

کد کنترل

دفترچه

شماره

۳



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچه شماره ۳ از ۳
صبح پنجشنبه
۱۴۰۲/۰۴/۱۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

آزمون اختصاصی (سراسری) ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی نوبت دوم - تیرماه سال ۱۴۰۲

گروه آزمایشی علوم تجربی

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۴۵ سؤال	۶۰ دقیقه	۱۴۰	۱۱۱	۳۰	ریاضی	۱
۶۰ دقیقه		۱۵۵	۱۴۱	۱۵	زمین‌شناسی	۲

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و.....) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱۱۱- نمودار زیر، تابع f را نشان می‌دهد. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(x+1)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

$f(x) > 0 \rightarrow (-2, 0) \cup (1, +\infty)$

$f(x+1) > 0 \rightarrow (-4, -2) \cup (-1, +\infty)$

$f(x)$	$f(x+1)$	$f(x)$	
-	+	+	۳ (✓)
+	-	-	۶ (۲)
+	+	+	۴ (۳)
-	+	+	۵ (۴)

$D g(x) \rightarrow -3, 0, 1.$

۱۱۲- اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $gof(-\frac{5}{3})$ کدام است؟

$f(-\frac{5}{3}) = -\frac{1}{3}$ $f(-\frac{1}{3}) = -\frac{11}{3}$

$g(-\frac{5}{3}) = f[-4] = -4$

۴ (۱) -۴ (۲) -۶ (۳) ✓ ۶ (۴)

۱۱۳- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$\frac{a+x}{a} = \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a+1}} \Rightarrow x = 2\sqrt{a} - 2$

$\frac{2\sqrt{a}+2}{a}$ $\frac{2}{\sqrt{a+1}}$ $\frac{2}{\sqrt{a+1}}$ $\frac{2}{\sqrt{a+1}}$

۰٫۳ + $\sqrt{5}$ (۱) ۰٫۲(۱ + $\sqrt{5}$) (۲) ۰٫۶ + ۰٫۲ $\sqrt{5}$ (۳) ۰٫۴(۱ + $\sqrt{5}$) (۴) ✓

۱۱۴- ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$

$2x^2 - ax + b = 0 \Rightarrow \alpha + 0,1\alpha, \beta + 0,1\beta$ $2ax^2 + ax - 6 = 0 \Rightarrow \alpha, \beta$

کدام است؟

$\frac{-a}{2a} + 1 = \frac{a}{4} \Rightarrow a = 1$ $2x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (2x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{3}{2}, \beta = \frac{3}{2}$

-۴ (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ✓ -۱ (۴)

۱۱۵- اگر $f(x) = (x + \log x)^5$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $(f \circ f)(x) < f(x^5)$ کدام است؟

$(0, 5)$ (۱) $(0, 1)$ (۲) ✓ $(5, +\infty)$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴)

۱۱۶- صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟

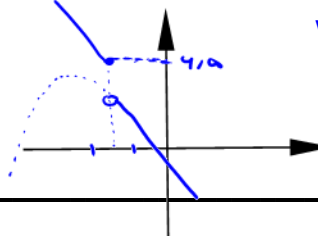
$-\frac{1}{2}$ (۴) ✓ $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

محل انجام محاسبات

$m \times \frac{\sqrt{5}}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow m \times \sqrt{m^2 - 4m + 4} = 3 \Rightarrow m \times |m-2| = 3$

$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow \frac{1+m}{4} = \frac{-1}{4}$



۱۱۷ تابع $f(x) = \begin{cases} 2-3x & 2x+3 \leq 0 \\ 2+2mx-x^2 & 2x+3 > 0 \end{cases}$ روی دامنه تعریف خود، وارون پذیر است. اگر f^{-1} وارون تابع f به ازای

مقدار صحیح m باشد، مقدار $f^{-1}(-19)$ کدام است؟

$$\frac{-2m}{-2} = m \leq \frac{-3}{2} \Rightarrow 2-3m-\frac{9}{4} \leq 4/5 \Rightarrow m > -1/4$$

۱۱۸ اگر $\log 2 \approx 0,3$ و $\log 3 \approx 0,4$ باشد، اختلاف ریشه‌های معادله $x^2(\log 3) + 2x(\log 6) - \log \frac{5}{6} = 0$ چقدر

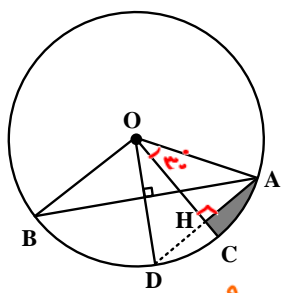
است؟

$$1,5x^2 + 1,2x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ or } x = -4/5$$

۱۱۹ اگر $\tan x + \cot x = -3$ و $3\pi < 4x < 4\pi$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

$$\frac{1}{\cos^3 x + \sin^3 x} = \frac{1}{-\frac{1}{4}\sqrt{3}} = -4\sqrt{3}$$

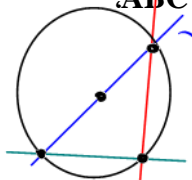
۱۲۰ مطابق شکل زیر، در دایره‌ای به مساحت π ، $\angle AOB = 120^\circ$ و OH عمود منصف AD است. اختلاف محیط مثلث AOH و محیط قسمت سایه زده شده کدام است؟



$$AH = \frac{1}{2} \cdot OA = 1 \cdot HO = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

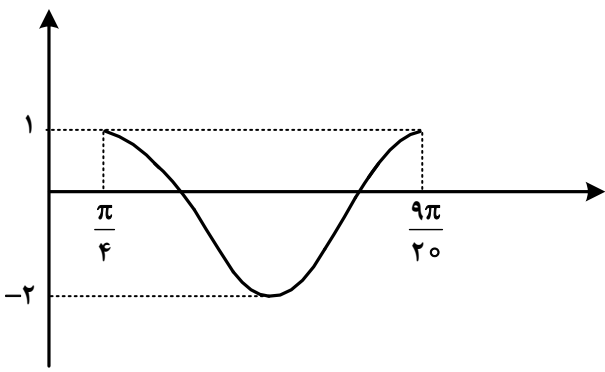
$$P_{AOH} = \frac{\pi}{4} + (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۲۱ خطوط $ax - y = 3$ و $3y + x = -9$ یکدیگر را در نقطه A و خط $y - x = 0$ را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مرکز دایره‌ای که از این سه نقطه می‌گذرد، بر نیمساز ناحیه اول و سوم واقع باشد، در مثلث ABC مقدار $\tan(B - C)$ کدام است؟



$$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{4}$$

۱۲۲ شکل زیر، نمودار تابع $y = a \cos^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ در یک بازه تناوب را نشان می‌دهد. مقدار ab کدام است؟



$$\frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow |b| = 5$$

$$c = -2$$

$$|a| - 2 = 1 \Rightarrow |a| = 3$$

محل انجام محاسبات

۱۲۲- اگر اختلاف جواب‌های معادله $\frac{1}{\sin(\frac{\pi+4x}{2})} + \frac{1}{\cos(\frac{\pi+8x}{2})} = 0$ در بازه $[0, \pi]$ برابر α باشد، مقدار $\tan(2\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{1}{\cos 2x} - \frac{1}{2 \sin(x) \cdot \cos(x)} = 0$$

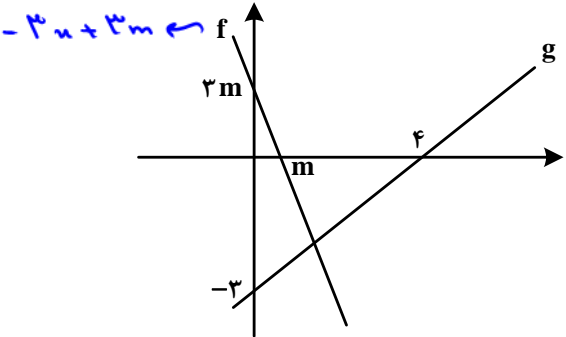
$$\Rightarrow 2 \sin(x) \cos(x) - 1 = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ یا } k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ یا } \frac{5\pi}{6}$$

۱۲۴- مقدار غیرصفر حد $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{b\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2b}{ax - b}$ کدام است؟

HOP: $\frac{2\sqrt{2+\sqrt{x}}}{\frac{1}{24}}$ $\xrightarrow{x \rightarrow 8}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{12} \cdot 18 = \frac{1}{2}$

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع f و g را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)}$ کدام است؟



- (۱) -۳
- (۲) ۳
- (۳) -۴
- (۴) ۴

$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2 + (m-1)x + (m-4)}}{|x^2 + ((m-7)x + a)|} & x \neq a \\ \frac{2 \sin b}{2\sqrt{x+2}} & x = a \end{cases}$

۱۲۶- اگر تابع $x^2 + ax^2 = 0 \Rightarrow a = -1$

۱۲۷- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}$ و $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$ باشد، مقدار $g'(-\sqrt{2})f'(g(-\sqrt{2}))$ کدام است؟

۱۲۸- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3(x+1)^2}}{|x^2+1|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\Delta\pi}{6} \cdot \frac{2 \sin b}{2} = \frac{\Delta\pi}{3}$ $\frac{\Delta\pi}{6} \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6}$

۱۲۹- مقدار $f(g(-\sqrt{2}))$ مشتق $f(g(-\sqrt{2}))$ کدام است؟

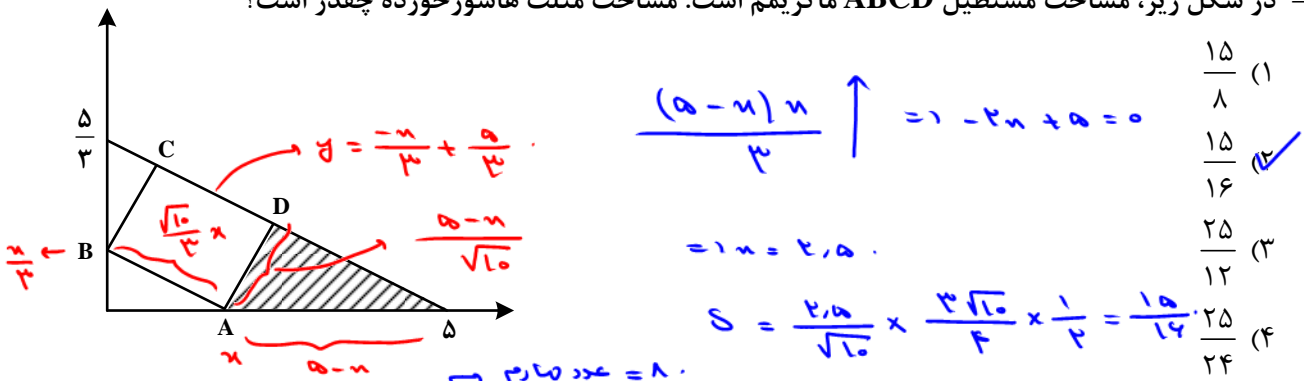
(۱) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $-\frac{1}{2}$



$$f(g(n)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n^3-1n^3} - \frac{1}{|n^3-1n^3|}}} = n \rightarrow 1$$

AD: $y = 3x - 5, 5 \rightarrow 3x - 5, 5 = \frac{-x}{4} + \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{10}{4}x = \frac{55}{4} = 1x = \frac{11}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{4}$
 ریاضی - علوم تجربی
 نوبت دوم ۱۴۰۲/۰۴/۱۵
 صفحه ۵

۱۲۸- در شکل زیر، مساحت مستطیل ABCD ماکزیمم است. مساحت مثلث هاشور خورده چقدر است؟



۱۲۹- در یک دسته ۷ تایی از اعداد زوج متوالی (دسته اول)، انحراف معیار نصف میانگین است. هر بار، کوچکترین عدد دسته را حذف نموده و عدد زوج دیگر را اضافه می‌کنیم به طوری که اعداد دسته جدید نیز متوالی هستند. ساخته شده‌های مختلف را تا جایی ادامه می‌دهیم که میانگین آن دسته (دسته آخر)، مجذور انحراف معیار باشد. اختلاف بزرگ‌ترین عضو دسته اول و آخر، کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۴ (۲) ۲۲ (۳) ۲۴ (۴)

۱۳۰- چند عدد یازده رقمی با ارقام ۱ و ۲ می‌توان نوشت به طوری که مضرب ۶ باشند؟

- ۱۳۱ (۱) ۲۲۱ (۲) ۳۴۱ (۳) ۴۳۱ (۴)

۱۳۱- یک سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا برای بار k ام «رو» ظاهر شود. احتمال آنکه دقیقاً n بار پرتاب لازم شود، برابر احتمال آن است که در n پرتاب k بار سکه «رو» بیاید. کدام مقدار می‌تواند $n+k$ باشد؟

$1 + \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} + \dots = 11 + 130 + 210 = 341$
 $\frac{\binom{n-1}{k-1} \times (\frac{1}{2})^{n-1}}{\binom{n-1}{k} \times (\frac{1}{2})^{n-1}} = \frac{k}{k+5}$
 $\frac{k}{k+5} = \frac{k}{n} \Rightarrow n = k+5 \Rightarrow k = 7, n = 12$

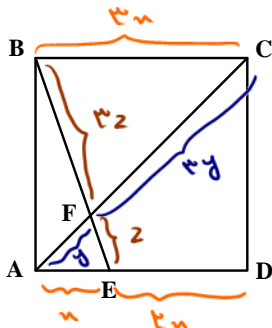
۱۳۲- احتمال اینکه امیر برای قبولی در رشته پزشکی، یکی از سه دانشگاه A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، $0,4$ ، $0,25$ و $0,35$ است. اگر او یکی از دانشگاه‌های A، B و C را انتخاب کند، به ترتیب، با احتمال $0,25$ و $0,3$ و $0,25$ در آن دانشگاه پذیرفته می‌شود. چند درصد احتمال دارد که امیر در رشته پزشکی قبول شود؟

$\frac{4}{10} \times \frac{1}{4} + \frac{25}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{25}{100} = \frac{4}{10} \times \frac{1}{4} + \frac{25}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{3}{10} \times \frac{25}{100} = 0,1 + 0,0625 + 0,075 = 0,2375$

۱۳۳- نقاط $A(-1,4)$ ، $B(3,1)$ ، $C(x,y)$ و $D(-2-x, y+3)$ رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های C و D مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

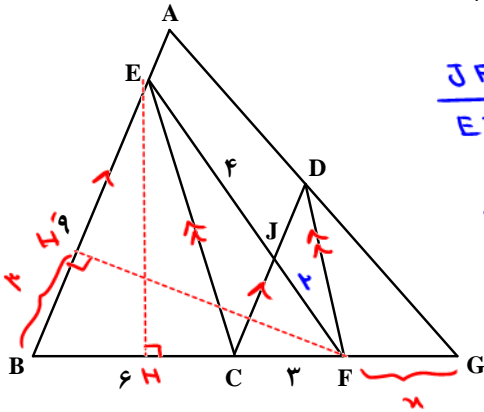
$m_{BC} = \frac{y-1}{x-3} = \frac{y+3-1}{-2-x-3} = \frac{y+2}{-x-5} = -1 \Rightarrow y+2 = x+5 \Rightarrow y = x+3$
 $14 (2) \quad 2(5+2,5) = 19 (1)$

۱۳۴- در مربع شکل زیر، اندازه ED دو برابر AE است. طول EF چند برابر AF است؟



$EF = \frac{1}{4} \times \sqrt{10} \cdot n$
 $AF = \frac{1}{4} \times 3\sqrt{2} \cdot n$

۱۳۵- در شکل زیر، $AB \parallel CD$ و $EC \parallel DF$ است. اندازه DF چقدر است؟



$$\frac{DF}{EF} = \frac{1}{2} \Rightarrow DF = 2$$

$$FH' = \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$FH' \times EB = EH \times BF \Rightarrow EH = 2\sqrt{2}$$

$$CE = \sqrt{33} \Rightarrow DF = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{11}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{11}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{33}}{2} \quad (4) \checkmark$$

۱۳۶- طول کوتاه‌ترین وتری که از $(-1, 2/5)$ در دایره $2x^2 + 2y^2 - 6x - 10y + 1 = 0$ رسم می‌شود، کدام است؟

$$2\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 9 - 10 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 - 3x - 5y + \frac{1}{2} = 0$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{7} \quad (2) \checkmark$$

$$\sqrt{5} \quad (1)$$

۱۳۷- مجموعه‌های A و B به ترتیب دارای m و k عضو هستند. اگر $m - k = 14$ و اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B برابر ۲۰ باشد، $A \cap B$ و $A \cup B$ چند عضو دارد؟

$$m + k - 2n(A \cap B) = 20$$

$$\Rightarrow k - n(A \cap B) = 3 = n(B - A)$$

مجموعه $B - A$ چند عضو دارد؟

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$m + k - n(A \cap B)$$

۱۳۸- در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_7^2 = 5a_8a + 3a_8a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم a_4 به d ، کدام می‌تواند باشد؟

$$7(a_1 + 3d)^2 = a(a_1 + 4d)a_1 + 3(a_1 + 4d)a_1 \Rightarrow 2a_1^2 + a_1d - 4d^2 = 0$$

$$\Rightarrow (2a_1 - 3d)(a_1 + 4d) = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{3d}{2} \quad (3)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$1 \quad (1) \checkmark$$

۱۳۹- اگر $A = \{\log_q x + 3 \log_x 3 : x > 1\}$ باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$\frac{1}{t} \log_q^n + \frac{3}{t} \times \frac{1}{\log_x^n} \xrightarrow{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{3}}{t} + \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{t} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{t}{t} + \frac{3}{2t} \rightarrow t + \frac{3}{t} = 1 - \frac{3}{t^2} = 0 \Rightarrow t = \pm\sqrt{3} \quad x > 1 \Rightarrow t = \sqrt{3} = \log_q^n$$

۱۴۰- حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{72}{y^2 - 1}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2) \checkmark$$

$$2 \quad (1)$$

$(24, 2), (24, -2), (-72, 0), (9, 3), (9, -3),$

$(3, 6), (3, -6)$

محل انجام محاسبات