www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون سوم حضوری

دفترچه شماره ۱

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۵۰ • مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
۲	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۵	۲۱	۳۵	۲۸ دقیقه
۳	هندسه	۱۵	۳۶	۵۰	۲۷ دقیقه

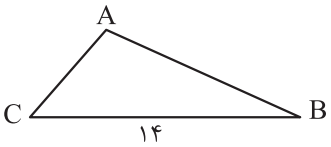
Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

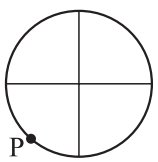
حسابان دوازدهم و پایهٔ مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۲۳ تا ۴۴، حسابان (۱): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶

۱- در مثلث ABC، $\tan B = \frac{۱}{۲}$ و $\tan C = \frac{۲}{۳}$ و $BC = ۱۴$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



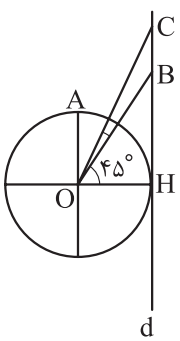
۱) ۲۸
۲) ۱۴
۳) ۴۲
۴) ۵۶

۲- مطابق شکل نقطهٔ $P\begin{vmatrix} x-۱ \\ -۲x \end{vmatrix}$ روی دایرهٔ مثلثاتی اختیار شده است. اگر از نقطهٔ P به اندازهٔ $\frac{\pi}{۴}$ در جهت منفی دایرهٔ مثلثاتی حرکت کنیم تا به نقطهٔ M برسیم، طول نقطهٔ M کدام است؟



۱) $\frac{-۸\sqrt{۲}}{۱۰}$
۲) $\frac{-\sqrt{۲}}{۱۰}$
۳) $\frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}$
۴) $\frac{-۵\sqrt{۲}}{۱۰}$

۳- در دایرهٔ مثلثاتی شکل مقابل خط d موازی OA و $BC = ۲$ است. حاصل تانژانت زاویهٔ $B\hat{O}C$ کدام است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۴- اگر $\tan\alpha = ۳$ و $\tan(۲\alpha - \beta) = \frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $\tan\beta$ کدام است؟

۱) -۲
۲) $-\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۱}{۳}$

۵- انتهای کمان زوایای $\alpha = ۷۵^\circ$، $\beta = \frac{۵\pi}{۶}$ و θ روی دایرهٔ مثلثاتی، سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه‌اند. زاویهٔ θ برحسب رادیان کدام می‌تواند باشد؟

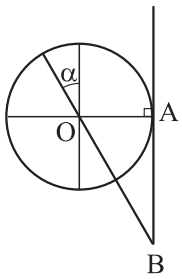
۱) $\frac{۷\pi}{۶}$
۲) $\frac{۵\pi}{۴}$
۳) $\frac{۱۷\pi}{۱۲}$
۴) $\frac{۳\pi}{۴}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶- در دایرهٔ مثلثاتی مطابق شکل، $AB = ۲$ است. حاصل $\cos ۲\alpha$ کدام است؟



۱) ۰/۴

۲) ۰/۳

۳) ۰/۸

۴) ۰/۶

۷- اگر $\tan\frac{\pi}{۵} = ۰/۷۵$ باشد، حاصل $P = \sin\frac{۹\pi}{۵}\cos\frac{۱۳\pi}{۱۰} - \tan\frac{۶\pi}{۵}$ کدام است؟

۱) $-۰/۳۹$　　۲) $-۰/۲۴$　　۳) $-۱/۲۳$　　۴) $-۰/۸۴$

۸- حاصل عبارت $P = \cos^۲ a + \sin(a-\frac{\pi}{۶})\cos(a-\frac{\pi}{۳})$ به ازای $a = \frac{\pi}{۸}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$　　۲) $\frac{۳}{۴}$　　۳) $\frac{۳}{۵}$　　۴) $\frac{۴}{۵}$

۹- در کدام تابع، بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع به ترتیب برابر $۵a$ و $-۳a$ و دورهٔ تناوب تابع $a\pi$ است؟

۱) $f(x) = -a + ۴a\sin\frac{a}{۲}x$

۲) $f(x) = a + ۴a\sin\frac{a}{\pi}x$

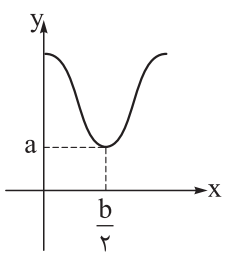
۳) $f(x) = a - ۴a\cos\frac{۲x}{a}$

۴) $f(x) = -۲a + ۳a\cos\frac{۲}{a}x$

۱۰- تابع $y = ۲\sin(۳x - \frac{\pi}{۳})$ در بازهٔ $(۰,\alpha)$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار α کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{۳}$　　۲) $\frac{\pi}{۹}$　　۳) $\frac{۵\pi}{۱۸}$　　۴) $\frac{۲\pi}{۹}$

۱۱- نمودار تابع $f(x) = b + a\cos(۲\pi bx)$ در یک دورهٔ تناوب به صورت مقابل است. مقدار $f(\frac{۵}{۶})$ کدام است؟



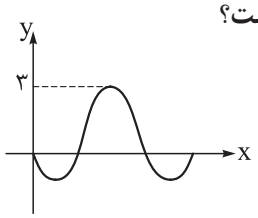
۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۵}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۲- قسمتی از نمودار تابع $y = b + a\cos(ax + \frac{\pi}{۳})$ به صورت مقابل است. مقدار $a.b$ کدام است؟



۱) -۶

۲) -۲

۳) -۳

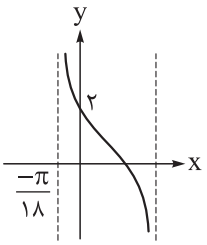
۴) -۱۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳- شکل مقابل قسمتی از نمودار $f(x)=a+\sqrt{۳}\tan(bx+\frac{\pi}{۶})$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟



۱) -۵
۲) ۷
۳) ۱۳
۴) -۱۱

۱۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\tan x = ۱-\cos ۲x$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ کدام است؟

۱) ۳π
۲) $\frac{۳\pi}{۲}$
۳) ۲π
۴) $\frac{۵\pi}{۲}$

۱۵- بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جواب معادلهٔ $\cos^۲ x+\cos ۲x=\frac{۱}{۲}$ در بازهٔ $(۰,۲\pi)$ چه‌قدر اختلاف دارند؟

۱) $\frac{۳\pi}{۲}$
۲) π
۳) $\frac{۴\pi}{۳}$
۴) $\frac{۷\pi}{۴}$

حسابان و ریاضی پایه (مباحث مستقل): حسابان (۲): صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۵۱

۱۶- اگر a عددی طبیعی باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to a^+}\frac{[x^۲]-۱}{[x]-۱}$ در صورت وجود کدام می‌تواند باشد؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۱۷- حاصل حد $\lim\limits_{x\to ۴}\frac{\sqrt[۳]{۲x}-۲}{x^۲-۴x}$ برابر با کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$
۲) $\frac{۱}{۱۲}$
۳) $\frac{۱}{۲۴}$
۴) $\frac{۱}{۱۸}$

۱۸- فرض کنید $f(x)=\frac{\cos ۲x}{۱-\tan x}$ و $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۴}} f(x)=f(\alpha)$ باشد. α کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{\pi}{۳}$
۲) $\frac{۳\pi}{۴}$
۳) π
۴) $\frac{\pi}{۶}$

۱۹- اگر $f(x)=[-x]$ باشد، تابع $y=f(۲x)-f(\frac{x}{۲})$ در کدام نقطه پیوسته است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

۲۰- تابع $f(x)=(x-۲)[\sqrt{۲x}]$ در بازهٔ $(۱,\alpha)$ پیوسته است. حداکثر $f(\alpha)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴/۵
۲) ۷/۵
۳) ۸/۵
۴) ۹

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰ و ۳۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

۲۱- ۱۷۳۰ تومان را با اسکناس‌های ۲۰ و ۵۰ تومانی پرداخته‌ایم. این کار به چند صورت ممکن است انجام شده باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۷ ۴) ۱۸

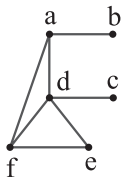
۲۲- معادلهٔ $(5m+2)x+(m^2+1)y=7n+1$ به ازای هر مقدار صحیح m دارای جواب است. مقدار n کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۶۱ ۲) ۶۲ ۳) ۶۳ ۴) ۶۴

۲۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $۹^{۱۰}+۲^{۴۰}-۷^{۲۰}$ بر ۱۲ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) ۱

۲۴- یک یال از گراف زیر را حذف می‌کنیم و گراف به دست آمده را G می‌نامیم. اگر $\deg_{\bar{G}}(f)+|N_G[e]|=6$ باشد، یال حذف‌شده کدام می‌تواند باشد؟ ($|A|$ برابر با تعداد عضوهای مجموعهٔ A است.)



۱) fd ۲) fe

۳) ed ۴) نشدنی

۲۵- گرافی با رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ و $E=\{ab,bc,de,ae\}$ چند زیرگراف پنج‌رأسی مانند H دارد که $N_H(a)=\{b,e\}$؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۶- در گرافی از مرتبهٔ ۱۰ با ۴۲ یال، تعداد رئوس درجهٔ ۸ کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۲۷- چند گراف منتظم وجود دارد که اندازهٔ آن ۳ واحد کم‌تر از مرتبه باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) هیچ

۲۸- مرتبهٔ گراف کامل k_p عددی دورقمی است. اگر q اندازهٔ گراف باشد با کدام احتمال $|q-p|$ ۹؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۲۹- در گراف ۷ـ منتظم G رابطهٔ $|N_G[a]|+|N_{\bar{G}}(a)|=10$ برقرار است. گراف $\bar{G}$ را به چند صورت می‌توانیم رسم کنیم؟ ($|A|$ برابر با تعداد عضوهای مجموعهٔ A است.)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰- ۴۵ گراف ساده از اندازهٔ ۲ با رأس‌های $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ می‌توان ساخت. چند گراف جهت‌دار بدون طوقه روی همین مجموعه رئوس می‌توان تعریف کرد؟

۱) 2^{10}
۲) 2^{20}
۳) 2^{9}
۴) 2^{21}

۳۱- با استفاده از ارقام ۵،۴،۳،۲،۱،۰ و بدون تکرار ارقام چند عدد زوج ۶رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ می‌توان ساخت؟

۱) ۱۹۲
۲) ۲۱۶
۳) ۱۶۸
۴) ۱۳۶

۳۲- n کتاب ریاضی مختلف و ۴ کتاب ادبیات مختلف را به ۱۱۵۲ روش مختلف می‌توانیم به صورت یک در میان در یک قفسه بچینیم. اگر قرار باشد کتاب‌های ریاضی همگی کنار هم باشند این کار به چند صورت ممکن است انجام پذیرد؟

۱) ۷۲۰
۲) ۱۴۴۰
۳) ۲۸۸۰
۴) ۱۴۴۰۰

۳۳- با حروف کلمهٔ «بازرس» چند کلمهٔ سه‌حرفی و بدون تکرار حروف می‌توان ساخت به طوری که فقط یک حرف نقطه‌دار داشته باشد؟

۱) ۴۸
۲) ۳۶
۳) ۱۸
۴) ۱۲

۳۴- در یک آجیل‌فروشی ۱۰ نوع خشکبار که در دو گروه ۵تایی طبقه‌بندی شده‌اند وجود دارد. هر آجیل ترکیبی از ۵ نوع خشکبار که حتماً از دو گروه در آن استفاده شده، ساخته می‌شود، اما یک نوع خشکبار خاص از دستهٔ اول با یک نوع خاصی از دستهٔ دوم نباید با هم مخلوط شود. چند آجیل مختلف ممکن است درست شود؟

۱) ۶۹
۲) ۱۴۴
۳) ۱۷۶
۴) ۱۹۴

۳۵- اگر $P(n+1,3) = 14C(n,2)$ باشد، حاصل $\binom{2n}{n} + \binom{2n}{n+1}$ کدام است؟

۱) $\binom{13}{5}$
۲) $\binom{13}{7}$
۳) $\binom{12}{5}$
۴) $\binom{12}{4}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶، هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۳۲

۳۶- معادلهٔ دایرهٔ به مرکز $(-۱,۲)$ و گذرنده از نقطهٔ $(-۲,۱)$ به صورت $x^۲+y^۲+ax+by=c$ است. حاصل $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۳ ۳) ۴ ۴) -۵

۳۷- دایره‌ای به مرکز $(-۱,۴)$ بر روی خط $۳y=۲x+۱$، وتری به طول $۲\sqrt{۷}$ و بر روی نیمساز ربع دوم و چهارم، وتر PQ را جدا می‌کند. عرض نقطهٔ وسط پاره‌خط PQ کدام است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۲ ۳) ۱/۵ ۴) ۱

۳۸- شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر نیمسازهای محورهای مختصات مماس بوده و مرکز آن روی خط $۲x+y=۴$ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۴

۳۹- دایره‌ای از دو نقطهٔ $(۱۲,۰)$ و $(۰,۰)$ گذشته و بر خط $y=-۲$ مماس است. مجموع طول و عرض مرکز این دایره کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

۴۰- دایره به معادلهٔ $x^۲+y^۲=\sqrt{۳}x+y$ را در نظر بگیرید. قسمتی از محیط این دایره که در ناحیهٔ اول قرار دارد، چند برابر قسمتی است که در ناحیهٔ چهارم قرار دارد؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۲/۵

۴۱- پاره‌خط ثابت $AB=۶$ وتر یک مثلث قائم‌الزاویه است. اگر $S_۱$ مکان هندسی نقطهٔ همرسی میانه‌های این مثلث و $S_۲$ مکان هندسی نقاط به فاصلهٔ ۲ از خط گذرا بر A و B باشد، مجموعهٔ $S_۱\cap S_۲$ چند عضو دارد؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۴۲- دایرهٔ C به شعاع ۵، محور xها را با طول ۱۰ قطع می‌کند و بر دایرهٔ $x^۲+y^۲=۱$ مماس‌خارج است. طول نقطهٔ مرکز دایرهٔ C کدام است؟

۱) ۵/۵ ۲) ۵/۵۵ ۳) ۵/۶ ۴) ۵/۶۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

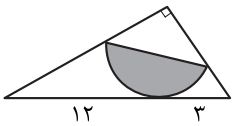
۴۳- طول مماس مشترک داخلی دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۷ برابر با $۲\sqrt{۲۲}$ است. کم‌ترین فاصلهٔ بین نقاط این دو دایره کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۴- نقاطی از دایرهٔ $C(O,R)$ که از خط Δ به فاصلهٔ یک هستند، رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. طول وتری که خط Δ از دایرهٔ C جدا می‌کند، کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۲\sqrt{۱۵}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

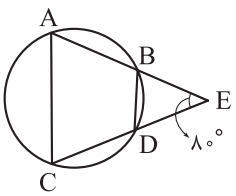
۴۵- مطابق شکل، در یک مثلث قائم‌الزاویه کمانی به مرکز رأس قائمه، مماس بر وتر رسم کرده‌ایم.



اگر نقطهٔ تماس روی وتر پاره‌خط‌هایی به طول ۳ و ۱۲ ایجاد کند، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

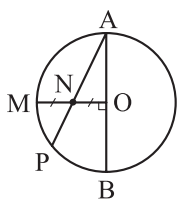
۱) $۹\pi - ۱۲$ ۲) $۹\pi - ۱۸$ ۳) $۶\pi - ۸$ ۴) $۶\pi - ۶$

۴۶- مطابق شکل، امتدادهای AB و CD در نقطهٔ E با زاویهٔ ۸۰° متقاطع‌اند. اگر $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ و $\overset{\frown}{AC} = ۵\overset{\frown}{BD}$، آن‌گاه طول کدام پاره‌خط با شعاع دایره برابر است؟



۱) BD ۲) CD ۳) BE ۴) DE

۴۷- در دایرهٔ $C(O,R)$، قطر AB بر شعاع OM عمود است. مطابق شکل اگر N وسط OM باشد، حاصل $AN.AP$ برابر با کدام است؟



۱) $۲\sqrt{۲}R^۲$ ۲) $۲R^۲$ ۳) $\sqrt{۳}R^۲$ ۴) $۴R^۲$

۴۸- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶، طول خط‌المرکزین دایرهٔ محاطی داخلی و کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی خارجی کدام است؟

۱) $\frac{۹\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) ۸ ۳) ۵/۵ ۴) $\frac{۵\sqrt{۵}}{۲}$

۴۹- دایرهٔ محاطی یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین در نقاط M و N بر ساق‌های آن مماس است. اگر نسبت قاعده‌های ذوزنقه $\frac{۱}{۳}$ باشد، طول MN چند برابر قاعدهٔ کوچک‌تر است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۵۰- مجموع فاصله‌های نقطهٔ M درون یک شش‌ضلعی منتظم، از ضلع‌های آن برابر $۶\sqrt[۴]{۳}$ است. اگر شعاع دایرهٔ محیطی این شش‌ضلعی R و شعاع دایرهٔ محاطی آن r باشد، حاصل $R.r$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $۳\sqrt{۳}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون سوم حضوری

دفترچه شماره ۲

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۷۰ • مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۵ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

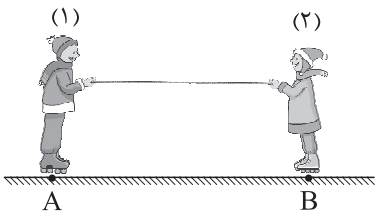
فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰

۵۱- در شکل زیر، شخصی با کفش‌های چرخ‌داری که اصطکاک آن‌ها با سطح افقی ناچیز است، درون اتاقک یک کامیون ساکن ایستاده است. اگر کامیون رو به جلو شروع به حرکت کند، طبق قانون ..... نیوتون، فاصلهٔ شخص از انتهای اتاقک کامیون، ..... می‌یابد.

۱) اول ـ کاهش　　۲) دوم ـ افزایش

۳) اول ـ افزایش　　۴) دوم ـ کاهش

۵۲- مطابق شکل زیر، دو نفر به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ روی یک سطح افقی با اصطکاک ناچیز قرار دارند. اگر این دو نفر ابتدا در نقاط A و B و در فاصلهٔ ۶متری از هم قرار داشته باشند و هر یک توسط طنابی دیگری را به سمت خود بکشد، در فاصلهٔ چند متری نقطهٔ A به هم می‌رسند؟



۱) ۲　　۲) ۱/۲

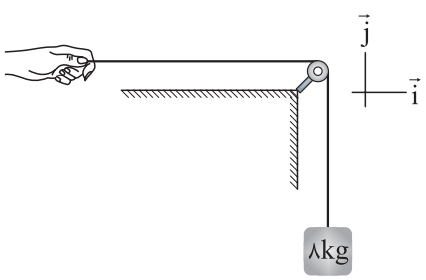
۳) ۴　　۴) ۳

۵۳- چتربازی از ارتفاع بسیار بلندی سقوط می‌کند. قبل از بازکردن چتر، چترباز به تندی حدی v_1 می‌رسد. در این حالت اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر مجموعه $F_{D(1)}$ است. بعد از بازکردن چتر، چترباز به تندی حدی v_2 رسیده و اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر مجموعه برابر $F_{D(2)}$ می‌شود. کدام مقایسه درست است؟

۱) $F_{D(1)} = F_{D(2)} , v_1 = v_2$　　۲) $F_{D(1)} < F_{D(2)} , v_1 = v_2$

۳) $F_{D(1)} = F_{D(2)} , v_1 > v_2$　　۴) $F_{D(1)} < F_{D(2)} , v_1 > v_2$

۵۴- شخصی توسط طنابی با جرم ناچیز، مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۸ kg را با شتاب رو به پایینی به بزرگی $2\ m/s^2$ جابه‌جا می‌کند. نیرویی که طناب به دست شخص وارد می‌کند، در SI کدام است؟ ($g = 10\ m/s^2$ و از جرم طناب و تمامی اصطکاک‌ها صرف نظر شود.)



۱) $-64\vec{i}$

۲) $+64\vec{i}$

۳) $-96\vec{i}$

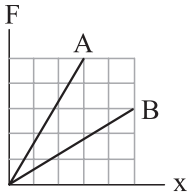
۴) $+96\vec{i}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

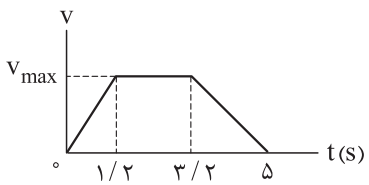
۵۵- نمودار زیر، تغییرات نیروی کشسانی دو فنر A و B را برحسب تغییر طول آن‌ها نشان می‌دهد. از فنر قائم A جسمی به جرم m آویخته شده و در حال تعادل طول آن نسبت به حالت عادی ۲/۴ cm افزایش یافته است. اگر از فنر قائم B جسمی به جرم ۳ m آویخته شود، در حال تعادل طول آن نسبت به وضعیت عادی چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟



۱) ۳　　۲) ۴

۳) ۱۵　　۴) ۲۰

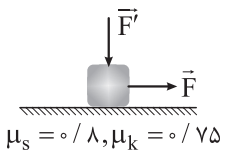
۵۶- نمودار سرعت ـ زمان آسانسوری که به سمت بالا حرکت می‌کند، به شکل زیر است. شخصی درون این آسانسور روی یک ترازو ایستاده است. اگر بیشترین مقداری که ترازو نشان می‌دهد، ۱/۵ برابر کم‌ترین مقدار آن باشد، بیشینهٔ تندی آسانسور در این حرکت چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$)



۱) ۱/۸　　۲) ۲

۳) ۲/۷　　۴) ۳

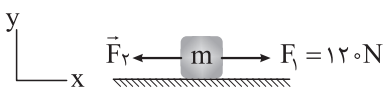
۵۷- در شکل زیر جسمی به جرم ۵ kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروهای هم‌اندازهٔ $\vec{F}$ و $\vec{F}'$ در آستانهٔ حرکت قرار دارد. اگر اندازهٔ هر یک از این نیروها ۱۰۰ N افزایش یابد، اندازهٔ نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، به چند نیوتون می‌رسد؟ ($g = ۱۰\ N/kg$، نیروی $\vec{F}$ افقی و نیروی $\vec{F}'$ قائم است.)



۱) $۵۰\sqrt{۶۸}$　　۲) $۵۰\sqrt{۸۵}$

۳) ۳۵۰　　۴) ۴۳۷/۵

۵۸- مطابق شکل زیر، جسمی با شتاب $(+۲\ m/s^۲)\vec{i}$ روی سطح افقی به صورت تندشونده در حال حرکت است. اگر نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند در SI به صورت $\vec{F} = ۶۰\vec{i} - ۲۰۰\vec{j}$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ و نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ افقی هستند.)



۱) ۲۰　　۲) ۲۲۰　　۳) ۴۰　　۴) ۲۴۰

۵۹- آسانسوری با شتابی به بزرگی $۱/۲\ m/s^۲$ به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. جسمی به جرم ۲ kg با نیروی افقی $\vec{F}$ به دیوارهٔ این آسانسور با ضریب اصطکاک ایستایی ۰/۵ تکیه داده شده است. اندازهٔ نیروی F حداقل چند نیوتون باشد تا جسم روی دیوارهٔ آسانسور نلغزد؟ ($g = ۹/۸\ m/s^۲$)

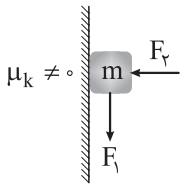
۱) ۱۷/۲　　۲) ۳۴/۴　　۳) ۲۲　　۴) ۴۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

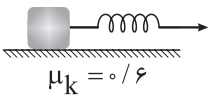
www.konkur.in

۶۰- در شکل زیر جسمی به جرم $600\ g$ تحت تأثیر دو نیروی افقی و قائم F_1 و F_2 از حال سکون با شتاب ثابت به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت $20\ cm$ تندی آن به $2\ m/s$ می‌رسد. اگر در این لحظه جهت نیروی F_1 عکس شود، جسم پس از طی مسافت $40\ cm$ متوقف می‌شود. اندازهٔ نیروی F_1 چند نیوتون است؟ $(g = 10\ N/kg)$



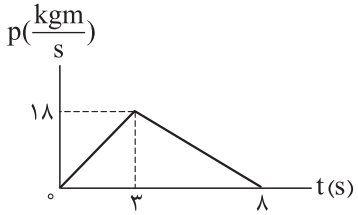
۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۲/۵
۴) ۴/۵

۶۱- در شکل زیر، توسط یک فنر به ثابت $200\ N/m$، جسمی به جرم $5\ kg$ را روی سطح افقی به حرکت درمی‌آوریم. اگر تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی آن $24\ cm$ باشد، اندازهٔ تغییر تکانهٔ جسم در مدت $5\ s$، چند واحد SI است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) ۶۰
۲) ۹۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۴۰

۶۲- جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، تحت تأثیر نیروی افقی $\vec{F}$ شروع به حرکت کرده و پس از $3\ s$ این نیرو حذف می‌شود. اگر نمودار تکانه ـ زمان جسم در طی این حرکت به شکل مقابل باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

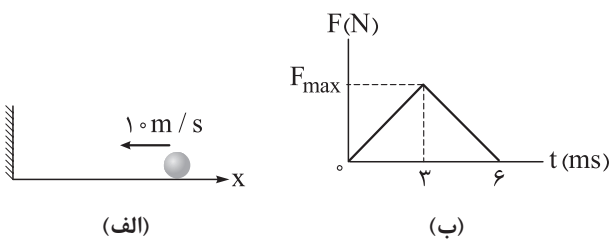


۱) ۳/۶
۲) ۶
۳) ۹/۶
۴) ۲/۴

۶۳- اگر اندازهٔ تکانهٔ جسم A، ۲۰ درصد بیشتر از اندازهٔ تکانهٔ جسم B و انرژی جنبشی جسم A، ۱۰ درصد کم‌تر از انرژی جنبشی جسم B باشد، جرم جسم A، ..... درصد ..... از جرم جسم B است.

۱) ۶۰ ـ بیشتر
۲) ۶۰ ـ کم‌تر
۳) ۳۷/۵ ـ بیشتر
۴) ۳۷/۵ ـ کم‌تر

۶۴- توپی به جرم $400\ g$ مطابق شکل (الف)، در راستای افق با تندی $10\ m/s$ به دیوار برخورد کرده و با تندی $8\ m/s$ برمی‌گردد. اگر نمودار بزرگی نیرویی که دیوار به توپ وارد می‌کند، برحسب زمان مطابق شکل (ب) باشد، اندازهٔ بیشینهٔ نیرویی که توپ به دیوار وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



(الف) (ب)

۱) ۴۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۲۴۰۰
۴) ۴۸۰۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵- چگالی سیاره‌ای ۴ برابر چگالی زمین و شعاع آن $\frac{۱}{۹}$ برابر شعاع زمین است. اگر شتاب گرانشی زمین در فاصلهٔ h از سطح زمین برابر با شتاب گرانشی این سیاره در سطح آن باشد، h چند برابر شعاع زمین است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۵

۶۶- متحرکی روی محیط دایره‌ای با تندی ثابت و دورهٔ تناوب T در حال حرکت است. اگر اندازهٔ شتاب مرکزگرای متحرک در SI برابر ۶π باشد، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازه‌ای به مدت $\frac{۳}{۴}T$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) $۴\sqrt{۲}$ ۴) $۸\sqrt{۲}$

۶۷- وزنه‌ای را به انتهای فنری به طول $۳۶\ cm$ و ثابت $۶۰۰\ N/m$ بسته و آن را روی سطح افقی بدون اصطکاکی حول انتهای دیگر فنر با تندی ثابت می‌چرخانیم. اگر در این حالت طول فنر به $۴۰\ cm$ برسد، انرژی جنبشی وزنه برابر چند ژول است؟

۱) ۲/۴ ۲) ۴/۸ ۳) ۹/۶ ۴) ۱۹/۲

۶۸- یک صفحهٔ افقی چرخان، در هر دقیقه به طور یکنواخت ۲۰ دور می‌چرخد. جسمی روی این صفحه، به فاصلهٔ $۹۰\ cm$ از مرکز دورانِ آن قرار دارد و بدون لغزش همراه صفحه دوران می‌کند. کدام مورد دربارهٔ ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و صفحه (μ_s) درست است؟ $(g = \pi^۲ \frac{m}{s^۲})$

۱) $\mu_s \geq ۰/۲$ ۲) $\mu_s \leq ۰/۲$ ۳) $\mu_s \geq ۰/۴$ ۴) $\mu_s \leq ۰/۴$

۶۹- خودرویی به جرم ۱/۲ تن در یک پیچ مسطح افقی، به شعاع $۹۶\ m$ در حال حرکت است. اگر تندی این خودرو از $۱۰۸\ km/h$ بیشتر شود، بر روی سطح جاده می‌لغزد. ضریب اصطکاک ایستایی بین لاستیک و سطح جاده چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲)$

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۵}{۱۶}$

۷۰- دو ماهوارهٔ A و B در دو مدار دایره‌ای متفاوت به دور زمین در گردش هستند. جرم ماهوارهٔ B، ۲ برابر جرم ماهوارهٔ A و تندی ماهوارهٔ B، نصف تندی ماهوارهٔ A است. اگر ماهوارهٔ A در مدار همگام با زمین در حال حرکت باشد، دورهٔ گردش ماهوارهٔ B چند ساعت است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۸ ۳) ۹۶ ۴) ۱۹۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

داوطلب گرامی، برای پاسخگویی به سؤال‌های ۷۱ تا ۹۰ از بین سؤال‌های زوج‌درس **شروع از دهم** و زوج‌درس **شروع از یازدهم**، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. حتماً در پاسخبرگ مشخص کنید که چه زوج‌درسی را پاسخ می‌دهید.

زوج‌درس شروع از دهم: فیزیک (۱): صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۴۹

۷۱- فشار ۲ mol گاز کامل در حجم ثابت ۲ L از ۴ atm به P می‌رسد. اگر در این فرایند دمای گاز ۴۰ °C کاهش یابد، P برحسب اتمسفر کدام است؟ ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$)

۱) ۰/۸ ۲) ۳/۲ ۳) ۴/۸ ۴) ۷/۲

۷۲- در یک مخزن، مقداری گاز کامل در فشار ۳ atm و دمای ۱۲۷ °C موجود است. چند درصد از جرم گاز درون مخزن را خارج کنیم تا دمای آن به ۴۷ °C و فشار آن به ۱/۵ atm برسد؟

۱) ۶۲/۵ ۲) ۴۰ ۳) ۳۷/۵ ۴) ۱۶

۷۳- کدام‌یک از عبارت‌های زیر دربارهٔ یک گاز آرمانی درست است؟

الف) متغیرهای ترمودینامیکی در فرایندهای ترمودینامیکی ایستاوار، مستقل از یکدیگر هستند.

ب) برای یک گاز که در تعادل ترمودینامیکی است، فشار و دما در تمام نقاط یکسان است.

پ) رابطهٔ بین متغیرهای ترمودینامیکی یک گاز کامل وابسته به نوع مولکول‌های گاز است.

ت) اگر متغیرهای ترمودینامیکی به صورت خودبه‌خودی تغییر نکنند، دستگاه در تعادل ترمودینامیکی است.

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

۷۴- با یک مخزن به حجم ۳۰ L که از گاز کامل با دمای ۲۷ °C پر شده و فشار آن ۲۰ atm است، می‌خواهیم کپسول‌های خالی به حجم ۲ L را به گونه‌ای پر کنیم که فشارسنج متصل به کپسول‌ها عدد ۲ atm را نشان بدهد. چند کپسول را می‌توان توسط این مخزن پر کرد؟ ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$، فشار هوا برابر ۱ atm و دمای گاز در حین انتقال و پس از آن ثابت است.)

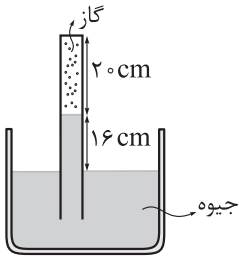
۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۰۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۵- در شکل زیر دمای گاز حبس‌شده در انتهای لوله $27\ ^\circ C$ است. لوله را چند سانتی‌متر به سمت بالا جابه‌جا کنیم تا دمای مطلق گاز ۱۰٪ و فشار آن ۴۰٪ کاهش یابد؟ $(P_0 = 76\ cmHg)$



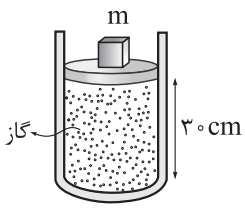
۱) ۳۴

۲) ۳۰

۳) ۲۶

۴) ۲۲

۷۶- در شکل زیر مقداری گاز آرمانی زیر یک پیستون و داخل استوانه‌ای قرار دارد. جرم وزنهٔ روی پیستون $6\ kg$ و سطح مقطع پیستون $50\ cm^2$ است. اگر دمای گاز را از $136/5\ ^\circ C$ به $409/5\ ^\circ C$ برسانیم، برای آن‌که پیستون به اندازهٔ $10\ cm$ بالاتر برود، باید چند کیلوگرم دیگر وزنه روی پیستون قرار دهیم؟ ($g = 10\ N/kg$ و فشار هوای محیط $1\ bar$ است.)



۱) ۱۴

۲) ۲۰

۳) ۱۷/۵

۴) ۱۳/۵

۷۷- اگر دمای یک مکعب فلزی توخالی به ضلع $20\ cm$ و جرم $200\ g$، از $25\ ^\circ C$ به $150\ ^\circ C$ برسد، انرژی درونی آن چند ژول افزایش می‌یابد؟ (فشار هوا $10^5\ Pa$، ضریب انبساط طولی فلز $2\times10^{-5}\ \frac{1}{K}$ و گرمای ویژهٔ آن $0/2\ \frac{kJ}{kg.K}$ است.)

۱) ۵۰۶۰　　۲) ۴۹۴۰　　۳) ۵۰۰۶　　۴) ۴۹۹۴

۷۸- چند مورد از عبارت‌های زیر دربارهٔ فرایندهای ترمودینامیکی که یک دستگاه طی می‌کند، درست است؟

الف) اگر در یک فرایند، گرمایی با محیط مبادله نشود، دمای دستگاه ثابت می‌ماند.

ب) اگر در یک فرایند، دمای دستگاه ثابت باشد، گرمایی با محیط مبادله نمی‌شود.

پ) اگر حجم دستگاه ثابت باشد، همهٔ گرمای داده‌شده به دستگاه به انرژی درونی تبدیل می‌شود.

ت) اگر در فرایندی حجم دستگاه کاهش یابد، انرژی درونی دستگاه افزایش می‌یابد.

۱) ۴　　۲) ۳　　۳) ۲　　۴) ۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹- مقدار معینی از یک گاز کامل به صورت هم‌فشار منبسط می‌شود. اگر کار انجام‌شده روی گاز، گرمای مبادله‌شده توسط گاز با محیط و تغییر انرژی درونی گاز به ترتیب W، Q و ΔU باشند، کدام مورد دربارهٔ دو نسبت $K = \frac{W}{Q}$ و $K' = \frac{Q}{\Delta U}$ درست است؟

۱) $-۱ < K < ۰ ، ۰ < K' < ۱$

۲) $K < -۱ ، ۰ < K' < ۱$

۳) $-۱ < K < ۰ ، K' > ۱$

۴) $K < -۱ ، K' > ۱$

۸۰- حجم مقدار معینی از گاز کاملی را بسیار سریع از $۴\ L$ به $۳\ L$ می‌رسانیم. در این فرایند انرژی درونی گاز $۴۰۰\ J$ تغییر می‌کند. اگر در ادامه، حجم گاز طی یک فرایند هم‌دما از $۳\ L$ به $۴\ L$ برسد، گرمای Q را مبادله می‌کند. کدام مورد دربارهٔ Q درست است؟

۱) $Q < -۴۰۰\ J$

۲) $Q > -۴۰۰\ J$

۳) $Q > ۴۰۰\ J$

۴) $Q < ۴۰۰\ J$

۸۱- حجم مقدار معینی از یک گاز آرمانی، طی یک فرایند بی‌دررو، دو برابر می‌شود. اگر در این فرایند فشار گاز از $P_۱$ به $P_۲$ و دمای آن از $T_۱$ به $T_۲$ برسد، کدام مقایسه درست است؟

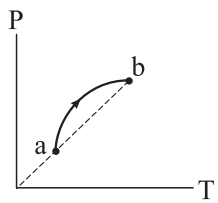
۱) $T_۲ > T_۱ \text{ و } P_۲ > \frac{P_۱}{۲}$

۲) $T_۲ < T_۱ \text{ و } P_۲ > \frac{P_۱}{۲}$

۳) $T_۲ > T_۱ \text{ و } P_۲ < \frac{P_۱}{۲}$

۴) $T_۲ < T_۱ \text{ و } P_۲ < \frac{P_۱}{۲}$

۸۲- نمودار فشار برحسب دمای مقدار معینی گاز کامل در یک فرایند به شکل زیر است. کدام مورد دربارهٔ این فرایند درست است؟



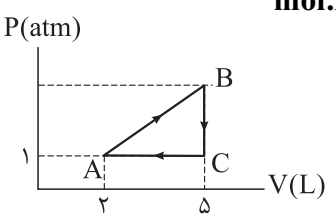
۱) کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط برابر صفر است.

۲) کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط مثبت است.

۳) انرژی درونی گاز ثابت مانده است.

۴) انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.

۸۳- نیم مول گاز آرمانی داخل یک استوانه، چرخه‌ای را مانند شکل زیر می‌پیماید. اگر گرمایی که گاز در این چرخه می‌گیرد $۶۰۰\ J$ باشد، بیشینهٔ دمای گاز در طی چرخه چند درجهٔ سلسیوس است؟ $(R = ۸\ \frac{J}{mol.K})$



۱) ۳۲۷

۲) ۳۵۲

۳) ۶۰۰

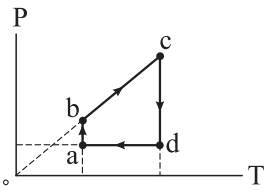
۴) ۶۲۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۴- نمودار (P-T) یک مول گاز کامل در طی یک چرخه به شکل زیر است. اگر اندازهٔ تغییر انرژی درونی گاز در فرایند da، ۴۰۰ J باشد، در فرایند bc گاز چند ژول گرما و چگونه مبادله کرده است؟



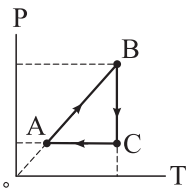
۱) بیشتر از ۴۰۰ J، به محیط گرما داده است.

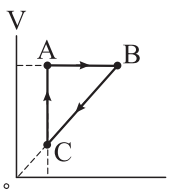
۲) بیشتر از ۴۰۰ J، از محیط گرما گرفته است.

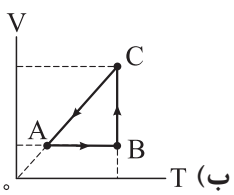
۳) ۴۰۰ J، به محیط گرما داده است.

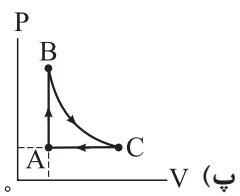
۴) ۴۰۰ J، از محیط گرما گرفته است.

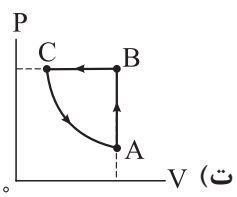
۸۵- نمودار فشار برحسب دمای مقدار معینی گاز کامل در طی یک چرخه به شکل زیر است. نمودارهای مربوط به این چرخه کدام می‌توانند باشند؟



الف)


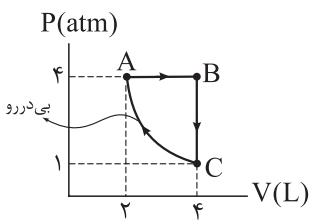
ب)


پ)


ت)


۱) الف و پ　　۲) الف و ت　　۳) ب و پ　　۴) ب و ت

۸۶- نمودار فشار برحسب حجم مقدار معینی گاز کامل در طی یک چرخه به شکل زیر است. اگر اندازهٔ گرمای مبادله‌شده بین گاز و محیط در فرایندهای AB و BC به ترتیب ۲ kJ و ۱/۸ kJ باشد، کار انجام‌شده توسط گاز در فرایند بی‌دررو CA چند ژول است؟



۱) ۱۰۰۰　　۲) −۱۰۰۰

۳) ۶۰۰　　۴) −۶۰۰

۸۷- در یک ماشین گرمایی با بازده ۴۰ درصد، در هر ۱۰ s، ۹ kJ گرما به محیط بیرون داده می‌شود. توان خروجی این ماشین گرمایی چند کیلووات است؟

۱) ۶۰۰　　۲) ۰/۶　　۳) ۱۵۰۰　　۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸- یک ماشین گرمایی با توان خروجی $8\ kW$ در هر دقیقه ۲۰۰ چرخه طی را می‌کند. اگر این ماشین گرمایی در هر چرخه $1/6\ kJ$ گرما به منبع دما پایین بدهد، در هر ساعت چند کیلوگرم سوخت مصرف می‌کند؟ (گرمای دریافتی از سوخت $6\times10^4\ J/g$ است.)

۱) ۰/۶ ۲) ۶ ۳) ۰/۸ ۴) ۸

۸۹- کدام‌یک از ماشین‌های گرمایی زیر قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند؟

- **ماشین A: با توان خروجی $4\ kW$ در هر دقیقه $0/24\ MJ$ گرما از منبع دمابالا دریافت می‌کند.**
- **ماشین B: در هر $0/6\ s$، $8\ kJ$ کار انجام می‌دهد و $0/2\ g$ از سوختی مصرف می‌کند که گرمای حاصل از آن $40\ kJ/g$ است.**
- **ماشین C: با توان $6\ kW$ و بازده ۸۰ درصد در هر دقیقه ۴۰۰ چرخه طی می‌کند.**

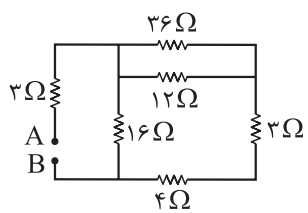
۱) فقط ماشین A ۲) فقط ماشین B ۳) ماشین‌های B و C ۴) ماشین‌های A و B

۹۰- یخچالی به ازای هر ژول کاری که بر روی آن انجام می‌شود، $5/2\ J$ گرما به محیط اطراف می‌دهد. این یخچال به ازای هر کیلووات ساعت انرژی که مصرف می‌کند، چند کیلوگرم آب $50\ ^\circ F$ را به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کند؟ ($c_{آب}=4200\ \frac{J}{kg.\ ^\circ C}$ و $L_F=336\times10^3\ J/kg$)

۱) ۴ ۲) ۴۰ ۳) ۴/۹۵ ۴) ۴۹/۵

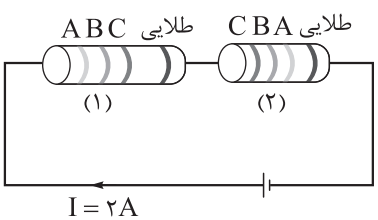
فیزیک یازدهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۷۰ تا ۱۰۸

۷۱- در شکل داده‌شده، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟



۱) ۹ ۲) ۱۱
۳) ۱۲ ۴) ۱۹

۷۲- دو مقاومت ترکیبی (۱) و (۲) را مطابق شکل به یک منبع آرمانی وصل می‌کنیم، توان مصرفی مقاومت (۱)، $80\ kW$ است. نیروی محرکهٔ باتری چند کیلوولت است؟ (از تلرانس مقدار مقاومت‌های ترکیبی چشم‌پوشی کنید.)

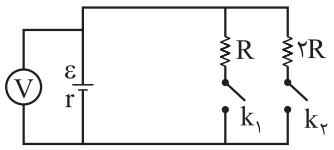


۱) ۲۳ ۲) ۴۶
۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

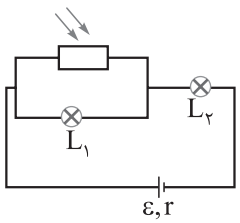
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



۷۳- در مدار شکل مقابل، اگر کلید k_1 را ببندیم و کلید k_2 باز باشد، ولت‌سنج آرمانی عدد ۳ V و اگر کلید k_2 را ببندیم و کلید k_1 باز باشد، ولت‌سنج عدد ۴ V را نشان می‌دهد. اگر هر دو کلید k_1 و k_2 را ببندیم، ولت‌سنج چند ولت را نشان می‌دهد؟

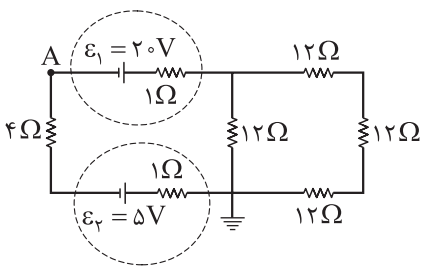
۱) $\frac{۱۲}{۷}$　　۲) ۲　　۳) ۲/۴　　۴) $\frac{۲۴}{۷}$



۷۴- در مدار شکل روبه‌رو، با افزایش شدت روشنایی تابیده به LDR، شدت روشنایی لامپ‌های L_1 و L_2 به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

۱) افزایش، افزایش　　۲) افزایش، کاهش

۳) کاهش، افزایش　　۴) کاهش، کاهش



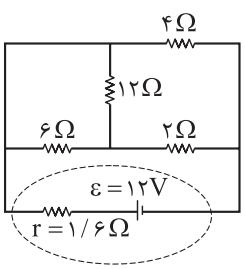
۷۵- در مدار شکل روبه‌رو، پتانسیل نقطهٔ A برابر چند ولت است؟

۱) ۳۰

۲) −۱۰

۳) ۱۰

۴) صفر



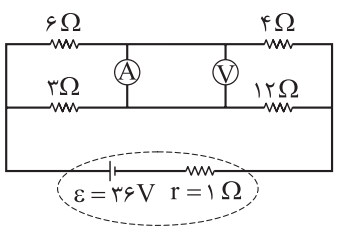
۷۶- در مدار شکل مقابل، توان مصرفی مقاومت ۱۲ اهمی چند وات است؟

۱) ۰/۴۸

۲) ۱/۹۲

۳) ۷/۶۸

۴) ۱۲



۷۷- در مدار شکل روبه‌رو، آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی به ترتیب از راست به چپ چند آمپر و چند ولت را نشان می‌دهند؟

۱) ۱/۵، ۱۸

۲) ۲/۵، ۱۸

۳) ۱/۵، صفر

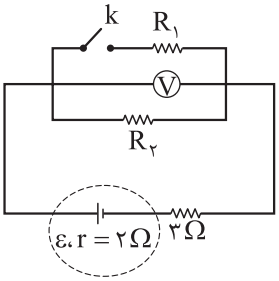
۴) ۲/۵، صفر

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸- در مدار شکل روبه‌رو، ابتدا کلید k بسته است. با بازشدن آن، عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد و توان خروجی باتری به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟



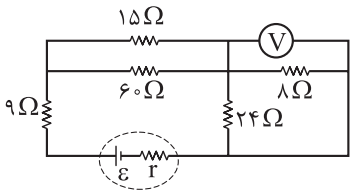
۱) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد

۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد

۳) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد

۴) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد

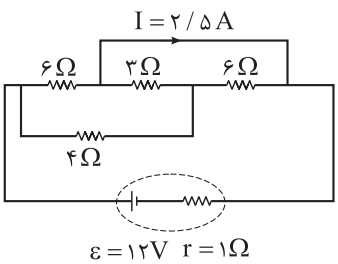
۷۹- در مدار شکل مقابل، حداکثر توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها ۲۴۰ W است. در حالتی که مدار بیشترین توان مصرفی را دارد به طوری که مقاومتی آسیب نبیند، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۱) ۴۰　　۲) ۳۰

۳) ۳۲　　۴) ۷/۵

۸۰- در مدار شکل روبه‌رو، توان خروجی باتری چند وات است؟



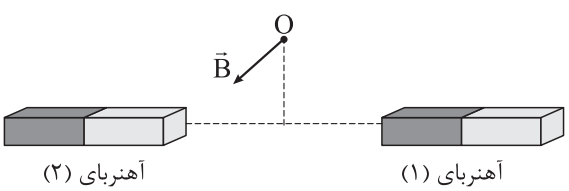
۱) ۱۵

۲) ۲۷

۳) ۳۶

۴) ۴۵

۸۱- در شکل زیر، بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربای میله‌ای که در یک صفحه و در امتداد هم قرار دارند، در نقطهٔ O مشخص شده است. اگر آهنربای (۱) روی صفحه و حول مرکز خود، ۱۸۰° دوران پیدا کند، بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ O تقریباً در چه جهتی خواهد بود؟ (نقطهٔ O در فاصلهٔ یکسانی از دو آهنربا قرار دارد.)



۱) ↘

۲) ↖

۳) ↙

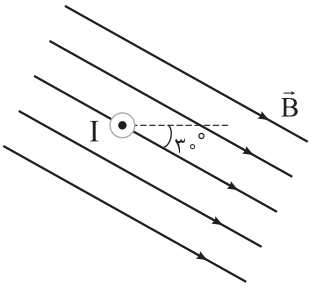
۴) ↗

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲- در شکل روبه‌رو، سیمی به طول $80\ cm$، عمود بر صفحه و حامل جریان برون‌سویی به اندازهٔ $3\ A$، در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ به بزرگی $300\ G$ قرار دارد. به ترتیب، اندازهٔ نیروی مغناطیسی وارد بر سیم چند نیوتون است و این نیرو با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟



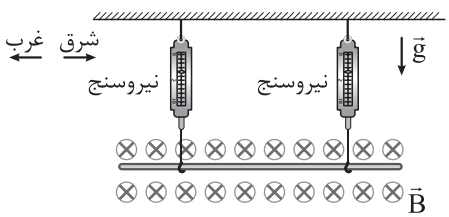
۱) $7/2\times10^{-2}$، ۹۰

۲) $7/2\times10^{-2}$، ۶۰

۳) $3/6\times10^{-2}$، ۹۰

۴) $3/6\times10^{-2}$، ۶۰

۸۳- در شکل زیر، یک میلهٔ رسانا به جرم $400\ g$ در راستای غرب ـ شرق به دو نیروسنج مشابه آویزان شده است و در میدان مغناطیسی یکنواختی به سمت شمال قرار دارد. وقتی جریان الکتریکی عبوری از میله $5\ A$ و به سمت غرب است، هر یک از نیروسنج‌ها $3/5\ N$ را نشان می‌دهند. اگر جریان عبوری از میله $2/5\ A$ و به سمت شرق باشد، در وضعیت تعادل میله، هر یک از نیروسنج‌ها چند نیوتون را نشان می‌دهند؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱) ۰/۷۵

۲) ۱/۲۵

۳) ۱/۵

۴) ۲/۵

۸۴- در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = (0/2\ T)\vec{i}$، ذرهٔ بارداری با بار الکتریکی $-2\ \mu C$ و جرم $2\ g$ در میدان مغناطیسی در حال حرکت است. در لحظه‌ای که سرعت ذره برابر $\vec{v} = (2\times10^5\ m/s)\vec{i} + (-10^5\ m/s)\vec{j}$ است، اندازهٔ شتاب ذره چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی مغناطیسی است.)

۱) ۲۰

۲) ۳۰

۳) ۴۰

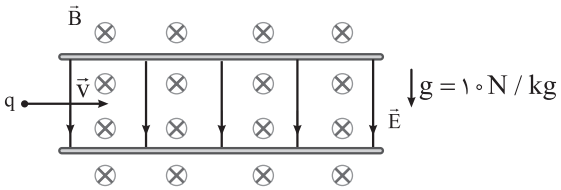
۴) ۵۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۵- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی $q = -2\,\mu C$ با تندی $v = 2\times10^{4}\ m/s$ در جهت نشان داده شده که عمود بر میدان‌های یکنواخت $B = 200\,G$ و $E = 500\ N/C$ است، وارد فضای این میدان‌ها شده و روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد. جرم این ذره چند میلی‌گرم است؟



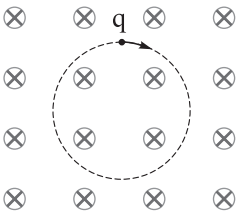
۱) ۲۰

۲) ۰/۰۲

۳) ۰/۱۸

۴) ۱۸

۸۶- در شکل زیر، ذره‌ای به بار الکتریکی q و جرم ۴ میلی‌گرم در میدان مغناطیسی یکنواخت درون‌سویی به بزرگی $500\,G$ روی محیط دایره‌ای به قطر $60\,cm$ با تندی ثابت $90\ m/s$ در حال حرکت است. q برحسب میلی‌کولن کدام است؟ (جز نیروی مغناطیسی نیروی دیگری به ذره وارد نمی‌شود.)



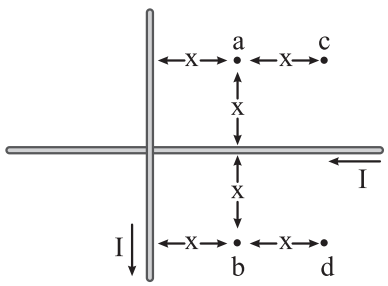
۱) ۱۲

۲) −۱۲

۳) ۲۴

۴) −۲۴

۸۷- در شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از دو سیم عمود بر هم که در یک صفحه قرار دارند، یکسان است. کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص (B) در نقاط a، b، c و d درست است؟



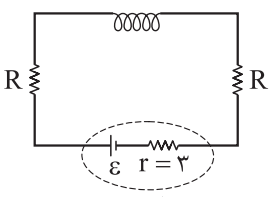
۱) $B_a = B_b > B_c = B_d$

۲) $B_b > B_d > B_a > B_c$

۳) $B_b > B_d > B_c > B_a$

۴) $B_b > B_c = B_d > B_a$

۸۸- در مدار شکل روبه‌رو، طول سیم‌لوله آرمانی $20\,cm$، تعداد حلقه‌های آن برابر ۲۰۰ و بزرگی میدان مغناطیسی درون آن $24\,G$ است. اگر توان خروجی باتری بیشینه باشد، نیرو محرکهٔ باتری چند ولت است؟ $(\mu_{\circ} = 12\times10^{-7}\ Tm/A)$



۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹- از دو حلقهٔ هم‌مرکز و عمود بر هم به شعاع‌های ۳۰ cm و ۴۰ cm، جریان الکتریکی یکسانی عبور می‌کند. اگر اندازهٔ میدان مغناطیسی خالص در مرکز دو حلقه برابر $\pi\times10^{-2}$ G باشد، جریان عبوری از هر حلقه برابر چند آمپر است؟ $(\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۶

۲) ۰/۶

۳) ۱۲

۴) ۱/۲

۹۰- در کدام‌یک از ماده‌های زیر، اتم‌ها خاصیت مغناطیسی دارند، اما حوزهٔ مغناطیسی وجود ندارد؟

۱) مواد پارامغناطیسی

۲) مواد دیامغناطیسی

۳) مواد فرومغناطیسی نرم

۴) مواد فرومغناطیسی سخت

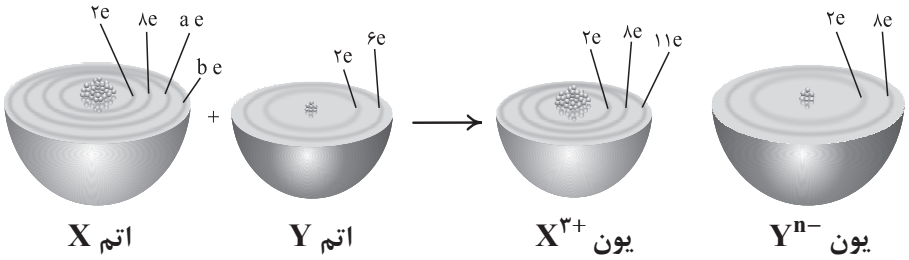
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دوازدهم: شیمی (۳): صفحه‌های ۳۷ تا ۵۴

۹۱- با توجه به شکل زیر که الگوی ساده‌ای از واکنش بین دو اتم را با ساختار لایه‌ای نشان می‌دهد، کدام مطلب درست است؟



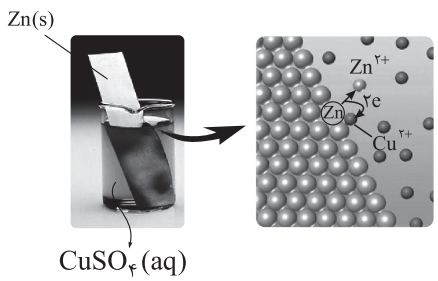
۱) تفاوت مقدار a و b برابر ۱۰ است.

۲) اتم X برای تبدیل‌شدن به یون X^{3+}، ۱۵ درصد الکترون‌های خود را از دست می‌دهد.

۳) شمار الکترون‌های ظرفیتی گونهٔ اکسنده برابر با گونهٔ کاهنده است.

۴) فرمول ترکیب یونی تشکیل‌شده به صورت X_3Y_2 است.

۹۲- با توجه به شکل زیر که یک واکنش اکسایش ـ کاهش را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ $(Zn = 65 , Cu = 64 : g.mol^{-1})$



- **با گذشت زمان، جرم مواد جامد موجود در ظرف کاهش می‌یابد.**
- **با انجام واکنش، شعاع گونهٔ کاهنده افزایش می‌یابد.**
- **مجموعهٔ محلول اولیه و تیغهٔ روی، می‌تواند به عنوان نیم‌سلول یک سلول گالوانی به کار رود.**
- **با مبادلهٔ $1/505 \times 10^{23}$ الکترون، ۰/۲۵ مول کاتیون، کاهش می‌یابد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۹۳- با توجه به واکنش‌های زیر که به طور طبیعی انجام می‌شوند، ترتیب مقایسهٔ قدرت اکسندگی گونه‌ها در کدام گزینه به درستی آمده است؟

I) $2MnO_4^-(aq) + 16H^+(aq) + 5Cu(s) \rightarrow 2Mn^{2+}(aq) + 8H_2O(l) + 5Cu^{2+}(aq)$

II) $Sn^{4+}(aq) + 2Cr^{2+}(aq) \rightarrow Sn^{2+}(aq) + 2Cr^{3+}(aq)$

III) $Cu^{2+}(aq) + Sn^{2+}(aq) \rightarrow Cu(s) + Sn^{4+}(aq)$

۱) $Cr^{2+} > Sn^{2+} > Cu^{2+} > MnO_4^-$
۲) $MnO_4^- > Cu^{2+} > Sn^{4+} > Cr^{3+}$
۳) $MnO_4^- > Cu^{2+} > Cr^{3+} > Sn^{4+}$
۴) $MnO_4^- > Cu^{2+} > Sn^{2+} > Cr^{2+}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ واکنش سوختن منیزیم، درست است؟ ($Mg = ۲۴\ g.mol^{-1}$)

- **در گذشته برای عکاسی از این واکنش به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.**
- **ضریب الکترون در نیم‌واکنش کاهش موازنه‌شدهٔ آن برابر ۲ است.**
- **در اثر سوختن ۳/۶ گرم منیزیم، ۰/۳ مول الکترون مبادله می‌شود.**
- **در این واکنش، به ازای مصرف ۱ مول گونهٔ اکسنده، ۱ مول فراوردهٔ یونی تشکیل می‌شود.**

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۹۵- جدول روبه‌رو، داده‌های به دست آمده از قراردادن برخی تیغه‌های فلزی درون محلول نمکی از فلز D با دمای $۲۰\ ^\circ C$ را نشان می‌دهد. با توجه به آن، کدام مطلب نادرست است؟

نماد فلز	دمای مخلوط واکنش پس از مدتی ($^\circ C$)
A	۲۹
X	۲۳
E	۲۶
M	۲۲

۱) emf سلول گالوانی حاصل از الکترودهای A و X، بیشتر از سلول گالوانی حاصل از الکترودهای E و X است.

۲) محلول حاوی نمک فلز M را نمی‌توان در ظرفی از جنس E نگه‌داری کرد.

۳) پتانسیل کاهشی استاندارد نیم‌سلول $X^{۲+} / X$، مثبت‌تر از نیم‌سلول $D^{۲+} / D$ است.

۴) تمایل یون $M^{۲+}$ به گرفتن الکترون، بیشتر از تمایل یون $A^{۲+}$ به گرفتن الکترون است.

۹۶- تیغه‌ای از جنس فلز مس درون ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار نقره نیترات قرار می‌گیرد و با کامل‌شدن واکنش، جرم تیغه به ۱۴/۴ گرم می‌رسد. با فرض این‌که ۸۰ درصد از جرم فلز تولیدشده روی تیغه قرار گرفته باشد، شمار اتم‌های مس در تیغهٔ اولیه کدام است؟ ($Ag = ۱۰۸ , Cu = ۶۴ : g.mol^{-1}$)

۱) $۵/۱۱۷ \times ۱۰^{۲۲}$ ۲) $۶/۳۹۶ \times ۱۰^{۲۲}$ ۳) $۸/۴۲۸ \times ۱۰^{۲۲}$ ۴) $۱/۸۶۶ \times ۱۰^{۲۳}$

۹۷- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- **در سلول‌های گالوانی، نیم‌واکنش کاهش در قطب مثبت سلول انجام می‌شود.**
- **در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن، نیم‌واکنش $۲H^+(g) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g)$ برقرار است.**
- **علامت مثبت پتانسیل کاهشی استاندارد برای نیم‌سلول $M^{۲+} / M$، به این معنی است که فلز M با محلول هیدروکلریک اسید واکنش نمی‌دهد.**
- **دیوارهٔ متخلخل در سلول‌های گالوانی، سبب خنثی‌ماندن محلول‌های موجود در هر دو ظرف می‌شود.**

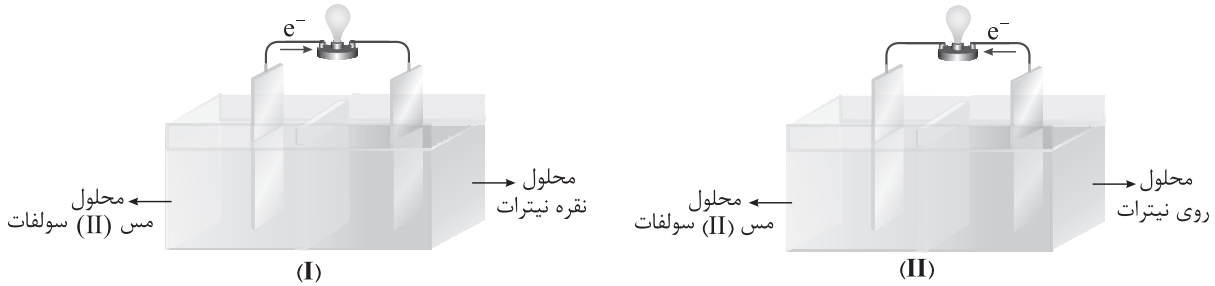
۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۸- با توجه به شکل‌های داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) با گذشت زمان، شدت رنگ آبی الکترولیت نیم‌سلول مس، در سلول (II) برخلاف سلول (I)، بیشتر می‌شود.

ب) مجموع emf این دو سلول برابر با emf سلول گالوانی روی ـ نقره است.

پ) در سلول‌های (I) و (II) به ترتیب یون‌های Ag^{+} و Cu^{2+} از طریق دیوارهٔ متخلخل وارد نیم‌سلول آندی می‌شوند.

ت) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در این دو سلول (براساس معادلهٔ کلی واکنش‌های انجام‌شده در آن‌ها)، برابر است.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ ت ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ پ

۹۹- اگر emf سلول گالوانی حاصل از الکترودهای X و Y با الکترود منیزیم، به ترتیب برابر ۱/۹۳ و ۰/۷۱ ولت باشد، انجام کدام دو واکنش در یک سلول گالوانی ناممکن است؟ (در هر دو سلول، منیزیم آند است.)

$E^{\circ}(Hg^{2+}(aq)/Hg(l)) = +0/85\ V$ $E^{\circ}(Sn^{2+}(aq)/Sn(s)) = -0/14\ V$

$E^{\circ}(Mg^{2+}(aq)/Mg(s)) = -2/37\ V$ $E^{\circ}(Mn^{2+}(aq)/Mn(s)) = -1/18\ V$

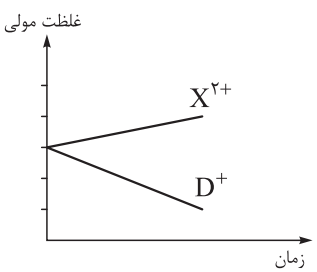
$E^{\circ}(Zn^{2+}(aq)/Zn(s)) = -0/76\ V$

الف) $X(s) + Hg^{2+}(aq) \rightarrow Hg(l) + X^{n+}(aq)$ ب) $X^{n+}(aq) + Sn(s) \rightarrow X(s) + Sn^{2+}(aq)$

پ) $Y(s) + Zn^{2+}(aq) \rightarrow Y^{m+}(aq) + Zn(s)$ ت) $Y^{m+}(aq) + Mn(s) \rightarrow Y(s) + Mn^{2+}(aq)$

۱) الف ـ پ ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

۱۰۰- نمودار تغییر غلظت یون‌ها در سلول گالوانی حاصل از الکترودهای X و D به صورت مقابل است.



اگر جرم اولیهٔ الکترودهای آند و کاتد در این سلول برابر باشد، با مبادلهٔ چند الکترون، تفاوت جرم الکترودها به ۴۸ گرم می‌رسد؟ $(D = 108 , X = 24 : g.mol^{-1})$

۱) $1/505 \times 10^{24}$ ۲) $3/01 \times 10^{22}$ ۳) $1/806 \times 10^{24}$ ۴) $2/408 \times 10^{23}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **در همهٔ باتری‌ها، با انجام‌شدن نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی، جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.**
- **دلیل استفاده از لیتیم در ساخت باتری‌های جدید، E° پایین و کم‌بودن چگالی آن است.**
- **از مزایای باتری‌های لیتیمی، قابل شارژ بودن انواع مختلف آن است.**
- **پسماند باتری‌های لیتیمی سمی است و نباید در طبیعت رها یا دفن شوند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۰۲- کدام مطلب در مورد سلول‌های سوختی هیدروژن ـ اکسیژن (سلول I) و متان ـ اکسیژن (سلول II)، درست است؟ $(O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

۱) آب تولیدشده در سلول I، از بخش آندی خارج می‌شود.

۲) به ازای عبور شمار الکترون‌های برابر از این دو سلول، جرم گونهٔ کاهندهٔ مصرف‌شده در سلول II، دو برابر سلول I است.

۳) سلول II نسبت به سلول I، ارزان‌تر و کم‌خطرتر است و آلایندهٔ کم‌تری تولید می‌کند.

۴) پتانسیل سلول I، برابر با پتانسیل کاهشی مربوط به آند این سلول است.

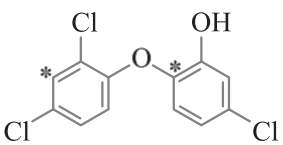
۱۰۳- در کدام دو واکنش زیر، میزان تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن به ترتیب از راست به چپ، بیشترین و کم‌ترین است؟

a) $2Al_2O_3 + 3C \rightarrow 4Al + 3CO_2$ **b)** $2CO + O_2 \rightarrow 2CO_2$

c) $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$ **d)** $2CH_3OH + 3O_2 \rightarrow 2CO_2 + 4H_2O$

۱) d ـ b ۲) c ـ a ۳) a ـ d ۴) b ـ c

۱۰۴- مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن ستاره‌دار در ترکیب داده‌شده، با عدد اکسایش اتم مشخص‌شده در کدام گزینه، برابر است؟



۱) اکسیژن در OF_2 ۲) کربن در CH_2O

۳) گوگرد در H_2SO_4 ۴) نیتروژن در NH_4^+

۱۰۵- با توجه به واکنش $4Zn(s) + 10HNO_3(aq) \rightarrow aZn(NO_3)_2(aq) + bNH_4NO_3(aq) + cH_2O(l)$، پس از کامل‌کردن موازنهٔ معادله آن، کدام مطلب نادرست است؟

۱) شمار الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش با مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر است.

۲) فلز روی گونهٔ کاهنده و یون نیترات گونهٔ اکسنده است.

۳) به ازای مصرف یک مول گونهٔ اکسنده، ۰/۵ مول ترکیب یونی تولید می‌شود.

۴) عدد اکسایش ۵۰ درصد از اتم‌های نیتروژن تغییر نکرده است.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

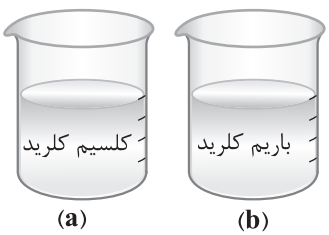
داوطلب گرامی، برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های ۱۰۶ تا ۱۲۰ از بین سؤال‌های زوج‌درس **شروع از دهم** و زوج‌درس **شروع از یازدهم**، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. حتماً در پاسخبرگ مشخص کنید که چه زوج‌درسی را پاسخ می‌دهید.

زوج‌درس شروع از دهم: شیمی (۱): صفحه‌های ۸۵ تا ۱۲۲

۱۰۶- آهن (II) کربنات و آمونیوم سولفات، در کدام مورد مشابه هستند؟

۱) شمار اتم‌های اکسیژن در فرمول شیمیایی
۲) نسبت شمار کاتیون به آنیون
۳) شمار پیوندهای اشتراکی آنیون سازنده
۴) مدل فضاپرکن آنیون‌های سازنده

۱۰۷- با توجه به شکل‌های داده‌شده که محلول‌هایی از کلسیم کلرید و باریم کلرید را نشان می‌دهند، کدام مطلب درست است؟



۱) برای شناسایی آنیون موجود در هر دو محلول، می‌توان از محلول سفیدرنگ نقره‌نیترات استفاده کرد.

۲) با اضافه‌کردن سدیم فسفات به محلول (a)، رسوب سفیدرنگی با فرمول $Ca_۲(PO_۴)_۳$ تشکیل می‌شود.

۳) با اضافه‌کردن سدیم سولفات به ظرف (b)، واکنش با معادلهٔ $BaCl_۲(aq)+Na_۲SO_۴(aq) \rightarrow BaSO_۴(aq)+۲NaCl(aq)$ در آن انجام می‌شود.

۴) مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده در معادلهٔ واکنش انجام‌شده در ظرف (a) با اضافه‌کردن پتاسیم فسفات به آن، برابر ۱۲ است.

۱۰۸- در ۳۹۰ کیلوگرم محلول ۷۷۷ ppm کلسیم کلرید، چند مول یون کلرید وجود دارد؟ $(Ca=۴۰ , Cl=۳۵/۵ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۳۶۵
۲) ۲/۷۳
۳) ۵/۴۶
۴) ۱۰/۹۲

۱۰۹- چند مورد از مطالب زیر در رابطه با استخراج منیزیم از آب دریا درست است؟

- **در یکی از مراحل آن، فرایند $MgCl_۲(s) \rightarrow MgCl_۲(aq)$ انجام می‌شود.**
- **در مرحلهٔ پایانی، با عبور جریان برق از محلول منیزیم کلرید، فلز منیزیم و گاز کلر تهیه می‌شود.**
- **در مرحلهٔ نخست استخراج، منیزیم را به صورت مادهٔ نامحلول در آب رسوب می‌دهند.**
- **از فلز تولیدشده در این فرایند، در تهیهٔ آلیاژها، شربت معده و ...، استفاده می‌شود.**

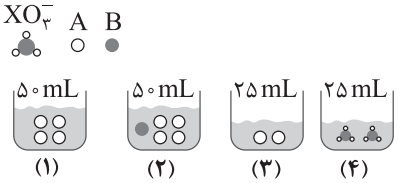
۱) یک
۲) دو
۳) سه
۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰- اگر هر ذرهٔ حل‌شونده در محلول‌های نشان داده‌شده، هم‌ارز با ۰/۰۵ مول باشد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ آن‌ها درست است؟ (چگالی همهٔ محلول‌ها را برابر در نظر بگیرید.)



- با اضافه‌کردن محلول‌های (۱) و (۳) به یکدیگر، محلولی حاصل می‌شود که غلظت مولی آن با غلظت اولیهٔ هر دو محلول برابر است.
- در صورت افزودن محلول‌های (۱) و (۲) به یکدیگر، غلظت مولی A افزایش و غلظت مولی B ثابت می‌ماند.
- اگر جرم مولی XO_3^- دو برابر جرم مولی A باشد، درصد جرمی محلول‌های (۱) و (۴) برابر است.
- در صورت افزودن ۱۵۰ mL آب به ظرف (۱)، غلظت مولی محلول حاصل به ۱ مولار می‌رسد.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۱۱- جدول مقابل سطح قند خون ناشتای افراد را برحسب عدد گلوکومتر نشان می‌دهد:

عدد گلوکومتر	وضعیت
۸۰ ـ ۱۰۰	طبیعی
۱۰۱ ـ ۱۲۵	پیش‌دیابت
۱۲۶ و بیشتر	دیابت

حداقل شمار مول‌های گلوکز در خون یک فرد دیابتی کدام است و اگر غلظت گلوکز در خون یک فرد برابر با 5×10^{-3} مولار باشد، این فرد در چه وضعیتی قرار دارد؟ (متوسط حجم خون یک انسان بالغ ۵ لیتر است، $O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

۱) ۰/۰۳۵، طبیعی ۲) ۰/۰۳۵، پیش‌دیابت

۳) ۰/۳۵، طبیعی ۴) ۰/۳۵، پیش‌دیابت

۱۱۲- اگر معادلهٔ انحلال‌پذیری دو نمک A و B به ترتیب به صورت $S_A=-0/23\theta+3/6$ و $S_B=0/25\theta+1/2$ باشد، در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس، انحلال‌پذیری دو نمک با هم برابر خواهد بود؟ (θ برحسب $^\circ C$ است.)

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

۱۱۳- نمونه‌ای از سدیم سولفات که در آن $9/03\times10^{22}$ یون وجود دارد، مطابق معادلهٔ زیر با ۲۵۰ میلی‌لیتر محلول کلسیم کلرید به طور کامل واکنش می‌دهد. غلظت مولی محلول کلسیم کلرید کدام است؟

$$Na_2SO_4(aq)+CaCl_2(aq)\rightarrow CaSO_4(s)+2NaCl(aq)$$

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۴- درصد جرمی محلول سیرشدهٔ لیتیم سولفات در دمای $70\ ^\circ C$، برابر با ۲۰ درصد است. اگر در این دما، ۸۰ گرم لیتیم سولفات را به ۳۰۰ گرم آب اضافه کنیم، کدام مطلب نادرست است؟

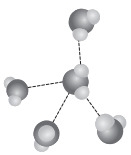
۱) ۳۷۵ گرم محلول به دست می‌آید.

۲) مقداری لیتیم سولفات ته ظرف باقی می‌ماند که برای حل‌شدن آن، ۲۵ گرم آب لازم است.

۳) یک مخلوط ناهمگن تشکیل می‌شود که با کاهش دما می‌توان آن را به مخلوط همگن تبدیل کرد.

۴) محلول حاصل نمی‌تواند حل‌شوندهٔ بیشتری را در خود حل کند.

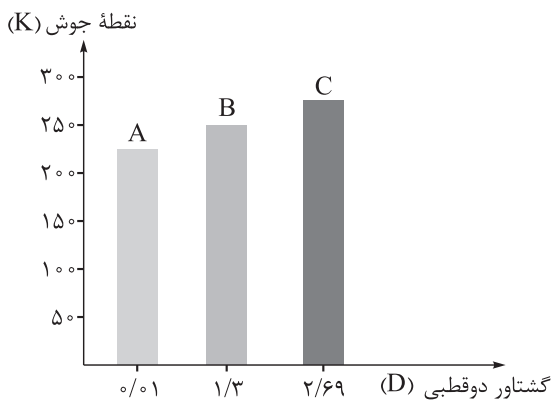
۱۱۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



- **شکل مقابل را می‌توان به پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های آب، در حالت جامد نسبت داد.**
- **مولکول‌های هیدروژن سولفید همانند مولکول‌های آب، ساختار خمیده و قطبی دارند.**
- **پیوند هیدروژنی، قوی‌ترین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در موادی است که در ساختار خود اتم هیدروژن دارند.**
- **در دمای صفر درجهٔ سلسیوس و فشار ۱ اتمسفر، در جرم یکسانی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر است.**

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۱۱۶- با توجه به نمودار داده‌شده، کدام مطلب درست است؟



۱) A و B را به ترتیب می‌توان مولکول‌های F_2 و HF در نظر گرفت.

۲) مقایسهٔ انحلال‌پذیری این مواد در هگزان، در شرایط یکسان، به صورت $A > B > C$ است.

۳) در شرایط یکسان، گاز A آسان‌تر از B به مایع تبدیل می‌شود.

۴) مولکول‌های C برخلاف مولکول کربن‌مونوکسید، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

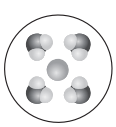
۱۱۷- کدام مطلب در رابطه با انحلال سدیم‌کلرید در آب، نادرست است؟

۱) نیروی جاذبهٔ ایجادشده بین حلال و حل‌شونده از نوع یون ـ دوقطبی است.

۲) میانگین قدرت پیوند یونی در سدیم کلرید و پیوندهای هیدروژنی در آب، کم‌تر از نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول است.

۳) یون‌های سازندهٔ شبکهٔ بلور یونی در این فرایند، تفکیک و آبپوشیده می‌شوند و مادهٔ حل‌شونده، ویژگی‌های ساختاری خود را حفظ می‌کند.

۴) شکل مقابل را می‌توان به آبپوشی یون‌های کلرید در این محلول نسبت داد.



محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۸- در ۵۰۰ گرم آب در دمای $20\ ^\circ C$ و فشار ۳ اتمسفر، $1/505\times10^{22}$ مولکول نیتروژن مونوکسید حل‌شده است. در این شرایط چند میلی‌گرم دیگر از این گاز را می‌توان در آب حل کرد؟ (انحلال‌پذیری نیتروژن مونوکسید در آب در دمای $20\ ^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر برابر ۰/۰۷۵ گرم است و $(O=16, N=14 : g.mol^{-1})$

۱) ۷۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۲۲۵ ۴) ۳۷۵

۱۱۹- کدام مطلب درست است؟

۱) با کاهش مقدار نمک در آب، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب، کاهش می‌یابد.

۲) مطابق قانون هنری، برای افزایش انحلال‌پذیری یک گاز در آب، باید دمای آب را کاهش داد.

۳) در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی، انحلال‌پذیری گاز NO از CO_2 بیشتر است.

۴) در دما و فشار معین، تفاوت انحلال‌پذیری گازهای N_2 و O_2 در آب کم‌تر از تفاوت انحلال‌پذیری گازهای N_2 و NO است.

۱۲۰- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- **متورم‌شدن زردآلوی خشک در آب درون لیوان را می‌توان به خاصیت گذرندگی (اسمز) مربوط دانست.**
- **آب تصفیه‌شده به هر سه روش تقطیر، اسمز معکوس و صافی کربن را باید قبل از مصرف، کلرزنی کرد.**
- **حرکت خودبه‌خودی مولکول‌های آب از محیط رقیق به غلیظ را اسمز معکوس می‌نامند.**
- **در تصفیهٔ آب به روش صافی کربن، از سه آلایندهٔ (ترکیب‌های آلی فرّار، حشره‌کش‌ها و فلزهای سمی)، تنها دو مورد را می‌توان حذف کرد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

زوج‌درس شروع از یازدهم: شیمی (۲): صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

۱۰۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **انسان‌ها نخستین پوشش خود را از بافت‌های گیاهی تهیه کردند.**
- **بافندگی در صنعت نساجی به معنای تبدیل الیاف به نخ است.**
- **پنبه از الیاف سلولز که یک درشت‌مولکول طبیعی است، ساخته شده است.**
- **در بین مواد گلوکز، روغن زیتون، پروپان و انسولین، سه درشت‌مولکول وجود دارد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۷- کدام مطلب درست است؟

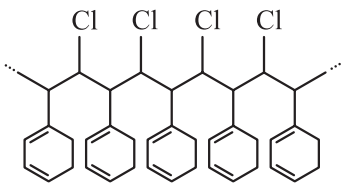
۱) شرط لازم برای شرکت در واکنش بسپارش، وجود پیوند دوگانه در ساختار تک‌پار است.

۲) در واکنش تولید پلی‌اتن، کولار و تفلون، تنها پلیمرهای ذکرشده، فراوردهٔ واکنش هستند.

۳) پلیمرها، دسته‌ای از درشت‌مولکول‌ها هستند که از واحدهای تکرارشونده تشکیل شده‌اند.

۴) امروزه با پیشرفت علم، تعیین دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری‌شدن، امکان‌پذیر است.

۱۰۸- با توجه به ساختار پلیمر داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟



$(Cl = ۳۵/۵ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-1})$

- **در ساختار مونومر سازندهٔ آن، شمار پیوندهای $C=C$ از شمار پیوندهای $C-C$ بیشتر است.**
- **هر مول از مونومر سازندهٔ آن، در واکنش با ۳ مول گاز هیدروژن، به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.**
- **تفاوت جرم مولی مونومر سازندهٔ آن با استیرن، با جرم مولی هیدروژن کلرید برابر است.**
- **اگر جرم مولی نمونه‌ای از این پلیمر برابر با $۵۶۲۰۰ g.mol^{-1}$ باشد، شمار واحدهای تکرارشونده در آن برابر با ۴۰۰ است.**

۱) یک ۲) دو

۳) سه ۴) چهار

۱۰۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **زنجیرهٔ مولکولی پلی‌پروپن، مانند پلی‌اتن سنگین است.**
- **میانگین جرم مولی پلی‌اتن حاصل از پلیمری‌شدن اتن، وابسته به مقدار کاتالیزگرهای واکنش است.**
- **بطری شیر از جنس پلی‌اتن سنگین و کیسه‌های پلاستیکی، از جنس پلی‌اتن سبک است.**
- **چگالی و استحکام پلی‌اتن شاخه‌دار، بیشتر از پلی‌اتن بدون شاخه است.**

۱) چهار ۲) سه

۳) دو ۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰- کدام مطلب در مورد کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، نادرست است؟ $(O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1})$

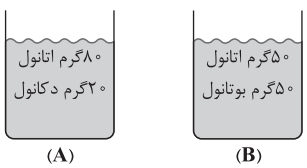
۱) تفاوت جرم مولی اولین عضو این خانواده با اولین عضو خانوادهٔ الکل‌های یک‌عاملی سیرشده برابر با ۱۶ گرم است.

۲) اسید موجود در سرکه، پرکاربردترین عضو این خانواده است.

۳) با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی در این خانواده، نیروی وان‌دروالسی بر هیدروژنی غلبه می‌کند و ویژگی ناقطبی کربوکسیلیک اسید افزایش می‌یابد.

۴) در ساختار nاُمین عضو آن‌ها، $3n+2$ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۱۱۱- در دو ظرف جداگانهٔ A و B، مقادیری از الکل‌های زیر مطابق شکل، به صورت مخلوط وجود دارد. اگر به هر دو ظرف ۳۰۰ گرم آب اضافه شود، مقدار الکل نامحلول باقی‌مانده در ظرف‌های A و B به ترتیب چند گرم است؟ (الکل‌ها در هم محلول هستند و فرض کنید مخلوط‌کردن مواد با هم تأثیری بر انحلال‌پذیری آن‌ها در آب ندارد؛ انحلال‌پذیری بوتانول در شرایط آزمایش برابر ۷ گرم است.)



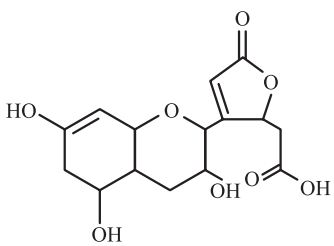
۱) ۲۰ ـ ۵۰ ۲) صفر ـ ۲۱

۳) ۲۰ ـ ۲۱ ۴) ۲۰ ـ ۲۹

۱۱۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) از سوختن کامل یک مول پنتانوئیک اسید، ۵ مول CO_2 و ۵ مول H_2O تولید می‌شود.

ب) ترکیب $C_3H_7COOC_2H_5$ به خانوادهٔ استرها تعلق دارد و شمار پیوندهای $C-H$ در آن، سه برابر پیوندهای $C-C$ است.



پ) در ترکیبی با ساختار داده‌شده، سه نوع گروه عاملی اکسیژن‌دار وجود دارد.

ت) اگر در فرمول کلی $RCOOR'$، R' و R به ترتیب گروه‌های متیل و اتیل باشند، نام این ترکیب، پروپیل متانوات خواهد بود.

۱) الف ـ ب ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ پ

۱۱۳- کدام مطلب زیر دربارهٔ ساده‌ترین استر، نادرست است؟

۱) با آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها، همپار است.

۲) در ساختار آن، ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد که نیمی از آن‌ها، پیوند کربن ـ هیدروژن است.

۳) نام آن متیل متانوات است و نقطهٔ جوش بالاتری نسبت به اتانوئیک اسید دارد.

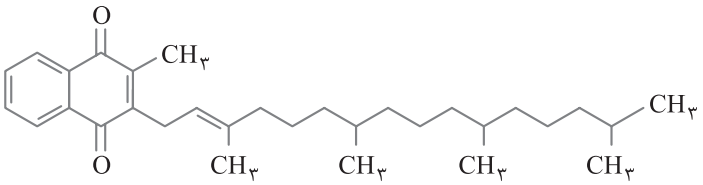
۴) جرم مولی آن، $\frac{1}{3}$ جرم مولی گلوکز و دو برابر جرم مولی ساده‌ترین آلدهید است.

محل انجام محاسبات

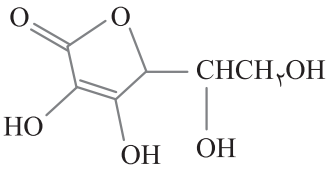
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

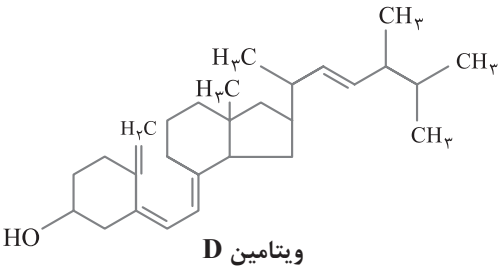
۱۱۴- با توجه به ساختارهای زیر که مربوط به ویتامین‌های A، C، D و K است، کدام مطلب نادرست است؟



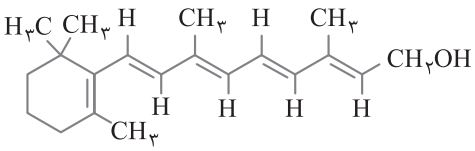
ویتامین K



ویتامین C



ویتامین D



ویتامین A

۱) نوع نیروی بین مولکولی غالب در ویتامین C، متفاوت با سایر ویتامین‌ها است.

۲) ویتامین A می‌تواند با استیک اسید واکنش داده و یک استر تولید کند.

۳) شمار اتم‌های هیدروژن در فرمول مولکولی ویتامینی که در آن حلقهٔ بنزنی وجود دارد، برابر ۴۶ است.

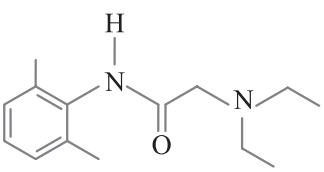
۴) نسبت شمار گروه‌های CH_2 به CH_3 در ساختار ویتامین D برابر با ۱/۶ است.

۱۱۵- بین مولکول‌های کدام ترکیب، امکان تشکیل پیوند هیدروژنی وجود ندارد؟

۱) متیل‌آمین ۲) وینیل‌کلرید

۳) فورمیک اسید ۴) ۱- پروپانول

۱۱۶- لیدوکائین به عنوان بی‌حس‌کنندهٔ موضعی در دندان‌پزشکی و جراحی‌های کوچک به کار می‌رود. با توجه به ساختار آن، کدام مطلب درست است؟



۱) در ساختار آن گروه‌های عاملی آمینی و کتونی وجود دارد.

۲) فرمول مولکولی آن به صورت $C_{14}H_{20}N_2O$ است.

۳) نسبت شمار پیوندهای یگانه به شمار پیوندهای دوگانه در آن برابر ۷۵ / ۸ است.

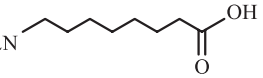
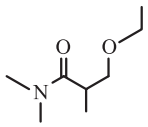
۴) در ساختار آن، ۴ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

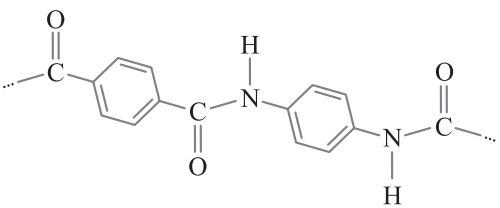
۱۱۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار ساده‌ترین آمید و ساده‌ترین آمین، یکسان است.**
- **کولار یکی از معروف‌ترین پلیمرهای طبیعی است که در تهیهٔ تایر اتومبیل از آن استفاده می‌شود.**
- **بوی ماهی به دلیل وجود متیل آمین و برخی آمین‌های دیگر است.**
- **ترکیب‌های**  **و**  **، همپارند و تنها یکی از آن‌ها می‌تواند به طور مستقیم در تهیهٔ پلی‌آمید استفاده شود.**

۱) چهار ۲) سه

۳) دو ۴) یک

۱۱۸- با توجه به شکل داده‌شده که بخشی از ساختار مولکول‌های سازندهٔ یک پلیمر را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ $(O=16, N=14, C=12, H=1: g.mol^{-1})$



الف) از خانوادهٔ پلی‌آمیدها است و برخلاف مونومرهای سازنده‌اش، نمی‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند.

ب) تفاوت جرم مولی مونومرهای سازندهٔ آن، ۵۸ گرم است.

پ) از واکنش مقدار کافی از دی‌اسید سازندهٔ آن با اتیلن گلیکول (**) می‌توان پلی‌استری با فرمول** $-(C_{10}H_8O_4)_n-$ **تهیه کرد.**

ت) شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار مونومرهای سازندهٔ آن، با هم برابر است.

۱) ب ـ پ ۲) الف ـ ت

۳) ب ـ پ ـ ت ۴) الف ـ ب ـ پ

۱۱۹- کدام مطلب دربارهٔ نشاسته درست است؟

۱) یک مونوساکارید است که از اتصال مولکول‌های گلوکز به یکدیگر تشکیل شده است.

۲) مولکول‌های آن در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر به سرعت به مونومرهای سازنده تبدیل می‌شوند.

۳) گوارش نشاسته از دهان آغاز می‌گردد و در نهایت به مولکول‌های گلوکز تبدیل می‌گردد.

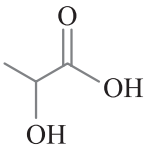
۴) گوارش نشاسته شامل فرایند فیزیکی است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۰- برای تولید ۳۶۰ گرم پلی‌لاکتیک اسید، به چند گرم لاکتیک اسید نیاز است و طی این فرایند چند مول آب تولید می‌شود؟ (بازده واکنش پلیمری‌شدن را ۸۰ درصد در نظر بگیرید و $O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱}$)



لاکتیک اسید

۱) ۵/۵۶۲ ـ ۱۰

۲) ۴۴۵ ـ ۱۰

۳) ۵/۵۶۲ ـ ۵

۴) ۴۴۵ ـ ۵

دوستان عزیز خیلی‌سبز، سلام؛
فایل پاسخ‌نامهٔ این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی‌سبز دریافت کنید.
هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامهٔ اولیهٔ آزمونتان را در صفحهٔ شخصی خود مشاهده بفرمایید.
برای دسترسی به صفحهٔ شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی‌سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی‌سبز به شما داده شده، در محل مشخص‌شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

دفترچه پاسخ آزمون سوم حضوری

علوم ریاضی و فنی

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات‌گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری - علیرضا شریف‌خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	محمدرضا حسینی‌فرد - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - علی منصف‌شکری - محسن میراسلامی
فیزیك	محسن توانا - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - مهدی شریفی - علیرضا عبدالهی - علیرضا علینقی - احسان محمدی - احمد مصلائی - افشین مینو - فرزاد نامی
شیمی	مهدی براتی - محمدعلی توسلی‌فر - پیمان خواجوی‌مجد - یاسر راش - حسن رحمتی‌کوکنده - سید صمد صفوی - هاله طاهری‌پور - سروش عبادی - پارسا فراهانی - میلاد قاسمی - محمدعلی مؤمن‌زاده - هادی مهدی‌زاده - حسین نصرالهی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهرابی - حمید گلزاری	زهرا جالینوسی - عادل حسینی - محمدحسین رحیمی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضاشریف‌خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	حسین اسدزاده - زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - مسعود شفیعی - کیوان صارمی - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محمدرضا حسینی‌فرد	الما احسانیان - حسین اسدزاده - زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - مسعود شفیعی
فیزیك	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	امین امینی - علی ایرانشاهی - علیرضا عبدالهی - سعید فرهادی	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمدرضا فضلی - مریم گلی‌حسن‌لو - احسان محمدی - امیر محمودی‌انزابی - امیرمحمد یوسفی
شیمی	یاسرعبداللهی	یاسر راش	محدثه ملک‌پور	محمدعلی مؤمن‌زاده - احسان عزیزآبادی	امیررضا انتظاری - احسان رحیمی - معصومه سعیدی - مینا نظری

مدیر آزمون: مهدی هاشمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

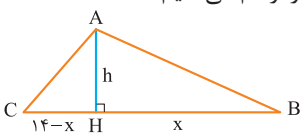
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان دوازدهم و پایهٔ مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۲۳ تا ۴۴، حسابان (۱): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶

۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه نوشته می‌شوند، پس ارتفاع $AH = h$ را رسم می‌کنیم:



$BC = ۱۴$ است، پس اگر $BH = x$ بگیریم $HC = ۱۴ - x$ می‌شود.

گام دوم: با استفاده از اندازه‌های داده‌شده، داریم:

$$\tan(B) = \frac{h}{x} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲h$$

$$\tan(C) = \frac{h}{۱۴-x} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow ۳h = ۲۸ - ۲x \xrightarrow{x=۲h} ۳h = ۲۸ - ۴h \Rightarrow h = ۴$$

گام سوم:

$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times h \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۴ = ۲۸$$

۲- پاسخ: گزینه ۳

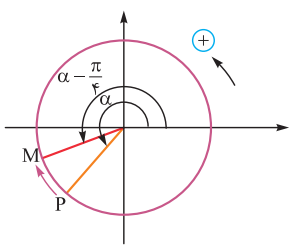
پاسخ تشریحی **گام اول:** P روی دایرهٔ مثلثاتی است. داریم:

$$(x_p)^۲ + (y_p)^۲ = ۱ \Rightarrow (x-۱)^۲ + (-۲x)^۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ + ۴x^۲ = ۱$$

$$\Rightarrow ۵x^۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x(۵x - ۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ & \times \\ ۵x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۲}{۵} & \checkmark \end{cases}$$

گام دوم: اگر $x = ۰$ قرار دهیم مختصات نقطهٔ $P = (-۱, ۰)$ که مکان آن روی محور xها بوده و با نقطهٔ P داده شده در ربع سوم مطابقت ندارد، پس $x = \frac{۲}{۵}$ قابل قبول است. با جای‌گذاری مختصات نقطهٔ $P(-\frac{۳}{۵}, -\frac{۴}{۵})$ به دست می‌آید.

گام سوم: فرض کنید نقطهٔ P، نقطهٔ انتهایی کمان α باشد، پس اگر از نقطهٔ P به اندازهٔ $\frac{\pi}{۴}$ در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم، نقطهٔ M نقطهٔ انتهایی کمان $\alpha - \frac{\pi}{۴}$ می‌شود. طول نقطهٔ M همان کسینوس زاویهٔ $\alpha - \frac{\pi}{۴}$ است یعنی:



$$x_M = \cos(\alpha - \frac{\pi}{۴})$$

گام چهارم: از فرمول بسط کسینوس داریم:

$$\cos(\alpha - \frac{\pi}{۴}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(\cos\alpha + \sin\alpha) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}(-\frac{۳}{۵} + (-\frac{۴}{۵})) = \frac{-۷\sqrt{۲}}{۱۰}$$

طول نقطهٔ P ← $-\frac{۳}{۵}$ ، $-\frac{۴}{۵}$ → عرض نقطهٔ P

۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** $B\hat{O}C = \alpha$ نام‌گذاری می‌کنیم.

گام دوم: $\tan ۴۵^\circ = BH = ۱$ و $\tan(\alpha + ۴۵^\circ) = HC$.

گام سوم: از رابطهٔ بسط تانژانت داریم:

$$\tan(\alpha + ۴۵^\circ) = \frac{\tan\alpha + \tan ۴۵^\circ}{۱ - \tan\alpha \tan ۴۵^\circ} = \frac{\tan\alpha + ۱}{۱ - \tan\alpha} = HC = HB + BC = ۱ + ۲ = ۳ \Rightarrow \frac{\tan\alpha + ۱}{۱ - \tan\alpha} = ۳$$

گام چهارم: با طرفین ـ وسطین رابطهٔ به دست آمده در گام سوم داریم:

$$\tan\alpha + ۱ = ۳ - ۳\tan\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** از رابطهٔ بسط تانژانت داریم:

$$\tan(۲\alpha - \beta) = \frac{\tan ۲\alpha - \tan\beta}{۱ + \tan ۲\alpha \tan\beta} = \frac{۱}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: $\tan 2\alpha$ را به دست می‌آوریم:

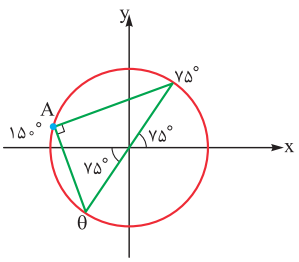
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{2\times 3}{1-3^2} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

گام سوم: $\tan 2\alpha$ را در رابطهٔ گام اول جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{-\frac{3}{4}-\tan\beta}{1+(-\frac{3}{4})\tan\beta} = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2}-2\tan\beta = 1-\frac{3}{4}\tan\beta \Rightarrow -\frac{5}{4}\tan\beta = \frac{5}{2} \Rightarrow \tan\beta = -2$$

۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل تقریبی به صورت مقابل رسم می‌کنیم.



گام دوم: زاویهٔ $\frac{5\pi}{6}$ را برحسب درجه می‌نویسیم:

$$\beta = \frac{5\pi}{6} = \frac{5\times 180^\circ}{6} = 150^\circ$$

گام سوم: اگر $\hat{A} = 90^\circ$، مثلث قائم‌الزاویه می‌شود:

$$\theta = 180^\circ + 75^\circ$$

گام چهارم: مقدار زوایا برحسب رادیان برابر است با:

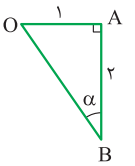
$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{75^\circ}{180^\circ} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow \alpha = \frac{75\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$$

پس:

$$\theta = \pi + \frac{5\pi}{12} = \frac{17\pi}{12}$$

۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به قضیهٔ خطوط موازی و مورب $\hat{B} = \alpha$، پس مثلث زیر را در نظر می‌گیریم:



گام دوم: از قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$OB^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow OB = \sqrt{5}$$

گام سوم:

$$\cos\alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

گام چهارم:

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2(\frac{2}{\sqrt{5}})^2 - 1 = \frac{8}{5} - 1 = \frac{3}{5} = 0/6$$

۷- پاسخ: گزینه ۱

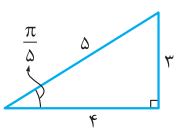
پاسخ تشریحی **گام اول:** عبارت P را ساده می‌کنیم. چون $\tan\frac{\pi}{5}$ داده شده است، سعی می‌کنیم نسبت‌ها را به $\frac{\pi}{5}$ ارتباط بدهیم.

$$\sin\frac{9\pi}{5} = \sin(2\pi - \frac{\pi}{5}) = \sin(-\frac{\pi}{5}) = -\sin\frac{\pi}{5}$$

$$\cos\frac{13\pi}{10} = \cos(\frac{15\pi}{10} - \frac{2\pi}{10}) = \cos(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{5}) = -\sin\frac{\pi}{5}$$

$$\tan\frac{6\pi}{5} = \tan(\pi + \frac{\pi}{5}) = \tan\frac{\pi}{5}$$

گام دوم: $\tan\frac{\pi}{5} = 0/75 = \frac{3}{4}$، پس طبق روش مثلث داریم:



$$\sin\frac{\pi}{5} = \frac{3}{5}$$

$$P = (-\sin\frac{\pi}{5})(-\sin\frac{\pi}{5}) - \tan\frac{\pi}{5} = (-\frac{3}{5})(-\frac{3}{5}) - \frac{3}{4} = \frac{9}{25} - \frac{3}{4} = -\frac{39}{100} = -0/39$$

۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با استفاده از فرمول‌های بسط داریم:

$$P = \cos^2 a + (\sin a\cos\frac{\pi}{6} - \cos a\sin\frac{\pi}{6})(\cos a\cos\frac{\pi}{3} + \sin a\sin\frac{\pi}{3})$$

$$= \cos^2 a + \underbrace{(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a)(\frac{1}{2}\cos a + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a)}_{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= \cos^2 a + (\frac{3}{4}\sin^2 a - \frac{1}{4}\cos^2 a) = \frac{3}{4}\sin^2 a + \frac{3}{4}\cos^2 a = \frac{3}{4}\underbrace{(\sin^2 a + \cos^2 a)}_{1} = \frac{3}{4}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** دورهٔ تناوب ۱ و ۲ به ترتیب برابرند با:

۱) $T=\frac{۲\pi}{|\frac{a}{۲}|}=\frac{۴\pi}{|a|}$ ۲) $T=\frac{۲\pi}{|\frac{a}{\pi}|}=\frac{۲\pi^{۲}}{|a|}$

پس این دو گزینه نادرست هستند، چون با دورهٔ تناوب داده‌شده مطابقت ندارند، اما در ۳ و ۴ داریم: $T=\frac{۲\pi}{|\frac{۲}{a}|}=|a|\pi$

دورهٔ تناوب نمی‌تواند منفی باشد. چون $T=\pi a$ داده‌شده است، باید $a>۰$ و $|a|\pi=a\pi$.

گام دوم: max و min ۳ و ۴ را به دست می‌آوریم:

۳ $\max:|-۴a|+a=۴a+a=۵a$ $\quad \min:-|-۴a|+a=-۳a$ ✓

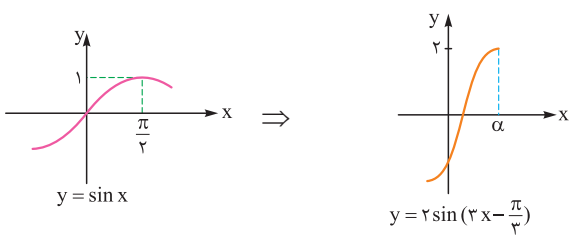
۴ $\max:|\underset{\oplus}{۳a}|-۲a=۳a-۲a=a$ $\quad \min:-|۳a|-۲a=-۵a$ ×

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** برای رسم تابع داده‌شده کافی است:

نمودار $y=\sin x$ را $\frac{\pi}{۳}$ به راست برده، طول نقاط را بر ۳ تقسیم کرده و عرض نقاط را دو برابر کنیم.

پس نمودار تابع خواسته شبیه زیر می‌شود:



گام دوم: کافی است α را به دست آوریم. این نقطه تبدیل‌یافتهٔ نقطهٔ $x=\frac{\pi}{۲}$ روی نمودار $y=\sin x$ است.

$$x=\frac{\pi}{۲}\xrightarrow{\text{به راست }\frac{\pi}{۳}}x=\frac{\pi}{۲}+\frac{\pi}{۳}=\frac{۵\pi}{۶}\xrightarrow[\text{تقسیم بر ۳}]{\text{طول نقاط}}x=\frac{۵\pi}{۱۸}$$

پس تابع در بازهٔ $(۰,\frac{۵\pi}{۱۸})$ اکیداً صعودی است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** شروع نمودار cos از محور yها به صورت نزولی است، پس داریم: $a>۰$

گام دوم: $\min=a\Rightarrow-|a|+b=a\xrightarrow{a>۰}-a+b=a\Rightarrow b=۲a\xrightarrow{a>۰}b>۰$

گام سوم: دورهٔ تناوب تابع $T=\frac{۲\pi}{|۲\pi b|}=\frac{۱}{|b|}$ است. از طرفی طبق نمودار، نصف دورهٔ تناوب برابر $\frac{b}{۲}$ و خود دورهٔ تناوب برابر b است، پس:

$$\frac{۱}{|b|}=b\xrightarrow{b>۰}\frac{۱}{b}=b\Rightarrow b^{۲}=۱\Rightarrow b=۱\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$$

گام چهارم: با جای‌گذاری a و b ضابطهٔ تابع را می‌نویسیم:

$$f(x)=۱+\frac{۱}{۲}\cos(۲\pi x)\Rightarrow f(\frac{۵}{۶})=۱+\frac{۱}{۲}\cos(\frac{۵\pi}{۳})=۱+\frac{۱}{۲}\cos(۲\pi-\frac{\pi}{۳})$$

$$=۱+\frac{۱}{۲}\cos(-\frac{\pi}{۳})=۱+\frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲})=\frac{۵}{۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

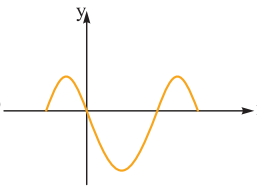
پاسخ تشریحی **گام اول:** نمودار تابع از مبدأ عبور می‌کند، پس با قراردادن $x=0$ در تابع $y=0$ می‌شود:

$$b+a\cos(\frac{\pi}{3})=0 \Rightarrow b+\frac{a}{2}=0 \Rightarrow a=-2b$$

گام دوم: مقدار max تابع برابر ۳ است، پس:

$$\max=|a|+b=3$$

گام سوم: باید علامت a را به دست آوریم. اگر $a>0$ باشد، نمودار تابع باید به صورت



باشد (مثلاً اگر $a=2$ باشد $b=-1$) می‌شود و $y=-1+2\cos(x+\frac{\pi}{3})$ به دست می‌آید. این‌جا $\max=1$ و $\min=-3$ می‌شود که با نمودار داده‌شده جور درنمی‌آید.) پس $a<0$.

گام چهارم:

$$-a+b=3 \xrightarrow{a=-2b} 3b=3 \Rightarrow b=1 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow ab=-2$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:**

$$f(0)=2 \Rightarrow a+\sqrt{3}\tan(\frac{\pi}{6})=2 \Rightarrow a+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2 \Rightarrow a=1$$

گام دوم: تابع در همسایگی صفر نزولی است، پس $b<0$ باید باشد. برای به دست آوردن معادلات مجانب‌های قائم تابع کافی است $bx+\frac{\pi}{6}=\frac{(2k+1)\pi}{2}$ قرار دهیم، اما چون تابع کم‌تر از $\frac{\pi}{2}$ انتقال افقی داشته است، $bx+\frac{\pi}{6}$ یا $\frac{\pi}{2}$ بوده است یا $-\frac{\pi}{2}$:

$$b(\frac{-\pi}{18})+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{-b\pi}{18}=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3} \Rightarrow b=-6 \ \checkmark$$

$$\text{یا } b(\frac{-\pi}{18})+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{-b\pi}{18}=-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}=-\frac{2\pi}{3} \Rightarrow b=12 \ \times$$

(به زبان دیگر $x=\frac{-\pi}{18}$ تبدیل‌یافتهٔ مجانب $x=\frac{\pi}{2}$ بوده است.)

پس:

$$a-b=1-(-6)=7$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** $2\sin^2 x=1-\cos 2x$ پس معادله به صورت $\tan x=2\sin^2 x$ درمی‌آید.

گام دوم:

$$\frac{\sin x}{\cos x}=2\sin^2 x \xrightarrow{\times\cos x} \sin x-2\sin^2 x\cos x=0$$

$$\sin x(1-\underbrace{2\sin x\cos x}_{\sin 2x})=0 \Rightarrow \begin{cases}\sin x=0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x=k\pi \xrightarrow{\text{جواب در بازه}} x=\pi \\ \sin 2x=1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} 2x=2k\pi+\frac{\pi}{2} \Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{4} \xrightarrow{\text{جواب‌های در بازه}} x=\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\end{cases}$$

گام سوم: هر سه جواب در دامنهٔ tan هست، پس مجموع جواب‌ها در بازهٔ داده‌شده عبارت است از:

$$\pi+\frac{\pi}{4}+\frac{5\pi}{4}=\frac{10\pi}{4}=\frac{5\pi}{2}$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** $\cos 2x=2\cos^2 x-1$، پس داریم:

$$\cos^2 x+2\cos^2 x-1=\frac{1}{2} \Rightarrow 3\cos^2 x=\frac{3}{2} \Rightarrow \cos^2 x=\frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x=\cos^2\frac{\pi}{4}$$

گام دوم: جواب‌های معادله برابر $x=k\pi\pm\frac{\pi}{4}$ می‌شود. کوچک‌ترین جواب در بازهٔ داده‌شده به ازای $k=0$ و برابر $\frac{\pi}{4}$ و بزرگ‌ترین جواب به ازای $k=2$ و برابر $2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$ به دست می‌آید. حالا $\frac{7\pi}{4}-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{2}$.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** اگر $a=1$ باشد، $\lim\limits_{x\to 1^+}[x]-1=0^{\text{مطلق}}$ می‌شود؛ پس حاصل حد وجود ندارد (به زبان دیگر تابع در همسایگی راست عدد $x=1$ تعریف نشده است، پس حد ندارد). پس $a\geq 2$ باید باشد.

گام دوم: a عددی طبیعی است، پس:

$$\lim_{x\to a^+}[x^2]=[(a^2)^+]=a^2 \quad \text{و} \quad \lim_{x\to a^+}[x]=[a^+]=a$$

$$\lim_{x\to a^+}\frac{[x^2]-1}{[x]-1}=\frac{a^2-1}{a-1}=\frac{(a-1)(a+1)}{a-1}=a+1$$

گام سوم: چون $a\geq 2$، پس $a+1\geq 3$ و با توجه به گزینه‌ها حاصل حد فقط ۳ می‌تواند باشد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** اگر $x=4$ قرار دهیم:

$$\frac{\sqrt[3]{8}-2}{4^2-4(4)}=\frac{0}{0}$$

گام دوم: باید رفع ابهام کنیم. صورت و مخرج را در قسمت چاق صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt[3]{2x}-2}{\underbrace{x^2-4x}_{x(x-4)}}\times\frac{\sqrt[3]{4x^2}+2\sqrt[3]{2x}+4}{\sqrt[3]{4x^2}+2\sqrt[3]{2x}+4}=\lim_{x\to 4}\frac{\overbrace{2x-8}^{2(x-4)}}{x(x-4)(\sqrt[3]{4x^2}+2\sqrt[3]{2x}+4)}$$

گام سوم: با حذف عامل صفرکننده داریم:

$$\lim_{x\to 4}\frac{2}{x(\sqrt[3]{4x^2}+2\sqrt[3]{2x}+4)}=\frac{2}{4(\sqrt[3]{64}+2\sqrt[3]{8}+4)}=\frac{2}{4(4+4+4)}=\frac{1}{24}$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** با قراردادن $x=\frac{\pi}{4}$ حاصل صورت و مخرج صفر می‌شود؛ پس باید رفع ابهام کنیم:

$$f(\frac{\pi}{4})=\frac{\cos 2(\frac{\pi}{4})}{1-\tan(\frac{\pi}{4})}=\frac{0}{0}$$

گام دوم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos 2x}{1-\tan x}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1-\frac{\sin x}{\cos x}}=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{(\cos x-\sin x)(\cos x+\sin x)}{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}((\cos x)(\cos x+\sin x))=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

گام سوم: باید α را طوری پیدا کنیم که $f(\alpha)=1$. از طرفی ساده‌شدهٔ تابع داده‌شده طبق محاسبات بالا $y=\cos x(\cos x+\sin x)$ است.

پس:

$$\cos\alpha(\cos\alpha+\sin\alpha)=1 \Rightarrow \cos^2\alpha+\cos\alpha\sin\alpha=1$$

$$\Rightarrow \cos\alpha\sin\alpha=1-\cos^2\alpha=\sin^2\alpha$$

با توجه به گزینه‌ها اگر $\alpha=\pi$ قرار دهیم، $\sin\alpha=0$ شده و دو طرف برابر می‌شوند.

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** تابع جدید را تشکیل می‌دهیم:

$$y=f(2x)-f(\frac{x}{2})=[-2x]-[-\frac{x}{2}]$$

گام دوم: تابع‌های $y=[-2x]$ و $y=[-\frac{x}{2}]$ اکیداً یکنوا هستند. پس در نقاطی که داخل براکت صحیح شود، ناپیوسته است و در سایر نقاط پیوسته هستند؛ بنابراین گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) به ازای $x=\frac{1}{2}$، $-2x$ صحیح ولی $-\frac{x}{2}$ غیرصحیح می‌شود؛ پس در این نقطه تابع $y=[-2x]$ ناپیوسته و تابع $y=[-\frac{x}{2}]$ پیوسته پس تفاضل آن‌ها ناپیوسته است.

۲) به ازای $x=1$، $-2x$ صحیح ولی $-\frac{x}{2}$ غیرصحیح می‌شود؛ پس تابع در این نقطه ناپیوسته است.

۳) به ازای $x=\frac{3}{2}$، $-2x$ صحیح ولی $-\frac{x}{2}$ غیرصحیح می‌شود؛ پس تابع در این نقطه ناپیوسته است.

۴) به ازای $x=2$، $-2x$ صحیح و $-\frac{x}{2}$ هم صحیح می‌شود؛ پس هر دو براکت در این نقطه ناپیوسته هستند؛ بنابراین تفاضل آن‌ها می‌تواند پیوسته باشد (با توجه به نادرست‌بودن ۱)، ۲) و ۳) پاسخ ۴) است.)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** تابع $y=[\sqrt{2x}]$ در نقاطی که داخل براکت، صحیح می‌شود ناپیوسته است. این نقاط را پیدا می‌کنیم:

$$\sqrt{2x}=k \xrightarrow{k\in\mathbb{W}} 2x=k^2 \Rightarrow x=\frac{k^2}{2}$$

اگر به جای k، اعداد حسابی (چون $k\geq 0$) دلخواه قرار دهیم، نقاط ناپیوستگی معلوم می‌شود:

$$k=0 \Rightarrow x=0 \qquad k=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$k=2 \Rightarrow x=2 \qquad k=3 \Rightarrow x=\frac{9}{2}$$

$$\vdots$$

گام دوم: تابع داده‌شده در $x=2$ پیوسته است؛ پس اولین نقطهٔ ناپیوستگی به ازای $x>1$ نقطهٔ $x=\frac{9}{2}$ است؛ پس بیشترین مقدار $\alpha=\frac{9}{2}$ است تا تابع در بازهٔ $(1,\alpha)$ پیوسته شود.

گام سوم: پس بیشترین مقدار $f(\alpha)$ به ازای $\alpha=\frac{9}{2}$ به دست می‌آید:

$$f(\frac{9}{2})=(\frac{9}{2}-2)(\sqrt{9})=\frac{5}{2}\times 3=\frac{15}{2}=7/5$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰ و ۳۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **روش اول: گام اول:** تعداد اسکناس‌های ۲۰ و ۵۰ تومانی را به ترتیب x و y می‌گیریم پس $۲۰x+۵۰y=۱۷۳۰$

گام دوم: معادله را ساده می‌کنیم: $۲x+۵y=۱۷۳$

گام سوم: دو طرف را به پیمانهٔ ۲ می‌بریم:

$$۲x+۵y\overset{۲}{\equiv}۱۷۳ \xrightarrow[\substack{۲\equiv ۰\\ ۵\equiv ۱,۱۷۳\equiv ۱}]{۲} y\overset{۲}{\equiv}۱$$

باقی‌ماندهٔ y بر ۲ برابر ۱ است پس y به صورت $y=۲k+۱$ است.

گام چهارم: با جای‌گذاری در معادلهٔ اصلی داریم:

$$۲x+۵(۲k+۱)=۱۷۳ \Rightarrow ۲x+۱۰k+۵=۱۷۳ \Rightarrow x=\frac{-۱۰k+۱۶۸}{۲}=-۵k+۸۴$$

گام پنجم: x و y تعداد اسکناس هستند، پس نمی‌توانند منفی باشند:

$$\begin{cases} x\geq ۰ \Rightarrow -۵k+۸۴\geq ۰ \Rightarrow k\leq \frac{۸۴}{۵}\simeq ۱۶/۸ \\ y\geq ۰ \Rightarrow ۲k+۱\geq ۰ \Rightarrow k\geq -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

گام ششم: چون k عددی صحیح است $k=۰,۱,۲,\ldots,۱۶$ (یعنی ۱۷ عدد) می‌تواند باشد.

روش دوم: از روش فرمولی استفاده می‌کنیم. باید یک جواب معادله $۲x+۵y=۱۷۳$ را پیدا کنیم. مثلاً کافی است $x_۰=-۱$ و $y_۰=۳۵$ بگیریم. ب.م.م ضرایب برابر $d=(۲,۵)=۱$ پس مجموعه جواب‌ها برابر است با:

$$\begin{cases} x=x_۰+\frac{b}{d}k=-۱+\frac{۵}{۱}k\geq ۰ \Rightarrow k\geq \frac{۱}{۵} \Rightarrow k\geq ۱ \\ y=y_۰-\frac{a}{d}k=۳۵-\frac{۲}{۱}k\geq ۰ \Rightarrow ۳۵\geq ۲k \Rightarrow k\leq \frac{۳۵}{۲} \Rightarrow k\leq ۱۷ \end{cases}$$

پس $k=۱,۲,\ldots,۱۷$ (یعنی ۱۷ عدد) می‌تواند باشد.

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** شرط جواب این است که $d\,|\,۷n+۱\,|\,(۵m+۲,m^۲+۱)$.

گام دوم: $(۵m+۲,m^۲+۱)=d$ می‌گیریم تا d را پیدا کنیم.

$$\begin{matrix} d\,|\,۵m+۲ \xrightarrow{\times m} d\,|\,۵m^۲+۲m \\ d\,|\,m^۲+۱ \xrightarrow{\times ۵} d\,|\,۵m^۲+۵ \end{matrix} \xrightarrow{\text{کم}} d\,|\,۲m-۵$$

دوباره دو رابطهٔ $d\,|\,۲m-۵$ و $d\,|\,۵m+۲$ را با هم می‌گیریم:

$$\begin{matrix} d\,|\,۲m-۵ \xrightarrow{\times ۵} d\,|\,۱۰m-۲۵ \\ d\,|\,۵m+۲ \xrightarrow{\times(-۲)} d\,|\,-۱۰m-۴ \end{matrix} \xrightarrow{\text{جمع}} d\,|\,-۲۹ \Rightarrow d\,|\,۲۹ \begin{matrix} \nearrow d=۱ \\ \searrow d=۲۹ \end{matrix}$$

گام سوم: اگر $d=۱$ باشد رابطهٔ $۷n+۱\,|\,۱$ برقرار است، اما اگر $d=۲۹$ باشد نیز باید رابطهٔ $۲۹\,|\,۷n+۱$ برقرار باشد.

گام چهارم: $۷n+۱$ بر ۲۹ بخش‌پذیر است به زبان همنهشتی $۷n+۱\overset{۲۹}{\equiv}۰$

$$۷n\overset{۲۹}{\equiv}-۱+۲۹=۲۸ \xrightarrow[(۷,۲۹)=۱]{\div ۷} n\overset{۲۹}{\equiv}۴ \Rightarrow n=۲۹k+۴$$

گام پنجم: پس n باید به صورت $۲۹k+۴$ باشد. اگر $k=۲$ قرار دهیم $n=۲۹\times ۲+۴=۶۲$ به دست می‌آید. پس اگر $n=۶۲$ باشد ب.م.م ضرایب چه ۱ باشد و چه ۲۹ حتماً عدد $۷n+۱$ را عاد کرده و معادله، همواره جواب دارد.

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** محاسبهٔ مستقیم باقی‌ماندهٔ هر عبارت بر ۱۲ مقداری طولانی است. سعی می‌کنیم از اتحاد استفاده کنیم:

ابتدا توان‌ها را یکسان می‌کنیم: $۹^{۱۰}+۲^{۴۰}-۷^{۲۰}=(۳^۲)^{۱۰}+(۲^۲)^{۲۰}-۷^{۲۰}=۳^{۲۰}+۴^{۲۰}-۷^{۲۰}$

گام دوم: اگر $a=۳$، $b=۴$ و $n=۲۰$ بگیریم داریم:

$$۷^{۲۰}=(۳+۴)^{۲۰}\overset{۱۲}{\equiv}۳^{۲۰}+۴^{۲۰} \Rightarrow ۳^{۲۰}+۴^{۲۰}-۷^{۲۰}\overset{۱۲}{\equiv}۰$$

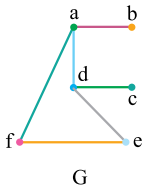
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی از گزینه‌ها کمک می‌گیریم:

۱) اگر یال fd را حذف کنیم به گراف مقابل که طبق سؤال G نامیده می‌شود می‌رسیم:



G

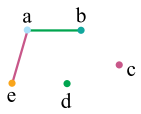
رأس f در گراف G با رأس e و a مجاور است، پس در گراف مکمل $\bar{G}$ به d و c و b وصل می‌شود،

پس $\deg_{\bar{G}}(f) = ۳$.

هم‌چنین $N_G[e] = \{f, d, e\}$، پس تعداد عضوهای آن برابر $|N_G[e]| = ۳$ می‌شود، پس همین گزینه جواب تست است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** هر ۵ رأس گراف را قرار داده و a را به b و e وصل می‌کنیم:

H: 

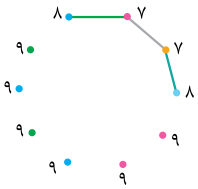
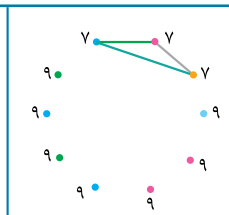
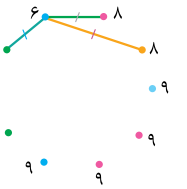
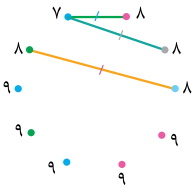
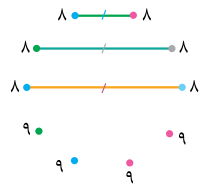
گام دوم: یال‌های زیرگراف، زیرمجموعهٔ یال‌های خود گراف هستند پس یال‌های bc و de ممکن است عضو H باشند یا نباشند؛ یعنی هر کدام ۲ حالت دارند، پس طبق اصل ضرب ۲×۲ زیرگراف وجود دارد.

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** گراف کامل مرتبهٔ ۱۰ دارای $\frac{۱۰ \times ۹}{۲} = ۴۵$ یال است. پس با حذف سه یال از گراف کامل به گراف مسئله می‌رسیم.

گام دوم: درجهٔ همهٔ رأس‌ها در گراف کامل مرتبهٔ ۱۰ (یا $k_{۱۰}$) برابر ۹ است. باید دید سه یال به چه صورت‌هایی ممکن است حذف گردد. اگر یک یال از یک رأس حذف شود، درجهٔ آن برابر ۸ می‌شود.

گام سوم: یال‌های حذف‌شده به صورت‌های زیر ممکن است باشد؛ با در نظر گرفتن این موضوع درجهٔ هر رأس را کنار آن می‌نویسیم:

				
تعداد رأس‌های درجهٔ هشت، ۲تا می‌تواند باشد.	تعداد رأس‌های درجهٔ هشت،صفرتا می‌تواند باشد.	تعداد رأس‌های درجهٔ هشت، ۳تا می‌تواند باشد.	تعداد رأس‌های درجهٔ هشت، ۴تا می‌تواند باشد.	تعداد رأس‌های درجهٔ هشت، ۶تا می‌تواند باشد.

بنابراین تعداد رأس‌های درجهٔ هشت، یکی نمی‌تواند باشد.

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** در هر گراف k ـ منتظم با p رأس و q یال رابطهٔ $kp = ۲q$ برقرار است؛ هم‌چنین $q = p - ۳$ پس:

$$kp = ۲(p-۳) \Rightarrow kp = ۲p - ۶ \Rightarrow ۶ = ۲p - kp = (۲-k)p$$

گام دوم: ضرب دو عدد $۲-k$ و p برابر ۶ شده است، پس حالت‌های زیر ممکن است به وجود آید:

$p = ۶, ۲-k = ۱ \Rightarrow k = ۱$ گراف ۱ـ منتظم مرتبهٔ ۶: ✓

$p = ۳, ۲-k = ۲ \Rightarrow k = ۰$ گراف ۰ـ منتظم مرتبهٔ ۳: ✓

$p = ۲, ۲-k = ۳ \Rightarrow k = -۱$ ✗

$p = ۱, ۲-k = ۶ \Rightarrow k = -۴$ ✗

پس دو گراف وجود دارد.

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** $q = \frac{p(p-۱)}{۲}$ است؛ پس:

$$q - p = \frac{p(p-۱)}{۲} - p = \frac{p(p-۱) - ۲p}{۲} = \frac{p^۲ - ۳p}{۲} = \frac{p(p-۳)}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: $\frac{p(p-3)}{2}$ بر ۹ بخش‌پذیر است؛ پس $p(p-3)$ باید زوج و بر ۹ بخش‌پذیر باشد. اگر p بر ۳ بخش‌پذیر باشد، $p-3$ نیز بر ۳ بخش‌پذیر و در نتیجه $p(p-3)$ بر ۹ بخش‌پذیر است. هم‌چنین از بین p و $p-3$ حتماً یکی زوج است (پس تقسیم بر ۲ مشکلی ایجاد نمی‌کند)؛ بنابراین کافی است p بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

گام سوم: در بین اعداد کم‌تر از صد، $\frac{99}{3}=33$ تا مضرب ۳ داریم که ۳تا از آن‌ها (۳،۶،۹) دورقمی نیستند، پس ۳۰تا از آن‌ها دورقمی هستند. ۹۰ عدد دورقمی نیز داریم:

$$P(A)=\frac{30}{90}=\frac{1}{3}$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

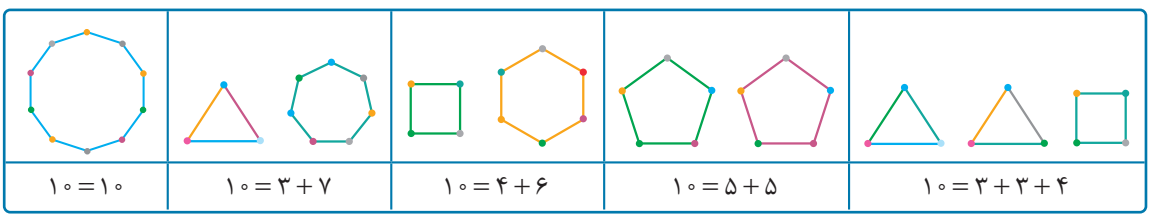
گام اول: درجهٔ هر رأس در G برابر ۷ است پس هر رأس مثل a به ۷ رأس دیگر متصل است. $N_G[a]$ علاوه بر ۷ رأس دیگر شامل خود a هم هست، پس ۸ عضو دارد.

گام دوم: با توجه به رابطهٔ داده‌شده $|N_{\bar{G}}(a)|=2$ یعنی درجهٔ رأس a در گراف $\bar{G}$ (گراف مکمل) برابر ۲ است.

گام سوم: مجموع درجهٔ رأس a در خود گراف و در گراف مکمل برابر $p-1$ است پس:

$$\deg_G(a)+\deg_{\bar{G}}(a)=p-1 \Rightarrow 7+2=p-1 \Rightarrow p=10$$

گام چهارم: گراف $\bar{G}$ گرافی ۲ـ منتظم از مرتبهٔ ۱۰ است. این گراف به صورت‌های زیر قابل رسم است:



پس $\bar{G}$ به ۵ صورت قابل رسم است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: گراف سادهٔ nرأسی حداکثر $q=\frac{n(n-1)}{2}$ یال دارد که دو تا از آن‌ها را باید انتخاب کنیم تا گراف ۲یالی باشد پس:

$$\binom{q}{2}=45 \Rightarrow \frac{q(q-1)}{2}=45 \xrightarrow{\text{جست‌وجو}} q=10$$

گام دوم: $\frac{n(n-1)}{2}=10$ پس $n(n-1)=20$ و $n=5$ به دست می‌آید، یعنی گراف ۵ رأس دارد.

گام سوم: گراف ۵رأسی حداکثر $5\times4=20$ یال جهت‌دار (دو برابر یال‌های گراف کامل k_5) دارد که هر کدام دو حالت دارند، پس 2^{20} گراف جهت‌دار می‌توان تعریف کرد.

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: سه حالت در نظر می‌گیریم:

۱) رقم یکان صفر باشد:

$$\frac{3}{\{3,4,5\}}\times\frac{4}{}\times\frac{3}{}\times\frac{2}{}\times\frac{1}{}\times\frac{1}{\{0\}}=72$$

رقم یکان ۱ حالت دارد، اولین رقم از سمت چپ نیز ۳ یا ۴ یا ۵ (۳ حالت) می‌تواند باشد. حالا دو رقم در اولین و آخرین رقم به کار رفته پس ۴ رقم برای خانهٔ بعدی می‌ماند و ...

۲) رقم یکان ۲ باشد:

$$\frac{3}{\{3,4,5\}}\times\frac{4}{}\times\frac{3}{}\times\frac{2}{}\times\frac{1}{}\times\frac{1}{\{2\}}=72$$

۳) رقم یکان ۴ باشد:

$$\frac{2}{\{3,5\}}\times\frac{4}{}\times\frac{3}{}\times\frac{2}{}\times\frac{1}{}\times\frac{1}{\{4\}}=48$$

گام دوم: طبق اصل جمع $72+72+48=192$ عدد می‌توان ساخت.

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: جایگشت یک در میان اشیای دو گروه فقط وقتی امکان دارد که تعداد اشیای دو گروه مساوی باشند یا این‌که یکی از گروه‌ها یک عضو بیشتر داشته باشد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: در سه حالت ممکن است کتاب‌های ریاضی و ادبیات یک در میان قرار گرفته باشند.

۱) $n=۳$ باشد در این صورت $۳!\times ۴!=۱۴۴$ جایگشت یک در میان داریم.

۲) $n=۵$ باشد در این صورت $۵!\times ۴!=۱۲۰\times ۲۴=۲۸۸۰$ جایگشت یک در میان داریم.

۳) $n=۴$ باشد در این صورت $۲!\times ۴!\times ۴!=۲\times ۲۴\times ۲۴=۱۱۵۲$ جایگشت یک در میان داریم که با اطلاعات مسئله جور درمی‌آید.

گام سوم: کتاب‌های ریاضی را $R_۱,R_۲,R_۳,R_۴$ و کتاب‌های ادبیات را $A_۱,A_۲,A_۳,A_۴$ می‌گیریم. چون می‌خواهیم کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند آن‌ها را در دسته قرار می‌دهیم. پس ۵شیئی $A_۱,A_۲,A_۳,A_۴$ و $(R_۱,R_۲,R_۳,R_۴)$ داریم که $۵!$جایگشت دارند. هم‌چنین کتاب‌های ریاضی بین خودشان $۴!$ جایگشت دارند، پس تعداد جایگشت‌ها برابر است با: $۵!\times ۴!=۱۲۰\times ۲۴=۲۸۸۰$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** دو حرف نقطه‌دار «ب، ز» داریم که باید یکی از آن‌ها را به $\binom{۲}{۱}$ روش انتخاب کنیم.

گام دوم: سه حرف غیرنقطه‌دار «ا، ر، س» داریم که باید دو تا از آن‌ها را به $\binom{۳}{۲}$ روش انتخاب کنیم.

گام سوم: سه حرف داریم که $۳!$ جایگشت دارند؛ پس تعداد کلمه‌ها طبق اصل ضرب برابر است با: $\binom{۲}{۱}\times\binom{۳}{۲}\times ۳!=۲\times ۳\times ۶=۳۶$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** دستهٔ اول را به صورت $\begin{matrix}A\\ a_۱\\ a_۲\\ \vdots\\ a_۵\end{matrix}$ و دستهٔ دوم را به صورت $\begin{matrix}B\\ b_۱\\ b_۲\\ \vdots\\ b_۵\end{matrix}$ در نظر بگیرید. مثلاً فرض کنید دو نوع خاص $a_۱$ و $b_۱$ نباید با هم مخلوط شوند؛ پس یا هیچ‌کدام در آجیل وجود ندارند یا این‌که فقط یکی به کار می‌رود. شمارش مستقیم این حالت‌ها زیاد است. پس از اصل متمم استفاده می‌کنیم:

حالت‌هایی که از دو گروه آجیل داریم = حالت‌هایی که از دو گروه آجیل داریم _ حالت‌هایی که از دو گروه آجیل داریم و $a_۱$ و $b_۱$ هم هر دو هستند. ولی $a_۱$ و $b_۱$ با هم استفاده نمی‌شوند.

گام دوم:

$$\text{حالت‌هایی که از دو گروه آجیل داریم} = \underset{\text{۳تا از A}}{\binom{۵}{۳}}\underset{\text{۲تا از B}}{\binom{۵}{۲}} \overset{\text{یا}}{+} \underset{\text{۲تا از A}}{\binom{۵}{۲}}\underset{\text{۳تا از B}}{\binom{۵}{۳}} \overset{\text{یا}}{+} \underset{\text{۴تا از A}}{\binom{۵}{۴}}\underset{\text{۱ از B}}{\binom{۵}{۱}} \overset{\text{یا}}{+} \underset{\text{۱ از A}}{\binom{۵}{۱}}\underset{\text{۴تا از B}}{\binom{۵}{۴}} = (۱۰\times ۱۰)+(۱۰\times ۱۰)+(۵\times ۵)+(۵\times ۵)=۲۵۰$$

گام سوم:

$$\text{حالت‌هایی که از دو گروه آجیل داریم و } a_۱ \text{ و } b_۱ \text{ هم هستند.} = \binom{۸}{۳}=\frac{۸\times ۷\times ۶}{۳\times ۲\times ۱}=۵۶$$

$a_۱,b_۱$ هستند؛ پس خیالمان راحت است که از دو گروه آجیل داریم، پس کافی است از ۸ نوع باقی‌مانده ۳ نوع انتخاب کنیم (تا با $a_۱$ و $b_۱$ بشود ۵ نوع آجیل).

گام چهارم: تعداد حالت‌ها، برابر است با: $۲۵۰-۵۶=۱۹۴$

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** رابطهٔ داده‌شده را باز می‌کنیم:

$$P(n+۱,۳)=\frac{(n+۱)!}{(n+۱-۳)!}=\frac{(n+۱)!}{(n-۲)!}$$

$$C(n,۲)=\frac{n!}{۲!(n-۲)!}$$

گام دوم: ساده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{(n+۱)!}{(n-۲)!}=۱۴\times\frac{n!}{۲!(n-۲)!} \Rightarrow n+۱=۷ \Rightarrow n=۶$$

($(n+۱)!=(n+۱)n!$)

گام سوم: $n=۶$ قرار می‌دهیم. طبق اتحاد پاسکال داریم:

$$\binom{۲n}{n}+\binom{۲n}{n+۱}=\binom{۱۲}{۶}+\binom{۱۲}{۷}=\binom{۱۳}{۷}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۶، هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۳۲

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با معلوم‌بودن مختصات مرکز و طول شعاع، معادلهٔ دایره را می‌توانیم بنویسیم؛ سؤال به ما مختصات مرکز را داده و با استفاده از صورت سؤال، باید طول شعاع را به دست آوریم.

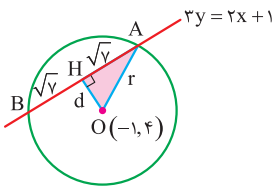
گام اول (محاسبهٔ شعاع دایره): مرکز دایره، نقطهٔ $O(-1,2)$ است و نقطهٔ $P(-2,1)$ بر دایره واقع است، داریم: $r = OP = \sqrt{(-2+1)^2+(1-2)^2} = \sqrt{2}$

گام دوم (نوشتن معادلهٔ دایره): معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $O(-1,2)$ و شعاع $r=\sqrt{2}$ به صورت زیر است: $(x+1)^2+(y-2)^2=(\sqrt{2})^2$

گام سوم (محاسبهٔ a، b و c): باید معادله‌ای را که به دست آوردیم به فرم $x^2+y^2+ax+by=c$ تبدیل کنیم، داریم:

$$(x+1)^2+(y-2)^2=(\sqrt{2})^2 \Rightarrow (x^2+2x+1)+(y^2-4y+4)=2 \Rightarrow x^2+y^2+2x-4y=-3 \Rightarrow a=2, b=-4, c=-3$$
$$\Rightarrow a+b+c=-5$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ شعاع دایره):** با توجه به شکل، اگر d را محاسبه کنیم، با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AOH، می‌توانیم r را هم به دست آوریم. d برابر با فاصلهٔ نقطهٔ $O(-1,4)$ از خط $3y-2x-1=0$ است که می‌شود:

$$d=\frac{|3\times4-2\times(-1)-1|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

حال با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AOH داریم: $OA^2=AH^2+OH^2 \Rightarrow r^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{13})^2 \Rightarrow r^2=20$

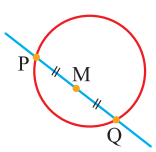
گام دوم (نوشتن معادلهٔ دایره و معادلهٔ تقاطع با خط $y=-x$): با معلوم‌بودن مختصات مرکز و شعاع دایره، معادلهٔ آن را می‌نویسیم:

$O(-1,4)$ و $r^2=20$

معادلهٔ دایره: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 \Rightarrow (x+1)^2+(y-4)^2=20$

پس معادلهٔ تقاطع دایره با خط $x=-y$ (نیمساز ربع دوم و چهارم) به این صورت است: (*) $(-y+1)^2+(y-4)^2=20 \Rightarrow 2y^2-10y-3=0$

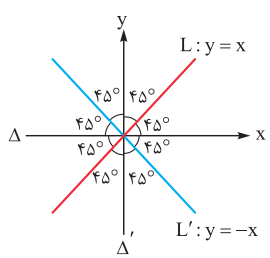
(دقت کنید که سؤال از ما عرض نقطهٔ وسط PQ را خواسته، پس معادلهٔ تقاطع را برحسب y نوشتیم، نه x.)



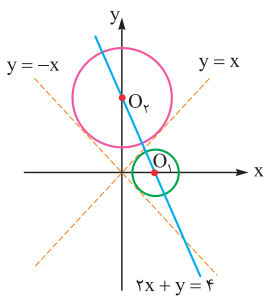
گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): از حل معادلهٔ (*)، عرض P و Q به دست می‌آید، اما نیازی به این کار نداریم، چون می‌دانیم مجموع ریشه‌های معادلهٔ $2y^2-10y-3=0$ برابر با $-\frac{b}{a}=\frac{10}{2}=5$ است؛ پس:

$$y_P+y_Q=5 \Rightarrow y_M=\frac{y_P+y_Q}{2}=\frac{5}{2}=2/5$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل آن):** می‌دانیم نیمسازهای محورهای مختصات دو خط با معادله‌های $y=x$ و $y=-x$ هستند. همان‌طور که در شکل می‌بینید، نیمسازهای زاویه‌های بین این دو خط، محورهای x و y هستند، پس اگر دایره‌ای بر دو خط $L: y=x$ و $L': y=-x$ مماس باشد، مرکز آن روی محورهای مختصات، یعنی دو خط $\Delta: y=0$ و $\Delta': x=0$ واقع است.



گام دوم (پیداکردن مرکز دایرهٔ مورد نظر): سؤال می‌گوید که مرکز دایرهٔ مورد نظر ما، روی خط $2x+y=4$ است، در گام قبل، خودمان فهمیدیم که مرکز دایرهٔ مورد نظر روی محور xها یا محور yهاست، پس باید نقطهٔ تقاطع خط $2x+y=4$ با محورهای مختصات را پیدا کنیم:

$$2x+y=4 \begin{cases} y=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow O_1(2,0) \\ x=0 \Rightarrow y=4 \Rightarrow O_2(0,4) \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

همان‌طور که در شکل می‌بینید، دایرهٔ به مرکز $O_۲$ دایرهٔ بزرگ‌تری است که شرایط مسئله را دارد.

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): به دو روش می‌توانید شعاع دایرهٔ مورد نظر را به دست آورید:

روش اول: در مثلث قائم‌الزاویهٔ $OHO_۲$ داریم: $\sin ۴۵^\circ = \frac{HO_۲}{OO_۲} \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{R}{۴} \Rightarrow R = ۲\sqrt{۲}$

روش دوم: شعاع دایره، برابر با فاصلهٔ نقطهٔ $O_۲(۰,۴)$ از خط $y+x=۰$ است، با استفاده از فرمول فاصلهٔ نقطه از خط، داریم:

$$R = \frac{|۴+۰|}{\sqrt{۱^۲+۱^۲}} = \frac{۴}{\sqrt{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل آن):** همان‌طور که می‌بینید، OP وتری از این دایره است، پس مرکز دایره که آن را W نامیده‌ایم روی عمودمنصف OP، یعنی خط $x=۶$ واقع است، پس می‌توانیم مختصات مرکز را به صورت $W(۶,\beta)$ در نظر بگیریم.

گام دوم (محاسبهٔ β): دایره از نقطهٔ $O(۰,۰)$ می‌گذرد، پس $OW = r$ و بر خط $y=-۲$ مماس است، پس $WH = r$، پس داریم:

$$OW = WH \Rightarrow \sqrt{(۶-۰)^۲+(\beta-۰)^۲} = \sqrt{(۶-۶)^۲+(-۲-\beta)^۲} \Rightarrow (۶-۰)^۲+(\beta-۰)^۲ = (۶-۶)^۲+(-۲-\beta)^۲$$

$$\Rightarrow ۳۶+\beta^۲ = ۰+(۴+۴\beta+\beta^۲) \Rightarrow ۳۲ = ۴\beta \Rightarrow \beta = ۸$$

بنابراین مجموع طول و عرض مرکز دایره، یعنی $x_W + y_W$ می‌شود $۶+۸=۱۴$.

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول (پیدا کردن مختصات مرکز و طول شعاع دایره):** معادلهٔ دایره را به صورت $x^۲+y^۲-\sqrt{۳}x-y=۰$ می‌نویسیم، داریم:

$$W(-\frac{-\sqrt{۳}}{۲},-\frac{-۱}{۲}) = (\frac{\sqrt{۳}}{۲},\frac{۱}{۲}) \qquad r = \frac{۱}{۲}\sqrt{(-\sqrt{۳})^۲+(-۱)^۲-۴(۰)} = \frac{۱}{۲}\times ۲ = ۱$$

گام دوم (رسم دایره در دستگاه مختصات): برای رسم دقیق‌تر، نقاط تقاطع دایره با محورهای مختصات را هم پیدا می‌کنیم:

$$x^۲+y^۲-\sqrt{۳}x-y=۰ \begin{cases} x=۰ \Rightarrow y^۲-y=۰ \Rightarrow y=۰, y=۱ \\ y=۰ \Rightarrow x^۲-\sqrt{۳}x=۰ \Rightarrow x=۰, x=\sqrt{۳} \end{cases}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): شکل را با دقت ببینید، دایرهٔ ما در واقع دایرهٔ محیطی مثلث قائم‌الزاویهٔ OAB است. که در این مثلث $\tan \hat{A} = \frac{OB}{OA} = \sqrt{۳}$، پس $\hat{A} = ۶۰^\circ$ و در نتیجه $\hat{B} = ۳۰^\circ$ و ما نسبت طول کمان AB به طول کمان OB را می‌خواهیم که همان نسبت اندازه‌های آن‌ها است:

$$\frac{\overset{\frown}{AB}}{\overset{\frown}{OB}} = \frac{۲\hat{O}}{۲\hat{A}} = \frac{\hat{O}}{\hat{A}} = \frac{۹۰^\circ}{۶۰^\circ} = ۱/۵$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۴

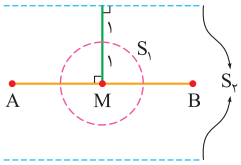
پاسخ تشریحی **گام اول (مشخص‌کردن مجموعهٔ $S_۱$):** طول وتر $AB = ۶$ است، پس طول میانهٔ وارد بر وتر $\frac{۱}{۲}AB = ۳$ است، پس اگر میانه‌های مثلث در G همرس باشند، داریم $GM = \frac{۱}{۳}\times ۳ = ۱$، یعنی فاصلهٔ نقطهٔ متغیر G از نقطهٔ ثابت M (وسط AB) برابر با مقدار ثابت $r=۱$ است، یعنی G روی دایره‌ای به مرکز M و شعاع $r=۱$ واقع است.

گام دوم (مشخص‌کردن مجموعهٔ $S_۲$): مکان هندسی نقاطی که از خط گذرنده از A و B به فاصلهٔ دو هستند، دو خط موازی با AB و به فاصلهٔ دو از آن است:

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم (مشخص‌کردن مجموعهٔ $S_1 \cap S_2$): همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید، S_1 و S_2 نقطهٔ مشترکی ندارند. پس $S_1 \cap S_2 = \varnothing$ و تعداد اعضای مجموعهٔ $S_1 \cap S_2$، صفر است.



۴۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی فرض می‌کنیم $W(\alpha,\beta)$ مرکز دایرهٔ C و شعاع آن R است، برای محاسبهٔ α گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول (اعمال شرط گذشتن دایره از (۱۰،۰)): این‌که دایرهٔ C محور xها را با طول ۱۰ قطع می‌کند، یعنی از نقطهٔ $A(۱۰,۰)$ می‌گذرد، پس فاصلهٔ مرکز دایره تا نقطهٔ A برابر با شعاع است.

$$WA = ۵ \Rightarrow \sqrt{(\alpha-۱۰)^۲+\beta^۲} = ۵ \Rightarrow (\alpha-۱۰)^۲+\beta^۲ = ۲۵$$

گام دوم (اعمال شرط مماس‌خارج بودن C با دایرهٔ $x^۲+y^۲=۱$): معادلهٔ $x^۲+y^۲=۱$ دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات (یعنی $O(۰,۰)$) و شعاع $r=۱$ را مشخص می‌کند که اگر این دایره بر C مماس‌خارج باشد، آن‌گاه:

$$WO = ۵+۱ \Rightarrow \sqrt{(\alpha-۰)^۲+(\beta-۰)^۲} = ۶ \Rightarrow \alpha^۲+\beta^۲ = ۳۶$$

گام سوم (محاسبهٔ α): از دو رابطهٔ به دست آمده در گام‌های اول و دوم استفاده می‌کنیم:

$$(\alpha-۱۰)^۲+\beta^۲ = ۲۵ \Rightarrow \beta^۲ = ۲۵-(\alpha-۱۰)^۲ \qquad \alpha^۲+\beta^۲ = ۳۶ \Rightarrow \beta^۲ = ۳۶-\alpha^۲$$

پس داریم:

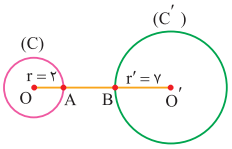
$$۲۵-(\alpha-۱۰)^۲ = ۳۶-\alpha^۲ \Rightarrow ۲۵-(\alpha^۲-۲۰\alpha+۱۰۰) = ۳۶-\alpha^۲ \Rightarrow ۲۰\alpha = ۱۱۱ \Rightarrow \alpha = \frac{۱۱۱}{۲۰} = ۵/۵۵$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ فاصلهٔ بین مرکزهای دو دایره)**: سؤال می‌گوید طول مماس‌مشترک داخلی دو دایرهٔ $C(O,۲)$ و $C'(O',۷)$ برابر با $۲\sqrt{۲۲}$ است و خودمان می‌دانیم که طول مماس‌مشترک داخلی این دو دایره $\sqrt{OO'^۲-(۷+۲)^۲}$ است، پس:

$$۲\sqrt{۲۲} = \sqrt{OO'^۲-۹^۲} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۸۸ = OO'^۲-۸۱ \Rightarrow OO'^۲ = ۱۶۹ \Rightarrow OO' = ۱۳$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): با توجه به این‌که فاصلهٔ بین مرکزهای دو دایره $OO'=۱۳$ است، شکل مناسب را رسم می‌کنیم.

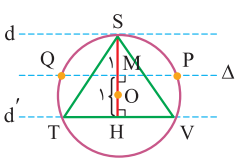


همان‌طور که می‌بینید، کم‌ترین فاصلهٔ بین نقاط دو دایرهٔ C و C' برابر با طول پاره‌خط AB است و داریم:

$$AB = OO'-(r+r') \Rightarrow AB = ۱۳-(۲+۷) = ۴$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب)**: مکان هندسی نقاطی که از خط Δ به فاصلهٔ یک هستند، دو خط موازی با Δ و به فاصلهٔ یک از آن است و سؤال می‌گوید که نقاط مشترک این دو خط با دایرهٔ $C(O,R)$، رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع هستند. با رسم شکل متوجه می‌شویم که: ۱) یکی از دو خط d و d' بر دایره مماس و دیگری با آن متقاطع است. ۲) دایرهٔ C، دایرهٔ محیطی مثلث STV است.



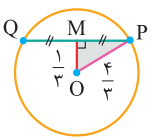
گام دوم (محاسبهٔ شعاع دایره و OM): همان‌طور که در شکل می‌بینید، $SH=۲$ ارتفاع مثلث است و داریم:

$$R = \frac{۲}{۳}SH \Rightarrow R = \frac{۲}{۳}\times ۲ = \frac{۴}{۳}$$

ضمن آن‌که:

$$OM+MS = R \Rightarrow OM+۱ = \frac{۴}{۳} \Rightarrow OM = \frac{۱}{۳}$$

گام سوم (محاسبهٔ طول وتر PQ): برای محاسبهٔ طول وتر PQ، از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OMP استفاده می‌کنیم، داریم:



$$MP = \sqrt{OP^۲-OM^۲} \Rightarrow MP = \sqrt{\frac{۱۶}{۹}-\frac{۱}{۹}} = \sqrt{\frac{۱۵}{۹}} = \frac{\sqrt{۱۵}}{۳}$$

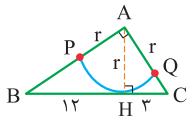
پس:

$$PQ = ۲MP = \frac{۲\sqrt{۱۵}}{۳}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵- پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی **گام اول (افزودن پاره‌خط مناسب به شکل و تحلیل آن):** مطابق شکل، نقطهٔ تماس کمان با BC را H نامیده‌ایم.

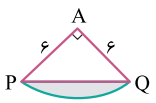
اگر از A که مرکز کمان است به H وصل کنیم، AH بر BC عمود خواهد بود،

یعنی به بیان دیگر، در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است، ضمن آن‌که طول AH برابر با شعاع دایره است.

گام دوم (محاسبهٔ شعاع کمان): با توضیحاتی که در گام اول دادیم، با استفاده از یکی از رابطه‌های طولی، ارتفاع وارد بر وتر داریم:

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow r^2 = ۱۲ \times ۳ \Rightarrow r = ۶$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): همان‌طور که در شکل می‌بینید، زاویهٔ مرکزی قطاع، ۹۰° است، پس این قطاع ربع دایره است و مساحت آن، یک‌چهارم مساحت دایره‌ای به شعاع $r = ۶$، یعنی:



$$\frac{\pi r^2}{۴} = \frac{\pi \times ۳۶}{۴} = ۹\pi$$

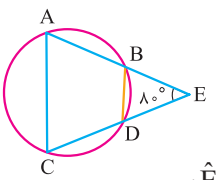
و مساحت مثلث APQ برابر است با:

$$\frac{AP \times AQ}{۲} = \frac{۶ \times ۶}{۲} = ۱۸$$

با کم‌کردن مساحت مثلث APQ از مساحت قطاع، مساحت قسمت رنگی به دست می‌آید:

$$۹\pi - ۱۸$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AC}$ و $\overset{\frown}{BD}$):**

سؤال می‌گوید $\overset{\frown}{AC} = ۵\overset{\frown}{BD}$ پس در نظر می‌گیریم $\overset{\frown}{BD} = x$ و $\overset{\frown}{AC} = ۵x$، از طرفی می‌دانیم $\hat{E} = \frac{۱}{۲}(\overset{\frown}{AC} - \overset{\frown}{BD})$؛ پس:

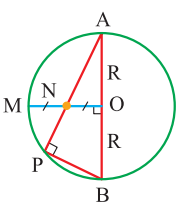
$$۸۰^\circ = \frac{۱}{۲}(۵x - x) \Rightarrow x = ۴۰^\circ \Rightarrow \begin{cases} \overset{\frown}{BD} = ۴۰^\circ \\ \overset{\frown}{AC} = ۲۰۰^\circ \end{cases}$$

گام دوم (محاسبهٔ اندازهٔ کمان‌های $\overset{\frown}{AB}$ و $\overset{\frown}{CD}$): سؤال گفته که $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$، پس در نظر می‌گیریم $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD} = y$ از آن‌جا که اندازهٔ کل کمان یک دایره ۳۶۰° است، داریم:

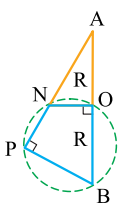
$$\overset{\frown}{AC} + \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{BD} + \overset{\frown}{CD} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۲۰۰^\circ + y + ۴۰^\circ + y = ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۲y = ۱۲۰^\circ \Rightarrow y = ۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD} = ۶۰^\circ$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): از آن‌جا که $\overset{\frown}{CD} = ۶۰^\circ$، پس $CD = R$.

۴۷- پاسخ: گزینه ۲



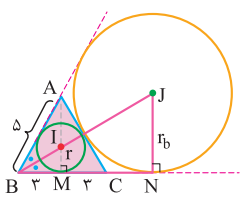
پاسخ تشریحی **گام اول (ایجاد تغییر مناسب روی شکل و تحلیل آن):** از P به B وصل می‌کنیم، طبق فرض AB قطر دایره است، پس $\overset{\frown}{AB} = ۱۸۰^\circ$، در نتیجه $A\hat{P}B = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AB} = ۹۰^\circ$. از آن‌جا که در چهارضلعی PBON دو زاویهٔ P و O قائمه‌اند، این چهارضلعی محاطی است.



گام دوم (رسم دایرهٔ محیطی چهارضلعی PBON و محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): دایرهٔ گذرنده از چهار رأس چهارضلعی PBON را رسم می‌کنیم، با استفاده از رابطهٔ طولی در این دایره، داریم:

$$AN.AP = \underset{\downarrow R}{AO}.\underset{\downarrow ۲R}{AB} \Rightarrow AN.AP = ۲R^2$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل آن):** مثلث داده‌شده متساوی‌الساقین است پس دایرهٔ محاطی داخلی، در وسط قاعده بر آن مماس است. کوچک‌ترین دایرهٔ محاطی خارجی آن، دایرهٔ محاطی مماس بر ضلع به طول ۵ و امتداد دو ضلع دیگر آن است. حالا اگر بتوانیم r، r_b و BI را محاسبه کنیم، با استفاده از قضیهٔ تالس در مثلث BJN می‌توانیم IJ را نیز حساب کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم (محاسبه r و r_b): از آن‌جا که $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین است، AM نیمساز زاویهٔ A و هم‌چنین میانه و ارتفاع وارد بر BC است. با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABM به دست می‌آید $AM = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$، پس:

$$S = \frac{۱}{۲}AM \times BC \Rightarrow S = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۶ = ۱۲ \text{ و } P = \frac{۵+۵+۶}{۲} = ۸ \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}, r_b = \frac{S}{P-b} = \frac{۱۲}{۸-۵} = ۴$$

گام سوم (محاسبهٔ طول BI): با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ IBM داریم:

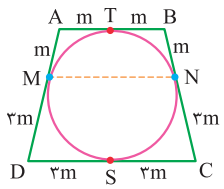
$$BI = \sqrt{BM^۲ + IM^۲} \Rightarrow BI = \sqrt{۳^۲ + (\frac{۳}{۲})^۲} = \frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$$

گام چهارم (محاسبهٔ طول IJ): دو پاره‌خط IM و JN، هر دو بر BN عمودند، پس با هم موازی‌اند و می‌توانیم از قضیهٔ تالس در مثلث BJN استفاده کنیم:

$$\frac{BI}{BJ} = \frac{IM}{JN} \Rightarrow \frac{BI}{BI+IJ} = \frac{r}{r_b} \Rightarrow \frac{\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}}{\frac{۳\sqrt{۵}}{۲} + IJ} = \frac{\frac{۳}{۲}}{۴} \Rightarrow IJ = \frac{۵\sqrt{۵}}{۲}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل آن)**: توضیحات زیر را بخوانید:



سؤال می‌گوید $CD = ۳AB$، پس در نظر می‌گیریم $AB = ۲m$ و $CD = ۶m$ که در این‌صورت داریم $AM = AT = BN = BT = m$ و $DS = DM = CS = CN = ۳m$.

گام دوم (محاسبهٔ طول MN برحسب m): از آن‌جا که $\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = k = \frac{۱}{۳}$، بنا به عکس قضیهٔ تالس در ذوزنقه، MN با قاعده‌های ذوزنقه موازی است و داریم:

$$\frac{MN-AB}{CD-MN} = k \Rightarrow \frac{MN-۲m}{۶m-MN} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳MN - ۶m = ۶m - MN \Rightarrow ۴MN = ۱۲m \Rightarrow MN = ۳m$$

بنابراین، خواستهٔ سؤال برابر است با:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{۳m}{۲m} = ۱/۵$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ طول ضلع شش‌ضلعی منتظم)**: سؤال گفته است:

$$۳\sqrt{۳}a = ۶\sqrt[۴]{۳} \Rightarrow a = \frac{۶\sqrt[۴]{۳}}{۳\sqrt{۳}} = \frac{۳ \times ۲\sqrt[۴]{۳}}{۳ \times \sqrt[۴]{۳} \times \sqrt[۴]{۳}} = \frac{۲}{\sqrt[۴]{۳}}$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): داریم:

$$R.r = (a)(\frac{\sqrt{۳}}{۲}a) = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲ \xrightarrow{a=\frac{۲}{\sqrt[۴]{۳}}} R.r = \frac{\sqrt{۳}}{۲}(\frac{۲}{\sqrt[۴]{۳}})^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times \frac{۴}{\sqrt{۳}} = ۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

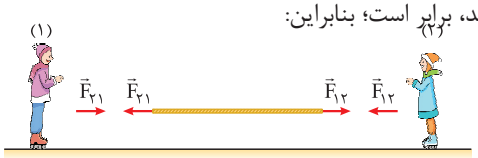
فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۲۹ تا ۶۰

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی طبق قانون اول نیوتون، جسم تمایل دارد حالت قبلی خودش را حفظ کند. با شروع حرکت کامیون به سمت جلو، شخص درون اتاقک تمایل دارد ساکن بماند؛ در نتیجه فاصلهٔ بین شخص و انتهای کامیون کم می‌شود.

۵۲- پاسخ: گزینه ۱

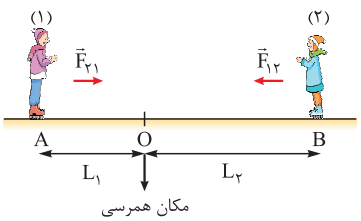
پاسخ تشریحی طبق قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیرویی که دو نفر به هم وارد می‌کنند، برابر است؛ بنابراین:



$$F_{۱۲}=F_{۲۱} \Rightarrow m_۲a_۲=m_۱a_۱ \xrightarrow{m_۱=۲m_۲} m_۲a_۲=۲m_۲a_۱$$
$$\Rightarrow a_۲=۲a_۱$$

همان‌طور که در شکل بالا مشاهده می‌کنیم، جهت نیروی $\vec{F}_{۲۱}$ (نیروی وارد بر شخص (۱)) به سمت راست و جهت نیروی $\vec{F}_{۱۲}$ (نیروی وارد بر شخص (۲)) به سمت چپ است. پس جهت شتاب‌های $a_۱$ و $a_۲$ به ترتیب در جهت محور x و خلاف جهت محور x است.

گام دوم: مطابق شکل زیر مجموع مسافت‌های طی‌شده توسط دو شخص تا رسیدن به هم (نقطهٔ O) بعد از مدت‌زمان t، برابر ۶ m است، به عبارتی $L_۱+L_۲=۶\ m$.



$$\left.\begin{array}{l} L_۱=\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}a_۱t^۲ \\ L_۲=|\Delta x_۲|=|\frac{۱}{۲}a_۲t^۲| \xrightarrow{a_۲=۲a_۱} L_۲=۲(\frac{۱}{۲}a_۱t^۲) \end{array}\right\} \Rightarrow L_۲=۲L_۱$$

$$L_۱+L_۲=۶\ m \xrightarrow{L_۲=۲L_۱} L_۱+۲L_۱=۶ \Rightarrow ۳L_۱=۶ \Rightarrow L_۱=۲\ m$$

بنابراین در فاصلهٔ ۲متری نسبت به مکان اولیهٔ A به هم می‌رسند.

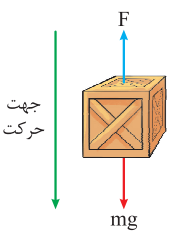
۵۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی زمانی‌که چترباز به تندی حدی می‌رسد، $F_D=mg$ می‌شود. چه در حالتی که چتر باز شده باشد و چه بسته باشد، در زمان رسیدن به تندی حدی، نیروی مقاومت هوا با نیروی وزن برابر است، پس $F_{D(۱)}=F_{D(۲)}$ است.

نیروی مقاومت هوا، به سطح مؤثر و تندی جسم وابسته است. زمانی که چترباز چتر خود را باز می‌کند، سطح مؤثر به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد؛ بنابراین تندی حدی نسبت به حالتی که چترباز، چترش را باز نکرده، کم‌تر است.

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** مطابق شکل نیروی وزن رو به پایین و نیرویی از سمت طناب و با فرض رو به بالا (F) به جسم ۸کیلوگرمی وارد می‌شود.

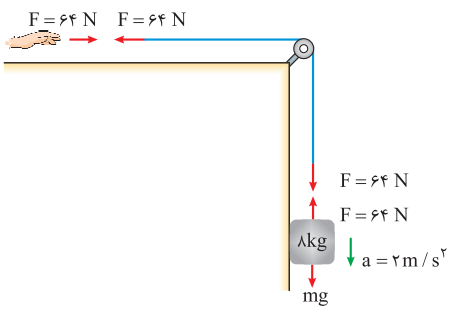


$$F_{net}=ma \Rightarrow mg-F=ma \Rightarrow ۸\times۱۰-F=۸\times۲ \Rightarrow F=۶۴\ N$$

مثبت‌بودن نیروی F نشان‌دهندهٔ این است که جهت نیروی واردشده از طرف طناب به جسم درست فرض شده است.

گام دوم: شکل مقابل جهت نیروهای وارد بر جسم، شخص و طناب را نمایش می‌دهد.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نیروی وارد از طرف طناب به دست شخص ۶۴ N و در جهت محور x است.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که شیب خط نمودار اندازهٔ نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول فنر، بیانگر ثابت فنر است، نسبت ثابت فنرهای A و B را به دست می‌آوریم.

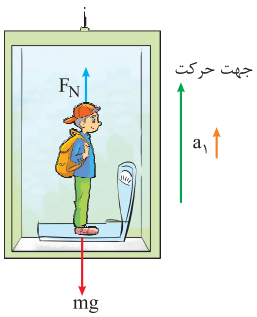
$$\frac{k_A}{k_B}=\frac{\text{شیب خط A}}{\text{شیب خط B}}=\frac{\frac{۵}{۳}}{\frac{۳}{۵}}=\frac{۲۵}{۹}$$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $F_e=k\Delta L$ و مقایسهٔ آن برای فنرهای A و B داریم:

$$\frac{(F_e)_A}{(F_e)_B}=\frac{k_A}{k_B}\times\frac{(\Delta L)_A}{(\Delta L)_B}\xrightarrow[\frac{k_A}{k_B}=\frac{۲۵}{۹},\Delta L_A=۲/۴\,cm]{(F_e)_A=mg,(F_e)_B=۳\,mg}\frac{mg}{۳\,mg}=\frac{۲۵}{۹}\times\frac{۲/۴}{\Delta L_B}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{۲۵}{۹}\times\frac{۲/۴}{\Delta L_B}\Rightarrow\Delta L_B=۲۰\,cm$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** حرکت شخص را در ۱/۲ ثانیهٔ اول بررسی می‌کنیم. آسانسور با شتاب تندشوندهٔ $a_۱$ رو به بالا حرکت می‌کند.

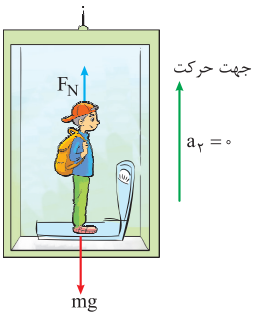


$$a_۱=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{max}}{۱/۲}=\frac{۵\,v_{max}}{۶}$$

$$(F_{net})_y=ma_۱\Rightarrow F_{N۱}-mg=ma_۱$$

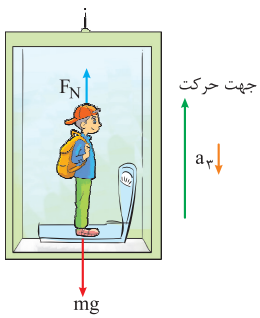
$$\Rightarrow F_{N۱}=m(g+a_۱)=m(g+\frac{۵\,v_{max}}{۶})$$

گام دوم: حرکت شخص درون آسانسور را در بازهٔ زمانی ۱/۲ s تا ۳/۲ s بررسی می‌کنیم. در این بازهٔ زمانی نمودار $v-t$ افقی است؛ بنابراین آسانسور بدون شتاب $(a_۲=۰)$ حرکت می‌کند.



$$(F_{net})_y=ma_۲=۰\Rightarrow F_{N۲}-mg=۰\Rightarrow F_{N۲}=mg$$

گام سوم: حرکت شخص درون آسانسور را در بازهٔ زمانی ۳/۲ s تا ۵ s بررسی می‌کنیم. آسانسور با شتاب کندشوندهٔ $a_۳$ رو به بالا حرکت می‌کند.



$$a_۳=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۰-v_{max}}{۱/۸}=\frac{-۵\,v_{max}}{۹}$$

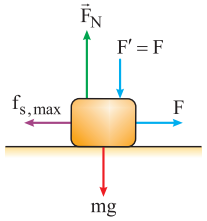
$$(F_{net})_y=ma_۳\Rightarrow F_{N۳}-mg=m(\frac{-۵\,v_{max}}{۹})\Rightarrow F_{N۳}=m(g-\frac{۵\,v_{max}}{۹})$$

گام چهارم: بیشترین مقداری که ترازو نشان می‌دهد، در مرحلهٔ اول و کم‌ترین مقداری که ترازو نشان می‌دهد، در مرحلهٔ سوم اتفاق افتاده است؛ بنابراین:

$$\frac{F_{N۱}}{F_{N۳}}=۱/۵\Rightarrow\frac{m(g+\frac{۵\,v_{max}}{۶})}{m(g-\frac{۵\,v_{max}}{۹})}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow۲۰+\frac{۵v_{max}}{۳}=۳۰-\frac{۵v_{max}}{۳}\Rightarrow\frac{۱۰\,v_{max}}{۳}=۱۰\Rightarrow v_{max}=۳\,m/s$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** قانون دوم نیوتون را در حالتی که جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد، برای جسم می‌نویسیم. در شکل نیروهای واردشده در این حالت رسم شده است.



جسم در راستای قائم جابه‌جایی ندارد: $(F_{net})_y=۰\Rightarrow F_N-F-mg=۰\Rightarrow F_N=F+mg$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

جسم در راستای افق، در آستانهٔ حرکت است:

$$(F_{net})_x = ۰ \Rightarrow F - f_{s,max} = ۰ \Rightarrow F = f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow F = ۰/۸(F + mg) \Rightarrow F = ۰/۸F + ۴۰ \Rightarrow F = ۲۰۰\,N$$

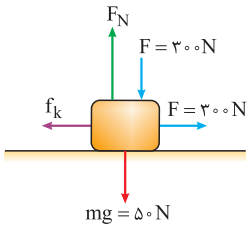
گام دوم: در شرایط جدید اندازهٔ هر یک از نیروهای F و F'، ۱۰۰ نیوتون افزایش می‌یابد و به ۳۰۰ N می‌رسد. در این حالت نیروی ۳۰۰ نیوتون باعث حرکت شده و اصطکاک از نوع جنبشی است.

جسم در راستای قائم حرکت ندارد:

$$F_N = F + mg = ۳۵۰\,N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۸ \times ۳۵۰ = ۲۸۰\,N \xrightarrow{F=۳۰۰N} f_{s,max} < F \quad (\text{جسم حرکت می‌کند.})$$

$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۷۵ \times ۳۵۰\,N$$



گام سوم: اندازهٔ نیروی عکس‌العمل سطح را به دست می‌آوریم:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} = \sqrt{(۰/۷۵ \times ۳۵۰)^۲ + (۳۵۰)^۲} = ۳۵۰\sqrt{\frac{۹}{۱۶} + ۱} = ۳۵۰ \times \frac{۵}{۴} = ۴۳۷/۵\,N$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

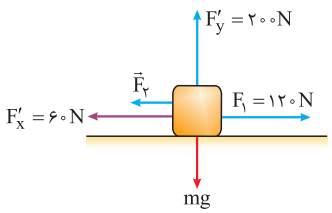
پاسخ تشریحی **گام اول:** نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، به صورت $\vec{F} = ۶۰N\vec{i} - ۲۰۰N\vec{j}$ است. طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت با نیرویی است که جسم به سطح وارد می‌کند؛ بنابراین نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\vec{F}' = -۶۰N\vec{i} + ۲۰۰N\vec{j}$$

گام دوم: نیروهای واردشده بر جسم را در شکل مشخص می‌کنیم، بنابراین داریم:

جسم در راستای قائم حرکت نمی‌کند، بنابراین داریم:

$$f_{net,y} = ۰ \Rightarrow mg = F'_y = ۲۰۰ \Rightarrow m = ۲۰\,kg$$



گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم در راستای افقی می‌نویسیم. باید توجه کنیم که نیرویی که سطح در راستای افق به جسم وارد می‌کند، همان نیروی اصطکاک است:

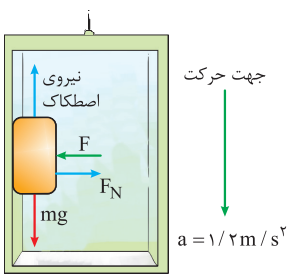
$$F_{net,x} = ma \Rightarrow F_۱ - F_۲ - F'_x = ma \Rightarrow ۱۲۰ - F_۲ - ۶۰ = ۲۰ \times ۲ \Rightarrow F_۲ = ۲۰\,N$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل زیر نیروهای وارد بر جسم که بر دیوارهٔ آسانسور قرار دارد را نمایش می‌دهد.

با توجه به این‌که جسم در راستای افق حرکت ندارد، داریم:

$$F_N = F$$



گام دوم: خواستهٔ سؤال، حداقل نیروی لازم برای نگه‌داشتن جسم و جلوگیری از سقوط آن است؛ بنابراین جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد و نیروی اصطکاک بیشینه است.

گام سوم: قانون دوم نیوتون را برای جسم در راستای قائم می‌نویسیم.

$$F_{net,y} = ma \Rightarrow mg - f_{s,max} = ma \Rightarrow mg - \mu_s F_N = ma \Rightarrow mg - ma = \mu_s F \Rightarrow m(g-a) = \mu_s F$$

$$\Rightarrow ۲(۹/۸ - ۱/۲) = ۰/۵ \times F \Rightarrow F = ۳۴/۴\,N$$

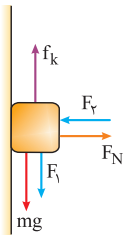
۶۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** شکل روبه‌رو نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول نمایش می‌دهد.

در راستای افق جابه‌جایی نداریم، پس:

$$F_N = F_۲$$

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k F_۲$$



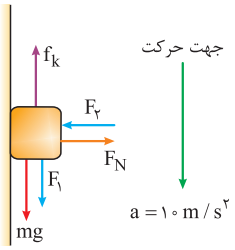
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: شتاب حرکت جسم در مرحلهٔ اول را به دست می‌آوریم: $v_2^2 - v_1^2 = 2a_1\Delta y_1 \Rightarrow 2^2 - 0^2 = 2a_1 \times 0/2 \Rightarrow a_1 = 10\ m/s^2$

در این حالت جابه‌جایی به سمت پایین را مثبت در نظر گرفتیم.

گام سوم: قانون دوم نیوتون را در مرحلهٔ اول و در راستای قائم برای جسم می‌نویسیم.



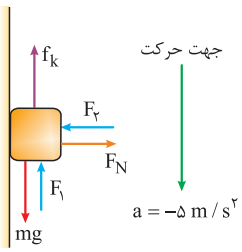
$$F_{net,y} = ma_1 \Rightarrow mg + F_1 - f_k = ma_1 \Rightarrow 10m + F_1 - f_k = 10m \Rightarrow F_1 = f_k$$

گام چهارم: شتاب حرکت جسم در مرحلهٔ دوم را به دست می‌آوریم، جابه‌جایی جسم به سمت پایین را مثبت در نظر می‌گیریم.

$$v_3^2 - v_2^2 = 2a_2\Delta y_2 \Rightarrow 0^2 - 2^2 = 2a_2 \times 0/4 \Rightarrow a_2 = -5\ m/s^2$$

بنابراین در این مرحله شتاب حرکت جسم رو به بالا هست.

گام پنجم: قانون دوم نیوتون را در مرحلهٔ دوم و در راستای قائم برای جسم می‌نویسیم.



$$F_{net,y} = ma_2 \Rightarrow mg - F_1 - f_k = ma_2 \Rightarrow 10\,m - F_1 - f_k = -5\,m$$

$$15\,m = F_1 + f_k \xrightarrow[\text{گام سوم}]{F_1 = f_k} 15\,m = 2F_1 \Rightarrow F_1 = \frac{15\,m}{2} = \frac{15 \times 0/6}{2} = 4/5\ N$$

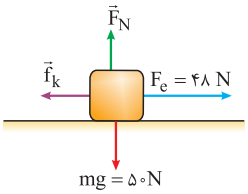
۶۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: نیروی افقی را که توسط فنر به جسم منتقل می‌شود، به دست می‌آوریم. این نیروی افقی باعث تغییر طول فنر به اندازهٔ ۲۴ cm شده است.

$$F_e = k\Delta L \Rightarrow F_e = 200 \times 0/24 = 48\ N$$

گام دوم: نیروی خالص وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. شکل مقابل نیروهای واردشده بر جسم را نمایش می‌دهد.



$$F_{net} = F_e - f_k = 48 - \mu_k(F_N) = 48 - \underbrace{0/6(50)}_{30} = 18\ N$$

گام سوم: اندازهٔ تغییرات تکانهٔ جسم را در مدت ۵ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\Delta p = F_{net} \times \Delta t = 18 \times 5 = 90\ \frac{kg.m}{s}$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: می‌دانیم آهنگ تغییر تکانه $(\frac{\Delta p}{\Delta t})$ برابر نیروی خالص وارد بر جسم است. در ۳ ثانیهٔ اول حرکت نیروهای F و f_k بر جسم اثر می‌کنند، بنابراین داریم:

$$F_{net} = F - f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F - f_k = \frac{18 - 0}{3 - 0} = 6\ N \Rightarrow F - f_k = 6\ N$$

گام دوم: در بازهٔ زمانی ۳ تا ۸ ثانیه، تنها نیروی اصطکاک بر جسم اثر می‌کند؛ بنابراین نیروی اصطکاک به دست می‌آید:

$$F_{net} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow -f_k = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{0 - 18}{8 - 3} = -3/6 \Rightarrow f_k = 3/6\ N$$

گام سوم: نیروی F به راحتی به دست می‌آید.

$$F - f_k = 6 \xrightarrow{f_k = 3/6N} F - 3/6 = 6 \Rightarrow F = 9/6\ N$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی مطابق با رابطهٔ $K = \frac{p^2}{2m}$، نسبت جرم جسم A به جرم جسم B را به دست می‌آوریم.

$$\frac{K_B}{K_A} = (\frac{p_B}{p_A})^2 \times \frac{m_A}{m_B} \xrightarrow[K_A = 0/9K_B]{p_A = 1/2p_B} \frac{K_B}{0/9\,K_B} = (\frac{p_B}{1/2\,p_B})^2 \times \frac{m_A}{m_B} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{(1/2)^2}{0/9} = \frac{1/2 \times 1/2}{3 \times 0/3} = 1/6$$

بنابراین جرم جسم A، ۶۰ درصد بیشتر از جرم جسم B است.

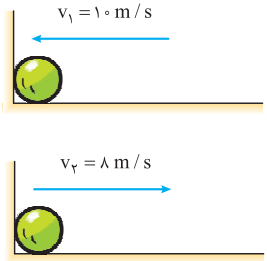
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

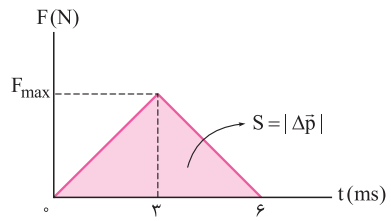
پاسخ تشریحی

گام اول: توپ با تندی $۱۰\ m/s$ به دیوار برخورد کرده (شکل (۱)) و با تندی $۸\ m/s$ برمی‌گردد (شکل (۲)). اندازهٔ تغییرات تکانه (Δp) را به دست می‌آوریم:



$$|\Delta\vec{p}| = m|\Delta\vec{v}| = m|\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱| = ۰/۴(\underbrace{۸-(-۱۰)}_{۱۸}) = ۷/۲\ \frac{kg.m}{s}$$

گام دوم: سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان که در شکل مقابل رسم شده است، برابر اندازهٔ تغییرات تکانه است. تغییرات تکانه در گام اول $۷/۲$ واحد SI به دست آمده، بنابراین داریم:



$$\frac{F_{max} \times ۶\times۱۰^{-۳}}{۲} = ۷/۲ \Rightarrow F_{max} = \frac{۲\times۷/۲}{۶\times۱۰^{-۳}} = ۲۴۰۰\ N$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

باید شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین و سطح سیاره را با هم مقایسه کنیم. شتاب گرانش در ارتفاع h از یک سیاره به شعاع R و چگالی ρ از رابطهٔ $g = \frac{۴}{۳}\pi\rho G\frac{R^۳}{(R+h)^۲}$ به دست می‌آید.

گام اول: شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$g_e = \frac{۴}{۳}\pi\rho_e G\frac{R_e^۳}{(R_e+h)^۲}$$

گام دوم: شتاب گرانش در سطح سیارهٔ x $(h=۰)$ برابر است با:

$$g_x = \frac{۴}{۳}\pi\rho_x G\frac{R_x^۳}{R_x^۲} = \frac{۴}{۳}\pi\rho_x G R_x$$

گام سوم: شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین با شتاب گرانش در سطح سیاره برابر است، بنابراین داریم:

$$g_e = g_x \Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi\rho_e G\frac{R_e^۳}{(R_e+h)^۲} = \frac{۴}{۳}\pi\rho_x G R_x \Rightarrow \rho_e\frac{R_e^۳}{(R_e+h)^۲} = \rho_x R_x \xrightarrow[R_x=\frac{R_e}{۹}]{\rho_x=۴\rho_e} \rho_e\frac{R_e^۳}{(R_e+h)^۲} = ۴\rho_e\times\frac{R_e}{۹}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e^۲}{(R_e+h)^۲} = \frac{۴}{۹} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم.}} \frac{R_e}{R_e+h} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow h = \frac{R_e}{۲}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

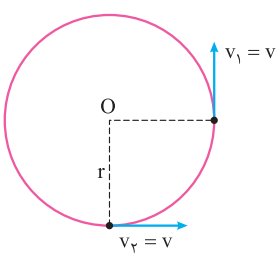
پاسخ تشریحی

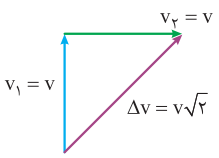
گام اول: از رابطهٔ $a = \frac{۲\pi v}{T}$ برای محاسبهٔ تندی استفاده می‌کنیم.

$$a = \frac{۲\pi v}{T} \Rightarrow ۶\pi = \frac{۲\pi\times v}{T} \Rightarrow v = ۳T$$

گام دوم: شکل زیر مسیر حرکت متحرک با تندی ثابت روی محیط دایره‌ای به شعاع r در بازهٔ زمانی $\Delta t = \frac{۳T}{۴}$ را نمایش می‌دهد. تغییر سرعت در این بازه را به دست می‌آوریم.

توجه کنید که از آن‌جا که تندی متحرک ثابت است، در بازهٔ $\Delta t = \frac{۳T}{۴}$، متحرک $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره را می‌پیماید.





گام سوم: شتاب متوسط (a_{av}) را در بازهٔ زمانی $\Delta t = \frac{۳T}{۴}$ به دست می‌آوریم.

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\sqrt{۲}}{\frac{۳T}{۴}} \xrightarrow{v=۳T} a_{av} = \frac{۳\sqrt{۲}T}{\frac{۳T}{۴}} = ۴\sqrt{۲}\ m/s^۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی نیروی کشش فنر (F_e) نقش نیروی مرکزگرا را دارد؛ بنابراین داریم:

$$F_e = F_{\text{مرکزگرا}} \Rightarrow k\Delta L = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow 600(0/4 - 0/36) = \frac{mv^2}{0/4} \Rightarrow mv^2 = 9/6\ J$$

انرژی جنبشی از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ به دست می‌آید، پس داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9/6) = 4/8\ J$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** دورهٔ تناوب صفحهٔ چرخان را به دست می‌آوریم:

$$Tn = \Delta t \Rightarrow T \times 20 = 60 \Rightarrow T = 3\ s$$

گام دوم: تندی حرکت جسم در فاصلهٔ ۹۰ سانتی‌متری از مرکز صفحهٔ چرخان را به دست می‌آوریم:

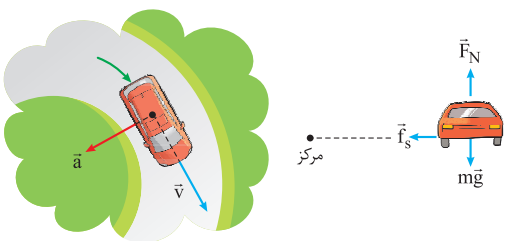
$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 0/9}{3} = 0/6\pi\ m/s$$

گام سوم: برای این‌که جسم بدون لغزش بر روی صفحهٔ افقی گردان بچرخد، باید نیروی اصطکاک ایستایی بزرگ‌تر از نیروی مرکزگرا باشد. به عبارتی داریم:

$$f_{s,max} \geq F_{\text{مرکزگرا}} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s (F_N) \geq \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s (mg) \geq \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s g \geq \frac{v^2}{r} \Rightarrow \mu_s \geq \frac{v^2}{rg} = \frac{(0/6\pi)^2}{0/9 \times \pi^2} = 0/4$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی خودرو با تندی ثابت $108\ km/h = 30\ m/s$، در یک مسیر دایره‌ای بدون لغزش حرکت می‌کند. مطابق شکل نیروی مرکزگرا، نیروی اصطکاک ایستایی است که باعث می‌شود خودرو در راستای شعاع جابه‌جا نشود، بنابراین داریم:



$$f_s = F_{\text{مرکزگرا}} = \frac{mv^2}{r} = \frac{(1/2 \times 10^3) \times (30)^2}{96} = 5000\ N$$

وقتی سرعت بیشینه است: $f_{s,max} = F_C \Rightarrow \mu_s mg = \frac{mV^2}{r}$

$$\Rightarrow \mu_s = \frac{V^2}{rg} = \frac{30^2}{96 \times 10} = \frac{900}{960} = \frac{15}{16}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی تندی حرکت و دورهٔ تناوب ماهواره به جرم ماهواره وابسته نیست. طبق رابطهٔ $T = \frac{2\pi r\sqrt{r}}{\sqrt{GM_e}}$، مربع دورهٔ تناوب ماهواره‌هایی که به دور زمین می‌چرخند با r^3 متناسب است و طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$، مربع تندی ماهواره‌هایی که به دور زمین می‌چرخند با $\frac{1}{r}$ متناسب است، بنابراین داریم:

$$\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3 \xrightarrow{\left(\frac{r_B}{r_A}\right) = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2} \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^6 \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^3 \quad \frac{T_B}{24} = \left(\frac{2v_B}{v_B}\right)^3 \Rightarrow T_B = 192\ h$$

توجه داشته باشید که همگام بودن مدار ماهوارهٔ A با زمین، بدین معنی است که دورهٔ تناوب این ماهواره برابر با دورهٔ تناوب زمین یعنی ۲۴ h است.

زوج‌درس شروع از دهم: فیزیک (۱): صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۴۹

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به معادلهٔ حالت گازهای کامل داریم:

$$PV = nRT \xrightarrow[n\ \text{ثابت}]{V\ \text{ثابت}} (P_2 - P_1)V = nR(T_2 - T_1)$$

$$\xrightarrow{\substack{P_1 = 4\ atm = 4 \times 10^5\ Pa,\ n = 2\ mol,\ P_2 = P \\ V = 2\ L = 2 \times 10^{-3}\ m^3,\ R = 8\ \frac{J}{mol.K},\ T_2 - T_1 = -40\ K}} (P - 4 \times 10^5) \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 8 \times (-40)$$

$$\Rightarrow P - 4 \times 10^5 = -3/2 \times 10^5 \Rightarrow P = 0/8 \times 10^5\ Pa = 0/8\ atm$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک معادلهٔ حالت، نسبت مولی گاز در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow[V_1 = V_2 = V\ \text{مخزن},\ T_2 = 47 + 273 = 320\ K]{P_1 = 3\ atm,\ P_2 = 1/5\ atm,\ T_1 = 127 + 273 = 400\ K} \frac{3}{n_1 \times 400} = \frac{1/5}{n_2 \times 320} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{5}{8}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: با داشتن نسبت مولی گاز، نسبت جرمی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{n_۲}{n_۱}=\frac{۵}{۸} \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} \frac{\frac{m_۲}{M}}{\frac{m_۱}{M}}=\frac{۵}{۸} \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱}=\frac{۵}{۸}$$

گام سوم: در نهایت درصد تغییر جرم گاز را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییر جرم}=\frac{m_۲-m_۱}{m_۱}\times ۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد تغییر جرم}=\frac{\frac{۵}{۸}m_۱-m_۱}{m_۱}\times ۱۰۰=\frac{-۳}{۸}\times ۱۰۰=-٪۳۷/۵$$

بنابراین باید ۳۷ / ۵ درصد از جرم گاز را خالی کنیم.

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی عبارات:

الف) نادرست ـ متغیرهای ترمودینامیکی از یکدیگر مستقل نیستند و تغییر در یکی از آن‌ها باعث می‌شود که یک یا هر دو کمیت دیگر هم تغییر کنند.

ب) درست ـ برای یک گاز در تعادل ترمودینامیکی تمامی نقاط هم‌فشار و هم‌دما هستند.

پ) نادرست ـ رابطهٔ بین متغیرهای ترمودینامیکی (معادلهٔ حالت) به نوع مولکول‌های گاز بستگی ندارد.

ت) درست ـ در تعادل ترمودینامیکی متغیرهای ترمودینامیکی به صورت خودبه‌خودی تغییر نمی‌کنند.

بنابراین عبارات «ب» و «ت» درست هستند.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** به کمک معادلهٔ حالت، مقدار مول گاز مخزن و هر کپسول را به دست می‌آوریم:

$$PV=nRT \Rightarrow \begin{cases} \text{مخزن: } ۲۰\times ۱۰^{۵}\times ۳۰\times ۱۰^{-۳}=n\times ۸\times ۳۰۰ \Rightarrow n=۲۵\ mol \\ \text{کپسول: } ۳\times ۱۰^{۵}\times ۲\times ۱۰^{-۳}=n'\times ۸\times ۳۰۰ \Rightarrow n'=۰/۲۵\ mol \end{cases}$$

گام دوم: حال با داشتن مقدار مول گاز مخزن و هر کپسول، تعداد کپسول‌ها را به دست می‌آوریم:

$$n=N\times n' \Rightarrow ۲۵=N\times ۰/۲۵ \Rightarrow N=۱۰۰$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا فشار گاز محبوس را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{گاز}}+P_{\text{مایع}}=P_۰ \Rightarrow P_{\text{گاز}}+۱۶\ cmHg=۷۶\ cmHg \Rightarrow P_{\text{گاز}}=۶۰\ cmHg$$

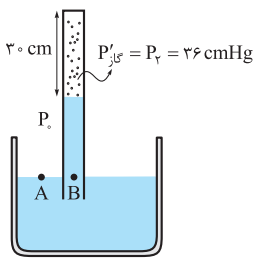
گام دوم: به کمک معادلهٔ حالت نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ را به دست می‌آوریم:

$$PV=nRT \Rightarrow \frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \xrightarrow{n_۱=n_۲} \frac{P_۱V_۱}{T_۱}=\frac{P_۲V_۲}{T_۲}$$

$$\xrightarrow[T_۱=۲۷+۲۷۳=۳۰۰\ K,\ T_۲=T_۱-\frac{۱۰}{۱۰۰}T_۱=۰/۹T_۱=۲۷۰\ K]{P_۱=۶۰\ cmHg,\ P_۲=P_۱-\frac{۴۰}{۱۰۰}P_۱=۰/۶P_۱=۳۶\ cmHg} \frac{۶۰\times V_۱}{۳۰۰}=\frac{۳۶\times V_۲}{۲۷۰}$$

$$\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{V=Ah \text{ و سطح مقطع ثابت}} \frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۳}{۲} \xrightarrow{h_۱=۲۰cm} h_۲=۳۰\ cm$$

گام سوم: با توجه به شکل مقابل داریم:



$$P_A=P_B \Rightarrow P_۰=P_۲+P'_{\text{مایع}} \Rightarrow ۷۶=۳۶+P'_{\text{مایع}} \Rightarrow P'_{\text{مایع}}=۴۰\ cmHg$$

گام چهارم: اگر ارتفاع لولهٔ بالاتر از سطح جیوه در ظرف را در حالت اول H و در حالت دوم H' بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} H=۱۶+۲۰=۳۶\ cm \\ H'=۴۰+۳۰=۷۰\ cm \end{cases} \Rightarrow H'-H=۷۰-۳۶=۳۴\ cm$$

بنابراین باید لوله را ۳۴ cm بالا بکشیم.

۷۶- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** فشار گاز محبوس را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$P_۱=P_۰+\frac{mg}{A} \xrightarrow[A=۵۰\ cm^۲=۵۰\times ۱۰^{-۴}\ m^۲]{P_۰=۱\ bar=۱۰^۵\ Pa,\ m=۶\ kg} P_۱=۱۰^۵+\frac{۶\times ۱۰}{۵۰\times ۱۰^{-۴}}=۱۰^۵+۰/۱۲\times ۱۰^۵=۱/۱۲\times ۱۰^۵\ Pa$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: به کمک معادلهٔ حالت، فشار گاز محبوس در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow \frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow{n_1=n_2} \frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

$$\xrightarrow[T_1=۱۳۶/۵+۲۷۳=۴۰۹/۵\,K,\,T_2=۴۰۹/۵+۲۷۳=۶۸۲/۵\,K]{P_1=۱/۱۲\times۱۰^۵\,Pa,\,\frac{V_2}{V_1}=\frac{h_2}{h_1}=\frac{۳۰+۱۰}{۳۰}=\frac{۴}{۳}} \frac{۱/۱۲\times۱۰^۵\times V_1}{۴۰۹/۵} = \frac{P_2\times\frac{۴}{۳}V_1}{۶۸۲/۵} \Rightarrow P_2 = ۱/۴\times۱۰^۵\,Pa$$

گام سوم: با داشتن P_2، جرم وزنه‌ای که باید بر روی پیستون اضافه کنیم را به دست می‌آوریم:

$$P_2 = P_0 + \frac{m'g}{A} \Rightarrow ۱/۴\times۱۰^۵ = ۱۰^۵ + \frac{m'\times۱۰}{۵۰\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow m' = ۲۰\,kg \Rightarrow m'' = m' - m = ۲۰-۶ = ۱۴\,kg$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک روابط $Q = mc\Delta\theta$ و $W = -P\Delta V$ با در نظر گرفتن این‌که $\Delta V = V_1\beta\Delta\theta$ است، گرما و کار را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow[c=۰/۲\,\frac{kJ}{kg.K}=۲۰۰\,\frac{J}{kg.K}]{m=۲۰۰\,g=۰/۲\,kg,\,\Delta\theta=۱۵۰-۲۵=۱۲۵^\circ C} Q = ۰/۲\times۲۰۰\times۱۲۵ = ۵۰۰۰\,J$$

$$W = -P\Delta V \xrightarrow{\Delta V = V_1\beta\Delta\theta} W = -P(V_1\times\beta\times\Delta\theta)$$

$$\xrightarrow[\beta=۳\alpha=۶\times۱۰^{-۵}\,\frac{۱}{K},\,\Delta\theta=۱۲۵^\circ C]{P=۱۰^۵\,Pa,\,V_1=(۰/۲)^۳=۸\times۱۰^{-۳}\,m^۳} W = -۱۰^۵(۸\times۱۰^{-۳}\times۶\times۱۰^{-۵}\times۱۲۵) = -۶\,J$$

گام دوم: با داشتن Q و W، طبق قانون اول ترمودینامیک ΔU را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W=-۶\,J]{Q=۵۰۰۰\,J} \Delta U = ۵۰۰۰-۶ = ۴۹۹۴\,J$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی عبارات:

الف) نادرست ـ در فرایند بی‌دررو تبادل گرمایی بین دستگاه و محیط صورت نمی‌گیرد، ولی به علت مبادلهٔ کار با محیط $\Delta U \neq ۰$ است؛ بنابراین دما تغییر می‌کند.

ب) نادرست ـ در فرایند هم‌دما، دمای دستگاه ثابت است $(\Delta U = ۰)$؛ ولی دستگاه با محیط تبادل کار و گرما دارد $(Q = -W)$؛ بنابراین گرما صفر نیست.

پ) درست ـ در صورتی که حجم دستگاه ثابت باشد، طبق رابطهٔ $W = -P\Delta V$، کار مبادله‌شده بین دستگاه و محیط صفر است $(W = ۰)$؛ بنابراین طبق قانون اول ترمودینامیک $\Delta U = Q + W$، همهٔ گرمای داده‌شده به دستگاه به انرژی درونی تبدیل می‌شود $(\Delta U = Q)$.

ت) نادرست ـ در فرایند هم‌فشار تراکمی، با کاهش حجم طبق معادلهٔ حالت، دما نیز کاهش می‌یابد؛ بنابراین انرژی درونی نیز کاهش می‌یابد.

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به رابطهٔ $W = -P\Delta V$ درمی‌یابیم در اثر انبساط (افزایش حجم)، $W < ۰$ است. از طرفی با توجه به معادلهٔ حالت درمی‌یابیم در فشار ثابت با افزایش حجم، دما نیز افزایش می‌یابد. $(\Delta T > ۰)$

بنابراین طبق رابطهٔ $\Delta U = knR\Delta T$، انرژی درونی نیز افزایش می‌یابد. $(\Delta U > ۰)$

حال به کمک قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[W<۰]{\Delta U>۰} Q > ۰$$

$$\begin{cases} \Delta U = knR\Delta T \xrightarrow[nR\Delta T = P\Delta V]{P_{ثابت}} \Delta U = kP\Delta V \quad (I) \\ W = -P\Delta V \quad (II) \\ \Delta U = Q + W \quad (III) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \Delta U = -kW \xrightarrow{(III)} Q + W = -kW \Rightarrow Q = -(k+۱)W$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حال نسبت $K=\frac{W}{Q}$ و $K'=\frac{Q}{\Delta U}$ را به دست می‌آوریم:

$$K=\frac{W}{Q}=\frac{W}{-(k+1)W}=-\frac{1}{k+1}\xrightarrow{k>1}-1<K<0$$

$$K'=\frac{Q}{\Delta U}=\frac{-(k+1)W}{-kW}=\frac{k+1}{k}\xrightarrow{k>1}K'>1$$

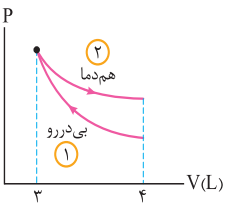
۸۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که در ابتدا در یک فرایند بسیار سریع حجم گاز را تغییر داده‌ایم، بنابراین این فرایند یک فرایند بی‌دررو $(Q=0)$ است. داریم:

$$\Delta U_1=Q_1+W_1\xrightarrow{Q_1=0}\Delta U_1=W_1\xrightarrow{\Delta V<0\Rightarrow W_1>0\Rightarrow\Delta U_1>0}\begin{cases}\Delta U_1=400\,J\\W_1=400\,J\end{cases}$$

در ادامه با توجه به این‌که در یک فرایند هم‌دما، حجم گاز را از $3\,L$ به $4\,L$ می‌رسانیم داریم:

$$\xrightarrow{T:\text{ثابت}}\Delta U_2=0\xrightarrow{\Delta U_2=Q_2+W_2}Q_2=-W_2\xrightarrow{\Delta V_2>0\Rightarrow W_2<0}Q_2=|W_2|$$



از طرفی با مقایسهٔ نمودار $P\text{-}V$ فرایندهای بی‌دررو و هم‌دما داریم:

سطح محصور نمودار $P\text{-}V$ با محور V برابر با مقدار کار سامانه بر روی محیط است.

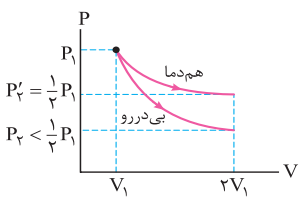
چون سطح محصور نمودار $P\text{-}V$ با محور V در فرایند هم‌دما بیشتر است، بنابراین:

$$|W_2|>|W_1|\xrightarrow{W_1=400\,J}|W_2|>400\,J\xrightarrow{Q_2=|W_2|}Q_2>400\,J$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی نمودار $P\text{-}V$ را هنگامی‌که حجم ۲ برابر می‌شود، در دو فرایند هم‌دما و بی‌دررو با هم مقایسه می‌کنیم.

در فرایند هم‌دما با دو برابر شدن حجم، فشار نصف می‌شود.



$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1}=\frac{P_2V_2}{n_2T_2}\xrightarrow{\substack{n_1=n_2\\T_1=T_2}}\frac{P_2}{P_1}=\frac{V_1}{V_2}\Rightarrow\frac{P_2}{P_1}=\frac{1}{2}$$

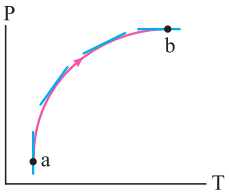
با توجه به نمودار $P\text{-}V$ فرایندهای هم‌دما و بی‌دررو درمی‌یابیم که در فرایند بی‌دررو با دو برابر شدن حجم، فشار کم‌تر از نصف می‌شود $(P_2<\frac{1}{2}P_1)$. از طرفی طبق قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U=Q+W\xrightarrow{Q=0}\Delta U=W\xrightarrow{\Delta V>0\Rightarrow W<0}\Delta U<0$$

$$\xrightarrow[\Delta U<0]{\Delta U=knR\Delta T}\Delta T<0\Rightarrow T_2<T_1$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی طبق معادلهٔ حالت $PV=nRT$ درمی‌یابیم شیب نمودار $P\text{-}T$ برابر با $\frac{nR}{V}$ است. بنابراین با افزایش شیب، V کاهش و با کاهش شیب، V افزایش می‌یابد.



بنابراین چون شیب نمودار $P\text{-}T$ از a تا b کاهش یافته، درمی‌یابیم، حجم گاز افزایش یافته است؛ در نتیجه با افزایش حجم گاز، کار گاز روی محیط مثبت و کار محیط روی گاز منفی است.

همچنین چون انرژی درونی تابع دمای گاز است و در نمودار $P\text{-}T$ از a تا b دما افزایش یافته، پس انرژی درونی گاز نیز افزایش می‌یابد.

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که در یک چرخهٔ کامل $\Delta U=0$ است و مساحت محصور چرخه مقدار کار را نشان می‌دهد، داریم:

$$\Delta U=0\xrightarrow{\Delta U=Q+W}Q=-W\xrightarrow{Q=600\,J}|W|=600\,J\xrightarrow[S=\frac{(5-2)\times10^{-3}\times\Delta P}{2}]{|W|=S}600=\frac{3\times10^{-3}\times\Delta P}{2}\Rightarrow\Delta P=4\times10^5\,Pa$$

$$\xrightarrow[\Delta P=P_B-10^5\,(Pa)]{P_1=1atm=10^5\,Pa}4\times10^5=P_B-10^5\Rightarrow P_B=5\times10^5\,Pa$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: با توجه به معادلهٔ حالت، بیشینهٔ دمای گاز در طی چرخه که مربوط به نقطهٔ B است را به دست می‌آوریم:

$$PV = nRT \Rightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \Rightarrow T_B = \frac{۵\times۱۰^{۵}\times۵\times۱۰^{-۳}}{۰/۵\times۸} = ۶/۲۵\times۱۰^{۲} = ۶۲۵\ K$$

$$\xrightarrow{T=\theta+۲۷۳} ۶۲۵ = \theta_B + ۲۷۳ \Rightarrow \theta_B = ۳۵۲\ ^\circ C$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که در یک چرخهٔ کامل $\Delta U = ۰$ است، تغییر انرژی درونی در فرایند bc را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = ۰ \Rightarrow \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{cd} + \Delta U_{da} = ۰ \xrightarrow{\text{فرایند هم‌دما ab و cd} \Rightarrow \Delta U_{ab} = \Delta U_{cd} = ۰} \Delta U_{bc} + \Delta U_{da} = ۰$$

$$\xrightarrow[\Delta U_{da}<۰]{\Delta U_{bc}>۰} \Delta U_{bc} = |\Delta U_{da}| = ۴۰۰\ J$$

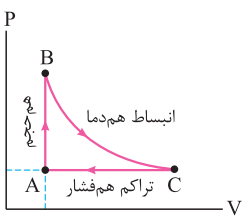
گام دوم: با توجه به این‌که نمودار P_T در فرایند bc به گونه‌ای است که امتداد آن مبدأ نمودار را قطع می‌کند، درمی‌یابیم که فرایند bc یک فرایند هم‌حجم است.

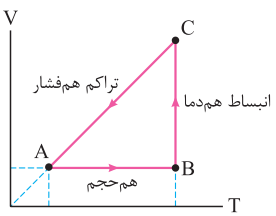
$$\Delta U_{bc} = Q_{bc} + W_{bc} \xrightarrow{\Delta V_{bc}=۰ \Rightarrow W_{bc}=۰} Q_{bc} = \Delta U_{bc} = ۴۰۰\ J$$

بنابراین در طی این فرایند، گاز ۴۰۰ J از محیط گرما گرفته است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار چرخهٔ ABC درمی‌یابیم، فرایند AB هم‌حجم، فرایند BC هم‌دما و فرایند CA هم‌فشار است. بنابراین نمودارهای P_V و V_T این چرخه به صورت روبه‌رو است:





بنابراین نمودارهای «ب» و «پ» صحیح هستند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار $P-V$ درمی‌یابیم فرایند AB انبساط هم‌فشار، فرایند BC هم‌حجم و فرایند CA تراکم بی‌دررو است. فرایند AB یک انبساط هم‌فشار است؛ بنابراین در این فرایند $\Delta T > ۰$ و در نتیجه $\Delta U_{AB} > ۰$ است. از طرفی چون $W_{AB} < ۰$ است، طبق قانون اول ترمودینامیک Q_{AB} باید مثبت باشد.

فرایند AB:
$$\begin{cases} W_{AB} = -P\Delta V \Rightarrow W_{AB} = -۴\times۱۰^{۵}\times(۴-۲)\times۱۰^{-۳} = -۸۰۰\ J \\ |Q_{AB}| = ۲۰۰۰\ J \xrightarrow{Q_{AB}>۰} Q_{AB} = ۲۰۰۰\ J \\ \Delta U_{AB} = Q_{AB} + W_{AB} \Rightarrow \Delta U_{AB} = ۲۰۰۰ - ۸۰۰ = ۱۲۰۰\ J \end{cases}$$

فرایند BC یک فرایند هم‌حجم است، بنابراین $W_{BC} = ۰$ و $\Delta U_{BC} = Q_{BC}$ است. از طرفی چون در حجم ثابت، فشار کاهش یافته، دما نیز کاهش یافته است و $\Delta U_{BC} < ۰$ است.

فرایند BC:
$$\begin{cases} W_{BC} = ۰ \\ \Delta U_{BC} = Q_{BC} = -۱۸۰۰\ J \end{cases}$$

فرایند CA یک تراکم بی‌دررو است، بنابراین $Q_{CA} = ۰$ و $W_{CA} > ۰$ است. از طرفی $\Delta U_{CA} = W_{CA}$ است.

فرایند CA:
$$\begin{cases} Q_{CA} = ۰ \\ \Delta U_{CA} = W_{CA} \end{cases}$$

با توجه به این‌که ΔU در یک چرخهٔ کامل برابر با صفر است، داریم:

$$\Delta U = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} \xrightarrow[\Delta U = ۰]{\Delta U_{AB}=۱۲۰۰\ J, \Delta U_{BC}=-۱۸۰۰\ J} ۰ = ۱۲۰۰ - ۱۸۰۰ + \Delta U_{CA}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{CA} = ۶۰۰\ J \xrightarrow{W_{CA}=\Delta U_{CA}} W_{CA} = ۶۰۰\ J$$

کار انجام‌شده توسط گاز: $W'_{CA} = -W_{CA} = -۶۰۰\ J$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا با داشتن گرمایی که به بیرون داده می‌شود (Q_L) و بازده ماشین گرمایی، گرمای دریافتی (Q_H) را به دست می‌آوریم:

$$\eta=\frac{|W|}{Q_H}=\frac{Q_H-|Q_L|}{Q_H} \xrightarrow[|Q_L|=9\,kJ]{\eta=\frac{40}{100}=0/4} 0/4=\frac{Q_H-9}{Q_H} \Rightarrow Q_H=15\,kJ$$

گام دوم: با داشتن Q_H و Q_L، $|W|$ را به دست می‌آوریم:

$$Q_H=|Q_L|+|W| \Rightarrow 15=9+|W| \Rightarrow |W|=6\,kJ$$

گام سوم: با داشتن $|W|$ و مدت‌زمان، توان خروجی ماشین گرمایی را به دست می‌آوریم:

$$P=\frac{|W|}{\Delta t} \Rightarrow P=\frac{6\,kJ}{10\,s}=0/6\,kW$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** با داشتن توان خروجی ماشین گرمایی و مدت‌زمان، کار مفیدی که ماشین انجام می‌دهد، را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{۲۰۰ چرخه}}{\text{۱ چرخه}}=\frac{60\,s}{t} \Rightarrow t=0/3\,s$$

$$P=\frac{|W|}{t} \Rightarrow |W|=Pt \Rightarrow |W|=8\times0/3=2/4\,kJ$$

گام دوم: با داشتن $|W|$ و $|Q_L|$، Q_H را به دست می‌آوریم:

$$Q_H=|W|+|Q_L| \Rightarrow Q_H=2/4+1/6=4\,kJ$$

گام سوم: تعداد چرخه در یک ساعت را به دست آورده و گرمای دریافتی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{۱ چرخه}}{\text{n چرخه}}=\frac{0/3\,s}{3600\,s} \Rightarrow n=12000$$

گرمای دریافتی ۱۲۰۰۰ چرخه: $Q'_H=n\times Q_H \Rightarrow Q'_H=12000\times4\,kJ=48000\,kJ$

گام چهارم: با داشتن گرمای دریافتی لازم در هر ساعت و گرمای دریافتی از هر کیلوگرم سوخت، جرم سوخت مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{6\times10^4\,J}{1\,g}=\frac{48\times10^6\,J}{m} \Rightarrow m=800\,g=0/8\,kg$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی باید بازده ماشین‌های گرمایی را به دست آوریم. اگر $\eta\geq1$ باشد، قانون دوم ترمودینامیک نقض می‌شود.

ماشین A:

$$P_A=\frac{|W_A|}{\Delta t} \Rightarrow |W_A|=P_A\Delta t \Rightarrow |W_A|=4\times10^3\times60=2/4\times10^5\,J$$

$$\eta_A=\frac{|W_A|}{Q_{H_A}} \Rightarrow \eta_A=\frac{2/4\times10^5}{0/24\times10^6}=1$$

چون بازده ماشین A برابر با ۱ است، بنابراین قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

ماشین B:

$$\begin{cases}Q_{H_B}=0/2\,g\times\frac{40\,kJ}{1\,g}=8\,kJ\\ |W_B|=8\,kJ\end{cases} \Rightarrow \eta_B=\frac{|W_B|}{Q_{H_B}}=\frac{8}{8}=1$$

چون بازده ماشین B برابر با ۱ است، بنابراین قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

ماشین C: با توجه به این‌که بازده این ماشین کم‌تر از ۱ است، بنابراین قانون دوم ترمودینامیک را نقض نمی‌کند.

بنابراین ماشین‌های A و B قانون دوم ترمودینامیک را نقض می‌کنند.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا با داشتن W و $|Q_H|$ یخچال، Q_L را به دست می‌آوریم: $|Q_H|=Q_L+W \Rightarrow 5/2=Q_L+1 \Rightarrow Q_L=4/2\,J$

این یخچال به ازای هر ۱J کاری که بر روی آن انجام می‌شود (۱J انرژی که مصرف می‌کند) ۴/۲J گرما از محیط می‌گیرد. حال با یک تناسب ساده، گرمایی که به ازای مصرف ۱kWh انرژی از محیط می‌گیرد را به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{1\,kWh=3/6\times10^6\,J} \frac{1\,J}{3/6\times10^6\,J}=\frac{4/2\,J}{Q'_L} \Rightarrow Q'_L=1/512\times10^7\,J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

در نهایت Q'_L را معادل با گرمایی در نظر می‌گیریم که باید از مقداری آب $50^\circ F$ بگیریم تا آن را به یخ صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل کنیم (ابتدا باید $50^\circ F$ را به سلسیوس تبدیل کنیم):

$$F_1 = 1/8\,\theta_1 + 32 \Rightarrow 50 = 1/8\,\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 10^\circ C$$

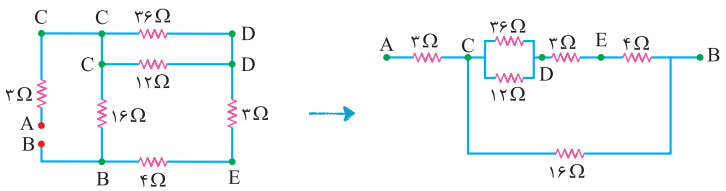
$$Q = mc\Delta\theta + (-mL_F) \xrightarrow[\Delta\theta=-10^\circ C,\, c=4200\,\frac{J}{kg\,^\circ C}]{Q=-Q_L,\, L_F=336\times10^3\,\frac{J}{kg}}$$

$$-1/512\times10^7 = m(4200\times(-10) - 336\times10^3) \Rightarrow -1/512\times10^7 = m(-378000) \Rightarrow m = 40\,kg$$

زوج‌درس شروع از یازدهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۷۰ تا ۱۰۸

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل «الف») و حالت ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم. (شکل «ب»)



(الف) (ب)

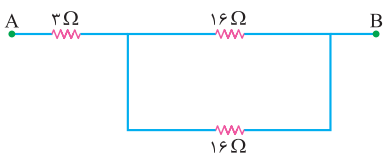
دو مقاومت $36\,\Omega$ و $12\,\Omega$ با یکدیگر موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \xrightarrow[R_2=36\,\Omega]{R_1=12\,\Omega} R_{eq_1} = \frac{12\times36}{12+36} \Rightarrow R_{eq_1} = 9\,\Omega$$

هم‌چنین مقاومت‌های R_{eq_1}، $3\,\Omega$ و $4\,\Omega$ با یکدیگر سری هستند، پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq_2} = R_{eq_1} + 3 + 4 \xrightarrow{R_{eq_1}=9\,\Omega} R_{eq_2} = 9+3+4 \Rightarrow R_{eq_2} = 16\,\Omega$$

در این صورت شکل مدار به صورت شکل «پ» می‌شود.



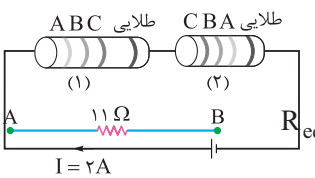
(پ)

با توجه به شکل «پ»، دو مقاومت $16\,\Omega$ و $16\,\Omega$ با یکدیگر موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت $3\,\Omega$ سری است (شکل ت). بنابراین داریم:

(ت)

$$R_{eq_3} = \frac{16\times16}{16+16} \Rightarrow R_{eq_3} = 8\,\Omega$$

در نهایت مقاومت معادل مدار برابر است با:



$$R_{eq_4} = R_{eq_3} + 3 \xrightarrow{Req_3=8\,\Omega} R_{eq_4} = 8+3 \Rightarrow R_{eq_4} = 11\,\Omega$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی جریان الکتریکی کل مدار از مقاومت (۱) عبور می‌کند؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ $P = RI^2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$P = RI^2 \xrightarrow[I=2\,A]{P=80\,kW} 80\times10^3 = R_1(2)^2 \Rightarrow R_1 = 20\times10^3\,\Omega$$

مقاومت (۱) از نوع مقاومت ترکیبی است. پس با توجه به مقدار مقاومت آن می‌توانیم عدد هر حلقهٔ رنگی را به دست بیاوریم.

$$R = \overline{AB}\times10^C \xrightarrow{R_1=20\times10^3} A=2, B=0, C=3$$

$$R = \overline{CB}\times10^A \xrightarrow[A=2]{C=3,\,B=0} R_2 = 30\times10^2\,\Omega$$

حالا با توجه به عدد هر حلقهٔ رنگی، مقدار مقاومت (۲) را محاسبه می‌کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دو مقاومت R_1 و R_2 با یکدیگر سری هستند، پس مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \xrightarrow[R_2=3\times10^3\,\Omega]{R_1=20\times10^3\,\Omega} R_{eq} = 23\times10^3\,\Omega$$

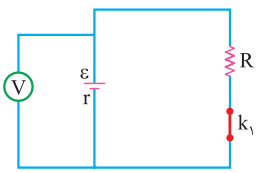
در آخر نیروی محرکهٔ باتری را با استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ محاسبه می‌کنیم. (دقت کنید چون باتری آرمانی است، پس $r = 0$ است.)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=23\times10^3\,\Omega]{I=2A,\ r=0} 2 = \frac{\varepsilon}{23\times10^3} \Rightarrow \varepsilon = 46\times10^3\,V \text{ یا } \varepsilon = 46\,kV$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با بستن کلید k_1 و بازکردن کلید k_2، مقاومت R وارد مدار شده و مقاومت $2R$ از مدار خارج می‌شود؛ بنابراین شکل مدار به صورت شکل «الف» می‌شود.

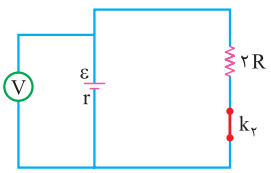
ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



(الف)

$$V = RI \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}]{V=3V} 3 = \frac{R\varepsilon}{R+r} \quad (1)$$

با بستن کلید k_2 و بازکردن کلید k_1، مقاومت $2R$ وارد مدار شده و مقاومت R از مدار خارج می‌شود؛ بنابراین شکل مدار به صورت شکل «ب» می‌شود.



(ب)

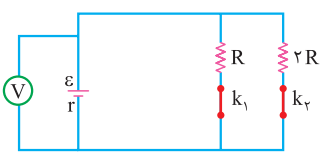
ولت‌سنج در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $2R$ را نشان می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$V = RI \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}]{V=4V} 4 = \frac{2R\varepsilon}{2R+r} \quad (2)$$

اگر معادلهٔ «۱» را به معادلهٔ «۲» تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{3}{4} = \frac{\frac{R\varepsilon}{R+r}}{\frac{2R\varepsilon}{2R+r}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{2R+r}{2R+2r} \Rightarrow 6R+6r = 8R+4r \Rightarrow R = r$$

حالا اگر هر دو کلید k_1 و k_2 را ببندیم، هر دو مقاومت R و $2R$ وارد مدار می‌شوند (شکل «پ»).

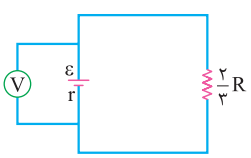


(پ)

دو مقاومت R و $2R$ با توجه به شکل «پ» با یکدیگر موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R\times2R}{R+2R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{2}{3}R$$

پس شکل مدار به صورت شکل «ت» می‌شود.



(ت)

ولت‌سنج در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $\frac{2}{3}R$ را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$V = RI \Rightarrow V = \frac{2}{3}R\times\frac{\varepsilon}{\frac{2}{3}R+r} \Rightarrow V = \frac{2R\varepsilon}{2R+3r} \quad (3)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

اگر معادلهٔ (۳) را بر معادلهٔ (۲) تقسیم کنیم، می‌توانیم مقداری را که ولت‌سنج در حالت سوم نشان می‌دهد، به دست بیاوریم.

$$\frac{V}{۴}=\frac{\frac{۲R\varepsilon}{۲R+۳r}}{\frac{۲R\varepsilon}{۲R+r}} \Rightarrow \frac{V}{۴}=\frac{۲R+r}{۲R+۳r} \xrightarrow{R=r} \frac{V}{۴}=\frac{۳R}{۵R} \Rightarrow \frac{V}{۴}=\frac{۳}{۵} \Rightarrow V=۲/۴V$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با افزایش شدت روشنایی تابیده به LDR، مقاومت الکتریکی آن کم می‌شود؛ بنابراین مقاومت الکتریکی کل مدار کاهش می‌یابد. از طرفی، با کاهش مقاومت الکتریکی مدار، جریان الکتریکی خروجی از باتری افزایش می‌یابد.

$$I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_{eq}+r} \xrightarrow{R_{eq}\text{ کاهش می‌یابد.}} I \text{ افزایش می‌یابد.}$$

جریان الکتریکی گذرنده از لامپ $L_۲$ برابر با جریان الکتریکی کل مدار است، پس با افزایش جریان الکتریکی گذرنده از لامپ $L_۲$، اختلاف پتانسیل دو سر آن نیز افزایش می‌یابد.

$$V_۲=RI\uparrow \xrightarrow[\text{و ثابت‌ماندن } R]{\text{با افزایش } I} V_۲ \text{ افزایش می‌یابد.}$$

هم‌چنین طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، با افزایش جریان الکتریکی خروجی از باتری و ثابت‌ماندن ε، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد.

$$V_{\text{باتری}}=\varepsilon-rI\uparrow \xrightarrow[r,\varepsilon \text{ و ثابت‌ماندن}]{\text{با افزایش } I} V_{\text{باتری}} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

از طرفی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با مجموع اختلاف پتانسیل‌های لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ است. چون اختلاف پتانسیل دو سر لامپ $L_۲$ افزایش و اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش می‌یابد، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که اختلاف پتانسیل دو سر لامپ $L_۱$، کاهش می‌یابد.

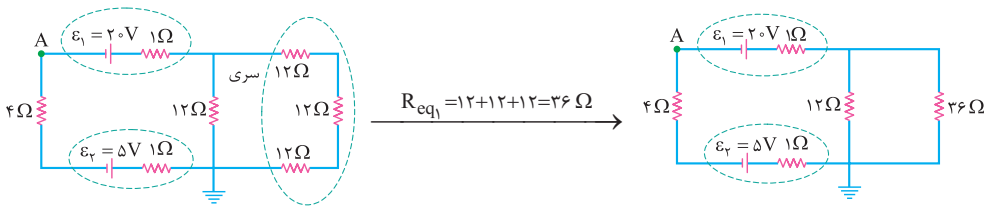
$$\downarrow V_{\text{باتری}}=V_{L_۱}+V_{L_۲}\uparrow \xrightarrow[V_{\text{باتری}} \text{ و کاهش}]{V_{L_۲} \text{ با افزایش}} V_{L_۱} \text{ کاهش می‌یابد.}$$

در آخر با توجه به رابطهٔ $P=\frac{V^۲}{R}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که چون اختلاف پتانسیل دو سر لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد، پس توان مصرفی و در نتیجه شدت روشنایی آن‌ها نیز به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

$$P_{L_۱}=\frac{\downarrow V_{L_۱}^۲}{R_{L_۱}} \xrightarrow[R_{L_۱} \text{ و ثابت‌ماندن}]{V_{L_۱} \text{ با کاهش}} P_{L_۱} \text{ کاهش می‌یابد.} \quad , \quad P_{L_۲}=\frac{\uparrow V_{L_۲}^۲}{R_{L_۲}} \xrightarrow[R_{L_۲} \text{ و ثابت‌ماندن}]{V_{L_۲} \text{ با افزایش}} P_{L_۲} \text{ افزایش می‌یابد.}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی از سه مقاومت ۱۲ Ω شاخهٔ سمت راست جریان یکسانی عبور می‌کند. بنابراین با یکدیگر سری هستند (شکل «الف») و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۱۲ Ω موازی است. (شکل «ب»)

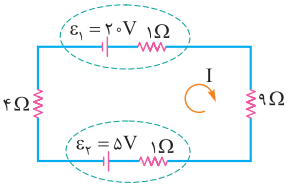


(الف) (ب)

دو مقاومت ۱۲ Ω و ۳۶ Ω با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با (شکل «پ»):

$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} \xrightarrow[R_۲=۳۶\,\Omega]{R_۱=۱۲\,\Omega} R_{eq_۲}=\frac{۱۲\times ۳۶}{۱۲+۳۶}=۹\,\Omega$$

با توجه به شکل «پ»، اگر جریان الکتریکی مدار را ساعتگرد فرض کنیم، داریم:



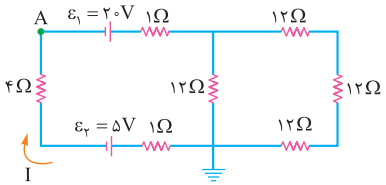
(پ)

$$I=\frac{\varepsilon_۱-\varepsilon_۲}{R_{eq}+r} \xrightarrow{R_{eq_۳}=۹+۴=۱۳\,\Omega} I=\frac{۲۰-۵}{۱۳+۱+۱}=۱\,A$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حالا می‌توانیم پتانسیل نقطهٔ A را با استفاده از قانون اختلاف پتانسیل‌ها به دست بیاوریم. (شکل «ت»)

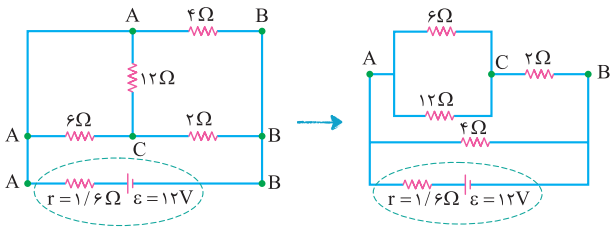


(ت)

$$V_A + 4\times1 + 5 + (1\times1) = 0$$
$$\Rightarrow V_A = -10\,V$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

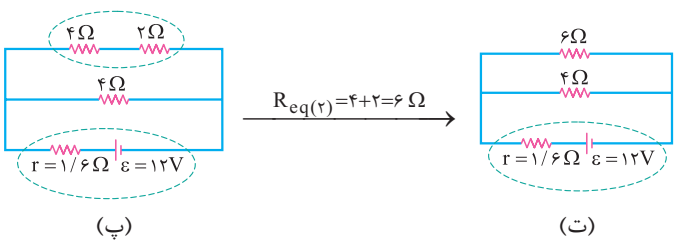
پاسخ تشریحی ابتدا نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل «الف») و حالت ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم (شکل «ب»).



(الف) (ب)

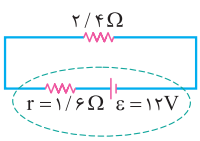
دو مقاومت ۶ Ω و ۱۲ Ω با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت ۲ Ω سری است (شکل «پ»). بنابراین شکل مدار به صورت شکل «ت» می‌شود.

$$R_{eq(1)} = \frac{6\times12}{6+12} = 4\,\Omega$$



(پ) (ت)

با توجه به شکل «ت»، دو مقاومت ۶ Ω و ۴ Ω با یکدیگر موازی هستند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:



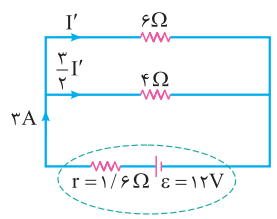
(ث)

$$R_{eq(3)} = \frac{4\times6}{4+6} = 2/4\,\Omega$$

حالا می‌توانیم جریان الکتریکی کل مدار را با توجه به شکل «ث» محاسبه کنیم.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq(3)}+r} \xrightarrow[R_{eq(3)}=2/4\,\Omega]{\varepsilon=12\,V,\,r=1/6\,\Omega} I = \frac{12}{2/4+1/6} \Rightarrow I = 3\,A$$

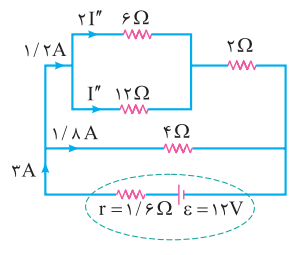
برای این‌که بتوانیم توان مصرفی مقاومت ۱۲ Ω را به دست بیاوریم، به جریان الکتریکی گذرنده از آن نیاز داریم. با توجه به این‌که جریان الکتریکی در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند، داریم (شکل «ج»):



(ج)

$$I' + \frac{3}{2}I' = 3 \Rightarrow \frac{5}{2}I' = 3 \Rightarrow I' = 1/2\,A$$

مقاومت ۶ Ω از دو مقاومت موازی ۶ Ω و ۱۲ Ω که با مقاومت ۲ Ω سری هستند، تشکیل شده بود. بنابراین با توجه به تقسیم جریان بین مقاومت‌های موازی داریم (شکل «چ»).



(چ)

$$I'' + 2I'' = 1/2 \Rightarrow I'' = 0/4\,A$$

حالا می‌توانیم توان مصرفی مقاومت ۱۲ Ω را به دست بیاوریم.

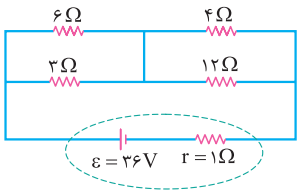
$$P = RI^2 \Rightarrow P_{12\Omega} = 12\times(0/4)^2 \Rightarrow P_{12\Omega} = 1/92\,W$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی مقاومت الکتریکی ولت‌سنج آرمانی بی‌نهایت است و جریانی از آن عبور نمی‌کند. پس شاخه‌ای که ولت‌سنج آرمانی در آن قرار دارد، در نظر نمی‌گیریم. هم‌چنین مقاومت آمپرسنج آرمانی صفر است و شاخه‌ای که آمپرسنج آرمانی در آن قرار دارد، مانند یک سیم بدون مقاومت در مدار عمل می‌کند. بنابراین شکل مدار به صورت شکل «الف» می‌شود.

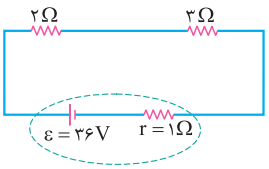


(الف)

با توجه به شکل «الف»، دو مقاومت ۶ Ω و ۳ Ω با هم موازی و هم‌چنین دو مقاومت ۴ Ω و ۱۲ Ω با یکدیگر موازی هستند. بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\Rightarrow R_{eq_{(1)}}=\frac{6\times3}{6+3}=2\,\Omega\,,\ R_{eq_{(2)}}=\frac{4\times12}{4+12}=3\,\Omega$$

پس شکل مدار به صورت شکل «ب» می‌شود.



(ب)

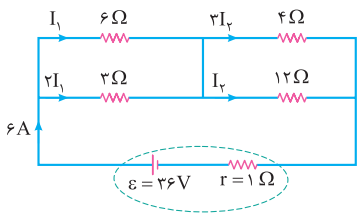
با توجه به شکل «ب» دو مقاومت ۲ Ω و ۳ Ω با هم سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq_{(3)}}=2+3=5\,\Omega$$

حالا می‌توانیم جریان کل خروجی از باتری را به دست بیاوریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq_{(3)}}+r}\xrightarrow[R_{eq_{(3)}}=5\,\Omega,\,r=1\,\Omega]{\varepsilon=36\,V}I=\frac{36}{5+1}\Rightarrow I=6\,A$$

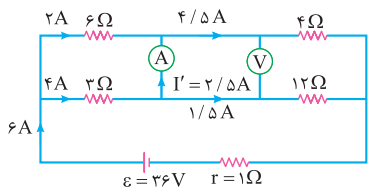
جریان الکتریکی ۶ A از مقاومت‌های ۲ Ω و ۳ Ω عبور می‌کند. هم‌چنین مقاومت ۲ Ω از دو مقاومت موازی ۳ Ω و ۶ Ω و نیز مقاومت ۳ Ω از دو مقاومت موازی ۴ Ω و ۱۲ Ω تشکیل شده است. با توجه به این‌که جریان‌ها در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، می‌توانیم بنویسیم (شکل «پ»):



(پ)

$$I_1+2I_1=6\Rightarrow 3I_1=6\Rightarrow I_1=2\,A$$
$$I_2+3I_2=6\Rightarrow 4I_2=6\Rightarrow I_2=1/5\,A$$

پس با توجه به شکل «ت»، جریانی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد برابر با $(I'=4-1/5=2/5\,A)$ است. از طرفی ولت‌سنج آرمانی، تفاوت اختلاف پتانسیل مقاومت‌های ۴ Ω و ۱۲ Ω را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



(ت)

$$V=RI\Rightarrow V_{4\,\Omega}=4\times4/5=18\,V$$
$$V_{12\,\Omega}=12\times1/5=18\,V$$
$$V_{4\,\Omega}-V_{12\,\Omega}=0\,V$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی وقتی کلید k قطع می‌شود، مقاومت R_1 از مدار حذف می‌شود؛ بنابراین مقاومت الکتریکی مدار افزایش و در نتیجه جریان الکتریکی خروجی از باتری طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ کاهش می‌یابد.

$$I=\frac{\varepsilon}{\uparrow R_{eq}+r}\xrightarrow{R_{eq}\text{ افزایش با}}I\text{ کاهش می‌یابد.}$$

از طرفی چون جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت ۳ Ω کاهش می‌یابد، پس اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن هم کاهش می‌یابد.

$$V_{3\,\Omega}=RI\downarrow\xrightarrow[R\text{ و ثابت‌ماندن }I\text{ با کاهش}]{}V_{3\,\Omega}\text{ کاهش می‌یابد.}$$

هم‌چنین طبق رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، با کاهش جریان الکتریکی خروجی از باتری و ثابت‌ماندن ε، اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

$$V_{\text{باتری}}=\overset{\text{ثابت}}{\varepsilon}-rI\downarrow\xrightarrow[r,\varepsilon\text{ و ثابت‌ماندن }I\text{ با کاهش}]{}V_{\text{باتری}}\text{ افزایش می‌یابد.}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

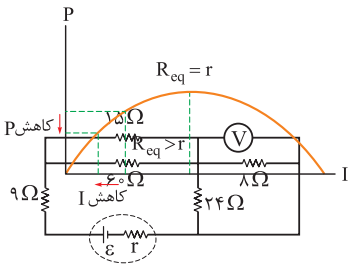
از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر باتری، برابر با مجموع اختلاف پتانسیل‌های دو مقاومت $3\,\Omega$ و R_2 است. چون اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت $3\,\Omega$ کاهش و اختلاف پتانسیل الکتریکی باتری افزایش می‌یابد، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که اختلاف پتانسیل الکتریکی مقاومت R_2 افزایش یافته است.

$$\uparrow V_{\text{باتری}} = \downarrow V_{3\,\Omega} + V_{R_2} \xrightarrow[\text{و افزایش باتری}]{\text{با کاهش } V_{3\,\Omega}}$$ افزایش می‌یابد. V_{R_2}

بنابراین عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد. (رد ۱ و ۳)

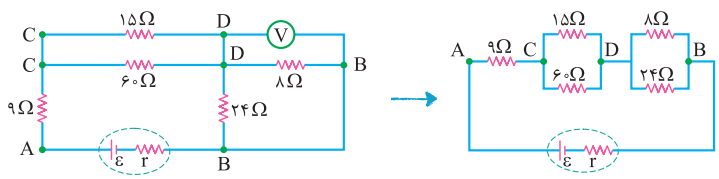
حالا برای این‌که تغییرات توان خروجی باتری را پیدا کنیم. از نمودار توان خروجی باتری برحسب جریان الکتریکی خروجی از باتری کمک می‌گیریم. با توجه به مدار، مقاومت معادل مدار از $3\,\Omega$ بیشتر است. از طرفی چون $r = 2\,\Omega$ است، پس $R_{eq} > r$ است.

بنابراین با توجه به نمودار $P - I$، با کاهش جریان (I)، توان خروجی باتری هم کاهش می‌یابد.



۷۹- پاسخ: گزینه ۲

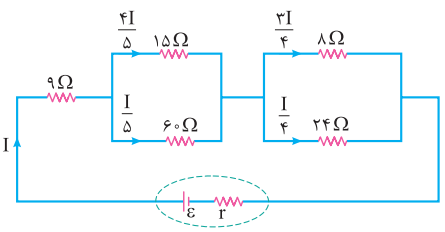
پاسخ تشریحی ابتدا نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل «الف») تا مدار به حالت ساده‌تری تبدیل شود (شکل «ب»).



(الف) (ب)

با توجه به این‌که جریان الکتریکی در مقاومت‌های موازی به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، جریان الکتریکی خروجی از باتری را بین آن‌ها تقسیم می‌کنیم. (شکل «پ»)

حالا توان مصرفی هر مقاومت را محاسبه می‌کنیم.



(پ)

$$P = RI^2 \Rightarrow P_{15\,\Omega} = 15(\frac{4}{5}I)^2 = 9/6I^2 , P_{8\,\Omega} = 8(\frac{3I}{4})^2 = 4/5I^2$$

$$P_{9\,\Omega} = 9I^2 \quad , \quad P_{60\,\Omega} = 60(\frac{I}{5})^2 = 2/4I^2 \quad , \quad P_{24\,\Omega} = 24(\frac{I}{4})^2 = 1/5I^2$$

با توجه به توان مصرفی مقاومت‌ها، مقاومت $15\,\Omega$ بیشترین توان مصرفی را دارد. از طرفی حداکثر توان مصرفی قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها $240\,W$ است، پس برای این‌که مدار در حالت بیشترین توان مصرفی قرار بگیرد، باید توان مصرفی مقاومت $15\,\Omega$ برابر با $240\,W$ باشد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

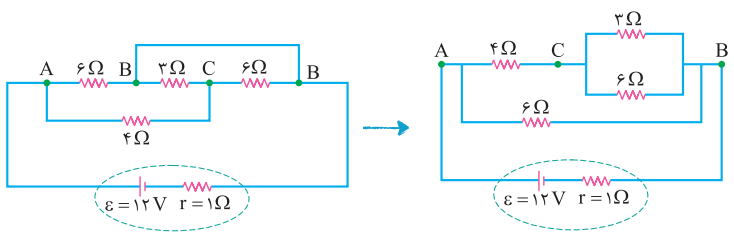
$$P_{15\,\Omega} = 9/6I^2 \xrightarrow{P_{15\,\Omega} = 240\,W} 240 = 9/6I^2 \Rightarrow I^2 = 25 \Rightarrow I = 5\,A$$

ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $8\,\Omega$ (یا $24\,\Omega$) را نشان می‌دهد *(چون مقاومت $8\,\Omega$ با مقاومت $24\,\Omega$ موازیه پس اختلاف پتانسیلشون با هم برابره، پس فرقی نداره)*. پس اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $8\,\Omega$ را به دست می‌آوریم.

$$V = RI \xrightarrow[I_{8\,\Omega} = \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}\,A]{R = 8\,\Omega} V = 8 \times \frac{15}{4} \Rightarrow V = 30\,V$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا نقاط هم‌پتانسیل را نام‌گذاری می‌کنیم (شکل «الف») تا مدار را به حالت ساده‌تری تبدیل کنیم (شکل «ب»).



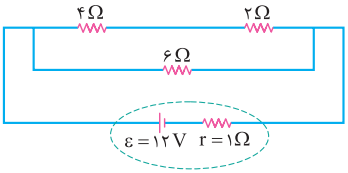
(الف) (ب)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دو مقاومت $۳\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ با یکدیگر موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با (شکل «پ»):

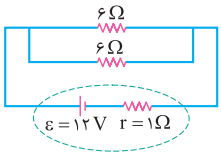
$$R_{eq}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}\Rightarrow R_{eq_۱}=\frac{۶\times ۳}{۶+۳}=۲\,\Omega$$



(پ)

دو مقاومت $۲\,\Omega$ و $۴\,\Omega$ با یکدیگر سری هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر با مجموع مقاومت‌ها است، یعنی (شکل «ت»):

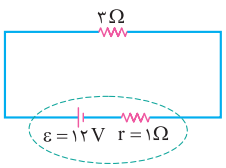
$$R_{eq_۲}=۴+۲=۶\,\Omega$$



(ت)

در آخر دو مقاومت $۶\,\Omega$ و $۶\,\Omega$ با توجه به شکل «ت» با یکدیگر موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با (شکل «ث»):

$$R_{eq_۳}=\frac{۶\times ۶}{۶+۶}=۳\,\Omega$$



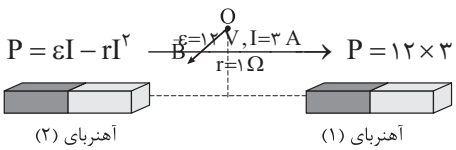
(ث)

حالا می‌توانیم جریان خروجی از باتری را محاسبه کنیم.

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\xrightarrow[R_{eq}=۳\,\Omega]{\varepsilon=۱۲\,V,r=۱\,\Omega}I=\frac{۱۲}{۳+۱}=۳\,A$$

در آخر توان خروجی باتری را با استفاده از رابطهٔ $P=\varepsilon I-rI^۲$ می‌توانیم به دست بیاوریم.

$$P=\varepsilon I-rI^۲\xrightarrow[r=۱\,\Omega]{\varepsilon=۱۲\,V,I=۳\,A}P=۱۲\times ۳-۱\times(۳)^۲\Rightarrow P=۲۷\,W$$

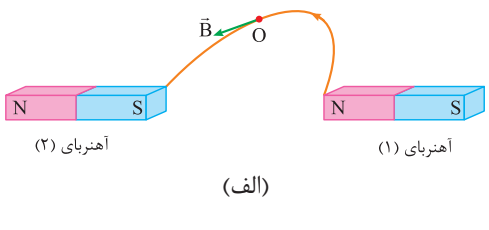


۸۱- پاسخ: گزینه ۳

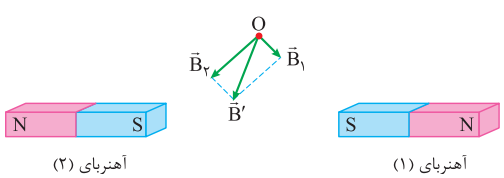
پاسخ تشریحی می‌دانیم که خطوط میدان مغناطیسی در اطرف آهنربا از قطب N به سمت قطب S است؛ بنابراین با توجه به جهت بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ قطب‌های آهنرباهای (۱) و (۲) به صورت شکل «الف» است.

چون بردار میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ به سمت آهنربای (۲) متمایل است، پس آهنربای (۲) قوی‌تر از آهنربای (۱) است.

(توجه کنید که اگر دو آهنربا مشابه بودند، بردار $\vec{B}$ باید افقی می‌شد.) حالا اگر آهنربای (۱) را ۱۸۰° دوران بدهیم، بردار میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربا در نقطهٔ O به صورت شکل «ب» می‌شود (توجه کنید که چون آهنربای (۲) قوی‌تر از آهنربای (۱) است، پس بردار $\vec{B}'$ به سمت آهنربای (۲) متمایل می‌شود).



(الف)



(ب)

۸۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی سیم، عمود بر میدان مغناطیسی است؛ پس زاویه بین میدان مغناطیسی و جریان الکتریکی (θ) برابر با ۹۰° بوده و داریم:

$$F=I\ell B\sin\theta\xrightarrow[B=۳۰\times ۱۰^{-۴}\,T,\theta=۹۰^\circ]{I=۳\,A,L=۰/۸\,m}F=۳\times ۰/۸\times ۳۰۰\times ۱۰^{-۴}\times ۱\Rightarrow F=۷/۲\times ۱۰^{-۲}\,N$$

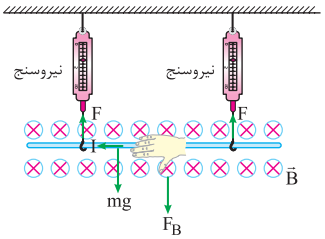
از طرفی بردار نیروی F بر میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ و راستای سیم عمود است؛ پس بردار نیروی مغناطیسی با خطوط میدان مغناطیسی زاویهٔ ۹۰° می‌سازد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی در حالت اول جریان الکتریکی گذرنده از میله به سمت غرب است. بنابراین طبق قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را بر روی جهت جریان قرار بدهیم، به طوری که وقتی چهار انگشت را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرند، انگشت شست دست راست، جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد. (شکل «الف»)



(الف)

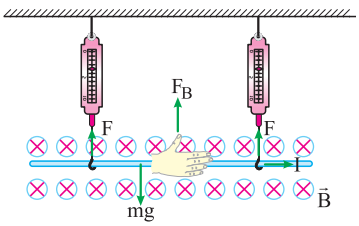
با توجه به شکل «الف»، چون میله حرکت نمی‌کند، پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$F+F-mg-F_B=0 \xrightarrow[g=10\,m/s^2]{F=3/5\,N,\ m=0/4\,kg} 3/5+3/5-0/4\times10-F_B=0 \Rightarrow F_B=3\,N$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $F_B=ILB\sin\theta$ داریم:

$$F_B=ILB\sin\theta \xrightarrow[\theta=90^\circ]{I=5\,A,\ F_B=3\,N} 3=5LB\times1 \Rightarrow LB=\frac{3}{5}$$

در حالت دوم، جریان الکتریکی گذرنده از میله به سمت شرق است. طبق قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را بر روی جهت جریان قرار بدهیم، به طوری که وقتی چهار انگشت را خم می‌کنیم در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، انگشت شست دست راست، جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد. (شکل «ب»)



(ب)

با توجه به شکل «ب»، چون میله حرکت نمی‌کند، پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$F+F+F_B-mg=0 \xrightarrow[LB=\frac{3}{5},\ I=2/5\,A,\ m=0/4\,kg]{F_B=ILB\sin\theta,\ \theta=90^\circ} 2F+2/5\times\frac{3}{5}\times1-0/4\times10=0 \Rightarrow 2F=2/5 \Rightarrow F=1/25\,N$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی بردار میدان مغناطیسی در راستای محور x است و بردار سرعت ذره از دو مؤلفه که یکی در راستای محور x و دیگری در راستای محور y است، تشکیل شده است. چون مؤلفهٔ y بردار سرعت بر بردار میدان مغناطیسی عمود است، پس نیروی مغناطیسی بر ذره وارد می‌شود؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

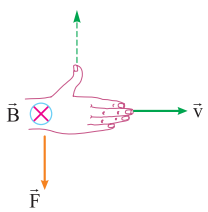
$$F_B=|q|v_yB_x\sin\theta \xrightarrow[B_x=0/2\,T,\ \theta=90^\circ]{|q|=2\times10^{-6}\,C,\ v_y=-10^5\,\frac{m}{s}} F_B=2\times10^{-6}\times10^5\times0/2\times1 \Rightarrow F_B=0/04\,N$$

حالا شتاب ذره را با استفاده از قانون دوم نیوتون به دست می‌آوریم.

$$F_{net}=ma \xrightarrow[m=2\times10^{-3}\,kg]{F_B=0/04\,N} 0/04=2\times10^{-3}a \Rightarrow a=20\,m/s^2$$

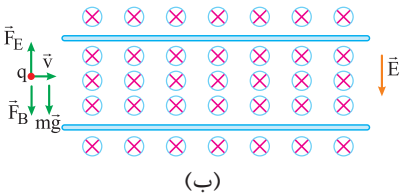
۸۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که بار الکتریکی ذره منفی است، نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت میدان الکتریکی وارد می‌شود، اما برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره، از قاعدهٔ دست راست استفاده می‌کنیم؛ به این‌صورت که چهار انگشت دست راستمان را در جهت حرکت ذره قرار می‌دهیم به طوری که با خم‌کردن آن‌ها، در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد. در این حالت، انگشت شست دست راستمان جهت نیروی مغناطیسی را نشان می‌دهد که چون بار الکتریکی ذره منفی است، باید جهت نیروی مغناطیسی را برعکس کنیم. (شکل «الف»)



(الف)

بنابراین نیروهای وارد بر ذره به صورت شکل «ب» است و با توجه به این‌که ذره بر روی خط راست حرکت می‌کند پس نیروی خالص وارد بر آن صفر است و داریم:



(ب)

$$F_E-mg-F_B=0 \xrightarrow[F_B=|q|vB\sin\theta]{F_E=|q|E} |q|E-|q|vB\sin\theta$$

$$=mg \xrightarrow[g=10\,m/s^2,\ E=500\,N/C,\ B=200\times10^{-4}\,T]{\theta=90^\circ,\ |q|=2\times10^{-6}\,C,\ v=2\times10^4\,m/s}$$

$$2\times10^{-6}\times500-2\times10^{-6}\times2\times10^4\times200\times10^{-4}\times1=m\times10$$

$$\Rightarrow 10^{-3}-0/8\times10^{-3}=10\,m \Rightarrow m=2\times10^{-5}\,kg \text{ یا } m=20\,mg$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

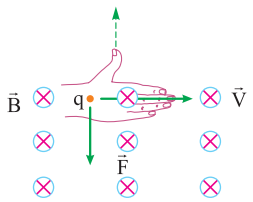
۸۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی چون ذره بر روی مسیر دایره‌ای با تندی ثابت در حال حرکت است، پس حرکت آن دایره‌ای یکنواخت است و نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{net}=\frac{mv^2}{r} \xrightarrow[m=4\times10^{-6}\,kg,\,v=90\,m/s,\,B=500\times10^{-4}\,T,\,\theta=90^\circ]{F_{net}=F_B=|q|vB\sin\theta} |q|\times90\times500\times10^{-4}\,T\times1=\frac{4\times10^{-6}\times(90)^2}{0/3}$$

$$\Rightarrow |q|=2/4\times10^{-2}\,C \text{ یا } |q|=24\,mC$$

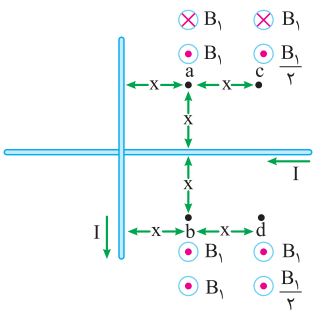
برای تعیین نوع بار کافی است از قاعدهٔ دست راست استفاده کنیم. به این صورت که اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت حرکت ذره (v) قرار بدهیم، به طوری که با خم‌کردن آن‌ها، در جهت میدان مغناطیسی قرار بگیرد، آن‌گاه انگشت شست دست راست نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت را نشان می‌دهد. نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی در خلاف جهت نیروی مغناطیسی وارد بر بار مثبت است، پس $q<0$ است.



$q=-24\,mC$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی سیم افقی حامل جریان I و فاصلهٔ آن از همهٔ نقاط یکسان و برابر با x است. پس بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم افقی در تمام نقاط یکسان و برابر با B_1 است. هم‌چنین سیم قائم نیز حامل جریان I و فاصلهٔ آن از نقاط a و b یکسان و برابر با x است، پس بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم قائم در نقاط a و b نیز برابر با B_1 است، امّا فاصلهٔ سیم قائم از نقاط c و d یکسان و برابر با 2x است و چون بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم مستقیم با فاصله از آن نسبت عکس دارد، پس بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم قائم در نقاط c و d یکسان و برابر با $\frac{B_1}{2}$ است، بنابراین با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی خالص در نقاط a، b، c و d را به دست می‌آوریم.



$$\begin{cases} B_a=B_1-B_1=0 \\ B_b=B_1+B_1=2B_1 \\ B_c=B_1-\frac{B_1}{2}=\frac{B_1}{2} \\ B_d=B_1+\frac{B_1}{2}=\frac{3B_1}{2} \end{cases} \Rightarrow B_b>B_d>B_c>B_a$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی جریان الکتریکی کل مدار از سیم‌لوله عبور می‌کند؛ بنابراین جریان الکتریکی گذرنده از سیم‌لوله برابر با جریان الکتریکی مدار است و داریم:

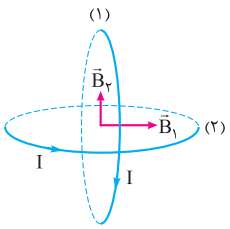
$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow[N=200,\,\ell=0/2\,m]{B=24\times10^{-4}\,T,\,\mu_0=12\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A}} 24\times10^{-4}=\frac{12\times10^{-7}\times200\,I}{0/2} \Rightarrow I=2\,A$$

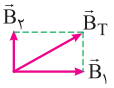
از طرفی چون توان خروجی باتری بیشینه است، پس $R_{eq}=r=3\,\Omega$ است، بنابراین با استفاده از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}$ می‌توانیم بنویسیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \xrightarrow[R_{eq}=r=3\,\Omega]{I=2A} 2=\frac{\varepsilon}{3+3} \Rightarrow \varepsilon=12\,V$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی دو حلقهٔ هم‌مرکز و عمود بر هم را که از آن‌ها جریان I عبور می‌کند در نظر بگیرید. با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی حاصل از این دو حلقه در مرکز آن‌ها، بر یکدیگر عمود هستند. میدان مغناطیسی حاصل از حلقه‌های «۱» و «۲» برابر است با:





$$B_1=\frac{\mu_0 N_1 I_1}{2R_1} \xrightarrow[R_1=0/3\,m,\,I_1=I]{\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A},\,N_1=1} B_1=\frac{4\pi\times10^{-7}\,I}{2\times0/3}$$

$$B_2=\frac{\mu_0 N_2 I_2}{2R_2} \xrightarrow[R_2=0/4\,m,\,I_2=I]{\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\frac{T.m}{A},\,N_2=1} B_2=\frac{4\pi\times10^{-7}\,I}{2\times0/4}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حالا با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس می‌توانیم بنویسیم: $B^2 = B_1^2 + B_2^2 \Rightarrow (\pi \times 10^{-2} \times 10^{-4})^2 = (\frac{4\pi \times 10^{-7} I}{0/6})^2 + (\frac{4\pi \times 10^{-7} I}{0/8})^2$

$$\Rightarrow \pi^2 \times 10^{-12} = 16\pi^2 \times 10^{-12} I^2 (\frac{1}{36} + \frac{1}{64}) \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{100}{36 \times 64} I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow I = \frac{6}{5} = 1/2\,A$$

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی مواد فرومغناطیسی (فرومغناطیسی سخت و فرومغناطیسی نرم) به طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند و برهم‌کنش‌های قوی بین دوقطبی‌های مغناطیسی در این مواد باعث می‌شود که این دوقطبی‌ها حتی در نبود میدان خارجی، در ناحیه‌هایی که حوزه‌های مغناطیسی نامیده می‌شود، هم‌سو شوند.

اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند، اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها، به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. اتم‌های مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند؛ به عبارت دیگر هیچ‌یک از اتم‌های این مواد، دارای دوقطبی مغناطیسی خالص نیستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دوازدهم: شیمی (۳): صفحه‌های ۳۷ تا ۵۴

۹۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به شکل داده‌شده، اتم X، ۳ الکترون از دست داده و به کاتیون X^{3+} تبدیل می‌شود که دارای ۲۱ الکترون $(21=2+8+11)$ است؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که اتم X دارای ۲۴ الکترون است.

$$\text{اتم X} = {}_{24}Cr: \underbrace{1s^2}_{n=1} / \underbrace{2s^2 2p^6}_{n=2} / \underbrace{3s^2 3p^6 3d^5}_{n=3} / \underbrace{4s^1}_{n=4} \Rightarrow \text{یون } X^{3+} = {}_{24}Cr^{3+}: \underbrace{1s^2}_{n=1} / \underbrace{2s^2 2p^6}_{n=2} / \underbrace{3s^2 3p^6 3d^3}_{n=3}$$

با توجه به شکل، اتم Y، ۸ الکترون و یون Y^{n-}، ۱۰ الکترون دارد؛ بنابراین n برابر با ۲ است.

$$\text{اتم Y} = {}_{8}O: \underbrace{1s^2}_{n=1} / \underbrace{2s^2 2p^4}_{n=2} \Rightarrow \text{یون } Y^{2-} = {}_{8}O^{2-}: \underbrace{1s^2}_{n=1} / \underbrace{2s^2 2p^6}_{n=2}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) مقدار a، تعداد الکترون‌های لایهٔ سوم اتم X است که برابر $13=5+6+2$ است و مقدار b، تعداد الکترون‌های لایهٔ چهارم اتم X است که برابر ۱ می‌باشد. تفاوت این دو مقدار برابر $12=1-13$ می‌باشد.

۲) اتم X، ۲۴ الکترون دارد و با تبدیل‌شدن به کاتیون X^{3+}، ۳ الکترون خود را از دست داده است:

$$\frac{\text{۳ (تعداد الکترون های از دست داده)}}{\text{۲۴ (تعداد کل الکترون های اتم)}} \times 100 = 12/5$$

۳) اتم X با از دست دادن الکترون، اکسایش می‌یابد و گونهٔ کاهنده محسوب می‌شود که تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن برابر $5=1+6$ است. اتم Y با گرفتن الکترون، کاهش می‌یابد و گونهٔ اکسنده محسوب می‌شود که تعداد الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن برابر $2+4=6$ است؛ بنابراین می‌توان گفت که شمار الکترون‌های ظرفیتی گونهٔ اکسنده برابر با گونهٔ کاهنده است.

۴) فرمول ترکیب یونی حاصل از کاتیون X^{3+} و آنیون Y^{2-} به صورت X_2Y_3 است.

۹۲- پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در این واکنش، اگر به اندازهٔ یک مول یا ۶۵ گرم از جرم تیغهٔ روی کم شود، به اندازهٔ یک مول یا ۶۴ گرم فلز جامد مس تولید می‌شود $(-1=64+(-65))$، پس با گذشت زمان، جرم مواد جامد موجود در ظرف کاهش می‌یابد.

عبارت دوم: اتم Zn الکترون از دست داده و به یون Zn^{2+} اکسایش یافته است؛ پس گونهٔ کاهنده محسوب می‌شود؛ از آن‌جا که شعاع یون‌های مثبت (کاتیون‌ها) از اتم‌های خنثی آن‌ها کوچک‌تر است، می‌توان گفت که با انجام واکنش و تبدیل‌شدن اتم Zn به کاتیون Zn^{2+}، شعاع آن کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: به طور کلی هرگاه یک تیغهٔ فلزی در محلولی از کاتیون‌های خودش قرار گرفته باشد، به مجموعهٔ حاصل نیم‌سلول گفته می‌شود. در این‌جا تیغهٔ روی در محلول مس (II) سولفات (محلول غیرهم‌جنس با خود) قرار گرفته است؛ بنابراین یک نیم‌سلول به حساب نمی‌آید.

عبارت چهارم: در نیم‌واکنش کاهش: $Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s)$، به ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون، ۱ مول کاتیون Cu^{2+} کاهش می‌یابد؛ بنابراین با مبادلهٔ $1/505 \times 10^{23}$ الکترون، ۰/۱۲۵ مول کاتیون Cu^{2+} کاهش می‌یابد:

$$1/505 \times 10^{23}\ e^- \times \frac{1\ mol\ e^-}{6/02 \times 10^{23}\ e^-} \times \frac{1\ mol\ Cu^{2+}}{2\ mol\ e^-} = 0/125\ mol\ Cu^{2+}$$

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی طی یک واکنش اکسایش ـ کاهش، عدد اکسایش گونهٔ کاهنده افزایش و عدد اکسایش گونهٔ اکسنده، کاهش می‌یابد.

I) $2MnO_4^-(aq) + 16H^+(aq) + 5Cu(s) \longrightarrow 2Mn^{2+}(aq) + 8H_2O(l) + 5Cu^{2+}(aq)$

(کاهش (اکسنده): +۷ → +۲؛ اکسایش (کاهنده): ۰ → +۲)

قدرت اکسندگی: $MnO_4^- > Cu^{2+}$

قدرت کاهندگی: $Cu > Mn^{2+}$

II) $Sn^{4+}(aq) + 2Cr^{2+}(aq) \longrightarrow Sn^{2+}(aq) + 2Cr^{3+}(aq)$

(کاهش (اکسنده): +۴ → +۲؛ اکسایش (کاهنده): +۲ → +۳)

قدرت اکسندگی: $Sn^{4+} > Cr^{3+}$

قدرت کاهندگی: $Cr^{2+} > Sn^{2+}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

قدرت اکسندگی: $Cu^{2+} > Sn^{4+}$

قدرت کاهندگی: $Sn^{2+} > Cu$

III) $Cu^{2+}(aq) + Sn^{2+}(aq) \longrightarrow Cu(s) + Sn^{4+}(aq)$

(کاهش (اکسنده: $+2 \rightarrow 0$

(اکسایش (کاهنده: $+2 \rightarrow +4$

در نتیجه مقایسهٔ قدرت اکسندگی گونه‌ها به صورت مقابل است: $MnO_4^-(aq) > Cu^{2+}(aq) > Sn^{4+}(aq) > Cr^{3+}(aq)$:قدرت اکسندگی

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در این واکنش $Mg(s)$ با نور خیره‌کننده‌ای در $O_2(g)$ می‌سوزد، لذا در گذشته برای عکاسی از این واکنش به عنوان منبع نور استفاده می‌شده!

عبارت دوم: ضریب الکترون در نیم‌واکنش کاهش موازنه‌شدهٔ آن برابر ۴ است:

نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 4e^- \rightarrow 2O^{2-}(s)$

نیم‌واکنش اکسایش: $2Mg(s) \rightarrow 2Mg^{2+}(s) + 4e^-$

واکنش کلی سوختن منیزیم: $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$

عبارت سوم: با توجه به واکنش سوختن منیزیم: $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$، به ازای مبادلهٔ ۴ مول الکترون، ۲ مول فلز Mg مصرف می‌شود؛ بنابراین تعداد الکترون‌های مبادله‌شده در اثر سوختن ۳/۶ گرم منیزیم برابر است با:

$$3/6\,g\,Mg \times \frac{1\,mol\,Mg}{24\,g\,Mg} \times \frac{4\,mol\,e^-}{2\,mol\,Mg} = 0/3\,mol\,e^-$$

عبارت چهارم: گاز O_2 با گرفتن الکترون و تبدیل‌شدن به یون‌های O^{2-}، کاهش می‌یابد و گونهٔ اکسنده محسوب می‌شود؛ بنابراین در واکنش سوختن منیزیم: $2Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2MgO(s)$، به ازای مصرف ۱ مول از گاز O_2، ۲ مول ترکیب یونی MgO تولید می‌شود.

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به میزان افزایش دمای محلول‌ها، مقایسهٔ قدرت کاهندگی فلزها به صورت زیر است:

قدرت کاهندگی: $A > E > X > M > D$

بررسی گزینه‌ها:

۱) هر چه تفاوت قدرت کاهندگی دو الکترود بیشتر باشد یا به عبارت دیگر، فاصلهٔ آن‌ها در سری الکتروشیمیایی بیشتر باشد، emf سلول حاصل از آن‌ها بیشتر خواهد بود.

۲) با توجه به این‌که فلز E قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به فلز M دارد، می‌تواند با محلول نمک فلز M واکنش دهد؛ بنابراین ظرفی از جنس فلز E، به درد نگه‌داری محلول نمک فلز M نمی‌خوره!

سری الکتروشیمیایی ⇒ D, M, X, E, A — کاهش E°

۳) در سری الکتروشیمیایی، نیم‌سلول فلز X پایین‌تر از نیم‌سلول فلز D قرار دارد و پتانسیل کاهشی استاندارد آن (E°)، کوچک‌تر است.

۴) مقایسهٔ قدرت اکسندگی (تمایل به گرفتن الکترون) کاتیون‌های فلزی برعکس مقایسهٔ قدرت کاهندگی فلزهای آن‌ها است:

قدرت کاهندگی: $A > M \Rightarrow$ قدرت اکسندگی: $A^{2+} < M^{2+}$

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مسائل تغییر جرم تیغه‌ها یکی از مسائل مهم الکتروشیمی است که توی کنکور هم چندین بار ازش سؤال اومده! باید حواستون باشه که میزان نهایی تغییر جرم تیغه به دو عامل بستگی دارد: ۱) جرم تیغه‌ای که مصرف می‌شود. ۲) جرم فلزی که تولید شده و روی تیغه رسوب می‌کند.

با واردکردن تیغهٔ مسی به درون محلول نقره نیترات، واکنش زیر اتفاق می‌افتد:

$$Cu(s) + 2AgNO_3(aq) \rightarrow Cu(NO_3)_2(aq) + 2Ag(s)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام اول: ابتدا باید محاسبه کنیم که در ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۵ مولار $AgNO_3$، چند مول کاتیون Ag^+ وجود دارد:

$$۲۰۰\,mL\,AgNO_3\,\text{محلول} \times \frac{۱\,L\,AgNO_3\,\text{محلول}}{۱۰۰۰\,mL\,AgNO_3\,\text{محلول}} \times \frac{۰/۵\,mol\,AgNO_3}{۱\,L\,AgNO_3\,\text{محلول}} \times \frac{۱\,mol\,Ag^+}{۱\,mol\,AgNO_3} = ۰/۱\,mol\,Ag^+$$

گام دوم: حال باید محاسبه کنیم که چه مقدار فلز Ag از کاهش‌یافتن کاتیون‌های Ag^+ روی تیغهٔ مسی رسوب می‌کند؛ البته باید توجه داشت که تنها ۸۰ درصد از جرم فلز Ag تولیدشده بر روی تیغهٔ مسی قرار می‌گیرد:

$$۰/۱\,mol\,Ag^+ \times \frac{۲\,mol\,Ag}{۲\,mol\,Ag^+} \times \frac{۱۰۸\,g\,Ag}{۱\,mol\,Ag} \times \frac{۸۰}{۱۰۰} = ۸/۶۴\,g\,Ag$$

گام سوم: در مرحلهٔ بعدی باید محاسبه کنیم که به ازای مصرف ۰/۱ مول کاتیون Ag^+، چه مقدار فلز Cu مصرف می‌شود تا بتوانیم به مقدار تغییر جرم تیغه دست یابیم:

$$۰/۱\,mol\,Ag^+ \times \frac{۱\,mol\,Cu}{۲\,mol\,Ag^+} \times \frac{۶۴\,g\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = ۳/۲\,g\,Cu$$

تغییر جرم تیغه = جرم فلز نقرهٔ رسوب‌کرده روی تیغه − جرم فلز مس مصرف‌شده = ۸/۶۴ − ۳/۲ = ۵/۴۴ g

گام چهارم: با توجه به جرم نهایی تیغه می‌توان جرم اولیهٔ تیغه را محاسبه نمود و سپس شمار اتم‌های فلز مس موجود در آن را به دست آورد:

تغییر جرم تیغه − جرم نهایی تیغه = جرم اولیهٔ تیغه = ۵/۴۴ − ۱۴/۴ = ۸/۹۶ g

$$۸/۹۶\,g\,Cu \times \frac{۱\,mol\,Cu}{۶۴\,g\,Cu} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,atom\,Cu}{۱\,mol\,Cu} = ۸/۴۲۸ \times ۱۰^{۲۲}\,atom\,Cu$$

۹۷- پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت دوم نادرست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در سلول‌های گالوانی، کاتد قطب مثبت بوده و در آن نیم‌واکنش کاهش انجام می‌شود.

عبارت دوم: در نیم‌سلول استاندارد هیدروژن (SHE)، نیم‌واکنش $2H^+(aq) + 2e^- \rightarrow H_2(g)$ برقرار است.

عبارت سوم: علامت مثبت پتانسیل کاهشی استاندارد برخی از فلزها به این معناست که این فلزها در سری الکتروشیمیایی بالاتر از هیدروژن قرار دارند؛ در نتیجه نسبت به H_2 کاهنده‌های ضعیف‌تری هستند $(E^\circ(H^+/H_2)=0)$ و با محلول اسیدها $(H^+(aq))$ واکنش نمی‌دهند.

عبارت چهارم: دیوارهٔ متخلخل در سلول‌های گالوانی به یون‌های موجود در دو محلول اجازهٔ عبور می‌دهد؛ به این ترتیب بار الکتریکی محلول‌ها خنثی می‌شود.

۹۸- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) در سلول گالوانی روی ـ مس (سلول II)، نیم‌سلول مس کاتد بوده و در آن کاتیون‌های $Cu^{2+}(aq)$ مصرف می‌شود، $(Cu^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow Cu(s))$؛ بنابراین می‌توان گفت با گذشت زمان با کاهش یون‌های Cu^{2+}، از شدت رنگ آبی الکترولیت نیم‌سلول مس، کاسته می‌شود.

در سلول گالوانی مس ـ نقره (سلول I)، نیم‌سلول مس آند بوده و در آن کاتیون‌های $Cu^{2+}(aq)$ تولید می‌شود $(Cu(s) \rightarrow Cu^{2+}(aq) + 2e^-)$؛ بنابراین با گذشت زمان و افزایش یون‌های Cu^{2+}، به شدت رنگ آبی الکترولیت نیم‌سلول مس افزوده می‌شود.

ب)

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

سلول گالوانی مس ـ نقره: $emf(I) = E^\circ(Ag^+/Ag) - E^\circ(Cu^{2+}/Cu)$

سلول گالوانی مس ـ روی: $emf(II) = E^\circ(Cu^{2+}/Cu) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$

$$emf(I) + emf(II) = E^\circ(Ag^+/Ag) - \cancel{E^\circ(Cu^{2+}/Cu)} + \cancel{E^\circ(Cu^{2+}/Cu)} - E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$$

$$= E^\circ(Ag^+/Ag) - E^\circ(Zn^{2+}/Zn)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

سلول گالوانی روی ـ نقره: $emf = E^\circ(Ag^+ / Ag) - E^\circ(Zn^{2+} / Zn)$

پ) در سلول‌های گالوانی، کاتیون‌ها با عبور از دیوارهٔ متخلخل به سمت کاتد می‌روند، نه آند!

ت) شمار الکترون‌های مبادله‌شده، در معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در هر دو سلول برابر $2e^-$ است.

معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در سلول گالوانی مس ـ نقره (سلول I):

$$Cu(s) + 2Ag^+(aq) \longrightarrow Cu^{2+}(aq) + 2Ag(s)$$

(۰ ← +۲: ۱×۲ = ۲)

معادلهٔ کلی واکنش انجام‌شده در سلول گالوانی روی ـ مس (سلول II):

$$Cu^{2+}(aq) + Zn(s) \longrightarrow Cu(s) + Zn^{2+}(aq)$$

(۰ ← +۲: ۱×۲=۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۴

واکنش‌های «ب» و «ت» به طور طبیعی انجام نمی‌شوند و نمی‌توان آن‌ها را در یک سلول گالوانی انجام داد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** E° الکترودهای X و Y را حساب می‌کنیم:

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند})$$

سلول $Mg - X$: $1/93 = E^\circ(X) - (-2/37) \Rightarrow E^\circ(X) = -0/44\ V$

سلول $Mg - Y$: $0/71 = E^\circ(Y) - (-2/37) \Rightarrow E^\circ(Y) = -1/66\ V$

گام دوم: فلزهای مورد نظر را در سری الکتروشیمیایی (از بالا به پایین، از E° بیشتر به E° کم‌تر) مرتب می‌کنیم:

Hg
Sn
X
Zn
Mn
Y
Mg

گام سوم: با توجه به نکتهٔ زیر، انجام‌پذیری یا انجام‌ناپذیری واکنش‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) فلز X در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از Hg قرار دارد و می‌تواند با Hg^{2+} واکنش دهد.

ب) Sn در سری الکتروشیمیایی بالاتر از X قرار دارد و نمی‌تواند با X^{n+} واکنش دهد.

پ) Y در سری الکتروشیمیایی پایین‌تر از Zn قرار دارد و می‌تواند با Zn^{2+} واکنش دهد.

ت) Mn در سری الکتروشیمیایی بالاتر از Y قرار دارد و نمی‌تواند با Y^{m+} واکنش دهد.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که غلظت X^{2+} افزایش و غلظت D^+ کاهش یافته است؛ نتیجه می‌گیریم الکترود X، نقش آند و الکترود D، نقش کاتد را ایفا می‌کند.

نیم‌واکنش اکسایش: $X(s) \rightarrow X^{2+}(aq) + 2e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $2D^+(aq) + 2e^- \rightarrow 2D(s)$

معادلهٔ کلی اکسایش-کاهش: $2D^+(aq) + X(s) \rightarrow 2D(s) + X^{2+}(aq)$

حال می‌توان گفت که به ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون، ۱ مول X مصرف می‌شود؛ به عبارتی از جرم الکترود آند (الکترود X)، ۲۴ گرم کاسته می‌شود و ۲ مول D تولید می‌شود؛ یعنی به جرم الکترود کاتد (الکترود D)، $2 \times 108 = 216$ گرم افزوده می‌شود.

در صورتی که جرم اولیهٔ الکترودهای آند و کاتد در این سلول برابر باشد؛ تفاوت جرم الکترودها با مجموع قدرمطلق تغییر جرم الکترودها، یکسان است:

جرم اولیهٔ الکترود X یا الکترود D $= m$

$$\left.\begin{array}{l}\text{جرم الکترود X به ازای ۲ مول الکترون} = (m-24)\ g \\ \text{جرم الکترود D به ازای ۲ مول الکترون} = (m+216)\ g\end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{c}\text{تفاوت جرم الکترودها به} \\ \text{ازای مبادلهٔ ۲ مول الکترون}\end{array} = m + 216 - (m-24) = 240\ g$$

حالا باید حساب کنیم که به ازای مبادلهٔ چند الکترون، تفاوت جرم الکترودها به ۴۸ گرم می‌رسد:

$$48\ g \text{ تفاوت جرم الکترودها} \times \frac{2\ mole^-}{240\ g \text{ تفاوت جرم الکترودها}} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ e^-}{1\ mole^-} = 2/408 \times 10^{23}\ e^-$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

به‌جز عبارت سوم، باقی عبارت‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت نادرست:

برخی از باتری‌های لیتیمی مانند باتری‌هایی که در تلفن همراه و رایانهٔ همراه (لپ‌تاپ) به کار می‌روند، قابل شارژند، ولی برخی دیگر از آن‌ها مانند باتری‌های دگمه‌ای، قابل شارژ نیستند.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن، آب در بخش کاتدی تولید و از آن خارج می‌شود.

نیم‌واکنش اکسایش: $2H_2(g) \rightarrow 4H^+(aq) + 4e^-$

نیم‌واکنش کاهش: $O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e^- \rightarrow 2H_2O(l)$

واکنش کلی اکسایش-کاهش: $2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$

۲) سلول سوختی متان: $CH_4 + 2O_2 \longrightarrow CO_2 + 2H_2O \sim 8e^-$ ($-4 \rightarrow +4$, $1\times8=8$)

سلول سوختی هیدروژن: $2H_2 + O_2 \longrightarrow 2H_2O \sim 4e^-$ ($0 \rightarrow +1$, $2\times2\times1=4$)

روش اول: فرض می‌کنیم در هر دو واکنش ۱ مول الکترون مبادله می‌شود:

جرم H_2 (گونهٔ کاهنده): $1\,mole^- \times \frac{2\,mol\,H_2}{4\,mole^-} \times \frac{2\,g\,H_2}{1\,mol\,H_2} = 1\,g\,H_2$

جرم CH_4 (گونهٔ کاهنده): $1\,mole^- \times \frac{1\,mol\,CH_4}{8\,mole^-} \times \frac{16\,g\,CH_4}{1\,mol\,CH_4} = 2\,g\,CH_4$

$\Rightarrow \frac{\text{جرم متان}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{2}{1} = 2$

روش دوم: برای این‌که شمار الکترون‌های مبادله‌شده در دو واکنش برابر باشد، باید معادلهٔ کلی واکنش سلول سوختی هیدروژن را در ۲ ضرب کنیم:

$4H_2 \sim CH_4 \Rightarrow \frac{\text{جرم } CH_4}{\text{جرم } H_2} = \frac{1\times16}{4\times2} = 2$

۳) در سلول سوختی متان ـ اکسیژن به جای گاز خطرناک و آتش‌گیر و گران‌قیمت هیدروژن، گاز ارزان‌تر و کم‌خطرتر متان مصرف می‌شود، ولی این سلول سوختی به دلیل تولید گاز CO_2، آلوده‌کنندهٔ محیط زیست است.

۴) ولتاژ (emf) سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن برابر با پتانسیل کاهشی مربوط به کاتد این سلول است؛ زیرا نیم‌سلول آند آن همان نیم‌سلول هیدروژن (SHE) می‌باشد که E° آن برابر صفر است.

$E^\circ_{\text{سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = E^\circ_{\text{کاتد}} - \underbrace{E^\circ_{H^+/H_2}}_{0} = E^\circ_{\text{کاتد}}$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن را در واکنش‌های داده‌شده بررسی می‌کنیم:

a) $2Al_2O_3 + 3C \longrightarrow 4Al + 3\overset{C+2(-2)=0}{\overbrace{CO_2}}$ ($0 \rightarrow +4$, 4)

b) $2\overset{C+(-2)=0}{\overbrace{CO}} + O_2 \longrightarrow 2\overset{C+2(-2)=0}{\overbrace{CO_2}}$ ($+2 \rightarrow +4$, 2)

$\Rightarrow$ کم‌ترین تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$C+4(+1)=0 \quad C+2(-2)=0$

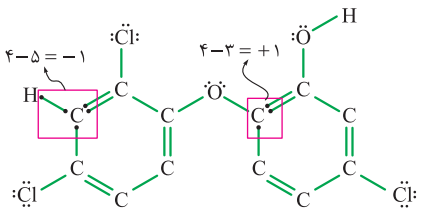
c) $\overset{-4}{CH_4} + 2O_2 \longrightarrow \overset{+4}{CO_2} + 2H_2O$ $\Rightarrow$ بیشترین تغییر عدد اکسایش هر اتم کربن 8

$C+4(+1)+(-2)=0 \quad C+2(-2)=0$

d) $2\overset{-2}{CH_3OH} + 3O_2 \longrightarrow 2\overset{+4}{CO_2} + 4H_2O$ 6

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن مشخص‌شده در ترکیب زیر برابر $0+1+(-1)=0$ است:



بررسی گزینه‌ها:

۱) $OF_2 \Rightarrow O+2(-1)=0 \Rightarrow O=+2$

۲) $CH_2O \Rightarrow C+2(+1)+(-2)=0 \Rightarrow C=0$

۳) $H_2SO_4 \Rightarrow 2(+1)+S+4(-2)=0 \Rightarrow S=+6$

۴) $NH_4^+ \Rightarrow N+4(+1)=+1 \Rightarrow N=-3$

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی اول باید موازنهٔ معادلهٔ واکنش رو کامل کنیم:

$$4Zn(s)+10HNO_3(aq) \rightarrow aZn(NO_3)_2(aq)+bNH_4NO_3(aq)+cH_2O(l)$$

موازنهٔ Zn: $4=a$ موازنهٔ N: $10=(4\times2)+2b \Rightarrow b=1$ موازنهٔ H: $10=4+2c \Rightarrow c=3$

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

۱)

$\overset{0}{4Zn} \longrightarrow \overset{+2}{4Zn(NO_3)_2}$ $\Rightarrow$ شمار الکترون‌های مبادله‌شده: $1\times4\times2=8\ mole^-$

مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها $=4+1+3=8$

۲) عدد اکسایش فلز روی از ۰ به ۲+ افزایش پیدا کرده است؛ بنابراین گونهٔ کاهنده است و عدد اکسایش اتم N از ۵+ به ۳− کاهش پیدا کرده است؛ بنابراین HNO_3 یا NO_3^- (یون نیترات) را می‌توان گونهٔ اکسنده در نظر گرفت.

$\overset{0}{4Zn} \longrightarrow \overset{+2}{4Zn(NO_3)_2}$ $\qquad$ $\overset{+5}{10HNO_3} \longrightarrow \overset{-3}{NH_4NO_3}$

۳) HNO_3 گونهٔ اکسنده است و به ازای مصرف ۱۰ مول از آن، ۵ مول ترکیب یونی شامل ۴ مول $Zn(NO_3)_2$ و ۱ مول NH_4NO_3 تولید می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت که به ازای مصرف یک مول گونهٔ اکسنده، ۰/۵ مول ترکیب یونی تولید می‌شود.

۴) تغییر عدد اکسایش اتم‌های نیتروژن به صورت زیر است:

$$4Zn(s)+\underbrace{10HNO_3}_{\text{۱۰ اتم N دارای عدد اکسایش }+5}(aq) \rightarrow \underbrace{4Zn(NO_3)_2}_{\text{۸ اتم N دارای عدد اکسایش }+5}(aq)+\underbrace{NH_4}_{\text{۱ اتم N دارای عدد اکسایش }+5}\underbrace{NO_3}_{\text{۱ اتم N دارای عدد اکسایش }-3}(aq)+3H_2O(l)$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد اتم‌های N بدون تغییر عدد اکسایش}}{\text{تعداد کل اتم‌های N}}\times100=\frac{9}{10}\times100=\%90$$

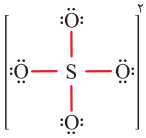
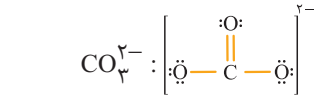
Telegram: @konkur_in

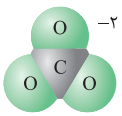
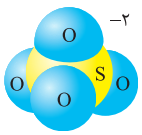
www.konkur.in

زوج‌درس شروع از دهم: شیمی (۱): صفحه‌های ۸۵ تا ۱۲۲

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

SO_4^{2-} :  $(NH_4)_2SO_4$: آمونیوم‌سولفات CO_3^{2-} :  $FeCO_3$: آهن (II) کربنات

مدل فضاپرکن یون CO_3^{2-} به صورت  و مدل فضاپرکن یون SO_4^{2-} به صورت  است که با هم مشابه نیستند.

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش پتاسیم فسفات (K_3PO_4) با محلول کلسیم کلرید $(CaCl_2)$ به صورت زیر است:

$$3CaCl_2(aq) + 2K_3PO_4(aq) \rightarrow Ca_3(PO_4)_2(s) + 6KCl(aq)$$

$\Rightarrow$ مجموع ضرایب استوکیومتری مواد شرکت‌کننده: $3+2+1+6=12$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یکی از روش‌های شناسایی یون کلرید موجود در یک محلول $(Cl^-(aq))$، استفاده از محلول حاوی یون نقره $(Ag^+(aq))$ است؛ البته باید به این نکته توجه کرد که محلول نقره نیترات بی‌رنگ است نه سفید! (رسوب حاصل از انجام واکنش $(AgCl(s))$ سفیدرنگ است.)

۲) با اضافه‌کردن سدیم فسفات (Na_3PO_4) به محلول کلسیم کلرید $(CaCl_2(aq))$، رسوب سفیدرنگ کلسیم فسفات با فرمول شیمیایی $Ca_3(PO_4)_2$ مطابق واکنش روبه‌رو تولید می‌شود:

$$3CaCl_2(aq) + 2Na_3PO_4(aq) \rightarrow \underbrace{Ca_3(PO_4)_2(s)}_{\text{رسوب سفیدرنگ}} + 6NaCl(aq)$$

۳) در اثر واکنش سدیم سولفات (Na_2SO_4) با محلول باریم کلرید $(BaCl_2(aq))$، رسوب سفیدرنگ باریم سولفات $(BaSO_4(s))$ تولید می‌شود. در معادلهٔ واکنش نوشته‌شده، حالت فیزیکی $BaSO_4$ باید s (جامد) باشد نه aq (محلول در آب)!

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 777 = \frac{\text{جرم } CaCl_2}{390 \times 10^3} \times 10^6 \Rightarrow \text{جرم } CaCl_2 = 777 \times 390 \times 10^{-3}\ g$$

از انحلال هر مول کلسیم کلرید $(CaCl_2)$، ۱ مول یون Ca^{2+} و ۲ مول یون Cl^- تولید می‌شود:

$$777 \times 390 \times 10^{-3}\ g\,CaCl_2 \times \frac{1\,mol\,CaCl_2}{111\,g\,CaCl_2} \times \frac{2\,mol\,Cl^-}{1\,mol\,CaCl_2} = 5/46\,mol\,Cl^-$$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در یکی از مراحل استخراج فلز منیزیم از آب دریا، حلال در محلول $MgCl_2$ تبخیر شده و مادهٔ جامد $MgCl_2$ به دست می‌آید و فرایند $MgCl_2(aq) \rightarrow MgCl_2(s)$ انجام می‌شود.

عبارت دوم: با استفاده از عبور جریان برق از منیزیم کلرید مذاب (نه محلول!)، فلز منیزیم و گاز کلر حاصل می‌شود:

$$MgCl_2(l) \rightarrow Mg(l) + Cl_2(g)$$

عبارت سوم: منیزیم در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد که برای استخراج و جداسازی آن در مرحلهٔ نخست، منیزیم را به صورت مادهٔ جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید $(Mg(OH)_2)$ رسوب می‌دهند.

عبارت چهارم: فلز منیزیم استخراج‌شده از آب دریا در نهایت در تهیهٔ آلیاژها، شربت معده و ... استفاده می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با اضافه‌کردن محلول‌های (۱) و (۳) به یکدیگر، محلولی به حجم ۷۵ میلی‌لیتر حاصل می‌شود که دارای ۶ ذرهٔ A است.

$$\frac{۴}{۵۰}\ (\text{محلول (۱)}) \quad = \quad \frac{۲}{۲۵}\ (\text{محلول (۳)}) \quad = \quad \frac{۶}{۷۵}\ (\text{محلول حاصل از اضافه کردن محلول‌های (۱) و (۳)})$$

عبارت دوم: با افزودن محلول‌های (۱) و (۲) به یکدیگر، حجم محلول دو برابر می‌شود، شمار ذرات A، دو برابر شده و شمار ذرات B تغییری نمی‌کند؛ بنابراین غلظت مولی A بدون تغییر ولی غلظت مولی B کاهش می‌یابد.

عبارت سوم: شمار مول‌های $XO_۳^-$ در محلول (۴)، نصف شمار مول‌های A در محلول (۱) است. اگر جرم مولی $XO_۳^-$، دو برابر A باشد، جرم مادهٔ حل‌شونده در دو محلول (۱) و (۴) برابر خواهد بود، اما حجم محلول‌های (۱) و (۴) و در نتیجه جرم این محلول‌ها (با توجه به فرض برابربودن چگالی محلول‌ها) با هم برابر نیست؛ بنابراین درصد جرمی این دو محلول برابر نخواهد بود.

عبارت چهارم: با افزودن ۱۵۰ میلی‌لیتر آب به محلول (۱)، حجم محلول به ۲۰۰ میلی‌لیتر می‌رسد:

$$\left.\begin{array}{l}\text{مول حل‌شونده} = ۴\times ۰/۰۵ = ۰/۲\ \text{mol}\\ \text{حجم محلول} = ۰/۲\ \text{L}\end{array}\right. \Rightarrow \text{غلظت مولی} = \frac{۰/۲\ \text{mol}}{۰/۲\ \text{L}} = ۱\ \text{mol.L}^{-۱}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی حداقل مقدار گلوکز در یک دسی‌لیتر خون یک فرد دیابتی، ۱۲۶ میلی‌گرم است؛ بنابراین برای به دست آوردن حداقل شمار مول‌های گلوکز در خون این فرد خواهیم داشت:

$$۵\ \text{L خون}\times\frac{۱۰\ \text{dL خون}}{۱\ \text{L خون}}\times\frac{۱۲۶\ \text{mg}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱\ \text{dL خون}}\times\frac{۱\ \text{g}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱۰۰۰\ \text{mg}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}\times\frac{۱\ \text{mol}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱۸۰\ \text{g}\,C_۶H_{۱۲}O_۶} = ۰/۰۳۵\ \text{mol}\,C_۶H_{۱۲}O_۶$$

حال برای تشخیص وضعیت فرد از نظر سطح قند خون ناشتا، باید غلظت مولی گلوکز در خون فرد را به واحد گلوکومتر یعنی میلی‌گرم گلوکز در دسی‌لیتر خون تبدیل کنیم تا با مقایسه در جدول داده‌شده، وضعیت آن را بسنجیم:

$$\text{میلی‌گرم گلوکز} = ۵\ \text{L خون}\times\frac{۵\times ۱۰^{-۳}\ \text{mol}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱\ \text{L خون}}\times\frac{۱۸۰\ \text{g}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱\ \text{mol}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}\times\frac{۱۰۰۰\ \text{mg}\,C_۶H_{۱۲}O_۶}{۱\ \text{g}\,C_۶H_{۱۲}O_۶} = ۴۵۰۰\ \text{mg}\,C_۶H_{۱۲}O_۶$$

$$\text{دسی‌لیتر خون} = ۵\ \text{L خون}\times\frac{۱۰\ \text{dL خون}}{۱\ \text{L خون}} = ۵۰\ \text{dL خون}$$

$$\text{غلظت گلوکز برحسب دستگاه گلوکومتر} = \frac{\text{مقدار میلی‌گرم گلوکز}}{\text{حجم خون برحسب دسی‌لیتر}} = \frac{۴۵۰۰}{۵۰} = ۹۰$$

با توجه به جدول داده‌شده، عدد ۹۰ بین عدد ۸۰ تا ۱۰۰ قرار دارد؛ بنابراین وضعیت سطح قند خون ناشتای فرد مورد نظر، در وضعیت طبیعی است.

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۲

باید معادله‌های انحلال‌پذیری دو نمک را مساوی یکدیگر قرار دهیم تا دمایی که در آن انحلال‌پذیری دو نمک A و B یکسان می‌شود؛ به دست آید:

$$S_A = S_B \Rightarrow -۰/۲۳\theta + ۳/۶ = ۰/۲۵\theta + ۱/۲ \Rightarrow ۲/۴ = ۰/۴۸\theta \Rightarrow \theta = \frac{۲/۴}{۰/۴۸} = ۵\ ^\circ\text{C}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** شمار مول‌های سدیم سولفات را حساب می‌کنیم. در هر مول سدیم سولفات ($Na_۲SO_۴$)، ۳ مول یون وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۹/۰۳\times ۱۰^{۲۲}\ \text{یون}\times\frac{۱\ \text{mol یون}}{۶/۰۲\times ۱۰^{۲۳}\ \text{یون}}\times\frac{۱\ \text{mol}\,Na_۲SO_۴}{۳\ \text{mol یون}} = ۰/۰۵\ \text{mol}\,Na_۲SO_۴$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: غلظت مولی محلول کلسیم کلرید را حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

مطابق معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش که به صورت $Na_2SO_4(aq) + CaCl_2(aq) \rightarrow CaSO_4(s) + 2NaCl(aq)$ است؛ برای مصرف هر مول Na_2SO_4 به یک مول $CaCl_2$ نیاز است؛ بنابراین:

$$0/05\ mol\ Na_2SO_4 \times \frac{1\ mol\ CaCl_2}{1\ mol\ Na_2SO_4} = 0/05\ mol\ CaCl_2$$

$$\text{غلظت مولی } (M) = \frac{\text{شمار مول‌های مادهٔ حل‌شونده } (n)}{\text{حجم محلول برحسب لیتر } (V)} = \frac{0/05}{0/25} = 0/2\ mol.L^{-1}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{Na_2SO_4}} = \frac{\text{حجم (لیتر)} \times \text{غلظت مولی}}{\underbrace{\text{ضریب} \times 1}_{CaCl_2}} \Rightarrow \frac{0/05}{1 \times 1} = \frac{x \times 0/25}{1 \times 1} \Rightarrow x = 0/2\ mol.L^{-1}$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی درصد جرمی محلول سیرشدهٔ لیتیم سولفات در دمای $70\ ^\circ C$، ۲۰ درصد است؛ یعنی در این دما، ۲۰ گرم لیتیم سولفات در $80 = 20 - 100$ گرم آب حل می‌شود. حالا باید ببینیم ۳۰۰ گرم آب در این دما، چه مقدار لیتیم سولفات را در خود حل می‌کند:

$$\text{آب } 300\ g \times \frac{\text{لیتیم سولفات } 20\ g}{\text{آب } 80\ g} = \text{لیتیم سولفات } 75\ g$$

بنابراین از ۸۰ گرم لیتیم سولفات اضافه‌شده به ۳۰۰ گرم آب، ۷۵ گرم آن حل شده و ۵ گرم $(80 - 75 = 5)$ آن در ظرف رسوب می‌کند و در نهایت باید محاسبه کنیم که برای انحلال این ۵ گرم رسوب لیتیم سولفات، به چند گرم آب نیاز است:

$$\text{لیتیم سولفات } 5\ g \times \frac{\text{آب } 80\ g}{\text{لیتیم سولفات } 20\ g} = \text{آب } 20\ g$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با توجه به توضیحات داده‌شده، در دمای $70\ ^\circ C$ به ازای ۳۰۰ گرم آب، ۷۵ گرم لیتیم سولفات در آن حل شده است؛ بنابراین جرم محلول برابر است با: جرم محلول = جرم حلال + جرم حل‌شونده $\Rightarrow$ جرم محلول $= 300 + 75 = 375\ g$

۳) با توجه به توضیحات داده‌شده، با افزودن ۸۰ گرم لیتیم سولفات به ۳۰۰ گرم آب در این دما، ۳۷۵ گرم محلول سیرشده و ۵ گرم رسوب (لیتیم سولفات حل‌نشده) در ته ظرف تشکیل شده است، بنابراین مخلوطی ناهمگن در ظرف داریم. از آن‌جا که انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در آب، با دما رابطهٔ وارونه دارد؛ با کاهش دما، انحلال‌پذیری آن افزایش یافته و لیتیم سولفات اضافی نیز حل می‌شود؛ پس با کاهش دما به مخلوطی همگن تبدیل می‌شود.

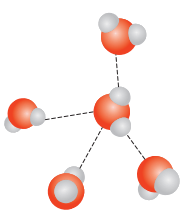
۴) در دمای $70\ ^\circ C$ در ۳۰۰ گرم آب، حداکثر می‌توان ۷۵ گرم لیتیم سولفات را حل کرد؛ بنابراین محلول مورد نظر در این دما نمی‌تواند مقدار بیشتری حل‌شونده را در خود حل کند.

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: برای تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب، نیروی جاذبه باید بین دو اتم H و O برقرار شود؛ در صورتی که در شکل داده‌شده، اتم‌های O با یکدیگر و اتم‌های H با یکدیگر پیوند هیدروژنی برقرار کردند که اشتباه است.



شکل صحیح نحوهٔ برقراری پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب در یخ

عبارت دوم: آب (H_2O) و هیدروژن سولفید (H_2S) هر دو دارای مولکول‌های خمیدهٔ قطبی هستند.

مدل فضاپرکن H_2O و H_2S

عبارت سوم: *همهٔ مولکول‌های دارای اتم هیدروژن که نمی‌توانند پیوند هیدروژنی برقرار کنند!* پیوند هیدروژنی، قوی‌ترین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در موادی است که در مولکول آن‌ها، اتم هیدروژن به یکی از اتم‌های نیتروژن، اکسیژن و یا فلوئور (FON) با پیوند اشتراکی متصل باشد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

عبارت چهارم: در دمای $0\ ^\circ C$ و فشار $1\ atm$، در جرم یکسانی از آب و یخ، حجم یخ بیشتر است؛ زیرا بر اثر انجماد آب و تبدیل آن به یخ، مولکول‌های H_2O شبکه‌ای منظم از حلقه‌های شش‌ضلعی ایجاد می‌کنند که در میان آن‌ها برخلاف حالت مایع، فضای خالی بسیار زیادی وجود دارد و همین امر سبب افزایش حجم آب به هنگام انجماد می‌شود.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) نقطهٔ جوش مولکول HF بالاتر از صفر درجهٔ سلسیوس یا همان $273\ K$ است؛ در صورتی که در شکل داده‌شده نقطهٔ جوش B زیر $273\ K$ $(250\ K)$ است.

۲) هگزان حلالی ناقطبی است؛ بنابراین هر چه قطبیت یک مولکول کم‌تر باشد؛ انحلال‌پذیری آن در هگزان بیشتر است؛ بنابراین خواهیم داشت:

مقایسهٔ قطبیت مولکول‌ها: $C > B > A$ $\Rightarrow$ مقایسهٔ انحلال‌پذیری مولکول‌ها در هگزان: $A > B > C$

۳) هر چه نقطهٔ جوش گازی بالاتر باشد؛ آن گاز در شرایط یکسان آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود؛ پس می‌توان گفت به علت بیشتربودن نقطهٔ جوش B نسبت به نقطهٔ جوش A، در شرایط یکسان، B آسان‌تر از A به مایع تبدیل می‌شود.

۴) مولکول C دارای گشتاور دوقطبی بالاتر از صفر است؛ بنابراین مولکولی قطبی است و مولکول کربن مونوکسید (CO) نیز مولکولی قطبی است؛ بنابراین هر دو مولکول در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در انحلال‌های یونی، مادهٔ حل‌شونده طی فرایند انحلال، ویژگی‌های ساختاری خود را حفظ نکرده و یون‌های سازندهٔ شبکهٔ بلور یونی، تفکیک و آبپوشیده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) به نیروی جاذبهٔ بین مولکول‌های قطبی آب و یون‌های محلول در آن، نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی می‌گویند.

۲) فرایند انحلال یونی، زمانی منجر به تشکیل محلول می‌شود که نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی در محلول بزرگ‌تر از میانگین قدرت پیوند یونی در نمک و نیروهای جاذبهٔ بین مولکولی در حلال (آب) باشد، بنابراین در رابطه با انحلال سدیم کلرید در آب خواهیم داشت:

میانگین قدرت پیوند یونی در سدیم کلرید و پیوندهای هیدروژنی در آب $>$ نیروی جاذبهٔ یون ـ دوقطبی

۴) در شکل داده‌شده، مولکول‌های آب از سمت اتم‌های هیدروژن که سر مثبت مولکول آب را تشکیل می‌دهند، به یون مورد نظر نزدیک می‌شوند؛ بنابراین می‌توان گفت که یون مورد نظر دارای بار منفی بوده و Cl^- می‌باشد.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** حساب می‌کنیم که در ۵۰۰ گرم آب در دمای $20\ ^\circ C$ و فشار ۳ اتمسفر، در کل چند میلی‌گرم NO حل می‌شود.

انحلال‌پذیری در دمای $20\ ^\circ C$ و فشار $3\ atm \Rightarrow 0/075\ g = 75\ mg$ = انحلال‌پذیری در دمای $20\ ^\circ C$ و فشار $1\ atm$

$3 \times 75 = 225\ mg$

بنابراین در شرایط داده‌شده، در ۱۰۰ گرم آب، ۲۲۵ میلی‌گرم NO حل می‌شود؛ در نتیجه جرم NO قابل حل در ۵۰۰ گرم آب برابر است با:

$5 \times 225 = 1125\ mg$

گام دوم: حساب می‌کنیم که $1/505 \times 10^{22}$ مولکول NO، معادل با چند میلی‌گرم NO است.

$$1/505 \times 10^{22}\ molecule\ NO \times \frac{1\ mol\ NO}{6/02 \times 10^{23}\ molecule\ NO} \times \frac{30\ g\ NO}{1\ mol\ NO} \times \frac{1000\ mg\ NO}{1\ g\ NO} = 750\ mg\ NO$$

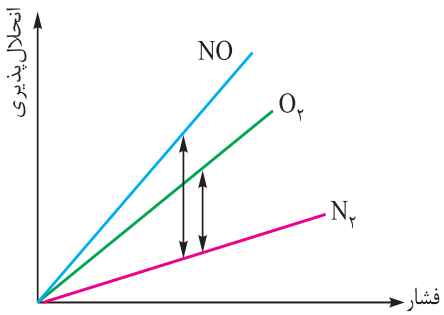
گام سوم: جرم گازی که هنوز می‌توان در آب حل کرد را حساب می‌کنیم.

طبق اطلاعات سؤال ۷۵۰ میلی‌گرم NO در آب حل شده، اما می‌توان حداکثر ۱۱۲۵ میلی‌گرم NO را در آب حل نمود؛ یعنی می‌توان $1125 - 750 = 375$ میلی‌گرم NO دیگر را در آب حل کرد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی با توجه به مقایسهٔ انحلال‌پذیری گازها که به صورت $NO > O_2 > N_2$ است، می‌توان نتیجه گرفت که در دما و فشار یکسان، تفاوت انحلال‌پذیری N_2 و O_2 کم‌تر از N_2 و NO است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) انحلال‌پذیری گازهای ناقطبی مانند اکسیژن در آب با میزان نمک موجود در آب، رابطهٔ وارونه دارد، یعنی با کاهش مقدار نمک در آب، انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب افزایش می‌یابد.

۲) هرچند با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد اما *هواستون باشه* که قانون هنری مربوط به اثر فشار گاز بر انحلال‌پذیری آن‌ها در آب است و نه اثر دما!

۳) هرچند NO قطبی و CO_2 ناقطبی است، اما به دلیل واکنش CO_2 با آب، در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری CO_2 از NO بیشتر است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های سوم و چهارم نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: اسمز معکوس یک فرایند غیرخودبه‌خودی است و در آن، با ایجاد فشار، مولکول‌های آب از محیط غلیظ به رقیق می‌روند.

عبارت چهارم: در تصفیهٔ آب به روش صافی کربن، هر سه آلایندهٔ نام‌برده‌شده را می‌توان حذف کرد.

زوج‌درس شروع از یازدهم: شیمی (۲): صفحه‌های ۹۷ تا ۱۲۱

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت سوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: انسان‌ها نخستین پوشش خود را از پشم، مو و پوست جانوران تهیه کردند و با گذشت زمان از بافت‌های گیاهی نیز برای تهیهٔ پوشش استفاده کردند.

عبارت دوم: در صنعت نساجی طی فرایند بافندگی، نخ را به پارچهٔ خام و طی فرایند ریسندگی، الیاف را به نخ تبدیل می‌کنند.

عبارت سوم: پنبه از الیاف سلولز تشکیل شده است. سلولز نوعی درشت‌مولکول طبیعی از نوع پلیمر است؛ زیرا از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول گلوکز به یکدیگر ساخته شده است و در طبیعت نیز یافت می‌شود.

عبارت چهارم: انسولین و روغن زیتون درشت‌مولکول‌هایی با اندازهٔ بسیار بزرگ و شمار اتم‌های بسیار زیادند، ولی گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ و پروپان (C_3H_8) درشت‌مولکول محسوب نمی‌شود؛ زیرا تعداد اتم‌های سازنده و جرم مولی آن‌ها زیاد نمی‌باشد.

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی به درشت‌مولکول‌هایی مانند پروتئین موجود در پشم و ابریشم، انسولین، سلولز، نشاسته، پلی‌اتن، تفلون و ... که از شمار زیادی واحدهای تکرارشونده به وجود آمده‌اند؛ پلیمر یا بسپار می‌گویند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش‌های پلیمری‌شدن به دو دستهٔ واکنش بسپارش اتن و مشتقات آن و واکنش‌هایی مانند تولید پلی‌استرها و پلی‌آمیدها تقسیم‌بندی می‌شود که شرط لازم برای شرکت در واکنش‌های بسپارش اتن و مشتقات آن، وجود پیوند دوگانه $C=C$ در ساختار مونومرهای سازندهٔ آن‌ها است ولی در واکنش‌هایی مانند تولید پلی‌استرها و پلی‌آمیدها، لزوماً پیوند دوگانه در مونومرهای سازندهٔ پلیمر وجود ندارد.

۲) در واکنش‌های پلیمری‌شدن اتن و مشتقات آن مانند واکنش تولید پلی‌اتن و تفلون، تنها پلیمر، فراوردهٔ واکنش است، اما در واکنش‌های تولید پلی‌استرها و پلی‌آمیدها مانند واکنش تولید کولار که نوعی پلی‌آمید ساختگی است؛ علاوه بر پلیمر، یک مولکول کوچک مانند آب نیز تولید می‌شود.

Telegram: @konkur_in

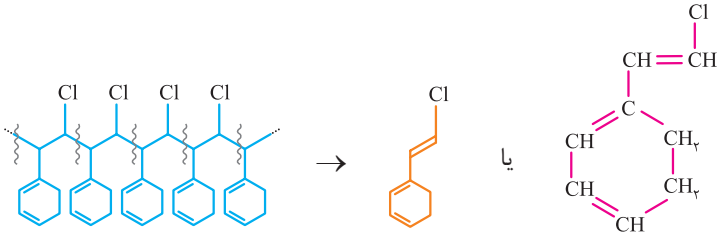
www.konkur.in

۴ تعیین تعداد دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در یک واکنش پلیمری‌شدن ممکن نیست و تاکنون هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۱

تنها عبارت اول نادرست است.

پاسخ تشریحی ساختار مونومر سازندهٔ پلیمر نشان داده‌شده به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: در ساختار مونومر سازندهٔ این پلیمر، شمار پیوندهای $C=C$ (۳)، از شمار پیوندهای $C-C$ (۵)، کم‌تر است.

عبارت دوم: در ساختار این مونومر، ۳ پیوند اشتراکی دوگانه $(C=C)$ وجود دارد؛ بنابراین هر مول از این مولکول در واکنش با ۳ مول گاز H_2 به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.

عبارت سوم: فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ پلیمر داده‌شده، C_8H_9Cl و فرمول مولکولی استیرن، C_8H_8 است؛ تفاوت جرم مولی این دو مولکول با جرم مولی HCl برابر است. جرم مولی HCl = جرم مولی C_8H_8 − جرم مولی C_8H_9Cl

عبارت چهارم: فرمول مولکولی مونومر سازندهٔ پلیمر داده‌شده، C_8H_9Cl است و جرم مولی پلیمر، n برابر جرم مولی مونومر سازنده است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{جرم مولی پلیمر} = n \times \text{جرم مولی } C_8H_9Cl \Rightarrow ۵۶۲۰۰ = n \times \underbrace{[۸(۱۲)+۹(۱)+۱(۳۵/۵)]}_{۱۴۰/۵}$$

$$\Rightarrow n = \frac{۵۶۲۰۰}{۱۴۰/۵} = ۴۰۰$$ شمار واحدهای تکرارشوندهٔ پلیمر

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: زنجیرهٔ مولکولی پلی‌پروپن برخلاف پلی‌اتن سنگین (پلی‌اتن بدون شاخه)، شاخه‌دار است:

پلی‌پروپن: $-\left[CH_2-\underset{CH_3}{CH}\right]_n-$ ، پلی‌اتن سنگین (بدون شاخه): $-[CH_2-CH_2]_n-$

عبارت دوم: واکنش پلیمری‌شدن اتن در شرایط گوناگون، به تولید پلی‌اتن‌هایی با جرم مولی میانگین متفاوت منجر می‌شود. جرم مولی میانگین به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بستگی دارد.

عبارت سوم: از پلی‌اتن‌های سبک در ساخت کیسهٔ پلاستیکی موجود در مغازه‌ها و فروشگاه‌ها که شفاف و انعطاف‌پذیر هستند، استفاده می‌شود. در حالی که از پلی‌اتن سنگین در ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب یا بطری‌های کدر شیر و اسباب‌بازی‌های پلاستیکی که سخت و محکم هستند، استفاده می‌شود.

عبارت چهارم: پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک است که دارای چگالی کم‌تر و استحکام پایین می‌باشند، ولی پلی‌اتن بدون شاخه یا سنگین دارای چگالی بیشتر و استحکام بالا می‌باشد.

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی اولین و ساده‌ترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، متانوئیک اسید با فرمول مولکولی $HCOOH$ است که جرم مولی آن، $(۲\times۱۶)+(۱\times۱۲)+(۲\times۱)=۴۶$ گرم بر مول است. اولین و ساده‌ترین عضو خانوادهٔ الکل‌های یک‌عاملی سیرشده، متانول با فرمول مولکولی CH_3OH است که جرم مولی آن، $(۱\times۱۶)+(۴\times۱)+(۱\times۱۲)=۳۲$ گرم بر مول است؛ بنابراین تفاوت جرم مولی این دو مولکول برابر $۴۶-۳۲=۱۴$ گرم بر مول است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ پرکاربردترین و آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدهای یک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، اتانوئیک (استیک) اسید است که در سرکه نیز وجود دارد.

۳ کربوکسیلیک اسیدها ($RCOOH$)، دو بخش قطبی ($-COOH$) و ناقطبی (R) دارند؛ با افزایش طول زنجیر هیدروکربنی (گروه R) در این خانواده، نیروی وان‌دروالس بر پیوند هیدروژنی (نیروی بین مولکولی مربوط به بخش قطبی مولکول) غلبه می‌کند و ویژگی ناقطبی کربوکسیلیک اسید افزایش می‌یابد.

۴ از فرمول کلی تعیین شمار پیوندهای اشتراکی استفاده می‌کنیم:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{(\text{شمار اتم‌های اکسیژن} \times ۲) + (\text{شمار اتم‌های هیدروژن} \times ۱) + (\text{شمار اتم‌های کربن} \times ۴)}{۲}$$

با توجه به فرمول کلی کربوکسیلیک اسیدهای تک‌عاملی سیرشده؛ $C_nH_{۲n}O_۲$؛ داریم:

$$C_nH_{۲n}O_۲ \text{ شمار پیوندهای اشتراکی در} = \frac{۴n + ۲n + (۲ \times ۲)}{۲} = ۳n + ۲$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ظرف A پس از افزودن ۳۰۰ گرم آب به آن:

اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شود، بنابراین تمام ۸۰ گرم اتانول در آب حل می‌شود. دکانول الکلی ۱۰کربنه است. الکل‌ها، از ۹ اتم کربن به بالا، در آب نامحلول هستند؛ پس می‌توان گفت که تمام ۲۰ گرم دکانول در آب حل نمی‌شود.

ظرف B پس از افزودن ۳۰۰ گرم آب به آن:

تمام ۵۰ گرم اتانول که در آب حل می‌شود. بوتانول (الکل ۴کربنه)، جزء الکل‌های محلول در آب محسوب می‌شود، ولی نه به هر نسبت! بنابراین با توجه به انحلال‌پذیری این الکل باید محاسبه کرد که چه مقدار از آن در آب حل می‌شود و چه مقدار از آن نامحلول در آب باقی می‌ماند:

$$\text{جرم بوتانول نامحلول: } ۵۰ - ۲۱ = ۲۹\,g \Rightarrow \text{جرم بوتانول حل‌شده: } ۳۰۰\,g\,\text{آب} \times \underbrace{\frac{۷\,g\,\text{بوتانول}}{۱۰۰\,g\,\text{آب}}}_{\text{مفهوم انحلال‌پذیری بوتانول}} = ۲۱\,g$$

بنابراین مقدار الکل نامحلول باقی‌مانده در ظرف‌های A و B به ترتیب برابر ۲۰ و ۲۹ گرم است.

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۱

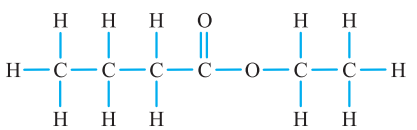
عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) پنتانوئیک اسید، کربوکسیلیک اسیدی دارای ۵ اتم کربن با فرمول مولکولی $C_۵H_{۱۰}O_۲$ است که معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن کامل آن به ازای یک مول پنتانوئیک اسید به صورت مقابل است:

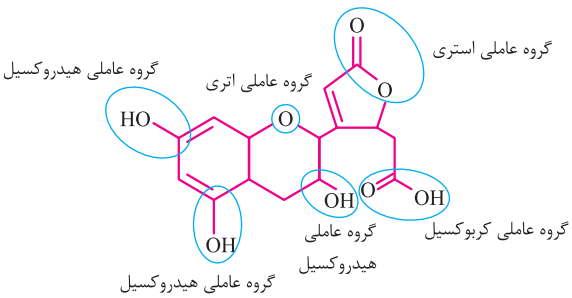
$$C_۵H_{۱۰}O_۲ + \frac{۱۳}{۲}O_۲ \rightarrow ۵CO_۲ + ۵H_۲O$$

ب) استرها دسته‌ای از ترکیب‌های آلی هستند که در ساختارشان گروه عاملی استری $-COO-$ یا $(-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-)$ وجود دارد. با توجه به فرمول ساختاری استر $C_۳H_۷COOC_۲H_۵$:



$$\frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی } C-H}{\text{شمار پیوندهای اشتراکی } C-C} = \frac{۱۲}{۴} = ۳$$

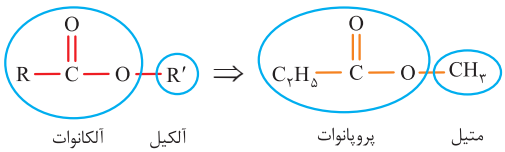
پ) در ترکیب داده‌شده با توجه به ساختار بررسی‌شدهٔ مقابل، ۳ گروه عاملی هیدروکسیل، یک گروه عاملی اتری، یک گروه عاملی کربوکسیل و یک گروه عاملی استری وجود دارد که همهٔ آن‌ها گروه‌های عاملی اکسیژن‌دار هستند؛ بنابراین می‌توان گفت در ترکیب مورد نظر، ۴ نوع گروه عاملی اکسیژن‌دار وجود دارد.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ت) برای نام‌گذاری استرها، ابتدا باید نام زنجیر هیدروکربنی متصل به اتم اکسیژن ($-R'$) را برحسب تعداد کربن موجود در ساختار آن بر وزن «آلکیل» بیاوریم و سپس نام تعداد کربن باقی‌مانده در زنجیر اصلی ($R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-$) را بر وزن «آلکانوات» بنویسیم:



⇒ متیل پروپانوات

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۳

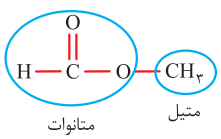
پاسخ تشریحی اگر در ساختار استرها $R-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-R'$ به جای R، اتم هیدروژن و به جای R'، گروه CH_3 قرار گیرد؛ ساده‌ترین استر با فرمول مولکولی $C_2H_4O_2$ و دارای ساختار $H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-CH_3$ به دست می‌آید.

بررسی گزینه‌ها:

۱) آشناترین عضو خانوادهٔ کربوکسیلیک اسیدها، اتانوئیک اسید با فرمول مولکولی CH_3COOH یا $C_2H_4O_2$ است که با ساده‌ترین استر با فرمول مولکولی $HCOOCH_3$ یا $C_2H_4O_2$ ایزومر است.

۲) ساختار ساده‌ترین استر، $H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-O-\overset{H}{\overset{|}{\underset{H}{\underset{|}{C}}}}-H$ است که دارای ۸ پیوند اشتراکی می‌باشد. تعداد پیوندهای اشتراکی $C-H$ در این مولکول برابر ۴ است که نیمی از تعداد کل پیوندهای اشتراکی را شامل می‌شود.

۳) نام‌گذاری ساده‌ترین استر:



⇒ متیل متانوات

از آن‌جا که کربوکسیلیک اسیدها توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارند؛ نقطهٔ جوش آن‌ها نسبت به استر هم‌کربن خود بالاتر است. بنابراین اتانوئیک اسید نقطهٔ جوش بالاتری نسبت به متیل متانوات دارد.

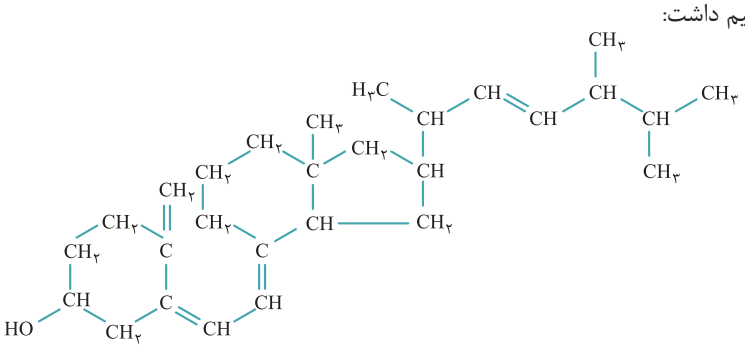
۴) فرمول مولکولی ساده‌ترین استر، گلوکز و ساده‌ترین آلدهید $(H-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-H)$ به ترتیب به صورت $C_2H_4O_2$، $C_6H_{12}O_6$ و CH_2O است. بدون نیاز به محاسبهٔ جرم مولی ترکیب‌ها و *هیچ حساب کتابی!* می‌توان رابطهٔ بین جرم مولی ترکیب‌های مورد نظر را به دست آورد:

$$C_6H_{12}O_6 = 3(C_2H_4O_2)$$

$$C_2H_4O_2 = 2(CH_2O)$$

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به ساختار ویتامین D، خواهیم داشت:



$$\Rightarrow \frac{\text{تعداد گروه‌های } CH_2}{\text{تعداد گروه‌های } CH_3} = \frac{9}{5} = \frac{18}{10} = 1/8$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ساختار ویتامین C، بخش قطبی بر بخش ناقطبی غلبه کرده و در آب حل می‌شود؛ بنابراین با توجه به نوع گروه‌های عاملی در آن، نیروی بین‌مولکولی غالب در آن، هیدروژنی است ولی در ساختار ویتامین‌های A، D و K، بخش ناقطبی (زنجیر یا حلقه‌های هیدروکربنی) بر بخش قطبی (گروه‌های عاملی) غلبه کرده و در چربی حل می‌شوند؛ بنابراین نیروی بین مولکولی غالب در آن‌ها، وان‌درووالس است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲) ویتامین A در ساختار خود یک گروه عاملی هیدروکسیل ($-OH$) دارد؛ بنابراین نوعی الکل محسوب می‌شود و می‌تواند در صورت واکنش با کربوکسیلیک اسیدها مانند استیک (اتانوئیک) اسید (CH_3COOH)، استر تولید کند.

۳) حلقهٔ بنزنی (C_6H_6) تنها در ساختار ویتامین K ($C_{31}H_{46}O_2$) وجود دارد.

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن} = (2n+2) - (\text{تعداد حلقه‌ها} \times 2) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} \times 4) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه} \times 2) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن} \times 1)$$

$$\text{شمار اتم‌های هیدروژن در ویتامین K} = \underbrace{[(2\times31)+2]}_{2n+2} - \underbrace{(2\times7)}_{\text{پیوندهای دوگانه}} - \underbrace{(2\times2)}_{\text{حلقه}} = 46$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

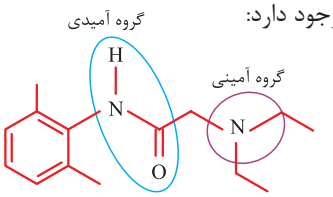
پاسخ تشریحی مولکول‌هایی می‌توانند با خود پیوند هیدروژنی تشکیل دهند که در ساختار آن‌ها، پیوند $H-O$، $N-H$ و یا $H-F$ وجود داشته باشد، به عبارت دیگر H متصل به FON داشته باشند. در ساختار وینیل کلرید، اتم O، N یا F وجود ندارد.

وینیل کلرید: $CH_2=CH-Cl$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) در ساختار ترکیب داده‌شده، گروه‌های عاملی آمینی ($R-\underset{R'}{\overset{}{N}}-R''$) و آمیدی ($-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-N-$) وجود دارد:



۲) برای به دست آوردن فرمول مولکولی ترکیب داده‌شده ابتدا تعداد اتم‌های کربن آن را می‌شماریم و سپس با استفاده از رابطهٔ به دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی، تعداد اتم‌های هیدروژن آن را نیز محاسبه می‌کنیم. در نهایت شمار اتم‌های دیگر مانند N و O را می‌شماریم و آن‌ها را نیز در فرمول مولکولی لحاظ می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت: تعداد اتم‌های کربن در لیدوکائین = ۱۴

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی } n \text{ کربنی} = 2n+2-2(\text{تعداد پیوندهای دوگانه})-4(\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه})-2(\text{تعداد حلقه‌ها})+1(\text{تعداد اتم‌های نیتروژن})$$

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیب داده‌شده} = \underbrace{[(2\times14)+2]}_{2n+2} - \underbrace{(2\times4)}_{\text{پیوندهای دوگانه}} - \underbrace{(2\times1)}_{\text{حلقه}} + \underbrace{(1\times2)}_{\text{اتم‌های نیتروژن}} = 22$$

$\Rightarrow$ فرمول مولکولی لیدوکائین: $C_{14}H_{22}N_2O$

۳) $$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی} = \frac{(3\times\text{تعداد اتم‌های نیتروژن})+(2\times\text{تعداد اتم‌های اکسیژن})+(1\times\text{تعداد اتم‌های هیدروژن})+(4\times\text{تعداد اتم‌های کربن})}{2}$$

تعداد پیوندهای اشتراکی در لیدوکائین با فرمول مولکولی $C_{14}H_{22}N_2O$ برابر است با:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی} = \frac{(14\times4)+(22\times1)+(1\times2)+(2\times3)}{2} = 43$$

از این ۴۳ پیوند، ۸ تای آن‌ها به صورت پیوند دوگانه (۴ پیوند دوگانه) و مابقی ($43-8=35$) به صورت پیوندهای یگانه هستند:

$$\frac{\text{شمار پیوندهای یگانه}}{\text{شمار پیوندهای دوگانه}} = \frac{35}{4} = 8/75$$

۴) اتم اکسیژن، ۴ الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن، ۲ الکترون ناپیوندی دارد.

شمار الکترون‌های ناپیوندی: $\underbrace{4}_{O} + \underbrace{(2\times2)}_{N} = 8$

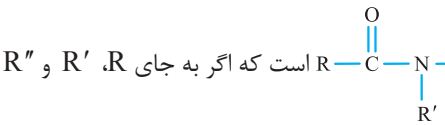
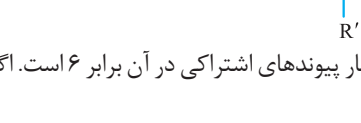
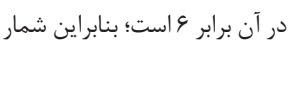
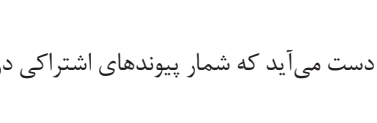
۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بررسی تمام عبارت‌ها:

عبارت اول: فرمول کلی آمیدها به صورت،  است که اگر به جای R، R′ و R″ اتم هیدروژن قرار گیرد؛ ساده‌ترین آمید با ساختار  به دست می‌آید که شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر ۶ است. اگر در  به جای R، گروه CH_3 قرار گیرد، ساده‌ترین آمین با ساختار  به دست می‌آید که شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر ۶ است؛ بنابراین شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار ساده‌ترین آمید و ساده‌ترین آمین، یکسان است.

عبارت دوم: کولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدهای ساختگی است، نه طبیعی!

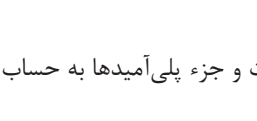
عبارت سوم: کاملاً درسته!

عبارت چهارم: فرمول مولکولی هر دو ترکیب داده‌شده $C_8H_{17}NO_2$ است؛ بنابراین این دو ترکیب ایزومر یکدیگرند؛ اگر مولکولی داشته باشیم که هر دو گروه عاملی اسیدی ($-COOH$) و آمینی ($-NH_2$) را با هم داشته باشد؛ از پلیمری‌شدن آن، یک پلی‌آمید تولید می‌شود.

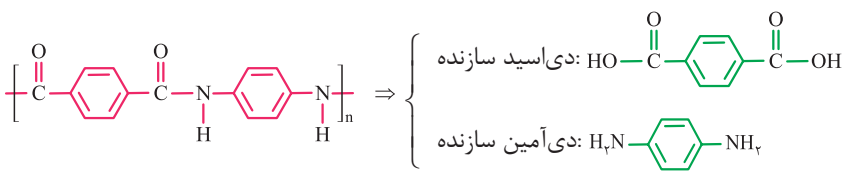
۱۱۸- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «ب» و «پ» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) پلیمر مورد نظر دارای گروه عاملی آمیدی () است و جزء پلی‌آمیدها به حساب می‌آید. این پلیمر دارای پیوند $N-H$ است و مانند مونومرهای سازندهٔ آن (با پیوندهای $O-H$ و $N-H$) می‌تواند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کند.

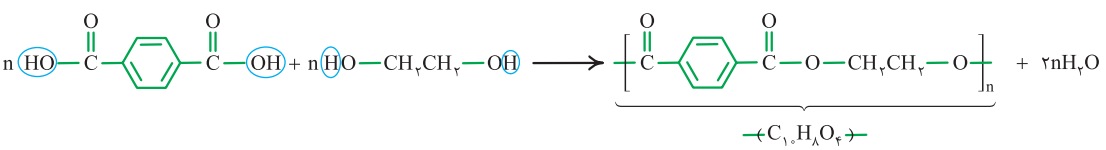
ب)



دی‌اسید و دی‌آمین در حلقهٔ بنزنی مشترک هستند. دی‌اسید دارای دو گروه COOH (معادل با $C_2H_2O_4$) و دی‌آمین دارای دو گروه NH_2 (معادل با N_2H_4) است:

$$\text{جرم مولی } C_2H_2O_4 - \text{جرم مولی } N_2H_4 = 90 - 32 = 58$$

پ)



ت) با توجه به ساختار دی‌اسید و دی‌آمین و با توجه به این‌که شمار پیوندها در گروه‌های COOH و NH_2 با هم برابر نیست، شمار کل پیوندها در ساختار این دو ترکیب برابر نیست.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) نشاسته از خانوادهٔ پلی‌ساکاریدها است و نه مونوساکاریدها!

۲) مولکول‌های نشاسته در شرایط مناسب مانند محیط مرطوب با کاتالیزگر یا محیط گرم و مرطوب، **به آرامی** به مونومرهای سازنده (گلوکز) تبدیل می‌شوند.

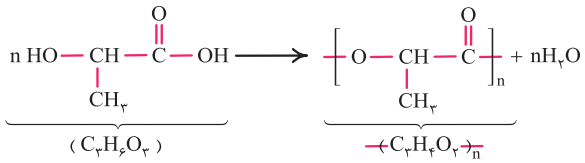
۴) گوارش نشاسته شامل واکنش شیمیایی تجزیهٔ آن به گلوکز است که به کمک آنزیم‌ها تسریع می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی معادلهٔ واکنش تولید پلی‌لاکتیک اسید به صورت زیر است:



روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\frac{\text{بازده درصدی}}{۱۰۰}\times\text{جرم}}{\underbrace{\text{ضریب}\times\text{جرم مولی}}_{C_۳H_۶O_۳}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{ضریب}\times\text{جرم‌مولی}}_{(C_۳H_۴O_۲)_n}}=\frac{\text{مول}}{\underbrace{\text{ضریب}\times ۱}_{H_۲O}}$$

$$\frac{x\times\frac{۸۰}{۱۰۰}}{n\times ۹۰}=\frac{\overset{۵}{\cancel{۳۶۰}}}{۱\times ۷۲\cancel{n}}=\frac{y}{n\times ۱}\Rightarrow\begin{cases}x=۵۶۲/۵\ g\ \text{لاکتیک اسید}\\ y=۵\ mol\ \text{آب}\end{cases}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{جرم لاکتیک اسید: }۳۶۰g\ (C_۳H_۴O_۲)_n\ \text{عملی}\times\frac{۱۰۰g\ (C_۳H_۴O_۲)_n\ \text{نظری}}{۸۰g\ (C_۳H_۴O_۲)_n\ \text{عملی}}\times\frac{۱mol\ (C_۳H_۴O_۲)_n}{۷۲n\ g\ (C_۳H_۴O_۲)_n}\times\frac{۱mol\ C_۳H_۶O_۳}{۱mol\ (C_۳H_۴O_۲)_n}\times$$

$$\frac{۹۰\ g\ C_۳H_۶O_۳}{۱\ mol\ C_۳H_۶O_۳}=۵۶۲/۵\ g\ C_۳H_۶O_۳$$

$$\text{مول آب: }۳۶۰\ g\ (C_۳H_۴O_۲)_n\times\frac{۱\ mol\ (C_۳H_۴O_۲)_n}{۷۲n\ g\ (C_۳H_۴O_۲)_n}\times\frac{n\ mol\ H_۲O}{۱\ mol\ (C_۳H_۴O_۲)_n}=۵\ mol\ H_۲O$$

Telegram: @konkur_in