www.konkur.in

۱۱۱) گزینه ①

$$\frac{-f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \longrightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$x=0 \to \frac{f(0)}{f(2)} = \frac{0}{+}$ ✓

$x=1 \to \frac{f(1)}{f(3)} = \frac{0}{+}$ ✓

$x=2 \to \frac{f(2)}{f(4)} = \frac{+}{+}$ ✗

$x=-1 \to \frac{f(-1)}{f(1)} = \frac{+}{0}$ ✗

$x=-2 \to \frac{f(-2)}{f(0)} = \frac{-}{0}$ ✗

$x=-3 \to \frac{f(-3)}{f(-1)} = \frac{-}{+} = -$ ✓

$x=-4 \to \frac{f(-4)}{f(-2)} = \frac{-}{0}$ ✗

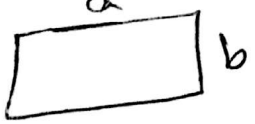
۱۱۲) گزینه ③

$$f(-\tfrac{5}{3}) = 2[-\tfrac{5}{3}] + \tfrac{5}{3} = -\tfrac{1}{3}$$

$$g(x) = f([x+2[x]-x]) = f([2[x]]) = f([2[-\tfrac{1}{3}]])$$

$$= f(-4) = 2[-4]+4 = -4$$

۱۱۳) گزینه ④



$$\frac{a}{b} = \frac{5}{2} \longrightarrow \frac{a+x}{b} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$S = (a+x)\,b = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\,b\right)b = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)b^2$$

$$S = ab = \left(\frac{5}{4}b\right)b = \frac{5}{4}b^2$$

$$\Longrightarrow \frac{\frac{(1+\sqrt{5})}{2}b^2}{\frac{5}{4}b^2} = 0.4(1+\sqrt{5})$$

۱۱۴) گزینه ②

$2x^2 - ax + b = 0$, α, β

$2ax^2 + ax - 4 = 0$

$\alpha = \alpha' + 0.5$

$\beta = \beta' + 0.5$

$$S = \alpha+\beta = \alpha'+\beta'+1 \Longrightarrow \frac{a}{2} = -\frac{a}{2} + 1 \Rightarrow a = 1$$

$$P = \alpha\cdot\beta = (\alpha'+0.5)(\beta'+0.5) = \alpha'\beta' + 0.5(\alpha'+\beta') + 0.25$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = -2 + 0.5(-1.5) + 0.25 \Rightarrow b = -4$$

$\left[\frac{-4}{2^2}\right]$ ②

forum.konkur.in

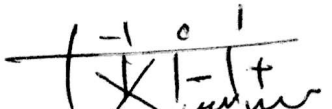
www.konkur.in

۱۱۵) گزینه ۴

روش ۱: $f\circ f(x) < f(x^5)$

$x < x^5 \longrightarrow x^5 - x > 0 \rightarrow x(x^4-1) > 0$

$x = 0$ ، $x = \pm 1$



جواب

روش ۲: عدد لانه‌ای

$x=10 \rightarrow f(f(10)) < f(10^5)$ ✗

$f(11^5) < f(1^5)$

گزینه ۲

جواب نمی‌شود $x=1 \rightarrow f(f(1)) < f(1)$ ✗

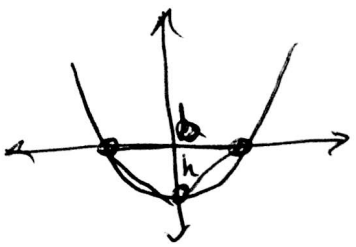
---

۱۱۶) گزینه ۴

$x_S = \frac{m}{2} = \frac{-1}{2}$

$S_\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$b = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{(m+1)^2 - 1m}}{2} = \frac{|m-2|}{2}$



$= \frac{|m-2| \cdot m}{4} \xrightarrow[\text{(با توجه به اول سوال)}]{m<0} \frac{m^2-2m}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$

$m = -1$ ✓

$m = 3$ ✗

---

۱۱۷)

$$f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \le 0 \rightarrow x \le -\frac{3}{2} \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \rightarrow x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$-x^2+2mx+2 \longrightarrow m=-2 \rightarrow \underbrace{-x^2-4x+2}_{f(x)} \longrightarrow f^{-1}(-19) \longrightarrow f(x) = -19$

$\Rightarrow x = 3$

$x_S < -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{-2m}{-2} < -\frac{3}{2} \rightarrow m < -\frac{3}{2}$

گزینه ۱

---

۱۱۸) گزینه ۴

$\log 30 = \log 3 + 1 = 1/4$

$\log 9 = \log 3 + \log 3 = 1/7$

$\log \frac{5}{9} = \log 5 - \log 9 = 0$

$\Rightarrow 1/4x^2 + 1/4x = 0$

$1/4x(x+1) = 0$

$x = 0$ ، $x = -1$

اختلاف ریشه‌ها $\Rightarrow 0 - (-1) = 1$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۹) گزینه ۴

$$\tan x + \cot x = -۴ \rightarrow \frac{۲}{\sin ۲x} = -۴ \rightarrow \sin ۲x = -\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۱}{\sin^۳ x + \cos^۳ x} = \frac{۱}{(\sin x + \cos x)(۱ - \frac{۱}{۲}\sin ۲x)} = \frac{۱}{(-\frac{۱}{\sqrt{۲}})(۱ + \frac{۱}{۴})} = \frac{۱}{\frac{-۵}{۴\sqrt{۲}}} = \frac{-۴\sqrt{۲}}{۵}$$

$$(\sin x + \cos x = A)^۲$$

$$۱ + \sin ۲x = A^۲ \rightarrow A^۲ = \frac{۱}{۲} \rightarrow A = \pm\frac{۱}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\frac{۳\pi}{۴} < x < \pi} A = -\frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

۱۲۰) گزینه ۱

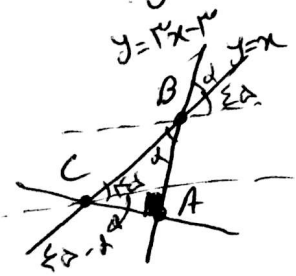
$$S = \pi \Rightarrow \boxed{R = ۱}$$

$$S_{\triangle OAH} = OA = ۱ \;,\; OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \;,\; AH = \frac{۱}{۲}$$

$$S_{\widehat{AHC}} = \widehat{AC} = \frac{\pi}{۶} \;,\; HC = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲} \;,\; AH = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{۶} - \sqrt{۳}$$

۱۲۱) چون مرکز دایره روی وتر BC است پس زاویه $\hat{A}$ قائمه است. داریم:



$$\tan(\frac{\pi}{۴} + \alpha) = ۳ \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{۲} + ۲\alpha) = \frac{۲ \times ۳}{۱ - ۳^۲} = -\frac{۳}{۴}$$

$$\rightarrow +\cot ۲\alpha = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow B - C = ۹۰ - \alpha - \alpha = ۹۰ - ۲\alpha \rightarrow \tan(B - C) = \cot ۲\alpha = \frac{۳}{۴}$$

۱۲۲) گزینه ۱

$$T = \frac{۹\pi}{۲۰} - \frac{\pi}{۴} = \frac{\pi}{۵} \Rightarrow |b| = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۵}} = ۱۰ \xrightarrow{b>۰} b = ۱۰$$

$$\frac{۱۰}{۲} = ۵ \Rightarrow \boxed{a \cdot b = ۱۵}$$

$$|a| = \frac{۱ - (-۲)}{۲} = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{a>۰} a = \frac{۳}{۲} \times ۲ = ۳$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲۳) گزینه ۴

$$\sin\left(\frac{\pi+4x}{2}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\cos 2x$$

$$\cos\left(\frac{\pi+8x}{2}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+4x\right)=-\sin 4x$$

$$\Rightarrow \sin 4x=\cos 2x \Rightarrow 2\sin 2x\cos 2x=\cos 2x$$

$$\Rightarrow \sin 2x=\frac{1}{2} \xrightarrow{[0,\pi]} 2x=\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}$$

$$\rightarrow x=\frac{\pi}{12}-\frac{5\pi}{12}$$

$$\rightarrow \alpha=\frac{5\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{3} \rightarrow \tan 2\alpha=\tan\frac{2\pi}{3}=\boxed{-\sqrt{3}}$$

۱۲۴) گزینه ۲

$$8a-b=0 \rightarrow \boxed{8a=b}$$

$$\text{hop} \rightarrow \frac{b\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{2(2)}}{a}=\frac{\frac{8a}{b}}{a}\times\frac{1}{64}=\boxed{\frac{1}{4}}$$

۱۲۵) گزینه ۳

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|-3x|}{\frac{3}{5}x}=\frac{-3x}{\frac{3}{5}x}=-5$$

(قبل نسبت بی نهایت ضعیف)

۱۲۶) گزینه ۱

$$\sqrt{2}\left|\frac{1}{3x^2}\right| \xrightarrow{\text{hop}} \frac{\sqrt{3x^2+4x+3}}{|x^2+1|}=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^2+1|}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\sqrt{3x^2+(m-1)x+(m-5)}}{|x^2+((m-7)x+a)^2|} \quad x\neq a,\ x\neq -1\\ a\rightarrow a^2=-((m-7)a+a)^2=a-(m-4)^2 \\ a=-1\end{array}\right.$$

$$|m-1|^2-12(m-5)<0$$

$$\rightarrow m^2-14m+49<0$$

$$\frac{2\sin b}{2\sqrt{x+2}} \xrightarrow{a=-1} \frac{2\sin b}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\rightarrow \sin b=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

گزینه ۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲۷) گزینه (۳)

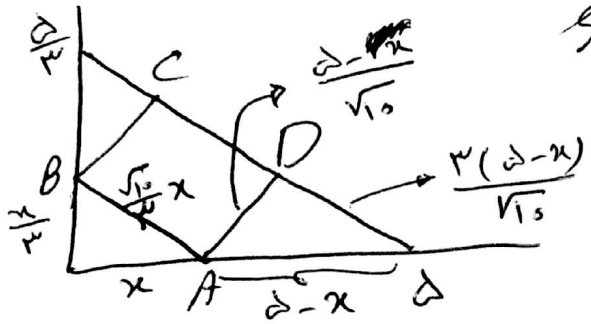
$$g'(-\sqrt[3]{2})\,f'(g(-\sqrt[3]{2})) = (fog)'(-\sqrt[3]{2})$$

$$D_g = (-\infty, 0) \rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^3} \Rightarrow fog(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{2x^3} + \frac{1}{2x^3}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

$$\rightarrow (fog)'(x) = 1$$

---

۱۲۸) گزینه (۲)



$$S = \frac{5x - x^2}{3} \rightarrow x_S = \frac{5}{2}$$

$$S = \frac{1}{2}\left(\frac{5-x}{\sqrt{10}}\right) \times \frac{3(5-x)}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{3}{20}(5-x)^2 = \frac{3}{20}\left(\frac{25}{4}\right) = \frac{15}{16}$$

---

۱۲۹) گزینه (۲)

$$\sigma^2 = \frac{7^2 - 1}{12} \times 2^2 = 16 \rightarrow \sigma = 4$$

داده وسط : دسته آخر $= \sigma^2 = 16$ کم‌ترین $16 - 8 = 8$

داده وسط : دسته اول $= 2\sigma = 8$

---

۱۳۰)

۲ ــــــــــــــــــــ

رقم یکان باید همواره ۲ باشد حال:
و مجموع ارقام مضرب ۳

تعداد ۲	تعداد ۱	
۱	۱۰	$\rightarrow 1$
۴	۷	$\rightarrow \binom{10}{3} = 120$
۷	۴	$\rightarrow \binom{10}{6} = 210$
۱۰	۱	$\rightarrow \binom{10}{9} = 10$

$\oplus \rightarrow 341$

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱۳۱

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{k}{k+5}\binom{n}{k} \longrightarrow \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = \frac{k}{k+5} \times \frac{n(n-1)!}{k!(n-k)!}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{n}{k+5} \Rightarrow n = k+5 \xrightarrow{+k} n+k = 2k+5$$

عدد فرد بزرگ‌تر ۷ جواب می‌دهد

گزینه (۲)

(۱۳۲ گزینه (۴)

$$0.4 \times 0.25$$
$$0.25 \times 0.3 \xrightarrow{+} 0.1 + 0.105 + 0.0875 = 0.2925$$
$$0.25 \times 0.25$$

(۱۳۳

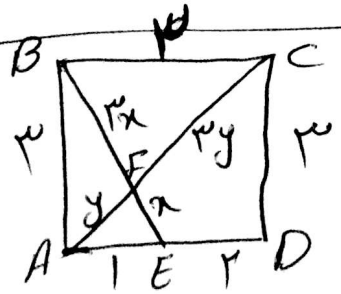
$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \longrightarrow C = \left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$AB \perp BC \Rightarrow -\frac{3}{4} \times \frac{y-1}{-\frac{3}{2}} = -1 \longrightarrow \frac{y-1}{2} = -1 \longrightarrow y = -1$$

$$\text{محیط} = 2(AB+BC) = 2\left(5+\frac{5}{2}\right) = 15$$

گزینه (۳)

(۱۳۴



$$\frac{x}{y} = \frac{4x}{4y} = \frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

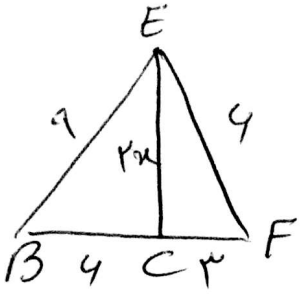
گزینه (۱)

forum.konkur.in

www.konkur.in

(۱۳۵ تستی ۴)

$BCE \sim CFD \longrightarrow FJ = \frac{EJ}{۲} = ①$



$\longrightarrow \frac{۶ \times ۲۶ + ۳ \times ۱۸}{۹} = ۶x^۲ + ۱۸ \quad (۳ \times ۹)$

$\longrightarrow ۲۶ + ۲۷ = ۶x^۲ + ۱۸$

$\longrightarrow x = \frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$

(۱۳۶ تستی ۲)

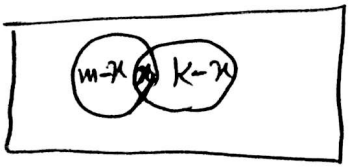
$x^۲ + y^۲ - ۲x - ۵y + \frac{۱}{۲} = ۰$

نقطه $(-۱, ۲, ۵)$

$\longrightarrow ۱ + \frac{۲۵}{۴} + ۴ - \frac{۲۵}{۲} + \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} - \frac{۲۵}{۴} = -\frac{۷}{۴}$

$\Longrightarrow$ شعاع دایره $= ۲\sqrt{-(-\frac{۷}{۴})} = \sqrt{۷}$

(۱۳۷ تستی ۴)



$n(A \cup B) - n(A \cap B) = ۲۰$

$m + k - x - x = ۲۰ \Rightarrow m + k = ۲۰ + ۲x$ (۱)

$m - k = ۱۴$ (۲)

$\Longrightarrow ۲k = ۶ + ۲x$

$\xrightarrow{\div ۲} k = ۳ + x$

$n(B - A) = k - x = ۳ + x - x = ③$

(۱۳۸ تستی ۱)

$۹(a_۱ + d)^۲ = ۵(a_۱ + ۲d)a_۱ + ۴(a_۱ + d)a_۱$

$۹a_۱^۲ + ۱۲a_۱d + ۹d^۲ = ۵a_۱^۲ + ۱۰a_۱d + ۴a_۱^۲ + ۴ad$

$\longrightarrow ۲a_۱^۲ + a_۱d = ۹d^۲ \longrightarrow ۲a_۱^۲ + a_۱d - ۹d^۲ \xrightarrow{\div a_۱^۲} ۹t^۲ - t - ۲ = ۰$

$\longrightarrow t = \frac{۲}{۳} = \frac{d}{a}$

$t = -\frac{۱}{۲} = \frac{d}{a_۱}$

$\frac{a_۱ + ۲d}{d} = \frac{a_۱}{d} + ۲ = -۲ + ۲ = ①$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۹) گزینه ۴

$$\log_9^x + 3\log_{x^2}^3 \rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}\log_3^x}_{A} + \underbrace{\frac{3}{2}\log_x^3}_{B}$$

$$\longrightarrow A+B \geq 2\sqrt{AB} \geq 2\sqrt{\frac{3}{4}} \geq \sqrt{3}$$

۱۴۰) گزینه ۲

$y^2=0 \longrightarrow x=-\sqrt{2}$

$y=\pm 2 \longrightarrow y^2=4 \longrightarrow x=24$

$y=\pm 3 \longrightarrow y^2=9 \longrightarrow x=9$

$y=\pm 5 \longrightarrow y^2=25 \longrightarrow x=3$

باید $\sqrt{2}$ بر y^2-1 بخش پذیر باشد:

$f=\{(-\sqrt{2},0), (24,\pm 2), (9,\pm 3), (3,\pm 5)\}$

باید ~~عضو~~ حذف بشوند.

forum.konkur.in