



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

اگر جملات یک دنباله هندسی با قدرنسبت r را نصف کنید، دنباله ای حسابی با قدرنسبت d خواهید داشت. مقدار $r+d$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

(۱) صفر

هندسی (GPs)

حسابی (APs)

مثال: $r=1$

$$3, 3, 3, 3, \dots$$

تغییر

$$\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \dots \rightarrow r+d=1+0=1$$

$$\hookrightarrow r=1$$

$$\hookrightarrow d=0$$

تشریحی: $r=1$

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots \rightarrow \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}ar, \frac{1}{2}ar^2, \frac{1}{2}ar^3, \dots$$

$$2 \times \left(\frac{1}{2}ar\right) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}ar^2 \xrightarrow{\times 2} 2r = 1 + r^2 \rightarrow r^2 - 2r + 1 = 0$$

$$\rightarrow (r-1)^2 = 0 \rightarrow r=1 \rightarrow \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, \dots \rightarrow d=0$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض



قطع می‌کند؟

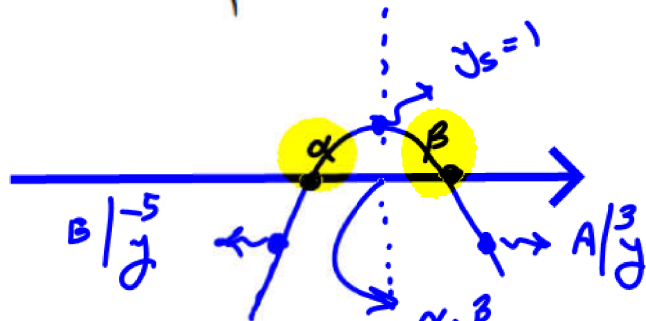
$$\rightarrow s^2 - 2p = 5 \quad (*)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3) \checkmark$$

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$



$$\frac{\alpha + \beta}{2} = x_s = \frac{-5 + 3}{2} = -1 \rightarrow \alpha + \beta = -2 \Rightarrow \boxed{S = -2}$$

$$y = k(x - x_s)^2 + y_s \rightarrow y = k(x + 1)^2 + 1 \rightarrow y = k(x^2 + 2x + 1) + 1 = kx^2 + 2kx + k + 1$$

جانمایی
(*)

$$(-2)^2 - 2\left(\frac{k+1}{k}\right) = 5 \rightarrow \frac{k+1}{k} = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{2k+2}{k} = -k \rightarrow k = -\frac{2}{3}$$

$$p = \frac{k+1}{k} \rightarrow \frac{c}{a}$$

سپس
↓

$$y = -\frac{2}{3}(x+1)^2 + 1 \xrightarrow{x=0} y = -\frac{2}{3} + 1 = \boxed{\frac{1}{3}}$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

برای مجموعه های $A = \{a-2, 6, 2b+1, c\}$ و $B = \{\sqrt{d}, 5, -1\}$ فرض کنید $A \times B = B \times A$ باشد، در چند



حالت مقدار $a+b+c=9$ است؟

$A=B$
صفر (۴)

$\sqrt{d}=6$ پس $d=36$
۳ (۳)

۲ (۲✓)

۱ (۱)

$$\begin{cases} A = \{a-2, 6, 2b+1, c\} \\ B = \{6, 5, -1\} \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} a-2 \\ 2b+1 \\ c \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} 5, -1, -1 \\ 5, 6, -1 \\ 5, 5, -1 \end{matrix}$$

$$a+2b+c-1 = \begin{matrix} 3 \\ 10 \\ 9 \end{matrix}$$

سپس $a+b+c=9$

$$\begin{cases} b-1 = -6 \rightarrow b = -5 \rightarrow \times \\ b-1 = 1 \rightarrow b = 2 \rightarrow \checkmark \\ b-1 = 0 \rightarrow b = 1 \rightarrow \times \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2 = -1 \\ c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2 = 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=6 \end{cases} \quad \begin{cases} a=8 \\ b=2 \\ c=-1 \end{cases}$$



مطابق با جدول ارزش درستی گزاره های زیر، کدام گزاره مرکب می تواند هم ارز منطقی گزاره X باشد؟

۴

p	q	r	X
د	د	د	ن
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
ن	د	ن	د
ن	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

فرض

T

T

T

T

T

F

T

T

حدم

F F

F F

T T

F F

F F

F T

T T

F F

$$(q \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (\sim q \wedge r)) \quad (1) \checkmark$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow ((p \vee \sim p) \wedge (q \wedge \sim r)) \quad (2)$$

$$[p \Rightarrow ((q \vee r) \Rightarrow (q \wedge r))] \Rightarrow (\sim (p \vee r) \wedge q) \quad (3)$$

$$(r \Rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow [((p \Rightarrow r) \Rightarrow (\sim p \wedge r)) \wedge q] \quad (4)$$



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

اگر α و β ریشه های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه های این معادله کدام است؟



(30+10)

$$\frac{2}{\sqrt{5}}$$

(30-10)

$$(\beta + \alpha)(\beta - \alpha)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$P = \frac{-b}{a}$$

$$S = \frac{a}{a} = 1$$

$$\frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$(30\beta^2 + 30\alpha^2) + 10(\beta^2 - \alpha^2) - 20\beta = 17 \quad \rightarrow \quad 30\left(1 + \frac{2b}{a}\right) + 10(1)(\beta - \alpha) - 20\beta = 17$$

$$\rightarrow 30(\beta^2 + \alpha^2) = 30(S^2 - 2P) = 30\left(1 + \frac{2b}{a}\right)$$

$$\rightarrow 30\left(1 + \frac{2b}{a}\right) + 10\beta - 10\alpha - 20\beta = 17 \quad \rightarrow \quad 30\left(1 + \frac{2b}{a}\right) = 27 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{2b}{a} = \frac{9}{10}$$

$$\rightarrow \frac{2b}{a} = -\frac{1}{10} \quad \rightarrow \quad \frac{b}{a} = -\frac{1}{20} \quad \rightarrow \quad |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2 + 4ab}}{|a|}$$

$$= \frac{|a| \sqrt{1 + \frac{4b}{a}}}{|a|} = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

$$\frac{(1-2x+x^2)+x^2}{x^2(1-x)^2} = \frac{160}{9}$$

مجموع ریشه های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$ کدام است؟



$$2/25 (4) \quad -2(x-x^2) \quad t$$

2 (3) ✓

$$1/25 (2)$$

$$1 (1)$$

$$\frac{2x^2-2x+1}{(x-x^2)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\frac{-2t+1}{t^2} = \frac{160}{9} \rightarrow 160t^2 + 18t - 9 = 0$$

$$t = \frac{-18 \pm \sqrt{18^2 - 4(160)(-9)}}{2(160)} = \frac{-18 \pm \sqrt{36(9+160)}}{2 \times 160} = \frac{-18 \pm (6 \times 13)}{2 \times 160} = \frac{+6(-3 \pm 13)}{2 \times 160}$$

$$= \frac{3(-3 \pm 13)}{160} \rightarrow \begin{cases} \frac{30}{160} = \frac{3}{16} \rightarrow x - x^2 = \frac{3}{16} \rightarrow 16x^2 - 16x + 3 = 0 (1) \\ \frac{-3 \times 16}{160} = -\frac{3}{10} \rightarrow x - x^2 = -\frac{3}{10} \rightarrow 10x^2 - 10x - 3 = 0 (2) \end{cases}$$

(1), (2)

$$\begin{cases} S_1 = \frac{16}{16} = 1 \\ S_2 = \frac{10}{10} = 1 \end{cases} \quad \oplus \rightarrow S_{\text{کل}} = S_1 + S_2 = 1 + 1 = 2$$



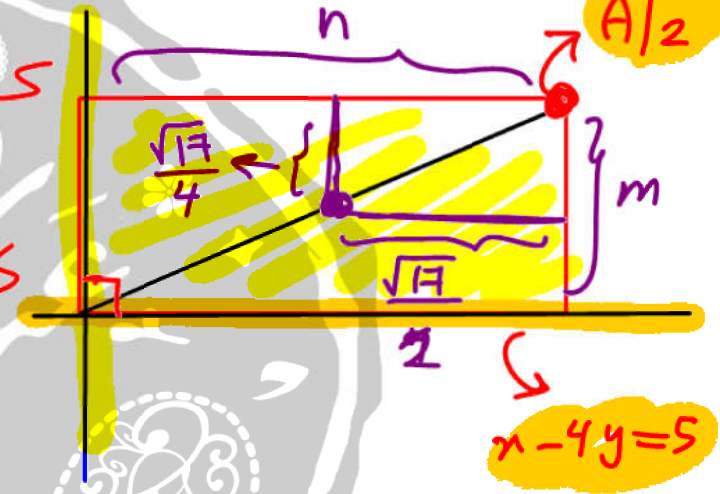
نقطه $(4/5, 2)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟



سبب عمودند.
 $\sqrt{17}$ (۴)
 $2\sqrt{17}$ (۳)

$$\frac{\sqrt{17}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{2} \quad (۱)$$



A
 از n فاصله

$$= \frac{|4(4/5) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}}$$

$4x + y = 3 = 0$

از m فاصله

$$= \frac{|4(5) - 4(2) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} = \frac{8,5}{\sqrt{17}} = \frac{17}{2\sqrt{17}}$$

$x - 4y - 5 = 0$



وارون تابع $f(x) = \sqrt{x - 2\sqrt{mx - 1}}$ در دامنه محدود، خط $y = 12 - x$ را در نقطه‌ای به عرض ۱۰ قطع می‌کند. مقدار $f(m + 4)$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ✓

$$10 = 12 - x \rightsquigarrow x = 2 \rightsquigarrow f^{-1}(2) = 10 \rightsquigarrow f(10) = 2 \rightsquigarrow 2 = \sqrt{10 - 2\sqrt{10m - 1}}$$

$$\rightsquigarrow 4 = 10 - 2\sqrt{10m - 1} \rightsquigarrow 10m - 1 = 9 \rightsquigarrow m = 1 \rightsquigarrow f(m) = \sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}}$$

$$\rightsquigarrow f(5) = ? \rightsquigarrow f(5) = \sqrt{5 - 2\sqrt{5 - 1}} = \sqrt{5 - 4} = 1$$



مقداری از یک عنصر موجود است. اگر عنصر در هر ساعت $\frac{1}{9}$ از جرم باقیمانده را از دست بدهد، پس از چند دقیقه

$\frac{8}{9}$ باقی می ماند

$\frac{1}{6}$ از جرم عنصر باقی خواهد ماند؟ ($\log_3^5 = 1/4$ و $\log_2^5 = 2/4$)

۴۲۰ (۴)

۴۴۰ (۳)

۳۶۰ (۲)

۳۸۰ (۱) ✓

$m = m_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t$
 کسری مانده
 کسری اولیه

$$\frac{1}{6} m_0 = m_0 \times \left(\frac{8}{9}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{6} = \left(\frac{8}{9}\right)^t$$

$$\log_5^3 = \frac{1}{\log_3^5} = \frac{1}{1/4} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$\log_5^2 = \frac{1}{\log_2^5} = \frac{1}{2/4} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

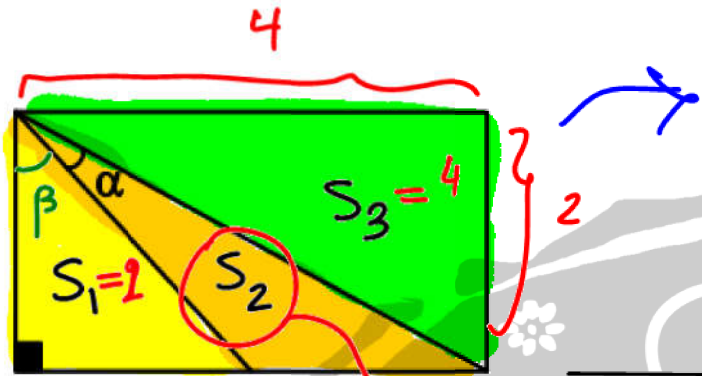
تبدیل به دقیقه
 $\frac{19}{3} \times 60 = 380$ دقیقه

$$\log_5 \frac{1}{6} = \log_5 \left(\frac{8}{9}\right)^t \Rightarrow -\log_5^6 = t(\log_5^8 - \log_5^9) \Rightarrow -\left(\frac{5}{12} + \frac{5}{7}\right) = t \times \left(\frac{5}{7} - \frac{10}{7}\right)$$

$$\Rightarrow -5 \left(\frac{19}{42}\right) = t \times (5) \left(-\frac{1}{7}\right) \Rightarrow t = \frac{19}{3}$$



در شکل زیر، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟



اوس ۲

$$\beta = 45^\circ$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha + 1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} \rightarrow 2 - 2 \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha + 1$$

$$\begin{array}{l} 1 \quad (1) \\ 3 \quad (2) \checkmark \\ -1 \quad (3) \\ 2 \quad (4) \\ -1 \quad (5) \end{array} \rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$$

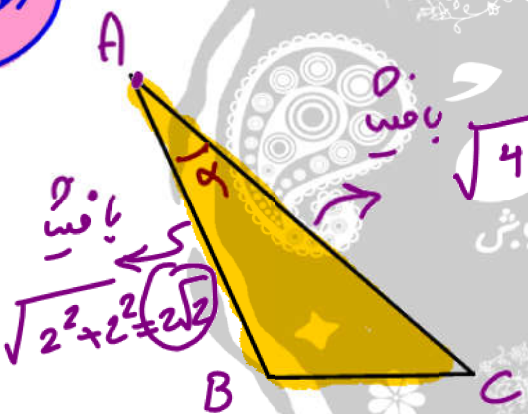
$$\downarrow$$

$$\cot \alpha = 3$$

اوس ۱

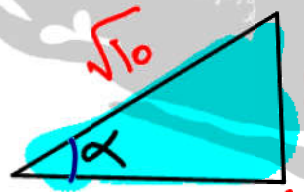
منطق

$$S_2 = S_{\text{مستطیل}} - (S_1 + S_3) = 8 - (2 + 4) = 2$$



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \alpha \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2}) \times (2\sqrt{5}) \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



$$\cot \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{جانب مجاور}} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\alpha = \sqrt{10 - 1} = 3$$



مثث ABC، با اضلاع $\sqrt{3}$ و ۶ و α (زاویه بین آنها) قابل رسم است. اگر مساحت این مثلث $\frac{4}{5}$ باشد، بیشترین مقدار α چند برابر کمترین مقدار α است؟



۵ (۴)

۴ (۳)

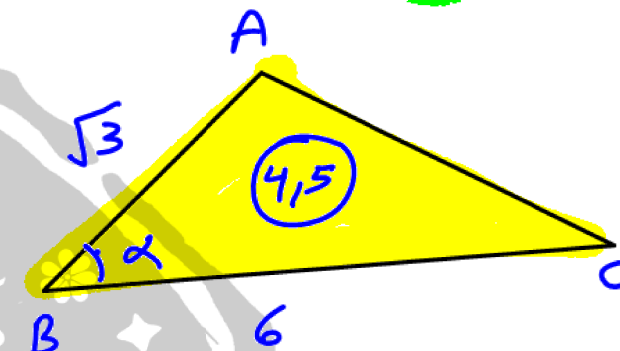
۳ (۲)

۲ (۱) ✓

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times BA \times BC \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 \times \sin \alpha$$

$$\rightarrow S_{ABC} = \sqrt{3} \sin \alpha = \frac{3}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\rightarrow \alpha \begin{cases} 6^\circ \rightarrow \text{Min} \\ 12^\circ \rightarrow \text{Max} \end{cases} \rightarrow \frac{12^\circ}{6^\circ} = 2$$



کنکور ۱۴۰۲

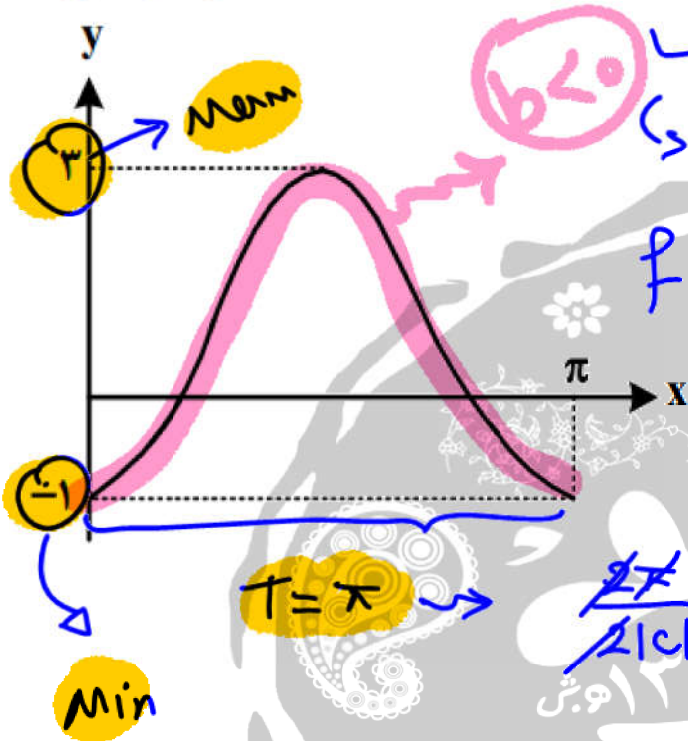


رشته ی ریاضی

$$\frac{1}{2} \sin 2\left(c\pi - \frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(2c\pi - \frac{3\pi}{2}\right)$$

۱۲

اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a + b \sin\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) \cos\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$ باشد، اختلاف صفرهای تابع f در بازه $[0, \pi]$ ، کدام است؟



$$a - \frac{b}{2} \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2cx\right)$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

$$\frac{2\pi}{2|c|} = \pi \rightarrow |c| = 1 \rightarrow c = \pm 1$$

$$\begin{cases} \frac{|b|}{2} + a = 3 \\ -\frac{|b|}{2} + a = -1 \end{cases} \xrightarrow{+} 2a = 2 \rightarrow a = 1 \rightarrow \frac{|b|}{2} = 2 \rightarrow |b| = 4$$

$b < 0 \rightarrow b = -4$

$$\begin{aligned} f(x) = 1 - 2 \cos 2x = 0 &\rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \\ &\rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

- $\frac{\pi}{6}$ (۱)
- $\frac{\pi}{4}$ (۲)
- $\frac{\pi}{2}$ (۳)
- $\frac{2\pi}{3}$ (۴) ✓



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

۱۳

در معادله مثلثاتی $m(\cos x - \sin x) - 3\sqrt{6} \sin(2x) = \sqrt{6}$ اگر $\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

به توان دو
 عرض کنیم

$1 - \sin 2x = \frac{2}{3} \rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3}$

جایگذاری
 در معادله اول

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m - 3\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \sqrt{6}$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{6} \rightarrow \sqrt{2} m - 3\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2} m = 6\sqrt{2} \rightarrow m = 6$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

۱۴

تابع f اکیداً نزولی و دامنه آن مجموعه‌ای از مقادیر منفی است. اگر $f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2)$ باشد، m دارای چند مقدار صحیح است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

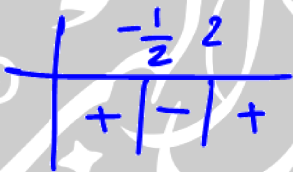
(۲) ۲

(۱) ۱ ✓

$$f(m^2 - m - 5) < f(-3 + 2m - m^2) \rightarrow m^2 - m - 5 > -3 + 2m - m^2$$

$m = -1$ صحیح

$$\rightarrow 2m^2 - 3m - 2 > 0 \rightarrow$$



$$\frac{3 \pm \sqrt{25}}{4} \rightarrow \begin{matrix} 2 \\ -\frac{1}{2} \end{matrix}$$

راه‌های

$m = -1$

$f(-3) < f(-6)$ ✓

$m = -2$

$f(1) < f(-11)$ ✗

$2 < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2}$

$\frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < -\frac{1}{2}$

راه‌های صحیح

$m^2 - m - 5 < 0 \rightarrow \frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2}$

$-3 + 2m - m^2 < 0 \rightarrow m^2 - 2m + 3 > 0 \rightarrow \Delta < 0, a = 1 > 0$

مورد + است
 $-\frac{1}{2} < m < 2$



f تابع هموگرافیک، $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)}$ است، کدام عدد می تواند حاصل

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x)$ باشد؟

$-\frac{b}{c}$

(۴)

۱ (۳) ✓

(۲)

(۱) صفر

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{cx+d}{ax+b}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{-bx+d}{ax-c}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{\frac{-bx+d}{ax-c}}{\frac{cx+d}{ax+b}} = \frac{-bx+d}{cx+d} \cdot \frac{ax+b}{ax-c} \xrightarrow{\text{باید برابر}} \frac{-b}{c} \cdot \frac{a}{-b} = \frac{-a^2}{bc} \Rightarrow \pm \frac{b}{c} = \pm \frac{a^2}{bc}$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 \Rightarrow a = \pm b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = \frac{b}{-a} = \pm 1$$



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

۱۶

برای مقدار مشخص k ، تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [-x]| & \text{زوج } [x] \\ x - [x] + k & \text{فرد } [x] \end{cases}$ در $x = n$ و $x = -n$ پیوسته است. کدام مورد

در خصوص n صحیح است؟ $(k, n \in \mathbb{N})$

(۱) n زوج

(۲) n فرد ✓

(۴) برای هیچ مقداری از n پیوسته نیست.

(۳) برای جميع مقادير n پیوسته است.

بیمک عددگذاری:

سین به ازای $k = 2$

مفروض

مفروض

برای

n فرد برقرار

است.

فرض کنیم

$x=1$ برای پیوستگی

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = |1 - 1| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = |1 - (-1)| = |1 + 1| = 2$$

$$\Rightarrow k = 2 \checkmark$$

$x=-1$ برای پیوستگی

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = |-1 - (-1)| + k = k$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = |-1 - 1| = 2$$

$$\Rightarrow k = 2 \checkmark$$

اینجا بار اول از n در نظر میگیریم

$x=2$ برای پیوستگی

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = |2 - (-3)| = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2 - 1 + k = k + 1$$

$$\Rightarrow k = 4$$

$x=-2$ برای پیوستگی

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = |-2 - 1| = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = |-2 - (-3)| + k = k + 1$$

$$\Rightarrow k + 1 = 3 \Rightarrow k = 2$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

اگر $f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2$ و $f(x) = xg(x) + 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ کدام است؟

۱۷

-۲ (۴)

-۴ (۳) ✓

۲ (۲)

۴ (۱)

$$f(x) = xg(x) + 1 \rightarrow g(x) = \frac{f(x) - 1}{x} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \frac{+f'(0)}{1} = +f'(0)$$

$$f(x) = \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)^2 \rightarrow f'(x) = 2 \left(\frac{\overset{2 \cos x}{\cancel{\cos x}} (1 + \sin x) - \cos x \cancel{(-1 + \sin x)}}{(1 + \sin x)^2} \right) \times \left(\frac{-1 + \sin x}{1 + \sin x}\right)$$

$$\rightarrow f'(0) = 2 \times \left(\frac{2}{1}\right) \times (-1) = -4$$



خط d موازی محور x ها، قرینه سهمی $y = x^2 + 1$ نسبت به محور x ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط d از مبدأ مختصات کدام است؟

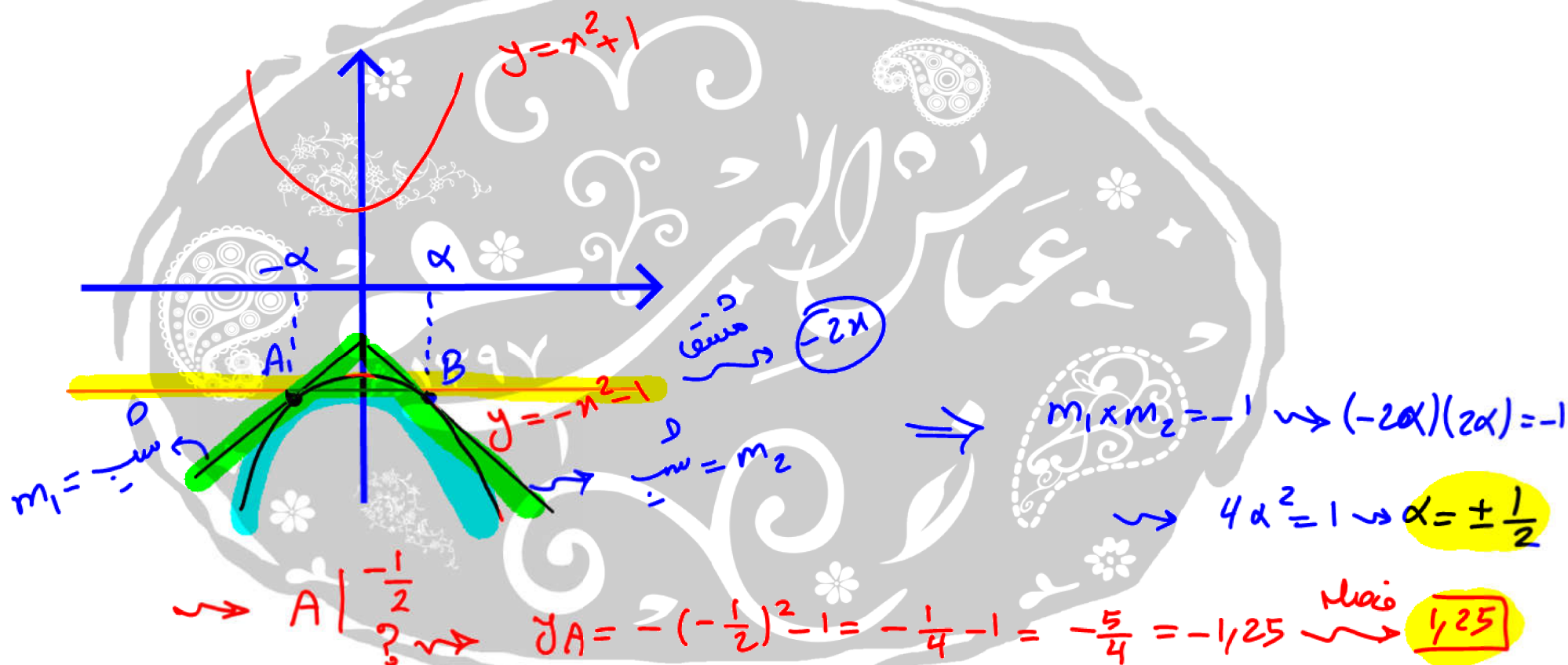


۲٫۷۵ (۴)

۰٫۷۵ (۳)

۳٫۲۵ (۲)

۱٫۲۵ (۱) ✓





به ازای چند مقدار صحیح و منفی k ، نقطه عطف منحنی $y = \underbrace{kx^3}_a + \underbrace{(k+1)x^2}_b$ در ناحیه دوم محورهای مختصات قرار دارد؟

۱۹

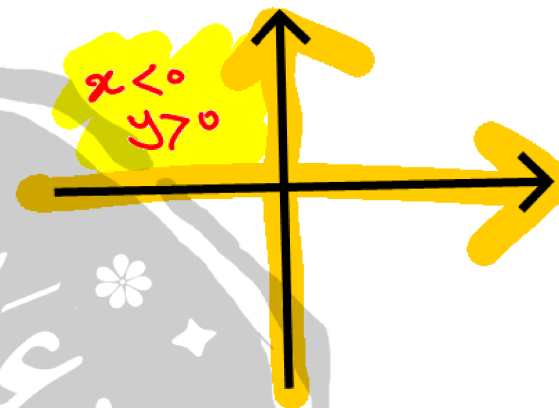
۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (بیش از ۲)

۴ (صفر)

$$x_{\text{عطف}} = -\frac{b}{3a} = -\frac{k+1}{3k} < 0 \Rightarrow \frac{k+1}{3k} > 0$$



$$k < -1 \text{ و } k > 0 \quad (I)$$

$$y = kx^3 + (k+1)x^2 = x^2(kx + k+1) \xrightarrow{x = -\frac{k+1}{3k}} y = \left(\frac{k+1}{3k}\right)^2 \times \left(\frac{-k^2 - k}{3k} + \frac{k+1}{1}\right)$$

$$\rightarrow y = \left(\frac{k+1}{3k}\right)^2 \times \left(\frac{2k^2 + 2k}{3k}\right) \rightarrow \frac{2k(k+1)}{3k} = \frac{2}{3}(k+1) \xrightarrow{y > 0} k+1 > 0 \Rightarrow k > -1 \quad (II)$$

$$\frac{I, II}{A} \rightarrow k > 0$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی



کمترین فاصله نقاط واقع بر منحنی $y = \sqrt{x - x^2}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ کدام است؟

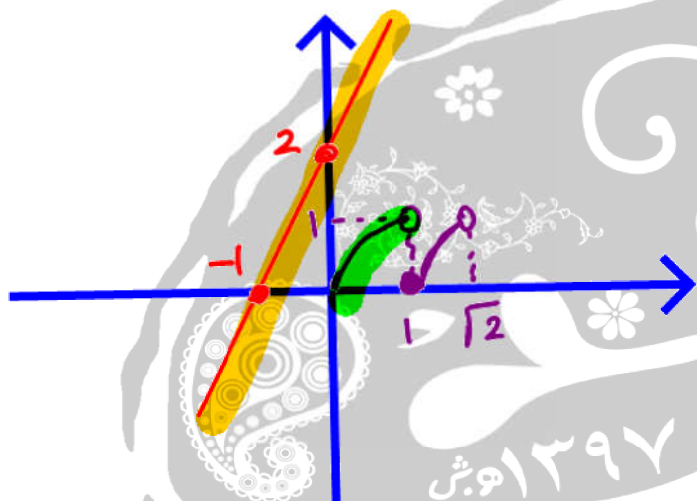
$$\frac{3\sqrt{5}}{10} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (۳)$$

$$\frac{3\sqrt{5}}{8} \quad (۲) \checkmark$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (۱)$$

$$2x - y + 2 = 0$$



با ترسیم قطعه مدعنی داریم:

$$\begin{cases} 0 \leq x < 1 \rightarrow y = \sqrt{x} \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = \sqrt{x-1} \end{cases}$$

باتوجه به محل گفن است — فاصله اول مدعنی اول
قرار دارد.

$$A \left| \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}} \right| \xrightarrow{\text{فاصله از نقطه}} d = \frac{|2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2|}{\sqrt{5}}$$

$$2 - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 0 \rightarrow 2 = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} \rightarrow \alpha = \frac{1}{16} \quad \text{صورت کسر به Min شود پس}$$

$$\rightarrow d = \frac{|\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{15}{8\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$



در یک گروه ۱۵۰ نفری دانش آموزی، ۴۰ نفر فقط بلیت فیلم «الف» و ۷۵ نفر فقط بلیت فیلم «ب» را خریداری

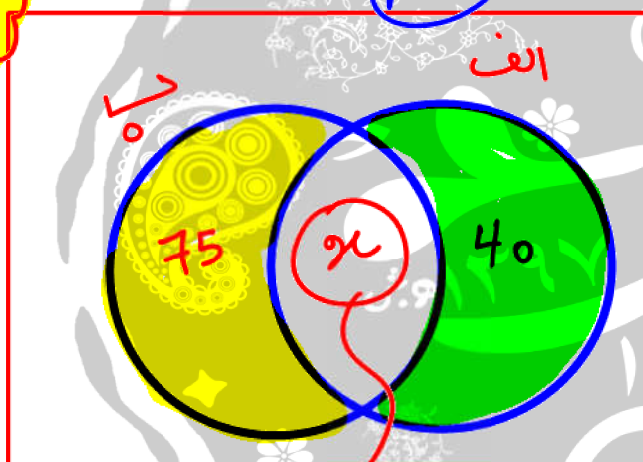
کرده‌اند. اگر $P(A)$ و $P(B)$ به ترتیب احتمال خرید بلیت فیلم‌های «الف» و «ب» باشند، بیشترین مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$

کدام است؟

$$\frac{15}{29} \quad (1)$$

$$\frac{40+x}{75+x} = \frac{40+35}{75+35} = \frac{75}{110} = \frac{15}{22}$$

$$\frac{n(A)}{n(B)}$$



$$150 - (75 + 40) = 35$$

115



۲۴

یک دستگاه طوری طراحی شده که به تصادف یکی از دو حرف A یا B را از ورودی می گیرد و پس از طی سه مرحله

حرفی را در خروجی چاپ می کند. در هر مرحله حرف ورودی با احتمال $\frac{1}{4}$ بدون تغییر به مرحله بعد می رود یا به شکل

حرف دیگری درآمده و به مرحله بعدی وارد می شود. اگر احتمال انتخاب حرف A، ۲ برابر حرف B باشد، با کدام احتمال،

حرف «A» چاپ شده توسط دستگاه با حرف ورودی یکسان است؟

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$

$\frac{17}{41}$ (۴) $\frac{9}{41}$ (۳) $\frac{21}{23}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{2}{16}$ $\frac{2}{16}$ $\frac{7}{16}$

A A A A B A B B A B A A

$(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4}) + (\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}) + (\frac{2}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}) + (\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}) = \frac{28}{64} = \frac{7}{16}$

$\frac{2}{3} \times \frac{7}{16} = \frac{14}{48}$

$(\frac{1}{3} \times \frac{2}{16}) + (\frac{2}{3} \times \frac{7}{16}) = \frac{9+14}{48} = \frac{14}{23}$

احتمال اینکه فوراً ببندد

$\frac{14}{23}$



۲۵

در یک لوزی هر ضلع واسطه هندسی دو قطر لوزی است. اندازه زاویه کوچک تر در هر مثلث حاصل از رسم قطرهای این لوزی چند درجه است؟

۴۵ (۴) ۳۰ (۳) ۱۵ (۲) ✓ ۱۰ (۱)

$\sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 30^\circ \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15^\circ$

۱۳۹۶

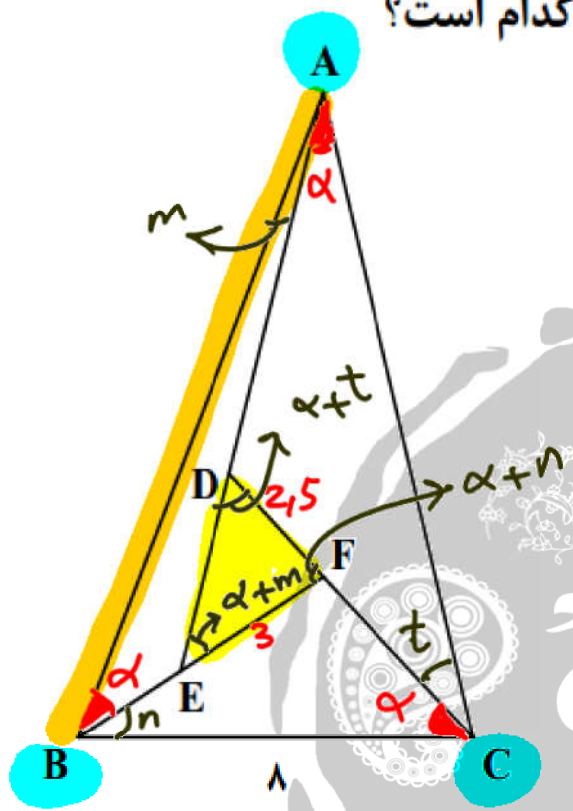


کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

۲۶

در شکل زیر، $\hat{A}BF = \hat{C}AE = \hat{B}CD$ ، $DF = 2/5$ و $EF = 3$ است. طول AB کدام است؟



دو مثلث ABC و DEF متشابه است

$$\begin{cases} \hat{F} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \\ \hat{E} = \hat{A} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{AB}{3} = \frac{8}{2,5} \Rightarrow 2,5 AB = 24$$

$$\Rightarrow AB = \frac{24 \cdot 4}{25} = \frac{48}{5} = 9,6$$

- ۱) ۸/۶
- ۲) ۷/۵
- ۳) ۱۰/۵
- ۴) ۹/۶ ✓



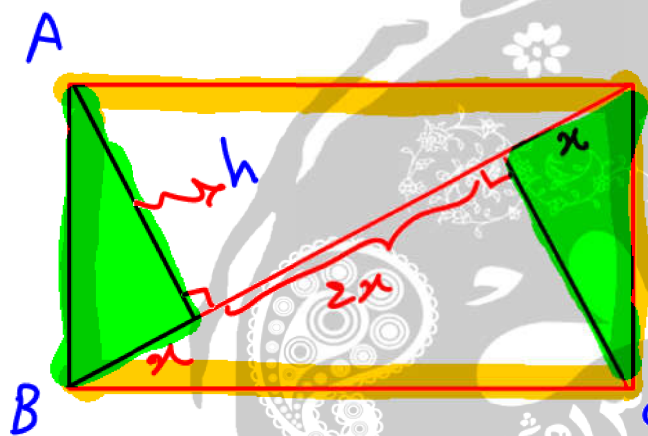
در یک مستطیل، خط‌هایی از دو رأس مقابل بر یک قطر عمود می‌شوند و آن قطر به سه قسمت طوری تقسیم می‌شود که قسمت وسط دو برابر هریک از قسمت‌های کناری است. مساحت این مستطیل چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث ایجادشده در مستطیل است؟

۱۶ (۲)

۲۴ (۱)

۱۲ (۳)

۸ (۴) ✓



$$h^2 = x \times 3x \Rightarrow h = \sqrt{3}x$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 2 \times S_{\triangle ABD} = 2 \times \frac{h \times 4x}{2} = \sqrt{3}x \times 4x$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 4\sqrt{3}x^2 \quad (1)$$

$$S_{\text{مستطیل کوچک}} = \frac{h \times x}{2} = \frac{\sqrt{3}x^2}{2} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{4\sqrt{3}x^2}{\frac{\sqrt{3}x^2}{2}} = 8$$



در مثلث ABC ، میانه های رسم شده از رأس های B و C بر هم عمودند. اگر طول میانه رسم شده از رأس C برابر $\frac{4}{5}$ و مساحت این مثلث برابر ۱۸ باشد، نسبت طول میانه های رسم شده از دو رأس B و C کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۴) ✓
 $\frac{5}{3}$ (۳)
 $\frac{19}{9}$ (۲)
 $\frac{17}{9}$ (۱)

$S_{\triangle GBC} = 2 \times \left(\frac{18}{6}\right) = 6 \rightarrow 6 = \frac{3 \times BG}{2} \rightarrow BG = 4$

$G M' = 2 \rightarrow B M' = 6$
 $B G = 4$

$\rightarrow \frac{B M'}{C M''} = \frac{6}{4,5} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3}$



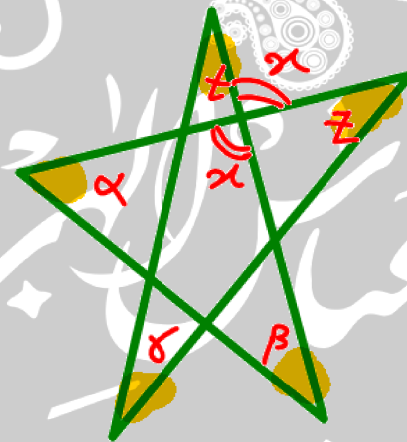
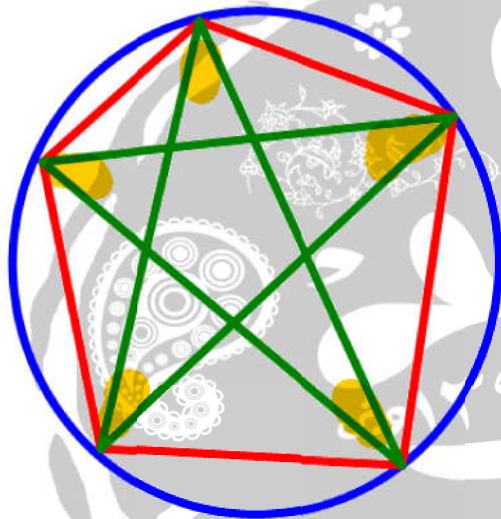
یک پنج ضلعی در یک دایره محاط شده است. هر ضلع این پنج ضلعی، وتر رو به یک زاویه محاطی است. مجموع این زوایای محاطی کدام است؟

۳۶۰ (۴)

۷۲۰ (۳)

۱۸۰ (۲) ✓

۵۴۰ (۱)



می دانیم: $x = \delta + \epsilon + z$

از طرفی

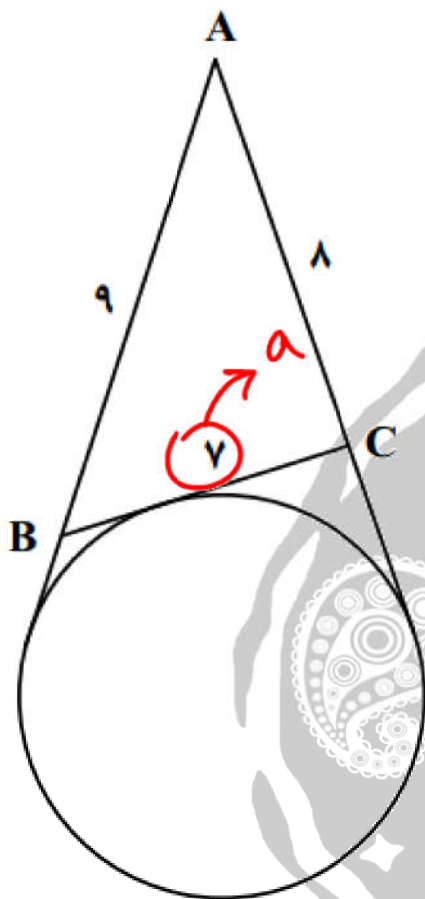
$$x + \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$x + \delta + \epsilon + z + \alpha + \beta = 180^\circ$$



۳♦

در شکل زیر، از نقطه A دو مماس رسم شده است. شعاع دایره کدام است؟



$$r_a = \frac{S}{p' - a} \quad (*)$$

$$p' = \frac{9+11+7}{2} = 12$$

$$S = \sqrt{p'(p'-a)(p'-b)(p'-c)} = \sqrt{12(12-7)(12-9)(12-8)} = \sqrt{36 \times 20}$$

5 3 4

$$\Rightarrow S = 6 \times 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

جوابی دارد
(*)

$$r_a = \frac{12\sqrt{5}}{12-7} = \frac{12\sqrt{5}}{5} = 2,4\sqrt{5}$$

$$7,2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$4,8\sqrt{5} \quad (2)$$

$$3,6\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2,4\sqrt{5} \quad (4 \checkmark)$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

در بین مثلث‌هایی با مساحت ۳۰ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۵ واحد مشترک هستند، کمترین مقدار محیط کدام است؟



مساواتها

۳۶ (۴)

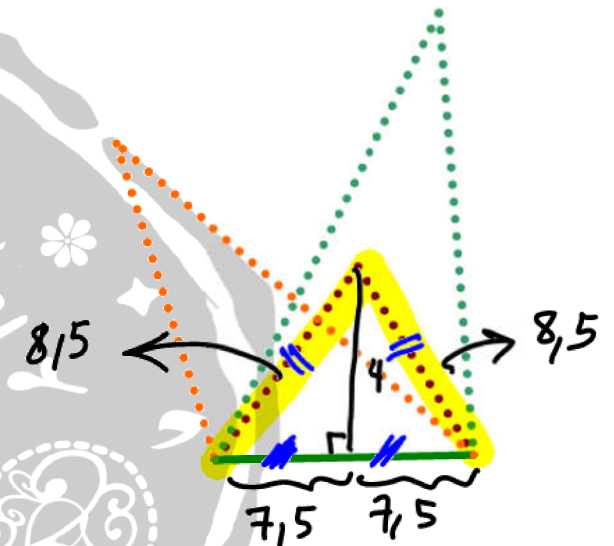
۳۴ (۳)

۳۲ (۲) ✓

۳۰ (۱)

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 30 \\ a = 15 \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{2} h_a \times a = 30 \rightarrow h_a = 4$$

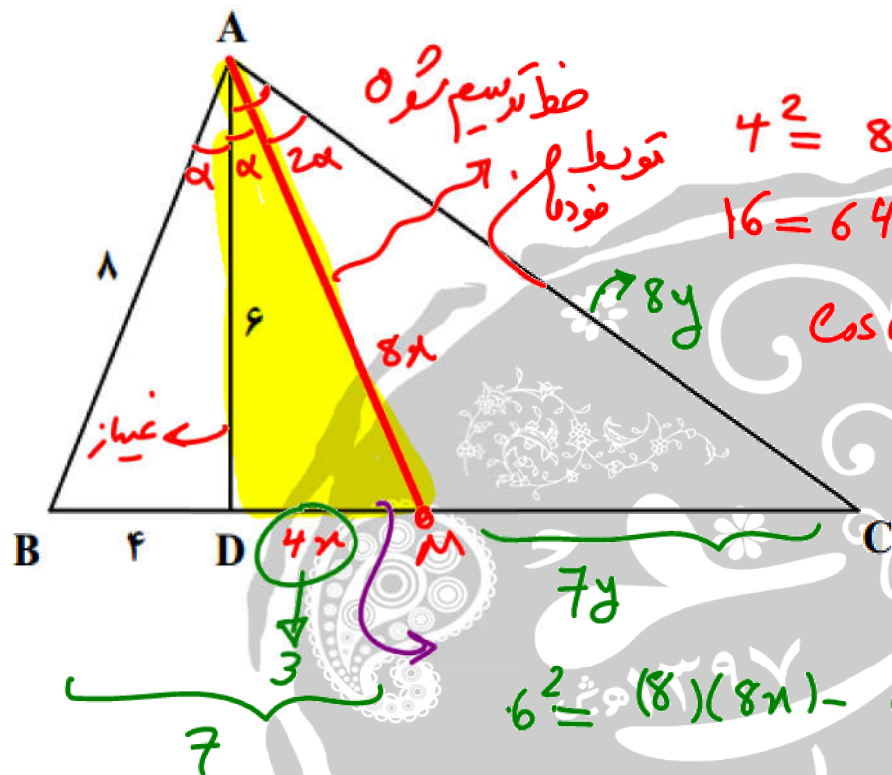
$$(8,5)(2) + (7,5) \times 2 = 17 + 15 = 32$$





در شکل زیر، اگر $\widehat{DAC} = 3\widehat{BAD}$ باشد، طول ضلع AC کدام است؟

۳۲



$$4^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \times 8 \times 6 \times \cos \alpha$$

$$16 = 64 + 36 - 96 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{84}{96} = \frac{7}{8}$$

$$\cos 3\alpha =$$

$$19,2 \quad (1)$$

$$16,8 \quad (2)$$

$$18,6 \quad (3)$$

$$15,4 \quad (4)$$

$$6^2 = (8)(8x) - (4)(4x) \rightarrow 36 = 64x - 16x \rightarrow 36 = 48x \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

$$(8x)^2 = (8)(8y) - (7)(7y) \rightarrow 36 = 64y - 49y \rightarrow 36 = 15y \rightarrow y = \frac{12}{5}$$

$$AC = 8y = 8 \times \frac{12}{5} = \frac{96}{5} = \frac{192}{10} = 19,2$$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

اگر $A = \begin{bmatrix} \log_6^2 & \log_6^2 \\ \log_6^2 & \log_6^2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} |A| & |A| \\ |A| & |A| \end{bmatrix}$ باشد، مقدار دترمینان B ، کدام است؟



$$\frac{15}{8} \quad (17) \quad \checkmark$$

$$\frac{9}{8} \quad (13)$$

$$\frac{15}{4} \quad (12)$$

$$\frac{9}{4} \quad (1)$$

$$\det(A) = (\log_6^3)^2 - (\log_6^2)^2 = (\log_6^3 + \log_6^2)(\log_6^3 - \log_6^2) = \log_6^{\frac{3}{2}}$$

$$\log_6^6 = 1$$

$$\det(B) = 6^{3|A|} - 6^{|A|} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8} - \frac{3}{2} = \frac{27}{8} - \frac{12}{8} = \frac{15}{8}$$

نوع:

$$6^{|A|} = 6^{\log_6^{\frac{3}{2}}} = \frac{3}{2} \quad \log_6^6 = \frac{3}{2}$$

جانمایی

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

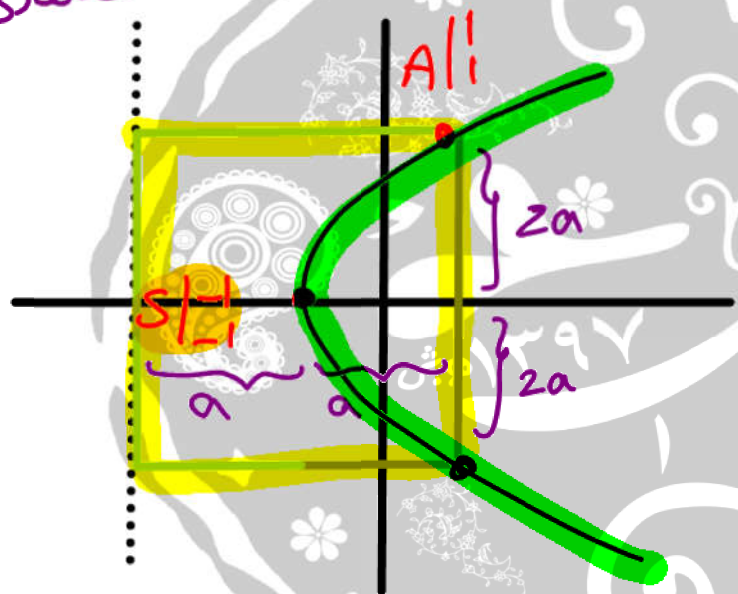
۳۴

نمودار سهمی با مختصات رأس $(-1, -1)$ ، از نقطه $(1, 1)$ می‌گذرد. اگر از دو سر وترى که از کانون بر محور سهمی عمود است، دو خط موازی با محور سهمی بر خط هادی عمود کنیم، یک مستطیل رسم می‌شود. قطر مستطیل حاصل

کدام است؟

 $5\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{5}$ (۲) ✓

خط هادی



محور سهمی

$$(y+1)^2 = 4a(x+1) \xrightarrow{A(1,1)} 4 = 4a(2) \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{قطر} = \sqrt{(4a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{5}a = \sqrt{5}$$



فرض کنید \vec{a} و \vec{b} بردارهای ناصفری هستند که ضرب داخلی آنها، $-\frac{3}{5}$ حاصل ضرب اندازه‌های دو بردار است.

مساحت مثلثی را که توسط بردارهای $(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$ و $(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|})$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱/۶ (۴)

۳/۲ (۳) ✓

۴/۸ (۲)

۶/۴ (۱)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{5} \times |\vec{a}| |\vec{b}| \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5} \rightarrow \sin \alpha = +\frac{4}{5}$$

$|\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos \alpha$

$$S = \frac{1}{2} \times \left| \left(\frac{3\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \times \left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} - \frac{2\vec{b}}{|\vec{b}|} \right) \right| = \frac{1}{2} \left| (3e_a + 2e_b) \times (e_a - 2e_b) \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| -6e_a \times e_b - 2e_a \times e_b \right| = \frac{1}{2} \times 8 |e_a \times e_b| = 4 \times |e_a| \times |e_b| \times \sin \alpha$$

$$= 4 \times \frac{4}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$$



کنکور ۱۴۰۲

رشته ی ریاضی

۳۶

خط d به معادله $y - x = 0$ ، عمود منصف خط المרכזین دو دایره است که شعاع یکی ۲ برابر دیگری است. اگر خط d بر دایره کوچک تر به معادله $x^2 + y^2 + 6x - 2y = r$ مماس باشد، حاصل ضرب طول نقاط برخورد دو دایره کدام است؟

$\frac{65}{64} (4)$

$\frac{65}{32} (3)$

$\frac{5}{4} (2)$

$y - x = 0 \rightarrow y = x$

$x^2 + y^2 + 6x - 2y = r \rightarrow 0 \mid -3$

$y - 1 = -1x(x+3)$
 $y = -x - 2$

$y = x$
فاصله بین دو دایره ۰ است پس $0 \mid -3$

$\Rightarrow OH = \frac{|1 - (-3)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$

$\Rightarrow OH = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

فاصله بین دو دایره کوچکتر

$\Rightarrow \frac{\sqrt{36+4+4r}}{2} = \frac{2\sqrt{10+r}}{2} = \sqrt{10+r}$

$\Rightarrow \sqrt{10+r} = 2\sqrt{2} \Rightarrow 10+r = 8 \rightarrow r = -2$

$(x-1)^2 + (y+3)^2 = (4\sqrt{2})^2 \rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 32$

$(x+3)^2 + (y-1)^2 = 8$

$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 6y + 9) = 32$

$(x^2 + 6x + 9) + (y^2 - 2y + 1) = 8$

$\Rightarrow 8x + 8 - 8y - 8 = -24 \Rightarrow x - y = -3 \Rightarrow y = x + 3$

$\Rightarrow 2x^2 + 10x + 5 = 0$

$\frac{5}{2} (1) \checkmark$

$\rho = \frac{c}{a} = \frac{5}{2}$

کنکور ۱۴۰۲



رشته ی ریاضی

با قرار دادن عدد سه رقمی $\overline{3(a0a)}$ بین دو رقم مشابه a ، عدد جدید ساخته می شود. حداکثر چند عدد اول می تواند a را بشمارد؟

۳۷

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

سوال درست بیان نشده است!

 $a = 1, 2, 3$

۱۰۱ ✓

۲۰۲ ✓

۳۰۳ ✓

۴۰۴ ✗



حاصل ضرب درجه رأس‌های گراف G ، ۴۸ است. اگر تعداد رأس‌ها با درجه رأس یک حداقل باشد، حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ کدام است؟

۱۳ (۴) ✓

۱۹ (۳)

۱۱ (۲)

(۶)

۱۷ (۱)

$3 \times 4 \times 4$

۵

$48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

۳, ۲, ۲, ۲, ۲, ۱

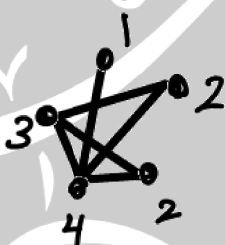
گراف اول

$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 4 + 9 = 13$

۴, ۳, ۲, ۲, ۱

گراف دوم

$\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G}) = 3 + 4 = 7$



$4 - 1 = 3$

$\binom{5}{2} - 6 = 10 - 6 = 4$

$5 - 1 = 4$

$5 - 6 = 9$