

آزمون  
۱



پایه  
۱۲

مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱  
۱۴۰۲/۵/۱۳

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل ۱ (درس‌های ۳ و ۴) فصل ۴	فصل ۱ (درس ۱ تا ۴)	—
هندسه	فصل ۱	—	فصل ۱ (درس ۱)
گسسته	—	فصل ۱	فصل ۱ (درس ۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

## ریاضیات

۱- دنباله درجه دوم ...،  $4a$ ،  $b$ ،  $18a$ ،  $48b$  را در نظر بگیرید. واسطه حسابی دو عدد  $a+b$  و  $b-a$  کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۱ (۳) ۲۷ (۴) ۳۳

۲- در یک دنباله هندسی با قدر نسبت بزرگ تر از یک، جمله پنجم از جمله سوم، ۹ واحد بیشتر است. اگر مجموع جملات پنجم و هفتم برابر ۶۰ باشد، جمله اول دنباله کدام می تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

۳- در الگوی شکل زیر، مجموع اعداد شکل دهم کدام است؟

- (۱) ۸۲۹ (۲) ۹۶۹ (۳) ۱۰۲۹ (۴) ۱۷۲۹
- |   |   |   |   |   |    |    |
|---|---|---|---|---|----|----|
| ۱ | ۳ | ۴ | ۷ | ۸ | ۱۳ | ۱۴ |
|   |   | ۲ |   | ۵ | ۹  | ۱۲ |
|   |   |   |   |   | ۱۱ | ۱۶ |
|   |   |   |   |   | ۱۰ |    |
- شکل ۱    شکل ۲    شکل ۳    شکل ۴

۴- تابع خطی  $f(x) = ax + b$  مفروض است. اگر  $\gamma$  و  $\beta$  و  $\alpha$  سه جمله متوالی دنباله هندسی و  $f(\gamma)$  و  $f(\beta)$  و  $f(\alpha)$  سه جمله متوالی دنباله حسابی باشند، مجموع قدر نسبت های این دو دنباله کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) صفر

۵- فرض کنید  $a_n$  جمله عمومی دنباله حسابی باشد. اگر دنباله  $a_1, a_2, a_3, a_m, a_p, \dots$  درجه دوم باشد، حاصل  $m+p$  کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۳۴ (۴) ۳۲

۶- هر یک از ریشه های معادله درجه دوم  $ax^2 - 2x - 8 + b = 0$  از دو برابر ریشه های معادله  $ax^2 - 3x - 2a = 0$  یک واحد کمتر است. حاصل  $2a - b$  کدام است؟

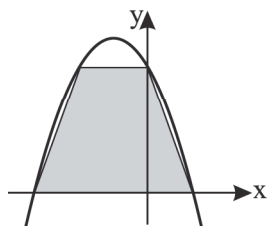
- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۶

۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 + 3x - 2 = 0$  باشند، حاصل  $8\alpha^2 + 11\beta^2 - 9\alpha$  کدام است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۴۹ (۳) ۱۴۹ (۴) ۱۳۷

محل انجام محاسبه

۸- در شکل زیر نمودار سهمی  $y = -2x^2 + mx + 6$  رسم شده است. به ازای کدام مقدار  $m$  مساحت دوزنقه رنگی شده برابر ۱۸ است؟



-۲ (۱)

-۴ (۲)

-۳ (۳)

-۶ (۴)

۹- اگر  $x = -\frac{2}{3}$  تنها ریشه معادله  $9x(x+a) = b$  باشد، آنگاه محور تقارن سهمی  $y = x^2 + (a+b)x - 1$  نیمساز ناحیه اول را در

نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$-\frac{1}{3}$  (۱)       $-\frac{4}{3}$  (۲)       $\frac{4}{3}$  (۳)       $\frac{1}{3}$  (۴)

۱۰- نمودار سهمی  $f$  از سه نقطه  $A(1, -1)$  و  $B(2, 6)$  و  $C(-1, -2)$  عبور می‌کند. مجموع صفرهای تابع  $y = x + f(x)$  کدام

است؟

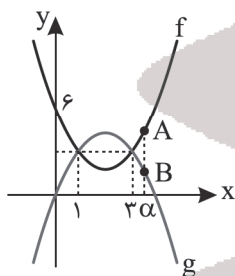
-۴ (۱)      -۳ (۲)      -۲ (۳)      -۱ (۴)

۱۱- در بازه  $(a, b)$  حاصل عبارت  $2x^2 + 9x - 5$  منفی و حاصل عبارت  $|x + \frac{1}{4}|$  کمتر از  $\frac{3}{4}$  است. حداکثر مقدار  $[\frac{3b-a}{4}]$  کدام

است؟

۲ (۱)      ۱ (۲)      -۱ (۳)      -۲ (۴)

۱۲- در شکل زیر، نمودار دو تابع درجه دوم  $f$  و  $g$  رسم شده است. به ازای کدام مقدار  $\alpha$ ، طول پاره خط  $AB$  برابر  $\frac{2}{5}$  است؟

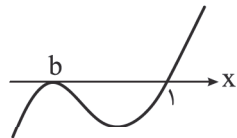
 $\frac{7}{2}$  (۱) $\frac{10}{3}$  (۲) $\frac{13}{4}$  (۳) $\frac{16}{5}$  (۴)

محل انجام محاسبه

۱۳- نمودار توابع  $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{a-x}$  بر روی نیمساز ناحیه اول متقاطع اند. مجموع مقادیر قابل قبول برای  $a$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴- نمودار تابع  $f(x) = (x-1)(x^2 + ax + 16)$  به صورت زیر است. حاصل  $f(-a)$  کدام است؟



- (۱) ۱۰۰۸  
(۲) -۱۴۴  
(۳) -۲۸۸  
(۴) ۹۸۰

۱۵- مجموع بزرگترین و کوچکترین جواب معادله  $|x-2| + |x+1| = 3$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{4}{3}$

۱۶- در مثلث  $ABC$  ( $\hat{B} = 25^\circ, \hat{C} = 35^\circ$ ) از نقطه  $M$  روی ضلع  $BC$  عمودهای  $MH$  و  $MH'$  را به ترتیب بر اضلاع  $AB$  و  $AC$  رسم می‌کنیم. اگر  $MH = MH'$  باشد، آنگاه اندازه زاویه  $\hat{AMH}$  بر حسب درجه کدام است؟

- (۱)  $15^\circ$  (۲)  $30^\circ$  (۳)  $45^\circ$  (۴)  $60^\circ$

۱۷- پاره خط  $EF$  به طول  $\frac{8}{5}$  واحد مفروض است. چند نقطه در صفحه یافت می‌شود به طوری که از  $E$  به فاصله ۱۳ و از  $F$  به فاصله  $\frac{4}{5}$  باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۸- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) با زاویه‌های حاده، عمودمنصف‌های ساق‌های  $AB$  و  $AC$  به ترتیب امتداد قاعده را در  $D$  و  $E$  قطع می‌کنند. اگر  $O$  نقطه برخورد دو عمودمنصف باشد، زاویه  $\hat{EOD}$  برابر با کدام است؟

- (۱)  $2\hat{B}$  (۲)  $\hat{C}$  (۳)  $90 - \hat{A}$  (۴)  $90 + \frac{\hat{A}}{2}$

۱۹- اگر زاویه بین دو نیمساز داخلی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  در مثلث  $ABC$  برابر  $154^\circ$  باشد آنگاه زاویه بین دو نیمساز خارجی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  چند درجه است؟

- (۱)  $36^\circ$  (۲)  $13^\circ$  (۳)  $26^\circ$  (۴)  $64^\circ$

محل انجام محاسبه

۲۰- مثلث متساوی الاضلاع ABC با طول ضلع ۴ واحد را در نظر بگیرید. از رأس A عمودی بر AC رسم می‌کنیم تا امتداد نیمساز داخلی

زاویه C را در D قطع کند. فاصله محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث ACD تا محل هم‌مرسی عمودمنصف‌های مثلث ABC چقدر است؟

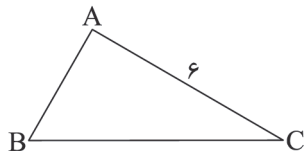
$$\frac{2}{3} \quad (۴) \quad 2\sqrt{3} \quad (۳) \quad \frac{3}{2}\sqrt{3} \quad (۲) \quad \frac{4}{3}\sqrt{3} \quad (۱)$$

۲۱- چند مثلث وجود دارد که طول دو ضلع آن ۳ و ۵ باشد و طول یکی از ارتفاع‌های وارد بر یکی از اضلاع آن برابر ۴ باشد؟

$$۱ \quad (۴) \quad ۲ \quad (۳) \quad ۴ \quad (۲) \quad \text{صفر} \quad (۱)$$

۲۲- در مثلث ABC، عمودمنصف ضلع AB، ضلع BC را به نسبت ۲ به ۴ تقسیم کرده است. طول BC چه تعداد از مقادیر زیر را می‌تواند

اختیار کند؟



$$۵ \quad (۴) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۲۳ \quad (۵) \quad ۳۸ \quad (۵) \quad ۱۳/۷ \quad (ج) \quad ۶ \quad (ب) \quad ۵/۵ \quad (الف)$$

۲۳- ماتریس مربعی  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با تعریف  $a_{ij} = \begin{cases} \begin{bmatrix} i \\ j \end{bmatrix} & |i-j|: \text{زوج} \\ \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix} & |i-j|: \text{فرد} \end{cases}$  را در نظر بگیرید. مجموع درایه‌های روی قطر اصلی چند برابر

مجموع درایه‌های روی قطر فرعی است؟ ( [ ] : علامت جزء صحیح است.)

$$۲ \quad (۱) \quad \frac{3}{4} \quad (۲) \quad \frac{2}{3} \quad (۳) \quad ۱ \quad (۴)$$

۲۴- ماتریس‌های مربعی A و B از مرتبه ۳، به ترتیب قطری و اسکالر می‌باشند که در رابطه  $A + B - \begin{bmatrix} 1 & 0 & z \\ x & -3 & y \\ 0 & t & 2 \end{bmatrix} = 3I$  صدق می‌کنند.

اگر مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۱۲ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟

$$۳ \quad (۴) \quad -۳ \quad (۳) \quad ۱ \quad (۲) \quad -۱ \quad (۱)$$

۲۵- ماتریس سطری A با درایه‌های اعداد طبیعی و ماتریس  $C = [c_{ij}]_{3 \times 2} = [i]_{3 \times 2}$  در رابطه  $A \times C = B$  صدق می‌کنند. اگر مجموع

درایه‌های ماتریس B برابر با ۱۲ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

$$۷ \quad (۴) \quad ۴ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۲) \quad ۶ \quad (۱)$$

محل انجام محاسبه

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، درایهٔ سطر دوم و ستون دوم ماتریس  $B + A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۱ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} & -1 \\ 2 & 2 \\ -1 & \sqrt{3} \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{1402} - A^{1401}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $2 + \sqrt{3}$  (۴)  $3 + \sqrt{3}$

۲۸- اگر  $A$  یک ماتریس اسکالر و  $B$  یک ماتریس هم‌مرتبه با  $A$  باشد به طوری که  $2B^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & -4 \\ 6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$  و  $AB = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، آنگاه حاصل  $(A - B)^2$  برابر کدام است؟

$A^2 = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 5 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۲۹- گزاره  $(p \Rightarrow q \vee r) \wedge (\sim p \vee (q \vee \sim r))$  هم‌ارز کدام گزاره است؟

- (۱)  $p \Rightarrow \sim q$  (۲)  $q \Rightarrow p$  (۳)  $p \Rightarrow q$  (۴)  $T$

۳۰- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

۱)  $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} ; (x-1)^2 - y = 0$

۲)  $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} ; (x-1)^2 - y = 0$

۳)  $\forall x, y \in \mathbb{R} \exists n \in \mathbb{N} ; x^n > y$

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

محل انجام محاسبه

۳۱- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $k+1$  عضوی ۴۹ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی یک مجموعه  $k-1$  عضوی است. اگر

این دو مجموعه دارای  $\frac{k-1}{۲}$  عضو مشترک باشند، اجتماع این دو مجموعه چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۳۲- مجموعه  $(C-A) - [(B'-A) \cup (A'-B)]'$  با کدام مجموعه برابر است؟

- ۱ (۱)  $A \cup (B \cap C)$  ۲ (۲)  $A \cup (B-C)$  ۳ (۳)  $A \cap (B \cup C)$  ۴ (۴)  $A \cap (B-C)$

۳۳-  $A$  و  $B$  دو مجموعه هستند که  $A' - (A \cap B') = B - A$ . کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟ ( $U$  مجموعه مرجع است).

- ۱ (۱)  $A \cap B = \emptyset$  ۲ (۲)  $A = U$  ۳ (۳)  $A \cup B = U$  ۴ (۴)  $B = U$

۳۴- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند. اگر رابطه  $A \times B - A^2 \subseteq B \times A - B^2$  برقرار باشد، کدام گزینه قطعاً تهی است؟

- ۱ (۱)  $A \cap B$  ۲ (۲)  $A' \times B$  ۳ (۳)  $A \times B'$  ۴ (۴)  $A \times B - B \times A$

۳۵- چند زوج مرتب  $(a, b)$  با مؤلفه‌های طبیعی وجود دارد که رابطه  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$  برقرار باشد؟

- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) بی‌شمار

۳۶- اگر بین دو عدد حقیقی  $x$  و  $y$  رابطه  $\sqrt[3]{x+y+1} = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y+1}$  برقرار باشد چه تعداد از عبارت‌های  $x^2 - x^2 + 1$ ،  $x^2 y + x^2$  و  $y^2 - x^2 + 1$

$x^2 + 2xy + y^2 - 1$  قطعاً ناصفر هستند؟

- ۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۲ ۳ (۳) ۱ ۴ (۴) صفر

۳۷- برای اینکه ثابت کنیم میانگین هندسی (مثبت) دو عدد مثبت  $a+1$  و  $\frac{b}{۲}$  بزرگ‌تر از میانگین حسابی آنها نیست، به کدام نامساوی

همواره درست می‌رسیم؟

۱ (۱)  $(\sqrt{2a+1} - \sqrt{b})^2 \geq 0$  ۲ (۲)  $(\sqrt{2a+2} - \sqrt{b})^2 \geq 0$

۳ (۳)  $(\sqrt{2a+2} + \sqrt{\frac{b}{2}})^2 \geq 0$  ۴ (۴)  $(\sqrt{a+1} + \sqrt{b})^2 \geq 0$

۳۸- کدام گزینه مثال نقض گزاره زیر است؟

اگر  $x(x+2)$  گویا باشد آنگاه  $\frac{\sqrt{3+\sqrt{8}}}{x}$  گنگ است.

(۱)  $-1-\sqrt{2}$       (۲)  $-1+\sqrt{2}$       (۳)  $3-\sqrt{8}$       (۴)  $\sqrt{3}-1$

۳۹-  $\alpha^2$  و  $\beta$  دو عدد گنگ هستند ولی  $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$  عدد گویای ناصفر است. اعداد  $\frac{\beta}{\alpha}$  و  $\frac{\alpha+\beta}{\alpha^2}$  چگونه هستند؟

(۱) هر دو عدد ممکن است گویا یا گنگ باشند.

(۲) گنگ - گویا

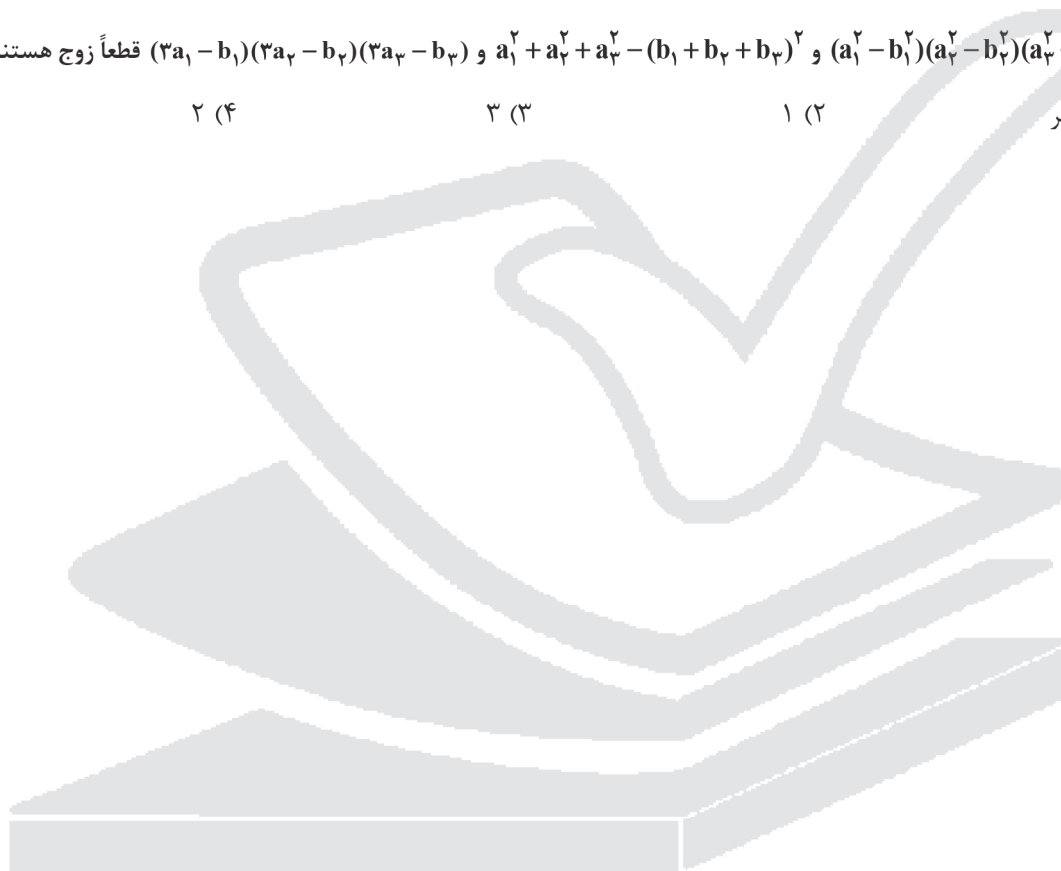
(۳) گویا - گنگ

(۴) گنگ - گنگ

۴۰-  $a_1, a_2, a_3$  اعدادی صحیح و  $b_1, b_2, b_3$  همان اعداد ولی با ترتیب دیگری هستند چه تعداد از عبارت‌های

$(a_1^2 - b_1^2)(a_2^2 - b_2^2)(a_3^2 - b_3^2)$  و  $(b_1 + b_2 + b_3)^2 - (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)$  و  $(3a_1 - b_1)(3a_2 - b_2)(3a_3 - b_3)$  قطعاً زوج هستند؟

(۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۳      (۴) ۲





آزمون

۱

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۵/۱۳

## آزمون اختصاصی

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

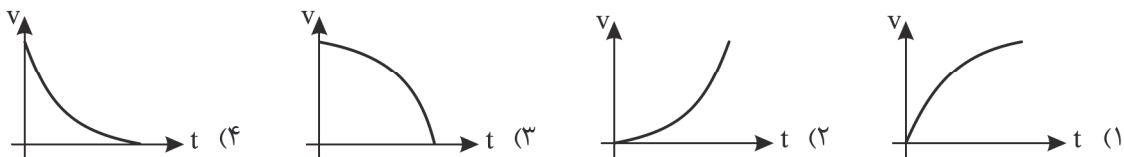
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۱	—	فصل ۱ (تا ابتدای حرکت با شتاب ثابت)
شیمی	فصل ۱	—	—

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳



۴۵- کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار سرعت - زمان متحرکی باشد که بر روی خط راست به صورت کندشونده حرکت کرده و بزرگی شتاب آن در حال افزایش است؟



۴۶- معادله مکان - زمان متحرکی در حرکت روی خط راست در SI به صورت  $x = kt - 20$  داده شده است. اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه چهارم برابر ۲۴ متر باشد، در چه لحظه‌ای متحرک از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) عبور می‌کند؟

- (۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴) ۴

۴۷- قطاری به طول  $L_1$  از روی پلی به طول  $L_2$  عبور می‌کند. اگر مدت زمانی که قطار کاملاً از پل عبور می‌کند، ۳ برابر مدت زمانی باشد که تمام طول قطار کاملاً روی پل است، نسبت  $\frac{L_2}{L_1}$  چند است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

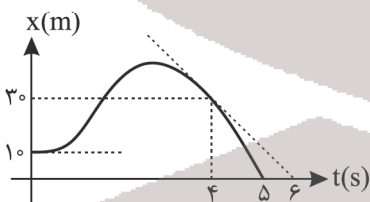
۴۸- در یک مسابقه دو و میدانی ۲۰۰ متر بین پارسا و امیرعلی، وقتی امیرعلی به خط پایان می‌رسد، پارسا در ۷۵ متری خط پایان است. اگر بخواهیم در این مسابقه دو و میدانی ۲۰۰ متر، هر دو همزمان به خط پایان برسند، امیرعلی باید چند متر عقب‌تر از پارسا حرکت خود را شروع کند؟ (تندی امیرعلی و پارسا ثابت فرض شده و لحظه شروع حرکت یکسان است.)

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۸۰ (۴) ۱۲۰

۴۹- متحرکی در حرکت بر روی خط راست با تندی ثابت  $30 \frac{m}{s}$  مسافت  $d$  را طی می‌کند و سپس نیمی از این مسیر را با تندی ثابت  $V$  بازمی‌گردد. اگر تندی متوسط در کل مسیر رفت و برگشت  $36 \frac{m}{s}$  باشد، مقدار  $V$  چند  $\frac{m}{s}$  است؟

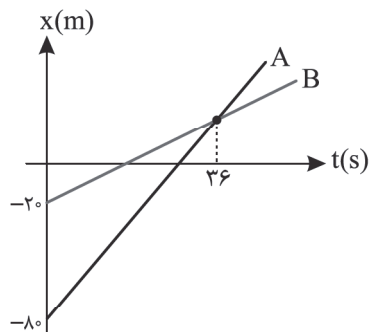
- (۱) ۶۰ (۲) ۴۸ (۳) ۴۵ (۴) ۳۳

۵۰- شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. اندازه سرعت متوسط در ۴ ثانیه اول، چند برابر اندازه شتاب متوسط در ۴ ثانیه اول است؟



- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

۵۱- شکل زیر نمودار مکان - زمان دو متحرک را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. چند ثانیه فاصله دو متحرک از هم کمتر از ۷/۵ متر است؟



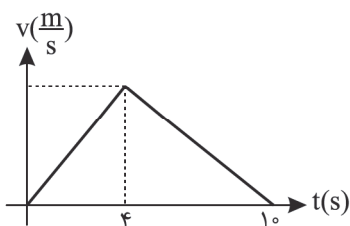
(۱) ۴/۵

(۲) ۹

(۳) ۱۳/۶

(۴) ۱۸

۵۲- شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. اگر اندازه شتاب متوسط در ۳ ثانیه دوم برابر



$\frac{5}{2} \frac{m}{s^2}$  باشد، بیشینه سرعت متحرک چند  $\frac{m}{s}$  است؟

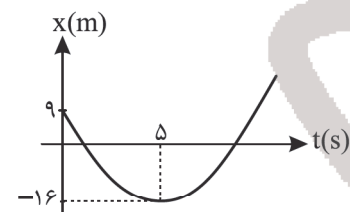
(۱) ۶

(۲) ۱۲

(۳) ۱۸

(۴) ۳۶

۵۳- سهمی شکل زیر نمودار مکان - زمان متحرکی را در حرکت بر روی خط راست نشان می‌دهد. چند ثانیه متحرک در حال نزدیک شدن



به مبدأ مکان ( $x = 0$ ) است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

۵۴- معادله مکان - زمان متحرکی در حرکت بر روی خط راست در SI به صورت  $x = -2t^2 + 8t + 18$  داده شده است. در لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، متحرک در فاصله چند متری از نقطه شروع حرکتش قرار می‌گیرد؟

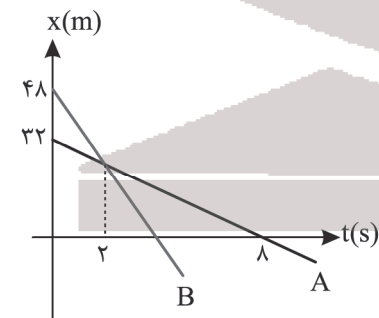
(۱) ۸

(۲) ۱۰

(۳) ۲۶

(۴) ۴۴

۵۵- شکل زیر نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را در حرکت بر روی محور xها نشان می‌دهد. در مدت زمانی که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت هم است، اندازه جابه‌جایی متحرک A چند متر است؟



(۱) ۴

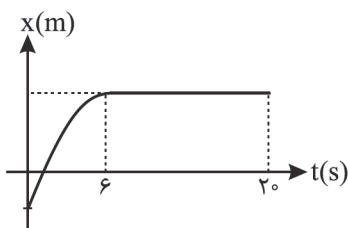
(۲) ۸

(۳) ۱۶

(۴) ۲۴

محل انجام محاسبه

۵۶- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی را در حرکت روی خط راست نشان می‌دهد. اگر اندازه شتاب متوسط در ۱۰ ثانیه اول حرکت  $\frac{2}{3} \frac{m}{s^2}$  باشد، سرعت متحرک در لحظه عبور از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) چند  $\frac{m}{s}$  است؟



(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) ۲۰

(۴) ۴۰

۵۷- معادله مکان- زمان متحرکی در حرکت روی خط راست در SI به صورت  $x = -2t^2 + 16t - 14$  داده شده است. تندی متوسط متحرک

در بازه زمانی دو بار عبور متوالی از مبدأ مکان ( $x = 0$ ) چند  $\frac{m}{s}$  است؟

(۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸

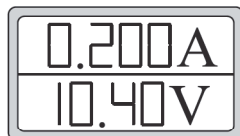
۵۸- معادله مکان- زمان دو متحرک A و B در SI به صورت  $x_A = -t^2 + 6t$  و  $x_B = t^2 + 2t - 6$  داده شده است. از لحظه شروع حرکت

( $t = 0$ ) تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم برسند، اندازه سرعت متوسط متحرک B چند  $\frac{m}{s}$  است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۵۹- شکل زیر، اعداد اندازه‌گیری شده توسط یک ولت‌سنج و آمپرسنج رقمی را نشان می‌دهد. دقت آمپرسنج ..... میلی‌آمپر و دقت

ولت‌سنج ..... میلی‌ولت است.



(۱) ۰/۰۱ - ۰/۰۱

(۲) ۱۰ - ۱۰۰

(۳) ۱۰۰ - ۱

(۴) ۱ - ۱

۶۰- ذره یکی از واحدهای طول ایرانی است که معادل ۱۰۴cm است. تندی  $\frac{3}{30}$  ذره چند واحد SI است؟

(۱) ۰/۵۲ (۲) ۵۲ (۳) ۲/۰۸ (۴) ۲۰/۸

۶۱- چند تا از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) نظریه‌های فیزیکی ثابت هستند و شالوده علم فیزیک را تشکیل می‌دهند.

(ب) نظریه مدل هسته‌ای توسط بور در اوایل قرن بیستم میلادی ارائه شده است.

(ج) از لحاظ تاریخی یک متر، یک ده میلیونیم فاصله قطب شمال تا قطب جنوب زمین تعریف شده است.

(د) یکای نجومی یکی از واحدهای اندازه‌گیری زمان است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبه

۶۲- چند تا از کمیت‌های زیر فرعی و برداری است؟

«زمان - انرژی - نیرو - مسافت - تندی متوسط - نیروی محرکه مولد - اختلاف پتانسیل الکتریکی - فشار»

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- سریع‌ترین رشد گیاه مربوط به گیاهی به نام هسپروویوکا است که در مدت ۱۴ شبانه‌روز به اندازه ۳/۷ متر رشد می‌کند. آهنگ رشد این

گیاه تقریباً چند میلی‌متر بر دقیقه است؟

- (۱) ۵/۴ (۲) ۰/۵۴ (۳) ۱۸ (۴) ۰/۱۸

۶۴- دو گلوله بسیار کوچک باردار در نزدیکی هم قرار دارند. در مدل‌سازی نیروی الکتریکی که این دو بار به هم وارد می‌کنند، چند تا از

موارد زیر را می‌توان جزئی در نظر گرفت؟

- (الف) اندازه بار گلوله‌ها (ب) فاصله گلوله‌ها (ج) شکل هندسی گلوله‌ها (د) جرم گلوله‌ها  
(ه) رسانا یا نارسانا بودن گلوله‌ها

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۵- رابطه بین مکان (x) و زمان (t) حرکت متحرکی در SI به صورت  $x = at^3 + \frac{b}{t^2} + 1$  داده شده است. اگر کمیت مساحت به صورت

$A = a^{K_1} \times b^{K_2}$  تعریف شود، مقدار  $K_2 - K_1$  کدام است؟ (a و b ثابت هستند)

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

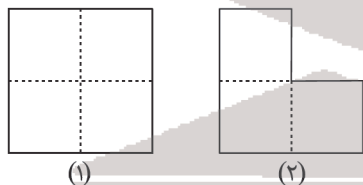
۶۶- رابطه بین انرژی (U) و نیرو (F) و مدت‌زمان حرکت (t) برای جسمی به صورت  $U = \frac{1}{4} F \cdot t \cdot C$  داده شده است. کمیت C از جنس کدام یک

از کمیت‌های زیر است؟

- (۱) سرعت (۲) شتاب (۳) مکان (۴) توان

۶۷- مطابق شکل (۱) چگالی صفحه فلزی مربع شکل  $\frac{g}{cm^3}$  است. اگر مطابق شکل (۲)، این صفحه فلزی را ببریم، چگالی فلز

باقی‌مانده در شکل (۲) چند کیلوگرم بر میلی‌لیتر می‌شود؟



(۱)

(۲)

(۱) ۶

(۲) ۰/۰۰۶

(۳) ۸

(۴) ۰/۰۰۸

محل انجام محاسبه

۶۸- یک کارخانه تولید لوله‌های پلی‌اتیلن، لوله‌های آب استوانه‌ای شکل با شعاع داخلی ۱۵mm و شعاع خارجی ۲۰mm تولید می‌کند.

این کارخانه با ۱۸۹۰kg پلی‌اتیلن چند شاخه ۸ متری از این لوله آب می‌تواند تولید کند؟ (چگالی پلی‌اتیلن  $\frac{g}{cm^3}$  ۰٫۹ و  $\pi = ۳$  است.)

- (۱) ۸۰۰۰ (۲) ۴۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۵۰۰

۶۹- اگر به ۵۰۰ گرم آب با چگالی  $\frac{g}{cm^3}$  ۱ مقدار ۱۰۰g نمک خوراکی با چگالی  $\frac{g}{cm^3}$  ۲ اضافه کرده و در آن حل کنیم، چگالی آب تقریباً

چند درصد افزایش می‌یابد؟ (فرض کنید نمک کاملاً در آب حل می‌شود و از کاهش حجم در اثر حل شدن صرف نظر می‌شود.)

- (۱) ۹ (۲) ۱۹ (۳) ۲۹ (۴) ۵۰

۷۰- یک توپ فوتبال پر باد به جرم ۲۰۰g دارای حجم  $cm^3$  ۸۰۰ بوده و روی سطح آب با چگالی  $\frac{g}{cm^3}$  ۱ شناور است. حداقل چند درصد

از باد داخل توپ را خالی کنیم تا کاملاً در آب فرو رود؟ (چگالی ماده تشکیل دهنده توپ  $\frac{g}{cm^3}$  ۴ و از جرم هوای داخل توپ صرف نظر

می‌شود.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۷۵ (۴) ۸۰

## شیمی

۷۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) پاسخ به سؤال‌هایی همچون «هستی چگونه پدید آمده است؟» برخلاف پاسخ به سؤال «پدیده‌های طبیعی چرا و چگونه رخ می‌دهند» در قلمرو علم تجربی نمی‌گنجد.

(۲) آخرین تصویر ارسالی وویجر ۱ پیش از خروج از سامانه خورشیدی از فاصله ۷ میلیون کیلومتری ارسال شده است.

(۳) مأموریت وویجر ۱ و ۲ تهیه شناسنامه فیزیکی و شیمیایی از سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون با گذر از کنار آنها بود.

(۴) شناسنامه ارسالی توسط دو فضایی وویجر ۱ و ۲ از سیاره‌ها، شامل نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر آنها و ترکیب درصد این مواد بود.

۷۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش‌های هسته‌ای، عناصر سبک‌تر به عناصر سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

(۲) ایزوتوپ‌های اورانیم به عنوان سوخت راکتور اتمی به کار می‌روند.

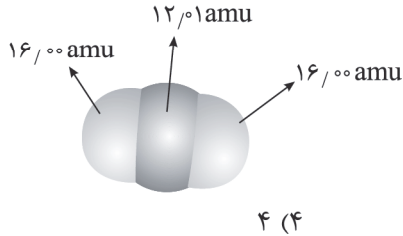
(۳) کشور ایران توانایی تولید برخی رادیوایزوتوپ‌های فلزی و نافلزی را دارد.

(۴) گلوکز نشان‌دار حاوی اتم‌های ناپایدار است.

محل انجام محاسبه

۷۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- amu، یکای مورد استفاده در اندازه‌گیری جرم اتم‌ها به طور نسبی است.
- رفتار و ویژگی‌های هر اتم را می‌توان با استفاده از آرایش الکترونی آن توضیح داد.
- در جدول تناوبی هر عنصر نسبت به عنصر پیش از خود یک ذره زیراتمی باردار بیشتر دارد.
- رفتار شیمیایی هر اتم به شمار الکترون‌های آخرین لایه الکترونی آن وابسته است.
- با توجه به مدل فضا پرکن زیر، جرم یک مول از مولکول داده شده برابر  $44.01 \text{ amu}$  است.



۷۴- کدام گزینه در ارتباط با ایزوتوپ‌های شناخته شده از هیدروژن نادرست است؟

- (۱) اختلاف شمار نوترون‌های پایدارترین و ناپایدارترین رادیوایزوتوپ ساختگی آن برابر ۲ است.
- (۲) فراوان‌ترین ایزوتوپ آن در طبیعت برخلاف سایر عناصر تنها دو نوع ذره زیر اتمی در ساختار خود دارد.
- (۳) طیف نشری خطی همه ایزوتوپ‌های آن یکسان است و مانند هلیم در گستره مرئی تنها چهار خط دارد.
- (۴) شمار نوترون‌های پایدارترین رادیوایزوتوپ آن با شمار ایزوتوپ‌های پایدار آن برابر است.

۷۵- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) جرم  $6.02 \times 10^{23}$  ذره بر حسب گرم، جرم مولی آن ذره نامیده می‌شود.
  - (ب) گستره مرئی نور خورشید شامل هفت طول موج است.
  - (پ) یکای جرم اتمی بسیار کوچک بوده و به سختی می‌توان در آزمایشگاه از آن استفاده کرد.
  - (ت) با استفاده از دوربین‌های حساس به پرتوهای فرابنفش می‌توان از خورشید تصویربرداری کرد.
- (۱) ب و پ (۲) آ و ب (۳) ب و ت (۴) فقط پ

۷۶- چند مورد از مقایسه‌های زیر نادرست است؟

- جرم اتمی میانگین هیدروژن  $> \frac{1}{11}$  جرم ایزوتوپ کربن - ۱۲
- درصد فراوانی:  ${}_{25}\text{Mg} < {}_{26}\text{Mg} < {}_{24}\text{Mg}$
- مجموع جرم یک پروتون و الکترون  $<$  جرم یک نوترون
- شمار الکترون‌های ظرفیت:  ${}_{20}\text{Ca} = {}_{30}\text{Zn}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه



۷۷- اگر در یون تک اتمی  $X^{2+}$  مجموع شمار ذره‌های زیراتمی برابر ۸۶ و تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها نیز برابر ۳ باشد، در  $۲/۹۵$  گرم از این ذره چند مول الکترون وجود دارد؟ (جرم مولی با عدد جرمی، یکسان فرض شود).

- (۱)  $۱/۳۵$  (۲)  $۱/۸۲$  (۳)  $۲/۶۵$  (۴)  $۳/۲۴$

۷۸- اگر عنصر X دارای دو ایزوتوپ با اختلاف یک نوترون باشد و در یکی از ایزوتوپ‌ها شمار همه ذرات زیراتمی با هم برابر باشد، جرم اتمی میانگین این عنصر برابر کدام است؟ (۸۰ درصد ایزوتوپ‌های این عنصر را ایزوتوپ سبک‌تر تشکیل می‌دهد).

- (۱)  $۱۱/۲$  (۲)  $۱۳/۴$  (۳)  $۱۲/۲$  (۴)  $۱۲/۶$

۷۹- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) در آرایش الکترونی فشرده هر عنصر لایه ظرفیت شامل همه زیرلایه‌هایی است که بعد از نماد شیمیایی گاز نجیب نوشته می‌شود. (ب) عنصر تکنسیم در جدول تناوبی فاقد جرم اتمی میانگین است.

(پ) اگر در ایزوتوپی از یک عنصر شمار پروتون‌ها برابر ۳۶ باشد، نماد شیمیایی آن می‌تواند به صورت  ${}^Y_36X$  باشد.

(ت) اتم عنصر  ${}^{186}_{75}Re$  نسبت به اتم عنصر قبل از خود در جدول تناوبی با عدد جرمی ۱۸۳، سه نوترون بیشتر دارد.

- (۱) آ و ت (۲) آ و پ (۳) آ، پ و ت (۴) ب، پ و ت

۸۰- پاسخ درست هر سه پرسش زیر در کدام گزینه بیان شده است؟

(آ) فراوانی  ${}^{235}U$  در مخلوط ایزوتوپ‌های طبیعی این عنصر برابر با چند درصد است؟

(ب) نوری که از ستاره با سیاره‌ای می‌رسد، حاوی چه اطلاعاتی است؟

(پ) از آزمون شعله برای تشخیص کدام نوع از عناصر استفاده می‌شود؟

- (۱) کمتر از ۷ - نوع عناصر سازنده - فلزی (۲) کمتر از ۷ - دما - نافلزی

- (۳) کمتر از ۷ - دما - فلزی (۴) کمتر از ۷ - نوع عناصر سازنده - نافلزی

۸۱- اگر  $۰/۵$  مول از ترکیب  $C_xH_yO_pN_q$  دارای  $۶ \times 10^{24}$  اتم بوده و نسبت جرم اتم‌های نیتروژن به کربن در آن برابر  $۰/۷$  باشد، x

کدام است؟ ( $C = ۱۲, N = ۱۴ : g.mol^{-1}$ )

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۴

۸۲- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

● هر زیرلایه با دو عدد کوانتومی مشخص می‌شود.

● نماد ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم به صورت  ${}^+_1p$  و  ${}^0_1n$  است.

● در فرایند نشر ابتدا جذب و سپس آزادسازی انرژی انجام می‌شود.

● الکترون در اتم برانگیخته ناپایدار بوده و با از دست دادن انرژی همواره به حالت پایه بازمی‌گردد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

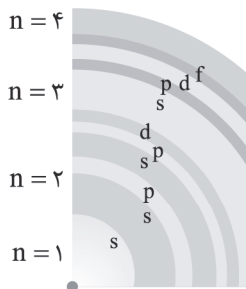
محل انجام محاسبه

۸۳- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- (آ) بیست و دومین عنصر جدول تناوبی در گروه ۴ جای دارد و شمار الکترونهای ظرفیت آن با عنصر سازنده سرب مداد برابر است.  
 (ب) رنگ لامپ نئون با رنگ شعله نخستین فلز قلیایی جدول تناوبی یکسان است.  
 (پ) به کمک مدل اتمی بور می توان طیف نشری خطی اغلب عناصر را توجیه کرد.  
 (ت) میزان انحراف نور حاصل از شعله مس (II) نیترات پس از عبور از منشور، بیشتر از نور بنفش می باشد.

(۱) پ و ت (۲) آ و ب (۳) آ و پ (۴) ب و ت

۸۴- با توجه به شکل داده شده، همه گزینههای زیر درست هستند، به جز.....



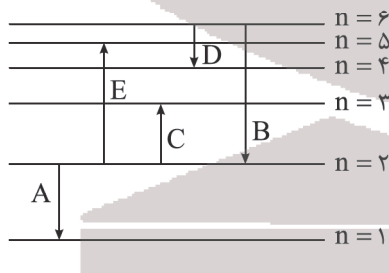
زیرلایه‌های موجود در چهار لایه الکترونی

- (۱) شمار زیر لایه‌های موجود در هر لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی آن برابر است.  
 (۲) الکترون موجود در هر یک از لایه‌ها در همه نقاط اتم می تواند حضور داشته باشد.  
 (۳) در هر لایه، زیرلایه با  $l = 0$  نسبت به سایر زیر لایه‌ها انرژی کمتری دارد.  
 (۴) اختلاف شمار حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌های سوم و چهارم برابر حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه دارای  $l = 3$  است.

۸۵- کدام گزینه مطلب درستی را بیان می کند؟

- (۱) انرژی همانند ماده در نگاه میکروسکوپی پیوسته اما در نگاه ماکروسکوپی گسسته است.  
 (۲) هر ترکیب یونی که تنها از دو اتم ساخته شده باشد، ترکیب یونی دوتایی نام دارد.  
 (۳) انرژی زیر لایه‌ها با فاصله آنها از هسته رابطه مستقیم دارد.  
 (۴) آرگون در طبیعت به شکل تک اتمی یافت می شود زیرا همانند همه گازهای نجیب دارای آرایش هشتایی پایدار است.

۸۶- با توجه به شکل زیر که مربوط به طیف نشری خطی اتم هیدروژن است. کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟



(آ) انرژی حاصل از پرتو B از A بیشتر است.

(ب) تنها یک مورد از امواج نشر شده در ناحیه مرئی قرار دارد.

(پ) انتقالهای C و E با جذب انرژی همراه هستند و نور نشر شده، در این انتقالها،

پس از بازگشت به همان تراز اولیه، از نوع مرئی است.

(ت) در اثر انتقال D پرتو فرو سرخ نشر می شود.

(۱) ب، پ و ت (۲) آ، ب و پ (۳) ب و پ (۴) آ و ت

محل انجام محاسبه

۸۷- چند عبارت در مورد زیر لایه‌ای که طبق قاعده آفا بلافاصله پس از زیر لایه ۶s الکترون می‌پذیرد، درست است؟

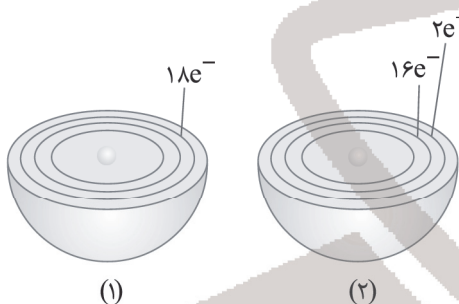
- انرژی آن از زیر لایه‌های ۵d و ۶p کمتر است.
  - حداکثر گنجایش ۱۰ الکترون را دارد.
  - در لایه‌ای با حداکثر گنجایش ۵۰ الکترون قرار دارد.
  - مجموع  $n + l$  آن با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم عنصر نافلز می‌باشد.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۸۸- اگر مجموع  $n + l$  الکترون‌های لایه ظرفیتی اتمی از دوره چهارم برابر ۱۸ باشد، چند مورد از عبارات زیر درست است؟

- نماد شیمیایی آن می‌تواند یک حرفی باشد.
- این عنصر می‌تواند متعلق به هر یک از دسته‌های p و d باشد.
- این عنصر می‌تواند در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود چهار الکترون منفرد داشته باشد.
- قطعاً در آرایش الکترونی خود ۵ زیر لایه دو الکترونی دارد.
- می‌تواند دارای دو یا سه لایه الکترونی کاملاً پر باشد.

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۴)

۸۹- با توجه به شکل‌های زیر، کدام گزینه درست است؟



- (۱) شکل (۱) را می‌توان به  $_{18}\text{Ar}$ ،  $_{29}\text{Cu}^{2+}$  و  $_{31}\text{Ga}^{3+}$  نسبت داد.
- (۲) یون پایدار حاصل از شکل (۲) می‌تواند آرایش الکترونی مشابه شکل (۱) داشته باشد.
- (۳) شکل (۲) را برخلاف شکل (۱) می‌توان به یک اتم خنثی نسبت داد.
- (۴) در شکل (۲)، ۷ زیر لایه از الکترون پر شده‌اند.

۹۰- اگر آرایش الکترونی یون‌های  $A^{3-}$ ،  $X^{3+}$ ،  $Y^+$  و  $B^{2-}$  به  $3p^6$  ختم شود، چند مورد از مطالب زیر درباره این عناصر درست است؟

- X نخستین عنصر جدول دوره‌ای است که زیر لایه ۳d آن الکترون می‌پذیرد.
- آرایش الکترونی لایه آخر عناصر Y و  $_{24}\text{Cr}$  مشابه است.
- A نافلز است که هم‌گروه با E و هم‌دوره با D است.
- عنصر B در واکنش با عنصر اکسیژن ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد.

- ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)      ۴ (۱)

محل انجام محاسبه





# مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱  
۱۳ مرداد ۱۴۰۲



## پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مهرداد شریف - نیما اشرف نیا	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	مهرداد شریف - داریوش امیری
۳	گسسته	رضا توکلی	مصطفی دیداری	مهرداد شریف - داریوش امیری
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	امیرعلی قزوینیان - محمد رضا خادمی	
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - محمد حسن محمدزاده مقدم	آرمین عظیمی - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)  
زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - زهرا پروین - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - فریبا مرادزاده

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.

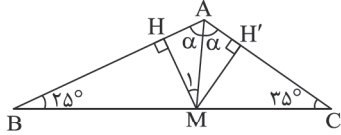




## هندسه

گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است و برعکس. پس از فرض  $MH = MH'$  نتیجه می‌گیریم  $AM$  نیمساز  $\hat{A}$  است. بنابراین:



$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) = 120^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 120^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

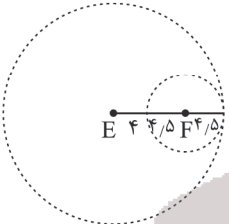
در نتیجه:

$$\triangle AMH: \hat{M}_1 = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 60^\circ \Rightarrow \hat{AMH} = 30^\circ$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۱)

گزینه ۲ صحیح است.

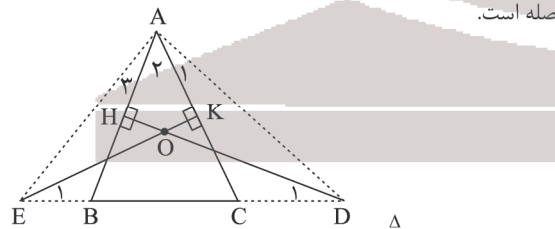
مجموعه نقاطی از صفحه که از E به فاصله ۱۳ هستند دایره‌ای به مرکز E و شعاع ۱۳ است و مجموعه نقاطی از صفحه که از F به فاصله ۴/۵ است دایره‌ای به مرکز F و شعاع ۴/۵ است. از آنجا که طول خط‌المرکزین این دو دایره یعنی EF مساوی تفاضل شعاع‌های آنها است پس دو دایره مماس داخلی هستند. پس فقط یک نقطه با شرایط سؤال وجود دارد و آن نقطه، نقطه تماس دو دایره است.



(هندسه دهم، صفحه ۱۱)

گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم هر نقطه روی عمودمنصف پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.

متساوی‌الساقین  $\triangle ABD \Rightarrow DA = DB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_1$ 

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{B} \\ DH \text{ نیمساز زاویه} \end{array} \right. \quad (1)$$

متساوی‌الساقین  $\triangle AEC \Rightarrow EA = EC \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{C}_1$ 

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = \hat{C} \\ EK \text{ نیمساز زاویه} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = 180^\circ - 2\hat{B} \Rightarrow \hat{D}_1 = 90^\circ - \hat{B} \\ \hat{E} = 180^\circ - 2\hat{C} \Rightarrow \hat{E}_1 = 90^\circ - \hat{C} \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\hat{B} = \hat{C}} \hat{D}_1 = \hat{E}_1 = 90^\circ - \hat{B}$$

$$\triangle EOD: \hat{O} = 180^\circ - (\hat{E}_1 + \hat{D}_1) = 180^\circ - (90^\circ - \hat{B} + 90^\circ - \hat{B}) = 2\hat{B}$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۱۳)

گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} 2x^2 + 9x - 5 < 0 \Rightarrow -5 < x < \frac{1}{2} \\ |x + \frac{1}{4}| < \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{3}{4} < x + \frac{1}{4} < \frac{3}{4} \Rightarrow -2 < x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 < x < \frac{1}{2}$$

$$\max\left(\frac{3b-a}{4}\right) = \frac{\frac{3}{2}+2}{4} = \frac{7}{8} \Rightarrow \max\left[\frac{3b-a}{4}\right] = 1$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۸۹ و ۹۲)

گزینه ۱ صحیح است.

فرض کنید  $h(x) = f(x) - g(x)$ 

$$h(x) = a(x-1)(x-3)$$

$$h(0) = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$AB = h(\alpha) \Rightarrow \frac{5}{4} = 2(\alpha-1)(\alpha-3) \Rightarrow 4\alpha^2 - 16\alpha + 7 = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{7}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۱)

گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = x \Rightarrow 1 + \sqrt{x-1} = x \Rightarrow \sqrt{x-1} = x-1$$

$$\Rightarrow (x-1=0 \text{ یا } 1) \Rightarrow x=1 \text{ یا } 2$$

$$g(x) = x \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow \sqrt{a-1}=1 \Rightarrow a=2 \\ x=2 \Rightarrow \sqrt{a-2}=2 \Rightarrow a=6 \end{cases} \Rightarrow a \text{ مجموع مقادیر ممکن } = 8$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه ۲ صحیح است.

چون تعیین علامت f به صورت زیر است.

x	b	۱
f	-	+

پس f در  $x=b$  ریشه مضاعف دارد و  $b < 1$ 

$$x^2 + ax + 16 = 0 \xrightarrow{\Delta=0} a^2 - 64 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ a = -8 \end{cases}$$

به ازای  $a = -8$ ، ریشه مضاعف f برابر ۴ می‌شود که قابل قبول نیست.

$$a = 8 \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 0 \Rightarrow x = b = -4 \Rightarrow f(x) = (x-1)(x+4)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-1)(x+4)^2$$

$$f(-a) = f(-8) = (-9) \times 16 = -144$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

گزینه ۳ صحیح است.

$$x < \frac{-1}{3} \Rightarrow -2x - 1 - x + 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{-2}{3} \checkmark$$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2 \Rightarrow 2x + 1 - x + 2 = 3 \Rightarrow x = 0 \checkmark$$

$$2 < x \Rightarrow 2x + 1 + x - 2 = 3 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \times$$

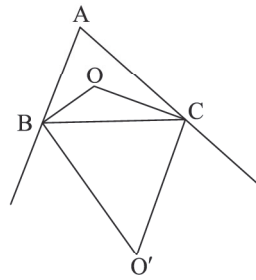
$$\Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{2}{3}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۶)



۱۹. گزینه ۳ صحیح است.

اگر  $O$  زاویه بین دو نیمساز داخلی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  باشد و  $O'$  زاویه بین دو نیمساز خارجی  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  باشد. داریم:

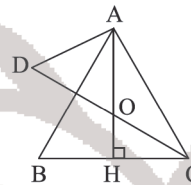


$$\left. \begin{aligned} \hat{O} &= 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} \\ \hat{O}' &= 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}} \hat{O} + \hat{O}' = 180^\circ \rightarrow \hat{O} = 154^\circ \rightarrow \hat{O}' = 26^\circ$$

(هندسه دهم، صفحه ۱۷)

۲۰. گزینه ۱ صحیح است.

می‌دانیم محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه، رأس زاویه قائمه است. می‌دانیم محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث متساوی‌الاضلاع بر محل هم‌رسی ارتفاع‌ها، نیمسازها و میانه‌های آن منطبق است.



بنابراین مسئله  $AO$  را می‌خواهد. با توجه به اینکه میانه‌های مثلث هم‌رس هستند و میانه به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند، داریم:

$$AO = \frac{2}{3} AH$$

طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  برابر طول ضلع است. پس:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$AO = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

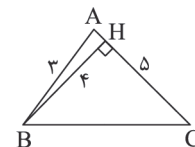
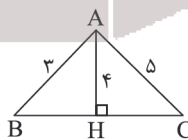
(هندسه دهم، صفحه ۱۹)

بنابراین:

۲۱. گزینه ۴ صحیح است.

اگر در مثلث  $ABC$  داشته باشیم  $AB = 3$ ،  $AC = 5$  و  $AH = 4$ ، در این صورت در مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$  وتر از ضلع قائمه کوچک‌تر است و این ممکن نیست. پس در این حالت مثلثی وجود ندارد.

به همین دلیل ارتفاع  $BH$  هم نمی‌تواند برابر ۴ باشد و چنین حالتی ایجاد نمی‌شود.

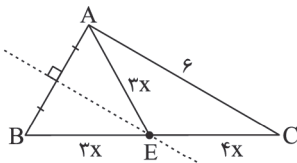
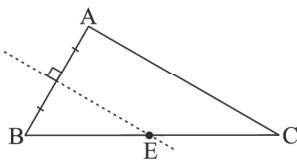


در صورتی که ارتفاع وارد بر ضلع  $AB$  برابر ۴ باشد بنابر قضیه فیثاغورس  $AH = 3$  است بنابراین ارتفاع  $CH$  همان ضلع  $BC$  است و مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ ایجاد می‌شود. پس با این داده‌ها تنها یک مثلث قابل رسم است.

(هندسه دهم، صفحه ۲۵)

۲۲. گزینه ۳ صحیح است.

عمودمنصف  $AB$  را رسم می‌کنیم تا ضلع  $BC$  را در نقطه  $E$  قطع کند. با توجه به اینکه عمودمنصف  $AB$ ، ضلع  $BC$  را به نسبت ۳ به ۴ تقسیم کرده است، بنابراین اگر طول  $BC$  را برابر با  $7x$  در نظر بگیریم، برای  $BE$  و  $4x$  و  $3x$  خواهد بود. ( $BE = 3x$ ,  $EC = 4x$ ) از نقطه  $E$  که روی عمودمنصف  $AB$  قرار دارد نباید غافل شویم!  $E$  روی عمودمنصف  $AB$  است، پس از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله است یعنی  $EA = EB = 3x$ .



به کمک نامساوی مثلثی در مثلث  $AEC$  می‌توانیم محدوده‌ای برای طول  $BC$  به دست آوریم.

$$1) AE + EC > AC \Rightarrow 3x + 4x > 6 \Rightarrow 7x > 6 \Rightarrow x > \frac{6}{7}$$

$$2) AE + AC > EC \Rightarrow 3x + 6 > 4x \Rightarrow x < 6$$

$$3) AC + EC > AE \Rightarrow 6 + 4x > 3x \Rightarrow x > -6$$

با اشتراک سه رابطه بالا  $\frac{6}{7} < x < 6$  به دست می‌آید.

دقت کنید! چون طول پاره‌خط مقداری مثبت است، پس  $x$  نمی‌تواند صفر یا منفی باشد. (اگر  $x$  منفی باشد،  $3x$  نیز منفی می‌شود.) حالا که حدود  $x$  را داریم می‌توانیم محدوده قابل قبول برای طول  $BC$  اعلام کنیم.

$$\frac{6}{7} < x < 6 \xrightarrow{BC=7x} 6 < 7x < 42 \Rightarrow 6 < BC < 42$$

گزاره‌های (ج)، (د)، (ه) و (و) در محدوده بالا قرار دارند.

(هندسه دهم، صفحه‌های ۱۳ و ۲۷)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به ضابطه مطرح شده، ماتریس  $A$  را می‌نویسیم.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$1 + 1 + 1 = 3: \text{مجموع درایه‌های روی قطر اصلی}$$

$$0 + 1 + 3 = 4: \text{مجموع درایه‌های روی قطر فرعی}$$

$$\frac{\text{مجموع درایه‌های قطر اصلی}}{\text{مجموع درایه‌های قطر فرعی}} = \frac{3}{4}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۱)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{قطری } A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

$$\text{اسکالر } B = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$$

$$a + b + c = 12: \text{مجموع درایه‌های } A$$

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & z \\ x & -3 & y \\ 0 & t & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$





$$A^{1402} - A^{1401} = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس خواسته شده برابر ۳ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۲۰)

۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

چون A ماتریس اسکالر هم‌مرتبه با ماتریس B است پس  $A \times B = B \times A$ . بنابراین:

$$(A - B)^T = A^T - 2AB + B^T$$

$$= \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

دقت کنید! ماتریس اسکالر است پس  $A = mI$  پس  $A \times B = mB$  و  $B \times A = mB$  به همین علت  $A \times B = B \times A$  است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۱۹)

### ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

با توجه به اینکه  $p \Rightarrow q \vee r \equiv \sim p \vee (q \vee r)$  است، گزاره داده شده هم‌ارز است با:

$$\sim p \vee ((q \vee r) \wedge (q \vee \sim r)) \equiv \sim p \vee (q \vee (r \wedge \sim r)) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۱۸)

۳۰. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) برای هر عدد حقیقی x که در نظر بگیریم عدد  $y = (x-1)^2$  وجود دارد پس اولی درست است.

(۲) چنین x ای وجود ندارد که برای هر y (به هر دقت کنید)  $y = (x-1)^2$  باشد (مثلاً فرض کنید چنن x ای وجود داشته باشد اگر  $y = x^2 - 2x$  بگیریم به تناقض می‌رسیم:

$$(x^2 - 2x = (x-1)^2) \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow 0 = 1)$$

پس دومی نادرست است.

(۳) نادرست است. مثلاً اگر  $x = \frac{1}{2}$  و  $y = 2$  بگیریم  $(\frac{1}{2})^n = 2$  (n ∈ ℕ) هیچ‌وقت بزرگ‌تر از ۲ نمی‌شود. پس فقط یکی درست است.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$2^{k+1} = \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه } k+1 \text{ عضوی}$$

$$2^{k-1} - 1 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه } k-1 \text{ عضوی}$$

$$\Rightarrow 2^{k+1} = 49 + 2^{k-1} - 1 \Rightarrow 2^{k+1} - 2^{k-1} = 48$$

$$\Rightarrow 2^{k-1}(2^2 - 1) = 48 \Rightarrow 2^{k-1} = \frac{48}{3} = 16$$

$$\Rightarrow k-1 = 4 \Rightarrow k = 5$$

کافی است محاسبات را برای قطر اصلی ماتریس‌ها انجام دهیم.

$$\begin{cases} a+k-1=3 \\ b+k+3=3 \\ c+k-2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+k=4 \\ b+k=0 \\ c+k=5 \end{cases}$$

هر سه رابطه را با هم جمع می‌کنیم.

$$\frac{(a+b+c) + 3k}{12} = 9$$

$$\Rightarrow 3k = -3$$

مجموع درایه‌های ماتریس B برابر با -۳ است.

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۱۵ و ۱۶)

۲۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$A = [x \ y \ z]_{3 \times 3}, \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}_{3 \times 2}$$

$$A \times C = B \Rightarrow [x \ y \ z] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = B$$

$$\Rightarrow B = [x+2y+3z \quad x+2y+3z]$$

مجموع درایه‌های B، ۱۲ است. پس:

$$2(x+2y+3z) = 12$$

$$\Rightarrow x+2y+3z = 6$$

با توجه به طبیعی بودن درایه‌های ماتریس A باید  $x=y=z=1$  باشد پس مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:

$$x+y+z = 1+1+1 = 3$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۲۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا عدد ۲ سمت چپ ماتریس A را در ماتریس بعد A ضرب می‌کنیم و سپس از سمت چپ ماتریس A و از سمت راست ماتریس B را فاکتور می‌گیریم.

$$A \left( \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \right) B$$

$$= A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} B = AIB = AB$$

$$AB = \begin{bmatrix} \text{ستون} \\ \text{دوم} \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 & 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= 2+3=5$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۲۷. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا ماتریس  $A^2$  را پیدا می‌کنیم.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

بنابراین:

$$A^{1402} = (A^2)^{701} = I^{701} = I$$

$$A^{1401} = (A^2)^{700} \times A = I^{700} \times A = I \times A = A$$



حالا عبارتها را بررسی می‌کنیم:

(۱) اگر  $x = 0$  باشد  $x^2 y + x^2 = x^2(y+1)$  صفر است پس می‌تواند صفر باشد.

(۲) اگر  $x = -1$  و  $y = 0$  بگیریم عبارت  $y^2 - x^2 + 1$  صفر می‌شود.

(۳)  $(x+y-1)(x+y+1) = (x+y)^2 - 1 = x^2 + 2xy + y^2 - 1$  چون  $x+y+1$  برابر با صفر می‌تواند باشد پس این عبارت هم می‌تواند صفر باشد.

پس هیچ‌کدام از عبارتها (قطعاً ناصفر) نیستند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{میانگین حسابی} = \frac{a+1+\frac{b}{2}}{2} = \frac{2a+2+\frac{b}{2}}{2} = \frac{2a+2+b}{4}$$

$$\text{میانگین هندسی} = \sqrt{(a+1)\left(\frac{b}{2}\right)}$$

$$\frac{2a+2+b}{4} \geq \sqrt{(a+1)\frac{b}{2}} \Leftrightarrow 2a+2+b \geq 2\sqrt{(a+1)\frac{b}{2}}$$

$$2a+2+b \geq 2\sqrt{(a+1)\frac{b}{2}} \Leftrightarrow 2a+2+b \geq 2\sqrt{(2a+2)b}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2a+2})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{2a+2}\sqrt{b} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2a+2} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \quad \text{همواره درست}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۷)

۳۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$x(x+2) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$$

چون:

$$(-1 - \sqrt{2} + 1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\frac{\sqrt{3+\sqrt{8}}}{x} = \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{x} = \frac{\sqrt{(1+\sqrt{2})^2}}{x} = \frac{|1+\sqrt{2}|}{x}$$

اما

$$= \frac{\sqrt{2}+1}{-1-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{-(1+\sqrt{2})} = -1$$

پس به‌ازای  $x = -1 - \sqrt{2}$  عبارت  $x(x+2)$  گویا است ولی

$$\frac{\sqrt{3+\sqrt{8}}}{x} \text{ نیز گویا می‌شود.}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳)

۳۹. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = k \neq 0 \quad (\text{گویا}) \Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = k \Rightarrow \beta + \alpha = k(\alpha\beta)$$

$$\alpha - k\alpha\beta = -\beta$$

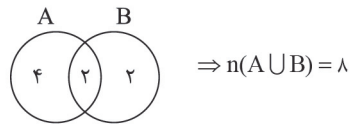
$$\alpha(1 - k\beta) = -\beta$$

$$\alpha(1 - k\beta) = -\beta \Rightarrow \frac{1 - k\beta}{\alpha} = -\frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} = \text{گنگ}$$

$$\Rightarrow \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \times \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha^2} = \text{گنگ}$$

گویای ناصفر گنگ

(ریاضیات گسسته، تمرین ۳، صفحه ۸)



$$n(A) = 6$$

$$n(B) = 4$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۲۱)

۳۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$[(B' - A) \cup (A' - B)]' = [(B' \cap A') \cup (A' \cap B)]'$$

$$= (B' \cap A')' = B \cup A$$

$$\Rightarrow (B \cup A) - (C - A) = (B \cup A) - (C \cap A')$$

$$= (B \cup A) \cap (C \cap A)' = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$= A \cup (B \cap C) = A \cup (B - C)$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$A' - (A \cap B)' = A' \cap (A \cap B)' = \frac{A' \cap (A' \cup B)}{\text{طبق قانون جذب}} = A'$$

$$\Rightarrow A' = B - A = B \cap A' \Rightarrow A' \subseteq B$$

$$\xrightarrow{UA} A' \cup A \subseteq B \cup A \Rightarrow U \subseteq B \cup A \Rightarrow B \cup A = U$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم اگر  $A \times B \subseteq C \times D$  باشد، باید  $A \subseteq C$  و  $B \subseteq D$  باشد. طبق فرض داریم:

$$A \times B - A^2 \subseteq B \times A - B^2 \Rightarrow A \times (B - A) \subseteq B \times (A - B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A \subseteq B \\ \text{و} \\ B - A \subseteq A - B \end{cases}$$

چون  $A \subseteq B$  پس  $A - B = \emptyset$  و باید  $B - A = \emptyset$  و به ناچار  $B \subseteq A$  می‌شود. پس باید  $A = B$  باشد و گزینه ۴ حتماً تهی می‌شود. دقت کنید سایر گزینه‌ها می‌تواند غیر تهی باشد.

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۳۵ و ۳۹)

۳۵. گزینه ۱ صحیح است.

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a+b} \Rightarrow b^2 - a^2 = ab \Rightarrow a^2 + ab - b^2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{درجه دوم بر حسب } a} a = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4b^2}}{2} \Rightarrow a = \frac{-b \pm b\sqrt{5}}{2} \notin \mathbb{N}$$

چنین  $b$  و  $a$  وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته، تمرین ۵، صفحه ۸)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اتحاد مکعب داریم:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$\sqrt{x+y+1} = \sqrt{x} + \sqrt{y+1} \xrightarrow{\text{توان } 2}$$

$$x+y+1 = x+y+1 + 2\sqrt{x(y+1)}(\sqrt{x} + \sqrt{y+1})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x(y+1)} = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } y = -1 \\ \text{یا} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y+1} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = -\sqrt{y+1} \Rightarrow x = -(y+1) \end{cases}$$



۴۵. گزینه ۳ صحیح است.

چون حرکت کندشونده است پس اندازه سرعت باید کم شود. یعنی گزینه ۳ یا ۴ می تواند درست باشد و چون اندازه شتاب در حال افزایش است باید شیب نمودار سرعت - زمان از نظر اندازه زیاد شود. پس فقط گزینه ۳ می تواند درست باشد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

چون تندی حرکت ثابت است، جابه جایی در هر بازه زمانی دلخواه  $\Delta t$  از رابطه  $\Delta x = v\Delta t$  به دست می آید.

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow 24 = k \times 2 \Rightarrow k = 12$$

$$x = 12t - 20, x = 0 \Rightarrow 0 = 12t - 20 \Rightarrow t = 20/12 = 5/3$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۷. گزینه ۱ صحیح است.

یک قطار وقتی کاملاً از پل عبور می کند که مسافت طی شده توسط قطار برابر با مجموع طول پل و قطار باشد و وقتی کاملاً روی پل است که مسافت طی شده توسط قطار، اختلاف طول پل و قطار باشد.

$$\begin{cases} L_1 + L_2 = v \times t_1 \\ L_2 - L_1 = v \times t_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{L_1 + L_2}{L_2 - L_1} = \frac{t_1}{t_2} \Rightarrow \frac{L_1 + L_2}{L_2 - L_1} = 3$$

$$L_1 + L_2 = 3L_2 - 3L_1 \Rightarrow 4L_1 = 2L_2 \Rightarrow L_2 = 2L_1$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

تندی پارسا:  $v_p$

تندی امیرعلی:  $v_1$

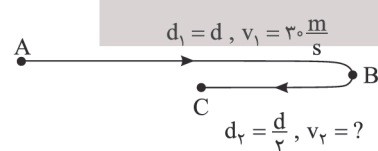
$$\text{در قسمت اول} \begin{cases} d_1 = v_1 \times t \Rightarrow 200 = v_1 \times t \\ d_2 = v_p \times t \Rightarrow 125 = v_p \times t \end{cases} \Rightarrow \frac{v_1}{v_p} = \frac{200}{125} = \frac{8}{5}$$

$$\text{در قسمت دوم} \begin{cases} 200 + L = v_1 \times t \\ 200 = v_p \times t \end{cases} \Rightarrow \frac{200 + L}{200} = \frac{v_1}{v_p} \Rightarrow \frac{200 + L}{200} = \frac{8}{5}$$

$$1000 + 5L = 1600 \Rightarrow 5L = 600 \Rightarrow L = 120 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۹. گزینه ۱ صحیح است.



$$t_1 = \frac{d_1}{v_1} = \frac{d}{30}, t_2 = \frac{d}{2v_2}$$

$$S_{av} = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} \Rightarrow 36 = \frac{d + \frac{d}{2}}{\frac{d}{30} + \frac{d}{2v_2}} \Rightarrow 36 = \frac{\frac{3d}{2}}{\frac{1}{30} + \frac{1}{2v_2}}$$

$$\frac{1}{36} = \frac{\frac{1}{30} + \frac{1}{2v_2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{30} + \frac{1}{2v_2} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{1}{2v_2} = \frac{1}{24} - \frac{1}{30} = \frac{1}{120}$$

$$\frac{1}{2v_2} = \frac{1}{120} \Rightarrow 2v_2 = 120 \Rightarrow v_2 = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۳ تا ۱۵)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

(۱) طبق تمرین کتاب درسی حاصل  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  زوج است.

$$(a_1^2 - b_1^2)(a_2^2 - b_2^2)(a_3^2 - b_3^2) = (a_1 - b_1)(a_1 + b_1)(a_2 - b_2)(a_2 + b_2)(a_3 - b_3)(a_3 + b_3)$$

پس حاصل قطعاً زوج است.

(۲) طبق اتحاد مربع سه جمله داریم:

$$\begin{aligned} (a_1 + a_2 + a_3)^2 &= a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + 2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) \\ \Rightarrow a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 &= (a_1 + a_2 + a_3)^2 - 2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) \\ &= (a_1 + a_2 + a_3)^2 - 2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3) \end{aligned}$$

پس حاصل زوج است.

(۳) حاصل عبارت سوم نیز زوج است چون (فرضی خلف) اگر فرض کنیم فرد باشد هر سه عبارت فرد و جمع سه عبارت فرد باید فرد باشد اما به تناقض زیر می رسیم:

$$\begin{aligned} (3a_1 - b_1) + (3a_2 - b_2) + (3a_3 - b_3) &= 3(a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) \\ \text{زوج} &= \text{زوج} - \text{زوج} \end{aligned}$$

پس هر سه عبارت زوج هستند.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۶)

## فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

متحرک یک بار در  $t = 5s$  از مبدأ مکان عبور کرده است. متحرک در بازه های زمانی  $0 \leq t \leq 2s$  و  $7s \leq t \leq 9s$  خلاف جهت محور X حرکت کرده، پس ۴s در خلاف جهت محور حرکت کرده است. این متحرک در بازه های زمانی  $2s \leq t \leq 5s$  و  $5s \leq t \leq 7s$  در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. پس متحرک 5s در حال نزدیک شدن به مبدأ است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۴ تا ۶)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

نمودار مکان - زمان اولاً باید تابع باشد پس گزینه (۱) غلط است. ثانیاً باید شیب نمودار در هیچ نقطه ای  $\infty$  نشود پس گزینه (۲) غلط است. ثانیاً باید پیوسته باشد. پس گزینه (۳) هم غلط است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۶)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\Delta t = 0.5 \text{ min} = 30 \text{ s}$$

$$\Delta v = 123 - 69 = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۱۰ و ۱۱)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

در  $t_1$  ثانیه اول، متحرک B و C تغییر جهت نداده اند، در حالی که متحرک A تغییر جهت داده است و مکان اولیه و پایانی هر ۳ متحرک یکسان است، پس:

$$L_A > L_B = L_C \Rightarrow S_{avA} > S_{avB} = S_{avC}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه های ۳ تا ۸)



۵۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$t = 0, x = 10 \text{ m}, v = 0$$

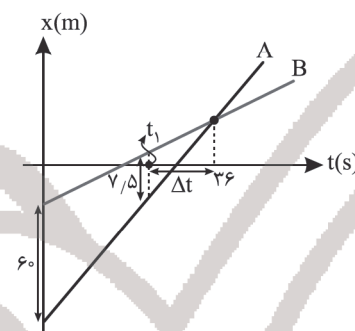
$$t = 4 \text{ s}, x = 30 \text{ m}, v = \frac{-30}{4} = -7.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$0 < t < 4 \text{ s} \Rightarrow \begin{cases} a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-7.5 - 0}{4} = -1.875 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30 - 10}{4} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\frac{|v_{av}|}{|a_{av}|} = \frac{5}{1.875} = \frac{4}{3}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۵۱. گزینه ۲ صحیح است.



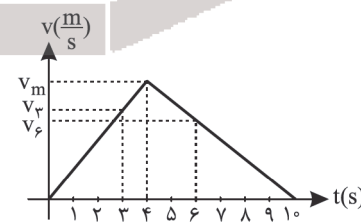
اگر فرض کنیم در لحظه  $t_1$  فاصله دو متحرک  $7.5 \text{ m}$  باشد، در فاصله زمانی  $t_1 = 36 - t_1$  فاصله دو متحرک کمتر از  $7.5$  متر است. با استفاده از رابطه تالس داریم:

$$\frac{7.5}{60} = \frac{\Delta t}{36} \Rightarrow \Delta t = \frac{36}{8} = 4.5 \text{ s}$$

پس تا قبل از رسیدن به هم  $4.5 \text{ s}$  فاصله دو متحرک کمتر از  $7.5$  متر است. همچنین با توجه به تقارن شکل پس از عبور دو متحرک باز هم  $4.5 \text{ s}$  فاصله دو متحرک از  $7.5$  متر کمتر است. پس مجموعاً  $9 \text{ s}$  فاصله کمتر از  $7.5$  متر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۲. گزینه ۳ صحیح است.



ابتدا سرعت را در لحظات  $t = 5 \text{ s}$  و  $t = 6 \text{ s}$  بر حسب بیشینه سرعت ( $v_m$ ) به دست می‌آوریم.

$$t = 3 \text{ s}: \frac{v_3}{v_m} = \frac{3}{4} \Rightarrow v_3 = \frac{3}{4} v_m$$

$$t = 6 \text{ s}: \frac{v_6}{v_m} = \frac{6}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow v_6 = \frac{2}{3} v_m$$

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{|\frac{2}{3} v_m - \frac{3}{4} v_m|}{3} = \frac{|\frac{-v_m}{12}|}{3} = \frac{1}{36} v_m = 0.5 \Rightarrow v_m = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را می‌نویسیم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم.

$$x = at^2 + bt + c, c = 9$$

$$\text{در رأس سهمی } t = -\frac{b}{2a} = 5 \Rightarrow b = -10a$$

$$t = 5 \text{ s}, x = -16 \text{ m} \Rightarrow -16 = 25a + 5b + 9$$

$$-25 = 25a - 50a \Rightarrow a = 1, b = -10$$

$$x = t^2 - 10t + 9 = (t-1)(t-9)$$

ریشه‌های این معادله  $t = 1 \text{ s}$  و  $t = 9 \text{ s}$  است.

با رسم شکل سهمی مشخص

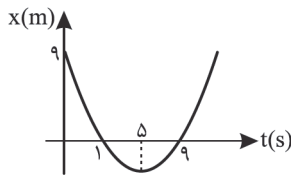
است متحرک در بازه‌های زمانی

 $0 < t < 1$  و  $5 < t < 9$  در حال

نزدیک شدن به مبدأ مکان است،

پس در مجموع ۵ ثانیه به مبدأ

مکان نزدیک می‌شود.



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

۵۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$x = -2t^2 + 8t + 18$$

$$t = 0 \Rightarrow x = 18 \text{ m} \text{ نقطه شروع}$$

در رأس سهمی جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.

$$\text{در رأس } t = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{-4} = 2 \Rightarrow x = -2 \times 4 + 8 \times 2 + 18 = 26 \text{ m}$$

$$\Delta x = 26 - 18 = 8 \text{ m} \text{ فاصله از نقطه شروع حرکت}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

۵۵. گزینه ۳ صحیح است.

بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک خلاف جهت هم است، بازه زمانی

 $t = 8 \text{ s}$  تا  $t_1$  است.

$$v_A = \tan \alpha_1 = -\frac{22}{8} = -2.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

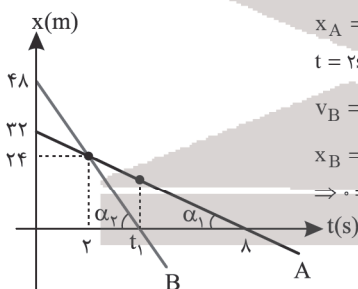
$$x_A = vt + x_0 = -4t + 22$$

$$t = 2 \text{ s} \Rightarrow x_A = -4 \times 2 + 22 = 14 \text{ m}$$

$$v_B = \tan \alpha_2 = \frac{48 - 24}{4} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_B = -12t + 48 \Rightarrow x_B = 0$$

$$\Rightarrow 0 = -12t_1 + 48 \Rightarrow t_1 = 4 \text{ s}$$



پس بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک مخالف هم است بازه

 $4 \text{ s} < t < 8 \text{ s}$  است. برای این مدت داریم:

$$\Delta x_A = v \Delta t = -4 \times 4 = -16 \text{ m}$$

$$|\Delta x_A| = 16 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۵۶. گزینه ۳ صحیح است.

چون در بازه زمانی  $2 \text{ s} < t < 6 \text{ s}$  متحرک ساکن است، پس در  $t = 1 \text{ s}$ تندی متحرک صفر است. همچنین در  $t = 0$  منحنی صعودی و  $v > 0$ است، پس طبق رابطه  $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  در  $1 \text{ s}$  ثانیه اول  $a_{av} < 0$  است.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{0 - v}{1} \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow t = 0, v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



۶۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{3,7}{14} \frac{m}{day} &= \frac{3,7}{14} \frac{m}{day} \times \frac{m}{m} \times \frac{day}{day} \\ &= \frac{3,7}{14} \times \frac{m}{day} \times \frac{10^3 mm}{m} \times \frac{day}{24 \times 60 \text{ min}} \\ &= \frac{370}{14 \times 24 \times 60} \frac{mm}{min} = \frac{370}{84 \times 24} \frac{mm}{min} \approx 0,18 \frac{mm}{min} \end{aligned}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۴. گزینه ۳ صحیح است.

طبق رابطه  $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$  دو عامل بار الکتریکی و فاصله در نیروی الکتریکی مؤثر است. پس موارد (الف) و (ب) مهم بوده و موارد (ج)، (د) و (ه) تأثیر ناچیزی دارند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۵ و ۶)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

می‌دانیم باید یکای کمیت مکان در سمت چپ معادله با یکای هر یک از جملات سمت راست یکسان باشد:

$$\begin{aligned} [x] &= [a][t^3] \Rightarrow [a] = m \cdot s^{-3} \\ [x] &= \frac{[b]}{[t^2 + 1]} \Rightarrow [b] = m \cdot s^2 \\ \text{از طرفی یکای مساحت (A) باید با یکای } a^{k_1} \times b^{k_2} \text{ یکسان باشد.} \\ [A] &= [a^{k_1}][b^{k_2}] \Rightarrow m^2 = (ms^{-3})^{k_1} \times (ms^2)^{k_2} \\ m^2 &= m^{k_1+k_2} \times s^{-3k_1+2k_2} \\ \begin{cases} k_1+k_2=2 \\ 2k_2-3k_1=0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2k_1+3k_2=6 \\ 2k_2-3k_1=0 \end{cases} \Rightarrow \Delta k_2=6 \Rightarrow k_2=\frac{6}{5} \\ k_1 &= 2 - \frac{6}{5} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$k_2 - k_1 = \frac{6}{5} - \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱)

۶۶. گزینه ۱ صحیح است.

$$[U] = \frac{kgm^2}{s^2}, [F] = \frac{kgm}{s^2}, [t] = s$$

$$U = \frac{1}{2} F \cdot t \cdot C \Rightarrow \frac{kgm^2}{s^2} = \frac{kgm}{s^2} \times s \times [C] \Rightarrow [C] = \frac{m}{s}$$

بنابراین کمیت C از جنس سرعت است.

(فیزیک دهم، صفحه ۱۱)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

اگر فلز را مطابق صورت سوال ببریم، جرم و حجم آن هر کدام  $\frac{3}{4}$  برابر شده و بنابراین چگالی آن تغییری نمی‌کند.

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mLit}$$

$$\rho = \frac{g}{\text{cm}^3} = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{1 \text{ mLit}} = 1 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mLit}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا نمودار سهمی داده شده را رسم می‌کنیم:

$$x = -2t^2 + 16t - 14 = -2(t^2 - 8t + 7) = -2(t-1)(t-7)$$

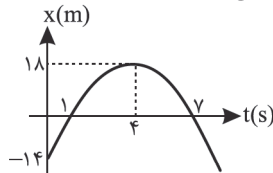
ریشه‌های معادله:  $t = 1 \text{ s}, t = 7 \text{ s}$

رأس سهمی:  $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{16}{-4} = 4 \Rightarrow t = 4 \text{ s} \Rightarrow x = -32 + 64 - 14 = 18 \text{ m}$

بازه زمانی دو عبور متوالی از مبدأ مکان  $1 \text{ s} < t < 7 \text{ s}$  است و در این بازه متحرک از مکان  $x = 0$  به مکان  $x = 18 \text{ m}$  رفته و سپس به مبدأ بازگشته است، پس مسافت طی شده در این مدت ۲۶ متر است.

$$1 \text{ s} \leq t \leq 7 \text{ s} \Rightarrow \text{مسافت } L = 2 \times 18 = 36 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{36}{6} = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۵۸. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{aligned} x_A = x_B &\Rightarrow -t^2 + 6t = t^2 + 2t - 6 \\ 2t^2 - 4t - 6 &= 0 \Rightarrow x = 2(t^2 - 2t - 3) \Rightarrow x = 2(t-3)(t+1) \\ x = 0 &\Rightarrow t = -1, t = 3 \text{ s} \end{aligned}$$

بنابراین دو متحرک در  $t = 3 \text{ s}$  به هم می‌رسند.

$$t = 0 \Rightarrow x_B = -6 \text{ m}$$

$$t = 3 \Rightarrow x_B = 9 + 6 - 6 = 9 \text{ m}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{9 - (-6)}{3} = \frac{15}{3} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۶ تا ۹)

۵۹. گزینه ۴ صحیح است.

دقت آمپرسنج  $1\% \times 10 \text{ A}$  یا یک میلی‌آمپر است و دقت ولت‌سنج  $1\% \times 10 \text{ V}$  یا  $10 \text{ mV}$  است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۶۰. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{\text{دقیقه}}{60 \text{ s}} \times \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{30 \times 10^4 \text{ cm}}{\text{دقیقه}} = 30 \times \frac{10^4 \text{ cm}}{\text{دقیقه}} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} \times \frac{\text{دقیقه}}{\text{دقیقه}} = 30 \times \frac{10^4}{100} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ s}} = 30 \times \frac{10^2 \text{ m}}{100 \text{ s}} = 30 \times \frac{10 \text{ m}}{100 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$= 30 \times \frac{10^4}{100} \times \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ s}} = \frac{30 \times 10^4 \text{ m}}{100 \times 100 \text{ s}} = 30 \times \frac{10^2 \text{ m}}{100 \text{ s}} = 30 \times \frac{10 \text{ m}}{100 \text{ s}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۶۱. گزینه ۱ صحیح است.

(الف) نادرست. نظریه‌های فیزیکی با گذشت زمان می‌توانند تغییر کنند یا کلاً جایگزین شوند.

(ب) نادرست. نظریه مدل هسته‌ای توسط رادرفورد ارائه شده است.

(ج) نادرست. یک متر به صورت یک ده میلیونیم فاصله استوا تا قطب شمال تعریف شده است.

(د) نادرست. یکای نجومی یکی از واحدهای اندازه‌گیری طول است که فاصله متوسط زمین تا خورشید است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۶۲. گزینه ۱ صحیح است.

از بین کمیت‌های داده شده تنها کمیت نیرو فرعی و برداری است و سایر کمیت‌ها این دو ویژگی را ندارند.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۶ و ۷)



۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{1890}{900} = 2,1 \text{ m}^3$$

$$V = \pi(r_2^2 - r_1^2) \times h \Rightarrow V = 3(20^2 - 15^2) \times 10^{-6} \times h$$

$$2,1 = 3(20^2 - 15^2)(20 + 15) \times 10^{-6} h$$

$$\Rightarrow 2,1 = 3 \times 5 \times 35 \times 10^{-6} h \Rightarrow h = \frac{2,1 \times 10^{-1} \times 10^6}{15 \times 35} = \frac{10^5}{5 \times 5}$$

$$h = 4000 \text{ m}$$

$$\text{تعداد لوله} = \frac{4000}{8} = 500$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۶۹. گزینه ۱ صحیح است.

حجم آب  $m_1 = 500 \text{ g}$   
 $\rho_1 = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{500}{1} = 500 \text{ cm}^3$

حجم نمک  $m_2 = 100 \text{ g}$   
 $\rho_2 = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow V_2 = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^3$

$$\rho_T = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{500 + 100}{550} = \frac{600}{550} = \frac{12}{11} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_1} = \frac{\frac{12}{11} - 1}{1} = \frac{1}{11} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 100 \cong 9\%$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 4 = \frac{200}{V} \Rightarrow V = 50 \text{ cm}^3$$

حجم ماده تشکیل دهنده توپ:

$$V_1 = 800 - 50 = 750 \text{ cm}^3$$

پس در حالت اول حجم هوای داخل توپ  $750 \text{ cm}^3$  است. اگر بخواهیم توپ در آب فرو رود باید چگالی ظاهری توپ با چگالی آب یکسان شود.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1 = \frac{200}{V} \Rightarrow V = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow V_2 = 200 - 50 = 150 \text{ cm}^3$$

پس در حالت دوم باید حجم هوای داخل توپ  $150 \text{ cm}^3$  شود.

$$\text{تغییرات حجم} = \frac{750 - 150}{750} \times 100 = \frac{600}{750} \times 100 = \frac{4}{5} \times 100 = 80\%$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

## شیمی

۷۱. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی گزینه نادرست:  
 آخرین تصویر ارسالی وویجر ۱ پیش از خروج از سامانه خورشیدی از فاصله ۷ میلیارد کیلومتری ارسال شده است.  
 (شیمی دهم، صفحه ۲)

۷۲. گزینه ۲ صحیح است.

یکی از ایزوتوپ‌های اورانیوم ( $^{235}\text{U}$ ) به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.  
 گزینه ۳. رادیوایزوتوپ تکنسیم و فسفر در ایران تولید می‌شوند.  
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۴، ۷ و ۸)

۷۳. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و دوم صحیح هستند.  
 بررسی موارد نادرست:  
 مورد سوم: در جدول تناوبی، اتم هر عنصر نسبت به اتم عنصر پیش از خود یک پروتون و یک الکترون بیشتر دارد.  
 مورد چهارم: الکترون‌های لایه ظرفیت یک اتم، رفتار شیمیایی آن را تعیین می‌کنند.  
 مورد پنجم: با توجه به شکل داده شده جرم یک مولکول برابر  $44 \text{ amu}$  و جرم یک مول از این مولکول برابر  $44 \text{ g}$  است.  
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۴، ۱۷، ۳۰ تا ۳۳ و ۴۴)

۷۴. گزینه ۳ صحیح است.

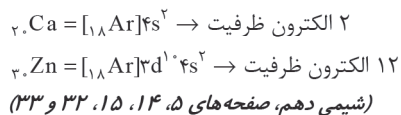
بررسی گزینه‌ها:  
 (۱) در میان رادیوایزوتوپ‌های ساختگی این عنصر  $^3\text{H}$  کمترین و  $^4\text{H}$  بیشترین نیم‌عمر را دارد.  
 (۲)  $^3\text{H}$ ، فاقد نوترون است.  
 (۳) طیف نشری خطی هیدروژن همانند لیتیم در گستره مرئی تنها چهار خط دارد.  
 (۴) پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن  $^1\text{H}$  است که دو نوترون دارد.  
 ایزوتوپ‌های پایدار هیدروژن شامل  $^1\text{H}$  و  $^2\text{H}$  است.  
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۶ و ۲۳)

۷۵. گزینه ۱ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:  
 (ب) گستره مرئی نور خورشید شامل طول موج‌های ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است.  
 (پ) استفاده از یکای جرم اتمی در عمل و در آزمایشگاه ناممکن است.  
 (شیمی دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۷۶. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد دوم صحیح است.  
 بررسی موارد نادرست:  
 مورد اول: جرم اتمی میانگین هیدروژن برابر  $1,008 \text{ amu}$  و  $\frac{1}{11}$  جرم ایزوتوپ کربن - ۱۲ برابر  $1 \text{ amu}$  است.  
 مورد سوم: مجموع جرم یک پروتون و یک الکترون برابر  $1,0078 \text{ amu}$  (یعنی  $1,0073 + 0,0005$ ) بوده که از جرم یک نوترون  $1,008 \text{ amu}$  کمتر است.  
 مورد چهارم:



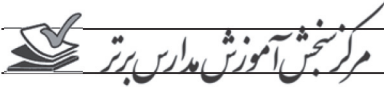
۷۷. گزینه ۱ صحیح است.

$$\begin{cases} n + p + e = 86 \\ n - e = 3 \\ e = p - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 30 \\ p = 29 \\ e = 27 \end{cases}$$

جرم مولی این ذره را می‌توان با عدد جرمی آن برابر در نظر گرفت.

$$? \text{ mole} = 2,95 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol } X^{2+}}{59 \text{ g } X^{2+}} \times \frac{27 \text{ mole}}{1 \text{ mol } X^{2+}} = 1,35 \text{ mole}^{-}$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵ و ۱۷ تا ۱۹)



۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

عنصر X دارای دو ایزوتوپ  $^{13}X$  و  $^{12}X$  می باشد.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = X_1 + \frac{F_2}{100}(X_2 - X_1)$$

$$= 12 + \frac{2}{100}(13 - 12) = 12,02 \text{amu}$$

(شیمی دهم، صفحه ۱۵)

۷۹. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) در تمامی عناصر این گونه نیست؛ به عنوان مثال آرایش الکترونی فشرده  $^{35}\text{Br}$  به صورت  $[\text{Ar}]3d^{10}4s^24p^5$  است و لایه طرفیت آن شامل زیرلایه‌های  $4s^24p^5$  می باشد.

(پ) با توجه به نماد داده شده شمار نوترون‌ها در این عنصر برابر ۳۴ است که این نمی تواند صحیح باشد زیرا شمار نوترون‌ها باید بزرگ تر یا مساوی شمار پروتون‌ها باشد.

(ت)

$$^{186}_{75}\text{Re} \rightarrow n = 186 - 75 = 111$$

$$\text{عنصر قبل از } ^{182}_{74}\text{X} \rightarrow n = 182 - 74 = 109$$

$$\Rightarrow \text{تفاوت شمار نوترون‌ها} = 111 - 109 = 2$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۱۰، ۱۱ و ۳۰ تا ۳۳)

۸۰. گزینه ۳ صحیح است.

(آ) فراوانی  $^{235}\text{U}$  در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر از ۰٫۷ درصد کمتر است.

(ب) به کمک نور می توان نوع عناصر سازنده و دمای ستاره یا سیاره را تعیین کرد.

(پ) از آزمون شعله برای تشخیص نوع عنصر فلزی استفاده می شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۸، ۱۹ و ۲۳)

۸۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$\text{ترکیب } \frac{(x+y+12)\text{molatom}}{\text{mol}} \times \text{ترکیب } 0,5\text{molatom} = ?$$

$$\times \frac{6,02 \times 10^{23} \text{atom}}{\text{molatom}} = 6,02 \times 10^{24} \Rightarrow x + y = 8$$

$$\frac{N_{\text{جرم}}}{C_{\text{جرم}}} = \frac{14 \times y}{12 \times x} = 0,7 \Rightarrow y = 0,6x \Rightarrow 1,6x = 8 \Rightarrow x = 5$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

۸۲. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد چهارم نادرست است. الکترون در اتم برانگیخته ناپایدار است و با از دست دادن انرژی به حالت‌های پایدارتر بازمی گردد اما لزوماً به حالت پایه نمی رسد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۵، ۲۳، ۲۶، ۲۷ و ۲۹)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) عنصر  $^{22}\text{Ti}$  در گروه ۴ جای داشته و همانند C (سرب مداد) دارای چهار الکترون ظرفیتی است.

(ب) رنگ لامپ نئون و رنگ شعله فلز لیتیم، سرخ است.

(پ) به کمک مدل اتمی بور تنها می توان طیف نشری خطی اتم هیدروژن را توجیه کرد.

(ت) میزان انحراف نور سبز پس از عبور از منشور از نور بنفش کمتر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۸۴. گزینه ۲ صحیح است.

الکترون در هر لایه‌ای که باشد، در همه نقاط پیرامون هسته حضور می یابد. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در هر لایه به تعداد  $n$  زیرلایه وجود دارد.

(۳) در هر لایه زیرلایه  $s$  انرژی کمتری دارد.

(۴) تفاوت حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌های سوم و چهارم (۱۴) برابر با حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه  $f$  ( $l=3$ ) است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۹ و ۳۰)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) انرژی و ماده در نگاه میکروسکوپی گسسته و در نگاه ماکروسکوپی پیوسته هستند.

(۲) ترکیب یونی دوتایی تنها از دو نوع عنصر ساخته شده است.

(۴)  $\text{He}$  گاز نجیب است اما آرایش هشتمی ندارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۵، ۳۰، ۳۴، ۳۵ و ۳۸)

۸۶. گزینه ۱ صحیح است.

تنها عبارت (آ) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) پرتو B در ناحیه مرئی و پرتو A در ناحیه فرابنفش قرار می گیرد.

(ب) در میان امواج نشر شده، فقط پرتو B در ناحیه مرئی قرار می گیرد.

(پ) در انتقالات C و E الکترون از لایه‌های پایین تر به لایه‌های بالاتر منتقل می شود که این پدیده با جذب انرژی همراه است و چون این جابه جایی از لایه ۲ به لایه‌های ۳ و ۵ است، پرتو نشر شده پس از این انتقالات نور مرئی است.

(ت) پرتو D دارای انرژی کمی بوده و در ناحیه فروسرخ قرار می گیرد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

زیرلایه مورد نظر  $4f$  است که حداکثر گنجایش ۱۴ الکترون را دارا است.

بررسی موارد:

مورد سوم: این زیرلایه در لایه چهارم با حداکثر گنجایش ۳۲ الکترون قرار دارد.

مورد چهارم:  $n+1$  در این زیرلایه برابر با  $7(4+3)$  است و همچنین عنصر کلر نیز ۷ الکترون ظرفیتی دارد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

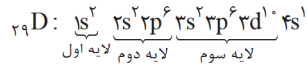


## پایه دوازدهم . آزمون ۱ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

مورد دوم: آخرین زیرلایه اشغال شده  $M_{15}$  برابر ۳ و شمار الکترون‌های ظرفیتی A برابر ۳ است.

مورد سوم: شمار نوترون‌ها در  $X^{19}$  برابر  $10^{\circ}$  است. با توجه به آرایش الکترونی  $X$  الکترون ظرفیتی وجود دارد. در نتیجه نسبت خواسته شده برابر  $\frac{1}{V} \approx 1/42$  است.

مورد چهارم: سه لایه اول، دوم و سوم پر است:



(شیمی دهم، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

### ۹۲. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد سوم نادرست است. پیوند یونی، نیروی جاذبه‌ای بسیار قوی است که میان یون‌های ناهمنام برقرار می‌شود.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸)

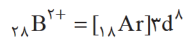
### ۹۳. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد اول صحیح است.

بررسی موارد:

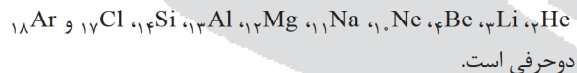
مورد اول: زیرلایه‌های  $4s$  و  $4p$  در عنصر دوره چهارم و زیرلایه  $4d$  در عنصر دوره پنجم جدول تناوبی الکترون می‌پذیرد.

مورد دوم: این گونه شمار الکترون یکسان و آرایش الکترونی متفاوتی دارند.



مورد سوم: ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوتی دارند.

مورد چهارم: در سه دوره نخست جدول تناوبی، نماد شیمیایی عناصر



دو حرفی است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۵، ۱۰، ۱۱ و ۲۸ تا ۳۱)

### ۹۴. گزینه ۲ صحیح است.

هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها با مجموع بار الکتریکی آنیون‌ها برابر است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۶، ۳۸، ۴۰ و ۴۱)

### ۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

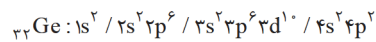
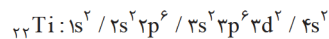
$$?gNa_2O = 4,515 \times 10^{24} \text{ ion} \times \frac{1 \text{ molion}}{6,02 \times 10^{23} \text{ ion}}$$

$$\times \frac{1 \text{ molNa}_2O}{2 \text{ molion}} \times \frac{62gNa_2O}{1 \text{ molNa}_2O} = 155gNa_2O$$

(شیمی دهم، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

### ۸۸. گزینه ۳ صحیح است.

آرایش الکترونی این عنصر می‌تواند به دو صورت باشد:



تنها مورد اول نادرست است.

بررسی موارد:

مورد دوم: عنصر Ti متعلق به دسته d و عنصر Ge متعلق به دسته p است.

مورد سوم: آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصر Ge به صورت  $Ge^0$  است.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

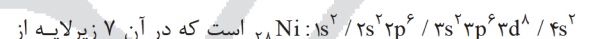
### ۸۹. گزینه ۳ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) شکل (۱) را تنها می‌توان به  ${}_{31}Ga^{3+}$  نسبت داد.

(۲) شکل (۲) مربوط به فلز Ni می‌باشد که در واکنش‌ها الکترون‌ها از دست می‌دهد.

(۴) آرایش الکترونی اتم Ni به صورت

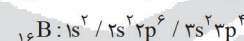
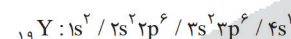
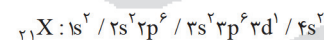
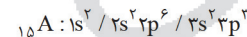


است که در آن ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده است.

(شیمی دهم، صفحه ۴۳)

### ۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

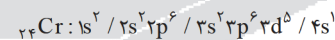
آرایش الکترونی هر یک از این عناصر به صورت زیر است:



بررسی موارد:

مورد اول: عنصر X (Sc) نخستین عنصر دسته d جدول تناوبی است.

مورد دوم: آرایش الکترونی  ${}_{24}Cr$  به صورت زیر است:



مورد سوم: A به گروه ۱۵ و دوره سوم جدول تناوبی تعلق دارد.

مورد چهارم: B عنصری نافلزی است (گوگرد) که با اکسیژن تشکیل ترکیب مولکولی می‌دهد.

(شیمی دهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴ و ۳۸ تا ۴۰)

### ۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

همه موارد درست‌اند.

بررسی موارد:

مورد اول:

