

۱.۱ پاسخ ریاضی پایه و حسابان کنکور ۱۴۰۲ «صفی شاهی فرد»

(۱) تست: اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید. دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت d

ریاضی ۱۴۰۲

خواهید داشت. مقدار $r + d$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ فقط دنباله ثابت می‌تونه هم هندسی و هم حسابی باشه پس $r + d = 1 + 0 = 1$.

$$a, ar, ar^2 \implies 2ar = a + ar^2 \implies r = 1 \implies d = 0 \implies r + d = 1 + 0 = 1$$

(۲) تست: نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر

این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد. این سهمی محور y ها

ریاضی ۱۴۰۲

را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ طول رأس سهمی برابر $1 = \frac{-5+3}{2}$ است، پس معادله سهمی به صورت $y = a(x+1)^2 + 1$

است.

$$y = 0 \implies a(x+1)^2 + 1 = 0 \implies ax^2 + 2ax + a + 1 = 0$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = -\left(\frac{2a}{a}\right)^2 - 2\frac{a+1}{a} = 5 \implies 4 - 2 - \frac{2}{a} = 5 \implies a = -\frac{2}{3}$$

$$x = 0 \implies y = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

(۳)

(۴)

(۵) تست: اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ بوده و $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$

ریاضی ۱۴۰۲

باشد. اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

پاسخ

$$\begin{cases} a\alpha^2 - a\alpha - b = 0 \\ a\beta^2 - a\beta - b = 0 \\ 40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17 \end{cases}$$

چون $S = \alpha + \beta = 1$ پس $\alpha = 1 - \beta$ که با جایگذاری در معادله سوم داریم:

$$40\beta^2 + 20(1-\beta)^2 - 20\beta - 17 = 0 \implies 20\beta^2 - 20\beta + 1 = 0 \text{ لذا } \beta = \frac{10 \pm \sqrt{80}}{20}$$

$$\alpha - \beta = 1 - 2\beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

ریاضی ۱۴۰۲

(۶) تست: مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{16}{9}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1,75$ (۳) ۲ (۴) $2,25$

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{160}{9} \implies \frac{(x-1)^2 + x^2}{x^2(x-1)^2} = \frac{160}{9} \implies \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9}$$

با تغییر متغیر $t = x^2 - x$ داریم:

$$\frac{2t+1}{t^2} = \frac{160}{9} \implies 160t^2 - 18t - 9 = 0 \implies t = \frac{3}{10} \text{ یا } t = -\frac{3}{16}$$

$$\begin{cases} x^2 - x = \frac{3}{10} \implies S_1 = 1 \\ x^2 - x = -\frac{3}{16} \implies S_2 = 1 \end{cases} \implies S = 1 + 1 = 2$$

(۷) تست: نقطه $(\frac{4}{5}, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و

ریاضی ۱۴۰۲

$x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۳) $2\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{17}$

(پاسخ) دو خط برهم عمود بوده و نقطه $A(\frac{4}{5}, 2)$ روی هیچ کدام نیست پس فاصله A از دو خط طول

و عرض مستطیل خواهند بود که نصف طول جواب هست.

$$AB = \frac{|4(\frac{4}{5}) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17} \implies \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$AC = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} \text{ عرض}$$

(۸) تست: وارون تابع $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx} - 1}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای با

ریاضی ۱۴۰۲

عرض 10 قطع می‌کند مقدار $f(m+4)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) 2 (۴) 1

(پاسخ) چون $b = 10$ عرض محل تقاطع وارون تابع f و خط $y = 12 - x$ است پس طول

محل تقاطع تابع f و خط $y = 12 - x$ برابر 10 خواهد بود یعنی $2 = 12 - 10 = f(10)$ پس

$$f(m+4) = f(5) = 1 \text{ در نتیجه } m = 1 \text{ لذا } f(10) = \sqrt{10 - 2\sqrt{10 \cdot 1} - 1} = 4$$

(۹) تست: مقداری از یک عنصر در هر ساعت $\frac{1}{4}$ از جرم باقی مانده را از دست بدهد. پس از چند دقیقه $\frac{1}{4}$

ریاضی ۱۴۰۲

از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_2 5 = 2/4, \log_3 5 = 1/4$)

(۱) 380 (۲) 360 (۳) 440 (۴) 420

پاسخ

$$m(t) = A \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{t}{3}} \implies \frac{1}{4}A = A \left(\frac{8}{9}\right)^t \implies \frac{1}{4} = \left(\frac{8}{9}\right)^t \implies \log_8 \frac{1}{4} = t \log_8 \left(\frac{8}{9}\right)$$

$$\implies \log_8 2 + \log_8 3 = t(\log_8 9 - \log_8 8) \implies \frac{1}{2/4} + \frac{1}{1/4} = t(2 \log_8 3 - 3 \log_8 2)$$

$$\implies \frac{5}{12} + \frac{5}{4} = t \left(\frac{10}{4} - \frac{15}{12}\right) \implies \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = t \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{12}\right) \implies t = \frac{19}{3} \text{ ساعت} = 380 \text{ دقیقه}$$

ریاضی ۱۴۰۲

(۱۰) تست: در شکل زیر، مقدار $\cot \alpha$ ا کدام است؟

(۱) 1 (۲) 3 (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ

فصل ۱. تحلیل و تشریح دروس ریاضی کنکور ۱۴۰۲ «صفی شاهی فرد»

$$\cot(45^\circ + \alpha) = \frac{2}{4} \implies \frac{\cot(45^\circ)\cot(\alpha) - 1}{\cot(45^\circ) + \cot(\alpha)} = \frac{1}{2} \implies \frac{\cot(\alpha) - 1}{1 + \cot(\alpha)} = \frac{1}{2} \implies \cot \alpha = 3$$

(۱۱) تست: مثلث ABC ، با اضلاع $\sqrt{3}$ و ۶ و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث

ریاضی ۱۴۰۲

۴/۵ باشد بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \sin \alpha \implies 4/5 = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \sin \alpha \implies \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \implies \alpha = 60^\circ \text{ یا } 120^\circ$$

(۱۲) تست: اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin(cx - \frac{\pi}{4}) \cos(cx - \frac{\pi}{4})$ باشد، اختلاف

ریاضی ۱۴۰۲

صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ کدام است؟

$\frac{2\pi}{3}$ (۴)

$\frac{\pi}{2}$ (۳)

$\frac{\pi}{4}$ (۲)

$\frac{\pi}{6}$ (۱)

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin(2cx - \frac{\pi}{4}) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

پاسخ

حال چون میانگین \min و \max برابر ۱ است پس $a = 1$.

$$T = \frac{2\pi}{|2c|} = \pi \implies |c| = 1 \implies c = 1$$

$$a + \frac{|b|}{2} = 3 \implies b = -4$$

$$f(x) = 1 - 2 \cos(2x) = 0 \implies \cos(2x) = \frac{1}{2} \implies 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \implies x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

(۱۳) تست: در معادله مثلثاتی $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$ مثلثاتی، اگر $\cos(x + \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد،

ریاضی ۱۴۰۲

مقدار m کدام است؟

۳ (۴)

۶ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

پاسخ

$$\cos x \cos \frac{\pi}{6} - \sin x \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} \implies \cos x - \sin x = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\implies (\cos x - \sin x)^2 = \frac{2}{3} \implies 1 - \sin(2x) = \frac{2}{3} \implies \sin(2x) = \frac{1}{3}$$

$$m\sqrt{\frac{2}{3}} - 3\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \sqrt{6} \implies m = 6$$

(۱۴) تست: تابع اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر

ریاضی ۱۴۰۲

m دارای چند مقدار صحیح است؟ $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$ باشد،

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ

$$m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2 \implies 2m^2 - 3m - 2 > 0 \implies \frac{1}{2}(2m + 1)(2m - 4) > 0$$

$$\implies m \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$$

بزرگتر از ۲ غیر قابل قبول است و فقط $m = -1$ قابل قبول است.

(۱۵) تست: f تابع هموگرافیک، $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)}$ است. کدام عدد

ریاضی ۱۴۰۲

می‌تواند حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$ باشد؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) صفر

پاسخ

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \implies f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}, \quad g(x) = \frac{cx+d}{ax+b} \implies g^{-1}(x) = \frac{-bx+d}{ax-c}$$

$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{-b}{a}} = \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} \implies \left(\frac{-b}{a}\right)^2 = 1 \implies b = \pm a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = \frac{b}{-a} = \pm 1$$

(۱۶) تست: f برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد در خصوص n صحیح است؟ ($k, n \in \mathbb{N}$)

ریاضی ۱۴۰۲

(۲) n فرد(۱) n زوج(۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.(۳) برای جميع مقادیر n پیوسته است.

$$x = 1 \implies \begin{cases} f(1^-) = |1 - [-1^-]| = 2 \\ f(1^+) = 1 - [1^+] + k = k \end{cases} \implies k = 2$$

پاسخ

$$x = -1 \implies \begin{cases} f((-1)^-) = |1 - [-(-1)^-]| = 2 \\ f((-1)^+) = 1 - [(-1)^+] + k = k \end{cases} \implies k = 2$$

$$x = 2 \implies \begin{cases} f(2^+) = |1 - [-2^+]| = 4 \\ f(2^-) = 1 - [2^+] + k = k \end{cases} \implies k = 4$$

$$x = -2 \implies \begin{cases} f((-2)^+) = |1 - [-(-2)^+]| = 3 \\ f((-2)^-) = 1 - [(-2)^+] + k = 1 + k \end{cases} \implies k = 2$$

(۱۷) تست: اگر $f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

ریاضی ۱۴۰۲

(۴) -۲

(۳) -۴

(۲) ۲

(۱) ۴

$$g(x) = \frac{f(x) - 1}{x} \implies \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x} \stackrel{Hop}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{1} = f'(0)$$

پاسخ

$$f'(x) = 2 \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right) \left(\frac{2 \cos x}{(1 + \sin x)^2}\right) \implies f'(0) = 2(-1)(2) = -4$$

(۱۸) تست: خط d موازی محور x ها، قریبه سهمی $y = x^2 + 1$ به محور x ها را در دو نقطه قطع

می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط برهم عمودند. فاصله خط d از مبدا مختصات کدام است؟

ریاضی ۱۴۰۲

(۴) $2/75$ (۳) $0/75$ (۲) $3/25$ (۱) $1/25$

$$f(x) = -x^2 - 1 \implies f'(x) = -2x, \quad mm' = -1 \implies -2a(2a) = -1 \implies a = \pm \frac{1}{2}$$

پاسخ

فصل ۱. تحلیل و تشریح دروس ریاضی کنکور ۱۴۰۲ «صفی شاهی فرد»

پس معادله خط d به صورت $y = f(\frac{1}{k}) = -\frac{1}{k} - 1 = -\frac{5}{4}$ می باشد که فاصله آن از مبدا مختصات برابر $\frac{5}{4} = 1,25$ است.

۱۹) تست: به ازای چند مقدار صحیح و منفی k ، نقطه عطف منحنی $y = kx^3 + (k+1)x^2$ در ناحیه دوم

محورهای مختصات قرار دارد؟

ریاضی ۱۴۰۲

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) بیش از ۲ (۴) صفر

پاسخ $y' = 3kx^2 + 2(k+1)x \implies y = 6kx + 2(k+1) = 0 \implies x = -\frac{k+1}{3k}$
 به ازای هر عدد صحیح و منفی k ، مقدار طول نقطه عطف $x = -\frac{k+1}{3k}$ غیر منفی است و در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار ندارد.

۲۰) تست: کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - [x^2]}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ کدام است؟

ریاضی ۱۴۰۲

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

پاسخ کافی است کمترین فاصله نقطه $A(x, \sqrt{x})$ واقع بر منحنی $y = \sqrt{x}$ از خط $y = 2x + 2$ را بیابیم.

$$d = \frac{|2x - \sqrt{x} + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}, f(x) = 2x - \sqrt{x} + 2 \implies f'(x) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \implies x = \frac{1}{16}$$

$$d = \frac{|2 \times \frac{1}{16} - \sqrt{\frac{1}{16}} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{|\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$

۲۱) تست: ۴ وزیر هر کدام با یک معاون به چند طریق می توانند روی ۸ صندلی در دوردیف روبه روی هم

بنشینند به طوری که هر وزیر دقیقاً روبه روی معاونش قرار بگیرد؟

ریاضی ۱۴۰۲

- (۱) $4!$ (۲) $2 \times 4!$ (۳) $2^4 \times 4!$ (۴) 2^4

پاسخ $2^4 \times 4!$

۲۲) تست: در یک گروه ۱۵۰ نفری دانش آموزی، ۴۰ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷۵ نفر فقط بلیت فیلم

«ب» را خریداری کرده اند. اگر $P(A)$ و $P(B)$ به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم های «الف» و «ب» باشند،

بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ کدام است؟

ریاضی ۱۴۰۲

- (۱) $\frac{15}{29}$ (۲) $\frac{38}{45}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۴) $\frac{15}{22}$

پاسخ اگر اشتراک «الف» و «ب» تهی باشد کمترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{40}{75}$ به دست می آید و اگر اشتراک «الف» و «ب» حداکثر مقدار ممکن یعنی $35 = 150 - (40 + 75)$ باشد بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{40 + 35}{75 + 35} = \frac{15}{22}$ به دست می آید.

۲.۱ بودجه‌بندی دروس ریاضی رشته فیزیک کنکور ۱۴۰۲

تعداد سوالات	کتاب
۶	ریاضی (۱)
۸	حسابان (۱)
۶	حسابان (۲)
۴	هندسه (۱)
۴	هندسه (۲)
۴	هندسه (۳)
۴	آمار و احتمال
۴	ریاضیات گسسته

۳.۱ موضوعات دروس ریاضی، رشته فیزیک کنکور ۱۴۰۲

مجموعه	منطق	دنباله	معادله درجه دوم	سهمی	معادله گویا	هندسه تحلیلی
۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱
وارون	لگاریتم	مثلثات	یکنوایی	حد و مشتق	پیوستگی	عطف
۱	۱	۴	۱	۳	۱	۱
اکسترمم	شمارش	احتمال	انحراف معیار	چهار ضلعی	رابطه طولی	تشابه
۱	۲	۲	۱	۲	۳	۱
محاطی	دایره	دترمینان	بردار	عاد کردن	معادله سیاله	درجه گراف
۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱

صفی شاهی فرد

«مدرس دانشگاه فنی و حرفه‌ای و آزاد اسلامی»

«مؤلف کتب درسی دانشگاهی»

«دبیر آموزش و کنکور حسابان مدارس نمونه دولتی»

۰۹۳۵۸۶۴۷۱۱۷