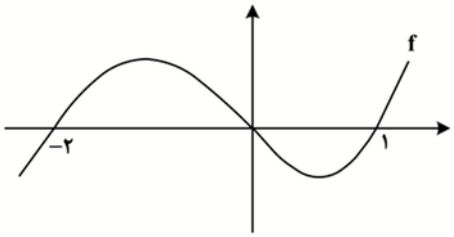
www.konkur.in

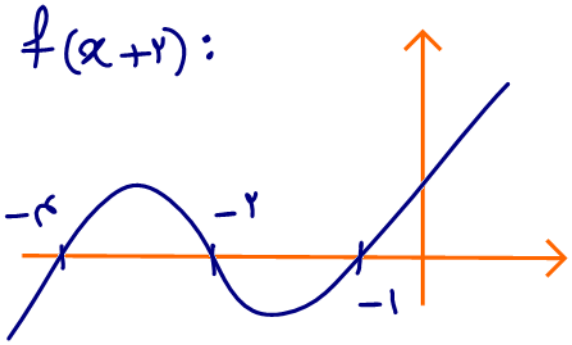
متوسط

۱۱۱- نمودار زیر، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x)=\sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۵

$f(x+2)$:



$\frac{f(x)}{f(x+2)}$ ≥ ۰

$f(x)$, $f(x+2)$ مشترک

x	$-\infty$	-4	-2	-1	0	1	$+\infty$
y	+	۰	−	ت	−	۰	+	ت	−	۰	+

$x \in \mathbb{Z}: -3, 0, 1$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۱۲- اگر $f(x)=2[x]-x$ و $g(x)=f([x+f(x)])$ باشد، $gof(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴- ۳) ۶- ۴) ۶

$$f(-\frac{5}{3}) = 2\underbrace{[-\frac{5}{3}]}_{-2} - (-\frac{5}{3}) = -4 + \frac{5}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$g(-\frac{7}{3}) = f\left([-\frac{7}{3} + f(-\frac{7}{3})]\right)$$

$$\Rightarrow f(-\frac{7}{3}) = 2\underbrace{[-\frac{7}{3}]}_{-3} - (-\frac{7}{3}) = -6 + \frac{7}{3} = \frac{-11}{3}$$

$$\Rightarrow g(-\frac{7}{3}) = f\left([-\frac{7}{3} - \frac{11}{3}]\right) = f([-\frac{18}{3}])$$

$$= f(-6) = 2[-6] - (-6) = \boxed{-6}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۳- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

۱) $0/3+\sqrt{5}$ ۲) $0/2(1+\sqrt{5})$ ۳) $0/6+0/2\sqrt{5}$ ۴) $0/4(1+\sqrt{5})$

متوسط

طرح سؤال از جایی که فکرشم نمی‌کردید! ☺

نسبت طلایی $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

$$\frac{A}{4x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow 4\sqrt{5}x + 4x = 2A$$

$$\Rightarrow A = 2\sqrt{5}x + 2$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{(2\sqrt{5}x+2)(4x)}{(5x)(4x)} = 0/4\sqrt{5} + 0/4$$

$$0/4(1+\sqrt{5})$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۴- ریشه‌های معادله $۲x^۲ - ax + b = ۰$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{۴}\right]$ کدام است؟ (متوسط)

۱) ۴- ۲) ۳- ۳) ۲- ۴) ۱-

$۲x^۲ - ax + b = ۰$, $۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰$

$\alpha + ۰/۵$, $\beta + ۰/۵$, α , β

$\alpha + \beta = \frac{-۱}{۲}$

$\alpha + \beta + ۱ = \frac{a}{۲}$

$\frac{-۱}{۲} + ۱ = \frac{a}{۲} \Rightarrow a = ۱$

$\alpha\beta = \frac{-۶}{۲a} = -۳$

$(\alpha + ۰/۵)(\beta + ۰/۵)$

$= \alpha\beta + ۰/۵(\alpha + \beta) + ۰/۲۵ = \frac{b}{۲}$

$\alpha + \beta = \frac{-۱}{۲}$

$\Rightarrow -۳ = \frac{b}{۲} \Rightarrow b = -۶$

$\left[\frac{ab}{۴}\right] = \left[\frac{-۶}{۴}\right] = [-۱/۵] = -۲$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۵- اگر $f(x)=(x+\log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(fof)(x)<f(x^5)$ کدام است؟

۱) $(0,5)$ ۲) $(0,1)$ ۳) $(5,+\infty)$ ۴) $(1,+\infty)$

متوسط

مفهومی و ترکیبی

x ← اکیداً صعودی

$\log x$ ← اکیداً صعودی

$\Rightarrow f(x)=(x+\log x)^5$ اکیداً صعودی

$\Rightarrow f(f(x))<f(x^5) \Rightarrow f(x)<x^5$

$\Rightarrow (x+\log x)^5<x^5 \Rightarrow x+\log x<x$

$\Rightarrow \log x<0 \Rightarrow x<1$ ، $x>0$

شرط دامنه

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۶- صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{3}{4}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

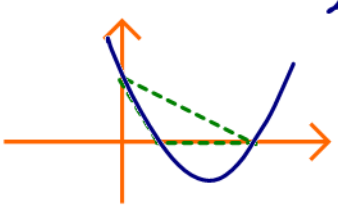
دشوار

$2x^2-(m+2)x+m = (x-1)(2x-m)$ $\begin{cases} x=1 \\ x=\frac{m}{2} \end{cases}$

توجه کنید که در هر صورت مساحت این مثلث برابر است با:

$\frac{1}{2}|\alpha-\beta|\alpha|f(0)|$

مثال:



$m>0$

$= \frac{1}{2}\alpha\left|\frac{m}{2}-1\right|\alpha|m| = \frac{3}{8}$

طرفین ضرب در ۸ $\Rightarrow 2|(2m-1)\alpha m| = 3$

$\Rightarrow 2\begin{cases} 2m^2-m=3 \Rightarrow 2m^2-m-3=0 \\ 2m^2-m=-3 \Rightarrow 2m^2-m+3=0 \quad \Delta<0 \end{cases}$

$(2m-3)(m+1)=0$

$\Rightarrow 2\ m=-1,\frac{3}{2} \Rightarrow \alpha_\beta = -\frac{-m}{2} = \frac{m}{2}$ $\nearrow \frac{-1}{2}$ $\searrow \frac{3}{4}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

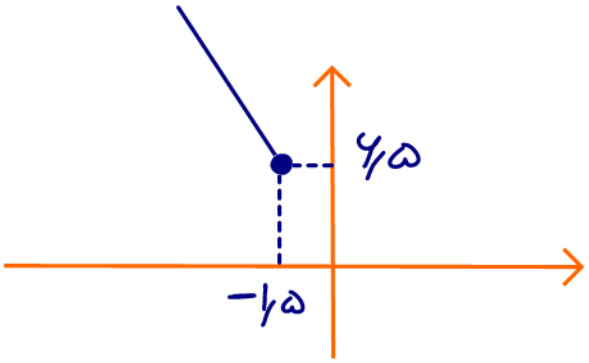
۱۱۷- تابع $f(x)=\begin{cases}۲-۳x & ۲x+۳\le ۰\\ ۲+۲mx-x^۲ & ۲x+۳>۰\end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون‌پذیر است. اگر $f^{-۱}$ وارون تابع f به‌ازای مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-۱}(-۱۹)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

خسوار

$$f(x)=\begin{cases}-۳x+۲ & x\le -۱/۵\\ -x^۲+۲mx+۲ & x>۱/۵\end{cases}$$

سهمی رو به پایین



$$x_S=-\frac{۲m}{-۲}=m$$

برای آنکه f تابع باشد بایستی: $x_S\le -۱/۵$

برای آنکه تابع f وارون پذیر باشد بایستی: $y_S\le ۶/۵$

$$\Rightarrow -m^۲+۲m^۲+۲\le ۶/۵ \Rightarrow m^۲\le ۴/۵$$

$$m\le -۱/۵$$

$$m=-۲ \quad : m\in\mathbb{Z}$$ تنها

خط $y=۱۹$ ضابطه درجه دوم تابع f را قطع می‌کند.

$$-x^۲-۴x+۲=-۱۹ \Rightarrow x^۲+۴x-۲۱=۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۷)=۰$$

$$\begin{cases}x=-۷ & \times\\ x=۳\end{cases}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۱۸- اگر $\log ۲ \simeq ۰/۳$ و $\log ۳ \simeq ۰/۴$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^۲(\log ۳۰) + ۲x(\log ۶) - \log \frac{۵}{۶} = ۰$ چقدر است؟

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۵ ۳) ۱/۴ ۴) ۱

متوسط

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$\Rightarrow \Delta = (۲\log ۶)^۲ + ۴ \log ۳۰ \log \frac{۵}{۶}$$

$$= ۴(\log ۶)^۲ + ۴ (\log ۵ + \log ۶)(\log ۵ - \log ۶)$$

مزدوج

$$= ۴(\log ۵)^۲$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = ۲\log ۵$$

$$\Rightarrow \frac{۲\log ۵}{\log ۳۰} = \frac{۲\alpha(۱ - \log ۲)}{\log ۳ + ۱} = \frac{۲\alpha \, ۰/۷}{۰/۴ + ۱}$$

$$= \frac{۱/۴}{۱/۴} = ۱$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۱۹- اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

۱) $-0/5\sqrt{6}$ ۲) $0/75\sqrt{3}$ ۳) $-0/75\sqrt{3}$ ۴) $0/5\sqrt{6}$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x} = -3 \Rightarrow \sin 2x = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{-1}{3}$$

$$A = \frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} \Rightarrow \frac{1}{A} = \sin^3 x + \cos^3 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{A^2} = \underbrace{\sin^6 x + \cos^6 x}_{1 - 3\sin^2 x \cos^2 x} + 2\sin^3 x \cos^3 x$$

$$\Rightarrow 1 - 3\left(\frac{1}{9}\right) + 2\left(\frac{-1}{27}\right) = \frac{14}{27} = \frac{1}{A^2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\pm 3\sqrt{3}}{4} = \pm 0/75\sqrt{3}$$

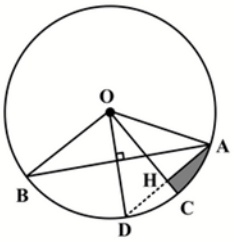
$$\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin x > 0,\ \cos x < 0,\ |\cos x| > \sin x$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x < 0$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲۰- مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π، $A\hat{O}B = 120^\circ$ و OH عمودمنصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده‌شده کدام است؟



۱) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

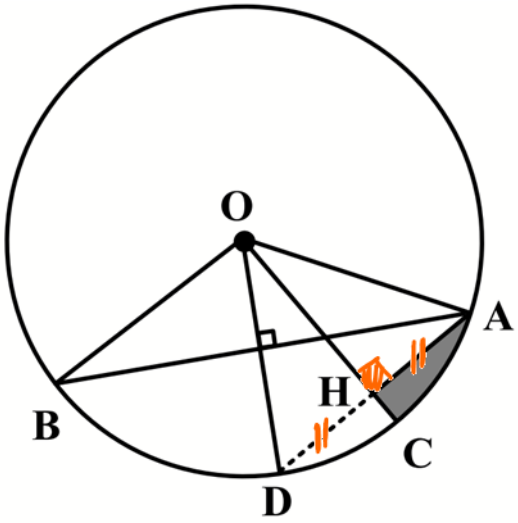
۲) $\sqrt{2} - \frac{\pi}{6}$

۳) $\pi - \sqrt{3}$

۴) $\pi - \sqrt{2}$

پاسخ

$\pi r^2 = \pi \Rightarrow r = 1$



از O بر وتر AB عمود شده است پس OD هم عمودمنصف است و هم نیمساز

بنابراین: $A\hat{O}D = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

از سمتی چون: $OA = OD = 1$

پس مثلث AOD متساوی الساقین است و یک زاویه 60° دارد پس سایر زوایا هم 60° بوده و AOD در حقیقت مثلث متساوی الاضلاع است.

$\Rightarrow \overset{\frown}{AC} = r\alpha(A\hat{O}C)$

$= 1 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$CH = OC - OH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$P_{AOH} - P_{AHC} = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$

$= \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

وهستان سخت!

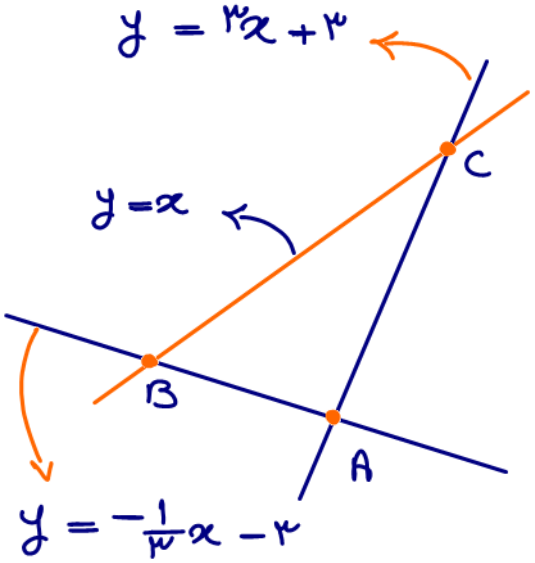
۱۲۱- خطوط $۳y+x=-۹$ و $ax-y=۳$، یکدیگر را در نقطه A و خط $y-x=۰$ را به‌ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC، مقدار $\tan(B-C)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

خارج از کتاب

زاویه $\hat{A}$ چون روبه‌رو به نصف محیط دایره است پس: $\hat{A}=۹۰^\circ$

(چون خط $y=x$ قطر است)



دو خط $x+۳y=-۹$ و $ax-y=۳$ بر هم عمودند.

$\Rightarrow -\frac{۱}{۳}\times\frac{-a}{-۱}=-۱$

$\Rightarrow a=۳$

$۳x+۳=x$

$C(-۱/۵,-۱/۵)$

$-\frac{۱}{۳}x-۳=x$

$B(-۲/۲۵,-۲/۲۵)$

$۳x+۳=-\frac{۱}{۳}x-۳$

$A(-۱/۸,-۲/۴)$

$AB=\sqrt{(۰/۴۵)^۲+(۰/۱۵)^۲}=۰/۱۵\sqrt{۱۰}$

$AC=\sqrt{(۰/۳)^۲+(۰/۹)^۲}=۰/۳\sqrt{۱۰}$

$\tan B=۲$

$\tan C=\frac{۱}{۲}$

$\tan(B-C)=\frac{\tan B-\tan C}{۱+\tan B\tan C}=\frac{۲-۰/۵}{۱+۱}$

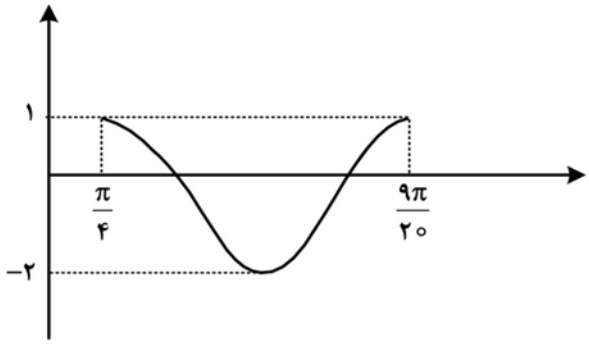
$=\frac{۳}{۴}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۲۲- شکل زیر، نمودار تابع $y = a\cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار **ab** کدام است؟



۱) ۱۵
۲) −۱۵
۳) ۷/۵
۴) −۷/۵

$0 \leq \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) \leq 1$

$\min y = c = -2$

$\max y = a + c = 1 \Rightarrow a = 3$

$T = \frac{9\pi}{20} - \frac{5\pi}{20} = \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{b} \Rightarrow b = 5$

$\Rightarrow ab = 15$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲۳- اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})}+\frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})}=0$ در بازه $[0,\pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $-\sqrt{3}$

متوسط رو به آسون

$$\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{2}+2x)}+\frac{1}{\cos(\frac{\pi}{2}+6x)}=0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos 2x}+\frac{1}{-\sin 6x}=0 \Rightarrow \cos 2x=\sin 6x$$

$$\Rightarrow \cos 2x=\cos(\frac{\pi}{2}-6x) \Rightarrow \begin{cases} 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}-6x \\ 2x=2k\pi-\frac{\pi}{2}+6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16} \Rightarrow x=\frac{\pi}{16},\frac{5\pi}{16},\frac{9\pi}{16} \\ x=k\pi+\frac{\pi}{4} \Rightarrow x=\frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$$\cos 2x,\ \sin 6x \neq 0 \Rightarrow x\neq \frac{\pi}{4},\frac{9\pi}{16}$$

$$\Rightarrow \text{(اختلاف ریشه‌ها)}\ \alpha=\frac{5\pi}{16}-\frac{\pi}{16}=\frac{4\pi}{16}=\frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow 2\alpha=\frac{2\pi}{4} \Rightarrow \tan(\frac{2\pi}{4})=-\tan(\frac{\pi}{4})=-\sqrt{4}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۲۴- مقدار غیرصفر حد $\lim\limits_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{6}$ ۳) $\frac{1}{48}$ ۴) $\frac{1}{24}$

صورت $=0 \Rightarrow$ مخرج $=0 \Rightarrow b=8a$

$a=\frac{b}{8}$

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\left(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2\right)}{b\left(\frac{x}{8}-1\right)} \overset{\text{H.O.P}}{=\!=\!=} \frac{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{\frac{2\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}{1}}$$

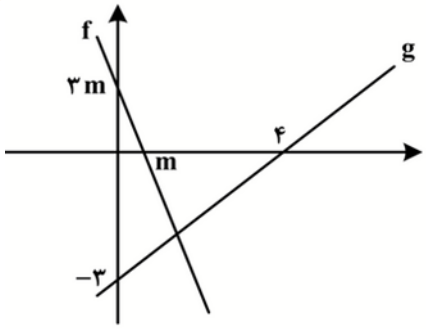
$$= 8\times\frac{\frac{1}{3\times 4}}{2\times 2} = 8\times\frac{1}{48} = \frac{1}{6}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x\to-\infty}\frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



۱) -۳

۲) ۳

۳) -۴

۴) ۴

$$g(x)=\frac{۳}{۴}x-۳$$

$$f(x)=-۳x+۳m$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{|-۳x+۳m|}{\frac{۳}{۴}x-۳}=\frac{-۳x+۳m}{\frac{۳}{۴}x-۳}$$

$$=\frac{-۳}{\frac{۳}{۴}}=-۴$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲۶- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3x^2+(m-1)x+(m-4)}}{\left|x^3+((m-7)x+a)^2\right|} & x\neq a\\ \dfrac{2\sin b}{3\sqrt{x+2}} & x=a\end{cases}$ در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد، مقدار b کدام می‌تواند باشد؟

خیلی دشوار و مفهومی

۱) $\frac{\pi}{3}$ ۲) $\frac{\pi}{6}$ ۳) $\frac{5\pi}{3}$ ۴) $\frac{5\pi}{6}$

عبارت زیر رادیکال صورت >0 برای ریشه $x=-1$ است. چون زیر رادیکال درجه ۲ است و یک ریشه $x=-1$ دارد پس برای آنکه در $\mathbb{R}$ پیوسته باشد باید ابتدا در $\mathbb{R}$ تعریف شده باشد پس یا باید $\Delta<0$ یا باید $\Delta=0$ باشد.
$\Delta<0$ یعنی ریشه نداشته باشد اما چون ریشه $x=-1$ داریم پس $\Delta=0$ یعنی $x=-1$ ریشه مضاعف است.

$$3x^2+(m-1)x+(m-4)=3(x+1)^2$$
$$=3x^2+6x+3 \Rightarrow m=7$$

$$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3}|x+1|}{|x^3+a^2|}\\ \dfrac{2\sin b}{3\sqrt{x+2}}\end{cases}$$

چون $x\neq a$ یعنی در $x=a$ شرط بالایی صفر می‌شود و کلا حاصل حد به فرم $\frac{0}{0}$ خواهد بود.

$$\Rightarrow a^3+a^2=0 \Rightarrow a^2(a+1)=0$$
$$\Rightarrow \begin{cases}a=0 & \text{صورت صفر نمی‌شود} \times\\ a=-1 & \text{صورت صفر می‌شود} \checkmark\end{cases}$$

$$\Rightarrow a=-1 \Rightarrow x\to -1=\frac{\sqrt{3}|x+1|}{|x+1|\,|x^2-x+1|}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x=a=-1 \Rightarrow \frac{2\sin b}{3\sqrt{1}}=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sin b=\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\Rightarrow b=\frac{\pi}{3}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۲۷- اگر $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x-|x|}}$ و $g(x)=\frac{1}{x^3-|x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۱-

$$g'(-\sqrt[3]{2}) \times f'(g(-\sqrt[3]{2})) = \left(f(g(-\sqrt[3]{2}))\right)'$$

$$-\sqrt[3]{2} < 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2x^3} < 0$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \Rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{2 \times \frac{1}{2x^3}}}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

$$\Rightarrow \left(f(g(x))\right)', x = -\sqrt[3]{2} < 0 = x' = 1$$

forum.konkur.in

۱۲۸- در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشورخورده چقدر است؟

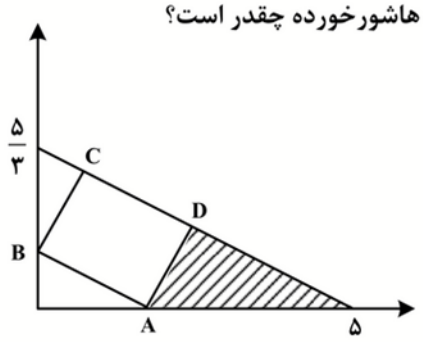
۱) $\frac{۱۵}{۸}$

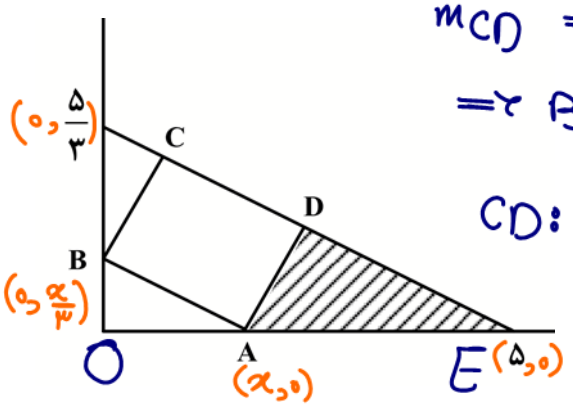
۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$

۳) $\frac{۲۵}{۱۲}$

۴) $\frac{۲۵}{۲۴}$

خیلی دشوار





$m_{CD} = \frac{\frac{\alpha}{۳} - ۰}{۰ - ۵} = -\frac{۱}{۳}$

$\Rightarrow B: (۰, \frac{\alpha}{۳})$

$CD: \quad y = -\frac{۱}{۳}x + \frac{۵}{۳}$

$\Rightarrow x + ۳y - ۵ = ۰$

$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳}\alpha$

$AD = \frac{|\alpha - ۵|}{\sqrt{۱۰}} = \frac{۵ - \alpha}{\sqrt{۱۰}}$

$S = AD \times AB = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳}\alpha\left(\frac{۵ - \alpha}{\sqrt{۱۰}}\right) = \frac{۱}{۳}(-\alpha^۲ + ۵\alpha)$

$\Rightarrow S' = ۰ \Rightarrow -۲\alpha + ۵ = ۰ \Rightarrow \alpha = ۲/۵$

$ADE \sim OAB \Rightarrow S_{OAB} = \frac{۱}{۲} \times ۲/۵ \times \frac{۲/۵}{۳} = \frac{۶/۲۵}{۶}$

$\frac{S_{ADE}}{S_{OAB}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^۲ = \left(\frac{۲/۵}{\frac{۲/۵}{۳}\sqrt{۱۰}}\right)^۲ = \frac{S_{ADE}}{\frac{۶/۲۵}{۶}} \Rightarrow \frac{۴S_{ADE}}{۶/۲۵} = \frac{۹}{۱۰}$

$\Rightarrow S_{ADE} = \frac{۲/۵}{۸} = \frac{۱۵}{۱۶}$

www.konkur.in

۱۲۹- در یک دسته ۷تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف‌معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچک‌ترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می‌کنیم به‌طوری‌که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساختن دسته‌های مختلف را تا جایی ادامه می‌دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف‌معیار باشد. اختلاف بزرگ‌ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

نسبتا دشوار

$x-۶, x-۴, x-۲, \boxed{x}, x+۲, x+۴, x+۶$

$-۶ \quad -۴ \quad -۲ \quad ۰ \quad ۲ \quad ۴ \quad ۶$

$\overline{x}=x \Rightarrow \delta x = \frac{x}{۲}$

$\Rightarrow \delta x = \sqrt{\frac{۲(۳۶)+۲(۱۶)+۲(۴)}{۷}} = \sqrt{\frac{۱۱۲}{۷}} = \sqrt{۱۶} = ۴$

$\Rightarrow x = ۸$

دسته اول: $۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, \boxed{۱۴}$

$\Rightarrow \overline{x}_{\text{دسته آخر}} = \delta^۲ x = ۱۶$

دسته آخر: $۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰, \boxed{۲۲}$

$\Rightarrow ۲۲ - ۱۴ = ۸$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۰- چند عدد یازده‌رقمی با ارقام ۱ و ۲ می‌توان نوشت به‌طوری‌که مضرب ۶ باشند؟

۱) ۱۳۱ ۲) ۲۲۱ ۳) ۳۴۱ ۴) ۴۳۱

متوسط

عددی مضرب ۶ است که زوج بوده و مجموع ارقامش بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

چون عدد یازده رقمی ما فقط از ۱ و ۲ تشکیل شده پس یکان حتما ۲ است.

حالت ۱: ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲

$\frac{10!}{3!\times 7!} = 120$: ۲ ۲ ۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲

$\frac{10!}{6!\times 4!} = 210$: ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲

$\frac{10!}{9!\times 1!} = 10$: ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۱ ۲

$1 + 120 + 210 + 10 = 341$

forum.konkur.in

www.konkur.in

خارج از کتاب

۱۳۱- یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار kاُم «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، $\frac{k}{k+5}$ برابر احتمال آن است که در n پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند $n+k$ باشد؟

۱) ۱۲ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۵

دشوار

احتمال آنکه در n پرتاب سکه k بار رو بیاید برابر است با:

$$\binom{n}{k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}=\binom{n}{k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

(رو) (پشت)

احتمال آنکه k امین رو در n امین پرتاب رخ دهد یعنی باز آخر حتما رو آمده و در $n-1$ پرتاب قبلی، $k-1$ رو آمده است.

$$\binom{n-1}{k-1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}\times\left(\frac{1}{2}\right)$$

(رو) (پشت) (k امین رو در n امین پرتاب)

$$\Rightarrow \binom{n-1}{k-1}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n}=\frac{k}{k+5}\times\binom{n}{k}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)!}{(n-k)!\times(k-1)!}=\frac{k}{k+5}\times\frac{n!}{k!\times(n-k)!}$$

$n! = n(n-1)!$ ، $k! = k(k-1)!$

$$\Rightarrow \frac{k}{k+5}\times\frac{n}{k}=1$$

خود بزرگتر از ۵

$$\Rightarrow n=k+5 \Rightarrow n+k=2k+5$$

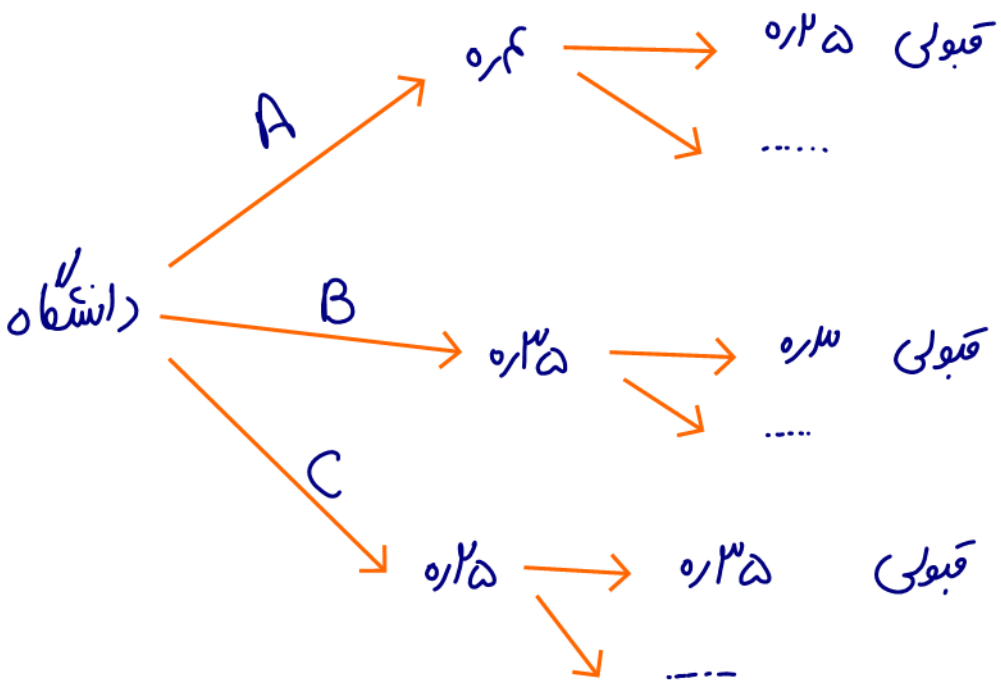
forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۲- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به‌ترتیب، ۰/۴، ۰/۳۵ و ۰/۲۵ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A، B و C را انتخاب کند، به‌ترتیب، با احتمال ۰/۲۵، ۰/۳ و ۰/۳۵ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

۱) ۲۰/۵۵ ۲) ۲۹/۵۵ ۳) ۲۰/۲۵ ۴) ۲۹/۲۵

نسبتا ساده



$$P(\text{قبولی}) = \underbrace{۰/۴ \times ۰/۲۵}_{۰/۱۰۰۰} + \underbrace{۰/۳۵ \times ۰/۳}_{۰/۱۰۵۰} + \underbrace{۰/۲۵ \times ۰/۳۵}_{۰/۰۸۷۵}$$

$$= ۰/۲۹۲۵ = \text{درصد } ۲۹/۲۵$$

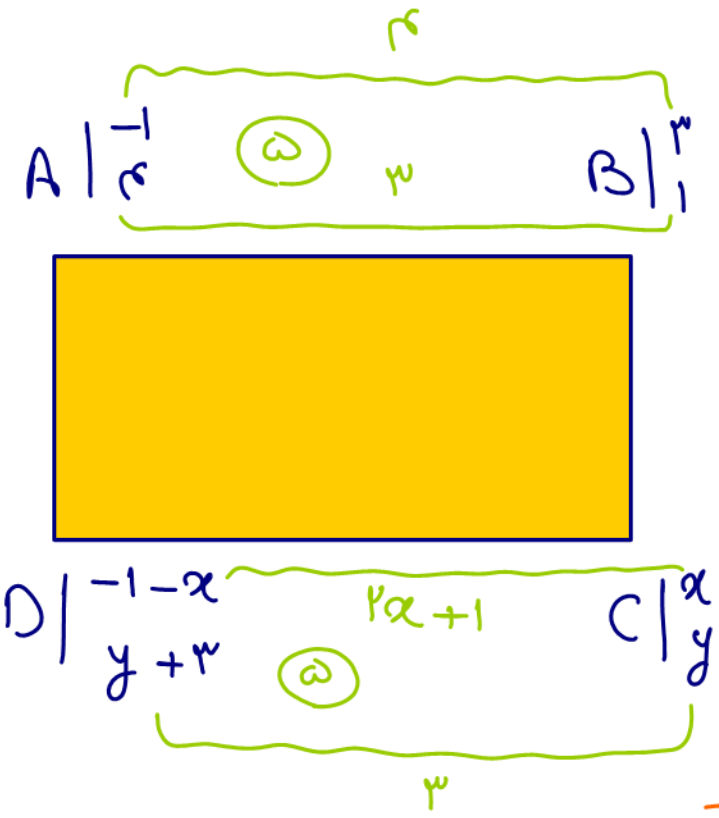
forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۳- نقاط $A(-۱,۴)$، $B(۳,۱)$، $C(x,y)$ و $D(-۱-x,y+۳)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های D و C مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

متوسط



$AB = ۵$

$۲x+۱=۴$

$\Rightarrow x=۱/۵$

$m_{AB} \times m_{BC} = -۱ \Rightarrow \frac{۴-۱}{-۱-۳} \times \frac{y-۱}{۱/۵-۳} = -۱$

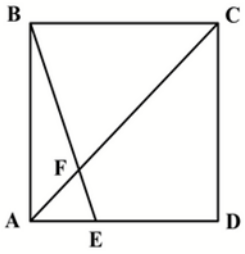
$\Rightarrow \frac{۱}{۲}(y-۱) = -۱ \Rightarrow y = -۱$

$B(۳,۱)\ ,\ C(۱/۵,-۱) \Rightarrow ۱/۵,۲$ (۴ از ۵) (۳ از ۵)

$\Rightarrow ۲(۵) + ۲(۱/۵) = ۱۵$

forum.konkur.in

۱۳۴- در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



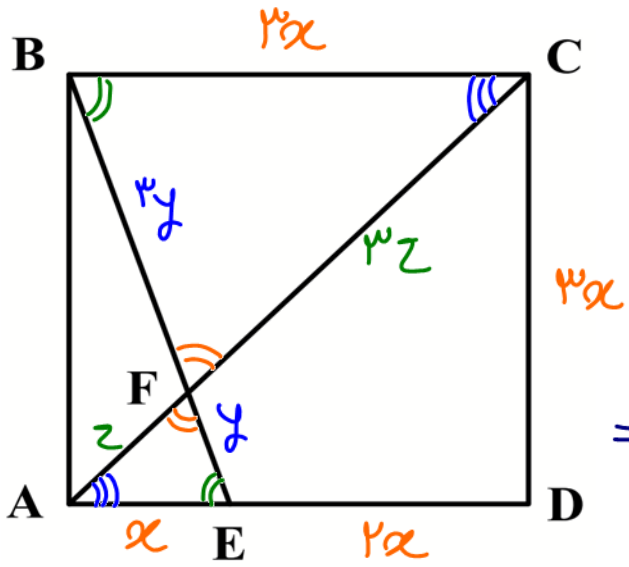
۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$

۲) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}$

۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$

متوسط



$AC = ۳\sqrt{۲}x$

$BE = \sqrt{۱۰}x$

$\overset{\Delta}{BCF} \sim \overset{\Delta}{AEF}$

$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{۱۰}x = ۳y \\ ۳\sqrt{۲}x = ۳z \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{y}{z} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۳\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$

www.konkur.in

خارج از کتاب

خیلی دشوار

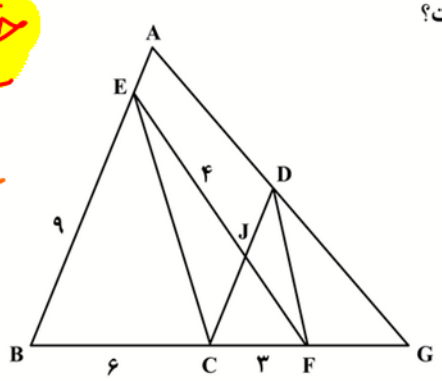
۱۳۵- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟

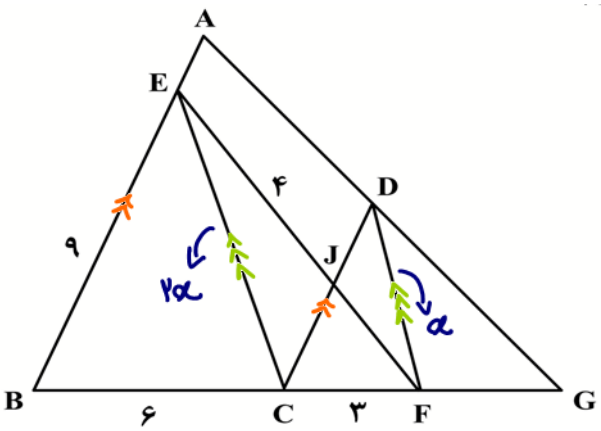
۱) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۱۱}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳۳}}{۴}$

۴) $\frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$





$EBC \simeq DCF$

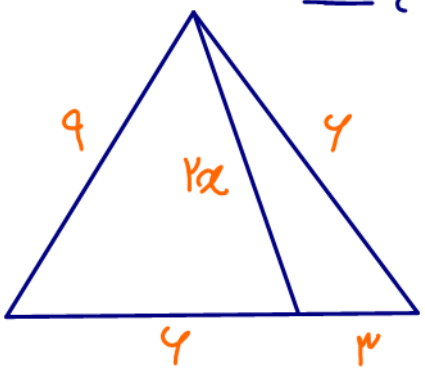
$\frac{EC}{DF} = \frac{۲\alpha}{\alpha}$

$EgC \sim DgF$

$Eg = ۴ \;,\; gF = ۲$

$\Rightarrow \alpha = ۶۰$

$\Rightarrow ۲$ طبق رابطه استوارت :



$(۲\alpha)^۲ + ۳\times۶ = \frac{۶(۶)^۲ + ۳(۹)^۲}{۶+۳}$

$\Rightarrow ۲ \quad ۴\alpha^۲ + ۱۸ = ۵۱$

$\Rightarrow ۲ \quad ۴\alpha^۲ = ۳۳ \quad \Rightarrow ۲$

$\alpha = \frac{\sqrt{۳۳}}{۲}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

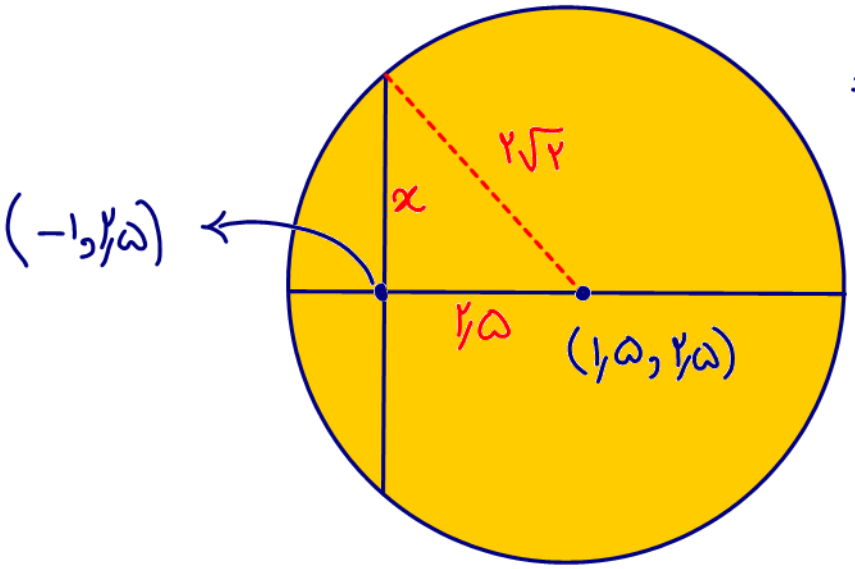
۱۳۶- طول کوتاه‌ترین وتری که از $(-۱,۲/۵)$ در دایره $۲x^۲+۲y^۲-۶x-۱۰y+۱=۰$ رسم می‌شود، کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\sqrt{۷}$ ۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۷}}{۲}$

متوسط

$$x^۲+y^۲-۳x-۵y+\frac{۱}{۲}=۰$$

$$O(۱/۵,۲/۵)\ ,\ R=\frac{۱}{۲}\sqrt{۹+۲۵-۲}=۲\sqrt{۲}$$



$$\Rightarrow x^۲+۶/۲۵=۸$$

$$\Rightarrow x^۲=۱/۷۵$$

$$\Rightarrow x^۲=\frac{۷}{۴}$$

$$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{۷}}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲x=\sqrt{۷}$$

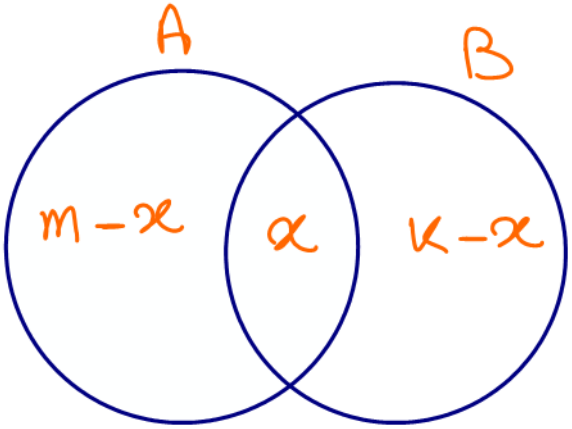
forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۷- مجموعه‌های A و B به‌ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m-k=14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های $A\cup B$ و $A\cap B$ برابر ۲۰ باشد، مجموعه $B-A$ چند عضو دارد؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۳

متوسط



$k-x=?$

$(m-x+x+k-x)-x=20$

$\Rightarrow \begin{cases} m+k-2x=20 \\ -m+k=14 \end{cases}$ $\quad 2k-2x=6$

$k-x=3$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d، تساوی $6a_2^2 = 5a_3a + 3a_2a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d، کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

متوسط

$$۶(a+d)^۲ = ۵a(a+۲d) + ۳a(a+d)$$

$$\Rightarrow ۶a^۲ + ۱۲ad + ۶d^۲ = ۸a^۲ + ۱۳ad$$

$$\Rightarrow ۲a^۲ + ad - ۶d^۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲a - ۳d)(a + ۲d) = ۰ \begin{cases} a = \frac{۳}{۲}d \\ a = -۲d \end{cases}$$

$$\frac{a_۶}{d} = \frac{a + ۳d}{d} = \frac{a}{d} + ۳ \begin{cases} ۴/۵ \\ ۱ \end{cases}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۳۹- اگر $\{x > 1 : 3\log_{x^2} 3 + \log_9 x\}$ باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۳) $\sqrt{6}$ ۴) $\sqrt{3}$

دشوار

$$A = \frac{1}{2}\log_3 x + \frac{3}{2}\log_x 3 \quad \Rightarrow \quad \log_3 x = y$$

$$x > 1 \ , \ y > 0$$

$$\Rightarrow A = \frac{y}{2} + \frac{3}{2y} = \frac{y^2 + 3}{2y}$$

$$\Rightarrow A' = 0 \Rightarrow \frac{y^2 + 3}{2y} = \frac{2y}{2} \Rightarrow y^2 = 3$$

$$y = \pm\sqrt{3}$$

$$y > 0 \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

متوسط

۱۴۰- حداقل چند عضو از مجموعه $f=\left\{(x,y)\,|\,x,y\in\mathbb{Z}\ ,\ x=\frac{۷۲}{y^{۲}-۱}\right\}$ حذف شود تا f، یک تابع باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

$y=۰ \Rightarrow x=-۷۲$

$y\neq\pm۱$

$y=\pm۲ \Rightarrow x=۲۴$

$y=\pm۳ \Rightarrow x=۹$

$y=\pm۵ \Rightarrow x=۳$

$\Rightarrow f=\{(-۷۲,۰)\ (۲۴,۲)\ (۹,۳)\ (۳,۵)\ (۲۴,-۲)\ (۹,-۳)\ (۳,-۵)\}$

forum.konkur.in

www.konkur.in

تحلیل درس حسابان

در کل آزمونی با درجه سختی دشوار و حتی میتوان گفت بسیار دشوار ☹ برگزار گردید و فراتر سطح کنکور دی ماه ۱۴۰۲ و حتی حسابان تیرماه ۱۴۰۲ (کنکور دیروز) بود. هیچ تست غلطی نداشتیم اما ۳ تست یعنی تست های ۱۲۱ و ۱۳۱ و ۱۳۵ فراتر از آموزه های کتاب ریاضیات تجربی بود و صرفا با دانسته های رشته ریاضی قابل حل بود. (تست ۱۲۱ روابط مثلثاتی جمع و تفریق زوایا، تست ۱۳۱ از رابطه بسط قانون احتمال، تست ۱۳۵ از رابطه استوارت در مثلث)

آزمون امروز آزمونی بود پر از سوالاتی که نمونه های فراوانی در آزمون های آزمایشی و کتب کمک درسی گوناگون داشت اما ایده آن تا کنون در کنکور سراسری کمتر مطرح شده بود، یعنی دانش آموزان بایستی سوالات سال های قبل را با سوالات آزمون های آزمایشی و کتب تست کمک درسی شان تطبیق دهند و بررسی کنند از چه مباحثی تا کنون کمتر تست مطرح شده است و همین مباحث ایده های نوین طرح تست در کنکور های آتی است !

بودجه بندی سوالات به شرح ذیل است:

مباحث	تعداد سوال	مباحث	سوال
مجموعه، الگو، دنباله	۲	تابع	۶
توان های گویا و عبارت های جبری	۰	مثلثات	۳
معادله ها و نامعادله ها	۱	حد و پیوستگی	۳
سهمی و معادله درجه دو	۲	مشتق	۱
هندسه تحلیلی و معادله خط	۲	کاربرد مشتق	۱
هندسه	۲	شمارش بدون شمارش	۱
هندسه مختصاتی دوران دایره بیضی	۱	احتمال	۲
توابع نمایی و لگاریتمی	۱	آمار	۱

تست ۱۱۳ از نسبت طلایی ریاضیات مطرح شده بود و دانش آموز میبایست این نسب را حفظ می‌بود. تا کنون از نسبت طلایی سوالی مطرح نشده بود.

تست ۱۱۵ ترکیب مباحث نامعادله، توابع اکیدا یکنو و توابع لگاریتمی بود و که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۶ از مبحث سهمی، تستی نسبتا دشوار بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۷ از مبحث بررسی وارون پذیری توابع چند ضابطه ای، نسبتا دشوار بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۱۸ از ترکیب معادله درجه دوم و روابط بین لگاریتم ها، تستی مشابه در کنکور ریاضی داخل کشور ۱۴۰۰ داشت.

تست ۱۲۰ از مبحث کاربرد مثلثات در هندسه، تستی بود دشوار و بیشتر با پتانسیل مطرح شدن برای رشته ریاضی و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری تجربی مطرح شده بود.

تست ۱۲۲ از مبحث نمودار توابع مثلثاتی، قبلا نمونه های فراوانی در کنکور سراسری داشت اما تا کنون از رسم نمودار توان دو توابع مثلثاتی تست مطرح نشده بود.

تست ۱۲۶ از مبحث پیوستگی، تستی بسیار دشوار بود و اگر دانش آموز نمونه آنرا قبلا از آزمون ها و کتب تست حل نمیکرد نمی توانست آنرا حل کند !

تست ۱۲۸ از ترکیب مباحث هندسه و کاربرد مشتق، تستی بسیار دشوار و زمان بر بود.

تست ۱۲۹ از مبحث آمار، تستی با ایده ای کاملا نو بود و ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

تست ۱۳۷ از مبحث مجموعه ها، قبلا نمونه های فراوانی در کنکور داشت و در این آزمون با چهره ای اندکی متفاوت مطرح شده بود.

تست ۱۳۹ از ترکیب مباحث مجموعه ها و کاربرد مشتق و لگاریتم، تستی بود که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود !

تست ۱۳۹ از ترکیب مباحث مجموعه ها و بررسی تابع بودن ضوابط، تستی بود که ایده آن تا کنون کمتر در کنکور سراسری مطرح شده بود.

مهرداد استقلالیان – دانشجو سال ۵ پزشکی دانشگاه علوم پزشکی اصفهان – طراح آزمون های کانون، ویراستار آزمون های ماز – ۱۶ تیر ماه ۱۴۰۲

Telegram/Instagram: @easy_matschool

forum.konkur.in