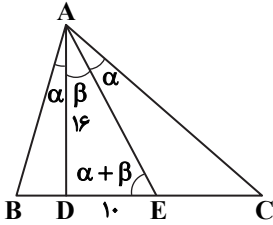
نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\hat{B} = \hat{B}' , \hat{C} = \hat{C}' \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$



فرض می‌کنیم $\hat{BAD} = \hat{EAC} = \alpha$ و $\hat{DAE} = \beta$ باشند. چون $BA = BE$ است، پس مثلث ABE متساوی‌الساقین است و در نتیجه:

$$\hat{DEA} = \hat{BAE} = \alpha + \beta$$



حال داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{ADC} = \hat{ADE} \\ \alpha + \beta = \hat{DEA} = \hat{DAC} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle ADE \Rightarrow \frac{AD}{ED} = \frac{DC}{AD} \Rightarrow \frac{16}{10} = \frac{10+EC}{16} \Rightarrow 256 = 100 + 10EC$$

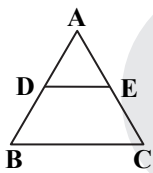
$$\Rightarrow 10EC = 156 \Rightarrow EC = 15.6$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۲)

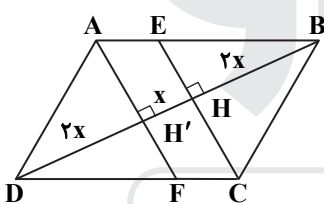
۲۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی، دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

با توجه به فرض سؤال، شکل روبه‌رو را در نظر می‌گیریم:



$$\triangle AH'B : EH \parallel AH' \Rightarrow \frac{BH}{BH'} = \frac{EH}{AH'} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle DHC : FH' \parallel CH \Rightarrow \frac{DH}{DH'} = \frac{FH'}{HC} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه اگر $EH = 2y$ ، آنگاه $AH' = 3y$ و $H'F = 2y$ و $HC = 3y$ خواهند بود.

حال مقدار خواسته‌شده سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{\triangle AECF}}{S_{\triangle EHB}} = \frac{x(2y + 3y)}{\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2y} = \frac{5xy}{2xy} = \frac{5}{2} = 2.5$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (درس ۲، فصل ۳)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: سه میانه هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث هم‌مرس‌اند؛ به‌طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر این

ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.

نکته: سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کنند.

با توجه به فرض سؤال داریم: $BM = 12$ و $CM' = 9$.

حال با توجه به نکته داریم:

$$BM = 12 \Rightarrow HM = \frac{12}{3} = 4, BH = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$CM' = 9 \Rightarrow HM' = \frac{9}{3} = 3, CH = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

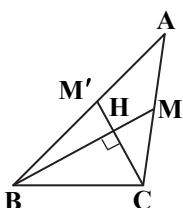
$$S_{\triangle BCH} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle BCH} = 3 \times 24 = 72$$

حال مساحت مثلث BCH را محاسبه می‌کنیم:

با توجه به نکته داریم:

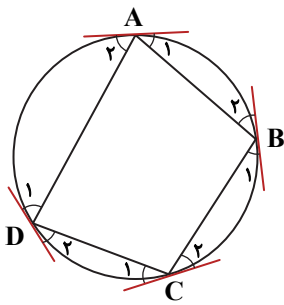
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



۲۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۱)

نکته: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.

با توجه به نکته داریم:



$$\begin{aligned}\hat{A}_1 &= \frac{\widehat{AB}}{2}, & \hat{A}_2 &= \frac{\widehat{AD}}{2} \\ \hat{B}_1 &= \frac{\widehat{BC}}{2}, & \hat{B}_2 &= \frac{\widehat{AB}}{2} \\ \hat{C}_1 &= \frac{\widehat{DC}}{2}, & \hat{C}_2 &= \frac{\widehat{BC}}{2} \\ \hat{D}_1 &= \frac{\widehat{AD}}{2}, & \hat{D}_2 &= \frac{\widehat{DC}}{2}\end{aligned}$$

بنابراین مقدار خواسته شده سؤال برابر است با:

$$\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 &= \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{AD}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{DC}}{2} + \frac{\widehat{BC}}{2} + \frac{\widehat{AD}}{2} + \frac{\widehat{DC}}{2} \\ &= \widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{DC} + \widehat{AD} = 360^\circ\end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۱)

نکته: در مثلث ABC، ضلع روبه‌رو به زاویه A را با a نمایش داده و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر رأس A را با r_a نمایش می‌دهیم و

$$\text{داریم: } r_a = \frac{S}{P-a} \text{ (P برابر با نصف محیط مثلث است).}$$

همچنین، مماس‌های رسم شده از نقطه A بر دایره با هم برابرند و مجموع طول آن‌ها برابر با محیط مثلث ABC است.

نکته: در مثلث ABC که BC = a و AB = c و AC = b است، مساحت آن برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \text{ (دستور هرول)}$$

$$\text{که در آن } P = \frac{a+b+c}{2} \text{ نصف محیط است.}$$

با توجه به فرض سؤال و نکته داریم:

$$MT = MT' = 18 \Rightarrow 2P = 2MT = 36$$

$$2P = MN + MP + PN = 15 + 12 + PN = 36 \Rightarrow PN = 9$$

$$2P = 36 \Rightarrow P = 18$$

$$S_{\triangle MPN} = \sqrt{18(18-15)(18-12)(18-9)} = 54$$

$$r_m = \frac{S}{P-m} = \frac{54}{18-9} = \frac{54}{9} = 6$$

حال با توجه به نکته داریم:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۲، فصل ۲)

نکته (قاعده هرول): برای پیدا کردن نقطه M روی خط d به طوری که AM + MB کمترین مقدار ممکن باشد، در صورتی که A و B در یک طرف

خط d واقع شده باشند، ابتدا بازتاب A را نسبت به خط d پیدا کرده و آن را A' می‌نامیم و نقطه برخورد خط A'B با خط d جواب مسئله خواهد بود.

برای آن که محیط ABC حداقل شود، باید AC و BC حداقل شوند. طبق قاعده هرول، از نقطه A بر خط

d عمود کرده و به همان اندازه ادامه می‌دهیم تا به نقطه A' برسیم. حال A' را به B وصل می‌کنیم.

حال باید مقدار AC + BC را محاسبه کنیم. می‌دانیم که AC = A'C، پس:

$$AC + BC = A'C + BC = A'B$$

با توجه به شکل داریم:

$$A'B^2 = A'F^2 + BF^2$$

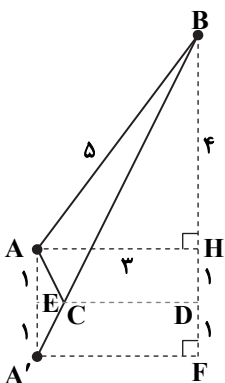
$$AE = 1 \Rightarrow HD = 1, A'E = 1 \Rightarrow DF = 1$$

$$BH = 5 - HD = 5 - 1 = 4 \Rightarrow AH^2 + BH^2 = AB^2 \Rightarrow AH^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow AH = 3$$

$$A'B^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \Rightarrow A'B = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

در نتیجه:

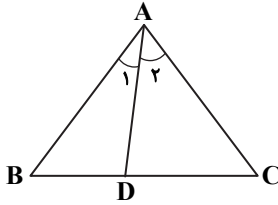
بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



۳۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (درس ۳، فصل ۳)

نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



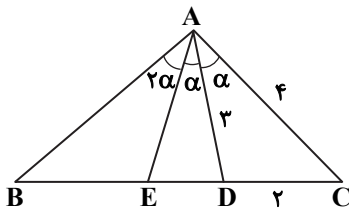
$$\text{فرض: } \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$

$$\text{حکم: } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع ضربه‌شده، منهای حاصل ضرب اندازه دو پاره‌خطی که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

با توجه به فرض سؤال اگر قرار دهیم $\hat{D}AC = \alpha$ ، آنگاه:

$$\hat{B}AD = 3\alpha$$



حال از نقطه A خطی رسم می‌کنیم که BD را در E قطع کند به طوری که $\hat{E}AD = \alpha$ و در نتیجه $\hat{B}AE = 2\alpha$.

حال مشاهده می‌شود که AD نیمساز مثلث AEC است، پس:

$$\frac{AC}{AE} = \frac{DC}{ED} \Rightarrow \frac{4}{AE} = \frac{2}{ED} \Rightarrow AE = 2ED \quad (1)$$

$$AD^2 = AC \times AE - CD \times DE \Rightarrow 3^2 = 4 \times AE - 2 \times ED \xrightarrow{(1)} 9 = 8ED - 2ED = 6ED \Rightarrow ED = \frac{3}{2} \Rightarrow AE = 3$$

حال AE نیز در مثلث ABC نیمساز می‌باشد، پس:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EC} \Rightarrow \frac{AB}{4} = \frac{BE}{\frac{3}{2}} \Rightarrow BE = \frac{3}{8} AB \quad (2)$$

$$AE^2 = AB \times AC - BE \times EC \Rightarrow 3^2 = 4 \times AB - \frac{3}{8} \times BE \xrightarrow{(2)} 9 = 4AB - \frac{49}{16} AB$$

$$\Rightarrow 9 = \frac{15}{16} AB \Rightarrow AB = \frac{48}{5} = 9 \frac{3}{5} \Rightarrow BE = \frac{42}{5} = 8 \frac{2}{5}$$

حال مقدار خواسته‌شده سؤال را به دست می‌آوریم:

$$ABC \text{ محیط} = AB + AC + BE + EC = 9 \frac{3}{5} + 4 + 8 \frac{2}{5} + \frac{3}{2} = 25 \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۱)

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه:

$$|A| = ad - bc$$

نکته: اگر A یک ماتریس $n \times n$ باشد، آنگاه:

$$|aA| = a^n |A| \quad (a \in \mathbb{Z})$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$a = (\log 25)^2 - (\log 4)^2 = (\log 25 - \log 4)(\log 25 + \log 4) = \left(\log \frac{25}{4}\right)(\log 100) = 2 \log \frac{25}{4} = \log \frac{625}{16}$$

$$|A| = (10^2 \times 10^4 - 2^2 \times 5^2) = 10^2 \times 10^4 - 10^2 = 10^2 \log \frac{625}{16} \times 10^4 - 10^2 \log \frac{625}{16}$$

$$= 10^2 \log \frac{25}{4} \times 10^4 - 10^2 \log \frac{25}{4} = \frac{25}{4} \times \frac{5}{2} - \frac{25}{4} = \frac{25}{4} \left(\frac{5}{2} - 1\right) = \frac{25}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{75}{8}$$

حال مقدار خواسته‌شده سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\left|\frac{1}{3}A\right| = \left(\frac{1}{3}\right)^2 |A| = \frac{1}{9} \times \frac{75}{8} = \frac{25}{24}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۳، فصل ۲)

نکته: سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت (خط هادی) در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط (کانون سهمی) در آن صفحه به یک فاصله باشند.

نکته: معادله سهمی‌ای که از رأس $S(h, k)$ عبور می‌کند و دهانه آن روبه بالا است، به صورت زیر می‌باشد:

$$(x-h)^2 = 4a(y-k)$$

نکته: طول وتر کانونی سهمی برابر با $4a$ است.

با توجه به فرض‌های سؤال هم می‌توان دهانه سهمی را روبه بالا و هم روبه راست در نظر گرفت و خللی در انجام محاسبات ایجاد نمی‌شود. لذا دهانه سهمی را روبه بالا در نظر می‌گیریم.

$$(x-2)^2 = 4a(y+2)$$

سهمی‌ای که از رأس $(-2, 2)$ می‌گذرد برابر است با:

چون نقطه $(-1, 1)$ روی سهمی قرار دارد، پس:

$$(-1-2)^2 = 4a(1+2) \Rightarrow 9 = 4a \times 3 \Rightarrow 4a = 3$$

در نتیجه طول وتر کانونی بر محور سهمی عمود می‌شود که همان وتر کانونی سهمی است برابر با $4a = 3$ می‌باشد.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۳)

نکته: اگر $0 \leq \theta \leq \pi$ زاویه بین دو بردار ناصفر \vec{a}, \vec{b} در R^3 باشد، آنگاه: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$

نکته: اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار ناصفر و θ زاویه بین آن‌ها باشد، آنگاه: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$

نکته: مساحت متوازی‌الاضلاعی که با دو بردار \vec{a} و \vec{b} ساخته می‌شود، برابر است با: $S = |\vec{a} \times \vec{b}|$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\left(\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}\right) \cdot \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}\right) = 0 \Rightarrow \frac{9|\vec{a}|^2}{|\vec{a}|^2} - \frac{27\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} + \frac{7\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} - \frac{2|\vec{b}|^2}{|\vec{b}|^2} = 0 \Rightarrow 9 - \frac{20|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta}{|\vec{a}| |\vec{b}|} - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -20 \cos \theta = 13 \Rightarrow \cos \theta = -\frac{13}{20} \Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5}$$

حال مساحت متوازی‌الاضلاع خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$S = \left| \left(\frac{9\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{7\vec{b}}{|\vec{b}|}\right) \times \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|}\right) \right| = \left| \frac{9\vec{a} \times \vec{a}}{|\vec{a}|^2} - \frac{6\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} + \frac{7\vec{b} \times \vec{a}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} - \frac{2\vec{b} \times \vec{b}}{|\vec{a}|^2} \right| = \left| \vec{0} - \frac{6\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} - \frac{7\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} - \vec{0} \right| = \left| \frac{-13\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} \right| = \frac{13|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$= 13 \sin \theta = 13 \times \frac{4}{5} = 64/5$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دایره * هندسه ۳ (درس ۲، فصل ۲)

نکته: معادله دایره به مرکز $O(\alpha, \beta)$ و شعاع r برابر است با: $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$

نکته: معادله خطی یک دایره به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ است که در آن مختصات مرکز دایره $O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2})$ است و شعاع آن

$$\text{برابر با } r = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} \text{ است.}$$

ابتدا مختصات مرکز و شعاع دایره بزرگ‌تر را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + y^2 + 6x - 2y = a \Rightarrow O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow O(-3, 1)$$

چون خط $y + 2x = 0$ بر دایره کوچک‌تر مماس است، پس شعاع آن برابر با فاصله مرکز آن تا خط d همچنین چون خط $y = -2x$ تقارن بین دو مرکز دایره محسوب می‌شود، پس:

$$O(-3, 1) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به خط } y = -2x} O'(1, 3)$$

$$\text{شعاع دایره کوچک‌تر} = \frac{|3 + 2 \times 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} = r'$$

$$\text{شعاع دایره بزرگ‌تر} = 2r' = r = 2\sqrt{5}$$

حال داریم:

$$r = 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{36+4+4a}}{2} \Rightarrow 36+4+4a=80 \Rightarrow a=10$$

حال معادله دو دایره را به دست می آوریم:

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$$

حال این دو معادله را باز کرده و از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} (x^2 + 1 - 2x) + (y^2 + 9 - 6y) = 5 \\ (x^2 + 9 + 6x) + (y^2 + 1 - 2y) = 20 \end{cases} \xrightarrow{-} 8 + 8x - 8 + 4y = 15 \Rightarrow 8x + 4y = 15 \Rightarrow y = -2x + \frac{15}{4}$$

حال برای به دست آوردن طول نقاط برخورد دایره‌ها، باید $y = -2x + \frac{15}{4}$ را در معادله یکی از دایره‌ها قرار دهیم:

$$(x-1)^2 + (-2x + \frac{15}{4} - 3)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x^2 + 1 - 2x) + (4x^2 + \frac{9}{16} - 3x) = 5 \Rightarrow 5x^2 - 5x + \frac{25}{16} - 5 = 0 \Rightarrow 5x^2 - 5x - \frac{55}{16} = 0$$

ریشه‌های این معادله برابر با طول نقاط برخورد دایره‌ها هستند و چون سؤال، مجموع طول نقاط برخورد دو دایره را خواسته است، پس مقدار آن برابر است با:

$$x_1 + x_2 = S = -\frac{b}{a} = \frac{5}{5} = 1$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: ساده * گسسته (درس ۲، فصل ۱)نکته: عدد صحیح a شمارنده عدد b است و b را عاد می‌کند هرگاه عددی صحیح چون q وجود داشته باشد به طوری که: $b = aq$ چون طبق فرض سؤال، $2a$ رقم است، پس a می‌تواند مقادیر ۱، ۲، ۳ و ۴ را اختیار کند:

$$a = 1 \Rightarrow 1112 \Rightarrow \text{یک عدد } a \text{ را عاد می‌کند.}$$

$$a = 2 \Rightarrow 2224 \Rightarrow \text{دو عدد } a \text{ را عاد می‌کند.}$$

$$a = 3 \Rightarrow 3336 \Rightarrow \text{دو عدد } a \text{ را عاد می‌کند.}$$

$$a = 4 \Rightarrow 4448 \Rightarrow \text{سه عدد } a \text{ را عاد می‌کند.}$$

در نتیجه حداکثر ۳ عدد طبیعی می‌توان $a = 4$ را عاد کند.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: ساده * گسسته (درس ۳، فصل ۱)نکته: معادله سیاله $ax + by = c$ دارای دو مجهول است و به دو صورت می‌تواند به یک معادله هم‌نهشتی (با مجهول x یا y) تبدیل شود:

$$ax + by = c \Rightarrow ax - c = (-b)y \Rightarrow -b|ax - c \Rightarrow b|ax - c \Rightarrow ax \equiv c \pmod{b} \quad (b > 0), \quad ax \equiv c \pmod{-b} \quad (b < 0)$$

$$by \equiv c - ax \pmod{b} \Rightarrow by \equiv c \pmod{b}$$

به طریق مشابه می‌توان نوشت:

نکته: می‌توان به دو طرف یا یک طرف یک رابطه هم‌نهشتی هر ضربی از پیمانه را اضافه یا از آن کم کرد. یعنی:

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \begin{cases} a + mt \equiv b + mk \\ a - mt \equiv b - mk \end{cases}$$

$$\text{نکته: } ac \equiv bc \pmod{m}, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$$

ابتدا معادله سیاله داده شده را ساده می‌کنیم:

$$76x + 124y = 364 \xrightarrow{+4} 19x + 31y = 91$$

حال معادله سیاله به دست آمده را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل می‌کنیم:

$$19x \equiv 91 \pmod{31} \Rightarrow 19x - 31x \equiv 91 - 31 \pmod{31} \Rightarrow -12x \equiv 60 \pmod{31} \xrightarrow{(12, 31)=1} -x \equiv 5 \pmod{31} \Rightarrow x \equiv -5 \pmod{31} \Rightarrow x \equiv -5 + 31 \pmod{31} \Rightarrow x \equiv 26 \pmod{31}$$

$$\Rightarrow x = 31k + 26 \xrightarrow{k=3} x = 119 \xrightarrow{\text{مجموع ارقام}} 1 + 1 + 9 = 11$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۴۴۴

▲ مشخصات سؤال: ؟؟؟ * گسسته (درس ۲، فصل ۳)

نکته (اصل لانه کبوتری): اگر m کبوتر و n لانه داشته باشیم و $m > n$ و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

می‌دانیم که باقی‌مانده اعداد بر ۳ برابر با ۰، ۱، ۲ است. اعدادی را که باقی‌مانده آن‌ها بر ۳ برابر با یک است را در نظر می‌گیریم. این اعداد به صورت $3k+1$ هستند. اگر زوج‌های مرتب همگی به صورت $(3k'+1, 3k'+1)$ باشند، هر دو زوج مرتبی که انتخاب کنیم، مجموع مؤلفه‌های اول و مجموع مؤلفه‌های دوم آن به صورت $(3t+2, 3t+2)$ خواهند بود که مضرب ۳ نیستند. می‌دانیم که در مجموعه اعداد طبیعی بی‌نهایت عدد به صورت $3k+1$ وجود دارد. لذا بی‌نهایت زوج مرتب به این صورت می‌توان ساخت که در خواسته سؤال صدق نکنند. در نتیجه سؤال غلط است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * گسسته (درس ۱، فصل ۲)

نکته: اگر G یک گراف با مرتبه P و اندازه q و $V = \{V_1, V_2, \dots, V_P\}$ مجموعه رئوس آن باشند، آنگاه:

$$\sum_{i=1}^P \deg V_i = 2q$$

نکته: اگر G یک گراف با مرتبه P و اندازه q باشد، آنگاه:

$$\delta(\bar{G}) = (P-1) - \Delta(G)$$

$$q(\bar{G}) = \left(\frac{P}{2}\right) - q(G)$$

برای آنکه حداقل تعداد یال را داشته باشیم، درجه رئوس باید کمترین مقدار ممکن باشند:

$$432 = 3^3 \times 2^4$$

با توجه به اینکه تعداد رئوس با درجه فرد در یک گراف باید زوج باشد، پس درجه رئوس گراف مدنظر برابر است با:

$$3, 3, 3, 2, 2, 2, 2, 1$$

با توجه به نکات داریم:

$$2q = 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 = 18 \Rightarrow q = 9$$

$$q(\bar{G}) = \left(\frac{8}{2}\right) - 9 = \frac{8 \times 7}{2} - 9 = 19 \Rightarrow \delta(\bar{G}) = (8-1) - 3 = 4$$

حال مقدار خواسته شده سؤال را به دست می‌آوریم:

$$q(\bar{G}) + \delta(\bar{G}) = 19 + 4 = 23$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = L_1 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 50 \Rightarrow L_1 = \frac{3 \times 10^{-3}}{1/2 \times 10^{-5} \times 50} = 5 \text{ m}$$

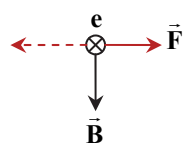
۴۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$238 \text{ U} \rightarrow \frac{A}{Z} X + \frac{4}{2} \alpha \Rightarrow \begin{cases} 238 = A + 4 \Rightarrow A = 234 \\ 92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90 \end{cases} \Rightarrow \frac{234}{90} X$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)



طبق قاعده دست راست داریم:

(دقت کنید چون بار ذره منفی است، جهت F برعکس می‌شود.)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2) = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1)$$

$$W_t' = \Delta K' = \frac{1}{2} m ((4v_0)^2 - (v_1)^2) = \frac{1}{2} m (16v_0^2 - v_1^2) = \frac{15}{2} m v_1^2 \xrightarrow{(1)} W_t' = 15 \times 120 = 1800 \text{ J}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{گرماسنج}} + Q'_{\text{آب}} = 0 \Rightarrow m_1 c_{\text{آب}} \Delta\theta_1 + C\Delta\theta + m_2 c_{\text{آب}} \Delta\theta_2 = 0$$

$$\Rightarrow 0.6 \times 4200 \times (36 - 20) + C(36 - 20) + 0.4 \times 4200 \times (36 - 80) = 0$$

$$\Rightarrow 6 \times 4200 \times 16 + 16C + 4 \times 4200 \times (-44) = 0 \Rightarrow 16C = 33600 \Rightarrow C = 2100 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

طبق صورت سؤال، فاصله دو متحرک از هم ۵ m است و متحرک دوم ۷ m از متحرک اول جلوتر است، با در نظر گرفتن مکان متحرک اول به عنوان مبدأ مکانی داریم:



$$|\Delta x_1 - \Delta x_2| = \left| vt - \frac{1}{2}(at^2 + v_0 t + x_0) \right| = 5$$

↑ حرکت شتابدار
↓ حرکت یکنواخت

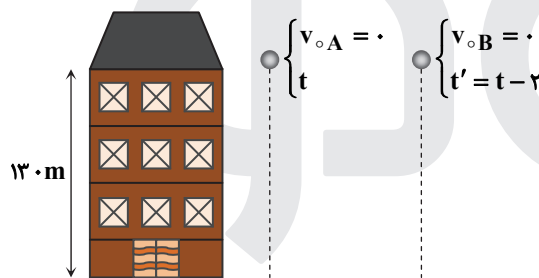
$$\Rightarrow \left| 8t - \left(\frac{1}{2} \times 2 \times t^2 - 7 \right) \right| = 5 \Rightarrow \left| 8t - t^2 - 7 \right| = 5 \Rightarrow \begin{cases} 8t - t^2 - 7 = 5 \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = 6s \end{cases} \\ 8t - t^2 - 7 = -5 \Rightarrow t^2 - 8t + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4 + \sqrt{14}s \\ t = 4 - \sqrt{14}s \end{cases} \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

گلوله دوم ۲ ثانیه دیرتر از گلوله اول رها می شود. طبق رابطه

$$y = -\frac{1}{2}gt^2$$

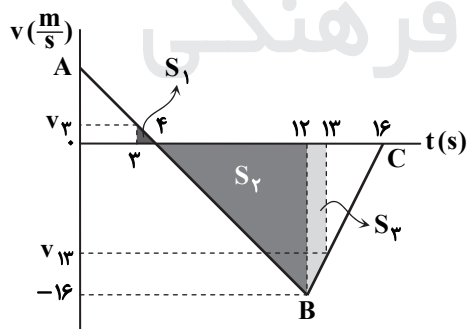


$$\begin{cases} y_A = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \times 10 \times (5)^2 = -125 \text{ m} \\ y_B = -\frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow -\frac{1}{2} \times 10 \times (3)^2 = -45 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \Delta y = |y_A - y_B| = |-125 - (-45)| = 80 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل شیب خط AB ثابت است؛ یعنی شیب در بازه ۳ تا ۴ ثانیه با شیب در بازه ۴ تا ۱۲ ثانیه یکسان است.



$$\frac{0 - v_3}{4 - 3} = \frac{-16 - 0}{12 - 4} \Rightarrow v_3 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مساحت قسمت هاشور خورده به صورت زیر است:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1 \times 2}{2} + \frac{(12 - 4) \times 16}{2} = 65 \text{ m}$$

بنابراین متحرک در بازه زمانی ۳ تا ۱۲ ثانیه ۶۵ متر طی کرده است.

شیب خط BC نیز ثابت است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{v_{13} - (-16)}{13 - 12} = \frac{0 - (-16)}{16 - 12} \Rightarrow v_{13} + 16 = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow v_{13} = -12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

مساحت دوزنقه (S_3) نشان دهنده مسافت طی شده در بازه زمانی ۱۲ تا ۱۳ ثانیه است:

$$S_3 = \frac{12 + 16}{2} \times (13 - 12) = 14 \times 1 = 14 \text{ m}$$

$$l = S_1 + S_2 + S_3 = 65 + 14 = 79 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{79}{13 - 3} = 7.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

در بازه t_0 تا ۱۰ ثانیه سرعت متحرک B مثبت و سرعت متحرک A منفی است، یعنی در خلاف جهت هم حرکت می کنند. شیب خط A را محاسبه می کنیم:

$$\text{شیب خط A} = \frac{0 - (-20)}{10 - 0} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

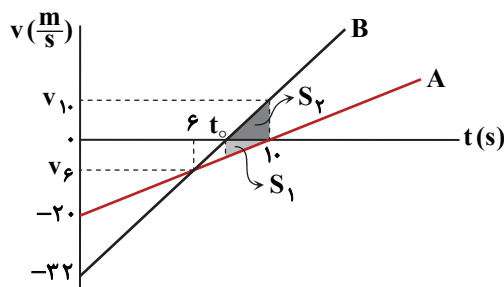
$$v_6 = a_A t + v_{0,A} \Rightarrow v_6 = 2(6) - 20 = -8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال برای پیدا کردن v_{10} ، ابتدا شیب خط B را نوشته تا شتاب B را به دست آوریم:

$$\text{شیب خط B} = \frac{-8 - (-32)}{6 - 0} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_{10} = a_B t + v_{0,B} \Rightarrow v_{10} = 4 \times 10 - 32 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای پیدا کردن t_0 ، کافی است v_B را برابر صفر قرار دهیم:



$$v_B = a_B t + v_{0,B} \Rightarrow 0 = 4 \times t_0 - 32 \Rightarrow t_0 = 8 \text{ s}$$

سرعت A در t_0 را محاسبه می کنیم:

$$v_A = 2 \times 8 - 20 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال اگر مساحت های S_1 و S_2 را محاسبه کنیم برابر فاصله دو متحرک در بازه زمانی است که خلاف جهت هم حرکت می کنند:

$$\Delta x = S_1 + S_2 = \frac{(10-8) \times (4)}{2} + \frac{8 \times (10-8)}{2} = 4 + 8 = 12 \text{ m}$$

چون دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند، پس در بازه زمانی ۸ تا ۱۰ ثانیه به هم نزدیک می شوند و فاصله آنها کاهش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

از رابطه $v = \frac{2\pi r}{T}$ ، کمک می گیریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 2}{1/57} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(8)^2}{2} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

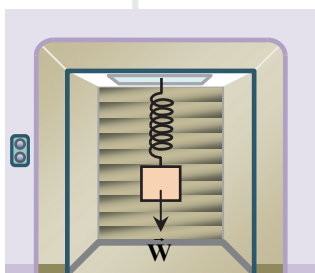
در مدت نصف دوره اندازه سرعت ثابت است و فقط جهت آن عوض می شود؛ پس داریم:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = m(v_2 - v_1) = 50 \times 10^{-3} (\lambda - (-\lambda)) = 0.8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

نیروهای وارد بر جسم را در راستای قائم رسم می کنیم. قانون دوم نیوتون را در راستای y می نویسیم:



$$F_{\text{net},y} = ma \Rightarrow F_e - W = ma \Rightarrow F_e - 3 \times 10 = -6 \Rightarrow F_e = 24 \text{ N}$$

$$k\Delta x = 24 \Rightarrow 400(x_p - 0/42) = 24 \Rightarrow x_p = 48 \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

قبل از افزایش نیروی F، نیروی اصطکاک از نوع ایستایی است؛ بنابراین داریم:

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_e - f_s = 0 \Rightarrow F_e = f_s$$

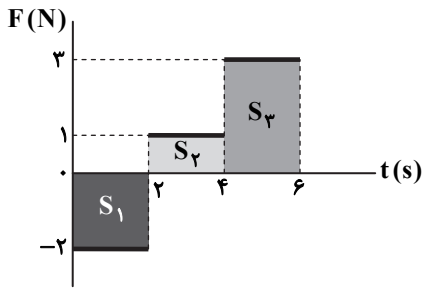
$$\Rightarrow k\Delta x = f_s \Rightarrow \mu_s F_N = k\Delta x \Rightarrow \mu_s = \frac{k\Delta x}{F_N} = \frac{400 \times 0/075}{50} = 0/6$$

وقتی جسم شروع به حرکت می کند، نیروی اصطکاک از نوع جنبشی است و داریم:

$$F_{\text{net},x} = ma \Rightarrow F_e - f_k = ma \Rightarrow k\Delta x - \mu_k F_N = ma \Rightarrow \mu_k = \frac{k\Delta x - ma}{F_N} \Rightarrow \mu_k = \frac{400 \times 0/075 - 10}{50} = 0/4$$

خواسته سؤال:

$$\frac{\mu_s}{\mu_k} = \frac{0/6}{0/4} = \frac{3}{2}$$



۵۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

مساحت زیر نمودار $F-t$ بیانگر تغییر تکانه است، بنابراین در بازه ۱ تا ۵ ثانیه مساحت زیر نمودار را محاسبه می‌کنیم:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = (1 \times (-2)) + (1 \times 2) + (1 \times 3) = 3 \text{ N} \cdot \text{s}$$

$$S = \Delta p \Rightarrow 3 = m \Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{3}{6} = \frac{m}{s}$$

حال برای محاسبه شتاب از تغییرات سرعت به دست آمده کمک می‌گیریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{6}{5-1} = 1.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

ابتدا تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L} \Rightarrow 500 = \frac{v}{2 \times 0.2} \Rightarrow v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون طول موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{200}{500} = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

می‌دانیم:

$$f_n - f_{n-1} = f_1 \Rightarrow 280 - 240 = 40 \text{ Hz} = f_1$$

نکته: بسامدهای تشدید تار باید مضربی از f_1 باشند، پس عددی که مضرب ۴۰ نیست، بسامد تشدید تار نیست.

۵۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۴)

با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{3\lambda}{4} = 45 \Rightarrow \lambda = 0.6 \text{ m}$$

از رابطه $\lambda = vt$ دوره را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.6 = 4T \Rightarrow T = 0.15 \text{ s}$$

مسئله تندی متوسط نقطه M از لحظه ۰ تا ۰.۵ s را می‌خواهد؛ بنابراین این بازه را بر حسب T محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{T}{0.15} = \frac{t}{0.5} \Rightarrow t = \frac{2}{3}T$$

به کمک معادله مکان- زمان نوسانگر، مکان نوسانگر در لحظه $t = 0.5 \text{ s} = \frac{2}{3}T$ را به دست می‌آوریم:

$$y = A \cos \omega t = A \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \Rightarrow y = 0.02 \cos \left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{2}{3}T \right) \Rightarrow y = 0.02 \times \left(-\frac{1}{2} \right) = -0.01 \text{ m} = -1 \text{ mm}$$

طبق نمودار نقطه M از مکان $y = 0$ شروع به حرکت کرده و به

$y = 2 \text{ mm}$ رسیده و سپس تا $y = -1 \text{ mm}$ پایین آمده است، پس:

$$l = 2 + 2 + 1 = 5 \text{ mm} = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{5 \times 10^{-3}}{0.5} = 0.01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

با استفاده از رابطه $\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$ داریم:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right) \Rightarrow 11/5 = 10 \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right) \Rightarrow 1/5 = \log \left(\frac{I_A}{I_B} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^{1/5} = 10^1 \times 10^{-1/5} = 10 \times 10^{-2} = 10 \times 10^{-2} = 10 \times \sqrt{10^{-3}}$$

با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\log 2 = 0.3 \Rightarrow 10^{-3} = 2 \Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10 \times \sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

طبق صورت سؤال:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{U_{\max}}{2} \\ K_1 = \frac{1}{2} \pi^2 \end{cases}$$

طبق پایستگی انرژی نوسانگر داریم:

$$E = U_1 + K_1 = \frac{U_{\max}}{2} + \frac{1}{2} \pi^2 \xrightarrow{E=U_{\max}} \frac{U_{\max}}{2} + \frac{1}{2} \pi^2 = U_{\max} \Rightarrow \frac{U_{\max}}{2} = \frac{1}{2} \pi^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} \pi^2 J$$

از رابطه انرژی نوسانگر داریم:

$$E = \frac{1}{2} \pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow U_{\max} = \frac{1}{2} \pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \pi^2 = \frac{1}{2} \pi^2 (\frac{1}{4}) A^2 (20)^2 \Rightarrow A^2 = \frac{1}{400} \Rightarrow A = \frac{1}{20} m$$

حال معادله مکان - زمان نوسانگر را می نویسیم:

$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = \frac{1}{20} \cos(2\pi f t) \Rightarrow x = \frac{1}{20} \cos(4\pi t)$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

در صورت سؤال گفته شده کوتاه ترین طول موج تابش شده: پس الکترون به مدار $n = \infty$ رفته است.

از رابطه ریذبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \frac{1}{1600} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{100} \right) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{n'^2} \Rightarrow n' = 4$$

 $n' = 4$ مربوط به رشته براکت است که در ناحیه فرورسرخ قرار دارد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۵)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲

$$P = \frac{nhc}{\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 10^{-3} = \frac{n \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{663 \times 10^{-9} \times 1} \Rightarrow n = 10^{15}$$

از معادله توان استفاده می کنیم:

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۶)

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) نیروی هسته ای کوتاه برد است و تنها در فاصله ای کوچک تر از ابعاد هسته اثر می کند و خارج از این فاصله صفر است.

(۲) با توجه به نمودار « $Z - N$ » نیروی هسته ای با تعداد نوکلئون ها رابطه مستقیم ندارد.

(۴) نیروی هسته ای همیشه از نوع جاذبه است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{cases} C_1 = \frac{q_1}{V_1} \Rightarrow 25 V_1 = q_1 \quad (*) \end{cases}$$

$$C = C_1 = C_2 = \frac{q_2}{V_2} \Rightarrow 25 = \frac{q_1 + 50}{V_1 + \frac{1}{2} V_1} = \frac{q_1 + 50}{\frac{3}{2} V_1}$$

$$\Rightarrow 25 \left(\frac{3}{2} V_1 \right) = q_1 + 50 \xrightarrow{(*)} 25 \times \frac{3}{2} V_1 = 25 V_1 + 50 \Rightarrow V_1 = 10 V$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} V_1 = \frac{3}{2} V_1 = \frac{3}{2} (10) = 15 V$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C V_2^2 = \frac{1}{2} \times 25 \times (15)^2 = 2812.5 J = 2.8125 mJ$$

حالا انرژی خازن را در حالت دوم محاسبه می کنیم:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

در این سؤال تنها نیروی الکتریکی روی پروتون کار انجام می دهد.

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی می نویسیم:

$$W_E = \Delta K \Rightarrow qEd \cos \theta_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow e \times 10^3 \times d \times (-1) = \frac{1}{2} m (0^2 - (2 \times 10^4)^2) \Rightarrow ed = 2 \times 10^5 m \quad (1)$$

حال قضیه کار و انرژی جنبشی را برای حالت دوم می نویسیم:

$$W'_E = \Delta K' = qEd \cos \theta_2 = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - v_1'^2) \Rightarrow e \times 10^3 \times d \times (+1) = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - (2 \times 10^4)^2)$$

$$\Rightarrow ed \times 10^3 = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - (4 \times 10^8)) \xrightarrow{(1)} 2 \times 10^5 \times m \times 10^3 = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - 4 \times 10^8)$$

$$\Rightarrow v_2'^2 = 8 \times 10^8 \Rightarrow v_2' = 2\sqrt{2} \times 10^4 \frac{m}{s}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ابتدا مؤلفه‌های میدان \vec{E} را روی شکل مشخص می‌کنیم:

با توجه به مؤلفه‌های میدان متوجه می‌شویم بار q_1 منفی و بار q_2 مثبت است.

$$E_1 = E_x = \frac{kq_1}{r_1^2} \Rightarrow 4/5 \times 10^5 = \frac{kq_1}{(1/2)^2} \Rightarrow kq_1 = 12 \times 12 \times 45 \times 10^2 \quad (1)$$

$$E_2 = E_y = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow 8 \times 10^5 = \frac{kq_2}{(0/45)^2} \Rightarrow kq_2 = 8 \times 45 \times 45 \times 10 \quad (2)$$

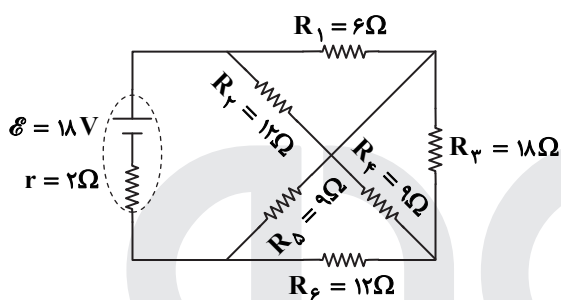
$$\xrightarrow{(1) \text{ تقسیم بر } (2)} \left| \frac{kq_1}{kq_2} \right| = \frac{12 \times 12 \times 45 \times 10^2}{8 \times 45 \times 45 \times 10^1} = 4 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -4$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

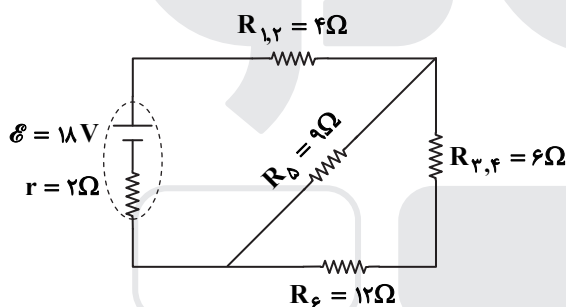
ابتدا مقاومت معادل را به دست می‌آوریم:

مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها به صورت زیر است:



$$R_{1,2} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$$

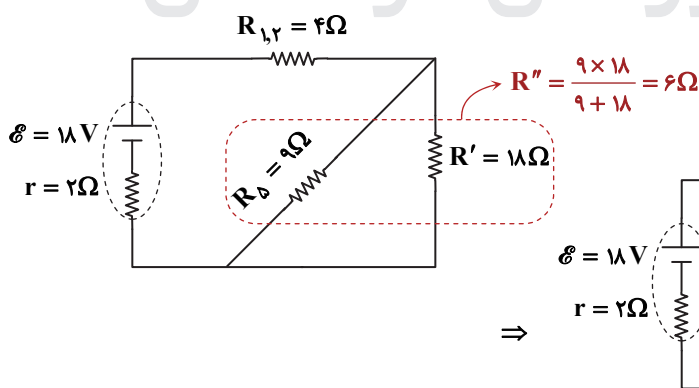
مقاومت‌های R_3 و R_4 هم موازی‌اند؛ بنابراین داریم:



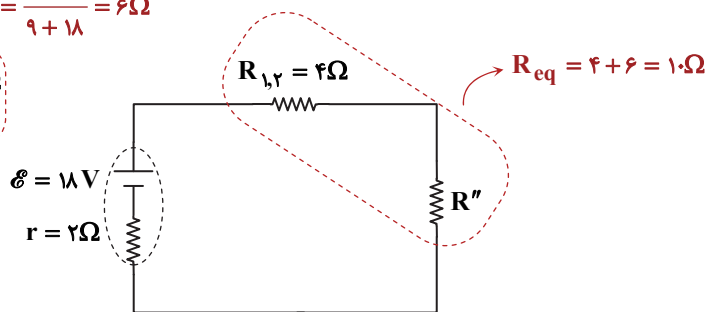
$$R_{3,4} = \frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6 \Omega$$

مقاومت‌های R_5 و $R_{3,4}$ به صورت متوالی بسته شده‌اند:

$$R' = 12 + 6 = 18 \Omega$$



\Rightarrow

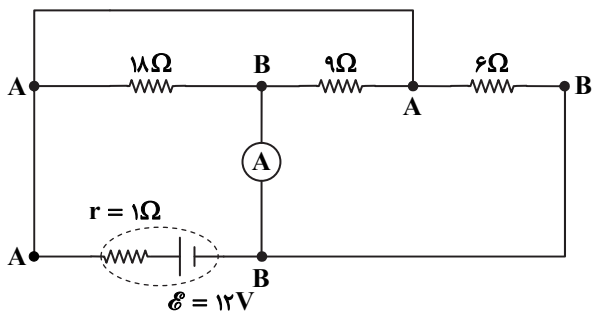


$$I_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} = \frac{18}{2 + 10} = \frac{3}{2} \text{ A}$$

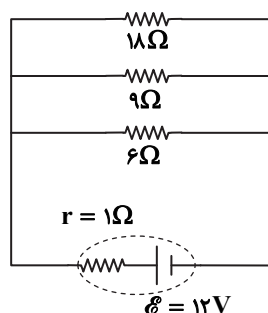
$$\text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری} = 18 - Ir = 18 - \frac{3}{2} \times 2 = 15 \text{ V}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۱



⇒



جریانی از ولت‌سنج عبور نمی‌کند؛ زیرا مقاومت آن بی‌نهایت است، پس مدار را به صورت زیر و با در نظر گرفتن نقاط هم‌پتانسیل ساده می‌کنیم:

نکته: جریانی که از آمپرسنج می‌گذرد، جریان عبوری از کل مدار است.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = 3\Omega$$

$$I_{eq} = \frac{E}{R_{eq} + r} = \frac{12}{3+1} = 3A$$

اختلاف پتانسیل در هر باتری برابر است با:

$$V = E - I_{eq}r = 12 - (3 \times 1) = 9V$$

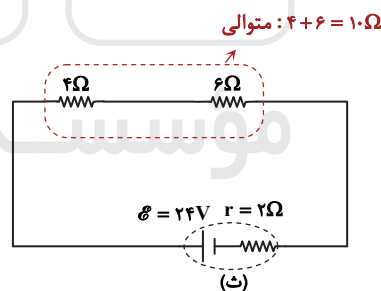
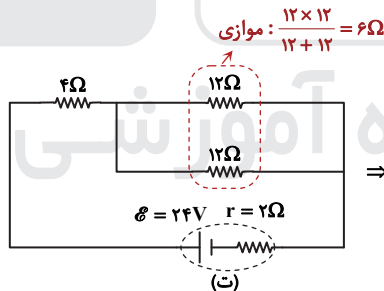
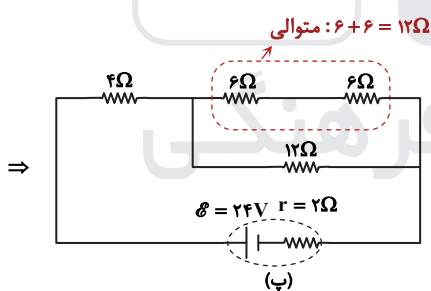
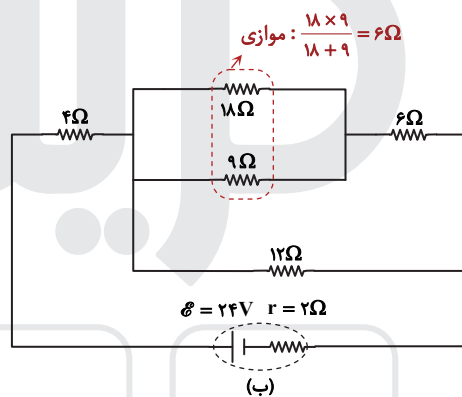
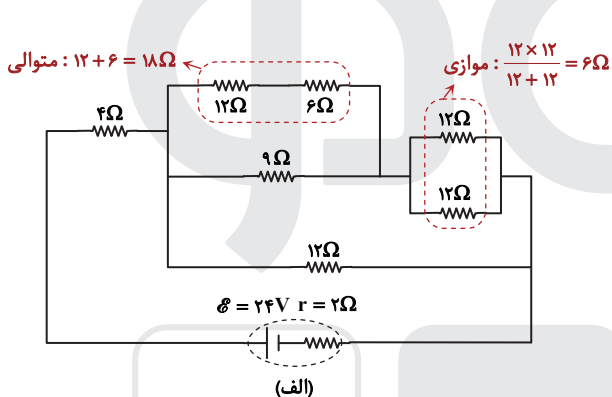
$$V_{6\Omega} = I_{6\Omega}R_{6\Omega} \xrightarrow{V_{6\Omega}=V} 9 = 6I_{6\Omega} \Rightarrow I_{6\Omega} = 1/5 A$$

$$I_A = I_{eq} - I_{6\Omega} = 3 - 1/5 = 1/5 A$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

در حالت اول کلید (۲) هنوز وصل نشده است، مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم:



$$I_{eq} = \frac{E}{R_{eq} + r} = \frac{24}{10+2} = 2A$$

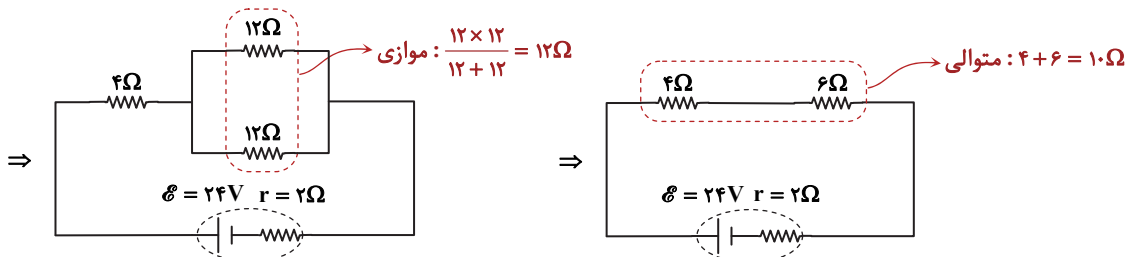
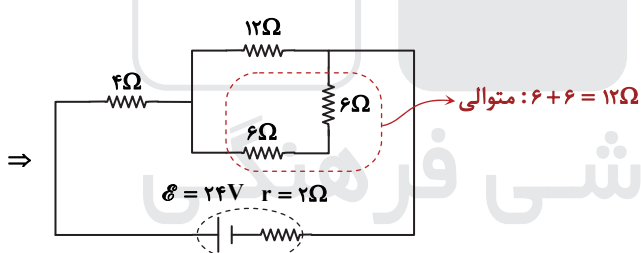
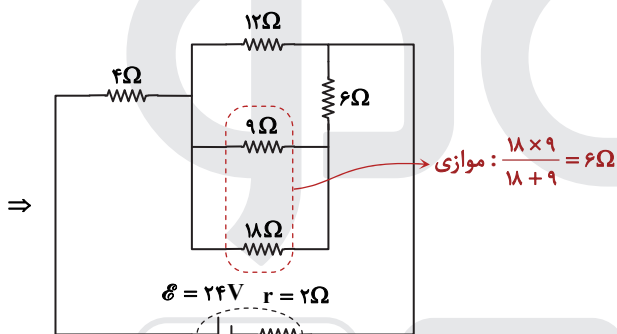
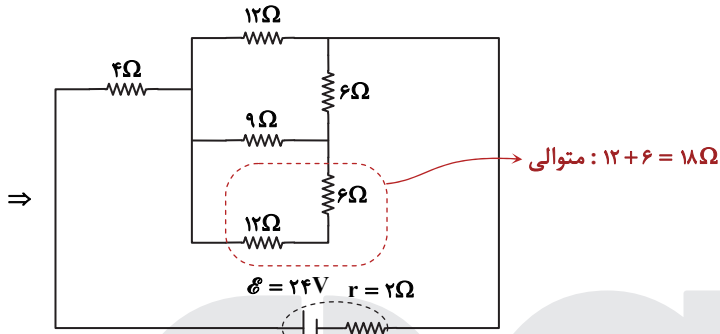
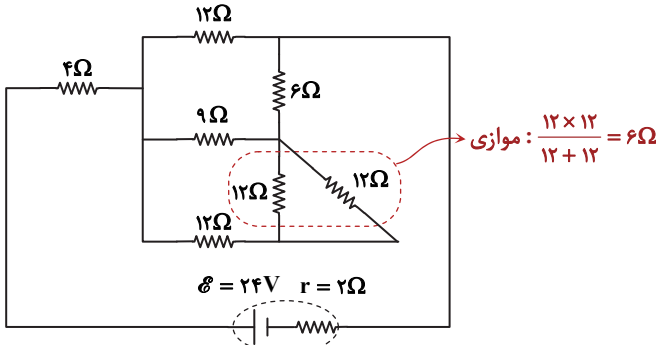
طبق شکل (ت) جریان ۲A به طور مساوی بین مقاومت‌های ۱۲Ω ای تقسیم می‌شود و طبق شکل (ب) جریان ۱A بین مقاومت‌های ۹Ω و ۱۸Ω به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود.

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_{18\Omega}}{I_{9\Omega}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2I_{18\Omega} = I_{9\Omega} \\ I_{18\Omega} + I_{9\Omega} = 1A \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{18\Omega} = \frac{1}{3}A, I_{9\Omega} = \frac{2}{3}A$$

$$\text{طبق شکل الف: } I_{18\Omega} = I_{6\Omega} \Rightarrow I_{6\Omega} = \frac{1}{3}A$$

$$P_{6\Omega} = RI_{6\Omega}^2 = 6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2}{3}W$$

در حالت دوم اتصال (۱) قطع شده و فقط اتصال (۲) وصل می‌شود:



$$I'_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{24}{10 + 2} = 2 \text{ A}$$

$$I'_{6\Omega} = 1 \text{ A}$$

$$P'_{6\Omega} = R_{6\Omega} I'^2_{6\Omega} = 6 \times (1)^2 = 6 \text{ W}$$

مطابق توضیحات حالت قبل داریم:

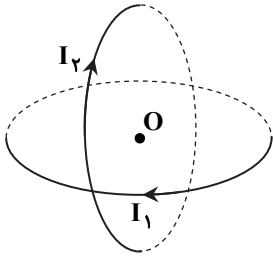
$$\frac{P'_{6\Omega}}{P_{6\Omega}} = \frac{6}{6} = 9$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

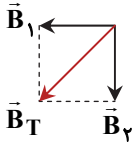
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۳)

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام از حلقه‌ها در نقطه O را به دست می‌آوریم. جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقه ۱ در نقطه O به سمت پایین است.

جهت میدان مغناطیسی حاصل از حلقه ۲ در نقطه O به سمت چپ است.



دو میدان برهم عمود می‌باشند و برآیند آن‌ها \vec{B}_T به صورت مقابل است:



میدان‌های \vec{B}_1 و \vec{B}_2 با هم برابرند؛ زیرا جریان عبوری از آن‌ها و شعاع آن‌ها یکسان است:

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 N I_1}{2R} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1 \times 2}{2 \times 0.2} = 6 \times 10^{-6} \text{ T}$$

$$B_T = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{2B_1^2} = B_1 \sqrt{2} = 6\sqrt{2} \times 10^{-6} \text{ T}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

مؤلفه میدان که هم‌راستای محور y است شار ایجاد نمی‌کند؛ زیرا زاویه این مؤلفه با نیم خط عمود بر سطح ۹۰ درجه است و تنها مؤلفه‌ای که در راستای x است شار ایجاد می‌کند.

$$\Phi = ABC \cos \theta \Rightarrow \Phi = 4 \times 10^{-2} \times 0.5 \times 1 = 2 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

تغییرات شار نسبت به زمان را به دست می‌آوریم و می‌دانیم که تغییرات شار ناشی از تغییرات میدان مغناطیسی است:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = AC \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} = 15 \times 10^{-4} \times 1 \times (-0.1) \Rightarrow \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -15 \times 10^{-5} \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

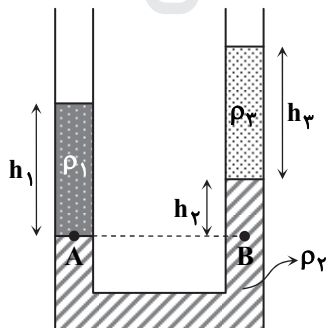
اکنون جریان القایی را محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{-N \Delta \Phi}{R \Delta t} = \frac{-400}{0.2} \times (-15 \times 10^{-5}) = 0.3 \text{ A}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

فشار نقاط هم تراز A و B را می‌نویسیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_1 g h_1 = P_0 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

$$\Rightarrow P_0 + \rho_1 g (20) = P_0 + \rho_2 g (5) + \rho_3 g (20)$$

$$\Rightarrow \rho_1 (20) = \rho_2 (5) + \rho_3 (20) \xrightarrow{\rho_1 = 2\rho_3} 20\rho_1 = 5\rho_2 + 20\left(\frac{\rho_1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 10\rho_1 = 5\rho_2 \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

از روابط فشار داریم:

$$\begin{cases} P = \frac{F}{A} \\ P = \rho g h + P_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{A} = \rho g h + P_0 \Rightarrow \frac{73200}{1200 \times 10^{-4}} = 10200 \times h + 10^5 \Rightarrow h = \frac{610000 - 100000}{10200} = 0.5 \times 10^2 = 50 \text{ m}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_{mg} = \Delta K$$

تنها نیرویی که روی توپها کار انجام می‌دهد نیروی وزن است؛ طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

الف) با توجه به اینکه ارتفاع توپ‌های (۱) و (۲) در حال کاهش است؛ بنابراین $\Delta K > 0$ است.

$$\Delta K > 0 \Rightarrow v > v'$$

و مورد «الف» درست است و در نتیجه مورد «ب» نادرست است.

مورد «پ»: با توجه به اطلاعات مسئله توپ‌ها از ارتفاع یکسان و با تندی برابر پرتاب شده‌اند؛ بنابراین داریم:

$$K_1 = K_2 = K_3$$

$$W_{mg_1} = W_{mg_2} = W_{mg_3} = mgh = \Delta K_1 = \Delta K_2 = \Delta K_3 \Rightarrow K'_1 = K'_2 = K'_3 \Rightarrow v'_1 = v'_2 = v'_3$$

بنابراین مورد «پ» نیز درست است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

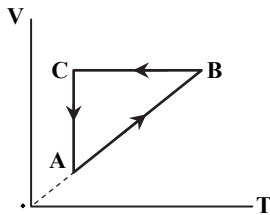
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

به بررسی فرایندهای AB، BC و CA می‌پردازیم:

فرایند AB انبساط هم‌فشار است، پس در نمودار «V-T» به صورت خطی است که از مبدأ می‌گذرد.

فرایند BC هم‌حجم است و دما و فشار در آن کاهش می‌یابد.

فرایند CA هم‌دما است؛ بنابراین موازی محور V رسم می‌شود.



۷۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

طبق رابطه $n = \frac{m}{M}$ داریم:

$$\begin{cases} n_1 = \frac{m_1}{M} \Rightarrow m_1 = n_1 M \\ n_2 = \frac{m_2}{M} \Rightarrow m_2 = n_2 M \end{cases} \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow n_2 = \frac{4}{5} n_1$$

جرم گاز باقی‌مانده: $m_2 = \frac{4}{5} m_1$

$$n_1 - n_2 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} - \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow n_1 - \frac{4}{5} n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} - \frac{P_2 V_2}{RT_2} \xrightarrow{n = \frac{P_1 V_1}{RT_1}} \frac{1}{5} \left(\frac{P_1 V_1}{RT_1} \right) = \frac{P_1 V_1}{RT_1} - \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Rightarrow \frac{P_2 V_2}{RT_2} = \frac{4}{5} \left(\frac{P_1 V_1}{RT_1} \right)$$

$$\xrightarrow{V_1 = V_2} \frac{P_2}{T_2} = \frac{4}{5} \left(\frac{P_1}{T_1} \right) \Rightarrow P_2 = \frac{4}{5} \frac{P_1 T_2}{T_1} \xrightarrow{P_1 = P_0 + P_{g,1}} P_2 = \frac{4}{5} \times \frac{(3 \times 10^5 + 10^5) \times 300}{320} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{g,2} = P_2 - P_0 = 3 \times 10^5 - 10^5 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

$${}^6e(n=4, l=1) \Rightarrow {}^4p^6$$

$$X^{2-}: {}^4p^6 \Rightarrow X = [{}_{18}\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^4$$

$$p = 18 + 10 + 2 + 4 = 34$$

$$e = 36 \Rightarrow n = 36 + 9 = 45$$

$$\Rightarrow A = n + p = 34 + 45 = 79$$

عنصر X، در گروه ۱۶ است (np^4)، پس با عناصر ۸، ۱۶، ۵۲، ۸۴، ۱۱۶ هم‌گروه است.

$$34 = 36 - 2$$

$$16 = 18 - 2$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۱

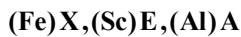
▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

هر فلز رنگ و طیف نشری خطی مخصوص خود را دارد و اختلاف انرژی آن‌ها (که کمیتی کوانتومی است) و مقداری ثابت است.

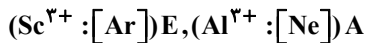
در مورد گزینه‌های ۲ و ۳: رنگ شعله به فلز یا کاتیون نمک سازنده وابسته است.

گزینه ۴: انرژی نور زرد (مربوط به سدیم) از قرمز (مربوط به لیتیم) بیشتر است.

۷۸- پاسخ: گزینه ۳
یون ها با بار ۳ مثبت:



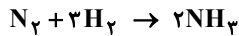
یون های سه مثبت با آرایش گاز نجیب:



۷۹- پاسخ: گزینه ۲
سطح انرژی CO از CO_۲ بالاتر و نسبت به آن ناپایدارتر است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۱
بررسی سایر گزینه ها:

(۲) باید از هر اتم در دو طرف، تعداد برابر وجود داشته باشد، لزوماً شمار مولکول ها یکسان نیست. مثلاً:

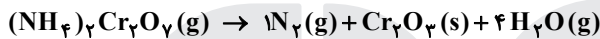


(۳) نباید ضریب کسری داشته باشیم. بلکه ضرایب باید ساده ترین نسبت طبیعی را داشته باشند.

(۴) شکر در این فرایند دچار سوختن می شود و این یک تغییر شیمیایی است.

در مورد گزینه ۱: بهتر بود این جمله این چنین نوشته می شد: «یک معادله موازنه شده، نسبت شمار مول ها یا مولکول...»

۸۱- پاسخ: گزینه ۴
ابتدا دو واکنش را موازنه می کنیم:



$$\text{گازهای معادله اول: } ۱N_۲ + ۴H_۲O = ۱ \times ۲۸ + ۴ \times ۱۸ = ۱۰۰ \frac{g}{mol}$$

$$\text{گازهای معادله دوم: } ۱CO_۲ + ۱H_۲O = ۴۴ + ۱۸ = ۶۲ \frac{g}{mol}$$

می توانیم مقدار گاز حاصل از دو واکنش را برابر قرار دهیم:

$$xg(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷ \times \frac{۱mol(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}{۲۵۲g(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷} \times \frac{۱۰۰g \text{ گاز}}{۱mol(NH_۴)_۲Cr_۲O_۷}$$

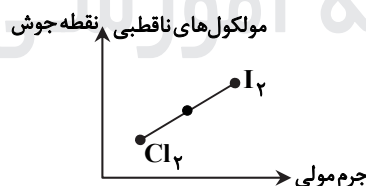
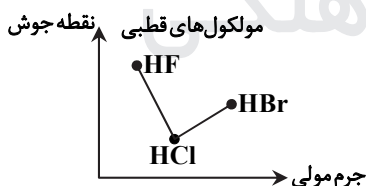
$$\Rightarrow ۲۵/۲gNHCO_۳ \times \frac{۱molNaHCO_۳}{۸۴gNaHCO_۳} \times \frac{۶۲g \text{ گاز}}{۲molNHCO_۳} \Rightarrow \frac{x}{۲۵۲} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵/۲}{۸۴} \times \frac{۶۲}{۲} \Rightarrow x \cong ۲/۵ \times ۹/۳ \cong ۲۳$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۲
مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

(۱) نادرست: مولکول های جور هسته همگی ناقطبی هستند. نقطه جوش آن ها به جرم مولی وابسته است.

(۲) در بین مولکول های قطب باید پیوند هیدروژنی را نیز در مولکول HF به حساب آورد. پس فقط نمی توان جرم مولی را بررسی کرد.

(۳) نادرست



(۴) نادرست؛ فقط Br_۲(l) است. I_۲(s) و بقیه گاز هستند. نقطه جوش HF، ۱۹°C است و از دمای اتاق (۲۵°C) کمتر است.

۸۳- پاسخ: گزینه ۳
مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$۲۰۰ \text{ mL NaClO} \times \frac{۱g}{۱ \text{ mL NaClO}} \times \frac{۱۸۶۲۵g NaClO}{۱۰۰g} \times \frac{۱mol NaClO}{۷۴/۵g NaClO} \times \frac{۲mol HCl}{۱mol NaClO} \times \frac{۱L HCl}{۰/۸mol HCl} \times \frac{۱۰۰ \text{ mL HCl}}{۱L HCl}$$

$$= \frac{۲ \times ۱۸۶۲۵ \times ۲}{۷۴/۵ \times ۸} = \frac{۱۸۶۲۵}{۱۴۹} = ۱۲۵ \text{ mL HCl}$$

کمک محاسباتی:

$$۱۸۶۲۵ = ۱۸/۶۲۵ \times ۱۰^۳ = (۱۸ + \frac{۵}{۸}) \times ۱۰^۳ = \frac{۱۴۹}{۸} \times ۱۰^۳$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت اول: نادرست؛ ممکن است در سمت راست فلز همچنان یک فلز یا شبه فلز باشد. قطعاً در سمت راست فلز در دوره نافلز وجود دارد ولی همه آن‌ها نافلز نیستند.

عبارت دوم: نادرست؛ کافی است، یکی از عناصر کلر یا فلوئور را در نظر بگیریم که هر دو گازهای فعال و هم‌گروه هستند.

عبارت سوم: نادرست؛ دسته s دارای ۱۴ عنصر (۷×۲) است که با کم کردن H و He، دارای ۱۲ فلز است. عناصر گازی غیرنجیب جدول

عبارتند از H_۲, N_۲, O_۲, Cl_۲, F_۲. پس $\frac{۱۲}{۵} \neq ۳$

عبارت چهارم: نادرست؛ آخرین فلز دوره چهارم ^{۳۱}Ge است. (پس از آن ^{۳۲}Ge شبه فلز است).

$$۳۱ - ۲۴ = ۷$$

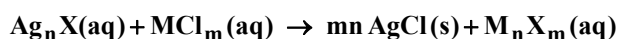
$$۷ \neq ۶$$

نخستین نافلز دوره دوم: C

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

دو نمک واکنش‌دهنده یکی دارای کاتیون Ag⁺ و دیگری آنیون Cl⁻ است. پس می‌توان واکنش جابه‌جایی دوگانه را به صورت کلی و فرضی زیر در نظر گرفت:



(۱) نادرست؛ بسته به مقدار m و n هر ضریبی از واکنش‌دهنده‌ها می‌تواند باشد.

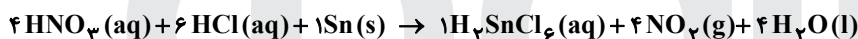
(۲) نادرست؛ بر اساس انحلال‌پذیری داده شده در صورت سؤال واکنش‌دهنده‌های محلول هستند و AgCl در آب نامحلول است.

(۳) نادرست؛ چون AgCl (S < 10^{-۲}) در آب نامحلول است. به راحتی به حد انحلال‌پذیری خود می‌رسد و احتمالاً سیر شده است.

(۴) درست؛ واکنش‌دهنده‌ها همگن و فراورده‌ها ناهمگن هستند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)



$$۸۹/۲۵ \text{ g Sn} \times \frac{۱ \text{ mol Sn}}{۱۱۹ \text{ g Sn}} \times \frac{۴ \text{ mol NO}_2}{۱ \text{ mol Sn}} \times \frac{۴۶ \text{ g NO}_2}{۱ \text{ mol NO}_2} \times \frac{x}{۱۰۰} = ۱۲۴/۲ \text{ g NO}_2 \Rightarrow ۳ \times \frac{۱}{۴} \times ۴ \times \frac{x}{۱۰۰} = ۲/۷ \Rightarrow x = ۷۹\%$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

(۱) ذخایر کف اقیانوسی بیشتر از ذخایر زمینی است.

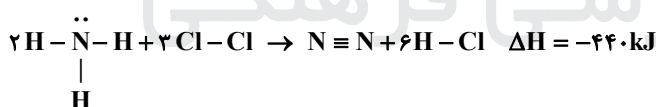
(۲) ترمیم گرماده است که باعث تولید Fe(I) می‌شود.

(۳) واکنش‌پذیری Na > Fe بیشتر است، اما صرفه اقتصادی ندارد.

(۴) واکنش‌پذیری Ag < Fe کمتر است. اصلاً واکنش Ag با Fe_۲O_۳ انجام نمی‌شود.

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)



$$(۶x + ۳ \times ۲۴۰) - (۲/۴x + ۶ \times ۴۳۰) = -۴۴۰ \Rightarrow ۳/۶x = ۱۴۲۰ \Rightarrow x = ۳۹۴ \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

شکل ۱۳- صفحه ۳۰ کتاب درسی

■ حدود نیمی از نفتی که از چاه‌های نفت بیرون کشیده می‌شود، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود.

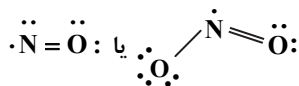
■ بخش اعظم نیم دیگر آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.

■ کمتر از ده درصد از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک، مواد منفجره و لاستیک به کار می‌رود.

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

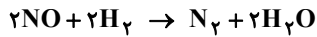
رادیکال‌ها غیرهشت تایی هستند، مثلاً:



۹۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

دقت کنیم که سرعت واکنش، خود عددی مثبت است، پس NO و H_2 که عدد منفی در کسر تغییر غلظت آنها نسبت به زمان ضرب شده واکنش دهنده هستند.



$$\text{مجموع ضرایب فرآورده} = 2 + 1 = 3$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$16/8 \text{ LCO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4 \text{ LCO}_2} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} = 75 \text{ g CaCO}_3 \text{ مصرف شده}$$

$$18/75 + 75 = 93/75 \text{ g CaCO}_3 \text{ اولیه}$$

$$\% \text{CaCO}_3 = \frac{75}{93/75} \times 100 = 75\%$$

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{R_{\text{CO}_2}}{1} = \frac{16/8 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}}}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 2/5 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

$$\text{حجم اولیه} = V_1 = 200 \text{ mL}$$

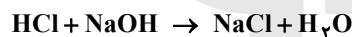
$$\text{غلظت اولیه} = M_1 = 0.2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{آب افزوده شده} = x \text{ mL}$$

$$\text{غلظت ثانویه} = M_2$$

$$\text{غلظت اسید} = M_3$$

$$200 \times 0.2 = (200 + x) \times M_2 \Rightarrow M_2 = \frac{4}{200 + x} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$



$$10 \text{ mL HCl} \times \frac{M_3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ L}}{\frac{4}{200 + x} \text{ mol NaOH}} = 20 \text{ mL} \Rightarrow M_3 = \frac{8}{200 + x}$$

حالا اعداد گزینه‌ها را به جای x و M_3 جای‌گذاری کنید تا گزینه درست یافت شود.

(۲)

$$0.1 = \frac{8}{200 + 600}$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۱)

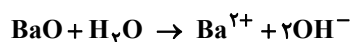
(۱) درست؛ هر دو در آب به صورت دو مولکولی حل می‌شوند.

(۲) درست

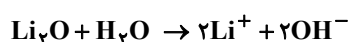
$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha}$$

$$0.1 = \frac{M \times 0.1}{0.9} \Rightarrow M = 0.9$$

(۳) نادرست



$$\frac{(0.1 \text{ mol BaO} \times \frac{2 \text{ mol Ion}}{1 \text{ mol BaO}})}{0.5 \text{ L}} = 0.4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$



$$\frac{(0.1 \text{ mol Li}_2\text{O} \times \frac{4 \text{ mol Ion}}{1 \text{ mol Li}_2\text{O}})}{0.5 \text{ L}} = 0.8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(۴) درست

$$V \uparrow \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [H^+] \downarrow \\ [OH^-] \downarrow \end{array} \right. \Rightarrow [H^+] \uparrow \Rightarrow \text{pH} \downarrow$$

اما K_a فقط تابع دما است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

عبارت اول: درست

عبارت دوم: نادرست؛ $Mg(OH)_2$ محلول نیست. در آب حل نمی‌شود و شیر منیزی یک سوسپانسیون است.

عبارت سوم: درست

عبارت چهارم: نادرست؛ اولاً آرنیوس ربطی به pH ندارد. با مدل آرنیوس فقط اسید و باز را شناسایی می‌کنیم یا ثانیاً در شرایط یکسان pH

به قدرت اسیدی و تعداد هیدروژن‌های اسیدی بستگی دارد. نه هر تعداد H که در ترکیب است.

عبارت پنجم: نادرست؛ ویژگی‌های اسید و باز قبل از آرنیوس شناخته شده بود، اما آرنیوس نخستین کسی بود که آن‌ها را بر مبنای علمی تعریف کرد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دقت کنیم که:

$$1/2g \times \frac{1 \text{ mol}}{80g} = 15 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$M_{DOH} = \frac{15 \times 10^{-3} \text{ mol}}{\frac{1}{4} \text{ L}} = 6 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

(۱) نادرست

$$[OH^-] = M\alpha = 6 \times 10^{-2} \times \frac{20}{100} = 12 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{12 \times 10^{-3}} = \frac{1}{12} \times 10^{-11} = 8/3 \times 10^{-13}$$

(۲) درست

$$\left. \begin{array}{l} M_{HA} = 12 \times 10^{-3} \\ \alpha_{HA} = 12 \times 10^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow [H^+]_{HA} = 12 \times 10^{-3} = [OH^-]_{DOH}$$

(۳) نادرست؛ ۰/۳ تغییر pH یعنی غلظت OH^- دو برابر شود. در شرایط جدید ۲g باز نسبت به ۱/۲g اولیه کمتر از دو برابر است. پسحتی اگر $\alpha = 1$ باشد و باز قوی باشد، تغییر $[OH^-]$ به دو برابر نمی‌رسد. پس حتماً گزاره نادرست است. اگر مایلید سؤال را دقیق حلکنید لازم است، ابتدا K_b را در محلول اولیه حساب کنید و سپس $[OH^-]$ آن و $[H^+]$ و pH را در حالت جدید به دست آورید. ولی

اعداد اصلاً روند و قابل محاسبه نیست.

(۴) نادرست

$$50 \text{ mL} \times \frac{6 \times 10^{-2} \text{ mol DOH}}{1 \text{ L}} = 3 \times 10^{-3} \text{ mol DOH}$$

$$50 \text{ mL} \times \frac{0.02 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L}} = 1 \times 10^{-3} \text{ mol HCl}$$

مقدار DOH بیشتر است و محلول پایانی خاصیت بازی دارد.

رد دقیق گزینه ۳:

محاسبه K_b :

$$K_b = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{6 \times 10^{-2} \times (0.2)^2}{1-0.2} = \frac{24 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-1}} = 3 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

غلظت DOH جدید:

$$M = \frac{(1/2 + 0/8)g}{\frac{1}{4} \text{ L}} = \frac{80g}{80} = 0/1 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{M - [OH^-]} \Rightarrow 3 \times 10^{-3} = \frac{x^2}{0.1 - x} \Rightarrow x^2 = 3 \times 10^{-4} - 3 \times 10^{-3} x \Rightarrow x^2 + 3 \times 10^{-3} x - 3 \times 10^{-4} = 0$$

$$x = \frac{-3 \times 10^{-3} \pm \sqrt{9 \times 10^{-6} + 12 \times 10^{-4}}}{2} \cong \frac{-3 \times 10^{-3} \pm \sqrt{12 \times 10^{-4}}}{2} = \frac{-3 \times 10^{-3} \pm 3/5 \times 10^{-2}}{2} = 32 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{1}{32} \times 10^{-11} \Rightarrow \text{pH} = 11 + 5 \log 2 = 12/5$$

حالا pH اولیه:

$$[H^+] = \frac{1}{12} \times 10^{-11} \Rightarrow \text{pH} = 11 + 0/6 + 0/5 = 12/1$$

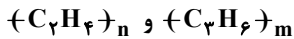
$$\Delta \text{pH} = 0/4 \neq 0/3$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۳)

(۱) نادرست؛ اغلب مونومرها گاز هستند. در همین مورد C_2H_4 و C_2F_4 هر دو گاز هستند.

(۲) نادرست؛ بستگی به تعداد واحد تکرار شونده دارد.



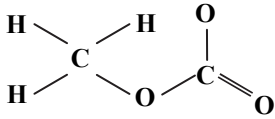
(۳) نادرست؛ نه لزوماً پلیمری شدن استیرن یا تولید پلی استر و پلی آمید این چنین نیست.

(۴) درست؛ سلولز و نشاسته هر دو دارای مونومر گلوکز با فرمول $C_6H_{12}O_6$ هستند.

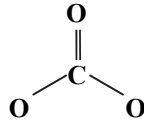
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۳) و شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

الف) نادرست

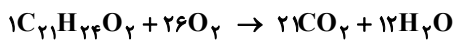


$$4 - 6 = -2 \quad 4 - 3 = 1$$

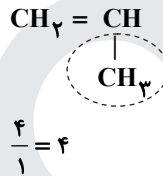
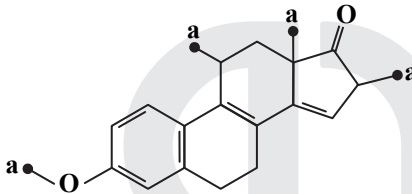


$$4 - 2 = +2$$

(ب) درست؛ ترکیب دارای ۲۱ کربن است. پس آلکان معادل آن به صورت $C_{21}H_{44}$ است. همچنین دارای ۶ پیوند دوگانه و ۴ حلقه است که هر کدام دو هیدروژن (مجموعاً ۱۰ هیدروژن) باید از فرمول کم کنیم.

(پ) درست؛ در شکل گروه‌های CH_3 با حرف a مشخص شده است و ۴ عدد می‌باشد.

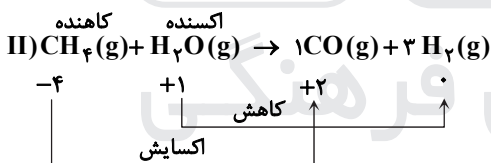
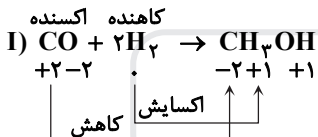
در مونومر پلی پروپین، یک گروه متیل وجود دارد:

(ت) نادرست؛ ترکیب دارای ۵ $C=C$ است و با ۵ مول H_2 سیر می‌شود.

$$5 \times 2 = 10 \text{ g } H_2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

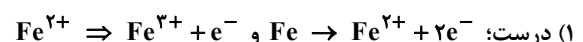
(۱) درست؛ H_2 نافطبی است.(۲) درست؛ $2H_2$ و $1CH_4$

(۳) نادرست؛ C در واکنش I از ۲ به -۲ رسیده و ۴ واحد کاهش یافته است.

(۴) درست؛ از نصف یک مول متان ۱ مول CO و ۳ مول H_2 به دست می‌آید، اما برای متانول ۱ مول CO و ۲ مول H_2 لازم است، پس ۱مول H_2 اضافی هم داریم.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۲)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۱

(۲) درست؛ $Fe^{3+}(aq)$ و $OH^-(aq)$ هر دو محلول هستند.

(۳) درست

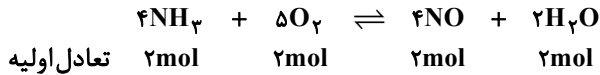


$$4 + 3 + 6 + 4 = 17$$

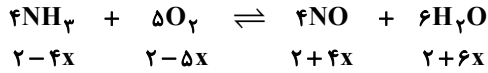
(۴) درست؛ هر چه $[H^+]$ بیشتر باشد، اکسندگی O_2 بیشتر می‌شود.

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)



کاهش فشار باعث می شود تعادل در جهت تولید مول گاز بیشتر، یعنی در جهت رفت جابه جا شود، پس در تعادل جدید:



تغییر غلظت و مول مواد نباید باعث شود، مقدار O_2 و NH_3 به صفر برسد، چون واکنش کامل نیست:

$$2-4x > 0 \Rightarrow x < 0.5$$

$$2-5x > 0 \Rightarrow x < 0.4$$

$$\text{mol H}_2\text{O} \quad 2+6x < 2+6 \times 0.4 = 4.4$$

پس باید $x < 0.4$ باشد:

پس نمی تواند مقدار جدید برابر $4/45$ باشد. اما باید نسبت به ۲ مول اولیه بیشتر باشد، پس تنها مقدار مجاز در گزینه ها $3/2$ است.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

a یک مول دو اتمی ناجورهسته است، پس نمی تواند HCN یا SCO باشد.

b یک مولکول با ۴ اتم جانبی یکسان و فاقد جفت ناپیوندی بر اتم مرکزی است. پس می تواند SiF_4 ، CH_4 یا SiH_4 باشد.

c یک مولکول خمیده است، یعنی بر اتم مرکزی آن جفت ناپیوندی وجود دارد، پس می تواند H_2S ، H_2O یا OF_2 باشد.

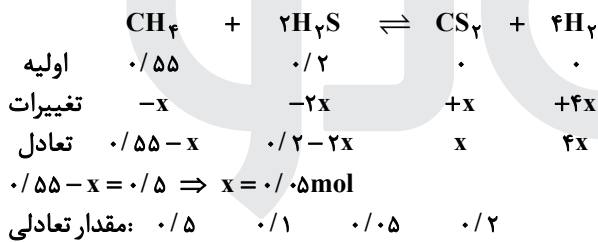
d یک مولکول با سه اتم جانبی است که بر اتم مرکزی حتماً جفت ناپیوندی وجود دارد. پس فقط ساختار NH_3 با آن تطبیق دارد و نمی تواند SO_3 (مسطح) باشد.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

$$8 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} = 0.5 \text{ mol CH}_4$$

جدول تغییرات مولی:



$$K = \frac{[\text{CS}_2][\text{H}_2]^4}{[\text{CH}_4][\text{H}_2\text{S}]^2} = \frac{1}{V^5} \times \frac{0.05 \times (0.2)^4}{0.5 \times (0.1)^2} = \frac{1}{(0.5)^2} \times \frac{0.05 \times 16 \times 10^{-4}}{0.5 \times 10^{-2}} = 6/4 \times 10^{-2}$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

قبل از بررسی جدول یک مطلب را دقت کنیم. در بین ترکیب های یونی دوتایی با بار $1+$ و $1-$ ، بیشترین ΔH فروپاشی به HF مربوط است که براساس نمودار کتاب درسی مقدار آن حدوداً برابر 1050 کیلوژول بر مول است. پس با توجه به اعداد 780 و 950 می توان دریافت که X^+ ، Y^+ و A^- است. در نتیجه Z^{2+} و D^{2-} است. حالا برای گزاره ها:

(الف) نادرست؛ اگر A^- و X^+ برابر 780 باشد، D^{2-} و X^+ باید از A^- و Y^+ بیشتر باشد، پس $M > 950$.

(ب) درست؛ هر دو یک بار مثبت هستند، پس باید شعاع X^+ از Y^+ بیشتر باشد، تا نسبت بار به شعاع و فروپاشی ΔH کمتری داشته باشد.

(پ) درست؛ A^- است.

(ت) نادرست؛ 2900 نشان می دهد که بار Z یا $2+$ یا بیشتر است.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۴)

(۱) نادرست؛ اکسیژن از C نافلز قوی تری است (اکسنده تر است)، پس عدد اکسایش کربن افزایش می یابد و دچار اکسایش می شود.

$$C_x H_y \quad x \times C + y \times 1 = 0 \Rightarrow C = -\frac{y}{x}$$

$$C_x H_y O_z \quad x \times C + y \times 1 + z \times (-2) = 0$$

$$c = \frac{2z - y}{x}$$

$$x, y, z \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{2z - y}{x} > -\frac{y}{x} \Rightarrow \text{اکسایش}$$

(۲) درست؛ در متن کتاب درسی اشاره شده است.

توضیح خارج از کتاب اما سودمند؛ متانول با PET واکنش می دهد و استر دو عاملی دی متیل ترفتالات تولید می کند.

(۳) نادرست؛ نه هر فراورده ای، بلکه فراورده سودمند.

(۴) نادرست؛ انرژی فعال سازی آن منفی نیست.