



پایه
دوازدهم

آزمون
یکم
حضورى

دفترچه شماره ۱



تجربى | رياضى | انسانى

سال تحصيلى
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعداد سؤال: ۵۰ مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

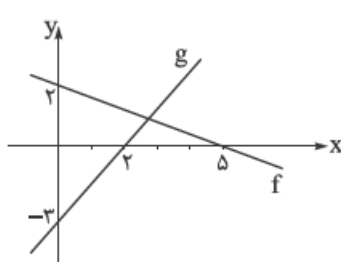
عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۵	۲۱	۳۵	۲۵ دقیقه
۳	هندسه	۱۵	۳۶	۵۰	۲۵ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان: حسابان (۲): صفحه‌های ۱ تا ۱۲، حسابان (۱): صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷



۱- نمودار توابع f و g مطابق شکل روبه‌رو است. حاصل $(f \circ (f + g))(1)$ کدام است؟

$$\frac{22}{25} \quad (2)$$

$$\frac{24}{25} \quad (1)$$

$$\frac{49}{25} \quad (4)$$

$$\frac{48}{25} \quad (3)$$

۲- هرگاه توابع $f = \{(1, 2), (k, n), (3, 0), (0, 1)\}$ و $g^{-1} = \{(3, 2), (2, 3), (n+1, p)\}$ تعریف شده باشد، به طوری که

$(f + g)(2) = 4$ ، مقدار $f \circ g(p)$ کدام است؟

$$0 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۳- هرگاه $f(x) = \left[\sqrt{\frac{x}{3}} + 1 \right]$ در بازه $(24, \alpha)$ تابعی ثابت باشد، بیشترین مقدار $f\left(\frac{\alpha}{3}\right)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

۴- اگر توابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, -1), (4, 0)\}$ و $g(x) = x + \frac{2}{x-3}$ داده شده باشد، جمع اعضای برد تابع $y = \frac{f}{g}$

کدام است؟

$$\frac{9}{5} \quad (4)$$

$$-7 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$-\frac{11}{5} \quad (1)$$

۵- اگر دامنه تعریف $f(x) = \log_r(ax - b)$ بازه $(-\infty, \frac{1}{r})$ باشد، دامنه تعریف $g(x) = \log_{\frac{1}{r}}(bx + a)$ کدام است؟

$$(2, +\infty) \quad (4)$$

$$(-2, +\infty) \quad (3)$$

$$(-\infty, 2) \quad (2)$$

$$(-\infty, -2) \quad (1)$$

۶- با فرض $f(x) = 3x - 2$ ، اگر $R_f = [-5, 10]$ ، دامنه تعریف تابع $y = f \circ f$ کدام است؟

$$\left[\frac{1}{3}, 2\right] \quad (4)$$

$$[-1, -\frac{1}{3}] \quad (3)$$

$$[-1, 4] \quad (2)$$

$$[-1, 2] \quad (1)$$

۷- تابع $f(x) = (2-a)x^2 - 4ax + 1$ با دامنه $(-2, 2)$ تابعی یک‌به‌یک است. حدود a کدام است؟

$$0 < a < 1 \quad (4)$$

$$0 < a < 2 \quad (3)$$

$$a \geq 1 \quad (2)$$

$$-2 < a < 0 \quad (1)$$

۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+10}{x-1}$ نمودار وارون خودش را در نقاط A و B قطع می‌کند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

$$7\sqrt{2} \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۹- اگر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + b$ ، نمودار وارون خودش را در نقطه $A(1, -2)$ قطع کند، مقدار $f^{-1}(40)$ کدام است؟

$$\sqrt[3]{9} \quad (4)$$

$$-5 \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{-25} \quad (2)$$

$$-3 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۱۰- اگر $f(x) = \frac{1}{3}(x + \sqrt{x^2 + 9})$ ، تابع $y = f^{-1}(-\frac{1}{x})$ با کدام تابع مساوی است؟

(۲) $y = -f^{-1}(-x)$

(۱) $y = f^{-1}(\frac{1}{x})$

(۴) $y = f^{-1}(x)$

(۳) $y = -f^{-1}(x)$

۱۱- نمودار تابع $y = |x - 1|$ با کدام تبدیلات بر نمودار تابع $y = |x| - 1$ منطبق می‌گردد؟

(۲) انتقال به راست و پایین

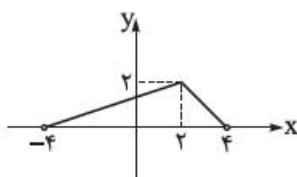
(۱) انتقال به چپ و بالا

(۴) انتقال به چپ و پایین

(۳) انتقال به راست و بالا

۱۲- اگر نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل باشد، نمودار $y = f(x - 2)$ و $y = f(4 - x)$

یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟



(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۱۳- نمودار تابع $f(x) = 4 - \sqrt{2 - x}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و سپس ۴ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا به تابع $g(x)$ برسیم. دامنه تعریف تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

(۴) $[-6, 30]$

(۳) $[2, 38]$

(۲) $[-8, 24]$

(۱) $[4, 39]$

۱۴- از نقطه $A(\alpha, 3)$ روی نمودار تابع $y = 2 - 3f(\frac{x}{3})$ ، به کمک برخی عملیات روی نمودار به نقطه $A'(\beta, 3)$ روی نمودار تابع $y = 1 + 2f^{-1}(3x)$ رسیده‌ایم. مقدار $\alpha - 9\beta$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{6 - 2x}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس k واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی، نمودار تابع وارون f را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، k کدام است؟

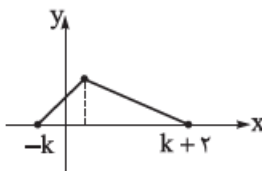
(۴) ۴

(۳) $4/5$

(۲) ۳

(۱) $3/5$

۱۶- نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. قرینه نمودار f نسبت به خط $x = \frac{3}{4}$ از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. حداکثر k کدام است؟



(۲) ۲

(۱) ۱

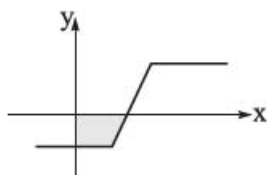
(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

محل انجام محاسبات



۱۷- نمودار تابع $f(x) = |x+1| - |x-5|$ را سه واحد به راست و k واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به نموداری مطابق



شکل برسیم. به ازای کدام مقدار k ، مساحت ناحیه رنگی برابر ۵ است؟

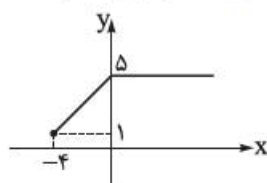
۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

۱۸- نمودار تابع f مطابق شکل است. قرینه نمودار f نسبت به محور y را ۶ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم تا به



نمودار g برسیم. مساحت ناحیه محدود به نمودار $f+g$ و محور x ها چه قدر است؟

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۱۹- نمودار $f(x) = \sqrt{k-2x}$ را نسبت به محور عرض‌ها بازتاب کرده و سپس ۶ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. شکل

حاصل و نمودار f همواره نسبت به کدام خط قرینه یکدیگرند؟

$$x = -\frac{9}{2} \quad (۴)$$

$$x = -3 \quad (۳)$$

$$x = -6 \quad (۲)$$

$$x = -4 \quad (۱)$$

۲۰- دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب برابر $[-2, 3]$ و $[-3, 1]$ است. به ازای کدام مقادیر a ، اشتراک دامنه و برد تابع

$y = 2 - f(a - 3x)$ یک مجموعه تک‌عضوی است؟

۱۲ یا ۷ (۴)

۱۸ یا ۷ (۳)

۱۸ یا ۱ (۲)

۱۲ یا ۱ (۱)

محل انجام محاسبات

آمار و احتمال و ریاضیات گسسته: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۱ تا ۱۲، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۸

۲۱- کدام عدد برای درستی گزاره «اگر x گنگ باشد، $2x - x^2$ گنگ است.» یک مثال نقض است؟

(۱) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ (۴) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

۲۲- اگر a حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی باشد، کدام عبارت همواره مربع کامل است؟

(۱) $\frac{a-1}{2}$ (۲) $\frac{a-1}{4}$ (۳) $\frac{a+1}{2}$ (۴) $\frac{a+1}{4}$

۲۳- به ازای چند عدد طبیعی $n \leq 60$ ، مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n مضرب ۳ است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۱۵

۲۴- a_1, a_2 و a_3 عددهای صحیح و b_1, b_2 و b_3 همان اعداد، ولی با ترتیب دیگری هستند. کدام گزینه جمله «برای اثبات.....

گزاره $1 + (a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ عددی فرد است، از روش..... استفاده می‌کنیم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(۱) درستی - اثبات مستقیم (۲) درستی - اثبات غیرمستقیم

(۳) نادرستی - مثال نقض (۴) نادرستی - برهان خلف

۲۵- در اثبات نامساوی $\sqrt{x} + \frac{1}{x} \geq \frac{4\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}$ برای عدد حقیقی و مثبت x به روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

(۱) $x^2 \geq 0$ (۲) $\sqrt{x} - 1 \geq 0$ (۳) $(x\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$ (۴) $(x - \sqrt{x})^2 \geq 0$

۲۶- دو رابطه $n!a^2 \mid b$ و $b \mid (n+1)!$ درست هستند. کدام نتیجه‌گیری ممکن است نادرست باشد؟

(۱) $a^2 \mid n^2 - 1$ (۲) $a \mid nb + b$ (۳) $a \mid n + 1$ (۴) $a^2 \mid b^2 + 2b + 1$

۲۷- عدد ۱۸۰ چند مقسوم‌علیه طبیعی دارد که مضرب فرد عدد ۶ باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

۲۸- چند عدد طبیعی n وجود دارد، به طوری که حاصل هر دو کسر $\frac{160}{4^{n-1}}$ و $\frac{6^{2n+1}}{162}$ عددی طبیعی باشد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بی‌شمار

۲۹- اگر $a > 1$ ، $a \mid 9k + b$ و $a \mid 5k + b + 1$ ، به ازای چند مقدار یک‌رقمی طبیعی b ، عدد a حتماً اول است؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۷

محل انجام محاسبات



۳۰- چند عدد صحیح n در رابطه $2n + 5 \mid 2n^2 - 3$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۱- برای چند مقدار دورقمی n ، هر دو رابطه $3^n - 1 \mid 28$ و $2^n + 1 \mid 17$ درست است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۷

۳۲- کدام عبارت یک گزاره‌نما است؟

(۱) عددی مضرب ۱۱ است که مجموع ارقام آن بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

(۲) مجموعه اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد حسابی‌اند.

(۳) چهار برابر عددی حقیقی برابر ۶۸ است.

(۴) $\forall x \in \mathbb{R}; x \leq x^2$

۳۳- اگر گزاره $\sim p \wedge q$ نادرست و گزاره $q \wedge (p \Rightarrow q)$ درست باشد، آن‌گاه ارزش کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $p \vee \sim q$ (۲) $p \vee (\sim q \Rightarrow p)$ (۳) $p \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ (۴) $q \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)$

۳۴- ارزش کدام سور نادرست است؟

(۲) $\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{Z}; x + y = 0$

(۱) $\forall x \in \mathbb{Z}; -2x^2 + 6x - 8 < 0$

(۴) $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R}; x \leq y$

(۳) $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; \left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$

۳۵- نقیض عکس گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$ هم‌ارز کدام گزینه است؟

- (۱) $(p \Rightarrow r) \wedge \sim q$ (۲) $(p \Rightarrow r) \wedge q$ (۳) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q$ (۴) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$



هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۹ تا ۲۱، هندسه (۱): صفحه‌های ۹ تا ۵۱

۳۶- نقطه A به فاصله $1/5$ واحد از خط d مفروض است. چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از A به فاصله ۲ واحد و از d به فاصله ۴ واحد باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۳۷- مثلثی به طول اضلاع $6x$ ، $x+7$ و $4x-3$ را در نظر بگیرید. اگر x عددی صحیح باشد، بیشترین مقدار ممکن برای محیط مثلث کدام است؟

- (۱) ۳۷ (۲) ۴۱ (۳) ۴۵ (۴) ۴۸

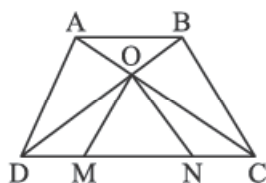
۳۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC که در آن $\hat{A} = 90^\circ$ ، نیمساز زاویه داخلی B ، ضلع AC را در D قطع می‌کند. اگر $AD = 1/5$ و $CD = 2/5$ ، آن‌گاه اختلاف طول‌های دو ضلع AB و BC کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

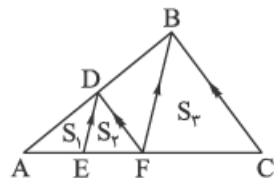
۳۹- از هر رأس مثلث ABC به طول اضلاع ۱، ۲ و $\sqrt{5}$ خطی به موازات ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. مجموع فاصله‌های نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های مثلث $A'B'C'$ از رأس‌های مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $3 + \sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۶

۴۰- در شکل زیر، طول قاعده کوچک دوزنقه $ABCD$ برابر با a و طول قاعده بزرگ آن b است. از نقطه برخورد قطرهای این دوزنقه OM و ON را موازی ساق‌ها رسم کرده‌ایم. حاصل $\frac{MN}{CD}$ با کدام گزینه برابر است؟

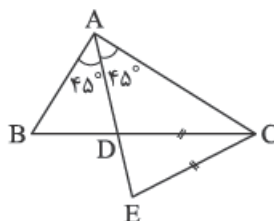


- (۱) $\frac{b-a}{b+a}$ (۲) $\frac{a}{b}$ (۳) $\frac{a}{a+b}$ (۴) $\frac{b}{a+b}$



۴۱- در شکل مقابل، دو جفت پاره‌خط موازی مشخص و مساحت سه‌تا از مثلث‌ها، داخل آن‌ها نوشته شده است. اگر $BC = 3DF$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{S_1}{S_2 + S_3}$ کدام است؟

- (۱) $5/0$ (۲) $6/0$ (۳) $8/0$ (۴) $9/0$



۴۲- در شکل مقابل، نقطه E روی امتداد AD چنان واقع است که $CD = CE$ ، اگر $BC = \frac{\sqrt{10}}{2} AB$ ، آن‌گاه نسبت فاصله E از AC به فاصله D از AC کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $1/25$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) $\sqrt{1/5}$

محل انجام محاسبات



۴۳- در یک مثلث قائم الزاویه، طول بزرگ‌ترین ضلع، ۳ برابر طول کوچک‌ترین ضلع است، ارتفاع وارد بر وتر این مثلث، آن را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱) ۱ به ۹ (۲) ۱ به ۸ (۳) ۱ به ۳ (۴) ۱ به ۴

۴۴- اضلاع مثلثی با اعداد ۳، ۴ و ۵ متناسب‌اند. با رسم عمود منصف ضلع بزرگ‌تر، این مثلث به دو قسمت تقسیم می‌شود. نسبت مساحت‌های این دو قسمت کدام است؟

- (۱) ۱/۵۶ (۲) ۱/۵ (۳) ۱/۶ (۴) ۱/۹۶

۴۵- می‌دانیم A ، B و C ماتریس‌های مربعی و هم‌مرتبه هستند؛ چه تعداد از گزاره‌های زیر، درست است؟

- (الف) $AB = BA$ (ب) اگر $AB = AC$ ، آن‌گاه $B = C$
(پ) $(AB)C = A(BC)$ (ت) اگر $AB = AC$ ، آن‌گاه $A = \overline{B}$ یا $B = C$
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۴۶- ماتریس قطری A و ماتریس اسکالر B ، هر دو 3×3 و درایه‌های آن‌ها اعداد صحیح هستند. اگر $AB = 3I$ ، آن‌گاه کم‌ترین مقدار ممکن برای مجموع درایه‌های ماتریس $A + B$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) -۹ (۴) -۱۲

۴۷- اگر برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & b \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ تساوی $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$ برقرار باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
۴۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس $I + (A - I)(I + A + A^2)$ کدام است؟
(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۴۹- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} j-i & i \geq j \\ j+i & i < j \end{cases}$ ، آن‌گاه درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس A^2 کدام است؟

- (۱) ۳۴ (۲) -۳۴ (۳) -۲۶ (۴) ۲۶

۵۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A^{1401} کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 3^{1400} (۳) 3^{1401} (۴) 3^{1402}

محل انجام محاسبات



پایه
دوازدهم

آزمون
یکم
حضورى

دفترچه شماره ۲



تجربى | رياضى | انسانى

سال تحصيلى
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعداد سؤال: ۷۰ مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۰ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۰ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com



فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۱ تا ۱۵

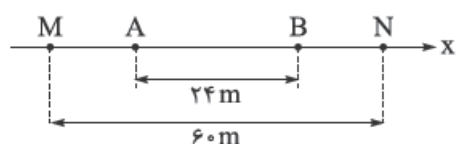
۵۱- سرعت متوسط متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در بازه زمانی $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 9\text{ s}$ برابر $\vec{i}(-2\text{ m/s})$ و در بازه زمانی $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_3 = 13\text{ s}$ برابر $\vec{i}(1\text{ m/s})$ است. سرعت متوسط این متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_3 در SI کدام است؟

- (۱) $\vec{i}$ (۲) $-\vec{i}$ (۳) $7\vec{i}$ (۴) $-7\vec{i}$

۵۲- در جدول زیر مکان آغازین، مکان پایانی و سرعت متوسط دو متحرک A و B در مدت 4 s مشخص شده است. $\vec{d}' - \vec{d}$ بر حسب متر کدام است؟

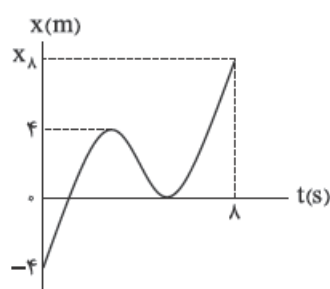
مکان آغازین (m)	مکان پایانی (m)	سرعت متوسط (m/s)
$-2\vec{i}$	$\vec{d}$	$-4\vec{i}$
$\vec{d}'$	$6\vec{i}$	$3\vec{i}$

- (۱) $8\vec{i}$ (۲) $-8\vec{i}$ (۳) $12\vec{i}$ (۴) $-12\vec{i}$



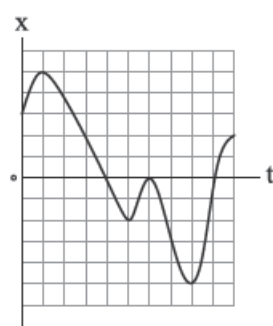
۵۳- متحرکی که روی محور x شکل روبه‌رو حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 20\text{ s}$ به ترتیب از نقطه‌های A و B می‌گذرد. اگر در این مدت، جهت حرکت متحرک دو مرتبه و در نقطه‌های M و N تغییر کرده باشد، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $4/2$ (۲) $4/8$ (۳) $7/2$ یا $4/2$ (۴) $4/8$ یا $7/2$



۵۴- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل روبه‌رو است. در 8 ثانیه اول، تندی متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه بیشتر است؟

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) $5/0$ (۴) 1



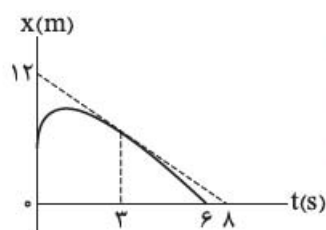
۵۵- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. تندی متوسط متحرک در بازه اولین تا دومین لحظه‌ای که جهت بردار مکان آن تغییر می‌کند، چند برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه اولین تا سومین لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) $14/5$ (۴) $7/5$

محل انجام محاسبات

۵۶- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 5$ است. در کل مدتی که طول بردار مکان متحرک کاهش و تندی متحرک افزایش می یابد، سرعت متوسط متحرک در SI کدام است؟

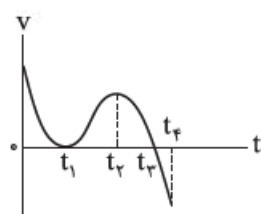
- (۱) $5\vec{i}$ (۲) $2\vec{i}$ (۳) $-2\vec{i}$ (۴) $-5\vec{i}$



۵۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به صورت شکل روبه رو است. اگر تندی متحرک در لحظه $t = 3$ s، برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول باشد، در مبدأ زمان، فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟ (خط چین رسم شده در لحظه $t = 3$ s بر نمودار مماس است.)

- (۱) $4/5$ (۲) ۹ (۳) ۳ (۴) ۶

۵۸- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. چند مورد از عبارات های زیر درباره این متحرک درست است؟



(الف) جهت حرکت متحرک دو مرتبه، در لحظه های t_1 و t_2 تغییر می کند.

(ب) در بازه زمانی t_2 تا t_4 تندی متحرک پیوسته کاهش می یابد.

(پ) جهت شتاب متحرک یک مرتبه در لحظه t_3 تغییر می کند.

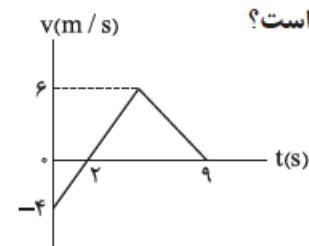
(ت) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط متحرک برابر است.

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۵۹- سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در مبدأ زمان و لحظه $t = 9$ s به ترتیب 6 m/s و -6 m/s است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول، $1/5$ برابر اندازه شتاب متوسط آن در ۳ ثانیه سوم باشد، تندی متحرک در لحظه $t' = 6$ s چند متر بر ثانیه است؟

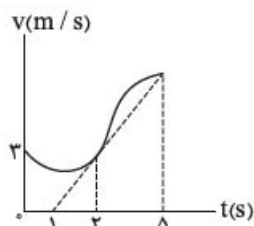
- (۱) صفر یا ۹ (۲) صفر یا ۱۲ (۳) ۳ یا ۹ (۴) ۳ یا ۱۲

۶۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به صورت شکل زیر است. اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1$ s تا $t_2 = 7$ s چند برابر اندازه شتاب آن در لحظه t_2 است؟



- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{9}{5}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

محل انجام محاسبات



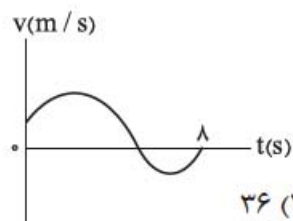
۶۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر شتاب متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ ، برابر شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول باشد، تندی متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ (خط چین رسم‌شده، در لحظه $t = 2 \text{ s}$ بر نمودار مماس است.)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷/۵ (۱)



۶۲- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر در ۸ ثانیه اول، تندی متوسط متحرک $4/5 \text{ m/s}$ و سرعت متوسط آن $\vec{a} \text{ (m/s)}$ باشد، حداکثر فاصله متحرک از مکان اولیه‌اش آن چند متر است؟

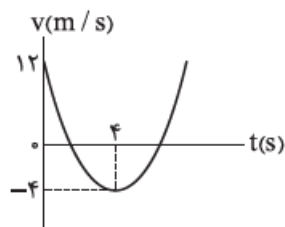
۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۶۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل زیر است. کدام یک از عبارتهای زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟



الف) اندازه شتاب متحرک در لحظه‌های $t_1 = 2/4 \text{ s}$ و $t_2 = 5/6 \text{ s}$ برابر است.

ب) در ۳ ثانیه دوم حرکت، تندی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پ) اندازه شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیه سوم برابر 2 m/s^2 است.

ت) اندازه شتاب در ۴ ثانیه اول، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۴) پ و ت

۳) ب و ت

۲) الف و پ

۱) الف و ب

۶۴- بردار مکان متحرکی که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 14 \text{ s}$ به ترتیب $\vec{d}_1$ و $2\vec{d}_1$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

۴) $t = 11$ ۳) $t = 10$ ۲) $t = 6$ ۱) $t = 5$

۶۵- معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 3t - 7/2$ است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک درست است؟

الف) اندازه بردار مکان متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

ب) متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت می‌کند.

پ) تندی متوسط متحرک در $5/0$ ثانیه هفتم برابر 3 m/s است.

ت) مسافت طی‌شده توسط متحرک در ۲ ثانیه اول، $3/6 \text{ m}$ است.

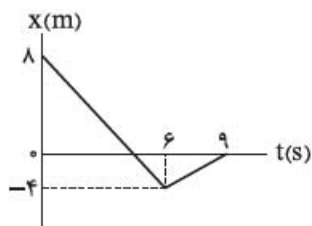
۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

۱) الف و پ

محل انجام محاسبات



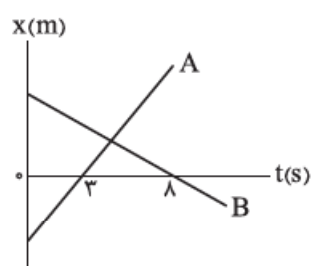
۶۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، به صورت شکل روبه‌رو است. مدت زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است، چند برابر مدت زمانی است که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۱



۶۷- دو خودروی (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و $v_2 = 2v_1$ هم‌زمان از نقاط A و B به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و پس از مدت T به هم می‌رسند. اگر اختلاف زمان رسیدن هر یک از دو خودرو به مبدأ حرکت خودروی دیگر، T' باشد، $\frac{T}{T'}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱



۶۸- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک A، $\frac{3}{4}$ برابر تندی متحرک B و فاصله دو متحرک در مبدأ زمان 50 m باشد، بردار مکان هم‌رسی دو متحرک در کدام SI است؟

- (۱) $6\hat{i}$ (۲) $12\hat{i}$ (۳) $15\hat{i}$ (۴) $30\hat{i}$

۶۹- 50 ثانیه طول می‌کشد تا قطاری که با تندی ثابت حرکت می‌کند، به طور کامل از روی یک پل عبور کند. اگر مدت 30 ثانیه قطار به طور کامل روی این پل باشد، طول پل چند برابر طول قطار است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۷۰- متحرکی با تندی ثابت 6 m/s روی محیط دایره‌ای به شعاع $2/4 \text{ m}$ در حال حرکت است. اندازه شتاب متوسط متحرک در یک بازه زمانی 3 ثانیه‌ای چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۴ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) صفر



داوطلب گرامی، برای پاسخگویی به سؤال‌های ۷۱ تا ۹۰ از بین سؤال‌های زوج‌درس شروع از دهم و زوج‌درس شروع از یازدهم، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. حتماً در پاسخ‌برگ مشخص کنید که چه زوج‌درسی را پاسخ می‌دهید.

زوج‌درس شروع از دهم: فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۵۲

۷۱- در میان کمیت‌های زیر، به ترتیب از راست به چپ، چند کمیت اصلی و چند کمیت برداری وجود دارد؟

«دما، جریان الکتریکی، کار، فشار، مقدار ماده، شار مغناطیسی»

(۱) دو، صفر (۲) دو، یک (۳) سه، صفر (۴) سه، یک

۷۲- در تساوی فیزیکی $AB = CD$ ، کمیت‌های A ، C و D به ترتیب از جنس فشار، نیرو و جابه‌جایی هستند. کمیت B از جنس کدام کمیت است؟

(۱) مساحت (۲) حجم (۳) انرژی (۴) توان

۷۳- مقدارهایی که دو آمپرسنج رقمی A و B نشان می‌دهند، به شکل زیر است. به ترتیب، دقت اندازه‌گیری آمپرسنج A چند آمپر و کدام آمپرسنج دقیق‌تر است؟

0.2850 A

A

3 12 mA

B

(۲) 10^{-3} ، B

(۴) 10^{-4} ، B

(۱) 10^{-3} ، A

(۳) 10^{-4} ، A

۷۴- یک کشتی با تندی ثابت 20 گره دریایی، مسیری را در مدت $3/5$ h طی می‌کند. طول این مسیر چند مایل دریایی است؟ (هر گره دریایی را 1800 m در نظر بگیرید.)

(۱) ۷۰ (۲) ۱۲۶ (۳) ۲۸۰ (۴) ۵۰۴

۷۵- یکای فرعی آهنگ تغییر انرژی کدام است؟

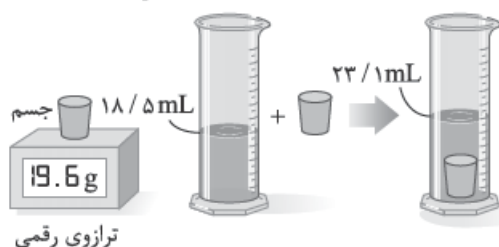
(۴) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$

(۳) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$

(۲) $\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$

(۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^3}$

۷۶- برای تعیین حجم حفره درون یک جسم آهنی حفره‌دار، ابتدا جرم و حجم آن را مطابق شکل زیر پیدا کرده‌ایم. با توجه به داده‌های روی شکل، حجم حفره درون جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{آهن}} = 5600 \text{ kg/m}^3$)



ترازوی رقمی

(۱) $3/5$

(۲) $1/1$

(۳) $0/35$

(۴) $0/11$

محل انجام محاسبات

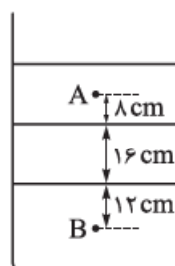
۷۷- در یک ظرف، محلولی از آب و الکل به جرم 180 g وجود دارد. چند سانتی متر مکعب از الکل محلول تبخیر شود تا چگالی محلول از 0.9 g/cm^3 به 0.96 g/cm^3 برسد؟ (تبخیر آب ناچیز و چگالی آب و الکل به ترتیب 1 g/cm^3 و 0.8 g/cm^3 است.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۶۰ (۴) ۷۵

۷۸- یک لوله موئین را به طور کامل درون روغن مایع فرو می‌بریم تا سطح‌های آن به روغن آغشته شود. سپس لوله را خارج کرده و سطح بیرونی آن را کاملاً تمیز می‌کنیم و لوله را وارد ظرف آب می‌نماییم. کدام یک از شکل‌های زیر وضعیت آب را درست نشان می‌دهد؟



۷۹- سه مایع به چگالی‌های $6/8 \text{ g/cm}^3$ ، $3/4 \text{ g/cm}^3$ و $1/7 \text{ g/cm}^3$ مطابق شکل زیر در استوانه‌ای قرار دارند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند سانتی متر جیوه است؟ (چگالی جیوه در SI برابر 13600 kg/m^3 است.)



- (۱) ۱۰
(۲) ۹/۵
(۳) ۱۱/۵
(۴) ۱۱

۸۰- فشار در عمق $2h$ از سطح دریاچه‌ای، ۵ درصد بیشتر از فشار در عمق h از آن است. اگر فشار هوای محیط 95 kPa و چگالی آب دریاچه 1 g/cm^3 باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) ۵/۰ (۲) ۱ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۸۱- شهری در ارتفاع ۸۰۰ متری از سطح دریاهای آزاد واقع است. در این شهر فشار کل در عمق $5/0$ متری استخری که از مایعی به چگالی ρ پر شده است، برابر $9/55 \times 10^4 \text{ Pa}$ است. چگالی این مایع (ρ) در SI کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$). فشار هوا در سطح دریاهای آزاد 10^5 Pa و چگالی متوسط هوا $1/25 \text{ kg/m}^3$ فرض شود.

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۹۵۵ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۱۰۰



۸۲- مساحت روزنه خروج بخار آب، روی درب یک زودپز 2 mm^2 است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید قرار گیرد تا فشار پیمانه‌ای داخل آن در $1/2 \text{ atm}$ نگه داشته شود، چند گرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و فشار بیرون دیگ زودپز 1 atm است).

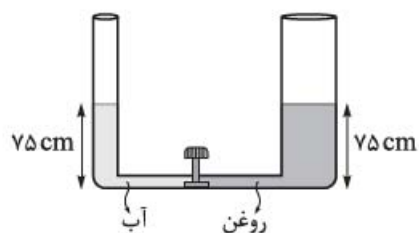
۴ / ۴ (۴)

۴۴ (۳)

۲ / ۴ (۲)

۲۴ (۱)

۸۳- در شکل زیر قطر لوله سمت راست، ۲ برابر قطر لوله سمت چپ است. اگر شیر ارتباطی بین دو لوله باز شود، پس از ایجاد تعادل، سطح روغن چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ (چگالی آب 1 g/cm^3 و چگالی روغن 0.8 g/cm^3 است).



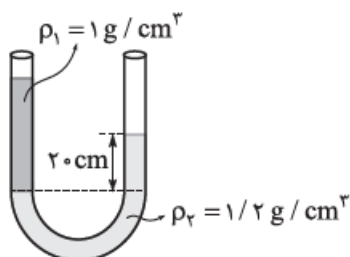
۳ (۱)

۵ (۲)

۷ / ۵ (۳)

۱۲ (۴)

۸۴- در شکل زیر سطح مقطع لوله یکسان و برابر 2 cm^2 است. در شاخه سمت راست چند گرم از مایعی به چگالی ρ_2 بریزیم تا سطح مایع با چگالی ρ_1 در دو طرف لوله در یک سطح قرار گیرد؟ (هر سه مایع مخلوط‌نشده هستند و $\rho_3 < \rho_2$ است).



۴۸ (۱)

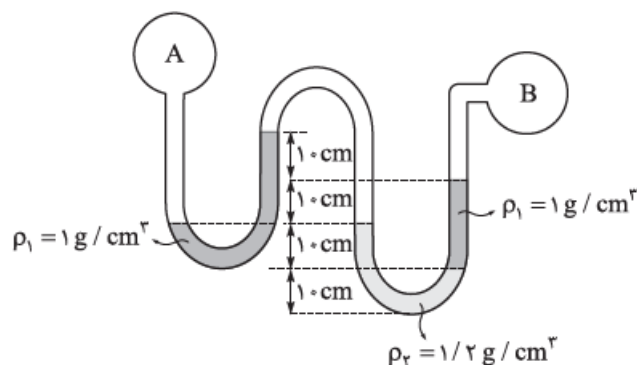
۳۶ (۲)

۲۴ (۳)

۱۲ (۴)

۸۵- در شکل زیر مایع‌ها درون لوله‌های نشان داده شده در حال تعادل هستند. فشار گاز در مخزن A به اندازه پاسکال

از فشار گاز در مخزن B است. ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) ۱۰۰۰، بیشتر

(۲) ۱۰۰۰، کمتر

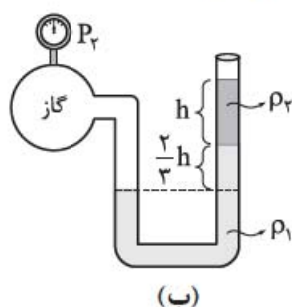
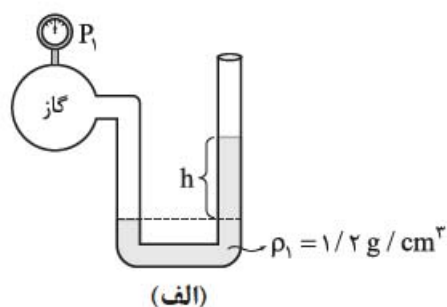
(۳) ۲۸۰۰، بیشتر

(۴) ۲۸۰۰، کمتر

محل انجام محاسبات



۸۶- فشارسنج بوردون در شکل «الف» عدد ۳ atm و در شکل «ب» عدد ۴ atm را نشان می‌دهد. چگالی مایع (۲) (ρ_2) در SI کدام است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$ و فشار هوای محیط ۱ atm است).



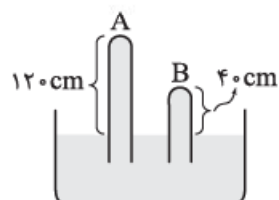
۴۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

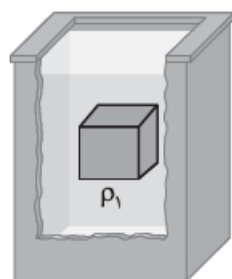
۸۰۰ (۳)

۱۰۰۰ (۴)

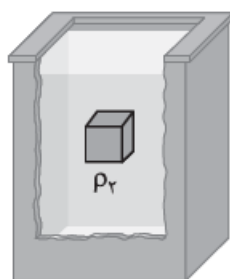
۸۷- فشار هوا در محل آزمایش شکل زیر ۷۵ cmHg و سطح مقطع دو لوله A و B برابر است. اگر نیروی وارد بر انتهای لوله B از طرف مایع، ۲ برابر نیروی وارد بر انتهای لوله A از طرف مایع باشد، چگالی مایع درون ظرف چند برابر چگالی جیوه است؟

 $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{32}{15}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{16}{15}$ (۳)

۸۸- در شکل‌های زیر در مخزن (۱) درون مایعی به چگالی ρ_1 ، مکعبی به ضلع ۵۰ cm و در مخزن (۲) درون مایعی به چگالی ρ_2 ، مکعبی به ضلع ۳۰ cm در حال تعادل است. اگر اختلاف فشار بین سطح بالایی و سطح پایینی دو مکعب برابر باشد، جرم مکعب بزرگ‌تر چند برابر جرم مکعب کوچک‌تر است؟



مخزن (۱)



مخزن (۲)

 $\frac{5}{3}$ (۱)

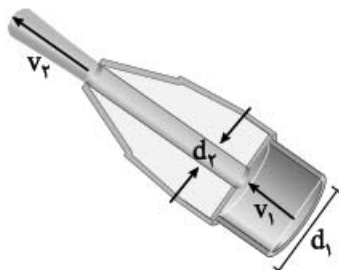
۱ (۲)

 $\frac{125}{81}$ (۳) $\frac{25}{9}$ (۴)

محل انجام محاسبات



۸۹- شکل زیر نمایی از شیر بسته شده به انتهای لوله آتش نشانی را نشان می دهد. قطر قسمت ورودی شیر ۶ cm و قطر قسمت خروجی آن ۲ / ۴ cm است. اگر آب با تندی $v_1 = 1/8 \text{ m/s}$ وارد شیر شود. تندی خروج آن از شیر (v_2) چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۸

(۲) ۰ / ۲۸۸

(۳) ۴ / ۵

(۴) ۱۱ / ۲۵

۹۰- با توجه به اصل برنولی، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) در روزهایی که باد می وزد، ارتفاع موج های دریا و اقیانوس پایین تر از ارتفاع میانگین می شود.

(ب) بال هواپیما طوری طراحی می شود که تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن باشد.

(پ) اگر یک ورق کاغذ را جلوی دهان گرفته و در سطح بالای آن بدمیم، کاغذ به طرف پایین حرکت می کند.

(ت) اگر توسط یک نی به فضای بین دو نوار کاغذی سبک و نزدیک به هم دمیده شود، نوارهای کاغذی به طرف یکدیگر جذب می شوند.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

محل انجام محاسبات



زوج درس شروع از یازدهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۳۲

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۷۱- دو جسم خنثی و عایق A و B را به یکدیگر مالش داده، سپس در فاصله 20 cm از هم قرار می‌دهیم. اگر دو جسم با نیروی 9 mN یکدیگر را جذب کنند، با توجه به سری الکتریسته مالشی، هنگام مالش این دو جسم، چند الکترون و چگونه بین آن‌ها مبادله شده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)

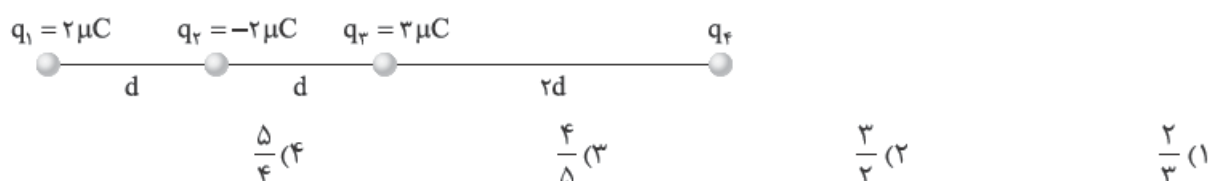
و ابعاد جسم‌ها در مقایسه با فاصله آن‌ها از یکدیگر قابل چشم‌پوشی است.

- (۱) 8×10^{11} ، از جسم A به جسم B
 (۲) 8×10^{11} ، از جسم B به جسم A
 (۳) 1.25×10^{12} ، از جسم A به جسم B
 (۴) 1.25×10^{12} ، از جسم B به جسم A

۷۲- دو ذره باردار A و B که بار الکتریکی آن‌ها به ترتیب $2q$ و $-5q$ است، در فاصله معینی از هم قرار دارند و نیرویی که ذره A به ذره B وارد می‌کند، در SI برابر با $\vec{F} = 16\vec{i} - 8\vec{j}$ است. اگر ۶۰ درصد از بار الکتریکی ذره B به ذره A منتقل شده و فاصله بین دو ذره ۲۰ درصد کاهش یابد، نیرویی که ذره B به ذره A وارد می‌کند، برحسب نیوتون برابر کدام خواهد شد؟

- (۱) $4\vec{i} - 2\vec{j}$
 (۲) $-4\vec{i} + 2\vec{j}$
 (۳) $5\vec{i} - 2/\sqrt{5}\vec{j}$
 (۴) $-5\vec{i} + 2/\sqrt{5}\vec{j}$

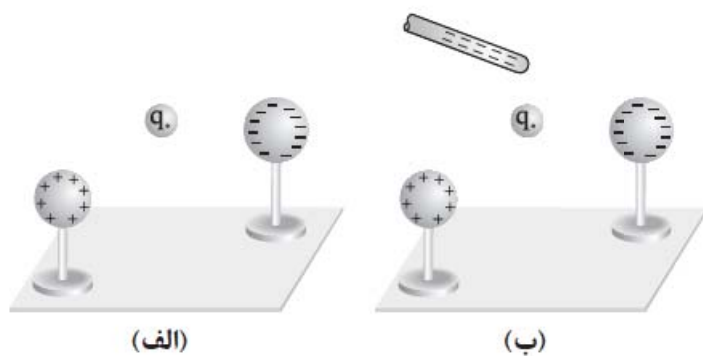
۷۳- در شکل زیر چهار بار الکتریکی روی خط راست قرار دارند و نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر صفر است. اگر بار q_4 به اندازه d به سمت چپ جابه‌جا شود، اندازه نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 چند برابر می‌شود؟



۷۴- بار نقطه‌ای $q = q_0$ در مرکز مربعی قرار دارد. چهار بار نقطه‌ای $q_1 = q$, $q_2 = q$, $q_3 = Q$ و $q_4 = Q$ را طوری روی چهار رأس این مربع قرار می‌دهیم که بار q_0 در تعادل باشد. اگر در این حالت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر صفر باشد، $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
 (۲) $-2\sqrt{2}$
 (۳) $\frac{5}{3}\sqrt{2}$
 (۴) $-\frac{5}{4}\sqrt{2}$

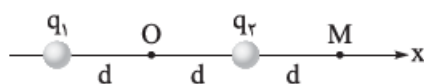
محل انجام محاسبات



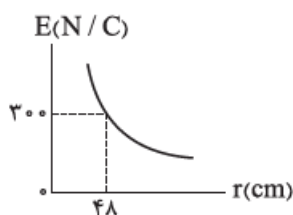
۷۵- در شکل «الف» نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار نقطه‌ای $q_0 = -2 \text{ nC}$ به صورت $\vec{F} = (-2 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{i} + (10^{-8} \text{ N}) \vec{j}$ است. اگر میله باردار مطابق شکل «ب» به مجموعه اضافه شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_0 برابر $\vec{F}' = (3 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{i} + (6 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{j}$ می‌شود. میدان الکتریکی حاصل از میله باردار در محل بار q_0 در SI کدام است؟

(۱) $5\vec{i} + 25\vec{j}$ (۲) $-5\vec{i} - 25\vec{j}$ (۳) $25\vec{i} + 25\vec{j}$ (۴) $-25\vec{i} - 25\vec{j}$

۷۶- شکل زیر آرایشی از یک دوقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه M برابر $\vec{E}$ باشد، میدان الکتریکی خالص در نقطه O کدام است؟ (دوقطبی الکتریکی شامل دو بار با بزرگی یکسان و علامت مخالف در فاصله معین از یکدیگر است.)

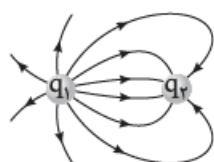


(۱) $\frac{9}{4}\vec{E}$ (۲) $-\frac{9}{4}\vec{E}$ (۳) $\frac{9}{5}\vec{E}$ (۴) $-\frac{9}{5}\vec{E}$

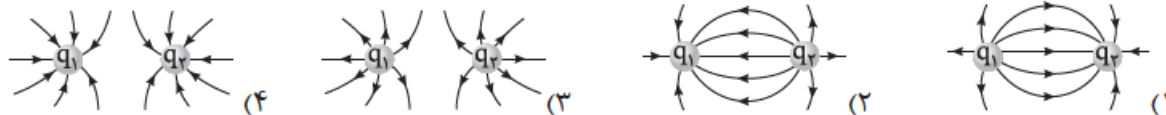


۷۷- نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از ذره باردار q بر حسب فاصله از آن مطابق شکل روبه‌رو است. اگر بار نقطه‌ای $q' = 3 \mu\text{C}$ در فاصله 36 cm از این ذره قرار گیرد، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که بار q' به ذره q وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

(۱) $1/6 \times 10^{-3}$ (۲) $1/6 \times 10^{-2}$ (۳) $1/2 \times 10^{-3}$ (۴) $1/2 \times 10^{-2}$



۷۸- خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو کره رسانای مشابه با بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل روبه‌رو است. دو کره را به هم تماس داده و سپس هر یک را در مکان قبلی خود قرار می‌دهیم. در این حالت خطوط میدان الکتریکی اطراف دو کره، به صورت کدام شکل خواهد بود؟



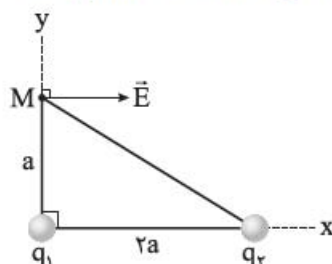
محل انجام محاسبات



۷۹- سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2 \text{ nC}$ ، $q_2 = -18 \text{ nC}$ و q_3 روی محور x به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 1 \text{ m}$ ، $x_2 = 9 \text{ m}$ و $x_3 = x$ قرار دارند. به طوری که نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار برابر صفر است. میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 در مبدأ مختصات در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

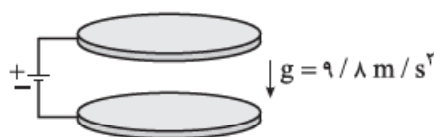
- (۱) $1/125 \vec{i}$ (۲) $-1/125 \vec{i}$ (۳) $4/5 \vec{i}$ (۴) $-4/5 \vec{i}$

۸۰- در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 روی محور x قرار دارند و میدان الکتریکی برآیند حاصل از آن‌ها در نقطه M بر محور y عمود است. $\frac{q_2}{q_1}$ برابر کدام است؟



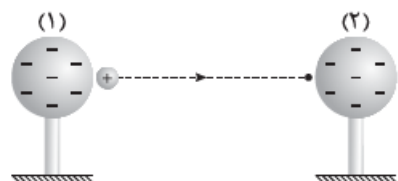
- (۱) $5\sqrt{5}$ (۲) $-5\sqrt{5}$ (۳) $\frac{5\sqrt{5}}{8}$ (۴) $\frac{-5\sqrt{5}}{8}$

۸۱- مطابق شکل زیر در آزمایش قطره - روغن میلیکان، قطره‌ای به جرم 5 ng را بین دو صفحه رها می‌کنیم. قطره با شتاب 3 m/s^2 به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه 2 MV/m باشد، قطره نسبت به حالت خنثای خود الکترون است. ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



- (۱) ۲۰، دریافت کرده
(۲) ۲۰، از دست داده
(۳) ۲۰۰، دریافت کرده
(۴) ۲۰۰، از دست داده

۸۲- در شکل زیر، دو کره مشابه با بار الکتریکی یکسان که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، در فاصله معینی از هم ثابت هستند. اگر ذره باردار مثبت و کوچکی را از نزدیکی کره (۱) تا نزدیکی کره (۲) منتقل کنیم، کدام یک از موارد زیر درباره این ذره درست است؟



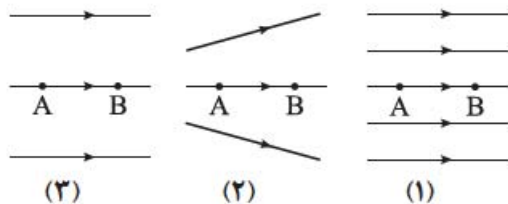
- (الف) انرژی پتانسیل الکتریکی آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
(ب) انرژی پتانسیل الکتریکی آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
(پ) اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
(ت) اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

- (۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

محل انجام محاسبات



۸۳- شکل‌های زیر سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهند. نقطه‌های A و B در هر سه آرایش در فاصله‌های یکسانی از هم قرار دارند. در هر آرایش، یک الکترون را با سرعت معین v از نقطه A به سمت راست پرتاب می‌کنیم. اگر در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) اندازه سرعت الکترون هنگام عبور از نقطه B به ترتیب v_1 ، v_2 و v_3 باشد، کدام درست است؟



$$v_1 > v_2 > v_3 \quad (۱)$$

$$v_3 > v_2 > v_1 \quad (۲)$$

$$v_3 = v_1 > v_2 \quad (۳)$$

$$v_3 = v_2 = v_1 \quad (۴)$$

۸۴- با انتقال بار الکتریکی $q_1 = ۸ \mu C$ از نقطه M به نقطه A، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۴ mJ کاهش و با انتقال بار الکتریکی $q_2 = -۵ \mu C$ از نقطه M به نقطه B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن ۸ mJ افزایش می‌یابد. اگر بار الکتریکی $q_3 = -۴ \mu C$ از نقطه A به نقطه B منتقل شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

$$(۱) \quad ۴۴ \text{ J}, \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(۲) \quad ۴۴ \text{ J}, \text{ افزایش می‌یابد.}$$

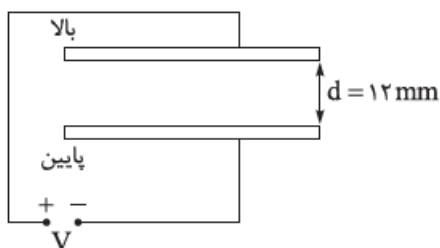
$$(۳) \quad ۸۸ \text{ J}, \text{ کاهش می‌یابد.}$$

$$(۴) \quad ۸۸ \text{ J}, \text{ افزایش می‌یابد.}$$

۸۵- در صفحه xoy ، خط‌های میدان الکتریکی یکنواخت، هم‌راستا با محور y است. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطه به مختصات $A \begin{pmatrix} ۳ \text{ cm} \\ ۴ \text{ cm} \end{pmatrix}$ و $B \begin{pmatrix} ۹ \text{ cm} \\ ۱۵ \text{ V} \end{pmatrix}$ به ترتیب ۱۵ V و $+۴۵ \text{ V}$ باشد، میدان الکتریکی بر حسب کیلوولت بر متر کدام است؟

$$(۱) \quad \vec{j} \quad (۲) \quad -\vec{j} \quad (۳) \quad ۱/۲ \vec{j} \quad (۴) \quad -۱/۲ \vec{j}$$

۸۶- در شکل زیر یک ذره به جرم ۱ mg و بار الکتریکی q ، در فضای بین دو صفحه خازن و در مجاورت صفحه مثبت، ساکن و معلق است. اگر بدون تغییر اختلاف پتانسیل، صفحه پایین را ۸ mm پایین‌تر بیاوریم، ذره با تندی چند سانتی‌متر بر ثانیه به صفحه منفی برخورد می‌کند؟ ($g = ۱۰ \text{ N/kg}$ ، صفحه بالایی ساکن و زمان جابه‌جایی صفحه پایین ناچیز است.)



$$(۱) \quad ۱۶ \text{ cm/s}$$

$$(۲) \quad ۴۰ \text{ cm/s}$$

$$(۳) \quad ۱۶ \text{ cm/s}$$

محل انجام محاسبات



۸۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) بار الکتریکی داده شده به جسم رسانا طوری در سطح آن توزیع می‌شود که اندازه میدان الکتریکی در داخل رسانا بیشینه شود.

ب) تراکم بار الکتریکی در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است.

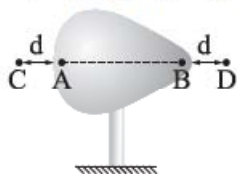
پ) اگر شمع روشنی در میدان الکتریکی قرار گیرد، شعله آن به دلیل داشتن یون‌های مثبت در جهت میدان منحرف می‌شود.

ت) در یک میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت میدان، بدون توجه به نوع بار، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۸۸- در شکل زیر، به یک جسم رسانای دوکی شکل، بار الکتریکی داده شده است. کدام مورد درباره مقایسه اندازه

میدان الکتریکی (E) و پتانسیل الکتریکی (V) نقاط درست است؟ (نقطه‌های A و B بر روی سطح جسم قرار دارند.)



$$V_B = V_A, E_D > E_C \quad (۲)$$

$$V_B > V_A, E_D > E_C \quad (۱)$$

$$V_B = V_A, E_D = E_C \quad (۴)$$

$$V_B > V_A, E_D = E_C \quad (۳)$$

۸۹- چگالی سطحی بار الکتریکی یک کره رسانای بزرگ 5 nC/cm^2 است. در بخشی از سطح این کره به مساحت

4 mm^2 ، اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها برابر کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

۱ (۱) $1/25 \times 10^8$ ۲ (۲) $1/25 \times 10^9$ ۳ (۳) $2/5 \times 10^8$ ۴ (۴) $2/5 \times 10^9$

۹۰- قطر یک مکعب فلزی با قطر یک کره فلزی برابر است. اگر بار الکتریکی کره ۵۰ درصد بیشتر از بار الکتریکی مکعب

باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی مکعب است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌های

مکعب چشم‌پوشی کنید.)

$$\frac{3}{\pi} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\pi} \quad (۲)$$

$$\pi \quad (۱)$$



شیمی دوازدهم: شیمی (۳): صفحه‌های ۱ تا ۱۶

۹۱- با توجه به نام مواد داده شده، کدام گزینه درست است؟

(اتیلن گلیکول - نمک خوراکی - بنزین - اوره - روغن زیتون - وازلین)

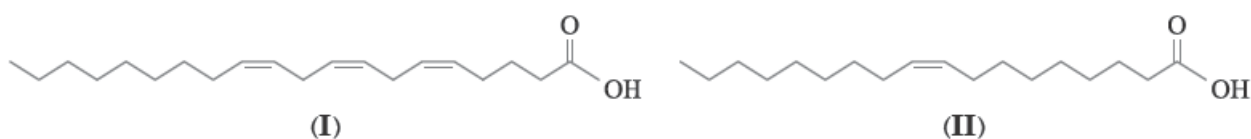
(۱) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی ماده‌ای که به عنوان ضدیخ کاربرد دارد، نصف شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول بنزین است.

(۲) دو ماده، همانند مولکول‌های سازنده عسل، با برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب، در آن حل می‌شوند.

(۳) شمار مواد محلول در هگزان، $1/5$ برابر شمار مواد محلول در آب است.

(۴) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار مولکول نیتروژن دار، برابر با ۲ است.

۹۲- با توجه به شکل‌های داده شده که ساختار دو اسید چرب را نشان می‌دهند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



(الف) ترکیب (II)، اسید چرب سازنده چربی کوهان شتر ($C_{57}H_{110}O_6$) است.

(ب) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی این دو اسید چرب یکسان است.

(پ) از سوختن کامل هر مول از ترکیب (I)، در مجموع ۳۶ مول فراورده تولید می‌شود.

(ت) در ساختار ترکیب (II)، ۵۵ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

۹۳- اگر جرم مولی یک استر سنگین سه‌عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده ۷۶۴ گرم بر مول باشد، فرمول صابون جامد حاصل از این استر سنگین کدام است؟ (اسیدهای چرب یکسانی در ساختار استر وجود دارد؛ $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

$C_{15}H_{31}COONa$ (۴) $C_{14}H_{29}COONa$ (۳) $C_{13}H_{27}COONa$ (۲) $C_{12}H_{25}COONa$ (۱)

۹۴- با توجه به شکل‌های داده شده که رفتار محلول‌ها و کلونیدها را در برابر نور نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



(A)



(B)

• شکل A را می‌توان به مخلوط آب، صابون و روغن نسبت داد.

• مخلوط B، مخلوطی همگن و متشکل از یون‌ها یا مولکول‌هاست.

• رفتار سوسپانسیون‌ها در برابر نور، مانند مخلوط A است.

• هر دو مخلوط پایدارند و ذره‌های موجود در مخلوط A درشت‌تر از

مخلوط B است.

(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) یک

محل انجام محاسبات



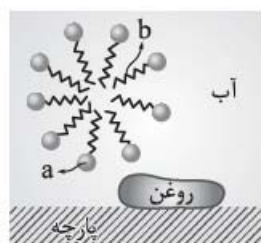
۹۵- شمار کل اتم‌ها در فرمول یک صابون مایع که دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده است و در آن عنصر فلزی وجود ندارد، از دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن آن، ۱۳ واحد کم‌تر است. جرم $\frac{3}{100}$ مول از این صابون چند گرم است؟ ($K = 39, Na = 23, O = 16, N = 14, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

۷۵/۶ (۴)

۷۱/۴ (۳)

۶۹/۳ (۲)

۶۵/۱ (۱)



۹۶- با توجه به شکل مقابل که به مرحله اول پاک‌شدن لکه روغن از پارچه به کمک صابون مربوط است، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- بخش ناقطبی صابون است که با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کند.
- a آنیون CO_3^{2-} است که باعث پخش شدن روغن در آب می‌شود.
- با کم‌تر شدن شمار اتم‌های کربن بخش b ، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.
- بخش a با آب، جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌کند.

چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

۹۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند و با افزایش استفاده از آن‌ها، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.
- با حل شدن سدیم هیدروکسید جامد در آب، غلظت یون هیدرونیوم در آب افزایش می‌یابد.
- ظرف‌های چرب آغشته به خاکستر، در حضور آب گرم آسان‌تر تمیز می‌شوند.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول رسوب حاصل از واکنش یک صابون جامد با منیزیم کلرید، دو برابر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول صابون اولیه است.

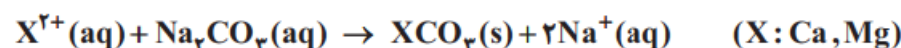
یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

۹۸- یکی از روش‌های از بین بردن سختی آب و رسوب‌دادن یون‌های کلسیم و منیزیم، اضافه کردن سدیم کربنات به شوینده‌هاست:



در یک فرایند شست‌وشو، ۵۰ گرم صابون به ۴ لیتر آب که حاوی $1/92$ گرم یون منیزیم و $2/8$ گرم یون کلسیم است، اضافه می‌شود. با فرض انجام شدن کامل واکنش یون‌های کلسیم و منیزیم با سدیم کربنات، چند درصد جرمی صابون باید سدیم کربنات باشد تا صابون به طور کامل در این آب کف کند و قدرت پاک‌کنندگی آن کاهش نیابد؟

($Ca = 40, Mg = 24, Na = 23, O = 16, C = 12: g.mol^{-1}$)

۶۳/۶ (۴)

۳۱/۸ (۳)

۱۵/۹ (۲)

۷/۹۵ (۱)

محل انجام محاسبات



۹۹- با توجه به جدول زیر که مربوط به بررسی قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب شهری در شرایط مختلف است، نوع پارچه در آزمایش (۲) با کدام آزمایش یکسان است و اگر در آزمایش (۱) به جای آب شهری از آب دریا استفاده شود، درصد لکه باقی مانده کدام عدد می‌تواند باشد؟

شماره آزمایش	نوع صابون	نوع پارچه	دما (°C)	درصد لکه باقی مانده
۱	بدون آنزیم	نخی	۳۰	
۲	صابون آنزیم‌دار		۳۰	۱۰
۳	صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵

(۱) آزمایش ۱، ۵ (۲) آزمایش ۳، ۳۰ (۳) آزمایش ۱، ۳۰ (۴) آزمایش ۳، ۵

۱۰۰- کدام گزینه درباره یک پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار با ۲۵ اتم هیدروژن درست است؟ (گروه R در فرمول عمومی این پاک‌کننده را گروه آلکیل در نظر بگیرید.) ($S = 32, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

(۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در ساختار این پاک‌کننده برابر ۴ است.

(۲) نسبت به صابون جامد هم‌کربن با آن، قدرت پاک‌کنندگی بیشتر و افزودنی شیمیایی کم‌تری دارد.

(۳) تفاوت جرم مولی آن و صابون جامدی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و دارای ۲۵ اتم هیدروژن، برابر ۹۶ گرم است.

(۴) در بخش آنیونی آن، ۴۲ پیوند اشتراکی یگانه (ساده) بین اتم‌ها وجود دارد.

۱۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) رنگ کاغذ pH در حضور صابون، سرکه سفید و جوهرنمک به ترتیب آبی، قرمز و قرمز است.

(۲) از صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.

(۳) برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی گوگردار اضافه می‌شود.

(۴) رسوب تولیدشده در لوله‌ها و آب‌راه‌ها را نمی‌توان با پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدود.

۱۰۲- اگر معادله واکنش نوعی پاک‌کننده که مخلوطی از سدیم هیدروکسید و آلومینیم است، با آب به صورت زیر باشد، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟ ($Al = 27 g.mol^{-1}$)



• اگر در مخلوط اولیه ۴ / ۵ گرم فلز آلومینیم وجود داشته باشد، با انجام واکنش، ۳ / ۰ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود.

• با انجام این فرایند، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.

• این نوع پاک‌کننده‌ها همانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها و واکنش با آلاینده‌ها عمل می‌کنند.

• فراورده گازی حاصل با ایجاد فشار، قدرت پاک‌کنندگی این مخلوط را افزایش می‌دهد.

(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) یک

محل انجام محاسبات

۱۰۳- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بازها مزه تلخ دارند و در سطح پوست، احساس لیزی ایجاد می کنند.
- برای کاهش pH خاک زمین های کشاورزی، به آن ها آهک اضافه می شود.
- یاخته های دیواره معده، به منظور فعال کردن آنزیم ها و از بین بردن جانداران ذره بینی موجود در غذا، هیدروکلریک اسید ترشح می کنند.

• یافته های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول برخی از اسیدها و بازها، رسانای جریان برق نیستند.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۰۴- با انحلال ۲۱/۶ گرم دی نیتروژن پنتا اکسید در مقدار کافی آب، چند مول یون تولید می شود و مقدار یون هیدرونیوم موجود در این محلول را از انحلال چند لیتر گاز هیدروژن کلرید در مقدار کافی آب در شرایط STP، می توان به دست آورد؟
($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۸/۹۶، ۰/۸ (۲) ۱۷/۹۲، ۰/۴ (۳) ۱۷/۹۲، ۰/۸ (۴) ۸/۹۶، ۰/۴

۱۰۵- چند مورد از مطالب زیر درباره مدل آرنیوس، درست است؟

- براساس این مدل، HCl در واکنش $NH_3(g) + HCl(g) \rightarrow NH_4Cl(s)$ ، نقش اسید را ایفا می کند.
- طبق این مدل، جامدهای یونی اکسیژن دار، اسید به شمار می آیند.
- این مدل باعث شد تا شیمی دان ها افزون بر ویژگی های اسیدها و بازها، با واکنش های آن ها نیز آشنا شوند.
- این مدل، کم تر بودن غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی حاوی CO_2 نسبت به محلول آبی Rb_2O را توجیه نمی کند.

(۱) چهار (۲) دو (۳) سه (۴) صفر

داوطلب گرامی، برای پاسخگویی به سؤال های ۱۰۶ تا ۱۲۰ از بین سؤال های زوج درس شروع از دهم و زوج درس شروع از یازدهم، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه های درست زوج درس ها یکسان نیست.

زوج درس شروع از دهم: شیمی (۱): صفحه های ۱ تا ۴۴

۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر سیاره های زمین و مشتری، به گروه ۱۶ جدول دوره ای تعلق دارند.
- در روند پیدایش عنصرها در جهان، لیتیم پیش از آهن و پس از پیدایش هلیوم پدید آمده است.
- انرژی گرمایی و نور خیره کننده خورشید، به دلیل تبدیل هلیوم به هیدروژن در واکنش های هسته ای است.
- سحابی ها با افزایش دما و تراکم گازهای هیدروژن و هلیوم تشکیل شده پس از مهیابنگ، ایجاد شده اند.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

محل انجام محاسبات



۱۰۷- چه تعداد از موارد زیر برای ایزوتوپ‌های یک عنصر، یکسان است؟

- شمار الکترون‌های ظرفیت
- چگالی
- میزان بار یون پایدار
- موقعیت در جدول دوره‌ای
- درصد فراوانی در طبیعت
- شمار نوترون‌ها
- (۱) پنج
- (۲) چهار
- (۳) سه
- (۴) دو

M	${}_Z A^{2+}$	X^{-}	اتم یا یون ویژگی
۴۵	۴۰	۳۵	مجموع شمار ذره‌های زیراتمی درون هسته
b	a	a-۲	تفاوت شمار ذره‌های زیراتمی خنثی با الکترون

۱۰۸- با توجه به داده‌های جدول مقابل،

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اتم X به گروه ۱۷ و دوره سوم جدول تناوبی تعلق دارد و دارای ۱۱ الکترون با $I = 1$ است.

(۲) اگر M نخستین عنصر دسته d جدول تناوبی باشد، مقدار b در یون M^{3+} برابر ۳a است.

(۳) عنصر A در جدول تناوبی، با عنصری با عدد اتمی ۳۵ هم‌دوره است و همه لایه‌های الکترونی در اتم آن از الکترون پر شده است.

(۴) شمار ذره‌های زیراتمی خنثی در اتم عنصر X، دو واحد کم‌تر از شمار این ذره‌ها در یون A^{2+} است.

۱۰۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) تکنسیم (${}^{99}_{43}\text{Tc}$) عنصری ساختگی و پرتوزاست و در آن نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها بیش از ۱/۵ می‌باشد.
- (۲) ۲۶ درصد عناصر جدول تناوبی ساختگی‌اند و در مولدهای هسته‌ای تولید می‌شوند.
- (۳) در تشخیص سلول‌های سرطانی توسط گلوکز نشان‌دار، گلوکز معمولی و نشان‌دار در توده‌های سرطانی تجمع می‌کنند.
- (۴) یک کیلوگرم مخلوط طبیعی اورانیم، به تقریب دارای ۷۰ گرم ایزوتوپ ${}^{235}\text{U}$ است.

۱۱۰- با توجه به ترازوی مقابل، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) هر کفه ترازو، به تقریب جرمی معادل با جرم یک اتم آهن (${}^{56}_{26}\text{Fe}$) را نشان می‌دهد.

(۲) جرم هر وزنه نشان داده‌شده در کفه سمت چپ ترازو، معادل با جرم یک اتم ${}^7_3\text{X}$ است.

(۳) جرم پروتون در مقیاس amu، به تقریب ۱/۰ برابر جرم هر یک از وزنه‌های نشان داده شده در شکل است.

(۴) سه اتم نشان داده شده در کفه سمت راست ترازو، در مجموع ۲۸ نوترون در هسته خود دارند.

محل انجام محاسبات

۱۱۱- در یک نمونه از اتم‌های کلسیم، دو ایزوتوپ $^{40}_{20}\text{Ca}$ و $^{42}_{20}\text{Ca}$ وجود دارد. اگر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر در این نمونه برابر ۹۵ درصد باشد، نسبت جرم الکترون‌ها در یون Ca^{2+} به جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر کلسیم، به تقریب کدام است؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها برابر جرم اتمی آن‌ها و جرم اتمی میانگین کلسیم، $40/2 \text{ amu}$ فرض شود.)

(۱) $\frac{1}{3000}$ (۲) $\frac{1}{2000}$ (۳) $\frac{1}{5000}$ (۴) $\frac{1}{6000}$

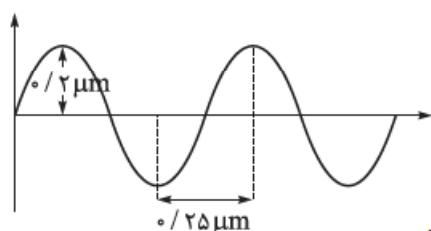
۱۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) در یک نمونه طبیعی از عنصرهای هیدروژن و منیزیم، به ترتیب دو و سه نوع ایزوتوپ پایدار وجود دارد.
 (۲) با کاهش انرژی نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، این پرتوها به هم نزدیک‌تر می‌شوند.
 (۳) عنصر لیتیم به دسته S جدول دوره‌ای تعلق دارد و در طیف نشری خطی آن در گستره مرئی، ۴ خط وجود دارد.
 (۴) در بین ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم، بیشترین فراوانی متعلق به ایزوتویی با کم‌ترین شمار نوترون است.

۱۱۳- جسمی به جرم ۷۰ گرم از فلزهای نقره و مس ساخته شده است. اگر مجموع شمار اتم‌ها در این جسم برابر $4 / 515 \times 10^{23}$ باشد، شمار مول‌های فلز مس و جرم نقره در آن، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\text{Ag} = 108, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $54,0 / 25$ (۲) $16,0 / 25$ (۳) $54,0 / 5$ (۴) $16,0 / 5$

۱۱۴- با توجه به شکل زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (هر میکرومتر (μm) معادل 10^{-6} متر است.)



- پرتوی مورد نظر در گستره نور مرئی قرار دارد.
- انرژی پرتویی با طول موج 1000 nm از انرژی این پرتو بیشتر است.
- طول موج پرتوهای فرابنفش از این پرتو بلندتر است.
- میزان شکست این پرتو هنگام عبور از منشور، از رنگ سرخ بیشتر است.

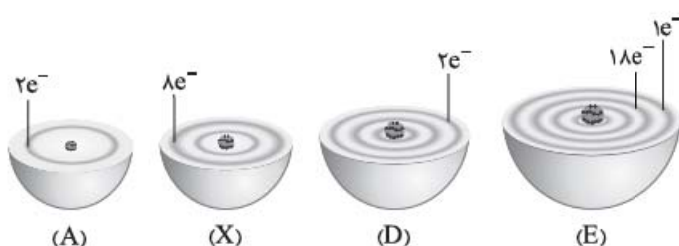
(۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) یک

۱۱۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) در اتم عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی، زیرلایه‌های $4s, 4p, 4d, 4f$ و از الکترون اشغال می‌شوند.
 (ب) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای با $l = 4$ ، با شمار عنصرهای دوره پنجم جدول دوره‌ای برابر است.
 (پ) در دوره چهارم جدول دوره‌ای، ۴ عنصر وجود دارد که در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم خود، یک الکترون دارند.
 (ت) مجموع $n + l$ همه زیرلایه‌های موجود در چهارمین لایه الکترونی اتم، برابر ۲۳ است.

(۱) ب - پ (۲) ب - ت (۳) پ - ت (۴) الف - ب

محل انجام محاسبات



۱۱۶- با توجه به شکل‌های مقابل که هر یک برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• شمار الکترون‌ها با $l = 1$ در اتم E، سه برابر شمار الکترون‌ها با $l = 0$ در اتم X است.

• رنگ شعله عنصر E و ترکیب‌های گوناگون آن، مشابه و آبی‌رنگ است.

• آرایش الکترون - نقطه‌ای دو عنصر A و D یکسان است.

• عنصر D می‌تواند با گوگرد و فسفر، ترکیب‌های یونی با فرمول DS و D_3P_2 تشکیل دهد.

(۲) سه

(۱) چهار

(۴) یک

(۳) دو

۱۱۷- یک مکعب آهنی توپر به ضلع ۳ cm، از اتم‌های $^{56}_{26}Fe$ و $^{59}_{26}Fe$ تشکیل شده است. اگر اتم‌های موجود در این مکعب در مجموع دارای ۲۵ / ۲۹ مول الکترون ظرفیتی باشند، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر آهن در این مکعب به تقریب کدام است؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها را برابر جرم مولی آن‌ها و چگالی آهن را $7 / 8 \text{ g.cm}^{-3}$ در نظر بگیرید.)

(۱) ۴۴

(۲) ۵۳ / ۳

(۳) ۶۵ / ۵

(۴) ۷۰

۱۱۸- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) عدد اتمی عنصری از دسته P دوره چهارم جدول تناوبی که در آرایش الکترون - نقطه‌ای آن ۵ الکترون وجود دارد، برابر ۳۳ است.

(۲) عنصری هم‌دوره با E و با آرایش الکترون - نقطه‌ای $\ddot{X}:$ ، دارای ۱۱ الکترون با $l = 1$ است.

(۳) آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصری که در بیرونی‌ترین زیرلایه آن ۴ الکترون وجود دارد، به صورت $\ddot{A}:$ است.

(۴) عنصری از دوره دوم که آرایش الکترون - نقطه‌ای آن به صورت $\ddot{M}:$ است، در طبیعت به صورت یون M^{3+} در ترکیب‌های گوناگون یافت می‌شود.

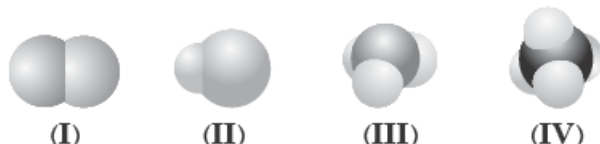
محل انجام محاسبات

۱۱۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در واکنش تشکیل لیتیم کلرید از عنصرهای سازنده، هر اتم لیتیم با از دست دادن یک الکترون به آرایش هشت تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.
- اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتمی بیشتر از ۴ باشد، آن اتم تمایل دارد که با به دست آوردن الکترون، به آنیون تبدیل شود.
- در بین ترکیب‌های $(\text{MgO}, \text{K}_3\text{P}, \text{HCl}, \text{Na}_2\text{S}, \text{CaCl}_2)$ ، ۴ ترکیب یونی دوتایی وجود دارد.
- فرمول شیمیایی سولفید فلز M^{+} که شمار ذرات زیراتمی درون هسته آن با هم برابر است، به صورت M_2S است.
- شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ۵ / ۰ مول پتاسیم برمید، نصف شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ۲ / ۰ مول آلومینیم اکسید است.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۲۰- با توجه به شکل‌های داده‌شده که مدل فضاپرکن چند مولکول را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) اگر مولکول (I) گازی زردرنگ باشد که خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد، در ساختار آن، چهار الکترون اشتراکی وجود دارد.

- ب) شکل (II) می‌تواند مربوط به مدل فضاپرکن ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی باشد.
- پ) شکل (IV) می‌تواند مولکول متان با ۴ پیوند اشتراکی باشد که در آن، همه اتم‌ها از قاعده هشت تایی پیروی می‌کنند.
- ت) مدل فضاپرکن ترکیب هیدروژن‌دار اتمی که دارای ۳ الکترون با $I = 1$ است، می‌تواند شبیه شکل (III) باشد.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) پ - ت (۴) ب - ت

زوج درس شروع از یازدهم: شیمی (۲): صفحه‌های ۱ تا ۴۸

۱۰۶- اگر یون X^{2+} دارای ۴۸ الکترون باشد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) جزء عنصرهای اصلی دسته p است و در اثر ضربه خرد نمی‌شود.
- ب) عنصرهای هم‌گروه X در جدول تناوبی، فلز یا شبه‌فلزند.
- پ) هالوژن هم‌دوره X، در دمای 200°C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.
- ت) ۴۰ درصد از الکترون‌های اتم X، دارای $I = 1$ هستند.

(۱) الف - ت (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) الف - پ

محل انجام محاسبات



۱۰۷- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- تفاوت شعاع اتمی عنصرهای $_{11}\text{Na}$ و $_{12}\text{Mg}$ ، از تفاوت شعاع اتمی عنصرهای $_{16}\text{S}$ و $_{17}\text{Cl}$ بیشتر است.
- در عنصرهای $_{9}\text{F}$ ، $_{11}\text{Na}$ ، $_{12}\text{Mg}$ و $_{17}\text{Cl}$ ، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.
- مقایسه « $_{12}\text{Mg} >_{37}\text{Rb} >_{38}\text{Sr}$ » را می‌توان به شعاع اتمی و خصلت فلزی این عناصر نسبت داد.
- در میان عنصرهای $_{8}\text{O}$ ، $_{9}\text{F}$ و $_{16}\text{S}$ ، بیشترین شعاع اتمی و $_{9}\text{F}$ ، بیشترین خصلت نافلزی را دارد.

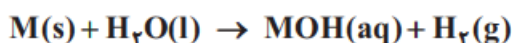
(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

(۴) صفر

۱۰۸- $1/15$ گرم از یک فلز قلیایی (M) مطابق معادله زیر، به طور کامل با آب واکنش می‌دهد. اگر پس از انجام واکنش، 560 میلی‌لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید شود، کدام مطلب درست است؟ (معادله واکنش موازنه شود).



$$(\text{Li} = 7, \text{Na} = 23, \text{K} = 39, \text{Rb} = 85 : \text{g.mol}^{-1})$$

- (۱) در اتم M، شمار الکترون‌ها با $l = 1$ ، پنج واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها با $l = 0$ است.
- (۲) MOH ترکیبی بازی است که در واکنش با اسیدهای چرب، صابون جامد پدید می‌آورد.
- (۳) عنصر M در دوره‌ای از جدول تناوبی قرار دارد که دارای ۵ عنصر با نماد تک‌حرفی است.
- (۴) کاتیون M^+ دارای آرایش الکترونی یکسان با یون نافلزی است که در دما و فشار اتاق به حالت مایع وجود دارد.

۱۰۹- کدام گزینه درباره عنصر M که در دوره چهارم و گروه ۱۱ جدول دوره‌ای قرار دارد، درست است؟

- (۱) در طبیعت فقط به صورت ترکیب با دیگر عناصر وجود دارد.
- (۲) تفاوت عدد اتمی آن با عنصر هم‌گروه خود در دوره ششم، برابر ۳۶ است.
- (۳) اکسید آن با فرمول M_2O به طور طبیعی با فلز آهن واکنش نمی‌دهد.
- (۴) نخستین عنصری از جدول است که لایه سوم آن به طور کامل از الکترون پر می‌شود.

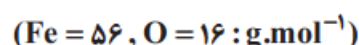
محل انجام محاسبات

۱۱۰- با توجه به معادله واکنش زیر، کدام گزینه نادرست است؟ ($r_F \text{Fe} = ۵۶, \text{Cl} = ۳۵/۵, \text{O} = ۱۶, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) اگر $n = ۳$ باشد، شمار الکترون‌ها با $l = ۲$ در کاتیون فلز واسطه موجود در این واکنش، با شمار این الکترون‌ها در اتم چهارمین فلز واسطه جدول تناوبی برابر است.
- (۲) اگر در اثر واکنش $۶۳/۵$ گرم FeCl_n با مقدار کافی NaOH ، ۴۵ گرم رسوب تشکیل شود، نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در رسوب تولیدشده برابر $\frac{۱}{۴}$ است.
- (۳) اگر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول شرکت‌کننده در واکنش با مجموع شمار اتم‌های تشکیل‌دهنده رسوب برابر باشد، رنگ رسوب تولیدشده به یقین، قرمز آجری است.
- (۴) اگر حالت فیزیکی ۴۰ درصد یون‌های شرکت‌کننده در واکنش‌دهنده‌ها تغییر کند، یون فلز واسطه شرکت‌کننده در واکنش، در زنگ آهن نیز وجود دارد.

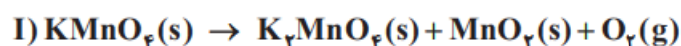
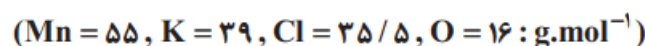
۱۱۱- چند مورد از مطالب زیر درباره نمونه‌ای از آهن (III) اکسید به جرم ۸۰ گرم و با خلوص ۸۰ درصد، درست است؟



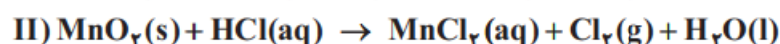
- در این نمونه ۱۶ گرم ناخالصی و ۵۶ گرم یون آهن وجود دارد.
- برای مصرف کامل این نمونه در واکنش ترمیت، به $۸/۰$ مول فلز آلومینیم نیاز است.
- خلوص آهن (III) اکسید در مخلوط حاصل از این نمونه و ۴۰ گرم آهن (II) اکسید ۴۰ درصد خالص، به تقریب برابر $۶۶/۷$ درصد است.
- در واکنش کامل این نمونه با کربن، $۱۳/۴۴$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۱۲- $۷/۹$ گرم پتاسیم پرمنگنات (KMnO_4) با خلوص ۸۰ درصد، در ظرفی وارد شده تا مطابق معادله (I) تجزیه شود. پس از انجام واکنش، جرم جامد باقی‌مانده در ظرف، به تقریب چند درصد جرم جامد اولیه است و اگر MnO_2 تولیدشده در این واکنش، در واکنش (II) به طور کامل مصرف شود، چند میلی‌لیتر گاز کلر با چگالی $۳/۲ \text{ g.L}^{-1}$ ، تولید خواهد شد؟ (بازده واکنش (II) را ۵۰ درصد در نظر بگیرید.)



(معادله واکنش‌ها موازنه شود.)



(۱) $۶۲۵, ۷۲$ (۲) $۵۰۰, ۹۲$ (۳) $۵۰۰, ۷۲$ (۴) $۶۲۵, ۹۲$

محل انجام محاسبات



۱۱۳- در یک فرایند شیمیایی، اتانول حاصل از تخمیر بی‌هوازی ۲۷۰ گرم گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی، به طور کامل سوزانده می‌شود. اگر طی فرایند سوختن کامل اتانول، ۸۹/۱ گرم آب تولید شود. بازده درصدی واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز کدام است؟ (فراورده دیگر واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز، کربن دی‌اکسید است. بازده واکنش سوختن را ۱۰۰ درصد در نظر بگیرید؛ $H = 1, C = 12, O = 16$: g.mol⁻¹)

- (۱) ۴۵
(۲) ۵۵
(۳) ۶۵
(۴) ۷۵

۱۱۴- شکل مقابل برای مقایسه میزان فراریت دو آلکان راست‌زنجیر ارائه شده است. اگر جرم ۳/۰ مول از آلکان (II) برابر ۲۱/۶ گرم باشد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ ($H = 1, C = 12$: g.mol⁻¹)



- (الف) در نام آلکان (I) پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.
(ب) در دمای اتاق، حالت فیزیکی آلکان (II) و آلکان راست‌زنجیری با ۱۳ پیوند اشتراکی متفاوت است.
(پ) قدرت نیروهای بین مولکولی در آلکان (II) بیشتر از آلکان (I) است.
(ت) نقطه جوش آلکان (I) در فشار یک اتمسفر، به یقین بیشتر از ۲۲ °C است.

- (۱) الف - ب
(۲) پ - ت
(۳) الف - پ
(۴) ب - ت

۱۱۵- اگر در ساختار آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن، ۷۵ درصد اتم‌های کربن هر یک به ۳ اتم هیدروژن متصل باشند، مجموع اعداد در نام آیوپاک این آلکان کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

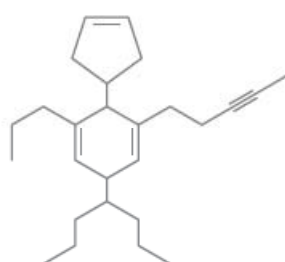
۱۱۶- در سوختن کامل ۲۵/۰ مول از یک آلکان، ۳۵۰ لیتر هوا در شرایط STP مصرف شده است. کدام نام برای این آلکان می‌تواند درست باشد؟ (۲۰ درصد حجم هوا را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.)

- (۱) ۲، ۴، ۴-تری‌متیل پنتان
(۲) ۲، ۲، ۳-تری‌متیل بوتان
(۳) ۴-اتیل - ۲-متیل هگزان
(۴) ۳-اتیل - ۳-متیل پنتان

محل انجام محاسبات

۱۱۷- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) از واکنش ساده‌ترین آلکن با آب در مجاورت سولفوریک اسید، ماده‌ای تولید می‌شود که به عنوان ضد عفونی‌کننده در بیمارستان‌ها کاربرد دارد.
- (۲) بنزن و سیکلو هگزان به ترتیب سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک و سیکلو آلکان‌ها هستند.
- (۳) فرمول شیمیایی یک هیدروکربن زنجیره‌ای با ۱۱ اتم کربن که دارای دو پیوند دوگانه است را می‌توان به صورت C_nH_{2n-2} نشان داد.
- (۴) با جایگزین کردن اتم‌های هیدروژن در ساده‌ترین آلکین با گروه‌های CH_3 ، مولکول ۲- بوتین به دست می‌آید.
- ۱۱۸- با توجه به ساختار مولکول داده شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟ ($O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



- الف) هر مول از آن می‌تواند با ۱۰ گرم گاز هیدروژن به طور کامل واکنش دهد.
- ب) تفاوت جرم مولی آن با نفتالن، برابر با جرم مولی یک آلکین ۱۶ کربنی است.
- پ) در اثر سوزاندن کامل ۸۸ گرم از آن، ۲۶۸ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.
- ت) چهار اتم کربن در این مولکول، فاقد اتم هیدروژن هستند و این مولکول نسبت به آلکان هم کربن خود، ۱۴ اتم هیدروژن کم‌تر دارد.

(۱) الف - ب - ت

(۲) ب - پ

(۳) الف - ت

(۴) الف - ب - ت

- ۱۱۹- در ساختار هیدروکربنی با ۵ اتم کربن، ۱۵ پیوند اشتراکی وجود دارد. چند مورد از مطالب زیر درباره این هیدروکربن به یقین درست است؟ ($Cl = 35.5, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- در ساختار آن، ۱۰ پیوند $C-H$ وجود دارد.
- در شرایط معمولی، ۲/۰ مول از آن، با ۱۴/۲ گرم گاز کلر به طور کامل واکنش می‌دهد.
- شمار مول‌های کربن دی‌اکسید و بخار آب، در سوختن کامل مقدار معینی از آن، با هم برابر است.
- درصد جرمی کربن در آن از درصد جرمی کربن در استیلن کم‌تر است.

(۱) چهار (۲) یک

(۳) دو (۴) سه

محل انجام محاسبات



۱۲۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام، واکنش پذیری زیادی دارند و به عنوان سوخت مصرف می‌شوند.
- در پالایش نفت خام، بنزین و مواد پتروشیمیایی به صورت مایع غلیظ در قسمت پایینی برج تقطیر ته‌نشین می‌شوند.
- در نفت سنگین برخلاف نفت سبک، درصد نفت کوره بیشتر از سایر اجزای سازنده است.
- با عبور گازهای خروجی از نیروگاه‌ها از روی کلسیم اکسید، می‌توان گاز گوگرد دی‌اکسید را به دام انداخت و کارایی زغال‌سنگ را بهبود بخشید.
- نفت سفید که مخلوطی از هیدروکربن‌های مختلف با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است، گران‌روی کم‌تری نسبت به گازوئیل دارد.

(۲) سه

(۱) چهار

(۴) یک

(۳) دو

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۲

دفترچه
پاسخ
آزمون یکم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۱ - ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خلیسبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	محمد رضا حسینی‌فرد - مصطفی دیداری - علیرضا شریف‌خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	نادر حاجی‌زاده - محمد رضا حسینی‌فرد - محمد حسین حشمت‌الواعظین
فیزیک	امین امینی - احسان ایرانی - محسن توانا - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - ایمان سلیمان‌زاده - محمد جواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللهی - حسین عبدوی‌نژاد - روح‌الله علی‌پور - علیرضا علینقی - حمید فدائی‌فرد - محمد قریب - احمد مصلکی - فرزاد نامی - محمد رضا هاشمی
شیمی	فرشید ابراهیمی - مجتبی ابراهیمی - مهدی براتی - محمد علی توسلی‌فر - حسین جوکار - پیمان خواجوی‌مجد - هاله طاهری‌پور - سروش عبادی - علیرضا عبداللهی - یاسر عبداللهی - علی فرزاد تبار

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهریاری - حمید گلزاری	زهره جالینوسی - عادل حسینی - محمد حسین رحیمی - محسن فراهانی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	پیام ابراهیم‌نژاد - حسین اسدزاده - زهره جالینوسی - فرزانه خاکپاش - محمد حسین رحیمی - مسعود شفیعی - محسن فراهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محمد رضا حسینی‌فرد	الما احسانیان - حسین اسدزاده - زهره جالینوسی - محمد حسین رحیمی - مسعود شفیعی - محسن فراهانی
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	امین امینی - علیرضا گونه	علی ایران‌شاهی - هومن باستی - علیرضا عبداللهی - سعید فراهادی	محمد احمدی‌کی - مهدی بابائی - نرجس تیمناک - زهرا دادخواه - امیرجعفر فتحی - محمد رضا فضلی - احسان محمدی - امیر محمودی‌انزلی - امیر محمد یوسفی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	مهدی صالحی‌راد - احسان عزیزآبادی - محمد مرادی - محمد علی مؤمن‌زاده	سید علی حسین‌زاده - یاسر راش - معصومه سعیدی - زهرا غیاثوند - پارسا لطفی - حسین نصراللهی - سالار نیک‌نفس

مدیر آزمون: مهدی هاشمی

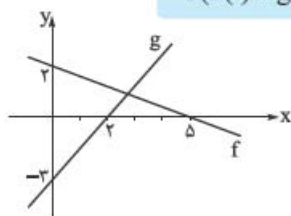
سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانی‌پور

Azmoon.kheilisabz.com

حسابان:

تست و پاسخ ۱

$$f(f(1) + g(1))$$



نمودار توابع f و g مطابق شکل روبه‌رو است. حاصل $(f \circ (f + g))(1)$ کدام است؟

$$\frac{22}{25} \quad (2)$$

$$\frac{49}{25} \quad (4)$$

$$\frac{24}{25} \quad (1)$$

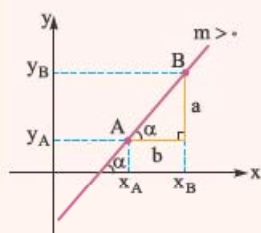
$$\frac{48}{25} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره اعمال روی توابع از مهم‌ترین موضوعاتی است که حتماً از آن‌ها در کنکور سؤال در کنکور می‌آید.

خودت حل کنی بهتره اول معادله خطوط را بنویسید.

درس نامه

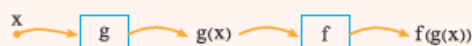


$$\text{شیب خط } AB = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$

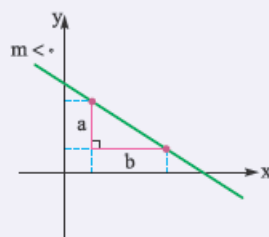
مقدار تابع $f \circ g$ در نقطه x : برای به دست آوردن مقدار تابع $f \circ g$ در نقطه‌ای به طول x ابتدا x وارد تابع g شده و خروجی $g(x)$ به دست می‌آید. دوباره $g(x)$ وارد تابع f شده و خروجی نهایی به دست می‌آید.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

به زبان ریاضی:



نکته اگر شیب خط منفی باشد و مثلثی به صورت مقابل در هر کجای خط درست کنیم، $m = -\frac{a}{b}$ می‌شود.



$$\text{شیب مثبت: } m = \frac{\text{ارتفاع مثلث}}{\text{طول قاعده}} = \frac{a}{b} \quad \text{شیب منفی: } m = -\frac{\text{ارتفاع مثلث}}{\text{طول قاعده}} = -\frac{a}{b}$$

نوشتن معادله خط: برای به دست آوردن معادله خط نیاز به شیب خط (m) و یک نقطه (x_0, y_0) روی آن داریم. در این صورت معادله خط برابر است با $y - y_0 = m(x - x_0)$.

نکته برای نوشتن معادله خطی که از دو نقطه داده شده عبور می‌کند، اول شیب را به دست می‌آوریم و بعد با انتخاب یکی از نقطه‌ها معادله خط را می‌نویسیم.

$$y = mx + b$$

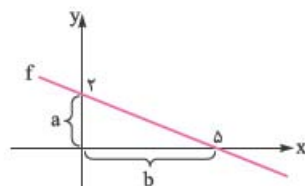
نکته معادله خطی با شیب m و عرض از مبدأ b (محل برخورد با محور y) برابر است با:



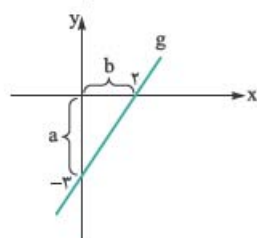
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله خطوط را به دست می آوریم:



$$m = -\frac{a}{b} = -\frac{2}{5} \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}=2} f(x) = -\frac{2}{5}x + 2$$



$$m = \frac{a}{b} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}=-3} g(x) = \frac{3}{2}x - 3$$

$$h(1) = (f+g)(1) = f(1) + g(1) = \left(-\frac{2}{5} + 2\right) + \left(\frac{3}{2} - 3\right) = \frac{1}{10}$$

گام دوم: اگر $h = f + g$ بگیریم، داریم:

$$(f \circ h)(1) = f(h(1)) = f\left(\frac{1}{10}\right) = -\frac{2}{50} + 2 = \frac{49}{25}$$

گام سوم:

تست و پاسخ ۲

هرگاه توابع $f = \{(1, 2), (k, n), (3, 0), (0, 1)\}$ و $g^{-1} = \{(3, 2), (2, 3), (n+1, p)\}$ تعریف شده باشد، به طوری که $(f+g)(2) = 4$ ، مقدار $f \circ g(p)$ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره اگر در حل این سؤال به مشکل برخورد کردید، صرف نظر از تست زنی، تعدادی مسئله با صبر و حوصله حل کنید.

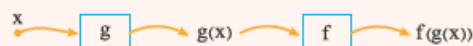
خوبت حل کنی بهتره اول g را به دست آورید و بعد قدم به قدم جلو بروید تا p به دست آید.

درس نامه • مقدار تابع fog در نقطه x

برای به دست آوردن مقدار تابع fog در نقطه x، ابتدا x وارد تابع g شده و خروجی $g(x)$ به دست می آید. دوباره $g(x)$ وارد تابع f شده و خروجی نهایی به دست می آید.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

به زبان ریاضی:



شرط تابع بودن مجموعه زوج های مرتب

مجموعه ای از زوج های مرتب وقتی تابع است که x همه زوج های مرتب متفاوت باشد یا اگر دو زوج مرتب x های یکسان داشتند، باید y آنها نیز یکسان باشد.

$$f(a) = b \Leftrightarrow (a, b) \in f$$

نکته f تابع است:

$$g = \{(2, 3), (3, 2), (p, n+1)\}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با جابه جایی طول و عرض نقاط g^{-1} ، تابع g به دست می آید:

$$(f+g)(2) = 4 \Rightarrow f(2) + \underbrace{g(2)}_3 = 4 \Rightarrow f(2) = 1$$

گام دوم:

گام سوم: با توجه به زوج مرتب های f، فقط وقتی که $(k, n) = (2, 1)$ باشد، $f(2) = 1$ می تواند باشد؛ پس $k = 2$ و $n = 1$.

گام چهارم: اگر در تابع g^{-1} ، $n = 1$ قرار دهیم، دو زوج مرتب $(2, 3)$ و $(2, p)$ به وجود می آید که چون g^{-1} تابع است، $p = 3$ باید باشد.

$$(f \circ g)(p) = f(g(p)) = f(n+1) = f(2) = 1$$

گام پنجم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳

هرگاه $f(x) = \left\lfloor \sqrt{\frac{x}{3}} + 1 \right\rfloor$ در بازه $(\alpha, 24)$ تابعی ثابت باشد، بیشترین مقدار $f(\frac{\alpha}{3})$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

به ازای تمام نقاط بازه، مقدار تابع یک عدد ثابت می‌شود.

۲ (۲)

۴ (۱)

۵ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره روی ویژگی‌های قدر مطلق و جزء صحیح کار کنید. ردپای آن‌ها در بسیاری از سؤال‌های کنکور دیده می‌شود.

خودت حل کنی بهتره $f(24)$ را به دست آورید و بعد ببینید بازه تا کجا می‌تواند ادامه پیدا کند.

درس نامه •• تابع ثابت

تابعی که به ازای همه نقاط دامنه (ورودی)، خروجی آن عدد ثابت (k) باشد؛ به زبان دیگر برد تابع تک‌عضوی باشد. ویژگی‌های جزء صحیح: اگر n عددی صحیح باشد:

$$1) \quad n \leq x < n+1 \Leftrightarrow [x] = n$$

$$2) \quad 0 \leq x - [x] < 1$$

$$3) \quad [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$



پاسخ تشریحی گام اول: دقت کنید نمودار تابع $y = \sqrt{\frac{x}{3}} + 1$ شبیه مقابل است؛ پس با افزایش x مقدار

y و مقدار $\left\lfloor \sqrt{\frac{x}{3}} + 1 \right\rfloor$ نیز افزایش می‌یابد.

$$f(24) = \left\lfloor \sqrt{8} + 1 \right\rfloor = \left\lfloor \sqrt{9} \right\rfloor = 3$$

گام دوم:

گام سوم: x را تا جایی می‌توانیم زیاد کنیم که $\sqrt{\frac{x}{3}} + 1 < 4$ تا جزء صحیح آن ۳ باقی مانده و در نتیجه تابع در بازه داده شده ثابت باشد؛ اما

$$\frac{x}{3} + 1 < 16 \Rightarrow x < 45 \Rightarrow \max(\alpha) = 45$$

با توان دو رساندن داریم:

$$\max(f(\frac{\alpha}{3})) = f(15) = \left\lfloor \sqrt{5} + 1 \right\rfloor = \left\lfloor \sqrt{6} \right\rfloor = 2$$

گام چهارم:

$$\downarrow \\ 2 < \sqrt{6} < 3$$

تست و پاسخ ۴

اگر توابع $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, -1), (4, 0)\}$ و $g(x) = x + \frac{2}{x-2}$ داده شده باشد، جمع اعضای برد تابع $y = \frac{f}{g}$ کدام است؟

$\frac{f}{g}$ مؤلفه‌های دوم تابع

۷ (۲)

 $-\frac{11}{5}$ (۱) $\frac{9}{5}$ (۴)

-۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در تعیین تابع $\frac{f}{g}$ به ریشه‌های مخرج (مفرهای g) توجه کنید. حواستان باشد آن‌ها را از دامنه خارج کنید.

خودت حل کنی بهتره دامنه $\frac{f}{g}$ را به دست آورید و خروجی‌ها را محاسبه کنید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه به دست آوردن تابع $\frac{f}{g}$

وقتی قرار است یک ورودی به تابع $\frac{f}{g}$ وارد شود، این ورودی باید بتواند وارد هر دو تابع f و g شود؛ پس ورودی‌ها حتماً باید عضو اشتراک دامنه‌های f و g باشند. فرض کنید a ورودی تابع $\frac{f}{g}$ باشد، برای خروجی کافی است $\frac{f(a)}{g(a)}$ را محاسبه کنیم؛ یعنی خروجی f را بر خروجی g تقسیم کنیم. این مقدار وقتی تعریف شده است که $g(a) \neq 0$ ؛ پس اگر a ورودی‌ای باشد که $g(a) = 0$ شود، a نیز نمی‌تواند وارد تابع $\frac{f}{g}$ شود؛ پس:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \underbrace{\{x \mid g(x) = 0\}}_{\text{ریشه‌های } g}$$

فرض کنید $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, -1)\}$ و $g = \{(1, 5), (2, 0)\}$ را بسازیم. اول از همه، دامنه مشترک (x های مشترک) را در نظر می‌گیریم و به ازای هر کدام مقدار تابع‌ها (خروجی یا y ها) را تقسیم می‌کنیم؛ یعنی:

$$\frac{f}{g} = \{(1, \frac{2}{5}), (2, \frac{0}{0})\} = \{(1, \frac{2}{5})\}$$

$\frac{f(1)}{g(1)} = \frac{2}{5}$ $\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{0}{0}$ غیر قابل قبول

پاسخ تشریحی گام اول: $D_{\frac{f}{g}} = \{1, 2, 3, 4\}$ ؛ پس در تابع $\frac{f}{g}$ ورودی‌ها حداکثر همین اعداد می‌توانند باشند. از طرفی اگر به ازای این ورودی‌ها مخرج صفر شود، قابل قبول نخواهند بود.

گام دوم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(1) = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{2}{1 + \frac{2}{-1}} = -2 \quad \left(\frac{f}{g}\right)(2) = \frac{f(2)}{g(2)} = \frac{3}{2 + \frac{2}{0}} = \text{تعریف نشده}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(3) = \frac{f(3)}{g(3)} = \frac{-1}{3 + \frac{2}{1}} = -\frac{1}{5} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(4) = \frac{f(4)}{g(4)} = \frac{0}{4 + \frac{2}{2}} = 0$$

$$R_{\frac{f}{g}} = \{-2, -\frac{1}{5}, 0\} \Rightarrow \text{مجموع} = -2 - \frac{1}{5} + 0 = -\frac{11}{5}$$

گام سوم:

تست و پاسخ

اگر دامنه تعریف $f(x) = \log_2(ax - b)$ بازه $(-\infty, \frac{1}{2})$ باشد، دامنه تعریف $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(bx + a)$ کدام است؟

- (1) $(-\infty, -2)$ (2) $(-\infty, 2)$ (3) $(-2, +\infty)$ (4) $(2, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از نمودار تابع‌های نمایی و لگاریتمی، ویژگی‌ها و دامنه آن‌ها معمولاً حداقل دو سؤال در کنکور می‌آید. با توجه به حجم نسبتاً کم این موضوعات و تعداد سؤال زیاد آن‌ها، حتماً روی این بخش حساب ویژه‌ای باز کنید.

خوبت حل کنی بهتره شرط دامنه $\log$ را بنویسید و ارتباط a و b را به دست آورید.

درس نامه (۱) برای تعیین دامنه توابع $y = \log_B A$ ، باید سه شرط $\begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \\ B \neq 1 \end{cases}$ را بررسی (حل) کرده و بین جواب‌ها اشتراک بگیریم.

(۲) تعیین علامت عبارت درجه اول $ax + b$:

ریشه را به دست می‌آوریم:

x	$-\frac{b}{a}$
$ax + b$	 a مخالف a موافق

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۳) تعیین علامت عبارت درجه دوم $p(x) = ax^2 + bx + c$: معادله $ax^2 + bx + c = 0$ را حل می‌کنیم:

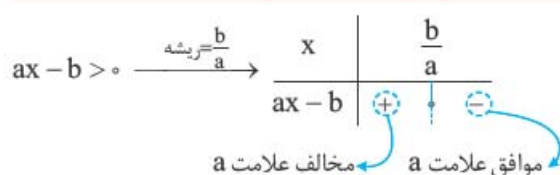
حالت اول: معادله دو ریشه داشته باشد. ($\Delta > 0$)
حالت دوم: معادله یک ریشه مضاعف داشته باشد. ($\Delta = 0$)

x	x
p(x)	a موافق a موافق

x	x_1	x_2
p(x)	a موافق	a مخالف

x	
p(x)	a همواره موافق

حالت سوم: معادله ریشه نداشته باشد. ($\Delta < 0$)



پاسخ تشریحی گام اول: برای تعیین دامنه لگاریتم داریم:

گام دوم: با توجه به دامنه $(-\infty, \frac{1}{4})$ ، ضرب a باید منفی باشد تا علامت قبل از ریشه (که مخالف a است) مثبت شود. همچنین $\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$ پس $a = 2b$ و $a < 0$.

$$bx + a > 0 \xrightarrow{a=2b} bx + 2b > 0 \Rightarrow b(x + 2) > 0$$

دقت کنید a منفی است، پس b هم باید منفی باشد؛ پس با تقسیم بر b جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$x + 2 < 0 \Rightarrow x < -2$$

تست و پاسخ ۶

با فرض $f(x) = 3x - 2$ ، اگر $R_f = [-5, 10]$ ، دامنه تعریف تابع $y = f \circ f$ کدام است؟

(۴) $[\frac{1}{3}, 2]$

(۳) $[-1, -\frac{1}{3}]$

(۲) $[-1, 4]$

(۱) $[-1, 2]$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در سوال‌هایی که جواب معادله (نامعادله) یا دامنه تعریف در گزینه‌ها داده شده، نیم‌نگاهی به عددگذاری هم داشته باشید.

خودت حل کنی بهتره دامنه f را به دست آورده و از تعریف $D_{f \circ f}$ کمک بگیرید.

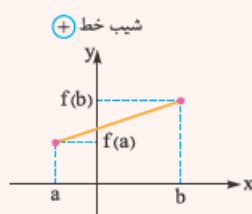
درس‌نامه •• تعیین دامنه تابع مرکب fog

(۱) D_f و D_g را به دست می‌آوریم.

(۲) تعریف $D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$ را می‌نویسیم و D_f و D_g را جای‌گذاری می‌کنیم.

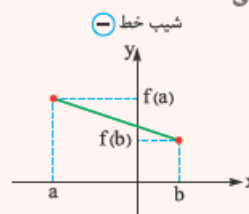
(۳) شرط II را حل کرده و جواب آن را با شرط I اشتراک می‌گیریم.

تعیین برد تابع‌های خطی



$$D_f = [a, b]$$

$$R_f = [f(a), f(b)]$$



$$D_f = [a, b]$$

$$R_f = [f(b), f(a)]$$

(به زبان دیگر، برای تعیین برد ابتدا و انتهای دامنه را قرار می‌دهیم.)

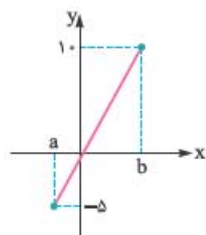


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی

روش اول: گام اول: ابتدا دامنه تابع را پیدا می کنیم (دقت کنید که شیب خط مثبت است):



$$f(a) = -5 \Rightarrow 3a - 2 = -5 \Rightarrow a = -1$$

$$f(b) = 10 \Rightarrow 3b - 2 = 10 \Rightarrow b = 4$$

پس $D_f = [-1, 4]$

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$$

گام دوم: از تعریف $D_{f \circ f}$ داریم:

$$= \underbrace{\{-1 \leq x \leq 4\}}_{\text{I}} \cap \underbrace{\{-1 \leq 3x - 2 \leq 4\}}_{\text{II}} = [-1, 4] \cap \left[\frac{1}{3}, 2\right] = \left[\frac{1}{3}, 2\right]$$

$$-1 \leq 3x - 2 \leq 4 \xrightarrow{+2} 1 \leq 3x \leq 6 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} \leq x \leq 2$$

دقت کنید برای حل شرط II داریم:

روش دوم: عددی انتخاب می کنیم که در برخی از گزینه ها باشد و در برخی دیگر نباشد.

$$x = 0 \Rightarrow f(f(0)) = f(-2) = -8 \notin R_f \Rightarrow x = 0 \text{ قبول نیست.}$$

پس گزینه هایی که $x = 0$ را دارند (1 و 2) رد می شوند.

$$x = 2 \Rightarrow f(f(2)) = f(4) = 10 \in R_f \Rightarrow x = 2 \text{ قبول هست.}$$

پس 3 که $x = 2$ را ندارد نیز نادرست است.

تست و پاسخ 7

تابع $f(x) = (2-a)x^2 - 4ax + 1$ با دامنه $(-2, 2)$ تابعی یک به یک است. حدود a کدام است؟

$$a \geq 1 \quad (2)$$

$$0 < a < 1 \quad (4)$$

$$-2 < a < 0 \quad (1)$$

$$0 < a < 2 \quad (3)$$

نمودار f طوری باشد که هر خط افقی آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

پاسخ: گزینه 2

مشاوره تابع درجه دوم و ویژگی های آن خیلی خوب با بقیه مطالب ترکیب می شوند. به عنوان یک مطلب پایه ای روی نمودار سهمی، روابط ریشه ها و ... کار کنید.

خودت حل کنی بهتره رأس سهمی چه شرطی داشته باشد تا تابع یک به یک بشود؟

درس نامه 1. تابع یک به یک

تابع f یک به یک است، هرگاه هر x به یک y منحصر به فرد نظیر شود؛ به زبان دیگر هر خط افقی نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نکته ممکن است تابعی یک به یک نباشد (مثل سهمی با دامنه $\mathbb{R}$)، اما با محدود کردن دامنه یک به یک شود.

نکته در سهمی های $y = ax^2 + bx + c$ اگر دامنه تابع را به $[x_S, +\infty)$ یا $(-\infty, x_S]$ محدود کنیم، تابع یک به یک می شود.

$$(x_S = -\frac{b}{2a})$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ۲. معادلات و نامعادلات قدر مطلق

$$|\text{cloud}| = a \xrightarrow{a > 0} \text{cloud} = \pm a$$

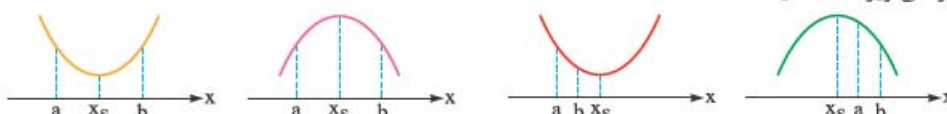
$$|\text{cloud}| = |a| \Rightarrow \text{cloud} = \pm a$$

$$|\text{cloud}| \leq a \xrightarrow{a > 0} -a \leq \text{cloud} \leq a$$

$$|\text{cloud}| \geq a \xrightarrow{a > 0} \text{cloud} \geq a \quad \text{یا} \quad \text{cloud} \leq -a$$

پاسخ تشریحی گام اول: اگر $a = 2$ باشد، تابع به صورت $f(x) = -8x + 1$ درمی آید که یک خط با شیب منفی بوده و در کل $\mathbb{R}$ یک به یک است؛ پس $a = 2$ قبول است (همین جا معلوم می شود که ۲ درست است).

گام دوم: به نمودارهای زیر دقت کنید.



اگر بازه (a, b) شامل طول رأس سهمی باشد، تابع در آن بازه یک به یک نیست؛ اما اگر بازه (a, b) جلوتر یا عقبتر از x_s باشد، تابع در آن بازه یک به یک است. به عبارت دیگر، اگر بازه (a, b) شامل x_s نباشد، تابع در آن بازه یک به یک است.

گام سوم: اگر $a \neq 2$ باشد، نمودار تابع درجه دوم به صورت سهمی بوده و $x_s = -\frac{-4a}{2(2-a)} = \frac{2a}{2-a}$ پس $\frac{2a}{2-a}$ نباید متعلق به بازه $(-2, 2)$ باشد؛ پس:

گام چهارم: نامساوی های به دست آمده را می توانیم به صورت $2 \leq \left| \frac{2a}{2-a} \right|$ بنویسیم که در یک مرحله آن را حل کنیم.

$$\frac{2}{2-a} \leq \frac{|a|}{2-a} \Rightarrow |2-a| \leq |a| \xrightarrow{\text{توان ۲}} a^2 - 4a + 4 \leq a^2 \Rightarrow 1 \leq a$$

گام پنجم:

گام ششم: جواب $a \leq 1$ شامل $a = 2$ نیز هست؛ پس جواب همان $a \leq 1$ به دست می آید.

تست و پاسخ ۸

جواب های معادله $f(x) = f^{-1}(x)$

نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+10}{x-1}$ نمودار وارون خودش را در نقاط A و B قطع می کند. اندازه پاره خط AB کدام است؟

۴) $7\sqrt{2}$

۳) ۷

۲) $5\sqrt{2}$

۱) ۶

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تابع وارون شامل به دست آوردن ضابطه، دامنه و برد آن، حتما در کنکور مطرح می شود. از ترکیب این سوال با سایر موضوعات سوال های دشواری می تواند مطرح شود.

خودت حل کنی بهتره ضابطه تابع وارون را به دست آورده و دو تابع را مساوی قرار دهید.

درس نامه ۳. برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون، مراحل زیر را طی می کنیم:

۱) به جای $f(x)$ قرار می دهیم y .

۲) x را در یک طرف تساوی تنها می کنیم. (x بر حسب y)

۳) جای y و x را عوض می کنیم.

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \text{ هموگرافیک}$$

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (۱)$$

۲) با طرفین وسطین داریم:

$$cxy + dy = ax + b \Rightarrow cxy - ax = -dy + b$$

$$\Rightarrow x(cy - a) = -dy + b \Rightarrow x = \frac{-dy + b}{cy - a}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$y = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

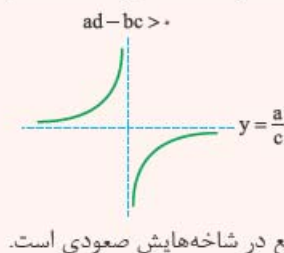
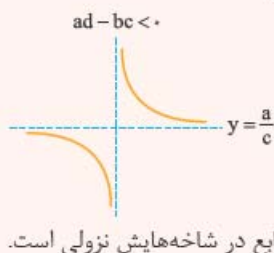
۳ جای x و y را عوض می‌کنیم:

(به زبان فارسی جای d و a را عوض کرده و آن‌ها را قرینه می‌کنیم، ولی کاری به b و c نداریم.)

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

بررسی نمودار تابع‌های هموگرافیک $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$ و $ad - bc \neq 0$)

نمودار تابع هموگرافیک دو حالت ممکن است داشته باشد، اول $ad - bc$ را حساب می‌کنیم.

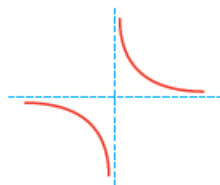


نکات به دست آوردن محل برخورد تابع f و تابع وارون f^{-1}

۱ اگر f اکیداً صعودی باشد، f و f^{-1} یکدیگر را روی خط $y = x$ قطع می‌کنند؛ پس به جای محاسبه تابع وارون و حل معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ ، معادله $f(x) = x$ را حل می‌کنیم.

۲ اگر f اکیداً صعودی نباشد، اول $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم و بعد معادله $f(x) = f^{-1}(x)$ را حل می‌کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: $ad - bc = 2 \times (-1) - 10 = -12$ ، پس نمودار تابع f به صورت مقابل است:



گام دوم: چون f اکیداً صعودی نیست، پس f^{-1} را به دست می‌آوریم. طبق نکته:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

جابه‌جا و قرینه

$$f(x) = f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{2x+1}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow 2x^2 + 6x - 20 = x^2 + 9x - 10$$

گام سوم:

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \begin{cases} x=5 \Rightarrow y=5 \\ x=-2 \Rightarrow y=-2 \end{cases}$$

گام چهارم: نقاط برخورد $A(5,5)$ و $B(-2,-2)$ است؛ پس:

$$AB = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (5 - (-2))^2} = \sqrt{49 + 49} = \sqrt{2 \times 49} = 7\sqrt{2}$$

تست و پاسخ ۹

اگر نمودار تابع $f(x) = ax^2 + b$ ، نمودار وارون خودش را در نقطه $A(1, -2)$ قطع کند، مقدار $f^{-1}(40)$ کدام است؟

خروجی تابع وارون f به ازای $x = 40$

(۱) -۳ (۲) $\sqrt{-25}$ (۳) -۵ (۴) $\sqrt[3]{9}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حواستان باشد در بیشتر سؤال‌های تابع وارون کنکور، نباید درگیر محاسبه تابع وارون بشوید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره اگر نقطه‌ای روی تابع وارون پذیر f باشد، با جابه‌جایی طول و عرض آن، نقطه به دست آمده روی تابع وارون است.

به زبان ریاضی:

$$\underbrace{(a, b) \in f}_{f(a)=b} \Leftrightarrow \underbrace{(b, a) \in f^{-1}}_{f^{-1}(b)=a}$$

نکته مهم فرض کنید تابع f داده شده است. برای محاسبه $f^{-1}(a)$ نیازی به به دست آوردن ضابطه f^{-1} نیست، بلکه کافی است تابع f را برابر a قرار دهیم؛ چون طول نقطه روی f^{-1} تبدیل به عرض نقطه روی f می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه $(1, -2)$ روی نمودار تابع f است؛ پس:

$$f(1) = -2 \Rightarrow a + b = -2$$

گام دوم: نقطه $(1, -2)$ روی تابع f^{-1} نیز هست (f و f^{-1} در این نقطه برخورد کرده‌اند)؛ پس نقطه $(-2, 1)$ روی تابع f است و داریم:

$$f(-2) = 1 \Rightarrow -8a + b = 1$$

گام سوم:

$$\begin{cases} a + b = -2 \\ -8a + b = 1 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -a - b = 2 \\ -8a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = 2 \\ -9a = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \xrightarrow{\text{جای‌گذاری}} -\frac{1}{3} + b = -2 \Rightarrow b = -\frac{5}{3}$$

گام چهارم: طبق نکته برای محاسبه $f^{-1}(40)$ ، تابع f را برابر 40 قرار می‌دهیم؛ یعنی $f(x) = 40$.

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{3} = 40 \xrightarrow{\times(-3)} x^3 + 5 = -120 \Rightarrow x^3 = -125 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-125} = -5 \Rightarrow f^{-1}(40) = -5$$

تست و پاسخ ۱۰

در ضابطه f^{-1} باید $-\frac{1}{x}$ قرار گیرد.

اگر $f(x) = \frac{1}{3}(x + \sqrt{x^2 + 9})$ ، تابع $y = f^{-1}(-\frac{1}{x})$ با کدام تابع مساوی است؟

$y = f^{-1}(x)$ (۴)

$y = -f^{-1}(x)$ (۳)

$y = -f^{-1}(-x)$ (۲)

$y = f^{-1}(\frac{1}{x})$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره محاسبه تابع وارون تیپ‌های مختلفی دارد (کسری، رادیکالی، درجه دوم و ...). در همه آن‌ها باید x را تنها کنید.

خودت حل کنی بهتره $f(x) = y$ قرار دهید. دو طرف را در ۳ ضرب و x را به طرف دیگر ببرید. حالا نوبت توان دو است و بقیه ماجرا.

درس نامه •• ارتباط دامنه و برد دو تابع f و f^{-1}

(۱) دامنه تابع f برابر با برد تابع f^{-1} است، یعنی $D_f = R_{f^{-1}}$ ؛ پس ورودی‌های f همان خروجی‌های تابع f^{-1} هستند.

(۲) برد تابع f برابر با دامنه f^{-1} است، یعنی $R_f = D_{f^{-1}}$ ؛ پس تابع f^{-1} مقادیری را می‌پذیرد که عضو برد f باشند. اگر با جای‌گذاری عددی در تابع f ، خروجی به دست آید، این خروجی حتماً باید بتواند وارد f^{-1} بشود؛ در غیر این صورت آن تابع داده‌شده (گزینه داده‌شده) نمی‌تواند f^{-1} باشد.

پاسخ تشریحی گام اول: تابع وارون f را محاسبه می‌کنیم:

$$y = \frac{1}{3}(x + \sqrt{x^2 + 9}) \Rightarrow 3y - x = \sqrt{x^2 + 9} \Rightarrow (3y - x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 9y^2 + x^2 - 6xy = x^2 + 9 \Rightarrow x = \frac{9 - 9y^2}{-6y} = \frac{9}{6} \times \frac{y^2 - 1}{y} = \frac{3}{2} \times \frac{y^2 - 1}{y}$$

پس ضابطه تابع وارون $f^{-1}(x) = \frac{3}{2} \times \frac{x^2 - 1}{x}$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$f^{-1}\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{\frac{1}{x^2} - 1}{-\frac{1}{x}} = \frac{3}{2} \times \frac{1 - x^2}{-\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{3}{2} \times \frac{x^2 - 1}{x} = f^{-1}(x)$$

$$-f^{-1}(-x) = \frac{-3}{2} \times \frac{x^2 - 1}{-x} = \frac{3}{2} \times \frac{x^2 - 1}{x} = f^{-1}(x)$$

گام دوم: $f^{-1}\left(\frac{-1}{x}\right)$ را تشکیل می‌دهیم:

گام سوم: با دقت در گزینه‌ها داریم:

$$f^{-1}\left(-\frac{1}{x}\right) = -f^{-1}(-x)$$

حواستون باشه چون $\sqrt{x^2 + 9} > x$ ، پس همواره $f(x) > 0$ ؛ به زبان دیگر $R_f = (0, +\infty)$. از طرفی $D_{f^{-1}} = R_f = (0, +\infty)$ ، پس ورودی‌های f^{-1} باید مثبت باشند:

$$-\frac{1}{x} > 0 \Rightarrow x < 0$$

اگر $x < 0$ ، $\frac{1}{x}$ منفی بوده و نمی‌تواند وارد f^{-1} بشوند؛ پس ① و ③ و ④ نادرست هستند.

تست و پاسخ ۱۱

چه کارهایی روی نمودار $y = |x - 1|$ انجام دهیم تا به نمودار $y = |x| - 1$ برسیم؟

نمودار تابع $y = |x - 1|$ با کدام تبدیلات بر نمودار تابع $y = |x| - 1$ منطبق می‌گردد؟

② انتقال به راست و پایین

④ انتقال به چپ و پایین

① انتقال به چپ و بالا

③ انتقال به راست و بالا

پاسخ: گزینه ④

مشاوره یک برگه بردارید و تمام نمودارهای مهم (درجه اول، درجه دوم، درجه سوم، قدر مطلق، براکتی، مثلثاتی، لگاریتمی، نمایی و ...) را تمیز و مرتب رسم کنید. این برگه را جلوی چشمتان نصب کنید.

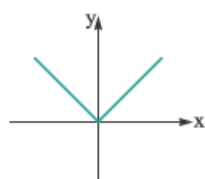
خودت حل کنی بهتره نمودار دو تابع را رسم کنید.

درس نامه •• انتقال افقی و عمودی توابع

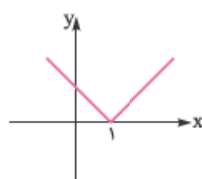
تابع $f(x)$ را داریم. ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$	به جای x قرار دهیم $x + k$	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم:

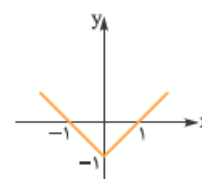


$$f(x) = |x|$$



$$f(x-1) = |x-1|$$

(نمودار f یک واحد به راست)
(الف)



$$f(x)-1 = |x|-1$$

(نمودار f یک واحد به پایین)
(ب)

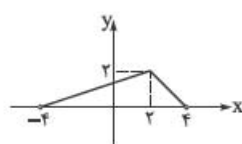
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: برای این که از نمودار «الف» به نمودار «ب» برسیم، کافی است نمودار «الف» را ابتدا یک واحد به چپ و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.

تست و پاسخ ۱۲

اگر نمودار $y = f(x)$ مطابق شکل باشد، نمودار $y = f(x - 2)$ و $y = f(4 - x)$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می کنند؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

خوبت حل کنی بهتره برای رسم نمودار $y = f(4 - x)$ ، اول $y = f(x + 4)$ و بعد $y = f(-x + 4)$ را رسم کنید.

درس نامه •• انعکاس نسبت به محور x ها و y ها و مبدأ مختصات

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می شود.

رسم تابع $f(-x + k)$ با شرط $(k > 0)$ یا $y = f(k - x)$

(۱) نمودار f را k واحد به چپ می بریم (به زبان دیگر $f(x + k)$ را رسم می کنیم).

(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ به دست می آید).

رسم تابع $y = f(-x - k)$ $(k > 0)$

(۱) نمودار f را k واحد به راست می بریم (در واقع تابع $y = f(x - k)$ را رسم می کنیم).

(۲) نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می کنیم تا تابع $f(-x - k)$ به دست آید).

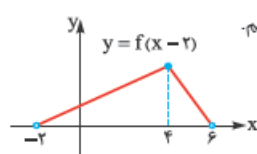
تذکره برای رسم هر دو تابع بالا، اول انتقالی افقی انجام می گیرد و بعد قرینه سازی نسبت به محور y ها.

نکته تابع $y = f(k - x)$ را به صورت یک مرحله ای از روی نمودار f نیز می توانیم رسم کنیم. برای این کار کافی است نمودار f را نسبت

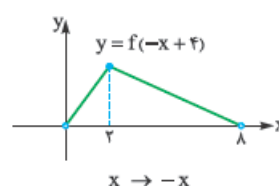
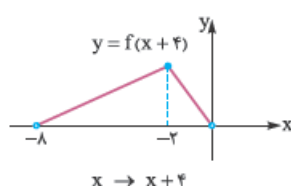
به خط $x = \frac{k}{2}$ قرینه کنیم؛ مثلاً برای رسم تابع $y = f(2 - x)$ ، کافی است نمودار f را نسبت به خط $x = \frac{2}{2} = 1$ قرینه کنیم.

پاسخ تشریحی

گام اول: برای رسم نمودار تابع $y = f(x - 2)$ ، کافی است نمودار f را دو واحد به راست ببریم.



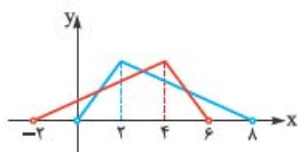
گام دوم: برای رسم نمودار تابع $y = f(4 - x)$ ، ابتدا نمودار f را ۴ واحد به چپ ($x \rightarrow x + 4$) برده و سپس نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می کنیم ($x \rightarrow -x$).





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام سوم: دو نمودار را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:
پس در ۳ نقطه یکدیگر را قطع می‌کنند.



حواستون باشه با توجه به نکته برای رسم $y = f(4-x)$ (به یک باره از روی f)، کافی است نمودار f را نسبت به خط $x = 2$ قرینه کنیم.

تست و پاسخ ۱۳

نمودار تابع $f(x) = 4 - \sqrt{2-x}$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده و سپس ۴ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا به تابع $g(x)$ برسیم. دامنهٔ تعریف تابع $(fog)(x)$ کدام است؟

(۴) $[-6, 30]$

(۳) $[2, 38]$

(۲) $[-8, 24]$

(۱) $[4, 39]$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تیپ سؤال در سال‌های اخیر بارها و بارها در کنکور مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره ببینید در اثر انجام کارهایی که گفته، چه کاری باید روی تابع انجام دهید.

درس نامه •• انتقال افقی و عمودی توابع

تابع $f(x)$ را داریم. ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$	به جای x قرار دهیم $x + k$	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

انعکاس نسبت به محور x ها و y ها و مبدأ مختصات

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

بررسی دامنهٔ تابع مرکب fog از روی ضابطه‌ها

ضابطهٔ تابع مرکب fog به صورت $f(g(x))$ تعریف می‌شود. دقت کنید که:

(۱) ابتدا وارد تابع g می‌شود؛ پس $x \in D_g$ باید باشد تا تابع g آن را بپذیرد.

(۲) x وارد g شده و خروجی $g(x)$ می‌دهد. $g(x)$ باید عضو D_f باشد تا بتواند وارد تابع f شود.

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

I
II

پس دامنهٔ تابع fog به صورت مقابل تعریف می‌شود:

برای محاسبهٔ D_{fog} به ترتیب مراحل زیر را طی می‌کنیم:

(۱) D_g و D_f را محاسبه می‌کنیم.

(۲) تعریف را می‌نویسیم.

(۳) شرط II را بررسی (حل) کرده و بین مجموعه جواب آن با I اشتراک می‌گیریم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: طبق درس نامه، ضابطه قرینه f نسبت به مبدأ برابر $-f(-x)$ است؛ پس:

$$-f(-x) = -(4 - \sqrt{2+x}) = \sqrt{2+x} - 4$$

$$g(x) = \sqrt{2+(x+4)} - 4 = \sqrt{x+6} - 4 \quad \text{پس: قرار دهیم نمودار چهار واحد به چپ می‌رود؛ پس:}$$

$$D_f: 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2, \quad D_g: x+6 \geq 0 \Rightarrow x \geq -6 \quad \text{گام سوم:}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq -6 \mid \sqrt{x+6} - 4 \leq 2\}$$

①

$$\sqrt{x+6} \leq 6 \Rightarrow x+6 \leq 36 \Rightarrow x \leq 30 \quad \text{②}$$

با اشتراک بین ① و ② دامنه $f \circ g$ به صورت $D_{f \circ g} = [-6, 30]$ است.

تست و پاسخ ۱۴

یعنی مختصات A در تابع صدق می‌کند.

از نقطه $A(\alpha, 3)$ روی نمودار تابع $y = 2 - 3f(\frac{x}{3})$ ، به کمک برخی عملیات روی نمودار به نقطه $A'(\beta, 3)$ روی نمودار تابع $y = 1 + 2f^{-1}(3x)$ رسیده‌ایم. مقدار $\alpha - 9\beta$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره هیچ وقت از شلوغی سؤال نترسید. در بسیاری از مواقع، مسئله ساده می‌شود.

خودت حل کنی بهتره نقاط را جای گذاری کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: نقطه $A(\alpha, 3)$ روی تابع $y = 2 - 3f(\frac{x}{3})$ است؛ پس اگر $x = \alpha$ قرار دهیم، حاصل ۳ می‌شود.

$$2 - 3f(\frac{\alpha}{3}) = 3 \Rightarrow f(\frac{\alpha}{3}) = -\frac{1}{3} \Rightarrow (\frac{\alpha}{3}, -\frac{1}{3}) \in f$$

$$1 + 2f^{-1}(3\beta) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3\beta) = 1 \Rightarrow f(1) = 3\beta$$

گام دوم: شبیه بالا نقطه A' روی تابع دوم است؛ پس:

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{3} = 1 \Rightarrow \alpha = 3 \\ 3\beta = -\frac{1}{3} \Rightarrow \beta = -\frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \alpha - 9\beta = 3 + 1 = 4$$

بنابراین $(1, 3\beta) \in f$ باید همان نقطه اول باشد:

تست و پاسخ ۱۵

خوب است تابع جدید را $g(x)$ بگیریم.

نمودار تابع $f(x) = \sqrt{6-2x}$ را نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس k واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. اگر نمودار نهایی، نمودار تابع وارون f را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، k کدام است؟

$$f^{-1}(2) = g(2) \quad \text{می‌شود.}$$

۴ (۴)

۴ / ۵ (۳)

۳ (۲)

۳ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تیپ بسیار مهم کنکور سراسری. تبدیل نمودار به نمودار دیگر!

خودت حل کنی بهتره کارهایی که گفته را روی ضابطه f پیاده کنید. دقت کنید در پایان نیازی به محاسبه f^{-1} نیست.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه: انتقال افقی و عمودی توابع

تابع $f(x)$ را داریم. ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$	به جای x قرار دهیم $x + k$	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

انعکاس نسبت به محور x ها و y ها و مبدأ مختصات

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

رسم تابع $f(-x + k)$ با شرط ($k > 0$) یا $y = f(k - x)$

(۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x + k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ به دست می‌آید).

رسم تابع $y = f(-x - k)$ ($k > 0$)

(۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y = f(x - k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x - k)$ به دست آید).

نکته مهم فرض کنید تابع f داده شده است. برای محاسبه $f^{-1}(a)$ نیازی به به دست آوردن f^{-1} نیست، بلکه کافی است تابع f را برابر a قرار دهیم؛ چون طول نقطه روی f^{-1} تبدیل به عرض نقطه روی f می‌شود.

$$y_1 = \sqrt{6 + 2x}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با تبدیل x به $-x$ نمودار نسبت به محور y ها قرینه می‌شود:

$$g(x) = \sqrt{6 + 2(x - k)}$$

گام دوم: با تبدیل x به $x - k$ نمودار k واحد به راست می‌رود. ($k > 0$)

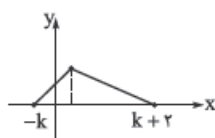
گام سوم: نمودار $g(x)$ نمودار $f^{-1}(x)$ را در $x = 2$ قطع می‌کند، پس طول نقطه برخورد در f^{-1} است یا عرض نقطه برخورد در f برابر ۲

است؛ پس $2 = \sqrt{6 + 2x}$ ، در نتیجه $x = 1$ ؛ پس $f^{-1}(2) = 1$.

$$g(2) = f^{-1}(2) \Rightarrow \sqrt{6 + 2(2 - k)} = 1 \Rightarrow \sqrt{10 - 2k} = 1 \Rightarrow 10 - 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{9}{2} = 4.5$$

تست و پاسخ ۱۶

نمودار تابع f مطابق شکل زیر است. قرینه نمودار f نسبت به خط $x = \frac{3}{4}$ از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. حداکثر k کدام است؟



$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره کتاب خیلی به تبدیل نمودارها توجه کرده است. شما هم همین کار را بکنید.

خوبت حل کنی بهتره برای رسم قرینه f نسبت به خط $x = \frac{3}{4}$ ، کافی است $f(3 - x)$ را رسم کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

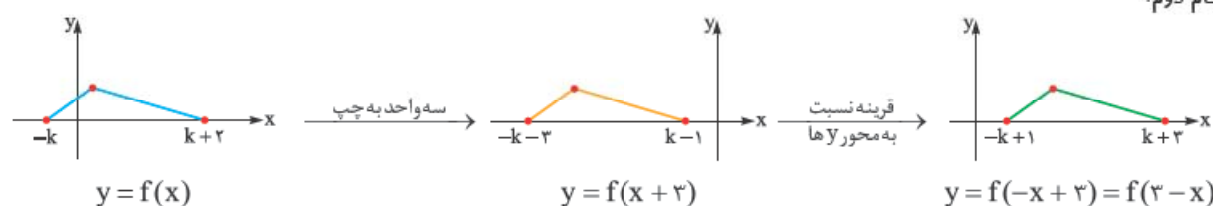
انعکاس نسبت به محور x ها و y ها

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

رسم تابع $f(-x+k)$ با شرط $(k > 0)$ یا $y = f(k-x)$ (۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x+k)$ را رسم می‌کنیم).(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x+k)$ یا $f(k-x)$ به دست می‌آید).رسم تابع $y = f(-x-k)$ $(k > 0)$ (۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y = f(x-k)$ را رسم می‌کنیم).(۲) نمودار f را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x-k)$ به دست آید).گام اول: برای رسم قرینه نمودار f نسبت به خط $x = \frac{3}{2}$ ، کافی است نمودار $y = f(3-x)$ را رسم کنیم.

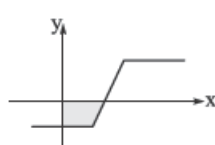
پاسخ تشریحی

گام دوم:

گام سوم: برای این که نمودار از ربع دوم عبور نکند، باید $-k+1 \leq 0$ باشد؛ پس $k \leq 1$ و حداکثر مقدار k برابر یک است.

حواستون باشه وقتی نمودار را ۳ واحد به چپ می‌بریم ممکن است به صورت در بیاید ولی تأثیری در حل مسئله و ادامه آن ندارد.

تست و پاسخ ۱۷

نمودار تابع $f(x) = |x-5| - |x+1|$ را سه واحد به راست و k واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا به نموداری مطابق شکل برسیم. به ازای کدام

یعنی مجموع دو قاعده ضربدر ارتفاع تقسیم بر ۲

مقدار k ، مساحت ناحیه رنگی برای ۵ است؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره روی نمودارهای قدر مطلق (به خصوص گلدانی و سرسره‌ای) کار کنید.

خودت حل کنی بهتره نمودار تابع f را رسم کرده و آن را ۳ واحد به راست و k واحد بالا ببرید. مختصات نقاط مهم را به دست آورید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه • بررسی نمودار تابع $y = |x - a| - |x - b|$ (تابع سرسره‌ای)

(۱) ریشه‌های داخل قدرمطلق را به دست می‌آوریم (a, b) و آن‌ها را در تابع قرار می‌دهیم.

نقاط شکستگی تابع

x	x_1	a	b	x_2
$f(x)$				

(۲) برای رسم بهتر، یک نقطه بعد و یک نقطه قبل از ریشه‌ها را در تابع قرار می‌دهیم.

نمودار تابع به دو صورت ممکن است دربیاید (در هر دو حالت نقاط شکستگی تابع ریشه‌های داخل قدرمطلق است):



اگر $a > b$ باشد، نمودار حالت نزولی دارد.



اگر $a < b$ باشد، نمودار حالت صعودی دارد.

نکته در هر دو حالت برد تابع برابر $R_f = [-|b - a|, |b - a|]$ است (بین اختلاف ریشه‌های داخل قدرمطلق و قرینه‌اش).

نکته اگر $a < b$ باشد تابع در بازه $[a, b]$ (بین دو ریشه) اکیداً صعودی و اگر $a > b$ باشد تابع در بازه $[a, b]$ اکیداً نزولی است.

نکته محل برخورد تابع با محور x ها (صفرتابع) $x = \frac{a+b}{2}$ (میانگین ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها) است.

حل معادله $|x - a| - |x - b| = k$ به روش هندسی

با توجه به نمودار تابع سرسره‌ای و خط افقی $y = k$ ، جواب‌های معادله به صورت زیر می‌شود:

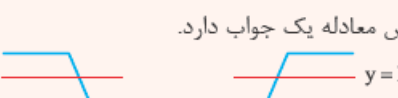


(۱) اگر k عددی خارج برد تابع باشد، یعنی $k < -|b - a|$ یا $k > |b - a|$ ؛ نمودار دو

تابع همدیگر را قطع نکرده و معادله جواب ندارد.

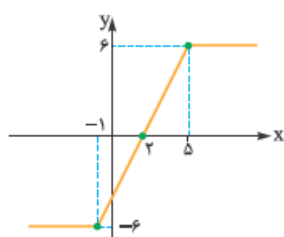


(۲) اگر $k = -|b - a|$ یا $k = |b - a|$ باشد، معادله بی‌شمار جواب دارد.



(۳) اگر $-|b - a| < k < |b - a|$ باشد، دو نمودار یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند؛ پس معادله یک جواب دارد.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار تابع سرسره‌ای $f(x) = |x + 1| - |x - 5|$ را رسم می‌کنیم:



ریشه‌های داخل قدرمطلق و یک نقطه بعد و قبل از آن‌ها را در تابع قرار می‌دهیم:

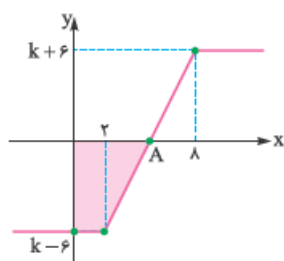
x	-2	-1	2	5	6
y	-6	-6	0	6	6

نقاط را به هم وصل می‌کنیم (دقت دارید که $x = \frac{-1+5}{2}$ همان صفر تابع است).

گام دوم: نمودار را سه واحد به راست و k واحد به بالا انتقال می‌دهیم؛ پس کافی است به جای x ، عبارت

$x - 3$ قرار داده و k واحد به y اضافه کنیم. ضابطه تابع جدید برابر است با:

$$y = |x - 2| - |x - 8| + k$$



گام سوم:

$$y_A = 0 \Rightarrow |x - 2| - |x - 8| = -k \xrightarrow{2 < x_A < 8} x - 2 + (x - 8) = -k \Rightarrow 2x = 10 - k \Rightarrow x_A = \frac{10 - k}{2}$$

داخل قدرمطلق اول مثبت و داخل دومی منفی است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: مساحت ناحیه رنگی را به دست می آوریم:

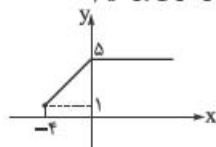
$$S_{\text{دورزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(2 + \frac{10-k}{2}) \times (6-k)}{2} = 5 \Rightarrow \frac{(14-k)(6-k)}{4} = 5 \Rightarrow (14-k)(6-k) = 20$$

جست و جواز گزینه ها $\rightarrow k = 4$

حواستون باشه طول نمی تواند منفی باشد؛ چون $6-k$ منفی بود در محاسبه طول ارتفاع دورزنقه، آن را $6-k$ نوشتیم که مثبت باشد.

تست و پاسخ ۱۸

نمودار تابع f مطابق شکل است. قرینه نمودار f نسبت به محور y را 6 واحد به سمت پایین انتقال می دهیم تا به نمودار g برسیم. مساحت ناحیه محدود به نمودار $f+g$ و محور x ها چه قدر است؟



۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۲۴ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال خیلی خوبی است. دقیقاً مشابه یکی از تمرین های کتاب درسی، برای سنجش میزان تسلط شما بر کتاب!

خودت حل کنی بهتره سعی کنید با قراردادن چند نقطه، تابع مجموع را رسم کنید.

درس نامه •• بررسی تابع مجموع $f+g$ به صورت زوج های مرتب

فرض کنید f و g به صورت زوج های مرتب داده شده باشند:

$$f = \{(1, 3), (0, 5), (-1, 2)\}$$

$$g = \{(0, -1), (4, 1), (1, 7)\}$$

می خواهیم تابع $f+g$ را بسازیم. اول از همه به D_f و D_g دقت می کنیم: $D_f = \{1, 0, -1\}$ و $D_g = \{0, 4, 1\}$. دامنه تابع $f+g$ همان اشتراک دامنه هاست؛ پس $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{0, 1\}$.

$$f+g = \{(1, \text{cloud}), (0, \text{cloud})\}$$

پس $f+g$ به صورت مقابل می شود:

برای به دست آوردن عرض نقاط، کافی است y ها را جمع کنیم؛ یعنی:

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 3 + 7 = 10, \quad (f+g)(0) = f(0) + g(0) = 5 + (-1) = 4$$

$$f+g = \{(1, 10), (0, 4)\}$$

پس تابع $f+g$ به صورت مقابل به دست می آید:

به زبان دیگر در x های مشترک، y ها را جمع می کنیم (تابع تفاضل و ضرب هم شبیه همین است).

بررسی تابع $f+g$ به صورت ضابطه ای

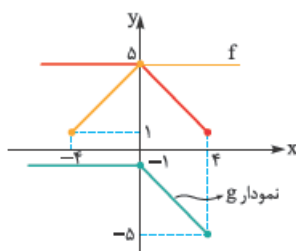
(۱) اشتراک دامنه های f و g را به دست می آوریم. تابع $f+g$ در این دامنه تعریف می شود.

(۲) ضابطه تابع $(f+g)$ به صورت $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ تعریف می شود؛ یعنی کافی است $f(x)$ را با $g(x)$ (همان عرض نقاط به ازای x های ورودی مشترک) جمع کنیم.

نکته مهم مجموع دو تابع خطی، خطی می شود؛ پس اگر f و g دو تابع خطی باشند، برای رسم تابع $f+g$ کافی است دو نقطه از این

تابع را پیدا کرده و به هم وصل کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار g را رسم می کنیم:





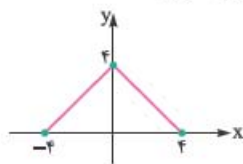
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: نمودار $f + g$ را رسم می‌کنیم؛ اول باید اشتراک دامنه‌ها را پیدا کنیم:

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [-4, +\infty) \cap (-\infty, 4] = [-4, 4]$$

نمودار f و g در $x > 0$ و $x < 0$ خطی هستند؛ پس نمودار $f + g$ هم در این دو قسمت خطی می‌شود. با نقطه‌یابی داریم:



$$(f + g)(-4) = f(-4) + g(-4) = 1 + (-1) = 0 \Rightarrow (-4, 0)$$

$$(f + g)(0) = f(0) + g(0) = 1 + (-1) = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

$$(f + g)(4) = f(4) + g(4) = 1 + (-1) = 0 \Rightarrow (4, 0)$$

$$S = \frac{1 \times 4}{2} = 2$$

گام سوم:

تست و پاسخ ۱۹

نمودار $f(x) = \sqrt{k - 2x}$ را نسبت به محور عرض‌ها بازتاب کرده و سپس ۶ واحد به چپ انتقال می‌دهیم. شکل حاصل و نمودار f همواره نسبت به کدام خط قرینه یکدیگرند؟

قرینه f را نسبت به محور y رسم کنیم.

$$x = -\frac{9}{2} \quad (4)$$

$$x = -3 \quad (3)$$

$$x = -6 \quad (2)$$

$$x = -4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خوب حل کنی بهتره با تبدیل x به $-x$ ، نمودار تابع نسبت به محور y قرینه می‌شود.

درس نامه •• انتقال افقی و عمودی توابع

تابع $f(x)$ را داریم. ($k > 0$):

عملیات	به جای x قرار دهیم $x - k$	به جای x قرار دهیم $x + k$	کل تابع را با k جمع کنیم.	کل تابع را منهای k کنیم.
ضابطه	$y = f(x - k)$	$y = f(x + k)$	$y = f(x) + k$	$y = f(x) - k$
نمودار	نمودار f را k واحد به راست می‌بریم.	نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم.	نمودار f را k واحد بالا می‌بریم.	نمودار f را k واحد پایین می‌بریم.

انعکاس نسبت به محور x و y ها

عملیات	(۱) قراردادن $-x$ به جای x در تابع	(۲) کل تابع قرینه شود.	انجام هر دو عملیات (۱) و (۲)
ضابطه	$f(-x)$	$-f(x)$	$-f(-x)$
نمودار	نمودار f نسبت به محور y قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به محور x قرینه می‌شود.	نمودار f نسبت به مبدأ قرینه می‌شود.

رسم تابع $f(-x + k)$ با شرط ($k > 0$) یا $y = f(k - x)$

(۱) نمودار f را k واحد به چپ می‌بریم (به زبان دیگر $f(x + k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار به دست آمده را نسبت به محور y قرینه می‌کنیم (اگر به جای x قرار دهیم $-x$ ، تابع $f(-x + k)$ یا $f(k - x)$ به دست می‌آید).

رسم تابع $y = f(-x - k)$ ($k > 0$)

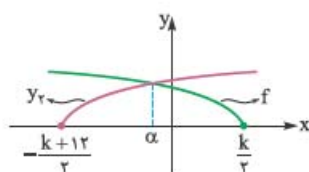
(۱) نمودار f را k واحد به راست می‌بریم (در واقع تابع $y = f(x - k)$ را رسم می‌کنیم).

(۲) نمودار f را نسبت به محور y قرینه می‌کنیم (در واقع x را به $-x$ تبدیل می‌کنیم تا تابع $f(-x - k)$ به دست آید).

پاسخ تشریحی گام اول:

$$f(x) = \sqrt{k - 2x} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y]{x \rightarrow -x} y_1 = \sqrt{k + 2x} \xrightarrow[\text{۶ واحد به چپ } x \rightarrow x+6]{x \rightarrow x+6} y_2 = \sqrt{k + 2(x+6)} = \sqrt{2x + k + 12}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با توجه به صفر تابع و ضریب x ، نمودارهای دو تابع شبیه شکل مقابل هستند:

گام سوم: با توجه به شکل دو نمودار نسبت به خط $x = \alpha$ قرینه هستند. α وسط دو عدد $\frac{k}{2}$ و $-\frac{k+12}{2}$ است.

$$\alpha = \frac{\frac{k}{2} + (-\frac{k+12}{2})}{2} = \frac{-12}{4} = -3$$

حواستون باشه با توجه به حدود k دو نمودار ممکن است به صورت x مسئله فرقی نمی‌کند. بالأخره $x = \alpha$ وسط صفرهای دو تابع است.

تست و پاسخ ۲۰

دامنه و برد تابع $y = f(x)$ به ترتیب برابر $[-2, 3]$ و $[-3, 1]$ است. به ازای کدام مقادیر a اشتراک دامنه و برد تابع $y = 2 - f(a - 3x)$

یک مجموعه تک‌عضوی است؟

یعنی دامنه و برد تابع جدید فقط یک نقطه مشترک دارند.

۱۸ یا ۱ (۲)

۱۲ یا ۷ (۴)

۱۲ یا ۱ (۱)

۱۸ یا ۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره اثر تبدیلات روی دامنه و برد، هم در امتحان نهایی و هم در کنکور مورد توجه طراحان قرار دارد.

خودت حل کنی بهتره دامنه و برد تابع جدید را به دست آورید، بعد ببینید چه جوری ممکن است که اشتراک آن‌ها تک‌عضوی باشد.

درس‌نامه به دست آوردن دامنه تابع $f(\text{cloud})$ از روی دامنه f

در برخی از مسئله‌ها D_f داده شده و دامنه $f(u)$ (یک عبارت است.) خواسته می‌شود.

f فقط ورودی‌هایی را می‌پذیرد که عضو دامنه آن باشند؛ حالا u ورودی f است پس باید متعلق به D_f باشد.

نکته برای به دست آوردن دامنه $f(u)$ از روی D_f ، معادله $u \in D_f$ را حل می‌کنیم.

بررسی برد تابع $y = af(\text{cloud}) + b$ از روی برد f

هر اتفاقی که روی x افتاده باشد فقط در دامنه تأثیر داشته و روی برد تأثیری ندارد؛ پس فقط a و b روی برد تأثیر دارند. اگر برد f بازه

$[\alpha, \beta]$ باشد برای به دست آوردن برد تابع $y = af(u) + b$ برد را در a ضرب و با b جمع می‌کنیم؛ مثلاً اگر $R_f = [-1, 5]$ باشد، برد

تابع $y = 2f(1 - \frac{x}{3}) + 5$ برابر است با $R = [2 \times (-1) + 5, 2 \times 5 + 5]$ یا $R_y = [3, 15]$

تأثیری در برد ندارد.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق درس‌نامه، دامنه تابع y را محاسبه کنیم. (عبارت $a - 3x$ ورودی f است، پس باید عضو D_f باشد).

$$-2 \leq a - 3x \leq 3 \xrightarrow{-a} -2 - a \leq -3x \leq 3 - a \xrightarrow{+(-2)} \frac{a+2}{3} \geq x \geq \frac{a-3}{3}$$

پس دامنه تابع جدید $[\frac{a-3}{3}, \frac{a+2}{3}]$ به دست می‌آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

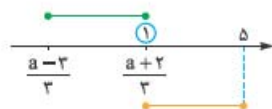
گام دوم: تغییرات روی x تأثیری روی y ندارد؛ اما با قرینه سازی f نسبت به محور x ها $(-f)$ و 2 واحد بالا بردن آن، از f به y می‌رسیم:

$$R_f = [-3, 1] \xrightarrow[\text{به محور } x]{\text{قرینه نسبت}} [-1, 3] \xrightarrow[\text{بالا}]{\text{دو واحد}} [1, 5] = R_y$$

پس داریم:

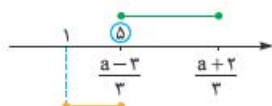
(به زبان دیگر، برد تابع $y = -f(x) + 2$ را می‌خواهیم؛ پس کافی است برد تابع f را در (-1) ضرب و با 2 جمع کنیم.)

گام سوم: در دو حالت ممکن است اشتراک دامنه و برد تابع جدید، تک‌عضوی باشد:



$$\frac{a+2}{3} = 1 \Rightarrow a = 1$$

حالت اول:



$$\frac{a-3}{3} = 5 \Rightarrow a = 18$$

حالت دوم:

رشته ریاضی

آزمون حضوری یکی

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



آمار و احتمال و ریاضیات گسسته:

تست و پاسخ ۲۱

کدام عدد برای درستی گزاره «اگر x گنگ باشد، آن گاه $x^2 - 2x$ گنگ است.» یک مثال نقض است؟

مثالی که نشان می‌دهد گزاره نادرست است.

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+1} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره سعی کنید ارتباطی بین $x^2 - 2x$ و اتحاد مربع برقرار کنید.

درس نامه

مثال نقض: مثالی که نشان می‌دهد یک نتیجه‌گیری یا حدس کلی، نادرست است.

نکته برای رد کردن یک حکم (اثبات نادرستی) ارائه یک مثال نقض کافی است.

نکته مثال نقض باید در فرض درست دربیاید، ولی حکم را رد کند.

پاسخ تشریحی باید عددی گنگ (x) پیدا کنیم که به ازای آن عدد $x^2 - 2x$ گنگ نباشد. به جای امتحان گزینه‌ها، بهتر است شکل

$x^2 - 2x$ را مقداری تغییر دهیم.

گام اول: عدد ۱ را اضافه و کم می‌کنیم:

$$x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$$

$$(\sqrt{2}+1-1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$$

گام دوم: به ازای $x = \sqrt{2} + 1$ داریم:

یعنی به ازای $1 + \sqrt{2}$ حاصل گنگ نمی‌شود.

گام سوم: با دقت در گزینه‌ها می‌بینیم که اگر ۲ را گویا کنیم، حاصل $\sqrt{2} + 1$ می‌شود؛ پس همین گزینه درست است:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

تست و پاسخ ۲۲

اگر a حاصل ضرب دو عدد فرد متوالی باشد، کدام عبارت همواره مربع کامل است؟

عدد به صورت $\square^2$

$$\frac{a+1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{a+1}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{a-1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{a-1}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال تغییر یافته یکی از تمرین‌های کتاب درسی‌تان است. خوب آن را تحلیل کنید.

خودت حل کنی بهتره دو عدد فرد متوالی را $2k+1$ و $2k-1$ بگیرید.

درس نامه برای اثبات مستقیم قضیه‌ها، باید شکل اعداد را به درستی در نظر بگیریم:

شکل فارسی	شکل ریاضی
دو عدد زوج دلخواه	$2k$ و $2k'$
دو عدد فرد دلخواه	$2k+1$ و $2k'+1$
دو عدد زوج متوالی	$2k$ و $2k+2$
دو عدد فرد متوالی	$2k-1$ و $2k+1$
عدد مضرب n	nq

شکل فارسی	شکل ریاضی
اعداد زوج	$2k$
اعداد فرد	$2k-1$ یا $2k+1$
دو عدد متوالی	n و $n+1$
سه عدد متوالی	n و $n+1$ ، $n+2$
عدد گویا	$\{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: دو عدد فرد متوالی را به صورت $2k+1$ و $2k-1$ در نظر می‌گیریم.

$$a = (2k-1)(2k+1) = 4k^2 - 1$$

گام دوم:

$$\frac{a+1}{4} = k^2$$

گام سوم: k^2 را در یک طرف تساوی تنها می‌کنیم:

پس معلوم می‌شود $\frac{a+1}{4}$ برابر با توان دوم k است؛ یعنی مربع کامل است.

حواستون باشه می‌توانستیم با امتحان $a = 3 \times 5$ در گزینه‌ها ببینیم که فقط $\frac{4}{4}$ مربع کامل درمی‌آید.

تست و پاسخ ۲۳

به ازای چند عدد طبیعی $n \leq 60$ ، مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n مضرب ۳ است؟

۱۵ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ایده این سؤال نیز از یکی از تمرین‌های کتاب درسی گرفته شده است که ممکن است در کنکور مطرح شود.

خوبت حل کنی بهتره $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ می‌شود.

درس نامه اگر $n(n+1)$ بر عدد اول p بخش پذیر باشد، n بر p بخش پذیر است یا $n+1$ بر p بخش پذیر است.

مثلاً $n(n+1)$ زمانی بر ۳ بخش پذیر است که n یا $n+1$ بر ۳ بخش پذیر باشد.

به زبان ریاضی:

اول
↑
 $p \mid n(n+1) \Rightarrow p \mid n \text{ یا } p \mid n+1$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: داریم:

گام دوم: طبق گفته سؤال $\frac{n(n+1)}{2}$ مضرب ۳ است، پس $\frac{n(n+1)}{2} = 3q$ بنابراین $n(n+1) = 6q$.

گام سوم: ضرب دو عدد متوالی حتماً زوج است، پس عدد $n(n+1)$ حتماً زوج است؛ بنابراین کافی است این عدد بر ۳ بخش پذیر باشد تا $n(n+1)$ مضرب ۶ بشود.

گام چهارم: اگر n مضرب ۳ باشد، $n = 3k$ و اگر $n+1$ مضرب ۳ باشد $n+1 = 3k$ (یا $n = 3k-1$). حالا $1 \leq n \leq 60$ است، پس داریم:

$$1 \leq 3k \leq 60 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 20$$

$$1 \leq 3k-1 \leq 60 \Rightarrow k = 1, 2, \dots, 20$$

پس در مجموع، ۴۰ عدد وجود دارد.

تست و پاسخ ۲۴

a_1, a_2 و a_3 عددهای صحیح و b_1, b_2, b_3 همان اعداد، ولی با ترتیب دیگری هستند. کدام گزینه

(مثلاً ۳۰۱ و ۳۰۲ و ۱۰۳)

جمله «برای اثبات گزاره $(a_1 - b_3)(a_2 - b_3)(a_3 - b_3) + 1$ عددی فرد است، از روش

استفاده می‌کنیم.» را به درستی تکمیل می‌کند؟

(۲) درستی - اثبات غیرمستقیم

(۱) درستی - اثبات مستقیم

(۴) نادرستی - برهان خلف

(۳) نادرستی - مثال نقض

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تمرین‌های کتاب در بخش برهان خلف خیلی مهم هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره با امتحان چندتا عدد معلوم می شود کدام گزینه درست است.

درس نامه ۱۱ ۱. روش برهان خلف (اثبات غیرمستقیم)

در روش برهان خلف، خلاف حکم را در نظر گرفته و به تناقض (با فرض یا امر بدیهی) می رسیم.

درس نامه ۲۲ ۲. بررسی يك تمرین مهم کتاب درسی

اگر a_1, a_2, a_3 سه عدد صحیح و b_1, b_2, b_3 همان اعداد، ولی با ترتیب دیگری باشند (با برهان خلف ثابت می شود)، آن گاه عدد $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج است.

نکات ۱ این تمرین برای اعداد $a_1, a_2, \dots, a_n$ و $b_1, b_2, \dots, b_n$ (که همان اعداد، ولی با ترتیب دیگری هستند) نیز برقرار است؛ به شرطی که n (تعداد اعداد) فرد باشد.

۲ اگر b_1 در پرانتزها را جابه جا کنیم، باز هم قضیه برقرار است؛ مثلاً عدد $(a_1 - b_2)(a_2 - b_3)(a_3 - b_1)$ نیز زوج است (از همین جا معلوم می شود عبارت داده شده در صورت سؤال، فرد است).

۳ $a_1 + a_2 + a_3 = b_1 + b_2 + b_3$ (چون فقط ترتیب اعداد فرق دارد، پس مجموع اعداد یکسان می شود). تناقض حاصل در روش برهان خلف نیز از همین جا می آید.

۴ شبیه نکته (۳): $a_1 a_2 a_3 = b_1 b_2 b_3$

پاسخ تشریحی گزاره داده شده درست است. با استفاده از برهان خلف ثابت می کنیم که عبارت داده شده فرد است.

گام اول: خلاف حکم را در نظر می گیریم، یعنی فرض می کنیم عدد $1 + (a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ زوج باشد؛ پس $A = (a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$ فرد است.

گام دوم: A از ضرب ۳ عبارت تشکیل شده است؛ چون A فرد است، هر سه عدد $a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3$ نیز فرد هستند.

گام سوم: مجموع سه عدد فرد، فرد است؛ پس $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3)$ فرد است.

گام چهارم: داریم: $(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) = (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0$

دقت کنید مجموع a_1, a_2, a_3 با مجموع b_1, b_2, b_3 فرقی نمی کند؛ چون b_i ها همان اعداد a_i بوده و فقط ترتیب آن ها فرق می کند.

گام پنجم: تناقض حاصل نشان می دهد که خلاف حکم غلط بوده؛ پس خود حکم درست است.

تست و پاسخ ۲۵

در اثبات نامساوی $\sqrt{x} + \frac{1}{x} \geq \frac{4\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}$ برای عدد حقیقی و مثبت x به روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می رسیم؟

حکم را به یک رابطه بدیهی برسانید.

$$\begin{aligned} \sqrt{x} - 1 &\geq 0 \quad (2) \\ (x - \sqrt{x})^2 &\geq 0 \quad (4) \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x^2 &\geq 0 \quad (1) \\ (x\sqrt{x} - 1)^2 &\geq 0 \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال های تستی ای که از اثبات بازگشتی می آید این شکلی هستند؛ یعنی معمولاً می گویند در آخر به کدام رابطه بدیهی می رسیم.

خودت حل کنی بهتره مخارج مشترک گرفته و از اتحادها استفاده کنید.

درس نامه ۱۱ برای اثبات نامساوی ها به روش بازگشتی، سعی می کنیم حکم را با استفاده از روابط دوطرفه به یک رابطه همواره درست (معمولاً جمع چندتا توان ۲ که بزرگ تر یا مساوی صفر است) برسانیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\sqrt{x} + \frac{1}{x} \geq \frac{4\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{x\sqrt{x}+1}{x} \geq \frac{4\sqrt{x}}{1+x\sqrt{x}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: از خود حکم شروع می کنیم:

گام دوم: چون $x > 0$ ، پس $1+x\sqrt{x}$ و x نیز مثبت هستند. با ضرب دو طرف در $x(1+x\sqrt{x})$ (طرفین وسطین) داریم:

$$(x\sqrt{x}+1)^2 \geq 4x\sqrt{x} \Leftrightarrow (x\sqrt{x})^2 + 2x\sqrt{x} + 1 \geq 4x\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow (x\sqrt{x})^2 - 2x\sqrt{x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x\sqrt{x}-1)^2}_{\text{بدیهی}} \geq 0$$

همه مراحل بازگشت پذیر هستند؛ پس حکم ثابت می شود.

تست و پاسخ ۲۶

دو رابطه $a^2 | n^2 - 1$ و $b | (n+1)!$ درست هستند. کدام نتیجه گیری ممکن است نادرست باشد؟

$$a | nb + b \quad (۲)$$

$$a^2 | n^2 - 1 \quad (۱)$$

$$a^2 | b^2 + 2b + 1 \quad (۴)$$

$$a | n + 1 \quad (۳)$$

ممکن است به ازای عدد خاصی درست باشد، اما این جوری نیست که همیشه درست باشد.

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال بسیار خوبی است برای این که بفهمید روی ویژگی های عادی کردن مسلط هستید یا نه. اگر در حل این سؤال خیلی به مشکل برخورد کردید حتماً درس نامه را به دقت مطالعه کنید.

خودت حل کنی بهتره از ویژگی تعدی عادی کردن استفاده کرده و دو طرف را ساده کنید.

درس نامه •• ویژگی های عادی کردن

مضرب سمت چپ $\rightarrow$ $\square$ $\leftarrow$ مقسوم علیه سمت راست

ردیف	نماد ریاضی	توضیح
۱	$a b \Rightarrow ma mb$	می توانیم دو طرف را در عدد صحیح m ضرب کنیم.
۲	$a b \Rightarrow a mb$	فقط سمت راست را در عدد صحیح دلخواه m ضرب کنیم.
۳	$a b \Rightarrow a^n b^n$	دو طرف به توان عدد طبیعی n برسانیم.
۴	$a b \Rightarrow a b^n$	فقط سمت راست را به توان عدد طبیعی دلخواه برسانیم.
۵	$\pm a \pm a$	هر عدد صحیح خودش را عاد می کند.
۶	$\pm 1 \pm a$	± 1 هر عددی را عاد می کند.
۷	$a 0$	هر عدد صحیح، صفر را عاد می کند.
۸	$0 a \Rightarrow a = 0$	صفر فقط خودش را عاد می کند.
۹	$\begin{cases} a b \\ a c \end{cases} \Rightarrow a b \pm c$	اگر a دو عدد b و c را عاد کند، جمع و تفریق آن ها را هم عاد می کند.
	$\{ab c \Rightarrow a c, b c$	سمت چپ را می توانیم لاغر کنیم و به جای ab مقسوم علیه آن یعنی a یا b را قرار دهیم.
۱۰	$a b, b c \Rightarrow a c$	ویژگی تعدی عادی کردن

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تذکر اگر $m \neq 0$ باشد، از $ma \mid mb$ می‌توانیم نتیجه بگیریم: $a \mid b$ (دو طرف را به m ساده کنیم).

پاسخ تشریحی گام اول: طبق ویژگی تعدی داریم: $n!a^2 \mid b$ ، $b \mid (n+1)! \Rightarrow n!a^2 \mid (n+1)!$

گام دوم: چون $n!$ مخالف صفر است، می‌توانیم آن را از دو طرف ساده کنیم (دقت کنید که $(n+1)! = (n+1)n!$).

پس: $a^2 \mid n+1$ (I)

گام سوم: می‌توانیم سمت راست رابطه (I) را در هر عددی مثل $n-1$ ضرب کنیم: پس: $a^2 \mid (n+1)(n-1) = n^2 - 1$

پس (1) درست است.

گام چهارم: می‌توانیم در سمت چپ رابطه (I) به جای a^2 قرار دهیم a (لاغر کنیم): پس $a \mid n+1$ (II) (3) درست است.

با ضرب سمت راست رابطه (II) در b داریم: $a \mid nb + b$ ، پس $a \mid nb + b$ (2) درست است.

حواستون باشه (2) لزوماً درست نیست، مثلاً کافی است $a = 2$ ، $b = 24$ و $n = 3$ بگیریم. عدد $b^2 + 2b + 1$ فرد است، پس نمی‌تواند بر $a^2 = 4$ بخش پذیر باشد.

تست و پاسخ ۲۷

عدد 180 چند مقسوم‌علیه طبیعی دارد که مضرب فرد عدد ۶ باشد؟

۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تعریف عاقل‌کردن خیلی مهم است. سعی کنید آن را به خوبی درک کنید.

خودت حل کنی بهتره $180 \mid a$ که $a = 6k$ و k فرد است.

نکته اگر $m \neq 0$ باشد، از رابطه $ma \mid mb$ می‌توانیم نتیجه بگیریم $a \mid b$ (به زبان دیگر دو طرف را به m ساده کنیم).

پاسخ تشریحی گام اول: باید تعداد اعداد طبیعی a را به دست آوریم که $180 \mid a$ بوده و از طرفی a مضرب فرد عدد ۶ باشد؛ یعنی $a = 6k$ باشد، به طوری که k عددی فرد است.

گام دوم: با جای‌گذاری به جای a داریم: $6k \mid 180 \xrightarrow{\div 6} k \mid 30$ (نکته)

گام سوم: k باید مقسوم‌علیه عدد 30 بوده و هم‌چنین فرد باشد؛ پس $k = 1, 3, 5, 15$ قابل قبول است (یعنی چهار مقدار).

حواستون باشه به ازای هر k دقیقاً یک a به دست می‌آید؛ مثلاً اگر $k = 3$ باشد، $a = 18$ می‌شود.

تست و پاسخ ۲۸

چند عدد طبیعی n وجود دارد، به طوری که حاصل هر دو کسر $\frac{160}{3^{n-1}}$ و $\frac{6^{2n+1}}{162}$ عددی طبیعی باشد؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در نظام قدیم، درسی به نام «اعداد اول» وجود داشت. این درس در کتاب جدید وجود ندارد، ولی تسلط روی مفهوم اعداد اول و تجزیه اعداد خیلی مهم است. به‌خصوص این‌که می‌بینیم در کنکورهای سال‌های اخیر چندین بار از این موضوع سؤال آمده است.

خودت حل کنی بهتره کسر وقتی صحیح می‌شود که صورت بر مخرج بخش پذیر باشد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه...

نکته ۱) یک کسر وقتی عددی صحیح می شود که صورت بر مخرج بخش پذیر باشد یا مخرج، صورت را عاد کند؛ یعنی: $\frac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Rightarrow b | a$
۲) اگر $a \neq 0, 1, -1$ ، داریم: $a^m | a^n \Leftrightarrow m \leq n$ (توان سمت راست باید بزرگ تر یا مساوی توان سمت چپ باشد).

پاسخ تشریحی گام اول: طبق نکته (۱) داریم:

$$160 | 2^{n-1} \text{ و } 162 | 6^{2n+1}$$

$$160 = 2^5 \times 5, \quad 162 = 3^4 \times 2$$

گام دوم: اعداد را تجزیه می کنیم:

گام سوم: $2^5 \times 5 | 2^{n-1}$ ، پس $n-1 \leq 5$ و $n \leq 6$. (I)

گام چهارم: $3^4 \times 2 | 3^{2n+1} \times 2^{2n+1}$ ، به ازای هر عدد طبیعی n ، توان عدد ۲ در سمت راست بزرگ تر از توان ۲ در سمت چپ است $(1 < 2n+1)$.

اما باید $4 \leq 2n+1$ نیز برقرار باشد؛ پس $\frac{3}{2} \leq n$. چون n طبیعی است، باید $2 \leq n$. (II)

گام پنجم: با اشتراک بین دو جواب (I) و (II)، $n = 2, 3, 4, 5, 6$ (یعنی ۵ مقدار) می تواند داشته باشد.

تست و پاسخ ۲۹

اگر $a > 1$ ، $a | 9k + b$ و $a | 5k + b + 1$ ، به ازای چند مقدار یک رقمی طبیعی b ، عدد a حتماً اول است؟

مثلاً اگر $b = 1$ باشد، آیا a اول می شود؟
 اگر $b = 2$ باشد، چه طور؟ و...

۷ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ویژگی عاد کردن به صورت $a | b, a | c \Rightarrow a | mb \pm nc$ ، از بقیه ویژگی های عاد کردن مهم تر است.

خودت حل کنی بهتره با ضرب اعداد مناسب در سمت راست، k را از بین ببرید.

درس نامه... ویژگی های عاد کردن

مضرب سمت چپ $\rightarrow \square \leftarrow$ مقسوم علیه سمت راست

ردیف	نماد ریاضی	توضیح
۱	$a b \Rightarrow ma mb$	می توانیم دو طرف را در عدد صحیح m ضرب کنیم.
۲	$a b \Rightarrow a mb$	فقط سمت راست را در عدد صحیح دلخواه m ضرب کنیم.
۳	$a b \Rightarrow a^n b^n$	دو طرف به توان عدد طبیعی n برسانیم.
۴	$a b \Rightarrow a b^n$	فقط سمت راست را به توان عدد طبیعی دلخواه برسانیم.
۵	$\pm a \pm a$	هر عدد صحیح خودش را عاد می کند.
۶	$\pm 1 \pm a$	± 1 هر عددی را عاد می کند.
۷	$a 0$	هر عدد صحیح، صفر را عاد می کند.
۸	$0 a \Rightarrow a = 0$	صفر فقط خودش را عاد می کند.
۹	$\begin{cases} a b \\ a c \end{cases} \Rightarrow a b \pm c$	اگر a دو عدد b و c را عاد کند، جمع و تفریق آن ها را هم عاد می کند.
	$ab c \Rightarrow a c, b c$	سمت چپ را می توانیم لاغر کنیم و به جای ab مقسوم علیه آن یعنی a یا b را قرار دهیم.
۱۰	$a b, b c \Rightarrow a c$	ویژگی تعدی عاد کردن

رشته ریاضی

آزمون حضوری یکی

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته هر عدد اول مثل p فقط دو مقسوم علیه مثبت دارد؛ پس اگر عدد طبیعی a عدد p را عاد کند $(a|p)$ ، نتیجه می گیریم $a=1$ یا $a=p$ ؛ مثلاً اگر a عددی طبیعی و $a|7$ ، نتیجه می گیریم $a=1$ یا $a=7$. اگر $a > 1$ باشد نیز نتیجه می شود $a=7$.

پاسخ تشریحی گام اول: با ضرب سمت راست در اعداد مناسب کاری می کنیم تا k از بین برود:

$$a|9k+b \xrightarrow{\times 5} a|45k+5b$$

$$a|5k+b+1 \xrightarrow{\times (-9)} a|-45k-9b-9$$

$$a|-4b-9$$

گام دوم: سمت راست دو رابطه را جمع می کنیم:

گام سوم: $a|x$ با $a|-x$ فرقی ندارد؛ پس رابطه گام دوم را می توانیم به صورت $a|4b+9$ ببینیم.

گام چهارم: اگر $4b+9$ برابر با عددی اول باشد، (طبق نکته و چون $a > 1$ است)، نتیجه می شود a عددی اول است؛ پس باید ببینیم به ازای کدام اعداد طبیعی یکرقمی برای b ، حاصل $4b+9$ عددی اول می شود.

$$b=1 \Rightarrow 4b+9=13 \quad \checkmark$$

$$b=4 \Rightarrow 4b+9=25 \quad \times$$

$$b=7 \Rightarrow 4b+9=37 \quad \checkmark$$

$$b=2 \Rightarrow 4b+9=17 \quad \checkmark$$

$$b=5 \Rightarrow 4b+9=29 \quad \checkmark$$

$$b=8 \Rightarrow 4b+9=41 \quad \checkmark$$

$$b=3 \Rightarrow 4b+9=21 \quad \times$$

$$b=6 \Rightarrow 4b+9=33 \quad \times$$

$$b=9 \Rightarrow 4b+9=45 \quad \times$$

پس به ازای ۵ مقدار برای b ، عدد a اول است

تست و پاسخ ۳۰

چند عدد صحیح n در رابطه $2n+5|n^2-3$ صدق می کند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

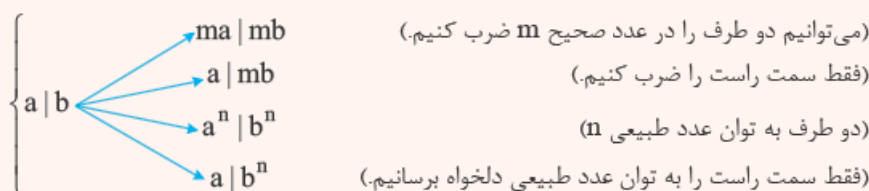
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره معمولاً سمت راست رابطه عادی کردن توان بیشتری دارد، ولی این جا برعکس است. به روند حل سوال توجه کنید. این سوال ادبیات دیگری هم دارد که این جوری است: چند نقطه با مختصات صحیح روی تابع $y = \frac{2x+5}{x^2-3}$ وجود دارد؟

خودت حل کنی بهتره کاری کنید تا سمت راست تبدیل به عدد شود.

درس نامه •• ویژگی های عاد کردن

مضرب سمت چپ $\rightarrow \square \leftarrow$ مقسوم علیه سمت راست



$\left\{ \begin{array}{l} \pm a|\pm a \\ \pm 1|\pm a \\ a|0 \end{array} \right.$

برای هر عدد صحیح a :
 صفر فقط خودش را عاد می کند. $0|a \Rightarrow a=0$

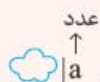
$$\left\{ \begin{array}{l} a|b \\ a|c \end{array} \right. \Rightarrow a|b \pm c \quad a|b, b \neq 0 \Rightarrow |a| \leq |b|$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

روش حل معادلات عادکردن



الف) سعی می‌کنیم با اعمال مجاز عادکردن کاری کنیم تا سمت راست تبدیل به عدد شود: a

ب) a مقسوم‌علیه‌های a می‌تواند باشد؛ پس با حالت‌بندی مقادیر مجهول را به دست می‌آوریم.

پ) اگر اعمال انجام‌شده یک‌طرفه باشد (مثل همین سؤال)، مقادیر به دست آمده باید در رابطه عادکردن اولیه صدق کنند؛ پس جواب‌هایی قبول هستند که در رابطه اولیه صدق کنند.

پاسخ تشریحی

روش اول: اگر مقدار n را کمی افزایش دهیم، به دلیل وجود توان دو برای n ، سمت چپ بزرگ‌تر از سمت راست می‌شود و رابطه عادکردن برقرار نخواهد بود؛ پس کافی است چند عدد ابتدایی را امتحان کنیم:

$$n = -2 \Rightarrow 1 \mid 1 \quad \checkmark$$

$$n = 2 \Rightarrow 1 \mid 9 \quad \checkmark$$

$$n = -1 \Rightarrow -2 \mid 3 \quad \times$$

$$n = 3 \Rightarrow 6 \mid 11 \quad \times$$

$$n = 0 \Rightarrow -3 \mid 5 \quad \times$$

$$n = 4 \Rightarrow 13 \mid 13 \quad \checkmark$$

$$n = 1 \Rightarrow -2 \mid 7 \quad \times$$

اگر $n \geq 5$ یا $n \leq -3$ باشد، سمت چپ (مقسوم‌علیه) از سمت راست (مضرب) بزرگ‌تر شده و رابطه عادکردن قطعاً نادرست است. دقت دارید که هر عددی صفر را عاد می‌کند ($a \mid 0$)، اما $2n + 5$ به ازای هیچ عدد صحیحی صفر نمی‌شود؛ پس فقط ۳ عدد صحیح در رابطه اولیه صدق می‌کنند.

روش دوم: گام اول: کاری می‌کنیم تا سمت راست تبدیل به عدد شود. سمت راست را می‌توانیم در هر عددی ضرب کنیم:

$$n^2 - 3 \mid 2n + 5 \xrightarrow{\times(2n-5)} n^2 - 3 \mid 4n^2 - 25 \quad (1)$$

گام دوم: هر عددی خودش را عاد می‌کند؛ پس $n^2 - 3 \mid n^2 - 3$. (۲)

با ضرب سمت راست رابطه (۲) در -4 و جمع سمت راست روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} n^2 - 3 \mid 4n^2 - 25 \\ n^2 - 3 \mid -13 \end{cases} \Rightarrow n^2 - 3 \mid -13$$

گام سوم: $n^2 - 3$ مقسوم‌علیه -13 (یا 13 ، فرقی ندارد) است؛ پس:

$$\begin{cases} n^2 - 3 = \pm 1 & \begin{cases} n^2 = 4 \Rightarrow n = \pm 2 \\ n^2 = 2 \text{ جواب ندارد.} \end{cases} \\ n^2 - 3 = \pm 13 & \begin{cases} n^2 = 16 \Rightarrow n = \pm 4 \\ n^2 = -10 \text{ جواب ندارد.} \end{cases} \end{cases}$$

گام چهارم: مرحله‌ای که در گام‌های قبلی انجام دادیم یک‌طرفه هستند؛ برای مثال سمت راست را در $2n - 5$ ضرب کردیم، اما از رابطه $(2n - 5)(2n + 5) = n^2 - 3$ نمی‌توانیم رابطه $n^2 - 3 \mid 2n + 5$ را نتیجه بگیریم (سمت راست را نمی‌توانیم تقسیم کنیم)؛ این یعنی جواب‌هایی که پیدا کردیم، حتماً باید در رابطه اولیه کنترل شوند (صدق کنند).

$$n = 2 \Rightarrow 2^2 - 3 \mid 2(2) + 5 \quad \checkmark$$

$$n = -2 \Rightarrow (-2)^2 - 3 \mid 2(-2) + 5 \quad \checkmark$$

$$n = 4 \Rightarrow 4^2 - 3 \mid 2(4) + 5 \quad \checkmark$$

$$n = -4 \Rightarrow (-4)^2 - 3 \mid 2(-4) + 5 \quad \times$$

پس فقط ۳ عدد صحیح در رابطه داده‌شده صدق می‌کنند.

تست و پاسخ (۳۱)

برای چند مقدار دورقمی n ، هر دو رابطه $3^n - 1 \mid 28$ و $17 \mid 2^n + 1$ درست است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤال سختی است. اگر حل کرده باشید، روی ویژگی‌های عادکردن مسلط هستید.

خوبت حل کنی بهتره شرایط بخش‌پذیری $x^n \pm y^n$ بر $x^k \pm y^k$ را به یاد بیاورید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ** طبق اتحاد $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + b^{n-1})$ می توان نتیجه گرفت $a-b \mid a^n - b^n$. اگر همه توان ها

عددی طبیعی باشند، از این اتحاد، سه نکته نتیجه می شود:

(۱) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی باشد (یا $k \mid n$)، آن گاه $a^k - b^k \mid a^n - b^n$.

(۲) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی و فرد باشد، آن گاه $a^k + b^k \mid a^n + b^n$.

(۳) اگر $\frac{n}{k}$ عددی طبیعی و زوج باشد، آن گاه $a^k + b^k \mid a^n - b^n$.

پاسخ تشریحی گام اول: سمت چپ رابطه های داده شده را طوری می نویسیم تا با نکات درس نامه ارتباط پیدا کند.

$$28 \mid 3^n - 1 \Rightarrow 3^3 + 1 \mid 3^n - 1 \xrightarrow{\text{نکته}} \frac{n}{3} = \text{زوج}$$

$$17 \mid 2^n + 1 \Rightarrow 2^4 + 1 \mid 2^n + 1 \xrightarrow{\text{نکته}} \frac{n}{4} = \text{فرد}$$

$$\frac{n}{3} = 2k \Rightarrow n = 6k$$

گام دوم: باید ببینیم چند عدد دورقمی n در هر دو رابطه بالا درست درمی آیند.

n مضرب ۶ و مضرب (فرد) ۴ است؛ پس مضرب ک.م.م آنها یعنی ۱۲ است؛ پس در بین مضارب ۱۲ دنبال اعدادی می گردیم که $\frac{n}{4}$ فرد باشد:

$$n = 12 \times 1, 12 \times 3, 12 \times 5, 12 \times 7$$

پس n اعداد روبه رو می تواند باشد:

پس n چهار مقدار دورقمی دارد.

تست و پاسخ ۳۲

کدام عبارت یک گزاره نما است؟

(۱) عددی مضرب ۱۱ است که مجموع ارقام آن بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

(۲) مجموعه اعداد صحیح زیر مجموعه اعداد حسابی اند.

(۳) چهار برابر عددی حقیقی برابر ۶۸ است.

$$\forall x \in \mathbb{R}; x \leq x^2 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۳

جمله خبری شامل متغیر که با گذاشتن مقدار، تازه می شود در مورد ارزش آن داوری کرد.

مشاوره کار از محکم کاری عیب نمی کند. شاید از تعاریف هم در کنکور سؤال بیاید.

خودت حل کنی بهتره به تعریف گزاره نما دقت کنید.

درس نامه ** گزاره و گزاره نما

گزاره: جمله خبری که فقط یک ارزش داشته باشد را گزاره می گوئیم. (دقت کنید که فقط یک ارزش داشته باشد، حالا ممکن است ما ارزش آن را بدانیم یا ندانیم)

گزاره نما: جمله خبری شامل یک یا چند متغیر (همین جوری ارزش آن معلوم نیست) که با جای گذاری مقادیر به جای متغیر، تبدیل به گزاره (تازه می شود در مورد ارزش آن صحبت کرد) می شود، گزاره نما می گوئیم.

دامنه گزاره نما: مجموعه اعدادی که می توانیم به جای متغیرهای گزاره نما قرار دهیم.

مجموعه جواب گزاره نما: اعدادی از دامنه که با قراردادن آنها به جای متغیرها، گزاره ای با ارزش درست به دست می آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

نکته همه عبارت‌های سوری (عمومی یا وجودی) گزاره هستند، نه گزاره‌نما؛ چون عبارت سوری یک جمله خبری است که بالاخره درست است یا نادرست (فقط یک ارزش دارد).

پاسخ تشریحی ۱) یک گزاره با ارزش نادرست است. ۲) گزاره با ارزش نادرست است. ۳) گفته چهار برابر عددی حقیقی $(4x)$ برابر ۶۸ است؛ یعنی $4x = 68$. این یک جمله خبری شامل متغیر است. به جای x هر عددی که قرار دهیم یک گزاره حاصل می‌شود (درست یا نادرست)؛ مثلاً اگر $x = 1$ قرار دهیم، گزاره $4(1) = 68$ نادرست و اگر $x = 17$ قرار دهیم، گزاره با ارزش درست به دست می‌آید؛ پس طبق تعریف همین گزینه یک گزاره‌نما است. ۴) طبق نکته، گزاره است، نه گزاره‌نما.

تست و پاسخ ۳۳

اگر گزاره $\sim p \wedge q$ نادرست و گزاره $q \wedge (p \Rightarrow q)$ درست باشد، آن‌گاه ارزش کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $p \vee \sim q$ ۲) $p \vee (\sim q \Rightarrow p)$ ۳) $p \wedge (q \Rightarrow \sim p)$ ۴) $q \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از جدول ارزش حتمایک سؤال در کنکور می‌آید.

خوبت حل کنی بهتره ارزش p و q را تعیین کنید.

درس نامه •• جدول ارزش گزاره‌ها

ارزش	فارسی	ریاضی
وقتی درست است که حداقل یکی از p یا q درست باشد.	p یا q	$p \vee q$
وقتی درست است که p و q هر دو درست باشند.	p و q	$p \wedge q$
فقط در حالت «ن $\Rightarrow$ د» نادرست است و در بقیه حالت‌ها درست است.	اگر p آن‌گاه q	$p \Rightarrow q$
وقتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند.	p اگر و فقط اگر q	$p \Leftrightarrow q$
ارزش آن برعکس p است.	نقیض p	$\sim p$

پاسخ تشریحی گام اول: $q \wedge (p \Rightarrow q)$ درست است. چون ترکیب عطفی $\wedge$ داریم، پس q و $p \Rightarrow q$ هر دو باید درست باشند. گام دوم: $\sim p \wedge q$ نادرست است؛ پس حداقل یکی از q و $\sim p$ باید نادرست باشند. q درست است، پس $\sim p$ نادرست و p باید درست باشد. گام سوم: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

در ۱) و ۲) چون p درست است، ترکیب فصلی ($\vee$) آن با هر گزاره دیگر درست می‌شود؛ پس ۱) و ۲) درست هستند.

p	q	$\sim p$	$q \Rightarrow \sim p$	$p \wedge (q \Rightarrow \sim p)$
د	د	ن	ن	ن

p	q	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$q \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)$
د	د	ن	ن	د	د

پس ۳) نادرست است.

تست و پاسخ ۳۴

ارزش کدام سور نادرست است؟

$$\exists x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{Z}; x + y = 0 \quad (2)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R}; x \leq y \quad (4)$$

$$\forall x \in \mathbb{Z}; -2x^2 + 6x - 8 < 0 \quad (1)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; |x + \frac{1}{x}| \geq 2 \quad (3)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره به نظر می‌رسد امسال نوبت سؤال از سور باشد.

خودت حل کنی بهتره $\forall$ یعنی به ازای هر و $\exists$ یعنی وجود دارد.

درس نامه ** بررسی سورها

نوع سور	نماد	فارسی	
عمومی	$\forall$	به ازای هر	$\forall x \in U; p(x)$ وقتی درست است که به ازای هر x عضو U , $p(x)$ درست باشد.
وجودی	$\exists$	به ازای برخی (یا وجود دارد).	$\exists x \in U; p(x)$ وقتی درست است که به ازای حداقل یک x از U , $p(x)$ درست باشد (یک عدد وجود داشته باشد و جواب تهی نباشد).

نکات ۱ شرایط همواره مثبت یا همواره منفی بودن عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$

$$\oplus \text{ شرایط همواره } \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \quad \ominus \text{ شرایط همواره } \begin{cases} \Delta < 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\forall x \in (0, +\infty); x + \frac{1}{x} \geq 2$$

۲ جمع هر عدد مثبت و معکوسش بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است، به زبان سورها:

$$\forall x \in (-\infty, 0); x + \frac{1}{x} \leq -2$$

۳ جمع هر عدد منفی و معکوسش کم‌تر یا مساوی -۲ است، به زبان سورها:

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را یکی یکی بررسی می‌کنیم: **۱** باید دید به ازای هر عدد صحیح x آیا عبارت $-2x^2 + 6x - 8$ منفی می‌شود یا خیر.

$-28 = -64 - 4(-2)(-8) = 6^2 - 4(-2)(-8) = \Delta$ و $a = -2 < 0$ ؛ پس عبارت $-2x^2 + 6x - 8$ نه تنها به ازای اعداد صحیح، بلکه به ازای هر عدد حقیقی، منفی می‌شود؛ پس **۱** درست است.

۲ باید دید آیا عدد حقیقی x وجود دارد، به طوری که عدد y را هر عدد صحیح بگذاریم $x + y = 0$ یا خیر.

واضح است که چنین x ی وجود ندارد؛ چون اگر چنین عدد x ی وجود داشته باشد (y هر عددی می‌تواند باشد) و $y = -x + 1$ بگیریم، $x + y = x + (-x) + 1 = 1$ ؛ پس همین گزینه پاسخ تست است.

۳ با ترکیب نکته‌های (۲) و (۳) درس‌نامه، معلوم می‌شود که درست است.

۴ باید دید آیا به ازای هر عدد حقیقی x عدد حقیقی y وجود دارد که $x \leq y$. واضح است که بله وجود دارد. x را هر عددی که بگیریم، $y = x + 1$ از آن بزرگ‌تر است (پس وجود دارد).

تست و پاسخ ۳۵

نقیض عکس گزاره $(p \Rightarrow r) \Rightarrow q \sim q$ هم‌ارز کدام گزینه است؟

اول عکس، بعد نقیض
(با عکس نقیض فرق دارد.)

$$(p \Rightarrow r) \wedge q \quad (۲)$$

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q \quad (۴)$$

$$(p \Rightarrow r) \wedge \sim q \quad (۱)$$

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow q \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره با جبر گزاره‌ها برخی از سؤال‌های هم‌ارزی راحت‌تر حل می‌شوند؛ پس بهتر است آن‌ها را بلد باشید.

خودت حل کنی بهتره از هم‌ارزی ترکیب شرطی به صورت $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ استفاده کنید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه •• هم‌ارزی ترکیب شرطی

$$\begin{array}{cc} \text{فرض} & \text{حکم} \\ \uparrow & \uparrow \\ p \Rightarrow q \equiv p \vee \sim q \end{array}$$

یعنی ترکیب شرطی p آن‌گاه q ، هم‌ارز نقیض p (نقیض فرض) یا حکم (q) است.

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

نکات ۱ نقیض ترکیب شرطی می‌شود:

یعنی برای نقیض کردن یک عبارت شرطی، فرض (p) را نگه داشته و $(\wedge)$ حکم را نقیض $(\sim q)$ می‌کنیم.

$$\begin{array}{cc} p \Rightarrow q & q \Rightarrow p \\ \text{عکس ترکیب شرطی} & \text{ترکیب شرطی} \end{array}$$

۲ اگر جای فرض و حکم را در ترکیب شرطی عوض کنیم، عکس ترکیب شرطی به دست می‌آید؛ یعنی:

دقت کنید این دو گزاره ممکن است هم‌ارز نباشند.

۳ نقیض عکس ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ می‌شود $\sim(q \Rightarrow p)$ (یعنی اول ترکیب را عکس کرده و بعد از نکته ۱) نقیض آن را پیدا می‌کنیم).

۴ عکس نقیض ترکیب شرطی را با نقیض عکس اشتباه نگیرید. عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim q \Rightarrow \sim p$ است.

هم‌چنین $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$ یعنی ترکیب شرطی با عکس نقیض هم‌ارز است.

$$\begin{array}{cc} \text{فرض} & \text{حکم} \\ \sim q & \Rightarrow (p \Rightarrow r) \end{array}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با عوض کردن فرض و حکم، عکس ترکیب شرطی را به دست می‌آوریم:

عکس: $(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$

گام دوم: نقیض عکس را به دست می‌آوریم. طبق نکته برای نقیض کردن ترکیب شرطی، فرض را نگه داشته و حکم را نقیض می‌کنیم:

$$\sim[(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q] \equiv (p \Rightarrow r) \wedge q$$

$\downarrow$ فرض $\downarrow$ حکم $\downarrow$ فرض $\downarrow$ حکم را نقیض می‌کنیم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

هندسه:

۳۶

تست و پاسخ

نقطه A به فاصله ۱/۵ واحد از خط d مفروض است. چند نقطه در صفحه یافت می شود که از A به فاصله ۲ واحد و از d به فاصله ۴ واحد باشد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

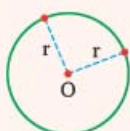
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تیپ سؤال ها در آزمون های آزمایشی بسیار رایج است. مرتبط با فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی هندسه ۱.

خودت حل کنی بهتره نقاطی که از نقطه A به فاصله ۱/۵ هستند، تشکیل چه شکلی می دهند؟ نقاطی که از خط d به فاصله ۴ هستند، چه طور؟

درس نامه در هندسه، به مجموعه نقاطی که دارای ویژگی مشترکی هستند، «مکان هندسی» آن نقاط می گویند. لفظ «مکان هندسی» در کتاب درسی هندسه ۱ به کار نرفته، اما چند ماه بعد در فصل دوم کتاب هندسه ۳ با آن بیشتر آشنا خواهید شد. کتاب درسی هندسه ۱ بدون استفاده از این لفظ، چند مکان هندسی مهم را به ما معرفی کرده است:

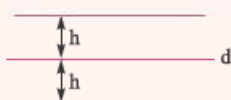
(۱) نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله r هستند، روی دایره ای به مرکز O و شعاع r قرار دارند.



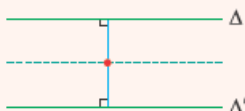
(۲) نقاطی که از دو نقطه ثابت A و B به یک فاصله هستند، روی عمود منصف پاره خط AB قرار دارند.



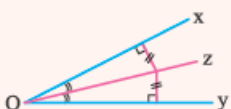
(۳) نقاطی که از خط d به فاصله h هستند، روی دو خط موازی با d در طرفین آن و به فاصله h از آن قرار دارند.



(۴) نقاطی که از دو خط موازی Δ و Δ' به یک فاصله هستند، روی خطی که بین Δ و Δ' و به فاصله برابر از آن دو است، قرار دارند.



(۵) نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، روی نیمساز آن زاویه قرار دارند.



نتیجه ای که از قسمت (۵) می گیریم این است که نقاطی که از دو خط متقاطع d و d' به یک فاصله اند، روی نیمسازهای زاویه های بین این دو خط قرار می گیرند که دو خط عمود بر هم هستند (مثلاً در شکل رسم شده، هر نقطه واقع بر Δ یا Δ' از هر دو خط d و d' به یک فاصله اند).



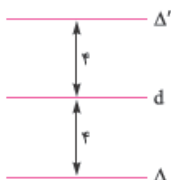
اگر در سؤالی بخواهیم نقطه ای را پیدا کنیم که دو ویژگی داشته باشد، مکان هندسی متناظر با هر یک از آن دو ویژگی را رسم می کنیم، نقاط مشترک آن دو مکان هندسی، نقاط مورد قبول هستند.

پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲ هستند):



با توجه به درس نامه، نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲ واحد هستند، روی دایره ای به مرکز A و شعاع ۲ قرار دارند. (دایره C در شکل رسم شده)

گام دوم (مشخص کردن نقاطی که از خط d به فاصله ۴ هستند):

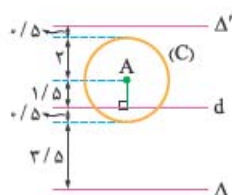


با توجه به درس نامه، نقاطی که از خط d به فاصله ۴ واحد هستند، روی دو خط موازی با d و به فاصله ۴ واحد از آن قرار دارند. (دو خط Δ و Δ' در شکل رسم شده)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام سوم (مشخص کردن نقاط مشترک دایره C با دو خط Δ و Δ'):

سؤال گفته که نقطه A از خط d به فاصله 1/5 است و نقاطی را می‌خواهیم که هم روی دایره C و هم روی یکی از دو خط Δ و Δ' قرار دارند. همان‌طور که در شکل می‌بینید دایره C هیچ نقطه مشترکی با Δ و Δ' ندارد؛ یعنی هیچ نقطه‌ای وجود ندارد که از نقطه A به فاصله 2/5 و از خط d به فاصله 4/5 باشد.

تست و پاسخ ۳۷

مثلی به طول اضلاع $6x$ ، $x+7$ و $4x-3$ را در نظر بگیرید. اگر عددی صحیح باشد، بیشترین مقدار ممکن برای محیط مثلث کدام است؟

۴۸ (۴)

۴۵ (۳)

۴۱ (۲)

۳۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤالی از نامساوی مثلثی که با همین سبک در کنکورهای قبل هم مطرح شده است.

خوبت حل کنی بهتره در مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بیشتر است.

درس‌نامه در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بیشتر است؛ یعنی در مثلثی به طول اضلاع a، b و c هر سه نامساوی روبه‌رو برقرار است:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < c + a \\ c < a + b \end{cases}$$

عکس این قضیه هم درست است؛ یعنی اگر هر سه نامساوی بالا برای سه عدد مثبت a، b و c برقرار باشند، می‌توان مثلثی به طول اضلاع a، b و c رسم کرد.

پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن نامساوی مثلثی در مثلث مورد نظر):

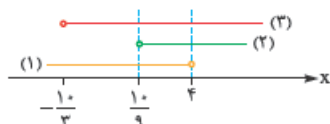
با توجه به درس‌نامه، از آن‌جا که طول اضلاع مثلث $a = 6x$ ، $b = x + 7$ و $c = 4x - 3$ است، باید:

$$a < b + c \Rightarrow 6x < (x + 7) + (4x - 3) \Rightarrow 6x < 5x + 4 \Rightarrow x < 4 \quad (1)$$

$$b < c + a \Rightarrow x + 7 < (4x - 3) + 6x \Rightarrow x + 7 < 10x - 3 \Rightarrow x > \frac{10}{9} \quad (2)$$

$$c < a + b \Rightarrow 4x - 3 < 6x + (x + 7) \Rightarrow 4x - 3 < 7x + 7 \Rightarrow x > -\frac{10}{3} \quad (3)$$

گام دوم (پیدا کردن حدود x):



باید هر سه نامساوی (۱)، (۲) و (۳) برقرار باشند؛ پس برای به دست آوردن مقادیر قابل قبول x، اشتراک نامساوی‌های (۱)، (۲) و (۳) را به دست می‌آوریم که به صورت $\frac{10}{9} < x < 4$ است.

البته در این‌طور سؤال‌ها باید چک کنیم به ازای مقادیر به دست آمده، طول اضلاع مثلث مثبت باشد که در این‌جا همین‌طور است؛ یعنی اگر $\frac{10}{9} < x < 4$ ، آن‌گاه هر سه عدد $a = 6x$ ، $b = x + 7$ و $c = 4x - 3$ مثبت هستند (اگر این‌طور نبود، باید مقادیری از x که طول اضلاع را منفی می‌کند، از مجموعه مقادیر به دست آمده حذف شود).

گام سوم (پیدا کردن خواسته سؤال):

$$P = a + b + c = 6x + (x + 7) + (4x - 3) = 11x + 4$$

محیط این مثلث برابر است با:

در گام دوم متوجه شدیم که $\frac{10}{9} < x < 4$ و صورت سؤال گفته که x عددی صحیح است، یعنی x می‌تواند مقادیر ۲ و ۳ را بپذیرد که در این صورت بیشترین مقدار $P = 11x + 4$ به ازای $x = 3$ به دست می‌آید که می‌شود $11 \times 3 + 4 = 37$.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۸

در مثلث قائم الزاویه ABC که در آن $\hat{A} = 90^\circ$ ، نیمساز زاویه داخلی B ضلع AC را در D قطع می‌کند، اگر $AD = 1/5$ و $CD = 2/5$ ، آنگاه اختلاف طول‌های دو ضلع AB و BC کدام است؟

۳ (۴)

۲/۵ (۳)

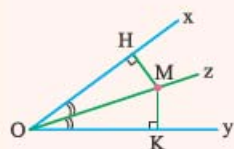
۲ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ویژگی‌های عمود منصف و نیمساز در هندسه نظام جدید اهمیت بیشتری پیدا کرده و می‌تواند کاندید خوبی برای سؤال‌های کنکورهای آینده باشد. درس‌نامه را بخوانید.

خودت حل کنی بهتره هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است.



درس‌نامه در شکل رسم شده، OZ نیمساز زاویه xOy است. اگر از نقطه M واقع بر OZ عمودهای MH و MK را به ترتیب بر Ox و Oy وارد کنیم، دو مثلث قائم الزاویه MOH و MOK طبق حالت وتر و یک زاویه حاده همنهشت هستند؛ پس داریم:

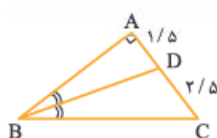
$$① MH = MK$$

$$② OH = OK$$

قسمت ① می‌گوید هر نقطه روی نیمساز زاویه، از دو ضلع آن به یک فاصله است که تقریباً همیشه آن را به خاطر داریم، اما قسمت ② را هم که می‌گوید فاصله رأس زاویه تا پای عمودها با هم برابر است، به خاطر داشته باشید؛ در حل بعضی سؤال‌ها کمکتان می‌کند.

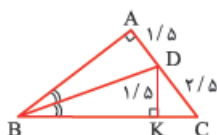
پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب):

با توجه به داده‌های سؤال، شکل را رسم می‌کنیم که به این صورت است:



گام دوم (استفاده از خاصیت نیمساز):

باید نقطه مناسبی روی نیمساز در نظر گرفته و از درس‌نامه استفاده کنیم. به نظر می‌رسد شاخص‌ترین نقطه D است که روی نیمساز زاویه B واقع است. از D عمود DK را بر BC وارد می‌کنیم، عمودی هم که می‌خواستیم بر AB رسم کنیم، خودبه‌خود رسم شده! DA در نقطه A بر AB عمود است؛ با توجه به درس‌نامه، داریم:



$$DK = DA = 1/5$$

$$BK = BA \Rightarrow BC - AB = BC - BK = CK$$

گام سوم (محاسبه طول CK):

در گام دوم فهمیدیم که خواسته سؤال، همان طول CK است که با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه KCD به دست می‌آید. $CD = \frac{1}{5} \times ⑤$ و $DK = \frac{1}{5} \times ③$ یکی از اضلاع قائمه است. از آن‌جا که ③، ④ و ⑤ اعداد فیثاغورسی هستند، طول ضلع قائمه دیگر که جواب سؤال است، می‌شود $CK = \frac{1}{5} \times ④ = 2$.

تست و پاسخ ۳۹

از هر رأس مثلث ABC به طول اضلاع ۱، ۲ و $\sqrt{5}$ خطی به موازات ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. مجموع فاصله‌های نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های مثلث $A'B'C'$ ، از رأس‌های مثلث ABC کدام است؟

۶ (۴)

$2\sqrt{5}$ (۳)

$3 + \sqrt{5}$ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



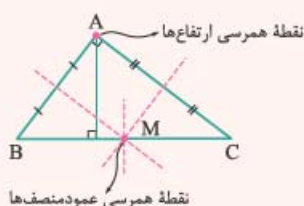
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

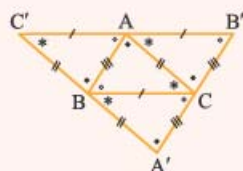
مشاوره در اثبات هم‌رسی ارتفاع‌ها، از رأس‌های مثلث اصلی خط‌هایی موازی با ضلع‌های آن رسم می‌کردیم تا یک مثلث جدید حاصل شود. این مثلث جدید ویژگی‌هایی دارد که در درس‌نامه به آن‌ها اشاره کرده‌ایم. یادتان باشد که همیشه ممکن است با سؤال‌هایی از روند اثبات قضیه‌ها روبه‌رو شوید؛ پس روند اثبات قضیه‌ها را هم بلد باشید.

خودت حل کنی بهتره اگر از رأس‌های مثلث ABC خطوطی به موازات اضلاع آن رسم کنیم، مثلثی مانند $A'B'C'$ ایجاد می‌شود که از چهار مثلث، همنهشت با ABC تشکیل شده است.

درس‌نامه



(۱) در هر مثلث، عمودمنصف‌های اضلاع و ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها همنهشتند. در مثلث قائم‌الزاویه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها و ارتفاع‌ها، به ترتیب وسط وتر و رأس قائمه هستند.



(۲) اگر از رأس‌های مثلث ABC خط‌هایی موازی با اضلاع آن رسم کنیم تا مثلثی مانند $A'B'C'$ به دست آید، این مثلث سه ویژگی مهم دارد:

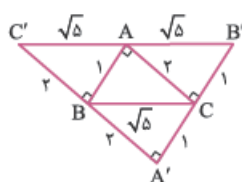
الف) از کنار هم قرار گرفتن $\triangle ABC$ و سه مثلث دیگر، همنهشت با ABC به وجود آمده است؛ مثلاً در شکل رسم‌شده، $\triangle A'BC$ ، $\triangle AB'C$ و $\triangle ABC'$ ، هر سه با ABC همنهشت‌اند.

ب) با نسبت ۲، با مثلث ABC متشابه است؛ مثلاً همان‌طور که در شکل می‌بینید:

$$\frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{A'B'}{AB} = 2$$

پ) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های آن، همان نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث ABC است.

(البته در حل این سؤال، فقط قسمت «الف» کاربرد دارد، اما «ب» و «پ» را هم برای یادآوری در این‌جا آوردیم!)



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب): قبل از حل، حواستان به این باشد که طول ضلع‌های مثلث ABC در رابطه فیثاغورس صدق می‌کند ($\sqrt{5}^2 = 3^2 + 4^2$)، پس مثلث ABC قائم‌الزاویه است. با توجه به نکته (۲) - «الف» درس‌نامه، شکل را رسم می‌کنیم:

گام دوم (تعیین نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های $A'B'C'$):

با توجه به نکته (۱) درس‌نامه، وسط وتر مثلث قائم‌الزاویه $A'B'C'$ و در نتیجه نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های آن است.

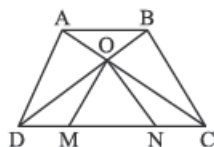
گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

$$AA + AB + AC = 0 + 1 + 2 = 3$$

حالا باید مجموع فاصله‌های نقطه A را از رأس‌های مثلث ABC به دست بیاوریم که می‌شود:

تست و پاسخ (۴۰)

در شکل زیر، طول قاعده کوچک دوزنقه $ABCD$ برابر با a و طول قاعده بزرگ آن b است. از نقطه برخورد قطرهای این دوزنقه OM و ON را موازی ساق‌ها رسم کرده‌ایم. حاصل $\frac{MN}{CD}$ با کدام گزینه برابر است؟



$$\frac{a}{b} \quad (۲)$$

$$\frac{b}{a+b} \quad (۴)$$

$$\frac{b-a}{b+a} \quad (۱)$$

$$\frac{a}{a+b} \quad (۳)$$

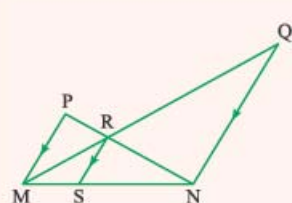
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره قضیه تالس یکی از مهم‌ترین قضیه‌های کتاب درسی هندسه ۱ است که در کنکور، هم ممکن است به طور مستقیم سؤال داشته باشد، هم ممکن است به صورت ترکیبی با مباحث دیگر از آن سؤال بدهند. دانستن بعضی نکات معروف از جمله نکته‌ای که در درس‌نامه آمده است، در پاسخگویی به بعضی سؤال‌ها، خیلی کمک‌تان می‌کند.

خودت حل کنی بهتره از نقطه O خطی موازی با قاعده‌ها رسم کنید و از قضیه تالس در دو مثلث ABC و ABD استفاده کنید.



درس‌نامه یکی از مسائل معروف در قضیه تالس می‌گوید که در شکل داده شده، PM، QN و RS موازی‌اند؛ رابطه بین طول‌های آن‌ها را به دست آورید.

برای این منظور، از قضیه تالس در دو مثلث MNP و MNQ استفاده می‌کنیم:

$$\triangle MNQ : RS \parallel QN \Rightarrow \frac{MS}{NM} = \frac{RS}{QN} \quad (1) \quad \triangle MNP : RS \parallel PM \Rightarrow \frac{NS}{NM} = \frac{RS}{PM} \quad (2)$$

حالا طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{NS}{NM} + \frac{MS}{NM} = \frac{RS}{PM} + \frac{RS}{QN} \Rightarrow \frac{NS+MS}{NM} = \frac{RS}{PM} + \frac{RS}{QN} \Rightarrow 1 = \frac{RS}{PM} + \frac{RS}{QN}$$

تا همین‌جا می‌توانیم بگوییم که رابطه بین PM، QN و RS را به دست آوردیم، اما برای آن‌که بتوانیم رابطه را راحت‌تر به خاطر بسپاریم،

$$1 = RS \left(\frac{1}{PM} + \frac{1}{QN} \right) \xrightarrow{\div RS} \frac{1}{RS} = \frac{1}{PM} + \frac{1}{QN}$$

پاسخ تشریحی گام اول (رسم خطی موازی با قاعده‌ها از نقطه O و تشخیص متوازی‌الاضلاع‌ها):

اگر از O خطی موازی با قاعده‌ها رسم کنیم تا ساق‌ها را در P و Q قطع کند، دو چهارضلعی POMD و QONC متوازی‌الاضلاع هستند، پس $OP = DM$ و $OQ = CN$.

گام دوم (محاسبه OP و OQ بر حسب a و b):

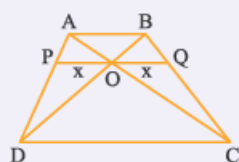
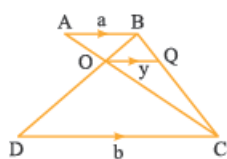
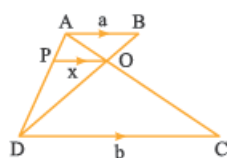
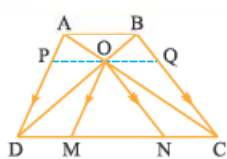
شرایط استفاده از نکته‌ای که در درس‌نامه گفتیم، برای سه پاره‌خط AB، OP و CD برقرار است، پس داریم:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow x = \frac{ab}{a+b}$$

عین همین حرف را در مورد AB، OQ و CD هم می‌توان زد:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Rightarrow y = \frac{ab}{a+b}$$

پس تا این‌جا فهمیدیم که $OP = OQ$ ، بعضی‌ها این نتیجه را به این صورت هم بیان می‌کنند:



نکته اگر از نقطه تقاطع قطرهای دوزنقه ABCD مطابق شکل خطی موازی با قاعده‌های آن رسم کنیم، داریم:

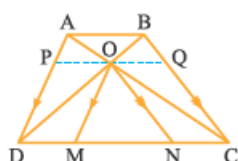
$$\textcircled{1} OP = OQ \quad \textcircled{2} \frac{1}{x} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD} \quad \text{یا} \quad \frac{2}{PQ} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):

در گام اول فهمیدیم که $DM = OP$ و $CN = OQ$ و در گام دوم فهمیدیم که $OP = OQ = \frac{ab}{a+b}$.

پس $CN = DM = \frac{ab}{a+b}$ و داریم:

$$MN = CD - (CN + DM) \Rightarrow MN = b - \frac{2ab}{a+b} \\ \Rightarrow MN = \frac{b(a+b) - 2ab}{a+b} \Rightarrow MN = \frac{b^2 - ab}{a+b}$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\frac{MN}{CD} = \frac{\frac{b^2 - ab}{a+b}}{b} = \frac{b^2 - ab}{b(a+b)} = \frac{b(b-a)}{b(b+a)} = \frac{b-a}{b+a}$$

پس در نهایت داریم:

تست و پاسخ (۴۱)

در شکل مقابل، دو جفت پاره خط موازی مشخص و مساحت سه تا از مثلث‌ها، داخل آن‌ها نوشته شده است. اگر

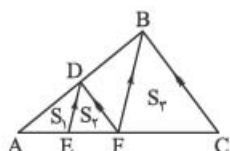
$$BC = 3DF, \text{ آن گاه حاصل } \frac{S_1}{S_2 + S_3} \text{ کدام است؟}$$

$$\text{۲) } 0.06$$

$$\text{۱) } 0.05$$

$$\text{۴) } 0.09$$

$$\text{۳) } 0.08$$



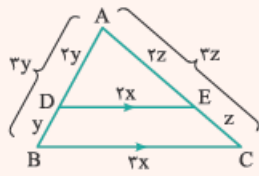
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال، شکل یکی از تمرین‌های کتاب درسی هندسه ۱ در قسمت قضیه تالس را مبنا قرار داده و آن را با قضایای نسبت مساحت مثلث‌های دارای قاعده یا ارتفاع مشترک ترکیب کرده است. سؤال ترکیبی و آموزنده‌ای است. درس‌نامه را حتماً بخوانید.

خوبت حل کنی بهتره با استفاده از قضیه تالس نسبت $\frac{AE}{EP}$ را که همان $\frac{S_1}{S_2}$ است به دست آورید. از تشابه مثلث‌های با مساحت S_2 و S_3 هم نسبت $\frac{S_2}{S_3}$ را به دست آورید.

درس‌نامه یکی از تکنیک‌هایی که در مسائل تالس می‌توانید از آن استفاده کنید تا کم‌تر با خواص تناسب سروکار داشته باشید، استفاده

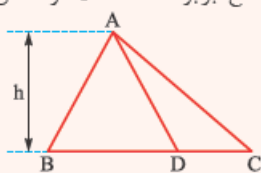
از پارامتر مجهول است؛ مثلاً فرض کنید در شکل داده شده داریم $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ ؛ می‌توانیم فرض کنیم $DE = 2x$ و $BC = 3x$. طبق قضیه تالس



پس $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$ ، پس $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ ؛ پس می‌توانیم فرض کنیم $AD = 2y$ و

$AB = 3y$ که در این صورت $DB = 3y - 2y = y$ و به همین صورت $EC = z$ و $AE = 2z$ و شکل را به این صورت تکمیل کنیم:

۲) اگر دو مثلث دارای ارتفاع برابر باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌های نظیر آن ارتفاع برابر است؛ مثلاً در شکل

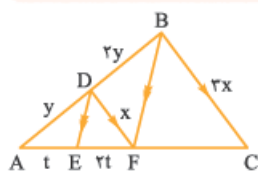


$$\frac{S(ABD)}{S(ACD)} = \frac{BD}{CD}, \frac{S(ACD)}{S(ABC)} = \frac{CD}{BC}$$

مشترکی به طول h هستند؛ پس نسبت مساحت‌های هر دوتای آن‌ها برابر با نسبت قاعده‌های نظیر این ارتفاع است؛ مثلاً:

۳) اگر دو زاویه از یک مثلث، با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث متشابه‌اند.

۴) نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

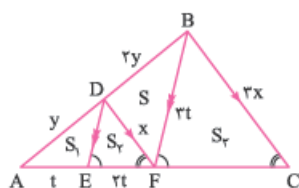


پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از پارامتر مجهول): سؤال می‌گوید $BC = 3DF$ ؛ پس می‌توانیم در نظر

بگیریم $DF = x$ و $BC = 3x$. مشابه نکته (۱) درس‌نامه، از آن‌جا که $DF \parallel BC$ ، با استفاده از قضیه تالس در

مثلث ABC می‌توانیم بگوییم که $AD = y$ و $DB = 2y$ و با استفاده از قضیه تالس در مثلث ABF می‌توانیم

در نظر بگیریم: $AE = t$ و $EF = 2t$.



گام دوم (محاسبه نسبت $\frac{S_1}{S_2}$): با توجه به نکته (۲) درس‌نامه می‌توان گفت:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{AE}{EF} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{1}{2} S_2$$

گام سوم (محاسبه نسبت $\frac{S_2}{S_3}$): با توجه به قضیه موازی - مورب، در شکل گام دوم داریم $B\hat{C}F = D\hat{E}F$ و $B\hat{F}C = D\hat{E}F$ ، پس با توجه به

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$\frac{S_2}{S_3} = \left(\frac{x}{3x}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_2}{S_3} = \frac{1}{9} \Rightarrow S_2 = 9S_3$$

نکته (۳) درس نامه BCF و DFE متشابه‌اند و با توجه به نکته (۴) داریم:

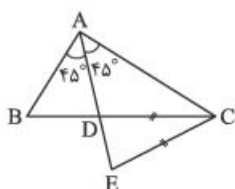
گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال):

$$\frac{S_1}{S_2 + S_3} = \frac{\frac{1}{9}S_2}{S_2 + 9S_2} = \frac{\frac{1}{9}}{10} = \frac{1}{90} = 0.0111$$

در گام دوم فهمیدیم $S_1 = \frac{1}{9}S_2$ و در گام سوم فهمیدیم $S_2 = 9S_3$ ؛ پس داریم:

تست و پاسخ ۴۲

در شکل مقابل، نقطه E روی امتداد AD چنان واقع است که $CD = CE$. اگر $BC = \frac{\sqrt{10}}{2}AB$ ، آن گاه نسبت فاصله E از AC به فاصله D از AC کدام است؟



$$1/25 (2)$$

$$\sqrt{1/5} (4)$$

$$\sqrt{2} (1)$$

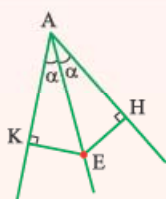
$$\frac{\sqrt{5}}{2} (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره مشابه سؤال کنکور سال ۹۹، البته این سؤال نسبت به سؤال کنکور سخت‌تر و ترکیبی‌تر است.

خودت حل کنی بهتره دو مثلث ABD و ACE متشابه‌اند، ضمن آن که فاصله D از AC با فاصله آن از AB برابر است.

درس نامه



(۱) اگر نقطه‌ای بر نیمساز زاویه‌ای واقع باشد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است: $EH = EK$

(۲) اگر دو زاویه از یک مثلث با دو زاویه از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث متشابه‌اند.

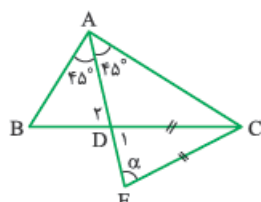
(۳) در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه (یعنی همان نسبت ضلع‌های متناظر) برابر است.

پاسخ تشریحی گام اول (تشخیص مثلث‌های متشابه): در شکل روبه‌رو، مثلث CDE متساوی‌الساقین است،

پس اگر در نظر بگیریم $\hat{E} = \alpha$ ، آن گاه $\hat{D}_1 = \alpha$ و به دلیل متقابل به رأس بودن $\hat{D}_1$ و $\hat{D}_2 = \alpha$ داریم $\hat{D}_2 = \alpha$.

پس در دو مثلث ABD و ACE، دو زاویه برابر $(\hat{B}_2 = \hat{E} = \alpha)$ و $(\hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 45^\circ)$ داریم،

پس این دو مثلث متشابه‌اند.



گام دوم (محاسبه نسبت تشابه): سؤال گفته $BC = \frac{\sqrt{10}}{2}AB$ ، پس در نظر می‌گیریم $AB = x$ و $BC = \frac{\sqrt{10}}{2}x$ ، از طرفی مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه است، پس طبق قضیه فیثاغورس، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{10}}{2}x\right)^2 = x^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = \frac{3}{4}x^2 \Rightarrow AC = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

از آن جا که در دو مثلث متشابه ABD و ACE، دو ضلع AB و AC، ضلع‌های روبه‌روی زاویه‌های متناظر هستند $(\hat{D}_2 = \hat{E} = \alpha)$ ، داریم:

$$K = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}x}{x} \Rightarrow K = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام سوم (استفاده از خاصیت نیمساز و محاسبه خواسته سؤال):

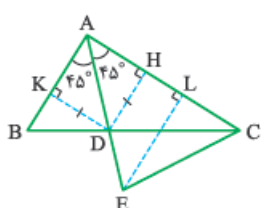
از آن جا که D نقطه واقع بر نیمساز زاویه BAC است، فاصله آن از دو ضلع زاویه، با هم برابر است: $DH = DK$.

حال سؤال از ما نسبت $\frac{EL}{DH}$ را خواسته که به جای آن می‌توانیم نسبت $\frac{EL}{DK}$ را حساب کنیم؛ DK و EL به ترتیب

در دو مثلث متشابه ABD و ACE، دو ارتفاع متناظر هستند (هر دوی آن‌ها به ضلع روبه‌روی زاویه α وارد شده‌اند)،

$$\frac{EL}{DK} = K = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس نسبت آن‌ها، همان نسبت تشابه است؛ یعنی:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۴۳

در یک مثلث قائم الزاویه، طول بزرگ ترین ضلع، ۳ برابر طول کوچک ترین ضلع است، ارتفاع وارد بر وتر این مثلث، آن را به کدام نسبت تقسیم می کند؟

۴ به ۱ (۴)

۳ به ۱ (۳)

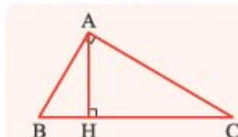
۸ به ۱ (۲)

۹ به ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤالی از روابط طولی در مثلث قائم الزاویه که از مباحث مهم فصل دوم کتاب هندسه ۱ است و تا به حال در کنکور سؤال های زیادی داشته است.

خوبت حل کنی بهتره نسبت طول قطعاتی که ارتفاع وارد بر وتر، روی وتر جدا می کند، برابر است با مربع نسبت طول دو ضلع زاویه قائمه.

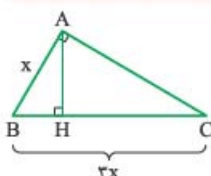


درس نامه در مثلث قائم الزاویه ABC که $\hat{A} = 90^\circ$ ، ارتفاع وارد بر وتر یعنی AH را رسم کرده ایم. داریم:

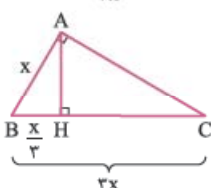
$$(1) AB^2 = BH \cdot BC$$

$$(2) AC^2 = CH \cdot BC$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه BH بر حسب X): با توجه به درس نامه داریم:



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} \Rightarrow BH = \frac{x^2}{3x} = \frac{x}{3}$$



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل، داریم:

$$CH = BC - BH \Rightarrow CH = 3x - \frac{x}{3} = \frac{8x}{3} \Rightarrow \frac{BH}{CH} = \frac{\frac{x}{3}}{\frac{8x}{3}} = \frac{1}{8}$$

تست و پاسخ ۴۴

اضلاع مثلثی با اعداد ۳، ۴ و ۵ متناسب اند. با رسم عمود منصف ضلع بزرگ تر، این مثلث به دو قسمت تقسیم می شود. نسبت مساحت های این دو قسمت کدام است؟

۱/۹۶ (۴)

۱/۶ (۳)

۱/۵ (۲)

۱/۵۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤالی از نسبت مساحت های دو مثلث متشابه که بارها در کنکور از آن سؤال داشته ایم. در این سؤال باید بتوانید مثلث های قائم الزاویه متشابه را هم تشخیص دهید.

خوبت حل کنی بهتره اگر دو مثلث قائم الزاویه، یک زاویه حاده برابر داشته باشند، متشابه اند و نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه آنهاست.

درس نامه ۱) می دانیم اگر دو مثلث، دو زاویه برابر با هم داشته باشند، با هم متشابه اند؛ پس اگر دو مثلث قائم الزاویه، یک زاویه حاده برابر داشته باشند، با هم متشابه اند.

۲) در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت ها برابر با مجذور نسبت تشابه آنهاست.

پاسخ تشریحی گام اول (تشخیص نوع مثلث): طول اضلاع مثلث ۳x، ۴x و ۵x هستند، پس در رابطه فیثاغورس صدق می کنند و مثلث مورد نظر، قائم الزاویه است.



گام دوم (رسم شکل مناسب): با توجه به شکل، رسم عمود منصف وتر، مثلث اصلی را به دو قسمت تقسیم می کند که یکی از آنها چهارضلعی ABMN و یکی از آنها مثلث CMN است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم (محاسبه نسبت مساحت دو مثلث ABC و CMN): دو مثلث قائم الزاویه ABC و CMN در زاویه حاده C مشترک اند؛ پس بنا به نکته (۱) درس نامه، با هم متشابه اند. نسبت تشابه آنها برابر با نسبت دو ضلع متناظر است، این دو ضلع را ضلع های روبه روی زاویه حاده دیگر این دو مثلث در

$$k = \frac{AC}{CM} \Rightarrow k = \frac{4x}{\frac{5}{2}x} \Rightarrow k = \frac{8}{5}$$

نظر می گیریم، داریم:

$$\frac{S(ABC)}{S(CMN)} = k^2 \Rightarrow \frac{S(ABC)}{S(CMN)} = \frac{64}{25} \Rightarrow S(ABC) = \frac{64}{25} S(CMN)$$

بنابراین داریم:

گام چهارم (محاسبه خواسته سوال): حالا می خواهیم نسبت مساحت چهار ضلعی $ABMN$ را به مساحت مثلث CMN حساب کنیم، داریم:

$$\frac{S(ABMN)}{S(CMN)} = \frac{S(ABC) - S(CMN)}{S(CMN)} = \frac{\frac{64}{25} S(CMN) - S(CMN)}{S(CMN)} = \frac{64}{25} - 1 = \frac{39}{25} = \frac{39 \times 4}{25 \times 4} = \frac{156}{100} = 1 \frac{56}{100}$$

تست و پاسخ ۴۵

می دانیم A ، B و C ماتریس های مربعی و هم مرتبه هستند؛ چه تعداد از گزاره های زیر، درست است؟

الف) $AB = BA$ اگر $AB = AC$ ، آن گاه $B = C$.

پ) $(AB)C = A(BC)$ اگر $AB = AC$ ، آن گاه $A = \overline{O}$ یا $B = C$.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره ویژگی های ضرب ماتریس ها با ویژگی های ضرب اعداد حقیقی متفاوت هستند. هدف سوال این است که بدانند این تفاوت ها را به خوبی درک کرده اید یا نه.

خودت حل کنی بهتره ضرب ماتریس ها خاصیت جابه جایی و حذفی ندارد، اما خاصیت شرکت پذیری دارد.

پاسخ تشریحی گزاره ها را یکی یکی بررسی می کنیم:

الف) ضرب ماتریس ها خاصیت جابه جایی ندارد؛ یعنی تساوی $AB = BA$ در حالت کلی برای دو ماتریس A و B برقرار نیست؛ به عنوان مثال

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad BA = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، داریم:

ب و ت) ضرب ماتریس ها خاصیت حذفی ندارد؛ یعنی از $AB = AC$ نمی توان نتیجه گرفت که لزوماً $B = C$ ، حتی نمی توان نتیجه گرفت

که لزوماً $B = C$ یا $A = \overline{O}$ ؛ به عنوان مثال در نظر بگیرید $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، که در این صورت داریم:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad AC = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

پ) ضرب ماتریس ها خاصیت شرکت پذیری دارد؛ یعنی $A(BC) = (AB)C$ ، پس در بین گزاره های «الف»، «ب»، «پ» و «ت»، فقط گزاره «پ» درست است.

تست و پاسخ ۴۶

ماتریس قطری A و ماتریس اسکالر B هر دو 3×3 و درایه های آنها اعداد صحیح هستند. اگر $AB = 3I$ ، آن گاه کم ترین مقدار ممکن برای

مجموع درایه های ماتریس $A + B$ کدام است؟

۱ (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) -۹ (۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره تعریف ماتریس‌های قطری و اسکالر را حتماً بدانید. در کنکور هم سؤال‌هایی داشته‌ایم که برای حل آن‌ها باید تعریف این ماتریس‌ها را بدانید.

خوبت حل کنی بهتره در ماتریس قطری همه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی صفر هستند و ماتریس اسکالر، ماتریسی قطری است که درایه‌های واقع بر قطر اصلی آن با هم برابرند.

درس نامه ۱) **ماتریس قطری**: ماتریسی مربعی است که همه درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر هستند. درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند؛ مثلاً ماتریس‌های مقابل قطری هستند:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۲) **ماتریس اسکالر**: اگر همه درایه‌های واقع بر قطر اصلی یک ماتریس قطری با هم برابر باشند، آن ماتریس را اسکالر می‌نامیم. در حالت خاص اگر همه درایه‌های واقع بر قطر اصلی ۱ باشند، آن را ماتریس واحد می‌نامیم و با I نمایش می‌دهیم: پس ماتریس‌های اسکالر 3×3

$$\begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix} \quad \text{هستند.}$$

۳) اگر A و B دو ماتریس قطری باشند، AB هم ماتریسی قطری است که در آن، درایه‌های قطر اصلی برابر با حاصل ضرب درایه‌های نظیر ماتریس‌های A و B هستند.

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax & 0 & 0 \\ 0 & by & 0 \\ 0 & 0 & cz \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی گام اول (در نظر گرفتن ماتریس‌های A و B):

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad B = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix}$$

ماتریس A قطری است، پس در نظر می‌گیریم: پس در نظر می‌گیریم: B اسکالر است، پس در نظر می‌گیریم:

گام دوم (محاسبه ماتریس AB): توجه کنید که ماتریس AB را به سادگی با استفاده از ضرب ماتریس‌ها هم می‌توانید محاسبه کنید، اما استفاده از نکته (۳) درس‌نامه، سرعت عملتان را بیشتر می‌کند.

$$AB = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ad & 0 & 0 \\ 0 & bd & 0 \\ 0 & 0 & cd \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ad & 0 & 0 \\ 0 & bd & 0 \\ 0 & 0 & cd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} ad = 3 \\ bd = 3 \\ cd = 3 \end{cases}$$

گام سوم (استفاده از فرض سؤال و محاسبه خواسته آن): سؤال می‌گوید که $AB = 3I$ ؛ یعنی:

و سؤال می‌گوید a, b, c و d عددهای صحیح هستند؛ پس چهار حالت امکان‌پذیر است:

الف) $d = -3$ که در این صورت $a = b = c = -1$.

پ) $d = 1$ که در این صورت $a = b = c = 3$.

ب) $d = 3$ که در این صورت $a = b = c = 1$.

ت) $d = -1$ که در این صورت $a = b = c = -3$.

$$A + B = \begin{bmatrix} a+d & 0 & 0 \\ 0 & b+d & 0 \\ 0 & 0 & c+d \end{bmatrix}$$

از طرفی می‌دانیم: پس مجموع درایه‌های ماتریس $A + B$ می‌شود $x = a + b + c + 3d$. با توجه

به چهار حالت قبل داریم: $x = -12$ (الف) $x = 12$ (ب) $x = 12$ (پ) $x = -12$ (ت)

پس کمترین مقدار ممکن برای x می‌شود -12 .

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۷

اگر برای دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -1 & b \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ تساوی $A^T - B^T = (A - B)(A + B)$ برقرار باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره ماتریس‌های تعویض‌پذیر در کنکورهای سال‌های اخیر سؤالی نداشته‌اند؛ پس این موضوع می‌تواند کاندید خوبی برای کنکورهای بعدی باشد. شرط تعویض‌پذیر بودن دو ماتریس 2×2 را که در درس‌نامه گفته شده، یاد بگیرید که کارتان را خیلی راحت می‌کند.

خودت حل کنی بهتره از $A^T - B^T = (A - B)(A + B)$ می‌توانید نتیجه بگیرید دو ماتریس A و B تعویض‌پذیرند.

درس‌نامه ... ۱) اگر دو ماتریس مربعی A و B به گونه‌ای باشند که $AB = BA$ ، آن‌گاه می‌گوییم A و B تعویض‌پذیرند؛ مثلاً همه ماتریس‌های مربعی با ماتریس همانی (I) و ماتریس صفر (O) تعویض‌پذیرند، چون برای هر ماتریس مربعی A داریم $AI = IA = A$ و $AO = OA = O$ ؛ هم‌چنین توان‌های مختلف یک ماتریس مربعی با هم تعویض‌پذیرند، چون داریم: $A^m \cdot A^n = A^n \cdot A^m = A^{m+n}$.
۲) اتحادهای جبری در حالت کلی برای ماتریس‌ها برقرار نیستند، اما برای دو ماتریس تعویض‌پذیر برقرارند.

عبارت	حاصل در حالت کلی	حاصل، اگر A و B تعویض‌پذیر باشند.
$(AB)^T$	$ABAB$	$A^T B^T$
$(A + B)(A - B)$	$A^T - AB + BA - B^T$	$A^T - B^T$
$(A + B)^T$	$A^T + AB + BA + B^T$	$A^T + 2AB + B^T$
$(A - B)^T$	$A^T - AB - BA + B^T$	$A^T - 2AB + B^T$

در چهار حالت جدول بالا، عکس موضوع هم درست است؛ یعنی از برقراری هر یک از این چهار اتحاد برای دو ماتریس A و B ، می‌توانید نتیجه بگیرید A و B تعویض‌پذیرند.

۳) دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}$ در صورتی تعویض‌پذیرند که:

$$\frac{b}{n} = \frac{c}{p} = \frac{a-d}{m-q}$$

پاسخ تشریحی اشتباه رایج در حل این سؤال، محاسبه دو طرف تساوی $A^T - B^T = (A - B)(A + B)$ و برابر قرار دادن آن‌هاست؛ البته

با این کار هم به جواب می‌رسید، اما با صرف زمان زیاد!

گام اول (تشخیص تعویض‌پذیر بودن A و B): همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، از تساوی $A^T - B^T = (A - B)(A + B)$ برای دو ماتریس A و B می‌توان تعویض‌پذیری A و B را نتیجه گرفت؛ اما شاید دوست باشید دلیل آن را بدانید؛ داریم:

$$A^T - B^T = A^T + AB - BA - B^T \Rightarrow O = AB - BA \Rightarrow AB = BA \Rightarrow A \text{ و } B \text{ تعویض‌پذیر هستند.}$$

گام دوم (محاسبه a و b): در گام اول فهمیدیم که دو ماتریس A و B تعویض‌پذیرند؛ یعنی $AB = BA$. می‌توانید AB و BA را جداگانه حساب کرده، با هم برابر قرار دهید تا a و b به دست آیند، اما توصیه می‌کنیم که نکته (۳) درس‌نامه را بلد باشید تا در زمان حل سؤال، صرفه‌جویی کنید. با استفاده از نکته (۳) درس‌نامه، داریم:

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & b \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow[\text{نکته (۳) درس‌نامه}]{A \text{ و } B \text{ تعویض‌پذیرند}} \frac{b}{2} = \frac{-1}{-1} = \frac{-1 - (-2)}{a - 0} \Rightarrow \frac{b}{2} = 1 = \frac{1}{a} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2 \\ 1 = \frac{1}{a} \Rightarrow a = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۴۸

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $I + (A - I)(I + A + A^2)$ کدام است؟

۴) -۶

۳) ۶

۲) -۴

۱) ۴

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در سؤال‌های اعمال بین ماتریس‌ها (جمع، ضرب و توان)، هر وقت دیدید که محاسبات زیادی برای حل سؤال لازم است، شک کنید که احتمالاً کاسه‌ای زیر نیم‌کاسه است!

خوبت حل کنی بهتره ماتریس I با همه ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه با آن، تعویض‌پذیر است.

درس‌نامه •• ماتریس I با همه ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه با آن تعویض‌پذیر است؛ چون $AI = IA = A$ ، پس بین A و I همه اتحادهای جبری برقرار است؛ مثلاً:

$$1) (A - I)(A + I) = A^2 - I^2 = A^2 - I$$

$$2) (A + I)^2 = A^2 + 2AI + I^2 = A^2 + 2A + I$$

$$3) (A - I)(A^2 + A + I) = A^3 - I^3 = A^3 - I$$

پاسخ تشریحی گام اول (ساده کردن عبارت مورد نظر سؤال): با استفاده از درس‌نامه، داریم:

$$(A - I)(I + A + A^2) = (A - I)(A^2 + A + I) = A^3 - I^3 = A^3 - I$$

پس عبارت مورد نظر سؤال، برابر است با $A^3 - I$.

گام دوم (محاسبه ماتریس A^3): اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه:

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 10 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس A^3 برابر است با $-7 - 5 - 2 + 10 = -4$.

تست و پاسخ ۴۹

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} j-i & i \geq j \\ j+i & i < j \end{cases}$ ، آنگاه درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس A^3 کدام است؟

۴) ۲۶

۳) -۲۶

۲) -۳۴

۱) ۳۴

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در سؤال‌های کنکور هم زیاد دیده می‌شود که درایه عمومی ماتریس بر حسب شماره سطر و شماره ستون آن تعریف شده، این سؤال هم همین کار را کرده است. ضمن این‌که برای محاسبه یک درایه مشخص از ماتریس A^3 ، نیازی به محاسبه کل ماتریس A^3 نیست!

خوبت حل کنی بهتره برای درایه‌های روی قطر اصلی و پایین آن داریم $j \geq i$ و برای درایه‌های بالای قطر اصلی داریم $j > i$. ماتریس A را

تشکیل دهید، درایه سطر نام و ستون نام ماتریس A^3 می‌شود a_{ij} a_{jj} a_{ii}
 $\downarrow$ $\downarrow$
 سطر نام A^3 ستون نام A^3

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ۵۵ (۱) در ماتریس‌های مربعی مانند $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ ، برای درایه‌های واقع بر قطر اصلی داریم $j = i$ ، برای درایه‌های بالای قطر اصلی داریم $j > i$ و برای درایه‌های پایین قطر اصلی داریم $j < i$ ؛ مثلاً اگر A یک ماتریس 3×3 باشد:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$i > j$ $i = j$ $j > i$

(۲) اگر $E = AB_1 \cdots B_n C$ ، آن‌گاه درایه سطر i ام و ستون j ام ماتریس E برابر است با $e_{ij} = a_{i1}b_{1j} \cdots b_{nj}c_j$ که در آن a_i سطر i ام ماتریس A و c_j ستون j ام ماتریس C است؛ مثلاً اگر $E = A^3$ ؛ یعنی $E = A \cdot A \cdot A$ ، آن‌گاه $e_{ij} = a_i A a_j$.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس A): با توجه به نکته (۱) درنامه، برای درایه‌های واقع بر قطر اصلی و پایین آن داریم $a_{ij} = j - i$ و برای درایه‌های بالای قطر اصلی داریم $a_{ij} = j + i$ ؛ پس:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} j=1 \\ j=2 \\ j=3 \end{matrix} \begin{matrix} i=1 \\ i=2 \\ i=3 \end{matrix}$$

گام دوم (محاسبه درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس A^3): از نکته (۲) درس‌نامه استفاده می‌کنیم تا درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس A^3 را حساب کنیم:

$$[-1 \ 0 \ 5] \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 5 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = [-10 \ -8 \ -4] \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = -30 + 0 + 4 = -26$$

تست و پاسخ ۵۰

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A^{1401} کدام است؟

۳۱۴۰۲ (۴)

۳۱۴۰۱ (۳)

۳۱۴۰۰ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره محاسبه توان‌های بزرگ ماتریس‌های مربعی از سؤال‌های پرتکرار در آزمون‌های آزمایشی هستند؛ البته نمونه کنکوری هم دارند، ضمن این‌که یکی از تمرین‌های کتاب درسی هم به آن پرداخته است (تمرین ۵ صفحه ۲۰ کتاب هندسه ۳)؛ پس درس‌نامه را خوب یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره دو توان کوچک‌تر، یعنی A^2 و A^3 را حساب کنید. به روندی می‌رسید که براساس آن A^n قابل حدس است.

درس نامه ۵۶ برای محاسبه توان‌های بزرگ ماتریس مربعی A ، ابتدا ماتریس A^2 را به دست آورید. ممکن است حالت‌های زیر پیش بیاید:

$$1) A^2 = \bar{O} \Rightarrow A^n = \bar{O} \quad 2) A^2 = A \Rightarrow A^n = A \quad 3) A^2 = \lambda A \Rightarrow A^n = \lambda^{n-1} A$$

(۴) اگر $A^2 = I$ یا $A^2 = -I$ ، آن‌گاه باید A^n را برحسب A^2 بنویسید؛ مثلاً اگر به $A^2 = -I$ رسیدید و ماتریس A^{15} را می‌خواستید، این‌طور عمل کنید:

$$A^{15} = (A^2)^7 \cdot A = (-I)^7 A = (-1)^7 I^7 A = -IA = -A$$

● اگر هیچ‌کدام از حالت‌های بالا اتفاق نیفتاد، باید ماتریس A^3 را هم حساب کنید؛ مثلاً ممکن است به $A^3 = \bar{O}$ برسید که در این صورت به ازای $n \geq 3$ داریم $A^n = \bar{O}$ یا این‌که به $A^3 = I$ برسید و مثلاً ماتریس A^{25} را بخواهید که در این صورت این‌طور باید عمل کنید:

$$A^{25} = A^{24} \cdot A = (A^3)^8 A = I^8 A = IA = A$$

● البته ممکن است با محاسبه A^2 و A^3 هیچ‌کدام از حالت‌های بالا اتفاق نیفتد؛ بلکه در مورد A^n یک روند به دست آید، مثلاً

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ و } A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ در این صورت می‌توان حدس زد که } A^n = \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه A^2):

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 6 \\ -6 & -6 & -6 \\ 9 & 9 & 9 \end{bmatrix} = 3A$$

ماتریس A^2 را حساب می‌کنیم:

گام دوم (محاسبه A^{1401}): همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، اگر $A^2 = \lambda A$ ، آن‌گاه $A^n = \lambda^{n-1} A$ ؛ پس در این سؤال:

$$A^2 = 3A \Rightarrow A^{1401} = 3^{1400} A \Rightarrow A^{1401} = 3^{1400} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با $3^2 = 3 \times 3$ ؛ پس مجموع درایه‌های ماتریس A^{1400} برابر است با: $3^{1400} \times 3^2 = 3^{1402}$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۱

می‌توانید جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورید.

سرعت متوسط متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در بازه زمانی $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 9\text{ s}$ برابر $\vec{v} = (-2\text{ m/s})\vec{i}$ و در بازه زمانی $t_1 = 1\text{ s}$ تا $t_2 = 13\text{ s}$ برابر $\vec{v} = (1\text{ m/s})\vec{i}$ است. سرعت متوسط این

متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_3 در SI کدام است؟

می‌توانید جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورید.

$-7\vec{i}$ (۴)

$7\vec{i}$ (۳)

$-\vec{i}$ (۲)

$\vec{i}$ (۱)

باید به دنبال جابه‌جایی در بازه زمانی t_2 تا t_3 باشید.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست از روی تست‌های کنکور تجربی خارج ۱۴۰۰ و ریاضی خارج ۱۴۰۰ شبیه‌سازی شده است. با حل این تست، در استفاده از رابطه سرعت متوسط به صورت برداری مهارت کسب می‌کنید.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از داده‌های تست، جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2 و جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_3 را به دست بیاورید. به کمک دو رابطه به دست آمده برای جابه‌جایی‌ها، جابه‌جایی در بازه زمانی t_2 تا t_3 را محاسبه کنید و در انتها سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی t_2 تا t_3 به دست بیاورید.

درس نامه ●● سرعت متوسط: نسبت جابه‌جایی به مدت زمان حرکت است و از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1}$$

(m)
 (s)

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه سرعت متوسط را برای بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_1 تا t_3 می‌نویسیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = 9\text{ s تا } t_1 = 1\text{ s: بازه زمانی } \vec{v}_{av(1,9)} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow -2\vec{i} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{9-1} \Rightarrow \vec{x}_2 - \vec{x}_1 = (-16\text{ m})\vec{i} \quad (I) \\ t_3 = 13\text{ s تا } t_1 = 1\text{ s: بازه زمانی } \vec{v}_{av(1,13)} = \frac{\vec{x}_3 - \vec{x}_1}{t_3 - t_1} \Rightarrow 1\vec{i} = \frac{\vec{x}_3 - \vec{x}_1}{13-1} \Rightarrow \vec{x}_3 - \vec{x}_1 = (12\text{ m})\vec{i} \quad (II) \end{cases}$$

گام دوم: طرفین رابطه (I) را از طرفین رابطه (II) کم می‌کنیم تا جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_3 به دست آید:

$$(II) - (I) = (\vec{x}_3 - \vec{x}_1) - (\vec{x}_2 - \vec{x}_1) = 12\vec{i} - (-16\vec{i}) \Rightarrow \vec{x}_3 - \vec{x}_2 = (28\text{ m})\vec{i}$$

$$\vec{v}_{av(9,13)} = \frac{\vec{x}_3 - \vec{x}_2}{t_3 - t_2} = \frac{28\vec{i}}{13-9} = \frac{28\vec{i}}{4} = (7\text{ m/s})\vec{i}$$

سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی t_2 تا t_3 برابر است با:

تست و پاسخ ۵۲

در جدول زیر مکان آغازین، مکان پایانی و سرعت متوسط دو متحرک A و B در مدت ۴ s مشخص شده است. $\vec{d} - \vec{d}'$ بر حسب متر کدام است؟

مکان آغازین (m)	مکان پایانی (m)	سرعت متوسط (m/s)
$-2\vec{i}$	$\vec{d}$	$-3\vec{i}$
$\vec{d}'$	$6\vec{i}$	$3\vec{i}$

$8\vec{i}$ (۱)

$-8\vec{i}$ (۲)

$12\vec{i}$ (۳)

$-12\vec{i}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست از روی یکی از تمرین‌های کتاب درسی طراحی شده است؛ یک تست مبنا از مبحث سرعت متوسط.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خوبت حل کنی بهتره ابتدا رابطه سرعت متوسط را برای هر کدام از متحرک‌های A و B نوشته و با استفاده از داده‌های تست و جدول، $\vec{d}$ و $\vec{d}'$ را به دست آورید؛ سپس $\vec{d} - \vec{d}'$ را محاسبه کنید.

درس نامه درس نامه تست ۵۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه سرعت متوسط را برای متحرک A نوشته و به کمک داده‌های جدول، $\vec{d}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{av,A} = \frac{\Delta \vec{x}_A}{\Delta t} \Rightarrow -4\vec{i} = \frac{\vec{d} - (-2\vec{i})}{4} \Rightarrow \vec{d} + 2\vec{i} = -16\vec{i} \Rightarrow \vec{d} = (-18\text{ m})\vec{i}$$

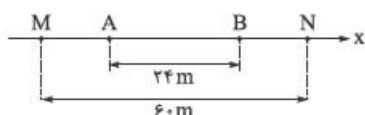
گام دوم: برای متحرک B، نیز داریم:

$$\vec{v}_{av,B} = \frac{\Delta \vec{x}_B}{\Delta t} \Rightarrow 3\vec{i} = \frac{6\vec{i} - \vec{d}'}{4} \Rightarrow 6\vec{i} - \vec{d}' = 12\vec{i} \Rightarrow \vec{d}' = (-6\text{ m})\vec{i}$$

گام سوم: خواسته تست را به دست می‌آوریم:

$$\vec{d} - \vec{d}' = -18\vec{i} - (-6\vec{i}) = (-12\text{ m})\vec{i}$$

تست و پاسخ ۵۳



متحرکی که روی محور x شکل روبه‌رو حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 20\text{ s}$ به ترتیب از نقطه‌های A و B می‌گذرد. اگر در این مدت، جهت حرکت متحرک دو مرتبه و در نقطه‌های M و N تغییر کرده باشد، تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟

باید به دنبال مسافت طی‌شده توسط متحرک باشید.

$$4/8 (2)$$

$$7/2 \text{ یا } 4/8 (4)$$

$$4/2 (1)$$

$$7/2 \text{ یا } 4/2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

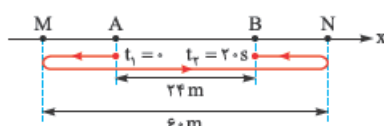
مشاوره ترسیم مسیر حرکت متحرک با توجه به اطلاعات داده‌شده در تست، مهارت مهمی است که باید یاد بگیرید. یادگیری این مهارت، در تحلیل حرکت متحرک خیلی به دردتان می‌خورد.

خوبت حل کنی بهتره چون جهت اولیه حرکت متحرک را نمی‌دانیم، دو حالت داریم. با توجه به داده‌های تست، مسیر متحرک در این دو حالت را برای بازه زمانی t_1 تا t_2 رسم کرده و به کمک شکل‌ها، ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک و سپس تندی متوسط متحرک در این مدت را برای دو حالت به دست آورید.

درس نامه ۱) مسافت: طول مسیری است که متحرک می‌پیماید. مسافت را با ℓ نشان می‌دهند.
۲) تندی متوسط: نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت‌زمان حرکت است و از رابطه روبه‌رو محاسبه می‌شود:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق گفته تست، متحرک در لحظه $t_1 = 0$ حرکت خود را از نقطه A شروع کرده و پس از دو بار تغییر جهت حرکت در نقطه‌های M و N، در لحظه $t_2 = 20\text{ s}$ به نقطه B می‌رسد. با توجه به این‌که اطلاعاتی راجع به جهت اولیه حرکت متحرک در این بازه زمانی نداریم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:



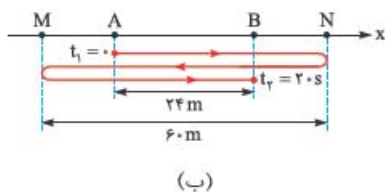
(الف)

حالت اول: مطابق شکل «الف»، متحرک به طور مستقیم از نقطه A به نقطه M برود، پس از تغییر جهت حرکت در این نقطه به طور مستقیم تا نقطه N برود و در نهایت پس از تغییر جهت حرکت در نقطه N، به طور مستقیم به نقطه B برود. در این حالت در بازه زمانی t_1 تا t_2 ، مسافت طی‌شده توسط متحرک و تندی متوسط آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ell_1 = \overline{MN} - \overline{AB} = (2 \times 60) - 24 = 96\text{ m}$$

$$s_{av,1} = \frac{\ell_1}{\Delta t} = \frac{96}{20-0} = 4/8\text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حالت دوم: مطابق شکل «ب»، متحرک به طور مستقیم از نقطه A تا نقطه N رفته و پس از تغییر جهت حرکت در این نقطه، به طور مستقیم تا نقطه M رفته و در نهایت پس از تغییر جهت حرکت در نقطه M به طور مستقیم تا نقطه B برود. در این حالت در بازه زمانی t_1 تا t_2 مسافت طی شده توسط متحرک و تندی متوسط آن برابر است با:

$$\ell_2 = 2\overline{MN} + \overline{AB} = (2 \times 60) + 24 = 144 \text{ m}$$

$$s_{av,2} = \frac{\ell_2}{\Delta t} = \frac{144}{20-0} = 7.2 \text{ m/s}$$

پس تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 می تواند برابر $4/8 \text{ m/s}$ یا $7/2 \text{ m/s}$ باشد.

تست و پاسخ ۵۴

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می کند، به صورت شکل روبه رو است. در ۸ ثانیه اول، تندی متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه بیشتر است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۱ (۴)

۵/۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

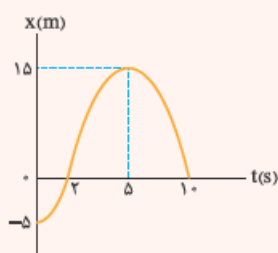
مشاوره از روی نمودار مکان - زمان متحرک اطلاعات زیادی درباره حرکت متحرک می توان به دست آورد. یکی از اولیه ترین اطلاعات، محاسبه جابه جایی و مسافت طی شده توسط متحرک در یک بازه زمانی معین است. همچنین با داشتن جابه جایی و مسافت می توانید سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را نیز به دست بیاورید.

خودت حل کنی بهتره به کمک نمودار، مسافت طی شده و اندازه جابه جایی متحرک در ۸ ثانیه اول (یعنی بازه زمانی صفر تا ۸ s) را تعیین کنید؛ سپس به کمک روابط تندی متوسط و سرعت متوسط، خواسته تست یعنی $s_{av} - |v_{av}|$ را محاسبه کنید.

درس نامه

(۱) محاسبه جابه جایی و مسافت طی شده توسط متحرک از روی نمودار مکان - زمان

متحرکی را در نظر بگیرید که نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل زیر است:



● محاسبه جابه جایی در بازه زمانی صفر تا ۱۰ s

با توجه به نمودار روبه رو متحرک در لحظه صفر در مکان $x_0 = -5 \text{ m}$ و در لحظه ۱۰ s در مکان $x_{10} = 0$ قرار دارد:

$$\Delta x_{(0,10)} = x_{10} - x_0 = 0 - (-5) = 5 \text{ m}$$

● محاسبه مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا ۱۰ s

برای محاسبه مسافت طی شده توسط متحرک، لحظه های تغییر جهت متحرک مهم اند. در نمودار بالا

متحرک در بازه زمانی صفر تا ۵ s از مکان $x_0 = -5 \text{ m}$ به مکان $x_5 = 15 \text{ m}$ رفته و سپس در بازه زمانی ۵ s تا ۱۰ s از مکان $x_5 = 15 \text{ m}$ به مکان $x_{10} = 0$ می رود، بنابراین:

$$\ell = (x_5 - x_0) + |x_{10} - x_5| = [15 - (-5)] + |0 - 15| = 20 + 15 = 35 \text{ m}$$

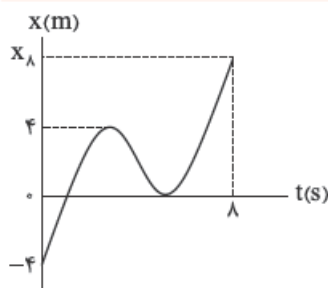
(۲) درس نامه تست ۵۱ و درس نامه های (۱) و (۲) در تست ۵۳ را بخوانید.

پاسخ تشریحی

گام اول: فرض می کنیم مکان متحرک در لحظه ۸ s برابر x_8 است. با توجه به نمودار روبه رو، متحرک در ۸ ثانیه اول (یعنی بازه زمانی صفر تا ۸ s) از مکان -4 m به مکان 4 m رفته، سپس تغییر جهت داده و تا مکان صفر می رود. در نهایت پس از تغییر جهت در مکان صفر، تا مکان x_8 می رود. مسافت طی شده توسط متحرک و اندازه جابه جایی آن در این مدت برابر است با:

$$\ell = [4 - (-4)] + |0 - 4| + (x_8 - 0) = 8 + 4 + x_8 = 12 + x_8 \text{ (m)}$$

$$\Delta x = x_8 - (-4) = x_8 + 4 \text{ (m)}$$



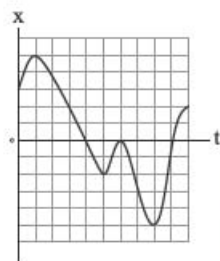


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: خواسته تست را به دست می آوریم: $s_{av} - |v_{av}| = \frac{\ell}{\Delta t} - \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\ell - |\Delta x|}{\Delta t} = \frac{(12 + x_A) - (x_A + 4)}{8 - 0} = \frac{8}{8} = 1 \text{ m/s}$ یعنی در ۸ ثانیه اول، تندی متوسط متحرک، ۱ m/s از اندازه سرعت متوسط آن بیشتر است.

تست و پاسخ ۵۵



نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. تندی متوسط متحرک در بازه اولین تا دومین لحظه ای که جهت بردار مکان آن تغییر می کند، چند برابر اندازه

سرعت متوسط متحرک در بازه اولین تا سومین لحظه ای که جهت حرکت آن تغییر می کند، است؟

نمودار، محور زمان را قطع می کند.

نقاط اکسترمم (بیشینه و کمینه) نمودار

۲ (۲)

۷ (۴)

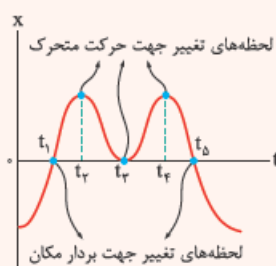
۱ (۱)

۱۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره بعضی اوقات در تست هایی که نمودار مکان - زمان را می دهند و سرعت متوسط (یا جابه جایی) و تندی متوسط (یا مسافت طی شده) را می خواهند، بازه زمانی را به صورت واضح به شما نمی دهند و برای مثال می گویند بازه زمانی بین دو تغییر جهت متوالی. شما باید این توانایی را داشته باشید که از روی نمودار $x-t$ این بازه های زمانی را شناسایی کنید.

خوبت حل کنی بهتره ابتدا لحظاتی که جهت بردار مکان تغییر می کند (نمودار محور t را قطع می کند) و لحظاتی که جهت حرکت تغییر می کند (نقاط اکسترمم نمودار) را شناسایی کنید. سپس به کمک صفحه شطرنجی نمودار و بازه های زمانی مورد بررسی، جابه جایی و مسافت طی شده و در نتیجه سرعت متوسط، تندی متوسط متحرک و نسبت خواسته شده به دست می آید.



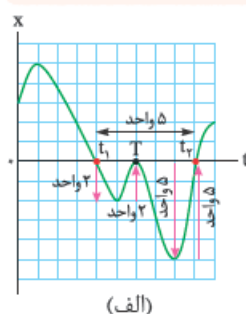
درس نامه ۱۰۰ بخشی از اطلاعاتی که نمودار مکان - زمان حرکت جسم، درباره حرکت جسم به ما می دهد به صورت زیر است:

۱) **لحظه های تغییر جهت بردار مکان:** در لحظه هایی که نمودار، محور t را قطع می کند، بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد؛ برای مثال در نمودار روبه رو در لحظه های t_1 و t_5 بردار مکان متحرک تغییر جهت می دهد (قبل از t_1 بردار مکان در خلاف جهت محور x و بعد از t_1 بردار مکان در جهت محور x است).

تذکر در لحظه هایی که نمودار بر محور t مماس می شود (مانند لحظه t_3 در نمودار بالا) بردار مکان تغییر جهت نمی دهد. جهت بردار مکان قبل و بعد از این لحظات یکسان است و فقط برای لحظه ای اندازه بردار مکان برابر صفر می شود.

۲) **لحظه های تغییر جهت حرکت متحرک:** نقطه های اکسترمم (بیشینه و کمینه) نمودار، بیانگر لحظاتی است که متحرک تغییر جهت می دهد. در این نقاط، اولاً شیب مماس بر نمودار در آن لحظه برابر صفر می شود و ثانیاً علامت شیب نمودار قبل و بعد از آن لحظه متفاوت است؛ برای مثال در نمودار بالا، متحرک در لحظات t_2 ، t_3 و t_4 تغییر جهت می دهد.

۲) درس نامه تست ۵۱، درس نامه های (۱) و (۲) در تست ۵۳ و درس نامه (۱) در تست ۵۴ را بخوانید.



پاسخ تشریحی گام اول: در نمودار $x-t$ ، جهت بردار مکان متحرک در لحظه ای تغییر می کند که نمودار

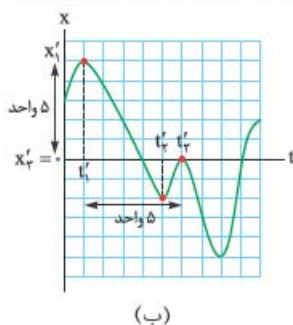
محور t را قطع کند. با توجه به این موضوع، در نمودار شکل «الف» جهت بردار مکان متحرک در لحظه t_1 برای اولین بار و در لحظه t_5 برای دومین بار تغییر می کند. ما باید به دنبال تندی متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_5 باشیم. به کمک صفحه شطرنجی رسم شده و با در نظر گرفتن ۱ واحد برای هر خانه (روی محور x و t) داریم:

$$\begin{cases} \ell = 2 + 2 + 5 + 5 = 14 \text{ واحد} \\ \Delta t = 5 \text{ واحد} \end{cases} \Rightarrow s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{14}{5}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حواستون باشه برای تغییر جهت بردار مکان، نمودار $x-t$ باید محور زمان را قطع کند تا علامت بردار مکان قبل و بعد از این لحظه متفاوت باشد. در لحظاتی مانند T که نمودار بر محور زمان مماس می‌شود، بردار مکان متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، چون جهت بردار مکان قبل و بعد از این لحظه یکسان است.



گام دوم: در نمودار $x-t$ ، جهت حرکت متحرک در نقاط اکسترمم (بیشینه و کمینه) تغییر می‌کند. با توجه به این موضوع و در نمودار شکل «ب»، جهت حرکت متحرک در لحظه t'_1 برای اولین بار و در لحظه t'_2 برای سومین بار تغییر می‌کند. اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی t'_1 تا t'_2 را می‌خواهیم. به کمک صفحه شطرنجی رسم شده، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اندازه جابه‌جایی: } |\Delta x'| = |x'_2 - x'_1| = 5 \text{ واحد} \\ \text{بازه زمانی: } \Delta t' = 5 \end{array} \right. \Rightarrow |v'_{av}| = \frac{|\Delta x'|}{\Delta t'} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\frac{s_{av}}{|v'_{av}|} = \frac{14}{1} = \frac{14}{5}$$

گام سوم: نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۵۶

اندازه شیب نمودار $x-t$ افزایش می‌یابد.

معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 5$ است. در کل مدتی که طول بردار مکان متحرک کاهش و تندی متحرک افزایش می‌یابد، سرعت متوسط متحرک در SI کدام است؟

نمودار $x-t$ به محور زمان نزدیک می‌شود.

$$\begin{array}{l} 2\hat{i} \quad (2) \\ -5\hat{i} \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5\hat{i} \quad (1) \\ -2\hat{i} \quad (3) \end{array}$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره شناخت معادله مکان - زمان از اساسی‌ترین نیازهای فصل حرکت‌شناسی است. شما باید در بیرون کشیدن اطلاعات حرکت جسم از معادله مکان - زمان، مهارت کافی را کسب کنید تا بتوانید تحلیل درستی از حرکت جسم داشته باشید.

خودت حل کنی بهتره ریشه‌های معادله و مختصات نقطه رأس سهمی را محاسبه کنید. به کمک این نقاط، نمودار $x-t$ متحرک را رسم کنید. باید سرعت متوسط در مدتی که طول بردار مکان متحرک کاهش و تندی متحرک افزایش می‌یابد را به دست آورید؛ بنابراین از روی نمودار $x-t$ ، بازه‌ای که نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود و اندازه شیب نمودار افزایش می‌یابد را بیابید. در نهایت می‌توانید سرعت متوسط متحرک در این بازه زمانی را به دست آورید.

درس نامه ۱) معادله مکان - زمان متحرک، معادله‌ای است که مکان متحرک را برحسب زمان می‌دهد؛ یعنی با قرار دادن یک t معین در این معادله، می‌توان مکان متحرک را در لحظه t به دست آورد؛ برای مثال معادله $x = t^2 + 2t - 5$ می‌تواند معادله مکان - زمان یک متحرک باشد. **نکته** اگر در معادله مکان - زمان، t را برابر صفر قرار دهیم، مکان متحرک در لحظه $t = 0$ که همان مکان اولیه متحرک است، به دست می‌آید. در معادله بالا، مکان اولیه متحرک برابر $x_0 = -5 \text{ m}$ است.

۲) در لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ، اولاً مکان متحرک (x) برابر صفر می‌شود و ثانیاً مکان متحرک تغییر علامت می‌دهد. اگر معادله مکان - زمان متحرک تابعی درجه دو از زمان، یعنی به شکل $x = At^2 + Bt + C$ باشد، برای تعیین لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ، x را برابر صفر قرار داده و سپس $\Delta = B^2 - 4AC$ را به دست می‌آوریم. در نهایت ریشه‌های معادله از رابطه $t = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A}$ به دست می‌آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

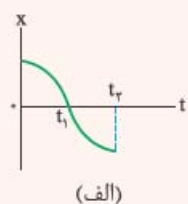
(تذکر)

- ۱) اگر $\Delta < 0$ باشد، معادله ریشه ندارد؛ یعنی متحرک هرگز به مبدأ نمی‌رسد.
- ۲) اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله ریشه مضاعف (برای مثال t_1) دارد؛ یعنی متحرک در لحظه t_1 به مبدأ رسیده و در آن جا تغییر جهت می‌دهد. (متحرک از مبدأ عبور نمی‌کند.)
- ۳) اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله دو ریشه (برای مثال t_1 و t_2) دارد، یعنی متحرک در لحظات t_1 و t_2 از مبدأ عبور می‌کند. (آنگاه هر یک از ریشه‌ها منفی به دست اومد، چون زمان منفی قابل قبول نیست، اون ریشه رو می‌ذاریم کنار.)

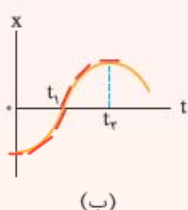
۳) اگر معادله مکان - زمان متحرک تابعی درجه دو از زمان، یعنی به شکل $x = At^2 + Bt + C$ باشد، متحرک در لحظه $t' = -\frac{B}{2A}$ تغییر جهت می‌دهد؛ برای مثال لحظه تغییر جهت متحرکی که معادله مکان - زمان آن به شکل $x = t^2 - 2t + 5$ است، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$t' = -\frac{(-2)}{2 \times 1} = 1 \text{ s}$$

(تذکر) در حالتی که t' برابر صفر یا عددی منفی شود، متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.



- ۴) در نمودار مکان - زمان متحرک:
- اگر مقدار x در حال کاهش باشد (نمودار به محور t نزدیک شود): اندازه (طول) بردار مکان در حال کاهش است. (مانند بازه زمانی صفر تا t_1 در نمودار «الف»)
 - اگر مقدار x در حال افزایش باشد (نمودار از محور t دور شود): اندازه (طول) بردار مکان در حال افزایش است. (مانند بازه زمانی t_1 تا t_2 در نمودار «الف»)



- ۵) در نمودار مکان - زمان متحرک، اندازه شیب مماس بر نمودار در هر لحظه، بیانگر اندازه بردار سرعت (تندی) در آن لحظه است:
- اگر اندازه شیب مماس بر نمودار در حال کاهش باشد، اندازه سرعت (تندی) متحرک در حال کاهش است. (مانند بازه زمانی t_1 تا t_2 در نمودار «ب»)
 - اگر اندازه شیب مماس بر نمودار در حال افزایش باشد، اندازه سرعت (تندی) متحرک در حال افزایش است. (مانند بازه زمانی صفر تا t_1 در نمودار «ب»)

۶) درس‌نامه تست ۵۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: برای حل این تست به نمودار مکان - زمان متحرک نیاز داریم. برای رسم نمودار از ریشه‌های معادله و مختصات t و x نقطه رأس سهمی کمک می‌گیریم:

$$x = -t^2 + 6t - 5 \xrightarrow{x=0} -t^2 + 6t - 5 = 0 : \Delta = B^2 - 4AC = (6)^2 - 4(-1)(-5) = 16$$

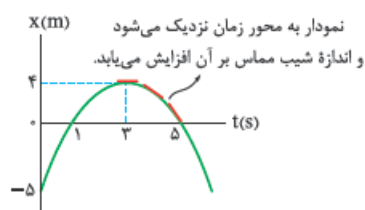
$$t = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{-6 \pm 4}{2 \times (-1)} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1 \text{ s} \\ t_2 = 5 \text{ s} \end{cases}$$

$$x = -t^2 + 6t - 5 : \text{رأس} = -\frac{B}{2A} = -\frac{6}{2 \times (-1)} = 3 \text{ s}, x_{\text{رأس}} = -(3)^2 + 6(3) - 5 = 4 \text{ m}$$

$$x = -t^2 + 6t - 5 \xrightarrow{t=0} x_0 = -5 \text{ m}$$

مکان اولیه متحرک هم برابر است با:

حالا نمودار $x - t$ متحرک را رسم می‌کنیم:



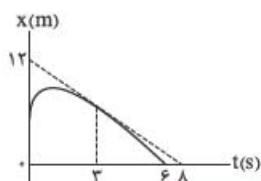
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



گام دوم: بازه زمانی ای را می‌خواهیم که طول بردار مکان متحرک کاهش و تندی متحرک افزایش یابد؛ بنابراین باید به دنبال بازه زمانی ای باشیم که نمودار $x-t$ به محور زمان نزدیک شود و اندازه شیب مماس بر آن افزایش یابد. با کمی دقت در نمودار صفحه قبل، می‌فهمیم بازه زمانی ای که به دنبال آن هستیم، بازه 3 تا 5 s است. سرعت متوسط متحرک در این بازه برابر است با:

$$v_{av(3,5)} = \frac{\Delta x(3,5)}{\Delta t} = \frac{x_5 - x_3}{\Delta t} = \frac{0 - 4}{5 - 3} = -2 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_{av(3,5)} = (-2 \text{ m/s})\vec{i}$$

تست و پاسخ ۵۷



نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل روبه‌رو است. اگر تندی متحرک در لحظه $t = 3$ s، برابر اندازه سرعت متوسط متحرک در 6 ثانیه اول باشد، در مبدأ زمان، فاصله متحرک از مبدأ مکان چند متر است؟ (خط‌چین رسم‌شده در لحظه $t = 3$ s بر نمودار مماس است.)

۹ (۲)

۴/۵ (۱)

۶ (۴)

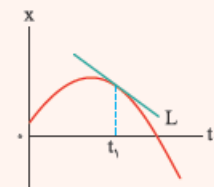
۳ (۳)

شیب مماس بر نمودار را در لحظه 3 s می‌توانید به دست آورید.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره ارتباط بین شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان و اندازه سرعت (تندی) متحرک از مفاهیمی است که هم در کتاب درسی و هم در کنکور سراسری به آن پرداخته شده است. همچنین از روی نمودار مکان-زمان می‌توان مفاهیمی مانند جابه‌جایی، مسافت طی‌شده و ... را به دست آورد.

خوب حل‌کنی بهتره ابتدا به کمک اندازه شیب خط‌چین مماس بر نمودار در لحظه 3 s، تندی متحرک در این لحظه را به دست آورید. سپس از روی نمودار، اندازه سرعت متوسط متحرک در 6 ثانیه اول (یعنی بازه زمانی صفر تا 6 s) را محاسبه کنید. در نهایت به کمک نسبت داده‌شده مکان اولیه متحرک را به دست آورید.

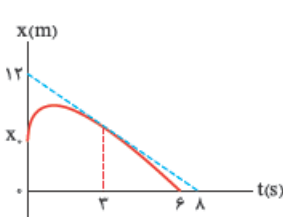


درس‌نامه ۵۵ (۱) شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان متحرک در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است.

$$L = v(t_1) \text{ شیب خط}$$

همچنین می‌دانید که اندازه سرعت متحرک در هر لحظه همان تندی متحرک در آن لحظه است.

(۲) درس‌نامه تست ۵۱ را بخوانید.



پاسخ تشریحی گام اول: تندی متحرک در لحظه 3 s برابر با اندازه شیب خط‌چین مماس بر نمودار در این لحظه است؛ بنابراین:

$$|v_3| = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ m/s}$$

همچنین متحرک در 6 ثانیه اول یعنی بازه زمانی صفر تا 6 s از مکان x_0 تا مکان صفر جابه‌جا شده است؛

$$|v_{av(0,6)}| = \frac{|0 - x_0|}{6} = \frac{x_0}{6}$$

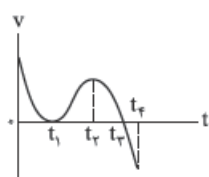
پس:

گام دوم: به کمک نسبت داده‌شده در تست، x_0 را به دست می‌آوریم:

$$|v_3| = 2 |v_{av(0,6)}| \Rightarrow \frac{3}{2} = 2 \frac{x_0}{6} \Rightarrow x_0 = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۵۸

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چند مورد از عبارات‌های زیر درباره این متحرک درست است؟



الف) جهت حرکت متحرک دو مرتبه، در لحظه‌های t_1 و t_3 تغییر می‌کند.

ب) در بازه زمانی t_1 تا t_3 تندی متحرک پیوسته کاهش می‌یابد.

پ) جهت شتاب متحرک یک مرتبه در لحظه t_3 تغییر می‌کند.

ت) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط متحرک برابر است.

(۴) صفر

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

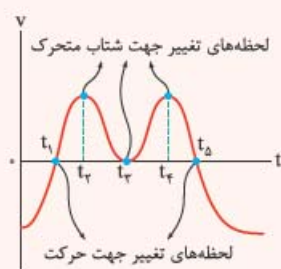


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین نمودارها در فصل حرکت‌شناسی، نمودار سرعت - زمان ($v-t$) است. از روی نمودار سرعت - زمان متحرک اطلاعات زیادی درباره حرکت متحرک می‌توان به دست آورد. تحلیل حرکت از روی نمودار سرعت - زمان یکی از مهم‌ترین مهارت‌هایی است که باید آن را بیاموزید.



درس‌نامه ۱) بخشی از اطلاعاتی که نمودار سرعت - زمان حرکت جسم، درباره حرکت جسم به ما می‌دهد به صورت زیر است:

۱) لحظه‌های تغییر جهت حرکت: در لحظه‌هایی که نمودار محور t را قطع می‌کند، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند؛ برای مثال در نمودار روبه‌رو در لحظه‌های t_1 و t_5 ، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند (قبل از t_1 ، متحرک در خلاف جهت محور x و بعد از t_1 ، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند).

تذکر در لحظه‌هایی که نمودار بر محور t مماس می‌شود (مانند لحظه t_3 در نمودار روبه‌رو)، جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند. جهت حرکت قبل و بعد از این لحظات یکسان است و فقط برای لحظه‌ای سرعت متحرک برابر صفر می‌شود.

۲) تشخیص تندشونده یا کندشونده بودن حرکت

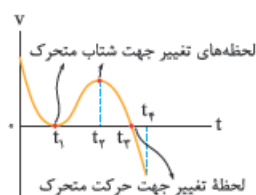
● اگر نمودار به محور زمان نزدیک شود $\Leftarrow$ تند (اندازه سرعت) متحرک در حال کاهش است. $\Leftarrow$ حرکت متحرک کندشونده است. برای مثال در نمودار بالا در بازه زمانی صفر تا t_1 حرکت متحرک کندشونده است.

● اگر نمودار از محور زمان دور شود $\Leftarrow$ تند (اندازه سرعت) متحرک در حال افزایش است. $\Leftarrow$ حرکت متحرک تندشونده است. برای مثال در نمودار بالا در بازه زمانی t_1 تا t_3 حرکت متحرک تندشونده است.

۳) لحظه‌های تغییر جهت شتاب متحرک: نقطه‌های اکسترمم (بیشینه و کمینه) نمودار، بیانگر لحظاتی است که شتاب متحرک تغییر جهت می‌دهد. در این نقاط، اولاً شیب مماس بر نمودار در آن لحظه برابر صفر می‌شود و ثانیاً علامت شیب نمودار قبل و بعد از آن لحظه متفاوت است؛ برای مثال در نمودار بالا، شتاب متحرک در لحظات t_2 ، t_4 و t_6 تغییر جهت می‌دهد.

۲) تند متوسط، همواره بزرگ‌تر یا مساوی اندازه سرعت متوسط است. در حالتی که مسیر حرکت متحرک مستقیم باشد و متحرک تغییر جهت ندهد (نمودار سرعت - زمان، محور زمان را قطع نکند)، تند متوسط با اندازه سرعت متوسط برابر است (برای مثال در نمودار بالا در بازه زمانی t_1 تا t_3 ، تند متوسط متحرک با اندازه سرعت متوسط آن برابر است).

پاسخ تشریحی: درستی یا نادرستی هر یک از عبارتها را بررسی می‌کنیم:



الف) در نمودار $v-t$ ، جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای تغییر می‌کند که نمودار محور t را قطع کند. با توجه به این موضوع، جهت حرکت متحرک یک مرتبه و در لحظه t_3 تغییر می‌کند. (شکل روبه‌رو) x

حواستون باشه برای تغییر جهت حرکت متحرک، نمودار $v-t$ باید محور زمان را قطع کند تا علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه متفاوت باشد. در لحظاتی مانند t_3 که نمودار بر محور زمان مماس می‌شود، جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند، چون جهت سرعت متحرک قبل و بعد از این لحظه یکسان است.

ب) اگر نمودار $v-t$ به محور زمان نزدیک شود، تند متحرک کاهش می‌یابد. در بازه زمانی t_1 تا t_3 ، نمودار ابتدا به محور زمان نزدیک می‌شود (از t_1 تا t_3) و سپس از محور زمان دور می‌شود (از t_3 تا t_5)؛ بنابراین در بازه زمانی t_1 تا t_3 ، تند متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. x

پ) در نمودار $v-t$ ، جهت شتاب متحرک در نقاط اکسترمم (بیشینه و کمینه) تغییر می‌کند. با توجه به این توضیح و شکل بالا، جهت شتاب متحرک، دو مرتبه در لحظات t_2 و t_4 تغییر می‌کند. x

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



ت) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، نمودار سرعت - زمان محور زمان را قطع نمی‌کند (جهت حرکت متحرک تغییر نکند)؛ بنابراین در این بازه زمانی تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط متحرک برابر است. ✓

تست و پاسخ ۵۹

سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در مبدأ زمان و لحظه $t = 9 \text{ s}$ به ترتیب $\vec{v} = 6 \text{ m/s}$ و $\vec{v} = -6 \text{ m/s}$ است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول، $1/5$ برابر اندازه شتاب متوسط

بازه زمانی صفر تا ۶ s

بازه زمانی ۶ s تا ۹ s

آن در ۳ ثانیه سوم باشد، تندی متحرک در لحظه $t' = 6 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟

۱۲ یا ۳ (۴)

۹ یا ۳ (۳)

۱۲ یا ۳ (۲)

۹ یا ۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره چون نسبت اندازه شتابها در دو بازه زمانی را داریم و اطلاعاتی راجع به هم‌جهت‌بودن یا غیرهم‌جهت‌بودن شتابها نداریم، با دو حالت سروکار داریم. برای هر یک از حالت‌ها نسبت داده‌شده را نوشته و به کمک رابطه شتاب متوسط، تندی در لحظه $t' = 6 \text{ s}$ را به دست می‌آوریم.

درس‌نامه اگر بردار سرعت متحرک در لحظه t_1 برابر $\vec{v}_1$ و در لحظه t_2 برابر $\vec{v}_2$ باشد، شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}_{av}(t_1, t_2) = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \text{بردار تغییر سرعت (m/s)} \rightarrow \text{زمان (s)}$$

پاسخ تشریحی اندازه شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیه اول، $1/5$ برابر اندازه شتاب متوسط متحرک در ۳ ثانیه سوم است. از علامت شتاب متوسطها در این دو بازه زمانی اطلاعاتی نداریم؛ بنابراین دو حالت داریم:

$$\vec{a}_{(0,6)} = 1/5 \vec{a}_{(6,9)} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{v}_{(0,6)}}{\Delta t_{(0,6)}} = 1/5 \frac{\Delta \vec{v}_{(6,9)}}{\Delta t_{(6,9)}} \Rightarrow \frac{\vec{v}_6 - \vec{v}_0}{6 - 0} = \frac{3}{5} \times \frac{\vec{v}_9 - \vec{v}_6}{9 - 6}$$

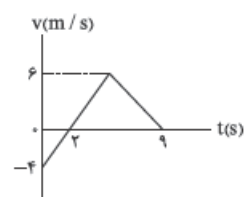
$$\begin{aligned} \frac{\vec{v}_6 - 6\vec{i}}{6} &= \frac{3}{5} \times \frac{-6\vec{i} - \vec{v}_6}{3} \Rightarrow \vec{v}_6 - 6\vec{i} = 3(-6\vec{i} - \vec{v}_6) \\ \Rightarrow \vec{v}_6 - 6\vec{i} &= -18\vec{i} - 3\vec{v}_6 \Rightarrow 4\vec{v}_6 = -12\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_6 = (-3 \text{ m/s})\vec{i} \Rightarrow s_6 = |\vec{v}_6| = 3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

حالت دوم: شتاب متوسطها در خلاف جهت یکدیگر باشند:

$$\begin{aligned} \vec{a}_{(0,6)} &= -1/5 \vec{a}_{(6,9)} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{v}_{(0,6)}}{\Delta t_{(0,6)}} = -1/5 \frac{\Delta \vec{v}_{(6,9)}}{\Delta t_{(6,9)}} \Rightarrow \frac{\vec{v}_6 - \vec{v}_0}{6 - 0} = -\frac{3}{5} \times \frac{\vec{v}_9 - \vec{v}_6}{9 - 6} \\ \frac{\vec{v}_6 - 6\vec{i}}{6} &= -\frac{3}{5} \times \frac{-6\vec{i} - \vec{v}_6}{3} \Rightarrow \vec{v}_6 - 6\vec{i} = 3(6\vec{i} + \vec{v}_6) \\ \Rightarrow \vec{v}_6 - 6\vec{i} &= 18\vec{i} + 3\vec{v}_6 \Rightarrow 2\vec{v}_6 = -24\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_6 = (-12 \text{ m/s})\vec{i} \Rightarrow s_6 = |\vec{v}_6| = 12 \text{ m/s} \end{aligned}$$

تست و پاسخ ۶۰

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 7 \text{ s}$ چند برابر اندازه شتاب آن در لحظه t_2 است؟



$\frac{9}{5}$ (۲)

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۱)

$\frac{5}{3}$ (۳)



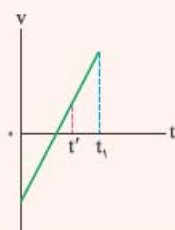
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ: گزینه ۱

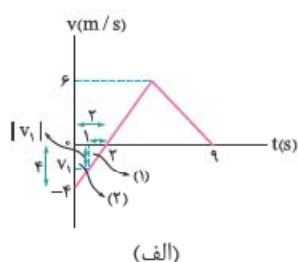
مشاوره در نمودارهای حرکت شناسی، تسلط بر نسبت‌های تشابه مثلث‌ها خیلی کار راه انداز است. خیلی از مواقع جواب ندادن به تست دلیل فیزیکی ندارد و دلیلش ندانستن مباحث پایه‌ای ریاضی است؛ پس به شما توصیه می‌کنیم که مباحثی مانند تشابه مثلث‌ها (قضیه تالس) را خوب یاد بگیرید.

خوبت حل کنی بهتره به کمک تشابه مثلث‌ها (قضیه تالس)، سرعت متحرک در لحظه ۱ s را به دست بیاورید. سپس دوباره از تشابه مثلث‌ها کمک بگیرید تا لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر 6 m/s می‌شود و سرعت متحرک در لحظه ۷ s را محاسبه کنید. حالا همه چیز را برای محاسبه خواسته تست در اختیار دارید. با استفاده از رابطه شتاب متوسط به پاسخ تست می‌رسید.



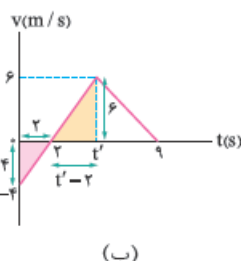
درس نامه ۱۰۰۰ درس نامه تست ۵۹ را بخوانید.

(۲) اگر نمودار سرعت - زمان متحرک به صورت خط راست باشد (شیب نمودار ثابت باشد)، شتاب متحرک ثابت است. در این نمودار شتاب در هر لحظه دلخواه برابر با شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه است. برای مثال در نمودار روبه‌رو شتاب در لحظه t' با شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا t_1 برابر است.



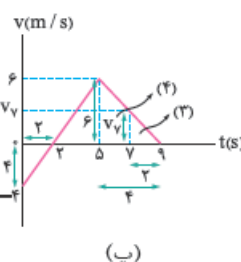
پاسخ تشریحی **گام اول:** سرعت در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ را می‌خواهیم. به کمک نسبت‌های تشابه دو مثلث (۱) و (۲) شکل «الف»، داریم:

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{|v_1|} \Rightarrow |v_1| = 2 \text{ m/s} \xrightarrow{v_1 < 0} v_1 = -2 \text{ m/s}$$



گام دوم: به کمک نسبت‌های تشابه مثلث‌های رنگی در شکل «ب»، لحظه t' را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t' - 2}{2} = \frac{6}{4} \Rightarrow t' - 2 = 3 \Rightarrow t' = 5 \text{ s}$$



حالا نسبت‌های تشابه را برای مثلث‌های (۳) و (۴) شکل «پ» می‌نویسیم تا سرعت متحرک در لحظه $t_p = 7 \text{ s}$ به دست آید:

$$\frac{v_p}{6} = \frac{2}{4} \Rightarrow v_p = 3 \text{ m/s}$$

گام سوم: سرعت در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ برابر $v_1 = -2 \text{ m/s}$ و سرعت در لحظه $t_p = 7 \text{ s}$ برابر $v_p = 3 \text{ m/s}$ است؛ بنابراین اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_p برابر است با:

$$|a_{av(1,7)}| = \frac{|\Delta v_{(1,7)}|}{\Delta t_{(1,7)}} = \frac{|v_p - v_1|}{t_p - t_1} = \frac{|3 - (-2)|}{7 - 1} = \frac{5}{6} \text{ m/s}^2$$

گام چهارم: نمودار $v-t$ متحرک در بازه زمانی ۵ s تا ۹ s به صورت خط راست است (شیب ثابت)؛ بنابراین اندازه شتاب متحرک در لحظه $t_p = 7 \text{ s}$ با اندازه شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی ۵ s تا ۹ s برابر است و داریم:

$$|a_p| = |a_{av(5,9)}| = \frac{|\Delta v_{(5,9)}|}{\Delta t_{(5,9)}} = \frac{|v_9 - v_5|}{t_9 - t_5} = \frac{|0 - 6|}{9 - 5} = \frac{6}{4} \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a_p| = \frac{3}{2} \text{ m/s}^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



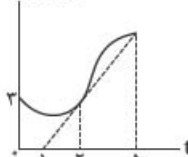
$$\frac{|a_{av}(1,7)|}{|a_v|} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{5}{9}$$

گام آخر: نسبت خواسته شده برابر است با:

تست و پاسخ ۶۱

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. اگر شتاب متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ ، برابر شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول باشد، تندی متحرک در لحظه $t = 5 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ (خط چین رسم شده، در لحظه $t = 2 \text{ s}$ بر نمودار مماس است.)

v(m/s)



شیب مماس بر نمودار را در لحظه 2 s می توان به دست آورد.

۸ (۲)
۱۰ (۴)

۷/۵ (۱)

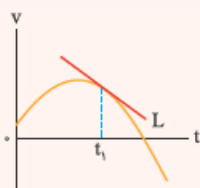
۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ارتباط ریاضی بین شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان و شتاب لحظه ای متحرک، هم در کتاب درسی و هم در کنکور سراسری مطرح شده است. همین دلیل برای نشان دادن اهمیت این موضوع کافی است.

خودت حل کنی بهتره به کمک شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در لحظه 2 s ، شتاب متحرک در لحظه 2 s را بر حسب سرعت در لحظه 5 s به دست بیاورید. سپس به کمک رابطه شتاب متوسط، شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول را بر حسب سرعت در لحظه 5 s محاسبه کرده و در نهایت با استفاده از نسبت شتاب ها که در صورت تست داده شده، سرعت در لحظه 5 s را به دست آورید.

درس نامه



(۱) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه بیانگر شتاب متحرک در آن لحظه است.

$$L = a(t_1) = \text{شیب خط}$$

(۲) درس نامه تست ۵۹ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول:

شیب خط چین مماس بر نمودار در لحظه 2 s (خط چین L) برابر شتاب متحرک در این لحظه است؛ بنابراین:

$$a_v = L = \text{شیب خط چین} = \frac{v_5 - 0}{5 - 1} = \frac{v_5}{4}$$

گام دوم: ۵ ثانیه اول یعنی بازه زمانی صفر تا 5 s ، به کمک نمودار روبه رو شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی را به دست می آوریم:

$$a_{av(0,5)} = \frac{\Delta v_{(0,5)}}{\Delta t_{(0,5)}} = \frac{v_5 - v_0}{t_5 - t_0} = \frac{v_5 - 3}{5 - 0} = \frac{v_5 - 3}{5}$$

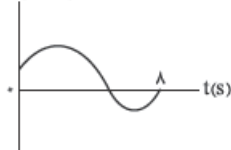
گام سوم: شتاب متحرک در لحظه 2 s ، برابر شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول است؛ بنابراین:

$$\frac{a_v}{a_{av(0,5)}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{v_5}{4}}{\frac{v_5 - 3}{5}} = 2 \Rightarrow \frac{5v_5}{4(v_5 - 3)} = 2 \Rightarrow 5v_5 = 8v_5 - 24 \Rightarrow 3v_5 = 24 \Rightarrow v_5 = 8 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۶۲

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، مطابق شکل روبه رو است. اگر در ۸ ثانیه اول، تندی متوسط متحرک $4/5 \text{ m/s}$ و سرعت متوسط آن 3 m/s باشد، حداکثر فاصله متحرک از مکان اولیه اش آن چند متر است؟

v(m/s)



به مساحت های محصور بین نمودار و محور زمان توجه کنید.

۲۴ (۲)
۳۶ (۴)

۱۸ (۱)

۳۰ (۳)



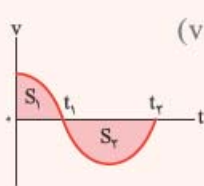
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یکی از اطلاعات مهمی که از روی نمودار سرعت - زمان متحرک می‌توان به دست آورد، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک است. شما باید بلد باشید که چگونه می‌توان از روی نمودار سرعت - زمان، این دو کمیت را به دست آورد.

خوبت حل کنی بهتره مساحت محصور بین بخشی از نمودار که بالای محور t قرار دارد و محور t را S_1 و مساحت محصور بین بخشی از نمودار که زیر محور t قرار دارد و محور t را S_2 در نظر گرفته و به کمک اطلاعات داده‌شده در تست، دو معادله برحسب S_1 و S_2 تشکیل دهید. با حل هم‌زمان این دو معادله، S_1 و S_2 به دست می‌آید. حالا باید قدرت تحلیل‌تان را به کار گرفته و بفهمید در چه زمانی فاصله متحرک از مکان اولیه خود بیشترین مقدار را دارد. این موضوع را که بفهمید، حل تست تقریباً تمام است.



درس نامه •• محاسبه جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت - زمان $(v-t)$

۱ محاسبه جابه‌جایی: مساحت محصور بین نمودار و محور t در هر بازه زمانی بیانگر اندازه جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است.

نکته اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک، مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک منفی است.

برای مثال در نمودار بالا داریم:

$$t_1 \text{ تا } t_2: \Delta x_1 = +S_1 \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$$

$$t_2 \text{ تا } t_3: \Delta x_2 = -S_2$$

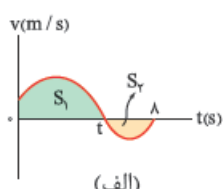
نمودار پایین محور t

۲ محاسبه مسافت طی‌شده:

مسافت طی‌شده توسط متحرک همواره مثبت است؛ بنابراین برای نمودار بالا داریم:

$$t_1 \text{ تا } t_2: l_1 = +S_1 \Rightarrow l = l_1 + l_2 = S_1 + S_2$$

$$t_2 \text{ تا } t_3: l_2 = +S_2$$



(الف)

پاسخ تشریحی گام اول: اگر مطابق شکل «الف»، مساحت‌های محصور بین نمودار و محور زمان را در بازه صفر تا t و بازه t تا 8 به ترتیب S_1 و S_2 در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{(0,8)} = S_1 - S_2 \quad \text{جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی صفر تا } 8 \text{ s}$$

$$l_{(0,8)} = S_1 + S_2 \quad \text{مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازه زمانی صفر تا } 8 \text{ s}$$

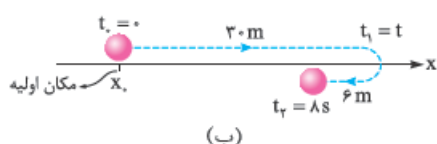
گام دوم: در صورت تست، تندى متوسط و سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا 8 s داده شده است. با توجه به نتایج گام اول داریم:

$$v_{av(0,8)} = 3 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{\Delta x_{(0,8)}}{\Delta t} = 3 \Rightarrow \frac{S_1 - S_2}{8} = 3 \Rightarrow S_1 - S_2 = 24$$

$$s_{av(0,8)} = 4.5 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{l_{(0,8)}}{\Delta t} = 4.5 \Rightarrow \frac{S_1 + S_2}{8} = 4.5 \Rightarrow S_1 + S_2 = 36$$

دو معادله به دست آمده را در دستگاه دو معادله - دو مجهول حل می‌کنیم تا S_1 و S_2 به دست آیند.

$$\begin{cases} S_1 - S_2 = 24 \\ S_1 + S_2 = 36 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو معادله را جمع می‌کنیم}} 2S_1 = 60 \Rightarrow S_1 = 30, S_2 = 6$$



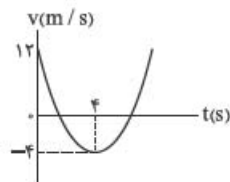
(ب)

گام سوم: با توجه به نمودار، مطابق شکل «ب» متحرک در بازه زمانی صفر تا t در جهت محور x حرکت کرده و از مکان اولیه خود دور می‌شود، سپس در لحظه t تغییر جهت داده و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در نتیجه به مکان اولیه خود نزدیک می‌شود؛ بنابراین در بازه زمانی صفر تا 8 s، بیشترین فاصله متحرک از مکان اولیه خود در لحظه t رخ می‌دهد. در این لحظه فاصله متحرک از مکان اولیه خود برابر با S_1 یعنی 30 m است.



تست و پاسخ ۶۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، یک سهمی مطابق شکل زیر است. کدامیک از عبارتهای زیر دربارهٔ حرکت این متحرک درست است؟



الف) اندازهٔ شتاب متحرک در لحظه‌های $t_1 = 2/4$ s و $t_2 = 5/6$ s برابر است.

ب) در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت، تندی ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پ) اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم برابر 2 m/s^2 است.

ت) اندازهٔ شتاب در ۴ ثانیهٔ اول، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

(۴) پ و ت

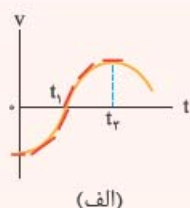
(۳) ب و ت

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره قبلاً گفتیم که تحلیل حرکت متحرک از روی نمودار سرعت - زمان یکی از مهارت‌های بسیار مهم و پرکاربرد است. در برخی تست‌ها دانش ریاضی هم، چاشنی آن می‌شود؛ به طوری که برای حل تست، علاوه بر دانش فیزیکی باید با ویژگی‌های ریاضی نمودارها هم آشنا باشید.



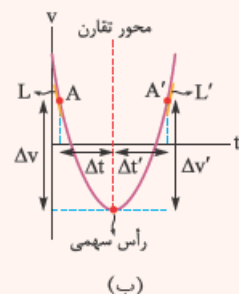
(الف)

درس‌نامه بخش (۱) درسی‌نامهٔ (۱) در تست ۵۸ و درسی‌نامهٔ تست ۵۹ را بخوانید.

(۲) در نمودار سرعت - زمان متحرک، اندازهٔ شیب مماس بر نمودار در هر لحظه، بیانگر اندازهٔ بردار شتاب در آن لحظه است:

● اگر اندازهٔ شیب مماس بر نمودار در حال کاهش باشد، اندازهٔ شتاب در حال کاهش است. (مانند بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 در نمودار «الف»)

● اگر اندازهٔ شیب مماس بر نمودار در حال افزایش باشد، اندازهٔ شتاب در حال افزایش است. (مانند بازهٔ زمانی صفر تا t_1 در نمودار «الف»)



(ب)

(۳) تقارن در نمودارهای سهمی شکل

نمودارهای سهمی شکل حول خط چینی که از نقطهٔ اکسترمم سهمی (رأس سهمی) می‌گذرد، متقارن‌اند. در نمودار $v-t$ شکل «ب»، دو نقطهٔ متقارن A و A' را نشان داده‌ایم که برای این دو نقطه موارد روبه‌رو برقرار است:

$$\begin{cases} \Delta t = \Delta t' \\ \Delta v = \Delta v' \\ a = a' \Rightarrow \text{اندازهٔ شیب } L' = \text{اندازهٔ شیب } L \end{cases}$$

پاسخ تشریحی گام اول: نمودار $v-t$ به شکل سهمی است؛ بنابراین معادلهٔ سرعت - زمان متحرک تابعی درجه‌دو از زمان به شکل

$v = At^2 + Bt + C$ است. از طرفی طبق نمودار، سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر 12 m/s است؛ پس می‌توان نوشت:

$$v = At^2 + Bt + C \xrightarrow[t=0]{v=12 \text{ m/s}} 12 = A(0)^2 + B(0) + C \Rightarrow C = 12$$

همچنین مختصهٔ رأس سهمی، از رابطهٔ $-\frac{B}{2A}$ به دست می‌آید. طبق نمودار، رأس سهمی برابر 4 s است؛ پس:

$$-\frac{B}{2A} = 4 \quad (I)$$

سرعت در لحظهٔ 4 s برابر -4 m/s است. با جای‌گذاری این مقادیر در معادلهٔ سرعت - زمان داریم:

$$v = At^2 + Bt + 12 \xrightarrow[t=4 \text{ s}]{v=-4 \text{ m/s}} -4 = A(4)^2 + B(4) + 12 \Rightarrow 16A + 4B = -16 \xrightarrow{(\div 4)} 4A + B = -4 \quad (II)$$

به کمک روابط (I) و (II)، A و B را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} -\frac{B}{2A} = 4 \Rightarrow -\frac{B}{2} = 4A \\ 4A + B = -4 \end{cases} \Rightarrow -\frac{B}{2} + B = -4 \Rightarrow \frac{B}{2} = -4 \Rightarrow B = -8, A = 1$$

پس معادلهٔ سرعت - زمان متحرک در SI به صورت $v = t^2 - 8t + 12$ است.

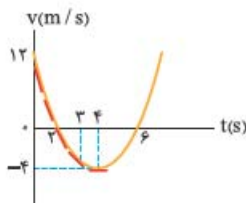


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: ریشه‌های معادله سرعت - زمان را به دست می‌آوریم:

$$v = 0 \Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0: \Delta = B^2 - 4AC = (-8)^2 - 4(1)(12) = 64 - 48 = 16, t = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s} \\ t_2 = 6 \text{ s} \end{cases}$$



حالا اطلاعات به دست آمده را روی نمودار پیاده‌سازی می‌کنیم و به کمک نمودار، درستی یا نادرستی عبارتها را بررسی می‌کنیم:

(الف) درست؛ با توجه به تقارن سهمی حول خط چینی که از رأسش می‌گذرد، اگر $\frac{t'_1 + t'_2}{2} = 4 \text{ s}$ باشد، سرعت متحرک و اندازه شتاب آن (شیب مماس بر نمودار) در لحظات t_1 و t_2 برابر است:

$$t'_1 = 2/4 \text{ s}, t'_2 = 5/6 \text{ s}: \frac{t'_1 + t'_2}{2} = \frac{2/4 + 5/6}{2} = 4 \text{ s} \Rightarrow |a_{2/4}| = |a_{5/6}|$$

(ب) نادرست؛ ۳ ثانیه دوم یعنی بازه زمانی ۳ s تا ۶ s. با توجه به نمودار در بازه زمانی ۳ s تا ۴ s، تندی متحرک افزایش (نمودار از محور t دور می‌شه) و در بازه زمانی ۴ s تا ۶ s تندی متحرک کاهش می‌یابد (نمودار به محور t نزدیک می‌شه)؛ پس در ۳ ثانیه دوم، تندی متحرک ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

(پ) درست؛ ۲ ثانیه سوم یعنی بازه زمانی ۴ s تا ۶ s. با توجه به نمودار اندازه شتاب متوسط در این بازه زمانی برابر است با:

$$|a_{av(4,6)}| = \frac{|\Delta v(4,6)|}{\Delta t(4,6)} = \frac{|v_6 - v_4|}{t_6 - t_4} = \frac{|0 - (-4)|}{6 - 4} = \frac{4}{2} = 2 \text{ m/s}^2$$

(ت) نادرست؛ ۴ ثانیه اول یعنی بازه زمانی صفر تا ۴ s. اگر شیب مماس بر نمودار را در چند لحظه دلخواه از این بازه زمانی رسم کنیم، می‌بینیم که اندازه شیب پیوسته کاهش می‌یابد؛ بنابراین اندازه شتاب متحرک در این بازه زمانی پیوسته کاهش می‌یابد.

توجه

برای بررسی عبارتهای «الف» و «ت» نیازی به محاسبه ریشه‌های معادله سرعت - زمان نداشتیم و از روی همان نمودار اولیه می‌توانستیم درستی یا نادرستی این عبارتها را بررسی کنیم. برای بررسی عبارت «ب» هم، دانستن ریشه‌های معادله ضروری نبود و از روی نمودار مشخص بود که در بازه زمانی ۳ s تا ۶ s، تندی متحرک ابتدا هر چه می‌شود، بشود! و سپس کاهش می‌یابد؛ پس تا این‌جا بدون نیاز به محاسبات نسبتاً طولانی اولیه، درستی «الف»، نادرستی «ب» و نادرستی «ت» مشخص می‌شد. با توجه به گزینه‌ها عبارت «پ» ناچار است که درست باشد و نیازی به بررسی آن نیست و جواب تست (۲) می‌شود.

توضیحات بالا رو داریم تا بتوانیم یاد بگیریم که در مواجهه با تست‌های عبارتی، ابتدا نگاهی به همه عبارتها و گزینه‌ها بیندازیم. شاید بتوانیم راحت‌تر از اون چیزی که فکر می‌کنیم، پاسخ درست تست رو پیدا کنیم. در آزمون‌ها، دقت‌رکردن وقت موضوع خیلی مهمه!

تست و پاسخ ۶۴

بردار مکان متحرکی که با سرعت ثابت روی محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 14 \text{ s}$ به ترتیب $\vec{d}_1$ و $-2\vec{d}_1$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

$$t = 11(4)$$

$$t = 10(3)$$

$$t = 6(2)$$

$$t = 5(1)$$

پاسخ: گزینه (۲)

خوب حل کنی بهتره فرض کنید متحرک در لحظه t از مبدأ مکان عبور کند. رابطه سرعت متوسط را برای بازه‌های زمانی t_1 تا t و t تا t_2 بنویسید. با توجه به ثابت بودن سرعت متحرک، این دو رابطه را برابر قرار دهید تا لحظه t به دست آید.

درس نامه ● درس‌نامه تست ۵۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی بردار مکان متحرک در لحظه t_1 برابر $\vec{d}_1$ و در لحظه t_2 برابر $-2\vec{d}_1$ است. چون سرعت متحرک ثابت است (جهت حرکت تغییر نمی‌کند)، بردار مکان آن در لحظه‌ای بین t_1 و t_2 صفر می‌شود (متحرک از مبدأ عبور می‌کند). فرض می‌کنیم لحظه عبور متحرک از مبدأ مکان (که بردار مکان متحرک برابر $d = 0$ می‌شود) برابر t است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



چون سرعت متحرک ثابت است، سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 2\text{ s}$ تا t_2 با سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_2 = 14\text{ s}$ برابر است؛ بنابراین:

$$\bar{v}_{av}(t_1, t_2) = \bar{v}_{av}(t_2, t_2) \Rightarrow \frac{\bar{d} - \bar{d}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\bar{d}_2 - \bar{d}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow \frac{0 - \bar{d}_1}{2 - 2} = \frac{-2\bar{d}_1 - 0}{14 - 2} \Rightarrow \frac{1}{2 - 2} = \frac{2}{14 - 2} \Rightarrow 14 - 2 = 2t - 4$$

$$\Rightarrow 3t = 18 \Rightarrow t = 6\text{ s}$$

تست و پاسخ ۶۵

معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = 3t - 7/2$ است. کدام یک از موارد زیر درباره این متحرک درست است؟

(الف) اندازه بردار مکان متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

(ب) متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت می کند.

(پ) تندی متوسط متحرک در $5/0$ ثانیه هفتم برابر 3 m/s است.

(ت) مسافت طی شده توسط متحرک در 2 ثانیه اول، $3/6\text{ m}$ است.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

سرعت متحرک

مکان اولیه متحرک $x_0 = vt + x_0$

(۱) معادله مکان - زمان متحرکی که با سرعت ثابت حرکت می کند به صورت مقابل است:

(نکته) در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک در هر لحظه دلخواه با سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه برابر است.

(۲) درس نامه (۲) در تست ۵۳ را بخوانید.

پاسخ تشریحی

معادله مکان - زمان متحرک، تابعی درجه اول از زمان است؛ بنابراین متحرک با سرعت ثابت حرکت می کند. با تطبیق معادله مکان - زمان متحرک با شکل کلی معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک و مکان اولیه آن را تعیین می کنیم:

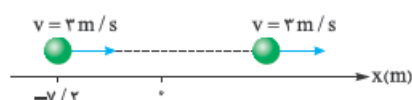
$$\begin{cases} x = 3t - 7/2 \\ x = vt + x_0 \end{cases} \Rightarrow v = 3\text{ m/s}, x_0 = -7/2\text{ m}$$

حالا درستی یا نادرستی عبارت های داده شده را بررسی می کنیم.

(الف) درست؛ متحرک از مکان $x_0 = -7/2\text{ m}$ حرکت خود را با سرعت ثابت 3 m/s

در جهت محور x شروع کرده است؛ بنابراین متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک شده و

سپس از آن دور می شود. به مسیر حرکت متحرک در شکل مقابل توجه کنید:



با توجه به مسیر حرکت متحرک، اندازه بردار مکان متحرک ابتدا کاهش (قبل از رسیدن به مبدأ) و سپس افزایش می یابد (پس از عبور از مبدأ).

(ب) نادرست؛ سرعت متحرک ثابت و برابر با 3 m/s است؛ بنابراین متحرک همواره در جهت محور x حرکت می کند.

(پ) درست؛ سرعت متحرک ثابت و برابر با 3 m/s است؛ بنابراین تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه (از

جمله $5/0$ ثانیه هفتم) برابر با 3 m/s است.

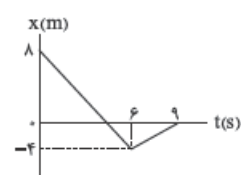
(ت) نادرست؛ مسافت طی شده و اندازه جابه جایی متحرک در هر بازه زمانی 2 ثانیه ای (از جمله 2 ثانیه اول) برابر است با: $l = vt = 3 \times 2 = 6\text{ m}$

تست و پاسخ ۶۶

نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، به صورت شکل روبه رو است. مدت زمانی که

متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است، چند برابر مدت زمانی است که بردار مکان متحرک در خلاف جهت

محور x است؟



نمودار $x - t$ از محور زمان دور می شود.

$\frac{2}{3}$ (۲)

نمودار $x - t$ زیر محور زمان است.

۱ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۱)
 $\frac{2}{5}$ (۳)



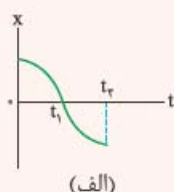
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

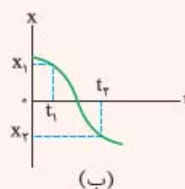
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره قبلاً هم گفتیم که در برخی تست‌ها، بازه زمانی مورد نظر را به صورت واضح نمی‌دهند و شما باید با شناختی که از ویژگی‌های نمودار مکان - زمان دارید، آن را تعیین کنید.

خوبت حل کنی بهتره بازه‌ای که نمودار $x-t$ از محور زمان دور می‌شود را شناسایی کنید و لحظه ابتدایی این بازه را به کمک تشابه مثلث‌ها به دست آورید و مدت زمان این بازه را محاسبه کنید، سپس مدت زمان بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد را محاسبه کرده و در نهایت نسبت خواسته شده را به دست آورید.



(الف)



(ب)

درس نامه ۱) در نمودار مکان - زمان متحرک:

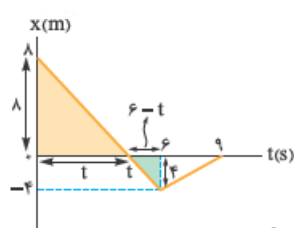
● اگر مقدار x در حال کاهش باشد (نمودار به محور t نزدیک شود)، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. (مانند بازه زمانی صفر تا t_1 در نمودار «الف»)

● اگر مقدار x در حال افزایش باشد (نمودار از محور t دور شود)، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است. (مانند بازه زمانی t_1 تا t_2 در نمودار «الف»)

۲) در نمودار مکان - زمان متحرک، علامت x در هر لحظه، بیانگر جهت بردار مکان در آن لحظه است.

● اگر علامت x مثبت باشد (نمودار بالای محور t باشد): بردار مکان در جهت محور x (مانند x_1 در نمودار «ب»)

● اگر علامت x منفی باشد (نمودار پایین محور t باشد): بردار مکان در خلاف جهت محور x (مانند x_2 در نمودار «ب»)



پاسخ تشریحی گام اول: برای هر دو مدت زمانی که در صورت تست مطرح شده است، به زمان t در نمودار شکل روبه‌رو احتیاج داریم؛ بنابراین ابتدا به کمک نسبت‌های تشابه مثلث‌های رنگی شکل روبه‌رو، t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{8}{4} = \frac{t}{6-t} \Rightarrow 2 = \frac{t}{6-t} \Rightarrow 12-2t = t \Rightarrow 12 = 3t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

گام دوم: اگر نمودار $x-t$ متحرک از محور زمان دور شود، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است. در این صورت در بازه زمانی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ یعنی به مدت $\Delta t_1 = 2 \text{ s}$ ، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

هم‌چنین اگر نمودار $x-t$ زیر محور زمان باشد (Xهای متحرک منفی باشد)، بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است. با این توضیح در بازه زمانی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 9 \text{ s}$ یعنی به مدت $\Delta t_2 = 5 \text{ s}$ بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است.

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{2}{5}$$

گام سوم: نسبت خواسته شده برابر است با:

تست و پاسخ ۶۷



دو خودروی (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و $v_2 = 2v_1$ هم‌زمان از نقاط A و B به سمت

یکدیگر حرکت می‌کنند و پس از مدت T به هم می‌رسند. اگر اختلاف زمان رسیدن هر

یک از دو خودرو به مبدأ حرکت خودروی دیگر، T' باشد، $\frac{T}{T'}$ کدام است؟

زمانی که هر یک از خودروها مسافت بین A و B را طی می‌کنند.

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۴)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حرکت دو متحرک با سرعت ثابت و بررسی حرکت آن‌ها نسبت به یکدیگر جز مهم‌ترین بخش‌های حرکت با سرعت ثابت است. مشابه این تست در کنکور ریاضی خارج ۹۹ آمده است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خوبت حل کنی بهتره ابتدا مدت زمانی که طول می کشد هر یک از متحرک ها مسافت بین نقاط A و B را طی کنند و اختلاف آن ها (T') را به دست آورید. سپس مجموع مسافت های طی شده توسط دو متحرک را برابر فاصله بین نقاط A و B قرار داده تا مدت زمان به هم رسیدنشان (T) به دست آید. حالا با داشتن T و T' می توانید نسبت خواسته شده را به دست آورید.

درس نامه ...

(۱) درس نامه (۲) در تست ۵۳ را بخوانید.

(۲) حرکت نسبی

(۱) اگر دو متحرک با تندی های v_1 و v_2 در خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند، تندی نسبی آن ها از رابطه زیر به دست می آید:

$$v_{\text{نسبی}} = v_1 + v_2$$



• دو متحرک با تندی نسبی $v_1 + v_2$ به یکدیگر نزدیک می شوند.



• دو متحرک با تندی نسبی $v_1 + v_2$ از یکدیگر دور می شوند.

(۲) اگر دو متحرک در ابتدا در فاصله L از یکدیگر قرار داشته باشند و سپس به هم برسند، جابه جایی نسبی آن ها برابر L است. $\Delta x_{\text{نسبی}} = L$

(۳) برای محاسبه مدت زمانی که طول می کشد تا دو متحرک به یکدیگر برسند از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}} = \frac{L}{v_1 + v_2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: فاصله بین نقاط A و B را برابر L در نظر می گیریم و مدت زمان رسیدن هر یک از خودروها به مبدأ حرکت خودروی دیگر (که همان مدت زمانی است که هر یک از خودروها مسافت بین نقاط A و B را طی می کنند.) را به دست می آوریم:

$$t_1 = \frac{L}{v_1} \text{ و } t_2 = \frac{L}{v_2} \xrightarrow{v_2 = 2v_1} t_2 = \frac{L}{2v_1}$$

اختلاف زمان رسیدن هر یک از دو خودرو به مبدأ خودروی دیگر برابر است با:

$$T' = t_1 - t_2 = \frac{L}{v_1} - \frac{L}{2v_1} = \frac{L}{2v_1}$$

گام دوم: حالا می خواهیم مدت زمان رسیدن دو خودرو به یکدیگر را به دست آوریم. می دانیم زمانی که دو خودرو به هم می رسند، مجموع مسافت های طی شده توسط آن ها برابر فاصله بین نقاط A و B یعنی L است؛ بنابراین:

$$L_1 + L_2 = L \Rightarrow v_1 T + v_2 T = L \xrightarrow{v_2 = 2v_1} v_1 T + 2v_1 T = L \Rightarrow T = \frac{L}{3v_1}$$

تکنیک خودروی (۱) با تندی v_1 و خودروی (۲) با تندی $2v_1$ به سمت یکدیگر حرکت می کنند؛ بنابراین دو خودرو با تندی نسبی

$3v_1$ ($v_1 + 2v_1$) به هم نزدیک می شوند. فاصله دو خودرو از یکدیگر (فاصله نسبی) هم برابر L است؛ بنابراین مدت زمان رسیدن آن ها به

یکدیگر برابر است با:

$$T = \frac{\Delta x_{\text{نسبی}}}{v_{\text{نسبی}}} = \frac{L}{3v_1}$$

$$\frac{T}{T'} = \frac{\frac{L}{3v_1}}{\frac{L}{2v_1}} = \frac{2}{3}$$

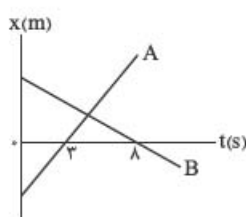
گام سوم: حالا نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۶۸



نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور X حرکت می کنند، مطابق شکل روبه رو است. اگر تندی متحرک A، $\frac{3}{2}$ برابر تندی متحرک B و فاصله دو متحرک در مبدأ زمان ۵۰ m باشد، بردار مکان همرسی دو متحرک در SI کدام است؟

مکان به هم رسیدن دو متحرک

$$12\hat{i} \quad (2)$$

$$30\hat{i} \quad (4)$$

$$6\hat{i} \quad (1)$$

$$15\hat{i} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره نمودارهای مکان - زمان حرکت دو متحرک با سرعت ثابت، مهم ترین بخش حرکت با سرعت ثابت و یکی از مهم ترین بخش های فصل حرکت شناسی است. طراحان کنکور همیشه توجه ویژه ای به این مبحث دارند. برای مهم بودن این مبحث همین بس که در کنکورهای اخیر در تجربی ۱۴۰۰، تجربی خارج ۱۴۰۰ و ریاضی ۱۴۰۱ از آن سوال آمده بود.

درس نامه درس نامه (۱) در تست ۵۵ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: چون نمودار $x-t$ متحرک ها به صورت خط راست است، حرکت متحرک ها با سرعت ثابت انجام می شود. معادله مکان - زمان دو متحرک را می نویسیم:

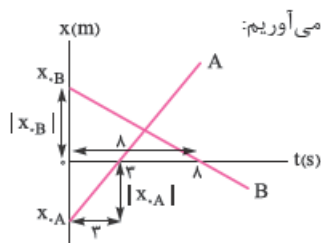
$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{0,A} \\ x_B = v_B t + x_{0,B} \end{cases} \xrightarrow{v_A = -\frac{3}{2}v_B} \begin{cases} x_A = -\frac{3}{2}v_B t + x_{0,A} \\ x_B = v_B t + x_{0,B} \end{cases}$$

حواستون باشه با توجه به نمودارها، شیب نمودار A مثبت و در نتیجه سرعت متحرک A مثبت است ($v_A > 0$). هم چنین شیب نمودار B منفی و در نتیجه سرعت متحرک B منفی است ($v_B < 0$). به همین دلیل برای نسبت سرعت های دو متحرک در رابطه $v_A = -\frac{3}{2}v_B$ ، علامت منفی در نظر گرفتیم.

گام دوم: دو متحرک وقتی به هم می رسند که X هایشان برابر شود؛ بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow -\frac{3}{2}v_B t + x_{0,A} = v_B t + x_{0,B} \Rightarrow -\frac{5}{2}v_B t = x_{0,B} - x_{0,A} \xrightarrow{\text{طبق صورت تست } x_{0,B} - x_{0,A} = 50 \text{ m}} -\frac{5}{2}v_B t = 50$$

$$\Rightarrow v_B t = -20 \text{ (m)}, \quad v_A t = -\frac{3}{2}v_B t = -\frac{3}{2} \times (-20) = 30 \text{ (m)}$$



$$\text{شیب نمودار A} = \frac{|x_{0,A}|}{3} \Rightarrow v_A = \frac{|x_{0,A}|}{3} = -\frac{x_{0,A}}{3}$$

$$\text{شیب نمودار B} = -\frac{x_{0,B}}{5} \Rightarrow v_B = -\frac{x_{0,B}}{5}$$

v_A و v_B را در روابط به دست آمده در گام دوم جای گذاری می کنیم:

$$v_A t = 30 \xrightarrow{v_A = -\frac{x_{0,A}}{3}} -\frac{x_{0,A}}{3} t = 30 \Rightarrow -x_{0,A} t = 90 \quad (I)$$

$$v_B t = -20 \xrightarrow{v_B = -\frac{x_{0,B}}{5}} -\frac{x_{0,B}}{5} t = -20 \Rightarrow x_{0,B} t = 100 \quad (II)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



طرفین روابط (I) و (II) را با هم جمع می‌کنیم تا t (لحظه به هم رسیدن دو متحرک) به دست آید:

$$x_{B,t} + (-x_{A,t}) = 160 + 90 \Rightarrow (x_{B,t} - x_{A,t}) = 250 \xrightarrow{x_{B,t} - x_{A,t} = 50 \text{ m}} 50t = 250 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

$$-x_{A,t} = 90 \xrightarrow{t=5 \text{ s}} -x_{A,t} \times 5 = 90 \Rightarrow x_{A,t} = -18 \text{ m}$$

هم برابر است با: $x_{B,t}$ و $x_{A,t}$

$$x_{B,t} = 160 \xrightarrow{t=5 \text{ s}} x_{B,t} \times 5 = 160 \Rightarrow x_{B,t} = 32 \text{ m}$$

گام چهارم: حالا کافی است که $x_{A,t}$ و $v_{A,t}$ یا $x_{B,t}$ و $v_{B,t}$ را در معادلات مکان - زمان متحرک‌های A یا B قرار دهیم تا مکان به هم رسیدن متحرک‌ها به دست آید ($x_{A,t}$ و $v_{A,t}$ رو جای‌گذاری می‌کنیم):

$$x_A = v_{A,t} + x_{A,t} \xrightarrow{\substack{v_{A,t} = 2 \text{ (m)} \\ x_{A,t} = -18 \text{ m}}} x_A = 30 - 18 = 12 \text{ m} \Rightarrow x_A = (12 \text{ m})\hat{i}$$

تست و پاسخ ۶۹

۵۰ ثانیه طول می‌کشد تا قطاری که با تندی ثابت حرکت می‌کند، به طور کامل از روی یک پل عبور کند. اگر مدت ۳۰ ثانیه قطار به طور کامل روی این پل باشد، طول پل چند برابر طول قطار است؟

بازه ابتدای ورود قطار به پل تا انتهای خروج آن از پل

بازه انتهایی ورود قطار به پل تا ابتدای خروج آن از پل

۳ (۲)

۵ (۴)

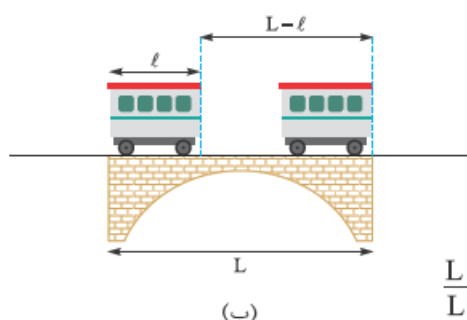
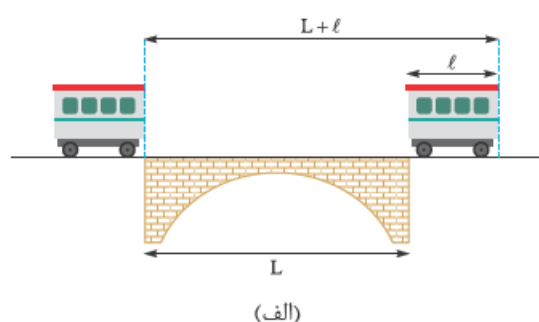
۲ (۱)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره بعضی وقت‌ها با متحرک‌هایی سروکار دارید که طول دارند (مانند قطار) و در بررسی حرکت آن‌ها باید طولشان را هم در نظر بگیرید. در این نوع تست‌ها مفاهیمی مانند به طور کامل روی پل باشد، به طور کامل از پل عبور کند و ... معنی و مفهوم دارند و برای درست پاسخ دادن به تست، باید آن‌ها را به درستی تجزیه و تحلیل کنید.

خودت حل کنی بهتره مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از روی پل عبور کند، از لحظه ورود قطار به پل تا لحظه خروج کامل قطار از روی پل است. هم‌چنین مدت زمانی که قطار روی پل است از لحظه وارد شدن کامل قطار به پل تا لحظه شروع خارج شدن قطار از روی پل است. با کشیدن شکل مناسب از این دو حالت و با استفاده از زمان‌های داده شده و به کمک رابطه جابه‌جایی قطار، دو رابطه به دست می‌آید که با تقسیم آن‌ها بر یکدیگر نسبت خواسته شده تست محاسبه می‌شود.



گام اول: مطابق شکل «الف»، مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از روی پل عبور کند، بین لحظه‌ای که ابتدای قطار وارد پل می‌شود و لحظه‌ای که انتهای قطار از روی پل خارج می‌شود، قرار دارد. اگر یک نقطه از قطار (مثلاً جلوی قطار) را به عنوان نقطه مورد بررسی در نظر بگیریم، جابه‌جایی قطار در این مدت برابر با $L + l$ است؛ بنابراین:

$$\Delta x_1 = v \Delta t \Rightarrow L + l = v \times 50 \quad (I)$$

گام دوم: مطابق شکل «ب»، مدت زمانی که قطار به طور کامل روی پل باشد، بین لحظه‌ای که انتهای قطار وارد پل شود و لحظه‌ای که ابتدای قطار از روی پل خارج شود، قرار دارد. با در نظر گرفتن جلوی قطار به عنوان نقطه مورد بررسی، جابه‌جایی قطار در این مدت برابر با $L - l$ است؛ بنابراین:

$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow L - l = v \times 30 \quad (II)$$

گام سوم: حالا دو معادله به دست آمده را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{L+l}{L-l} = \frac{v \times 50}{v \times 30} \Rightarrow \frac{L+l}{L-l} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3L+3l=5L-5l \Rightarrow 2L=8l \Rightarrow L=4l$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۰

متحرکی با تندی ثابت 6 m/s روی محیط دایره‌ای به شعاع $2/4 \text{ m}$ در حال حرکت است. اندازه شتاب متوسط متحرک در یک بازه زمانی ۳ ثانیه‌ای چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

(۴) صفر

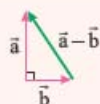
(۳) $4\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) ۴

پاسخ: گزینه ۲

خوبت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه تندی متوسط، مدت زمانی که طول می‌کشد تا متحرک یک دور محیط دایره را طی کند، به دست آورید، سپس با استفاده از زمان به دست آمده تعیین کنید که متحرک در مدت ۳ s چه مسافتی را می‌پیماید و به کمک آن نقطه پایانی حرکت در مدت ۳ s را پیدا کنید. با توجه به نقاط ابتدایی و انتهایی حرکت متحرک در مدت ۳ s، اندازه بردارهای تغییر سرعت و شتاب متوسط قابل محاسبه است.



$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

درس نامه ۱ درس نامه (۲) در تست ۵۳ و درس نامه تست ۵۹ را بخوانید.

(۲) اگر مطابق شکل روبه‌رو دو بردار بر هم عمود باشند، تفاضل آن‌ها از رابطه مقابل به دست می‌آید:

گام اول: مدت زمانی را که طول می‌کشد تا متحرک یک دور محیط دایره را طی کند، به دست می‌آوریم:

$$\ell = v\Delta t \Rightarrow 2\pi r = v\Delta t \Rightarrow 2 \times 3 \times 2/4 = 6 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 2/4 \text{ s}$$

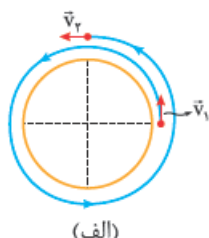
گام دوم: حالا باید ببینیم که متحرک در مدت $3 - 2/4 = 5/4 \text{ s}$ چه مسافتی را طی می‌کند. تندی متحرک ثابت است؛ بنابراین با توجه به این که در مدت $2/4 \text{ s}$ مسافتی به اندازه محیط دایره را پیموده است، در مدت $(5/4) \times (2/4) = 5/8 \text{ s}$ مسافتی که طی می‌کند برابر $1/4$ محیط دایره است؛ پس مسیر حرکت متحرک در مدت ۳ s به صورت شکل «الف» است.

با توجه به شکل «الف» بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ بر هم عمودند؛ بنابراین بردار تفاضل آن‌ها به صورت شکل «ب» بوده و اندازه آن به صورت زیر به دست می‌آید:

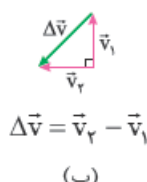
$$|\Delta \vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \xrightarrow{v_1 = v_2 = 6 \text{ m/s}} |\Delta \vec{v}| = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2} \text{ m/s}$$

گام سوم: اندازه شتاب متوسط متحرک در این بازه زمانی ۳ ثانیه‌ای برابر است با:

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$



(الف)



(ب)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۱

در میان کمیت‌های زیر، به ترتیب از راست به چپ، چند کمیت اصلی و چند کمیت برداری وجود دارد؟
«دما، جریان الکتریکی، کار، فشار، مقدار ماده، شار مغناطیسی»

(۱) دو، صفر (۲) دو، یک (۳) سه، صفر (۴) سه، یک

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تشخیص اصلی یا فرعی و نرده‌ای یا برداری بودن کمیت‌ها هرچند سال یک بار سروکله‌اش در کنکور پیدا می‌شود. برای حل این تست‌ها کافی است ۷ کمیت اصلی و ۸ کمیت برداری را حفظ باشید.

درس نامه... (۱) کمیت‌های اصلی و فرعی

کمیت اصلی: کمیت‌هایی که یکای آن‌ها تعریف مستقل دارند. ۷ کمیت طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی به عنوان کمیت‌های اصلی انتخاب شده‌اند.

کمیت فرعی: به کمیت‌هایی گفته می‌شود که یکای آن‌ها تعریف مستقل ندارند و به کمک رابطه‌های فیزیکی برحسب کمیت‌ها (یکاهای) دیگر تعریف می‌شوند. به جز ۷ کمیت اصلی، بقیه کمیت‌ها همگی فرعی‌اند. مانند: سرعت، نیرو، فشار و ...

(۲) کمیت‌های نرده‌ای و برداری

کمیت نرده‌ای: کمیت‌هایی که برای بیان آن‌ها فقط از یک عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌شود. مانند: تندی، انرژی، فشار و ...

کمیت برداری: کمیت‌هایی که برای بیان آن‌ها علاوه بر یک عدد و یکای مناسب، لازم است به جهت آن نیز اشاره شود. مانند: سرعت، شتاب، نیرو و ...

نکته در حد کنکور سراسری، ۸ تا کمیت جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، تکانه، گشتاور، میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی، برداری و بقیه کمیت‌ها به جز این ۸ کمیت، نرده‌ای‌اند.

پاسخ تشریحی گام اول: ۷ کمیت طول، جرم، زمان، دما، جریان الکتریکی، مقدار ماده و شدت روشنایی، اصلی و بقیه کمیت‌ها فرعی‌اند. از

بین کمیت‌های داده‌شده در صورت تست، سه کمیت دما، جریان الکتریکی و مقدار ماده اصلی‌اند.

گام دوم: برای کنکور سراسری شما باید ۸ کمیت برداری را بشناسید. این کمیت‌ها عبارت‌اند از جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، گشتاور، تکانه،

میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی. در حد کنکور، به جز این ۸ کمیت، بقیه کمیت‌ها نرده‌ای‌اند.

از بین کمیت‌های داده‌شده در صورت تست، هیچ‌کدام از کمیت‌ها برداری نیستند.

حواستون باشه در مدارهای الکتریکی برای جریان الکتریکی جهت در نظر می‌گیریم، ولی این جهت صرفاً جهت حرکت بارهای الکتریکی

است و ربطی به برداری بودن جریان الکتریکی ندارد. چون جریان الکتریکی از جمع جبری پیروی می‌کند، کمیت نرده‌ای محسوب می‌شود.

تست و پاسخ ۷۲

در تساوی فیزیکی $AB = CD$ ، کمیت‌های A ، C و D به ترتیب از جنس فشار، نیرو و جابه‌جایی هستند. کمیت B از جنس کدام کمیت است؟

(۱) مساحت (۲) حجم (۳) انرژی (۴) توان

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک روابطی که بلد هستید، یکای کمیت‌های فشار و نیرو را برحسب یکاهای اصلی بنویسید، سپس در

تساوی فیزیکی $AB = CD$ ، یکاها را برحسب یکاهای اصلی جای‌گذاری کنید تا یکای کمیت B مشخص شود.

درس نامه... (۱)

در یک تساوی فیزیکی، یکای دو طرف تساوی باید یکسان باشد؛ مثلاً در تساوی فیزیکی $A = BC$ ، اگر A از جنس طول و C از جنس

زمان باشد، آن‌گاه کمیت B از جنس سرعت است، زیرا:

$$A = BC \Rightarrow m = (\text{یکای } B) \times s \Rightarrow (\text{یکای } B) = m/s$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک روابط فیزیکی، یکای کمیت‌های فشار و نیرو را برحسب یکاهای اصلی به دست می‌آوریم:

$$F = ma \Rightarrow F_{\text{یکای}} = (m_{\text{یکای}}) \times (a_{\text{یکای}}) = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \quad P = \frac{F}{A} \Rightarrow P_{\text{یکای}} = \frac{F_{\text{یکای}}}{A_{\text{یکای}}} = \frac{\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$$

گام دوم: یکای کمیت‌های فشار، نیرو و جابه‌جایی برحسب یکاهای اصلی به ترتیب $\frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2}$ ، $\frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2}$ و m است. حالا کافی است یکای کمیت‌های A، C و D را در تساوی داده‌شده جای‌گذاری کنیم:

$$AB = CD \xrightarrow[\text{جابه‌جایی: D, نیرو: C}]{\text{فشار: A}} \frac{\text{kg}}{\text{m.s}^2} \times (B_{\text{یکای}}) = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}^2} \times m \Rightarrow (B_{\text{یکای}}) = \text{m}^3$$

پس کمیت B از جنس حجم است.

تست و پاسخ ۷۳

مقدارهایی که دو آمپرسنج رقمی A و B نشان می‌دهند، به شکل زیر است. به ترتیب، دقت اندازه‌گیری آمپرسنج A چند آمپر و کدام

آمپرسنج دقیق‌تر است؟

0.2850 A

A

3 ۱2 mA

B

B، 10^{-3} (۲)

A، 10^{-3} (۱)

B، 10^{-4} (۴)

A، 10^{-4} (۳)

مقدار عددی دقت اندازه‌گیری کدام آمپرسنج کوچک‌تر است؟

پاسخ: گزینه ۳

خوبت حل کنی بهتره ابتدا دقت اندازه‌گیری آمپرسنج رقمی A که برابر با یک واحد از آخرین رقم عددی است که این آمپرسنج نشان می‌دهد را به دست آورید؛ سپس مقداری را که آمپرسنج B نشان می‌دهد، به یکای آمپر تبدیل کرده و با مقایسه دقت اندازه‌گیری‌های دو آمپرسنج، تعیین کنید کدام آمپرسنج دقیق‌تر است.

درس نامه دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند؛ مثلاً آخرین رقم دماسنجی که مقدار $14/8^\circ\text{C}$ را نشان می‌دهد برابر با $0/8^\circ\text{C}$ است؛ بنابراین دقت آن $0/1^\circ\text{C}$ است.

نکته هر چه مقدار عددی دقت اندازه‌گیری یک ابزار کوچک‌تر باشد، دقت اندازه‌گیری آن ابزار بیشتر است (ابزار دقیق‌تر است).

پاسخ تشریحی آمپرسنج‌های A و B به ترتیب مقدارهای $0/2850\text{ A}$ و $3\ 12\text{ mA}$ را نشان می‌دهند. با توجه به این که دقت اندازه‌گیری ابزارهای رقمی برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، پس دقت اندازه‌گیری آمپرسنج‌های A و B به ترتیب برابر با 10^{-4} A و 10^{-3} A است (رد ۱ و ۲). همچنین چون مقدار دقت اندازه‌گیری آمپرسنج A کوچک‌تر است، پس آمپرسنج A دقیق‌تر است.

تست و پاسخ ۷۴

یک کشتی با تندی ثابت 20 گره دریایی، مسیری را در مدت $3/5\text{ h}$ طی می‌کند. طول این مسیر چند مایل دریایی است؟ (هر گره دریایی را 1800 m در نظر بگیرید.)

۵۰۴ (۴)

۲۸۰ (۳)

۱۲۶ (۲)

۷۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره تبدیل یکا از مباحثی است که هم در فصل ۱ کتاب دهم و هم در همه فصل‌های کتاب‌های فیزیک از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

خوبت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از تبدیل یکای زنجیره‌ای، تندی کشتی را برحسب $\frac{\text{مایل دریایی}}{\text{h}}$ به دست بیاورید، سپس با ضرب آن در مدت زمان طی‌شده، طول مسیر را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• تبدیل یکای زنجیره‌ای

برای تبدیل یکاها به یکدیگر، از تبدیل یکای زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. مثلاً برای این که بدانیم یک ساعت معادل با چند ثانیه است، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$1 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 3600 \text{ s}$$

یعنی یک ساعت معادل 3600 s است.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از تبدیل یکای زنجیره‌ای، تندی کشتی را برحسب $\frac{\text{مایل دریایی}}{\text{h}}$ به دست می‌آوریم:

$$\text{مایل دریایی} \frac{20}{\text{h}} = \frac{20}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ مایل دریایی}}{1800 \text{ m}} \times \frac{5 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 20 \frac{\text{مایل دریایی}}{\text{h}}$$

گام دوم: حالا با ضرب کردن تندی کشتی در مدت زمان حرکت آن، می‌توانیم طول مسیر را برحسب مایل دریایی محاسبه کنیم:

$$70 \text{ مایل دریایی} = \frac{20 \text{ مایل دریایی}}{\text{h}} \times 3 \frac{\text{h}}{5} = 12 \text{ مایل دریایی}$$

تست و پاسخ ۷۵

نسبت تغییر انرژی به زمان

یکای فرعی آهنگ تغییر انرژی کدام است؟

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \quad (۴)$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (۳)$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \quad (۲)$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره به دست آوردن یکای فرعی یک کمیت، جدیداً خیلی مورد توجه طراحان کنکور قرار گرفته است. نمونه‌اش را می‌توانید در کنکورهای ریاضی خارج ۱۴۰۰ و تجربی ۱۴۰۱ ببینید. برای تسلط روی این مبحث علاوه بر شناخت یکای کمیت‌ها، باید روابط فیزیکی را بلد باشید تا بتوانید برخی کمیت‌ها را بر حسب کمیت‌های دیگر بنویسید و یکای کمیت خواسته شده را بر حسب یکاهای اصلی به دست آورید.

خودت حل کنی بهتره آهنگ تغییر انرژی یعنی نسبت تغییر انرژی به زمان. برای تعیین یکای تغییر انرژی (یا انرژی) می‌توانید از هر کدام از روابط انرژی (برای مثال رابطه انرژی جنبشی) استفاده کنید. با نوشتن یکاهای هر کمیت بر حسب یکاهای اصلی، به جواب تست می‌رسید.

درس نامه •• درس نامه تست ۷۲ را بخوانید.

پاسخ تشریحی آهنگ تغییر انرژی از رابطه $\frac{\text{تغییر انرژی}}{\text{زمان}}$ به دست می‌آید؛ بنابراین داریم (یکای فرعی انرژی را می‌توان به کمک یکی از روابط

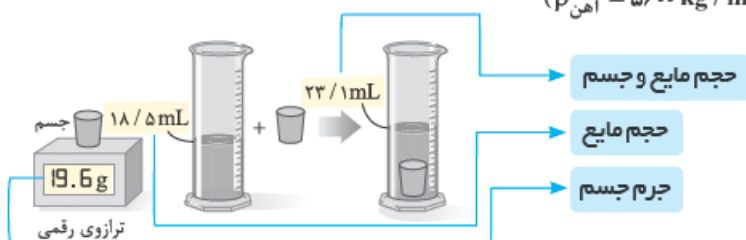
انرژی مثلاً رابطه انرژی جنبشی به دست آورد):

$$\frac{\text{یکای انرژی جنبشی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{\text{یکای آهنگ تغییر انرژی}}{\text{یکای زمان}} = \frac{K = \frac{1}{2}mv^2}{\text{یکای زمان}} \rightarrow \text{یکای آهنگ تغییر انرژی} = \frac{(m \text{ یکای}) \times (v \text{ یکای})^2}{(t \text{ یکای})} = \frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\text{s}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3}$$

ضریب $\frac{1}{2}$ یکا ندارد.

تست و پاسخ ۷۶

برای تعیین حجم حفره درون یک جسم آهنی حفره‌دار، ابتدا جرم و حجم آن را مطابق شکل زیر پیدا کرده‌ایم. با توجه به داده‌های روی شکل، حجم حفره درون جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{آهن}} = 5600 \text{ kg/m}^3$)



$$3/5 \quad (۱)$$

$$1/1 \quad (۲)$$

$$0/35 \quad (۳)$$

$$0/11 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره این سؤال مشابه تمرین کتاب درسی و کنکور ریاضی ۹۹ خارج از کشور است، اما یک درجه دشوارتر!

خوبت حل کنی بهتره حجم ظاهری جسم را با استفاده از حجم مایع بالا آمده و حجم واقعی جسم را با استفاده از چگالی آن به دست بیاورید و در آخر حجم حفره درون جسم را با تفاضل این دو حجم محاسبه کنید.

درس نامه • نسبت جرم به حجم ماده را چگالی آن ماده می گویند و یکای آن در SI، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) و رابطه آن به صورت روبه رو است:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left(\begin{array}{l} \text{جرم (kg)} \rightarrow \\ \text{حجم (m}^3\text{)} \leftarrow \end{array} \right)$$

چگالی (kg/m^3) ←

نکته یکی دیگر از یکاهای متداول چگالی، یکای g/cm^3 است. چگونگی تبدیل یکاهای kg/m^3 و g/cm^3 به یکدیگر به صورت زیر است:

$$\text{g/cm}^3 \xrightarrow[\div 1000]{\times 1000} \text{kg/m}^3$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** وقتی جسم آهنی به طور کامل وارد مایع درون استوانه می شود، حجم مایع درون استوانه به اندازه حجم جسم بالا می آید؛ بنابراین حجم ظاهری جسم برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = 4/6 \text{ cm}^3 \xrightarrow{1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3} V_{\text{ظاهری}} = 4/6 \text{ mL} = 23/1 - 18/5 = 4/6 \text{ mL}$$

گام دوم: حالا حجم واقعی جسم (حجم آهن به کاررفته در جسم) را با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[\rho = 5600 \text{ kg/m}^3 = 5/6 \text{ g/cm}^3]{m = 19/6 \text{ g}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 3/5 \text{ cm}^3$$

گام سوم: بنابراین حجم حفره درون جسم آهنی برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 4/6 - 3/5 = 1/10 \text{ cm}^3$$

تست و پاسخ ۷۷

در یک ظرف، محلولی از آب و الکل به جرم 180 g وجود دارد. چند سانتی متر مکعب از الکل محلول تبخیر شود تا چگالی محلول از $0/9 \text{ g/cm}^3$ به $0/96 \text{ g/cm}^3$ برسد؟ (تبخیر آب ناچیز و چگالی آب و الکل به ترتیب 1 g/cm^3 و $0/8 \text{ g/cm}^3$ است.)

۷۵ (۴)

۶۰ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خوبت حل کنی بهتره با توجه به مجموع جرم آب و الکل و با استفاده از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ چگالی محلول، حجم الکل در حالت اول را محاسبه کنید و بعد از آن با توجه به چگالی محلول در حالت دوم، حجم الکل در حالت دوم را به دست بیاورید و در آخر حجم الکل در این دو حالت را از یکدیگر کم کنید تا حجم الکل تبخیر شده به دست بیاید.

درس نامه • (۱) درس نامه تست ۷۶ را بخوانید.

(۲) اگر دو یا چند ماده را با یکدیگر مخلوط کنیم (به شرطی که تغییر حجم رخ ندهد)، آن گاه چگالی مخلوط را از رابطه زیر می توانیم

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

جرم ماده دوم (kg) ← جرم ماده اول (kg) ← چگالی مخلوط (kg/m^3) ← حجم ماده دوم (m^3) ← حجم ماده اول (m^3)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



با توجه به رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، رابطه چگالی مخلوط را به صورت‌های زیر می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\frac{m_1}{V_1} + \frac{m_2}{V_2} + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

(۱) جرم مواد داده نشود، ولی حجم و چگالی آن‌ها داده شود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots}$$

(۲) حجم مواد داده نشود، ولی جرم و چگالی آن‌ها داده شود:

پاسخ تشریحی گام اول: محلول از آب و الکل تشکیل شده و جرم آن 180 g است؛ پس مجموع جرم آب و الکل برابر با 180 g است، یعنی داریم:

$$m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}} = 180 \text{ g} \quad (1)$$

از طرفی رابطه (۱) را با توجه به رابطه $m = \rho V$ می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V_{\text{الکل}} = 180 \rightarrow \frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3}{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3} \rightarrow V_{\text{آب}} + 0.8 V_{\text{الکل}} = 180 \text{ cm}^3 \quad (2)$$

حالا با استفاده از رابطه چگالی مخلوط می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{محلول}} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \rightarrow \frac{\rho_{\text{محلول}} = 0.9 \text{ g/cm}^3}{m_{\text{آب}} + m_{\text{الکل}} = 180 \text{ g}} \rightarrow 0.9 = \frac{180}{V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}}} \Rightarrow V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}} = 200 \text{ cm}^3 \quad (3)$$

اگر طرفین رابطه (۲) را از طرفین رابطه (۳) کم کنیم، حجم الکل در حالت اول به دست می‌آید:

$$\xrightarrow{(3)-(2)} V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}} - V_{\text{آب}} - 0.8 V_{\text{الکل}} = 200 - 180 \Rightarrow 0.2 V_{\text{الکل}} = 20 \Rightarrow V_{\text{الکل}} = 100 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{آب}} + V_{\text{الکل}} = 200 \xrightarrow{V_{\text{الکل}} = 100 \text{ cm}^3} V_{\text{آب}} = 100 \text{ cm}^3$$

بنابراین با توجه به رابطه (۳)، حجم آب برابر است با:

گام دوم: در حالت دوم، مقداری از الکل تبخیر می‌شود و چگالی محلول به 0.96 g/cm^3 می‌رسد. از طرفی تبخیر آب هم ناچیز است؛ بنابراین با استفاده از رابطه چگالی مخلوط می‌توانیم بنویسیم:

$$\rho_{\text{محلول}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} + \rho_{\text{الکل}} V'_{\text{الکل}}}{V_{\text{آب}} + V'_{\text{الکل}}} \rightarrow \frac{\rho_{\text{محلول}} = 0.96 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3}{\rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3, V_{\text{آب}} = 100 \text{ cm}^3} \rightarrow \frac{96}{100} = \frac{1 \times 100 + 0.8 V'_{\text{الکل}}}{100 + V'_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow 9600 + 96 V'_{\text{الکل}} = 10000 + 80 V'_{\text{الکل}} \Rightarrow 16 V'_{\text{الکل}} = 400 \Rightarrow V'_{\text{الکل}} = 25 \text{ cm}^3$$

حجم الکل محلول از $V_{\text{الکل}} = 100 \text{ cm}^3$ به $V'_{\text{الکل}} = 25 \text{ cm}^3$ می‌رسد؛ بنابراین 75 cm^3 از الکل محلول تبخیر می‌شود، یعنی:

$$V_{\text{تبخیر الکل}} = V_{\text{الکل}} - V'_{\text{الکل}} \xrightarrow{V_{\text{الکل}} = 100 \text{ cm}^3, V'_{\text{الکل}} = 25 \text{ cm}^3} V_{\text{تبخیر الکل}} = 100 - 25 = 75 \text{ cm}^3$$

تست و پاسخ ۷۸

یک لوله موئین را به طور کامل درون روغن مایع فرو می‌بریم تا سطح‌های آن به روغن آغشته شود. سپس لوله را خارج کرده و سطح بیرونی آن را کاملاً تمیز می‌کنیم و لوله را وارد ظرف آب می‌نماییم. کدام یک از شکل‌های زیر وضعیت آب را درست نشان می‌دهد؟

سطح درونی آن چرب است.



(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

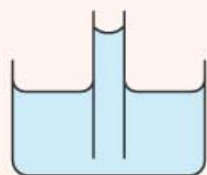
فیزیک

مشاوره رفتار آب و جیوه در لوله موئین از مباحث مورد علاقه طراحان کنکور است که هر چند سال یک بار از این مبحث در کنکور تست می آید.

خودت حل کنی بهتره برای حل این سؤال باید رفتار آب در لوله های موئین تمیز و چرب را بلد باشید. اگر بلد نیستید، درس نامه را بخوانید.

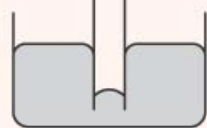
درس نامه ۱۰۰ وقتی دو ماده مختلف در تماس با یکدیگر قرار می گیرند، نیروی جاذبه ای بین مولکول های سطح آن ها ظاهر می شود که به آن نیروی دگرچسبی می گوئیم. هم چسبی و دگرچسبی دو نیروی بین مولکولی هستند و فرق آن ها این است که هم چسبی، جاذبه بین مولکول های همسان و دگرچسبی جاذبه بین مولکول های ناهمسان است.

۲) اثر موینگی: لوله هایی را که قطر داخلی آن ها حدود یک دهم میلی متر است، لوله موئین (مانند مو) می نامند. مایع درون لوله موئین بالاتر یا پایین تر از سطح مایع درون ظرف قرار می گیرد. به این بالا یا پایین رفتن مایع درون لوله های موئین، اثر موینگی می گوئیم. از بین مایع ها، رفتار آب و جیوه در لوله موئین را باید بلد باشید.



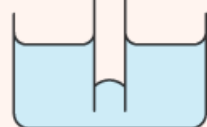
(الف)

الف) رفتار آب در لوله موئین: ظرف پر از آبی مانند شکل «الف» را در نظر بگیرید. اگر لوله موئین تمیزی را داخل این ظرف کنیم، آب از داخل لوله موئین بالا می رود و بالاتر از سطح آب ظرف می ایستد. هم چنین چون نیروی دگرچسبی بین مولکول های آب و دیواره لوله موئین از نیروی هم چسبی بین مولکول های آب بیشتر است، پس سطح آب در لوله موئین و دیواره های ظرف به صورت فرورفته (کاو) است.



(ب)

ب) رفتار جیوه در لوله موئین: ظرفی پر از جیوه مانند شکل «ب» را در نظر بگیرید. اگر لوله موئین تمیزی را داخل این ظرف کنیم، سطح جیوه در لوله موئین پایین تر از سطح جیوه ظرف می ایستد. هم چنین چون نیروی هم چسبی بین مولکول های جیوه از نیروی دگرچسبی بین مولکول های جیوه و دیواره لوله موئین بیشتر است، پس سطح جیوه در لوله موئین و دیواره های ظرف به صورت برآمده (کوز) است.



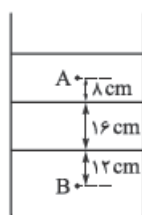
(پ)

نکته اگر سطح داخلی لوله موئین شکل «الف» را چرب کنیم، نیروی دگرچسبی بین مولکول های آب و دیواره های لوله موئین را کاهش می دهیم؛ بنابراین نیروی هم چسبی بین مولکول های آب، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول های آب و دیواره لوله موئین می شود و آب مانند جیوه پایین تر از سطح جیوه درون ظرف می ایستد و سطح آن به صورت برآمده (کوز) می شود. (شکل «پ»)

پاسخ تشریحی با توجه به توضیحات صورت سؤال، سطح داخلی لوله موئین به روغن آغشته شده است؛ بنابراین نیروی دگرچسبی بین مولکول های آب و دیواره داخلی لوله موئین، کم تر از نیروی هم چسبی بین مولکول های آب است و سطح آب درون لوله موئین به صورت برآمده شده و پایین تر از سطح آب ظرف می ایستد (رد ۱ و ۴)؛ اما سطح خارجی لوله موئین تمیز است و به روغن آغشته نشده است، بنابراین نیروی دگرچسبی بین مولکول های آب و دیواره خارجی لوله موئین بیشتر از نیروی هم چسبی بین مولکول های آب است و سطح آب بیرون لوله موئین به صورت فرورفته (کاو) است. (رد ۳)

تست و پاسخ ۷۹

سه مایع به چگالی های $6/8 \text{ g/cm}^3$ ، $3/4 \text{ g/cm}^3$ و $1/7 \text{ g/cm}^3$ مطابق شکل زیر در استوانه ای قرار دارند. اختلاف فشار دو نقطه A و B چند سانتی متر جیوه است؟ (چگالی جیوه در SI برابر 13600 kg/m^3 است.)



باید فشار هر یک از مایع ها را بر حسب سانتی متر جیوه به دست بیاوریم.

۱۰ (۱)

۹/۵ (۲)

۱۱/۵ (۳)

۱۱ (۴)

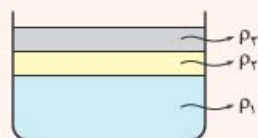
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره محاسبهٔ اختلاف فشار بین دو نقطه از یک مایع یا چند مایع یکی از مباحث پایه‌ای فصل فشار است که باید آن را خوب یاد بگیرید. از این موضوع به طور مستقیم در کنکور سراسری تست آمده است. علاوه بر این یادگرفتن این موضوع به شما در بقیهٔ قسمت‌های این فصل کمک زیادی می‌کند.

خونت حل کنی بهتره فشار حاصل از مایع‌ها را با توجه به چگالی آن‌ها برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه کنید و فشار در نقطهٔ B را به دست بیاورید. با استفاده از فشار در نقطهٔ B، اختلاف فشار بین دو نقطهٔ A و B به دست می‌آید.



درس‌نامه ۱۰۰۰ اگر در ظرفی دو یا چند مایع مخلوط‌نشده ریخته شود، مایع‌ها براساس چگالی‌شان، درون ظرف قرار می‌گیرند به طوری که هرچه چگالی مایع بیشتر باشد، در قسمت پایین‌تر ظرف قرار می‌گیرد. برای مثال در شکل روبه‌رو داریم: $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$

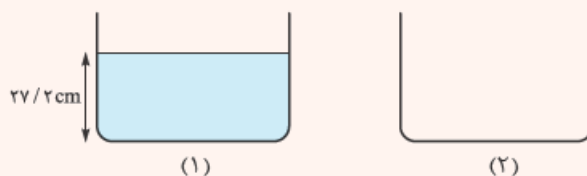
۲) فشار ناشی از مایع در یک نقطه درون آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$P = \rho gh$$

چگالی مایع (kg/m^3) $\rightarrow$ ρ
 عمق نقطه از سطح مایع (m) $\rightarrow$ h
 شتاب گرانش (m/s^2) $\rightarrow$ g
 فشار حاصل از مایع (Pa) $\rightarrow$ P

۳) یکی از یکاهای متداول فشار، سانتی‌متر جیوه است. فشار «h سانتی‌متر جیوه» یعنی فشاری که ناشی از h سانتی‌متر از مایع جیوه است. برای فهم بهتر، مثال زیر را بخوانید.

دو ظرف مشابه (۱) و (۲) را در نظر بگیرید. در ظرف (۱) به ارتفاع ۲۷/۲ cm آب ریخته‌ایم که فشار P_1 را بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند. می‌خواهیم بدانیم چه ارتفاعی برحسب سانتی‌متر از مایع جیوه در ظرف (۲) بریزیم تا همان فشار P_1 را بر کف ظرف (۲) وارد کند.



چون فشار حاصل از آب در کف ظرف (۱) با فشار حاصل از جیوه در کف ظرف (۲) برابر است، پس $P_1 = P_2$ است و می‌توانیم بنویسیم:

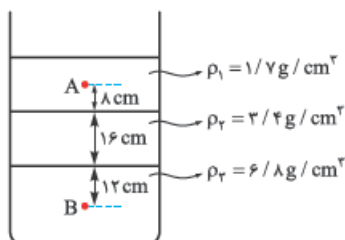
$$P_1 = P_2 \xrightarrow{P = \rho gh} \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, h_{\text{آب}} = 27.2 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3} \rightarrow 1 \times 27.2 = 13.6 h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

یعنی اگر به ارتفاع ۲ cm از مایع جیوه در ظرف (۲) بریزیم، فشاری که این ۲ cm جیوه بر کف ظرف (۲) وارد می‌کند، برابر با فشاری است که ۲۷/۲ cm آب بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند. به عبارت دیگر، فشاری که ۲۷/۲ cm آب بر کف ظرف (۱) وارد می‌کند، برابر با ۲ سانتی‌متر جیوه است.

$$P_{\text{آب}} = 2 \text{ cmHg}$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به وضعیت قرارگیری مایع‌ها، چگالی آن‌ها را تشخیص می‌دهیم:



گام دوم: حالا فشار حاصل از هر یک از مایع‌ها را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم:

$$P_1 = P_{\text{جیوه}} (1) \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} (1)$$

$$\frac{\rho_1 = 1/7 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3}{h_1 = 8 \text{ cm}} \rightarrow 1/7 \times 8 = 13.6 h_{\text{جیوه}} (1)$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} (1) = 1 \text{ cm} \Rightarrow P_1 = 1 \text{ cmHg}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$P_r = P_{\text{جیوه}}(r) \Rightarrow \rho_r h_r = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}(r) \xrightarrow[h_r = 16 \text{ cm}]{\rho_r = 3/4 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3} 3/4 \times 16 = 13/6 h_{\text{جیوه}}(r)$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}}(r) = 4 \text{ cm} \Rightarrow P_r = 4 \text{ cmHg}$$

$$P_r = P_{\text{جیوه}}(r) \Rightarrow \rho_r h_r = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}(r) \xrightarrow[h_r = 12 \text{ cm}]{\rho_r = 6/8 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3} 6/8 \times 12 = 13/6 h_{\text{جیوه}}(r)$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}}(r) = 6 \text{ cm} \Rightarrow P_r = 6 \text{ cmHg}$$

گام سوم: برای محاسبه فشار در نقطه B بر حسب سانتی متر جیوه داریم:

$$P_B = P_A + P_1 + P_r + P_r \xrightarrow[P_r = 6 \text{ cmHg}]{P_1 = 1 \text{ cmHg}, P_r = 4 \text{ cmHg}} P_B = P_A + 1 + 4 + 6 \Rightarrow P_B = 11 + P_A$$

$$P_B - P_A = 11 \text{ cmHg}$$

در نتیجه اختلاف فشار بین دو نقطه A و B بر حسب سانتی متر جیوه برابر است با:

تست و پاسخ ۸۰

فشار در عمق ۲h از سطح دریاحدای، ۵ درصد بیشتر از فشار در عمق h از آن است. اگر فشار هوای محیط ۹۵ kPa و چگالی آب دریاحه 1 g/cm^3 باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

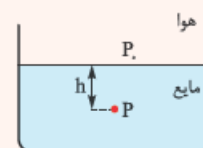
خوبت حل کنی بهتره نسبت فشار در عمق ۲h به فشار در عمق h از سطح آب در صورت تست داده شده است. به کمک این نسبت و با استفاده از رابطه $P = P_0 + \rho gh$ ، می‌توانید h را به دست آورید.

درس نامه

فشار کل (فشار مطلق) در عمق h از سطح یک مایع که سطح آزاد آن در تماس با هواست، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = P_0 + \rho gh$$

چگالی مایع (kg/m^3) $\rightarrow \rho$
 عمق (m) $\rightarrow h$
 شتاب گرانش (m/s^2) $\rightarrow g$
 فشار کل (Pa) $\rightarrow P$
 فشار هوا در سطح مایع (Pa) $\rightarrow P_0$



پاسخ تشریحی فشار در عمق ۲h از سطح دریاحه (P_r)، ۵ درصد بیشتر از فشار در عمق h از سطح دریاحه (P_1) است؛ بنابراین:

$$P_r = P_1 + \frac{5}{100} P_1 = \frac{105}{100} P_1$$

$$P_0 + \rho g(2h) = \frac{105}{100} (P_0 + \rho gh) \xrightarrow[\rho = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2]{P_0 = 95 \text{ kPa} = 95 \times 10^3 \text{ Pa}} 95 \times 10^3 + 10^3 \times 10 \times (2h) = \frac{105}{100} \times (95 \times 10^3 + 10^3 \times 10 \times h)$$

$$\Rightarrow 100 \times 95 + 200 \times (10 \times h) = 105 \times 95 + 105 \times 10 \times h \Rightarrow (200 - 105)(10 \times h) = (105 - 100) \times 95$$

$$\Rightarrow 95 \times 10 \times h = 5 \times 95 \Rightarrow h = 0.5 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۸۱

فشار مایع + فشار هوای شهر

شهری در ارتفاع ۸۰۰ متری از سطح دریاهای آزاد واقع است. در این شهر فشار کل در عمق ۰/۵ متری استخری که از مایعی به چگالی ρ پر شده است، برابر $9/55 \times 10^4 \text{ Pa}$ است. چگالی این مایع (ρ) در SI کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ ، فشار هوا در سطح دریاهای آزاد 10^5 Pa و چگالی متوسط هوا $1/25 \text{ kg/m}^3$ فرض شود.)

۱۱۰۰ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۹۵۵ (۲)

۹۰۰ (۱)



پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا فشار هوا در شهر را به دست بیاورید، سپس با استفاده از رابطه $P = \rho gh + P_0$ ، چگالی مایع درون استخر را محاسبه کنید.

درس نامه ●● (۱) درس نامه تست ۸۰ را بخوانید.

(۲) هر چه از سطح زمین دور شویم، فشار هوا کاهش می‌یابد؛ مثلاً اگر فشار هوا در سطح زمین برابر با P_0 باشد، فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین (شکل زیر) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P_A = P_0 - \rho gh$$

چگالی متوسط هوا (kg/m^3)
ارتفاع از سطح زمین (m)
شتاب گرانش زمین (m/s^2)
فشار هوا در سطح زمین (Pa)
فشار هوا در ارتفاع h
از سطح زمین (Pa)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فشار هوای شهر را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{هوا}} = P_0 - \rho gh \quad \frac{P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}, \rho = 1.25 \text{ kg/m}^3}{g = 10 \text{ N/kg}, h = 800 \text{ m}} \rightarrow P_{\text{هوا}} = 1.0^5 - 1.25 \times 10 \times 800 \Rightarrow P_{\text{هوا}} = 9 \times 10^4 \text{ Pa}$$

گام دوم: حالا با استفاده از فشار کل در عمق $5/10$ متری استخر، چگالی مایع درون آن را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh + P_{\text{هوا}} \quad \frac{P = 9.55 \times 10^4 \text{ Pa}, g = 10 \text{ N/kg}}{h = 0.5 \text{ m}, P_{\text{هوا}} = 9 \times 10^4 \text{ Pa}} \rightarrow 9.55 \times 10^4 = \rho \times 10 \times 0.5 + 9 \times 10^4 \Rightarrow \rho = 1100 \text{ kg/m}^3$$

تست و پاسخ ۸۲

مساحت روزنه خروج بخار آب، روی درب یک زودپز 2 mm^2 است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید قرار گیرد تا فشار پیمانه‌ای داخل آن در $1/2 \text{ atm}$ نگه داشته شود، چند گرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) و فشار بیرون دیگ زودپز 1 atm است.)

اختلاف فشار ناشی از بخار آب محتویات و فشار هوا

۴ / ۴ (۴)

۴۴ (۳)

۲ / ۴ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست برگرفته از یکی از تمرین‌های کتاب درسی است. تمرین‌های کتاب درسی را مو به مو بخوانید. همیشه احتمال آمدن آن‌ها در کنکور خیلی زیاد است.

خودت حل کنی بهتره فشار بالای روزنه شامل فشار هوا و فشار ناشی از وزن وزنه و فشار پایین روزنه شامل فشار هوا و فشار بخار درون دیگ زودپز (فشار پیمانه‌ای) است. فشار بالا و پایین روزنه را برابر قرار دهید تا جرم وزنه به دست آید.

درس نامه ●● فشار: نیرویی که به طور عمود بر سطح وارد می‌شود، فشار ایجاد می‌کند. نسبت اندازه این نیرو به سطحی را که بر آن وارد می‌شود، فشار می‌گویند.

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \rightarrow (N) \text{ نیروی عمودی} \quad P \rightarrow (Pa) \text{ فشار}$$

$$A \rightarrow (m^2) \text{ مساحت}$$

پاسخ تشریحی فشار بالای روزنه شامل فشار هوا و فشار ناشی از وزن وزنه و فشار پایین روزنه شامل فشار هوا و فشار ناشی از بخار آب محتویات

$$P_{\text{درون}} = P_{\text{بیرون}} \Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} + P_{\text{وزنه}} = P_{\text{پیمانه‌ای}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow \text{این دو فشار را برابر قرار می‌دهیم:}$$

$$\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}} = 1/2 \text{ atm} = 1/2 \times 1.0^5 \text{ Pa}}{g = 10 \text{ N/kg}, A = 2 \text{ mm}^2 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \rightarrow 1/2 \times 1.0^5 = \frac{m \times 10}{2 \times 10^{-6}} \Rightarrow 10m = 2/4 \times 10^{-1} \Rightarrow m = 2/4 \times 10^{-2} = 24 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow m = 24 \text{ g}$$

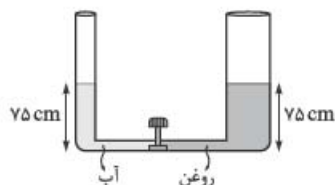


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۸۳

در شکل زیر قطر لوله سمت راست، ۲ برابر قطر لوله سمت چپ است. اگر شیر ارتباطی بین دو لوله باز شود، پس از ایجاد تعادل، سطح روغن چند سانتی متر بالا می‌رود؟ (چگالی آب 1 g/cm^3 و چگالی روغن 0.8 g/cm^3 است.)



(۲) ۵

(۱) ۳

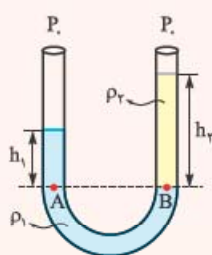
(۴) ۱۲

(۳) ۷/۵

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره لوله‌های U شکل یکی از پرتکرارترین مباحث فصل فشار در کنکور سراسری است. تقریباً هر سال، یک تست از این مبحث در کنکور سراسری می‌آید. پس لازم است که این مبحث را خوب یاد بگیرید و با حل تست‌های فراوان و متنوع روی آن تسلط کافی پیدا کنید.

خودت حل کنی بهتره با توجه به برابری حجم آب جابه‌جاشده در دو طرف لوله، سطح تراز در حالت جدید را پیدا کنید و تساوی فشار را برای دو نقطه از آن بنویسید.



درس‌نامه ۱ در شکل روبه‌رو، درون لوله U شکل دو مایع مخلوط‌نشده قرار دارند. با توجه به این که فشار در نقاط هم‌تراز در یک مایع با هم برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

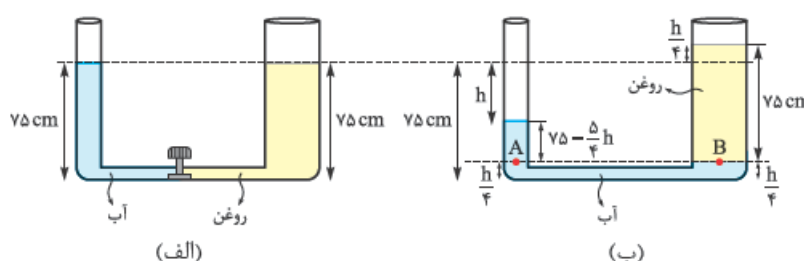
$$P_A = P_B \xrightarrow{P = \rho gh + P_0} \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

(۲) درس‌نامه (۱) در تست ۷۹ را بخوانید.

پاسخ تشریحی وقتی که شیر ارتباطی بین دو لوله باز می‌شود، چون چگالی روغن از چگالی آب کمتر است، پس آب در ظرف ته‌نشین شده و روغن روی آب شناور می‌شود؛ بنابراین با باز شدن شیر ارتباطی، حجم آب در شاخه سمت چپ به اندازه V پایین می‌آید و به همان اندازه در شاخه سمت راست بالا می‌رود. به عبارت دیگر حجم آب جابه‌جاشده در دو طرف لوله برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$V_{\text{چپ}} = V_{\text{راست}} \xrightarrow{V = Ah} A_{\text{چپ}} h_{\text{چپ}} = A_{\text{راست}} h_{\text{راست}} \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}} \pi \frac{d_{\text{چپ}}^2}{4} h_{\text{چپ}} = \pi \frac{(2d_{\text{چپ}})^2}{4} h_{\text{راست}} \Rightarrow h_{\text{راست}} = \frac{h_{\text{چپ}}}{4}$$

یعنی وقتی شیر ارتباطی را باز می‌کنیم، اگر آب در شاخه سمت چپ به اندازه h پایین بیاید، در شاخه سمت راست به اندازه $\frac{h}{4}$ بالا می‌رود. با توجه به این موضوع، شکل نهایی را رسم می‌کنیم. (شکل «ب»)



با توجه به این که فشار در نقاط A و B برابر است (شکل «ب»)، می‌توانیم بنویسیم:

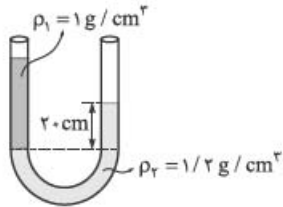
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} \xrightarrow{\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, h_{\text{آب}} = 75 - \frac{h}{4} \quad \rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3, h_{\text{روغن}} = 75 \text{ cm}} 1 \times (75 - \frac{h}{4}) = 0.8 \times 75 \Rightarrow \frac{h}{4} = 15 \Rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

با توجه به شکل‌های «الف» و «ب»، با باز شدن شیر ارتباطی، سطح روغن در شاخه سمت راست به اندازه $\frac{h}{4}$ یعنی ۳ cm بالا می‌رود.



تست و پاسخ ۸۴

در شکل زیر سطح مقطع لوله یکسان و برابر 2 cm^2 است. در شاخه سمت راست چند گرم از مایعی به چگالی ρ_p بریزیم تا سطح مایع با چگالی ρ_r در دو طرف لوله در یک سطح قرار گیرد؟ (هر سه مایع مخلوط‌نشدنی هستند و $\rho_p < \rho_r$ است.)



(۱) ۴۸

(۲) ۳۶

(۳) ۲۴

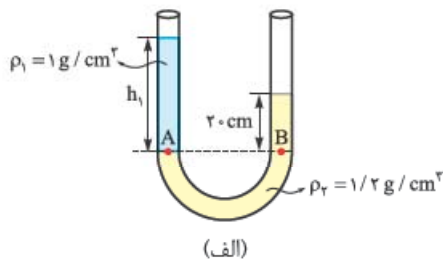
(۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

خونت حل کنی بهتره ابتدا در حالت اول ارتفاع مایع با چگالی ρ_1 را با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز به دست بیاورید، سپس شکل لوله L شکل در حالت دوم را رسم کرده و با استفاده از برابری فشار در نقاط هم‌تراز، جرم مایع با چگالی ρ_p را محاسبه کنید.

درس نامه (۱) درس‌نامه (۱) در تست ۸۳ و درس‌نامه تست ۷۶ را بخوانید.

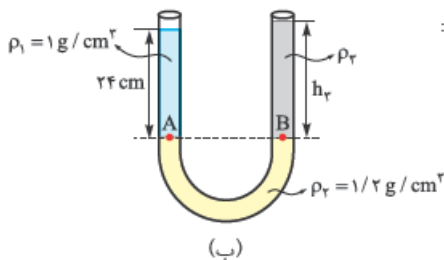
پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا با استفاده از تساوی فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع، ارتفاع مایع با چگالی ρ_1 را در حالت اول به دست می‌آوریم (شکل «الف»):



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_r h_r$$

$$\frac{\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3, \rho_r = 1/2 \text{ g/cm}^3}{h_r = 20 \text{ cm}} \rightarrow 1 \times h_1 = 1/2 \times 20 \Rightarrow h_1 = 10 \text{ cm}$$

گام دوم: حالا در حالت دوم، مایع با چگالی ρ_p را به شاخه سمت راست اضافه می‌کنیم تا مایع با چگالی ρ_p در دو طرف لوله در یک سطح قرار بگیرد (شکل «ب»). بنابراین با استفاده از تساوی فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع، می‌توانیم بنویسیم:



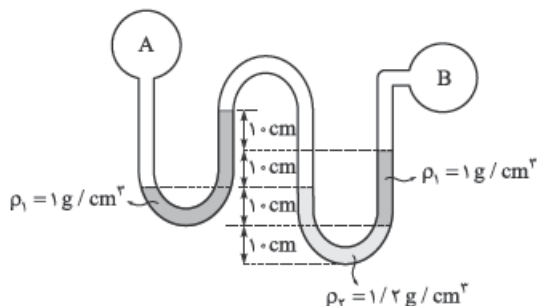
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_r h_r \xrightarrow{\frac{\rho_1 = 1 \text{ g/cm}^3}{h_1 = 24 \text{ cm}}} \rho_r h_r = 24 \text{ g/cm}^2$$

گام سوم: در آخر با استفاده از رابطه $m = \rho V$ ، جرم مایع با چگالی ρ_p را محاسبه می‌کنیم:

$$m_r = \rho_r V_r \xrightarrow{V = Ah} m_r = \rho_r A h_r \xrightarrow{\frac{\rho_r h_r = 24 \text{ g/cm}^2}{A = 2 \text{ cm}^2}} m_r = 2 \times 24 \Rightarrow m_r = 48 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۸۵

در شکل زیر مایع‌ها درون لوله‌های نشان داده شده در حال تعادل هستند. فشار گاز در مخزن A به اندازه پاسکال از فشار گاز در مخزن B است. ($g = 10 \text{ N/kg}$)



(۱) ۱۰۰۰، بیشتر

(۲) ۱۰۰۰، کمتر

(۳) ۲۸۰۰، بیشتر

(۴) ۲۸۰۰، کمتر



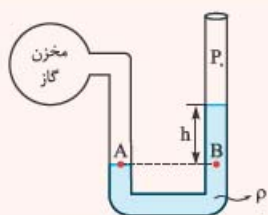
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یکی دیگر از مباحث بسیار مهم و پرتکرار فصل فشار در کنکور سراسری، فشارسنج شاره‌ها یا مانومترها هستند. در هر سال، احتمال تست آمدن از این مبحث بسیار زیاد است. به شدت توصیه می‌کنیم که تسلط کافی روی این مبحث را کسب کنید.

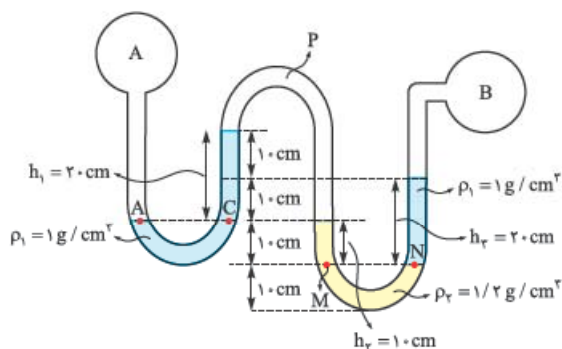
خوبت حل کنی بهتره کافی است یک بار برای لوله U شکل سمت چپ و بار دیگر برای لوله U شکل سمت راست از برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع استفاده کنید و P_B و P_A را به دست بیاورید.



درس نامه • مانومتر: لوله U شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. شاخه سمت چپ آن به مخزن گاز وصل است و شاخه سمت راست آن با هوا در تماس است و داخل این لوله U شکل مایعی با چگالی ρ قرار دارد. به این مجموعه، مانومتر می‌گوییم. با توجه به شکل، نقاط A و B هم‌ترازند و در یک مایع قرار دارند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به شکل و تساوی فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع، فشار مخزن‌های A و B را محاسبه می‌کنیم:



$$P_A = P_C \Rightarrow P_A = \rho_1 gh_1 + P$$

$$\frac{\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3}{h_1 = 0.2 \text{ m}} \rightarrow P_A = 10^3 \times 10 \times 0.2 + P$$

$$\Rightarrow P_A = 2000 + P \text{ (Pa)} \quad (1)$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P + \rho_2 gh_2 = P_B + \rho_1 gh_3 \xrightarrow{h_2 = 0.2 \text{ m}, h_3 = 0.1 \text{ m}} P + 1200 \times 10 \times 0.2 = P_B + 1000 \times 10 \times 0.1$$

$$\Rightarrow P_B = P - 800 \text{ (Pa)} \quad (2)$$

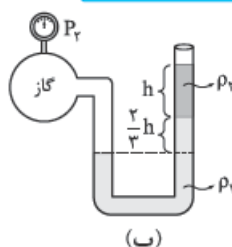
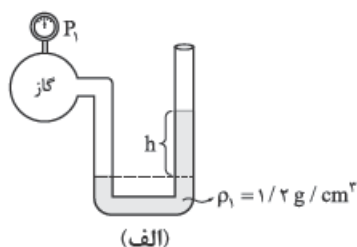
گام دوم: طرفین رابطه (۲) را از طرفین رابطه (۱) کم می‌کنیم:

$$P_A - P_B = 2000 + P - (P - 800) \Rightarrow P_A - P_B = 2800 \text{ (Pa)}$$

بنابراین فشار گاز در مخزن A به اندازه 2800 Pa از فشار گاز در مخزن B بیشتر است.

تست و پاسخ ۸۶

فشارسنج بوردون در شکل «الف» عدد 3 atm و در شکل «ب» عدد 4 atm را نشان می‌دهد. چگالی مایع (۲) در SI کدام است؟



($g = 10 \text{ m/s}^2$ و فشار هوای محیط 1 atm است.)

- فشارسنج فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد.**
- ۴۰۰ (۱)
 - ۶۰۰ (۲)
 - ۸۰۰ (۳)
 - ۱۰۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

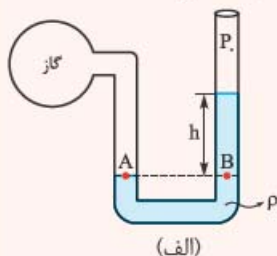
خوبت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از تساوی فشار نقاط هم‌تراز یک مایع، مقدار h در شکل «الف» را محاسبه کنید، سپس تساوی فشار نقاط هم‌تراز یک مایع در شکل «ب» را بنویسید و مقدار P_2 را به دست بیاورید. (هواستون باشه که فشارسنج، فشار پیمانه‌ای رو نشون می‌ده.)



درس نامه فشار پیمانه‌ای در گازها

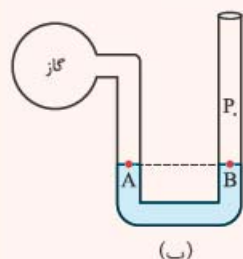
اختلاف فشار مطلق گاز و فشار هوا ($P - P_0$) را فشار پیمانه‌ای می‌گویند. فشار پیمانه‌ای می‌تواند مثبت، صفر یا منفی باشد.

(۱) اگر فشار مطلق گاز بیشتر از فشار هوا باشد، فشار پیمانه‌ای مثبت است. (شکل «الف»)



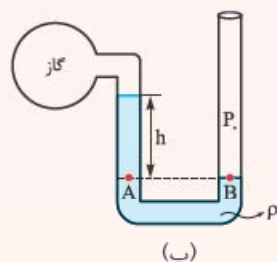
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = \rho gh$$

(۲) اگر فشار مطلق گاز با فشار هوا برابر باشد، فشار پیمانه‌ای صفر است. (شکل «ب»)



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = 0$$

(۳) اگر فشار مطلق گاز از فشار هوا کمتر باشد، فشار پیمانه‌ای منفی است. (شکل «پ»)



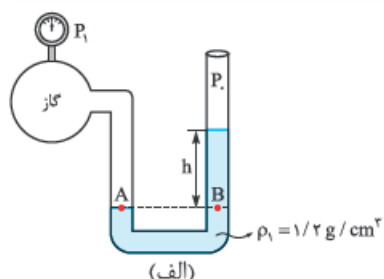
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0 \Rightarrow \underbrace{P_{\text{گاز}} - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = -\rho gh$$

پاسخ تشریحی گام اول: فشارسنج فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد؛ بنابراین با توجه به شکل

«الف» و با استفاده از تساوی فشار در نقاط هم‌تراز مایع، h را به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_1 gh + P_0$$

$$\frac{P_{\text{گاز}} - P_0 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}}{\rho_1 = 1200 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2} \rightarrow 3 \times 10^5 = 1200 \times 10 \times h \Rightarrow h = 25 \text{ m}$$

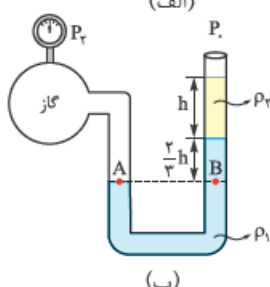


گام دوم: حالا با توجه به شکل «ب» و با استفاده از تساوی فشار در نقاط هم‌تراز مایع، ρ_2 را به دست می‌آوریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho_1 g \left(\frac{2}{3} h \right) + \rho_2 gh + P_0$$

$$\frac{P_{\text{گاز}} - P_0 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}}{\rho_1 = 1200 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2, h = 25 \text{ m}} \rightarrow 4 \times 10^5 = 1200 \times 10 \times \frac{2}{3} \times 25 + \rho_2 \times 10 \times 25$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^5 = 25 \times \rho_2 \Rightarrow \rho_2 = 800 \text{ kg/m}^3$$

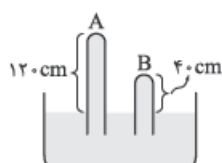


تست و پاسخ ۸۷

فشار هوا در محل آزمایش شکل زیر ۷۵ cmHg و سطح مقطع دو لوله A و B برابر است. اگر

نیروی وارد بر انتهای لوله B از طرف مایع، ۲ برابر نیروی وارد بر انتهای لوله A از طرف مایع باشد،

چگالی مایع درون ظرف چند برابر چگالی جیوه است؟



فشار در انتهای لوله B، ۲ برابر فشار در انتهای لوله A است.

$$\frac{3}{8} (2)$$

$$\frac{32}{15} (4)$$

$$\frac{3}{4} (1)$$

$$\frac{16}{15} (3)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

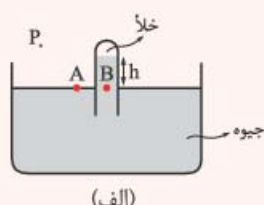
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره فشارسنج هوا یا بارومتر یکی دیگر از موضوعات مهمی است که هم کتاب درسی و هم کنکور سراسری به آن پرداخته است. اهمیت این مبحث برای بچه‌های رشته ریاضی بیشتر است، چون طراحان با تلفیق این مبحث و مباحث مربوط به فصل ترمودینامیک، سوالات زیبایی خلق می‌کنند.

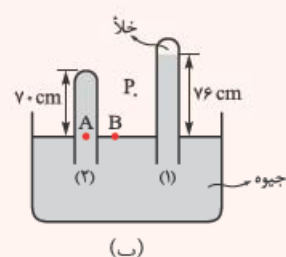
خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، نسبت فشار وارد بر انتهای لوله A به فشار وارد بر انتهای لوله B را به دست بیاورید، سپس با توجه به تساوی فشار در نقاط هم‌تراز در یک مایع، نسبت چگالی مایع به چگالی جیوه را محاسبه کنید.

درس نامه

(۱) درس‌نامه تست ۸۲ را بخوانید.



(الف)



(ب)

(۲) **بارومتر**: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری فشار هوا به کار می‌رود. این وسیله از یک لوله شیشه‌ای بلند که یک سر آن بسته است، تشکیل شده است. این لوله را پر از جیوه کرده و داخل ظرف محتوی جیوه به طور وارون قرار می‌دهند (شکل «الف»). چون دو نقطه A و B هم‌ترازند، داریم:

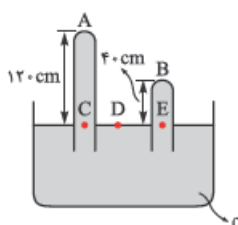
$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho gh$$

حالا فرض کنید بارومتر را در محیطی قرار بدهیم که فشار هوا در آن محیط برابر 76 cmHg است. اگر طول لوله به اندازه کافی بلند باشد، ارتفاع جیوه درون آن به 76 cm می‌رسد، اما اگر طول لوله کوتاه باشد، به طوری که ارتفاع جیوه درون آن به 76 cm نرسد، جیوه به انتهای لوله فشار وارد می‌کند؛ به عنوان مثال شکل «ب» را در نظر بگیرید. چون فشار هوا برابر 76 cmHg است، پس جیوه درون لوله (۱) به اندازه 76 cm بالا می‌رود، اما چون طول لوله (۲) برابر با 70 cm است، پس جیوه به اندازه 70 cm در آن بالا می‌رود و در نتیجه فشاری برابر با 6 cmHg به انتهای لوله (۲) وارد می‌کند، زیرا:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{انتهای لوله}} = P_0 \Rightarrow \frac{P_0 = 76 \text{ cmHg}}{P_{\text{جیوه}} = 70 \text{ cmHg}} \rightarrow 70 + P_{\text{انتهای لوله}} = 76 \Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} = 6 \text{ cmHg}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** چون نیروی وارد بر انتهای لوله B از طرف مایع، ۲ برابر نیروی وارد بر انتهای لوله A از طرف مایع است؛ پس فشاری که مایع به انتهای لوله B وارد می‌کند، ۲ برابر فشاری است که بر انتهای لوله A وارد می‌کند، زیرا:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{P_B}{P_A} = \frac{F_B}{F_A} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{\frac{F_B}{F_A} = \frac{2F_A}{A_B = A_A}} P_B = 2P_A$$



گام دوم: با توجه به شکل روبه‌رو می‌توانیم برای نقاط هم‌تراز C، D و E بنویسیم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + \rho gh_A = P_0 \xrightarrow{\frac{h_A = 1/2 \text{ m}}{P_0 = 75 \text{ cmHg}}} P_A + \rho g \times (1/2) = \rho_{\text{جیوه}} g \times (0/75) \quad (1)$$

$$P_E = P_D \Rightarrow P_B + \rho gh_B = P_0 \xrightarrow{\frac{h_B = 3/4 \text{ m}, P_B = 2P_A}{P_0 = 75 \text{ cmHg}}} 2P_A + \rho g (0/4) = \rho_{\text{جیوه}} g \times (0/75) \quad (2)$$

گام سوم: اگر طرفین رابطه (۱) را از طرفین رابطه (۲) کم کنیم، داریم:

$$2P_A + 0/4 \rho g - P_A - 1/2 \rho g = 0 \Rightarrow P_A = 0/8 \rho g$$

در آخر با توجه به رابطه (۱) می‌توانیم بنویسیم:

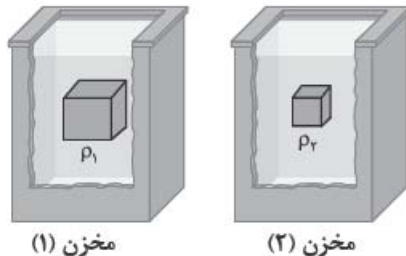
$$0/8 \rho g + 1/2 \rho g = \rho_{\text{جیوه}} g (0/75) \Rightarrow 2 \rho g = 0/75 \rho_{\text{جیوه}} g \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{3}{8}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



تست و پاسخ ۸۸

در شکل‌های زیر در مخزن (۱) درون مایعی به چگالی ρ_1 ، مکعبی به ضلع 50 cm و در مخزن (۲) درون مایعی به چگالی ρ_2 ، مکعبی به ضلع 30 cm در حال تعادل است. اگر اختلاف فشار بین سطح بالایی و سطح پایینی دو مکعب برابر باشد، جرم مکعب بزرگ‌تر چند برابر جرم مکعب کوچک‌تر است؟



ناشی از اختلاف عمق سطوح بالایی و پایینی

$$1 (2)$$

$$\frac{25}{9} (4)$$

$$\frac{5}{3} (1)$$

$$\frac{125}{81} (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

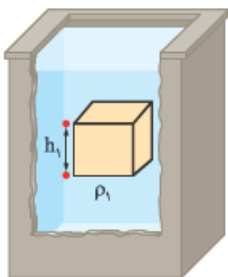
خودت حل کنی بهتره اختلاف فشار بین سطح بالایی و پایینی هر مکعب برابر با اختلاف فشار بین دو نقطه از مایع است که فاصله قائم آن‌ها از هم (اختلاف عمق آن‌ها نسبت به هم) برابر با طول ضلع همان مکعب است. این اختلاف فشارها را برابر قرار دهید و به کمک رابطه چگالی، نسبت جرم دو مکعب را به دست آورید.

درس نامه در درس‌نامه تست ۷۶ و درس‌نامه (۲) در تست ۷۹ را بخوانید.

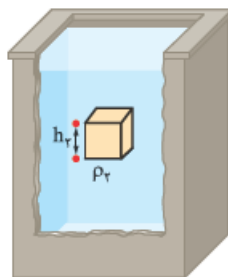
پاسخ تشریحی اختلاف فشار سطوح بالایی و پایینی مکعب‌ها را برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V}} \frac{m_1}{V_1} h_1 = \frac{m_2}{V_2} h_2$$

$$\xrightarrow{V = h^3} \frac{m_1}{h_1^3} h_1 = \frac{m_2}{h_2^3} h_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^2 \xrightarrow{\substack{h_1 = 50 \text{ cm} \\ h_2 = 30 \text{ cm}}} \frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{50}{30}\right)^2 = \frac{25}{9}$$



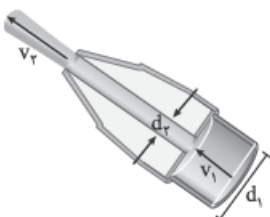
مخزن (۱)



مخزن (۲)

تست و پاسخ ۸۹

شکل زیر نمایی از شیر بسته‌شده به انتهای لوله آتش‌نشانی را نشان می‌دهد. قطر قسمت ورودی شیر 6 cm و قطر قسمت خروجی آن $2/4 \text{ cm}$ است. اگر آب با تندی $v_1 = 1/8 \text{ m/s}$ وارد شیر شود، تندی خروج آن از شیر (v_2) چند متر بر ثانیه است؟



$$8 (1)$$

$$0/288 (2)$$

$$4/5 (3)$$

$$11/25 (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست برگرفته از یکی از تمرین‌های کتاب درسی است که به کمک معادله پیوستگی حل می‌شود. از معادله پیوستگی، هم به صورت مجزا و هم به صورت تلفیقی با اصل برنولی می‌توان تست داد.

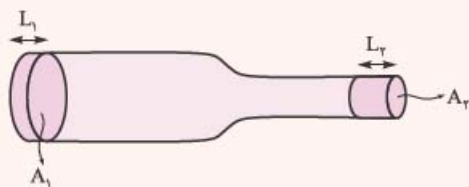


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره کافی است معادله پیوستگی را برای سطح مقطع های ورودی و خروجی بنویسید.

درس نامه •• معادله پیوستگی



شکل روبهرو شاره تراکم ناپذیری با جریان لایه ای را نشان می دهد که در لوله ای با دو سطح مقطع متفاوت حرکت می کند. در حالت پایا و در مدت زمان یکسان، جرم و حجم یکسانی از هر دو مقطع می گذرد. حجمی از شاره که در مدت زمان t از سطح مقطع (۱) عبور می کند، برابر با حجمی از شاره است که در همین مدت زمان از سطح مقطع (۲) عبور می کند؛ یعنی داریم:

$$A_1 L_1 = A_2 L_2 \xrightarrow{t_1 = t_2} A_1 \frac{L_1}{t_1} = A_2 \frac{L_2}{t_2} \xrightarrow{\frac{L_1}{t_1} = v_1, \frac{L_2}{t_2} = v_2} A_1 v_1 = A_2 v_2$$

پاسخ تشریحی معادله پیوستگی را برای قسمت ورودی و خروجی شیر می نویسیم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2 \xrightarrow{\substack{d_1 = 6 \text{ cm}, v_1 = 1.8 \text{ m/s} \\ d_2 = 2/4 \text{ cm}}} (6)^2 \times 1.8 = (2/4)^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 11/25 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۹۰

با توجه به اصل برنولی، کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) در روزهایی که باد می وزد، ارتفاع موج های دریا و اقیانوس پایین تر از ارتفاع میانگین می شود.

(ب) بال هواپیما طوری طراحی می شود که تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن باشد.

(پ) اگر یک ورق کاغذ را جلوی دهان گرفته و در سطح بالای آن بدمیم، کاغذ به طرف پایین حرکت می کند.

(ت) اگر توسط یک نی به فضای بین دو نوار کاغذی سبک و نزدیک به هم دمیده شود، نوارهای کاغذی به طرف یکدیگر جذب می شوند.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

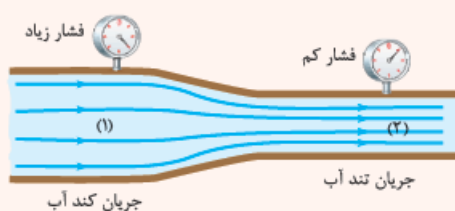
(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره اصل برنولی یکی از مباحثی است که طراحان برای طرح تست های مفهومی از آن کمک می گیرند. کتاب درسی به صورت ویژه به این اصل توجه کرده است. پس لازم است که آن را خوب بخوانید.

درس نامه •• اصل برنولی



اصل برنولی به ما می گوید وقتی شاره ای به طور لایه ای و در امتداد افق حرکت می کند، اگر در مسیر حرکت آن، تندی شاره افزایش یابد، فشار آن کاهش می یابد و برعکس؛ مثلاً شکل روبهرو را که شاره به طور لایه ای و در امتداد افق حرکت می کند، در نظر بگیرید. وقتی شاره از مقطع (۱) وارد مقطع (۲) می شود، تندی آن افزایش می یابد؛ بنابراین فشار آن کاهش می یابد.

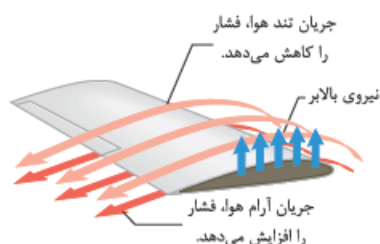
$$v_1 < v_2$$

$$P_1 > P_2$$

پاسخ تشریحی عبارت ها را بررسی می کنیم:

(الف) با وزش باد، چون سرعت بادی که از روی دریا و اقیانوس عبور می کند، بیشتر می شود، پس فشار روی دریا و اقیانوس کاهش می یابد؛ بنابراین ارتفاع موج های دریا و اقیانوس بیشتر می شود. (✗)

(ب) بال هواپیما به گونه ای طراحی شده است که تندی جریان هوا در بالای آن بیشتر از تندی جریان هوا در پایین آن است. بنابراین فشار هوا در پایین بال هواپیما بیشتر از فشار هوا در بالای بال هواپیما شده و نیرویی به سمت بالا به آن وارد می شود. (✓)





پ) وقتی در سطح بالای کاغذ می‌دمیم (فوت می‌کنیم)، تندی جریان هوا در بالای کاغذ را بیشتر می‌کنیم و در نتیجه فشار در بالای کاغذ کمتر از فشار در پایین کاغذ می‌شود و بنابراین نیرویی به سمت بالا بر کاغذ وارد شده و کاغذ به سمت بالا حرکت می‌کند. (×)

ت) اگر به فضای بین دو نوار کاغذ سبک و نزدیک به هم بدمیم (فوت کنیم)، تندی جریان هوای بین آن‌ها را افزایش دادیم و در نتیجه فشار بین آن‌ها کمتر از فشار خارج از آن‌ها می‌شود و بنابراین به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. (✓)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ (۷۱)

الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شود.

دو جسم خنثی و عایق A و B را به یکدیگر مالش داده، سپس در فاصله 20 cm از هم قرار می‌دهیم. اگر دو جسم با نیروی 9 mN یکدیگر را جذب کنند، با توجه به سری الکتريسته مالشی، هنگام مالش این دو جسم، چند الکترون و چگونه بین آن‌ها مبادله شده است؟
 $(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

(۱) 8×10^{11} ، از جسم B به جسم A

(۲) 8×10^{11} ، از جسم A به جسم B

(۳) $1/25 \times 10^{12}$ ، از جسم B به جسم A

(۴) $1/25 \times 10^{12}$ ، از جسم A به جسم B

پاسخ: گزینه ۳

خوبت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از سری الکتريسته مالشی، علامت بار الکتریکی جسم‌های A و B را پس از مالش تعیین کنید؛ سپس با استفاده از اصل پایستگی بار الکتریکی و قانون کولن، اندازه بار الکتریکی جسم‌های A و B پس از مالش را محاسبه کنید و در نهایت با کمک رابطه $|q| = ne$ ، تعداد الکترون‌های مبادله‌شده را به دست بیاورید.

درس نامه ۱۰۰۰ سری الکتريسته مالشی (تریوالکتریک): وقتی دو جسم خنثی را با یکدیگر مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود. جسم خنثی اگر الکترون از دست بدهد، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌شود؛ هم‌چنین جسم خنثی اگر الکترون بگیرد، تعداد الکترون‌های آن بیشتر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. برای تشخیص این‌که کدام جسم الکترون دریافت می‌کند یا کدام جسم الکترون از دست می‌دهد، از جدولی به نام سری الکتريسته مالشی (تریوالکتریک) استفاده می‌کنیم. در این جدول، جسمی که به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، الکترون خواهی بیشتری دارد؛ مثلاً در جدول روبه‌رو، اگر دو جسم خنثای A و B را با یکدیگر مالش بدهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شود، به عبارت دیگر جسم B تعدادی الکترون می‌گیرد و جسم A همان تعداد الکترون را از دست می‌دهد، بنابراین بار الکتریکی خالص جسم A مثبت و بار الکتریکی خالص جسم B منفی می‌شود.

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

(۲) **اصل پایستگی بار الکتریکی:** مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است؛ به عبارت دیگر بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی بار خالص تولید یا نابود نمی‌شود؛ برای مثال وقتی که دو جسم را به هم مالش می‌دهیم، جمع جبری بارهای خالص دو جسم قبل از تماس با جمع جبری بارهای خالص دو جسم بعد از تماس برابر است؛ البته به شرطی که مبادله بار فقط بین همین دو جسم انجام شود (به این می‌گویند شرط منزوی بودن دستگاه).

(۳) **اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی:** اگر یک جسم خنثی n الکترون از دست بدهد، بار جسم برابر با $+ne$ و اگر n الکترون بگیرد بار جسم برابر با $-ne$ می‌شود؛ بنابراین بار الکتریکی جسم (q) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne, \quad e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 تعداد اندازه
 الکترون بار الکتریکی
 الکترون (C)

(۴) **قانون کولن:** اگر بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار بگیرند، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}, \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

$\uparrow$ $\uparrow$ $\downarrow$
 اندازه بار اندازه بار ثابت
 الکترون (C) الکترون (C) کولن
 اندازه نیروی الکتریکی
 وارد بر هر بار (N) فاصله بین
 دو بار (m)



پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جدول سری الکتریسته مالشی، چون جسم B به انتهای منفی سری نزدیک تر است، پس الکترون خواهی بیشتری دارد؛ بنابراین وقتی که دو جسم A و B را به یکدیگر مالش می دهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می شود. (رد ۲ و ۴)

گام دوم: وقتی دو جسم خنثای A و B را به یکدیگر مالش می دهیم، جسم A تعدادی الکترون از دست می دهد و جسم B همان تعداد الکترون را دریافت می کند؛ بنابراین اندازه بار الکتریکی خالص جسم A با اندازه بار الکتریکی خالص جسم B برابر می شود. $|q_A| = |q_B| = |q|$ حالا با استفاده از قانون کولن می توانیم $|q|$ را به دست بیاوریم.

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \quad \frac{|q_1| = |q_2| = |q|, k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}}{F = 9 \times 10^{-3} N, r = 0.2 m} \rightarrow 9 \times 10^{-3} = 9 \times 10^9 \times \frac{|q|^2}{4 \times 10^{-2}} \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-7} C$$

گام سوم: در آخر تعداد الکترون های مبادله شده را با استفاده از رابطه $|q| = ne$ محاسبه می کنیم:

$$|q| = ne \rightarrow \frac{|q| = 2 \times 10^{-7} C}{e = 1.6 \times 10^{-19} C} \rightarrow 2 \times 10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1.25 \times 10^{12}$$

تست و پاسخ ۷۲

دو ذره باردار A و B که بار الکتریکی آنها به ترتیب $2q$ و $-5q$ است، در فاصله معینی از هم قرار دارند و نیرویی که ذره A به ذره B وارد می کند، در SI برابر با $\vec{F} = 16\vec{i} - 8\vec{j}$ است. اگر ۶۰ درصد از بار الکتریکی ذره B به ذره A منتقل شده و فاصله بین دو ذره ۲۰ درصد کاهش یابد، نیرویی که ذره B به ذره A وارد می کند، برحسب نیوتون برابر کدام خواهد شد؟

$$(1) \vec{F} = 4\vec{i} - 2\vec{j} \quad (2) \vec{F} = -4\vec{i} + 2\vec{j} \quad (3) \vec{F} = 5\vec{i} - 2\vec{j} \quad (4) \vec{F} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$$

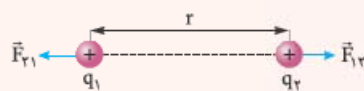
پاسخ: گزینه ۳

خونت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از قانون سوم نیوتون نیرویی را که ذره B به ذره A در حالت اول وارد می کند، به دست بیاورید؛ سپس با استفاده از قانون کولن، نیرویی را که ذره B به ذره A در حالت دوم وارد می کند، محاسبه کنید.

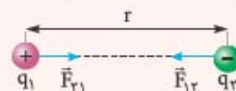
درس نامه

(۱) نیروی الکتریکی ای که بارهای q_1 و q_2 به یکدیگر وارد می کنند، کنش و واکنش هستند؛ بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، این نیروها هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.

$$\begin{cases} \vec{F}_{12} = \vec{F}_{21} \\ \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \end{cases}$$



الف) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم نام، دافعه است.



ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم نام، جاذبه است.

(۲) درس نامه (۴) در تست ۷۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که ذره A به ذره B وارد می کند، هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت نیرویی است که ذره B به ذره A وارد می کند؛ بنابراین در حالت اول نیرویی که ذره A به ذره B وارد می کند، برابر است با:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} \xrightarrow{\vec{F}_{AB} = 16\vec{i} - 8\vec{j} (N)} \vec{F}_{BA} = -16\vec{i} + 8\vec{j} (N)$$

گام دوم: اگر ۶۰ درصد از بار الکتریکی ذره B را به ذره A منتقل کنیم، آن گاه بار الکتریکی ذره های A و B در حالت دوم برابر است با:

$$q'_B = q_B - \frac{6}{10} q_B \xrightarrow{q_B = -5q} q'_B = -5q - \frac{6}{10}(-5q) \Rightarrow q'_B = -2q$$

$$q'_A = q_A + \frac{6}{10} q_B \xrightarrow{q_A = 2q, q_B = -5q} q'_A = 2q + \frac{6}{10}(-5q) \Rightarrow q'_A = -q$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام سوم: حالا با استفاده از قانون کولن می‌توانیم نیروی وارد شده از طرف ذره B به ذره A را در حالت دوم نسبت به حالت اول به دست بیاوریم:

$$F = \frac{k |q_A| |q_B|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_A| |q'_B|}{|q_A| |q_B|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{|q'_A|=q, |q'_B|=2q, |q_A|=2q, |q_B|=5q, r'=r \rightarrow r/2 \rightarrow r/2} \frac{F'}{F} = \frac{(q)(2q)}{(2q)(5q)} \times \left(\frac{r}{r/2}\right)^2$$

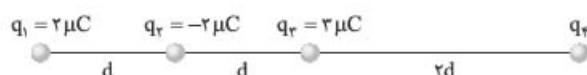
$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{5} \times \frac{25}{16} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{5}{16} \Rightarrow F'_{BA} = \frac{5}{16} F_{BA}$$

گام چهارم: در حالت اول چون ذره‌ها ناهم‌نام هستند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها جاذبه است، اما در حالت دوم چون ذره‌ها هم‌نام می‌شوند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\vec{F}'_{BA} = -\frac{5}{16} \vec{F}_{BA} \xrightarrow{\vec{F}_{BA} = -16\vec{i} + 8\vec{j} (N)} \vec{F}'_{BA} = -\frac{5}{16} (-16\vec{i} + 8\vec{j}) \Rightarrow \vec{F}'_{BA} = 5\vec{i} - 2\vec{j} (N)$$

تست و پاسخ ۷۳

در شکل زیر چهار بار الکتریکی روی خط راست قرار دارند و نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر صفر است. اگر بار q_4 به اندازه d به سمت چپ جابه‌جا شود، اندازه نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_3 چند برابر می‌شود؟



- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{4}{5}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

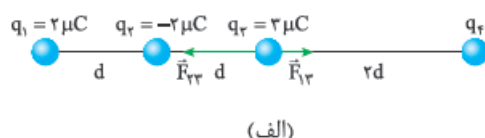
مشاوره بررسی برابری نیروهای الکتریکی در آزمایشی از بارها که در یک راستا قرار دارند، همیشه جزء مباحث مورد علاقه طراحان کنکور است. معمولاً در کنکورهای جدید این تست‌ها به صورت دو حالت هستند، یعنی ابتدا یک حالت را بررسی می‌کنیم؛ سپس با ایجاد تغییر در فاصله بارها یا اندازه آن‌ها، حالت دیگر را بررسی می‌کنیم.

خوبت حل کنی بهتره ابتدا برابری نیروهای وارد بر بار q_3 را برابر با صفر قرار بدهید تا اندازه و علامت بار q_4 معلوم شود؛ سپس با استفاده از قانون کولن، برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 در حالت‌های اول و دوم را محاسبه کنید.

درس‌نامه ••

درس‌نامه (۴) در تست ۷۱ و درس‌نامه (۱) در تست ۷۲ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با توجه به شکل «الف» نیروهای الکتریکی‌ای را که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند، محاسبه می‌کنیم (چون علامت q_4 را نمی‌دانیم، نیروی $\vec{F}_{43}$ را رسم نکردیم):



$$F_{13} = \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2} \xrightarrow{q_1=2\mu C, q_3=2\mu C, r_{13}=2d} F_{13} = k \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{4d^2} = \frac{3}{2} \times 10^{-12} \frac{k}{d^2}$$

$$F_{23} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \xrightarrow{q_2=-2\mu C, q_3=2\mu C, r_{23}=d} F_{23} = k \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{d^2} = 6 \times 10^{-12} \frac{k}{d^2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



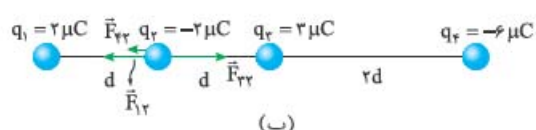
چون $|F_{۲۳}| > |F_{۱۳}|$ است، پس برآیند این دو نیرو به سمت چپ بوده و اندازه آن برابر است با:

$$F_{۲۳} - F_{۱۳} = ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} - ۳ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} = ۴ / ۵ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ صفر است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که بار $q_۴$ نیرویی با اندازه $۴ / ۵ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$ و به سمت راست بر بار $q_۳$ وارد می‌کند؛ بنابراین علامت بار $q_۴$ منفی بوده و داریم:

$$F_{۴۳} = \frac{k |q_۴| |q_۳|}{r_{۴۳}^۲} \xrightarrow{F_{۴۳} = ۴/۵ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}, r_{۴۳} = ۲d} \frac{۴ / ۵ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}}{q_۳ = ۳ \mu C} = k \frac{|q_۴| \times ۳ \times ۱۰^{-۶}}{۴ d^۲} \Rightarrow |q_۴| = ۶ \times ۱۰^{-۶} C \Rightarrow q_۴ = -۶ \mu C$$

گام دوم: حالا می‌توانیم نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ را به دست بیاوریم. با توجه به شکل «ب» و با استفاده از قانون کولن داریم:



$$F_{۱۲} = \frac{k |q_۱| |q_۲|}{r_{۱۲}^۲} \xrightarrow{q_۱ = ۲ \mu C, q_۲ = -۲ \mu C, r_{۱۲} = d} F_{۱۲} = k \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{d^۲} = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

$$F_{۲۳} = \frac{k |q_۲| |q_۳|}{r_{۲۳}^۲} \xrightarrow{q_۲ = -۲ \mu C, q_۳ = ۳ \mu C, r_{۲۳} = d} F_{۲۳} = k \times \frac{۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۳ \times ۱۰^{-۶}}{d^۲} = ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

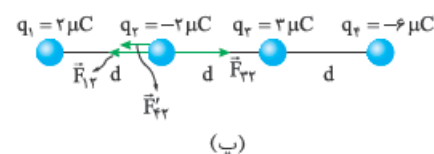
$$F_{۴۲} = \frac{k |q_۴| |q_۲|}{r_{۴۲}^۲} \xrightarrow{q_۴ = -۶ \mu C, q_۲ = -۲ \mu C, r_{۴۲} = ۳d} F_{۴۲} = k \times \frac{۶ \times ۱۰^{-۶} \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{۹ d^۲} = \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ در حالت اول برابر است با:

$$F_{T(۲)} = F_{۲۳} - F_{۴۲} - F_{۱۲} \xrightarrow{F_{۲۳} = ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}, F_{۴۲} = \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}, F_{۱۲} = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}} F_{T(۲)} = ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} - \frac{۴}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} - ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

$$\Rightarrow F_{T(۲)} = \frac{۲}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

گام سوم: اگر بار $q_۴$ را به اندازه d به سمت چپ جابه‌جا کنیم، اندازه $\vec{F}_{۴۲}$ تغییر می‌کند. با توجه به شکل «پ» و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:



$$F'_{۴۲} = \frac{k |q_۴| |q_۲|}{r'_{۴۲}^۲} \xrightarrow{q_۲ = -۲ \mu C, q_۴ = -۶ \mu C, r'_{۴۲} = ۲d} F'_{۴۲} = k \times \frac{۶ \times ۱۰^{-۶} \times ۲ \times ۱۰^{-۶}}{۴ d^۲} = ۳ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار $q_۲$ در این حالت برابر است با:

$$F'_{T(۲)} = F_{۱۲} + F'_{۴۲} - F_{۲۳} \xrightarrow{F_{۱۲} = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}, F'_{۴۲} = ۳ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}, F_{۲۳} = ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}} F'_{T(۲)} = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} + ۳ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲} - ۶ \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

$$\Rightarrow F'_{T(۲)} = ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}$$

گام چهارم: در آخر نسبت $\frac{F'_{T(۲)}}{F_{T(۲)}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'_{T(۲)}}{F_{T(۲)}} = \frac{۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}}{\frac{۲}{۳} \times ۱۰^{-۱۲} \frac{k}{d^۲}} \Rightarrow \frac{F'_{T(۲)}}{F_{T(۲)}} = \frac{۳}{۲}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۴

بار نقطه‌ای $q_1 = q$ در مرکز مربعی قرار دارد. چهار بار نقطه‌ای $q_1 = q$ ، $q_2 = Q$ ، $q_3 = Q$ و $q_4 = Q$ را طوری روی چهار رأس این مربع قرار می‌دهیم که بار q_1 در تعادل باشد. اگر در این حالت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر صفر باشد، $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

برایند نیروهای وارد بر بار q_1 صفر است.

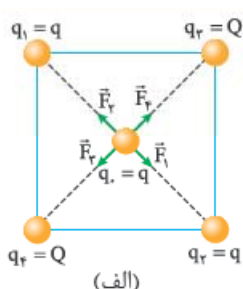
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$ (۳) $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{5}{4}\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۴

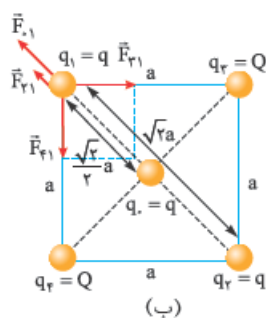
مشاوره بررسی اندازه نیروی الکتریکی در آرایش مربعی بارها یکی از مباحثی است که همیشه احتمال آمدن تست از آن زیاد است. برای حل این مدل تست‌ها باید در برآیندگیری نیروهای عمود بر هم و استفاده از تکنیک‌های رابطه فیثاغورس مهارت داشته باشید.

خوبت حل کنی بهتره چهار بار نقطه‌ای را باید طوری روی چهار رأس مربع قرار بدهید که برایند نیروهای وارد بر بار q_1 برابر صفر شود؛ سپس برایند نیروهای وارد بر بار q_1 را برابر با صفر قرار بدهید و با استفاده از قانون کولن، نسبت $\frac{Q}{q}$ را به دست بیاورید.

درس نامه درس‌نامه (۴) در تست ۷۱ را بخوانید.



پاسخ تشریحی **گام اول:** برای این که بار q_1 در حال تعادل باشد، باید برایند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر باشد؛ بنابراین چهار بار نقطه‌ای را مانند شکل «الف» روی چهار رأس مربع قرار می‌دهیم تا برایند نیروهای وارد بر بار q_1 برابر با صفر شود. (در شکل روبه‌رو فعلاً فرض کردیم که Q و q هم‌نام‌اند و بردارهای $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ را بر همین اساس رسم کردیم)



گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 نیز صفر است؛ از طرفی چون بارهای q_1 ، q_2 و q_3 هم‌نام هستند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه است؛ پس برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر باشد، باید دو نیروی $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ جاذبه باشند پس Q و q ناهم‌نام‌اند. با توجه به شکل «ب» و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{r1} = \frac{k|q_2||q_1|}{r_{r1}^2} \quad \frac{q_1=q_2=q}{r_{r1}=\sqrt{2}a} \rightarrow F_{r1} = \frac{k|q|^2}{2a^2}$$

$$F_{o1} = \frac{k|q_o||q_1|}{r_{o1}^2} \quad \frac{q_o=q_1=q}{r_{o1}=\frac{\sqrt{2}}{2}a} \rightarrow F_{o1} = \frac{2k|q|^2}{a^2}$$

$$F_{r1} = \frac{k|q_2||q_1|}{r_{r1}^2} \quad \frac{q_2=Q, q_1=q}{r_{r1}=a} \rightarrow F_{r1} = \frac{k|Q||q|}{a^2} \quad \frac{F_{r1}=F_{r1}}{F_{r1}=F_{r1}} \rightarrow F_{r1} = \frac{k|Q||q|}{a^2}$$

برای این که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 صفر شود، باید برایند دو نیروی $\vec{F}_{r1}$ و $\vec{F}_{o1}$ با برایند دو نیروی $\vec{F}_2$ و $\vec{F}_3$ برابر باشد. (شکل «پ»)

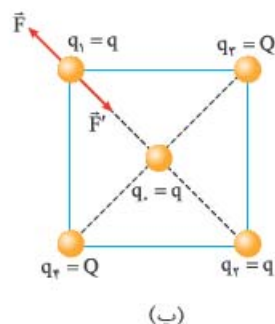
$$F = F_{o1} + F_{r1} \quad \frac{F_{o1}=\frac{2k|q|^2}{a^2}}{F_{r1}=\frac{k|q|^2}{2a^2}} \rightarrow F = \frac{2k|q|^2}{a^2} + \frac{k|q|^2}{2a^2} \Rightarrow F = \frac{5}{2}k\frac{|q|^2}{a^2}$$

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$F' = \sqrt{F_{r1}^2 + F_{r1}^2} \xrightarrow{F_{r1}=F_{r1}} F' = \sqrt{2}F_{r1} \xrightarrow{F_{r1} = \frac{k|Q||q|}{a^2}} F' = \sqrt{2} \frac{k|Q||q|}{a^2}$$



(ب)

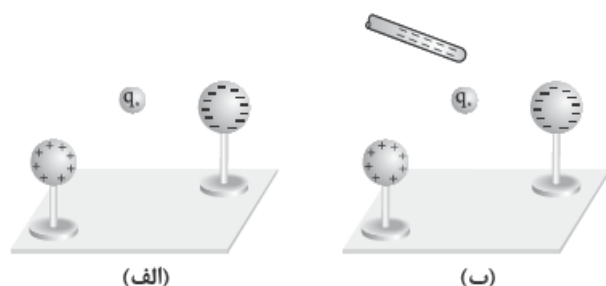
$$F = F' \Rightarrow \frac{5}{2} \frac{k|q|^2}{a^2} = \sqrt{2} k \frac{|Q||q|}{a^2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{5}{2\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{گویا}} \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{5}{2\sqrt{2}} \times \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5 \times 2\sqrt{2}}{4 \times 2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{5\sqrt{2}}{4} \xrightarrow{\text{q و Q نا هم نام اند}} \frac{Q}{q} = -\frac{5\sqrt{2}}{4}$$

تست و پاسخ ۷۵

در شکل «الف» نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار نقطه‌ای $q_0 = -2 \text{ nC}$ به صورت $\vec{F} = (-2 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{i} + (10^{-8} \text{ N}) \vec{j}$ است. اگر میله باردار مطابق شکل «ب» به مجموعه اضافه شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_0 برابر $\vec{F}' = (3 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{i} + (6 \times 10^{-8} \text{ N}) \vec{j}$ می‌شود. میدان الکتریکی حاصل از میله باردار در محل بار q_0 در SI کدام است؟

برایند نیروهایی که میله باردار و گوی‌ها بر بار q_0 وارد می‌کنند.



(الف)

(ب)

- (۱) $5\vec{i} + 25\vec{j}$
 (۲) $-5\vec{i} - 25\vec{j}$
 (۳) $25\vec{i} + 25\vec{j}$
 (۴) $-25\vec{i} - 25\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره با استفاده از نیروی الکتریکی خالصی که بر بار q_0 در دو حالت وارد می‌شود، نیروی الکتریکی‌ای را که میله باردار بر بار q_0 وارد می‌کند، به دست بیاورید؛ سپس با استفاده از رابطه $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ ، میدان الکتریکی حاصل از میله باردار در محل بار q_0 را محاسبه کنید.

درس نامه اگر نیروی الکتریکی برایند وارد بر بار q ، برابر $\vec{F}$ باشد، میدان الکتریکی برایند در محل بار q از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

تذکر در رابطه بالا، q با علامتش جایگذاری می‌شود.

نکته ۱ نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت ($q > 0$) هم‌جهت با میدان الکتریکی در محل بار است.

نکته ۲ نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی ($q < 0$) در خلاف جهت میدان الکتریکی در محل بار است.

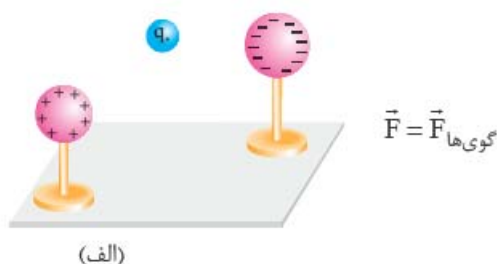


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

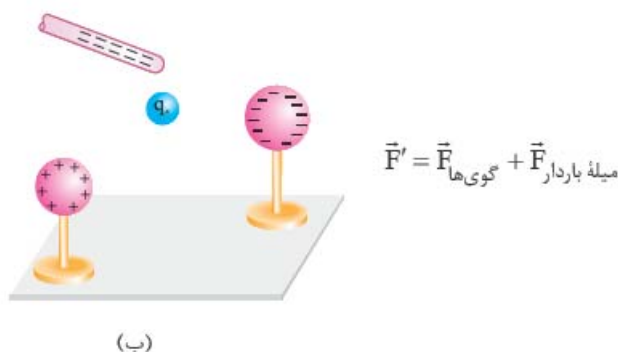
فیزیک

پاسخ تشریحی

گام اول: در شکل «الف»، بار الکتریکی q_0 تحت تأثیر میدان الکتریکی حاصل از گوی‌ها قرار دارد؛ بنابراین نیروی الکتریکی خالص $\vec{F}$ از طرف گوی‌ها بر بار q_0 وارد می‌شود:



در شکل «ب»، وقتی که میله باردار به مجموعه اضافه می‌شود، بار الکتریکی q_0 تحت تأثیر میدان‌های الکتریکی حاصل از گوی‌ها و میله باردار قرار می‌گیرد. نیروی الکتریکی خالص $\vec{F}'$ از طرف گوی‌ها و میله باردار بر بار q_0 وارد می‌شود:



$$\vec{F}' = \vec{F}_{\text{گوی‌ها}} + \vec{F}_{\text{میله باردار}}$$

با توجه به توضیحات و اطلاعات داده شده می‌توانیم بنویسیم:

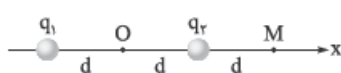
$$\vec{F}' = (\vec{F}_{\text{گوی‌ها}} + \vec{F}_{\text{میله باردار}}) = (-2 \times 10^{-8} \text{ N})\vec{i} + (5 \times 10^{-8} \text{ N})\vec{j} = (-2 \times 10^{-8} \text{ N})\vec{i} + (5 \times 10^{-8} \text{ N})\vec{j}$$

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ می‌توانیم میدان الکتریکی حاصل از میله باردار در محل بار q_0 را به دست بیاوریم:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{میله باردار}}}{q_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{(\vec{F}_{\text{گوی‌ها}} + \vec{F}_{\text{میله باردار}})}{q_0} \Rightarrow \vec{E} = (-25 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{i} - (25 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{j}$$

تست و پاسخ ۷۶

شکل زیر آرایشی از یک دوقطبی الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه O کدام است؟ (دوقطبی الکتریکی شامل دو بار با بزرگی یکسان و علامت مخالف در فاصله معین از یکدیگر است.)



$$\begin{aligned} & -\frac{q}{4} \vec{E} \quad (2) \\ & -\frac{q}{5} \vec{E} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{q}{4} \vec{E} \quad (1) \\ & \frac{q}{5} \vec{E} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بررسی بر ایند میدان‌های الکتریکی در آرایشی از بارها که در یک راستا قرار دارند، همیشه جزء مباحث مورد علاقه طراحان کنکور بوده است. شدیداً توصیه می‌کنیم که این مبحث را به خوبی یاد بگیرید و با تمرین و تکرار بر آن مسلط شوید.

خوبت حل کنی بهتره ابتدا میدان الکتریکی حاصل از هر یک از بارها در نقطه M و سپس بر ایند آن‌ها در این نقطه را به دست آورید. همین کار را برای نقطه O هم انجام دهید. در انتها نسبت میدان الکتریکی خالص در نقطه O به میدان الکتریکی خالص در نقطه M می‌شود جواب تست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصله r از آن از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad \left(\frac{N}{C} \right)$$

بزرگی میدان الکتریکی $\left(\frac{N}{C} \right)$

ثابت کولن $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$

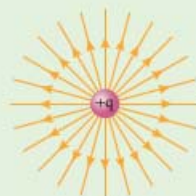
فاصله از بار (m)

اندازه بار (C)

شکل نامه



الف) خطوط میدان الکتریکی ذره باردار $+q$ در جهت دور شدن از آن است.



ب) خطوط میدان الکتریکی ذره باردار $-q$ به سمت آن است.

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می کنیم بار q_1 مثبت ($q_1 > 0$) و بار q_2 منفی ($q_2 < 0$) است. مطابق شکل «الف» بردار میدان های حاصل از q_1 و q_2 در نقطه M را رسم کرده و اندازه هر کدام را به دست می آوریم:

(الف)

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_1|}{(3d)^2} = \frac{1}{9} k \frac{|q_1|}{d^2}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = k \frac{|q_2|}{d^2}$$

$\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در خلاف جهت یکدیگرند و با توجه به این که $|q_1| = |q_2|$ است، $\vec{E}_1$ از $\vec{E}_2$ بزرگتر است؛ بنابراین برآیند آنها هم جهت با $\vec{E}_2$ (یعنی در خلاف جهت محور x) و اندازه آن برابر است با:

$$E_M = E_2 - E_1 = k \frac{|q_2|}{d^2} - \frac{1}{9} k \frac{|q_1|}{d^2} \xrightarrow{|q_2| = |q_1| = |q|} E_M = \frac{8}{9} k \frac{|q|}{d^2} \xrightarrow{\vec{E}_M \text{ در خلاف جهت محور } x} \vec{E}_M = -\frac{8}{9} k \frac{|q|}{d^2} \vec{i}$$

گام دوم: مطابق شکل «ب»، بردار میدان های حاصل از بارهای q_1 و q_2 را در نقطه O رسم کرده و اندازه هر کدام را به دست می آوریم:

(ب)

$$E_1' = k \frac{|q_1|}{r_1'^2} = k \frac{|q_1|}{d^2}$$

$$E_2' = k \frac{|q_2|}{r_2'^2} = k \frac{|q_2|}{d^2}$$

$\vec{E}_1'$ و $\vec{E}_2'$ هم جهت اند؛ بنابراین برآیند آنها در جهت محور x و اندازه آن برابر است با:

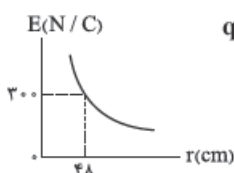
$$E_O = E_1' + E_2' = k \frac{|q_1|}{d^2} + k \frac{|q_2|}{d^2} \xrightarrow{|q_1| = |q_2| = |q|} E_O = 2k \frac{|q|}{d^2} \xrightarrow{\vec{E}_O \text{ در جهت محور } x} \vec{E}_O = 2k \frac{|q|}{d^2} \vec{i}$$

گام سوم: خواسته تست را به دست می آوریم:

$$\frac{\vec{E}_O}{\vec{E}_M} = \frac{2k \frac{|q|}{d^2} \vec{i}}{-\frac{8}{9} k \frac{|q|}{d^2} \vec{i}} = -\frac{2}{\frac{8}{9}} = -\frac{9}{4} \xrightarrow{\vec{E}_M = \vec{E}} \vec{E}_O = -\frac{9}{4} \vec{E}$$

تست و پاسخ

نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از ذره باردار q بر حسب فاصله از آن مطابق شکل روبه رو است. اگر بار نقطه ای $q' = 3 \mu C$ به ذره q وارد می کند، چند نیوتون است؟



$$1/6 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$1/2 \times 10^{-2} \quad (4)$$

$$1/6 \times 10^{-3} \quad (1)$$

$$1/2 \times 10^{-3} \quad (3)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره نمودار میدان الکتریکی حاصل از یک بار برحسب فاصله از آن، هم در کتاب درسی آمده و هم در کنکورهای سراسری چند سال اخیر (۹۸ و ۹۹) مورد توجه طراحان قرار گرفته است.

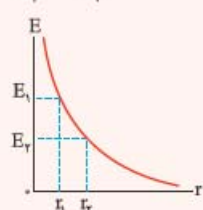
خوبت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به نمودار و با استفاده از شکل نسبتی رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، میدان الکتریکی در فاصله 36 cm از بار q را به دست بیاورید. سپس با استفاده از رابطه $F = |q|E$ و قانون سوم نیوتون، نیروی الکتریکی ای را که بار q' به ذره q وارد می کند، محاسبه کنید.

درس نامه

(۱) اگر بزرگی میدان الکتریکی بار q در فاصله r_1 از آن برابر با E_1 و در فاصله r_2 از آن برابر با E_2 باشد، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

(۲) با توجه به رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، نمودار بزرگی میدان الکتریکی بار q برحسب فاصله از آن به صورت زیر است:

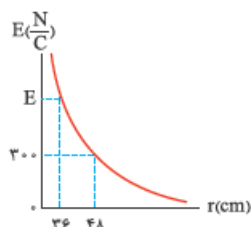


(۳) اگر اندازه نیروی الکتریکی برآیند وارد بر بار q برابر F باشد، اندازه میدان الکتریکی برآیند در محل بار q از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = \frac{F}{|q|}$$

(۴) درس نامه (۱) در تست ۷۲، درس نامه تست ۷۶ و درس نامه (۴) در تست ۷۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی روش اول:



گام اول: با توجه به نمودار، میدان الکتریکی حاصل از بار q در فاصله 36 cm را به دست می آوریم.

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{E_2 = 300 \text{ N/C}, r_1 = 36 \text{ cm}, r_2 = 48 \text{ cm}} \frac{E}{300} = \left(\frac{48}{36}\right)^2 \Rightarrow E = \frac{1600}{3} \text{ N/C}$$

گام دوم: طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که بار q' به ذره q وارد می کند، برابر با اندازه نیرویی است که ذره q به بار q' وارد می کند؛ بنابراین با استفاده از رابطه $E = \frac{F}{|q|}$ ، اندازه نیروی الکتریکی ای را که ذره q به بار q' وارد می کند، به دست می آوریم.

$$E = \frac{F}{|q'|} \xrightarrow{E = \frac{1600}{3} \text{ N/C}, |q'| = 3 \times 10^{-6} \text{ C}} \frac{1600}{3} = \frac{F}{3 \times 10^{-6}} \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

روش دوم:

گام اول: با توجه به نمودار و با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ می توانیم بنویسیم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \xrightarrow{E = 300 \text{ N/C}, r = 0.48 \text{ m}} 300 = \frac{k|q|}{(0.48)^2} \Rightarrow k|q| = 3 \times 48 \times 10^{-6}$$

گام دوم: با استفاده از قانون کولن، اندازه نیروی الکتریکی ای را که بار q' به ذره q وارد می کند، محاسبه می کنیم:

$$F = \frac{k|q||q'|}{r^2} \xrightarrow{r = 0.36 \text{ m}, |q'| = 3 \times 10^{-6} \text{ C}} F = \frac{3 \times 48 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-6}}{(0.36)^2} \Rightarrow F = 1.6 \times 10^{-3} \text{ N}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۸



خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو کره رسانای مشابه با بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل روبه‌رو است. دو کره را به هم تماس داده و سپس هر یک را در مکان قبلی خود قرار می‌دهیم. در این حالت خطوط میدان الکتریکی اطراف دو کره، به صورت کدام شکل خواهد بود؟



پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به کمک جهت خطوط میدان الکتریکی در شکل صورت تست، علامت بارهای q_1 و q_2 و به کمک تراکم خطوط میدان در اطراف آن‌ها، بزرگی بارها نسبت به هم را تعیین کنید. با استفاده از اطلاعات به دست آمده، علامت بارکره‌ها پس از تماس و طرح خطوط میدان الکتریکی اطراف آن‌ها را می‌توان تشخیص داد.

درس نامه اگر دو کره رسانای مشابه A و B را به یکدیگر تماس دهیم و سپس از هم جدا کنیم، بار الکتریکی هر کدام از کره‌ها پس از تماس برابر با میانگین بار آن‌ها قبل از تماس است، یعنی:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \xrightarrow{q'_A = q'_B} q_A + q_B = 2q'_A \Rightarrow q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2}$$

شکل‌نامه تست ۷۶ را بخوانید.

پاسخ تشریحی

با توجه به جهت خطوط میدان الکتریکی در شکل صورت تست، بار q_1 مثبت و بار q_2 منفی است. از طرفی چون تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی بار q_1 بیشتر از تراکم خطوط میدان الکتریکی در نزدیکی بار q_2 است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که اندازه بار q_1 بزرگ‌تر از اندازه بار q_2 است ($|q_1| > |q_2|$)؛ همچنین می‌دانیم که اگر دو کره رسانای مشابه را به یکدیگر تماس بدهیم و سپس جدا کنیم، بار الکتریکی هر دو کره پس از تماس برابر با میانگین بار کره‌ها قبل از تماس است؛ بنابراین چون اندازه بار q_1 بیشتر از اندازه بار q_2 است، پس بار الکتریکی هر دو کره پس از تماس مثبت می‌شود و شکل خطوط میدان الکتریکی در حالت جدید به صورت ۳ خواهد بود.

تست و پاسخ ۷۹

سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2 \text{ nC}$ ، $q_2 = -18 \text{ nC}$ و q_3 روی محور x به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 1 \text{ m}$ ، $x_2 = 9 \text{ m}$ و $x_3 = x$ قرار دارند، به طوری که نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار برابر صفر است. میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 در مبدأ مختصات در SI کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

$$-4 / 5 \hat{i} \text{ (4)}$$

$$4 / 5 \hat{i} \text{ (3)}$$

$$-1 / 125 \hat{i} \text{ (2)}$$

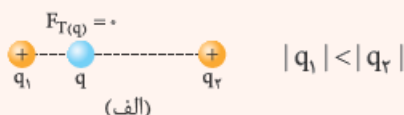
$$1 / 125 \hat{i} \text{ (1)}$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با توجه به این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه ذره برابر صفر است، اندازه x و مقدار q_3 را محاسبه کنید و در آخر با استفاده از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، میدان الکتریکی بار q_3 در مبدأ مختصات را به دست بیاورید.

درس نامه

(۱) در شکل‌های «الف» و «ب» بارهای q_1 و q_2 در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. برای تعیین نقطه‌ای که بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q در آن نقطه صفر باشد، دو حالت کلی داریم:



حالت اول: اگر دو بار هم‌نام باشند، این نقطه روی خط وصل دو بار، بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک‌تر است. (شکل «الف»)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

حالت دوم: اگر دو بار ناهم نام باشند، این نقطه روی خط واصل دو بار، خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر است.

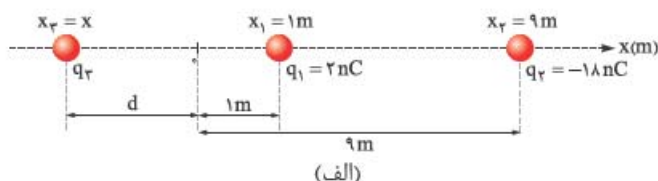
(شکل «ب»)

$$F_{T(q)} = 0 \quad |q_1| < |q_2|$$

(ب)

(۲) درس نامه (۴) در تست ۷۱ و درس نامه تست ۷۶ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارها صفر است. از طرفی چون بارهای q_1 و q_2 ناهم نام هستند، پس برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر شود، باید بار q_3 را روی خط واصل دو بار، خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار q_1 قرار بدهیم. (شکل «الف»)



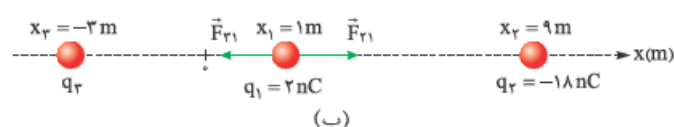
نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 صفر است، پس باید $F_{13} = F_{23}$ باشد، بنابراین با توجه به شکل «الف» و با استفاده از قانون کولن می توانیم بنویسیم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

$$\frac{q_1 = 2 \text{ nC}, q_2 = -18 \text{ nC}}{r_{13} = d+1 \text{ (m)}, r_{23} = d+9 \text{ (m)}} \Rightarrow \frac{2}{(d+1)^2} = \frac{18}{(d+9)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{d+1} = \frac{3}{d+9} \Rightarrow d+9 = 3d+3 \Rightarrow d = 3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ m}$$

گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بارهای q_1 و q_2 صفر است؛ مثلاً اگر بار q_1 را در نظر بگیریم (شما می توانید بار q_2 رو در نظر بگیرید، فرقی نداره)، چون نیروی الکتریکی ای که بار q_2 بر بار q_1 وارد می کند ($\vec{F}_{21}$) از نوع جاذبه و به سمت راست است، پس نیروی الکتریکی ای که



بار q_3 بر بار q_1 وارد می کند ($\vec{F}_{31}$) باید از نوع جاذبه و به سمت چپ و هم اندازه با $\vec{F}_{21}$ باشد تا نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر شود؛ بنابراین بار q_3 منفی است و با توجه به شکل «ب» و با استفاده از قانون کولن می توانیم بنویسیم:

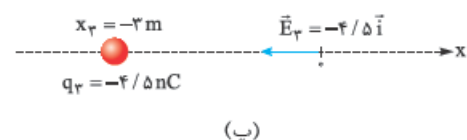
$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3||q_1|}{r_{31}^2} = \frac{k|q_2||q_1|}{r_{21}^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{r_{31}^2} = \frac{|q_2|}{r_{21}^2}$$

$$\frac{q_2 = -18 \text{ nC}, r_{21} = 1 \text{ m}}{r_{31} = 4 \text{ m}} \Rightarrow \frac{|q_3|}{16} = \frac{18}{1} \Rightarrow |q_3| = 4/5 \text{ nC} \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -4/5 \text{ nC}$$

گام سوم: میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 در مبدأ مختصات را با استفاده از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ محاسبه می کنیم:

$$E_r = \frac{k|q_r|}{r_r^2} \xrightarrow{\frac{k=9 \times 10^9 \text{ N.m}^2}{\text{C}^2}, |q_r| = 4/5 \text{ nC}, r_r = 3 \text{ m}} E_r = 9 \times 10^9 \times \frac{4/5 \times 10^{-9}}{9} \Rightarrow E_r = 4/5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

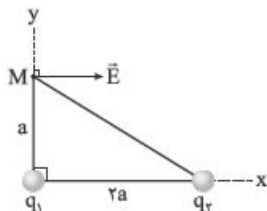
چون بار q_3 منفی است، پس بردار $\vec{E}_r$ خلاف جهت محور x است یعنی $\vec{E}_r = -4/5 \vec{i}$. (شکل «پ»)





تست و پاسخ ۸۰

در شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 روی محور x قرار دارند و میدان الکتریکی برآیند حاصل از آن‌ها در نقطه M بر محور y عمود است. $\frac{q_2}{q_1}$ برابر کدام است؟



$$-\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (1)$$

$$-\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (4)$$

$$\frac{5\sqrt{5}}{8} \quad (3)$$

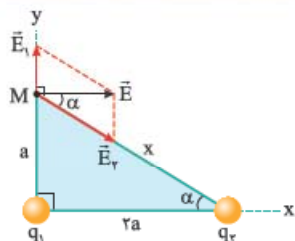
پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به کمک بردار میدان برآیند در نقطه M ($\vec{E}$)، بردار میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را رسم کرده و به کمک آن‌ها

علامت بارهای q_1 و q_2 را تعیین کنید؛ سپس با کمک کمی هندسه و مثلثات و با استفاده از شکل نسبی رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ ، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ را محاسبه کنید.

درس نامه •• شکل نامه تست ۷۶ و درس نامه (۱) در تست ۷۷ را بخوانید.

پاسخ تشریحی



با توجه به جهت میدان الکتریکی برآیند ($\vec{E}$) می‌توانیم نتیجه بگیریم که علامت بار q_1 مثبت و علامت بار q_2 منفی است؛ بنابراین نسبت آن‌ها (یعنی $\frac{q_2}{q_1}$) هم منفی است (رد ۱ و ۳). اگر میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه M را رسم کنیم، آن‌گاه داریم:

$$\sin \alpha = \frac{E_1}{E_2} \quad (1)$$

$$x = \sqrt{a^2 + (2a)^2} \Rightarrow x = \sqrt{5}a$$

هم‌چنین با استفاده از رابطه فیثاغورس می‌توانیم فاصله بار q_2 تا نقطه M را به دست بیاوریم:

$$\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{5}a} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{E_1}{E_2} \quad (2)$$

حالا با توجه به مثلث رنگی‌شده، می‌توانیم مقدار $\sin \alpha$ را به دست بیاوریم:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \quad (3)$$

از طرفی با استفاده از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ می‌توانیم نسبت $\frac{E_1}{E_2}$ را بنویسیم:

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \left(\frac{\sqrt{5}a}{a} \right)^2 \Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_1} \right| = 5\sqrt{5}$$

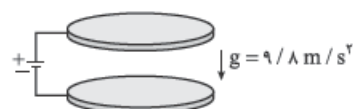
در آخر با استفاده از رابطه‌های (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{q_2}{q_1} = -5\sqrt{5}$$

چون دو بار q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، پس می‌توانیم بنویسیم:

تست و پاسخ ۸۱

مطابق شکل زیر در آزمایش قطره - روغن میلیکان، قطره‌ای به جرم 5 ng را بین دو صفحه رها می‌کنیم. قطره با شتاب 3 m/s^2 به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند. اگر اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه 2 MV/m باشد، قطره نسبت به حالت خنثای خود الکترون است. ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



(۱) ۲۰، دریافت کرده

(۲) ۲۰، از دست داده

(۳) ۲۰۰، دریافت کرده

(۴) ۲۰۰، از دست داده

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خوبت حل کنی بهتره ابتدا به کمک جهت شتاب ذره، جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن را مشخص کنید، سپس با مقایسه جهت نیروی الکتریکی و جهت میدان الکتریکی، علامت بار ذره را تعیین کنید. در ادامه به کمک قانون دوم نیوتون اندازه بار ذره را به دست آورید. در نهایت به کمک اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون‌هایی که صورت تست خواسته را محاسبه کنید.

درس نامه ۱۰۰ اگر ذره‌ای با بار الکتریکی q در میدان الکتریکی یکنواخت قرار گرفته باشد، اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن از رابطه $F = E|q|$ روبه‌رو به دست می‌آید:

نکته ۱ نیروی الکتریکی وارد بر بار مثبت ($q > 0$) هم‌جهت با میدان الکتریکی است.

نکته ۲ نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی ($q < 0$) در خلاف جهت میدان الکتریکی است.

۲ درس‌نامه (۳) در تست ۷۱ را بخوانید.

گام اول: به قطره دو نیروی وزن (mg) و الکتریکی ($\vec{F}_E$) وارد می‌شود که نیروی وزن رو به پایین است. با توجه به این که قطره پس از رهاشدن به سمت بالا شروع به حرکت می‌کند، نتیجه می‌گیریم که نیروی الکتریکی وارد بر آن رو به بالاست. از طرفی مطابق شکل زیر خطوط میدان الکتریکی بین دو صفحه از صفحه مثبت به سوی صفحه منفی یعنی رو به پایین است. با توجه به این که بردارهای میدان الکتریکی ($\vec{E}$) و نیروی الکتریکی وارد بر ذره ($\vec{F}_E$) در خلاف جهت یکدیگرند، نتیجه می‌گیریم که بار ذره منفی ($q < 0$) است؛ یعنی ذره، الکترون دریافت کرده است. (رد ۲ و ۳)

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای ذره می‌نویسیم تا اندازه بار ذره به دست آید:

$$F_E - mg = ma \Rightarrow E|q| - mg = ma \Rightarrow |q| = \frac{m(g+a)}{E}$$

$$\frac{m=5 \text{ ng}=5 \times 10^{-12} \text{ kg}, g=9.8 \text{ m/s}^2}{E=2 \text{ MV/m}=2 \times 10^6 \text{ V/m}, a=3 \text{ m/s}^2} \rightarrow |q| = \frac{5 \times 10^{-12} (9.8 + 3)}{2 \times 10^6} = \frac{5 \times 12.8}{2} \times 10^{-18} \text{ C} \xrightarrow{q < 0} q = -\frac{5 \times 12.8}{2} \times 10^{-18} \text{ C}$$

گام سوم: تعداد الکترون‌های دریافت‌شده توسط ذره برابر است با:

$$q = -ne \Rightarrow -\frac{5 \times 12.8}{2} \times 10^{-18} = -n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{5 \times 12.8}{2 \times 1.6} \times 10 = 200$$

تست و پاسخ ۸۲

در شکل زیر، دو کره مشابه با بار الکتریکی یکسان که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، در فاصله معینی از هم ثابت هستند. اگر ذره باردار مثبت و کوچکی را از نزدیکی کره (۱) تا نزدیکی کره (۲) منتقل کنیم، کدام یک از موارد زیر درباره این ذره درست است؟



(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

پاسخ: گزینه ۳

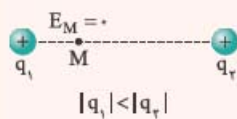
خوبت حل کنی بهتره جهت و اندازه میدان الکتریکی خالص را روی خط‌چین بین کره‌های (۱) و (۲) تعیین کنید و به کمک آن چگونگی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار مثبت و اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن را (براساس رابطه $F = E|q|$) به دست آورید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



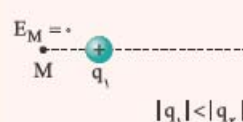
درس نامه ۷۷: بارهای q_1 و q_2 در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. برای تعیین نقطه‌ای که بزرگی میدان الکتریکی خالص در آنجا صفر باشد، دو حالت کلی داریم:

حالت اول: اگر دو بار همنام باشند، این نقطه روی خط وصل دو بار، بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کمتر قرار دارد.



تذکر: در این حالت، اگر دو بار هم‌اندازه باشند، نقطه صفرشدن میدان الکتریکی خالص، دقیقاً در وسط خط وصل دو بار قرار دارد.

حالت دوم: اگر دو بار ناهمنام باشند، این نقطه روی خط وصل دو بار، خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار با اندازه کمتر قرار دارد.



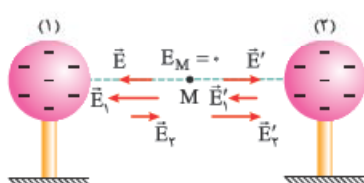
تذکر: در این حالت، اگر دو بار هم‌اندازه باشند، در هیچ نقطه‌ای میدان الکتریکی خالص صفر نمی‌شود.

۲) درس نامه ۷۷: در تست ۷۶ و شکل نامه تست ۷۶ را بخوانید.

۳) چگونگی تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار، هنگام حرکت در میدان الکتریکی

علامت بار	حرکت در جهت میدان الکتریکی	حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی
مثبت	کاهش	افزایش
منفی	افزایش	کاهش

پاسخ تشریحی: **گام اول:** بار الکتریکی هر دو کره یکسان، پس میدان الکتریکی خالص در وسط فاصله بین دو کره صفر است.



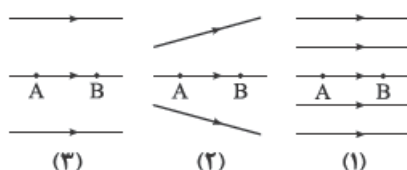
مطابق شکل روبه‌رو در حد فاصل بین نقطه M و کره (۱) (روی خط‌چین آبی) اندازه میدان حاصل از کره (۱) بزرگ‌تر از اندازه میدان حاصل از کره (۲) است؛ بنابراین جهت میدان خالص در این نقاط به طرف چپ است. همچنین در حد فاصل بین نقطه M و کره (۲) (روی خط‌چین آبی) اندازه میدان خالص از کره (۲) بزرگ‌تر از اندازه میدان خالص از کره (۱) است و در نتیجه جهت میدان خالص در این نقاط به طرف راست است.

گام دوم: با توجه به شکل بالا، اگر ذره باردار با بار مثبت، از نزدیکی کره (۱) تا نزدیکی کره (۲) جابه‌جا شود، ابتدا در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش و سپس در جهت میدان الکتریکی حرکت می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. (درستی عبارت «ب»)

گام سوم: بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه M (وسط فاصله بین دو کره) صفر است؛ بنابراین با حرکت از نزدیکی کره (۱) تا نقطه M بزرگی میدان الکتریکی خالص کاهش و از نقطه M تا نزدیکی کره (۲) بزرگی میدان الکتریکی خالص افزایش می‌یابد، پس طبق رابطه $F = qE$ ، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که بر ذره باردار با بار مثبت در این جابه‌جایی وارد می‌شود، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (درستی عبارت «پ»)

تست و پاسخ ۸۳

شکل‌های زیر سه آرایش خطوط میدان الکتریکی را نشان می‌دهند. نقطه‌های A و B در هر سه آرایش در فاصله‌های یکسانی از هم قرار دارند. در هر آرایش، یک الکترون را با سرعت معین v از نقطه A به سمت راست پرتاب می‌کنیم. اگر در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) اندازه سرعت الکترون هنگام عبور از نقطه B به ترتیب v_1 ، v_2 و v_3 باشد، کدام درست است؟



$$v_1 > v_2 > v_3 \quad (۱)$$

$$v_3 > v_2 > v_1 \quad (۲)$$

$$v_3 = v_1 > v_2 \quad (۳)$$

$$v_3 = v_2 = v_1 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۲



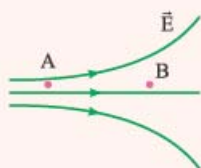
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره این سؤال مشابه تمرین کتاب درسی و کنکور تجربی ۱۴۰۱ است. خواندن تمرین های کتاب درسی را همیشه در اولویت قرار دهید.

خوب حل کنی بهتره ابتدا بزرگی میدان های الکتریکی در سه آرایش را با یکدیگر مقایسه کنید، سپس با استفاده از دو رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ ، $\Delta U_E = -\Delta K$ و $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ تغییرات انرژی جنبشی و در نتیجه تندی الکترون در نقطه B را در سه آرایش با یکدیگر مقایسه کنید.

درس نامه ۱) هر جا خطوط میدان الکتریکی متراکم تر باشد، بزرگی میدان الکتریکی در آن ناحیه قوی تر است.



$$E_A > E_B$$

۲) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت E از رابطه زیر به دست می آید:

حرکت در خلاف جهت میدان

$$\Delta V = \pm E d$$

اندازه میدان الکتریکی (N/C) فاصله دو نقطه در راستای میدان (m)

حرکت در جهت میدان

نکته در راستای عمود بر خط های میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی کند.

۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J) بار الکتریکی (C)

اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

تذکر در رابطه بالا، بار q با علامتش جای گذاری می شود.

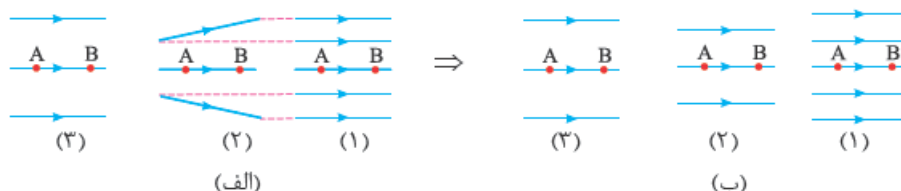
۴) اگر بر ذره باردار فقط نیروی الکتریکی وارد شود، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تغییرات انرژی مکانیکی آن صفر است و در نتیجه داریم:

$$\Delta E = 0 \rightarrow \Delta U_E + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta U_E = -\Delta K$$

یعنی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار که فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی است برابر منفی تغییرات انرژی جنبشی آن است.

پاسخ تشریحی ابتدا باید بزرگی میدان های الکتریکی را با یکدیگر مقایسه کنیم. میدان الکتریکی (۲) غیر یکنواخت است. برای این که بتوانیم

بزرگی میدان الکتریکی آن را با میدان های الکتریکی (۱) و (۳) مقایسه کنیم، باید مقدار متوسط میدان الکتریکی آن را در نظر بگیریم؛ بنابراین شکل «الف» را می توانیم به صورت شکل «ب» در نظر بگیریم.



$$E_1 > E_2 > E_3$$

با توجه به شکل «ب» و تراکم خطوط میدان الکتریکی، می توانیم نتیجه بگیریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \rightarrow \text{برای فاصله } A \text{ تا } B \text{ داریم: } |\Delta V_1| > |\Delta V_2| > |\Delta V_3| \quad (1)$$

هم چنین با حرکت از A تا B در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کرده ایم، بنابراین پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد ($\Delta V < 0$)، پس داریم:

$$\xrightarrow{(1)} \Delta V_1 < \Delta V_2 < \Delta V_3 \quad (2)$$

حالا با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ می توانیم رابطه (۲) را به صورت رابطه (۳) بنویسیم:

$$\xrightarrow{(2)} \frac{\Delta U_{E(1)}}{q} < \frac{\Delta U_{E(2)}}{q} < \frac{\Delta U_{E(3)}}{q} \xrightarrow{q < 0} \Delta U_1 > \Delta U_2 > \Delta U_3 \quad (3)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



از طرفی می‌دانیم که طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی $\Delta U_E = -\Delta K$ است، بنابراین با توجه به رابطه (۳) داریم:

$$\xrightarrow{(۳)} \Delta U_E = -\Delta K \rightarrow \Delta K_1 < \Delta K_2 < \Delta K_3 \quad (۴)$$

چون الکترون را در هر سه حالت با سرعت یکسان v_0 پرتاب می‌کنیم، پس انرژی جنبشی اولیه (K_0) برای هر سه حالت یکسان است، بنابراین

$$\xrightarrow{(۴)} K_1 - K_0 < K_2 - K_0 < K_3 - K_0 \xrightarrow{+K_0} K_1 < K_2 < K_3 \quad (۵)$$

با توجه به رابطه (۴) می‌توانیم بنویسیم:

$$\text{و در آخر طبق رابطه } K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ داریم:}$$

$$\xrightarrow{(۵)} \frac{1}{2}mv_1^2 < \frac{1}{2}mv_2^2 < \frac{1}{2}mv_3^2 \Rightarrow v_1^2 < v_2^2 < v_3^2 \Rightarrow v_1 < v_2 < v_3$$

تکنیک

نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی است، بنابراین در طی حرکت از نقطه A تا B حرکت الکترون کندشونده است، از طرفی چون $E_1 > E_2 > E_3$ است، پس طبق رابطه $F = qE$ ، $F_1 > F_2 > F_3$ است و در نتیجه با توجه به قانون دوم نیوتون ($a = \frac{F}{m}$)، $|a_1| > |a_2| > |a_3|$ است و چون حرکت کندشونده و تندی الکترون در نقطه A در هر سه آرایش برابر است، پس برای مقایسه تندی الکترون در نقطه B می‌توانیم بنویسیم:

$$v_1 < v_2 < v_3$$

تست و پاسخ ۸۴

چون q_1 مثبت است، پس در جهت میدان جابه‌جا شده است.

با انتقال بار الکتریکی $q_1 = 8 \mu C$ از نقطه M به نقطه A، انرژی پتانسیل الکتریکی آن 4 mJ کاهش و با انتقال بار الکتریکی $q_2 = -5 \mu C$ از نقطه M به نقطه B، انرژی پتانسیل الکتریکی آن 8 mJ افزایش می‌یابد.

اگر بار الکتریکی $q_3 = -4 \mu C$ از نقطه A به نقطه B منتقل شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن چند میلی‌ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

چون q_2 منفی است، پس در جهت میدان جابه‌جا شده است.

$$(۱) ۴۴ / ۰، افزایش می‌یابد.$$

$$(۲) ۴۴ / ۰، کاهش می‌یابد.$$

$$(۳) ۸۸ / ۰، افزایش می‌یابد.$$

$$(۴) ۸۸ / ۰، کاهش می‌یابد.$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تست‌هایی که مربوط به جابه‌جایی بار بین دو نقطه و محاسبه ΔU_E یا ΔV به کمک رابطه $\Delta U_E = q\Delta V$ است، ظاهر ساده‌ای دارد اما به دفعات در کنکور تکرار شده است. نکته مهم در حل این تست‌ها، تشخیص درست علامت مثبت و منفی است.

خودت حل کنی بهتره رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ را یک بار برای q_1 و یک بار برای q_2 بنویسید و اختلاف پتانسیل الکتریکی نقطه A تا B را از معادله‌های به دست آمده، محاسبه کنید. سپس با استفاده از اختلاف پتانسیل الکتریکی نقطه A تا B و رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ ، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_3 را به دست بیاورید.

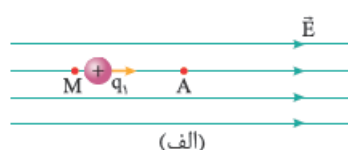
درس نامه درس‌نامه (۳) در تست ۸۲ و درس‌نامه (۳) در تست ۸۳ را بخوانید.

پاسخ تشریحی

گام اول: می‌دانیم وقتی بار الکتریکی مثبت در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_1 در جابه‌جایی از نقطه M تا نقطه A کاهش یافته، می‌توانیم نتیجه بگیریم که بار q_1 در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (شکل «الف») و با استفاده از رابطه

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \text{ می‌توانیم بنویسیم:}$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \xrightarrow{\substack{\Delta U_E = -4 \times 10^{-4} \text{ J} \\ q_1 = 8 \times 10^{-6} \text{ C}}} V_A - V_M = \frac{-4 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_A - V_M = -50 \text{ V} \quad (۱)$$

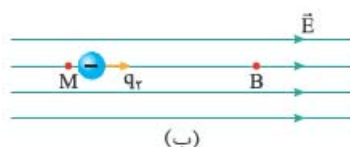


(الف)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام دوم: هم چنین می دانیم وقتی بار الکتریکی منفی در جهت میدان الکتریکی حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می یابد؛ بنابراین چون انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_2 در جابه جایی از نقطه M تا نقطه B افزایش یافته، می توانیم نتیجه بگیریم که بار q_2 در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده است (شکل «ب») و با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ می توانیم بنویسیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \frac{\Delta U_E = 8 \times 10^{-4} \text{ J}}{q_2 = -5 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow V_B - V_M = \frac{8 \times 10^{-4}}{-5 \times 10^{-6}} \Rightarrow V_B - V_M = -160 \text{ V} \quad (2)$$

گام سوم: حالا اگر طرفین رابطه (۱) را از رابطه (۲) کم کنیم، می توانیم اختلاف پتانسیل الکتریکی نقطه A تا B را به دست بیاوریم:

$$(2) - (1) \rightarrow V_B - V_M - V_A + V_M = -160 - (-50) \Rightarrow V_B - V_A = -110 \text{ V}$$

گام چهارم: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_3 در جابه جایی از نقطه A تا B را با استفاده از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ محاسبه می کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \quad \frac{\Delta V = V_B - V_A = -110 \text{ V}}{q_3 = -4 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow -110 = \frac{\Delta U_E}{-4 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U = 4 / 4 \times 10^{-4} \text{ J} \xrightarrow{1 \text{ J} = 10^3 \text{ mJ}} \Delta U_E = 0 / 44 \text{ mJ}$$

بنابراین انرژی پتانسیل الکتریکی بار q_3 در جابه جایی از نقطه A تا B به اندازه 44 mJ میلی ژول افزایش می یابد.

تست و پاسخ ۸۵

پتانسیل الکتریکی فقط در راستای محور q تغییر می کند.

در صفحه xoy ، خطهای میدان الکتریکی یکنواخت، هم راستا با محور y است. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطه به مختصات

A $\begin{cases} 3 \text{ cm} \\ -1 \text{ cm} \end{cases}$ و B $\begin{cases} 9 \text{ cm} \\ 4 \text{ cm} \end{cases}$ به ترتیب -15 V و $+45 \text{ V}$ باشد، میدان الکتریکی بر حسب کیلوولت بر متر کدام است؟

(۴) $-1/2 \hat{j}$

(۳) $1/2 \hat{j}$

(۲) $-\hat{j}$

(۱) $\hat{j}$

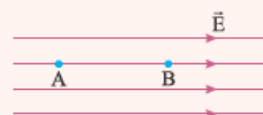
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست مشابه تست کنکور ریاضی ۱۴۰۱ خارج است. شما باید بدانید که اگر در راستای خطوط میدان الکتریکی حرکت کنید، پتانسیل الکتریکی تغییر می کند، اما اگر در راستای عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت کنید، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی کند.

خودت حل کنی بهتره جهت میدان الکتریکی را با استفاده از پتانسیل الکتریکی های داده شده پیدا کنید و با کمک رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ اندازه میدان الکتریکی را محاسبه کنید.

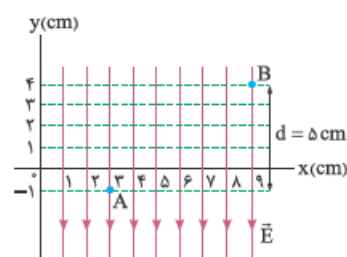
درس نامه ••

(۱) درس نامه (۲) در تست ۸۳ را بخوانید.



$$V_A > V_B$$

(۲) اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط افزایش می یابد. دقت کنید که اگر در راستای عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی کند.



پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این که خطوط میدان الکتریکی در راستای محور y است، پس فقط با حرکت در راستای محور y ، پتانسیل الکتریکی تغییر می کند. از طرفی با حرکت از نقطه A تا نقطه B، در جهت مثبت محور y جابه جا می شویم و چون در این جابه جایی پتانسیل الکتریکی افزایش می یابد، پس در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده ایم، بنابراین جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت محور y است. (شکل روبه رو) (رد ۱ و ۳)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ می‌توانیم بنویسیم (دقت کنید که d فاصله بین دو نقطه در راستای میدان است):

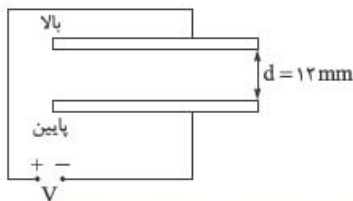
$$E = \frac{|\Delta V|}{d} = \frac{\Delta V = V_B - V_A = 45 - (-15) = 60 \text{ V}}{d = 0.04 - (-0.01) = 0.05 \text{ m}} \rightarrow E = \frac{60}{0.05} \Rightarrow E = 1200 \text{ V/m} \xrightarrow{10^3 \text{ V} = 1 \text{ kV}} E = 1.2 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

چون جهت خطوط میدان الکتریکی در خلاف جهت محور y است، پس بردار میدان الکتریکی بر حسب کیلوولت بر متر به صورت $\vec{E} = -1.2 \vec{j}$ است.

تست و پاسخ ۸۶

برایند نیروهای وارد بر بار q صفر است.

در شکل زیر یک ذره به جرم 1 mg و بار الکتریکی q در فضای بین دو صفحه خازن و در مجاورت صفحه مثبت، ساکن و معلق است. اگر بدون تغییر اختلاف پتانسیل، صفحه پایین را 8 mm پایین‌تر بیاوریم، ذره با تندی چند سانتی‌متر بر ثانیه به صفحه منفی برخورد می‌کند؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)



$$0.4 \text{ (۲)}$$

$$0.16 \text{ (۱)}$$

$$40 \text{ (۴)}$$

$$16 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره در حالت اول چون ذره معلق است، نیروی خالص وارد بر ذره را برابر با صفر قرار بدهید. در حالت دوم نیروی خالص وارد بر ذره را محاسبه کنید و در آخر با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی ذره هنگام برخورد به صفحه پایین را به دست بیاورید.

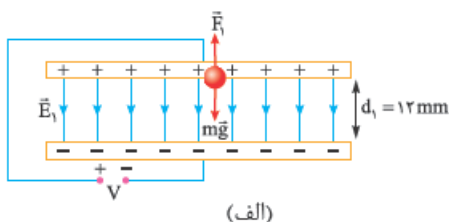
درس نامه ..

(۱) درس نامه (۲) در تست ۸۳ و درس نامه (۱) در تست ۸۱ را بخوانید.

(۲) قضیه کار-انرژی جنبشی: کار کل نیروهای وارد بر جسم (کار نیروی خالص)، با تغییرات انرژی جنبشی جسم برابر است. کار کل (J)

$$W_t = \Delta K \rightarrow (J) \text{ تغییرات انرژی جنبشی}$$

پاسخ تشریحی گام اول: در حالت اول چون ذره معلق است، پس نیروی خالص وارد بر آن برابر با صفر است، بنابراین با توجه به شکل «الف» می‌توانیم بنویسیم:



$$F_1 = mg \xrightarrow{\substack{m=10^{-6} \text{ kg} \\ g=10 \text{ N/kg}}} F_1 = 10^{-6} \times 10 = 10^{-5} \text{ N}$$

گام دوم: حالا اگر صفحه پایینی را به اندازه 8 mm پایین‌تر بیاوریم، فاصله بین دو صفحه به $(12 + 8 = 20 \text{ mm})$ می‌رسد و میدان الکتریکی بین دو صفحه تغییر می‌کند. با استفاده از رابطه $E = \frac{|\Delta V|}{d}$ ، میدان الکتریکی در حالت اول و دوم را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \xrightarrow{|\Delta V_1| = |\Delta V_2|} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow{\substack{d_1 = 12 \text{ mm} \\ d_2 = 20 \text{ mm}}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{3}{5}$$

گام سوم: چون میدان الکتریکی بین دو صفحه تغییر می‌کند، پس نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار هم تغییر می‌کند، بنابراین با استفاده از رابطه $F = |q|E$ می‌توانیم نیروی الکتریکی در حالت دوم را محاسبه کنیم.

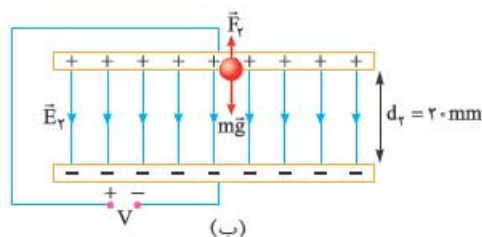
$$F = |q|E \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{E_2}{E_1} \xrightarrow{\substack{E_1 = 10^{-5} \text{ N} \\ \frac{E_2}{E_1} = \frac{3}{5}}} \frac{F_2}{10^{-5}} = \frac{3}{5} \Rightarrow F_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ N}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام چهارم: در حالت دوم چون $F_p < mg$ است، ذره رو به پایین حرکت می‌کند. بنابراین با توجه به شکل «ب»، نیروی خالص وارد بر ذره را به دست می‌آوریم:



$$F_{\text{net}(r)} = mg - F_p$$

$$\frac{m=10^{-6} \text{ kg}, g=10 \text{ N/kg}}{F_p=6 \times 10^{-6} \text{ N}} \rightarrow F_{\text{net}(r)} = 10^{-6} \times 10 - 6 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}(r)} = 4 \times 10^{-6} \text{ N}$$

گام آخر: با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، تندی ذره هنگام برخورد به صفحه منفی را به دست می‌آوریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow F_{\text{net}(r)} d \cos \theta = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\frac{v_i=0, \theta=0^\circ, d=2 \times 10^{-2} \text{ m}}{F_{\text{net}(r)}=4 \times 10^{-6} \text{ N}, m=10^{-6} \text{ kg}} \rightarrow 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2} \times 1 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} (v_f^2 - 0)$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 16 \times 10^{-2} \Rightarrow v_f = 4 \text{ m/s} \xrightarrow{1 \text{ m} = 100 \text{ cm}} v_f = 400 \text{ cm/s}$$

تست و پاسخ ۸۷

چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) بار الکتریکی داده شده به جسم رسانا طوری در سطح آن توزیع می‌شود که اندازه میدان الکتریکی در داخل رسانا بیشینه شود.

(ب) تراکم بار الکتریکی در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است.

(پ) اگر شمع روشنی در میدان الکتریکی قرار گیرد، شعله آن به دلیل داشتن یون‌های مثبت در جهت میدان منحرف می‌شود.

(ت) در یک میدان الکتریکی یکنواخت، با حرکت در جهت میدان، بدون توجه به نوع بار، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال تسلط شما را بر متن کتاب درسی و مفاهیم به چالش می‌کشد. شما بر ای موفقیت در کنکور باید بر متن کتاب درسی و مفاهیم تسلط داشته باشید.

پاسخ تشریحی

تک تک عبارتهای را بررسی می‌کنیم:

(الف) وقتی به جسم رسانا بار الکتریکی می‌دهیم، پس از مدت کوتاهی (کمتر از 10^{-9} s) بار در سطح خارجی رسانا توزیع می‌شود. نحوه توزیع

بار در جسم رسانا به گونه‌ای است که میدان الکتریکی در داخل جسم رسانا صفر شود. ✗

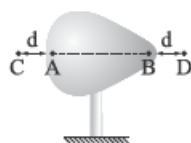
(ب) تراکم بار الکتریکی در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است. ✓

(پ) نیروی وارد بر بار الکتریکی مثبت، در جهت میدان الکتریکی است؛ بنابراین یون‌های مثبت شعله شمع در جهت میدان الکتریکی منحرف می‌شوند. ✓

(ت) بدون توجه به نوع بار، هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش و هرگاه در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. ✗

تست و پاسخ ۸۸

در شکل زیر، به یک جسم رسانای دوکی شکل، بار الکتریکی داده شده است. کدام مورد درباره مقایسه اندازه میدان الکتریکی (E) و پتانسیل الکتریکی (V) نقاط درست است؟ (نقطه‌های A و B بر روی سطح جسم قرار دارند.)



$$V_B = V_A, E_D > E_C \text{ (۲)}$$

$$V_B = V_A, E_D = E_C \text{ (۴)}$$

$$V_B > V_A, E_D > E_C \text{ (۱)}$$

$$V_B > V_A, E_D = E_C \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



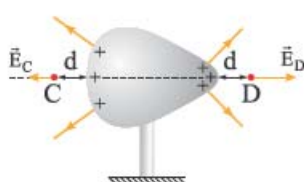
خودت حل کنی بهتره به کمک مقایسه چگالی سطحی بار در نقاط A و B می‌توانید، میدان الکتریکی در نقاط C و D را مقایسه کنید. برای مقایسه پتانسیل الکتریکی در نقاط A و B چیز زیادی برای گفتن نداریم می‌سپاریمش به هودتون.

درس نامه

(۱) در شرایط تعادل الکتروستاتیکی، میدان الکتریکی درون رسانا برابر صفر است؛ بنابراین تمام نقاط داخل و روی سطح رسانا در پتانسیل الکتریکی یکسانی قرار دارند.



(۲) چگالی سطحی (تراکم) بار در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر آن بیشتر است. به همین دلیل خطوط میدان الکتریکی در نقاط نوک‌تیز چنین رسانایی متراکم‌تر و در نتیجه میدان الکتریکی در نزدیکی این نقاط قوی‌تر است.



پاسخ تشریحی گام اول: تراکم بار و چگالی سطحی بار در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از نقاط دیگر بیشتر است؛ به همین دلیل تراکم خطوط میدان الکتریکی و در نتیجه اندازه میدان الکتریکی در نزدیکی نقاط تیز رسانا بیشتر از سایر نقاط است. با این توضیحات برای دو نقطه C و D که در فاصله یکسانی از سطح جسم قرار دارند، $E_D > E_C$ است.

گام دوم: همه نقاط داخل و روی سطح رسانا، پتانسیل الکتریکی یکسانی دارند؛ بنابراین $V_A = V_B$ است.

تست و پاسخ ۸۹

چگالی سطحی بار الکتریکی یک کره رسانای بزرگ 5 nC/cm^2 است. در بخشی از سطح این کره به مساحت 4 mm^2 ، اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها برابر کدام است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

بار خالص موجود در این بخش از سطح قابل محاسبه است

$$1/25 \times 10^9 \quad (2)$$

$$1/25 \times 10^8 \quad (1)$$

$$2/5 \times 10^9 \quad (4)$$

$$2/5 \times 10^8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره چگالی سطحی بار از مباحثی است که در کنکورهای اخیر مورد توجه طراحان قرار گرفته است و در سال‌های ۹۹ و ۱۴۰۰ از این مبحث در کنکور تست آمده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه چگالی سطحی بار، بار موجود در بخش مشخص شده را محاسبه کنید. سپس به کمک اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی، می‌توانید اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های این بخش را به دست آورید.

درس نامه

(۱) چگالی سطحی بار الکتریکی رسانا از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow \begin{array}{l} \text{بار الکتریکی موجود در آن سطح (C)} \\ \text{مساحت سطحی که بار روی آن توزیع شده (m}^2\text{)} \end{array}$$

چگالی سطحی بار (C/m^2)

(۲) درس‌نامه (۳) در تست ۷۱ را بخوانید.

پاسخ تشریحی گام اول: بار الکتریکی موجود در این بخش از سطح کره را به دست می‌آوریم:

$$\sigma = 5 \text{ nC/cm}^2 \xrightarrow{1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}, 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2} \sigma = 5 \times \frac{10^{-9}}{10^{-4}} = 5 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{\sigma = 5 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2, A = 4 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2} 5 \times 10^{-5} = \frac{Q}{4 \times 10^{-6}} \Rightarrow Q = 2 \times 10^{-10} \text{ C}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: بار Q مثبت است؛ بنابراین این بخش از سطح، الکترون از دست داده است. تعداد الکترون‌هایی که از دست داده برابر است با:

$$Q = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-10} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{2}{1.6} \times \frac{10^{-10}}{10^{-19}} = 1.25 \times 10^9$$

یعنی تعداد الکترون‌های موجود در این بخش از سطح، 1.25×10^9 تا کمتر از تعداد پروتون‌های آن است.

تست و پاسخ ۹۰

می‌توانید نسبت مساحت‌ها را به دست بیاورید.

قطر یک مکعب فلزی با قطر یک کره فلزی برابر است. اگر بار الکتریکی کره 5° درصد بیشتر از بار الکتریکی مکعب باشد، چگالی سطحی بار الکتریکی کره چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی مکعب است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌های مکعب چشم‌پوشی کنید.)

می‌توانید نسبت بارها را به دست بیاورید.

$$\frac{3}{\pi} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{\pi} \quad (2)$$

$$\pi \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خوبت حل کنی بهتره نسبت بار دو جسم را از روی اطلاعات صورت تست به دست بیاورید. با توجه به اطلاعات هندسی که باید بلد باشید، نسبت مساحت‌های دو جسم را نیز به دست بیاورید. با جای‌گذاری نسبت‌های به دست آمده در رابطه نسبتی چگالی سطحی بار به جواب می‌رسید.

درس نامه

شکل نسبی رابطه چگالی سطحی بار به صورت زیر است:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: بار الکتریکی کره، 5° درصد بیشتر از بار الکتریکی مکعب است؛ بنابراین:

$$Q_{\text{کره}} = Q_{\text{مکعب}} + \frac{5}{100} Q_{\text{مکعب}} = \frac{3}{2} Q_{\text{مکعب}}$$

یادآوری ریاضی قطر مکعبی به ضلع a برابر $\sqrt{3}a$ است.

نسبت مساحت‌های مکعب و کره نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\sqrt{3}a = 2R \Rightarrow \frac{a}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \text{قطر کره} = \text{قطر مکعب}$$

$$\frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}} = \frac{6a^2}{4\pi R^2} = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \xrightarrow{\frac{a}{R} = \frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}} = \frac{3}{2\pi} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{2}{\pi}$$

گام دوم: حالا رابطه چگالی سطحی بار را به صورت نسبتی می‌نویسیم:

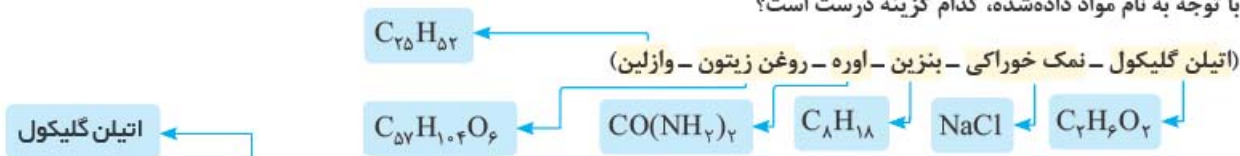
$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow \frac{\sigma_{\text{کره}}}{\sigma_{\text{مکعب}}} = \frac{Q_{\text{کره}}}{Q_{\text{مکعب}}} \times \frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}} \xrightarrow{\frac{Q_{\text{کره}}}{Q_{\text{مکعب}}} = \frac{3}{2}, \frac{A_{\text{مکعب}}}{A_{\text{کره}}} = \frac{2}{\pi}} \frac{\sigma_{\text{کره}}}{\sigma_{\text{مکعب}}} = \frac{3}{2} \times \frac{2}{\pi} = \frac{3}{\pi}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۱

با توجه به نام مواد داده شده، کدام گزینه درست است؟



- (۱) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی ماده‌ای که به عنوان ضدیخ کاربرد دارد، نصف شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول بنزین است.
 (۲) دو ماده، همانند مولکول‌های سازندهٔ عسل، با برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب، در آن حل می‌شوند.
 (۳) شمار مواد محلول در هگزان، $1/5$ برابر شمار مواد محلول در آب است.
 (۴) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی در ساختار مولکول نیتروژن دار، برابر با ۲ است.

پاسخ: گزینه ۲

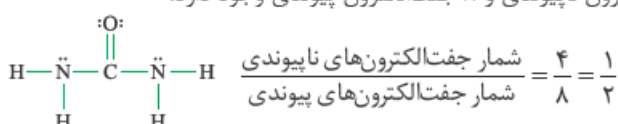
مشاوره برای پاسخ به این سؤال، باید ترکیب‌هایی که در صفحه‌های اول کتاب شیمی دوازدهم اومده رو، به خوبی بشناسین!

اتیلن گلیکول ($HO-CH_2CH_2-OH$) و اوره ($CO(NH_2)_2$)، همانند مولکول‌های سازندهٔ عسل (مولکول‌های قطبی و دارای گروه‌های هیدروکسیل)، با برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب در آن حل می‌شوند.

نکته مولکول‌هایی که در ساختار خود، یکی از پیوندهای $O-H$ یا $F-H$ ، $N-H$ را دارند، می‌توانند با مولکول‌های مشابه خود و یا مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) به عنوان ضدیخ کاربرد دارد. شمار اتم‌های هیدروژن این ترکیب، $\frac{1}{3}$ شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول بنزین (C_6H_6) است.
 (۳) مولکول‌های قطبی اتیلن گلیکول، اوره و ترکیب یونی نمک خوراکی (در مجموع ۳ ترکیب)، در آب محلول‌اند و مولکول‌های ناقطبی بنزین، روغن زیتون و وازلین (در مجموع ۳ ترکیب)، در هگزان محلول‌اند؛ یعنی شمار مواد محلول در آب و مواد محلول در هگزان برابر است.
 (۴) مولکول نیتروژن دار، همان اوره است که در ساختار آن، ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی و ۸ جفت‌الکترون پیوندی وجود دارد.



تست و پاسخ ۹۲

با توجه به شکل‌های داده شده که ساختار دو اسید چرب را نشان می‌دهند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



- (الف) ترکیب (II)، اسید چرب سازندهٔ چربی کوهان شتر ($C_{57}H_{110}O_6$) است.
 (ب) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول شیمیایی این دو اسید چرب یکسان است.
 (پ) از سوختن کامل هر مول از ترکیب (I)، در مجموع ۳۶ مول فراورده تولید می‌شود.
 (ت) در ساختار ترکیب (II)، ۵۵ پیوند اشتراکی وجود دارد.

(۱) الف - ب (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

درس نامه: اسیدهای چرب و استرهای سنگین

(۱) برای تعیین سریع تر فرمول اسیدهای چرب (RCOOH) دارای پیوند دوگانه $C=C$ و با n اتم کربن، با توجه به این که هر پیوند دوگانه، دو اتم هیدروژن از هیدروژن های یک ترکیب (نسبت به نبود آن پیوند دوگانه)، کم می کند، می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

فرمول اسیدهای چرب با a پیوند دوگانه $C=C$: $C_nH_{2n-2a}O_2 \Rightarrow C_nH_{2n}O_2$ فرمول اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیر شده

(۲) اگر اسیدهای چرب سازنده یک استر سنگین (با سه گروه عاملی استری) یکسان باشند، برای تعیین فرمول این اسیدهای چرب می توان به صورت روبه رو عمل کرد: فرمول اسید چرب سازنده: $C_nH_mO_2$ فرمول استر سنگین: $C_xH_yO_6$

فرمول الکل سازنده: $C_3H_8O_3$



$$3 + 3n = x \Rightarrow n = \frac{x-3}{3}$$

$$8 + 3m = y + (3 \times 2) \Rightarrow m = \frac{y+6-8}{3} = \frac{y-2}{3}$$

بنابراین فرمول اسید چرب سازنده استری با فرمول $C_xH_yO_6$ به صورت $C_{\frac{x-3}{3}}H_{\frac{y-2}{3}}O_2$ است. به بیان ساده تر، برای تعیین فرمول اسید چرب سازنده یک استر سنگین می توان از فرمول مقابل استفاده کرد:

$$C_3H_8O_3 - \text{فرمول مولکولی استر سنگین} = \text{فرمول مولکولی اسید چرب}$$

مثال: فرمول اسید چرب سازنده روغن زیتون ($C_{57}H_{114}O_6$)، به صورت $C_{18}H_{34}O_2$ است.

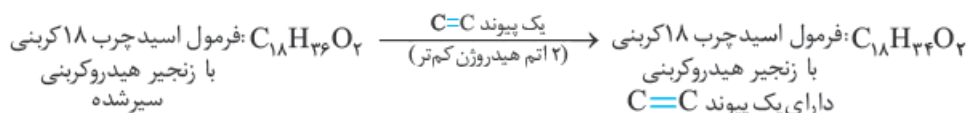
$$\text{فرمول اسید چرب روغن زیتون} = \frac{C_{57}H_{114}O_6 - C_3H_8O_3}{3} = \frac{C_{54}H_{110}O_3}{3} = C_{18}H_{34}O_2$$

(۳) برای تعیین سریع تر شمار پیوندهای اشتراکی در ترکیب های آلی دارای اتم های H ، C و O ، می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{شمار اتم های اکسیژن} (2 \times) + \text{شمار اتم های هیدروژن} (1 \times) + \text{شمار اتم های کربن} (4 \times) = \text{شمار پیوندهای اشتراکی}$$

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

الف) ترکیب (II) یک اسید چرب ۱۸ کربنه با یک پیوند $C=C$ است: بنابراین فرمول مولکولی آن $C_{18}H_{34}O_2$ است:

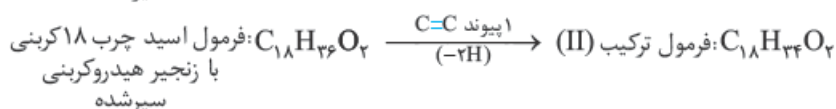
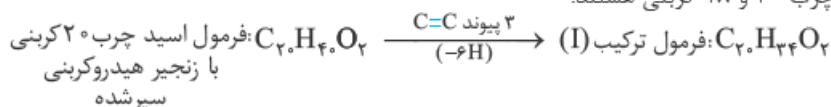


دارای یک پیوند $C=C$

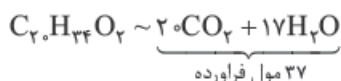
فرمول اسید چرب سازنده چربی کوهان شتر، $C_{18}H_{36}O_2$ است.

$$\text{فرمول اسید چرب سازنده چربی کوهان شتر} = \frac{C_{57}H_{110}O_6 - C_3H_8O_3}{3} = \frac{C_{54}H_{108}O_3}{3} = C_{18}H_{36}O_2$$

ب) ترکیب های (I) و (II) به ترتیب اسیدهای چرب ۲۰ و ۱۸ کربنی هستند:



پ) در سوختن کامل ترکیب های آلی به اندازه شمار اتم های کربن، CO_2 و به اندازه نصف شمار اتم های هیدروژن، H_2O تولید می شود:



$$C_{18}H_{34}O_2 \text{ در سوختن کامل} = \frac{\overbrace{(4 \times 18)}^C + \overbrace{(1 \times 34)}^H + \overbrace{(2 \times 2)}^O}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

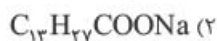
(ت)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۳

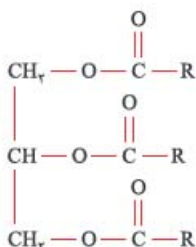
اگر جرم مولی یک استر سنگین سه‌عاملی با زنجیرهای هیدروکربنی سیر شده ۷۶۴ گرم بر مول باشد، فرمول صابون جامد حاصل از این استر سنگین کدام است؟ (اسیدهای چرب یکسانی در ساختار استر وجود دارد: $O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)



پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در حل سوالات مربوط به اسیدهای چرب، استرهای سنگین و پاک‌کننده‌ها علاوه بر روش‌های معمولی، روش‌های دیگری هم وجود دارند که سرعت بسیار بالاتری دارند. استفاده از این روش‌های سرعتی باعث می‌شود که کلی تو وقتتون صرفه‌جویی بشه! مثلاً در این سؤال اگر فرمول عمومی استرهای سنگین رو بلد باشین، خیلی سریع‌تر می‌تونین به کمک جرم مولی، فرمول اسید چرب و در نهایت صابون را پیدا کنین!

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به ساختار کلی استرهای سنگین، جرم مولی آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$\Rightarrow C_3H_5(RCOO)_3 \Rightarrow \text{جرم مولی} = 41 + 3R + 3(44) = (3R + 173) g.mol^{-1}$$

گام دوم: با استفاده از جرم مولی استر سنگین، فرمول گروه R را پیدا می‌کنیم: $3R + 173 = 764 \Rightarrow 3R = 591 \Rightarrow R = 197 g.mol^{-1}$ با توجه به این که R، گروه آلکیل (C_nH_{2n+1}) است، خواهیم داشت:

$$C_nH_{2n+1} \text{ جرم مولی} = 14n + 1 \Rightarrow 14n + 1 = 197 \Rightarrow 14n = 196 \Rightarrow n = 14$$

گام سوم: با توجه به فرمول اسید چرب سازنده استر، فرمول صابون جامد را تعیین می‌کنیم:



تست و پاسخ ۹۴

با توجه به شکل‌های داده‌شده که رفتار محلول‌ها و کلوئیدها را در برابر نور نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

کلوئید

• شکل A را می‌توان به مخلوط آب، صابون و روغن نسبت داد.

• مخلوط B، مخلوطی همگن و متشکل از یون‌ها یا مولکول‌هاست.

پخش نور

• رفتار سوسپانسیون‌ها در برابر نور، مانند مخلوط A است.

• هر دو مخلوط پایدارند و ذره‌های موجود در مخلوط A درشت‌تر از مخلوط B است.

(۱) دو

(۲) سه

(۳) چهار

(۴) یک



(A)



(B)

پخش نور $\Rightarrow$ کلوئید

عبور نور $\Rightarrow$ محلول

پاسخ: گزینه ۳

همه عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

مشاوره شکل‌های قسمت اول فصل ۱ شیمی دوازدهم بسیار مهم هستند و قابلیت طرح تست در کنکور را دارند؛ به همین خاطر باید این شکل‌ها را به خوبی بررسی و تحلیل کنید.

اول به نگاهی به جدول زیر بیندازیم:

ویژگی / نوع مخلوط	سوسپانسیون	کلوئید	محلول
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است. ته‌نشین می‌شود.	پایدار است. ته‌نشین نمی‌شود.	پایدار است. ته‌نشین نمی‌شود.
ذره‌های سازنده	ذره‌های ریز ماده	توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت	یون‌ها یا مولکول‌ها
مثال	شربت معده، شربت خاکشیر	چسب، شیر، ژله، سس مایونز، رنگ، مخلوط آب، روغن و صابون	مخلوط مس (II) سولفات و آب، آب‌قند

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- مخلوط A نور را پخش کرده است (مسیر عبور نور از میان آن قابل دیدن است)؛ بنابراین A کلوئید است. مخلوط آب، صابون و روغن نیز کلوئید به حساب می‌آید.
- مسیر عبور نور از میان مخلوط B قابل دیدن نیست؛ در نتیجه این مخلوط، محلول است. محلول‌ها جزء مخلوط‌های همگن بوده و ذره‌های سازنده آن‌ها، یون‌ها یا مولکول‌ها هستند.
- سوسپانسیون‌ها مانند کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.
- محلول‌ها و کلوئیدها، هر دو جزء مخلوط‌های پایدارند. در ضمن ذره‌های سازنده کلوئیدها درشت‌تر از محلول‌هاست؛ به همین دلیل کلوئیدها برخلاف محلول‌ها، نور را پخش می‌کنند.

تست و پاسخ ۹۵

شمار کل اتم‌ها در فرمول یک صابون مایع که دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده است و در آن عنصر فلزی وجود ندارد، از دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن آن، ۱۳ واحد کمتر است. جرم ۰/۳ مول از این صابون چند گرم است؟ ($K = ۳۹, Na = ۲۳, O = ۱۶, N = ۱۴, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$)

گروه آلکیل ($C_n H_{2n+1}$)

$۲H - ۱۳ =$ شمار کل اتم‌ها

$RCOONH_4$

۶۹ / ۳ (۲)

۷۵ / ۶ (۴)

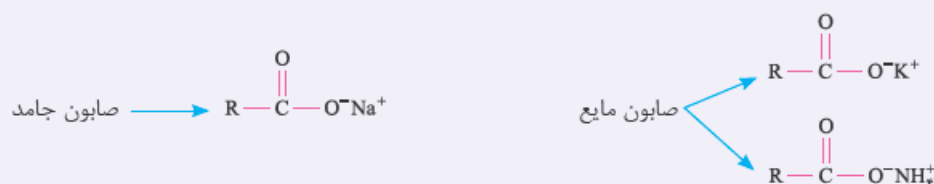
۶۵ / ۱ (۱)

۷۱ / ۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یکی از مباحث مهم پاک‌کننده‌ها، شناخت صابون‌های جامد و مایع و فرمول عمومی آن‌هاست.

نکته صابون‌های جامد، نمک سدیم اسید چرب ($RCOONa$) و صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب ($RCOOK$) و $RCOONH_4$ هستند. در بین این سه نوع صابون، فقط در صابون آمونیوم‌دار، عنصر فلزی وجود ندارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: فرمول عمومی صابون مورد نظر را می‌نویسیم. فرمول صابون مایع که در آن عنصر فلزی وجود ندارد، به صورت RCOONH_4 است. اگر R زنجیر هیدروکربنی سیر شده یعنی گروه آلکیل $(\text{C}_n\text{H}_{2n+1})$ باشد، خواهیم داشت:

$$\text{C}_n\text{H}_{2n+1}\text{COONH}_4 \begin{cases} \rightarrow \text{شمار اتم‌های هیدروژن} = 2n + 1 + 4 = 2n + 5 \\ \rightarrow \text{شمار کل اتم‌ها} = \underbrace{(n+1)}_{\text{C}} + \underbrace{(2n+5)}_{\text{H}} + \underbrace{2}_{\text{O}} + \underbrace{1}_{\text{N}} = 3n + 9 \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به داده‌های سؤال، n را به دست می‌آوریم. رابطه بین شمار اتم‌های هیدروژن و شمار کل اتم‌ها را می‌نویسیم:

$$3n + 9 = 2(2n + 5) - 13 \Rightarrow 3n + 9 = 2(2n + 5) - 13$$

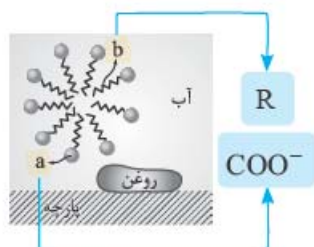
$$\Rightarrow 3n + 9 = 4n - 3 \Rightarrow n = 12 \Rightarrow \text{فرمول صابون: } \text{C}_{12}\text{H}_{25}\text{COONH}_4 \text{ یا } \text{C}_{13}\text{H}_{29}\text{O}_2\text{N}$$

گام سوم: جرم $3/^\circ$ مول صابون را حساب می‌کنیم: $\text{C}_{13}\text{H}_{29}\text{O}_2\text{N}$ جرم مولی $= (13 \times 12) + 29 + (2 \times 16) + 14 = 231 \text{ g.mol}^{-1}$

$$\text{صابون } 3/^\circ \text{ g} = \frac{231 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}} \times \text{صابون } 3/^\circ \text{ mol} = 69/3$$

تست و پاسخ ۹۶

با توجه به شکل مقابل که به مرحله اول پاک‌شدن لکه روغن از پارچه به کمک صابون مربوط است، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟



چهار (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

- بخش ناقطبی صابون است که با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کند.
- آنیون CO_3^{2-} است که باعث پخش شدن روغن در آب می‌شود.
- با کم‌تر شدن شمار اتم‌های کربن بخش b ، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد.
- بخش a با آب، جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم نادرست‌اند.

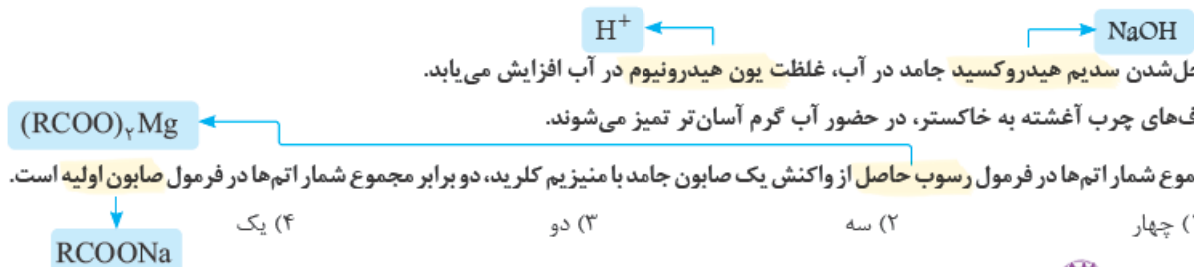
پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- b همان گروه R در فرمول عمومی صابون‌ها $(\text{RCOO}(\text{Na}$ یا K یا $\text{NH}_4))$ است که بخش ناقطبی و چربی‌دوست صابون را تشکیل می‌دهد و با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کند.
- a گروه COO^- یا CO_3^{2-} است و نه CO_3^{2-} !
- اگر شمار اتم‌های کربن بخش b کم‌تر شود، قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش می‌یابد؛ زیرا نمی‌تواند با مولکول‌های روغن جاذبه مناسب برقرار کند.
- بخش a ، بخش قطبی جزء آنیونی صابون است که با آب، جاذبه یون - دوقطبی برقرار می‌کند.

تست و پاسخ ۹۷

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- مواد شوینده براساس خواص اسیدی و بازی عمل می‌کنند و با افزایش استفاده از آن‌ها، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.
- با حل شدن سدیم هیدروکسید جامد در آب، غلظت یون هیدرونیوم در آب افزایش می‌یابد.
- ظرف‌های چرب آغشته به خاکستر، در حضور آب گرم آسان‌تر تمیز می‌شوند.
- مجموع شمار اتم‌ها در فرمول رسوب حاصل از واکنش یک صابون جامد با منیزیم کلرید، دو برابر مجموع شمار اتم‌ها در فرمول صابون اولیه است.



پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

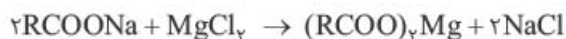
شیمی

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: سدیم هیدروکسید (NaOH) یک باز است و سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید (OH^-) در آب می‌شود.

عبارت چهارم: از واکنش صابون جامد (RCOONa) با منیزیم کلرید، رسوب $(\text{RCOO})_2\text{Mg}$ تشکیل می‌شود.



RCOONa در $x + 4$ = مجموع شمار اتم‌ها در

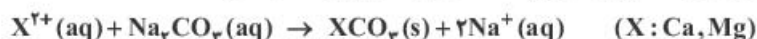
اگر شمار اتم‌های گروه R را x در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$(\text{RCOO})_2\text{Mg} \text{ در } 2(x + 3) + 1 = 2x + 7 \text{ = مجموع شمار اتم‌ها در}$$

$$\frac{2x + 7}{x + 4} \neq 2$$

تست و پاسخ ۹۸

یکی از روش‌های از بین بردن سختی آب و رسوب‌دادن یون‌های کلسیم و منیزیم، اضافه کردن سدیم کربنات به شوینده‌هاست:



در یک فرایند شست‌وشو، ۵۰ گرم صابون به ۴ لیتر آب که حاوی ۱/۹۲ گرم یون منیزیم و ۲/۸ گرم یون کلسیم است، اضافه می‌شود. با فرض

انجام‌شدن کامل واکنش یون‌های کلسیم و منیزیم با سدیم کربنات، چند درصد جرمی صابون باید سدیم کربنات باشد تا صابون به طور کامل

$$(\text{Ca} = 40, \text{Mg} = 24, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12 : \text{g.mol}^{-1})$$

در این آب کف کند و قدرت پاک‌کنندگی آن کاهش نیابد؟

$$15/9 \quad (2)$$

$$7/95 \quad (1)$$

$$63/6 \quad (4)$$

$$31/8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

خوبت حل کنی بهتره با استفاده از واکنش داده‌شده، حساب کن که برای رسوب ۱/۹۲ گرم Mg^{2+} و ۲/۸ گرم Ca^{2+} ، چند گرم سدیم کربنات نیاز است. بعد ببین جرم سدیم کربنات، چند درصد جرم صابون (۵۰ گرم) است.

پاسخ تشریحی همه یون‌های منیزیم و کلسیم باید به وسیله سدیم کربنات رسوب کنند؛ بنابراین باید به کمک معادله واکنش داده‌شده،

جرم سدیم کربنات مورد نیاز برای رسوب یون‌های منیزیم و کلسیم را حساب کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تناسب



$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{Mg}^{2+} \text{ یا } \text{Ca}^{2+}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{Na}_2\text{CO}_3} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1/92}{24} = \frac{x}{106} \Rightarrow x = 8/48 \text{ g Na}_2\text{CO}_3 \\ \frac{2/8}{40} = \frac{x'}{106} \Rightarrow x' = 7/42 \text{ g Na}_2\text{CO}_3 \end{array} \right.$$

$$1/92 \text{ g Mg}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Mg}^{2+}}{24 \text{ g Mg}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Mg}^{2+}} \times \frac{106 \text{ g Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} = 8/48 \text{ g Na}_2\text{CO}_3 \quad \text{روش دوم: استفاده از کسر تبدیل}$$

$$2/8 \text{ g Ca}^{2+} \times \frac{1 \text{ mol Ca}^{2+}}{40 \text{ g Ca}^{2+}} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Ca}^{2+}} \times \frac{106 \text{ g Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} = 7/42 \text{ g Na}_2\text{CO}_3$$

بنابراین باید ۱۵/۹ گرم ($8/48 + 7/42 = 15/9$) از کل جرم صابون (۵۰ گرم) متعلق به سدیم کربنات باشد:

$$\text{درصد جرمی سدیم کربنات در صابون} = \frac{\text{جرم سدیم کربنات}}{\text{جرم صابون}} \times 100 = \frac{15/9}{50} \times 100 = 31/8$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۹

با توجه به جدول زیر که مربوط به بررسی قدرت پاک‌کنندگی صابون در آب شهری در شرایط مختلف است، نوع پارچه در آزمایش (۲) با کدام آزمایش یکسان است و اگر در آزمایش (۱) به جای آب شهری از آب دریا استفاده شود، درصد لکه باقی‌مانده کدام عدد می‌تواند باشد؟

شماره آزمایش	نوع صابون	نوع پارچه	دما (°C)	درصد لکه باقی‌مانده
۱	بدون آنزیم	نخی	۳۰	
۲	صابون آنزیم‌دار		۳۰	۱۰
۳	صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵

آب سخت

قدرت پاک‌کنندگی بیشتر

(۱) آزمایش ۵، ۱

(۲) آزمایش ۳۰، ۳

(۳) آزمایش ۳۰، ۱

(۴) آزمایش ۵، ۳

پاسخ: گزینه ۳

در هر دو آزمایش (۲) و (۳) از صابون آنزیم‌دار استفاده شده است، ولی در آزمایش (۲) با این که دما کمتر بوده است، درصد لکه باقی‌مانده کمتر است؛ یعنی صابون در آزمایش (۲) قدرت پاک‌کنندگی بیشتری داشته است، پس نوع پارچه در آزمایش (۲)، مانند آزمایش (۱) حتماً باید نخی باشد. در آزمایش (۱) و (۲)، نوع پارچه و دما یکسان است؛ پس با توجه به این که صابون آنزیم‌دار قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارد، درصد لکه باقی‌مانده در آزمایش (۱) بیشتر از ۱۰ درصد است. حال اگر به جای آب شهری از آب دریا هم استفاده شود، درصد لکه باقی‌مانده بیشتر هم خواهد شد، زیرا آب دریا، سخت و حاوی مقادیر زیادی یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} است که باعث کاهش قدرت پاک‌کنندگی صابون می‌شود.

تست و پاسخ ۱۰۰

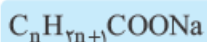
کدام گزینه درباره یک پاک‌کننده غیرصابونی سدیم‌دار با ۲۵ اتم هیدروژن درست است؟
(گروه R در فرمول عمومی این پاک‌کننده را گروه آلکیل در نظر بگیرید.)

گروه R، $25 - 4 = 21$ اتم هیدروژن دارد.

$$(S=32, Na=23, O=16, C=12, H=1; g.mol^{-1})$$



(۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در ساختار این پاک‌کننده برابر ۴ است.



(۲) نسبت به صابون جامد هم‌کربن با آن، قدرت پاک‌کنندگی بیشتر و افزودنی شیمیایی کم‌تری دارد.

(۳) تفاوت جرم مولی آن و صابون جامدی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و دارای ۲۵ اتم هیدروژن، برابر ۹۶ گرم است.



(۴) در بخش آنیونی آن، ۴۲ پیوند اشتراکی یگانه (ساده) بین اتم‌ها وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا فرمول پاک‌کننده غیرصابونی مورد نظر را به دست می‌آوریم.

با توجه به فرمول عمومی پاک‌کننده‌های غیرصابونی $(RC_6H_4SO_3Na)$ و شمار کل اتم‌های هیدروژن آن، گروه R باید ۲۱ اتم هیدروژن داشته باشد:

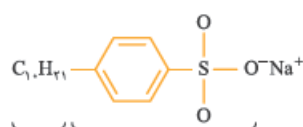
بررسی گزینه‌ها: (۱) نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در ساختار پاک‌کننده مورد نظر برابر با $\frac{16}{3}$ است.

(۲) پاک‌کننده‌های غیرصابونی نسبت به صابون‌ها، قدرت پاک‌کنندگی بیشتری دارند، زیرا با یون‌های Mg^{2+} و Ca^{2+} موجود در آب واکنش نمی‌دهند؛ اما با توجه به این که پاک‌کننده‌های غیرصابونی از بنزن و دیگر مواد پتروشیمیایی تولید می‌شوند، می‌توان گفت که پاک‌کننده‌های غیرصابونی افزودنی شیمیایی بیشتری نسبت به صابون‌ها دارند.

(۳) فرمول صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیرشده و دارای ۲۵ اتم هیدروژن به صورت $(C_{13}H_{25}O_2Na)C_{13}H_{25}COONa$ است.

$$C_{16}H_{25}SO_3Na - C_{13}H_{25}O_2Na = \text{جرم مولی } C_3SO = (3 \times 12) + 32 + 16 = 84 \text{ g}$$

(۴) با توجه به فرمول و ساختار پاک‌کننده خواهیم داشت:



$$\text{شمار کل پیوندهای یگانه} = 30 + 12 = 42$$

۱۲ پیوند یگانه
۳۰ پیوند یگانه
(۹ پیوند C-C و ۲۱ پیوند C-H)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ (۱۰۱)

کدام گزینه نادرست است؟

بازی

اسیدی

اسیدی

- (۱) رنگ کاغذ pH در حضور صابون، سرکه سفید و جوهرنمک به ترتیب آبی، قرمز و قرمز است.
- (۲) از صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای چرب استفاده می‌شود.
- (۳) برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی گوگردار اضافه می‌شود.
- (۴) رسوب تولیدشده در لوله‌ها و آب‌راه‌ها را نمی‌توان با پاک‌کننده‌های غیرصابونی زدود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: برای افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی کلردار افزوده می‌شود.

تست و پاسخ (۱۰۲)

- اگر معادله واکنش نوعی پاک‌کننده که مخلوطی از سدیم هیدروکسید و آلومینیم است، با آب به صورت زیر باشد، چند مورد از مطالب داده‌شده درست است؟ ($Al = 27 \text{ g.mol}^{-1}$) (معادله واکنش موازنه شود.) $Al(s) + NaOH(s) + H_2O(l) \rightarrow NaAl(OH)_4(aq) + H_2(g)$
- اگر در مخلوط اولیه ۵/۴ گرم فلز آلومینیم وجود داشته باشد، با انجام واکنش، ۳/۰ مول گاز هیدروژن تولید می‌شود.
 - با انجام این فرایند، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.
 - این نوع پاک‌کننده‌ها همانند پاک‌کننده‌های غیرصابونی، براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها و واکنش با آلاینده‌ها عمل می‌کنند.
 - فراورده گازی حاصل با ایجاد فشار، قدرت پاک‌کنندگی این مخلوط را افزایش می‌دهد.

(۴) یک

(۳) چهار

(۲) سه

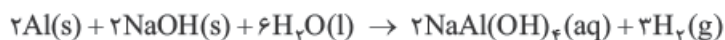
(۱) دو

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی: بررسی عبارت‌ها:

● معادله موازنه‌شده واکنش به صورت مقابل است:



$$5/4 \text{ g Al} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol Al}} = 0/3 \text{ mol } H_2$$

● واکنش مورد نظر گرماده است؛ بنابراین با انجام آن، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.

● پاک‌کننده‌های غیرصابونی با آلاینده‌ها واکنش نمی‌دهند.

برهم‌کنش بین ذره‌ها

صابونی و غیرصابونی

عملکرد پاک‌کننده‌ها

برهم‌کنش بین ذره‌ها و واکنش با آلاینده‌ها

خورنده

● گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش، با ایجاد ضربه و واردکردن فشار به رسوبات و چربی‌ها، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد. در واقع، گاز هنگام عبور از لایه‌لای مواد، خلل و فرج ایجاد می‌کند و آن‌ها را سست‌تر می‌کند.

تست و پاسخ (۱۰۳)

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بازا مزه تلخ دارند و در سطح پوست، احساس لیزی ایجاد می‌کنند.
- برای کاهش pH خاک زمین‌های کشاورزی، به آن‌ها آهک اضافه می‌شود.
- یاخته‌های دیواره معده، به منظور فعال کردن آنزیم‌ها و از بین بردن جانداران ذره‌بینی موجود در غذا، هیدروکلریک اسید ترشح می‌کنند.
- یافته‌های تجربی آرنیوس نشان داد که محلول برخی از اسیدها و بازها، رسانای جریان برق نیستند.

(۴) یک

(۳) دو

(۲) سه

(۱) چهار

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

مشاوره متن کتاب درسی در قسمت پاک‌کننده‌ها و اسید و باز آرنیوس خیلی خیلی مهم است و اگر دقیق نخوانده باشین، با کمی تغییر در جمله‌های کتاب، ممکنه به دام طراحان بیفتین!

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: آهک (CaO) یک اکسید بازی است و pH خاک را افزایش می‌دهد. در واقع برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک، به آن آهک اضافه می‌شود.

عبارت چهارم: محلول همهٔ اسیدها و بازها رسانای جریان برق هستند، اما میزان رسانایی آن‌ها با یکدیگر یکسان نیست.

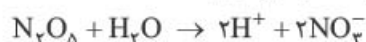
تست و پاسخ ۱۰۴

با انحلال ۲۱/۶ گرم دی‌نیتروژن پنتاکسید در مقدار کافی آب، چند مول یون تولید می‌شود و مقدار یون هیدرونیوم موجود در این محلول را از انحلال چند لیتر گاز هیدروژن کلرید در مقدار کافی آب در شرایط STP، می‌توان به دست آورد؟
($N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۸/۹۶ ، ۰/۴ (۴) ۱۷/۹۲ ، ۰/۸ (۳) ۱۷/۹۲ ، ۰/۴ (۲) ۸/۹۶ ، ۰/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: معادلهٔ واکنش N_2O_5 با آب را نوشته و شمار مول یون‌های تولیدشده را حساب می‌کنیم:



$$21/6 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{4 \text{ mol یون}}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 0/8 \text{ mol یون} \left\{ \begin{array}{l} 0/4 \text{ mol } H^+ \\ 0/4 \text{ mol } NO_3^- \end{array} \right.$$

گام دوم: حساب می‌کنیم با انحلال چند لیتر گاز هیدروژن کلرید در آب، در شرایط STP، ۰/۴ مول یون هیدرونیوم تولید می‌شود:



$$0/4 \text{ mol } H^+ \times \frac{1 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } H^+} \times \frac{22/4 \text{ L } HCl}{1 \text{ mol } HCl} = 8/96 \text{ L } HCl$$

تست و پاسخ ۱۰۵

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ مدل آرنیوس، درست است؟

- براساس این مدل، HCl در واکنش $NH_3(g) + HCl(g) \rightarrow NH_4Cl(s)$ نقش اسید را ایفا می‌کند. **مثل CaO, Na_2O و ...**
- طبق این مدل، جامدهای یونی اکسیژن‌دار، اسید به شمار می‌آیند.
- این مدل باعث شد تا شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا شوند. **اکسید فلز (محلول بازی)**
- این مدل، کم‌تر بودن غلظت یون هیدروکسید در محلول آبی حاوی CO_2 نسبت به محلول آبی Rb_2O را توجیه نمی‌کند.

چهار (۱) دو (۲) سه (۳) صفر (۴)

(اکسید نافلز) محلول اسیدی

پاسخ: گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- مدل آرنیوس در مورد اسیدها و بازها، فقط به محلول‌های آبی محدود می‌شود و خاصیت اسیدی و بازی مواد را در محیط‌های غیرآبی توجیه نمی‌کند.
- به عنوان نمونه CaO و Na_2O جزء جامدهای یونی اکسیژن‌دار هستند، اما باز آرنیوس به شمار می‌آیند، نه اسید آرنیوس!
- قبل از مدل آرنیوس، شیمی‌دان‌ها افزون بر ویژگی‌های اسیدها و بازها، با برخی واکنش‌های آن‌ها نیز آشنا بودند.
- مطابق مدل آرنیوس، CO_2 (اکسید نافلز) اسید و Rb_2O (اکسید فلز) باز است؛ بنابراین می‌توان گفت غلظت یون هیدرونیوم در محلول CO_2 و غلظت یون هیدروکسید در محلول Rb_2O بیشتر است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۰۶

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

^{16}S و ^{18}O

- عنصرهای مشترک در بین ۸ عنصر فراوان تر سیاره‌های زمین و مشتری، به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای تعلق دارند.
 - در روند پیدایش عناصرها در جهان، لیتیم پیش از آهن و پس از پیدایش هلیوم پدید آمده است.
 - انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل تبدیل هلیوم به هیدروژن در واکنش‌های هسته‌ای است.
 - سحابی‌ها با افزایش دما و تراکم گازهای هیدروژن و هلیوم تشکیل شده پس از مه‌بانگ، ایجاد شده‌اند.
- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- در بین ۸ عنصر فراوان تر سیاره‌های زمین و مشتری، اکسیژن (^{16}O) و گوگرد (^{32}S) مشترک هستند. این دو عنصر متعلق به گروه ۱۶ جدول دوره‌ای می‌باشند.
 - در روند پیدایش عناصرها ابتدا هیدروژن و هلیوم، سپس عنصرهای سبک‌تر مانند لیتیم و بعد از آن، عنصرهای سنگین‌تری مانند آهن پدید آمدند.
- عنصرهای سنگین‌تر مانند آهن، طلا و ... → عنصرهای سبک مانند لیتیم، کربن و ... → هلیوم → هیدروژن
- انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل تبدیل هیدروژن به هلیوم در واکنش‌های هسته‌ای است.

نکته

با انجام واکنش‌های هسته‌ای درون ستاره‌ها، عنصرهای سبک‌تر به عنصرهای سنگین‌تر تبدیل می‌شوند.

- سحابی‌ها با کاهش دما و تراکم گازهای هیدروژن و هلیوم تشکیل شده پس از مه‌بانگ، ایجاد شده‌اند.

تست و پاسخ ۱۰۷

چه تعداد از موارد زیر برای ایزوتوپ‌های یک عنصر، یکسان است؟

عدد اتمی یکسان، عدد جرمی متفاوت

- شمار الکترون‌های ظرفیت
 - چگالی
 - میزان بار یون پایدار
 - موقعیت در جدول دوره‌ای
 - درصد فراوانی در طبیعت
 - شمار نوترون‌ها
- (۱) پنج (۲) چهار (۳) سه (۴) دو

پاسخ: گزینه ۳

ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی یکسان و پروتون‌های یکسانی هستند؛ بنابراین ایزوتوپ‌ها در ویژگی‌هایی مانند شمار الکترون‌های ظرفیت، میزان بار یون پایدار و موقعیت در جدول دوره‌ای که به عدد اتمی وابسته است، یکسان هستند. ایزوتوپ‌های یک عنصر، در عدد جرمی و در نتیجه شمار نوترون‌ها و خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی و نقطه ذوب و جوش با هم تفاوت دارند. همچنین به طور کلی درصد فراوانی ایزوتوپ‌های یک عنصر در طبیعت، نیم‌عمر و پایداری آن‌ها با هم تفاوت دارد.

شباهت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر	تفاوت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر
• عدد اتمی (شمار پروتون‌ها) • شمار الکترون‌ها (آرایش الکترونی، شمار الکترون‌های ظرفیت و میزان بار یون پایدار) • مکان (موقعیت) در جدول دوره‌ای • خواص شیمیایی	• عدد جرمی • شمار نوترون‌ها • فراوانی در طبیعت • نیم‌عمر و پایداری • خواص فیزیکی وابسته به جرم (چگالی، نقطه ذوب و جوش)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۸

M	${}_{\infty}A^{2+}$	X^{-}	اتم یا یون	ویژگی
۴۵	۴۰	۳۵	مجموع شمار ذره‌های زیراتمی درون هسته	
b	a	a-۲	تفاوت شمار ذره‌های زیراتمی خنثی با الکترون	

نوترون‌ها و پروتون‌ها

نوترون

نوترون

با توجه به داده‌های جدول مقابل، کدام مطلب نادرست است؟

(۱) اتم X به گروه ۱۷ و دوره سوم جدول تناوبی تعلق دارد و دارای ۱۱ الکترون با $l=1$ است. **زیرلایه‌های p**

(۲) اگر M نخستین عنصر دسته d جدول تناوبی باشد، مقدار b در یون M^{2+} برابر ۳a است. **${}_{21}Sc$**

(۳) عنصر A در جدول تناوبی، با عنصری با عدد اتمی ۳۵ هم‌دوره است و همه لایه‌های الکترونی در اتم آن از الکترون پر شده است.

(۴) شمار ذره‌های زیراتمی خنثی در اتم عنصر X، دو واحد کم‌تر از شمار این ذره‌ها در یون A^{2+} است.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یکی از مباحث ترکیبی پر تکرار، ترکیب مسائل عدد اتمی، عدد جرمی و ذرات زیراتمی با آرایش الکترونی است.

نکته شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در اتم‌ها و یون‌های مربوط به آن‌ها، با هم یکسان است؛ اما شمار الکترون‌ها در اتم‌ها و یون‌های مربوط به آن‌ها، با هم تفاوت دارد:

$${}^A_Z E^{m+} \begin{cases} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z - m \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \end{cases} \quad {}^A_Z E^{n-} \begin{cases} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z + n \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \end{cases}$$

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) برای تعیین موقعیت عنصر X در جدول دوره‌ای و نوشتن آرایش الکترونی آن، باید عدد اتمی X را به دست آوریم.

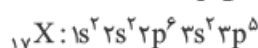
$${}_Z X^{-} \Rightarrow \begin{cases} N + p = 35 \\ N - e = a - 2 \xrightarrow{e=p+1} N - p = a - 1 \end{cases}$$

برای حل معادلات بالا، باید a داشته باشیم که می‌توان آن را از اطلاعات داده‌شده در مورد A^{2+} محاسبه کرد.

$${}_{\infty} A^{2+} \begin{cases} N + p = 40 \\ p = 20 \\ N - e = a \end{cases} \Rightarrow N = 20 \xrightarrow{e=p-2} 20 - (20 - 2) = a \Rightarrow a = 2$$

$$X^{-} \begin{cases} N + p = 35 \\ N - p = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = 18 \\ p = 17 \end{cases}$$

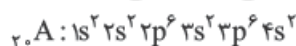
عنصر X با عدد اتمی ۱۷، به دوره سوم و گروه ۱۷ جدول تناوبی تعلق دارد و دارای ۱۱ الکترون با $l=1$ (زیرلایه‌های p) است.



(۲) نخستین عنصر دسته d جدول دوره‌ای، اسکاندیم با عدد اتمی ۲۱ است.

$${}_{21}M^{2+} \begin{cases} N + p = 45 \\ p = 21 \\ N - e = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N + 21 = 45 \Rightarrow N = 24 \\ 24 - 18 = b \Rightarrow b = 6 = 3a \quad (3 \times 2) \end{cases}$$

(۳) عنصر A با عدد اتمی ۲۰، مانند عنصری با عدد اتمی ۳۵ به دوره چهارم جدول تناوبی تعلق دارد (عنصرهایی با عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ در دوره چهارم قرار دارند).



در این اتم، از ۴ لایه الکترونی اشغال‌شده، فقط دو لایه (لایه‌های اول و دوم) به طور کامل از الکترون پر شده‌اند.

(۴) شمار ذرات زیراتمی خنثی (نوترون) در اتم X و یون A^{2+} به ترتیب برابر با ۱۸ و ۲۰ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تکنیک تستی با توجه به این که سؤال، شمارشی نیست، سر جلسه آزمون، ابتدا باید به سراغ ساده‌ترین گزینه برید. در این سؤال، ۳، ساده‌ترین گزینه است؛ زیرا عدد اتمی عنصر A به طور مستقیم داده شده و برای بررسی این گزینه، نیاز به تشکیل هیچ معادله و یا محاسبه کردن a و b نیست.

تست و پاسخ ۱۰۹

کدام مطلب درست است؟

- ۱) تکنسیم (^{99}Tc) عنصری ساختگی و پرتوزاست و در آن نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها بیش از ۱/۵ می‌باشد.
- ۲) ۲۶ درصد عناصر جدول تناوبی ساختگی‌اند و در مولدهای هسته‌ای تولید می‌شوند.
- ۳) در تشخیص سلول‌های سرطانی توسط گلوکز نشان‌دار، گلوکز معمولی و نشان‌دار در توده‌های سرطانی تجمع می‌کنند.
- ۴) یک کیلوگرم مخلوط طبیعی اورانیم، به تقریب دارای ۷۰ گرم ایزوتوپ ^{235}U است.

پاسخ: گزینه ۳

برای سلول‌های بدن و توده‌های سرطانی، گلوکز معمولی و نشان‌دار تفاوتی ندارد و هر دوی آن‌ها را جذب می‌کنند. در توده‌های سرطانی که رشد غیرعادی و سریع‌تری دارند، گلوکز (معمولی و نشان‌دار) بیش‌تری تجمع کرده و پرتوهای آزادشده حاصل از اتم پرتوزا در گلوکزهای نشان‌دار با آشکارساز مشخص و محل توده عیان می‌شود.

پاسخ تشریحی بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با این که تکنسیم، عنصری ساختگی و پرتوزاست، اما نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در آن کم‌تر از ۱/۵ است:

$$^{99}\text{Tc} \Rightarrow \frac{N}{p} = \frac{99 - 43}{43} = \frac{56}{43} \approx 1/3$$
- ۲) از ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده، ۲۶ عنصر ساختگی هستند که درصد آن‌ها می‌شه حدود ۲۲ درصد!

$$\frac{\text{شمار عنصرهای ساختگی}}{\text{شمار کل عنصرهای شناخته‌شده}} \times 100 = \frac{26}{118} \times 100 \approx 22$$
- ۳) فراوانی ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم، کم‌تر از ۷٪ درصد است؛ یعنی می‌توان گفت در هر ۱۰۰ گرم اورانیم، حدود ۷ گرم ^{235}U وجود دارد؛ بنابراین در یک کیلوگرم یا ۱۰۰۰ گرم اورانیم، حدود ۷۰ گرم ^{235}U وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۱۰

با توجه به ترازوی مقابل، کدام مطلب نادرست است؟



- ۱) هر کفه ترازو، به تقریب جرمی معادل با جرم یک اتم آهن (^{56}Fe) را نشان می‌دهد.
- ۲) جرم هر وزنه نشان داده‌شده در کفه سمت چپ ترازو، معادل با جرم یک اتم ^{14}X است.
- ۳) جرم پروتون در مقیاس amu، به تقریب ۱/۰ برابر جرم هر یک از وزنه‌های نشان داده شده در شکل است.
- ۴) سه اتم نشان داده شده در کفه سمت راست ترازو، در مجموع ۲۸ نوترون در هسته خود دارند.

پاسخ: گزینه ۲

نکته با توجه به این که در مقیاس جرم اتمی، جرم پروتون و نوترون در حدود ۱ amu و جرم الکترون ناچیز است، مقدار عددی جرم یک اتم برحسب amu، به تقریب با عدد جرمی آن (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها) برابر است.

$$\begin{aligned} \text{عدد جرمی} &= A \\ \text{جرم اتمی} &\approx A \text{ amu} \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی مجموع جرم اتم‌ها در کفه سمت راست، برابر با ۵۶ amu است. $^{14}_7\text{N} + ^{14}_7\text{N} + ^{28}_{14}\text{Si} \Rightarrow 14 + 14 + 28 = 56 \text{ amu}$

جرم اتمی $^{16}_8\text{O}$ برابر با ۱۶ amu است؛ بنابراین ۴ وزنه نشان داده شده در کفه سمت چپ ترازو، در مجموع جرمی معادل ۴۰ amu

(۴۰ - ۱۶ = ۲۴) دارند؛ در نتیجه جرم هر وزنه ۱۰ amu است. $4x + 16 = 14 + 14 + 28 \Rightarrow x = 10 \text{ amu}$ (جرم هر وزنه)

بررسی گزینه‌ها:

۱) جرم اتمی $^{56}_{26}\text{Fe}$ برابر با ۵۶ amu است. هر کفه ترازو نیز جرمی معادل با ۵۶ amu را نشان می‌دهد.

۲) دیدیم که جرم هر وزنه نشان داده شده، ۱۰ amu است، در حالی که جرم اتمی ^7_3X برابر با ۷ amu می‌باشد.

۳) جرم پروتون به تقریب برابر ۱ amu است؛ یعنی ۱/۰ جرم هر وزنه!

۴) هر اتم $^{14}_7\text{N}$ دارای ۷ نوترون (۱۴ - ۷ = ۷) و هر اتم $^{28}_{14}\text{Si}$ دارای ۱۴ نوترون (۲۸ - ۱۴ = ۱۴) است:

$$\text{مجموع شمار نوترون‌ها} = (2 \times 7) + 14 = 28$$

تست و پاسخ ۱۱۱

در یک نمونه از اتم‌های کلسیم، دو ایزوتوپ $^{40}_{20}\text{Ca}$ و $^{40+x}_{20}\text{Ca}$ وجود دارد.

اگر فراوانی ایزوتوپ سبک‌تر در این نمونه برابر ۹۵ درصد باشد، نسبت

$$\text{جرم اتمی} = \text{جرم هر e} \times \text{تعداد e ها} = 18 \times \frac{1}{2000} \text{ amu}$$

جرم الکترون‌ها در یون Ca^{2+} به جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر کلسیم،

به تقریب کدام است؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها برابر جرم اتمی آن‌ها و جرم اتمی میانگین کلسیم، ۴۰/۲ amu فرض شود).

$$\frac{1}{6000} (4)$$

$$\frac{1}{5000} (3)$$

$$\frac{1}{2000} (2)$$

$$\frac{1}{3000} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک جرم اتمی میانگین و فراوانی ایزوتوپ‌های کلسیم، جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر کلسیم رو حساب کن!

برای محاسبه جرم الکترون‌ها در یون Ca^{2+} هم از این نکته استفاده کن که در مقیاس جرم اتمی، جرم الکترون حدود $\frac{1}{2000}$ amu است.

پاسخ تشریحی گام اول: جرم اتمی ایزوتوپ سنگین‌تر کلسیم ($^{40+x}_{20}\text{Ca}$) را حساب می‌کنیم:

$$M_1 = 40, F_1 = 95$$

$$M_2 = 40 + x, F_2 = 100 - 95 = 5$$

$$M = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2}{F_1 + F_2} \Rightarrow 40/2 = \frac{(40 \times 95) + (M_2 \times 5)}{100} \Rightarrow 40 \times 20 = 3800 + 5M_2 \Rightarrow 5M_2 = 220 \Rightarrow M_2 = 44$$

روش دوم:

نکته برای سریع‌تر شدن محاسبات جرم اتمی میانگین، می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100} (M_3 - M_1) + \dots$$

جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) \Rightarrow 40/2 = 40 + \frac{5}{100} \times x \Rightarrow x = \frac{0/2}{0/5} = 4 \Rightarrow M_2 = 40 + x = 44$$

گام دوم: جرم الکترون‌ها را در یون Ca^{2+} حساب می‌کنیم. در یون Ca^{2+} ، ۱۸ - ۲ = ۱۶ الکترون وجود دارد. با توجه به این که جرم هر

الکترون در مقیاس جرم اتمی برابر با $\frac{1}{2000}$ amu است، جرم الکترون‌ها در یون کلسیم برابر با $(16 \times \frac{1}{2000})$ amu می‌باشد.

گام سوم: نسبت جرم الکترون‌ها در یون Ca^{2+} به جرم اتمی $^{44}_{20}\text{Ca}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم الکترون‌ها در } ^{44}_{20}\text{Ca}}{\text{جرم اتمی } ^{44}_{20}\text{Ca}} = \frac{16 \times \frac{1}{2000}}{44} = \frac{16}{44 \times 1000} \approx \frac{1}{5000}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

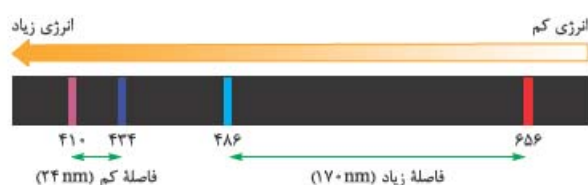
تست و پاسخ ۱۱۲

کدام گزینه نادرست است؟



- (۱) در یک نمونه طبیعی از عنصرهای هیدروژن و منیزیم، به ترتیب دو و سه نوع ایزوتوپ پایدار وجود دارد. **افزایش طول موج**
- (۲) با کاهش انرژی نوارهای رنگی در طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، این پرتوها به هم نزدیکتر می‌شوند.
- (۳) عنصر لیتیم به دسته S جدول دوره‌ای تعلق دارد و در طیف نشری خطی آن در گستره مرئی، ۴ خط وجود دارد.
- (۴) در بین ایزوتوپ‌های طبیعی منیزیم، بیشترین فراوانی متعلق به ایزوتوپی با کمترین شمار نوترون است. **ایزوتوپ سبکتر (${}^{24}_{12}\text{Mg}$)**

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی در طیف نشری خطی هیدروژن در گستره

مرئی، ۴ خط وجود دارد که با افزایش طول موج (کاهش انرژی) پرتوها، این خطوط از هم دورتر می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) هیدروژن و منیزیم هر دو دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی هستند. هر سه ایزوتوپ طبیعی منیزیم پایدارند، اما در بین ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن، فقط دو ایزوتوپ ${}^1_1\text{H}$ و ${}^2_1\text{H}$ پایدارند و ایزوتوپ ${}^3_1\text{H}$ رادیوایزوتوپ است.
- (۳) عنصر لیتیم با عدد اتمی ۳ به گروه اول جدول دوره‌ای تعلق دارد و جزء عنصرهای دسته s (${}^2s^1$) است. در طیف نشری خطی این عنصر مانند هیدروژن، ۴ خط در گستره مرئی وجود دارد.
- (۴) منیزیم دارای سه ایزوتوپ طبیعی (${}^{24}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{26}_{12}\text{Mg}$) است که در بین آن‌ها فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ یعنی ${}^{24}_{12}\text{Mg}$ که شمار نوترون کمتری دارد، بیشتر است.

خلاصه نکات

جدول زیر را در مورد ایزوتوپ‌های منیزیم، لیتیم، هیدروژن و کلر به خاطر بسپارید:

عنصر	شمار ایزوتوپ‌های طبیعی	نماد ایزوتوپ‌های طبیعی	مقایسه درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها
منیزیم (${}_{12}\text{Mg}$)	۳	${}^{26}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{25}_{12}\text{Mg}$ ، ${}^{24}_{12}\text{Mg}$	${}^{24}_{12}\text{Mg} > {}^{26}_{12}\text{Mg} > {}^{25}_{12}\text{Mg}$
لیتیم (${}_{3}\text{Li}$)	۲	${}^7_3\text{Li}$ ، ${}^6_3\text{Li}$	${}^7_3\text{Li} > {}^6_3\text{Li}$
هیدروژن (${}_1\text{H}$)	۳	${}^3_1\text{H}$ ، ${}^2_1\text{H}$ ، ${}^1_1\text{H}$	${}^1_1\text{H} > {}^2_1\text{H} > {}^3_1\text{H}$
کلر (${}_{17}\text{Cl}$)	۲	${}^{37}_{17}\text{Cl}$ ، ${}^{35}_{17}\text{Cl}$	${}^{35}_{17}\text{Cl} > {}^{37}_{17}\text{Cl}$

● در بین ایزوتوپ‌های نوشته‌شده، فقط ${}^3_1\text{H}$ ناپایدار است.

تست و پاسخ ۱۱۳

جسمی به جرم ۷۰ گرم از فلزهای نقره و مس ساخته شده است. اگر مجموع شمار اتم‌ها در این جسم برابر $4 / 515 \times 10^{23}$ باشد، شمار مول‌های فلز مس و جرم نقره در آن، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) ۵۴، ۰ / ۲۵ (۲) ۱۶، ۰ / ۲۵ (۳) ۵۴، ۰ / ۵ (۴) ۱۶، ۰ / ۵

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره شمار مول‌های نقره و مس در جسم را x و y در نظر بگیر و با دو معادله - دو مجهولی که از جرم جسم و مجموع شمار اتم‌ها در آن، به دست می‌آید، x و y را حساب کن!

پاسخ تشریحی اگر شمار مول‌های نقره (Ag) و مس (Cu) در جسم را، به ترتیب x و y در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم} \rightarrow 108x + 64y = 70$$

$$\text{مجموع شمار مول اتم‌ها} = \frac{\text{تعداد ذره}}{\text{عدد آووگادرو}} = \frac{3 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = \frac{3}{6.02} \Rightarrow x + y = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x + 4y = 3$$

$$\begin{cases} 108x + 64y = 70 \\ 4x + 4y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 108x + 64y = 70 \\ -64x - 64y = -48 \end{cases}$$

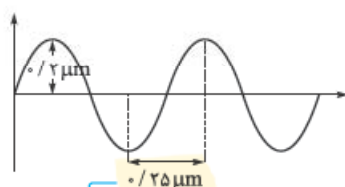
$$44x = 22 \Rightarrow x = 0.5 \xrightarrow{4x + 4y = 3} y = 0.25$$

$$y = 0.25 \text{ مول مس}$$

$$\text{جرم نقره} = 0.5 \text{ mol} \times \frac{108 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 54 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۱۱۴

با توجه به شکل زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (هر میکرومتر (μm) معادل 10^{-6} متر است.)



نصف طول موج

یک (۴)

چهار (۳)

سه (۲)

دو (۱)

$400 - 700 \text{ nm}$

$\lambda < 400 \text{ nm}$

• پرتوی مورد نظر در گستره نور مرئی قرار دارد.

• انرژی پرتویی با طول موج 1000 nm از انرژی این پرتو بیشتر است.

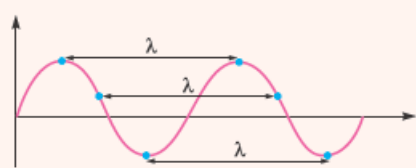
• طول موج پرتوهای فرابنفش از این پرتو بلندتر است.

• میزان شکست این پرتو هنگام عبور از منشور، از رنگ سرخ بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

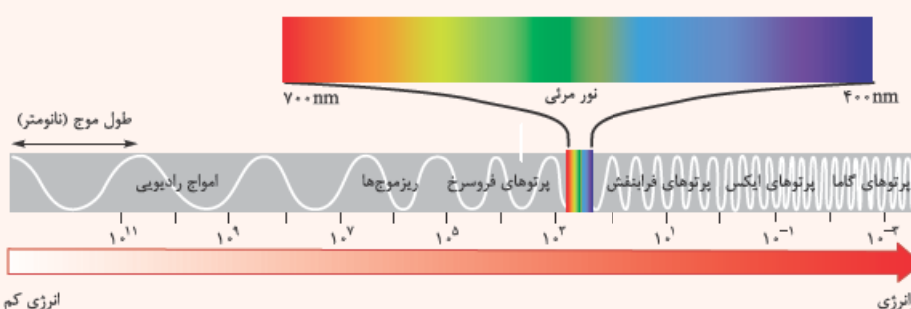
درس نامه •• نور و پرتوهای الکترومغناطیسی



• نور، شکلی از انرژی است که به صورت موج منتشر می‌شود. یکی از ویژگی‌های موج، طول موج (λ) است. به فاصله دو قله و یا دو دره متوالی (به طور کلی دو نقطه مشابه متوالی)، طول موج می‌گویند.

• طول موج یک پرتو با انرژی آن، رابطه وارونه دارد؛ یعنی هر چه طول موج یک پرتو کوتاه‌تر باشد، انرژی آن پرتو بیشتر است (انرژی بیشتری با خود حمل می‌کند).

• مقایسه طول موج و انرژی پرتوهای الکترومغناطیسی به صورت روبه‌رو است:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

امواج رادیویی < ریزموجها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس (X) < پرتوهای گاما: مقایسه طول موج
 امواج رادیویی > ریزموجها > پرتوهای فروسرخ > نور مرئی > پرتوهای فرابنفش > پرتوهای ایکس (X) > پرتوهای گاما: مقایسه انرژی
 ● نور مرئی فقط بخش کوچکی از گستره پرتوهای الکترومغناطیس است. همان طور که در شکل صفحه قبل می بینید، نور مرئی گستره محدودی با طول موج ۴۰۰ نانومتر (رنگ بنفش) تا ۷۰۰ نانومتر (رنگ سرخ) را شامل می شود.

سرخ < نارنجی < زرد < سبز < آبی < نیلی < بنفش: مقایسه طول موج نور با رنگ های مختلف

سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش: مقایسه انرژی نور با رنگ های مختلف

● بین میزان (زاویه) شکست و انحراف یک پرتو مرئی در عبور از منشور با طول موج آن، رابطه وارونه وجود دارد؛ به طوری که هر چه طول موج پرتو تابیده شده به منشور کوتاه تر باشد، میزان شکست آن هنگام عبور از منشور بیشتر است.

سرخ > نارنجی > زرد > سبز > آبی > نیلی > بنفش: میزان (زاویه) شکست و انحراف نور با رنگ های مختلف

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

$$\lambda = 2 \times 10^{-6} / 25 = 0.5 \mu\text{m}$$

● عدد $0.5 \mu\text{m}$ در شکل داده شده، نصف طول موج را نشان می دهد.

$$0.5 \mu\text{m} \times \frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 500 \text{ nm}$$

طول موج پرتو مورد نظر در گستره ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر قرار دارد؛ بنابراین متعلق به گستره نور مرئی است.

● هر چه طول موج پرتو بلندتر باشد، انرژی آن کمتر است.

● طول موج پرتوهای فرابنفش کوتاه تر از پرتوهای موجود در گستره مرئی است.

● رنگ سرخ بلندترین طول موج را در گستره نور مرئی دارد؛ بنابراین با توجه به این که میزان انحراف نور از منشور، با طول موج رابطه وارونه دارد؛ میزان انحراف رنگ سرخ از هر پرتو مرئی دیگری، کمتر است.

تست و پاسخ ۱۱۵

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) در اتم عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی، زیرلایه های ۴s، ۴p، ۴d و ۴f از الکترون اشغال می شوند.

۴f + ۲

(ب) گنجایش الکترونی زیرلایه ای با $l = 4$ ، با شمار عنصرهای دوره پنجم جدول دوره ای برابر است.

۱۸

(پ) در دوره چهارم جدول دوره ای، ۴ عنصر وجود دارد که در بیرونی ترین زیرلایه اتم خود، یک الکترون دارند.

۴p یا ۴s

(ت) مجموع $n + 1$ همه زیرلایه های موجود در چهارمین لایه الکترونی اتم، برابر ۲۳ است.

(۴) الف - ب

(۳) پ - ت

(۲) ب - ت

(۱) ب - پ

۴f و ۴d، ۴p، ۴s

پاسخ: گزینه ۱

عبارت های «ب» و «پ» درست اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

(الف) در دوره چهارم جدول تناوبی، زیرلایه های ۴s، ۴d و ۴p از الکترون اشغال می شوند.

نکته در هر لایه الکترونی با عدد کوانتومی اصلی n ، زیرلایه وجود دارد، اما در دوره n ام جدول تناوبی، همه این زیرلایه ها لزوماً از الکترون اشغال نمی شوند.

عدد کوانتومی اصلی (n)	۱	۲	۳	۴
زیرلایه (ها) در لایه الکترونی مربوطه	۱s	۲s-۲p	۳s-۳p-۳d	۴s-۴p-۴d-۴f

شماره دوره جدول تناوبی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
زیرلایه های اشغال شده در دوره	۱s	۲s-۲p	۳s-۳p	۴s-۳d-۴p	۵s-۴d-۵p	۶s-۴f-۵d-۶p	۷s-۵f-۶d-۷p

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$I = 4 \Rightarrow \text{گنجایش الکترونی} = (4 \times 4) + 2 = 18$$

ب) گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها از رابطه $4l + 2$ به دست می‌آید:

در دوره پنجم جدول دوره‌ای نیز ۱۸ عنصر وجود دارد.

پ) بیرونی‌ترین زیرلایه اتم عنصرهای دوره چهارم، $4s$ یا $4p$ است. در ۳ عنصر این دوره (^{39}K ، ^{24}Cr و ^{29}Cu)، زیرلایه $4s$ دارای یک الکترون و در یک عنصر این دوره (^{31}Ga)، زیرلایه $4p$ دارای یک الکترون است؛ یعنی در دوره چهارم جدول تناوبی، در مجموع ۴ عنصر وجود دارد که بیرونی‌ترین زیرلایه آن‌ها یک الکترونی است.

$^{39}\text{K}: [^{18}\text{Ar}] 4s^1$ ، $^{24}\text{Cr}: [^{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^1$ ، $^{29}\text{Cu}: [^{18}\text{Ar}] 3d^{10} 4s^1$

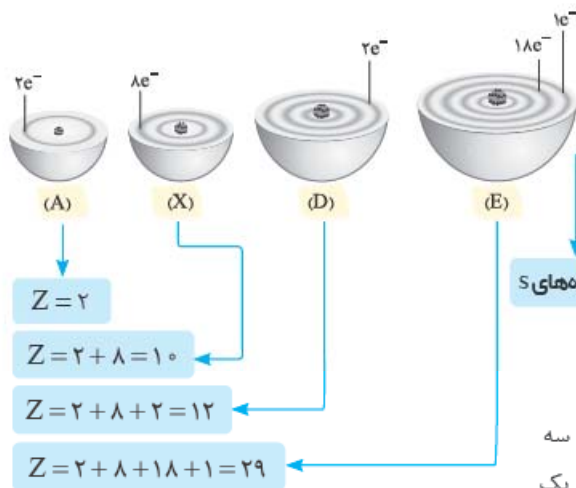
$^{31}\text{Ga}: [^{18}\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^1$

زیرلایه	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$
$n+1$	$4+0=4$	$4+1=5$	$4+2=6$	$4+3=7$

ت) در لایه چهارم، زیرلایه‌های $4s$ ، $4p$ ، $4d$ و $4f$ وجود دارد.

$$22 = 7 + 6 + 5 + 4 = \text{مجموع } (n+1) \text{ زیرلایه‌ها}$$

تست و پاسخ ۱۱۶



پاسخ: گزینه ۴

فقط عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

● با توجه به این‌که لایه‌های اول و دوم، به ترتیب گنجایش ۲ و ۸ الکترون را دارند، می‌توان دریافت که عدد اتمی عنصر E برابر ۲۹ است.

$$Z_E = 2 + 8 + 18 + 1 = 29$$

لایه دوم لایه چهارم
لایه سوم لایه اول

$$^{29}\text{E}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^1 \Rightarrow l=1 \text{ الکترون } 12$$

عدد اتمی X برابر ۱۰ است و دارای ۴ الکترون با $l=0$ است:

$$Z_X = 2 + 8 = 10$$

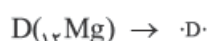
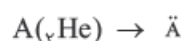
لایه اول لایه دوم

$$^{10}\text{X}: 1s^2 2s^2 2p^6 \Rightarrow l=0 \text{ الکترون } 4$$

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها با } l=1 \text{ در E}}{\text{شمار الکترون‌ها با } l=0 \text{ در X}} = \frac{12}{4} = 3$$

● عنصر E با عدد اتمی ۲۹، همان فلز مس (^{29}Cu) است. رنگ شعله فلز مس و ترکیب‌های گوناگون آن، مشابه و سبزرنگ است.

● عنصر A با عدد اتمی ۲، همان هلیوم و عنصر D با عدد اتمی ۱۲، عنصر منیزیم از گروه ۲ جدول تناوبی است. هرچند این دو عنصر، ۲ الکترون ظرفیتی دارند، اما آرایش الکترون - نقطه‌ای آن‌ها با هم متفاوت است. در هلیوم، الکترون‌های ظرفیتی به صورت جفت نقطه نشان داده می‌شوند.



● عنصر D فلزی از گروه دوم جدول تناوبی است و کاتیون دو بار مثبت (D^{2+}) تشکیل می‌دهد. با توجه به این‌که گوگرد و فسفر به ترتیب

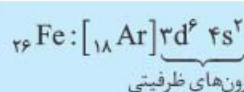
انیون‌های S^{2-} و P^{3-} تشکیل می‌دهند، فرمول ترکیب یونی حاصل از عنصر D و گوگرد و فسفر به صورت DS و D_3P_3 است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۱۷



الکترون‌های ظرفیتی



یک مکعب آهنی توپر به ضلع ۳ cm، از اتم‌های ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ و ${}^{59}_{26}\text{Fe}$ تشکیل شده است. اگر اتم‌های موجود در این مکعب در مجموع دارای ۲۹/۲۵ مول الکترون ظرفیتی باشند، درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر آهن در این مکعب به تقریب کدام است؟ (عدد جرمی ایزوتوپ‌ها را برابر جرم مولی آن‌ها و چگالی آهن را $7/8 \text{ g.cm}^{-3}$ در نظر بگیرید.)

۷۰ (۴)

۶۵/۵ (۳)

۵۳/۳ (۲)

۴۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خوبت حل کنی بهتره ابتدا به کمک حجم و چگالی آهن، جرم آهن رو به دست بیار! بعد جرم مولی میانگین آهن را M در نظر بگیر و با کسر تبدیل‌های مناسب، جرم آهن را به تعداد مول الکترون‌های ظرفیتی تبدیل کن! با محاسبه و به دست آوردن جرم مولی میانگین آهن، درصد فراوانی ایزوتوپ‌های آن به راحتی قابل محاسبه است.

پاسخ تشریحی برای به دست آوردن درصد فراوانی ایزوتوپ‌های آهن، به جرم اتمی (مولی) میانگین آهن نیاز داریم. برای محاسبه جرم مولی میانگین آهن، باید از اطلاعات داده شده در مورد مکعب و تعداد مول الکترون‌های ظرفیتی استفاده کنیم.

گام اول: جرم آهن را حساب می‌کنیم: $3^3 = 27 \text{ cm}^3 = \text{حجم مکعب آهنی} \Rightarrow a^3 = \text{حجم مکعب به ضلع } a$

$$\text{جرم مکعب آهنی} = \text{چگالی آهن} \times \text{حجم مکعب آهنی} = 7/8 \text{ g.cm}^{-3} \times 27 \text{ cm}^3 = 27 \times 7/8 \text{ g}$$

گام دوم: جرم مولی میانگین آهن را به دست می‌آوریم.

با توجه به این که شمار الکترون‌های ظرفیتی ایزوتوپ‌های یک عنصر با هم برابر است و در هر اتم آهن $([{}_{18}\text{Ar}] 3d^6 4s^2)$ ، ۸ الکترون ظرفیتی وجود دارد، می‌توان گفت که در هر مول آهن، ۸ مول الکترون ظرفیتی وجود دارد. اگر جرم مولی میانگین آهن را M در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{27 \times 7/8 \text{ g Fe}}{M \text{ g Fe}} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol Fe}} \times \frac{8 \text{ mol الکترون ظرفیتی}}{1 \text{ mol Fe}} = 29/25$$

$$\Rightarrow M = \frac{27 \times 7/8 \times 8}{29/25} \xrightarrow{\times \frac{4}{4}} M = \frac{27 \times 7 \times 8 \times 4}{117} = 32 \times 1/8 = (32 \times 2) - (32 \times 0/2) = 64 - 6/4 = 57/6$$

گام سوم: درصد فراوانی ایزوتوپ سنگین‌تر آهن را محاسبه می‌کنیم:

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100} (M_2 - M_1) \Rightarrow 57/6 = 56 + \frac{F_2}{100} (59 - 56) \Rightarrow 160 = 3F_2 \Rightarrow F_2 = 53/3$$

تست و پاسخ ۱۱۸

کدام گزینه نادرست است؟

دوره سوم جدول

۵ الکترون ظرفیتی

(۱) عدد اتمی عنصری از دسته p دوره چهارم جدول تناوبی که در آرایش الکترون - نقطه‌های آن ۵ الکترون وجود دارد، برابر ۳۳ است.

۷ الکترون ظرفیتی

زیرلایه‌های p

(۲) عنصری هم‌دوره با E و با آرایش الکترون - نقطه‌های آن: $\ddot{\text{X}}$ ، دارای ۱۱ الکترون با $l=1$ است.

np^4

(۳) آرایش الکترون - نقطه‌های عنصری که در بیرونی‌ترین زیرلایه آن ۴ الکترون وجود دارد، به صورت $\cdot \ddot{\text{A}} \cdot$ است.

(۴) عنصری از دوره دوم که آرایش الکترون - نقطه‌های آن به صورت $\ddot{\text{M}}$ است، در طبیعت به صورت یون M^{2+} در ترکیب‌های گوناگون یافت می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عنصر دوره دوم با آرایش الکترون - نقطه‌ای $\dot{M}$ ، در گروه ۱۳ قرار دارد و همان عنصر بور (B) است. یون B^{3+} در طبیعت پایدار نیست و نمی‌توان گفت که بور در طبیعت به صورت یون B^{3+} در ترکیب‌های مختلفی وجود دارد. در جدول صفحه ۳۷ کتاب درسی نیز که یون‌های شناخته‌شده اتم‌ها را نشان می‌دهد، خبری از B^{3+} نیست.

۱																		۱۸
H·																		He·
Li·	Be·																	Ne·
Na·	Mg·																	Ar·

⇒

۱																		۱۸
Li ⁺																		He
Na ⁺	Mg ²⁺																	Ne
																		Ar

بررسی سایر گزینه‌ها: ۱ در دسته p جدول دوره‌ای، عنصرهای گروه ۱۵ دارای ۵ الکترون ظرفیتی و در نتیجه ۵ الکترون در آرایش الکترون - نقطه‌ای خود هستند. عدد اتمی عنصر گروه ۱۵ در دوره چهارم، از عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم (Kr)، ۳ واحد کم‌تر است: $36 - 3 = 33$

۲ عنصر E در دوره سوم جدول تناوبی قرار دارد. عنصر X در دوره سوم با آرایش الکترون - نقطه‌ای $\ddot{X}$: (۷ الکترون ظرفیتی)، همان کلر با عدد اتمی ۱۷ است.

۳ فقط عنصرهای گروه ۱۶ ($ns^2 np^4$) در بیرونی‌ترین زیرلایه خود دارای ۴ الکترون هستند. آرایش الکترون - نقطه‌ای عنصرهای گروه ۱۶ با ۶ الکترون ظرفیتی به صورت $\ddot{A}$ است.

تست و پاسخ ۱۱۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در واکنش تشکیل لیتیم کلرید از عنصرهای سازنده، هر اتم لیتیم با از دست دادن یک الکترون به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.
- اگر شمار الکترون‌های ظرفیت اتمی بیشتر از ۴ باشد، آن اتم تمایل دارد که با به دست آوردن الکترون، به آنیون تبدیل شود.
- در بین ترکیب‌های (MgO و K_2P ، HCl ، Na_2S ، $CaCl_2$)، ترکیب یونی دوتایی وجود دارد.
- فرمول شیمیایی سولفید فلز M^{4+} که شمار ذرات زیراتمی درون هسته آن با هم برابر است، به صورت M_2S_3 است.
- شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ۵ / ۱ مول پتاسیم برمید، نصف شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل ۲ / ۱ مول آلومینیم اکسید است.

یک (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴)

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت سوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- عدد اتمی لیتیم (۳Li) برابر با ۳ است و با از دست دادن یک الکترون به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیوم می‌رسد (هشت‌تایی نمی‌شود).
- برخی فلزها (مانند آهن) بیش از ۴ الکترون ظرفیت دارند و تمایلی برای به دست آوردن الکترون ندارند. هم‌چنین گازهای نجیب که جزء نافلزها هستند، دارای ۸ الکترون ظرفیت (البته به جز هلیوم که ۲ الکترون ظرفیت دارد) بوده ولی تمایلی به گرفتن الکترون و تشکیل آنیون ندارند.
- ترکیب‌های یونی که از دو عنصر تشکیل شده‌اند، ترکیب‌های یونی دوتایی محسوب می‌شوند.
- به جز HCl که یک ترکیب مولکولی است، بقیه ترکیب‌های داده شده، جزء ترکیب‌های یونی دوتایی هستند.
- ابتدا باید عدد اتمی M را محاسبه کنیم: $P + N = 40 \xrightarrow{P=N} 2P = 40 \Rightarrow P = 20 \Rightarrow M \text{ عدد اتمی } 20$
- عنصری با عدد اتمی ۲۰، در گروه دوم جدول دوره‌ای قرار دارد و کاتیون دو بار مثبت تشکیل می‌دهد: $M^{2+} S^{2-} \Rightarrow MS$
- در تشکیل هر مول پتاسیم برمید (KBr)، ۱ مول الکترون و در تشکیل هر مول آلومینیم اکسید (Al_2O_3)، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل } 5\% \text{ مول } KBr}{\text{شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل } 2\% \text{ مول } Al_2O_3} = \frac{5 \times 1}{2 \times 6} = \frac{5}{12} \neq \frac{1}{2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

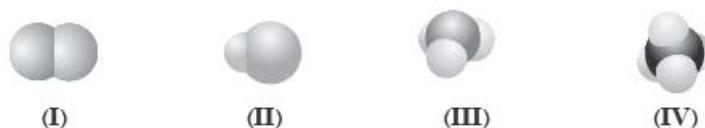
نکته شمار الکترون‌های مبادله‌شده در تشکیل هر واحد فرمولی از یک ترکیب یونی را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:
تعداد آنیون $\times$ قدرمطلق بار آنیون = تعداد کاتیون $\times$ بار کاتیون = شمار الکترون‌های مبادله‌شده

مثال در تشکیل هر واحد فرمولی از آلومینیم اکسید، ۶ الکترون مبادله می‌شود یا می‌توان گفت برای تشکیل هر مول آلومینیم اکسید، ۶ مول الکترون مبادله می‌شود.



تست و پاسخ ۱۲۰

با توجه به شکل‌های داده‌شده که مدل فضاپرکن چند مولکول را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

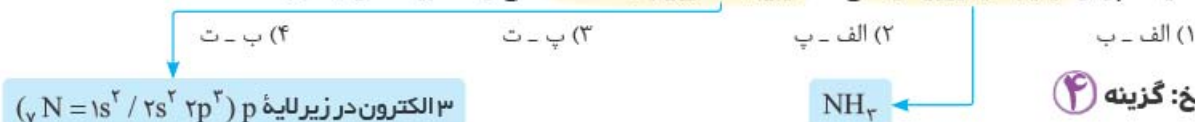


(الف) اگر مولکول (I) گازی زردرنگ باشد که خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد، در ساختار آن، چهار الکترون اشتراکی وجود دارد.

(ب) شکل (II) می‌تواند مربوط به مدل فضاپرکن ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی باشد.

(پ) شکل (IV) می‌تواند مولکول متان با ۴ پیوند اشتراکی باشد که در آن، همه اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند.

(ت) مدل فضاپرکن ترکیب هیدروژن‌دار اتمی که دارای ۳ الکترون با $l=1$ است، می‌تواند شبیه شکل (III) باشد.



عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

مشاوره هر چند بررسی شکل هندسی مولکول‌ها و یون‌های چند اتمی از اهداف کتاب درسی نیست، اما شما باید فرم کلی مدل فضاپرکن

گونه‌هایی که در کتاب درسی اومده را بلد باشید بدونید که شکل مولکول آمونیاک به صورت است و نه !

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) مولکول (I)، می‌تواند Cl_2 باشد که گازی زردرنگ است و خاصیت رنگ‌بری و گندزدایی دارد. در ساختار این مولکول، یک پیوند اشتراکی (دو الکترون اشتراکی) وجود دارد:

(ب) فرمول ترکیب‌های هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۷ به صورت HX است؛ بنابراین مولکول (II) می‌تواند ترکیب‌هایی مانند HCl ، HBr ، HI و HF باشد.

(پ) شکل (IV) می‌تواند مربوط به متان (CH_4) باشد، اما در متان، اتم هیدروژن قاعده هشت‌تایی را رعایت نکرده است (دو تایی است).

(ت) $l=1$ یعنی زیرلایه p ؛ بنابراین اتمی که دارای ۳ الکترون با $l=1$ است، همان نیتروژن ($\gamma N = 1s^2 2s^2 2p^3$) می‌باشد. شکل (III) می‌تواند مربوط به مدل فضاپرکن آمونیاک (NH_3) باشد.

تست و پاسخ ۱۰۶

X دارای ۵۰ الکترون است. ($Z = 50$) (Sn)

اگر یون X^{2+} دارای ۴۸ الکترون باشد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

فلز قلع (Sn) (یکی از عناصر گروه ۱۴)

(الف) جزء عناصر اصلی دسته p است و در اثر ضربه خرد نمی‌شود.

گروه چهاردهم

(ب) عناصر هم‌گروه X در جدول تناوبی، فلز یا شبه‌فلزند.

هالوژن دوره پنجم جدول (53I)

(پ) هالوژن هم‌دوره X، در دمای 200°C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

زیرلایه‌های p

(ت) ۴۰ درصد از الکترون‌های اتم X، دارای $l=1$ هستند.

(۴) الف - پ

(۳) ب - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ت

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

مشاوره شما برای این‌که از پس بعضی سؤالات بر بیایید، باید عدد اتمی عناصرهای مهم جدول دوره‌ای (به‌ویژه عناصرهای گروه ۱۴ و دوره سوم) رو بلد باشید؛ مثلاً بدونید عدد اتمی ۸۲ مربوط به سرب (Pb) است. در ضمن این‌که گفته می‌شود از رسم آرایش الکترونی عناصرهایی با عدد اتمی بیشتر از ۳۶، سؤال نمیار، به این معنی نیست که شما نباید هیچ چیز از آرایش الکترونی این عناصرها بلد باشید! با دونستن موقعیت یک عنصر در جدول و یا آرایش لایه ظرفیت عناصرهای یک گروه، می‌توانید اطلاعات خوبی از عناصرهایی با عدد اتمی بیشتر از ۳۶ هم به دست بیارید.

مثلاً سرب در گروه ۱۴ و دوره ششم قرار دارد؛ پس آرایش لایه ظرفیت آن به صورت $6s^2 6p^2$ است. حالا اگر بپرسن که سرب چند الکترون با $1 = 0$ دارد، خیلی راحت و بدون رسم کردن کامل آرایش الکترونی می‌شه گفت ۱۲ تا: $1s^2, 2s^2, 3s^2, 4s^2, 5s^2, 6s^2$.

پاسخ تشریحی

اتم X دو الکترون بیشتر از یون X^{2+} دارد، بنابراین شمار الکترون‌ها و در نتیجه عدد اتمی X برابر 50 است؛ یعنی X همان فلز قلع ($_{82}\text{Sn}$) است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) فلز قلع در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد و جزء عناصر دسته p است. فلزها در اثر ضربه خرد نمی‌شوند.

(ب) در گروه ۱۴ علاوه بر فلز و شبه‌فلز، نافلز کربن نیز وجود دارد.

(پ) فلز قلع در دوره پنجم جدول دوره‌ای قرار دارد. هالوژن دوره پنجم، ید ($_{53}\text{I}$) است که در دماهای بالاتر از 400°C با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

(ت) آرایش الکترونی فلز قلع که در گروه ۱۴ و دوره پنجم قرار دارد، به $5s^2 5p^2$ ختم می‌شود؛ بنابراین اتم عنصر قلع دارای 20 الکترون با $1 = 1$ ($2p^6, 3p^6, 4p^6$ و $5p^2$) است:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها با } 1}{\text{شمار کل الکترون‌ها}} \times 100 = \frac{20}{50} \times 100 = 40\%$$

تست و پاسخ ۱۰۷

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- تفاوت شعاع اتمی عنصرهای $_{11}\text{Na}$ و $_{12}\text{Mg}$ ، از تفاوت شعاع اتمی عنصرهای $_{16}\text{S}$ و $_{17}\text{Cl}$ بیشتر است.
- در عنصرهای $_{9}\text{F}$ ، $_{11}\text{Na}$ ، $_{12}\text{Mg}$ و $_{17}\text{Cl}$ ، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.
- مقایسه « $_{38}\text{Sr} >_{37}\text{Rb} >_{12}\text{Mg}$ » را می‌توان به شعاع اتمی و خصلت فلزی این عناصرها نسبت داد.
- در میان عنصرهای $_{8}\text{O}$ ، $_{9}\text{F}$ ، $_{16}\text{S}$ و $_{16}\text{S}$ ، بیشترین شعاع اتمی و $_{9}\text{F}$ ، بیشترین خصلت نافلزی را دارد.

(۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم نادرست‌اند.

درس نامه •• (روندهای تناوبی در دسته‌های s و p جدول دوره‌ای)

در یک دوره از چپ به راست	در یک گروه از بالا به پایین
• شعاع اتمی عناصرها و اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی، کاهش می‌یابد.	• شعاع اتمی عناصرها افزایش می‌یابد.
• خصلت فلزی عناصرها کاهش می‌یابد.	• خصلت فلزی عناصرها افزایش می‌یابد.
• خصلت نافلزی عناصرها افزایش می‌یابد.	• خصلت نافلزی عناصرها کاهش می‌یابد.
• واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.	• واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
• واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.	• واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

● در دوره سوم با افزایش عدد اتمی، به طور کلی تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی کاهش می‌یابد؛ یا به عبارت دیگر تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی ابتدای دوره، از تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی انتهای دوره بیشتر است.

● با توجه به این‌که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد، مقایسه شعاع اتمی عنصرهای داده‌شده به صورت ${}_{11}\text{Na} > {}_{12}\text{Mg} > {}_{17}\text{Cl} > {}_{9}\text{F}$ یعنی عنصری با عدد اتمی بیشتر، لزوماً شعاع بزرگ‌تری ندارد.

● مقایسه شعاع اتمی و خصلت فلزی عنصرهای داده‌شده به صورت ${}_{37}\text{Rb} > {}_{38}\text{Sr} > {}_{12}\text{Mg}$ است. گروه اول دوم دوره سوم دوره پنجم

● با توجه به روند تغییر شعاع اتمی در جدول دوره‌ای، مقایسه شعاع اتمی ${}_{16}\text{S} > {}_{8}\text{O} > {}_{9}\text{F}$ به صورت ${}_{16}\text{S} > {}_{8}\text{O} > {}_{9}\text{F}$ در ضمن ${}_{9}\text{F}$ (فلوئور) در میان همه عنصرهای جدول، بیشترین خصلت نافلزی را دارد.

تست و پاسخ ۱۰۸

۱/۱۵ گرم از یک فلز قلیایی (M) مطابق معادله زیر، به طور کامل با آب واکنش می‌دهد. اگر پس از انجام واکنش، ۵۶۰ میلی‌لیتر گاز هیدروژن در شرایط STP تولید شود، کدام مطلب درست است؟ (معادله واکنش موازنه شود.)



(${}_{3}\text{Li} = 7$, ${}_{11}\text{Na} = 23$, ${}_{19}\text{K} = 39$, ${}_{37}\text{Rb} = 85$; g.mol^{-1})

زیرلایه‌های s

زیرلایه‌های p

RCOONa

برم (${}_{35}\text{Br}$)

(۱) در اتم M، شمار الکترون‌ها با $1 = 0$ ، پنج واحد بیشتر از شمار الکترون‌ها با $1 = 0$ است.

(۲) ترکیبی بازی است که در واکنش با اسیدهای چرب، صابون جامد پدید می‌آورد.

(۳) عنصر M در دوره‌ای از جدول تناوبی قرار دارد که دارای ۵ عنصر با نماد تک‌حرفی است.

(۴) کاتیون M^+ دارای آرایش الکترونی یکسان با یون نافلزی است که در دما و فشار اتاق به حالت مایع وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا با توجه به اطلاعات داده‌شده در مورد واکنش، جرم مولی فلز M را حساب کرده و مشخص می‌کنیم کدام فلز قلیایی است و سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1/15}{2 \times x} = \frac{560}{1 \times 22400} \Rightarrow x = \frac{40 \times 1/15}{2} = 20 \times 1/15 = 23 \text{ g.mol}^{-1}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل $1/15 \text{ g M} \times \frac{1 \text{ mol M}}{x \text{ g M}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol M}} \times \frac{22400 \text{ mL H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 560 \text{ mL H}_2 \Rightarrow x = 23 \text{ g.mol}^{-1}$

بنابراین فلز M همان سدیم (${}_{11}\text{Na}$) با جرم مولی 23 g.mol^{-1} است.

بررسی گزینه‌ها: ۱) در اتم ${}_{11}\text{Na}$ ، ۶ الکترون با $1 = 0$ (زیرلایه p) و ۵ الکترون با $1 = 0$ (زیرلایه s) وجود دارد: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

۲) از واکنش اسیدهای چرب با NaOH، صابون جامد تولید می‌شود.

۳) عنصر ${}_{11}\text{Na}$ در دوره سوم قرار دارد. در این دوره، فقط نماد شیمیایی دو عنصر (S و P) تک‌حرفی است.

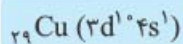
۴) آرایش الکترونی ${}_{11}\text{Na}^+$ ، مشابه با گاز نجیب نئون (${}_{10}\text{Ne}$) است. نافلزی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع است، برم (${}_{35}\text{Br}$) می‌باشد که یون پایدار آن (Br^-) آرایش یکسانی با گاز نجیب کریپتون (${}_{36}\text{Kr}$) دارد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۹

کدام گزینه دربارهٔ عنصر M که در دورهٔ چهارم و گروه ۱۱ جدول دوره‌ای قرار دارد، درست است؟



- (۱) در طبیعت فقط به صورت ترکیب با دیگر عناصر وجود دارد.
- (۲) تفاوت عدد اتمی آن با عنصر هم‌گروه خود در دورهٔ ششم، برابر ۳۶ است.
- (۳) اکسید آن با فرمول M_2O به طور طبیعی با فلز آهن واکنش نمی‌دهد.
- (۴) نخستین عنصری از جدول است که لایهٔ سوم آن به طور کامل از الکترون پر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

نکته برای پیدا کردن عدد اتمی عنصری که شمارهٔ دوره و گروه آن داده شده، می‌توان از آرایش الکترون‌های ظرفیت آن استفاده کرد. در جدول زیر، فرم کلی آرایش الکترون‌های ظرفیت عنصرهای گروه‌های ۱ تا ۱۸ (برای ۳۶ عنصر اول)، آورده شده است. در این جدول، n نشان‌دهندهٔ شمارهٔ دورهٔ عنصر است.

● عنصرهای دستهٔ s و p:

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
آرایش لایهٔ ظرفیت	ns^1	ns^2	$ns^2 np^1$	$ns^2 np^2$	$ns^2 np^3$	$ns^2 np^4$	$ns^2 np^5$	سایر عنصرها هلیوم $ns^2 np^6$

● عنصرهای دستهٔ d:

شمارهٔ گروه	۳	۴	۵	۶	۷
آرایش الکترون‌های ظرفیت	$(n-1)d^1 ns^2$	$(n-1)d^2 ns^2$	$(n-1)d^3 ns^2$	$(n-1)d^4 ns^1$	$(n-1)d^5 ns^2$
شمارهٔ گروه	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
آرایش الکترون‌های ظرفیت	$(n-1)d^6 ns^2$	$(n-1)d^7 ns^2$	$(n-1)d^8 ns^2$	$(n-1)d^9 ns^1$	$(n-1)d^{10} ns^2$

مثال عدد اتمی عنصرهای زیر را تعیین کنید.

(۱) عنصر گروه ۱۶ در دورهٔ سوم: $ns^2 np^4 \xrightarrow{\text{دورهٔ سوم}} 3s^2 3p^4 \Rightarrow X: [1s, Ne] 3s^2 3p^4 \Rightarrow Z=16$

(۲) عنصر گروه ۶ در دورهٔ چهارم: $(n-1)d^5 ns^1 \xrightarrow{\text{دورهٔ چهارم}} 3d^5 4s^1 \Rightarrow X: [1s, Ar] 3d^5 4s^1 \Rightarrow Z=24$

توجه برای پیدا کردن عدد اتمی عنصرها می‌توان از اعداد اتمی گازهای نجیب نیز استفاده کرد:

الف) **تعیین شمارهٔ دوره:** گازهای نجیب با عددهای اتمی ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴، ۸۶ و ۱۱۸ به ترتیب در انتهای دوره‌های اول تا هفتم قرار دارند؛ بنابراین برای تعیین شمارهٔ دورهٔ یک عنصر کافی است عدد اتمی عنصر مورد نظر را بین عدد اتمی دو گاز نجیب قبلی و بعدی آن قرار دهیم. شمارهٔ دورهٔ عنصر با شمارهٔ دورهٔ گاز نجیب بعدی یکسان است.

عدد اتمی	۱ و ۲	۳ - ۱۰	۱۱ - ۱۸	۱۹ - ۳۶	۳۷ - ۵۴	۵۵ - ۸۶	۸۷ - ۱۱۸
شمارهٔ دورهٔ عنصر	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷

ب) **تعیین شمارهٔ گروه:** برای تعیین شمارهٔ گروه، سه حالت پیش می‌آید:

(۱) اگر عدد اتمی عنصر مورد نظر یک یا دو واحد بیشتر از عدد اتمی یکی از گازهای نجیب باشد، در این حالت شمارهٔ گروه برابر با تفاوت عدد اتمی عنصر با گاز نجیب دورهٔ قبل است (شمارهٔ گروه برابر ۱ یا ۲ می‌باشد).



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

مثال عنصری با عدد اتمی ۱۹ متعلق به گروه ۱ و عنصری با عدد اتمی ۵۶ متعلق به گروه ۲ است. $X: 56 - 54 = 2$ زنون $X: 19 - 18 = 1$ آرگون

(۲) عنصرهایی که در دو ردیف در پایین جدول قرار دارند (عنصرهایی با عدد اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲)، همگی به گروه ۳ تعلق دارند. (۳) برای بقیه عناصر که عدد اتمی آنها بیش از دو واحد از عدد اتمی گاز نجیب قبل از خود بیشتر است، باید اختلاف عدد اتمی عنصر و گاز نجیب هم‌دوره‌اش را از عدد ۱۸ کم کنیم تا شماره گروه به دست آید.

مثال ${}_{23}A \xrightarrow{23-18=5>2} \text{شماره گروه} = 18 - (36 - 23) = 5$
گاز نجیب هم‌دوره

${}_{17}B \xrightarrow{17-10=7>2} \text{شماره گروه} = 18 - (18 - 17) = 17$
گاز نجیب هم‌دوره

${}_{33}C \xrightarrow{44-36=8>2} \text{شماره گروه} = 18 - (54 - 33) = 7$
گاز نجیب هم‌دوره

پاسخ تشریحی عنصر M که در دوره چهارم و گروه ۱۱ قرار دارد، همان فلز مس با عدد اتمی ۲۹ است: ${}_{29}\text{Cu}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^1 4s^1$
بررسی گزینه‌ها: ۱) عنصر مس در طبیعت، به صورت آزاد هم یافت می‌شود.

۲) عدد اتمی عنصر گروه ۱۱ در دوره ششم، ۷ واحد از عدد اتمی گاز نجیب دوره ششم (Rn) کم‌تر است:
 $86 - 7 = 79$ $79 - 29 = 50$

۳) واکنش‌پذیری فلز آهن از مس بیشتر است؛ بنابراین فلز آهن می‌تواند به طور طبیعی با اکسیدهای مس واکنش دهد.

۴) عنصر مس، اولین عنصری است که لایه سوم آن ($n=3$)، به طور کامل پر و ۱۸ الکترونی می‌شود.

تست و پاسخ ۱۱۰

با توجه به معادله واکنش زیر، کدام گزینه نادرست است؟

(${}_{56}\text{Fe} = 56$, $\text{Cl} = 35$, $\text{O} = 16$, $\text{H} = 1$; g.mol^{-1})



زیرلایه d

(۱) اگر $n=3$ باشد، شمار الکترون‌ها با $1=2$ در کاتیون فلز واسطه موجود در این واکنش، با شمار این الکترون‌ها در اتم چهارمین فلز واسطه جدول تناوبی برابر است.

(۲) اگر در اثر واکنش $5/63$ گرم FeCl_n با مقدار کافی NaOH ، 45 گرم رسوب تشکیل شود، نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در رسوب تولیدشده برابر $1/4$ است.

(۳) اگر مجموع ضرایب استوکیومتری مواد محلول شرکت‌کننده در واکنش با مجموع شمار اتم‌های تشکیل‌دهنده رسوب برابر باشد، رنگ رسوب تولیدشده به یقین، قرمز آجری است.

(۴) اگر حالت فیزیکی 40°C درصد یون‌های شرکت‌کننده در واکنش‌دهنده‌ها تغییر کند، یون فلز واسطه شرکت‌کننده در واکنش، در زنگ آهن نیز وجود دارد.

یعنی ببین در چه حالتی، 40°C درصد کل یون‌های اولیه محلول در آب، به رسوب تبدیل می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(۱) اگر $n=3$ باشد، کاتیون فلز واسطه موجود در واکنش، همان Fe^{3+} است. شمار الکترون‌ها با $1=2$ (زیرلایه d) در یون Fe^{3+} با شمار

این الکترون‌ها در اتم چهارمین فلز واسطه جدول (${}_{24}\text{Cr}$)، یکسان و برابر ۵ است: ${}_{26}\text{Fe}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^6 4s^2 \Rightarrow {}_{26}\text{Fe}^{3+}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5$

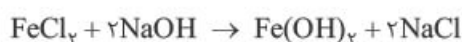
${}_{24}\text{Cr}: [{}_{18}\text{Ar}] 3d^5 4s^1$

(۲) رسوب تولیدشده، $\text{Fe}(\text{OH})_3$ یا $\text{Fe}(\text{OH})_2$ است که نسبت شمار کاتیون به آنیون در $\text{Fe}(\text{OH})_2$ برابر $1/2$ است. برای چک کردن درستی

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

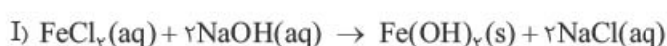


یا نادرستی این گزینه، کافی است که ببینیم آیا با مصرف $\frac{63}{5}$ گرم FeCl_3 ، 45 گرم Fe(OH)_3 تولید می‌شود یا خیر!



$$\frac{63}{5} \text{ g FeCl}_3 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{127 \text{ g FeCl}_3} \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3} \times \frac{90 \text{ g Fe(OH)}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} = 45 \text{ g Fe(OH)}_3$$

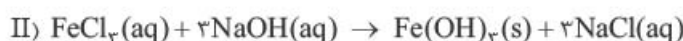
پس این گزینه درست است.



$5 = 1 + 3 + 3 = 7$ مجموع ضرایب مواد محلول در آب

$5 = 1 + (3 \times 3) = 10$ مجموع شمار اتم‌های رسوب

رسوب Fe(OH)_3 به رنگ سبز است.



$7 = 1 + 3 + 3 = 7$ مجموع ضرایب مواد محلول در آب

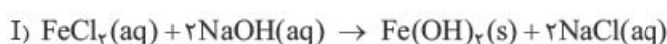
$7 = 1 + (3 \times 3) = 10$ مجموع شمار اتم‌های رسوب

رسوب Fe(OH)_3 به رنگ قرمز آجری است.

در هر دو حالت، مجموع ضرایب مواد محلول در آب با مجموع شمار اتم‌های رسوب تشکیل شده برابر است.

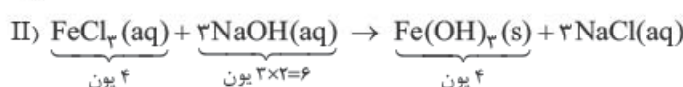
$$\frac{3}{7} \times 100 \neq 40$$

در معادله (I)، از 7 یون محلول در آب، 3 یون رسوب کرده‌اند:



$$\frac{4}{10} \times 100 = 40$$

در معادله (II)، از 10 یون محلول در آب، 4 یون رسوب کرده‌اند:



بنابراین منظور (4)، همان معادله (II) است. در این معادله یون Fe^{3+} وجود دارد که در رنگ آهن نیز یافت می‌شود.



تست و پاسخ (۱۱۱)

چند مورد از مطالب زیر درباره نمونه‌ای از آهن (III) اکسید به جرم 80 گرم و با خلوص 80% درصد، درست است؟ ($\text{Fe} = 56$, $\text{O} = 16$; g.mol^{-1})

• در این نمونه 16 گرم ناخالصی و 56 گرم یون آهن وجود دارد.

• برای مصرف کامل این نمونه در واکنش ترمیت، به 8 / 0 مول فلز آلومینیم نیاز است.

• خلوص آهن (III) اکسید در مخلوط حاصل از این نمونه و 40 گرم آهن (II) اکسید 40% درصد خالص، به تقریب برابر $66/7\%$ درصد است.

• در واکنش کامل این نمونه با کربن، $13/44$ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

پاسخ: گزینه (۳)

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

مشاوره برای حل کامل این سؤال، باید معادله دو واکنش رو خودتون بنویسید. هر چند گفته می‌شه که در کنکور سراسری، معادله

واکنش‌ها داده می‌شود، اما همیشه این مورد رعایت نمی‌شه! به همین دلیل برای این‌که سر جلسه کنکور، سوپرایز نشین، بهتون اصرار

می‌کنیم که حتماً معادله واکنش‌هایی که در کتاب بهتون اشاره شده رو به خاطر بسپارین!

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

$$\text{جرم ناخالص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100} = 80 \times \frac{80}{100} = 64 \text{ g}$$

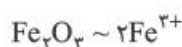
$$\text{جرم ماده خالص} = \text{جرم کل نمونه} - \text{جرم ناخالصی‌ها} = 80 - 64 = 16 \text{ g}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

به کمک جرم Fe_2O_3 می‌توان جرم Fe^{3+} موجود در نمونه را به دست آورد:



روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{64}{1 \times 160} = \frac{x}{2 \times 56} \Rightarrow x = 44.8 \text{ g Fe}^{3+}$$

$$64 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Fe}^{3+}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{56 \text{ g Fe}^{3+}}{1 \text{ mol Fe}^{3+}} = 44.8 \text{ g Fe}^{3+}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل



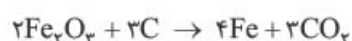
معادله موازنه شده واکنش ترمیت به صورت روبه‌رو است:

برای مصرف ۶۴ گرم Fe_2O_3 در این واکنش، به ۸ مول آلومینیم نیاز است.

$$64 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{2 \text{ mol Al}}{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = 0.8 \text{ mol Al}$$

جرم نمونه آهن (II) اکسید + جرم نمونه آهن (III) اکسید = جرم مخلوط نهایی

$$\text{جرم آهن (III) اکسید خالص} = \frac{\text{جرم آهن (III) اکسید خالص}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 = \frac{64}{160} \times 100 = \frac{8 \times 160}{160} = \frac{160}{3} = 53.3\%$$



معادله واکنش آهن (III) اکسید با کربن به صورت روبه‌رو است:

روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{64}{2 \times 160} = \frac{x}{3 \times 22.4} \Rightarrow x = 0.6 \times 22.4 = 13.44 \text{ L CO}_2$$

$$64 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{160 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 13.44 \text{ L CO}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

تست و پاسخ ۱۱۲

۷/۹ گرم پتاسیم پرمنگنات (KMnO_4) با خلوص ۸۰ درصد، در ظرفی وارد شده تا مطابق معادله (I) تجزیه شود. پس از انجام واکنش،

جرم جامد باقی‌مانده در ظرف، به تقریب چند درصد جرم جامد اولیه است و اگر MnO_2 تولید شده در این واکنش، در واکنش (II) به طور

کامل مصرف شود، چند میلی‌لیتر گاز کلر با چگالی 3.2 g.L^{-1} ، تولید خواهد شد؟ (جرم گاز تولید شده) - (جرم جامد اولیه)

($\text{Mn} = 55$, $\text{K} = 39$, $\text{Cl} = 35.5$, $\text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

(بازده واکنش (II) را ۵۰ درصد در نظر بگیرید.)



(معادله واکنش‌ها موازنه شود.)

۵۰۰.۹۲ (۲)

۶۲۵.۷۲ (۱)

۶۲۵.۹۲ (۴)

۵۰۰.۷۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای قسمت اول سؤال، به کمک جرم KMnO_4 ، جرم O_2 تولید شده را حساب و از جرم اولیه کم کن تا جرم

جامد باقی‌مانده به دست بیاید! برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این که ضریب MnO_2 در دو واکنش یکسان است، می‌تونی به طور مستقیم

بین KMnO_4 و Cl_2 تناسب برقرار کنی!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش ها را موازنه می کنیم:



گام دوم: برای قسمت اول سؤال، باید جرم گاز اکسیژن تولید شده در واکنش (I) را از جرم جامد اولیه کم کنیم تا جرم جامد باقی مانده به دست آید:

روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{7/9 \times \frac{80}{100}}{2 \times 158} = \frac{x}{1 \times 32} \Rightarrow x = 0/64 \text{ g O}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

$$7/9 \times \frac{80}{100} \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{32 \text{ g O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 0/64 \text{ g O}_2$$

$$\text{جرم اکسیژن تولید شده} - \text{جرم جامد اولیه} = \text{جرم جامد باقی مانده} = 7/9 - 0/64 = 7/26 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم جامد باقی مانده}}{\text{جرم جامد اولیه}} \times 100 = \frac{7/26}{7/9} \times 100 = \frac{726}{7/9} = 92\%$$

گام سوم: برای قسمت دوم سؤال نیز می توان از دو روش استفاده کرد:

روش اول: استفاده از کسر تناسب

ضریب MnO_2 در دو واکنش برابر است؛ بنابراین می توان به طور مستقیم بین KMnO_4 و Cl_2 تناسب برقرار کرد: $2\text{KMnO}_4 \sim \text{Cl}_2$

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{7/9 \times \frac{80}{100} \times \frac{1}{2}}{2 \times 158} = \frac{1/42 \times x}{1 \times 71} \Rightarrow x = 0/5 \text{ L} = 500 \text{ mL}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

$$7/9 \times \frac{80}{100} \text{ g KMnO}_4 \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol MnO}_2}{2 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{1 \text{ mol MnO}_2} \times \frac{50}{100} \times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} \times \frac{1 \text{ L Cl}_2}{1/42 \text{ g Cl}_2} \\ \times \frac{1000 \text{ mL Cl}_2}{1 \text{ L Cl}_2} = 500 \text{ mL Cl}_2$$

تست و پاسخ ۱۱۳

در یک فرایند شیمیایی، اتانول حاصل از تخمیر بی هوازی ۲۷۰ گرم گلوکز موجود در پسماندهای گیاهی، به طور کامل سوزانده می شود. اگر طی فرایند سوختن کامل اتانول، ۸۹/۱ گرم آب تولید شود، بازده درصدی واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز کدام است؟ (فراورده دیگر واکنش تخمیر بی هوازی گلوکز، کربن دی اکسید است. بازده واکنش سوختن را ۱۰۰ درصد در نظر بگیرید: $\text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)

۵۵ (۲)

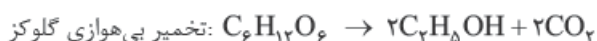
۴۵ (۱)

۶۵ (۴)

۶۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با توجه به اطلاعات داده شده، معادله واکنش های انجام شده را می نویسیم:





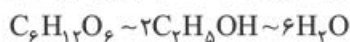
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام دوم: با استفاده از جرم گلوکز و جرم آب، بازده درصدی واکنش تخمیر بی‌هوازی گلوکز را حساب می‌کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب

معادله سوختن کامل اتانول را در ۲ ضرب می‌کنیم تا ضریب اتانول در دو واکنش برابر شود، سپس بین گلوکز و آب تناسب برقرار می‌کنیم:



$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{27 \times \frac{x}{100}}{1 \times 18} = \frac{89/1}{6 \times 18}$$

$$\Rightarrow x = \frac{89/1 \times 100}{27 \times 6} = \frac{330}{6} = \frac{300}{6} + \frac{30}{6} = 55\%$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

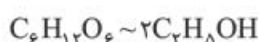


ابتدا حساب می‌کنیم که به ازای سوختن چند مول اتانول، ۸۹/۱ گرم آب تولید می‌شود:

$$89/1 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{3 \text{ mol } H_2O} = 1/65 \text{ mol } C_2H_5OH$$

این مقدار عملی اتانول تولید شده از تخمیر بی‌هوازی گلوکز است.

مقدار نظری اتانول را نیز به کمک جرم گلوکز حساب می‌کنیم:



$$270 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \times \frac{2 \text{ mol } C_2H_5OH}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} = 3 \text{ mol } C_2H_5OH$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{1/65}{3} \times 100 = 55\%$$

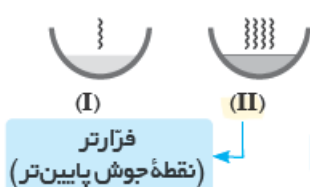
مقدار عملی و نظری را در رابطه بازده درصدی قرار می‌دهیم:

تست و پاسخ ۱۱۴

شکل مقابل برای مقایسه میزان فشاریت دو آلکان راست‌زنجیر ارائه شده است. اگر جرم

۰/۳ مول از آلکان (II) برابر ۲۱/۶ گرم باشد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

$$(H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1})$$



(الف) در نام آلکان (I) پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

(ب) در دمای اتاق، حالت فیزیکی آلکان (II) و آلکان راست‌زنجیری با ۱۳ پیوند اشتراکی متفاوت است.

(پ) قدرت نیروهای بین مولکولی در آلکان (II) بیشتر از آلکان (I) است.

(ت) نقطه جوش آلکان (I) در فشار یک اتمسفر، به یقین بیشتر از ۲۲ °C است.

(۴) ب - ت

(۳) الف - پ

(۲) پ - ت

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

نکات ۱ با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر:

● جرم مولی، قدرت نیروهای بین مولکولی، نقطه جوش و گرانروی افزایش می‌یابد.

● میزان فشاربودن (فشاریت) کاهش می‌یابد.

۲ در ساختار هر آلکان n کربنی (C_nH_{2n+2}) ، ۳n + ۱ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۳ در بین آلکان‌های راست‌زنجیر، تنها آلکان‌های ۱ تا ۴ کربنی در فشار یک اتمسفر و دمای ۲۲ °C به حالت گاز هستند؛ یعنی نقطه جوش آن‌ها کمتر از ۲۲ °C است.

۴ در آلکان‌های راست‌زنجیر ۱ تا ۴ کربنی (متان، اتان، پروپان و بوتان)، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی میزان تبخیر سطحی آلکان (II) بیشتر از آلکان (I) است؛ بنابراین آلکان (II) فزاتر از آلکان (I) است. می‌دانیم در آلکان‌های راست‌زنجیر، هر چه شمار اتم‌های کربن کمتر باشد، آلکان نقطه جوش پایین‌تری دارد و فزاتر است: آلکان (I) < آلکان (II): شمار اتم‌های کربن با توجه به اطلاعات داده‌شده در مورد مول و جرم آلکان (II)، می‌توان جرم مولی، شمار اتم‌های کربن و فرمول مولکولی آن را به دست آورد:

$$(C_n H_{2n+2}) \text{ آلکان‌ها} = (14n + 2) \text{ g.mol}^{-1} = \text{جرم مولی}$$

$$\text{جرم مولی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{21.6}{M} = \frac{21.6}{72} \Rightarrow M = \frac{21.6}{0.3} = 72 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$14n + 2 = 72 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow \text{II) آلکان: } C_5 H_{12}$$

بنابراین آلکان (I) بیشتر از ۵ اتم کربن دارد.

بررسی عبارت‌ها: الف) فقط برای آلکان‌های راست‌زنجیر تا ۴ اتم کربن، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد. آلکان (I) بیشتر از ۵ اتم کربن دارد. ب) آلکان (II)، ۵ کربنی است و در دمای اتاق به حالت مایع است. از طرفی آلکانی با ۱۳ پیوند اشتراکی، ۴ کربنی بوده $(3n + 1 = 13 \Rightarrow n = 4)$ و در دمای اتاق، به حالت گاز است. پ) آلکان (II) شمار اتم‌های کربن کم‌تری دارد و قدرت نیروهای بین‌مولکولی آن کم‌تر است. ت) آلکان (I) که بیشتر از ۵ اتم کربن دارد، در فشار یک اتمسفر و دمای $22^\circ C$ قطعاً به حالت گاز نیست و این نشان می‌دهد که نقطه جوش این آلکان بیشتر از $22^\circ C$ است.

تست و پاسخ ۱۱۵

اگر در ساختار آلکانی با ۱۸ اتم هیدروژن، ۷۵ درصد اتم‌های کربن هر یک به ۳ اتم هیدروژن متصل باشند، مجموع اعداد در نام آیوپاک این آلکان کدام است؟

۸ اتم کربن

یعنی به صورت CH_3 باشند.

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

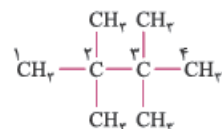
۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول به کمک فرمول عمومی آلکان‌ها، شمار اتم‌های کربن رو به دست بیار و بعد از این نکته استفاده کن که در ساختار آلکان‌ها، گروه‌های CH_3 در ابتدا و انتهای زنجیر و یا شاخه فرعی (به صورت متیل یا در گروه اتیل) قرار دارند. به این ترتیب ساختار آلکان مشخص می‌شه و می‌تونی نام‌گذاری کنی!

پاسخ تشریحی با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها $(C_n H_{2n+2})$ ، آلکان مورد نظر دارای ۸ اتم کربن است: $2n + 2 = 18 \Rightarrow n = 8$

۷۵ درصد یا $\frac{3}{4}$ اتم‌های کربن آلکان مورد نظر به ۳ اتم هیدروژن متصل‌اند:



از ۸ اتم کربن، ۶ اتم کربن به فرم CH_3 هستند؛ بنابراین ساختار آلکان مورد نظر به صورت روبه‌رو است:

۲، ۳، ۳ - تترامتیل بوتان

$$10 = 2 + 2 + 3 + 3 = \text{مجموع اعداد}$$

تست و پاسخ ۱۱۶

در سوختن کامل ۲۵ / ۰ مول از یک آلکان، ۳۵۰ لیتر هوا در شرایط STP مصرف شده است. کدام نام برای این آلکان می‌تواند درست باشد؟



(۲۰ درصد حجم هوا را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.)

۲، ۲، ۳ - تری‌متیل بوتان

۲، ۴، ۴ - تری‌متیل پنتان

۴، ۳ - اتیل - ۳ - متیل پنتان

۳، ۲ - متیل هگزان

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها: الف) ترکیب مورد نظر دارای ۳ پیوند $C=C$ و یک پیوند $C \equiv C$ است. هر پیوند $C=C$ با ۱ مولکول هیدروژن و هر پیوند $C \equiv C$ با دو مولکول هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد؛ بنابراین هر مول از ترکیب داده‌شده با ۵ مول گاز هیدروژن (H_2) که جرمی معادل ۱۰ گرم دارد، به طور کامل واکنش می‌دهد. ب) ترکیب مورد نظر دارای ۲۶ اتم کربن و ۴۰ اتم هیدروژن بوده و فرمول مولکولی آن، $C_{26}H_{40}$ است.

$$\text{شمار پیوندهای سه‌گانه} \uparrow \\ \text{مجموع شمار پیوندهای دوگانه و حلقه‌ها} \downarrow \\ \text{شمار اتم‌های هیدروژن} = [(2 \times 26) + 2] - (2 \times 5) - (4 \times 1) = 40$$

فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است: جرم مولی $C_{16}H_{22}$ = جرم مولی $C_{10}H_8$ - جرم مولی $C_{26}H_{40}$

فرمول آلکین (C_nH_{2n-2}) ۱۶ کربنی به صورت $C_{16}H_{30}$ است.

پ) از سوختن کامل هر مول $C_{26}H_{40}$ ، ۲۶ مول CO_2 تولید می‌شود. جرم مولی $C_{26}H_{40}$ = جرم مولی CO_2 = ۳۵۲ g.mol⁻¹



روش اول: استفاده از کسر تناسب

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{11}{1 \times 352} = \frac{x}{26 \times 44} \Rightarrow x = 26 \times 11 = (26 \times 10) + (26 \times 1) = 286 \text{ g } CO_2$$

$$11 \text{ g } C_{26}H_{40} \times \frac{1 \text{ mol } C_{26}H_{40}}{352 \text{ g } C_{26}H_{40}} \times \frac{26 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{26}H_{40}} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 286 \text{ g } CO_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل

ت) در ترکیب مورد نظر، دو اتم کربن پیوند سه‌گانه و دو اتم کربن حلقه شش‌ضلعی که با ۴ پیوند اشتراکی به ۳ اتم کربن دیگر متصل‌اند، فاقد اتم هیدروژن هستند. در ضمن آلکان ۲۶ کربنی دارای ۵۴ اتم هیدروژن است؛ بنابراین ترکیب داده‌شده نسبت به آلکان هم‌کربن خود، $54 - 40 = 14$ اتم هیدروژن کم‌تر دارد.

تست و پاسخ ۱۱۹

در ساختار هیدروکربنی با ۵ اتم کربن، ۱۵ پیوند اشتراکی وجود دارد. چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ این هیدروکربن به یقین درست است؟ ($Cl = 35/5$, $C = 12$, $H = 1$; g.mol⁻¹)

• در ساختار آن، ۱۰ پیوند $C-H$ وجود دارد.

• در شرایط معمولی، ۲/۰ مول از آن، با ۱۴/۲ گرم گاز کلر به طور کامل واکنش می‌دهد.

• شمار مول‌های کربن دی‌اکسید و بخار آب، در سوختن کامل مقدار معینی از آن، با هم برابر است.



• درصد جرمی کربن در آن از درصد جرمی کربن در استیلن کم‌تر است.

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) چهار

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

نکته با توجه به این‌که در ترکیب‌های آلی، هر اتم کربن ۴ پیوند و هر اتم هیدروژن، یک پیوند تشکیل می‌دهد و از طرفی هر پیوند، نشان‌دهندهٔ دو الکترون است، شمار کل پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها را می‌توان از رابطهٔ زیر حساب کرد:

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن} (1 \times) + \text{شمار اتم‌های کربن} (4 \times) = \text{شمار پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها} \times 2$$

با توجه به این‌که در هیدروکربن‌ها، همهٔ اتم‌های هیدروژن به اتم کربن متصل‌اند، شمار پیوندهای $C-H$ در هیدروکربن‌ها با شمار اتم‌های هیدروژن آن‌ها برابر است.

$$C_xH_y \text{ در } \frac{4x+y}{2} = \text{شمار کل پیوندها}$$

$$C_xH_y \text{ در } C-H \text{ پیوندهای} = y$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



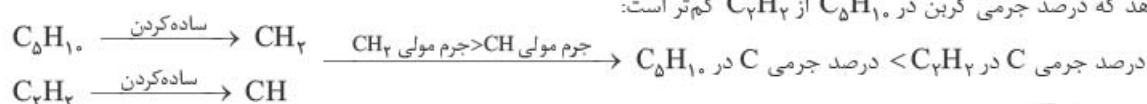
پاسخ تشریحی ابتدا به کمک شمار اتم‌های کربن و شمار پیوندهای اشتراکی، فرمول هیدروکربن را به دست می‌آوریم. اگر فرمول هیدروکربن را C_5H_x در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\overset{\text{C}}{(4 \times 5)} + \overset{\text{H}}{x}}{2} \Rightarrow 15 = \frac{20 + x}{2} \Rightarrow x = 10$$

فرمول هیدروکربن مورد نظر، C_5H_{10} است.

بررسی عبارت‌ها:

- در ساختار هر هیدروکربن با ۱۰ اتم هیدروژن، ۱۰ پیوند $C-H$ وجود دارد.
- C_5H_{10} می‌تواند یک سیکلوآلکان باشد. سیکلوآلکان‌ها سیر شده‌اند و در شرایط معمولی، با هالوژن‌ها واکنش نمی‌دهند.
- در سوختن کامل هر مول C_5H_{10} ، ۵ مول CO_2 و ۵ مول H_2O تولید می‌شود:
- $C_5H_{10} \sim 5CO_2 + 5H_2O$
- در C_5H_{10} به ازای هر اتم کربن، دو اتم هیدروژن و در استیلن (C_2H_2)، به ازای هر اتم کربن، یک اتم هیدروژن وجود دارد. این موضوع نشان می‌دهد که درصد جرمی کربن در C_5H_{10} از C_2H_2 کم‌تر است:



تست و پاسخ ۱۲۰

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام، واکنش‌پذیری زیادی دارند و به عنوان سوخت مصرف می‌شوند.
- در پالایش نفت خام، بنزین و مواد پتروشیمیایی به صورت مایع غلیظ در قسمت پایینی برج تقطیر ته‌نشین می‌شوند.
- در نفت سنگین برخلاف نفت سبک، درصد نفت کوره بیشتر از سایر اجزای سازنده است.
- با عبور گازهای خروجی از نیروگاه‌ها از روی کلسیم اکسید، می‌توان گاز گوگرد دی‌اکسید را به دام انداخت و کارایی زغال سنگ را بهبود بخشید.
- نفت سفید که مخلوطی از هیدروکربن‌های مختلف با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است، گران‌روی کم‌تری نسبت به گازوئیل دارد.

یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

پاسخ: گزینه ۴

فقط عبارت چهارم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

- عبارت اول: بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند. آلکان‌ها واکنش‌پذیری بسیار کمی دارند.
- عبارت دوم: در پالایش نفت خام، بنزین و مواد پتروشیمیایی (مولکول‌های سبک‌تر و فشارتر) به سمت بالای برج حرکت می‌کنند.
- عبارت سوم: در هر دو نوع نفت سبک و سنگین، درصد نفت کوره از سایر اجزای سازنده (بنزین و خوراک پتروشیمی، گازوئیل و نفت سفید)، بیشتر است. فقط درصد مولکول‌های سبک‌تر مانند بنزین و خوراک پتروشیمی، در نفت‌های سبک نسبت به نفت‌های سنگین بیشتر است.
- عبارت پنجم: نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ۱۰ تا ۱۵ اتم کربن است. انواع هیدروکربن‌های ۱۰ تا ۱۵ کربنی روکه نداره!