



1- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$  را نصف کنید دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت  $d$  خواهید داشت. مقدار

$r+d$  کدام است؟ **متوسط**  
 $1+0=1$

$\frac{1}{2}$  (4)  
 $a \xrightarrow{\times r} ar \xrightarrow{\times r} ar^2$   
جبات را  
نصف می‌کنم

$\sqrt{2}$  (3)

1 (2)

(1) صفر

→ بالای حسابی

$\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}$

$\int \times \frac{ar}{2} = \frac{a}{2} + \frac{ar^2}{2}$

$r = \frac{r^2}{2} + \frac{1}{2}$

$r^2 - 2r + 1 = 0 \Rightarrow r = 1$

قدرنسبت  
 $d=0$

$\frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}$

$r+d = 1+0 = 1$

2- نقاط  $A(3, y)$  و  $B(-5, y)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر 1 است. اگر این سهمی، محور

$x$ ها را در نقاطی با طول‌های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  باشد، این سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای با کدام عرض

قطع می‌کند؟ **متوسط**

$\frac{2}{3}$  (4)

$\frac{1}{3}$  (3)

$-\frac{2}{3}$  (2)

(1)  $x_5 = \frac{-5+r}{2} - \frac{1}{2}$   
 $x_5 = -1$

$y = k(x+1)^2 + 1$

$y = kx^2 + 2kx + k + 1$

$\hookrightarrow \begin{cases} s = -r \\ p = \frac{k+1}{k} \end{cases} \textcircled{I}$

$s^2 - rp = 5$

$\hookrightarrow r - 2x \frac{k+1}{k} = 5$

$\hookrightarrow \frac{k+1}{k} = -\frac{1}{r}$

$rk + r = -k \Rightarrow k = -\frac{r}{r+1}$

$y = -\frac{r}{r+1}(x+1)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} y = \frac{1}{r+1}$



۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های متمایز معادله  $ax^2 - ax - b = 0$  و  $4\alpha\beta^2 + 2\alpha^2 - 2\alpha\beta = 17$  باشد، اختلاف ریشه‌های

این معادله کدام است؟ **دستوار**

$$\frac{1}{\sqrt{\Delta}} \quad \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \quad \left[ \begin{array}{l} s=1 \\ p=-b/a \end{array} \right. \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{5} \quad (1)$$

$$2\beta^2 - 2\beta + 2(\beta^2 + \alpha^2) = 17 \rightarrow 2\left(\frac{b}{a}\right) + 2\left(1 + 2\frac{b}{a}\right) = 17$$

جایگزینی

$$4\beta^2 - 4\beta - b = 0$$

$$\beta^2 - \beta = \frac{b}{4}$$

$$-2 \cdot p + 2 - 4 \cdot p = 17$$

$$-6 \cdot p = -4$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{s^2 - 4p} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

**دستوار**۶- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{16}{9}$  کدام است؟

$$2/25 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1/75 \quad (2)$$

$$S = ?$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{r(x^2-x) + 1}{x^2 - 2x + 1 + x^2} = \frac{16}{9}$$

$$x^2 - x = t$$

$$\frac{2t+1}{t^2} = \frac{16}{9}$$

$$\rightarrow \frac{16}{9} t^2 - 18t - 9 = 0$$

$$t^2 - 18t - 144 = 0$$

$$(t-9)^2 = 1521$$

$$t = \frac{-29+9}{16} \quad t = \frac{29+9}{16}$$

$$\downarrow$$

$$-\frac{3}{16}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{16}$$

$$x^2 - x = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x + \frac{3}{16} = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

$$x^2 - x = \frac{1}{16} \Rightarrow x^2 - x - \frac{1}{16} = 0 \rightarrow \Delta > 0$$

$$S = 1$$

$$S_{\text{کل}} = 1 + 1 = 2$$

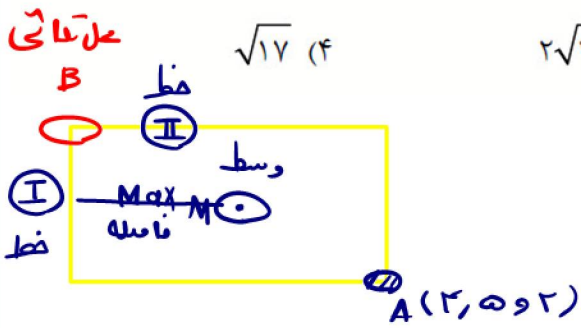


3 صفحه:

موضوع:

نقطه  $A(4, 5, 2)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟ **صورت**

$m = 1/4$        $m' = -4$   
 $\sqrt{17}$  (4)       $2\sqrt{17}$  (3)       $\frac{\sqrt{17}}{4}$  (2)      ?       $\frac{\sqrt{17}}{2}$  (1)



$4x + y = 3$   
 $x - 4y = 5$   
 $17x = 17 \Rightarrow x = 1, y = -1$

$M(\frac{11}{4}, \frac{1}{4})$   
 $M(\frac{11}{4}, \frac{1}{4})$

$II/ 4x + y - 3 = 0$   
 $I/ x - 4y - 5 = 0$

$d = \frac{|11 + 1/4 - 3|}{\sqrt{16 + 1}} = \frac{17}{4\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{4}$   
 $d = \frac{|11/4 - 2/5|}{\sqrt{1 + 16}} = \frac{17}{4\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{4}$

8- وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx - 1}}$  در دامنه محدود، خط  $y = 12 - x$  را در نقطه‌ای به عرض  $10$  قطع می‌کند

مقدار  $f(m + 4)$  کدام است؟ **ساره**

$10 = 12 - x \Rightarrow x = 2$   
 $f(2) = 10$

$f^{-1}(10) = 2$   
 $2 = \sqrt{10 - 2\sqrt{10m - 1}}$   
 $9 = 10m - 1 \Rightarrow m = 1$

$f(1 + 4) = f(5) = \sqrt{5 - 2\sqrt{5 - 1}} = 1$



۹- مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت  $\frac{1}{9}$  از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

۱/۹ باقی مانده

دستوار

$\frac{1}{6}$  از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟  $(\log_3^5 = 2,4 \text{ و } \log_3^5 = 1,4)$

۴۲۰ (۴)

۴۴۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۸۰ (۱)

$$f(t) = A \cdot x \left(\frac{A}{9}\right)^t$$

$$\frac{1}{6} A = A \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{9}\right)^t \Rightarrow \left(\frac{9}{1}\right)^t = 6$$

جابجایی مساها

$$\log_5 2 = \frac{1}{24} = \frac{1}{12}$$

$$\log_5 3 = \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

طرفین  
→  
log<sub>5</sub>

$$t \times \log_5 \frac{1}{9} = \log_5 \frac{1}{6}$$

$$t \times (\log_5 3 - 2 \log_5 2) = \log_5 2 + \log_5 3$$

$$t \left( \frac{1}{6} - 2 \times \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{6}$$

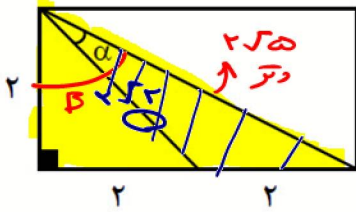
$$t \left( \frac{1}{12} \right) = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{4} \times 12 = 3$$

دقیقه

۱۰- در شکل زیر، مقدار  $\cot \alpha$  کدام است؟ **آسان**

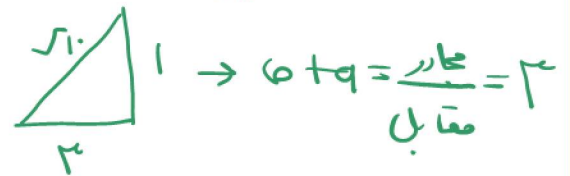
۱ (۱)

۳ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۳) $\frac{1}{3}$  (۴)

$$S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4 \quad S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4 \quad S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4 \quad S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4 \quad S_{\text{مستطیل}} = 2 \times 2 = 4 \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



۱۱- مثلث ABC، با اضلاع  $\sqrt{3}$  و ۶ و  $\alpha$  (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث  $\frac{4}{5}$  باشد، بیشترین

مقدار  $\alpha$  چند برابر کمترین مقدار  $\alpha$  است؟ **آسان**

۲ (۱)

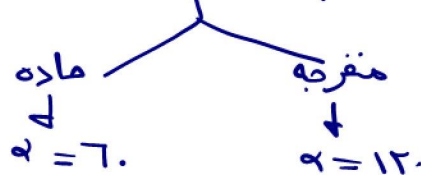
۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

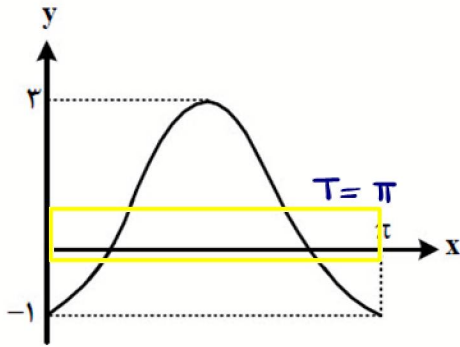
 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} \times \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$$



دلیل:  $\alpha + \beta = \pi \rightarrow \sin \alpha = \sin \beta$   
۲ برابر

۱۲- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$  باشد، اختلاف صفرهای تابع  $f$  در بازه  $[0, \pi]$ ، کدام است؟



$$f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$\sqrt{\frac{b}{2}}$        $\sqrt{\frac{b}{2}}$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{2\pi}{\pi} - 2cx\right)$$

$$f(x) = b \times \frac{1}{\sqrt{2}} \sin(2cx + \varphi)$$

$b < 0$

$$-b + 1 = 2 \Rightarrow b = -2$$

در بازه  $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$
- (۲)  $\frac{\pi}{4}$
- (۳)  $\frac{\pi}{2}$
- (۴)  $\frac{2\pi}{3}$

$$\frac{\text{Max} + \text{min}}{2} = \frac{2 + (-2)}{2}$$

$$a = 0$$

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|2c|} = \pi \Rightarrow c = 1$$

$$f(x) = -\sqrt{2} \sin(2x + 1) \Rightarrow \sin(2x + 1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\pi}{4}$

$$2x + 1 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}$$

$$2x + 1 = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{8} - \frac{1}{2}$$

افتتاح

$$\frac{5\pi}{7} - \frac{\pi}{7} = \frac{4\pi}{7}$$

(II)

دستوار

۱۳- در معادله مثلثاتی  $m(\cos x - \sin x) - 2\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$  اگر  $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$$I, \quad (\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x \Rightarrow \sin 2x = 1 - (\cos x - \sin x)^2$$

$$\Rightarrow mt - 2\sqrt{6}(1 - t^2) = \sqrt{6} \Rightarrow 2\sqrt{6}t^2 + mt - 2\sqrt{6} = 0$$

$$(II) \quad \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

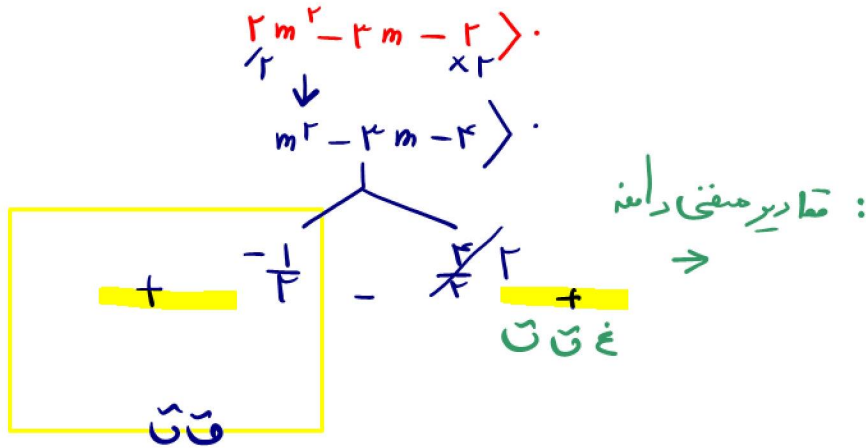
$$I, II \rightarrow 2\sqrt{6} \times \frac{2}{3} + m \times \frac{\sqrt{2}}{3} - 2\sqrt{6} = 0 \Rightarrow m \frac{\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{6}$$

$$m = 6$$



۱۴- تابع  $f$  اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است اگر  $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$  باشد،  $m$  دارای چند مقدار صحیح است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

$\rightarrow x_1 < x_2 : -m^2 + 2m - 3 < m^2 - m - 5$



$-m^2 + 2m - 3$  ( $\Delta < 0$ )  
همواره -

$m^2 - m - 5 \rightarrow \Delta = 1 + 20 = \sqrt{21} \rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

به ازای مقادیر ما بین  $\frac{-1 - \sqrt{21}}{2}$  تا  $\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

نقطه‌ها مقادیر منفی دارد. صحیح با ستاره.

۱۵- f تابع هموگرافیک،  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)}$  است، کدام عدد می‌تواند حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$  باشد؟ **متربط**

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) ۲

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  و  $g(x) = \frac{cx+d}{ax+b}$  ،  $g^{-1} = \frac{-bx+d}{ax-c}$

$I/ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f}{g^{-1}} = \frac{a/c}{-b/a} = \frac{a^2}{-bc}$      $II/ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g^{-1}}{g} = \frac{-b/a}{c/a} = \frac{-b}{c}$

$I = II \rightarrow a = \pm b \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-bx+d}{ax-c} = \frac{b}{-a} = \pm 1$

۱۶- برای مقدار مشخص k، تابع  $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در  $x = n$  و  $x = -n$  پیوسته است. کدام مورد

در خصوص n صحیح است؟  $(k, n \in \mathbb{N})$  **دستوار**

- (۱) زوج n (۲) فرد n

(۳) برای جميع مقادير n پیوسته است. (۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

برای زوج n:  $n^+ \rightarrow |x - [-x]| = |n - [-(n^+)]| = |n + n + 1| = 2n + 1$   $K = 2n$   
 $n^- \rightarrow x - [x] + k = n - n + 1 + k = k + 1$

برای فرد n:  $(-n)^+ \rightarrow |x - [-x]| = |-n - (n-1)| = |-2n + 1| = 2n - 1$   $K = 2n - 2$   
 $(-n)^- \rightarrow x - [x] + k = -n + n + 1 + k = k + 1$

مغز n=2 برای راحتی درک

با عدد صحیح گزینش ی [ صحت می کند.



۱۷- اگر  $f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2$  و  $f(x) = xg(x) + 1$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  کدام است؟ آسان

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} = \frac{f(x) - 1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2 - 1}{x} = \frac{x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1}{x(x^2 - 2x + 1)}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-4x}{x} = -4$

تعمیری می توان

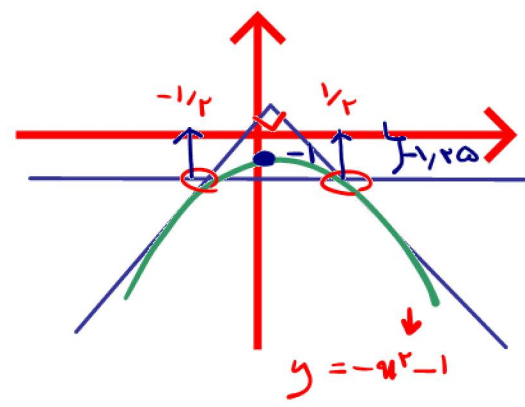
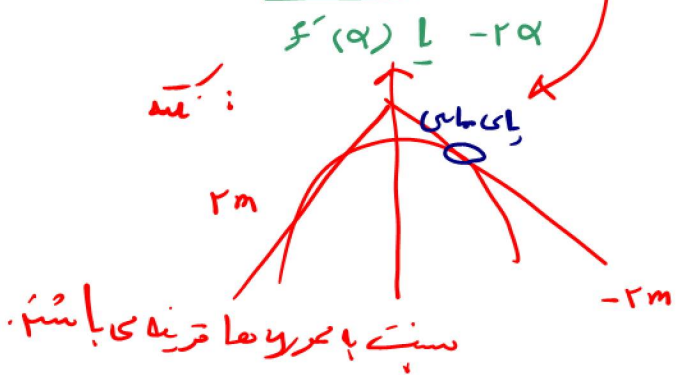
۱۸- خط موازی محور Xها، قرینه سهمی  $y = x^2 + 1$  نسبت به محور Xها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۱/۲۵
- (۲) ۳/۲۵
- (۳) ۵/۷۵
- (۴) ۲/۷۵

$y = x^2 + 1 \rightarrow y = -x^2 - 1 \rightarrow y' = -2x$

قرینه  
دیلی + بردن

$-2m \times 2m = -1 \rightarrow -4m^2 = -1 \rightarrow m = \pm 1/2$



۱۹- به ازای چند مقدار صحیح و منفی  $k$ ، نقطه عطف منحنی  $y = kx^3 + (k+1)x^2$  در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟ **متوسط**

$x_I = -\frac{b}{3a} < 0 \Rightarrow -\frac{k+1}{3k} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{k} > 0$

$y_I > 0 \Rightarrow -k \times \frac{(k+1)^2}{27k^3} + (k+1)x - \frac{(k+1)^2}{9k^2} > 0$

$\frac{(k+1)^2}{27k^2} > 0 \Rightarrow k > -1$

منحنی منحنی  
 $I \cap II = \emptyset$

بیانگر مشتق در در نظر می آید  
مدائل سطر



۲۰- کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی  $y = \sqrt{x-1}$  از خط  $2x - y + 2 = 0$  کدام است؟ **متوسط**

$\frac{3\sqrt{5}}{10}$  (۴)     $\frac{\sqrt{5}}{10}$  (۳)     $\frac{3\sqrt{5}}{1}$  (۲)     $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۱)

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{16}$

$y = \frac{1}{4}$

طول

$(\frac{1}{16}, \frac{1}{4})$

$2x - y + 2 = 0$

$|\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2| = \frac{3\sqrt{5}}{1}$