www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون پنجم حضوری

دفترچه شماره ۱

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۵۰ • مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
۲	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	۱۵	۲۱	۳۵	۲۸ دقیقه
۳	هندسه	۱۵	۳۶	۵۰	۲۷ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان دوازدهم و پایهٔ مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

۱- اگر $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{۲f(x)-xf(۲)}{x-۲}=-f(۲)$ و $f'(۲)$ موجود باشد، مقدار $f'(۲)$ کدام است؟

۱) $۲f(۲)$ ۲) $f(۲)$ ۳) ۲ ۴) صفر

۲- مشتق چپ $f(x)=\frac{x|x+۱|}{۲x-[-x]}$ در $x=۱$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

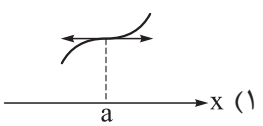
۳- اگر $f(x)=|x-\frac{۲[x]}{a}|$ و $f'_-(۱)$ موجود باشد، حاصل $a+f'_-(۱)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

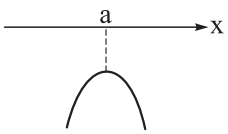
۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) صفر

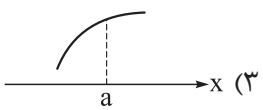
۴- اگر $f(x)=۲x^۲-|x|$، مقدار $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(h-۱)-f(۱-h)}{h}$ کدام است؟

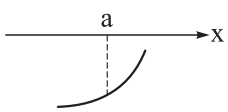
۱) ۳ ۲) صفر ۳) -۳ ۴) ۲

۵- برای تابع f در مجاورت $x=a$ رابطهٔ $f'(a)f(a)<۰$ برقرار است. نمودار f به کدام صورت می‌تواند باشد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۶- $f'(۲)$ عدد حقیقی و مخالف صفر است. اگر $k\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f^۲(x)-۱}{۲-x}=\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۲-h)-۱}{۲h}$ باشد، مقدار k کدام است؟ (هر دو حد موجود هستند.)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$ ۳) ۲ ۴) -۲

۷- خط $y=۳x-۱$ در نقطه‌ای به طول $x=۱$ بر نمودار تابع پیوستهٔ f مماس است، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۲h+۱)+a}{h}$ برابر مقدار حقیقی b شده است. حاصل ab کدام است؟

۱) -۶ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) -۱۲

محل انجام محاسبات

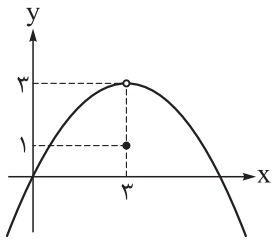
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸- اگر $f(۱)=۰$ و $f'(۱)=-۳$، مقدار $\lim\limits_{x\to\pm\infty} xf(۱-\frac{۳}{x})$ کدام است؟

۱) ۹ ۲) -۹ ۳) ۳ ۴) -۳

۹- نمودار تابع f مطابق شکل است. مشتق تابع $g(x)=(x^۲-۳x)[f(x)]$ در نقطه‌ای به طول $x=۳$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) ۶ ۲) ۹

۳) ۳ ۴) موجود نیست.

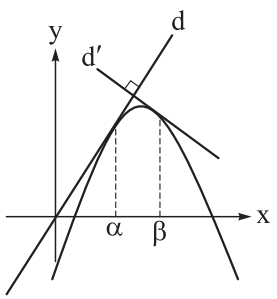
۱۰- اگر $f(x)=\begin{cases}\frac{a-\cos ۴x}{x} & x\neq ۰\\ ۰ & x=۰\end{cases}$ و $f'(۰)=b$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۱- اگر $f(x)=[۳x].|x^۲-x-۲|$ باشد، حاصل $f'_-(۲)-f'_+(-۲)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) -۱۵ ۲) ۳۰ ۳) -۴۵ ۴) ۱۵

۱۲- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x)=-x^۲+۶x-۴$ رسم شده است. خطوط d و d' در نقاطی با طول α و β بر نمودار تابع f مماس هستند. مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟



۱) ۶/۵ ۲) $\frac{۲۱}{۸}$

۳) $\frac{۲۱}{۴}$ ۴) ۸/۵

حسابان و ریاضی پایه (مباحث مستقل): حسابان (۱): صفحه‌های ۲ تا ۶، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۸

۱۳- اگر $A=\frac{۱}{۲\sqrt{۳}+۳\sqrt{۲}}+\frac{۱}{۶+۴\sqrt{۳}}$، مقدار $(۲A+۱)^۲$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۱۴- اگر $a=(\sqrt{۶}-۱)^۲$، مقدار $A=\sqrt{\frac{a+۲}{۲۵}+\frac{۱}{a}}$ کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۶

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵- به ازای کدام عدد طبیعی n، تساوی $\frac{n\sqrt{2}-27}{n+6\sqrt{2}+1} - 2\sqrt{2} = 3$ برقرار است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۶ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

۱۶- یکی از عوامل تجزیهٔ عبارت $(x^2-ax-4)^2-64$ برابر $x+2$ است. کدام عبارت الزاماً از عامل‌های دیگر آن است؟

۱) $x-2$ ۲) $x+6$ ۳) $x-6$ ۴) $x+4$

۱۷- a_n یک دنبالهٔ خطی و $b_n = 3n^2 + a_n$ است. اگر $b_1 = 2a_1$ و $b_2 = 3a_2 + 2$ باشد، مقدار $b_3 - 5a_3$ کدام است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -1

۱۸- در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ عمومی a_n، S_n برابر با مجموع n جملهٔ ابتدایی آن است. اگر $S_{40} = 80a_{40}$ باشد، مجموع چند جملهٔ ابتدایی از آن دنباله، برابر صفر است؟

۱) ۳۹ ۲) ۱۱۸ ۳) ۷۸ ۴) ۱۵۶

۱۹- اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}}\,(12)^{-1/5}$، مقدار $(4+\frac{A^{-1}}{2})^{-\frac{1}{2}}$ کدام است؟

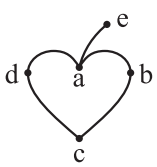
۱) $\frac{1}{16}$ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{4}$

۲۰- a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت مثبت و مخالف یک است. اگر S_n مجموع n جملهٔ اول این دنبالهٔ هندسی باشد و $S_8 = 17S_4$، قدرنسبت دنباله کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) $2\sqrt{2}$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

۲۱- کدام مجموعه یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای گراف مقابل نیست؟



۱) $N_G[e]$ ۲) $N_G[d]$ ۳) $N_G(b)$ ۴) $N_G(a)$

۲۲- عدد احاطه‌گری گراف زیر کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

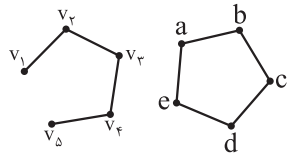
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳- در گراف ۷رأسی با $\Delta = 3$، عدد احاطه‌گری چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

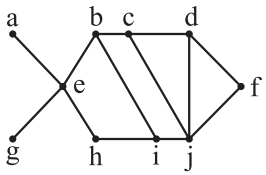
۲۴- گراف G به شکل روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟



۱) ۱۲ ۲) ۸

۳) ۲۰ ۴) ۱۵

۲۵- کدام مجموعه یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای گراف G است؟



۱) $\{a,g,b,c,f\}$ ۲) $\{a,g,i,c,f\}$

۳) $\{a,e,c,i,d\}$ ۴) $\{e,b,h,j,i\}$

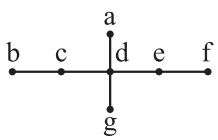
۲۶- اگر $n\gamma(P_n) = ۱۰$ باشد، کدام گراف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

۱) P_n ۲) $P_{n+۱}$ ۳) $P_{n-۱}$ ۴) $P_{n+۲}$

۲۷- گراف C_5 با رأس‌های $\{a,b,c,d,e\}$ چند مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمم دارد؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

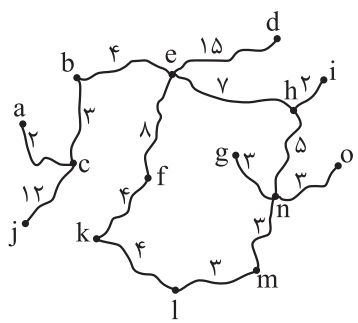
۲۸- گراف روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟



۱) ۸ ۲) ۶

۳) ۴ ۴) ۱۲

۲۹- نقشهٔ مقابل نقشهٔ یک منطقه شامل چند روستا و جاده‌های بین آن روستاهاست و مسافت جاده‌های بین روستاها در آن مشخص شده است. قصد داریم چند بیمارستان مجهز در برخی روستاها احداث کنیم به گونه‌ای که فاصلهٔ هر روستا با نزدیک‌ترین بیمارستان به آن روستا از ۱۰ کیلومتر بیشتر نباشد و از طرفی کم‌ترین تعداد ممکن بیمارستان را احداث کنیم. چند بیمارستان باید احداث کنیم؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۵

۳۰- گراف سادهٔ G از مرتبهٔ ۸ و کم‌ترین اندازه، دارای ۷ـ مجموعهٔ یک‌عضوی است. با اضافه‌کردن حداقل چند یال به این گراف، دوری به طول ۸ ایجاد می‌شود؟

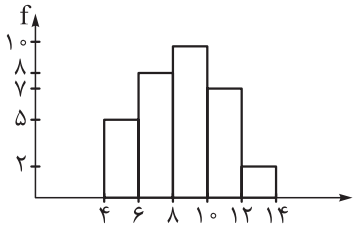
۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

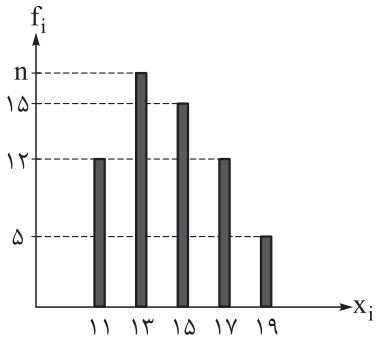
www.konkur.in

۳۱- اعداد ۷,۱۱,۹ را از داده‌ها با نمودار مستطیلی مقابل حذف می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به دسته‌ای که کم‌ترین فراوانی را دارد، تقریباً کدام است؟



۱) ۲۳ / ۱
۲) ۲۳ / ۵
۳) ۲۴ / ۸
۴) ۲۸ / ۵

۳۲- میانگین داده‌های نمودار میله‌ای روبه‌رو ۱۴ / ۴ است. فراوانی نسبی میلهٔ وسط کدام است؟



۱) ۰ / ۱۶
۲) $\frac{۴}{۱۵}$
۳) ۰ / ۳۲
۴) ۰ / ۲۵

۳۳- در داده‌های ۱,۵,۷,۸,۹,۹,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۴,۱۵,۱۷,۲۰,۲۳,۳۰، چارک سوم داده‌های درون جعبه در نمودار جعبه‌ای کدام است؟

۱) ۱۲ / ۵
۲) ۱۳
۳) ۱۴
۴) ۹

۳۴- در ۹ دادهٔ آماری با میانگین ۱۰، ضریب تغییرات ۰ / ۱۲ است. به دو برابر تمام داده‌ها عدد ۵ را اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات چه مقدار تغییر می‌کند؟

۱) صفر
۲) ۰ / ۸۴
۳) ۰ / ۰۹۶
۴) ۰ / ۰۲۴

۳۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) بخشی از نمونه که برای مطالعه انتخاب می‌شود را جامعه می‌گوییم.

ب) به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند متغیرهای کمّی می‌گوییم.

پ) در بین متغیرهای اقوام ایرانی، قد افراد، شاخص تودهٔ بدنی دقیقاً یک متغیر کیفی اسمی وجود دارد.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۳۳ تا ۶۰

۳۶- در سهمی به معادلهٔ $۴y = (x+۱)^۲$ فاصلهٔ کانون از خط هادی کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۰ / ۵
۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷- کانون سهمی به معادلهٔ $x^2 + 6y = ax + 3$ بر محور xها واقع است. فاصلهٔ مبدأ مختصات از محور تقارن این سهمی کدام است؟

۱) $\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{6}$ ۳) ۳ ۴) ۶

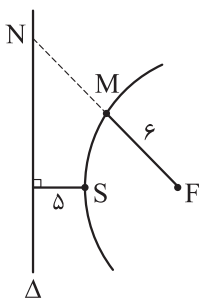
۳۸- محور تقارن یک سهمی با یکی از محورهای مختصات موازی و رأس آن روی نیمساز ناحیهٔ اول واقع است. اگر نمودار این سهمی محور yها را با عرض‌های ۲ و ۴ قطع کند، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -24 ۲) -18 ۳) -12 ۴) -6

۳۹- یک آینهٔ سهموی به معادلهٔ $4y^2 = x$ مفروض است. بازتاب پرتو نوری که با معادلهٔ $y = \frac{-1}{16}$ به این آینه می‌تابد، از نقطهٔ $(\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{12})$ می‌گذرد. α کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۴۰- در شکل رسم‌شده، دو نقطهٔ S و F به ترتیب رأس و کانون سهمی و Δ خط هادی آن است. از نقطهٔ M واقع بر سهمی به F وصل کرده‌ایم، اگر امتداد MF، خط Δ را در N قطع کند، طول MN کدام است؟



۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۸

۴۱- در مورد تبدیل تجانس به مرکز O و نسبت k، کدام گزینه درست نیست؟

۱) مساحت شکل‌ها را k برابر می‌کند. ۲) ممکن است ایزومتری باشد.

۳) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. ۴) خط‌های واصل هر نقطه و تصویر آن، در O همرس‌اند.

۴۲- طول ضلع‌های مثلث ABC با اعداد ۱، ۲ و $\sqrt{3}$ متناسب‌اند. این مثلث را تحت تبدیل ایزومتری T تصویر می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. بزرگ‌ترین زاویهٔ مثلث $A'B'C'$ چند برابر کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث ABC است؟

۱) ۲ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳

۴۳- در مربع ABCD، نقطهٔ M وسط ضلع BC است. اگر A' و M' به ترتیب بازتاب A و M نسبت به CD باشند. مساحت چهارضلعی $AMM'A'$ چند برابر مساحت مربع ABCD است؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴- سه نقطهٔ $A(\alpha,\alpha)$ ، $B(-۱,۱)$ و $C(۴,۵)$ را در نظر بگیرید. در حالتی که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار ممکن است، نقطهٔ A در چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات قرار دارد؟

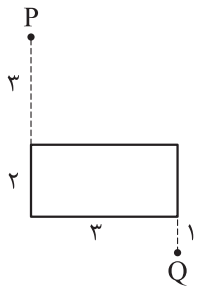
۱) ۶ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۴۵- خط d به معادلهٔ $x+y=۳$ را در نظر بگیرید. اگر O مبدأ مختصات باشد، چند بردار انتقال $\overrightarrow{OA}$ با طول ۲ وجود دارد که نیمساز ربع دوم و چهارم را روی d تصویر کند؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) بی‌شمار

۴۶- مطابق شکل، P و Q روی امتدادهای دو ضلع یک مستطیل واقع‌اند. می‌خواهیم از P به Q طوری حرکت کنیم که قسمتی از مسیر که داخل مستطیل قرار می‌گیرد با ضلع به طول ۲ موازی باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟



۱) ۷ ۲) ۸

۳) $۲+۳\sqrt{۳}$ ۴) $۲+۲\sqrt{۶}$

۴۷- نقطهٔ O درون چهارضلعی محدب $ABCD$ طوری واقع است که دو مثلث AOD و BOC در رأس O قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستند. زاویهٔ بین دو قطر چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

۱) ۴۵° ۲) ۶۰° ۳) ۷۵° ۴) ۹۰°

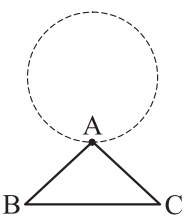
۴۸- نقطهٔ A بر دایرهٔ $C(O,۴)$ واقع است. اگر دایرهٔ C' تصویر C در تجانس به مرکز A و نسبت $-۰/۷۵$ باشد، طول مماس‌مشترک دو دایرهٔ C و C' کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۳\sqrt{۵}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

۴۹- روی هر یک از دو ضلع مجاور یک مربع، در بیرون آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌سازیم و می‌خواهیم مساحت شکل حاصل را بدون تغییر در محیط آن با کمک تبدیل هندسی مناسب، افزایش دهیم. میزان افزایش در مساحت، چند برابر مساحت مربع اولیه است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۵۰- در شکل رسم‌شده، برای رسم خطی گذرنده از A که BC را در M و دایره را در M' قطع کند، به طوری که A وسط MM' باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟



۱) بازتاب محوری ۲) تجانس مستقیم ۳) دوران ۴) انتقال

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون پنجم حضوری

دفترچه شماره ۲

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۷۰ • مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۵ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

۵۱- در حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌ای که اندازهٔ شتاب نوسانگر در حال کاهش است، بردارهای سرعت و نیرو ..... و بردارهای مکان و شتاب ..... هستند.

۱) خلاف جهت هم ـ هم‌جهت
۲) هم‌جهت ـ خلاف جهت هم
۳) خلاف جهت هم ـ خلاف جهت هم
۴) هم‌جهت ـ هم‌جهت

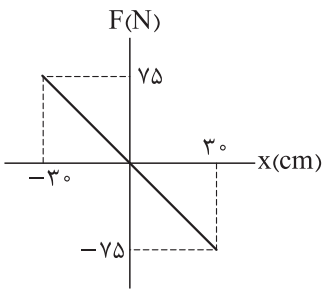
۵۲- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۲}t$ است. در کدام بازهٔ زمانی شتاب نوسانگر در جهت محور x و سرعت آن در خلاف جهت محور x است؟

۱) صفر تا $\frac{۱}{۵}$ s
۲) $\frac{۱}{۲}$ s تا $\frac{۳}{۵}$ s
۳) $\frac{۱}{۳}$ s تا $\frac{۲}{۵}$ s
۴) $\frac{۱۱}{۱۵}$ s تا $\frac{۴}{۵}$ s

۵۳- ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشترین مسافتی که این ذره در یک بازهٔ زمانی دلخواه به اندازهٔ $\frac{۱}{۶}$ دوره می‌تواند طی کند، چند سانتی‌متر است؟ $(\sqrt{۳} \simeq ۱/۷)$

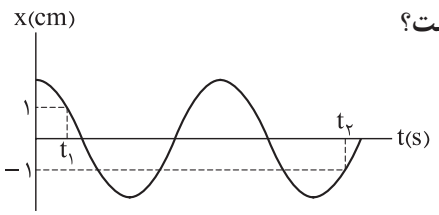
۱) ۱۷
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) ۳

۵۴- شکل مقابل نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۰/۵ kg است که توسط یک فنر سبک و بر روی سطحی بدون اصطکاک (در امتداد محور x) با دامنهٔ ۳۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشینهٔ انرژی جنبشی این جسم چند ژول است؟



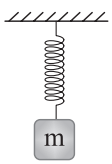
۱) ۱۱/۲۵
۲) ۲۲/۵
۳) ۴۱۶/۷
۴) ۲۰۸/۳

۵۵- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به صورت شکل زیر است. اگر تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر ۲ m/s باشد، بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{\pi}{۲}$
۲) π
۳) ۲π
۴) ۴π

۵۶- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۵۰۰ g را به انتهای فنری به طول ۱۷ cm بسته و از سقف آویزان می‌کنیم. در حالت تعادل طول فنر به ۲۷ cm می‌رسد. اگر جسم را ۵ cm به پایین کشیده و سپس رها کنیم، چند ثانیه بعد طول فنر برای اولین بار ۲۲ cm می‌شود؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$



۱) $\frac{\pi}{۱۰}$
۲) $\frac{\pi}{۵}$
۳) $\frac{۲\pi}{۵}$
۴) $\frac{۳\pi}{۱۰}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷- نوسانگر وزنه ـ فنری، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با دامنهٔ A_1 و بسامد f_1 نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، $\frac{۳}{۴}$ جرم وزنه کَنده و جدا می‌شود و جرم باقی‌ماندهٔ متصل به همان فنر، به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت بسامد f_2 و دامنه A_2 باشد، نسبت‌های $\frac{A_2}{A_1}$ و $\frac{f_2}{f_1}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (قطعهٔ جداشده با تندی ثابت $۲\pi f_1 A_1$ به حرکتش ادامه می‌دهد.)

۱) ۱، ۲　　۲) ۱، $\frac{۱}{۲}$　　۳) $\frac{۱}{۲}$، ۲　　۴) $\frac{۱}{۲}$، $\frac{۱}{۲}$

۵۸- معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x = ۰/۰۴\cos ۱۰\pi t$ است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد این نوسانگر درست است؟

الف) بیشترین تندی نوسانگر در طول مسیر حرکت $۴\pi\ m/s$ است.

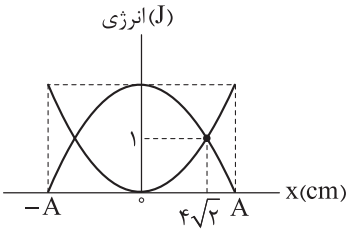
ب) بیشینهٔ شتاب نوسانگر در طول مسیر حرکت $۴\pi^۲\ m/s^۲$ است.

پ) بزرگی شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی از مرکز نوسان برابر صفر است.

ت) در لحظهٔ $t = \frac{۳}{۴۰}\ s$، برای دومین بار، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر می‌شود.

۱) الف و ب　　۲) الف و پ　　۳) ب و پ　　۴) ب و ت

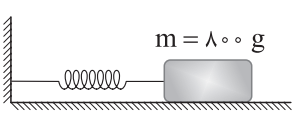
۵۹- در شکل زیر، نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی برحسب مکان یک نوسانگر هماهنگ ساده (سامانهٔ جرم ـ فنر) نشان داده شده است که بر روی پاره‌خطی به طول ۱۶ cm نوسان می‌کند. اندازهٔ بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر در طول حرکت آن چند نیوتون است؟



۱) ۱۰۰　　۲) ۷۵

۳) ۵۰　　۴) ۲۵

۶۰- مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای را که بر روی یک سطح بدون اصطکاک قرار دارد، به اندازهٔ ۱۰ cm به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم. اگر در لحظهٔ رهاکردن، انرژی پتاسیل کشسانی فنر ۴ J باشد، چند ثانیه پس از رهاکردن، تندی نوسانگر برای اولین بار بیشینه خواهد شد؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$



۱) ۰/۰۵　　۲) ۰/۱

۳) ۰/۱۵　　۴) ۰/۲

۶۱- طول آونگ سادهٔ کم‌دامنه‌ای که در هر دقیقه n نوسان کامل انجام می‌دهد، برابر ۲۵ cm است. طول این آونگ را چند سانتی‌متر و چگونه تغییر دهیم تا در هر دقیقه، $n - ۱۰$ نوسان کامل انجام دهد؟ $(g \simeq \pi^۲\ m/s^۲)$

۱) ۱۶ cm کاهش دهیم.　　۲) ۱۱ cm کاهش دهیم.　　۳) ۱۶ cm افزایش دهیم.　　۴) ۱۱ cm افزایش دهیم.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

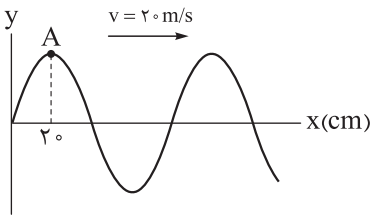
۶۲- دو آونگ ساده با طول‌های L_1 و L_2 به ترتیب با دامنه‌های ۱ cm و ۱/۵ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. اگر تندی بیشینهٔ این دو آونگ یکسان باشد، نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$　　۲) $\frac{۴}{۹}$　　۳) $\frac{۳}{۲}$　　۴) $\frac{۹}{۴}$

۶۳- آونگ‌های بارتونی متشکل از ۶ آونگ سبک با بسامدهای طبیعی ۰/۵ Hz، ۰/۷۵ Hz، ۱ Hz، ۱/۲ Hz، ۱/۵ Hz و ۲ Hz ساخته‌ایم؛ آونگ وادارنده با چه طولی می‌تواند در یکی از این آونگ‌ها تشدید ایجاد کند؟ ($g \simeq \pi^2\ m/s^2$)

۱) ۴ cm　　۲) ۳/۱۲۵ cm　　۳) ۶/۲۵ cm　　۴) ۱۲/۵ cm

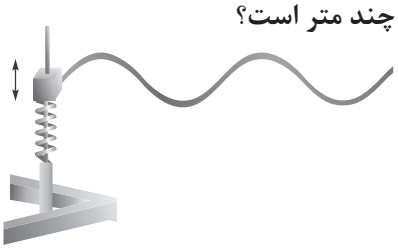
۶۴- نقش یک موج عرضی در لحظهٔ $t = ۰$ مطابق شکل است. در بازهٔ زمانی صفر تا $\frac{۱}{۹۰}$ s، بردارهای شتاب و سرعت ذرهٔ A چند ثانیه در خلاف جهت یکدیگر هستند؟



۱) $\frac{۱}{۳۰۰}$　　۲) $\frac{۱}{۴۰۰}$

۳) $\frac{۱}{۶۰۰}$　　۴) $\frac{۱}{۹۰۰}$

۶۵- در شکل زیر، وزنه‌ای به جرم ۲/۵ kg که به فنری با ثابت ۲ N/cm وصل شده است، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و یک موج سینوسی روی سیمی به سطح مقطع ۵ mm^2 که از ماده‌ای به چگالی ۸ g/cm^3 ساخته شده است، ایجاد می‌کند. اگر نیروی کشش سیم ۲۰ N باشد، طول موج ایجادشده روی سیم چند متر است؟



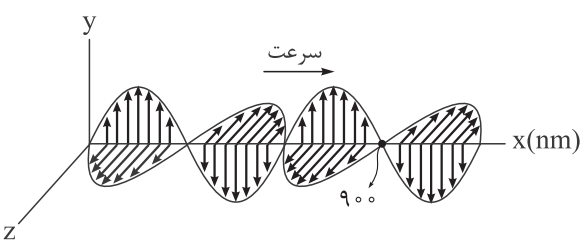
۱) ۲

۲) ۵

۳) ۲π

۴) ۵π

۶۶- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با تندی $۳\times۱۰^۸\ m/s$ در حال انتشار است. کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟



الف) این موج در ناحیهٔ مرئی قرار دارد.

ب) مسافتی که موج در مدت یک ثانیه طی می‌کند، ۶۰۰ نانومتر است.

پ) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر ثانیه $۱/۵\times۱۰^{۱۵}$ نوسان انجام می‌دهند.

ت) مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند، ۲×۱۰^{-۱۵} s است.

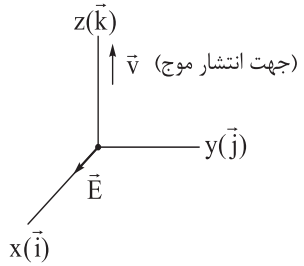
۱) ب و پ　　۲) ب و ت　　۳) الف و پ　　۴) الف و ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷- در ناحیه‌ای از خلأ، یک موج الکترومغناطیسی با طول موج $600\ nm$ در حال انتشار است. اگر در لحظهٔ t در یک نقطه از این ناحیه، بردار میدان الکتریکی و جهت انتشار موج به صورت شکل زیر باشند، در لحظهٔ $t+10^{-15}\ s$ و در همین نقطه، بردار میدان مغناطیسی در چه جهتی است؟ $(c=3\times10^{8}\ m/s)$



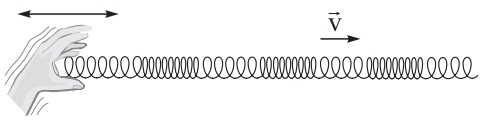
۱) $+y$

۲) $-y$

۳) $+x$

۴) $-x$

۶۸- شکل زیر، انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده‌شده را نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این موج درست است؟



الف) در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی و یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

ب) در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.

پ) فاصلهٔ بین دو جمع‌شدگی بیشینه یا دو بازشدگی بیشینهٔ متوالی برابر طول موج است.

ت) بیشینهٔ جابه‌جایی هر حلقه از وضعیت تعادل برابر دامنهٔ موج است.

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۶۹- شنونده‌ای در فاصلهٔ ۵ متری از چشمهٔ صوتی قرار دارد. اگر دامنهٔ ارتعاش چشمهٔ صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. اگر چشمهٔ صوت به شرایط اولیهٔ خود بازگردانده شود، شنونده در چه فاصله‌ای از چشمهٔ صوت قرار گیرد تا شدت صوت دریافتی آن به $64\times10^{-12}\ W/m^2$ برسد؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف نظر کنید، $I_0=10^{-12}\ W/m^2$ و $\log 2=0/3$)

۱) ۸　　۲) ۱۰　　۳) ۲۰　　۴) ۴۰

۷۰- اگر بسامد یک چشمهٔ صوت ۴۰ درصد افزایش و فاصلهٔ شنونده تا چشمهٔ صوت ۳۰ درصد کاهش یابد، تراز شدت صوت چگونه تغییر می‌کند؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف نظر شود و $\log 2=0/3$)

۱) ۶ برابر می‌شود.

۲) $0/6$ برابر می‌شود.

۳) $0/6$ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

۴) ۶ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

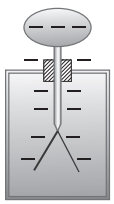
www.konkur.in

داوطلب گرامی، برای پاسخگویی به سؤال‌های ۷۱ تا ۹۰ از بین سؤال‌های زوج‌درس **شروع از دهم** و زوج‌درس **شروع از یازدهم**، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. اگر در آزمون‌های قبلی، در مباحث فیزیک پایه، زوج‌درس فیزیک شروع از دهم را انتخاب کرده‌اید، در این آزمون هم مشابه آزمون‌های قبلی، از بین زوج‌درس‌ها، ۲۰ سؤال اول را که از مباحث فصل ۱ فیزیک یازدهم است، انتخاب کنید. لازم به ذکر است، گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. حتماً در پاسخ‌برگ مشخص کنید که چه زوج‌درسی را پاسخ می‌دهید.

زوج‌درس شروع از دهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۴۴

(برای انتخاب این زوج‌درس، گزینهٔ ۱ را انتخاب کنید.)

۷۱- دانش‌آموزی یک میلهٔ فلزی از جنس برنج را با یک دستکش عایق نسبتاً ضخیم، در دست گرفته و به موهای خود مالش می‌دهد، سپس آن را به الکتروسکوپ نشان داده شده در شکل روبه‌رو نزدیک می‌کند. در این صورت:



سری الکتریسیتهٔ مالشی

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پوست انسان
برنج، نقره
تفلون
انتهای منفی سری

۱) میلهٔ برنجی دارای بار مثبت می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس دوباره باز می‌شوند.

۲) میلهٔ برنجی دارای بار منفی می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ بازتر می‌شوند.

۳) جسم رسانا از طریق مالش باردار نمی‌شود و وضعیت ورقه‌ها تغییر محسوسی ندارد.

۴) میلهٔ برنجی دارای بار منفی می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته شده و مجدداً باز می‌شوند.

۷۲- دو کرهٔ رسانای کوچک با بارهای الکتریکی $q_1 = +8\ \mu C$ و $q_2 = +4\ \mu C$ به فاصلهٔ $1\ m$ از یکدیگر قرار دارند. چه تعداد الکترون از کره با بار q_2 برداریم و به دیگری منتقل کنیم تا در همان فاصلهٔ قبلی، بزرگی نیروی رانشی آن‌ها بر هم به اندازهٔ $0/108\ N$ کم شود؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C \text{ و } k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$

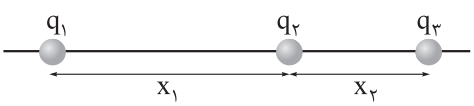
۱) $2/5\times10^{13}$

۲) $3/75\times10^{13}$

۳) $7/5\times10^{13}$

۴) $1/25\times10^{13}$

۷۳- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی صفر است. اگر نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ برابر ۴ باشد، نسبت $\frac{q_3}{q_2}$ کدام است؟



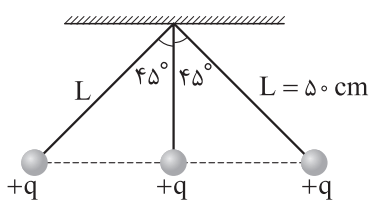
۱) $-\frac{9}{4}$

۲) $\frac{9}{4}$

۳) -9

۴) 9

۷۴- در شکل زیر، سه گوی کوچک مشابه دارای بارهای الکتریکی یکسان $q = +1\ \mu C$ و در تعادل هستند. جرم هر یک از این گوی‌ها چند گرم است؟ $(g = 10\ N/kg \text{ و } k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

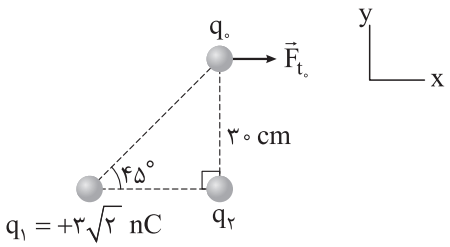
۴) ۱۸

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

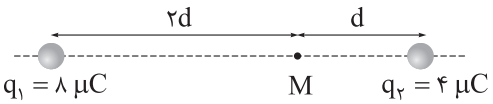
www.konkur.in

۷۵- در شکل زیر، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_0، $\vec{F}_{t_0}=(+2\mu N)\vec{i}$ باشد، q_2 چند نانوکولن است؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



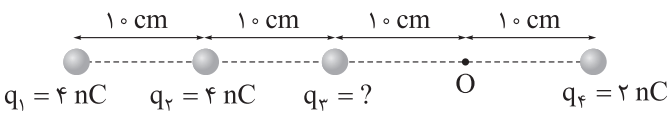
۱) $-1/5$　　۲) -3
۳) $1/5$　　۴) 3

۷۶- در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطهٔ M برابر E است. اگر بار $q'=-16\ \mu C$ را به بار q_1 اضافه کنیم، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M چند E می‌شود؟



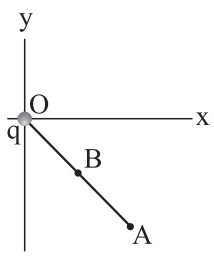
۱) ۱　　۲) ۲
۳) ۳　　۴) ۴

۷۷- چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل ثابت شده‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از چهار بار در نقطهٔ O برابر $400\ N/C$ است. اندازهٔ بار q_3 چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



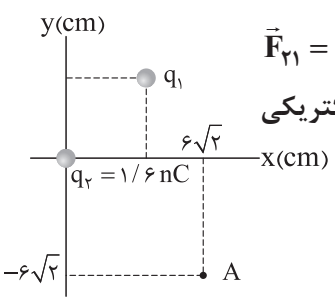
۱) ۱
۲) ۴
۳) ۹
۴) ۱۲

۷۸- بردار میدان حاصل از بار الکتریکی q در نقطهٔ A به صورت $\vec{E}_A=(2\times10^5\ N/C)\vec{i}+(-1/5\times10^5\ N/C)\vec{j}$ است. اگر بار $-5\ \mu C$ را در نقطهٔ B (وسط پاره‌خط OA) قرار دهیم، نیروی وارد بر این بار برحسب بردارهای یکّه کدام است؟



۱) $(-8\ N)\vec{i}+(6\ N)\vec{j}$
۲) $(4\ N)\vec{i}+(-3\ N)\vec{j}$
۳) $(8\ N)\vec{i}+(-6\ N)\vec{j}$
۴) $(-4\ N)\vec{i}+(3\ N)\vec{j}$

۷۹- در شکل مقابل، بار q_2 به بار q_1 نیروی الکتریکی $\vec{F}_{21}=(0/6\sqrt{2}\ \mu N)\vec{i}+(0/6\sqrt{2}\ \mu N)\vec{j}$ را وارد می‌کند. اگر بار q_2 را از مبدأ مختصات به نقطهٔ A منتقل کنیم، بزرگی میدان الکتریکی در مبدأ مختصات چند نیوتون بر کولن خواهد شد؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



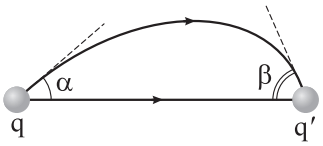
۱) ۱۵۰۰
۲) ۱۲۵۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۷۵۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۰- دو خط میدان الکتریکی حاصل از دو بار q و q' که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. اگر $\beta > \alpha$ باشد، کدام مقایسه بین اندازه و نوع بارهای q و q' درست است؟



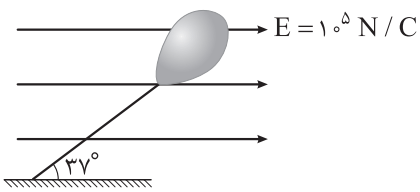
۱) $|q| > |q'|, q < ۰, q' > ۰$

۲) $|q| > |q'|, q > ۰, q' < ۰$

۳) $|q| < |q'|, q < ۰, q' > ۰$

۴) $|q| < |q'|, q > ۰, q' < ۰$

۸۱- مطابق شکل، بادکنک بارداری به جرم $۳\,g$ به یک نخ متصل و در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی ساکن است. اگر نیروی شناوری وارد بر بادکنک $۱/۵$ برابر وزن آن باشد، بار الکتریکی بادکنک چند نانوکولن است؟ ($g = ۱۰\,N/kg$ و $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$)



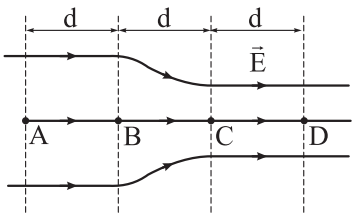
۱) ۲۰۰

۲) ۵۰

۳) ۲۰

۴) ۵

۸۲- شکل زیر، آرایش خط‌های یک میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. از نقطهٔ D یک الکترون از حال سکون رها می‌شود و توسط میدان الکتریکی، تا نقطهٔ A شتاب می‌گیرد. کدام رابطه دربارهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در این جابه‌جایی درست است؟



۱) $|\Delta U_{CD}| > |\Delta U_{BC}| > |\Delta U_{AB}|$

۲) $|\Delta U_{AB}| > |\Delta U_{BC}| > |\Delta U_{CD}|$

۳) $|\Delta U_{AB}| = |\Delta U_{CD}| > |\Delta U_{BC}|$

۴) $|\Delta U_{AB}| = |\Delta U_{BC}| = |\Delta U_{CD}|$

۸۳- ذره‌ای با بار q در راستای یک میدان الکتریکی یکنواخت تحت تأثیر نیروهای الکتریکی و خارجی جابه‌جا می‌شود. چه تعداد از جمله‌های زیر در مورد این جابه‌جایی درست است؟

الف) اگر کار نیروی میدان الکتریکی مثبت باشد، امکان ندارد که انرژی پتانسیل الکتریکی بار، افزایش پیدا کند.

ب) اگر کار نیروی خارجی منفی باشد، امکان ندارد که تندی حرکت ذره، کاهش یابد.

پ) اگر طی حرکت، پتانسیل الکتریکی افزایش یابد، امکان ندارد که کار میدان الکتریکی و کار نیروی خارجی، هم‌علامت باشند.

ت) اگر انرژی جنبشی ذره افزایش پیدا کند، امکان ندارد که پتانسیل الکتریکی کاهش یابد.

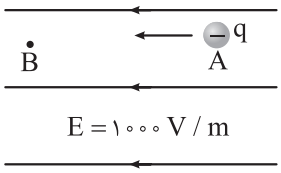
۱) صفر　　۲) ۱　　۳) ۲　　۴) ۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

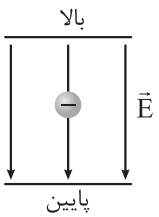
www.konkur.in

۸۴- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم $1\,g$ و بار الکتریکی $-6/25\,mC$ را با تندی $500\,m/s$ در جهت نشان داده شده از نقطهٔ A در میدان الکتریکی یکنواخت پرتاب می‌کنیم؛ بار در نقطهٔ B می‌ایستد و برمی‌گردد. اختلاف پتانسیل نقطه‌های A و B ($V_A - V_B$) چند کیلوولت است؟ (از وزن ذره و نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)



۱) $+2$
۲) -2
۳) $+20$
۴) -20

۸۵- در شکل زیر، ذرهٔ بارداری به جرم $1\,g$ را در میدان الکتریکی یکنواختی از حال سکون رها می‌کنیم. اگر بار ذره $-1\,\mu C$ و بزرگی میدان الکتریکی $2000\,V/m$ باشد؛ تندی این ذره پس از $1\,m$ جابه‌جایی به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟ ($g = 10\,m/s^2$)



۱) ۲
۲) ۴
۳) $\sqrt{6}$
۴) $2\sqrt{6}$

۸۶- چگالی سطحی بار روی یک بادکنک پلاستیکی کروی به شعاع $20\,cm$ برابر $-5\,nC/cm^2$ است. اگر بادکنک را بیشتر باد کنیم تا شعاع آن ۲۰٪ افزایش یابد و بخواهیم چگالی سطحی آن تغییر نکند، چه تعداد الکترون باید به آن اضافه کنیم؟ (در هر دو حالت بار به صورت یکنواخت در سطح بادکنک توزیع شده است و $e = 1/6\times10^{-19}\,C$ و $\pi \simeq 3$)

۱) $4/4\times10^{10}$　　۲) $6/6\times10^{10}$　　۳) $4/4\times10^{13}$　　۴) $6/6\times10^{13}$

۸۷- اگر ولتاژ دو سر خازنی ۲۰ درصد افزایش و بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ۲۰ درصد کاهش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در آن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۴ درصد کاهش می‌یابد.
۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
۳) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
۴) تغییر نمی‌کند.

۸۸- یک باتری با اختلاف پتانسیل $20\,V$ با صرف $160\,\mu J$ انرژی، یک خازن تخت بدون انرژی اولیه را شارژ می‌کند. اگر پس از شارژ خازن، آن را از باتری جدا و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را نصف کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول خواهد شد؟

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) ۳۲۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹- خازنی را با یک باتری ۸ولتی شارژ و سپس آن را از باتری جدا می‌کنیم؛ اگر $+۱/۲\ \mu C$ بار الکتریکی از صفحهٔ منفی جدا و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، با این کار، انرژی ذخیره‌شده در خازن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

۱) ۰/۵　　۲) ۰/۷۵　　۳) ۱/۵　　۴) ۲

۹۰- مساحت هر یک از صفحات یک خازن تخت $۵\ cm^۲$ و ظرفیت آن $۸\ nF$ است. فضای بین دو صفحهٔ خازن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱۰ پر شده است. اگر بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه از $۲\times۱۰^۷\ V/m$ بیشتر شود، پدیدهٔ فروریزش رخ می‌دهد. بیشینهٔ باری که می‌تواند در این خازن ذخیره شود، چند میکروکولن است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\ \frac{C^۲}{N.m^۲})$

۱) ۰/۶　　۲) ۰/۹　　۳) ۱/۲　　۴) ۱/۸

داوطلب گرامی، اگر در آزمون‌های قبلی، در مباحث فیزیک پایه، زوج‌درس فیزیک شروع از یازدهم را انتخاب کرده‌اید، در این آزمون هم مشابه آزمون‌های قبلی، از بین زوج‌درس‌ها، ۲۰ سؤال دوم را که از مباحث فصل ۴ فیزیک یازدهم و فصل ۱ فیزیک دهم است، انتخاب کنید.

زوج‌درس شروع از یازدهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰، فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

(برای انتخاب این زوج‌درس، گزینهٔ ۲ را انتخاب کنید.)

۷۱- کدام‌یک از اثرهای زیر در مدل‌سازی پرتاب توپ بسکتبال قابل چشم‌پوشی است؟

الف) مقاومت هوا و اثر وزش باد　　**ب) نیروی گرانشی وارد بر توپ**

پ) جهت حرکت و اندازهٔ سرعت اولیهٔ توپ　　**ت) تغییر نیروی گرانش به دلیل تغییر ارتفاع توپ**

۱) الف و پ　　۲) الف و ت　　۳) ب و پ　　۴) ب و ت

۷۲- در کدام‌یک از گزینه‌های زیر، کمیت اصلی یا کمیت برداری وجود ندارد؟

۱) جریان الکتریکی، سرعت، توان، انرژی جنبشی　　۲) کار، نیرو، چگالی، فشار

۳) زمان، تندی، انرژی پتانسیل، اختلاف پتانسیل الکتریکی　　۴) شار مغناطیسی، تندی، فشار، انرژی

۷۳- در تساوی $۴/۲\times۱۰^۳\ kJ = ۴/۲\ \frac{ng.km^۲}{\square}$، $\square$ کدام است؟

۱) $ms^۲$　　۲) $\mu s^۲$　　۳) $ns^۲$　　۴) $ps^۲$

۷۴- در رابطهٔ $A = mgh + \frac{۱}{۲}Bv$، اگر m جرم جسم، h ارتفاع از سطح زمین، g شتاب گرانش زمین و v تندی جسم باشند، کمیت مجهول B چیست و یکای آن برحسب یکاهای اصلی کدام است؟

۱) نیرو، $\frac{kg.m}{s^۲}$　　۲) تکانه، $\frac{kg.m}{s^۲}$　　۳) نیرو، $\frac{kg.m}{s}$　　۴) تکانه، $\frac{kg.m}{s}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

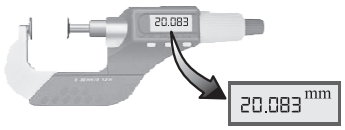
۷۵- وسیله‌های نشان داده شده در شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب ..... و ..... هستند و دقت ریزسنج، ..... میکرومتر است.

۱) ریزسنج، کولیس، ۱

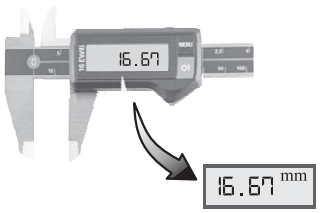
۲) کولیس، ریزسنج، ۱۰

۳) ریزسنج، کولیس، 10^{-3}

۴) کولیس، ریزسنج، 10^{-2}



(الف)



(ب)

۷۶- اگر تندی نور در خلأ را $3\times10^{8}\ m/s$ در نظر بگیریم، این مقدار چند یکای نجومی بر ساعت (AU/h) است؟ (یکای نجومی، فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید و تقریباً ۱۵۰ میلیون کیلومتر است.)

۱) ۰/۱۲ ۲) ۷/۲ ۳) $1/2\times10^{-4}$ ۴) 2×10^{-6}

۷۷- اگر R نماد مقاومت الکتریکی و L نماد ضریب القاوری یک سیم‌لوله باشند، یکای $\frac{R}{L}$ در SI کدام است؟

۱) آمپر × ثانیه ۲) $\frac{۱}{\text{آمپر}\times\text{ثانیه}}$ ۳) ثانیه ۴) $\frac{۱}{\text{ثانیه}}$

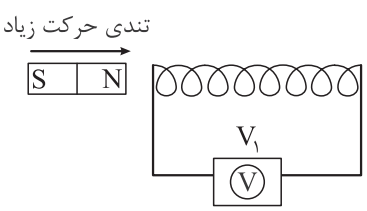
۷۸- استخری به ابعاد $6\ m\times4\ m\times3\ m$ را با شلنگ آبی که آهنگ خروج آب از آن ثابت است، پر می‌کنیم. اگر استخر در ۱۲ ساعت پر شود، آهنگ خروج آب از شلنگ چند لیتر بر دقیقه است؟

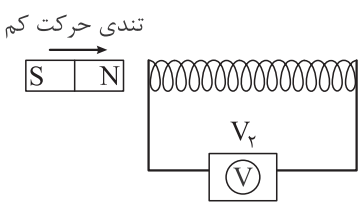
۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

۷۹- در آزمایشی، طول یک جسم چندین بار اندازه‌گیری شده و مقدارهای ۲/۱۳، ۲/۲۰، ۲/۱۹، ۲/۲۸، ۲۱/۱، ۲۰/۷ برحسب میلی‌متر ثبت شده است. نتیجهٔ اندازه‌گیری‌ای که باید گزارش شود، به صورت نمادگذاری علمی در SI کدام است؟

۱) $20/4\times10^{-3}\ m$ ۲) $20/4\ m$ ۳) $2/04\times10^{1}\ m$ ۴) $2/04\times10^{-2}\ m$

۸۰- مطابق شکل‌های زیر، دو سیم‌لوله با مساحت حلقه‌های یکسان ولی با تعداد دور متفاوت را به ولت‌سنج‌های حساسی وصل کرده‌ایم. اگر دو آهنربای یکسان، با تندی متفاوت به طرف سیم‌لوله‌ها حرکت کنند، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟ (V_1 و V_2 اعدادی هستند که ولت‌سنج‌ها در هنگام حرکت آهنربا به سمت سیم‌لوله نشان می‌دهند.)





۱) $V_1 = V_2$

۲) $V_1 > V_2$

۳) $V_1 < V_2$

۴) بسته به شرایط هر یک از سه گزینه می‌تواند درست باشد.

محل انجام محاسبات

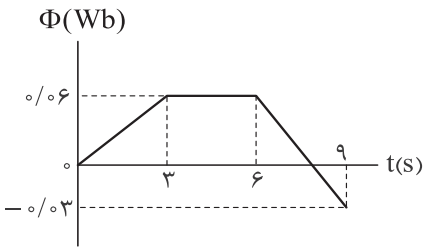
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۱- با سیمی به طول $4\ m$، پیچه‌ای با N دور به شعاع $5\ cm$ درست کرده‌ایم و آن را درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $200\ mT$ قرار داده‌ایم. اگر زاویهٔ بین سطح حلقه‌ها و میدان مغناطیسی، در مدت $0/4\ s$ از صفر به 53° تغییر کند، بزرگی نیروی محرکهٔ القاشدهٔ متوسط در پیچه در این مدت چند ولت است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$

۱) $0/03$　　۲) $0/04$　　۳) $0/05$　　۴) $0/06$

۸۲- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی ۲ تا ۷ ثانیه چند میلی‌ولت است؟



۱) $0/002$

۲) 2

۳) $0/004$

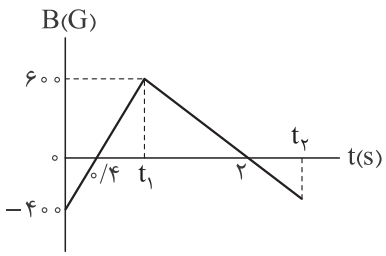
۴) 4

۸۳- پیچهٔ مسطحی با مقاومت الکتریکی $2\ \Omega$ در میدان مغناطیسی یکنواختی در حال چرخش است و رابطه‌های تغییرات شار عبوری و جریان القایی در پیچه در SI به ترتیب $\Phi = 0/06\cos\theta$ و $I = 3\sin\theta$ است. در لحظه‌ای که شار عبوری از پیچه $0/02\ Wb$ باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی چند ولت است؟ (θ زاویهٔ بین خط عمود بر سطح پیچه و خطوط میدان است.)

۱) $\sqrt{2}$　　۲) $2\sqrt{2}$

۳) $4\sqrt{2}$　　۴) $6\sqrt{2}$

۸۴- یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای‌شکل به شعاع $10\ cm$ را عمود بر خطوط میدان مغناطیسی متغیری قرار می‌دهیم. نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی برحسب زمان در شکل نشان داده شده است. اگر در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 نیروهای محرکهٔ القایی متوسط در حلقه به ترتیب ε_1 و ε_2 باشند، $||\varepsilon_2| - |\varepsilon_1||$ چند ولت است؟ $(\pi \simeq 3)$



۱) 3×10^{-3}

۲) $1/8\times10^{-3}$

۳) $1/2\times10^{-3}$

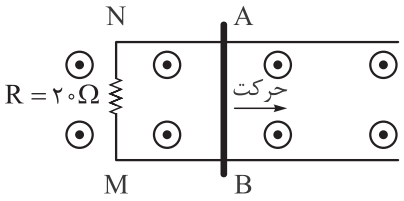
۴) $1/6\times10^{-3}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۵- در شکل زیر، میلهٔ فلزی AB به طول ۵۰ cm با رسانای U‌شکلی در تماس است. اگر میله با تندی ثابت ۸ m / s در میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سو به بزرگی ۲۵۰ G و به طرف راست حرکت کند، بزرگی و جهت جریان القایی در مقاومت R = ۲۰ Ω کدام است؟



۱) ۲۰ mA از M به N

۲) ۲۰ mA از N به M

۳) ۵ mA از M به N

۴) ۵ mA از N به M

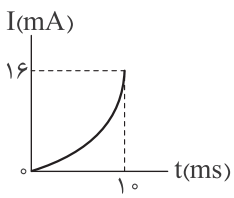
۸۶- مساحت حلقه‌های القاگری آرمانی و بدون هسته، $۱۰\ cm^۲$ و طول آن ۶۰ cm است. اگر با عبور جریان ثابتی، میدان مغناطیسی درون آن ۵۰۰۰ G باشد، انرژی انباشته‌شده در آن چند ژول است؟ $(\mu_۰ = ۱/۲\times ۱۰^{-۶}\ \frac{T.m}{A})$

۱) ۳۲ / ۵　　۲) ۶۲ / ۵　　۳) ۷۲ / ۵　　۴) ۹۶ / ۵

۸۷- کدام رابطه بین یکاهای «وبر» و «هانری» درست است؟

۱) آمپر = $\frac{\text{هانری}}{\text{وبر}}$　　۲) آمپر = $\frac{\text{وبر}}{\text{هانری}}$　　۳) ولت = $\frac{\text{هانری}}{\text{وبر}}$　　۴) ولت = $\frac{\text{وبر}}{\text{هانری}}$

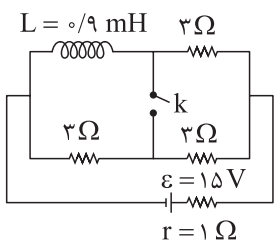
۸۸- در شکل زیر، نمودار تغییرات جریان عبوری از سیم‌لولهٔ آرمانی با ۴۰۰ دور حلقه برحسب زمان رسم شده است. اگر مساحت هر حلقهٔ سیم‌لوله $۳۰\ cm^۲$ و طول آن ۴۰ cm باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیم‌لوله در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ ms برابر چند میلی‌ولت است؟ $(\mu_۰ = ۱۲/۵\times ۱۰^{-۷}\ \frac{T.m}{A})$



۱) ۱ / ۲　　۲) ۲ / ۴

۳) ۴ / ۸　　۴) ۷ / ۲

۸۹- در مدار شکل زیر، با وصل‌کردن کلید k ، انرژی ذخیره‌شده در القاگر آرمانی چه‌قدر و چگونه تغییر خواهد کرد؟ (مقاومت الکتریکی القاگر ناچیز است.)



۱) ۵ mJ کاهش می‌یابد.

۲) ۱۱ / ۲ mJ افزایش می‌یابد.

۳) ۱۶ / ۲ mJ کاهش می‌یابد.

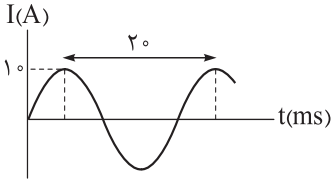
۴) ۹ / ۵ mJ افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۰- شکل زیر، نمودار جریان متناوبی برحسب زمان را نشان می‌دهد که از یک رسانای ۵ اهمی می‌گذرد. در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۴۰۰}\,s$ اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر این رسانا چند ولت است؟



۱) ۵۰　　۲) $۲۵\sqrt{۲}$

۳) $۵۰\sqrt{۲}$　　۴) ۲۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دوازدهم: شیمی (۳): صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

۹۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **سرخ‌فام‌بودن خاک رس به دلیل وجود ترکیبی است که عدد اکسایش فلز در آن برابر ۳+ است.**
- **مواد اولیه برای ساخت آثار به‌جای‌مانده از گذشتگان، افزون بر فراوانی و در دسترس بودن، باید استحکام، پایداری و واکنش‌پذیری بالایی داشته باشند.**
- **سیلیسیم دی‌اکسید یک اکسید نافلزی است که وجود آن در سازه‌های سنگی باعث استحکام و ماندگاری آن‌ها می‌شود.**
- **هنگام پختن سفالینه‌های حاصل از خاک رس، درصد جرمی همهٔ مواد موجود در آن افزایش می‌یابد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۹۲- با توجه به موقعیت عنصرهای نشان داده شده در جدول، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) X فراوان‌ترین شبه‌فلز پوستهٔ جامد زمین است و در طبیعت به حالت خالص یافت نمی‌شود.

ب) بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم عنصر A دارای ۴ الکترون است و این اتم تنها با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.

پ) عنصرهای X و D، عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت هستند.

ت) از عنصرهای A و X، تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

۹۳- با توجه به جدول زیر که اجزای سازندهٔ یک نمونه خاک رس را نشان می‌دهد، اگر در اثر حرارت و تبخیر نیمی از آب موجود در این نمونه، درصد جرمی سیلیس ۵ واحد افزایش یابد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Fe_2O_3	MgO	Au
درصد جرمی	۴۵	۱۳	x	y	۹	۵

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۲

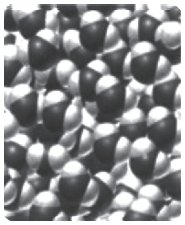
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴- در حالت خالص و جامد، ساختار ذره‌ای چند درصد از مواد داده‌شده با الگوی «الف» و ساختار ذره‌ای چند درصد از آن‌ها با الگوی «ب» همخوانی دارد؟

(الف)


(ب)

- پتاس سوزآور
- فورمیک اسید
- جوش‌شیرین
- آهک
- آلومینیم اکسید
- هیدروژن کلرید

۱) ۳۳/۳ ـ ۶۶/۷ ۲) ۳۳/۳ ـ ۵۰ ۳) ۱۶/۷ ـ ۶۶/۷ ۴) ۱۶/۷ ـ ۸۳/۳

۹۵- درصد جرمی سیلیس در یک نمونه خاک رس برابر ۴۵ است. از سیلیس موجود در این خاک برای تهیهٔ سیلیسیم طبق واکنش $SiO_2(s)+C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l)+CO(g)$ استفاده می‌شود. اگر با انجام این واکنش ۳۱۵ لیتر گاز کربن مونوکسید به دست آمده باشد، جرم خاک رس فراوری‌شدهٔ اولیه چند کیلوگرم است؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود، چگالی گاز کربن مونوکسید در شرایط واکنش برابر $1/6\ g.L^{-1}$ است. $(Si=28, O=16, C=12: g.mol^{-1})$

۱) ۰/۹ ۲) ۱/۲

۳) ۲/۴ ۴) ۵/۴

۹۶- کدام مطلب دربارهٔ سیلیس نادرست است؟ $(Si=28, O=16: g.mol^{-1})$

۱) شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم سیلیسیم در آن، دو برابر شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم اکسیژن است.

۲) درصد جرمی سیلیسیم در آن، ۰/۸۷۵ برابر درصد جرمی اکسیژن در آن است.

۳) شمار اتم‌های اکسیژن در هر حلقه از ساختار آن، دو برابر شمار اتم‌های سیلیسیم است.

۴) ترکیب‌های گوناگون عنصرهای سازندهٔ آن، بیش از ۹۰ درصد پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

۹۷- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ گرافیت، درست است؟

- **جامد کووالانسی با چینش سه‌بعدی اتم‌هاست و در آن هر اتم کربن، چهار پیوند اشتراکی تشکیل داده است.**
- **ساختاری لایه‌ای دارد؛ از این‌رو گرافیت موجود در مغز مداد بر روی کاغذ اثر بر جای می‌گذارد.**
- **به دلیل وجود پیوندهای دوگانه در ساختار آن، سختی بیشتری نسبت به الماس دارد.**
- **در فرایند تبدیل آن به الماس، رسانایی الکتریکی نمونه، رفته‌رفته کاهش می‌یابد.**

۱) دو ۲) چهار

۳) یک ۴) سه

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۸- در اثر سوختن کامل نمونه‌ای الماس با $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۴}$ پیوند اشتراکی، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟

$(O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-۱})$

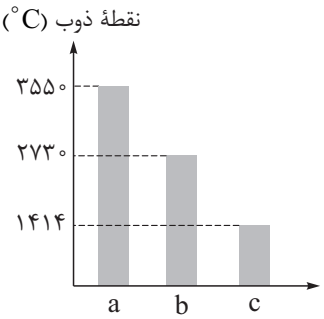
۱) ۶۶ ۲) ۸۸ ۳) ۱۳۲ ۴) ۲۶۴

۹۹- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ گرافن درست است؟

- بین برخی از اتم‌های کربن در ساختار آن، جاذبهٔ ضعیف وان‌درووالسی وجود دارد.
- استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.
- همانند گرافیت سطحی کدر دارد، ولی برخلاف آن انعطاف‌پذیر است.
- در ساختار آن، هر اتم به سه اتم دیگر متصل است.
- اتم‌های کربن در آن فاقد آرایش هشت‌تایی هستند و ضخامت آن در حدود ۱ میکرومتر است.

۱) پنج ۲) چهار ۳) سه ۴) دو

۱۰۰- سه جامد کووالانسی سیلیسیم، الماس و سیلیسیم کربید ساختاری مشابه دارند. با توجه به نمودار داده‌شده که مربوط به مقایسهٔ نقطهٔ ذوب این سه ماده است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) تنوع عناصر در فرمول شیمیایی مادهٔ c بیشتر از مادهٔ a است.

ب) آنتالپی پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مادهٔ c، کم‌تر از آنتالپی پیوندهای موجود در ساختار سیلیس است.

پ) از مادهٔ b در ساخت مته‌ها و ابزار برش شیشه استفاده می‌شود.

ت) در جرم یکسان، شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مادهٔ a بیشتر از مادهٔ c است.

۱) ب ـ ت ۲) الف ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ پ

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- یخ خشک جزء مواد مولکولی است و برای آن می‌توان از واژه‌هایی مانند پیوند هیدروژنی استفاده کرد.
- سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- برخلاف مواد مولکولی، همهٔ مواد کووالانسی در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند.
- ماسه و کوارتز به ترتیب از جمله نمونه‌های ناخالص و خالص سیلیس هستند.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۲- کدام مطلب دربارهٔ یخ درست است؟

۱) شمار پیوندهای هیدروژنی در هر حلقهٔ موجود در ساختار آن، ۱/۵ برابر شمار پیوندهای هیدروژنی اطراف هر مولکول سازندهٔ آن است.

۲) جامدی دیرگداز با چینش سه‌بعدی و منظم است که این ساختار موجب استحکام ویژهٔ آن شده است.

۳) اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های هشت‌ضلعی آن قرار داشته و با دو پیوند اشتراکی و دو پیوند هیدروژنی به ۴ اتم هیدروژن متصل هستند.

۴) در حالت خالص و تراش‌خورده، شفاف، زیبا و سخت است و در ساختار آن فضای خالی مشاهده نمی‌شود.

۱۰۳- کدام‌یک از پیوندهای زیر، در ساختار هیچ‌یک از مواد سیلیس، گرافن، هیدروژن پراکسید و سیلیسیم کربید وجود ندارد؟

۱) $Si-O$ ۲) $C=C$

۳) $Si-Si$ ۴) $O-O$

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر، نادرست‌اند؟

- **در حجم یکسان، شمار اتم‌های کربن در الماس کم‌تر از گرافیت است.**
- **از دو عنصر نخست گروه ۱۴ جدول تناوبی، تنها ترکیب‌های مولکولی و کووالانسی شناخته شده است.**
- **یک روش ساده برای تهیهٔ گرافن، استفاده از گرافیت و نوارچسب نازک است.**
- **یخ از نظر ظاهری به سیلیس شبیه است، اما از نظر نقطهٔ ذوب، به مواد مولکولی شباهت دارد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۱۰۵- کدام مطلب درست است؟

۱) در ساختار مواد کووالانسی، میان شمار معینی از اتم‌ها پیوند اشتراکی وجود دارد؛ به همین دلیل این مواد دیرگداز هستند.

۲) آنتالپی تبخیر و نقطهٔ جوش یک مادهٔ مولکولی، به طور عمده به جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار آن وابسته است.

۳) برای توصیف اغلب ترکیب‌های آلی، می‌توان از واژه‌های شیمیایی رایجی مانند فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده کرد.

۴) پایدارترین دگرشکل ششمین عنصر جدول تناوبی، ساختار مشابهی با چهاردهمین عنصر جدول تناوبی دارد.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

داوطلب گرامی، برای پاسخ‌گویی به سؤال‌های ۱۰۶ تا ۱۲۰ از بین سؤال‌های زوج‌درس **شروع از دهم** و زوج‌درس **شروع از یازدهم**، فقط یکی را انتخاب کنید و پاسخ دهید. اگر در آزمون‌های قبلی، در مباحث شیمی پایه، زوج‌درس شیمی شروع از دهم را انتخاب کرده‌اید، در این آزمون هم مشابه آزمون‌های قبلی، از بین زوج‌درس‌ها، ۱۵ سؤال اول را که از مباحث شیمی یازدهم است، انتخاب کنید. لازم به ذکر است، گزینه‌های درست زوج‌درس‌ها یکسان نیست. حتماً در پاسخ‌برگ مشخص کنید که چه زوج‌درسی را پاسخ می‌دهید.

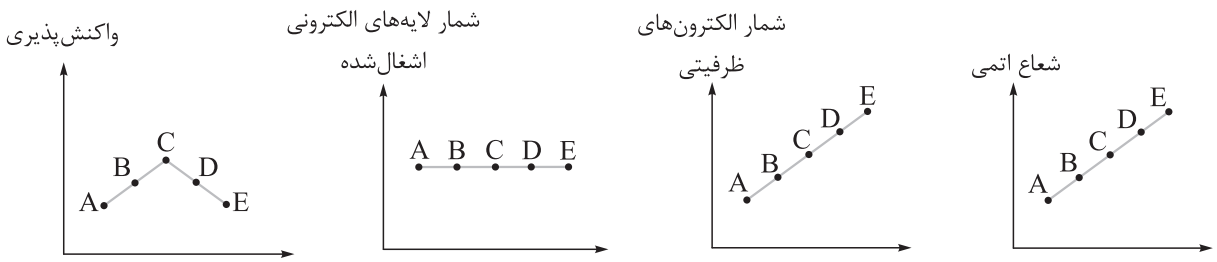
زوج‌درس شروع از دهم: شیمی (۲): صفحه‌های ۱ تا ۳۹ **(برای انتخاب این زوج‌درس، گزینهٔ ۱ را انتخاب کنید.)**

۱۰۶- چه تعداد از موارد زیر، عبارت «عنصری از گروه ۱۴ که ..... .» را به درستی کامل می‌کنند؟

- **دارای عدد اتمی ۵۰ است، در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهد**
- **دارای سطحی براق است، رسانایی الکتریکی بالایی دارد**
- **حاصل $(n+l)$ بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن برابر ۷ است، در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد**
- **سومین عنصر گروه محسوب می‌شود، شکننده بوده و رفتار شیمیایی آن همانند نافلزهاست**

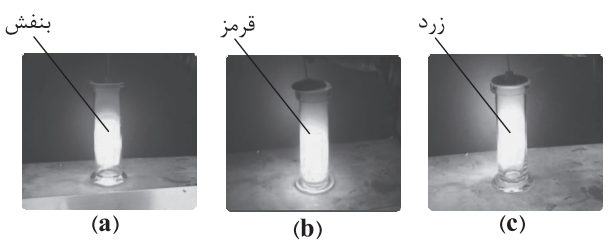
۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۱۰۷- عنصرهای A، B، C، D و E، به ترتیب از راست به چپ، ۵ عنصر فلزی متوالی از یک گروه جدول دوره‌ای هستند. چه تعداد از نمودارهای زیر برای این عنصرها درست است؟ (فقط روند کلی کمیت‌ها مد نظر است.)



۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۰۸- با توجه به شکل‌های داده‌شده که واکنش سه عنصر نخست فلزهای قلیایی با گاز کلر را نشان می‌دهند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) عنصر a شعاع اتمی بزرگ‌تری نسبت به شبه‌فلزهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای دارد.

ب) عنصر b با از دست دادن یک الکترون به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

پ) عنصر c با سومین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، هم‌دوره است.

ت) مجموع عددهای اتمی عنصرهای b و c با عدد اتمی شبه‌فلز دورهٔ سوم برابر است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ ۳) الف ـ ب ۴) پ ـ ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۹- با توجه به جدول داده‌شده که مربوط به شرایط واکنش هالوژن‌های دوره‌های دوم تا پنجم جدول تناوبی با گاز هیدروژن است، کدام مطلب درست است؟

هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن	شعاع اتمی (pm)
A	در دمای $-۲۰۰\ ^\circ C$ هم به سرعت واکنش می‌دهد.	$r_۱$
X	در دمای بالاتر از $۴۰۰\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.	$r_۲$
Z		۹۹
D		۱۱۴

۱) مقایسهٔ $r_۱ < r_۲ < ۱۱۴$ بین شعاع اتمی عنصرهای A، X و D برقرار است.

۲) عنصر Z فقط در دماهای $۲۰۰\ ^\circ C$ به بالا، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳) عنصرهای Z و D در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی یکسانی دارند.

۴) تفاوت عدد اتمی عنصرهای A و D، ۱۰ واحد کم‌تر از تفاوت عدد اتمی عنصرهای X و Z است.

۱۱۰- اگر آرایش الکترونی یون‌های $A^{۲-}$، $B^{۲+}$ و $X^{۳+}$ به ترتیب به زیرلایه‌های $۴p^۶$، $۳p^۶$ و $۳d^۳$ ختم شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و B برابر ۱۴ است.**
- **آرایش الکترونی کاتیون در ترکیب $K_۲O$ مشابه آرایش $B^{۲+}$ است.**
- **در آرایش الکترونی اتم X، هشت الکترون دارای $l = ۰$ هستند.**
- **اتم A با نافلزی جامد و زردرنگ، هم‌گروه و با نافلزی مایع هم‌دوره است.**
- **اتم X در دوره‌ای قرار دارد که در این دوره هشت عنصر دارای ۱۰ الکترون با $l = ۲$ هستند.**

۱) دو ۲) سه ۳) چهار ۴) پنج

۱۱۱- کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، رسانایی الکتریکی بالا در شرایط دمایی گوناگون، چکش‌خوار و سخت بودن از جمله ویژگی‌های طلا است.

ب) فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون داراست، اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

پ) در میان فلزها تنها استخراج طلا از خاک معدن هماهنگ با توسعهٔ پایدار است.

ت) برخی عنصرها مانند سدیم و اکسیژن به دلیل واکنش‌پذیری بالا، به شکل آزاد در طبیعت وجود ندارند.

۱) الف ـ پ ـ ت ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ ب ۴) ب ـ پ ـ ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۲- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام گزینه درست است؟

I) $FeCl_3(aq) + NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_3(s) + NaCl(aq)$

II) $Fe(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow FeSO_4(aq) + Cu(s)$

۱) اگر در واکنش (II) به جای فلز آهن از فلز آلومینیم استفاده شود، واکنش انجام نمی‌شود.

۲) رسوب تولیدشده در واکنش (I)، سبزرنگ است.

۳) یون‌های آهن موجود در زنگ آهن، با یون‌های آهن موجود در واکنش (II) یکسان است.

۴) اگر در واکنش (I) به جای $FeCl_3$، از $FeCl_2$ استفاده شود، مجموع ضرایب مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، دو واحد تغییر می‌کند.

۱۱۳- اگر نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مخلوطی از آهن (II) اکسید و آهن (III) اکسید برابر ۱/۲۵ باشد، درصد خلوص نمونه برحسب آهن (III) اکسید به تقریب کدام است؟ $(Fe = 56 , O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۳۳/۳ ۲) ۵۲/۶

۳) ۶۶/۶ ۴) ۷۸/۴

۱۱۴- دانشجویی در آزمایشگاه، آهن (III) اکسید را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش کرده و نتیجهٔ زیر را به دست آورده است. با توجه به این آزمایش، چند مورد از مطالب زیر را می‌توان استنباط کرد؟ $(Fe = 56 , O = 16 : g.mol^{-1})$

$2Fe_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Fe(s) + 3CO_2(g)$

جرم واکنش‌دهنده Fe_2O_3 (گرم)	جرم آهن به‌دست‌آمده (گرم)
۴۰	۱۹/۶

- **۱۲ گرم از آهن (III) اکسید وارد واکنش نشده است.**
- **خلوص نمونهٔ آهن (III) اکسید برابر ۷۰ درصد بوده است.**
- **دانشجو نتوانسته است ۸/۴ گرم از آهن تولیدشده را جداسازی و جمع‌آوری کند.**
- **با انجام واکنش، حداقل ۵/۸۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شده است.**

۱) چهار ۲) سه

۳) دو ۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۵- اگر مطابق واکنش زیر، به ازای مصرف ۱۴۶ گرم HCl، ۶ لیتر گاز تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش، ۲۴ لیتر است.)

$(Cl = ۳۵/۵ , O = ۱۶ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

$KMnO_۴(s) + HCl(aq) \rightarrow KCl(aq) + MnCl_۲(aq) + Cl_۲(g) + H_۲O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۲۰ ـ ۱/۴۴ ۲) ۴۰ ـ ۱/۴۴ ۳) ۲۰ ـ ۷/۲ ۴) ۴۰ ـ ۷/۲

۱۱۶- مالتوز $(M = ۳۴۲ g.mol^{-۱})$، مطابق واکنش: $C_{۱۲}H_{۲۲}O_{۱۱}(aq) + H_۲O(l) \rightarrow ۲C_۶H_{۱۲}O_۶(aq)$ به گلوکز تبدیل می‌شود. اگر نیمی از گلوکز تولیدشده در این واکنش به ازای مصرف ۶۸/۴ گرم مالتوز، در واکنش: $C_۶H_{۱۲}O_۶(aq) \rightarrow ۲C_۲H_۵OH(aq) + ۲CO_۲(g)$ مصرف شود، چند گرم اتانول تولید خواهد شد؟ (بازده واکنش‌های انجام‌شده را به ترتیب برابر با ۴۰ و ۷۵ درصد در نظر بگیرید.) $(O = ۱۶ , C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵/۵۲ ۲) ۹/۸ ۳) ۱۱/۰۴ ۴) ۱۹/۶

۱۱۷- دو نمونهٔ ناخالص پتاسیم نیترات با جرم برابر، در دو ظرف وارد شده و واکنش‌های زیر انجام می‌شود:

I) $۴KNO_۳(s) \rightarrow ۲K_۲O(s) + ۲N_۲(g) + ۵O_۲(g)$ II) $۲KNO_۳(s) \rightarrow ۲KNO_۲(s) + O_۲(g)$

اگر پس از انجام واکنش‌ها، میزان کاهش جرم مادهٔ جامد در دو ظرف برابر باشد، درصد خلوص پتاسیم نیترات واردشده به ظرف (I)، چند برابر درصد خلوص پتاسیم نیترات واردشده به ظرف (II) است؟ $(K = ۳۹, O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) $\frac{۵۴}{۸}$ ۲) $\frac{۲۷}{۸}$ ۳) $\frac{۸}{۵۴}$ ۴) $\frac{۸}{۲۷}$

۱۱۸- چه تعداد از مقایسه‌های زیر دربارهٔ آلکان‌های راست‌زنجیری با مشخصات داده‌شده، درست است؟

$(C = ۱۲ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$

I) آلکانی با نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر ۲/۵

II) آلکانی با ۲۵ پیوند اشتراکی

III) آلکانی با جرم مولی $۸۶ g.mol^{-۱}$

- قدرت نیروهای بین مولکولی: $II > III > I$
- تمایل به جاری‌شدن در حالت مایع: $III > II > I$
- تفاوت نقطهٔ جوش: (I و III) > (I و II)
- شمار پیوندهای $C - H$: $I > II > III$

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹- اگر فرمول مولکولی ترکیب: $(C_2H_5)_2CH(CH_2)_xC(CH_3)_3$ با ۵- متیل دکان یکسان باشد، نام این ترکیب کدام است؟

۱) ۴ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل هگزان

۲) ۳ـ اتیل ـ ۶، ۶ـ دی‌متیل هپتان

۳) ۵ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل هپتان

۴) ۶ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل اوکتان

۱۲۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **وازلین و گریس را به ترتیب می‌توان آلکان‌هایی با ۱۸ و ۲۵ اتم کربن در نظر گرفت.**
- **قراردادن فلزها در آلکان‌های مایع سبب خوردگی آن‌ها می‌شود.**
- **نام آلکانی با ساختار پیوند ـ خط ، ۴ـ اتیل ـ ۳ـ متیل هگزان است.**
- **در آلکان‌های راست‌زنجیر ۱ تا ۵ کربنی، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.**
- **همهٔ هیدروکربن‌ها از دو عنصر کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند؛ از این‌رو رفتار مشابهی دارند.**

۱) دو ۲) یک ۳) سه ۴) صفر

داوطلب گرامی، اگر در آزمون‌های قبلی، در مباحث شیمی پایه، زوج‌درس شیمی شروع از یازدهم را انتخاب کرده‌اید، در این آزمون هم مشابه آزمون‌های قبلی، از بین زوج‌درس‌ها، ۱۵ سؤال دوم را که از مباحث شیمی دهم است، انتخاب کنید.

زوج‌درس شروع از یازدهم: شیمی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۳۴ **(برای انتخاب این زوج‌درس، گزینهٔ ۲ را انتخاب کنید.)**

۱۰۶- کدام ویژگی ایزوتوپ‌های یک عنصر، به شمار نوترون‌های آن‌ها وابسته نیست؟

۱) چگالی ۲) خاصیت پرتوزایی ۳) واکنش‌پذیری شیمیایی ۴) جرم مولی

۱۰۷- با توجه به جدول داده‌شده، کدام مطلب درست است؟

گونه	Y^-	M	X^{2+}
شمار الکترون‌ها	a	a + ۱	a
شمار نوترون‌ها	b − ۲	b	b

۱) عنصرهای Y، M و X سه عنصر متوالی جدول دوره‌ای هستند.

۲) عدد جرمی X، ۵ واحد بیشتر از عدد جرمی Y است.

۳) اتم $^{a+b+3}_{a-2}D$، ایزوتوپ اتم M محسوب می‌شود.

۴) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در اتم X، بیشتر از اتم M است.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۸- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ ایزوتوپ‌های هیدروژن (با عددهای جرمی ۱ تا ۷)، درست است؟

- **نسبت شمار نوترون‌های ناپایدارترین به پایدارترین رادیوایزوتوپ برابر با ۳ است.**
- **درصد فراوانی طبیعی ایزوتوپی با کم‌ترین شمار نوترون، بیشتر از سایر ایزوتوپ‌هاست.**
- **نسبت شمار نوترون به پروتون در همهٔ رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن، برابر یا بیشتر از ۲ است.**
- **۸۰ درصد رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن، ساختگی‌اند.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۰۹- کدام مطلب درست است؟

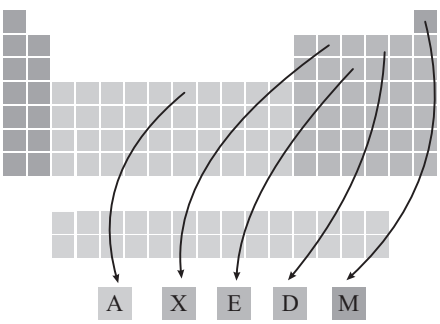
۱) پسماند راکتورهای اتمی خاصیت پرتوزایی ندارد و می‌توان آن‌ها را در جاهای مناسبی زیر زمین دفن کرد.

۲) ۹۲ عنصر ابتدایی جدول تناوبی در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر آن، ساختگی‌اند.

۳) ایزوتوپ ^{235}U که فراوانی آن در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم کم‌تر از ۰/۷ درصد است، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

۴) به دلیل نیم‌عمر بالای تکنسیم، می‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگه‌داری کرد.

۱۱۰- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ عنصرهای نشان داده شده در جدول روبه‌رو، درست است؟



- **شمار نوترون‌های ^{56}A، دو برابر شمار پروتون‌های اتم E است.**
- **عنصر M، مانند عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود، تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارد.**
- **همهٔ زیرلایه‌های الکترونی اشغال‌شده در اتم عنصر X، دوالکترونی هستند.**
- **تفاوت شمارهٔ دوره و گروه عنصر D، دو برابر شمارهٔ گروه عنصر A است.**
- **بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم E دارای ۳ الکترون با $l=1$ است.**

۱) سه ۲) چهار ۳) یک ۴) دو

۱۱۱- با توجه به شکل داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **جرم وزنهٔ نشان داده شده در شکل، معادل یک واحد جرم اتمی است.**
- **جرم اتمی $^{6}_{3}Li$ به تقریب نصف جرم ترازوی نشان داده شده است.**
- **۲۴۰۰۰ الکترون، به تقریب جرمی معادل جرم نشان داده شده در ترازو را دارند.**
- **جرم وزنهٔ نشان داده شده در شکل، برحسب گرم، معادل $\frac{12}{6/02\times10^{23}}$ است.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۲- اگر برای ساخت سازه‌ای به حجم $2500\ cm^3$، به جای استفاده از فلز آلومینیم، از فلز آهن استفاده شود، تفاوت جرم این سازه چند کیلوگرم خواهد بود و نسبت شمار مول‌های آهن به آلومینیم مصرف‌شده به تقریب کدام است؟

فلز	چگالی ($g.cm^{-3}$)	جرم مولی ($g.mol^{-1}$)
آهن	۷/۸	۵۶
آلومینیم	۲/۷	۲۷

۱) ۷/۱،۱۲/۷۵ ۲) ۷/۱،۱۷/۲۵ ۳) ۱/۴،۱۲/۷۵ ۴) ۱/۴،۱۷/۲۵

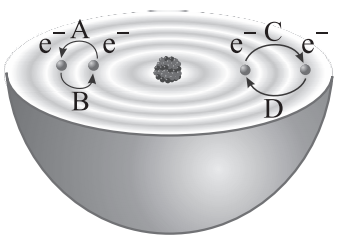
۱۱۳- شمار مول الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها در قطعه‌ای الماس به جرم ۱/۵ قیراط کدام است و شمار اتم‌های کربن در این نمونه، چند برابر شمار اتم‌های کربن در ۴/۶ گرم اتانول (C_2H_5OH) است؟ (هر قیراط معادل با ۲۰۰ میلی‌گرم است؛ $O=16, C=12, H=1: g.mol^{-1}$)

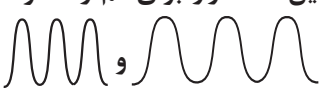
۱) ۰/۱ ـ ۰/۱۲۵ ۲) ۰/۱۵ ـ ۰/۱۲۵ ۳) ۰/۱ ـ ۰/۲۵ ۴) ۰/۱۵ ـ ۰/۲۵

۱۱۴- عنصر مس دارای دو ایزوتوپ $^{63}_{29}Cu$ و $^{65}_{29}Cu$ است. اگر جرم اتمی میانگین مس $63/5\ amu$ باشد، در نمونه‌ای به جرم ۱۲/۷ گرم از مس، به ترتیب چند مول نوترون و چند گرم از ایزوتوپ سنگین‌تر وجود دارد؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم مولی ایزوتوپ‌ها در نظر بگیرید.)

۱) ۹/۶،۲۵/۳ ۲) ۹/۶،۴۵/۹
۳) ۱۴،۴۵/۹ ۴) ۱۴،۲۵/۳

۱۱۵- با توجه به شکل داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- هر بخش پررنگ در این ساختار، بخشی را نشان می‌دهد که الکترون‌های آن لایه، تمام وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند.
- A، جابه‌جایی الکترون بین لایه‌های دوم و سوم را نشان می‌دهد که در آن، انرژی با طول موج معین جذب می‌شود.
- بور به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف نشری خطی عنصرها و چگونگی نشر نور از اتم‌ها، این ساختار را برای اتم ارائه کرد.
- برای مقایسهٔ انرژی پرتو نشرشده در انتقال‌های B و D، به ترتیب می‌توان از شکل‌های  و استفاده کرد.

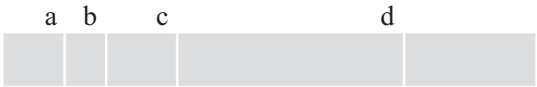
۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

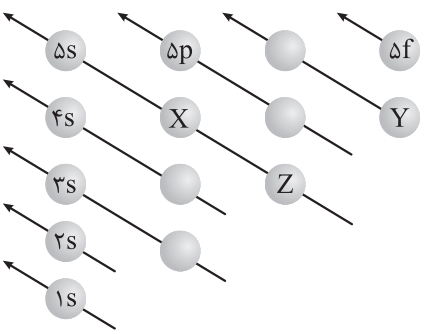
۱۱۶- با توجه به شکل داده‌شده که طیف نشری خطی هیدروژن در گسترهٔ مرئی را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- چهار خط موجود در طیف، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر ($n = ۳,۴,۵,۶$) به حالت پایه هستند.
- طول موج پرتو **d**، بلندتر از طول موج رنگ غالب شعلهٔ مس است.
- انرژی پرتو **b** بیشتر از پرتو **a** است.
- از کم‌تربودن تفاوت طول موج پرتوهای **b** و **c** نسبت به **c** و **d**، می‌توان نتیجه گرفت که تفاوت انرژی لایه‌های الکترونی $n = ۴$ و $n = ۵$، نسبت به لایه‌های $n = ۳$ و $n = ۴$، کم‌تر است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۱۷- با توجه به شکل داده‌شده که ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را طبق قاعدهٔ آفبا نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ سه زیرلایهٔ **X**، **Y** و **Z** درست است؟



- مجموع $n + l$ این سه زیرلایه برابر ۱۷ است.
- عدد کوانتومی اصلی زیرلایه‌های **Z** و **X** برابر و عدد کوانتومی فرعی **Y** از **X** بیشتر است.
- بعد از پرشدن زیرلایهٔ ۳s، ۱۸ الکترون وارد زیرلایه‌های پایدارتر از **X** می‌شود و سپس زیرلایهٔ **X** الکترون می‌پذیرد.
- نسبت حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایهٔ **Y** به حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌ای که زیرلایهٔ 5f در آن قرار دارد، برابر ۳۶ / ۰ است.

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۱۸- اگر در یون $^{۶۴}X^{۲+}$، اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر با ۸ باشد، شمار زیرلایه‌های الکترونی پرشده در اتم **X**، چند برابر شمار زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون با $l = ۰$ است؟

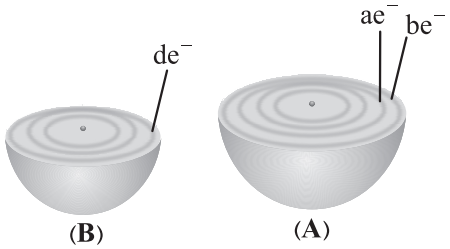
۱) ۱/ ۲۵ ۲) ۱/ ۵ ۳) ۱/ ۷۵ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۹- اگر عنصرهای A و B به ترتیب متعلق به گروه‌های ۶ و ۱۶ جدول دوره‌ای باشند، کدام مطلب نادرست است؟



۱) حاصل $(a-b)$ دو برابر مقدار d است.

۲) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=1$ به $l=0$ در اتم عنصر دستهٔ d، از این نسبت در اتم دیگر کم‌تر است.

۳) تفاوت عدد اتمی عنصر A با عنصر زیرین B در گروه ۱۶، برابر با ۱۰ است.

۴) شمار زیرلایه‌های الکترونی پرشده در اتم A، یک واحد بیشتر از اتم B است.

۱۲۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **شمار عنصرهای دستهٔ d جدول دوره‌ای، بیش از دو برابر شمار عنصرهای دستهٔ s است.**
- **عنصرهای دستهٔ p جدول دوره‌ای، بین ۱ تا ۶ الکترون ظرفیتی دارند.**
- **در عنصرهای دسته‌های p و d جدول دوره‌ای، الکترون‌های ظرفیت در دو لایهٔ متفاوت قرار دارند.**
- **۵۰ درصد عنصرهای دستهٔ s جدول دوره‌ای، دارای ۲ الکترون ظرفیتی هستند.**

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دوستان عزیز خیلی‌سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامهٔ این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی‌سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامهٔ اولیهٔ آزمونتان را در صفحهٔ شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحهٔ شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی‌سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی‌سبز به شما داده شده، در محل مشخص‌شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲

دفترچه پاسخ
آزمون پنجم حضوری
علوم ریاضی و فنی

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات‌گسسته و آمار و احتمال	مصطفی دیداری - علیرضا شریف‌خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی‌فرد - کیوان صارمی - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - مهرداد بیگلو- محسن توانا - علی جیرودی - احمد رضوانی - محمدرضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللهی - علیرضا علینقی - امیر غرقی شفیعی - سعید فرهادی - علیرضا گونه - احسان محمدی - احمد مصلائی
شیمی	مجتبی ابراهیمی - محمدعلی توسلی‌فر - پیمان خواجوی مجد - معصومه سعیدی - علی طهانی - سروش عبادی - علیرضا عبداللهی - رضا فولادپور - مرضیه قاسمی - متین قنبری

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهرابی - حمید گلزاری	الما احسانیان - زهرا جالینوسی- عادل حسینی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	الما احسانیان - زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - مسعود شفیعی- زهرا فتحی - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محسن میراسلامی	الما احسانیان - زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - مسعود شفیعی- ندا صالح‌پور - محسن فراهانی
فیزیک	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی	حمید فدائی‌فرد	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری - علی ایرانشاهی - علیرضا عبداللهی - سعید فرهادی	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمدرضا فضلی - مریم گلی‌حسن‌لو - احسان محمدی - امیر محمودی انزابی
شیمی	یاسرعبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	یاسر راش - معصومه سعیدی	مهسا خاکی - یاسر راش - معصومه سعیدی

مدیر آزمون: مهدی هاشمی
سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان دوازدهم و پایه مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

تست و پاسخ ۱

اگر $\lim_{x\to ۲}\frac{۲f(x)-xf(۲)}{x-۲}=-f(۲)$ و $f'(۲)$ موجود باشد، مقدار $f'(۲)$ کدام است؟

$f'(۲)$ عددی حقیقی است، پس f در $x=۲$ پیوسته هم هست.

۱) $۲f(۲)$ ۲) $f(۲)$

۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال هم نشان می‌دهد هوپیتال در تست‌ها خیلی بهتر از تعریف مشتق عمل می‌کند. دقت کنید استفاده از هوپیتال در امتحان نهایی مجاز نیست.

خودت حل کنی بهتره مشتق $۲f(x)$ برابر $۲f'(x)$ و مشتق $xf(۲)$ برابر ضریب x، یعنی $f(۲)$ می‌شود.

درس‌نامه •• قضیهٔ هوپیتال

کسر $\frac{f(x)}{g(x)}$ را در نظر بگیرید. به عبارت $\frac{f'(x)}{g'(x)}=\frac{\text{مشتق صورت}}{\text{مشتق مخرج}}$ هوپیتال تابع می‌گوییم.

برای رفع ابهام از حدود $\frac{۰}{۰}$ داریم:

یعنی از صورت و مخرج مشتق گرفته و حاصل حد را به دست می‌آوریم.

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

تذکر هوپیتال تابع را با مشتق کسر اشتباه نگیرید.

پاسخ تشریحی روش اول: **گام اول**: حد در حالت $\frac{۰}{۰}$ است، پس از قاعدهٔ هوپیتال داریم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۲f(x)-xf(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{۲f'(x)-f(۲)}{۱}=۲f'(۲)-f(۲)$$

دقت دارید که $f(۲)$ یک عدد است؛ پس مشتق $xf(۲)$ همان ضریب x، یعنی $f(۲)$ می‌شود.

گام دوم:

$$۲f'(۲)-f(۲)=-f(۲)\Rightarrow ۲f'(۲)=۰\Rightarrow f'(۲)=۰$$

روش دوم: **گام اول**: از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم. $۲f(۲)$ را در صورت اضافه و کم می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{۲f(x)-۲f(۲)+۲f(۲)-xf(۲)}{x-۲}=\lim_{x\to ۲}\frac{۲(f(x)-f(۲))+(۲-x)f(۲)}{x-۲}=۲\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}-f(۲)=۲f'(۲)-f(۲)$$

گام دوم:

$$۲f'(۲)-f(۲)=-f(۲)\Rightarrow f'(۲)=۰$$

تست و پاسخ ۲

مشتق چپ $f(x)=\frac{x|x+۱|}{۲x-[-x]}$ در $x=۱$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

$f'_-(۱)$

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۹}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره اگر شرط پیوستگی برقرار باشد، برای محاسبهٔ مشتق چپ و راست می‌توانیم از فرمول‌های مشتق (که راحت‌تر است) استفاده کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خودت حل کنی بهتره تابع در همسایگی چپ $x=1$ ساده کنید و از فرمول‌های مشتق استفاده کنید.

درس‌نامه •• مشتق چپ و راست

مشتق راست تابع f در $x=a$:

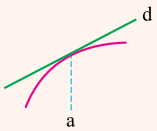
$$f'_+(a)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

مشتق چپ تابع f در $x=a$:

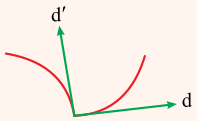
$$f'_-(a)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

نکته اگر $f'_+(a)=f'_-(a)$ (دو عدد مساوی باشند)، آن‌گاه $f'(a)$ هم وجود داشته و برابر با مشتق‌های چپ و راست است؛ اما اگر مشتق چپ و راست دو عدد مختلف باشند، $f'(a)$ موجود نیست.

نکته مشتق راست (چپ) در صورت وجود، شیب مماس راست (چپ) را نشان می‌دهند؛ مثلاً:



$$f'_+(a)=f'_-(a)=f'(a)=m_d$$



$$\begin{cases} f'_+(a)=m_d \\ f'_-(a)=m_{d'} \\ f'(a)=\text{موجود نیست} \end{cases}$$

نکته مهم برای به دست آوردن مشتق‌های چپ و راست در امتحان نهایی از تعریف آن‌ها استفاده کنید.

نکته مهم اگر تابع f از راست پیوسته باشد، برای به دست آوردن $f'_+(a)$ می‌توانیم از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم.

نکته مهم اگر تابع f از چپ پیوسته باشد، برای به دست آوردن $f'_-(a)$ می‌توانیم از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم.

درس‌نامه •• فرمول‌های مشتق

تابع	مشتق تابع	توضیح فارسی	مثال
$y=c$	$y'=0$	مشتق عدد ثابت صفر است.	$y=5 \Rightarrow y'=0$
$y=ax$	$y'=a$	مشتق خط شیب خط می‌شود.	$y=3x \Rightarrow y'=3$
$y=ax^n$	$y'=nax^{n-1}$	—	$y=3x^5 \Rightarrow y'=15x^4$
$y=\sqrt{x}$	$y=\frac{1}{2\sqrt{x}}$	—	—
$y=\frac{1}{x}$	$y=-\frac{1}{x^2}$	—	—
$y=\sqrt[3]{x}$	$y=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$	—	—

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تابع	مشتق تابع	توضیح فارسی	مثال
$y=f\pm g$	$y'=f'\pm g'$	در جمع یا تفریق، تک‌تک مشتق می‌گیریم.	$y=x^{3}+\sqrt{x}-\frac{1}{x}$ $\Rightarrow y'=3x^{2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x^{2}}$
$y=af$	$y'=af'$	در ضرب عدد در تابع، عدد را قرار داده و از f مشتق می‌گیریم.	$y=5\sqrt{x}\Rightarrow y'=5\times\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{5}{2\sqrt{x}}$
$y=fg$	$y'=f'g+g'f$	$y'=$(اولی)(مشتق دومی)+(دومی)(مشتق اولی)	$y=(x^{2}+5)\sqrt{x}$ $\Rightarrow y'=2x\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x}}(x^{2}+5)$
$y=\frac{f}{g}$	$y'=\frac{f'g-g'f}{g^{2}}$	$y'=\frac{\text{(صورت}\times\text{مشتق مخرج)}-\text{(مخرج}\times\text{مشتق صورت)}}{\text{(مخرج)}^{2}}$	$y=\frac{\frac{2}{x}-1}{x^{2}+x}\Rightarrow$ $y'=\frac{(\frac{-2}{x^{2}})(x^{2}+x)-(2x+1)(\frac{2}{x}-1)}{(x^{2}+x)^{2}}$
$y=u^{n}$	$y=nu^{n-1}u'$	u یک عبارت برحسب x است.	$y=(x^{2}+x)^{5}\Rightarrow$ $y'=\underset{n}{5}\underbrace{(x^{2}+x)^{4}}_{u^{n-1}}\underbrace{(2x+1)}_{u'}$
$y=\sqrt[n]{u}$ $=u^{\frac{1}{n}}$	$y'=\frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ $=\frac{1}{n}u^{\frac{1}{n}-1}\times u'$	u یک عبارت برحسب x است.	$y=\sqrt[3]{4x+5}$ $\Rightarrow y'=\frac{4}{3\sqrt[3]{(4x+5)^{2}}}$
$y=\frac{1}{u}$	$y'=\frac{-u'}{u^{2}}$	u یک عبارت برحسب x است.	$y=\frac{1}{x^{2}+5}\Rightarrow y'=\frac{-2x}{(x^{2}+5)^{2}}$
$y=f(u)$	$y'=u'f'(u)$	مشتق تابع مرکب	$y=f(1+3x)$ $\Rightarrow y'=3f'(1+3x)$

پاسخ تشریحی **گام اول:** سعی می‌کنیم قدرمطلق و براکت را از بین ببریم. در همسایگی چپ $x=1$ عبارت $x+1$ مثبت بوده، پس $|x+1|=x+1$.

گام دوم: در همسایگی چپ $x=1$ ($x<1$ یعنی) داریم $-x>-1$، پس $[-x]=-1$. از طرفی $[-x]$ به ازای $x=1$ برابر -1 می‌شود، پس اگر $x\leq 1$ باشد $[-x]=-1$ می‌شود و تابع در $x=1$ پیوستگی چپ دارد، پس ساده‌شدهٔ ضابطهٔ تابع در همسایگی چپ $x=1$ به صورت زیر است:

$$f(x)=\frac{x(x+1)}{2x-(-1)}=\frac{x(x+1)}{2x+1}=\frac{x^{2}+x}{2x+1}$$

گام سوم: چون تابع در $x=1$ پیوستگی چپ دارد، برای محاسبهٔ $f'_{-}(1)$ می‌توانیم از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم:

$$f'(x)=\frac{(2x+1)(2x+1)-2(x^{2}+x)}{(2x+1)^{2}}\Rightarrow f'_{-}(1)=\frac{3\times 3-2\times 2}{3^{2}}=\frac{5}{9}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حواستون باشه می‌توانستیم برای محاسبهٔ مشتق چپ تابع $f(x)=\frac{x^۲+x}{۲x+۱}$ از تعریف مشتق هم استفاده کنیم:

$$f'_-(۱)=\lim_{x\to ۱^-}\frac{f(x)-f(۱)}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{\frac{x^۲+x}{۲x+۱}-\frac{۲}{۳}}{x-۱}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{۳x^۲+۳x-۲(۲x+۱)}{۳(۲x+۱)}=\lim_{x\to ۱^-}\frac{۳x^۲-x-۲}{۳(۲x+۱)(x-۱)}$$

$$=\lim_{x\to ۱^-}\frac{(x-۱)(۳x+۲)}{۳(۲x+۱)(x-۱)}=\frac{۵}{۹}$$

تست و پاسخ ۳

اگر $f(x)=|x-\frac{۲[x]}{a}|$ و $f'_-(۱)$ موجود باشد، حاصل $a+f'_-(۱)$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۲ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره حواستان باشد اگر f در a مشتق‌پذیر باشد (یا مشتق یک‌طرفه داشته باشد) حتماً پیوسته هم هست (پیوستگی همان طرف را دارد). معمولاً یک معادله با نوشتن شرط پیوستگی برای به دست آوردن مجهولات ایجاد می‌شود.

خودت حل کنی بهتره کاری کنید تا f در $x=۱$ پیوستگی چپ داشته باشد.

درس‌نامه ارتباط پیوستگی و مشتق‌پذیری

مشتق در a

پیوستگی در a

ارتباط پیوستگی و مشتق‌پذیری به صورت ساختمان دوطبقهٔ مقابل است:

قضیه: اگر f در a مشتق داشته باشد (طبقهٔ دوم داشته باشد)، در a پیوسته است (طبقهٔ اول هم دارد).

نتیجه: اگر f در a پیوسته نباشد (طبقهٔ اول نداشته باشد)، مشتق هم ندارد (طبقهٔ دوم هم ندارد)؛ ولی اگر پیوسته باشد (طبقهٔ اول داشته باشد)، ممکن است در a مشتق داشته باشد یا نه.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا باید a را به دست آوریم. $f'_-(۱)$ وجود دارد، پس تابع باید در $x=۱$ پیوستگی چپ داشته باشد.

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to ۱^-}f(x)=\lim\limits_{x\to ۱^-}|x-\frac{۲[x]}{a}|=|۱-\frac{۲\times ۰}{a}|=۱\\ f(۱)=|۱-\frac{۲}{a}|\end{array}\right\}\Rightarrow |۱-\frac{۲}{a}|=۱\begin{cases}۱-\frac{۲}{a}=۱ \text{ جواب ندارد.}\\ ۱-\frac{۲}{a}=-۱\Rightarrow -\frac{۲}{a}=-۲\Rightarrow a=۱\end{cases}$$

گام دوم: در همسایگی چپ $x=۱$ داریم $[x]=۰$ و چون تابع در این نقطه پیوستگی چپ دارد، می‌توانید ضابطهٔ تابع را ساده کرده و از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم:

$$f(x)=|x-\frac{۲[x]}{a}|=|x-\frac{۲\times ۰}{a}|=|\underset{+}{x}|=x\Rightarrow f'_-(۱)=۱$$

گام سوم:

$$a+f'_-(۱)=۱+۱=۲$$

تست و پاسخ ۴

اگر $f(x)=۲x^۲-|x|$، مقدار $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(h-۱)-f(۱-h)}{h}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) صفر ۳) -۳ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره باز هم ارتباط حدود و مشتق! در کل طراحان به نکتهٔ $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=\frac{m-n}{k}f'(a)$ علاقهٔ زیادی دارند.

خودت حل کنی بهتره f در $x=1$ و $x=-1$ مشتق‌پذیر است، پس می‌توانید به راحتی قدرمطلق را بردارید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از قاعدهٔ هوپیتال و مشتق‌گیری نسبت به متغیر h داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h-1)-f(1-h)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(1)f'(h-1)-(-1)f'(1-h)}{1}=f'(-1)+f'(1)$$

گام دوم: تابع f در $x=1,-1$ پیوسته و مشتق‌پذیر است (تنها نقطهٔ مشتق‌ناپذیر f، ریشهٔ سادهٔ داخل قدرمطلق یعنی $x=0$ است).

پس برای محاسبهٔ مشتق در این نقاط از فرمول‌ها استفاده می‌کنیم:

$$x=1 \text{ در اطراف } \Rightarrow f(x)=2x^2-|\underset{\oplus}{x}|=2x^2-x \Rightarrow f'(x)=4x-1 \Rightarrow f'(1)=4(1)-1=3$$

$$x=-1 \text{ در اطراف } \Rightarrow f(x)=2x^2-|\underset{\ominus}{x}|=2x^2+x \Rightarrow f'(x)=4x+1 \Rightarrow f'(-1)=4(-1)+1=-3$$

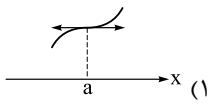
پس:

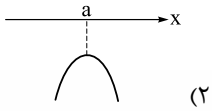
$$f'(-1)+f'(1)=0$$

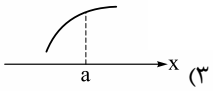
تست و پاسخ ۵

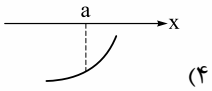
برای تابع f در مجاورت $x=a$ رابطهٔ $f'(a)f(a)<0$ برقرار است. نمودار f به کدام صورت می‌تواند باشد؟

عرض‌نقطهٔ a ضربدرشیب مماس‌در a منفی‌است.

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

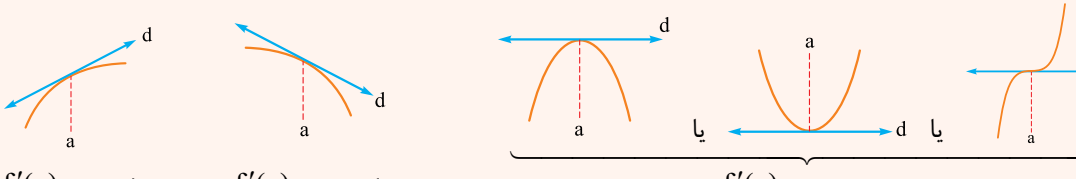
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره کتاب خیلی به تعبیر هندسی مشتق اهمیت داده است. اگر در حل این سؤال به مشکل برخوردید، پیشنهاد می‌کنیم درس اول کتاب درسی فصل ۴ را به دقت مطالعه کنید.

خودت حل کنی بهتره شیب خطوط به صورت / مثبت و شیب خطوط به صورت \ منفی است.

درس‌نامه ●● تعبیر هندسی

تعبیر هندسی مشتق، همان شیب خط مماس بر تابع است.



پاسخ تشریحی اگر نقطهٔ $(a,f(a))$ بالای محور xها باشد، $f(a)>0$ و اگر پایین محور xها باشد $f(a)<0$.

از طرفی $f'(a)$ همان شیب خط مماس بر تابع f در $x=a$ است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $f(a)>0, f'(a)=0 \Rightarrow$ شرط داده‌شده برقرار نیست.

۲) $f(a)<0, f'(a)=0 \Rightarrow$ شرط داده‌شده برقرار نیست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳ $f(a)>0, f'(a)>0 \Rightarrow$ شرط داده‌شده برقرار نیست.

۴ $f(a)<0, f'(a)>0 \Rightarrow f(a)f'(a)<0$

حواستون باشه در ۴ داریم:

شیب $>0 \Rightarrow f'(a)>0$

تست و پاسخ ۶

$f'(2)$ عدد حقیقی و مخالف صفر است. اگر $k\lim\limits_{x\to 2}\frac{f^2(x)-1}{2-x}=\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2-h)-1}{2h}$ باشد، مقدار k کدام است؟ (هر دو حد موجود هستند.)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $-\frac{1}{4}$ ۳) ۲ ۴) -2

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در بحث مشتق، اول روی فرمول‌های مشتق مسلط باشید. بسیاری از تست‌ها با دانستن آن‌ها ساده‌تر حل می‌شوند. مثل همین سؤال که استفاده از هوپیتال ساده‌تر از تعریف مشتق است.

خودت حل کنی بهتره حدود داده‌شده را به تعریف مشتق ارتباط دهید یا از هوپیتال استفاده کنید.

درس‌نامه •• مشتق تابع

تعریف اول مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

تعریف دوم مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

دقت کنید a عددی است که مشتق تابع را در آن می‌خواهیم. $f(x)$ خود تابع و $f(a)$ مقدار حاصل از قراردادن a در تابع است. اگر حدود بالا وجود داشته باشند (عدد حقیقی بشوند)، می‌گوییم تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.

نکته $f'(a)$ همان شیب خط مماس بر تابع در نقطهٔ $x=a$ است.

نکته اگر $f'(a)$ وجود داشته باشد:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=(\frac{m-n}{k})f'(a)$$

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: تابع f در $x=2$ مشتق‌پذیر است؛ پس طبق نکتهٔ آخر درس‌نامه داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h)-f(2)}{2h}=(\frac{-1-0}{2})f'(2)=-\frac{1}{2}f'(2)$$

گام دوم: $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2-h)-1}{2h}$ وجود دارد، اما حد مخرج صفر است؛ پس حد صورت هم باید صفر باشد تا بعد از رفع ابهام، حاصل یک عدد حقیقی شود؛ پس:

$$\lim_{h\to 0}f(2-h)-1=0 \xrightarrow[x=2\text{ در }f]{\text{پیوسته}} f(2)=1$$

گام سوم: از رابطهٔ داده‌شده با جای‌گذاری $f(2)=1$ داریم:

$$k\lim_{x\to 2}\frac{f^2(x)-f^2(2)}{2-x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(2-h)-f(2)}{2h}=-\frac{1}{2}f'(2) \Rightarrow k\lim_{x\to 2}\frac{(f(x)-f(2))(f(x)+f(2))}{2-x}=-\frac{1}{2}f'(2)$$

$$\Rightarrow -kf'(2)(2\underbrace{f(2)}_{1})=-\frac{1}{2}f'(2) \xrightarrow{\div f'(2)} -2k=-\frac{1}{2}\times 1 \Rightarrow k=\frac{1}{4}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

روش دوم: از قاعدهٔ هوپیتال استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x\to ۲}\frac{f^{۲}(x)-۱}{۲-x}=\lim_{x\to ۲}\frac{۲f(x)f'(x)}{-۱}=-۲\underbrace{f(۲)}_{۱}f'(۲)=-۲f'(۲)$$

و ادامه همانند روش اول است.

تست و پاسخ ۷

خط $y=۳x-۱$ در نقطه‌ای به طول $x=۱$ بر نمودار تابع پیوستهٔ f مماس است، حاصل $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲h+۱)+a}{h}$ برابر مقدار حقیقی b شده است. حاصل ab کدام است؟

$f'(۱)=۳$

۱) -۶
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) -۱۲

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال مهمی است؛ مشابه تست‌های کنکور. ترکیب حد و خط مماس نشان می‌دهد باید روی مفاهیم مسلط باشید.

خودت حل کنی بهتره $f(۱)=۲$ و $f'(۱)=۳$

درس‌نامه ●● مشتق تابع

تعریف اول مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

تعریف دوم مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

دقت کنید a عددی است که مشتق تابع را در آن می‌خواهیم. $f(x)$ خود تابع و $f(a)$ مقدار حاصل از قراردادن a در تابع است. اگر حدود بالا وجود داشته باشند (عدد حقیقی بشوند)، می‌گوییم تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.

نکته $f'(a)$ همان شیب خط مماس بر تابع در نقطهٔ $x=a$ است.

نکته اگر $f'(a)$ وجود داشته باشد:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=(\frac{m-n}{k})f'(a)$$

پاسخ تشریحی

گام اول: خط $y=۳x-۱$ در نقطهٔ $x=۱$ بر تابع مماس است؛ پس مشتق تابع در $x=۱$ که همان شیب خط مماس در این نقطه است، برابر شیب خط (یعنی ۳) است؛ پس $f'(۱)=۳$. از طرفی خط $y=۳x-۱$ و f در $x=۱$ بر هم منطبق هستند؛ پس $f(۱)=۳(۱)-۱=۲$.

گام دوم: $\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲h+۱)+a}{h}$ عددی حقیقی است و چون حد مخرج صفر است، پس حد صورت هم باید صفر باشد.

$$\lim_{h\to ۰}f(۲h+۱)+a=۰\xrightarrow{\text{پیوسته } f}f(۱)+a=۰\Rightarrow a=-f(۱)=-۲$$

گام سوم:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(۲h+۱)-f(۱)}{h}=(\frac{۲-۰}{۱})f'(۱)=۲\times ۳=۶\Rightarrow b=۶$$

گام چهارم:

$$ab=-۲\times ۶=-۱۲$$

تست و پاسخ ۸

اگر $f(۱)=۰$ و $f'(۱)=-۳$، مقدار $\lim_{x\to\pm\infty}xf(۱-\frac{۳}{x})$ کدام است؟

۱) ۹
۲) -۹
۳) ۳
۴) -۳

پاسخ: گزینه ۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره به دست آوردن حدود با استفاده از مشتق مهم است. باید بتوانید حدود خواسته‌شده را به تعریف مشتق ارتباط بدهید.

خودت حل کنی بهتره حد خواسته‌شده را به صورت $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(1-\frac{3}{x})}{\frac{1}{x}}$ بنویسید.

نکته اگر $f'(a)$ وجود داشته باشد:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+mh)-f(a+nh)}{kh}=(\frac{m-n}{k})f'(a)$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** حد خواسته‌شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\lim_{x\to\pm\infty} x\,f(1-\frac{3}{x})=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(1-\frac{3}{x})}{\frac{1}{x}}$$

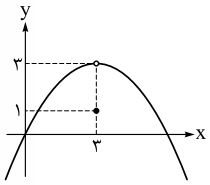
گام دوم: اگر $\frac{1}{x}=h$ بگیریم، وقتی $x\to\pm\infty$، آن‌گاه $h\to 0$؛ پس حد خواسته‌شده به صورت $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1-3h)}{h}$ درمی‌آید.

گام سوم: $f(1)=0$ است؛ پس:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(1-3h)-0}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(1-3h)-f(1)}{h}=-3f'(1)=-3\times(-3)=9$$

تست و پاسخ ۹

نمودار تابع f مطابق شکل است. مشتق تابع $g(x)=(x^2-3x)[f(x)]$ در نقطه‌ای به طول $x=3$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)



۱) ۶
۲) ۹ — $g'(3)$
۳) ۳
۴) موجود نیست.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤال خوبی است برای این‌که اهمیت تعریف مشتق را درک کنید (البته با فرمول مشتق هم قابل حل است). معمولاً وقتی مشتق را در $x=a$ می‌خواهیم و عامل صفرکنندهٔ $x-a$ نیز در تابع وجود دارد، تعریف مشتق، کار را ساده می‌کند.

خودت حل کنی بهتره $$g'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{g(x)-g(3)}{x-3}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم:

$$g'(3)=\lim_{x\to 3}\frac{g(x)-g(3)}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{(x^2-3x)[f(x)]-0}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{x(x-3)[f(x)]}{x-3}=\lim_{x\to 3}x[f(x)]$$

گام دوم: اگر $x\to 3$، آن‌گاه $f(x)$ با مقادیر کم‌تر از ۳ به ۳ نزدیک می‌شود، پس $\lim\limits_{x\to 3}[f(x)]=[3^-]=2$؛ بنابراین حاصل حد گام اول برابر $3\times 2=6$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۰

اگر $f(x)=\begin{cases}\dfrac{a-\cos 4x}{x} & x\neq 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ و $f'(0)=b$، مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره سؤال مهمی است. مشابه سؤال‌های کنکور. شرط پیوستگی در سؤال‌های مشتق خیلی مهم است.

خودت حل کنی بهتره اول a را پیدا کنید.

درس‌نامه •• مشتق تابع

تعریف اول مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

تعریف دوم مشتق تابع f در نقطهٔ $x=a$:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

دقت کنید a عددی است که مشتق تابع را در آن می‌خواهیم. $f(x)$ خود تابع و $f(a)$ مقدار حاصل از قراردادن a در تابع است. اگر حدود بالا وجود داشته باشند (عدد حقیقی بشوند)، می‌گوییم تابع f در $x=a$ مشتق‌پذیر است.

نکته $f'(a)$ همان شیب خط مماس بر تابع در نقطهٔ $x=a$ است.

درس‌نامه •• رفع ابهام با استفاده از هم‌ارزی

یکی از روش‌های رفع ابهام $\frac{0}{0}$، استفاده از هم‌ارزی است.

اگر دو تابع در نزدیکی نقطهٔ a، هم‌ارز باشند، مقدارهای خیلی نزدیک به هم در نزدیکی نقطه دارند؛ بنابراین می‌توانیم تابع را برداشته و هم‌ارز آن را قرار دهیم. به زبان ریاضی اگر f_1 هم‌ارز f_2 و g_1 هم‌ارز g_2 در نزدیکی نقطهٔ a باشند، داریم:

$$\lim_{x\to a}\frac{f_1(x)}{g_1(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f_2(x)}{g_2(x)}$$

هم‌ارزی: ۱) اگر $x\to 0$:

$$\sin x\sim x \quad \text{و} \quad \tan x\sim x$$

یعنی اگر کمان به صفر میل کند، سینوس و تانژانت هم‌ارز کمان خود هستند.

۲) اگر $x\to 0$ (کمان به صفر میل کند):

$$(1-\cos^m x)\sim\frac{m}{2}x^2 \quad \text{یا} \quad \cos^m x\sim(1-\frac{m}{2}x^2)$$

۳) اگر $x\to 0$ داریم:

$$(1+x)^n\sim(1+nx) \quad \text{و} \quad \sqrt[n]{1+x}\sim(1+\frac{x}{n})$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** $f'(0)$ وجود دارد، پس تابع در $x=0$ پیوسته است.

$$\lim_{x\to 0}f(x)=f(0)\Rightarrow\lim_{x\to 0}\frac{a-\cos 4x}{x}=0\Rightarrow\lim_{x\to 0}(a-\cos 4x)=a-1=0\Rightarrow a=1$$

گام دوم: از تعریف مشتق داریم:

$$f'(0)=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1-\cos 4x}{x}-0}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 4x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{2}(4x)^2}{x^2}=8\Rightarrow b=8$$

دقت کنید که با استفاده از هم‌ارزی‌ها در $x=0$، داریم:

$$(1-\cos 4x)\sim\frac{1}{2}(4x)^2=8x^2$$

گام سوم:

$$a+b=1+8=9$$

تست و پاسخ ۱۱

اگر $f(x)=[3x].|x^2-x-2|$ باشد، حاصل $f'_+(-2)-f'_-(2)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

مشتق راست در ۲−

مشتق چپ در ۲

۱) ۱۵− ۲) ۳۰ ۳) ۴۵− ۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره سؤال ساده‌ای نیست، مشابه آن بارها در کنکور مطرح شده است. اگر شرط پیوستگی برقرار باشد، فرمول‌های مشتق کار را ساده‌تر می‌کند.

خودت حل کنی بهتره تابع در $x=2$ پیوسته است و در $x=-2$ نیز پیوستگی راست دارد؛ پس تابع را ساده کنید و از فرمول‌های مشتق استفاده کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** تابع $y=[3x]$ در $x=2$ ناپیوسته است، اما به دلیل وجود عامل صفرکننده $|x^2-x-2|$ کنار آن (x^2-x-2 به ازای $x=2$ برابر صفر می‌شود) در $x=2$ پیوسته است؛ پس برای محاسبهٔ $f'_-(2)$ می‌توانیم تابع را در همسایگی چپ ۲ ساده کرده و از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم.

گام دوم: براکت و قدرمطلق را برمی‌داریم:

$$x<2 \Rightarrow 3x<6 \Rightarrow [3x]=5$$

$$|x^2-x-2|=|(x-2)(x+1)|=-(x-2)(x+1)$$

	-1		2	
	$+$		$-$	$+$

دقت دارید در همسایگی چپ $x=2$، داخل قدرمطلق منفی است؛ پس قدرمطلق را برداشته و یک منفی قرار می‌دهیم. پس در همسایگی چپ ۲، ضابطهٔ f برابر است با:

$$f(x)=-5(x-2)(x+1)=-5(x^2-x-2)=-5x^2+5x+10$$

$$f'(x)=-10x+5 \Rightarrow f'_-(2)=-10(2)+5=-15$$

گام سوم: تابع $y=[3x]$ در $x=-2$ پیوستگی راست دارد. ($\lim\limits_{x\to(-2)^+}[3x]=[(-6)^+]=-6=f(-2)$) و $y=|x^2-x-2|$ نیز در تمام نقاط پیوسته است، پس کل تابع در $x=-2$ پیوستگی راست دارد؛ بنابراین برای محاسبهٔ $f'_+(-2)$ می‌توانیم تابع را در همسایگی راست ۲− ساده کرده و از فرمول‌های مشتق استفاده کنیم:

$$x>-2 \Rightarrow 3x>-6 \Rightarrow [3x]=-6$$

$$|x^2-x-2|=x^2-x-2$$

دقت دارید با توجه به جدول تعیین علامت x^2-x-2، این عبارت در اطراف $x=-2$ مثبت است، پس در همسایگی راست $x=-2$ ضابطهٔ f به صورت زیر است:

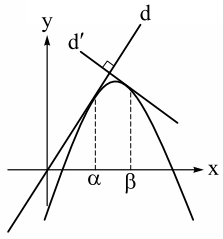
$$f(x)=-6(x^2-x-2)=-6x^2+6x+12 \Rightarrow f'(x)=-12x+6 \Rightarrow f'_+(-2)=24+6=30$$

گام چهارم:

$$f'_-(2)-f'_+(-2)=-15-30=-45$$

تست و پاسخ ۱۲

در شکل زیر، نمودار تابع $f(x)=-x^2+6x-4$ رسم شده است. خطوط d و d' در نقاطی با طول α و β بر نمودار تابع f مماس هستند. مقدار $\alpha+\beta$ کدام است؟



$f'(\beta)=m_{d'}$ و $f'(\alpha)=m_d$

۱) $6/5$

۲) $\frac{21}{8}$

۳) $\frac{21}{4}$

۴) $8/5$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال مهمی است. اگر به این سؤال به درستی پاسخ دادید، می‌توان گفت روی نوشتن خط مماس مسلط هستید.

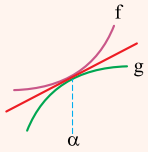
خودت حل کنی بهتره معادلهٔ خط d که از مبدأ می‌گذرد به صورت $y=kx$ است که با مساوی قراردادن آن با معادلهٔ سهمی، معادله ریشهٔ مضاعف دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه ●● **مماس‌بودن دو منحنی بر هم**

اگر دو منحنی f و g (یا خط و منحنی) در نقطهٔ α بر هم مماس باشند، دو نکته می‌فهمیم:



$$f(\alpha)=g(\alpha) \text{ و } f'(\alpha)=g'(\alpha)$$

نکته اگر دو منحنی f و g بر هم مماس باشند، معادلهٔ $f(x)=g(x)$ ریشهٔ مضاعف دارد؛ پس اگر معادلهٔ حاصل از مساوی قراردادن دو تابع، درجه‌دوم باشد $\Delta=0$ باید باشد. اگر معادلهٔ حاصل درجه‌دوم باشد، استفاده از این نکته بهتر از مطلب قبلی است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** خط d از مبدأ عبور می‌کند، پس معادلهٔ آن به صورت $y=kx$ است.

گام دوم: معادلهٔ حاصل از مساوی قراردادن تابع f و خط $y=kx$ ریشهٔ مضاعف دارد، پس دلتای آن برابر صفر است.

$$-x^2+6x-4=kx \Rightarrow \underbrace{x^2+(k-6)x+4=0}_{(I)} \Rightarrow \Delta=0 \Rightarrow (k-6)^2-16=0 \Rightarrow \begin{cases} k-6=4 \Rightarrow k=10 \\ k-6=-4 \Rightarrow k=2 \end{cases}$$

گام سوم: اگر $k=10$ باشد، معادلهٔ حاصل از تقاطع (معادلهٔ I) به صورت $x^2+4x+4=0$ درمی‌آید.

$$x^2+4x+4=(x+2)^2=0 \Rightarrow x=-2$$

اما اگر $k=2$ باشد، معادله به صورت $(x-2)^2=x^2-4x+4=0$ درمی‌آید که ریشهٔ آن $x=2$ است. با توجه به نمودار، طول نقطهٔ تماس عددی مثبت است، پس $k=2$ قابل قبول بوده و نقطهٔ تماس $\alpha=2$ است.

گام چهارم: دو خط d و d' عمود بر یکدیگرند؛ پس شیب آن‌ها قرینه و معکوس یکدیگر است. شیب خط $y=kx=2x$ برابر ۲ است، پس شیب خط d' برابر $-\frac{1}{2}$ است.

گام پنجم: $f'(\beta)=-\frac{1}{2}$، پس:

$$f'(x)=-2x+6 \Rightarrow f'(\beta)=-2\beta+6=-\frac{1}{2} \Rightarrow -2\beta=-\frac{13}{2} \Rightarrow \beta=\frac{13}{4}$$

گام ششم:

$$\alpha+\beta=2+\frac{13}{4}=\frac{21}{4}$$

حسابان و ریاضی پایه (مباحث مستقل): حسابان (۱): صفحه‌های ۲ تا ۶، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۸

تست و پاسخ ۱۳

اگر $A=\frac{1}{6+4\sqrt{3}}+\frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$، مقدار $(2A+1)^2$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره گویاکردن مخرج کسرها به صورت غیرمستقیم در برخی از سؤال‌های کنکور ظاهر می‌شود. حتماً روی آن کار کنید.

خودت حل کنی بهتره صورت و مخرج کسرها را در مزدوج مخرج ضرب کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه •• گویاکردن مخرج کسر

هدف از گویاکردن مخرج کسر، این است که در مخرج، عبارت‌های رادیکالی نداشته باشیم. برای این کار با ضرب صورت و مخرج کسر *(برای این‌که کسر اصلی عوض نشه)* در عبارت‌های مناسب، رادیکال‌های مخرج را از بین می‌بریم. با توجه به این‌که مخرج به چه صورتی باشد، دسته‌بندی زیر را برای گویاکردن در نظر می‌گیریم:

۱) اگر مخرج به شکل $\sqrt[n]{a^k}\ (0<k<n)$ باشد، با ضرب صورت و مخرج در $\sqrt[n]{a^{n-k}}$، توان a با فرجه برابر می‌شود و رادیکال از بین می‌رود.

مثلاً می‌خواهیم مخرج کسر $\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$ را گویا کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}\times\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{x^2}}=\frac{2\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{x^5}}=\frac{2\sqrt[5]{x^2}}{x}$$

۲) اگر مخرج به صورت $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ یا $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ باشد، برای گویاکردن، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

مثلاً برای گویاکردن عبارت $\frac{a}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}$ داریم:

$$\frac{a}{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}\times\frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}=\frac{a(\sqrt{a}-2\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(2\sqrt{b})^2}=\frac{a(\sqrt{a}-2\sqrt{b})}{a-4b}$$

۳) اگر مخرج به صورت $\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}$ یا $\sqrt[3]{a^2}\pm\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}$ باشد، صورت و مخرج را در قسمت چاق یا لاغر اتحاد چاق و لاغر ضرب می‌کنیم.

مثلاً برای گویاکردن مخرج کسر $\frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}$ داریم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}=\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{(\sqrt[3]{x})^3+1}=\frac{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}{x+1}$$

(دقت!)

۴) اگر مخرج کسر، ترکیبی از موارد بالا باشد، نیاز است که از هر دو روش استفاده کرده یا از یک روش چند بار استفاده کنیم.

مثلاً برای گویاکردن مخرج کسر $\frac{1}{(1-\sqrt{2})(\sqrt[3]{2}-1)}$ داریم:

$$\underbrace{\frac{1}{(1-\sqrt{2})(\sqrt[3]{2}-1)}}_{\text{مزدوج}}\times\underbrace{\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}}_{\text{چاق و لاغر}}\times\underbrace{\frac{\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1}{\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2}+1}}_{\text{چاق و لاغر}}=\frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)}{(1-2)(2-1)}=-(1+\sqrt{2})(\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1)$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** مخرج هر کدام از کسرها را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{(2\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2}=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{12-18}=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{-6}=\frac{2\sqrt{3}}{-6}+\frac{3\sqrt{2}}{6}=-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{6+4\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3+2\sqrt{3}}\times\frac{3-2\sqrt{3}}{3-2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\times\frac{3-2\sqrt{3}}{9-12}=\frac{1}{2}\times\frac{3-2\sqrt{3}}{-3}=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{-3}+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{1}{2}\left(-1+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}$$

گام دوم:

$$A=-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

گام سوم: مقدار $(2A+1)^2$ را محاسبه می‌کنیم. دقت کنید که $2A=\sqrt{2}-1$؛ پس:

$$(2A+1)^2=(\sqrt{2}-1+1)^2=2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۴

اگر $a=(\sqrt{۶}-۱)^۲$، مقدار $A=\sqrt{\frac{a+۲}{۲۵}+\frac{۱}{a}}$ کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۶

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره اگر در محاسبات مورد نیاز سؤال‌های کنکور (جمع و تفریق عبارت‌ها و کسرها، توان، رادیکال و اتحاد) با اشکالات اساسی مواجه هستید، یک برنامهٔ ویژه برای برطرف‌کردن این مشکل داشته باشید.

خودت حل کنی بهتره حاصل a را به دست آورده و جای‌گذاری کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** حاصل a را محاسبه کنیم:

$$a=(\sqrt{۶}-۱)^۲=\sqrt{۶}^۲-۲\sqrt{۶}+۱^۲=۷-۲\sqrt{۶}$$

گام دوم:

$$a+۲=۹-۲\sqrt{۶}\ ,\ \frac{۱}{a}=\frac{۱}{۷-۲\sqrt{۶}}\times\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۷+۲\sqrt{۶}}=\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۴۹-(۲\sqrt{۶})^۲}=\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۴۹-۲۴}=\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۲۵}$$

گام سوم: A را محاسبه می‌کنیم:

$$A=\sqrt{\frac{a+۲}{۲۵}+\frac{۱}{a}}=\sqrt{\frac{۹-۲\sqrt{۶}}{۲۵}+\frac{۷+۲\sqrt{۶}}{۲۵}}=\sqrt{\frac{۱۶}{۲۵}}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

تست و پاسخ ۱۵

به ازای کدام عدد طبیعی n، تساوی $\frac{۲\sqrt{۲}}{۱}-\frac{n\sqrt{۲}-۲۷}{n+۶\sqrt{۲}+۱}=۳$ برقرار است؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۶ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای رسیدن به درصدهای بالای ریاضی در کنکور، اولین قدم تسلط روی مفاهیم پایه مثل اتحاد و تجزیه، اعمال روی کسرها و رادیکال‌ها، توان است. بیشتر سؤال‌های کنکور با این مباحث ترکیب می‌شوند. بنابراین بدون تسلط کافی روی این مباحث امکان پرداختن به سایر موضوعات وجود ندارد.

خودت حل کنی بهتره مخرج‌مشترک بگیرید. رادیکال‌های متشابه با هم جمع و تفریق می‌شوند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** مخرج‌مشترک (همان $n+۶\sqrt{۲}+۱$) می‌گیریم و برابر با ۳ قرار می‌دهیم:

$$\frac{۲\sqrt{۲}}{۱}-\frac{n\sqrt{۲}-۲۷}{n+۶\sqrt{۲}+۱}=\frac{(۲\sqrt{۲})(n+۶\sqrt{۲}+۱)-(n\sqrt{۲}-۲۷)}{n+۶\sqrt{۲}+۱}=\frac{۲n\sqrt{۲}+۲۴+۲\sqrt{۲}-n\sqrt{۲}+۲۷}{n+۶\sqrt{۲}+۱}=\frac{(n+۲)\sqrt{۲}+۵۱}{۶\sqrt{۲}+n+۱}=۳$$

گام دوم: طرفین ـ وسطین می‌کنیم:

$$(n+۲)\sqrt{۲}+۵۱=۱۸\sqrt{۲}+۳(n+۱)$$

گام سوم: این تساوی فقط وقتی برقرار است که $n+۲=۱۸$ و $۳(n+۱)=۵۱$.

از هر دو تساوی $n=۱۶$ به دست می‌آید، پس $n=۱۶$ باید باشد.

حواستون باشه در به دست آوردن حاصل $-\frac{x+y}{a}$، منفی هم برای x و هم برای y می‌آید، چون: $-\frac{x+y}{a}=\frac{-(x+y)}{a}=\frac{-x-y}{a}$

رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه قواعد رادیکال‌ها

قاعده	توضیح فارسی	مثال
$\sqrt{x}=a \Rightarrow x,a\geq 0$	هم زیر رادیکال و هم حاصل رادیکال با فرجهٔ زوج نمی‌تواند منفی باشد.	$\sqrt{9}=3$ نه این‌که $\sqrt{9}=\pm 3$
$\sqrt{x^2}=\lvert x\rvert$	توان دو با رادیکال ساده شده و با قدرمطلق آزاد می‌شود.	$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=\lvert 1-\sqrt{2}\rvert=\sqrt{2}-1$
$\sqrt{x}^2=x$	x اصلاً نمی‌تواند منفی باشد، پس ۲ با رادیکال ساده می‌شود.	$\sqrt{x+1}^2=x+1 (x\geq -1)$
$\sqrt{x\pm y}\neq\sqrt{x}\pm\sqrt{y}$	رادیکال روی جمع و تفریق پخش نمی‌شود.	$\sqrt{x^2+y^2}\neq\lvert x\rvert+\lvert y\rvert$
$\sqrt{a^2x}=\lvert a\rvert\sqrt{x}$	مربع‌های کامل از زیر رادیکال بیرون می‌آیند.	$\sqrt{63}=\sqrt{9\times 7}=3\sqrt{7}$
$\sqrt{x}\times\sqrt{y}=\sqrt{xy}$ $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\sqrt{\frac{x}{y}}$ $(x,y>0)$	در ضرب و تقسیم رادیکال‌های هم‌فرجه می‌توانیم آن‌ها را به زیر یک رادیکال ببریم.	$\sqrt{\frac{x}{2}}\times\sqrt{\frac{3}{x}}=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\quad (x>0)$
$a\sqrt{x}$ و $b\sqrt{x}$ دو رادیکال متشابه	دو رادیکال متشابه با هم جمع و تفریق می‌شوند.	$3\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(3-4)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

تست و پاسخ ۱۶

یکی از عوامل تجزیهٔ عبارت $(x^2-ax-4)^2-64$ برابر $x+2$ است. کدام عبارت الزاماً از عامل‌های دیگر آن است؟

۱) $x-2$ ۲) $x+6$ ۳) $x-6$ ۴) $x+4$

پاسخ: گزینه ۱

اگر عبارت را تجزیه کنیم $(x+2)$ دیده می‌شود.

مشاوره هرچند احتمال طرح چنین سؤالی در کنکور کم است، اما برای ساده‌سازی تابع‌ها یا رفع ابهام نیاز به تجزیهٔ عبارت‌ها دارید.

خودت حل کنی بهتره از اتحاد مزدوج استفاده کنید یا این‌که از بحث به دست آوردن باقی‌مانده بدون انجام عمل تقسیم بهره ببرید.

درس‌نامه به دست آوردن باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$

۱) ریشهٔ مقسوم‌علیه را به دست می‌آوریم: $ax+b=0 \Rightarrow x=\frac{-b}{a}$

۲) ریشه را در f قرار می‌دهیم تا باقی‌مانده که یک عدد است به دست آید؛ پس $R=f(-\frac{b}{a})$.

نکته اگر $R=0$ باشد، چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax+b$ بخش‌پذیر است.

یادآوری اتحادها:

۱) اتحاد مربع مجموع دوجمله‌ای: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

۲) اتحاد مربع تفاضل دوجمله‌ای: $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

۳) اتحاد مزدوج: $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

۴) اتحاد یک جمله‌مشترک: $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵) اتحاد مکعب مجموع: $(a+b)^۳ = a^۳ + ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$

$(\text{دومی}+\text{اولی})^۳ = (\text{اولی})^۳ + ۳(\text{اولی})^۲(\text{دومی}) + ۳(\text{اولی})(\text{دومی})^۲ + (\text{دومی})^۳$

در صورتی که در دو طرف این اتحاد، b را به $-b$ تبدیل کنیم، همان جمله‌های اتحاد مکعب مجموع، یکی در میان مثبت و منفی می‌شوند.

بنابراین:

۶) اتحاد مکعب تفاضل: $(a-b)^۳ = a^۳ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۳$

دو اتحاد دیگر، مجموع مکعبات (و تفاضل مکعبات) یا چاق و لاغر هم است. توجه دارید که علامت حاصل با علامت قسمت لاغر، یکسان و با علامت ab متفاوت است.

۷) اتحاد چاق و لاغر:

$$\begin{cases} (a+b)(a^۲-ab+b^۲) = a^۳+b^۳ \\ \text{مکعب دومی} + \text{مکعب اولی} = (\text{مربع دومی} + \text{ضرب دوتا} - \text{مربع اولی})(\text{دومی}+\text{اولی}) \\ (a-b)(a^۲+ab+b^۲) = a^۳-b^۳ \end{cases}$$

درس‌نامه •• روش‌های تجزیه

شبیه تجزیهٔ اعداد، اگر عبارت‌های جبری را به صورت ضرب عبارت‌ها با درجهٔ کوچک‌تر دربیاوریم، آن‌ها را تجزیه کرده‌ایم.

۱) استفاده از اتحادها

در به دست آوردن حاصل عبارت‌ها با استفاده از اتحادها، معمولاً از سمت چپ اتحاد، به سمت راست می‌رویم، اما در تجزیه، معمولاً از سمت راست به چپ حرکت می‌کنیم.

۲) دسته‌بندی

برای تجزیهٔ برخی از عبارت‌های جبری نمی‌توانیم به صورت مستقیم از اتحادها استفاده کنیم. یکی از راه‌های تجزیهٔ این عبارت‌ها، این است که جمله‌های عبارت‌های جبری را به گونه‌ای با هم دسته‌بندی کنیم که بعد از فاکتورگیری، دارای عامل مشترک باشند؛ مثلاً:

$$x^۳ + x^۲ + x + ۱ = x^۲(x+۱) + (x+۱) = (x+۱)(x^۲+۱)$$

۳) شکستن جملات

برخی از عبارت‌های جبری ممکن است با دسته‌بندی اولیه نیز تجزیه نشوند. در این مواقع ممکن است با نوشتن یک جمله، به صورت جمع چند جمله، بتوانیم آن‌ها را با هم دسته‌بندی کنیم؛ مثلاً می‌خواهیم $x^۳ - ۳x + ۲$ را تجزیه کنیم. در مرحلهٔ اول نمی‌توانیم دسته‌بندی کنیم، اما اگر $-۳x = -۲x - x$ بنویسیم، داریم:

$$x^۳ - ۳x + ۲ = x^۳ - x - ۲x + ۲ = x(x^۲-۱) - ۲(x-۱) = x(x-۱)(x+۱) - ۲(x-۱) = (x-۱)(\overbrace{x(x+۱)-۲}^{x^۲+x-۲})$$

$$= (x-۱)(x+۲)(x-۱) = (x+۲)(x-۱)^۲$$

پاسخ تشریحی روش اول: **گام اول**: چندجمله‌ای $P(x) = (x^۲ - ax - ۴)^۲ - ۶۴$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است؛ پس به ازای ریشهٔ مقسوم‌علیه (یعنی $x = -۲$) صفر می‌شود:

$$((-۲)^۲ - a(-۲) - ۴)^۲ - ۶۴ = ۰ \Rightarrow (۲a)^۲ = ۶۴ \Rightarrow a^۲ = ۱۶ \Rightarrow a = \pm ۴$$

پس چندجمله‌ای به صورت $(x^۲ \pm ۴x - ۴)^۲ - ۶۴$ است.

گام دوم: ریشهٔ گزینه‌ها را امتحان می‌کنیم:

$x-۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲ \Rightarrow (۲^۲ \pm ۴(۲) - ۴)^۲ - ۶۴ = ۰ \Rightarrow$ $P(x)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر است.

به ازای سایر گزینه‌ها، باقی‌مانده برابر صفر نمی‌شود؛ مثلاً در ۲ داریم:

$$x+۶ = ۰ \Rightarrow x = -۶ \Rightarrow ((-۶)^۲ \pm ۴(۶) - ۴)^۲ - ۶۴ = (۳۲ \pm ۴(۶))^۲ - ۶۴ \neq ۰$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

روش دوم: $P(x)$ را با استفاده از اتحاد مزدوج و اتحاد یک جمله‌مشترک تجزیه می‌کنیم:

گام اول:

$$a=۴ \Rightarrow (x^۲-۴x-۴)^۲-۶۴=(x^۲-۴x-۴)^۲-۸^۲=(x^۲-۴x-۴-۸)(x^۲-۴x-۴+۸)$$

$$=\underbrace{(x^۲-۴x-۱۲)}_{\text{دو عدد پیدا می‌کنیم که جمع آن‌ها ۴- و ضرب آن ۱۲- باشد.}}(x^۲-۴x+۴)=(x-۶)(x+۲)(x-۲)^۲$$

گام دوم:

$$a=-۴ \Rightarrow (x^۲+۴x-۴)^۲-۶۴=(x^۲+۴x-۴-۸)(x^۲+۴x-۴+۸)=\underbrace{(x^۲+۴x-۱۲)}_{\text{دو عدد پیدا می‌کنیم که جمع آن‌ها ۴+ و ضرب آن ۱۲- باشد.}}(x^۲+۴x+۴)$$

$$=(x+۶)(x-۲)(x+۲)^۲$$

در هر دو حالت، $P(x)$ بر $x-۲$ بخش‌پذیر است.

تست و پاسخ ۱۷

a_n یک دنبالهٔ خطی و $b_n=۳n^۲+a_n$ است. اگر $b_۱=۲a_۱$ و $b_۲=۳a_۲+۲$ باشد، مقدار $b_۳-۵a_۳$ کدام است؟

$a_n=an+b$

۱) ۲- ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۱-

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره از موضوع دنباله، معمولاً یک سؤال در کنکور مطرح می‌شود که با اندکی کارکردن می‌توانید سؤال آن را حل کنید.

خودت حل کنی بهتره دنبالهٔ خطی را به صورت $a_n=an+b$ بگیرید و معادلات را تشکیل دهید.

درس نامه ●● دنباله

● دنباله، تابعی است که دامنهٔ آن مجموعهٔ اعداد طبیعی است $(۱,۲,۳,\ldots)$. جمله‌های دنباله توسط جملهٔ عمومی دنباله مشخص می‌شوند؛ مثلاً در دنبالهٔ $a_n=(n+۱)^۲$ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} n=۱ \Rightarrow a_۱=(۱+۱)^۲=۴ \text{ جملهٔ اول دنباله} \\ n=۲ \Rightarrow a_۲=(۲+۱)^۲=۹ \text{ جملهٔ دوم دنباله} \\ \vdots \\ n=۱۰ \Rightarrow a_{۱۰}=(۱۰+۱)^۲=۱۲۱ \text{ جملهٔ دهم دنباله} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{دنباله}} ۴,۹,\ldots$$

دقت کنید که n، شمارهٔ جمله و a_n، جملهٔ nام دنباله است.

● **دنبالهٔ خطی**: دنباله‌ای است که جملهٔ عمومی آن به صورت $a_n=an+b$ است که b و a ضرایب عددی هستند؛ مثلاً جمله‌های دنبالهٔ $a_n=۳n-۱$ عبارت‌اند از:

$$\overbrace{۲\ ,\ ۵\ ,\ ۸\ ,\ ۱۱}^{+۳\ \ +۳\ \ +۳},\ldots$$

نکته در دنباله‌های خطی (حسابی)، اختلاف هر دو جملهٔ متوالی عدد ثابتی است (مثلاً در دنبالهٔ بالا ۳ است) که این عدد ثابت همان ضریب n در جملهٔ عمومی دنبالهٔ خطی است.

نکته توان n در دنبالهٔ خطی حداکثر برابر ۱ است (جملهٔ شامل $n^۲$، $n^۳$ و ... دیده نمی‌شود)؛ پس اگر در ضابطهٔ دنبالهٔ خطی $n^۲$ یا $n^۳$ یا ... وجود داشته باشد، باید کاری کنیم تا از بین برود.

پاسخ تشریحی گام اول: a_n دنباله‌ای خطی است، پس ضابطهٔ آن به صورت $a_n=an+b$ است که a و b ضرایب عددی هستند.

گام دوم:

$$b_n=۳n^۲+a_n=۳n^۲+an+b$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم: در ضابطهٔ b_n و a_n، $n=1$ قرار می‌دهیم:

$$b_1 = 2a_1 \Rightarrow 3(1)^2 + a(1) + b = 2(a(1) + b) \Rightarrow 3 + a + b = 2a + 2b \Rightarrow a + b = 3$$

$$b_2 = 3a_2 + 2 \Rightarrow 3(2)^2 + a(2) + b = 3(a(2) + b) + 2 \Rightarrow 12 + 2a + b = 6a + 3b + 2 \Rightarrow 4a + 2b = 10$$

گام چهارم: با حل دستگاه داریم:

$$\times(-2)\begin{cases} 4a + 2b = 10 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 10 \\ -2a - 2b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

گام پنجم: ضابطهٔ a_n و b_n را بازنویسی می‌کنیم:

$$a_n = 2n + 1,\ b_n = 3n^2 + 2n + 1$$

پس داریم:

$$b_3 - 5a_3 = (3(3)^2 + 2(3) + 1) - 5(2(3) + 1) = 34 - 35 = -1$$

تست و پاسخ ۱۸

در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ عمومی a_n، S_n برابر با مجموع n جملهٔ ابتدایی آن است. اگر $S_{40} = 80a_{40}$ باشد، مجموع چند جملهٔ ابتدایی از آن دنباله، برابر صفر است؟

به ازای کدام n، $S_n = 0$ می‌شود.

۱) ۳۹ ۲) ۱۱۸ ۳) ۷۸ ۴) ۱۵۶

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از بحث S_n معمولاً چند سال یک بار سؤال می‌آید. دوتا فرمول اصلی دارد که با دانستن آن‌ها معمولاً سؤال به راحتی حل می‌شود.

خودت حل کنی بهتره

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d),\ a_n = a_1 + (n-1)d$$

درس‌نامه بررسی نکات دنبالهٔ حسابی

ویژگی	توضیح فارسی	مثال
دنبالهٔ حسابی	هر جمله با عدد ثابت (d یا قدرنسبت) جمع شده و عدد بعدی به دست می‌آید.	$-1, 5, 11, 17, \ldots$ (+۶ +۶ +۶) $a_1 = -1,\ d = 6$
$a_n = a_1 + (n-1)d$	جملهٔ عمومی دنباله	$a_n = -1 + (n-1)6 = 6n - 7$
$a_n - a_m = (n-m)d$	اختلاف جملهٔ nام و mام $(n-m)$، برابر قدرنسبت است.	$a_{15} - a_7 = 8d$
$\underbrace{a, b, c}_{\text{دنبالهٔ حسابی}} \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$	اگر سه عدد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، عدد وسط میانگین دو عدد کناری (واسطهٔ حسابی) است.	$\underbrace{-15, x, 20}_{\text{حسابی}} \Rightarrow x = \frac{-15+20}{2} = \frac{5}{2}$
$a, \underbrace{\square, \ldots, \square}_{\text{n واسطهٔ حسابی}}, b$ $d = \frac{b-a}{n+1}$	اگر بین دو عدد a و b بخواهیم n واسطهٔ حسابی درج کنیم، d از رابطهٔ داده‌شده به دست می‌آید.	$-11, \square, \square, \square, 29$ $d = \frac{29-(-11)}{3+1} = \frac{40}{4} = 10$ $\Rightarrow -11, \underbrace{-1}_{+10}, 9, 19, 29$
$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$	S_n برابر با مجموع n جملهٔ ابتدایی دنبالهٔ حسابی است.	$-1, 5, 11, \ldots$ $S_{100} = \frac{100}{2}(-2 + 99 \times 6)$
$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$	فرمول دوم S_n که برابر است با: $S_n = \frac{\text{تعداد}}{2}(\text{جملهٔ اول} + \text{جملهٔ آخر})$	$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از فرمول‌های a_n و S_n حاصل $a_{۴۰}$ و $S_{۴۰}$ را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_۱ + (n-۱)d \Rightarrow a_{۴۰} = a_۱ + ۳۹d$$

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_۱ + (n-۱)d) \Rightarrow S_{۴۰} = ۲۰(۲a_۱ + ۳۹d) = ۲۰(a_۱ + \overbrace{a_۱ + ۳۹d}^{a_{۴۰}}) = ۲۰(a_۱ + a_{۴۰})$$

گام دوم:

$$S_{۴۰} = ۸۰a_{۴۰} \Rightarrow ۲۰(a_۱ + a_{۴۰}) = ۸۰a_{۴۰} \Rightarrow ۲۰a_۱ + ۲۰a_{۴۰} = ۸۰a_{۴۰} \Rightarrow ۲۰a_۱ = ۶۰a_{۴۰} \Rightarrow a_۱ = ۳a_{۴۰}$$

$$\Rightarrow a_۱ = ۳(a_۱ + ۳۹d) \Rightarrow ۲a_۱ + ۱۱۷d = ۰$$

گام سوم: اگر به فرمول S_n دقت کنید، $S_{۱۱۸} = \frac{۱۱۸}{۲}(\overbrace{۲a_۱ + ۱۱۷d}^{\text{صفر}}) = ۰$ می‌شود؛ یعنی مجموع ۱۱۸ جملهٔ اول دنباله صفر می‌شود.

تست و پاسخ ۱۹

اگر $A = \sqrt[۵]{۹\sqrt{۳}}(۱۲)^{-۱/۵}$، مقدار $(۴ + \frac{A^{-۱}}{۲})^{-\frac{۱}{۲}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۶}$ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره از فصل ۳ ریاضی دهم معمولاً یک سؤال در کنکور مطرح می‌شود. این سؤال هم مشابه یکی از سؤال‌های کنکور گذشته است.

خودت حل کنی بهتره

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad (a > ۰)$$

درس نامه توان‌های گویا و قواعد آن

فرض کنید $a > ۰$ باشد. برای دو عدد طبیعی m و n، توان کسری a، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(n \geq ۲) \quad a^{\frac{۱}{n}} = \sqrt[n]{a} \Rightarrow a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

مثلاً $۳^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۳}$، $۵^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt[۳]{۵}$ و $۷^{\frac{۲}{۵}} = \sqrt[۵]{۷^۲}$.

قواعد توان‌های گویا

قواعدی که برای توان‌های صحیح برقرار است، برای توان‌های گویا هم برقرار است؛ مثلاً اگر s و r دو عدد گویا باشند:

۱) $a^r \times a^s = a^{r+s}$، یعنی اگر در ضرب، پایه‌ها مساوی باشند، آن را نوشته و توان‌ها را جمع می‌کنیم.

۲) $a^r \div a^s = a^{r-s}$، یعنی اگر در تقسیم، پایه‌ها مساوی باشند، آن را نوشته و توان‌ها را کم می‌کنیم.

۳) $(a^r)^s = a^{rs}$

۴) $(ab)^r = a^r \times b^r$ (در استفاده از تمام این قواعد، فرض می‌کنیم a و b مثبت باشند.)

نکات ۱) در استفاده از توان‌های گویا، فرض می‌کنیم پایهٔ (a) حتماً مثبت است؛ بنابراین اگر پایه منفی باشد، توان‌های کسری را تعریف نمی‌کنیم. مثلاً $(-۲)^{\frac{۱}{۵}}$ را تعریف نمی‌کنیم.

۲) برای توان‌های منفی گویا داریم:

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{۱}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{۱}{\sqrt[n]{a^m}}$$

۳) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

۴) $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[n]{a} = a^{\frac{۱}{m}} \times a^{\frac{۱}{n}} = a^{\frac{m+n}{mn}} = \sqrt[mn]{a^{m+n}}$

رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا A را ساده می‌کنیم:

$$۹\sqrt{۳}=۳^{۲}\times۳^{\frac{۱}{۲}}=۳^{۲+\frac{۱}{۲}}=۳^{\frac{۵}{۲}}$$

$$\sqrt[۵]{۳^{\frac{۵}{۲}}}=۳^{\frac{۵}{۲}\times\frac{۱}{۵}}=۳^{\frac{۱}{۲}}$$

$$۱۲^{-۱/۵}=(۲^{۲}\times۳)^{-۱/۵}=(۲^{۲})^{-۱/۵}\times۳^{-۱/۵}=۲^{-۳}\times۳^{-۱/۵}$$

$$A=۳^{\frac{۱}{۲}}\times۲^{-۳}\times۳^{-۱/۵}=۳^{-۱}\times۲^{-۳}$$

گام دوم: حاصل $(۴+\frac{A^{-۱}}{۲})^{-\frac{۱}{۲}}$ را به دست می‌آوریم. دقت کنید که $A^{-۱}=(۳^{-۱}\times۲^{-۳})^{-۱}=۳\times۲^{۳}=۲۴$؛ پس:

$$(۴+\frac{۲۴}{۲})^{-\frac{۱}{۲}}=(۴+۱۲)^{-\frac{۱}{۲}}=۱۶^{-\frac{۱}{۲}}=\frac{۱}{۱۶^{\frac{۱}{۲}}}=\frac{۱}{\sqrt{۱۶}}=\frac{۱}{۴}$$

خواستون باشه می‌توانستیم $۳^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۳}$ بنویسیم. حالا داریم: $۱۲^{-۱/۵}=۱۲^{-\frac{۳}{۲}}=\frac{۱}{۱۲\sqrt{۱۲}}=\frac{۱}{۲۴\sqrt{۳}}\Rightarrow A=\sqrt{۳}\times\frac{۱}{۲۴\sqrt{۳}}=\frac{۱}{۲۴}$

تست و پاسخ ۲۰

a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ هندسی با قدرنسبت مثبت و مخالف یک است. اگر S_n مجموع n جملهٔ اول این دنبالهٔ هندسی باشد و $S_۸=۱۷S_۴$، قدرنسبت دنباله کدام است؟

دنباله‌ای که در آن هر جمله در عدد ثابت q (قدرنسبت) ضرب شده و عدد بعدی به دست می‌آید.

مجموع ۸ جملهٔ اول، ۱۷ برابر مجموع ۴ جملهٔ اول است.

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۲}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال ساده ولی در عین حال مهمی است که چندین بار در کنکور آمده است. این‌که رابطهٔ به‌دست‌آمده با اتحاد مزدوج ساده می‌شود قابل توجه است.

خودت حل کنی بهتره $S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$ (مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی)

درس نامه ●● دنبالهٔ هندسی

ویژگی	توضیح فارسی	مثال
دنبالهٔ هندسی	هر جمله در عدد ثابت (قدرنسبت یا q) ضرب شده و جملهٔ بعدی به دست می‌آید.	$۳,\frac{۳}{۲},\frac{۳}{۴},\dots$ (×½، ×½)
$a_n=a_۱q^{n-۱}$	جملهٔ عمومی	$a_n=۳\times(\frac{۱}{۲})^{n-۱}$
$\frac{a_m}{a_n}=q^{m-n}$	—	$\frac{a_{۱۵}}{a_۷}=q^۸$
$\underbrace{a,b,c}_{\text{دنبالهٔ هندسی}}\Rightarrow b^۲=ac$	اگر سه عدد تشکیل دنبالهٔ هندسی بدهند، مربع وسطی برابر ضرب دو جملهٔ کناری است.	—

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ویژگی	توضیح فارسی	مثال
$a,\underbrace{\square,\square,\ldots,\square}_{n\text{ واسطهٔ هندسی}},b$ $q^{n+1}=\frac{b}{a}$	اگر بین دو عدد a,b بخواهیم n واسطهٔ هندسی قرار دهیم، q از این رابطه به دست می‌آید.	$۱۰,\underbrace{\square,\square,\square}_{\text{۳ واسطهٔ هندسی}},۱۰۰۰$ $q^۴=\frac{۱۰۰۰}{۱۰}=۱۰۰ \Rightarrow q=\pm\sqrt[۴]{۱۰۰}=\pm\sqrt{۱۰}$
$S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q}$	مجموع n جملهٔ اول دنباله	$۳,\frac{۳}{۲},\frac{۳}{۴},\ldots \Rightarrow S_{۱۰}=\frac{۳(۱-(\frac{۱}{۲})^{۱۰})}{۱-\frac{۱}{۲}}$
$-۱<q<۱ \Rightarrow S_\infty=\frac{a_۱}{۱-q}$	اگر قدرنسبت بین -۱ و ۱ باشد، مجموع بی‌نهایت جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی، یک عدد حقیقی است.	$۱+\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\cdots=\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۲}}=۲$

پاسخ تشریحی با استفاده از فرمول مجموع n جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی، داریم:

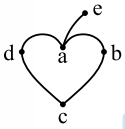
$$S_n=\frac{a_۱(۱-q^n)}{۱-q} \Rightarrow S_۸=۱۷S_۴ \Rightarrow \frac{a_۱(۱-q^۸)}{۱-q}=۱۷\frac{a_۱(۱-q^۴)}{۱-q} \xrightarrow[q\neq ۱]{a_۱\neq ۰} ۱-q^۸=۱۷(۱-q^۴)$$

$$\Rightarrow (۱-q^۴)(۱+q^۴)=۱۷(۱-q^۴) \Rightarrow ۱+q^۴=۱۷ \Rightarrow q^۴=۱۶ \xrightarrow{q>۰} q=۲$$

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

تست و پاسخ ۲۱

کدام مجموعه یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای گراف مقابل نیست؟



مجموعه‌ای که کل رأس‌های دیگر را توسط یال احاطه می‌کند (پوشش می‌دهد).

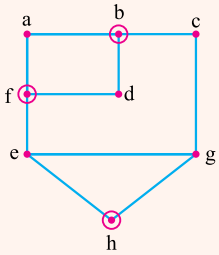
۱) $N_G[e]$
۲) $N_G[d]$
۳) $N_G(b)$
۴) $N_G(a)$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از درس دوم گراف، یک سؤال در کنکور می‌آید که با توجه به حجم آن حتماً باید به آن پاسخ دهید.

خودت حل کنی بهتره به تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر دقت کرده و عضوهای هر گزینه را به دست آورید.

درس نامه مجموعه‌های احاطه‌گر



مجموعهٔ D را یک مجموعهٔ احاطه‌گر گوییم، هرگاه هر رأس گراف عضو D باشد یا به یکی از رأس‌های متصل باشد؛ مثلاً در گراف مقابل مجموعهٔ $\{h,f,b\}$ احاطه‌گر است، چون رأس‌های e,g,h توسط h احاطه می‌شود، رأس‌های e,a,d,f توسط f و رأس‌های a,d,b,c توسط b احاطه می‌شوند؛ پس همهٔ رأس‌ها توسط مجموعهٔ $\{h,f,b\}$ احاطه می‌شوند. دقت کنید مجموعهٔ $\{e,d,c,g\}$ احاطه‌گر نیست، چون رأس a به هیچ‌کدام متصل نبوده و عضو مجموعهٔ احاطه‌گر هم نیست، پس توسط هیچ‌کدام احاطه نمی‌شود.

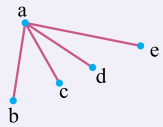
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر فرمول خاصی ندارد، اما با توجه به شکل گراف ممکن است بتوانید از روش‌های شمارش کمک بگیرید.

نکته رأس ایزوله توسط هیچ رأسی به‌جز خودش احاطه نمی‌شود؛ پس حتماً باید عضو مجموعهٔ احاطه‌گر باشد.

نکته اگر گراف رأس درجهٔ $p-1$ داشته باشد، این رأس کل رأس‌ها را احاطه می‌کند؛ مثلاً در گراف مقابل مجموعه‌های $\{a\}$، $\{a,b\}$ و ... همگی احاطه‌گر هستند.

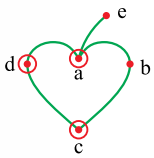


نکته در گراف‌های کامل، هر زیرمجموعهٔ ناتهی از رأس‌ها، احاطه‌گر است؛ پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر گراف کامل K_p برابر است با:

$$\binom{p}{1}+\binom{p}{2}+\cdots+\binom{p}{p}=2^p-1$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** دقت می‌کنیم که $N_G(V)$ شامل رأس‌هایی است که به V متصل هستند، اما $N_G[V]$ علاوه بر همسایه‌های V، خود V را نیز دارد.

گام دوم: $N_G[e]=\{a,e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر نیست، چون رأس c توسط هیچ‌کدام از رأس‌های a,e احاطه نمی‌شود.



گام سوم: $N_G[d]=\{a,c,d\}$ که یک مجموعهٔ احاطه‌گر است.

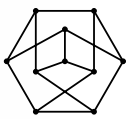
گام چهارم: $N_G(b)=\{a,c\}$ که یک مجموعهٔ احاطه‌گر است.

گام پنجم: $N_G(a)=\{d,b,e\}$ که یک مجموعهٔ احاطه‌گر است.

تست و پاسخ ۲۲

عدد احاطه‌گری گراف زیر کدام است؟

کم‌ترین تعداد عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

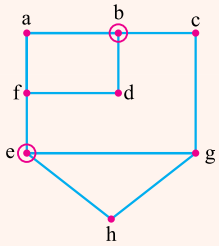
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای به دست آوردن عدد احاطه‌گری خوب است اول کران پایین آن را به دست آورده و بعد سعی کنید با همان تعداد، کل رأس‌های گراف را احاطه کنید.

خودت حل کنی بهتره $\gamma \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$

درس نامه

مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم: مجموعهٔ احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد رأس را در بین همهٔ مجموعه‌های احاطه‌گر دارد، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم می‌گوییم؛ مثلاً در گراف مقابل رأسی وجود ندارد که به همهٔ رأس‌های دیگر متصل باشد، پس مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم حداقل دو عضو دارد، اما مجموعهٔ $\{e,b\}$ کل رأس‌ها را احاطه می‌کند؛ پس این مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.



عدد احاطه‌گری گراف: تعداد عضوهای مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم را عدد احاطه‌گری گراف گفته و با نماد $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم؛ مثلاً در گراف بالا $\gamma(G)=2$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم گراف را یک $\gamma-$ مجموعه می‌گوییم؛ مثلاً در گراف بالا $\{e,b\}$ یک $\gamma-$ مجموعه است.

نکته اگر گراف رأس درجه $p-1$ (رأس فول یا رأسی که به همهٔ رأس‌های دیگر متصل است) داشته باشد $\gamma(G)=1$

نکته $\gamma(K_p)=1$، اما $\gamma(\bar{K}_p)=p$ (عدد احاطه‌گری گراف کامل برابر ۱، ولی عدد احاطه‌گری گراف تهی (بدون یال) یا همان $\bar{K}_p$ برابر p است، چون تمام رأس‌ها باید عضو مجموعهٔ احاطه‌گر باشند.)

قضیهٔ مهم: کران پایین عدد احاطه‌گری: اگر گراف دارای n رأس باشد: $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \le \gamma(G)$

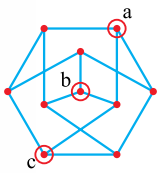
دقت کنید $\gamma(G)$ ممکن است برابر با $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$ یا بزرگ‌تر از آن باشد.

تذکر $\lceil x \rceil$ را سقف عدد x می‌گوییم. اگر x صحیح باشد، $\lceil x \rceil = x$؛ اما اگر x غیرصحیح باشد، آن را به بالا گرد می‌کنیم؛ مثلاً $\lceil 2/7 \rceil = 3$ یا $\left\lceil \frac{7}{4} \right\rceil = 2$ (چون $1 < \frac{7}{4} < 2$)، اما $\lceil 5 \rceil = 5$.

نکته در گراف‌هایی که رأس درجه۱ ندارند بهتر است اول کران پایین عدد احاطه‌گری را به دست آورده و سعی کنیم با همان تعداد، گراف را احاطه کنیم.

پاسخ تشریحی **گام اول:** تعداد رأس‌ها برابر ۱۰تا، ماکزیمم درجه $\Delta = 3$ است؛ پس: $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{10}{4} \right\rceil = 3$

گام دوم: برای احاطه‌کردن کل رأس‌ها نیاز به حداقل ۳ رأس داریم $(\gamma(G) \le 3)$ از طرفی رأس‌های $\{a,b,c\}$ کل رأس‌ها را احاطه می‌کنند؛ پس $\gamma(G)=3$ است.



تست و پاسخ ۲۳

γ

در گراف ۷رأسی با $\Delta = 3$، عدد احاطه‌گری چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

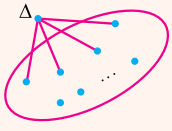
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره درست است که کتاب فقط به کران پایین γ اشاره کرده است، اما کران بالای γ آن نیز به راحتی ثابت می‌شود.

خودت حل کنی بهتره به کران بالا و پایین γ توجه کنید.

درس نامه کران بالای عدد احاطه‌گری در گراف nرأسی



در هر گراف رأس درجه Δ به همراه همهٔ رأس‌های دیگر یک مجموعهٔ احاطه‌گر است. گراف به غیر از رأس (Δ) و Δ همسایهٔ آن (یعنی $\Delta+1$ رأس) تعداد $n-(\Delta+1)$ رأس دیگر دارد؛ پس رأس Δ به همراه $n-(\Delta+1)$ رأس دیگر تعداد $n-\Delta$ رأسی هستند که حتماً گراف توسط آن‌ها احاطه می‌شود؛ پس $\gamma(G) \le n-\Delta$. به یاد داشته باشید که:

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \le \gamma(G) \le n-\Delta$$

Telegram: @konkur_in

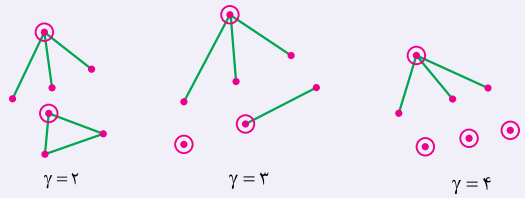
www.konkur.in

پاسخ تشریحی طبق نکتهٔ درس‌نامه:

$$۲=\left\lceil \frac{۷}{۴} \right\rceil=\left\lceil \frac{۷}{۳+۱} \right\rceil \le \gamma(G) \le ۷-۳=۴$$

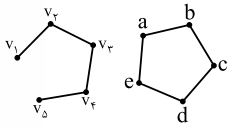
پس γ برابر ۲ یا ۳ یا ۴ می‌تواند باشد؛ یعنی سه مقدار مختلف دارد.

حواستون باشه به گراف‌های ۷رأسی با $\Delta=۳$ دقت کنید که چگونه γ ممکن است برابر ۲، ۳ یا ۴ باشد.



تست و پاسخ ۲۴

گراف G به شکل روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟



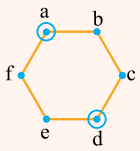
۱) ۱۲
۲) ۸
۳) ۲۰
۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره به دست آوردن تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم فرمول خاصی ندارد. سعی کنید اول عدد احاطه‌گری را پیدا کنید، بعد با استفاده از روش‌های شمارش (اصل ضرب، انتخاب و ...) تعداد چنین مجموعه‌هایی را به دست آورید.

خودت حل کنی بهتره عدد احاطه‌گری هر کدام از قسمت‌ها را پیدا کنید و بعد از اصل ضرب استفاده کنید.

درس نامه **تفاوت عدد احاطه‌گری و تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم (γ ـ مجموعه)**



عدد احاطه‌گری کم‌ترین تعداد رأس برای احاطه‌کردن کل رأس‌هاست، اما تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم، تعداد مجموعه‌هایی با کم‌ترین تعداد رأس است که رأس‌ها را احاطه می‌کند.

مثلاً در گراف $C_۶$ به صورت مقابل عدد احاطه‌گری برابر $\gamma(G)=۲$ است.

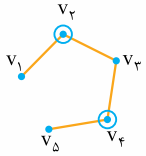
اما مجموعه‌های $\{a,d\}$ و $\{b,e\}$ و $\{c,f\}$ همه احاطه‌گر مینیمم هستند؛ یعنی ۳تا γ ـ مجموعه یا مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم داریم.

نکته برای شمارش تعداد γ ـ مجموعه‌ها فرمول خاصی وجود ندارد، اما سعی کنید اول عدد احاطه‌گری را به دست آورده و بعد ببینید چندتا از چنین مجموعه‌هایی دارید. اگر گراف از چند بخش جدا از هم (مثل این سؤال) تشکیل شده باشد، تعداد γ ـ مجموعه‌های هر قسمت را به دست آورده و آن‌ها را در هم ضرب کنید.

نکته مهم $$\gamma(P_n)=\gamma(C_n)=\left\lceil \frac{n}{۳} \right\rceil$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** در گراف مسیر ۵رأسی $(P_۵)$ به صورت مقابل داریم:

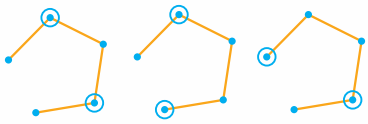
$$\gamma(P_۵)=\left\lceil \frac{۵}{۳} \right\rceil=۲$$



Telegram: @konkur_in

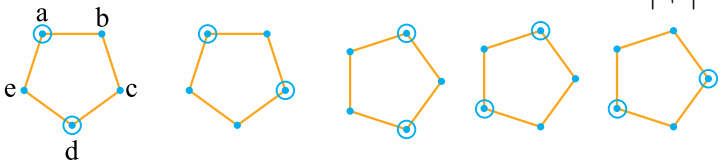
www.konkur.in

گام دوم: باید دید چند مجموعهٔ احاطه‌گر دوعضوی داریم:



پس گراف P_5 دارای ۳ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.

گام سوم: γ در گراف دور سادهٔ ۵رأسی (C_5) به صورت $\gamma(C_5)=\left\lceil\frac{5}{3}\right\rceil=2$ است، اما این گراف ۵تا γـ مجموعه دارد.

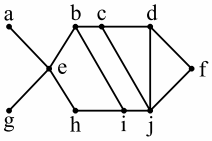


گام چهارم: هر کدام از احاطه‌گرهای P_5 را می‌توانیم به همراه احاطه‌گر گراف C_5 در نظر بگیریم؛ پس طبق اصل ضرب، گراف دارای $3\times5=15$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است.

تست و پاسخ ۲۵

کدام مجموعه یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای گراف G است؟

احاطه‌گری که هیچ رأسی از آن قابل حذف کردن نیست.



۱) $\{a,g,b,c,f\}$

۲) $\{a,g,i,c,f\}$

۳) $\{a,e,c,i,d\}$

۴) $\{e,b,h,j,i\}$

پاسخ: گزینه ۲

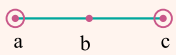
مشاوره به تعریف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و مینیمال دقت کرده و آن‌ها را با هم اشتباه نگیرید.

خودت حل کنی بهتره احاطه‌گر مینیمال مجموعهٔ احاطه‌گری است که با حذف هر رأس، از احاطه‌گربودن می‌افتد.

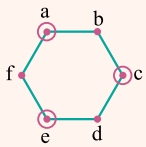
درس نامه مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال

مجموعهٔ احاطه‌گری که هیچ رأس آن قابل حذف‌کردن نباشد (هر رأس که حذف کنیم مجموعه دیگر احاطه‌گر نباشد) را مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال می‌گوییم.

مثلاً در گراف مقابل، مجموعهٔ $\{a,c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است (اگر a را حذف کنیم خودش احاطه نمی‌شود و اگر c را حذف کنیم نیز همین‌طور).



دقت کنید که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم در این گراف $\{b\}$ بوده و $\gamma=1$ است یا در گراف مقابل مجموعهٔ $\{a,c,e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال است با این‌که عدد احاطه‌گری گراف $\gamma=2$ است.



نکته هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم، مینیمال است، ولی عکس آن درست نیست. (مانند دو مثال بالا)

نکته برای بررسی احاطه‌گربودن مینیمال به دو مطلب دقت می‌کنیم:

۱) مجموعه احاطه‌گر باشد.

۲) با حذف هر رأس، مجموعه باید از احاطه‌گربودن خارج شود.

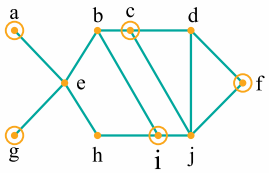
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:

۱) هیچ‌کدام از رأس‌های $\{a,g,b,c,f\}$ به h وصل نیستند؛ پس این مجموعه احاطه‌گر نیست.

۲) با توجه به شکل، واضح است که مجموعه احاطه‌گر است، اما با حذف رأس a خودش احاطه نمی‌شود (شبیه همین g یا i یا c یا f)؛ پس هر رأسی که حذف کنیم مجموعه دیگر احاطه‌گر نیست و این مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.



حواستون باشه در ۳) مجموعه احاطه‌گر است، ولی با حذف رأس a مجموعهٔ به دست آمده هنوز احاطه‌گر است، پس این مجموعه مینیمال نیست.
در ۴) نیز با حذف رأس h مجموعه هنوز احاطه‌گر است.

تست و پاسخ ۲۶

اگر $n\gamma(P_n)=10$ باشد، کدام گراف مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد؟

فقط یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد.

۱) P_n
۲) P_{n+1}
۳) P_{n-1}
۴) P_{n+2}

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره عدد احاطه‌گری گراف‌های خاص مثل گراف‌های P_n و C_n و پترسن خیلی‌خیلی مهم هستند.

خودت حل کنی بهتره $\gamma(P_n)=\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$

درس‌نامه بررسی عدد احاطه‌گری و تعداد γـ مجموعه‌های گراف‌های خاص

گراف	عدد احاطه‌گری	تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم (γـ مجموعه‌ها)
K_p (کامل)	$\gamma(K_p)=1$	p (هر رأس یک γـ مجموعه است.)
$\bar{K}_p$ (تهی)	$\gamma(\bar{K}_p)=p$	۱ (مجموعهٔ کل رأس‌ها)
P_n (مسیر)	$\gamma(P_n)=\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$	اگر n مضرب ۳ باشد، فقط یک γـ مجموعه دارد. در غیر این صورت مستقیم شمارش می‌کنیم.
C_n (دور)	$\gamma(C_n)=\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$	اگر n مضرب ۳ باشد، سه‌تا γـ مجموعه دارد.
پترسن	$\gamma=3$	۱۰ تا γـ مجموعه دارد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** $\gamma(P_n)=\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$، پس $n\times\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil=10$.

گام دوم: n مقسوم‌علیه ۱۰ است؛ پس با جست‌وجو داریم:

$n=2 \Rightarrow 2\times\left\lceil \frac{2}{3} \right\rceil=2\times1=2$

$n=10 \Rightarrow 10\times\left\lceil \frac{10}{3} \right\rceil=10\times4=40$

$n=1 \Rightarrow 1\times\left\lceil \frac{1}{3} \right\rceil=1\times1=1$

$n=5 \Rightarrow 5\times\left\lceil \frac{5}{3} \right\rceil=5\times2=10$ ✓

Telegram: @konkur_in

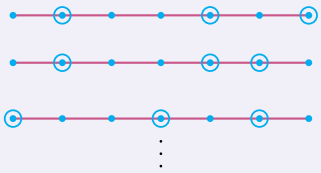
www.konkur.in

گام سوم: اگر $n=۵$ باشد، $P_{n+1}=P_۶$ که طبق درس‌نامه چون تعداد رأس‌ها مضرب ۳ است، فقط یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد.

حواستون باشه سایر گزینه‌ها بیشتر از یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارند.

۱)

۳)

۴)


تست و پاسخ ۲۷

گراف $C_۵$ با رأس‌های $\{a,b,c,d,e\}$ چند مجموعهٔ احاطه‌گر غیرمینیمم دارد؟

دور سادهٔ ۵ رأسی

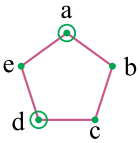
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

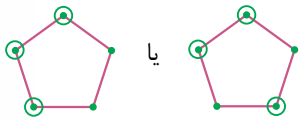
مشاوره درست است که در این چند سال بیشتر از احاطه‌گر مینیمال سؤال آمده است، ولی به احتمال زیاد امسال نوبت احاطه‌گر مینیمم است.

خودت حل کنی بهتره از اصل متمم استفاده کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** عدد احاطه‌گری گراف $C_۵$ برابر ۲ است، پس برای این‌که مجموعه‌ای احاطه‌گر باشد، ولی غیرمینیمم باشد باید حداقل ۳ عضو داشته باشد.



گام دوم: هر زیرمجموعهٔ سه‌عضوی که از رأس‌ها بگیریم احاطه‌گر هست.

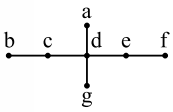

یا ... یا

گام سوم: شبیه بالا هر زیرمجموعهٔ ۴عضوی یا ۵عضوی از رأس‌ها نیز احاطه‌گر هستند؛ پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر غیرمینیمم برابر است با:

$$\binom{۵}{۳}+\binom{۵}{۴}+\binom{۵}{۵}=\frac{۵\times۴}{۲}+۵+۱=۱۶$$

تست و پاسخ ۲۸

گراف روبه‌رو چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟



۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۱۲

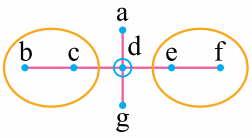
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره سؤال دشواری است. تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال هم فرمول مشخصی ندارد. اول از همه دقت کنید که هر احاطه‌گر مینیمم، مینیمال هست، پس اول آن‌ها را به دست آورید.

خودت حل کنی بهتره احاطه‌گرهای مینیمال را به دو گروه تقسیم کنید: d باشد یا d نباشد.

پاسخ تشریحی مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال را به دو گروه تقسیم می‌کنیم.

۱) مجموعه شامل d باشد:



رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

رأس d رأس‌های g و a را احاطه می‌کند، پس چون مجموعه مینیمال است g و a را نباید انتخاب کنیم. از بین {b,c} یک رأس (به دو حالت) و از بین {e,f} نیز یک رأس (به دو حالت) باید انتخاب کنیم پس ۴ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال شامل d وجود دارد.

{d,b,e},{d,b,f},{d,c,e},{d,c,f}

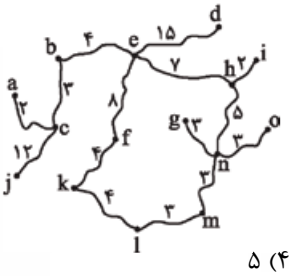
۲) مجموعه شامل d نباشد: برای احاطه‌شدن a,g حتماً باید عضو مجموعهٔ احاطه‌گر باشند؛ همچنین از بین {b,c} نیز یک رأس (به دو حالت) و از بین {e,f} نیز یک رأس (به دو حالت) باید انتخاب کنیم، پس در این حالت نیز ۴ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال به دست می‌آید.

۴ + ۴ = ۸ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال داریم.

حواستون باشه اگر b,c را با هم انتخاب کنیم مجموعه دیگر مینیمال نیست، چون با حذف یکی مشکلی پیش نیامده و مجموعه هنوز احاطه‌گر است.

تست و پاسخ ۲۹

نقشهٔ مقابل نقشهٔ یک منطقه شامل چند روستا و جاده‌های بین آن روستاهاست و مسافت جاده‌های بین روستاها در آن مشخص شده است. قصد داریم چند بیمارستان مجهز در برخی روستاها احداث کنیم به گونه‌ای که فاصلهٔ هر روستا با نزدیک‌ترین بیمارستان به آن روستا از ۱۰ کیلومتر بیشتر نباشد و از طرفی کم‌ترین تعداد ممکن بیمارستان را احداث کنیم. چند بیمارستان باید احداث کنیم؟



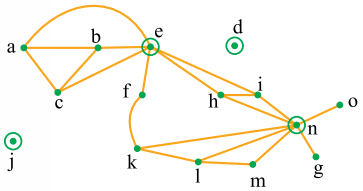
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال ساده‌ای است مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی. کاربرد احاطه‌گرها را در این سؤال می‌بینید.

خودت حل کنی بهتره از رأس‌های کناری شروع کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** به ازای هر روستا یک رأس قرار داده و دو رأس را به هم وصل می‌کنیم. هرگاه فاصلهٔ آن‌ها بیشتر از ۱۰ km نباشد (یعنی کم‌تر یا مساوی ۱۰ باشد)، بخشی از گراف به دست آمده به صورت مقابل است:



گام دوم: کافی است عدد احاطه‌گری گراف را پیدا کنیم. رأس‌های j,d حتماً عضو مجموعهٔ احاطه‌گر باشند، اما با انتخاب e,n کل رأس‌های دیگر احاطه می‌شود؛ پس $\gamma(G)=۴$.

حواستون باشه در رأس‌های d,j حتماً باید بیمارستان احداث کنیم، چون فاصلهٔ نزدیک‌ترین روستا تا آن‌ها بیشتر از ۱۰ km بوده؛ بنابراین هیچ روستای دیگری آن‌ها را پوشش نمی‌دهد. برای حل سؤال نیاز به کشیدن گراف نبود و فقط برای تفهیم بهتر رسم شده است. از بین رأس‌های دیگر حداقل دو رأس باید انتخاب می‌کردیم، چون رأسی نیست که همهٔ رأس‌های دیگر را به غیر از رأس‌های ایزوله j و d احاطه کند.

تست و پاسخ ۳۰

گراف سادهٔ G از مرتبهٔ ۸ و کم‌ترین اندازه، دارای γ ـ مجموعهٔ یک‌عضوی است. با اضافه‌کردن حداقل چند یال به این گراف، دوری به طول ۸ ایجاد می‌شود؟

مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم که یک عضو دارد.

۱) ۵ ۲) ۶
۳) ۷ ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲

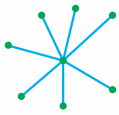
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

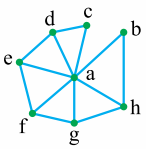
مشاوره سؤال احاطه‌گری حتماً ارزش سرمایه‌گذاری در کنکور دارد. با حل تعداد نسبتاً کمی تست می‌توانید از پس سؤال آن برآیید.

خودت حل کنی بهتره گراف G رأسی دارد که کل رأس‌های دیگر را پوشش می‌دهد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** گراف ۷ ـ مجموعهٔ تک‌عضوی دارد، پس رأسی دارد که به همهٔ رأس‌های دیگر متصل است؛ چون گراف کم‌ترین اندازه را دارد، پس به صورت مقابل است:

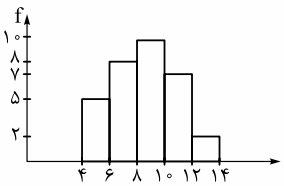


گام دوم: اگر ۶ یال به صورت مقابل اضافه کنیم، گراف دارای دور bacdefghb به طول ۸ می‌شود.



تست و پاسخ ۳۱

اعداد ۷,۱۱,۹ را از داده‌ها با نمودار مستطیلی مقابل حذف می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای، زاویهٔ مربوط به دسته‌ای که کم‌ترین فراوانی را دارد، تقریباً کدام است؟



۱) ۲۳ / ۱
۲) ۲۳ / ۵
۳) ۲۴ / ۸
۴) ۲۸ / ۵

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره از فصل سوم آمار و احتمال، یک یا دو سؤال در کنکور می‌آید. با توجه به حجم نسبتاً کم این فصل ارزش وقت‌گذاشتن دارد.

خودت حل کنی بهتره فراوانی جدید دسته‌ها را پیدا کرده و از فرمول $\theta_i = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ$ استفاده کنید.

درس نامه ●● جدول‌های فراوانی و نمودارها

- فراوانی: تعداد تکرار دادهٔ iام که با نماد f_i نمایش می‌دهیم.
- تعداد کل داده‌ها را با n نمایش می‌دهیم؛ پس $f_۱ + f_۲ + \cdots + f_k = n$ = مجموع فراوانی
- فراوانی نسبی دادهٔ iام $= \bar{f}_i = \frac{f_i}{n}$، مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است.
- درصد فراوانی نسبی دادهٔ iام $= \frac{f_i}{n} \times ۱۰۰$. مجموع درصد فراوانی نسبی برابر ۱۰۰ است.
- در نمودار میله‌ای یا مستطیلی، ارتفاع میله (یا مستطیل‌ها) همان فراوانی یا فراوانی نسبی است.
- زاویهٔ داده یا دستهٔ iام در نمودار دایره‌ای: $\theta_i = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ$ یا $\theta_i = \bar{f}_i \times ۳۶۰^\circ$

پاسخ تشریحی **گام اول:** فراوانی دسته‌ها به صورت زیر است؛ پس تعداد کل داده‌ها برابر $n = ۵ + ۸ + ۱۰ + ۷ + ۲ = ۳۲$ است.

دسته	۴ـ ۶	۶ـ ۸	۸ـ ۱۰	۱۰ـ ۱۲	۱۲ـ ۱۴
فراوانی	۵	۸	۱۰	۷	۲

گام دوم: با حذف داده‌های ۷,۱۱,۹ فراوانی دسته‌ها به صورت زیر می‌شود؛ پس تعداد کل داده‌ها برابر $n = ۳۲ - ۳ = ۲۹$ تا می‌شود.

دسته	۴ـ ۶	۶ـ ۸	۸ـ ۱۰	۱۰ـ ۱۲	۱۲ـ ۱۴
فراوانی	۵	۷	۹	۶	۲

گام سوم: دستهٔ آخر کم‌ترین فراوانی را دارد؛ پس:

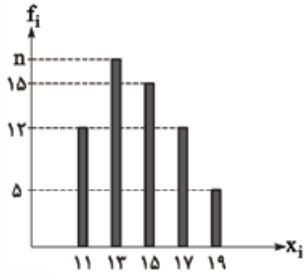
$$\theta = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۲}{۲۹} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۷۲۰}{۲۹} \simeq ۲۴ / ۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۳۲

میانگین داده‌های نمودار میله‌ای روبه‌رو ۱۴/۴ است. فراوانی نسبی میلهٔ وسط کدام است؟



فراوانی نسبی = فراوانی / کل داده‌ها

۱) ۰/۱۶
۲) $\frac{۴}{۱۵}$
۳) ۰/۳۲
۴) ۰/۲۵

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤال خوبی است مشابه یکی از سؤال‌های کنکور. سؤال این فصل ممکن است از نظر محاسبات طولانی باشد که در این صورت بهتر است آن را در انتهای سؤالات بررسی کنید.

خودت حل کنی بهتره از فرمول میانگین وزنی استفاده کنید.

درس‌نامه ●● میانگین داده‌ها

داده‌ها	میانگین	توضیح فارسی
$x_۱, x_۲, \dots, x_n$	$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \cdots + x_n}{n}$	میانگین = $\frac{\text{جمع داده‌ها}}{\text{تعداد}}$
$x_۱ \xrightarrow{+d} x_۲ \xrightarrow{+d} x_۳, \dots, x_n$	$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_n}{۲}$	میانگین تعدادی عدد که تشکیل دنبالهٔ حسابی می‌دهند، همان میانگین اولی و آخری می‌شود.
داده‌ها: $x_۱ \quad x_۲ \quad \cdots \quad x_n$ وزن: $W_۱ \quad W_۲ \quad \cdots \quad W_n$	$\bar{x}_W = \frac{W_۱x_۱ + W_۲x_۲ + \cdots + W_nx_n}{W_۱ + \cdots + W_n}$	میانگین وزن‌دار (موزون). دقت کنید وزن داده‌ها ممکن است فراوانی، فراوانی نسبی، ضریب نمره و ... باشد.
تعدادی عدد بزرگ $x_۱, x_۲, \dots, x_n$	$\bar{x} = \frac{(x_۱ - A) + \cdots + (x_n - A)}{n} + A$	از تمام داده‌ها A واحد کم می‌کنیم (عدد A دلخواه است). میانگین اعداد جدید را حساب می‌کنیم و عدد A را اضافه می‌کنیم تا میانگین اعداد اولیه به دست آید.

نکته به عدد $x_i - \bar{x}$ انحراف از میانگین داده x_i می‌گوییم. مجموع انحراف از میانگین‌ها برابر صفر است؛ یعنی $\Sigma(x_i - \bar{x}) = ۰$.

نکته اگر همهٔ داده‌ها را در a ضرب کنیم، میانگین هم a برابر می‌شود.

نکته اگر همهٔ داده‌ها را با b جمع کنیم، میانگین هم با b جمع می‌شود. به زبان دیگر اگر اعمال جمع یا ضرب روی همهٔ داده‌ها صورت گیرد، همان عمل روی میانگین نیز صورت می‌گیرد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** داده‌ها به صورت مقابل هستند:

x_i	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹
f_i	۱۲	n	۱۵	۱۲	۵

گام دوم: داده‌ها دارای فراوانی (وزن) هستند؛ پس باید میانگین موزون آن‌ها را به دست آوریم. داده‌ها بزرگ هستند؛ پس طبق درس‌نامه عدد $A = ۱۵$ را از همهٔ داده‌ها کم می‌کنیم. دقت کنید که فراوانی‌ها تغییری نمی‌کنند.

x_i	-۴	-۲	۰	۲	۴
	~~۱۱~~	~~۱۳~~	~~۱۵~~	~~۱۷~~	~~۱۹~~
f_i	۱۲	n	۱۵	۱۲	۵

گام سوم:

$$\bar{x}_W = \frac{(-۴\times۱۲) + (-۲\times n) + ۰\times۱۵ + ۲\times۱۲ + ۴\times۵}{۱۲ + n + ۱۵ + ۱۲ + ۵} + ۱۵ = ۱۴/۴$$

$$\Rightarrow \bar{x}_W = \frac{\overbrace{-۴ - ۲n}^{-(۴+۲n)}}{۴۴ + n} = -\frac{۶}{۱۰} \Rightarrow ۴۰ + ۲۰n = ۲۶۴ + ۶n \Rightarrow ۱۴n = ۲۲۴ \Rightarrow n = ۱۶$$

گام چهارم:

$$\bar{f}_۳ = \frac{f_۳}{n} = \frac{۱۵}{۱۲ + ۱۶ + ۱۵ + ۱۲ + ۵} = \frac{۱۵}{۶۰} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۳۳

در داده‌های ۳۰,۲۳,۲۰,۱۷,۱۵,۱۴,۱۲,۱۱,۱۰,۹,۹,۹,۸,۷,۵,۱، چارک سوم داده‌های درون جعبه در نمودار جعبه‌ای کدام است؟ ($Q_۳$)

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۳ ۳) ۱۴ ۴) ۹

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مشابه این سؤال بارها و بارها در کنکور آمده است. رسم نمودار جعبه‌ای و پرسشی که معمولاً از داده‌های درون جعبه (میانگین، واریانس و ...) مطرح می‌شود.

خودت حل کنی بهتره نمودار جعبه‌ای را با به دست آوردن max، $Q_۳$، $Q_۲$، $Q_۱$ و min رسم کنید.

درس‌نامه ● میانه، چارک‌ها و نمودار جعبه‌ای

میانه: عددی که بعد از مرتب‌کردن داده‌ها در وسط قرار می‌گیرد. فرض کنید n داده داریم. دو حالت ممکن است پیش آید:

۱) n فرد باشد: در این‌جا فقط یک عدد در وسط قرار می‌گیرد که همان میانه است. شمارهٔ این داده (نه خودش) $\frac{n+۱}{۲}$ امی می‌شود؛ مثلاً می‌خواهیم میانهٔ اعداد ۲,۱,۱,۷,۳ را به دست آوریم. اول با مرتب‌سازی به ۱,۱,۲,۳,۷ می‌رسیم. ۵تا عدد داریم. شمارهٔ $\frac{۵+۱}{۲}=۳$، یعنی سومی که عدد ۲ باشد، برابر میانه است.

۲) n زوج باشد: در این‌جا دو عدد در وسط قرار می‌گیرند. این دو عدد شماره‌های $\frac{n}{۲}$ و $\frac{n}{۲}+۱$ خواهند بود؛ مثلاً اگر ده‌تا عدد داشته باشیم، پنجمی و ششمی در وسط می‌افتند. معدل این دو عدد را میانه در نظر می‌گیریم؛ مثلاً میانهٔ اعداد ۱,۱,۲,۵,۷,۱۰ معدل داده‌های سوم و چهارم یعنی $\frac{۲+۵}{۲}=۳/۵$ می‌شود.

چارک اول و سوم: میانهٔ داده‌های قبل از میانه را چارک اول و میانهٔ داده‌های بعد از میانه را چارک سوم می‌گوییم. چارک اول و سوم را به ترتیب با $Q_۱$ و $Q_۳$ نمایش می‌دهیم. چارک دوم همان میانه است؛ پس میانه را با $Q_۲$ نمایش می‌دهیم؛ مثلاً برای محاسبهٔ چارک‌های داده‌های زیر داریم:

۱, ۲,۳ , ۴, ۴ , ۵, ۶,۷ , ۹

داده‌های قبل از میانه — داده‌های بعد از میانه

$Q_۱=۲/۵$ ، $Q_۲$ ، $Q_۳=۶/۵$

نکته برای محاسبهٔ چارک اول و سوم میانه را کنار بگذارید و فقط داده‌های قبل و بعد را بگیرید.

نمودار جعبه‌ای: برای رسم این نمودار اول، ۵ چیز را مشخص می‌کنیم:

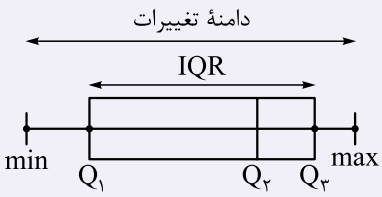
۱) بزرگ‌ترین داده یا max داده‌ها

۲) کوچک‌ترین داده یا min داده‌ها

۳) میانه ($Q_۲$)

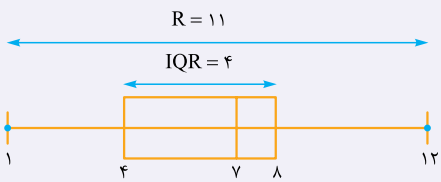
۴) چارک اول ($Q_۱$)

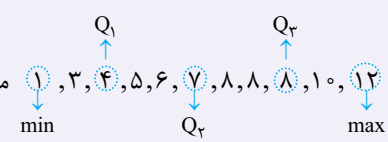
۵) چارک سوم ($Q_۳$)



این اعداد را روی یک محور مشخص می‌کنیم و از $Q_۱$ تا $Q_۳$ یک جعبه رسم می‌کنیم؛

مثلاً نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱, ۳,۴ , ۵,۶, ۷, ۸,۸,۸ , ۱۰, ۱۲ می‌شود:





توجه کنید که داده‌های ۴,۵,۶,۷,۸,۸,۸ داخل یا روی جعبه و بقیه بیرون جعبه قرار می‌گیرند. داده‌های ۵,۶,۷,۸,۸ درون جعبه قرار می‌گیرند.

دامنهٔ تغییرات: به اختلاف بزرگ‌ترین داده از کوچک‌ترین داده، دامنهٔ تغییرات گفته و آن را با R نمایش می‌دهیم؛ پس: $R=\max-\min$

دامنهٔ میان‌چارکی: به اختلاف $Q_۳$ از $Q_۱$ دامنهٔ میان‌چارکی گفته و آن را با IQR نمایش می‌دهیم؛ پس: $IQR=Q_۳-Q_۱$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته اگر دادهٔ دورافتاده در هر طرف وجود داشته باشد، دنبالهٔ آن طرف بلندتر می‌شود.

نکته تقریباً ۲۵٪ داده‌ها در دنبالهٔ سمت چپ، تقریباً ۵۰٪ داخل یا روی جعبه و تقریباً ۲۵٪ داده‌ها در دنبالهٔ سمت راست جعبه قرار می‌گیرند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** داده‌ها مرتب هستند. ۱۶ عدد داریم، پس میانگین داده‌های شمارهٔ هشتم و نهم، میانه می‌شود.

۱,۵,۷,۸,۹,۹,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۴,۱۵,۱۷,۲۰,۲۳,۳۰

$Q_2 = ۱۰/۵$

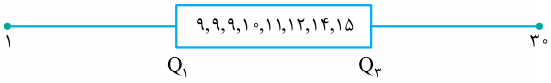
گام دوم: داده‌های قبل از میانه ۱,۵,۷,۸,۹,۹,۹,۱۰ هستند که میانهٔ آن‌ها برابر ۸/۵ می‌شود؛ یعنی چارک اول ۸/۵ است.

$Q_1 = ۸/۵$

گام سوم: داده‌های بعد از میانه ۱۱,۱۲,۱۴,۱۵,۱۷,۲۰,۲۳,۳۰ هستند که میانهٔ آن‌ها برابر ۱۶ می‌شود؛ پس چارک سوم ۱۶ است.

$Q_3 = ۱۶$

گام چهارم: نمودار جعبه‌ای به صورت روبه‌رو رسم می‌شود:



گام پنجم: چارک سوم داده‌های درون جعبه را به دست می‌آوریم:

۹,۹,۹,۱۰,۱۱,۱۲,۱۴,۱۵

$Q_2 = ۱۰/۵$ $Q_3 = ۱۳$

تست و پاسخ ۳۴

در ۹ دادهٔ آماری با میانگین ۱۰، ضریب تغییرات ۱۲/۰ است. به دو برابر تمام داده‌ها عدد ۵ را اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات چه مقدار تغییر می‌کند؟

$|CV_{\text{جدید}} - CV_{\text{اولیه}}|$

۱) صفر
۲) ۰/۸۴
۳) ۰/۰۹۶
۴) ۰/۰۲۴

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره مباحث واریانس و ضریب تغییرات از بقیهٔ مطالب فصل سوم آمار مهم‌تر هستند و سؤال کنکور معمولاً از آن‌ها مطرح می‌شود.

خودت حل کنی بهتره با تغییرات گفته‌شده روی داده‌ها چه اتفاقاتی روی σ و $\bar{x}$ می‌افتد.

درس‌نامه •• شاخص‌های پراکندگی

شاخص	فرمول	توضیح فارسی
انحراف معیار	$\sigma = \sqrt{\Sigma \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}}$	جذر واریانس است.
واریانس	$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \cdots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$	هر داده را منهای میانگین کرده و به توان ۲ می‌رسانیم، با هم جمع کرده و تقسیم بر تعداد می‌کنیم. به زبان دیگر واریانس برابر میانگین مربع انحراف از میانگین‌هاست.
ضریب تغییرات	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$	$\frac{\text{انحراف معیار}}{\text{میانگین}}$
واریانس ۵ عدد متوالی	۲	—
واریانس n عدد حسابی با قدرنسبت d	$\sigma^2 = (\frac{n^2 - ۱}{۱۲})d^2$	اگر اعداد تشکیل دنبالهٔ حسابی بدهند، این فرمول راحت‌تر از تعریف واریانس است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه اثر تغییرات عددی شاخص‌های پراکندگی

۱) اگر داده‌ها را در a ضرب کنیم، انحراف معیار در $|a|$ و واریانس در a^2 ضرب می‌شود.

۲) اگر داده‌ها را با b جمع کنیم، انحراف معیار و واریانس تغییری نمی‌کنند (جمع با عدد ثابت بی‌تأثیر است).

۳) اگر داده‌ها را در عدد مثبت a ضرب کنیم، انحراف معیار و میانگین هر دو در a ضرب شده؛ پس CV تغییری نمی‌کند، اما اگر داده‌ها را با عدد b جمع کنیم، در فرمول CV صورت (انحراف معیار) تغییری نمی‌کند، ولی مخرج (میانگین) با b جمع می‌شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** $CV_{\text{اولیه}} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ است، پس $CV_{\text{اولیه}} = \frac{\sigma}{۱۰}$ و داریم: $\frac{\sigma}{۱۰} = \frac{۱۲}{۱۰۰}$ و $\sigma = ۱/۲$.

گام دوم: داده‌ها را دو برابر کرده و با ۵ جمع می‌کنیم، پس انحراف معیار دو برابر، ولی میانگین دو برابر شده و با ۵ جمع می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{۲\times ۱/۲}{۲\times ۱۰ + ۵} = \frac{۲/۴}{۲۵} = \frac{۹/۶}{۱۰۰} = ۰/۰۹۶$$

$$|۰/۰۹۶ - ۰/۱۲| = ۰/۰۲۴$$

تست و پاسخ ۳۵

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) بخشی از نمونه که برای مطالعه انتخاب می‌شود را جامعه می‌گوییم.

ب) به متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند متغیرهای کمّی می‌گوییم.

پ) در بین متغیرهای اقوام ایرانی، قد افراد، شاخص تودهٔ بدنی دقیقاً یک متغیر کیفی اسمی وجود دارد.

۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بخش آمار در فصل هفتم ریاضی دهم مطالب آن‌چنانی ندارد، حتماً درس‌نامه را مطالعه کنید چون تمام مطالبی که نیاز دارید جمع‌بندی شده است.

درس‌نامه تعریف‌های مقدماتی آمار

جامعه یا جمعیت: مجموعهٔ تمام افراد یا اشیایی که دربارهٔ یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت گیرد، جامعه یا جمعیت نامیده می‌شود و هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می‌نامند.

اندازه یا حجم جامعه: تعداد اعضای جامعه را اندازهٔ جامعه یا حجم جامعه گویند؛ به عنوان مثال، دانش‌آموزان یک مدرسه می‌توانند یک جامعه باشند و هر یک از دانش‌آموزان مدرسه عضو این جامعه هستند.

نمونه: بخشی از جامعه را که برای مطالعه انتخاب شود، نمونه گویند و هر یک از افراد یا اشیای انتخاب‌شده را عضو نمونه گویند.

اندازه یا حجم نمونه: تعداد اعضای نمونه را اندازهٔ نمونه یا حجم نمونه گویند؛ به عنوان مثال دانش‌آموزان یک کلاس به عنوان یک نمونه از دانش‌آموزان مدرسه هستند و هر یک از دانش‌آموزان کلاس عضو نمونه محسوب می‌شوند.

متغیر و انواع آن

تعریف متغیر و مقدار متغیر

متغیر، ویژگی‌ای از اعضای یک جامعه است که بررسی و مطالعه می‌شود و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند. عددی را که به ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود، مقدار متغیر می‌گویند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

متغیرها به دو نوع کمّی و کیفی تقسیم می‌شوند:

- متغیر
  - کمّی
    - پیوسته: اگر دو متغیر a و b را بگیرد، هر مقدار بین آن‌ها را نیز می‌تواند اختیار کند؛ مثل وزن و قد.
    - گسسته: متغیری که پیوسته نباشد؛ مثل تعداد فرزندان و نمره‌های پایان ترم.
  - کیفی
    - ترتیبی: نوعی ترتیب طبیعی در آن وجود دارد؛ مثل سطح تحصیلات و کیفیت (درجه۱، درجه۲ و ...)
    - اسمی: ترتیبی نیست؛ مثل گروه خونی و جنسیت (زن و مرد).

متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری (معمولاً با یک وسیلهٔ خاص) بوده و مقادیر عددی به خود می‌گیرند. برای این‌ها عملیات ریاضی (جمع، تفریق و ...) قابل انجام است؛ مثل قد، وزن، دما و تعداد.

متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند. صرفاً برای دسته‌بندی افراد یا اشیا در گروه‌ها به کار می‌روند و لزوماً مقدار عددی نمی‌گیرند؛ مثل کیفیت، جنسیت، گروه خونی و اقوام.

پاسخ تشریحی الف) نادرست است؛ نمونه بخشی از جامعه است، نه برعکس. ب) درست است؛ کمّی یعنی عددی. پ) اقوام ایرانی (کیفی اسمی)، قد افراد (کمّی پیوسته) و شاخص تودهٔ بدنی (کمّی پیوسته) است؛ پس درست است. دقت کنید که شاخص تودهٔ بدنی هر فرد برابر $\frac{\text{وزن}}{\text{مربع قد}}$ تعریف می‌شود. پس دوتا از عبارت‌های داده‌شده، درست است.

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۳۳ تا ۶۰

تست و پاسخ ۳۶

در سهمی به معادلهٔ $4y=(x+1)^2$ فاصلهٔ کانون از خط هادی کدام است؟

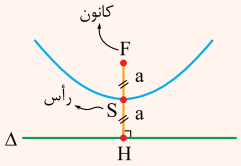
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۰/۵ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سه فاصلهٔ مهم در سهمی وجود دارد: ۱) فاصلهٔ کانون تا رأس ۲) فاصلهٔ کانون تا خط هادی ۳) فاصلهٔ رأس تا خط هادی؛ که باید نحوهٔ محاسبهٔ آن‌ها را از روی معادلهٔ استاندارد و گستردهٔ سهمی بلد باشید.

خودت حل کنی بهتره همه‌چیز به ضریب y در معادلهٔ استاندارد ربط دارد!

درس‌نامه ۱) تعریف سهمی می‌گوید: هر نقطهٔ واقع بر سهمی، از کانون و خط هادی به یک فاصله است؛ پس رأس سهمی که نقطه‌ای واقع بر سهمی است از کانون و خط هادی به یک فاصله است، این فاصله را برابر با a در نظر می‌گیریم و به آن پارامتر سهمی می‌گوییم؛ بنابراین فاصلهٔ کانون تا خط هادی می‌شود $2a$.



$$FS=SH=a$$

۲) با معلوم‌بودن پارامتر a و با فرض این‌که مختصات رأس سهمی به صورت $S(\alpha,\beta)$ باشد، بسته به این‌که سهمی افقی یا قائم است و دهانهٔ آن به چه سمتی باز می‌شود، معادلهٔ استاندارد آن به دست می‌آید:

نوع سهمی	دهانه	شکل	معادله
افقی	به سمت راست		$(y-\beta)^2=4a(x-\alpha)$
	به سمت چپ		$(y-\beta)^2=-4a(x-\alpha)$
قائم	به بالا		$4a(y-\beta)=(x-\alpha)^2$
	به پایین		$-4a(y-\beta)=(x-\alpha)^2$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی خوشبختانه معادله به صورت استاندارد به ما داده شده و نیازی به استانداردکردن نداریم، فقط اگر $4y=(x+1)^2$ را با یک تغییر جزئی به صورت $4\times 1(y-0)=(x+1)^2$ بنویسیم، از مقایسه با حالت سوم در جدول درس‌نامه داریم $a=1$، پس:

$$FH=2a=2(1)=2$$

تست و پاسخ ۳۷

کانون سهمی به معادلهٔ $x^2+6y=ax+3$ بر محور xها واقع است. فاصلهٔ مبدأ مختصات از محور تقارن این سهمی کدام است؟

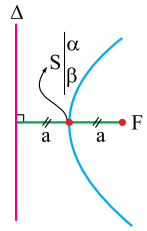
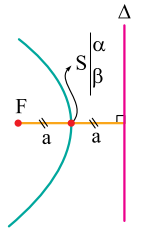
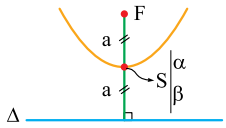
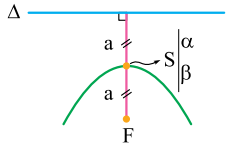
۱) $\sqrt{6}$ ۲) $2\sqrt{6}$ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره رایج‌ترین تیپ سؤالات سهمی در کنکور شبیه این سؤال است، یعنی معادلهٔ گستردهٔ سهمی را به شما می‌دهند و اطلاعاتی در مورد آن از شما می‌خواهند که در اکثریت قریب به اتفاق سؤال‌ها، باید برای حل، معادلهٔ گسترده را به معادلهٔ استاندارد تبدیل کنید.

خودت حل کنی بهتره معادلهٔ گسترده را به استاندارد تبدیل کنید.

درس‌نامه ۱) در درس‌نامهٔ سؤال قبل، نحوهٔ نوشتن معادلهٔ سهمی با معلوم‌بودن پارامتر a (یعنی فاصلهٔ کانون تا رأس یا همان فاصلهٔ رأس تا خط هادی) و مختصات رأس گفته شد. حالا در این‌جا می‌خواهیم مختصات کانون و معادلهٔ خط هادی را در هر حالت به دست آوریم:

سهمی افقی با دهانهٔ به سمت راست		از رأس: $F\begin{vmatrix}\alpha+a\\ \beta\end{vmatrix}$ (a تا به راست می‌رویم)، $\Delta: x=\alpha-a$ (a تا به چپ می‌رویم)
سهمی افقی با دهانهٔ به سمت چپ		از رأس: $F\begin{vmatrix}\alpha-a\\ \beta\end{vmatrix}$ (a تا به چپ می‌رویم)، $\Delta: x=\alpha+a$ (a تا به راست می‌رویم)
سهمی قائم با دهانهٔ به سمت بالا		از رأس: $F\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta+a\end{vmatrix}$ (a تا به بالا می‌رویم)، $\Delta: y=\beta-a$ (a تا به پایین می‌رویم)
سهمی قائم با دهانهٔ به سمت پایین		از رأس: $F\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta-a\end{vmatrix}$ (a تا به پایین می‌رویم)، $\Delta: y=\beta+a$ (a تا به بالا می‌رویم)

پس برای پیداکردن مختصات F و معادلهٔ Δ باید معادلهٔ گسترده را به استاندارد تبدیل کنیم تا α، β و a به دست آیند، سپس بسته به این‌که کدام‌یک از حالت‌های بالا را داریم، F و Δ معلوم می‌شوند.

۲) معادلهٔ محور تقارن در سهمی‌های افقی به صورت $y=\beta$ و در سهمی‌های قائم به صورت $x=\alpha$ است.

۳) برای تبدیل معادلهٔ گسترده به معادلهٔ استاندارد، از اتحادهای

$$\begin{cases} x^2\pm ax=(x\pm\frac{a}{2})^2-(\frac{a}{2})^2 \\ y^2\pm by=(y\pm\frac{b}{2})^2-(\frac{b}{2})^2 \end{cases}$$

معادله، یک مربع کامل ایجاد می‌کنیم. استفاده می‌کنیم و در یک سمت

Telegram: @konkur_in

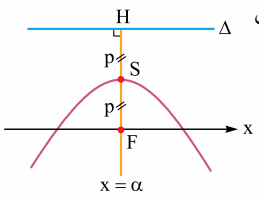
www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول (تبدیل معادلهٔ گسترده به معادلهٔ استاندارد)**: تمام عبارت‌های شامل x را به سمت چپ معادله برده و مربع کامل ایجاد می‌کنیم:

$$x^۲+۶y=ax+۳ \Rightarrow x^۲-ax=-۶y+۳ \Rightarrow (x-\frac{a}{۲})^۲-(\frac{a}{۲})^۲=-۶y+۳ \Rightarrow (x-\frac{a}{۲})^۲=-۶y+۳+\frac{a^۲}{۴}$$

$$\Rightarrow (x-\frac{a}{۲})^۲=-۶(y-\frac{۱}{۲}-\frac{a^۲}{۲۴}) \Rightarrow (x-\frac{a}{۲})^۲=-۶(y-\frac{۱}{۲}-\frac{a^۲}{۲۴})$$

گام دوم (به دست آوردن مختصات کانون): با توجه به معادلهٔ استاندارد سهمی، یک سهمی قائم با دهانهٔ رو به پایین داریم. از آن‌جا که کانون آن روی محور xهاست، نمودار آن به صورت شکلِ رسم‌شده است؛ در این سهمی داریم:



$$۴p=۶ \Rightarrow p=\frac{۳}{۲}, \begin{cases}\alpha=\frac{a}{۲}\\ \beta=\frac{۱}{۲}+\frac{a^۲}{۲۴}\end{cases}$$

(دقت کنید که پارامتر سهمی، یعنی همان فاصلهٔ $FS=SH$ را با p نمایش دادیم تا با متغیر a در صورت سؤال اشتباه نشود.)

از طرفی داریم:

$$F\begin{vmatrix}\alpha\\ \beta-P\end{vmatrix} \Rightarrow F\begin{vmatrix}\frac{a}{۲}\\ \frac{۱}{۲}+\frac{a^۲}{۲۴}-\frac{۳}{۲}=\frac{a^۲}{۲۴}-۱\end{vmatrix}$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): نقطهٔ F روی محور xها واقع است؛ پس $y_F=۰$، یعنی:

$$\frac{a^۲}{۲۴}-۱=۰ \Rightarrow a^۲=۲۴ \Rightarrow a=\pm ۲\sqrt{۶}$$

اگر $a=\pm ۲\sqrt{۶}$ آن‌گاه $\alpha=\pm\sqrt{۶}$، یعنی معادلهٔ محور تقارن سهمی به صورت $x=\pm\sqrt{۶}$ که فاصلهٔ آن از مبدأ مختصات $\sqrt{۶}$ است.

تست و پاسخ ۳۸

محور تقارن یک سهمی با یکی از محورهای مختصات موازی و رأس آن روی نیمساز ناحیهٔ اول واقع است. اگر نمودار این سهمی محور yها را با عرض‌های ۲ و ۴ قطع کند، محور xها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -۲۴ ۲) -۱۸ ۳) -۱۲ ۴) -۶

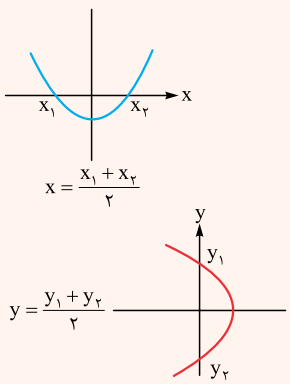
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در مشاورهٔ سؤال قبل گفتیم که سؤال‌هایی مشابه آن، رایج‌ترین سبک سؤالات سهمی در کنکور هستند. بعد از آن سؤال‌ها، سؤال‌هایی شبیه این سؤال که اطلاعاتی از سهمی به شما می‌دهد و شما باید بتوانید معادلهٔ سهمی را با استفاده از آن‌ها بنویسید، بیشترین اهمیت و تکرار را در کنکور دارند.

خودت حل کنی بهتره ابتدا باید نوع سهمی و سمت دهانهٔ آن را تشخیص دهید. رسم شکل فرضی را فراموش نکنید.

درس‌نامه از درس حسابان می‌دانید اگر یک سهمی قائم، محور xها را در دو نقطه با طول‌های $x_۱$ و $x_۲$ قطع کند، معادلهٔ محور تقارن آن به صورت $x=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$ است و طبیعتاً طول رأس سهمی (که نقطه‌ای واقع بر محور تقارن است) هم می‌شود $\alpha=\frac{x_۱+x_۲}{۲}$.

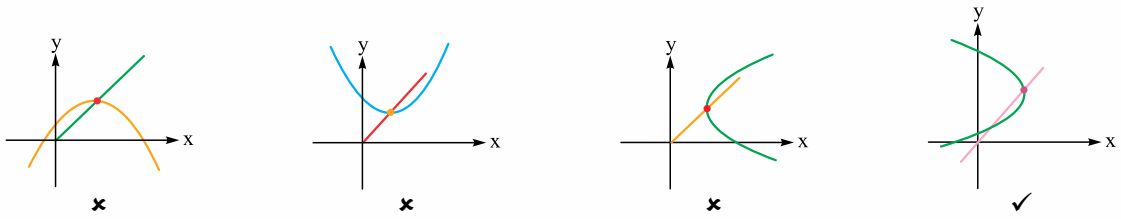
مشابه همین مطلب را در مورد سهمی‌های افقی هم می‌توان گفت؛ به این صورت که اگر یک سهمی افقی محور yها را در دو نقطه با عرض‌های $y_۱$ و $y_۲$ قطع کند، معادلهٔ محور تقارن آن به صورت $y=\frac{y_۱+y_۲}{۲}$ است؛ بنابراین عرض رأس سهمی می‌شود $\beta=\frac{y_۱+y_۲}{۲}$.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول (تشخیص نوع سهمی):**



شکل‌های بالا را ببینید. اگر رأس یک سهمی روی نیمساز ناحیهٔ اول واقع باشد، تنها در یک حالت می‌تواند محور yها را در دو نقطه قطع کند و آن حالتی است که این سهمی افقی باشد و دهانهٔ آن به سمت چپ باز شود.

گام دوم (نوشتن معادلهٔ سهمی): در درس‌نامه گفتیم که عرض رأس سهمی برابر با میانگین عرض نقاط تقاطع آن با محور yهاست، یعنی $\beta = \frac{۲+۴}{۲} = ۳$. از طرفی رأس سهمی روی نیمساز ناحیهٔ اول قرار دارد که معادلهٔ آن به صورت $y = x$ است، پس طول رأس سهمی هم با عرض آن برابر است، یعنی $\alpha = ۳$ و معادلهٔ سهمی به صورت $(y-۳)^۲ = -۴a(x-۳)$ است. پیداکردن a هم بسیار راحت است. طبق فرض سؤال، سهمی از نقطهٔ $(۰,۴)$ می‌گذرد (چون محور yها را با عرض ۴ قطع کرده است)؛ پس مختصات $(۰,۴)$ در معادلهٔ سهمی صدق می‌کند:

$$(۴-۳)^۲ = -۴a(۰-۳) \Rightarrow ۱۲a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۱۲}$$

پس معادلهٔ سهمی به صورت $(y-۳)^۲ = \frac{-۱}{۳}(x-۳)$ است.

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

با قراردادن $y = ۰$ در معادلهٔ سهمی، طول نقطهٔ تقاطع آن با محور xها به دست می‌آید:

$$(y-۳)^۲ = \frac{-۱}{۳}(x-۳) \xrightarrow{y=۰} (۰-۳)^۲ = \frac{-۱}{۳}(x-۳) \Rightarrow ۹ = \frac{-۱}{۳}(x-۳) \Rightarrow -۲۷ = x-۳ \Rightarrow x = -۲۴$$

تست و پاسخ ۳۹

یک آینهٔ سهموی به معادلهٔ $۴y^۲ = x$ مفروض است. بازتاب پرتو نوری که با معادلهٔ $y = \frac{-۱}{۱۶}$ به این آینه می‌تابد، از نقطهٔ $(\frac{۱}{\alpha}, \frac{۱}{۱۲})$ می‌گذرد. α کدام است؟

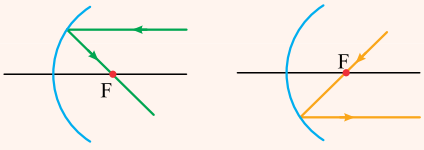
۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره **ویژگی بازتابندگی آینه‌های سهموی قبلاً در کتاب‌های هندسهٔ رشتهٔ ریاضی نبود و در کنکورهای رشتهٔ ریاضی نیامده بود، ولی در کتاب هندسهٔ ۳ نظام جدید به آن پرداخته شده است و می‌تواند کاندید خوبی به عنوان سؤال کنکور باشد.**

خودت حل کنی بهتره یک پرتو نور که موازی محور تقارن سهمی است؛ بازتاب آن از کجا می‌گذرد؟

درس‌نامه اگر پرتو نوری به موازات محور تقارن یک سهمی به آن بتابد، بازتاب آن از کانون می‌گذرد و برعکس، یعنی اگر پرتویی که از کانون یک سهمی می‌گذرد بر آن بتابد، بازتاب آن موازی با محور تقارن است.



پاسخ تشریحی **گام اول (پیداکردن کانون سهمی):** معادلهٔ سهمی به صورت $۴y^۲ = x$ است؛ پس داریم:

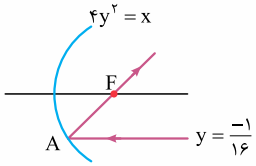
$$(y-۰)^۲ = ۴(\frac{۱}{۱۶})(x-۰) \xrightarrow[\text{دهانه به راست}]{\text{سهمی افقی}} \begin{cases} \alpha = ۰ \ , \ \beta = ۰ \\ a = \frac{۱}{۱۶} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{کانون: } F(\alpha+a, \beta) = (\frac{۱}{۱۶}, ۰) \\ \text{محور تقارن: } y = \beta \Rightarrow y = ۰ \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم (پیداکردن معادلهٔ بازتاب):

مطابق شکل، بازتاب این پرتو از دو نقطهٔ A و F می‌گذرد. مختصات $F(\frac{۱}{۱۶},۰)$ معلوم است، A هم نقطهٔ برخورد خط $y=\frac{-۱}{۱۶}$ با سهمی $۴y^۲=x$ است:



$$\begin{cases}۴y^۲=x\\ y=\frac{-۱}{۱۶}\end{cases}\Rightarrow ۴(\frac{-۱}{۱۶})^۲=x\Rightarrow x=\frac{۴}{۲۵۶}=\frac{۱}{۶۴}\Rightarrow A(\frac{۱}{۶۴},\frac{-۱}{۱۶})$$

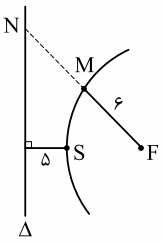
حالا با معلوم‌بودن مختصات A و F، می‌توان معادلهٔ خط گذرنده از A و F را نوشت:

$$AF: y-y_F=\frac{y_F-y_A}{x_F-x_A}(x-x_F)\Rightarrow y=\frac{۰+\frac{۱}{۱۶}}{\underbrace{\frac{۱}{۱۶}-\frac{۱}{۶۴}}_{\frac{۳}{۶۴}}}(x-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow y=\frac{۴}{۳}(x-\frac{۱}{۱۶})$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): کافیست مختصات نقطهٔ $(\frac{۱}{\alpha},\frac{۱}{۱۲})$ را در معادلهٔ خط $y=\frac{۴}{۳}(x-\frac{۱}{۱۶})$ قرار دهیم:

$$\frac{۱}{۱۲}=\frac{۴}{۳}(\frac{۱}{\alpha}-\frac{۱}{۱۶})\Rightarrow \frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{\alpha}-\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow \frac{۱}{\alpha}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow \alpha=۸$$

تست و پاسخ ۴۰



در شکل رسم‌شده، دو نقطهٔ S و F به ترتیب رأس و کانون سهمی و Δ خط هادی آن است. از نقطهٔ M واقع بر سهمی به F وصل کرده‌ایم، اگر امتداد MF، خط Δ را در N قطع کند، طول MN کدام است؟

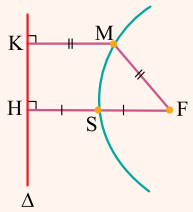
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۸

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره برای حل این سؤال فقط نیاز به دانستن تعریف سهمی و استفاده از قضیهٔ تالس دارید؛ یعنی با یک سؤال ترکیبی از هندسهٔ ۱ و هندسه ۳ مواجهیم. ضمن آن‌که این سؤال، مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی هندسه ۳ است، پس احتمال طرح مشابه این سؤال در کنکور بسیار زیاد است.

خودت حل کنی بهتره از M به خط هادی عمود کنید.

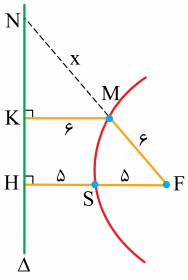
درس‌نامه طبق تعریف، سهمی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از یک خط ثابت و یک نقطهٔ ثابت به یک فاصله هستند. به آن خط ثابت، خط هادی سهمی و به آن نقطهٔ ثابت، کانون سهمی می‌گویند. مثلاً در شکل رسم‌شده که M نقطه‌ای واقع بر سهمی است، داریم $MF=MK$. از تعریف سهمی نتیجه می‌شود که رأس سهمی وسط پاره‌خطی است که از کانون بر خط هادی عمود می‌شود، بنابراین در شکل رسم‌شده داریم: $SH=SF$.



پاسخ تشریحی **گام اول (افزودن پاره‌خط‌های مناسب به شکل):**

برای آن‌که بتوانیم از تعریف سهمی استفاده کنیم، از M به Δ عمود و از S به F وصل می‌کنیم. طبق تعریف سهمی داریم $SF=SH=۵$ و $MK=MF=۶$.

گام دوم (یافتن خواستهٔ سؤال): از آن‌جا که $MK \parallel FH$، با استفاده از تعمیم قضیهٔ تالس در مثلث NHF، داریم:



$$\frac{NM}{NF}=\frac{MK}{FH}\Rightarrow \frac{x}{x+۶}=\frac{۶}{۱۰}\Rightarrow ۱۰x=۶x+۳۶\Rightarrow x=۹$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۴۱

در مورد تبدیل تجانس به مرکز O و نسبت k، کدام گزینه درست نیست؟

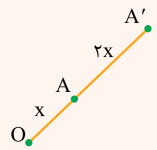
۱) مساحت شکل‌ها را k برابر می‌کند.
۲) ممکن است ایزومتری باشد.
۳) جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند.
۴) خط‌های واصل هر نقطه و تصویر آن، در O همرس‌اند.

پاسخ: گزینه ۱

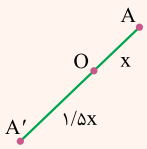
مشاوره از این سؤال، وارد سؤال‌های هندسهٔ پایه می‌شویم که از مبحث تبدیل‌ها هستند. سؤال اول در مورد ویژگی‌های تجانس است. یادتان نرود که در مبحث تبدیل‌ها، بسیاری از سؤال‌ها صرفاً با دانستن تعریف و ویژگی‌های اصلی تبدیل‌های معروف (بازتاب، انتقال، دوران و تجانس) حل می‌شوند و نیاز به ابتکار خاصی ندارند. این سؤال از همان سؤال‌هاست!

خودت حل کنی بهتره اگر دو شکل با نسبت k متشابه باشند، نسبت مساحت‌های آن دو چیست؟

درس‌نامه تصویر نقطهٔ A در تجانس به مرکز O و نسبت k (که در آن $k \neq 0$) نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که A، O و A' روی یک خط راست قرار بگیرند و $OA' = |k| . OA$. اگر $k > 0$، A و A' در یک طرف O و اگر $k < 0$، A و A' در طرفین نقطهٔ O قرار می‌گیرند.



A' تبدیل‌یافتهٔ A در تجانس به مرکز O و نسبت $k = ۳$ است.



A' تبدیل‌یافتهٔ A در تجانس به مرکز O و نسبت $k = -۱/۵$ است.

از این تعریف، نتیجه‌های زیر حاصل می‌شود:

۱) در یک تجانس به مرکز O خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرشان وصل می‌کنند، در مرکز تجانس همرس‌اند.
۲) تجانس با نسبت k، طول پاره‌خط‌ها را k برابر می‌کند؛ بنابراین تجانس تنها زمانی ایزومتری است که $k = \pm ۱$.
۳) در هر تجانس، تصویر یک چندضلعی با خود آن چندضلعی متشابه است.
۴) تجانس با نسبت k، مساحت را $k^۲$ برابر می‌کند.
۵) تجانس، جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند.

پاسخ تشریحی همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، ۲، ۳ و ۴ در مورد تجانس درست هستند، اما ۱ درست نیست.

تست و پاسخ ۴۲

طول ضلع‌های مثلث ABC با اعداد ۱، ۲ و $\sqrt{۳}$ متناسب‌اند. این مثلث را تحت تبدیل ایزومتری T تصویر می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. بزرگ‌ترین زاویهٔ مثلث $A'B'C'$ چند برابر کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث ABC است؟

۱) ۲
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره حل این سؤال با استفاده از یکی از قضایای کتاب درسی هندسهٔ ۲ است؛ اما اگر با این‌گونه سؤال‌ها مواجه شدید، می‌توانید یک تبدیل ایزومتری خاص که با آن آشنا هستید (مثلاً بازتاب) را در نظر گرفته و سؤال را به کمک آن حل کنید.

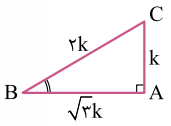
خودت حل کنی بهتره قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC برقرار است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه تبدیل ایزومتری تبدیلی است که فاصلهٔ بین نقاط را حفظ می‌کند، یعنی اگر در تبدیل ایزومتری T، دو نقطهٔ A' و B' به ترتیب تصویرهای A و B باشند، آن‌گاه همواره $A'B' = AB$. تبدیل‌های ایزومتری یک خاصیت مهم دارند و آن این است که علاوه بر اندازهٔ پاره‌خط‌ها، اندازهٔ زاویه‌ها را هم حفظ می‌کنند؛ در نتیجه تصویر یک شکل تحت یک تبدیل ایزومتری، شکلی همنهشت با شکل اولیه است.

پاسخ تشریحی از آن‌جا که داریم $(\sqrt{3}k)^2 + (1k)^2 = (2k)^2$، پس قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC برقرار است، پس مثلث قائم‌الزاویه است. از طرفی از آن‌جا که مثلث $A'B'C'$ با مثلث ABC همنهشت است، می‌توانیم نسبت اندازهٔ بزرگ‌ترین زاویهٔ ABC به کوچک‌ترین زاویهٔ آن را حساب کنیم. با توجه به شکل از آن‌جا که مثلث ABC قائم‌الزاویه است، داریم:



$$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 60^\circ$$

پس بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویهٔ مثلث ABC به ترتیب 90° و 30° هستند و داریم $\frac{90^\circ}{30^\circ} = 3$.

تست و پاسخ ۴۳

در مربع $ABCD$، نقطهٔ M وسط ضلع BC است. اگر A' و M' به ترتیب بازتاب A و M نسبت به CD باشند. مساحت چهارضلعی $AMM'A'$ چند برابر مساحت مربع $ABCD$ است؟

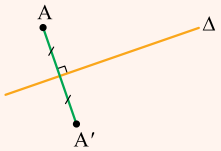
۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال هم جزء سؤال‌هایی از مبحث تبدیل‌هاست که نباید از دستشان بدهید، کافیست فقط شکل را رسم کنید، می‌بینید که ابتکار عمل خاصی نمی‌خواهد. همان‌طور که قبلاً هم گفتیم خیلی از سؤال‌های این قسمت صرفاً با دانستن تعریف تبدیل‌ها قابل حل هستند.

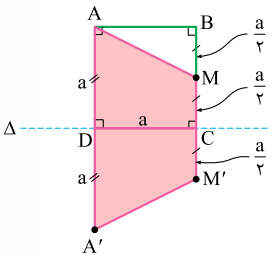
خودت حل کنی بهتره برای به دست آوردن تصویر نقطهٔ A در بازتاب نسبت به خط Δ کافی است از A به Δ عمود کرده و این عمود را به اندازهٔ خود ادامه دهید تا A' به دست آید.

درس‌نامه



۱) در بازتاب نسبت به خط Δ، تصویر نقطهٔ A نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که:
اگر A بر Δ واقع نباشد، Δ عمودمنصف AA' است.
اگر A بر Δ واقع باشد، A' همان A است.
۲) مساحت هر ذوزنقه برابر است با نصف حاصل‌ضرب ارتفاع در مجموع دو قاعده.

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب):**
خط گذرنده از D و C را Δ نامیده، بازتاب A و M را نسبت به Δ به ترتیب A' و M' می‌نامیم.



گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):
همان‌طور که می‌بینید، چهارضلعی $AMM'A'$ ذوزنقه‌ای به قاعده‌های $AA' = 2a$ و $MM' = a$ و ارتفاع $CD = a$ است؛ پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(AA' + MM').CD = \frac{1}{2}(2a + a)a = \frac{3}{2}a^2 = 1/5a^2$$

از آن‌جا که مساحت مربع $ABCD$ برابر a^2 است، پس مساحت ذوزنقه $AMM'A$، ۱/۵ برابر مساحت مربع است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۴۴

سه نقطهٔ $A(\alpha,\alpha)$، $B(-۱,۱)$ و $C(۴,۵)$ را در نظر بگیرید. در حالتی که محیط مثلث ABC کم‌ترین مقدار ممکن است، نقطهٔ A در چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات قرار دارد؟

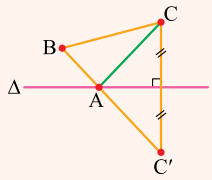
۱) ۶ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) ۵ ۴) $۲\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤالی از قضیهٔ کوتاه‌ترین مسیر هرون که به صورت مختصاتی مطرح شده است. چنین سؤال‌هایی راستِ کار کنکور سراسری هستند و در همین چند سال کنکور نظام جدید، دو سه بار نمونهٔ آن آمده است.

خودت حل کنی بهتره نقطهٔ A روی خط $y=x$ قرار دارد.

درس نامه ۱) اگر دو نقطهٔ B و C در یک طرف خط Δ واقع باشند و بخواهیم روی Δ نقطه‌ای مانند A پیدا کنیم که مجموع فاصله‌های آن از B و C کم‌ترین مقدار ممکن باشد، به این صورت عمل می‌کنیم:

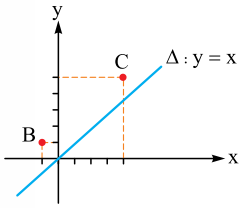


«یکی از دو نقطهٔ B یا C (مثلاً C) را نسبت به Δ قرینه می‌کنیم و از نقطهٔ حاصل به نقطهٔ دیگر (B) وصل می‌کنیم. نقطهٔ تقاطع پاره‌خط حاصل با Δ، همان A است.» که در این صورت محیط مثلث ABC، کم‌ترین مقدار ممکن را دارد.

۲) از حسابان به خاطر داریم که قرینهٔ نقطهٔ $C(a,b)$ نسبت به خط $y=x$ می‌شود $C'(b,a)$.

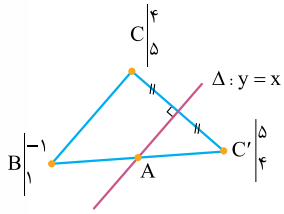
پاسخ تشریحی **گام اول (تحلیل سؤال و رسم شکل مناسب):**

نقطهٔ $A(\alpha,\alpha)$ نقطه‌ای متغیر، روی خط $\Delta: y=x$ است و دو نقطهٔ $B(-۱,۱)$ و $C(۴,۵)$ در یک طرف آن واقع‌اند؛ پس شرایط استفاده از قضیهٔ هرون برقرار است.



گام دوم (تعیین مختصات نقطهٔ A):

نقطهٔ $C(۴,۵)$ را نسبت به خط $\Delta: y=x$ قرینه می‌کنیم؛ نقطهٔ $C'(۵,۴)$ به دست می‌آید. A نقطهٔ برخورد BC' با Δ است. معادلهٔ BC' به راحتی به دست می‌آید:



$$BC': y-y_B=\frac{y_{C'}-y_B}{x_{C'}-x_B}(x-x_B) \Rightarrow y-۱=\frac{۴-۱}{۵+۱}(x+۱) \Rightarrow y-۱=\frac{۱}{۲}(x+۱)$$

$$\xrightarrow[y=x]{\text{تقاطع با}} x-۱=\frac{۱}{۲}(x+۱) \Rightarrow ۲(x-۱)=x+۱ \Rightarrow ۲x-۲=x+۱ \Rightarrow x=۳ \Rightarrow A(۳,۳)$$

گام سوم (تعیین خواستهٔ سؤال):

در نهایت باید فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳,۳)$ را از نقطهٔ $O(۰,۰)$ تعیین کنیم:

$$OA=\sqrt{(x_A-x_O)^۲+(y_A-y_O)^۲}=\sqrt{۳^۲+۳^۲}=۳\sqrt{۲}$$

تست و پاسخ ۴۵

خط d به معادلهٔ $x+y=۳$ را در نظر بگیرید. اگر O مبدأ مختصات باشد، چند بردار انتقال $\overrightarrow{OA}$ با طول ۲ وجود دارد که نیمساز ربع دوم و چهارم را روی d تصویر کند؟

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) بی‌شمار

پاسخ: گزینه ۱

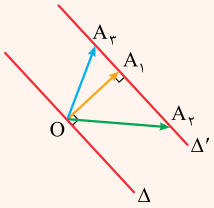
مشاوره سؤالی از انتقال که شاید نمونهٔ آن را قبلاً ندیده باشید؛ ضمن آن‌که در حل آن باید از روابط هندسهٔ تحلیلی استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره فاصلهٔ بین دو خط $x+y=۳$ و $x+y=۰$ را به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

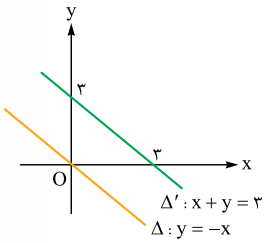
درس‌نامه ۱) دو خط موازی Δ و Δ' را در نظر بگیرید. بی‌شمار بردار انتقال وجود دارد که Δ را روی Δ' تصویر کند؛ به بیان دقیق‌تر، هر برداری که ابتدای آن روی Δ و انتهای آن روی Δ' باشد، Δ را روی Δ' تصویر می‌کند؛ اما همان‌طور که در شکل می‌بینید، طول چنین بردارهایی نمی‌تواند از فاصلهٔ بین دو خط Δ و Δ' کم‌تر باشد، مثلاً در شکل رسم‌شده، $\overrightarrow{OA_1}$ کوتاه‌ترین برداری است که Δ را روی Δ' تصویر می‌کند.



۲) از حسابان می‌دانیم که فاصلهٔ بین دو خط موازی به معادله‌های $ax+by=c$ و $ax+by=c'$ برابر است با $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

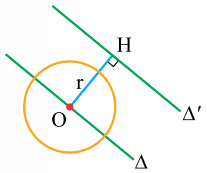
پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال):**

معادلهٔ نیمساز ربع دوم و چهارم به صورت $\Delta: y=-x$ است که با خط $\Delta': x+y=3$ موازی است. از طرفی $O(0,0)$ روی Δ واقع است. حالا می‌خواهیم بدانیم چند نقطه مانند A روی Δ' وجود دارد که بردار $\overrightarrow{OA}$، خط Δ را روی Δ' تصویر می‌کند؟ با توضیحی که در درس‌نامه دادیم، مسئله را می‌توان این‌طور در نظر گرفت که چند نقطه مانند A روی Δ' وجود دارد که از نقطهٔ $O(0,0)$ به فاصلهٔ ۲ باشد؟



گام دوم (تعیین خواستهٔ سؤال):

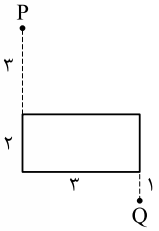
فاصلهٔ بین دو خط موازی $\Delta: x+y=0$ و $\Delta': x+y=3$ برابر است با: $OH=\frac{|3-0|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$



و نقاطی که از $O(0,0)$ به فاصلهٔ ۲ هستند روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع $r=2$ قرار دارند؛ از آن‌جا که $\sqrt{2}<1/5$، پس $\frac{3}{\sqrt{2}}>2$ یعنی $OH>r$ و بنابراین نقطه‌ای مانند A روی Δ' وجود ندارد که $OA=2$.

تست و پاسخ ۴۶

مطابق شکل، P و Q روی امتدادهای دو ضلع یک مستطیل واقع‌اند. می‌خواهیم از P به Q طوری حرکت کنیم که قسمتی از مسیر که داخل مستطیل قرار می‌گیرد با ضلع به طول ۲ موازی باشد، طول کوتاه‌ترین مسیر کدام است؟



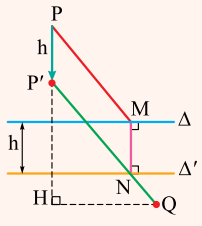
۱) ۷
۲) ۸
۳) $2+3\sqrt{3}$
۴) $2+2\sqrt{6}$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال هم فُرم دیگری از مسئلهٔ کوتاه‌ترین مسیر است که در کنکور نظام جدید بسیار مهم بوده و چند بار از آن سؤال آمده است.

خودت حل کنی بهتره مسئله را با دقت بخوانید. یاد مسئله‌ای که می‌گفت می‌خواهیم بین دو شهر که در طرفین یک رودخانه هستند جاده بسازیم (صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی هندسهٔ ۲) نمی‌افتید؟

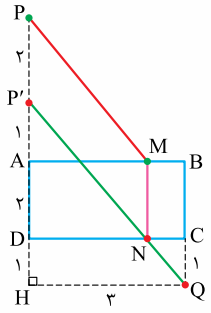
درس‌نامه ۱) مطابق شکل، دو خط موازی Δ و Δ' را در نظر گرفته و فرض کنید نقطهٔ P در بالای خط Δ و نقطهٔ Q در پایین خط Δ' قرار دارد و می‌خواهیم در حرکت از P به Q، مسیر بین Δ و Δ' عمود بر آن دو باشد؛ روش پیداکردن کوتاه‌ترین مسیر در این حالت به این صورت است: «P را به اندازهٔ فاصلهٔ بین دو خط Δ و Δ' در راستای عمود بر آن دو به پایین منتقل می‌کنیم تا P' به دست آید. از P' به Q وصل می‌کنیم تا Δ' را در N قطع کند، از N عمود بر Δ رسم کرده و پای آن را M می‌نامیم؛ مسیر $PMNQ$ مسیر مورد نظر است.»



۲) به دلیل آن‌که چهارضلعی $PMNP'$ متوازی‌الاضلاع است، طول مسیر شکستهٔ $PMNQ$ برابر با $P'Q+MN$ است. معمولاً در مسائل طول MN را داریم و طول $P'Q$ را می‌توانیم با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث HQP' به دست آوریم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



پاسخ تشریحی **گام اول (تحلیل سؤال و پیداکردن مسیر مورد نظر):**

از آن‌جا که AB با CD موازی است، شرایط قسمت (۱) درس‌نامه در این سؤال فراهم است. مطابق شکل، $PMNQ$ کوتاه‌ترین مسیر مورد نظر است.

گام دوم (محاسبهٔ طول کوتاه‌ترین مسیر):

گفتیم که طول مسیر شکستهٔ $PMNQ$ برابر با $P'Q + MN$ است. می‌دانیم $MN = ۲$ و طول $P'Q$ با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث HQP' به دست می‌آید:

$$P'Q = \sqrt{P'H^۲ + HQ^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵$$

پس: $P'Q + MN = ۵ + ۲ = ۷$.

تست و پاسخ ۴۷

نقطهٔ O درون چهارضلعی محدب $ABCD$ طوری واقع است که دو مثلث AOD و BOC در رأس O قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستند. زاویهٔ بین دو قطر چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

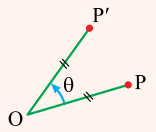
۱) ۴۵° ۲) ۶۰° ۳) ۷۵° ۴) ۹۰°

پاسخ: گزینه ۴

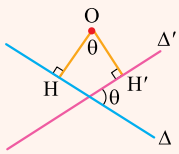
مشاوره **ظاهر این سؤال ربطی به تبدیل‌های هندسی ندارد؛ پس پاسخ را بخوانید تا ببینید چه‌طور آن را به یکی از تبدیل‌های هندسی ربط می‌دهیم!**

خودت حل کنی بهتره یک دوران وجود دارد که در آن D تصویر A و B تصویر C است.

درس‌نامه



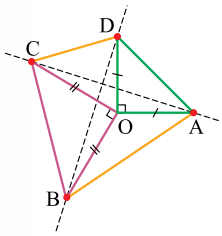
۱) تصویر نقطهٔ P در دوران حول نقطهٔ O و به زاویهٔ θ، نقطه‌ای مانند P' است به طوری که $OP' = OP$ و $P\hat{O}P' = \theta$.



۲) اگر در یک دوران، خط Δ' تصویر خط Δ باشد، زاویهٔ بین Δ و Δ' برابر با قدرمطلق زاویهٔ دوران است.

۳) اگر در یک دوران، P' و Q' به ترتیب تصویرهای P و Q باشند، آن‌گاه پاره‌خط $P'Q'$ تصویر پاره‌خط PQ در آن دوران است و با توجه به قسمت (۱)، زاویهٔ بین خطی که از P' و Q' می‌گذرد و خطی که از P و Q می‌گذرد، برابر با زاویهٔ دوران است.

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب):**



با اطلاعات مسئله، شکل مناسب را رسم می‌کنیم.

گام دوم (تحلیل شکل و یافتن خواستهٔ سؤال):

با توجه به شکل رسم‌شده و قسمت (۱) درس‌نامه، نقطهٔ D تصویر A در دوران حول نقطهٔ O و با زاویهٔ ۹۰° است، هم‌چنین B تصویر C در دوران حول O و زاویهٔ ۹۰° است؛ پس بنا به قسمت (۳) درس‌نامه می‌توان گفت که پاره‌خط BD دوران‌یافتهٔ پاره‌خط AC در دوران به مرکز O و زاویهٔ ۹۰° است؛ پس زاویهٔ بین آن‌ها هم برابر با زاویهٔ دوران، یعنی ۹۰° است.

تست و پاسخ ۴۸

نقطهٔ A بر دایرهٔ $C(O, ۴)$ واقع است. اگر دایرهٔ C' تصویر C در تجانس به مرکز A و نسبت $-۰/۷۵$ باشد، طول مماس‌مشترک دو دایرهٔ C و C' کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۳\sqrt{۵}$ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ: گزینه ۳

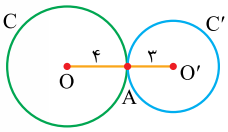
مشاوره سؤالی ترکیبی از تبدیل‌ها و دایره. در کتاب درسی هندسهٔ ۲ هم به «رسم تجانس‌یافتهٔ دایره» و هم «محاسبهٔ طول مماس‌مشترک» اهمیت زیادی داده شده است، پس شک نکنید که سؤال مهمی است.

خودت حل کنی بهتره دایره و تجانس‌یافتهٔ آن را در یک شکل رسم کنید؛ همهٔ آن چیزی که برای محاسبهٔ مماس‌مشترک نیاز دارید معلوم می‌شود.

درس‌نامه ۱) تجانس‌یافتهٔ دایرهٔ $C(O,R)$ در تجانس به مرکز A و نسبت k، دایرهٔ $C'(O',R')$ است که در آن O' تصویر O در این تجانس است و $R'=|k|R$.

۲) اگر دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ دارای مماس‌مشترک خارجی باشند، طول مماس‌مشترک برابر با $\sqrt{OO'^2-(R-R')^2}$ است و اگر دارای مماس‌مشترک داخلی باشند، طول مماس‌مشترک برابر با $\sqrt{OO'^2-(R+R')^2}$ است.

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب):** با توجه به قسمت (۱) درس‌نامه، اگر $C'(O',R')$ تجانس‌یافتهٔ دایرهٔ $C(O,R)$ در تجانس به مرکز A و نسبت $k=-۰/۷۵$ باشد، آن‌گاه O' نقطه‌ای روی امتداد OA است، به طوری که:



$$AO'=|-۰/۷۵|AO \Rightarrow AO'=\frac{۳}{۴}\times ۴=۳$$

از طرفی:

$$R'=|-۰/۷۵|\times R=\frac{۳}{۴}\times ۴=۳$$

پس دایره‌ای به مرکز O' و شعاع $R'=۳$ رسم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل می‌بینید، این دایره در نقطهٔ A با دایرهٔ C مماس‌خارج است.

گام دوم (محاسبهٔ طول مماس‌مشترک): از آن‌جا که دو دایره مماس‌خارج‌اند، طول مماس‌مشترک داخلی آن‌ها صفر است که در گزینه‌ها موجود نیست؛ پس طول مماس‌مشترک خارجی مد نظر سؤال است که می‌شود:

$$\sqrt{OO'^2-(R-R')^2}=\sqrt{۷^2-۱^2}=\sqrt{۴۸}=\sqrt{۱۶\times ۳}=۴\sqrt{۳}$$

تست و پاسخ ۴۹

روی هر یک از دو ضلع مجاور یک مربع، در بیرون آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌سازیم و می‌خواهیم مساحت شکل حاصل را بدون تغییر در محیط آن با کمک تبدیل هندسی مناسب، افزایش دهیم. میزان افزایش در مساحت، چند برابر مساحت مربع اولیه است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

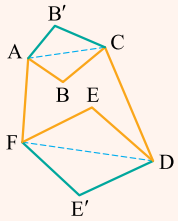
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مسائل هم‌پیرامونی، از مباحثی است که در نظام جدید هست و در نظام قدیم نبود. پس این مسائل کاندید مهمی برای سؤال‌های کنکورهای آینده هستند.

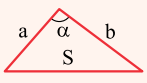
خودت حل کنی بهتره شکل را رسم کنید؛ چون یک چندضلعی مقعر ایجاد می‌شود، می‌توانید از هم‌پیرامونی استفاده کنید.

درس‌نامه ۱) در مسائل هم‌پیرامونی، می‌خواهیم مساحت یک چندضلعی مقعر (یعنی چندضلعی‌ای که زاویهٔ داخلی بزرگ‌تر از ۱۸۰° دارد) را بدون تغییر در محیط آن، افزایش دهیم.

برای این کار کافی است اضلاع زاویهٔ (یا زاویه‌های) مقعر را نسبت به خطی که دو رأس کناری رأس زاویهٔ مقعر را به هم وصل می‌کنند، بازتاب دهیم.



۲) در فصل مثلثات کتاب ریاضی ۱ آموختیم که مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن دو ضلع.

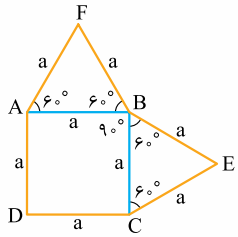


$$S=\frac{۱}{۲}a.b.\sin\alpha$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب):**

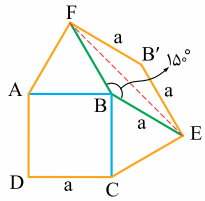


با توجه به توضیحات سؤال می‌خواهیم مساحت شش‌ضلعی مقعر ADCEBF را بدون تغییر در محیط افزایش دهیم.

از آن‌جا که مجموع زاویه‌های حول B باید ۳۶۰° باشد، داریم:

$$۶۰^\circ + ۹۰^\circ + ۶۰^\circ + E\hat{B}F = ۳۶۰^\circ \Rightarrow E\hat{B}F = ۱۵۰^\circ$$

گام دوم (ایجاد تغییر مناسب برای افزایش مساحت):



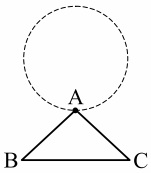
با توجه به قسمت (۱) درس‌نامه، باید مثلث BEF را نسبت به ضلع FE قرینه کنیم که در این صورت محیط شش‌ضلعی محدب ADCEB′F با محیط شش‌ضلعی مقعر ADCEBF برابر است.

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

از مقایسهٔ شکل‌های گام اول و گام دوم متوجه می‌شویم که در شکل گام دوم، مساحت شکل گام اول به اندازهٔ مساحت لوزی BEB′F افزایش یافته است، مساحت لوزی BEB′F هم دو برابر مساحت مثلث BEF است؛ پس میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$۲S(BEF) = ۲(\frac{۱}{۲}BF.BE.\sin E\hat{B}F) = ۲\times\frac{۱}{۲}\times a\times a\times\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲}a^۲ = \frac{۱}{۲}S(ABCD)$$

تست و پاسخ ۵۰



در شکل رسم‌شده، برای رسم خطی گذرنده از A که BC را در M و دایره را در M′ قطع کند، به طوری که A وسط MM′ باشد، کدام تبدیل به کار می‌رود؟

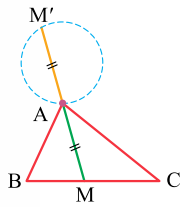
۱) بازتاب محوری ۲) تجانس مستقیم ۳) دوران ۴) انتقال

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این مدل سؤال‌ها را قبلاً در کنکور هم داشته‌ایم و اگر سؤال‌های کنکورهای قبل را تمرین کرده باشید، آن‌ها را دیده‌اید. در واقع این‌ها مسائل ترسیمی هستند که تبدیل‌های هندسی، به حل ساده‌تر آن‌ها کمک می‌کند.

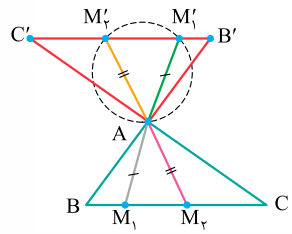
خودت حل کنی بهتره مثل همهٔ مسائل ترسیم، ابتدا مسئله را حل‌شده در نظر گرفته، یک شکل فرضی بکشید تا خیلی چیزها روشن شود!

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب):**



مثل همهٔ مسائل ترسیم ابتدا فرض می‌کنیم که مسئله حل‌شده است و یک شکل فرضی مناسب می‌کشیم.

گام دوم (تحلیل شکل و یافتن تبدیل هندسی مناسب):



شکل گام اول را خوب ببینید، احتمالاً تبدیلی را می‌خواهیم که M را روی M′ تصویر کند اما از آن‌جا که طول MM′ را نمی‌دانیم، نمی‌توانیم انتقالی را که M را روی M′ تصویر کند معرفی کنیم؛ پس ۴ را کنار می‌گذاریم. چون جای دقیق M و M′ را نمی‌دانیم، پس عمودمنصف پاره‌خط MM′ را هم نمی‌توانیم به طور دقیق معرفی کنیم تا نتیجه بگیریم تحت بازتاب نسبت به عمودمنصف، M روی M′ تصویر می‌شود؛ پس ۱ را هم کنار می‌گذاریم. اما به طور دقیق می‌توانیم بگوییم در تجانس به مرکز A و نسبت $k = -۱$، M روی M′ تصویر می‌شود ولی چون نسبت این تجانس منفی است و ۲ تجانس مستقیم است، ۲ را هم کنار می‌گذاریم.

هم‌چنین به طور دقیق می‌توانیم بگوییم در دوران به مرکز A و زاویهٔ ۱۸۰°، M روی M′ تصویر شده است. پس برای یافتن M′ می‌توانیم این‌طور استدلال کنیم که تصویر پاره‌خط BC را در دوران حول A و زاویهٔ ۱۸۰° یافته و B′C′ می‌نامیم. اگر B′C′ و دایره در نقطه‌ای مانند M′ مشترک باشند، خط گذرنده از M′ و A پاره‌خط BC را در نقطه‌ای مانند M قطع می‌کند، به طوری که A وسط MM′ است؛ مثلاً در شکل، چون B′C′ با دایره در دو نقطهٔ $M'_۱$ و $M'_۲$ متقاطع است، مسئله دو جواب دارد. (اگر B′C′ بر دایره مماس باشد، مسئله یک جواب دارد و اگر B′C′ با دایره نقطهٔ مشترک نداشته باشد، مسئله فاقد جواب است.)

رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

تست و پاسخ ۵۱

در حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌ای که اندازهٔ شتاب نوسانگر در حال کاهش است، بردارهای سرعت و نیرو ..... و بردارهای مکان و شتاب ..... هستند.

۱) خلاف جهت هم ـ هم‌جهت
۲) هم‌جهت ـ خلاف جهت هم
۳) خلاف جهت هم ـ خلاف جهت هم
۴) هم‌جهت ـ هم‌جهت

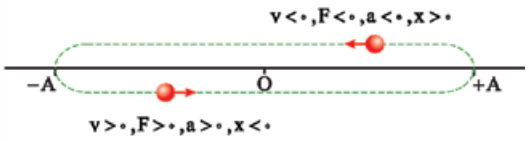
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بایک‌سؤال‌ساده‌ازمفاهیم‌اولیهٔ‌نوسان‌مواجه‌هستیم.بایداطلاعات‌ذکرشده‌درکتاب‌درسی‌رابه‌خاطربسپاریدتااین‌نوع‌تست‌ها رادرزمان‌بسیارکوتاهی‌پاسخ‌دهید.

درس‌نامه بررسی وضعیت کمیت‌ها در یک نوسان کامل:

با توجه به شکل روبه‌رو در حرکت نوسانگر ساده از یک نقطهٔ بازگشت تا وضع تعادل، اندازهٔ نیرو و شتاب کم و اندازهٔ سرعت زیاد می‌شود.

پاسخ تشریحی با توجه به شکل مقابل، اندازهٔ شتاب نوسانگر در حرکت از $+A$ تا O و همچنین از $-A$ تا O در حال کاهش است و در این دو بازه، بردارهای سرعت و نیرو هم‌جهت و بردارهای مکان و شتاب خلاف جهت یکدیگر هستند.



تست و پاسخ ۵۲

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۴\cos\frac{۵\pi}{۲}t$ است. در کدام بازهٔ زمانی شتاب نوسانگر در جهت محور x و سرعت آن در خلاف جهت محور x است؟

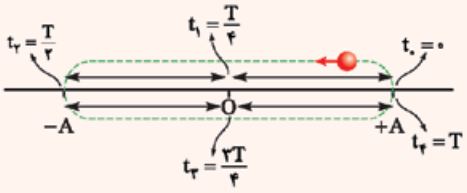
(ω , A , $a > ۰$, $v < ۰$)

۱) صفر تا $\frac{۱}{۵}$ s
۲) $\frac{۱}{۲}$ s تا $\frac{۳}{۵}$ s
۳) $\frac{۱}{۳}$ s تا $\frac{۲}{۵}$ s
۴) $\frac{۱۱}{۱۵}$ s تا $\frac{۴}{۵}$ s

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده مقایسه کنید تا بتوانید دورهٔ تناوب آن را به دست آورید؛ سپس با استفاده از آن، بازهٔ زمانی‌ای را که شتاب نوسانگر در جهت محور x و سرعت آن در خلاف جهت محور x است، محاسبه و گزینه‌ها را با آن مقایسه کنید.

درس‌نامه با توجه به شکل مقابل، مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $+A$ به O یا از O به $-A$ یا از $-A$ به O یا از O به $+A$ برود، برابر با $\frac{T}{۴}$ است.



به درس‌نامهٔ تست ۵۱ نیز توجه کنید.

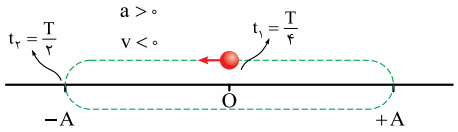
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده مقایسه می‌کنیم:

$$x = A\cos\omega t$$
$$x = 0/04\cos\frac{5\pi}{2}t \Rightarrow A = 0/04\ m, \omega = \frac{5\pi}{2} \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow T = \frac{4}{5}s$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر، از لحظهٔ $t_1 = \frac{T}{4}$ تا لحظهٔ $t_2 = \frac{T}{2}$ شتاب نوسانگر در جهت محور x و سرعت آن در خلاف جهت محور x است.



$$t_1 = \frac{T}{4} \xrightarrow{T=\frac{4}{5}s} t_1 = \frac{1}{5}s \qquad t_2 = \frac{T}{2} \xrightarrow{T=\frac{4}{5}s} t_2 = \frac{2}{5}s$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، بازهٔ زمانی($\frac{1}{3}s$ تا $\frac{2}{5}s$) در محدودهٔ t_1 تا t_2 است؛ یعنی شتاب نوسانگر در جهت محور x و سرعت آن در خلاف جهت محور x است.

تست و پاسخ ۵۳

ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشترین مسافتی که این ذره در یک بازهٔ زمانی دلخواه به اندازهٔ $\frac{1}{6}$ دوره می‌تواند طی کند، چند سانتی‌متر است؟ $(\sqrt{3} \simeq 1/7)$

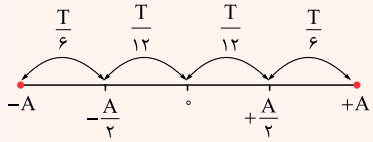
۱) ۱۷
۲) ۱۰
۳) ۵
۴) ۳

$$A = \frac{20}{2} = 10\ cm$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنهٔ نوسان را با توجه به طول پاره‌خط نوسان به دست آورید. سپس برای این‌که بیشترین مسافتی را که نوسانگر در مدت $\frac{1}{6}$ دوره (۲ تا $\frac{T}{12}$) طی می‌کند، محاسبه کنید، کافیست مسیری را انتخاب کنید که نوسانگر با تندی بیشتری حرکت می‌کند.

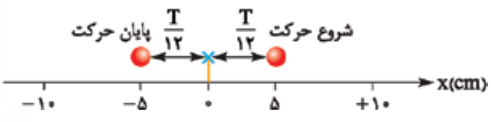
درس‌نامه با استفاده از معادلهٔ $x = A\cos\omega t$ می‌توان نشان داد که نوسانگر هماهنگ ساده حد فاصل $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ را در مدت $\frac{T}{6}$ و فاصلهٔ $+\frac{A}{2}$ تا مبدأ را در مدت $\frac{T}{12}$ طی می‌کند. در شکل مقابل این جابه‌جایی‌ها و زمان‌ها مشخص شده است:



پاسخ تشریحی **گام اول:** نوسانگر روی پاره‌خطی به طول ۲۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بنابراین دامنهٔ نوسان برابر است با:

$$A = \frac{\text{طول پاره‌خط نوسان}}{2} = \frac{20}{2} = 10\ cm$$

گام دوم: برای این‌که بیشترین مسافتی را که نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{6}$ یا $2\left(\frac{T}{12}\right)$ طی می‌کند، به دست آوریم، باید مسیری را انتخاب کنیم که نوسانگر در آن مسیر با تندی بیشتری حرکت می‌کند. از طرفی می‌دانیم که تندی نوسانگر در اطراف نقطهٔ تعادل بیشتر است؛ بنابراین مطابق شکل مسیری را انتخاب می‌کنیم که نقطهٔ تعادل در وسط آن باشد.



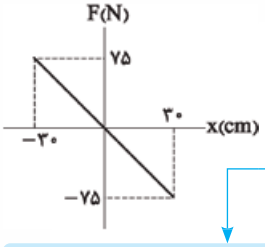
با توجه به شکل، مسافتی را که نوسانگر در این حالت طی می‌کند، برابر است با:

$$\ell = 5 + 5 \Rightarrow \ell = 10\ cm$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۵۴



شکل مقابل، نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۰/۵ kg است که توسط یک فنر سبک و بر روی سطحی بدون اصطکاک (در امتداد محور x) با دامنهٔ ۳۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشینهٔ انرژی جنبشی این جسم چند ژول است؟

۱) ۱۱/۲۵
۲) ۲۲/۵
۳) ۴۱۶/۷
۴) ۲۰۸/۳

بیشینهٔ انرژی جنبشی یا بیشینهٔ انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده، همان انرژی مکانیکی آن است.

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر، همان انرژی مکانیکی آن است؛ پس کافیست رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر را برحسب بیشینهٔ نیروی وارد بر آن بنویسید.

درس‌نامه

نکات

۱) اگر فنری را به اندازهٔ x نسبت به طول عادی آن بکشیم یا فشرده کنیم، طبق قانون هوک، نیروی کشسانی فنر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_e = -kx$$

F_e: نیروی کشسانی فنر (N)

k: ثابت فنر (N/m)

x: تغییر طول فنر نسبت به طول عادی آن (m)

- علامت منفی نشان‌دهندهٔ بازگرداننده‌بودن نیروی کشسانی فنر است.
- بیشینهٔ نیروی کشسانی وارد بر نوسانگر در دو انتهای مسیر نوسانی $(x = \pm A)$ است؛ بنابراین $|F_{max}| = kA$

۲) با توجه به ثابت‌بودن انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده می‌توان نوشت: $E = K + U \Rightarrow E = K_{max}$

۳) انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر در حرکت هماهنگ ساده از رابطهٔ $E = \frac{1}{2}kA^2$ به دست می‌آید.

$$K_{max} = E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA \times A \Rightarrow K_{max} = \frac{1}{2}|F_{max}|A$$

E: انرژی مکانیکی (J)

k: ثابت فنر (N/m)

A: دامنهٔ نوسان (m)

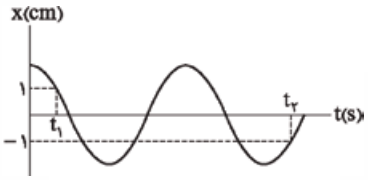
پاسخ تشریحی بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر، همان انرژی مکانیکی آن است: $K_{max} = \frac{1}{2}|F_{max}|A$

با توجه به مقدارهای داده‌شده روی نمودار می‌توان نوشت:

$$K_{max} = \frac{1}{2} \times 75 \times (30 \times 10^{-2}) = 11/25\ J$$

تست و پاسخ ۵۵

نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر به صورت شکل مقابل است. اگر تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر ۲ m/s باشد، بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{\pi}{2}$
۲) π
۳) 2π
۴) 4π

پاسخ: گزینه ۲

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره نکته‌ای که در این سؤال وجود دارد، چندبار در کنکورهای سراسری اخیر تکرار شده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به نمودار مکان ـ زمان نوسانگر، مدت‌زمان t_1 تا t_2 را برحسب دورهٔ تناوب و مسافت پیموده‌شده را برحسب دامنه به دست آورید و در رابطهٔ $s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$ جای‌گذاری کنید. در آخر بیشینهٔ تندی نوسانگر را با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به دست بیاورید.

درس‌نامه ۱) **تندی متوسط**: نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت‌زمان حرکت، تندی متوسط است و از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}$$

(s_{av}: تندی متوسط (m/s)، ℓ: مسافت پیموده‌شده (m)، Δt: مدت‌زمان (s))

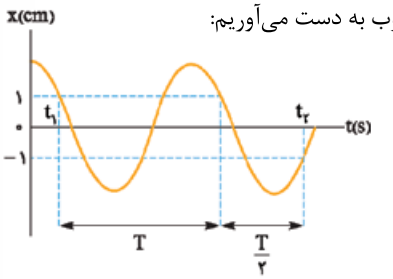
۲) در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر هنگامی‌که از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، بیشینه است و مقدار این تندی بیشینه، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v_{max}=A\omega \quad , \quad \omega=\frac{2\pi}{T}$$

(v_{max}: بیشینهٔ تندی نوسانگر (m/s)، A: دامنهٔ نوسان (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)، T: دورهٔ تناوب (s))

نکته اگر نوسانگر از مکان x به مکان $-x$ برود و در طی این مسیر یک بار تغییر جهت دهد، در این صورت مدت‌زمان طی این مسیر، برابر با $\frac{T}{2}$ و مسافت طی‌شده برابر با $2A$ است.

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار مکان ـ زمان نوسانگر، مدت‌زمان t_1 تا t_2 را برحسب دورهٔ تناوب به دست می‌آوریم:



$$\Delta t=T+\frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t=\frac{3T}{2}$$

می‌دانیم که نوسانگر در طی یک دوره (T) به اندازهٔ $4A$ و در طی نصف دوره ($\frac{T}{2}$) به اندازهٔ $2A$ مسافت طی می‌کند؛ بنابراین مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر است با:

$$\ell=4A+2A \Rightarrow \ell=6A$$

حالا با استفاده از تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 می‌توانیم بنویسیم:

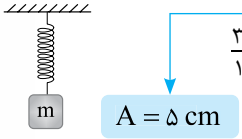
$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\ell=6A,\Delta t=\frac{3T}{2}]{s_{av}=2\ m/s} 2=\frac{6A}{\frac{3T}{2}} \Rightarrow T=2A$$

در نهایت بیشینهٔ تندی نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$v_{max}=A\omega \xrightarrow[T=2A]{\omega=\frac{2\pi}{T}} v_{max}=(A)(\frac{2\pi}{2A}) \Rightarrow v_{max}=\pi\ m/s$$

تست و پاسخ ۵۶

مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۵۰۰ g را به انتهای فنری به طول ۱۷ cm بسته و از سقف آویزان می‌کنیم. در حالت تعادل طول فنر به ۲۷ cm می‌رسد. اگر جسم را ۵ cm به پایین کشیده و سپس رها کنیم، چند ثانیه بعد طول فنر برای اولین بار ۲۲ cm می‌شود؟ ($g \simeq 10\ N/kg$)



$A=5\ cm$

۱) $\frac{\pi}{10}$ ۲) $\frac{\pi}{5}$ ۳) $\frac{2\pi}{5}$ ۴) $\frac{3\pi}{10}$

پاسخ: گزینه ۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره با سؤالی جالب روبه‌رو هستیم که برای حل آن باید از سلول‌های خاکستری مغزتان استفاده کنید!

درس‌نامه ۱) دورهٔ تناوب سامانهٔ جرم ـ فنر از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

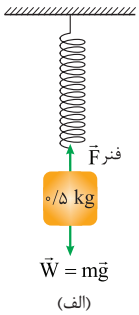
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

(دورهٔ تناوب (s) ↑ ، $m \to$ جرم (kg) ، $k \to$ ثابت فنر (N/m))

۲) اگر جسم را از وضع تعادل خود به اندازه‌ای منحرف کرده و سپس رها کنیم تا شروع به نوسان کند، اندازهٔ این انحراف همان دامنه است.

۳) درس‌نامهٔ (۱) تست (۵۴) را بخوانید.

پاسخ تشریحی وقتی جسم را به انتهای فنر وصل می‌کنیم، پس از برقراری تعادل، طول فنر از ۱۷ cm به ۲۷ cm می‌رسد.



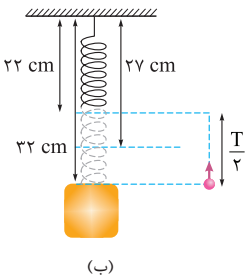
(الف)

بنابراین با توجه به شکل (الف) داریم:

$$|F_{فنر}| = mg \xrightarrow{|F_{فنر}| = kx} \frac{k(27-17)}{100} = 0/5 \times 10 \Rightarrow k = 50\ N/m$$

حالا دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[k=50\ N/m]{m=0/5\ kg} T = 2\pi\sqrt{\frac{0/5}{50}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{10}\ s$$



(ب)

وقتی جسم را می‌کشیم و سپس رها می‌کنیم، جسم متصل به فنر شروع به نوسان هماهنگ ساده می‌کند. چون جسم را به اندازهٔ ۵ cm می‌کشیم، پس دامنهٔ نوسان برابر با ۵ cm و در نتیجه طول پاره‌خط نوسان برابر با ۱۰ cm است؛ بنابراین طول فنر در طی این نوسان از ۲۲ cm $(27-5)$ تا ۳۲ cm $(27+5)$ تغییر می‌کند و هنگامی طول فنر برای اولین بار به ۲۲ cm می‌رسد که به اندازهٔ $\frac{T}{2}$ از شروع نوسان گذشته باشد.

$$t = \frac{T}{2} \xrightarrow{T=\frac{2\pi}{10}\ s} t = \frac{\pi}{10}\ s$$

تکنیک نوسانگر قبل از آن‌که یک نوسان کامل انجام دهد، از مکانی که طول فنر ۲۲ cm شود، می‌گذرد؛ پس بعد از این‌که دورهٔ تناوب به دست آمد، می‌توانیم: $t < T$ و تنها جواب موجود $t < \frac{\pi}{5}$ است. ۱

تست و پاسخ ۵۷

نوسانگر وزنه ـ فنری، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک با دامنهٔ A_1 و بسامد f_1 نوسان می‌کند. در لحظه‌ای که نوسانگر از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، $\frac{3}{4}$ جرم وزنه کَنده و جدا می‌شود و جرم باقی‌ماندهٔ متصل به همان فنر، به نوسان ادامه می‌دهد. اگر در این حالت بسامد f_2 و دامنه A_2 باشد، نسبت‌های $\frac{A_2}{A_1}$ و $\frac{f_2}{f_1}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (قطعهٔ جدا شده، با تندی ثابت $2\pi f_1 A_1$ به حرکتش ادامه می‌دهد.)

یعنی $\frac{1}{4}$ جرم وزنه

۱) ۱، ۲ ۲) ۱، $\frac{1}{2}$ ۳) ۲، $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{1}{2}$، $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال مشابه کنکور ریاضی ۹۳ است؛ پس ساده از آن عبور نکنید.

درس‌نامه ۱) بسامد سامانهٔ جرم ـ فنر از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(بسامد نوسان (Hz) ↑ ، $k \to$ ثابت فنر (N/m) ، $m \to$ جرم (kg))

۲) درس‌نامهٔ (۲) تست (۵۵) را بخوانید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** برای محاسبهٔ نسبت بسامد نوسانگر در حالت دوم به حالت اول داریم:

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \xrightarrow{m_2=m_1-\frac{3}{4}m_1=\frac{1}{4}m_1} \frac{f_2}{f_1}=\sqrt{\frac{m_1}{\frac{1}{4}m_1}}=\sqrt{4} \Rightarrow \frac{f_2}{f_1}=2$$

گام دوم: تندی نوسانگر وقتی از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، بیشینه است. از طرفی وقتی از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، $\frac{3}{4}$ جرم آن کنده می‌شود. بنابراین داریم:

$$v_{max1}=v_{max2} \xrightarrow{v_{max}=A\omega} A_1\omega_1=A_2\omega_2 \xrightarrow{\omega=2\pi f} A_1(2\pi f_1)=A_2(2\pi f_2) \Rightarrow \frac{A_2}{A_1}=\frac{f_1}{f_2} \xrightarrow{\frac{f_1}{f_2}=\frac{1}{2}} \frac{A_2}{A_1}=\frac{1}{2}$$

تذکر قطعه‌ای که در مرکز نوسان از نوسانگر جدا می‌شود، دارای انرژی جنبشی است؛ بنابراین بخشی از انرژی مکانیکی نوسانگر را همراه خود می‌برد و انرژی مکانیکی نوسانگر کاهش می‌یابد، پس دامنه نیز کاهش می‌یابد. یعنی از ابتدا می‌توان گفت ۱ و ۲ نادرست هستند.

$$\downarrow \text{کاهش } E=\frac{1}{2}\overset{\text{ثابت}}{\overset{\uparrow}{k}}A^2 \downarrow \text{کاهش}$$

تست و پاسخ ۵۸

معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x=0/04\cos 10\pi t$ است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد این نوسانگر درست است؟

($0/04$: A، 10π: ω)

الف) بیشترین تندی نوسانگر در طول مسیر حرکت $4\pi\ m/s$ است.

ب) بیشینهٔ شتاب نوسانگر در طول مسیر حرکت $4\pi^2\ m/s^2$ است.

پ) بزرگی شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی از مرکز نوسان برابر صفر است.

ت) در لحظهٔ $t=\frac{3}{40}s$، برای دومین بار، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن برابر می‌شود.

۱) الف و ب ۲) الف و پ ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سبک از سؤال‌ها و همچنین چینش گزینه‌ها جدیداً در کنکور سراسری دیده می‌شود. ما هم از این‌جور سؤال‌ها دادیم تا چشم‌هایتان عادت کند.

درس‌نامه ۱) درس‌نامهٔ (۲) سؤال (۵۵) را بخوانید.

۲) شتاب متوسط: اگر سرعت متحرکی در لحظهٔ t_1 برابر با v_1 و در لحظهٔ t_2 برابر با v_2 باشد، آن‌گاه شتاب متوسط آن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

(a_{av}: شتاب متوسط (m/s^2)، Δv: تغییرات سرعت (m/s)، Δt: مدت‌زمان (s))

۳) وقتی نوسانگر در نقاط بازگشتی $(x=\pm A)$ قرار می‌گیرد، اندازهٔ شتاب آن بیشینه است و از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$|a_{max}|=A\omega^2$$

($|a_{max}|$: اندازهٔ بیشینهٔ شتاب نوسانگر (m/s^2)، A: دامنهٔ نوسان (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s))

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته وقتی نوسانگر در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار می‌گیرد، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن با یکدیگر برابر می‌شوند.

پاسخ تشریحی ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده مقایسه می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} x=۰/۰۴\cos ۱۰\pi t \\ x=A\cos\omega t \end{array}\right\} \Rightarrow A=۰/۰۴\ m\ ,\ \omega=۱۰\pi\ rad/s$$

حالا عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

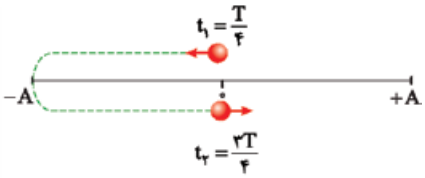
الف) وقتی نوسانگر از نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) عبور می‌کند، تندی آن بیشینه است و مقدار آن برابر است با:

$$v_{max}=A\omega \xrightarrow[\omega=۱۰\pi\ rad/s]{A=۰/۰۴\ m} v_{max}=۰/۰۴\times ۱۰\pi=۰/۴\pi\ m/s \quad \times$$

ب) وقتی نوسانگر در نقاط بازگشتی $(x=\pm A)$ قرار می‌گیرد، شتاب آن بیشینه است و اندازهٔ آن برابر است با:

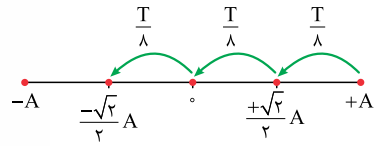
$$|a_{max}|=A\omega^۲ \xrightarrow[\omega=۱۰\pi\ rad/s]{A=۰/۰۴\ m} |a_{max}|=۰/۰۴\times(۱۰\pi)^۲=۴\pi^۲\ m/s^۲ \quad \checkmark$$

پ) نوسانگر هربار که از نقطهٔ تعادل (مرکز نوسان) عبور می‌کند، تندی آن بیشینه و یکسان است، اما سرعت آن بین دو عبور متوالی، ثابت نیست زیرا جهت سرعت تغییر می‌کند؛ بنابراین با توجه به شکل مقابل، شتاب متوسط نوسانگر را در بازهٔ زمانی بین دو عبور متوالی از نقطهٔ تعادل به دست می‌آوریم:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{A\omega-(-A\omega)}{\frac{۳T}{۴}-\frac{T}{۴}}=\frac{۴A\omega}{T} \quad \times$$

ت) وقتی نوسانگر در مکان $x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار می‌گیرد، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن با یکدیگر برابر می‌شوند؛ بنابراین پس از مدت‌زمان $\frac{۳T}{۸}$، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن، برای دومین بار با هم برابر می‌شود؛ پس داریم:

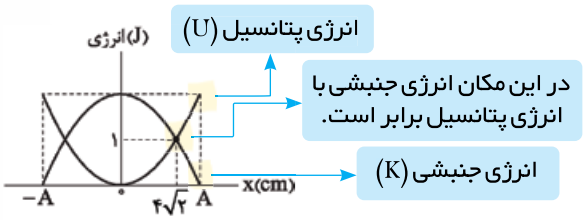


$$\omega=۱۰\pi\ rad/s \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T}=۱۰\pi \Rightarrow T=\frac{۲}{۱۰}s$$

$$t=\frac{۳T}{۸} \xrightarrow{T=\frac{۲}{۱۰}s} t=\frac{۳}{۴۰}s \quad \checkmark$$

تست و پاسخ ۵۹

در شکل زیر، نمودارهای انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل کشسانی برحسب مکان یک نوسانگر هماهنگ ساده (سامانهٔ جرم ـ فنر) نشان داده شده است که برروی پاره‌خطی به طول ۱۶ cm نوسان می‌کند. اندازهٔ بیشینهٔ نیروی وارد بر نوسانگر در طول حرکت آن چند نیوتون است؟

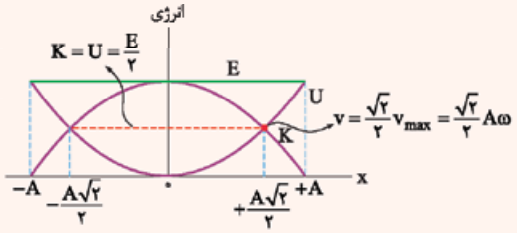


۱) ۱۰۰
۲) ۷۵
۳) ۵۰
۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا انرژی مکانیکی و دامنهٔ نوسانگر را به دست آورید. سپس با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}A|F_{max}|$، بیشینهٔ نیروی وارد بر آن را محاسبه کنید.

درس‌نامه نمودارهای انرژی برحسب مکان برای نوسانگر هماهنگ ساده:



نکتهٔ (۳) درس‌نامهٔ تست (۵۴) را نیز بخوانید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی در مکان $x = ۴\sqrt{۲}\ cm$، انرژی جنبشی نوسانگر با انرژی پتانسیل آن یکسان و برابر با $۱\ J$ است. بنابراین انرژی مکانیکی آن برابر است با:

$$E = K + U \xrightarrow{K=U=۱\ J} E = ۱ + ۱ = ۲\ J$$

از طرفی می‌دانیم دامنهٔ نوسان نصف طول پاره‌خط نوسان است:

$$A = \frac{۱۶\ cm}{۲} = ۸ \times ۱۰^{-۲}\ m$$

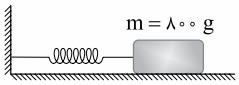
حالا با توجه به نکتهٔ (۳) درس‌نامهٔ تست (۵۴) می‌توانیم بنویسیم:

$$E = \frac{۱}{۲}|F_{max}|A \xrightarrow[A=۰/۰۸\ m]{E=۲\ J} ۲ = \frac{۱}{۲}|F_{max}| \times ۰/۰۸ \Rightarrow |F_{max}| = ۵۰\ N$$

تست و پاسخ ۶۰

مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای را که بر روی یک سطح بدون اصطکاک قرار دارد، به اندازهٔ $۱۰\ cm$ به سمت راست کشیده و رها می‌کنیم. اگر در لحظهٔ رهاکردن انرژی پتاسیل کشسانی فنر $۴\ J$ باشد، چند ثانیه پس از رهاکردن، تندی نوسانگر برای اولین بار بیشینه خواهد شد؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$

$A = ۱۰\ cm$



۱) $۰/۰۵$
۲) $۰/۱$
۳) $۰/۱۵$
۴) $۰/۲$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در این‌جور سؤال‌ها باید حواستان به اولین بار، دومین بار و ... باشد تا در دام گزینه‌ها نیفتید.

خودت حل کنی بهتره کافیست دورهٔ تناوب نوسانگر را با استفاده از رابطهٔ $E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲$ به دست آورید، سپس لحظهٔ $t = \frac{T}{۴}$ را محاسبه کنید.

درس‌نامه درس‌نامهٔ (۳) تست (۵۴) را بخوانید.

برای سامانهٔ جرم ـ فنر، در حرکت هماهنگ ساده می‌توان نوشت:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^۲$$

k: ثابت فنر (N/m)

m: جرم نوسانگر (kg)

ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s)

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر به صورت مقابل نیز نوشته می‌شود:

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \Rightarrow E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲$$

پاسخ تشریحی انرژی پتانسیل کشسانی فنر در دامنه (نقاط بازگشت)، برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E = U_{max} \xrightarrow[U_{max}=۴\ J]{E=\frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲} \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = ۴ \xrightarrow[A=۰/۱\ m]{m=۰/۸\ kg} \frac{۱}{۲} \times \frac{۸}{۱۰} \times \omega^۲ \times (\frac{۱}{۱۰})^۲ = ۴ \Rightarrow \omega^۲ = ۱۰۰۰$$

$$\xrightarrow[\pi^۲ \simeq ۱۰]{\omega=\frac{۲\pi}{T}} \frac{۴ \times ۱۰}{T^۲} = ۱۰۰۰ \Rightarrow T = ۰/۲\ s$$

از طرفی، تندی نوسانگر هنگامی که از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، بیشینه است. بنابراین تندی نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{T}{۴}$ برای اولین بار بیشینه می‌شود. یعنی:

$$t = \frac{T}{۴} \xrightarrow{T=۰/۲\ s} t = ۰/۰۵\ s$$

تست و پاسخ ۶۱

طول آونگ سادهٔ کم‌دامنه‌ای که در هر دقیقه n نوسان کامل انجام می‌دهد، برابر $۲۵\ cm$ است. طول این آونگ را چند سانتی‌متر و چگونه تغییر دهیم تا در هر دقیقه، $n - ۱۰$ نوسان کامل انجام دهد؟ $(g \simeq \pi^۲\ m/s^۲)$

۱) $۱۶\ cm$ کاهش دهیم.
۲) $۱۱\ cm$ کاهش دهیم.
۳) $۱۶\ cm$ افزایش دهیم.
۴) $۱۱\ cm$ افزایش دهیم.

پاسخ: گزینه ۴

Telegram: @konkur_in

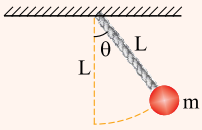
www.konkur.in

مشاوره رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ را جدی بگیرید! در کنکورهای ۹۸، ۹۹ و ۱۴۰۱ رشتهٔ ریاضی از آونگ ساده سوال مطرح شده بود.

درس‌نامه در یک نوسانگر هماهنگ ساده، با دورهٔ تناوب T که در مدت‌زمان Δt، n نوسان کامل انجام می‌دهد، رابطهٔ زیر برقرار است:

$$Tn=\Delta t$$

به گلولهٔ کوچکی که از یک نخ سبک آویزان است، آونگ ساده می‌گوییم. اگر زاویهٔ آونگ با راستای قائم کم باشد، حرکت آونگ از نوع هماهنگ ساده است؛ در این صورت داریم:



$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

پاسخ تشریحی ابتدا دورهٔ تناوب آونگ ساده را محاسبه می‌کنیم:

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \xrightarrow[g=\pi^2\ m/s^2]{L_1=0/25\ m} T_1=2\pi\sqrt{\frac{0/25}{\pi^2}} \Rightarrow T_1=2\times\frac{1}{2}=1\ s$$

از طرفی می‌دانیم که دورهٔ تناوب آونگ ساده، مدت‌زمانی است که طول می‌کشد تا یک نوسان کامل انجام دهد. یعنی:

$$T_1=\frac{t_1}{n} \xrightarrow[t_1=60\ s]{T_1=1\ s} 1=\frac{60}{n} \Rightarrow n=60$$

حالا دورهٔ تناوب آونگ در حالت دوم را به دست می‌آوریم:

$$T_2=\frac{t_2}{n_2} \xrightarrow[n_2=n-10,n=60]{t_2=60\ s} T_2=\frac{60}{60-10} \Rightarrow T_2=\frac{6}{5}\ s$$

در آخر طول آونگ در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} \xrightarrow[g=\pi^2\ m/s^2]{T_2=\frac{6}{5}\ s} \frac{6}{5}=2\pi\sqrt{\frac{L_2}{\pi^2}} \Rightarrow L_2=0/36\ m \text{ یا } L_2=36\ cm$$

بنابراین طول آونگ را باید $11\ cm$ $(=25-36)$ افزایش دهیم.

توجه از ابتدا می‌توانستیم ۱ و ۲ را حذف کنیم:

$L\uparrow$ افزایش $\Rightarrow T\uparrow$ افزایش $\Rightarrow n\downarrow$ کاهش

تست و پاسخ ۶۲

دو آونگ ساده با طول‌های L_1 و L_2 به ترتیب با دامنه‌های $1\ cm$ و $1/5\ cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند. اگر تندی بیشینهٔ این دو آونگ یکسان باشد، نسبت $\frac{L_1}{L_2}$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{9}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{9}{4}$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه درس‌نامهٔ تست ۶۱ و درس‌نامهٔ (۲) تست ۵۵ را بخوانید.

پاسخ تشریحی تندی آونگ ساده هنگامی که از مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) عبور می‌کند، بیشینه است و از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$v_{max\,1}=v_{max\,2} \xrightarrow{v_{max}=A\omega} A_1\omega_1=A_2\omega_2 \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}} A_1\sqrt{\frac{g}{L_1}}=A_2\sqrt{\frac{g}{L_2}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2}=\left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow[A_2=1/5\ cm]{A_1=1\ cm} \frac{L_1}{L_2}=\left(\frac{1}{\frac{3}{2}}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2}=\frac{4}{9}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۶۳

آونگ‌های بارتونی متشکل از ۶ آونگ سبک با بسامدهای طبیعی ۰/۵ Hz، ۰/۷۵ Hz، ۱ Hz، ۱/۲ Hz، ۱/۵ Hz و ۲ Hz ساخته‌ایم؛ آونگ وادارنده با چه طولی می‌تواند در یکی از این آونگ‌ها تشدید ایجاد کند؟ ($g \simeq \pi^2\ m/s^2$)

۱) ۴ cm　　۲) ۳/۱۲۵ cm　　۳) ۶/۲۵ cm　　۴) ۱۲/۵ cm

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تشدید یکی از پدیده‌های جذاب فیزیک است. پیشنهاد می‌کنم نمونه‌هایی از تشدید را در اینترنت جست‌وجو کنید تا با این پدیده بیشتر آشنا شوید.

درس‌نامه ۱) بسامد نوسان آونگ ساده‌ای که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

بسامد نوسان (Hz)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$$

$g \rightarrow$ شتاب گرانش (m/s^2)

$L \rightarrow$ طول آونگ ساده (m)

۲) اگر بسامد نوسان‌های واداشته برابر با بسامد طبیعی نوسانگر باشد، دامنهٔ نوسان بزرگ و بزرگ‌تر می‌شود و اصطلاحاً تشدید (رزونانس) رخ می‌دهد.

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم. اگر بسامد آونگ وادارنده با بسامد طبیعی یکی از آونگ‌ها برابر باشد، تشدید رخ می‌دهد.

$$(L_4 = \frac{25}{2}\ cm = 12/5\ cm\ ،\ L_3 = \frac{25}{4}\ cm = 6/25\ cm\ ،\ L_2 = \frac{25}{8}\ cm = 3/125\ cm\ ،\ L_1 = 4\ cm)$$

۱) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{4\times10^{-2}}} \Rightarrow f = 2/5\ Hz$ ×

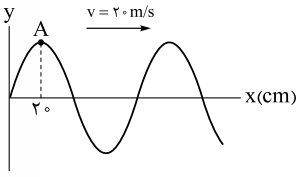
۲) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{3/125\times10^{-2}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2}\times\frac{20}{5}\sqrt{2} \Rightarrow f = 2\sqrt{2}\ Hz$ ×

۳) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{6/25\times10^{-2}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2}\times\frac{20}{5} \Rightarrow f = 2\ Hz$ ✓

۴) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\pi^2}{12/5\times10^{-2}}} \Rightarrow f = \frac{1}{2}\times\frac{10}{5}\sqrt{2} \Rightarrow f = \sqrt{2}\ Hz$ ×

تست و پاسخ ۶۴

نقش یک موج عرضی در لحظهٔ $t = 0$ مطابق شکل است. در بازهٔ زمانی صفر تا $\frac{1}{90}\ s$، بردارهای شتاب و سرعت ذرهٔ A چند ثانیه در خلاف جهت یکدیگر هستند؟



۱) $\frac{1}{300}$　　۲) $\frac{1}{400}$

۳) $\frac{1}{600}$　　۴) $\frac{1}{900}$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا طول موج را با توجه به نقش موج به دست آورید، سپس دورهٔ تناوب موج را با استفاده از رابطهٔ $\lambda = vT$ محاسبه کنید و در آخر، مدت‌زمانی را که بردارهای شتاب و سرعت ذرهٔ A در بازهٔ زمانی $(0\ s, \frac{1}{90}\ s)$ در خلاف جهت هم هستند، به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

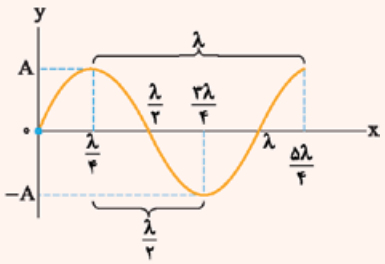
www.konkur.in

درس‌نامه ۱) اگر جبههٔ موج در مدت‌زمان Δt، مسافت L را طی کند، تندی انتشار موج از رابطهٔ $v=\frac{L}{\Delta t}$ به دست می‌آید. از طرفی چون در طی یک دوره (T)، مسافتی به اندازهٔ طول موج (λ) طی می‌شود، داریم:

$$v=\frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT$$

(λ: طول موج (m)، v: تندی انتشار موج (m/s)، T: دورهٔ تناوب (s))

۲) نقش موج: شکل موج (طناب یا فنر یا ...) در هر لحظهٔ انتشار موج را نقش موج می‌گوییم.



فاصلهٔ دو قلهٔ مجاور $=\lambda$

فاصلهٔ دو درهٔ مجاور $=\lambda$

فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاور $=\frac{\lambda}{2}$

فاصلهٔ یک قله یا دره از نقطهٔ تعادل مجاور $=\frac{\lambda}{4}$

۳) درس‌نامهٔ تست (۵۱) را بخوانید.

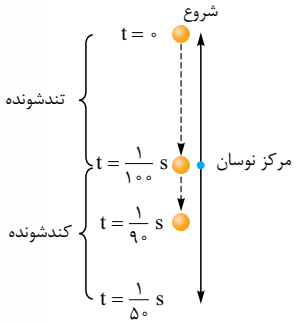
پاسخ تشریحی با توجه به نقش موج می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\lambda}{4}=\frac{2}{10} \Rightarrow \lambda = 0/8\ m$$

از طرفی با استفاده از رابطهٔ $\lambda = vT$ می‌توانیم دورهٔ تناوب موج و در نتیجه دورهٔ تناوب ذرهٔ A را به دست آوریم:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0/8 = 20T \Rightarrow T = 0/04\ s$$

با توجه به مسیر نوسانی نقطهٔ A، بردارهای شتاب و سرعت در بازهٔ زمانی $\frac{T}{4}=\frac{1}{100}\ s$ تا $\frac{T}{2}=\frac{1}{50}\ s$ در خلاف جهت هم هستند. بنابراین چون $\frac{1}{100}\ s < \frac{1}{90}\ s < \frac{1}{50}\ s$ است، پس مدت‌زمانی که بردار شتاب و سرعت نوسانگر در بازهٔ زمانی $(0\ s, \frac{1}{90}\ s)$ در خلاف جهت هم هستند، برابر است با:



$$\Delta t = \frac{1}{90}-\frac{1}{100}=\frac{100-90}{90\times 100}=\frac{1}{900}\ s$$

تست و پاسخ ۶۵

در شکل زیر، وزنه‌ای به جرم $2/5\ kg$ که به فنری با ثابت $2\ N/cm$ وصل شده است، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و یک موج سینوسی روی سیمی به سطح مقطع $5\ mm^2$ که از ماده‌ای به چگالی $8\ g/cm^3$ ساخته شده است، ایجاد می‌کند. اگر نیروی کشش سیم $20\ N$ باشد، طول موج ایجادشده روی سیم چند متر است؟

۱) ۲

۲) ۵

۳) 2π

۴) 5π

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره حتماً روابط تندی انتشار امواج عرضی را بلد باشید وگرنه بسیاری از تست‌ها را از دست می‌دهید.

رشته ریاضی

آزمون پنجم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه ۱) تندی انتشار موج‌های عرضی از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{و} \quad \mu = \frac{m}{L}$$

(تندی انتشار موج (m/s)، نیروی کشش (N)، چگالی خطی جرم (kg/m)، جرم ریسمان یا فنر (kg)، طول ریسمان یا فنر (m))

با توجه به رابطهٔ $m = \rho V = \rho AL$ می‌توانیم رابطهٔ تندی انتشار موج‌های عرضی را به صورت زیر بنویسیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

(چگالی kg/m^3، سطح مقطع m^2)

۲) درس‌نامه‌های تست‌های (۵۶) و (۶۴) را بخوانید.

پاسخ تشریحی ابتدا تندی انتشار موج را با استفاده از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow[\rho = ۸۰۰۰\ kg/m^3,\ A = ۵\times۱۰^{-۶}\ m^2]{F = ۲۰\ N} v = \sqrt{\frac{۲۰}{۸۰۰۰ \times ۵ \times ۱۰^{-۶}}} = ۱۰\sqrt{۵}\ m/s$$

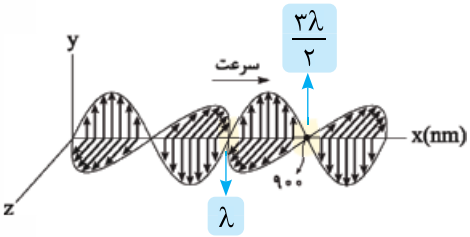
حالا با استفاده از رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ می‌توانیم دورهٔ تناوب موج را محاسبه کنیم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[k = ۲۰۰\ N/m]{m = ۲/۵\ kg} T = ۲\pi\sqrt{\frac{۵}{۲\times۲۰۰}} = \frac{\sqrt{۵}\pi}{۱۰}\ s$$

و در آخر طول موج را با استفاده از رابطهٔ $\lambda = vT$ می‌توانیم به دست آوریم:

$$\lambda = vT \xrightarrow[T = \frac{\sqrt{۵}\pi}{۱۰}\ s]{v = ۱۰\sqrt{۵}\ m/s} \lambda = ۱۰\sqrt{۵} \times \frac{\sqrt{۵}\pi}{۱۰} = ۵\pi\ m$$

تست و پاسخ ۶۶



شکل مقابل، تصویر لحظه‌ای از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با تندی $۳\times۱۰^۸\ m/s$ در حال انتشار است. کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) این موج در ناحیهٔ مرئی قرار دارد.

ب) مسافتی که موج در مدت یک ثانیه طی می‌کند، ۶۰۰ نانومتر است.

پ) میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر ثانیه $۱/۵\times۱۰^{۱۵}$ نوسان انجام می‌دهند.

ت) مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند، $۲\times۱۰^{-۱۵}\ s$ است.

۱) ب و پ ۲) ب و ت ۳) الف و پ ۴) الف و ت

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه ۱) امواج الکترومغناطیسی

امواجی که از رابطهٔ متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و تغییرات هم‌زمان این دو میدان به وجود می‌آیند، امواج الکترومغناطیسی نام دارند.

رابطهٔ بین طول موج، بسامد و تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی به صورت مقابل است:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

(تندی انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ (m/s)، طول موجِ موج الکترومغناطیسی (m)، بسامد موج الکترومغناطیسی (Hz))

۲) درس‌نامهٔ (۱) از تست (۶۴) را بخوانید.

۳) گسترهٔ تقریبی طول موج مرئی از ۴۰۰ nm تا ۷۵۰ nm است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) برای این‌که ناحیهٔ این موج الکترومغناطیسی را پیدا کنیم، کافیست طول موج آن را محاسبه کنیم. بنابراین با توجه به نقش موج می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{۳}{۲}\lambda = ۹۰۰ \Rightarrow \lambda = ۶۰۰\ \text{nm}$$

چون طول موج این موج الکترومغناطیسی بین ۴۰۰ nm تا ۷۵۰ nm است، پس در ناحیهٔ مرئی قرار دارد. ✓

ب) با استفاده از رابطهٔ $x = ct$ می‌توانیم مسافتی را که موج در ۱ s طی می‌کند، حساب کنیم: $x = ct \xrightarrow[t=۱\,s]{c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s} x = ۳\times۱۰^{۸}\ m$ ×

پ) برای این‌که بدانیم میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در هر ثانیه چند نوسان انجام می‌دهند، باید بسامد آن‌ها را به دست آوریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} \xrightarrow[\lambda=۶۰۰\times۱۰^{-۹}\,m]{c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s} f = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}} = ۵\times۱۰^{۱۴}\ \frac{۱}{s}$$ ×

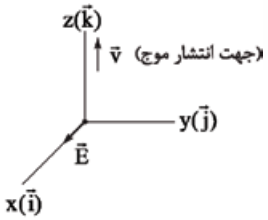
ت) برای این‌که مدت‌زمانی را که طول می‌کشد تا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یک نوسان کامل انجام دهند، به دست آوریم، باید دورهٔ تناوب موج را محاسبه کنیم:

$$T = \frac{\lambda}{c} \xrightarrow[c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s]{\lambda=۶۰۰\times۱۰^{-۹}\,m} T = \frac{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}{۳\times۱۰^{۸}} = ۲\times۱۰^{-۱۵}\ s$$ ✓

می‌توانستیم برای محاسبهٔ دوره، از رابطهٔ $T = \frac{۱}{f}$ نیز استفاده کنیم.

تست و پاسخ ۶۷

در ناحیه‌ای از خلأ، یک موج الکترومغناطیسی با طول موج ۶۰۰ nm در حال انتشار است. اگر در لحظهٔ t در یک نقطه از این ناحیه، بردار میدان الکتریکی و جهت انتشار موج به صورت شکل زیر باشند، در لحظهٔ $t+۱۰^{-۱۵}$ s و در همین نقطه، بردار میدان مغناطیسی در چه جهتی است؟ $(c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s)$



۱) $+y$
۲) $-y$
۳) $+x$
۴) $-x$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره قانون دست راست در مبحث‌های مغناطیس، القای الکترومغناطیسی و موج الکترومغناطیسی کاربردهای مختلفی دارد که شما باید همهٔ آن‌ها را بلد باشید.

درس‌نامه جهت انتشار موج الکترومغناطیسی

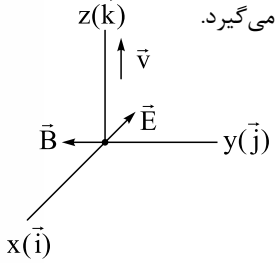
به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را به دست می‌آوریم:

چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی $(\vec{E})$ قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی $(\vec{B})$ از کف دست خارج شود. در این حالت شست دست راست، در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی است.

پاسخ تشریحی ابتدا دورهٔ تناوب موج الکترومغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{\lambda}{c} \xrightarrow[c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s]{\lambda=۶۰۰\times۱۰^{-۹}\,m} T = \frac{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}{۳\times۱۰^{۸}} = ۲\times۱۰^{-۱۵}\ s$$

جهت بردار میدان الکتریکی و مغناطیسی پس از $\frac{T}{۲}$ ثانیه، برعکس می‌شود. بنابراین پس از $(\frac{T}{۲} =) ۱۰^{-۱۵}$ s بردار میدان الکتریکی $(\vec{E})$ در خلاف جهت محور x می‌شود و طبق قاعدهٔ دست راست، بردار میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور y قرار می‌گیرد.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۶۸

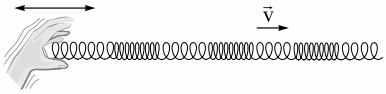
شکل زیر، انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده‌شده را نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد این موج درست است؟

الف) در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی و یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

ب) در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.

پ) فاصلهٔ بین دو جمع‌شدگی بیشینه یا دو بازشدگی بیشینهٔ متوالی برابر طول موج است.

ت) بیشینهٔ جابه‌جایی هر حلقه از وضعیت تعادل برابر دامنهٔ موج است.



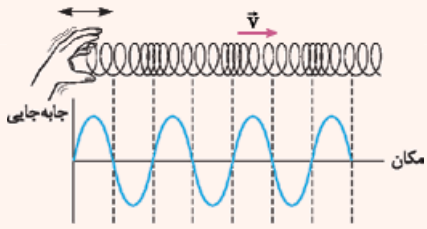
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره نکات موج طولی در فنر بلند کشیده‌شده در داخل درس‌نامه را به‌دقت مطالعه کنید. توجه کنید نمودار مطرح‌شده نمودار مکان – زمان نیست.

درس‌نامه

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده‌شده، ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی به طور متناوب در طول فنر ظاهر می‌شوند که با توجه به نمودار جابه‌جایی بر حسب مکان برای موج ایجادشده در فنر داریم:



۱) وقتی یک فنر را از دو طرف بکشیم یا از دو طرف فشرده کنیم، تنها حلقه‌ای که از جای خود تکان نمی‌خورد حلقهٔ وسط است؛ بنابراین در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل صفر است.

۲) در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم، اندازهٔ جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.

۳) فاصلهٔ بین دو جمع‌شدگی بیشینه یا دو بازشدگی بیشینهٔ متوالی برابر با طول موج است.

۴) دامنهٔ موج طولی برابر با بیشینهٔ جابه‌جایی از مکان تعادل (دامنه) است.

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار جابه‌جایی برحسب مکان برای موج طولی ایجادشده در فنر، عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم.

الف) نادرست ب) نادرست پ) درست ت) درست

تست و پاسخ ۶۹

شنونده‌ای در فاصلهٔ ۵ متری از چشمهٔ صوتی قرار دارد. اگر دامنهٔ ارتعاش چشمهٔ صوت نصف شود، تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده ۲۵ درصد کاهش می‌یابد. اگر چشمهٔ صوت به شرایط اولیهٔ خود بازگردانده شود، شنونده در چه فاصله‌ای از چشمهٔ صوت قرار گیرد تا شدت صوت دریافتی آن به $64\times10^{-12}\ W/m^2$ برسد؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف نظر کنید، $I_0=10^{-12}\ W/m^2$ و $\log 2=0/3$)

$\beta_2=\frac{3}{4}\beta_1$

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مبحث تراز شدت صوت، در سال‌های اخیر، چندین بار در کنکورهای سراسری مطرح شده است.

درس‌نامه ۱) برای مقایسهٔ شدت صوت رسیده به دو شنوندهٔ مختلف، از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{I_2}{I_1}=\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\times\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

(I_2/I_1: شدت صوت (W/m^2)، f_2/f_1: بسامد چشمه (Hz)، A_2/A_1: دامنهٔ چشمه (m)، r_1/r_2: فاصله از چشمه (m))

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲) لگاریتم نسبت شدت یک صوت به شدت صوت مرجع را تراز شدت صوت می‌گوییم و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$$ (β: تراز شدت صوت (dB)، I: شدت صوت چشمه (W/m^2)، I_0: شدت صوت مرجع (W/m^2))

۳) اگر شدت صوت دریافتی از I_1 به I_2 برسد، آن‌گاه تغییرات تراز شدت صوت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \quad \text{یا} \quad \beta_1 - \beta_2 = 10\log\frac{I_1}{I_2}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که وقتی دامنهٔ ارتعاش چشمهٔ صوت نصف می‌شود، تراز شدت صوت ۲۵ درصد کاهش می‌یابد، می‌توانیم بنویسیم:

$$\beta_1 - \beta_2 = 10\log\frac{I_1}{I_2} \xrightarrow[\frac{I_1}{I_2}=(\frac{A_1}{A_2})^2]{\beta_2=\beta_1-\frac{1}{4}\beta_1=\frac{3}{4}\beta_1} \beta_1 - \frac{3}{4}\beta_1 = 10\log(\frac{A_1}{A_2})^2 \xrightarrow{A_2=\frac{1}{2}A_1} \frac{1}{4}\beta_1 = 10\log 2^2$$

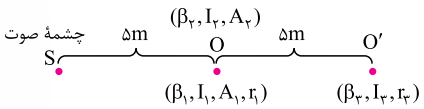
$$\xrightarrow{\log 2=0/3} \frac{1}{4}\beta_1 = 20\times 0/3 \Rightarrow \beta_1 = 24\ dB$$

گام دوم: حالا می‌توانیم شدت صوت اولیه (I_1) را به دست آوریم. بنابراین داریم:

$$\beta_1 = 10\log\frac{I_1}{I_0} \xrightarrow[I_0=10^{-12}\ W/m^2]{\beta_1=24\ dB} \underbrace{2/4}_{8\times 0/3} = \log\frac{I_1}{10^{-12}} \xrightarrow{\log 2=0/3} \log 2^8 = \log\frac{I_1}{10^{-12}} \Rightarrow I_1 = 256\times 10^{-12}\ W/m^2$$

گام سوم: و در آخر شدت صوت نهایی را با شدت صوت اولیه مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{I_3}{I_1} = (\frac{r_1}{r_3})^2 \xrightarrow[I_1=256\times 10^{-12}\ W/m^2,\ r_1=5\ m]{I_3=64\times 10^{-12}\ W/m^2} \frac{64\times 10^{-12}}{256\times 10^{-12}} = (\frac{5}{r_3})^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = (\frac{5}{r_3})^2 \xrightarrow{\text{جذر}} r_3 = 10\ m$$



تست و پاسخ ۷۰

اگر بسامد یک چشمهٔ صوت ۴۰ درصد افزایش و فاصلهٔ شنونده تا چشمهٔ صوت ۳۰ درصد کاهش یابد، تراز شدت صوت چگونه تغییر می‌کند؟ (از جذب انرژی توسط محیط صرف نظر شود و $\log 2 = 0/3$)

$f_2 = 1/4 f_1$ ، $r_2 = 0/7 r_1$

۱) ۶ برابر می‌شود.
۲) ۰/۶ برابر می‌شود.
۳) ۰/۶ دسی‌بل افزایش می‌یابد.
۴) ۶ دسی‌بل افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را با توجه به تغییرات بسامد و فاصله از چشمهٔ صوت به دست آورید و در آخر تغییرات تراز شدت صوت را با استفاده از رابطهٔ $\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1}$ محاسبه کنید.

درس‌نامه درس‌نامهٔ تست (۶۹) را بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا نسبت شدت صوت در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = (\frac{A_2}{A_1})^2(\frac{f_2}{f_1})^2(\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow[r_2=r_1-\frac{30}{100}r_1=0/7r_1]{A_1=A_2,\ f_2=f_1+\frac{40}{100}f_1=1/4f_1} \frac{I_2}{I_1} = 1\times(\frac{1/4f_1}{f_1})^2\times(\frac{r_1}{0/7r_1})^2$$

$$\Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{14\times 14}{7\times 7} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 4$$

گام دوم: حالا تغییرات تراز شدت صوت را با استفاده از رابطهٔ $\beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10\log 4 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 20\log 2 \xrightarrow{\log 2=0/3} \beta_2 - \beta_1 = 20\times 0/3 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 6\ dB$$

بنابراین تراز شدت صوت ۶ dB افزایش می‌یابد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

زوج‌درس شروع از دهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۴۴

تست و پاسخ ۷۱

دانش‌آموزی یک میلهٔ فلزی از جنس برنج را با یک دستکش عایق نسبتاً ضخیم، در دست گرفته و به موهای خود مالش می‌دهد، سپس آن را به الکتروسکوپ نشان داده شده در شکل روبه‌رو نزدیک می‌کند. در این صورت:

یکی از روش‌های انتقال بار الکتریکی

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پوست انسان
برنج، نقره
تفلون
انتهای منفی سری

۱) میلهٔ برنجی دارای بار مثبت می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس دوباره باز می‌شوند.

۲) میلهٔ برنجی دارای بار منفی می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ بازتر می‌شوند.

۳) جسم رسانا از طریق مالش باردار نمی‌شود و وضعیت ورقه‌ها تغییر محسوسی ندارد.

۴) میلهٔ برنجی دارای بار منفی می‌شود و ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته شده و مجدداً باز می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بهتر است، قبل از پاسخ‌دادن به این‌گونه سؤال‌ها، ابتدا با مفهوم بار الکتریکی و روش‌های انتقال آن آشنا شوید.

خودت حل کنی بهتره با توجه به ویژگی‌های اجسامی که در اثر مالش باردار می‌شوند و نیز سری الکتریستهٔ مالشی (تریبوالکتریک) می‌توانید به این سؤال پاسخ دهید.

حواستون باشه در انتقال بار الکتریکی، این الکترون‌ها (بارهای منفی) هستند که جابه‌جا می‌شوند، نه پروتون‌ها (بارهای مثبت)!

درس‌نامه وقتی دو جسم در اثر مالش به یکدیگر، دارای بار الکتریکی می‌شوند؛ بارهای الکتریکی آن‌ها غیرهم‌نام هستند. حال برای تعیین این‌که کدام جسم بار مثبت و کدام جسم بار منفی پیدا می‌کند، از سری الکتریستهٔ مالشی (تریبوالکتریک) استفاده می‌کنیم.

در این سری، مواد پایین‌تر الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده از این جدول به یکدیگر مالش داده شوند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد منتقل می‌شوند.

نکات

۱ در سری تریبوالکتریک، مواد رسانایی مانند سرب، آلومینیم، برنج و نقره نیز مشاهده می‌شوند. آزمایش نیز نشان می‌دهد که اجسام رسانا هم، از طریق مالش می‌توانند دارای بار الکتریکی شوند.

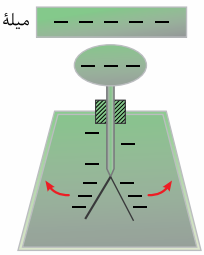
۲ هنگام نزدیک‌کردن یک جسم به کلاهک الکتروسکوپ باردار، در صورتی ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و دوباره باز می‌شوند که:

اولاً: بار جسم مورد نظر با بار الکتروسکوپ غیرهم‌نام باشد.

ثانیاً: اندازهٔ بار جسم مورد نظر به طور محسوسی از اندازهٔ بار اولیهٔ الکتروسکوپ بیشتر باشد تا بتواند بارهای اولیهٔ روی ورقه‌ها را تخلیه کرده و دوباره آن‌ها را با نوع دیگری از بار الکتریکی، باردار کند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک) که بخشی از آن در صورت سؤال آمده است، میلهٔ برنجی که در بخش پایین‌تری نسبت به موی انسان قرار دارد در اثر مالش، بار منفی پیدا می‌کند؛ پس ۱ و ۳ نادرست هستند. نکتهٔ (۱) نیز دلیل دیگری برای نادرست‌بودن ۳ است.

میلهٔ برنجی



گام دوم: با توجه به نکتهٔ (۲)، این الکتروسکوپ چون بار منفی دارد، در صورتی ورقه‌های آن می‌توانند بسته و مجدداً باز شوند که بار میلهٔ برنجی مثبت باشد؛ پس ۴ نیز نادرست است.

گام سوم: میلهٔ برنجی با بار منفی‌ای که دارد، الکترون‌های بیشتری را به سمت ورقه‌های الکتروسکوپ هدایت می‌کند و در نتیجه رانش الکتریکی بین ورقه‌ها بیشتر شده و از هم بازتر می‌شوند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۷۲

قانون کولن

اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی

دو کرهٔ رسانای کوچک با بارهای الکتریکی $q_1 = +8\ \mu C$ و $q_2 = +4\ \mu C$ به فاصلهٔ $1\ m$ از یکدیگر قرار دارند. چه تعداد الکترون از کره با بار q_2 برداریم و به دیگری منتقل کنیم تا در همان فاصلهٔ قبلی، بزرگی نیروی رانشی آن‌ها بر هم به اندازهٔ $0/108\ N$ کم شود؟ ($k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$ و $e = 1/6\times10^{-19}\ C$)

۱) $2/5\times10^{13}$ ۲) $3/75\times10^{13}$ ۳) $7/5\times10^{13}$ ۴) $1/25\times10^{13}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره رابطهٔ قانون کولن یکی از اساسی‌ترین فرمول‌های فیزیک ۲ است و به ندرت می‌توان یک آزمون را در کنکورهای سراسری سال‌های اخیر پیدا کرد که ردپای قانون کولن در آن نباشد. اما این تست، خیلی خاص است و نکته‌های جذابی در پاسخ آن هست که حتماً از دستش ندهید.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو کره را در حالت‌های اول و دوم به دست آورید، سپس با استفاده از بار انتقال‌یافته، تعداد الکترون‌ها را محاسبه کنید.

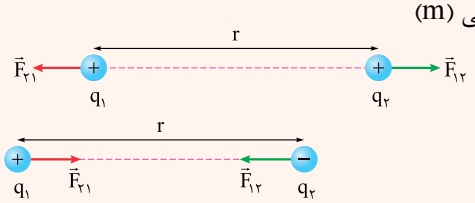
درس نامه

نکات ۱) اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در راستای خط مستقیم بین آن‌ها اثر می‌کند، طبق قانون کولن از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

F = اندازهٔ نیروی الکتریکی (N) — k = ثابت کولن $= 9\times10^9\ (\frac{N.m^2}{C^2})$

q_1 و q_2 = بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C) — r = فاصلهٔ میان دو بار الکتریکی (m)



$$F_{12} = F_{21} = F$$

۲) بنا به اصل پایستگی بار الکتریکی، وقتی تعدادی الکترون بین دو جسم مبادله می‌شوند، مجموع بارهای آن‌ها ثابت می‌ماند.

$$(q_1 + q_2 = q_1' + q_2')$$

۳) اگر مجموع دو بار هم‌نام q_1 و q_2 مقدار ثابتی باشد، در یک فاصلهٔ معین، نیروی الکتریکی بین آن‌ها زمانی بیشینه است که آن دو بار، هم‌اندازه باشند؛ یعنی $q_1 = q_2$؛ پس هر چه اختلاف اندازهٔ این دو بار هم‌نام بیشتر شود، اندازهٔ نیروی الکتریکی بین آن‌ها کمتر می‌شود.

۴) اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی بیان می‌کند که بار الکتریکی یک جسم، مضرب درستی از بار بنیادی e است. $q = \pm ne$

q = بار الکتریکی (C)

n = تعداد الکترون‌ها $= \ldots, 3, 2, 1, 0$

e = بار بنیادی $= 1/6\times10^{-19}\ C$

وقتی از جسمی تعدادی الکترون جدا کنیم، بار مثبت آن افزایش می‌یابد و اگر به جسمی تعدادی الکترون اضافه کنیم، بار مثبت آن کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی **گام اول:** اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو کرهٔ رسانا را در حالت اول پیدا می‌کنیم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9\times10^9\times\frac{8\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{1^2} = 0/288\ N$$

توجه دو کرهٔ رسانا در حدی کوچک فرض می‌شوند که می‌توان آن‌ها را ذره‌ای یا نقطه‌ای در نظر گرفت.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: با معلوم‌بودن مقدار کاهش نیرو، در حالت دوم نیروی بین دو کرهٔ رسانا (F') را به دست می‌آوریم:

$$F' = F - ۰/۱۰۸ = ۰/۲۸۸ - ۰/۱۰۸ = ۰/۱۸\ N$$

گام سوم: با توجه به نکته‌های ۳ و ۴ درس‌نامه، باید از یکی از کره‌ها آن‌قدر الکترون گرفته شود و به کرهٔ دیگر منتقل شود تا اختلاف اندازهٔ این دو بار بیشتر شده و نیروی الکتریکی بین آن‌ها کاهش یابد. اگر بار انتقال‌یافته q باشد، داریم:

$$F' = k\frac{(q_۱ - q)(q_۲ + q)}{r^۲} \Rightarrow ۰/۱۸ = ۹\times۱۰^۹ \times \frac{(۸-q)\times۱۰^{-۶}\times(۴+q)\times۱۰^{-۶}}{۱^۲}$$

$$۱۸۰ = ۹(۸-q)(۴+q) \Rightarrow q^۲ - ۴q - ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} q = -۲\ \mu C \\ q = +۶\ \mu C \end{cases}$$

یعنی یا باید از کره با بار $q_۱$، به اندازهٔ $-۲\mu C$ بگیریم و به $q_۲$ بدهیم یا این‌که از کرهٔ با بار $q_۲$ به اندازهٔ $-۶\mu C$ برداریم و به بار $q_۱$ منتقل کنیم.

تذکر چون بار الکترون منفی است؛ پس بار انتقال‌یافته بین دو کره باید منفی باشد.

$$n_۱ = \frac{-q}{e} = \frac{۲\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} \Rightarrow n = ۱/۲۵\times۱۰^{۱۳} \rightarrow ۱/۲۵\times۱۰^{۱۳}$$ تا الکترون از کره با بار $q_۱$ به دیگری منتقل می‌کنیم

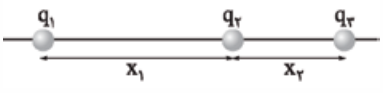
$$n_۲ = \frac{-q}{e} = \frac{۶\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} \Rightarrow n_۲ = ۳/۷۵\times۱۰^{۱۳} \rightarrow ۳/۷۵\times۱۰^{۱۳}$$ تا الکترون از کره با بار $q_۲$ به دیگری منتقل می‌کنیم

در صورت سؤال تعداد الکترونی که باید از کره با بار $q_۲$ به دیگری منتقل شود خواسته؛ پس ۲ را انتخاب می‌کنیم.

تست و پاسخ ۷۳

قانون کولن

در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر بار الکتریکی صفر است. اگر نسبت $\frac{q_۱}{q_۳}$ برابر ۴ باشد، نسبت $\frac{q_۳}{q_۲}$ کدام است؟



۱) $-\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۹}{۴}$
۳) -۹
۴) ۹

پاسخ: گزینه ۱

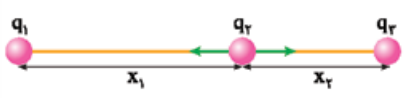
مشاوره این تیپ سؤال از قانون کولن، در کنکورهای مختلف به دفعات تکرار شده است. نمونه‌های آن کنکور تیرماه ۱۴۰۱ رشتهٔ تجربی و کنکور ۱۴۰۰ در هر دو رشتهٔ ریاضی و تجربی است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از تعادل بار $q_۲$، رابطهٔ بین $x_۱$ و $x_۲$ را به دست آورید، سپس با استفاده از تعادل بار $q_۱$، رابطهٔ بین $q_۳$ و $q_۲$ را حساب کنید.

درس‌نامه اگر دو بار ذره‌ای q_A و q_B به فاصلهٔ معینی از یکدیگر قرار گیرند و بخواهیم نقطه‌ای را روی خط واصل دو بار یا امتداد آن تعیین کنیم به گونه‌ای که بار سوم q_C در آن‌جا به حال تعادل بماند (نیروی خالص وارد بر آن صفر شود)، در صورتی که q_A و q_B هم‌علامت باشند نقطهٔ مورد نظر، بین آن دو و اگر غیرهم‌علامت باشند، خارج از فاصلهٔ بین آن دو قرار می‌گیرد و در هر دو حالت، به باری نزدیک‌تر است که اندازهٔ آن کوچک‌تر است.

در واقع باید از طرف بارهای q_A و q_B دو نیروی هم‌اندازه، اما در جهت مخالف بر بار q_C وارد شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از نسبت $\frac{q_۱}{q_۳}$، رابطهٔ بین $x_۱$ و $x_۲$ را پیدا می‌کنیم:



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

با توجه به متن سؤال، q_1 و q_3 هم‌علامت هستند. البته این موضوع با توجه به این‌که بار q_2 بین دو بار q_1 و q_3 در حال تعادل است نیز معلوم می‌شود:

$$F_{12}=F_{32} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_2|}{x_1^2}=k\frac{|q_2||q_3|}{x_2^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_3|}=\frac{x_1^2}{x_2^2} \Rightarrow 4=(\frac{x_1}{x_2})^2 \Rightarrow x_1=2x_2$$

گام دوم: برای تعیین نسبت بین q_2 و q_3، کافی است اندازهٔ دو نیروی وارد بر بار q_1 یعنی F_{21} و F_{31} را مساوی قرار دهیم:

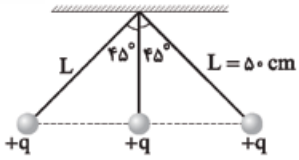
$$F_{21}=F_{31} \Rightarrow k\frac{|q_2||q_1|}{(2x_2)^2}=k\frac{|q_3||q_1|}{(3x_2)^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{4x_2^2}=\frac{|q_3|}{9x_2^2} \Rightarrow \frac{|q_3|}{|q_2|}=\frac{9}{4}$$

حواستون باشه q_2 و q_3 غیرهم‌علامت هستند؛ زیرا بار q_1 خارج از فاصلهٔ بین آن دو در حال تعادل است، یعنی $\frac{q_3}{q_2}=-\frac{9}{4}$. اگر به این نکته توجه نکنید ممکنه به اشتباه ۲ را انتخاب کنید.

تکنیک با توجه به هم‌علامت‌بودن q_1 و q_3، نیروی $\vec{F}_{13}$ به طرف راست است؛ پس $\vec{F}_{23}$ باید به سمت چپ باشد تا بار q_3 در تعادل بماند. در نتیجه q_2 و q_3 غیرهم‌علامت هستند و از ابتدا ۲ و ۴ حذف می‌شوند.

تست و پاسخ ۷۴

در شکل زیر، سه گوی کوچک مشابه دارای بارهای الکتریکی یکسان $q=+1\ \mu C$ و در تعادل هستند. جرم هر یک از این گوی‌ها چند گرم است؟ $(k=9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}$ و $g=10\ N/kg)$



نیروی خالص وارد بر هر یک از گوی‌ها صفر است.

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۳

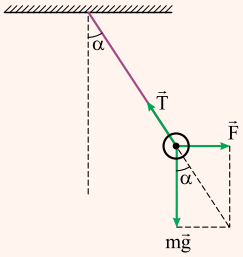
مشاوره کاربرد قانون کولن، بسیار متنوع است. سعی کنید که ضمن حل تست‌های گوناگون، با انواع آن‌ها آشنا شوید. شما در همین آزمون نمونه‌های خوبی از آن را می‌بینید.

خودت حل کنی بهتره نیروی افقی وارد بر یکی از گلوله‌های منحرف‌شده را به دست آورید، سپس با معلوم‌بودن زاویهٔ انحراف، وزن گلوله و در نهایت جرم آن را محاسبه کنید.

درس‌نامه ●● آونگ الکتریکی

اگر یک گلولهٔ کوچک به جرم m به کمک یک تکه نخ عایق از نقطه‌ای آویزان شده و در اثر نیروی افقی F، نسبت به وضع تعادل خود منحرف گردد به گونه‌ای که راستای نخ با امتداد قائم زاویهٔ α بسازد، در این صورت ۳ نیرو بر گلوله اثر می‌کنند و در حالت تعادل، نیروی خالص آن‌ها صفر است. نیروی وزن (mg) که رو به پایین است، نیروی افقی (F) و نیروی کشش نخ (T) که در امتداد نخ و از گلوله رو به خارج است.

نکات ۱ با توجه به روابط مثلثاتی در شکل مقابل می‌توان نوشت:



$$\tan\alpha=\frac{F}{mg}$$

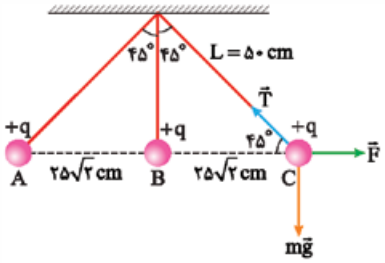
۲ نیروی افقی F، خود می‌تواند به عنوان نیروی خالص ناشی از ۲ یا چند نیروی جزئی دیگر باشد.

● درس‌نامهٔ تست ۷۲ را ملاحظه کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به روابط ریاضی، فاصله‌های BC و AC را در شکل زیر به دست می‌آوریم:



$$BC = L\cos 45^\circ = 50\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}\ cm$$

$$AC = 2BC = 50\sqrt{2}\ cm$$

گام دوم: نیروی افقی F وارد بر یکی از گلوله‌های منحرف‌شده مثلاً گلولهٔ سمت راست (گلولهٔ C) را پیدا می‌کنیم. نیروی خالص F ناشی از دو نیروی الکتریکی F_{BC} و F_{AC} است که هر دو به صورت رانشی و به طرف راست بر گلولهٔ C اثر می‌کنند. $F = F_{BC} + F_{AC}$

با توجه به قانون کولن، داریم:

$$\left.\begin{aligned} F_{BC} &= k\frac{qq}{(r_{BC})^2} \\ F_{AC} &= k\frac{qq}{(r_{AC})^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow F = F_{BC} + F_{AC} = kq^2\left(\frac{1}{(r_{BC})^2} + \frac{1}{(r_{AC})^2}\right)$$

$$\Rightarrow F = 9\times10^9\times(10^{-6})^2\left(\frac{1}{(25\sqrt{2}\times10^{-2})^2} + \frac{1}{(50\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\right) = 9\times10^{-3}\left(\frac{1}{0/125} + \frac{1}{0/5}\right) \Rightarrow F = 9\times10^{-2}\ N$$

گام سوم: براساس نکتهٔ ۱ درس‌نامه می‌توان نوشت:

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{9\times10^{-2}}{mg} \Rightarrow 1 = \frac{9\times10^{-2}}{m\times10} \Rightarrow m = 9\times10^{-3}\ kg = 9\ g$$

تکنیک ۱ در مواردی که بارها برحسب میکروکولن و فاصله‌ها برحسب سانتی‌متر هستند، می‌توان بدون هیچ تبدیل یکایی، با جای‌گذاری عدد ۹۰ به جای k در قانون کولن، نیروی F را برحسب نیوتون به دست آورد و با محاسبات ساده‌تری روبه‌رو شد.

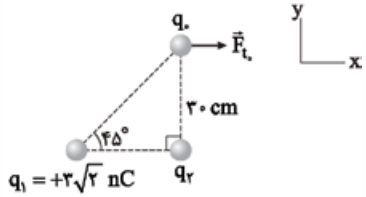
۲ در این سؤال می‌توانستیم فقط F_{AC} را به دست آوریم و با توجه به این‌که فاصلهٔ BC نصف AC و بارها مشابه‌اند، نیروی $F_{BC} = 4F_{AC}$ شده و $F = 4F_{AC} + F_{AC} = 5F_{AC}$ به دست می‌آید.

گام دوم با تکنیک‌های ۱ و ۲:

$$F_{AC} = 90\times\frac{1\times1}{(50\sqrt{2})^2} = \frac{90}{5000}\ N \Rightarrow F = 5F_{AC} = \frac{5\times90}{5000} = 9\times10^{-2}\ N$$

تست و پاسخ ۷۵

در شکل زیر، اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_0، $\vec{F}_{t_0} = (+2\ \mu N)\vec{i}$ باشد، q_2 چند نانوکولن است؟ $\left(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$



قانون کولن

۱) −۱/۵
۲) −۳
۳) ۱/۵
۴) ۳

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره بهتر است قبل از حل تست‌های مربوط به قانون کولن، مطالب مربوط به نیروی خالص (برایند)، بردارهای یکّه و مفاهیم اولیهٔ مثلثات را مرور کنید. اگر روی این مفاهیم مسلط باشید، راحت‌تر و با سرعت بیشتری تست‌های مربوط به قانون کولن را حل خواهید کرد.

Telegram: @konkur_in

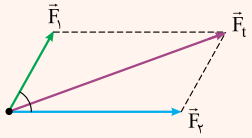
www.konkur.in

خودت حل کنی بهتره ابتدا جهت نیروهای وارد بر بار q_0 را مشخص کنید، سپس با استفاده از قانون کولن، اندازهٔ بار q_0 را محاسبه کنید. در انتها با به دست آوردن F_{20} بار q_2 را به دست آورید.

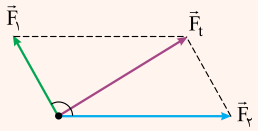
درس‌نامه

نکته ۱ قاعدهٔ متوازی‌الاضلاع در تعیین نیروی خالص (برایند نیروها):

فرض کنید دو نیروی $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ در راستاهای مختلف بر یک ذره اثر می‌کنند. اگر از انتهای هر نیرو، خطی موازی و مساوی با نیروی دیگر رسم کنیم تا یک متوازی‌الاضلاع تشکیل شود، نیروی خالص $\vec{F}_t$ از ذره رو به خارج و در راستای قطر متوازی‌الاضلاع است.



یا



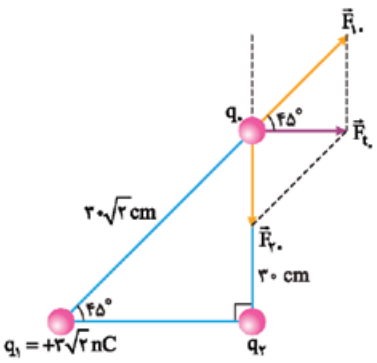
توجه این نکته که در مورد نیروها مطرح شد، در مورد هر کمیت برداری دیگر مانند میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ... نیز به کار می‌رود.

نکته ۲ نیروی الکتریکی بین بارهای هم‌نام به صورت رانشی و نیروی الکتریکی بین بارهای غیرهم‌نام به صورت رایشی است.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از یک رابطهٔ ریاضی ساده، فاصلهٔ q_1 تا q_0 به دست می‌آید:

$$\sin 45^\circ = \frac{30}{r_{10}} \Rightarrow r_{10} = \frac{30}{\sin 45^\circ} = \frac{30}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 30\sqrt{2}\ \text{cm}$$

گام دوم: با توجه به شکل و نکتهٔ ۱، نیروهای $\vec{F}_{10}$ و $\vec{F}_{20}$ باید در جهت‌های نشان داده شده باشند تا نیروی خالص (برایند) آن‌ها که $\vec{F}_{t_0}$ است، به طرف راست قرار گیرد.



بنابراین q_0 و q_1 باید هم‌نام باشند تا نیروی بین آن‌ها رانشی باشد؛ یعنی $q_0 > 0$ است.

از طرفی q_2 و q_0 باید غیرهم‌نام باشند تا نیروی بین آن‌ها رایشی باشد؛ یعنی $q_2 < 0$ است.

به این ترتیب ۳ و ۴ حذف می‌شوند.

گام سوم: با توجه به شکل، نیروی $\vec{F}_{20}$ در راستای افقی هیچ مؤلفه‌ای ندارد؛ پس نیروی $\vec{F}_{t_0}$ ناشی از مؤلفهٔ افقی نیروی $\vec{F}_{10}$ است.

$$F_{t_0} = F_{10}\cos 45^\circ$$

با استفاده از نکتهٔ ۳ در درس‌نامهٔ تست ۷۲ (قانون کولن) می‌توان نوشت:

$$F_{t_0} = k\frac{|q_1||q_0|}{r_{10}^2}\cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-6} = 9\times10^{9}\times\frac{3\sqrt{2}\times10^{-9}\times q_0}{(30\sqrt{2}\times10^{-2})^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 2\times10^{-6} = \frac{9\times3\times q_0}{9\times2\times10^{-2}} \Rightarrow q_0 = \frac{4}{3}\times10^{-8}\ \text{C} \Rightarrow q_0 = \frac{40}{3}$$

گام چهارم: نیروی $\vec{F}_{20}$ با مؤلفهٔ قائم نیروی $\vec{F}_{10}$ خنثی می‌شود.

$$\left.\begin{aligned} F_{20} &= F_{10}\sin 45^\circ \\ F_{t_0} &= F_{10}\cos 45^\circ \end{aligned}\right\} \Rightarrow F_{t_0} = F_{20} = 2\times10^{-6}\ \text{N}$$

با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F_{20} = k\frac{|q_2||q_0|}{r_{20}^2}$$

$$\Rightarrow 2\times10^{-6} = 9\times10^{9}\times\frac{|q_2|\times\frac{40}{3}\times10^{-9}}{(30\times10^{-2})^2} \Rightarrow 2\times10^{-6} = \frac{9\times|q_2|\times\frac{40}{3}}{9\times10^{-2}} \Rightarrow |q_2| = \frac{2\times10^{-8}}{\frac{40}{3}} = 1/5\times10^{-9}\ \text{C}$$

$$\Rightarrow q_2 = -1/5\ \text{nC}$$

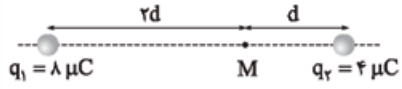
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حواستون باشه اگر قدرمطلق را برای $q_۲$ نگذاریم، ممکن است در پایان حل فراموش کنیم که بار $q_۲$ باید منفی باشد و به اشتباه ۳ را انتخاب کنیم.

تست و پاسخ ۷۶

در شکل زیر، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ M برابر E است. اگر بار $q' = -۱۶\ \mu C$ را به بار $q_۱$ اضافه کنیم، بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M چند E می‌شود؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره رابطهٔ میدان الکتریکی ناشی از ذرهٔ باردار، از فرمول‌های پُر کاربرد فیزیک ۲ است. در کنکور به احتمال خیلی زیاد با آن روبه‌رو خواهید شد.

خودت حل کنی بهتره جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ M مشخص کرده و نسبت اندازهٔ آن‌ها را تعیین کنید، سپس میدان الکتریکی برایند در نقطهٔ M را در دو حالت به دست آورده و نسبت آن‌ها را تعیین کنید.

درس‌نامه

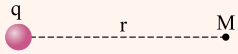
نکات ۱ بزرگی میدان الکتریکی حاصل از ذرهٔ باردار q در فاصلهٔ r از آن، با رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$E = k\frac{|q|}{r^۲}$$

E = بزرگی یا اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

k = ثابت کولن $= ۹\times۱۰^۹\ (\frac{N.m^۲}{C^۲})$

q = بار الکتریکی ذره (C)



r = فاصلهٔ بار q تا نقطه‌ای مانند M که میدان الکتریکی را در آن نقطه می‌خواهیم. (m)

۲ جهت میدان الکتریکی در نقطهٔ دلخواه M، از بار مثبت رو به خارج و به سوی بار منفی است.

۳ برای مقایسهٔ اندازهٔ دو میدان الکتریکی مختلف می‌توان نوشت:

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}}{k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲}} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

۴ براساس اصل برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی، اگر چند میدان الکتریکی در یک نقطه وجود داشته باشند، برای به دست آوردن میدان الکتریکی خالص باید آن‌ها را جمع برداری کنیم.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکتهٔ ۲، میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ ناشی از بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ را در نقطهٔ M رسم می‌کنیم:

گام دوم: با استفاده از نکتهٔ ۳، نسبت اندازهٔ این دو میدان الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ = \frac{۴}{۸}\times(\frac{۲d}{d})^۲ = \frac{۱}{۲}\times۴ = ۲ \Rightarrow E_۲ = ۲E_۱$$

گام سوم: با توجه به نکتهٔ ۴، اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M به دست می‌آید:

$$E = E_۲ - E_۱ = ۲E_۱ - E_۱ \Rightarrow E = E_۱$$

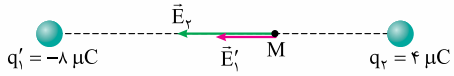
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام چهارم: اگر بار $-16\ \mu C$ را به بار q_1 اضافه کنیم:

$$q_1' = 8 + (-16) = -8\ \mu C$$

میدان الکتریکی $\vec{E}_2$ نسبت به حالت اول هیچ تغییری ندارد. میدان الکتریکی $\vec{E}_1'$ نیز با میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ هم‌اندازه است، ولی جهت آن برعکس می‌شود.



گام پنجم: اندازهٔ میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ M را در حالت دوم محاسبه می‌کنیم:

$$E' = E_1' + E_2 = E_1 + 2E_1 = 3E_1$$

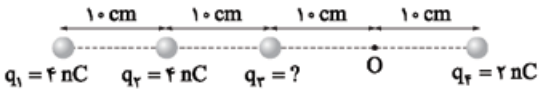
$$\frac{E'}{E} = \frac{3E_1}{E_1} = 3$$

حواستون باشه برای تعیین اندازه و جهت میدان الکتریکی در یک نقطه، لزومی ندارد که در آن نقطه بار الکتریکی وجود داشته باشد.

تست و پاسخ ۷۷

چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل ثابت شده‌اند. اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از چهار بار در نقطهٔ O برابر ۴۰۰ N/C است. اندازهٔ بار q_3 چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ $\left(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$

خالص (برایند)



۱) ۱
۲) ۴
۳) ۹
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره میدان‌های الکتریکی ناشی از بارهای q_1، q_2 و q_4 را در نقطهٔ O به دست آورید، سپس با داشتن میدان الکتریکی برایند، میدان الکتریکی حاصل از بار q_3 و اندازهٔ بار q_3 به دست می‌آیند.

درس نامه نکته‌های ۱، ۲ و ۴ از درس‌نامهٔ تست ۷۶ مطالعه شوند.

پاسخ تشریحی **گام اول:** اندازه و جهت هر یک از میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای مثبت q_1، q_2 و q_4 را در نقطهٔ O مشخص می‌کنیم.

در هر سه مورد میدان الکتریکی حاصل رو به خارج از بار مورد نظر است.

$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-9}}{(0/3)^2} = 400\ N/C \Rightarrow \vec{E}_1 = 400\,\vec{i}$$

$$E_2 = k\frac{|q_2|}{r_2^2} = 9\times10^9 \times \frac{4\times10^{-9}}{(0/2)^2} = 900\ N/C \Rightarrow \vec{E}_2 = 900\,\vec{i}$$

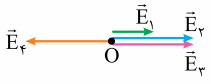
$$E_4 = k\frac{|q_4|}{r_4^2} = 9\times10^9 \times \frac{2\times10^{-9}}{(0/1)^2} = 1800\ N/C \Rightarrow \vec{E}_4 = -1800\,\vec{i}$$

گام دوم: اندازه و جهت میدان الکتریکی $\vec{E}_3$ را تعیین می‌کنیم:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

توجه این سؤال می‌تواند دو جواب داشته باشد.

الف) میدان الکتریکی خالص به طرف راست باشد:



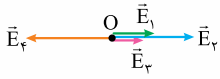
$$\vec{E}_T = 400\,\vec{i} \Rightarrow 400\,\vec{i} = 400\,\vec{i} + 900\,\vec{i} + \vec{E}_3 + (-1800\,\vec{i}) \Rightarrow \vec{E}_3 = 900\,\vec{i}$$

$$E_3 = k\frac{|q_3|}{r_3^2} \Rightarrow 900 = 9\times10^9 \times \frac{|q_3|}{(0/1)^2} \Rightarrow |q_3| = 10^{-9}\ C = 1\ nC$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ب) میدان الکتریکی خالص به طرف چپ باشد:



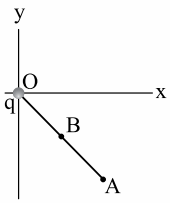
$$\vec{E}_T = -400\,\vec{i} \Rightarrow -400\,\vec{i} = 400\,\vec{i} + 900\,\vec{i} + \vec{E}_3 + (-1800\,\vec{i}) \Rightarrow \vec{E}_3 = 100\,\vec{i}$$

در این حالت $|q_3| = \frac{1}{9}\,nC$ به دست می‌آید که در گزینه‌ها وجود ندارد.

تست و پاسخ ۷۸

بردار میدان حاصل از بار الکتریکی q در نقطهٔ A به صورت $\vec{E}_A = (2\times10^5\ N/C)\vec{i} + (-1/5\times10^5\ N/C)\vec{j}$ است. اگر بار $-5\ \mu C$ را در نقطهٔ B (وسط پاره‌خط OA) قرار دهیم، نیروی وارد بر این بار برحسب بردارهای یکّه کدام است؟

نیروی ناشی از میدان الکتریکی



۱) $(-8\ N)\vec{i} + (6\ N)\vec{j}$

۲) $(4\ N)\vec{i} + (-3\ N)\vec{j}$

۳) $(8\ N)\vec{i} + (-6\ N)\vec{j}$

۴) $(-4\ N)\vec{i} + (3\ N)\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۴

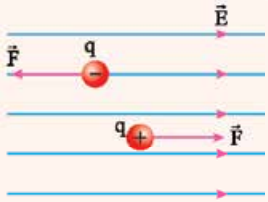
مشاوره همان‌طور که می‌بینید، بردارهای یکّه نقش پر رنگی در این تست دارند؛ پس بهتر است با ماهیت و کاربرد آن‌ها به خوبی آشنا باشید. میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای با بردارهای یکّه، در کنکور تیرماه ۱۴۰۱ رشتهٔ ریاضی نیز مطرح شده بود.

خودت حل کنی بهتره رابطهٔ بین اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقاط A و B را مشخص کنید، سپس $\vec{E}_B$ را محاسبه کنید و از روی آن $\vec{F}_B$ را به دست آورید.

تکنیک میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ هم‌سو هستند. علاوه‌بر این، بار قرار گرفته در نقطهٔ B، منفی است؛ بنابراین نیروی وارد بر آن در خلاف جهت $\vec{E}_A$ است، یعنی پاسخ به صورت $(-\square\vec{i} + O\vec{j})$ است. پس می‌توان از ابتدا ۲ و ۳ را حذف کرد.

درس‌نامه

نکات ۱) اگر بار ذره‌ای q در میدان الکتریکی $\vec{E}$ قرار گیرد، نیروی الکتریکی $\vec{F}$ بر آن وارد می‌شود که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$\vec{F} = q\vec{E}$$

F = اندازهٔ نیرو (N) $\quad$ q = بار الکتریکی ذره (C) $\quad$ E = اندازهٔ میدان الکتریکی (N/C)

اگر $q > 0$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ هم‌جهت هستند.

اگر $q < 0$ باشد، $\vec{F}$ و $\vec{E}$ در خلاف جهت هم هستند.

۲) بردارهای نیرو و میدان الکتریکی را می‌توان برحسب بردارهای یکّه نوشت: $(F_x\vec{i} + F_y\vec{j}) = q(E_x\vec{i} + E_y\vec{j})$

درس‌نامهٔ تست ۷۶ را بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار q را در نقطهٔ B به دست می‌آوریم.

نقطهٔ B در وسط پاره‌خط OA قرار دارد؛ پس:

$$r_B = \frac{1}{2}r_A$$

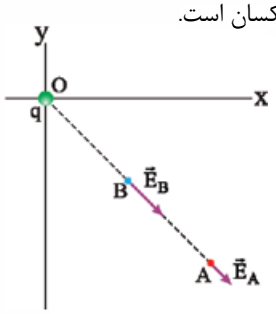
چون اندازهٔ میدان الکتریکی با مربع فاصله از بار نسبت وارون دارد؛ پس:

$$\frac{E_B}{E_A} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \left(\frac{r_A}{\frac{1}{2}r_A}\right)^2 = 4 \Rightarrow E_B = 4E_A$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: چون نقطهٔ B روی پاره‌خط OA قرار دارد، جهت میدان الکتریکی حاصل از بار q در نقاط A و B یکسان است.



$$\vec{E}_B = 4\vec{E}_A = 4[(2\times10^5\ N/C)\vec{i} - (1/5\times10^5\ N/C)\vec{j}]$$

$$\vec{E}_B = (8\times10^5\ N/C)\vec{i} - (6\times10^5\ N/C)\vec{j}$$

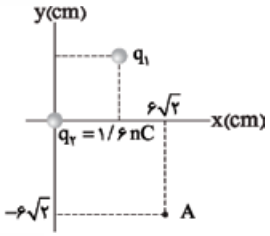
گام سوم: نیروی وارد بر بار $q' = -5\ \mu C$ را در نقطهٔ B به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_B = q'\vec{E}_B = -5\times10^{-6}\,C[(8\times10^5\ N/C)\vec{i} - (6\times10^5\ N/C)\vec{j}] \Rightarrow \vec{F}_B = (-4N)\vec{i} + (3N)\vec{j}$$

حواستون باشه علامت بار q' در این‌جا تأثیر دارد و باعث می‌شود $\vec{F}_B$ و $\vec{E}_B$ در خلاف جهت هم باشند.

تست و پاسخ ۷۹

در شکل زیر، بار q_2 به بار q_1 نیروی الکتریکی $\vec{F}_{21} = (0/6\sqrt{2}\ \mu N)\vec{i} + (0/6\sqrt{2}\ \mu N)\vec{j}$ را وارد می‌کند. اگر بار q_2 را از مبدأ مختصات به نقطهٔ A منتقل کنیم، بزرگی میدان الکتریکی در مبدأ مختصات چند نیوتون بر کولن خواهد شد؟ $(k = 9\times10^9\ \frac{N.m^2}{C^2})$



میدان الکتریکی خالص (برایند)

۱) ۱۵۰۰
۲) ۱۲۵۰
۳) ۱۰۰۰
۴) ۷۵۰

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اندازهٔ میدان الکتریکی بار q_1 را در مبدأ مختصات به دست آورید، سپس بار q_2 را در محل جدید خود قرار داده و اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از آن را نیز در مبدأ مختصات پیدا کنید. اکنون میدان الکتریکی خالص (برایند) حاصل از این دو میدان الکتریکی عمود بر هم را محاسبه کنید.

درس‌نامه

نکات ۱) بنا بر قانون سوم نیوتون، نیروهایی که دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت همدیگرند.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad F_{12} = F_{21}$$

F_{12} = اندازهٔ نیرویی که ذرهٔ اول به ذرهٔ دوم وارد می‌کند.

F_{21} = اندازهٔ نیرویی که ذرهٔ دوم به ذرهٔ اول وارد می‌کند.

۲) اگر دو میدان الکتریکی $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ در یک نقطه بر هم عمود باشند، بزرگی میدان الکتریکی خالص آن‌ها در این نقطه از رابطهٔ $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ به دست می‌آید.

نکته‌های ۱ و ۲ از درس‌نامهٔ تست ۷۶ را نیز بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** F_{21} را به دست می‌آوریم:

$$F_{21} = F_{12} = \sqrt{(F_{21x})^2 + (F_{21y})^2} = \sqrt{(0/6\sqrt{2})^2 + (0/6\sqrt{2})^2} = 1/2\,\mu N = 1/2\times10^{-6}\ N$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تکنیک ۱) بزرگی برایند دو بردار هم‌اندازه و عمود بر هم، $\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ هر کدام است. مثلاً: $\sqrt{F^۲+F^۲}=F\sqrt{۲}$

گام دوم: اندازهٔ میدان الکتریکی بار $q_۱$ را در مبدأ مختصات (محل اولیهٔ بار $q_۲$) به دست می‌آوریم:

$$E_۱=\frac{F_{۱۲}}{q_۲}=\frac{۱/۲\times۱۰^{-۶}}{۱/۶\times۱۰^{-۹}}=۷۵۰\ N/C$$

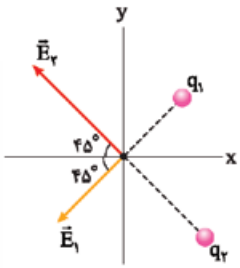
گام سوم: فاصلهٔ مبدأ مختصات تا نقطهٔ A را به دست می‌آوریم:

$$OA=r_۲=\sqrt{(۶\sqrt{۲})^۲+(۶\sqrt{۲})^۲}=۱۲\ cm$$

گام چهارم: اکنون بار $q_۲$ را در نقطهٔ A قرار داده و اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از آن را در نقطهٔ O محاسبه می‌کنیم:

$$E_۲=k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۱/۶\times۱۰^{-۹}}{(۱۲\times۱۰^{-۲})^۲}=\frac{۹\times۱/۶}{۱۴۴\times۱۰^{-۴}}=۱۰۰۰\ N/C$$

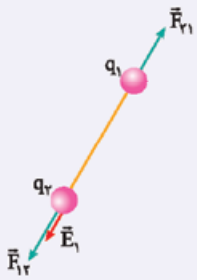
جهت میدان‌های الکتریکی $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در حالت دوم در شکل مقابل نشان داده شده است.



$$E_t=\sqrt{E_۱^۲+E_۲^۲}=\sqrt{۷۵۰^۲+۱۰۰۰^۲}=۱۲۵۰\ N/C$$

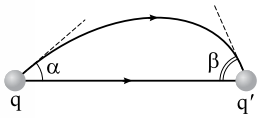
تکنیک ۲) با استفاده از اعداد فیثاغورسی در مثلث قائم‌الزاویهٔ طلایی، می‌توان به راحتی E را به دست آورد: $\sqrt{(۳k)^۲+(۴k)^۲}=۵k$

حواستون باشه با توجه به جهت $\vec{F}_{۲۱}$ در حالت اول، باید بار $q_۱$ هم‌علامت بار $q_۲$ یعنی مثبت باشد، اما مثبت یا منفی بودن بار $q_۱$ تأثیری در پاسخ این سؤال ندارد، چون در هر صورت $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ با همین اندازه‌ها و عمود بر هم قرار می‌گیرند.



تست و پاسخ ۸۰

دو خط میدان الکتریکی حاصل از دو بار q و q′ که در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. اگر $\beta>\alpha$ باشد، کدام مقایسه بین اندازه و نوع بارهای q و q′ درست است؟



۱) $|q|>|q'|\ ,\ q<۰\ ,\ q'>۰$
۲) $|q|>|q'|\ ,\ q>۰\ ,\ q'<۰$
۳) $|q|<|q'|\ ,\ q<۰\ ,\ q'>۰$
۴) $|q|<|q'|\ ,\ q>۰\ ,\ q'<۰$

توجه به ویژگی‌های خطوط میدان الکتریکی

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این‌گونه تست‌ها چون محاسبات عددی ندارند، زمان‌بر نیستند، پس با کمی دقت حتی می‌توانید چند ثانیه‌ای هم، وقت ذخیره کنید.

خودت حل کنی بهتره با توجه به ویژگی‌های خطوط میدان الکتریکی، ابتدا علامت بارها را تعیین کنید، سپس بزرگی آن‌ها را مقایسه کنید.

درس‌نامه برای مجسم‌کردن میدان الکتریکی در فضای اطراف اجسام باردار، از خط‌های جهت‌داری موسوم به خطوط میدان الکتریکی استفاده می‌کنیم.

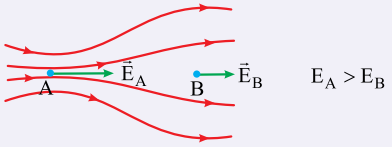
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکات ۱ این خط‌ها از بارهای مثبت شروع و به بارهای منفی ختم می‌شوند.

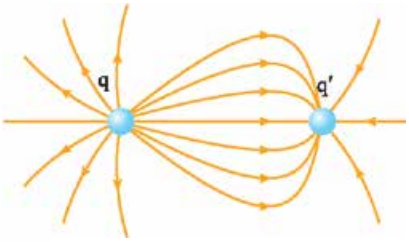
۲ هر جا خطوط میدان متراکم‌تر باشند، بزرگی میدان بیشتر است.

۳ در هر نقطه، بردار میدان الکتریکی، مماس بر خط میدان الکتریکی عبوری از آن نقطه و در همان جهت است.



پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکتهٔ ۱، چون خط میدان الکتریکی از بار q به طرف بار q' است؛ پس $q' < 0$ و $q > 0$ است.

گام دوم: مماس‌های رسم‌شده، با خط واصل دو بار زاویه‌های α و β را تشکیل داده است، به طوری که $\alpha < \beta$ است؛ پس تراکم خط‌های میدان در اطراف بار q بیشتر از q' است و این موضوع نشان می‌دهد که اندازهٔ میدان الکتریکی در اطراف بار q بیشتر است و بار q مقدار بزرگ‌تری دارد.



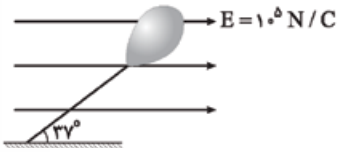
$$|q| > |q'|$$

تست و پاسخ ۸۱

مطابق شکل، بادکنک بارداری به جرم ۳ g به یک نخ متصل و در یک میدان الکتریکی یکنواخت افقی ساکن است. اگر نیروی شناوری وارد بر بادکنک ۱/۵ برابر وزن آن باشد، بار الکتریکی بادکنک چند نانوکولن است؟ ($g = 10\ N/kg$ و $\sin 37^\circ = 0/6$)

رو به بالا

نیروی خالص وارد بر بادکنک صفر است.



۱) ۲۰۰

۲) ۵۰

۳) ۲۰

۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱

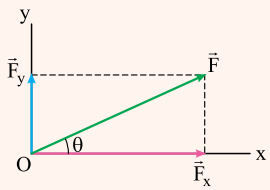
خودت حل کنی بهتره ابتدا نیروهای وارد بر بادکنک را رسم کنید، سپس نیروی خالص (برایند) آن‌ها را در هر دو راستای افقی و قائم برابر صفر قرار دهید. اکنون با تعیین اندازهٔ نیروی افقی F که ناشی از میدان الکتریکی است، بار الکتریکی به دست می‌آید.

درس‌نامه

نکات ۱ نیروی شناوری $(\vec{F}_b)$ به طرف بالا و نیروی وزن $(\vec{W})$ رو به پایین بر یک جسم اثر می‌کنند. نیروی کشش نخ $(\vec{T})$ نیز در امتداد نخ و از جسم به طرف خارج است. نیروی $(\vec{F})$ ناشی از میدان الکتریکی نیز که در نکتهٔ ۱ درس‌نامهٔ تست ۷۸ به آن اشاره شد، در امتداد میدان الکتریکی قرار می‌گیرد.

۲ در حالت تعادل یک جسم، نیروی خالص وارد بر آن در هر دو راستای افقی و قائم صفر است.

۳ تجزیهٔ یک بردار به دو مؤلفهٔ عمود بر هم: فرض کنید برداری مانند $\vec{F}$ با سوی مثبت محور xها زاویهٔ θ می‌سازد. مطابق شکل، $\vec{F}_x$ و $\vec{F}_y$ مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ روی محورهای x و y هستند و می‌توان نوشت:



$$\vec{F} = F_x\vec{i} + \vec{F}_y\vec{j}$$

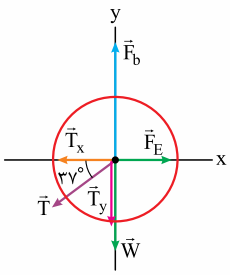
$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_y = F\sin\theta$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **روش اول؛ گام اول:** نیروهای وارد بر جسم را براساس توضیحات درس‌نامه رسم می‌کنیم. چون بادکنک به سمت راست منحرف شده، پس نیروی $\vec{F}_E$ نیز به طرف راست بر بادکنک اثر می‌کند. نیروی $\vec{T}$ را نیز به دو مؤلفهٔ عمود بر هم روی محورهای x و y تجزیه می‌کنیم.



گام دوم: با توجه به نکتهٔ ۲، رابطهٔ بین نیروهای وارد بر جسم را می‌نویسیم:

در راستای قائم: $F_b - W - T_y = ۰ \Rightarrow ۱/۵W - W = T_y \Rightarrow ۰/۵W = T\sin ۳۷^\circ$

$\Rightarrow ۰/۵\times ۳\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰ = T\times ۰/۶ \Rightarrow T = ۲/۵\times ۱۰^{-۲}\ N$

در راستای افقی: $F_E - T_x = ۰ \Rightarrow F_E = T_x = T\cos ۳۷^\circ = ۲/۵\times ۱۰^{-۲}\times ۰/۸ \Rightarrow F_E = ۲\times ۱۰^{-۲}\ N$

گام سوم: با استفاده از نکتهٔ ۱ درس‌نامهٔ تست ۷۸ می‌توان نوشت:

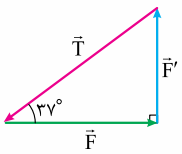
$$q = \frac{F_E}{E} = \frac{۲\times ۱۰^{-۲}}{۱۰^{۵}} = ۲\times ۱۰^{-۷}\ C = ۲۰۰\ nC$$

حواستون باشه بار الکتریکی بادکنک مثبت است، زیرا نیروی الکتریکی وارد بر آن، با میدان الکتریکی هم‌جهت است.

روش دوم؛ گام اول: برایند دو نیروی $\vec{F}_b$ و $\vec{W}$ را $\vec{F}'$ می‌نامیم که رو به بالا اثر می‌کند.

$$F' = F_b - W = ۱/۵W - W = ۰/۵\ mg = ۰/۵\times ۳\times ۱۰^{-۳}\times ۱۰ = ۱/۵\times ۱۰^{-۲}\ N$$

گام دوم: نیروی خالص حاصل از $\vec{F}_E$، $\vec{F}'$ و $\vec{T}$ صفر است؛ یعنی اگر آن‌ها را پشت سر هم رسم کنیم، یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل می‌شود. در این مثلث می‌توان نوشت:



$$\tan ۳۷^\circ = \frac{F'}{F_E} = \frac{F'}{qE}$$

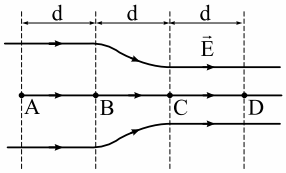
$$\frac{۳}{۴} = \frac{۱/۵\times ۱۰^{-۲}}{q\times ۱۰^{۵}} \Rightarrow q = \frac{۶\times ۱۰^{-۲}}{۳\times ۱۰^{۵}} = ۲\times ۱۰^{-۷}\ C \Rightarrow q = ۲۰۰\ nC$$

تست و پاسخ ۸۲

ویژگی تراکم خطوط میدان الکتریکی

توجه به جهت نیروهای وارد بر بار منفی

شکل زیر، آرایش خط‌های یک میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. از نقطهٔ D یک الکترون از حال سکون رها می‌شود و توسط میدان الکتریکی، تا نقطهٔ A شتاب می‌گیرد. کدام رابطه دربارهٔ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در این جابه‌جایی درست است؟



۱) $|\Delta U_{CD}| > |\Delta U_{BC}| > |\Delta U_{AB}|$

۲) $|\Delta U_{AB}| > |\Delta U_{BC}| > |\Delta U_{CD}|$

۳) $|\Delta U_{AB}| = |\Delta U_{CD}| > |\Delta U_{BC}|$

۴) $|\Delta U_{AB}| = |\Delta U_{BC}| = |\Delta U_{CD}|$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این تست برگرفته از پرسش‌های آخر فصل ۱ کتاب درسی فیزیک ۲ است و مشابه آن در کنکور تیرماه ۱۴۰۱ رشتهٔ تجربی مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره با توجه به تراکم خطوط میدان، در هر مرحله، نیروی وارد بر الکترون و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

درس‌نامه ●● تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی

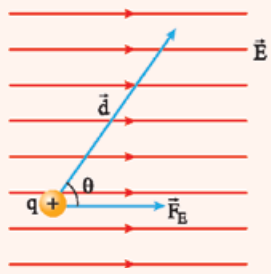
اگر نیروی الکتریکی $\vec{F}_E$ از طرف میدان الکتریکی $\vec{E}$ بر ذره‌ای با بار الکتریکی q اثر کند، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن، در جابه‌جایی $\vec{d}$ از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\Delta U_E = -W_E = -F_E d\cos\theta$$

$$\Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



ΔU_E = تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J)

W_E = کار میدان الکتریکی (J)

$|q|$ = اندازهٔ بار الکتریکی (C)

E = بزرگی میدان الکتریکی (N / C)

d = اندازهٔ جابه‌جایی ذرهٔ باردار (m)

θ = زاویهٔ بین نیروی $\vec{F}_E$ و $\vec{d}$

به نکتهٔ ۱ درس‌نامهٔ تست ۷۸ و نکتهٔ ۲ درس‌نامهٔ تست ۸۰ نیز توجه کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکتهٔ ۱ درس‌نامهٔ تست ۷۸، چون بار الکترون منفی است، نیروی وارد بر این الکترون از D تا A در خلاف جهت میدان الکتریکی یعنی به طرف چپ است.

پس زاویهٔ θ در کل مسیر ثابت و برابر صفر است. $(\cos\theta = 1)$

گام دوم: اندازهٔ بار الکترون در کل مسیر ثابت است. هم‌چنین جابه‌جایی‌های هر مرحله نیز یکسان هستند، اما اندازهٔ میدان الکتریکی در این سه مرحله یکسان نیست. هر چه از سمت چپ به راست می‌رویم، خطوط میدان الکتریکی متراکم‌تر شده و میدان الکتریکی قوی‌تر می‌شود؛ پس هر مرحله‌ای که میدان الکتریکی بزرگ‌تری داشته باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی آن بیشتر است؛ یعنی:

$$E_{CD} > E_{BC} > E_{AB} \Rightarrow |\Delta U_{CD}| > |\Delta U_{BC}| > |\Delta U_{AB}|$$

حواستون باشه ۱) تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در هر سه مرحله منفی است.

۲) هرگاه یک بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی از حال سکون رها شود تا توسط میدان الکتریکی شتاب بگیرد، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. $\Delta U_E < 0$

تست و پاسخ ۸۳

ذره‌ای با بار q در راستای یک میدان الکتریکی یکنواخت تحت تأثیر نیروهای الکتریکی و خارجی جابه‌جا می‌شود. چه تعداد از جمله‌های زیر در مورد این جابه‌جایی درست است؟

قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی

الف) اگر کار نیروی میدان الکتریکی مثبت باشد، امکان ندارد که انرژی پتانسیل الکتریکی بار، افزایش پیدا کند.

ب) اگر کار نیروی خارجی منفی باشد، امکان ندارد که تندی حرکت ذره، کاهش یابد.

پ) اگر طی حرکت، پتانسیل الکتریکی افزایش یابد، امکان ندارد که کار میدان الکتریکی و کار نیروی خارجی، هم‌علامت باشند.

ت) اگر انرژی جنبشی ذره افزایش پیدا کند، امکان ندارد که پتانسیل الکتریکی کاهش یابد.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برخلاف نظر برخی از دانش‌آموزان که فکر می‌کنند همهٔ سؤال‌های تشریحی فیزیک ساده‌تر از مسئله‌ها هستند، همان‌طور که در این‌جا می‌بینید، گاهی این سؤال‌ها از تست‌های محاسباتی وقت‌گیرتر اند و نیاز به تسلط کامل بر مفاهیم دارند.

خودت حل کنی بهتره به نکات زیر دقت کنید:

۱ کار میدان الکتریکی و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی، قرینهٔ یکدیگرند.

۲ قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی

۳ با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و برعکس.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه

نکات ۱) وقتی علاوه بر نیروی ناشی از میدان الکتریکی ($\vec{F}_E$)، نیروی دیگری مانند $\vec{F}$ نیز به عنوان یک نیروی خارجی (مانند وزن یا نیروی دست ما) روی بار الکتریکی q کار انجام دهد، با توجه به قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی می‌توان نوشت: $\Delta K = W_F + W_E$

$\Delta K = K_2 - K_1$ = تغییر انرژی جنبشی بار (J)

K_1 = انرژی جنبشی ذره در حالت اول (J)

K_2 = انرژی جنبشی ذره در حالت دوم (J)

W_E = کار میدان الکتریکی (J)

W_F = کار نیروی خارجی (J)

F = بزرگی نیروی خارجی (N)

$K = \frac{1}{2}mv^2$

m = جرم ذره (kg) v = تندی ذره (m/s)

۲) با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و با حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد. این موضوع مستقل از نوع و اندازهٔ بار جابه‌جاشده بین دو نقطه است، اما تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی براساس رابطهٔ $\Delta U_E = q\Delta V$ به نوع و اندازهٔ بار جابه‌جاشده بستگی دارد.

ΔV = اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

● به درس‌نامهٔ تست ۸۲ نیز توجه کنید.

پاسخ تشریحی **روش اول:** الف) درست، با توجه به درس‌نامهٔ تست ۸۲ داریم: $W_E = -\Delta U_E$

$W_E > 0 \Rightarrow \Delta U_E < 0$

قطعاً انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می‌یابد.

ب) نادرست. ΔK علاوه بر W_F به W_E نیز بستگی دارد.

در این‌جا چون اندازه و علامت W_E معلوم نیست؛ پس نمی‌توان به طور قطع گفت که $\Delta K > 0$ یا $\Delta K < 0$، یعنی هر دو حالت ممکن است رخ دهد؛ بنابراین ممکن است $\Delta K < 0$ بوده و تندی حرکت بار کاهش یابد.

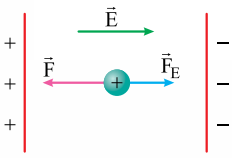
$\Delta K = \overset{?}{W_F} + \overset{?}{W_E}$ (منفی)

پ) نادرست. وقتی پتانسیل الکتریکی افزایش یابد، با توجه به نکتهٔ ۲ درس‌نامه یعنی در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کرده‌ایم. این موضوع به تنهایی تعیین‌کنندهٔ علامت W_E و W_F نیست. علامت W_E و W_F به جهت نیروهای $\vec{F}_E$ و $\vec{F}$ نیز بستگی دارد که در این‌جا معلوم نیست.

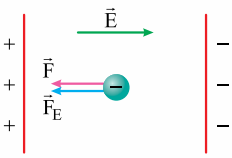
ت) نادرست. اگر انرژی جنبشی بار افزایش یابد، یعنی $K_2 > K_1$ و $\Delta K > 0$ است. این موضوع نشان نمی‌دهد که ذره در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده یا در خلاف آن؛ پس امکان دارد که پتانسیل الکتریکی آن کاهش یافته باشد.

روش دوم: برای آن‌که نشان دهیم جمله‌های «ب»، «پ» و «ت» نادرست هستند، می‌توانیم از مثال نقض نیز استفاده کنیم.

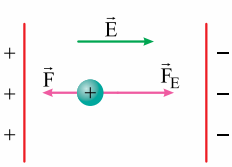
ب) اگر ذرهٔ مثبت به سمت راست پرتاب شود و نیروی خارجی $\vec{F}$ $(F > F_E)$ به طرف چپ اثر کند، حرکت ذره در ابتدا کندشونده بوده و تندی آن کاهش می‌یابد.



پ) امکان دارد که ذرهٔ منفی تحت تأثیر نیروهای $\vec{F}$ و $\vec{F}_E$ در خلاف جهت میدان الکتریکی به طرف چپ حرکت کند. در این صورت W_E و W_F هم‌علامت هستند.



ت) اگر مطابق شکل $F_E > F$ باشد، انرژی جنبشی ذرهٔ مثبت می‌تواند افزایش یابد. در حالی که با حرکت در جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی در حال کاهش است.



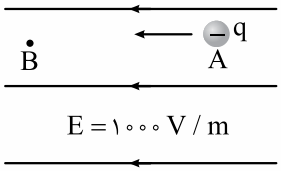
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۸۴

مطابق شکل، ذره‌ای به جرم ۱ g و بار الکتریکی $-۶/۲۵\ mC$ را با تندی $۵۰۰\ m/s$ در جهت نشان داده شده از نقطهٔ A در میدان الکتریکی یکنواخت پرتاب می‌کنیم؛ بار در نقطهٔ B می‌ایستد و برمی‌گردد. اختلاف پتانسیل نقطه‌های A و B ($V_A - V_B$) چند کیلوولت است؟ (از وزن ذره و نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید.)

انرژی جنبشی آن صفر می‌شود.



۱) $+۲$

۲) -۲

۳) $+۲۰$

۴) -۲۰

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست برگرفته از یک مثال حل‌شده در فصل ۱ کتاب درسی فیزیک ۲ است.

خودت حل کنی بهتره قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را برای این ذرهٔ باردار بنویسید، سپس با به دست آوردن تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی، اختلاف پتانسیل الکتریکی به دست می‌آید.

درس‌نامه به نکات درس‌نامهٔ تست ۸۳ مراجعه کنید.

پاسخ تشریحی در این‌جا با صرف نظر کردن از نیروی وزن، فقط نیروی الکتریکی کار انجام می‌دهد.

$$\Delta K = W_F + W_E \Rightarrow K_B - K_A = -\Delta U_E$$

در نقطهٔ B چون ذره می‌ایستد؛ پس انرژی جنبشی ندارد، یعنی $K_B = ۰$.

$$۰ - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = -q\Delta V \Rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱۰^{-۳}\times (۵۰۰)^۲ = -۶/۲۵\times ۱۰^{-۳}\Delta V \Rightarrow ۲۵\times ۱۰^۴ = -۱۲/۵\Delta V$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = -\frac{۲۵\times ۱۰^۴}{۱۲/۵} = -۲۰\times ۱۰^۳\ V = -۲۰\ kV$$

$$V_A - V_B = +۲۰\ kV$$

حواستون باشه ۱) تندی ذره در نقطهٔ A را با پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A اشتباه نگیرید، چون هر دو ظاهراً مشابه هم نوشته می‌شوند.

۲) علامت بار q در رابطهٔ $\Delta U_E = q\Delta V$ دخالت دارد.

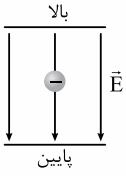
تکنیک با توجه به نکتهٔ ۲ تست ۸۳ می‌توان نوشت $V_A > V_B$؛ در نتیجه $V_A - V_B > ۰$ بوده و از همان ابتدا می‌توان ۲ و ۴ را حذف کرد.

تست و پاسخ ۸۵

در شکل زیر، ذرهٔ بارداری به جرم ۱ g را در میدان الکتریکی یکنواختی از حال سکون رها می‌کنیم. اگر بار ذره $-۱\ \mu C$ و بزرگی میدان الکتریکی $۲۰۰۰\ V/m$ باشد؛ تندی این ذره پس از ۱ m جابه‌جایی به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$)

از رابطهٔ انرژی جنبشی در حالت دوم

انرژی جنبشی اولیهٔ آن صفر است.



۱) ۲

۲) ۴

۳) $\sqrt{۶}$

۴) $۲\sqrt{۶}$

پاسخ: گزینه ۲

Telegram: @konkur_in

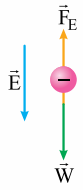
www.konkur.in

خودت حل کنی بهتره نیروهای وارد بر ذره را رسم کنید. سپس قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی را بنویسید و تندی پایانی را به دست آورید.

درس‌نامه به درس‌نامهٔ تست‌های ۷۸ و ۸۲ و هم‌چنین نکتهٔ ۱ تست ۸۳ مراجعه کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم. با توجه به درس‌نامهٔ تست ۸، چون بار ذره منفی است، نیروی $\vec{F}_E$ در خلاف جهت میدان الکتریکی، یعنی رو به بالا بر آن اثر می‌کند. نیروی وزن $\vec{W}$ هم که رو به پایین است.

حالا باید ببینیم حرکت این ذره پس از رهاشدن به کدام سو است؟ (بالا یا پایین)



$$\left.\begin{array}{l} F_E = |q|E = ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰۰ = ۲ \times ۱۰^{-۳}\ N \\ W = mg = ۱ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۱۰ \times ۱۰^{-۳}\ N \end{array}\right\} \Rightarrow W > F_E$$

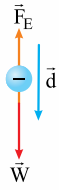
پس ذره رو به پایین حرکت می‌کند.

گام دوم: با توجه به درس‌نامهٔ تست ۸۳ می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_F + W_E$$

در این‌جا نیروی خارجی F همان وزن جسم است.

چون ذره از حال سکون به حرکت درآمده؛ پس $K_۱ = ۰$ است.



$d = ۱\ m$

$$K_۲ - \cancel{K_۱} = W_{mg} + W_E$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv^۲ = mgd\cos۰ + F_E d\cos۱۸۰^\circ \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \cancel{۱۰^{-۳}} \times v^۲ = \cancel{۱۰^{-۳}} \times ۱۰ \times ۱ \times ۱ + ۲ \times \cancel{۱۰^{-۳}} \times ۱ \times (-۱)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}v^۲ = ۱۰ - ۲ \Rightarrow v^۲ = ۱۶ \Rightarrow v = ۴\ m/s$$

حواستون باشه اگر علامت کار میدان الکتریکی را به اشتباه مثبت در نظر می‌گرفتیم، ۴ به دست می‌آمد. اگر علاوه بر آن، کار وزن را نیز در نظر نمی‌گرفتیم، ۱ به دست می‌آمد.

تست و پاسخ ۸۶

چگالی سطحی بار روی یک بادکنک پلاستیکی کروی به شعاع ۲۰ cm برابر $-۵\ nC/cm^۲$ است.

اگر بادکنک را بیشتر باد کنیم تا شعاع آن ۲۰٪ افزایش یابد و بخواهیم چگالی سطحی آن تغییر نکند، چه تعداد الکترون باید به آن اضافه کنیم؟ (در هر دو حالت بار به صورت یکنواخت در سطح بادکنک توزیع شده است و $e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ C$ و $\pi \simeq ۳$)

مساحت سطح کره

اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی

۱) $۴/۴ \times ۱۰^{۱۰}$
۲) $۶/۶ \times ۱۰^{۱۰}$
۳) $۴/۴ \times ۱۰^{۱۳}$
۴) $۶/۶ \times ۱۰^{۱۳}$

پاسخ: گزینه ۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی که در حل این تست به کار می‌رود، فقط در کتاب رشتهٔ ریاضی وجود دارد و نمونه‌ای از سؤال‌های مربوط به آن در کنکور سال ۱۴۰۰ رشتهٔ ریاضی آمده است.

خودت حل کنی بهتره چگالی سطحی بار الکتریکی روی بادکنک را در دو حالت به دست آورده و با استفاده از اختلاف آن‌ها، تعداد الکترون‌ها را حساب کنید.

درس‌نامه چگالی سطحی بار الکتریکی

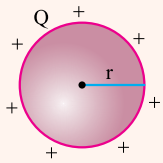
تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم.

$\sigma = \frac{Q}{A}$

σ = چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

Q = بار الکتریکی موجود در سطح (C)

A = مساحت سطحی که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است. (m^2)



برای سطوح کروی $A = 4\pi r^2$ به کار می‌رود که در آن r شعاع کره است.

نکتهٔ ۴ درس‌نامهٔ تست ۷۲ را نیز مطالعه کنید.

- معمولاً برای بارهای الکتریکی ذره‌ای از نماد q و برای بارهای الکتریکی گسترده در سطوح، از نماد Q استفاده می‌کنیم.

پاسخ تشریحی

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow -5 = \frac{Q}{4\times 3\times (20)^2} \Rightarrow Q = -24000\ nC$$

$$r' = r + 0/2r = 1/2r = 1/2\times 20 = 24\ cm$$

$$\sigma = \frac{Q'}{A'} = \frac{Q'}{4\pi r'^2} \Rightarrow -5 = \frac{Q'}{4\times 3\times (24)^2} \Rightarrow Q' = -34560\ nC$$

$$Q' - Q = -34560 - (-24000) = -10560\ nC$$

با توجه به این‌که بار الکترون منفی است، از علامت منفی در رابطه استفاده می‌کنیم:

$Q = \pm ne$

$$\Rightarrow -10560\times 10^{-9} = -n\times 1/6\times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10560}{1/6\times 10^{-10}} = 6/6\times 10^{13}$$

حواستون باشه اگر بار الکتریکی جسم مثبت بود، همین تعداد الکترون باید از جسم گرفته می‌شد.

تست و پاسخ ۸۷

اگر ولتاژ دو سر خازنی ۲۰ درصد افزایش و بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ۲۰ درصد کاهش یابد، انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره‌شده در آن چگونه تغییر می‌کند؟

اختلاف پتانسیل

۱) ۴ درصد کاهش می‌یابد.
۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
۳) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
۴) تغییر نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۱

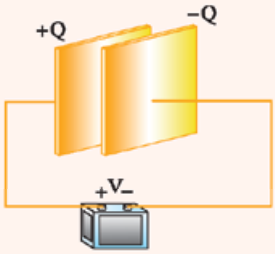
مشاوره موضوع انرژی ذخیره‌شده در خازن، پای ثابت سؤال‌های کنکور رشتهٔ ریاضی در سه سال اخیر بوده است.

خودت حل کنی بهتره مقادیر ولتاژ و بار الکتریکی خازن در حالت دوم را برحسب اندازه‌های اولیهٔ آن‌ها بنویسید، سپس نسبت انرژی خازن در دو حالت را به دست آورید تا از روی آن، درصد تغییرات انرژی خازن مشخص شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه



نکات ۱) انرژی ذخیره‌شده در یک خازن از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}QV$ به دست می‌آید:

$U=$ انرژی ذخیره‌شده در خازن (J)

$Q=$ بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن (C)

$V=$ اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

۲) هرگاه بخواهیم درصد تغییرات کمیتی مانند انرژی (U) را به دست آوریم، می‌توان نوشت:

$$\text{درصد تغییرات انرژی}=\frac{\Delta U}{U_1}\times 100$$

$\Delta U=U_2-U_1$ تغییر انرژی

$U_1=$ انرژی در حالت اول

$U_2=$ انرژی در حالت دوم

پاسخ تشریحی اگر ولتاژ خازن از V_1 به V_2 و بار الکتریکی روی صفحه‌های آن از Q_1 به Q_2 برسد:

$$V_2=V_1+0/2V_1=1/2V_1$$

$$Q_2=Q_1-0/2Q_1=0/8Q_1$$

انرژی خازن از U_1 به U_2 می‌رسد.

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{\frac{1}{2}Q_2V_2}{\frac{1}{2}Q_1V_1}=\frac{0/8Q_1}{Q_1}\times\frac{1/2V_1}{V_1}=0/96 \Rightarrow U_2=0/96U_1$$

$$\frac{\Delta U}{U_1}\times 100=\frac{0/96U_1-U_1}{U_1}\times 100=-4\%$$

علامت منفی بیانگر کاهش انرژی ذخیره‌شده در خازن است.

تکنیک هرگاه کمیتی x درصد افزایش و سپس x درصد کاهش یابد، قطعاً اندازهٔ آن نسبت به مقدار اولیه کاهش می‌یابد. این کمیت می‌تواند QV و در نتیجه انرژی U باشد. با این تکنیک می‌توانیم از همان ابتدا، ۳ و ۴ را حذف کنیم.

تست و پاسخ ۸۸

یک باتری با اختلاف پتانسیل ۲۰ V با صرف ۱۶۰ μJ انرژی، یک خازن تخت بدون انرژی اولیه را شارژ می‌کند. اگر پس از شارژ خازن، آن را از باتری جدا و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن را نصف کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول خواهد شد؟

بار الکتریکی ثابت

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) ۳۲۰

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره نسبت ظرفیت خازن در دو حالت را محاسبه کنید، سپس با توجه به ثابت‌بودن بار الکتریکی خازن، نسبت انرژی در دو حالت را بنویسید و انرژی خازن در حالت دوم را به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه

نکات ۱) ظرفیت یک خازن تخت از رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d}$ به دست می‌آید.

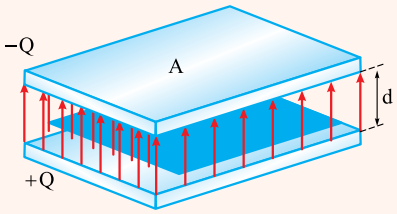
C = ظرفیت خازن (F)

κ = ثابت دی‌الکتریک

ε_0 = ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $\simeq 8/85\times10^{-12}\ \frac{F}{m}$

A = مساحت صفحه‌ها (m^2)

d = فاصلهٔ بین صفحه‌ها (m)



بنابراین ظرفیت خازن تخت با ضریب دی‌الکتریک و مساحت صفحه‌ها نسبت مستقیم، ولی با فاصلهٔ دو صفحه از یکدیگر نسبت وارون دارد.

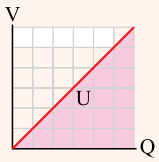
$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2}$$

۲) اگر خازن پرشده از مولد جدا شود، هر تغییری در ظرفیت آن ایجاد شود بار الکتریکی آن (Q) ثابت می‌ماند.

۳) انرژی ذخیره‌شده در خازن (U) از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ نیز به دست می‌آید.

C = ظرفیت خازن (F)

Q = بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن (C)



۴) هنگام شارژ یک خازن توسط باتری، نیمی از انرژی‌ای که باتری مصرف می‌کند، در خازن ذخیره می‌شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** نیمی از $160\ \mu J$ انرژی مصرفی باتری، در خازن ذخیره می‌شود.

$$U_1 = 80\ \mu J$$

گام دوم: با توجه به نکتهٔ ۱، می‌توان نوشت:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} = 2$$

براساس نکتهٔ ۲، با این‌که ظرفیت خازن دو برابر شده، ولی به علت جداشدن خازن از باتری، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند؛ یعنی $Q_1 = Q_2$.

گام سوم: بر مبنای نکتهٔ ۳، انرژی ذخیره‌شده در خازن نصف می‌شود.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C_2}}{\frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C_1}} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{U_2}{80} = \frac{1}{2} \Rightarrow U_2 = 40\ \mu J$$

تکنیک هنگام استفاده از فرمول‌های انرژی، لازم نیست یکاهای انرژی، ظرفیت و بار الکتریکی حتماً در SI باشند؛ بلکه کافی است پیشوند یکسانی داشته باشند. مثلاً هر سه می‌توانند با پیشوند میکرو باشند.

حواستون باشه اگر نکتهٔ ۴ درس‌نامه را رعایت نمی‌کردیم، ۳ به دست می‌آمد.

تست و پاسخ ۸۹

خازنی را با یک باتری ۸ولتی شارژ و سپس آن را از باتری جدا می‌کنیم؛ اگر $+1/2\ \mu C$ بار الکتریکی از صفحهٔ منفی جدا و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، با این کار، انرژی ذخیره‌شده در خازن ۴۴ درصد افزایش می‌یابد، ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

بار الکتریکی ثابت

۱) ۰/۵
۲) ۰/۷۵
۳) ۱/۵
۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

Telegram: @konkur_in

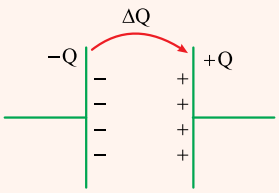
www.konkur.in

مشاوره این تست برگرفته از آخرین تمرین کتاب درسی فیزیک ۲ رشتهٔ ریاضی در فصل ۱ است و مشابه آن در کنکور ۱۴۰۰ رشتهٔ ریاضی آمده است.

خودت حل کنی بهتره بار الکتریکی و انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در حالت دوم را برحسب مقادیر حالت اول بنویسید، سپس با نوشتن نسبت انرژی خازن در دو حالت، بار الکتریکی اولیه و در نتیجه ظرفیت خازن به دست می‌آیند.

درس‌نامه

نکات ۱) در یک خازن که از باتری جدا شده است وقتی از صفحهٔ دارای بار منفی، بار $+\Delta Q$ را جدا می‌کنیم، یعنی بار منفی آن صفحه بیشتر می‌شود. هم‌چنین وقتی این بار مثبت به صفحهٔ مثبت داده می‌شود، یعنی بار صفحهٔ مثبت نیز به همین اندازهٔ ΔQ بیشتر می‌شود و در کل می‌گوییم بار خازن به اندازهٔ ΔQ افزایش یافته است.



۲) با این انتقال بار، ظرفیت خازن هیچ تغییری نمی‌کند، ولی اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر می‌کند.

۳) نسبت بار ذخیره‌شده در خازن، به اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ آن را ظرفیت خازن می‌گوییم.

$$C = \frac{Q}{V}$$

C = ظرفیت خازن (F)

Q = بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن (C)

V = اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

به نکتهٔ ۳ درس‌نامهٔ تست ۸۸ نیز توجه کنید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکتهٔ ۱ می‌توان نوشت:

$$Q_۲ = Q_۱ + \Delta Q$$
$$Q_۲ = Q_۱ + ۱/۲$$

$Q_۱$ = بار خازن قبل از انتقال ΔQ $\qquad$ $Q_۲$ = بار خازن بعد از انتقال ΔQ

هم‌چنین انرژی خازن از $U_۱$ به $U_۲$ می‌رسد.

$$U_۲ = U_۱ + ۰/۴۴U_۱ \Rightarrow U_۲ = ۱/۴۴U_۱$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ انرژی خازن، می‌توان نسبت انرژی خازن در دو حالت را نوشت: $(C_۱ = C_۲)$

$$\frac{U_۲}{U_۱} = \frac{\frac{Q_۲^۲}{۲C_۲}}{\frac{Q_۱^۲}{۲C_۱}} = (\frac{Q_۲}{Q_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۱/۴۴\,U_۱}{U_۱} = (\frac{Q_۲}{Q_۱})^۲$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} ۱/۲ = \frac{Q_۲}{Q_۱} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{Q_۱ + ۱/۲}{Q_۱} \Rightarrow Q_۱ = ۶\ \mu C$$

گام سوم: ظرفیت خازن را براساس شرایط اولیهٔ خازن به دست می‌آوریم:

$$C = \frac{Q_۱}{V_۱} = \frac{۶}{۸} = ۰/۷۵\ \mu F$$

حواستون باشه در صورت نیاز با توجه به ثابت‌بودن ظرفیت خازن، از رابطهٔ $C = \frac{Q_۲}{V_۲}$ اختلاف پتانسیل دو سر خازن در حالت دوم به دست می‌آید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۹۰

مساحت هر یک از صفحات یک خازن تخت $5\ cm^2$ و ظرفیت آن $8\ nF$ است. فضای بین دو صفحهٔ خازن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱۰ پر شده است. اگر بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه از $2\times10^{7}\ V/m$ بیشتر شود، پدیدهٔ فروریزش رخ می‌دهد. بیشینهٔ باری که می‌تواند در این خازن ذخیره شود، چند میکروکولن است؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2})$

یعنی میدان الکتریکی داده‌شده، بیشینهٔ مقدار مجاز برای این خازن است.

۱) ۰/۶
۲) ۰/۹
۳) ۱/۲
۴) ۱/۸

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره چنین تست‌هایی روابط خازن را با رابطهٔ میدان الکتریکی یکنواخت درگیر می‌کنند و حلقهٔ رابط بین این دو مبحث، اختلاف پتانسیل یا فاصلهٔ بین دو صفحه است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا فاصلهٔ میان دو صفحهٔ خازن و سپس اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را به دست آورید. اکنون با معلوم‌بودن ظرفیت و اختلاف پتانسیل خازن، بار الکتریکی آن به راحتی محاسبه می‌شود.

درس‌نامه

نکات ۱ بیشینهٔ ولتاژ قابل تحمل برای هر خازن مقدار معینی دارد. اگر اختلاف پتانسیل دو صفحهٔ خازن از این مقدار بیشینه بالاتر رود، میدان الکتریکی ایجادشده باعث رساناشدن دی‌الکتریک شده و خازن تخلیه می‌شود. این پدیده را فروریزش الکتریکی می‌گوییم. در حالتی که اختلاف پتانسیل دو سر خازن بیشینه می‌شود، بار الکتریکی آن نیز بیشینه می‌شود.

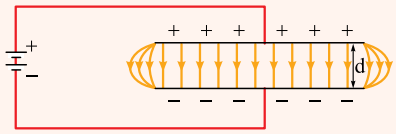
۲ بین دو صفحهٔ یک خازن تخت، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد که اندازهٔ آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{V}{d}$$

E = اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت $(\frac{V}{m})$

V = اختلاف پتانسیل (ولتاژ) میان دو صفحهٔ خازن (V)

d = فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن (m)



نکتهٔ ۱ درس‌نامهٔ تست ۸۸ و نکتهٔ ۳ درس‌نامهٔ تست ۸۹ را بخوانید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ ظرفیت خازن تخت، فاصلهٔ میان دو صفحه را حساب می‌کنیم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\kappa\varepsilon_0 A}{C} = \frac{10\times9\times10^{-12}\times5\times10^{-4}}{8\times10^{-9}} = \frac{45}{8}\times10^{-6}\ m$$

گام دوم: اکنون بیشینهٔ اختلاف پتانسیل میان دو صفحهٔ خازن را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V_{max} = E_{max}d = 2\times10^{7}\times\frac{45}{8}\times10^{-6} = \frac{900}{8}\ V$$

گام سوم: در پایان، بیشینهٔ بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن به دست می‌آید:

$$Q_{max} = CV_{max} = 8\times10^{-9}\times\frac{900}{8} = 9\times10^{-7}\ C = 0/9\ \mu C$$

حواستون باشه در مرز شروع فروریزش الکتریکی، اختلاف پتانسیل، بار الکتریکی و میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن هر سه بیشینه هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

زوج‌درس شروع از یازدهم: فیزیک (۲): صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰، فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

تست و پاسخ ۷۱

کدام یک از اثرهای زیر در مدل‌سازی پرتاب توپ بسکتبال قابل چشم‌پوشی است؟

الف) مقاومت هوا و اثر وزش باد
ب) نیروی گرانشی وارد بر توپ
پ) جهت حرکت و اندازهٔ سرعت اولیهٔ توپ
ت) تغییر نیروی گرانش به دلیل تغییر ارتفاع توپ

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم، نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای این کار کافی است اثر مورد نظر را حذف کنیم و تأثیر حذف آن را بررسی کنیم. اگر نادیده‌گرفتن یک اثر تأثیر چندانی در چگونگی رخ‌دادن آن پدیده نداشت می‌توانیم در مدل‌سازی آن را حذف کنیم.

پاسخ تشریحی در پرتاب توپ بسکتبال:

الف) باد و مقاومت هوا بر حرکت توپ اثر می‌گذارند، اما تأثیر آن‌ها آن‌قدر زیاد نیست که نتوانیم آن‌ها را حذف کنیم.

ت) وزن توپ با تغییر فاصلهٔ آن از مرکز زمین تغییر می‌کند، ولی این تغییر آن‌قدر کم و ناچیز است که به راحتی می‌توانیم از آن چشم‌پوشی کنیم.

حواستون باشه از اندازه و شکل توپ هم می‌توانیم صرف نظر کنیم و آن را به صورت یک جسم نقطه‌ای یا ذره در نظر بگیریم. که البته در عبارت‌های این تست به آن پرداخته نشده است. .اگر از موارد «ب» و «پ» چشم‌پوشی کنیم، مسیر حرکت و سرنوشت توپ به طور کلی تغییر می‌کند. مثلاً اگر از نیروی وزن صرف نظر کنیم، توپ در یک خط مستقیم همین طور بالا می‌رود یا اگر جهت حرکت اولیهٔ توپ تغییر کند، مسیر آن به طور کلی تغییر خواهد کرد.

تست و پاسخ ۷۲

در کدام‌یک از گزینه‌های زیر، کمیت اصلی یا کمیت برداری وجود ندارد؟

۱) جریان الکتریکی، سرعت، توان، انرژی جنبشی
۲) کار، نیرو، چگالی، فشار
۳) زمان، تندی، انرژی پتانسیل، اختلاف پتانسیل الکتریکی
۴) شار مغناطیسی، تندی، فشار، انرژی

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه کمیت‌های فیزیکی

نکات

۱) تقسیم‌بندی کمیت‌ها از لحاظ ماهیت
- ۱) نرده‌ای ← فقط اندازه دارند.
- ۲) برداری ← علاوه بر اندازه، جهت هم دارند و از قانون جمع برداری پیروی می‌کنند.

۲) در جدول زیر ۷ کمیت اصلی و یکاهای آن‌ها در SI نمایش داده شده است:

کمیت	نماد یکا (SI)
طول	m
جرم	kg
زمان	s
دما	K
مقدار ماده	mol
شدت روشنایی	cd
جریان الکتریکی	A

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی برداری و نرده‌ای بودن تمام کمیت‌های به‌کار برده شده در گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

جریان الکتریکی ← کمیت نرده‌ای
توان ← کمیت نرده‌ای
کار ← کمیت نرده‌ای
چگالی ← کمیت نرده‌ای
زمان ← کمیت نرده‌ای
انرژی پتانسیل ← کمیت نرده‌ای
شار مغناطیسی ← کمیت نرده‌ای

سرعت ← کمیت برداری
انرژی جنبشی ← کمیت نرده‌ای
نیرو ← کمیت برداری
فشار ← کمیت نرده‌ای
تندی ← کمیت نرده‌ای
اختلاف پتانسیل الکتریکی ← کمیت نرده‌ای

حواستون باشه با وجود این‌که جریان الکتریکی جهت‌دار است، کمیت نرده‌ای محسوب می شود؛ چون از قانون جمع برداری پیروی نمی‌کند.

حواستون باشه فشار به صورت نسبت اندازهٔ نیروی عمودی وارد بر سطح به مساحت آن تعریف می‌شود، به همین دلیل فشار یک کمیت نرده‌ای است. (به واژهٔ اندازه توجه کنید.) هم‌چنین فشار، از قانون جمع برداری پیروی نمی‌کند.

تست و پاسخ ۷۳

در تساوی $\frac{\text{ng.km}^2}{\square} = ۴/۲ \times ۱۰^{۳}\ \text{kJ} = ۴/۲$، $\square$ کدام است؟

۱) ms^2 ۲) μs^2 ۳) ns^2 ۴) ps^2

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا یکای ژول را برحسب یکاهای فرعی بنویسید و سپس با تبدیل پیشوندهای نانو و کیلو، یکای مجهول را به دست آورید.

درس‌نامه ●● تبدیل یکاها

نکات ۱) برای تبدیل یکاها به یکدیگر، از روش تبدیل زنجیره‌ای یکاها استفاده می‌کنیم. در این روش، اندازهٔ کمیت را در یک یا چند ضریب تبدیل ضرب می‌کنیم. هر ضریب تبدیل به صورت یک کسر می‌باشد که برابر عدد یک است. یکاها در صورت و مخرج باید به گونه‌ای انتخاب شوند که ما را به یکای مورد نظر برسانند. مثلاً برای این‌که بدانیم یک ساعت معادل چند ثانیه است، به صورت روبه‌رو عمل می‌کنیم:

$$۱\ \text{h} \times \frac{۶۰\ \text{min}}{۱\ \text{h}} \times \frac{۶۰\ \text{s}}{۱\ \text{min}} = ۳۶۰۰\ \text{s}$$

یعنی یک ساعت معادل ۳۶۰۰ s است.

۲) برخی از پیشوندهای یکاها در جدول زیر دیده می‌شوند:

ضریب	پیشوند	نماد
$۱۰^{-۱۲}$	پیکو	p
$۱۰^{-۹}$	نانو	n
$۱۰^{-۶}$	میکرو	μ
$۱۰^{-۳}$	میلی	m
$۱۰^{۳}$	کیلو	k

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** یکای فرعی کمیت انرژی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$1\,J = 1\,\frac{kg.m^2}{s^2}$$

گام دوم: در تساوی مطرح‌شده، به جای J، یکای فرعی آن را می‌نویسیم و با استفاده از تبدیل پیشوند یکاها، طرفین تساوی را ساده می‌کنیم تا x را به دست آوریم:

$$4/2\times10^{3}\times10^{3}\left(\frac{kg.m^2}{s^2}\right)=4/2\times\frac{10^{-9}\,g\times(10^{3}m)^2}{\boxed{x}}\Rightarrow 10^{6}\,\frac{kg.m^2}{s^2}=\frac{10^{-12}\,kg\times10^{6}\,m^2}{\boxed{x}}$$

$$\Rightarrow \boxed{x}=10^{-12}\,s^2=(10^{-6}\,s)^2=\mu s^2$$

تست و پاسخ ۷۴

در رابطهٔ $A=mgh+\frac{1}{2}Bv$، اگر m جرم جسم، h ارتفاع از سطح زمین، g شتاب گرانش زمین و v تندی جسم باشند، کمیت مجهول B چیست و یکای آن برحسب یکاهای اصلی کدام است؟

۱) نیرو، $\frac{kg.m}{s^2}$ ۲) تکانه، $\frac{kg.m}{s^2}$ ۳) نیرو، $\frac{kg.m}{s}$ ۴) تکانه، $\frac{kg.m}{s}$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه سازگاری یکاها

نکات

۱) هنگام جمع یا تفریق چند کمیت فیزیکی، باید آن کمیت‌ها هم‌نوع و دارای یکای مشابه باشند، اما هنگام ضرب و تقسیم کمیت‌های فیزیکی، این محدودیت وجود ندارد.

۲) حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن را تکانه می‌نامیم.

$m=$ جرم (kg) $\quad \vec{v}=$ سرعت $(\frac{m}{s})$ $\quad \vec{p}=$ تکانه $(\frac{kg.m}{s})$ $\quad \vec{p}=m\vec{v}$

۳) در این‌جا برای نشان‌دادن یکای یک کمیت، آن را داخل یک کروشه قرار می‌دهیم. مثلاً برای تندی داریم: $[v]=\frac{m}{s}$

پاسخ تشریحی با توجه به نکتهٔ (۱) درس‌نامه باید یکای عبارت‌های $\frac{1}{2}Bv$ و mgh یکسان باشد.

تذکر ضریب $\frac{1}{2}$ یکای فیزیکی ندارد.

$$[mgh]=[\tfrac{1}{2}Bv]\Rightarrow [m][g][h]=[B][v]$$

$$kg\times\frac{N}{kg}\times m=[B]\times\frac{m}{s}\Rightarrow [B]=N.s=kg.\frac{m}{s^2}\times s\Rightarrow [B]=\frac{kg.m}{s}$$

با توجه به نکتهٔ (۲) درس‌نامه، این یکا مربوط به کمیت تکانه است.

تست و پاسخ ۷۵

وسیله‌های نشان داده شده در شکل‌های «الف» و «ب» به ترتیب ..... و ..... هستند و دقت ریزسنج، ..... میکرومتر است.

۱) ریزسنج، کولیس، ۱
۲) کولیس، ریزسنج، ۱۰
۳) ریزسنج، کولیس، 10^{-3}
۴) کولیس، ریزسنج، 10^{-2}

(ب)

(الف)

پاسخ: گزینه ۱

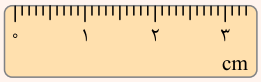
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره شکل‌های کتاب درسی را جدی بگیرید، این سؤال برگرفته از تمرین کتاب درسی و کنکور سراسری است.

درس‌نامه دقت اندازه‌گیری یک وسیلهٔ مدرج (درجه‌بندی‌شده) کمینهٔ درجه‌بندی آن وسیلهٔ اندازه‌گیری است.

مثال:



دقت اندازه‌گیری این خط‌کش $= 0/1\,cm = 1\,mm$

دقت اندازه‌گیری یک وسیلهٔ رقمی (دیجیتال)، یک واحد از آخرین رقمی است که آن وسیله می‌خواند، یعنی ارزش مکانی آخرین رقم سمت راست.

مثال:

دقت اندازه‌گیری این دماسنج $= 0/1\,^{\circ}C$

پاسخ تشریحی شکل «الف»، نمایش‌دهندهٔ ریزسنج و شکل «ب»، نمایش‌دهندهٔ کولیس است که هر دو رقمی (دیجیتال) هستند.

ارزش مکانی آخرین رقم سمت راست خوانده‌شده توسط این ریزسنج برابر $0/001\,mm$ است که معادل $1\,\mu m$ می‌باشد.

تست و پاسخ ۷۶

اگر تندی نور در خلأ را $3\times10^{8}\ m/s$ در نظر بگیریم، این مقدار چند یکای نجومی بر ساعت (AU/h) است؟ (یکای نجومی، فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید و تقریباً ۱۵۰ میلیون کیلومتر است.)

۱) $0/12$ ۲) $7/2$ ۳) $1/2\times10^{-4}$ ۴) 2×10^{-6}

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با استفاده از کسر تبدیل متر به یکای نجومی و ساعت به ثانیه، تندی نور را برحسب $\frac{AU}{h}$ به دست آورید.

درس‌نامه به درس‌نامهٔ تست ۷۳ مراجعه شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:**

$$1\,AU = 150\times10^{6}\,km = 150\times10^{9}\,m = 1/5\times10^{11}\,m$$

گام دوم: با استفاده از دو کسر تبدیل، تبدیل یکا را انجام می‌دهیم:

$$3\times10^{8}\,\frac{m}{s} = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}\times\frac{1\,AU}{1/5\times10^{11}\,m}\times\frac{3600\,s}{1\,h} = 7/2\,\frac{AU}{h}$$

تست و پاسخ ۷۷

اگر R نماد مقاومت الکتریکی و L نماد ضریب القاوری یک سیم‌لوله باشند، یکای $\frac{R}{L}$ در SI کدام است؟

۱) آمپر × ثانیه ۲) $\frac{1}{\text{آمپر}\times\text{ثانیه}}$ ۳) ثانیه ۴) $\frac{1}{\text{ثانیه}}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره یکای کمیت‌ها جزء مباحثی است که در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان قرار گرفته است. توصیه می‌کنیم در حین حفظ روابط فیزیک حتماً به یکاها توجه کنید. در این نوع سؤال‌ها به گزینه‌ها توجه کنید. گزینه‌ها می‌توانند تا حدودی مسیر حل را مشخص کنند تا از چه روابطی باید استفاده کنیم.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ و $\Delta U = q\times\Delta V$، یکای مقاومت را براساس یکاهای J (ژول) و C (کولن) به دست آورید. در مرحلهٔ بعد با استفاده از رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^{2}$، یکای ضریب خودالقاوری را برحسب یکاهای J (ژول) و A (آمپر) به دست آورید. در نهایت با ترکیب دو مرحله، یکای $\frac{R}{L}$ را به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه انرژی القاگر ـ قانون اُهم

نکات ۱ در یک تساوی فیزیکی، یکای دو طرف تساوی باید یکسان باشد، مثلاً در تساوی فیزیکی $A = BC$، اگر A از جنس طول و C از جنس زمان باشد، آن‌گاه کمیت B از جنس سرعت است، زیرا: $A = BC \Rightarrow m = (\text{یکای } B) \times s \Rightarrow (\text{یکای } B) = m/s$

۲ انرژی ذخیره‌شده در یک القاگر (سیم‌لوله) از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}LI^2$ به دست می‌آید.

U = انرژی (J) L = ضریب القاوری (H) I = جریان الکتریکی (A)

هم‌چنین با توجه به قانون اهم داریم: R = مقاومت الکتریکی (Ω) V = اختلاف پتانسیل (V) $R = \frac{V}{I}$

از طرفی انرژی مصرفی در یک مقاومت الکتریکی از رابطهٔ $U = qV = ItV$ به دست می‌آید.

q = بار الکتریکی (C) t = زمان (s)

پاسخ تشریحی **روش اول: گام اول:** با استفاده از رابطهٔ $R = \frac{V}{I}$، معادل یکای کمیت R را می‌نویسیم: $[R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{V}{A}$

از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta U = q \times \Delta V$، هر ۱ J معادل ۱ CV است؛ بنابراین داریم: $1J = 1C \times 1V \Rightarrow V = \frac{J}{C}$

پس معادل یکای مقاومت الکتریکی به صورت مقابل نوشته می‌شود: $[R] = \frac{V}{A} \xrightarrow{V=\frac{J}{C}} [R] = \frac{J}{A.C}$

گام دوم: با استفاده از رابطهٔ $U = \frac{1}{2}LI^2$، معادل یکای کمیت L را می‌نویسیم: $[U] = [L][I^2] \Rightarrow [L] = \frac{[U]}{[I^2]} = \frac{J}{A^2}$

گام سوم: یکای $\frac{R}{L}$ را در SI می‌نویسیم: $\frac{R}{L} = \frac{\frac{J}{A.C}}{\frac{J}{A^2}} = \frac{A}{C}$

طبق رابطهٔ $q = I \times t$ هر کولن معادل یک آمپر ـ ثانیه است؛ پس داریم: $\frac{R}{L} = \frac{A}{C} = \frac{A}{A.s} = \frac{1}{s}$

روش دوم: با استفاده از روابط مطرح‌شده در نکتهٔ (۲) درس‌نامه می‌توان نوشت: $\frac{R}{L} = \frac{\frac{V}{I}}{\frac{2U}{I^2}} = \frac{VI}{2U} = \frac{VI}{2ItV} = \frac{1}{2t} \Rightarrow \left[\frac{R}{L}\right] = \frac{1}{s} = \frac{1}{\text{ثانیه}}$

تست و پاسخ ۷۸

استخری به ابعاد $6\,m \times 4\,m \times 3\,m$ را با شلنگ آبی که آهنگ خروج آب از آن ثابت است، پر می‌کنیم. اگر استخر در ۱۲ ساعت پر شود، آهنگ خروج آب از شلنگ چند لیتر بر دقیقه است؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا آهنگ خروج آب را با استفاده از اطلاعات صورت سؤال برحسب $(\frac{m^3}{h})$ به دست آورید. در نهایت با استفاده از تبدیل یکاها، آهنگ خروج آب را برحسب $(\frac{L}{min})$ پیدا کنید تا بتوانید به خواستهٔ سؤال پاسخ دهید.

درس‌نامه در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامیم. مثل آهنگ تغییر دما یا آهنگ تغییر حجم آب یک ظرف. این عبارت هنگام عبور یک کمیت از یک مقطع هم به کار می‌رود، مثل آهنگ عبور آب از یک لوله.

به درس‌نامهٔ تست ۷۳ نیز مراجعه کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی استخری با حجم $V = ۶ \times ۴ \times ۳ = ۷۲\ m^۳$ با آهنگ ثابت توسط شیلنگ، در مدت ۱۲ ساعت پر می‌شود؛ بنابراین آهنگ خروج آب برابر است با:

$$\text{آهنگ خروج آب} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۷۲\ m^۳}{۱۲\ h} = ۶\ \frac{m^۳}{h}$$

با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای یکاها، آهنگ خروج آب از شیلنگ را به لیتر بر دقیقه تبدیل می‌کنیم:

$$\text{آهنگ خروج آب} = ۶\ \frac{m^۳}{h} \times \frac{۱۰۰۰\ L}{۱\ m^۳} \times \frac{۱\ h}{۶۰\ min} = ۱۰۰\ \frac{L}{min}$$

تست و پاسخ ۷۹

در آزمایشی، طول یک جسم چندین بار اندازه‌گیری شده و مقدارهای ۲/۱۳، ۲/۲۰، ۶/۱۹، ۲/۲۸، ۱/۲۱ و ۷/۲۰ برحسب میلی‌متر ثبت شده است. نتیجهٔ اندازه‌گیری‌ای که باید گزارش شود، به صورت نمادگذاری علمی در SI کدام است؟

۱) $۲۰/۴ \times ۱۰^{-۳}\ m$ ۲) $۲۰/۴\ m$ ۳) $۲/۰۴ \times ۱۰^{۱}\ m$ ۴) $۲/۰۴ \times ۱۰^{-۲}\ m$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه میانگین اندازه‌گیری‌ها و نمادگذاری علمی

نکات ۱) میانگین عددهای حاصل از چند بار اندازه‌گیری، به عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری گزارش می‌شود. در میان این عددهای متفاوت اگر یک یا دو عدد با بقیه اختلاف زیادی داشته باشند، در میانگین‌گیری به حساب نمی‌آیند.

۲) در نوشتن مقدار یک کمیت فیزیکی با نماد علمی، از صورت کلی $x \times ۱۰^{n}$ استفاده می‌کنیم که در آن $۱ \le x < ۱۰$ و n عددی صحیح است. داخل کادر مربع‌شکل نیز یکای آن کمیت نوشته می‌شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نکتهٔ (۱) درس‌نامه، دو مقدار ۱۳/۲ میلی‌متر و ۲۸/۲ میلی‌متر که با سایر مقدارها تفاوت معناداری دارند، از بین آن‌ها حذف می‌شوند.

گام دوم:

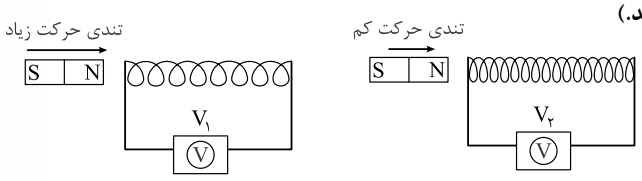
$$\ell = \frac{۲۰/۲ + ۱۹/۶ + ۲۱/۱ + ۲۰/۷}{۴} = ۲۰/۴\ mm$$

گام سوم: مقدار میانگین طول به‌دست‌آمده را برحسب متر و با نماد علمی می‌نویسیم:

$$\ell = ۲۰/۴ \times ۱۰^{-۳}\ m = ۲/۰۴ \times ۱۰^{-۲}\ m$$

تست و پاسخ ۸۰

مطابق شکل‌های زیر، دو سیم‌لوله با مساحت حلقه‌های یکسان ولی با تعداد دور متفاوت را به ولت‌سنج‌های حساسی وصل کرده‌ایم. اگر دو آهنربای یکسان، با تندی متفاوت به طرف سیم‌لوله‌ها حرکت کنند، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟ ($V_۱$ و $V_۲$ اعدادی هستند که ولت‌سنج‌ها در هنگام حرکت آهنربا به سمت سیم‌لوله نشان می‌دهند.)



۱) $V_۱ = V_۲$

۲) $V_۱ > V_۲$

۳) $V_۱ < V_۲$

۴) بسته به شرایط هر یک از سه گزینه می‌تواند درست باشد.

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره بزرگی نیروی محرکهٔ القایی از رابطهٔ $|\varepsilon| = \frac{N|\Delta\Phi|}{\Delta t}$ به دست می‌آید، برای مقایسهٔ دو نیروی محرکهٔ القایی به صورت نسبی از رابطهٔ $\frac{|\varepsilon_۲|}{|\varepsilon_۱|} = \frac{N_۲}{N_۱} \times \frac{(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_۲}{(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_۱}$ استفاده کنید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه طبق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، اگر شار مغناطیسی‌ای که از یک مدار بسته می‌گذرد تغییر کند، نیروی محرکه‌ای در آن القا می‌شود: برای پیچه یا سیم‌لوله‌ای که از N دور مشابه تشکیل شده باشد، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی با تعداد حلقه‌ها و آهنگ تغییر شار مغناطیسی متناسب است.

بر اساس قانون فاراده نیروی محرکهٔ القایی متوسط از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \begin{cases} \text{اگر فقط میدان مغناطیسی تغییر کند.} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \\ \text{اگر فقط مساحت پیچه تغییر کند.} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -NB\cos\theta\frac{\Delta A}{\Delta t} \\ \text{اگر فقط زاویهٔ بین پیچه با میدان مغناطیسی تغییر کند.} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -NAB\frac{\cos\theta_2 - \cos\theta_1}{\Delta t} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی با توجه به قانون القای فاراده، $\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$، نیروی محرکهٔ القایی به تعداد دور سیم‌لوله و آهنگ تغییر شار مغناطیسی وابسته است.

در این سؤال با نزدیک‌شدن آهنربا به سیم‌لوله، میدان مغناطیسی آهنربا روی سیم‌لوله قوی‌تر شده و در نتیجه شار مغناطیسی تغییر می‌کند. هرچه آهنربا سریع‌تر حرکت کند، آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ و در نتیجه، آهنگ تغییر شار مغناطیسی $(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})$ بیشتر می‌شود.

آهنربا در سیم‌لولهٔ (۱) با تندی بیشتری حرکت می‌کند $((\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_1 > (\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_2)$، تعداد دور سیم‌لولهٔ (۲) بیشتر از تعداد دور سیم‌لولهٔ (۱) است $(N_2 > N_1)$. اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی دو سیم‌لوله را مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{|\bar{\varepsilon}_2|}{|\bar{\varepsilon}_1|} = \underbrace{\frac{N_2}{N_1}}_{\text{بزرگ‌تر از یک}} \times \underbrace{\frac{(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_2}{(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t})_1}}_{\text{کوچک‌تر از یک}}$$

بنابراین نسبت نیروی محرکهٔ القایی سیم‌لولهٔ (۲) به سیم‌لولهٔ (۱) می‌تواند بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از یک و یا برابر با یک باشد؛ پس ۴ صحیح است.

تست و پاسخ ۸۱

با سیمی به طول ۴ m، پیچه‌ای با N دور به شعاع ۵ cm درست کرده‌ایم و آن را درون میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی ۲۰۰ mT قرار داده‌ایم. اگر زاویهٔ بین سطح حلقه‌ها و میدان مغناطیسی، در مدت ۰/۴ s از صفر به ۵۳° تغییر کند، بزرگی نیروی محرکهٔ القاشدهٔ متوسط در پیچه در این مدت چند ولت است؟ $(\cos 53^\circ = 0/6)$

۱) ۰/۰۳ ۲) ۰/۰۴ ۳) ۰/۰۵ ۴) ۰/۰۶

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از یه‌جا به بعد با محاسبات کات (cut) کنید. در این سؤال گزینه‌ها ۰/۰۳، ۰/۰۴، ۰/۰۵ و ۰/۰۶ است و تنها عدد ۳، ۴، ۵ و ۶ مهم است و توان‌های صحیح ۱۰ (چه مثبت و چه منفی) مهم نیست. در انتها محاسبه را به صورت زیر ادامه دهید.

$$\bar{\varepsilon} = 40\times 25\times 10^{-4}\times 2\times 10^{-1}(\frac{0/8}{0/4}) \simeq \underbrace{\frac{4\times 25}{100}}\times 2\times 2 \simeq 4$$

و گزینه‌ای که رقم ۴ دارد را انتخاب می‌کنیم. توجه کنید اگر در گزینه‌ها هم ۰/۰۴ و هم ۴ بود، دیگر مجاز نبودیم از این ترفند استفاده کنیم.

خودت حل کنی بهتره تعداد حلقه‌های سیم‌پیچ را با استفاده از رابطهٔ $N = \frac{L}{2\pi r}$ به دست آورید. در نهایت بزرگی نیروی محرکهٔ القاشده را به کمک رابطهٔ $|\bar{\varepsilon}| = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه •• نیروی محرکهٔ القایی در پیچه

نکات ۱) اگر سیمی به طول L را به صورت پیچه‌ای به شعاع r درآوریم، تعداد حلقه‌های حاصل از رابطهٔ $N=\frac{L}{2\pi r}$ به دست می‌آید.

۲) اگر در صورت مسئله، زاویهٔ بین سطح حلقه‌های پیچه و خطوط میدان داده شود، زاویهٔ θ متمم آن است.

به درس‌نامهٔ تست ۸۰ مراجعه شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا تعداد حلقه‌های پیچه را به دست می‌آوریم:

$$N=\frac{L}{2\pi r}=\frac{4}{2\pi(5\times10^{-2})}=\frac{40}{\pi}$$

گام دوم: با تغییر زاویهٔ بین سطح حلقه و میدان مغناطیسی، شار تغییر می‌کند. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}|=N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\text{فقط زاویه تغییر کرده است}}|\bar{\varepsilon}|=NAB\left(\frac{\cos\theta_2-\cos\theta_1}{\Delta t}\right)\qquad \theta_1=90^\circ-0=90^\circ$$

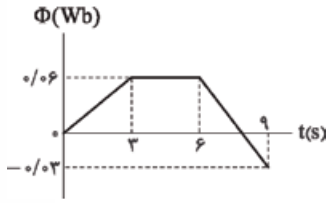
$$\theta_2=90^\circ-53^\circ=37^\circ$$

$$|\bar{\varepsilon}|=\frac{40}{\pi}\times(\pi(5\times10^{-2})^2)\times200\times10^{-3}\times\left(\frac{\cos37^\circ-\cos90^\circ}{0/4}\right)\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=40\times25\times10^{-4}\times2\times10^{-1}\left(\frac{0/8-0}{0/4}\right)=0/04\ V$$

تست و پاسخ ۸۲

نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه در بازهٔ زمانی ۲ تا ۷ ثانیه چند میلی‌ولت است؟

بزرگی شیب خط واصل دو نقطه از نمودار $\Phi-t$



۱) $0/002$

۲) 2

۳) $0/004$

۴) 4

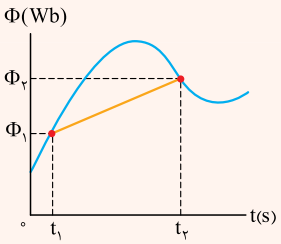
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای پاسخ به این سؤال، باید به خوبی با مفهوم شیب خط آشنا باشید تا بتوانید شار مغناطیسی را در لحظات $2\ s$ و $7\ s$ به دست آورید. این سؤال با کنکور ریاضی خارج کشور ۱۳۸۸ تشابه مفهومی دارد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به نمودار شار مغناطیسی برحسب زمان، شار مغناطیسی را در لحظات $2\ s$ و $7\ s$ به دست آورده سپس به کمک قانون القای فاراده با داشتن شار مغناطیسی در دو لحظه، نیروی محرکهٔ القایی متوسط را به دست آورید.

درس‌نامه •• بررسی رابطهٔ Φ و ε از روی نمودار

شیب خط واصل دو نقطه از نمودار $\Phi-t$، نشان‌دهندهٔ آهنگ تغییر شار $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$ است:



$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-N\times(\text{شیب خط واصل دو نقطهٔ نمودار }\Phi-t)$$

علامت منفی در رابطهٔ بالا به این معناست که: اگر نمودار $\Phi-t$ به صورت صعودی باشد (شار در حال افزایش باشد)، نیروی محرکهٔ القایی متوسط منفی $(\bar{\varepsilon}<0)$ و اگر نمودار $\Phi-t$ به صورت نزولی باشد (شار در حال کاهش باشد)، نیروی محرکهٔ القایی متوسط مثبت $(\bar{\varepsilon}>0)$ می‌شود.

نکته اگر نمودار $\Phi-t$ به صورت خطی باشد، معادلهٔ خط آن به صورت $\Phi=-\frac{\bar{\varepsilon}}{N}t+\Phi_0$ است.

درس‌نامه تست ۸۰ را نیز بخوانید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **روش اول:**

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار $\Phi - t$، شار مغناطیسی را در لحظات $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 7\,s$ به دست می‌آوریم (باید معادلهٔ $\Phi - t$ را در ۳ بازهٔ زمانی $(0 - 3\,s)$، $(3\,s - 6\,s)$ و $(6\,s - 9\,s)$ به دست آوریم.):

$$\begin{cases} (0-3\,s): \Phi = (\frac{0/06-0}{3-0})t + 0 = 0/02t \\ (3\,s-6\,s): \Phi = 0/06 \\ (6\,s-9\,s): \Phi = (\frac{-0/03-0/06}{9-6})t + 0/24 = -0/03t + 0/24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2\,s: \Phi_1 = 0/02\times 2 = 0/04\ Wb \\ t_2 = 7\,s: \Phi_2 = -0/03\times 7 + 0/24 = 0/03\ Wb \end{cases}$$

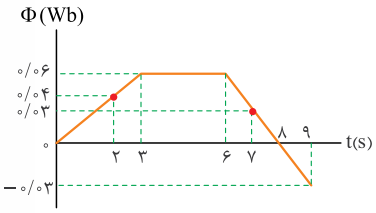
گام دوم: با داشتن شار مغناطیسی در دو لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 7\,s$، نیروی محرکهٔ القایی متوسط را در این بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم:

$$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1]{N=1} \overline{\varepsilon} = -1\times(\frac{0/03-0/04}{7-2}) \Rightarrow \varepsilon = -1\times(\frac{-0/01}{5}) \Rightarrow |\overline{\varepsilon}| = 0/002\ V = 2\ mV$$

توجه عرض از مبدأ نمودار در بازهٔ زمانی $(6\,s - 9\,s)$، با امتداد دادن نمودار و نوشتن نسبت تشابه، به دست آمده است.

$$\frac{(9-6)s}{(9-0)s} = \frac{(-0/03-0/06)\ Wb}{(-0/03-\Phi_0)\ Wb} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{-0/09}{-0/03-\Phi_0} \Rightarrow \Phi_0 = 0/24\ Wb$$

روش دوم: با توجه به رابطهٔ تالس در هندسه و استفاده از تناسب، شکل نمودار را کامل می‌کنیم:



$$\overline{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -1\times\frac{0/03-0/04}{7-2} = \frac{0/01}{5} = 0/002\ V \Rightarrow \overline{\varepsilon} = 2\ mV$$

تست و پاسخ ۸۳

پیچهٔ مسطحی با مقاومت الکتریکی $2\,\Omega$ در میدان مغناطیسی یکنواختی در حال چرخش است و رابطه‌های تغییرات شار عبوری و جریان القایی در پیچه در SI به ترتیب $\Phi = 0/06\cos\theta$ و $I = 3\sin\theta$ است. در لحظه‌ای که شار عبوری از پیچه $0/02\ Wb$ باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی چند ولت است؟ (θ زاویهٔ بین خط عمود بر سطح پیچه و خطوط میدان است.)

$0/02 = 0/06\cos\theta$

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $4\sqrt{2}$ ۴) $6\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره دانش مثلثات در حل چنین سؤالاتی بسیار مهم است. شما باید بتوانید از روی $\cos\theta$، $|\sin\theta|$ را به دست آورید. این مدل سؤال که به جای زمان، زاویهٔ θ داده شده تا به حال در کنکور مطرح نشده و نسبتاً جدید است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطهٔ شار مغناطیسی، در لحظهٔ مورد نظر $\cos\theta$ را به دست آورده، سپس به کمک $\cos\theta$، $|\sin\theta|$ را به دست آورید و از روی آن جریان الکتریکی را محاسبه کنید. در نهایت با داشتن جریان الکتریکی و مقاومت، به کمک قانون اهم، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست آورید.

درس نامه ۱) شار مغناطیسی کمیتی نرده‌ای است و برای میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ که از مدار بسته‌ای (مثلاً یک حلقه) به مساحت A می‌گذرد، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\Phi = AB\cos\theta$$

Φ = شار مغناطیسی (Wb) — A = مساحت سطح مداربسته (m^2)

B = اندازهٔ میدان‌مغناطیسی یکنواخت (T) — θ = زاویهٔ بین بردار میدان مغناطیسی و نیم‌خط عمود بر سطح حلقه

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲) جریان القایی در مداری به مقاومت R از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}$$

$I=$ جریان القایی (A) $\quad \varepsilon=$ نیروی محرکهٔ القایی (V) $\quad R=$ مقاومت مدار (Ω)

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا به کمک رابطهٔ شار مغناطیسی، در لحظهٔ مورد نظر، $\cos\theta$ را به دست می‌آوریم:

$$\Phi=0/06\cos\theta \xrightarrow{\Phi=0/02\ Wb} 0/02=0/06\cos\theta \Rightarrow \cos\theta=\frac{1}{3}$$

گام دوم: با داشتن $\cos\theta$ و به کمک نسبت‌های مثلثاتی، $\sin\theta$ را به دست آورده و سپس جریان الکتریکی را در لحظهٔ مورد نظر به دست می‌آوریم:

تذکر نیازی نداریم مستقیماً زاویهٔ θ را به دست آوریم.

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1 \xrightarrow{\cos\theta=\frac{1}{3}} \sin^2\theta+\frac{1}{9}=1 \Rightarrow \sin^2\theta=\frac{8}{9} \Rightarrow |\sin\theta|=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$I=3\sin\theta \Rightarrow |I|=3|\sin\theta| \xrightarrow{|\sin\theta|=\frac{2\sqrt{2}}{3}} |I|=3\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}\ A$$

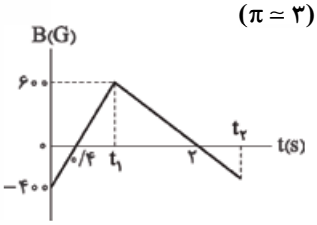
گام سوم: با داشتن بزرگی جریان القایی و مقاومت، به کمک قانون اهم، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$|\varepsilon|=R|I| \xrightarrow[R=2\,\Omega]{|I|=2\sqrt{2}\ A} |\varepsilon|=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\ V$$

تست و پاسخ ۸۴

یک حلقهٔ رسانای دایره‌ای‌شکل به شعاع ۱۰ cm را عمود بر خطوط میدان مغناطیسی متغیری قرار می‌دهیم. نمودار تغییرات این میدان مغناطیسی برحسب زمان در شکل نشان داده شده است. اگر در بازه‌های زمانی صفر تا t_1 و t_1 تا t_2 نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه به ترتیب ε_1 و ε_2 باشند، $|\varepsilon_2|-|\varepsilon_1|$ چند ولت است؟ $(\pi\simeq3)$

$\theta=0 \Rightarrow \cos\theta=1$



۱) 3×10^{-3} $\quad$ ۲) $1/8\times10^{-3}$

۳) $1/2\times10^{-3}$ $\quad$ ۴) $1/6\times10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره نمودارشناسی و رسیدن به روابط، از روی آهنگ تغییرات در نمودار بسیار مهم است و از مبحث القای الکترومغناطیسی سؤالات زیادی در زمینهٔ نمودارشناسی وجود دارد. این سؤال با کنکور ریاضی خارج کشور ۹۶ تشابه مفهومی دارد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، $\frac{\Delta B}{\Delta t}$ را در دو بازهٔ زمانی مورد نظر به دست آورید؛ سپس به کمک قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی در هر بازه را به دست آورده و در نهایت، اختلاف بزرگی نیروهای محرکه را محاسبه کنید.

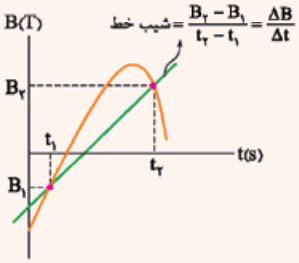
درس‌نامه بررسی رابطهٔ Φ و ε از روی نمودار $B-t$

طبق قانون القای فاراده و با توجه به درس‌نامهٔ تست ۸۰ داریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow[A\text{ و }\theta:\text{ ثابت}]{\Phi=AB\cos\theta} \bar{\varepsilon}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$\frac{\Delta B}{\Delta t}$: آهنگ تغییر میدان مغناطیسی (T/s)

$$\xrightarrow{A\text{ و }\theta:\text{ ثابت}} \bar{\varepsilon}=-NA\cos\theta\times(\text{شیب خط واصل دو نقطه از نمودار } B-t)$$



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نمودار میدان مغناطیسی برحسب زمان، آهنگ تغییر میدان مغناطیسی $(\frac{\Delta B}{\Delta t})$ را که همان شیب خط واصل در نمودار $B-t$ است، به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}(0-t_1):\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0-(-400)}{0/4-0}=1000\,G/s \Rightarrow 1000=\frac{600-(-400)}{t_1-0} \Rightarrow t_1=1s\\ (t_1-t_2):\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0-600}{2-t_1}=\frac{-600}{2-1}=-600\,G/s\end{cases} \xrightarrow{1G=10^{-4}\,T} \begin{cases}(0-t_1):\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/1\,T/s\\ (t_1-t_2):\frac{\Delta B}{\Delta t}=-0/06\,T/s\end{cases}$$

گام دوم: به کمک قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی متوسط در هر بازه را به دست آورده و در نهایت $||\varepsilon_1|-|\varepsilon_2||$ را به دست می‌آوریم:

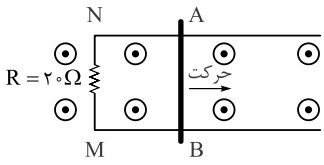
$$\overline{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \xrightarrow{A\cos\theta:\text{ثابت}} \overline{\varepsilon}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}(0-t_1): \xrightarrow[\cos\theta=1,\ A=\pi r^2=3\times(0/1)^2=0/03\,m^2]{\frac{\Delta B}{\Delta t}=0/1\,T/s,\ N=1} \varepsilon_1=-1\times0/03\times1\times0/1=-0/003\,V \Rightarrow |\varepsilon_1|=0/003\,V\\ (t_1-t_2): \xrightarrow{\frac{\Delta B}{\Delta t}=-0/06\,T/s} \varepsilon_2=-1\times0/03\times1\times(-0/06)=0/0018\,V \Rightarrow |\varepsilon_2|=0/0018\,V\end{cases}$$

$$||\varepsilon_2|-|\varepsilon_1||=|0/0018-0/003|=0/0012\,V=1/2\times10^{-3}\,V$$

تست و پاسخ ۸۵

در شکل زیر، میلهٔ فلزی AB به طول ۵۰ cm با رسانای U‌شکلی در تماس است. اگر میله با تندی ثابت ۸ m/s در میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سو به بزرگی ۲۵۰ G و به طرف راست حرکت کند، بزرگی و جهت جریان القایی در مقاومت R = ۲۰ Ω کدام است؟



با حرکت میله به سمت راست، شار مغناطیسی گذرنده از حلقه افزایش می‌یابد.

$۲۵۰\times10^{-4}\,T$

۱) ۲۰ mA از M به N
۲) ۲۰ mA از N به M
۳) ۵ mA از M به N
۴) ۵ mA از N به M

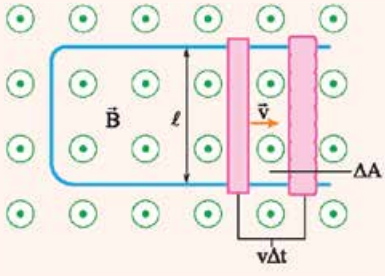
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره خواستان باشد جهت جریان القایی در مقاومت پرسیده شده است. به اشتباه جهت جریان القایی در میله را به دست نیاورید. این سؤال با کنکورهای تجربی ۹۶ و ریاضی ۹۸ تشابه مفهومی دارد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطهٔ $|\overline{\varepsilon}|=B\ell v$ بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست آورید، سپس به کمک قانون اهم، جریان القایی را محاسبه کنید. در انتها به کمک قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه را به دست آورید.

درس‌نامه ۱. حرکت میلهٔ فلزی روی رسانای U‌شکل

اگر رسانای U‌شکلی درون میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار گیرد و میدان، عمود بر سطح آن باشد، مطابق شکل، میلهٔ فلزی (سیم لغزنده) به طول ℓ را بین دو بازوی رسانا قرار می‌دهیم تا مداری را تشکیل دهد. وقتی میله با تندی ثابت v روی رسانای U‌شکل می‌لغزد، نیروی محرکهٔ القایی متوسط ایجادشده در آن به صورت زیر به دست می‌آید:



$$|\overline{\varepsilon}|=B\ell v$$

$|\overline{\varepsilon}|$ = اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط (V)
B = اندازهٔ میدان مغناطیسی یکنواخت (T)
v = تندی میله (m/s)
ℓ = طول میله (m)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$\vec{B}\otimes$ نماد میدان‌مغناطیسی درون‌سو (عمود بر صفحه و به طرف داخل)

$\vec{B}\odot$ نماد میدان‌مغناطیسی برون‌سو (عمود بر صفحه و به طرف خارج)

۲) قانون لنز

جریان حاصل از نیروی محرکهٔ القایی در یک مدار یا پیچه در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن، با عامل به‌وجود آورندهٔ جریان القایی، یعنی تغییر شار مغناطیسی مخالفت می‌کند.

- علامت منفی در رابطهٔ قانون فاراده، نشان‌دهندهٔ همین مخالفت است.
- از قانون لنز برای تعیین جهت جریان القایی استفاده می‌شود.

الف) وقتی شار افزایش می‌یابد:

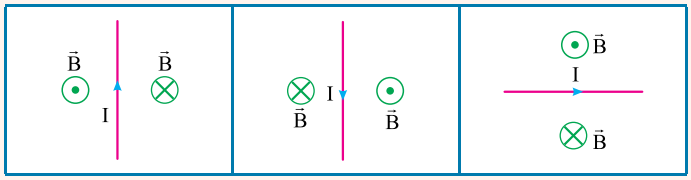
میدان القایی در جهت مخالف میدان اصلی است تا از این راه با افزایش شار مخالفت کند. $B_{\text{اصلی}} \longleftarrow B_{\text{القایی}} \longrightarrow$

ب) وقتی شار کاهش می‌یابد:

میدان القایی هم‌جهت با میدان اصلی است تا از این راه با کاهش شار مخالفت کند. $B_{\text{اصلی}} \longleftarrow B_{\text{القایی}} \longleftarrow$

۳) قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از سیم راست حامل جریان:

اگر انگشت شست دست راست را در جهت جریان سیم قرار دهیم، جهت چرخش چهار انگشت، جهت مغناطیسی را در اطراف سیم مشخص می‌کند.



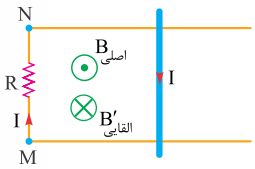
پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا با توجه به رابطهٔ $|\bar{\varepsilon}| = B\ell v$، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = B\ell v \xrightarrow[\ell=۵۰\,cm=۰/۵\,m\,,\,v=۸\,m/s]{B=۲۵۰\,G=۲۵۰\times۱۰^{-۴}\,T=۰/۰۲۵\,T} |\bar{\varepsilon}| = ۰/۰۲۵\times۰/۵\times۸ = ۰/۱\,V$$

گام دوم: با داشتن نیروی محرکهٔ القایی و مقاومت، جریان القایی را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{|\bar{\varepsilon}|}{R} \xrightarrow[R=۲۰\,\Omega]{|\bar{\varepsilon}|=۰/۱\,V} I = \frac{۰/۱}{۲۰} = ۰/۰۰۵\,A = ۵\,mA$$

گام سوم: به کمک قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه را به دست می‌آوریم:



جهت حرکت میله به سمت راست ⇐ افزایش مساحت حلقه $(\Delta A > ۰)$ ⇐ افزایش شار مغناطیسی گذرنده از حلقه $(\Delta\Phi > ۰)$ ⇐ جهت میدان مغناطیسی القایی مخالف جهت میدان مغناطیسی اصلی (برون‌سو) ⇐ میدان مغناطیسی القایی B' درون‌سو ⇐ با توجه به قانون دست راست، جهت جریان در مدار به صورت ساعتگرد ⇐ جهت جریان گذرنده از مقاومت از M به N.

تست و پاسخ ۸۶

مساحت حلقه‌های القاگری آرمانی و بدون هسته، $۱۰\,cm^۲$ و طول آن $۶۰\,cm$ است. اگر با عبور جریان ثابتی، میدان مغناطیسی درون آن $۵۰۰۰\,G$ باشد، انرژی انباشته‌شده در آن چند ژول است؟ $(\mu_۰ = ۱/۲\times۱۰^{-۶}\,\frac{T.m}{A})$

$۵۰۰۰\times۱۰^{-۴}\,T = ۰/۵\,T$

۱) ۳۲/۵ ۲) ۶۲/۵ ۳) ۷۲/۵ ۴) ۹۶/۵

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست یک سؤال روتین است که با تسلط بر روابط میدان مغناطیسی سیم‌لوله، ضریب القاوری و انرژی القاگر قادر به پاسخ‌گویی به این سؤال خواهید بود. این سؤال با کنکور ریاضی خارج از کشور ۹۴ تشابه مفهومی دارد.

خودت حل کنی بهتره به کمک سه رابطهٔ میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌لوله، ضریب القاوری و انرژی ذخیره‌شده در القاگر، مقدار انرژی ذخیره‌شده در القاگر را به دست آورید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

درس‌نامه ◀◀ میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌لوله و اثرخودالقاوری

نکات ۱ اگر قطر حلقه‌های سیم‌لوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به هم نزدیک باشند، آن را سیم‌لولهٔ آرمانی می‌گوییم.

۲ میدان مغناطیسی داخل یک سیم‌لولهٔ آرمانی از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به دست می‌آید.

B = اندازهٔ میدان مغناطیسی (T) ، I = جریان الکتریکی (A) ، μ_0 = تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$

ℓ = طول سیم‌لوله (m) ، N = تعداد دورها یا حلقه‌ها

۳ **القاگر**: هر نوع وسیله مانند سیم‌پیچ و سیم‌لوله که با عبور جریان، میدان مغناطیسی تولید می‌کند و می‌تواند درون خود انرژی مغناطیسی ذخیره کند القاگر نام دارد.

اثر خود ـ القاوری: تغییر جریان گذرنده از القاگر ← تغییر میدان مغناطیسی گذرنده از القاگر ← تغییر شار مغناطیسی عبوری از القاگر ← ایجاد نیروی محرکه و جریان القایی در القاگر (در جهتی که با تغییر شار مخالفت کند.)

ضریب القاوری: هر القاگر دارای یک ضریب القاوری است که به ویژگی‌های فیزیکی آن همچون تعداد دور، طول، سطح مقطع و جنس هسته‌ای که داخل آن قرار می‌گیرد، بستگی دارد. ضریب القاوری برای سیم‌لولهٔ بدون هسته، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$L=\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

L: ضریب القاوری برحسب هانری (H) ، μ_0: تراوایی مغناطیسی خلأ $(\frac{T.m}{A})$ ، N: تعداد دور ، A: سطح مقطع القاگر (m^2) ، ℓ: طول القاگر (سیم‌لوله)

نکتهٔ (۲) درس‌نامهٔ تست ۷۷ در مورد انرژی ذخیره‌شده در القاگر را ببینید.

پاسخ تشریحی با توجه به میدان مغناطیسی داخل سیم‌لوله $(B=\frac{\mu_0 NI}{\ell})$ داریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell} \xrightarrow[\ell=60\,cm=0/6\,m]{B=5000\,G=0/5\,T} 0/5=\frac{\mu_0 NI}{0/6} \Rightarrow \mu_0 NI=0/3 \Rightarrow I=\frac{0/3}{\mu_0 N}\ (I)$$

از طرفی طبق رابطهٔ ضریب القاوری داریم: $L=\frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} \xrightarrow[A=10\,cm^2=10^{-3}\,m^2]{\ell=0/6\,m} L=\frac{\mu_0\times N^2\times 10^{-3}}{0/6} \Rightarrow L=\frac{\mu_0 N^2\times 10^{-2}}{6}\ (II)$

در نهایت طبق رابطه‌های (I) و (II) و انرژی القاگر داریم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2 \xrightarrow{(I),(II)} U=\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 N^2\times 10^{-2}}{6}\right)\times\frac{0/09}{\mu_0^2 N^2} \Rightarrow U=\frac{3}{4\times\mu_0}\times 10^{-4}$$

$$\xrightarrow{\mu_0=1/2\times 10^{-6}\,(\frac{Tm}{A})} U=\frac{3}{4\times 1/2\times 10^{-6}}\times 10^{-4}=\frac{1000}{16}=62/5\,J$$

تست و پاسخ ۸۷

کدام رابطه بین یکاهای «وبر» و «هانری» درست است؟ (یکای ضریب القاوری / یکای شار مغناطیسی)

۱) آمپر $=\frac{\text{هانری}}{\text{وبر}}$ ۲) آمپر $=\frac{\text{وبر}}{\text{هانری}}$ ۳) ولت $=\frac{\text{هانری}}{\text{وبر}}$ ۴) ولت $=\frac{\text{وبر}}{\text{هانری}}$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال یک تست به ظاهر ساده است، ولی برای پاسخ‌گویی به آن باید کاملاً بر روابط الکتریسیته و مغناطیس تسلط داشته باشید. در کنکور ریاضی داخل ۸۲ ارتباط یکای وبر با آمپر و در کنکور تجربی داخل ۱۴۰۱ یکای تسلا برحسب یکاهای اصلی پرسیده شده است؛ بنابر این از این سبک سؤال، نباید غافل شوید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خودت حل کنی بهتره به کمک روابط $\Delta V=\frac{\Delta U}{q}$ ، $q=I.t$ ، $\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ و $U=\frac{1}{2}LI^2$ ، ارتباط بین یکای وبر و هانری را به دست آورید.

درس‌نامه درس‌نامهٔ تست‌های ۷۷ و ۸۰ مطالعه شوند.

پاسخ تشریحی با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی، داریم:

$$\Delta V=\frac{\Delta U}{q}\Rightarrow V=\frac{J}{C}\ (I)$$

از طرفی طبق قانون القای فاراده، داریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\Rightarrow V=\frac{Wb}{s}\ (II)\xrightarrow{(I),(II)}\frac{Wb}{s}=\frac{J}{C}\Rightarrow Wb=\frac{J.s}{C}\xrightarrow{C=A.s}Wb=\frac{J.s}{A.s}=\frac{J}{A}\ (III)$$

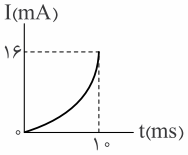
در نهایت طبق رابطهٔ $U=\frac{1}{2}LI^2$ ، داریم:

$$U=\frac{1}{2}LI^2\Rightarrow J=H.A^2\Rightarrow\frac{J}{A}=H.A\xrightarrow{(III)}Wb=H.A\Rightarrow A=\frac{Wb}{H}$$

تست و پاسخ ۸۸

در شکل زیر، نمودار تغییرات جریان عبوری از سیم‌لولهٔ آرمانی با ۴۰۰ دور حلقه برحسب زمان رسم شده است. اگر مساحت هر حلقهٔ سیم‌لوله $30\ cm^2$ و طول آن $40\ cm$ باشد، اندازهٔ نیروی محرکهٔ القایی متوسط در سیم‌لوله در بازهٔ زمانی صفر تا $10\ ms$ برابر چند میلی‌ولت است؟

$(\mu_0=12/5\times10^{-7}\ \frac{T.m}{A})$



۱) ۱/۲ ۲) ۲/۴ ۳) ۴/۸ ۴) ۷/۲

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال با کنکور ریاضی خارج کشور ۸۶ تشابه مفهومی دارد. با این تفاوت که در این سؤال مقدار جریان الکتریکی دو لحظه را باید از نمودار $I-t$ پیدا کنیم.

خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی ناشی از سیم‌لوله و جریان الکتریکی در دو لحظهٔ صفر و ۱۰ ms، میدان مغناطیسی در این دو لحظه را به دست آورده و سپس به کمک قانون القای فاراده، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط را محاسبه کنید.

درس‌نامه درس‌نامهٔ تست‌های ۸۰ و ۸۶ مطالعه شوند.

پاسخ تشریحی با توجه به رابطهٔ میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله داریم:

$$B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}\Rightarrow\begin{cases}\xrightarrow{t_1=0}I_1=0\Rightarrow B_1=0\\ \xrightarrow{t_2=10\ ms}I_2=16\ mA\Rightarrow B_2=\frac{12/5\times10^{-7}\times400\times16\times10^{-3}}{0/4}=2\times10^{-5}\ T\end{cases}$$

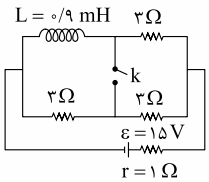
حال به کمک قانون القای فاراده، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{A\text{ و }\theta:\text{ثابت}}\bar{\varepsilon}=-NA\cos\theta\times\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow[\Delta B=B_2-B_1=2\times10^{-5}\ T,\ \Delta t=10\ ms=10^{-2}\ s]{N=400,\ A=30\ cm^2=3\times10^{-3}\ m^2,\ \cos\theta=1}\bar{\varepsilon}=-400\times3\times10^{-3}\times1\times\frac{2\times10^{-5}}{10^{-2}}\Rightarrow\bar{\varepsilon}=-2/4\times10^{-3}\ V\Rightarrow|\bar{\varepsilon}|=2/4\ mV$$

تست و پاسخ ۸۹

در مدار شکل زیر، با وصل کردن کلید k، انرژی ذخیره‌شده در القاگر آرمانی چه‌قدر و چگونه تغییر خواهد کرد؟ (مقاومت الکتریکی القاگر ناچیز است.)



وقتی با مقاومت ۳ Ω موازی شود، مقاومت ۳ Ω اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.

۱) ۵ mJ کاهش می‌یابد.
۲) ۱۱/۲ mJ افزایش می‌یابد.
۳) ۱۶/۲ mJ کاهش می‌یابد.
۴) ۹/۵ mJ افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

مشاوره این سؤال یک تست ترکیبی از مدار و القاگر است که پاسخ‌گویی به آن تسلط بر مفاهیم مدار را هم احتیاج دارد. قرارگرفتن القاگر در مدار، در کنکورهای تجربی داخل کشور ۹۹ و ریاضی داخل کشور ۸۸ آمده است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا جریان گذرنده از القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن را در شرایط کلید باز و سپس در شرایط کلید بسته به دست آورده و در نهایت اختلاف انرژی ذخیره‌شده در القاگر را در دو حالت به دست آورید.

درس‌نامه ترکیب مقاومت‌ها و جریان در مدار تک‌حلقه

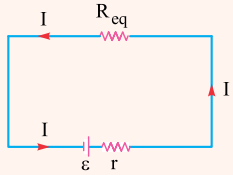
نکات ۱) برای دو مقاومت متوالی (سری) R_1 و R_2 داریم:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2$$

برای دو مقاومت موازی R_1 و R_2 داریم:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

۲) در مدار شکل مقابل داریم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

I = جریان الکتریکی (A) ε = نیروی محرکهٔ مولد (V) R_{eq} = معادل مقاومت‌های خارجی مدار (Ω) r = مقاومت درونی مولد (Ω)

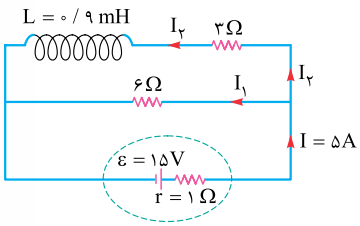
نکتهٔ ۲ از درس‌نامهٔ تست ۷۷ مطالعه شود.

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا جریان الکتریکی گذرنده از القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن در شرایط کلید باز را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq} = \frac{\overbrace{(3+3)\times 3}^{\text{سری}}}{\underbrace{(3+3)}_{\text{سری}} + 3} = 2\,\Omega \quad (I)$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{(I)} I = \frac{15}{2+1} = 5\ A$$

با توجه به این‌که القاگر در شاخهٔ بالا قرار دارد، از روی تقسیم جریان با نسبت معکوس مقاومت‌های موازی، جریان گذرنده از القاگر را به دست می‌آوریم:

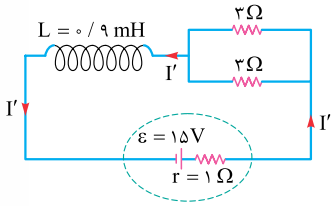


$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$I_1 + I_2 = I \xrightarrow[I=5\ A]{I_2 = 2I_1} 3I_1 = 5 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5}{3}\ A \\ I_2 = \frac{10}{3}\ A \end{cases}$$

$$U = \frac{1}{2} L I_2^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 0/9 \times 10^{-3} \times \left(\frac{10}{3}\right)^2 = 5 \times 10^{-3}\ J = 5\ mJ$$

گام دوم: جریان گذرنده از القاگر و انرژی ذخیره‌شده در آن را در شرایطی که کلید k بسته است، به دست می‌آوریم (در این حالت مقاومت ۳همی موازی با القاگر، اتصال کوتاه شده و حذف می‌شود.):



$$R'_{eq} = \frac{3}{2} = 1/5\ \Omega \quad (II)$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} \xrightarrow{(II)} I' = \frac{15}{1/5 + 1} = \frac{15}{2/5} = 6\ A$$

$$U' = \frac{1}{2} L I'^2 \Rightarrow U' = \frac{1}{2} \times 0/9 \times 10^{-3} \times (6)^2 = 16/2 \times 10^{-3}\ J = 16/2\ mJ$$

گام سوم: اختلاف انرژی ذخیره‌شده در القاگر در دو حالت را به دست می‌آوریم:

$$U' - U = 16/2 - 5 = 11/2\ mJ$$

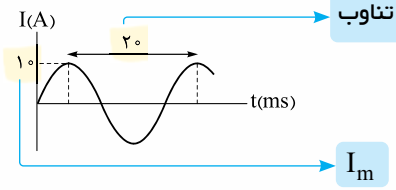
بنابراین با بستن کلید k، انرژی ذخیره‌شده در القاگر، ۱۱/۲ mJ افزایش می‌یابد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۹۰

شکل زیر، نمودار جریان متناوبی برحسب زمان را نشان می‌دهد که از یک رسانای ۵ اُهمی می‌گذرد. در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}\,s$ اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر این رسانا چند ولت است؟



دورهٔ تناوب: $T=۲۰\,ms=۰/۰۲\,s$

۱) ۵۰
۲) $۲۵\sqrt{۲}$
۳) $۵۰\sqrt{۲}$
۴) ۲۵

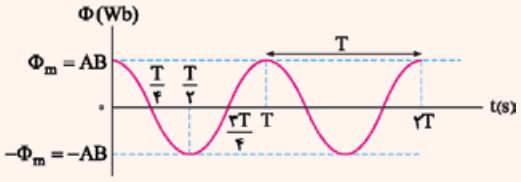
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره برای پاسخ‌گویی به این سؤال باید نمودار جریان متناوب سینوسی را به خوبی بشناسید. این سؤال با کنکور ریاضی داخل کشور ۹۹ تشابه مفهومی دارد.

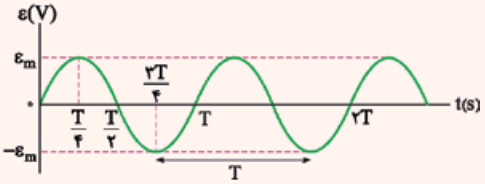
خودت حل کنی بهتره ابتدا با توجه به نمودار جریان متناوب برحسب زمان، معادلهٔ $I-t$ را بنویسید، سپس جریان الکتریکی در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}\,s$ را به دست آورده و در نهایت به کمک قانون اهم، اختلاف پتانسیل دو سر رسانای ۵اُهمی را در لحظهٔ $\frac{۱}{۴۰۰}\,s$ محاسبه کنید.

درس‌نامه

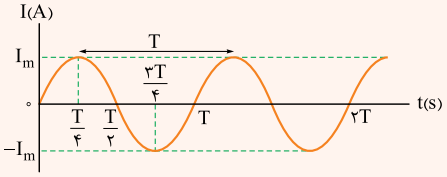
- **جریان متناوب (ac)**: جریانی است که مقدار و جهت آن ثابت نبوده و با گذشت زمان تغییر می‌کند.
- **جریان متناوب سینوسی متداول‌ترین نوع جریان متناوب است.**
- **روابط و نمودارهای جریان متناوب:**



$$\Phi = AB\cos(\frac{۲\pi}{T}t)$$



$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$



$$I = \underbrace{I_m}_{\frac{\varepsilon_m}{R}} \sin(\frac{۲\pi}{T}t)$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا با توجه به نمودار جریان متناوب برحسب زمان، معادلهٔ $I-t$ را به دست می‌آوریم:

$$I = I_m \sin(\frac{۲\pi}{T}t) \xrightarrow[T=۲۰\,ms=۰/۰۲\,s]{I_m=۱۰\,A} I = ۱۰\sin(\frac{۲\pi}{۰/۰۲}t) \Rightarrow I = ۱۰\sin ۱۰۰\pi t$$

گام دوم: لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}\,s$ را در معادلهٔ $I-t$ جای‌گذاری کرده و جریان الکتریکی را در آن لحظه به دست می‌آوریم:

$$I = ۱۰\sin ۱۰۰\pi t \xrightarrow{t=\frac{۱}{۴۰۰}\,s} I = ۱۰\sin(۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۴۰۰}) = ۱۰\sin\frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\sin\frac{\pi}{۴}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}} I = ۱۰\times\frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۵\sqrt{۲}\,A$$

گام سوم: طبق قانون اهم، با داشتن مقاومت و جریان الکتریکی، اختلاف پتانسیل دو سر رسانای ۵اُهمی را در لحظهٔ $\frac{۱}{۴۰۰}\,s$ به دست می‌آوریم:

$$V = RI \xrightarrow[I=۵\sqrt{۲}\,A]{R=۵\,\Omega} V = ۵\times۵\sqrt{۲} = ۲۵\sqrt{۲}\,V$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی دوازدهم: شیمی (۳): صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

تست و پاسخ ۹۱

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **سرخ‌فام‌بودن خاک رس به دلیل وجود ترکیبی است که عدد اکسایش فلز در آن برابر ۳+ است.** (Fe_2O_3)
- **مواد اولیه برای ساخت آثار به‌جای‌مانده از گذشتگان، افزون بر فراوانی و در دسترس بودن، باید استحکام، پایداری و واکنش‌پذیری بالایی داشته باشند.**
- **سیلیسیم دی‌اکسید یک اکسید نافلزی است که وجود آن در سازه‌های سنگی باعث استحکام و ماندگاری آن‌ها می‌شود.** (SiO_2)
- **هنگام پختن سفالینه‌های حاصل از خاک رس، درصد جرمی همهٔ مواد موجود در آن افزایش می‌یابد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

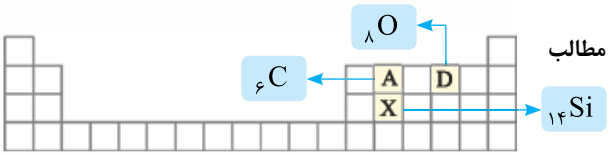
- سرخ‌فام‌بودن خاک رس به دلیل وجود Fe_2O_3 در آن است. عدد اکسایش آهن در این ترکیب، ۳+ است:

$$Fe_2O_3: 2Fe + 3(-2) = 0 \Rightarrow Fe = +3$$

- مواد اولیه برای ساخت آثار ماندگار، باید واکنش‌پذیری کمی داشته باشند.
- سیلیسیم دی‌اکسید (SiO_2)، یک اکسید شبه‌فلزی است.
- با پختن سفالینه‌های حاصل از خاک رس، آب تبخیر شده و درصد جرمی آن کاهش می‌یابد. با تبخیر آب و کاهش جرم خاک رس و ثابت‌ماندن جرم سایر مواد، درصد جرمی آن‌ها افزایش می‌یابد.

تست و پاسخ ۹۲

با توجه به موقعیت عنصرهای نشان داده شده در جدول، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟



الف) X فراوان‌ترین شبه‌فلز پوستهٔ جامد زمین است و در طبیعت به حالت خالص یافت نمی‌شود.

ب) بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم عنصر A دارای ۴ الکترون است و این اتم تنها با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.

پ) عنصرهای X و D، عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت هستند. (کربن و سیلیسیم)

ت) از عنصرهای A و X، تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ت ۳) ب ـ پ ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) عنصر X که در دورهٔ سوم و گروه ۱۴ قرار دارد، همان شبه‌فلز سیلیسیم است. عنصر سیلیسیم پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر پوستهٔ جامد زمین به شمار می‌رود.

اکسیژن ← فراوان‌ترین عنصر (نافلزی) پوستهٔ زمین

سیلیسیم ← دومین عنصر فراوان پوستهٔ زمین (فراوان‌ترین عنصر شبه‌فلزی)

سیلیسیم در طبیعت به حالت خالص یافت نمی‌شود و به طور عمده به شکل سیلیس (SiO_2) وجود دارد.

ب) A در گروه ۱۴ قرار دارد. آرایش الکترونی عنصرهای گروه ۱۴ به ns^2np^2 ختم می‌شود و بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن‌ها (np)، دارای دو الکترون است. در ضمن A همان اتم کربن است که کاتیون یا آنیون تک‌اتمی تشکیل نمی‌دهد و تنها با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش هشت‌تایی می‌رسد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پ) عنصرهای X و D به ترتیب سیلیسیم و اکسیژن هستند، اما عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن (A) و سیلیسیم (X) است.

کربن و سیلیسیم ← عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی

سیلیسیم و اکسیژن ← فراوان‌ترین عنصرها در پوستهٔ جامد زمین

ت) از کربن و سیلیسیم، تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

تست و پاسخ ۹۳

با توجه به جدول زیر که اجزای سازندهٔ یک نمونه خاک رس را نشان می‌دهد، اگر در اثر حرارت و تبخیر نیمی از آب موجود در این نمونه، درصد جرمی سیلیس ۵ واحد افزایش یابد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

SiO_2 ← سیلیس

ماده	SiO_2	Al_2O_3	H_2O	Fe_2O_3	MgO	Au
درصد جرمی	۴۵	۱۳	x	y	۹	۵

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی باید با توجه به اطلاعات داده‌شده، x و y را به دست آوریم.

گام اول: مجموع درصد جرمی اجزا در خاک رس باید برابر ۱۰۰ باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۴۵+۱۳+x+y+۹+۵=۱۰۰ \Rightarrow x+y=۲۸$$

گام دوم: با توجه به درصد جرمی نهایی سیلیس (SiO_2) در خاک رس، مقدار آب تبخیرشده را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی نهایی سیلیس} = ۴۵+۵=۵۰$$

با تبخیر آب، جرم سیلیس تغییر نکرده، ولی جرم خاک رس کاهش می‌یابد. اگر جرم آب تبخیرشده را a در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی نهایی سیلیس} = \frac{\text{جرم سیلیس}}{\text{جرم نهایی خاک رس}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۵۰ = \frac{۴۵}{۱۰۰-a} \times ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{۴۵}{۱۰۰-a} \Rightarrow ۹۰ = ۱۰۰-a \Rightarrow a = ۱۰ \text{ (جرم آب تبخیرشده)}$$

گام سوم: x و y و حاصل $\frac{x}{y}$ را حساب می‌کنیم:

طبق اطلاعات سؤال، نصف آب موجود در خاک رس تبخیر شده است؛ پس در ۱۰۰ گرم از خاک رس اولیه ۲۰ گرم آب وجود داشته است.

$$x+y=۲۸ \xrightarrow{x=۲۰} y=۸$$

$$\frac{x}{y} = \frac{۲۰}{۸} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

تست و پاسخ ۹۴

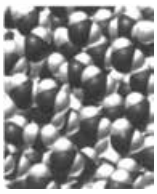
در حالت خالص و جامد، ساختار ذره‌ای چند درصد از مواد داده‌شده با الگوی «الف» و ساختار ذره‌ای چند درصد از آن‌ها با الگوی «ب» همخوانی دارد؟

- پتاس سوزآور ← KOH
- فورمیک اسید ← HCOOH
- جوش‌شیرین ← $NaHCO_3$
- آهک ← CaO
- آلومینیم اکسید ← Al_2O_3
- هیدروژن کلرید ← HCl

جامد یونی

جامد مولکولی

(الف)


(ب)

۱) ۶۶/۷ ـ ۳۳/۳ ۲) ۵۰ ـ ۳۳/۳ ۳) ۶۶/۷ ـ ۱۶/۷ ۴) ۸۳/۳ ـ ۱۶/۷

پاسخ: گزینه ۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی شکل «الف» ساختار کلی جامدهای یونی و شکل «ب» ساختار کلی مواد مولکولی را نشان می‌دهد:

ترکیب‌های یونی ← پتاس سوزآور (KOH)، جوش‌شیرین ($NaHCO_3$)، آهک (CaO)، آلومینیم اکسید (Al_2O_3) ⇐ ۴ ماده از ۶ ماده

$$\frac{۴}{۶}\times ۱۰۰ = \frac{۲}{۳}\times ۱۰۰ \simeq ۶۶/۷$$

مواد مولکولی ← فورمیک اسید ($HCOOH$)، هیدروژن کلرید (HCl) ⇐ ۲ ماده از ۶ ماده

$$\frac{۲}{۶}\times ۱۰۰ = \frac{۱}{۳}\times ۱۰۰ \simeq ۳۳/۳$$

تست و پاسخ ۹۵

SiO_2

درصد جرمی سیلیس در یک نمونه خاک رس برابر ۴۵ است. از سیلیس موجود در این خاک برای تهیهٔ سیلیسیم طبق واکنش $SiO_2(s) + C(s) \xrightarrow{\Delta} Si(l) + CO(g)$ استفاده می‌شود. اگر با انجام این واکنش ۳۱۵ لیتر گاز کربن مونوکسید به دست آمده باشد، جرم خاک رس فراوری‌شدهٔ اولیه چند کیلوگرم است؟ (معادلهٔ واکنش موازنه شود، چگالی گاز کربن مونوکسید در شرایط واکنش برابر $۱/۶\ g.L^{-1}$ است. $(Si = ۲۸ , O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۹ ۲) ۱/۲ ۳) ۲/۴ ۴) ۵/۴

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به معادلهٔ واکنش، حساب می‌کنیم که برای تولید ۳۱۵ لیتر گاز CO، به چند گرم سیلیس نیاز است:

$$SiO_2(s) + ۲C(s) \rightarrow Si(l) + ۲CO(g)$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{SiO_2}} = \frac{\text{حجم}\times\text{چگالی}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{CO}} \Rightarrow \frac{x}{۱\times ۶۰} = \frac{۱/۶\times ۳۱۵}{۲\times ۲۸} \Rightarrow x = \frac{۶\times ۱۶\times ۴۵}{۲\times ۴} = ۵۴۰\ g\ SiO_2$$

گام دوم: با توجه به درصد جرمی سیلیس در خاک رس، جرم خاک رس اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی } SiO_2 = \frac{\text{جرم } SiO_2}{\text{جرم خاک رس}}\times ۱۰۰ \Rightarrow ۴۵ = \frac{۵۴۰}{\text{جرم خاک رس}}\times ۱۰۰ \Rightarrow \text{جرم خاک رس} = \frac{۵۴}{۴۵}\times ۱۰^۳\ g = ۱/۲\ kg$$

تست و پاسخ ۹۶

SiO_2

کدام مطلب دربارهٔ سیلیس نادرست است؟ $(Si = ۲۸ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم سیلیسیم در آن، دو برابر شمار پیوندهای اشتراکی هر اتم اکسیژن است.

۲) درصد جرمی سیلیسیم در آن، ۰/۸۷۵ برابر درصد جرمی اکسیژن در آن است.

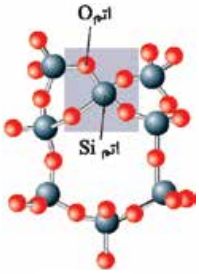
۳) شمار اتم‌های اکسیژن در هر حلقه از ساختار آن، دو برابر شمار اتم‌های سیلیسیم است.

۴) ترکیب‌های گوناگون عنصرهای سازندهٔ آن، بیش از ۹۰ درصد پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

O و Si

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی شمار اتم‌های اکسیژن و سیلیسیم در هر حلقه از ساختار سیلیس، با هم برابر است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ساختار سیلیس هر اتم سیلیسیم با ۴ پیوند اشتراکی به ۴ اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن با ۲ پیوند اشتراکی به ۲ اتم سیلیسیم متصل است.

۲) $\frac{\text{درصد جرمی Si در } SiO_2}{\text{درصد جرمی O در } SiO_2} = \frac{۱\times ۲۸}{۲\times ۱۶} = \frac{۷}{۸} = \frac{۶}{۸} + \frac{۱}{۸} = ۰/۷۵ + ۰/۱۲۵ = ۰/۸۷۵$

۴) سیلیس (SiO_2) از عنصرهای سیلیسیم و اکسیژن تشکیل شده است. ترکیب‌های گوناگون این دو عنصر، بیش از ۹۰ درصد پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خلاصه نکات

سیلیس (SiO_2)

- یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها و شن و ماسه است.
- فراوان‌ترین اکسید در پوستهٔ جامد زمین به شمار می‌رود.
- کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص آن است.
- جزء جامدهای کووالانسی است؛ به همین دلیل دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد.
- به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- در ساختار آن، فقط پیوندهای اشتراکی Si — O وجود دارد.
- در ساختار آن هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن و هر اتم اکسیژن به دو اتم سیلیسیم متصل است و اتم‌های سیلیسیم در آن با پل‌های Si — O — Si به دیگر واحدها متصل می‌باشند.
- از حلقه‌های چندضلعی ساخته شده و در همهٔ حلقه‌ها شمار اتم‌های سیلیسیم با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است.

تست و پاسخ ۹۷

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ گرافیت، درست است؟

- **جامد کووالانسی با چینش سه‌بعدی اتم‌هاست و در آن هر اتم کربن، چهار پیوند اشتراکی تشکیل داده است.**
- **ساختاری لایه‌ای دارد؛ از این‌رو گرافیت موجود در مغز مداد بر روی کاغذ اثر بر جای می‌گذارد.**
- **به دلیل وجود پیوندهای دوگانه در ساختار آن، سختی بیشتری نسبت به الماس دارد.**
- **در فرایند تبدیل آن به الماس، رسانایی الکتریکی نمونه، رفته‌رفته کاهش می‌یابد.**

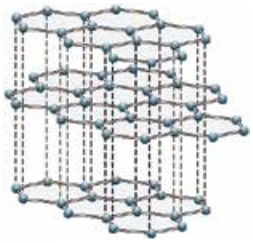
۱) دو ۲) چهار ۳) یک ۴) سه

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- گرافیت جامد کووالانسی با چینش دوبعدی اتم‌هاست و در آن هر اتم کربن، با چهار پیوند اشتراکی به سه اتم کربن دیگر متصل است.
- *کاملاً درسته!*



- هرچند در ساختار گرافیت برخلاف الماس، پیوند دوگانه وجود دارد، اما به دلیل ساختار لایه‌ای (دوبعدی) گرافیت و وجود نیروی جاذبهٔ ضعیف بین لایه‌های آن، سختی گرافیت از الماس (جامد کووالانسی سه‌بعدی) کم‌تر است.
- گرافیت برخلاف الماس، رسانای جریان برق است؛ بنابراین در تبدیل گرافیت به الماس، رسانایی الکتریکی کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۹۸

در اثر سوختن کامل نمونه‌ای الماس با $۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۴}$ پیوند اشتراکی، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ ($O = ۱۶ , C = ۱۲ : g.mol^{-1}$)

CO_2

۱) ۶۶ ۲) ۸۸ ۳) ۱۳۲ ۴) ۲۶۴

پاسخ: گزینه ۳

نکته با توجه به این‌که هر اتم کربن ۴ پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد، در ساختار نمونه‌ای الماس یا گرافیت با n اتم کربن، ۲n پیوند اشتراکی وجود دارد:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی} = \frac{\text{شمار اتم‌های کربن} \times ۴}{۲} = \frac{۴n}{۲} = ۲n$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از شمار پیوندهای اشتراکی، شمار مول کربن موجود در الماس را به دست می‌آوریم. در ساختار الماس به ازای هر اتم کربن، ۲ پیوند وجود دارد:

$$۳/۶۱۲\times۱۰^{۲۴}\ \text{پیوند} \times \frac{۱\ \text{mol}\ \text{پیوند}}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{پیوند}} \times \frac{n\ \text{mol C}}{۲n\ \text{mol}\ \text{پیوند}} = ۳\ \text{mol C}$$

گام دوم: جرم $CO_۲$ حاصل از سوختن ۳ مول کربن را حساب می‌کنیم:

$$C + O_۲ \rightarrow CO_۲$$

$$۳\ \text{mol C} \times \frac{۱\ \text{mol}\ CO_۲}{۱\ \text{mol C}} \times \frac{۴۴\ \text{g}\ CO_۲}{۱\ \text{mol}\ CO_۲} = ۱۳۲\ \text{g}\ CO_۲$$

تست و پاسخ ۹۹

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ گرافن درست است؟

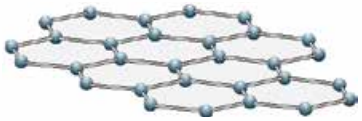
تک‌لایه‌ای از گرافیت

- **بین برخی از اتم‌های کربن در ساختار آن، جاذبهٔ ضعیف وان‌درووالسی وجود دارد.**
- **استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.**
- **همانند گرافیت سطحی کدر دارد، ولی برخلاف آن انعطاف‌پذیر است.**
- **در ساختار آن، هر اتم به سه اتم دیگر متصل است.**
- **اتم‌های کربن در آن فاقد آرایش هشت‌تایی هستند و ضخامت آن در حدود ۱ میکرومتر است.**

۱) پنج ۲) چهار ۳) سه ۴) دو

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.



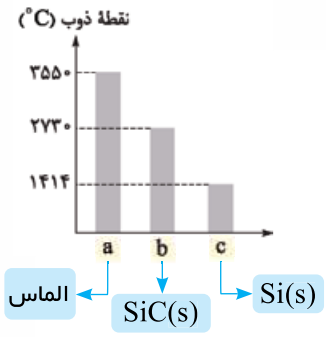
پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: گرافن تک‌لایه‌ای از گرافیت است و بین همهٔ اتم‌های آن پیوند اشتراکی وجود دارد.

عبارت سوم: گرافن برخلاف گرافیت، شفاف و انعطاف‌پذیر است.

عبارت پنجم: اتم‌های کربن در گرافن دارای آرایش هشت‌تایی هستند. در ضمن ضخامت گرافن به اندازهٔ یک اتم کربن و در حدود نانومتر است.

تست و پاسخ ۱۰۰



سه جامد کووالانسی سیلیسیم، الماس و سیلیسیم کربید ساختاری مشابه دارند. با توجه به نمودار داده‌شده که مربوط به مقایسهٔ نقطهٔ ذوب این سه ماده است، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

الف) تنوع عناصر در فرمول شیمیایی مادهٔ c بیشتر از مادهٔ a است.

ب) آنتالپی پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مادهٔ c، کم‌تر از آنتالپی پیوندهای موجود در ساختار سیلیس است.

$Si-Si$ $Si-O$

پ) از مادهٔ b در ساخت مته‌ها و ابزار برش شیشه استفاده می‌شود.

ت) در جرم یکسان، شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار مادهٔ a بیشتر از مادهٔ c است.

۱) ب ـ ت ۲) الف ـ پ ۳) الف ـ ت ۴) ب ـ پ

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

نکته از آن‌جا که هر سه جامد کووالانسی $Si(s)$، $SiC(s)$ و الماس ساختاری مشابه دارند و با توجه به کوچک‌تربودن شعاع اتمی کربن ($_۶C$) نسبت به سیلیسیم ($_{۱۴}Si$)، می‌توان نتیجه گرفت:

سیلیسیم < سیلیسیم کربید < الماس :نقطهٔ ذوب و سختی $\Rightarrow$ $C-C > Si-C > Si-Si$:میانگین آنتالپی پیوند

پاسخ تشریحی با توجه به مقایسهٔ نقطهٔ ذوب الماس، سیلیسیم کربید و سیلیسیم، a، b و c به ترتیب الماس، سیلیسیم کربید و سیلیسیم هستند.

a ← الماس b ← سیلیسیم کربید (SiC) c ← سیلیسیم (Si)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بررسی عبارت‌ها:

الف) مواد a و c، هر دو فقط از یک نوع عنصر تشکیل شده‌اند.

ب) در مادهٔ c، پیوندهای Si — Si و در ساختار سیلیس پیوندهای Si — O وجود دارد. آنتالپی پیوند Si — Si از Si — O کم‌تر است.

پ) از مادهٔ b (سیلیسیم کربید) در تهیهٔ سنباده استفاده می‌شود. برای ساخت مته و ابزار برش شیشه از الماس (مادهٔ a) استفاده می‌شود.

ت) جرم مولی کربن کم‌تر از سیلیسیم است؛ بنابراین در جرم یکسان، شمار مول‌های کربن الماس بیشتر از سیلیسیم بوده و در نتیجه شمار پیوندهای اشتراکی در الماس (مادهٔ a)، بیشتر از سیلیسیم (مادهٔ c) خواهد بود.

تست و پاسخ ۱۰۱

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **یخ خشک جزء مواد مولکولی است و برای آن می‌توان از واژه‌هایی مانند پیوند هیدروژنی استفاده کرد.**
- **سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.**
- **برخلاف مواد مولکولی، همهٔ مواد کووالانسی در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند.**
- **ماسه و کوارتز به ترتیب از جمله نمونه‌های ناخالص و خالص سیلیس هستند.**

$CO_2(s)$

SiO_2

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: یخ خشک همان کربن دی‌اکسید جامد $(CO_2(s))$ است و نیروی بین مولکولی آن از نوع وان‌درواالسی است و برای آن نمی‌توان از واژهٔ پیوند هیدروژنی استفاده کرد.

عبارت دوم: سیلیس (SiO_2) خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه، در ساخت منشورها و عدسی‌ها کاربرد دارد.

تست و پاسخ ۱۰۲

کدام مطلب دربارهٔ یخ درست است؟

۱) شمار پیوندهای هیدروژنی در هر حلقهٔ موجود در ساختار آن، ۱/۵ برابر شمار پیوندهای هیدروژنی اطراف هر مولکول سازندهٔ آن است.

۲) جامدی دیرگداز با چینش سه‌بعدی و منظم است که این ساختار موجب استحکام ویژهٔ آن شده است.

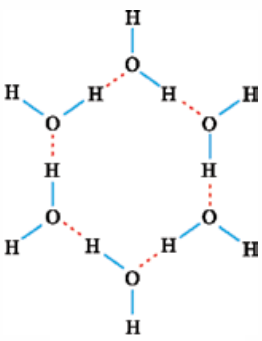
۳) اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های هشت‌ضلعی آن قرار داشته و با دو پیوند اشتراکی و دو پیوند هیدروژنی به ۴ اتم هیدروژن متصل هستند.

۴) در حالت خالص و تراش‌خورده، شفاف، زیبا و سخت است و در ساختار آن فضای خالی مشاهده نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی در ساختار یخ، اطراف هر مولکول آب، ۴ پیوند هیدروژنی وجود دارد. از طرفی شمار پیوندهای هیدروژنی در حلقه‌های شش‌ضلعی موجود در ساختار یخ، برابر ۶ است:

$$\frac{۶}{۴} = ۱/۵$$



بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ یخ جزء مواد مولکولی و جامدی زودگداز است.

۳ در ساختار یخ حلقه‌های شش‌ضلعی وجود دارد، نه هشت‌ضلعی!

۴ در ساختار یخ، فضاهای خالی وجود دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۰۳

کدام‌یک از پیوندهای زیر، در ساختار هیچ‌یک از مواد سیلیس، گرافن، هیدروژن پراکسید و سیلیسیم کربید وجود ندارد؟

۱) $Si-O$
۲) $C=C$
۳) $Si-Si$
۴) $O-O$

SiO_2 — سیلیس
C — گرافن
SiC — سیلیسیم کربید
H_2O_2 — هیدروژن پراکسید

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی در ساختار هیچ‌یک از مواد داده‌شده، پیوند $Si-Si$ وجود ندارد.

سیلیس (SiO_2) ← پیوند $Si-O$

گرافن ← پیوندهای $C-C$ و $C=C$

هیدروژن پراکسید (H_2O_2) ← پیوندهای $O-H$ و $O-O$

سیلیسیم کربید (SiC) ← پیوند $Si-C$

تست و پاسخ ۱۰۴

چند مورد از مطالب زیر، نادرست‌اند؟

- در حجم یکسان، شمار اتم‌های کربن در الماس کم‌تر از گرافیت است.
- از دو عنصر نخست گروه ۱۴ جدول تناوبی، تنها ترکیب‌های مولکولی و کووالانسی شناخته شده است.
- یک روش ساده برای تهیهٔ گرافن، استفاده از گرافیت و نوارچسب نازک است.
- یخ از نظر ظاهری به سیلیس شبیه است، اما از نظر نقطهٔ ذوب، به مواد مولکولی شباهت دارد.

C و Si

SiO_2

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: چگالی الماس از گرافیت بیشتر است؛ بنابراین با توجه به رابطهٔ $\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$، در حجم یکسان، جرم الماس و در نتیجه شمار اتم‌های کربن در آن بیشتر است.

عبارت دوم: دو عنصر نخست گروه ۱۴، کربن و سیلیسیم هستند که یون تک‌اتمی ندارند، اما در برخی از ترکیب‌های یونی وجود دارند. به عنوان نمونه کربن در ساختار یون چنداتمی کربنات (CO_3^{2-}) و در نتیجه در ساختار ترکیب‌های یونی مانند $CaCO_3$ وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۰۵

کدام مطلب درست است؟

۱) در ساختار مواد کووالانسی، میان شمار معینی از اتم‌ها پیوند اشتراکی وجود دارد؛ به همین دلیل این مواد دیرگداز هستند.

۲) آنتالپی تبخیر و نقطهٔ جوش یک مادهٔ مولکولی، به طور عمده به جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی موجود در ساختار آن وابسته است.

۳) برای توصیف اغلب ترکیب‌های آلی، می‌توان از واژه‌های شیمیایی رایجی مانند فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده کرد.

۴) پایدارترین دگرشکل ششمین عنصر جدول تناوبی، ساختار مشابهی با چهاردهمین عنصر جدول تناوبی دارد.

گرافیت ← ششمین عنصر جدول تناوبی
سیلیسیم ← چهاردهمین عنصر جدول تناوبی

پاسخ: گزینه ۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی اغلب ترکیب‌های آلی جزء مواد مولکولی‌اند؛ بنابراین برای آن‌ها می‌توان از واژه‌هایی مانند فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ساختار مواد کووالانسی، میان همهٔ اتم‌ها پیوند اشتراکی وجود دارد.

۲) آنتالپی تبخیر و نقطهٔ جوش یک مادهٔ مولکولی که جزء رفتارهای فیزیکی است، به نیروهای بین مولکولی وابسته است.

۴) ششمین و چهاردهمین عنصرهای جدول تناوبی به ترتیب، کربن و سیلیسیم هستند. پایدارترین دگرشکل (آلوتروپ) کربن، گرافیت است. ساختار ذره‌ای گرافیت (جامد کووالانسی دوبعدی) متفاوت با ساختار ذره‌ای سیلیسیم (جامد کووالانسی سه‌بعدی) است.

زوج‌درس شروع از دهم: شیمی (۲): صفحه‌های ۱ تا ۳۹

تست و پاسخ ۱۰۶

چه تعداد از موارد زیر، عبارت «عنصری از گروه ۱۴ که ..... .» را به درستی کامل می‌کنند؟

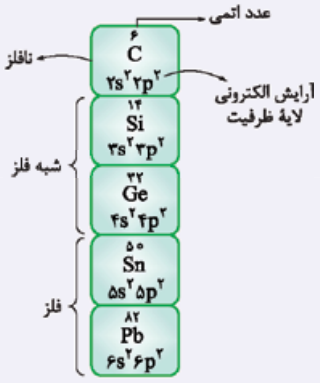
- دارای عدد اتمی ۵۰ است، در اثر ضربه تغییر شکل می‌دهد ← فلز قلع
- دارای سطحی براق است، رسانایی الکتریکی بالایی دارد ← شبه‌فلزها و فلزها
- حاصل $(n+l)$ بیرونی‌ترین زیرلایهٔ آن برابر ۷ است، در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد ← ۶p
- سومین عنصر گروه محسوب می‌شود، شکننده بوده و رفتار شیمیایی آن همانند نافلزهاست ← ژرمانیم
- یعنی خرد نمی‌شود. ← فلز قلع

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ: گزینه ۲

موارد اول، سوم و چهارم، عبارت داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند.

نکته ۵ عنصر اول گروه ۱۴ عبارت‌اند از: کربن، سیلیسیم، ژرمانیم، قلع و سرب.



پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

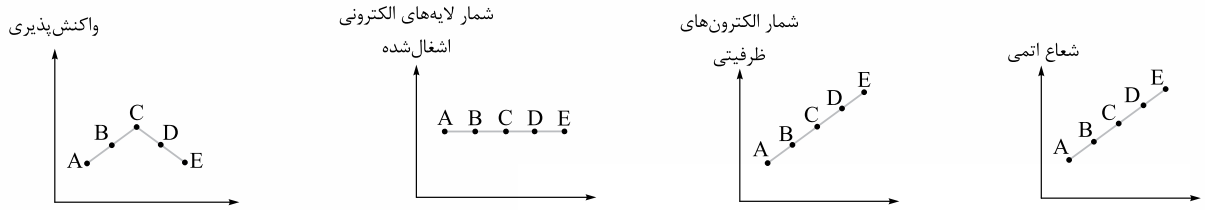
- عنصری با عدد اتمی ۵۰، همان فلز قلع است. فلزها در اثر ضربه خرد نمی‌شوند و تغییر شکل می‌دهند.
- شبه‌فلزها (Ge, Si) مانند فلزها (Pb, Sn) سطحی براق دارند، اما برخلاف آن‌ها، رسانایی الکتریکی بالایی ندارند.
- بیرونی‌ترین زیرلایهٔ عنصرهای گروه ۱۴، np است. عدد کوانتومی فرعی (l) زیرلایهٔ p برابر ۱ است؛ بنابراین با توجه به این‌که $(n+l)$ زیرلایهٔ np عنصر مورد نظر برابر ۷ است، n برابر ۶ می‌باشد. عنصر واقع در گروه ۱۴ و دورهٔ ششم، فلز سرب $(_{82}Pb)$ است که در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست می‌دهد.
- سومین عنصر گروه ۱۴، شبه‌فلز ژرمانیم است که شکننده می‌باشد. رفتار شیمیایی شبه‌فلزها همانند نافلزهاست.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۰۷

عنصرهای A، B، C، D و E، به ترتیب از راست به چپ، ۵ عنصر فلزی متوالی از یک گروه جدول دوره‌ای هستند. چه تعداد از نمودارهای زیر برای این عنصرها درست است؟ (فقط روند کلی کمیت‌ها مد نظر است.)



۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۱

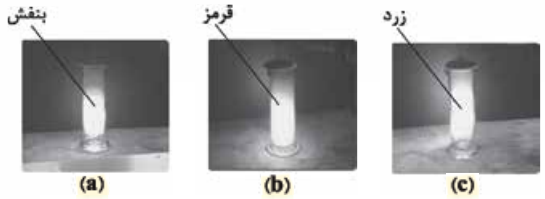
فقط نمودار اول (نمودار شعاع اتمی) درست است.

پاسخ تشریحی عنصرهای A تا E، عنصرهای متوالی از یک گروه جدول دوره‌ای هستند.

- در یک گروه از بالا به پایین، با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد.
- شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر یک گروه با هم برابر است؛ بنابراین نمودار شمار الکترون‌های ظرفیتی باید به صورت یک خط راست افقی باشد.
- در یک گروه از بالا به پایین، شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شدهٔ عنصرها افزایش می‌یابد؛ یعنی شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده برای عنصری که در دورهٔ پایین‌تر قرار دارد، بیشتر است؛ بنابراین نمودار مورد نظر باید روند صعودی داشته باشد، نه به شکل یک خط افقی!
- در فلزها، واکنش‌پذیری با شعاع اتمی رابطهٔ مستقیم دارد؛ یعنی در گروه‌های فلزی از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، واکنش‌پذیری عنصرها افزایش می‌یابد؛ بنابراین نمودار واکنش‌پذیری باید همواره روند صعودی داشته باشد.

تست و پاسخ ۱۰۸

با توجه به شکل‌های داده‌شده که واکنش سه عنصر نخست فلزهای قلیایی با گاز کلر را نشان می‌دهند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



لیتیم، سدیم و پتاسیم

(a) پتاسیم — (b) لیتیم — (c) سدیم

$_{14}Si$ و $_{32}Ge$

الف) عنصر a شعاع اتمی بزرگ‌تری نسبت به شبه‌فلزهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای دارد.

ب) عنصر b با از دست دادن یک الکترون به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

$_{20}Ca$

پ) عنصر c با سومین فلز قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، هم‌دوره است.

$_{14}Si$

ت) مجموع عددهای اتمی عنصرهای b و c با عدد اتمی شبه‌فلز دورهٔ سوم برابر است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ
۳) الف ـ ب ۴) پ ـ ت

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

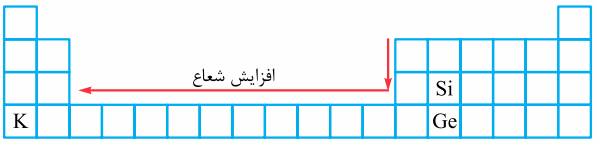
با مقایسهٔ شدت نور ایجادشده و رنگ آن، می‌توان نتیجه گرفت که فلزهای a، b و c به ترتیب پتاسیم ($_{19}K$)، لیتیم ($_{3}Li$) و سدیم ($_{11}Na$) هستند.

مقایسهٔ واکنش‌پذیری: $_{3}Li < _{11}Na < _{19}K$

شدت واکنش با گاز کلر: $_{3}Li$ (رنگ قرمز) $< _{11}Na$ (رنگ زرد) $< _{19}K$ (رنگ بنفش)

بررسی عبارت‌ها:

الف) عنصر a همان پتاسیم ($_{19}K$) است که در دورهٔ چهارم قرار دارد.



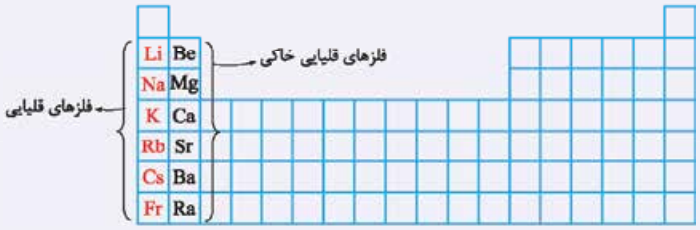
با توجه به این‌که در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد، شعاع اتمی $_{19}K$ از شعاع اتمی شبه‌فلزهای گروه ۱۴ ($_{14}Si$ و $_{32}Ge$) بزرگ‌تر است.

نکته با توجه به روند تغییر شعاع اتمی، می‌توان گفت که هر چه شمارهٔ دورهٔ عنصری بیشتر و شمارهٔ گروه آن کم‌تر باشد (یعنی در سمت چپ‌تر و پایین‌تر جدول قرار داشته باشد)، شعاع اتمی آن بزرگ‌تر است.

ب) عنصر b، فلز لیتیم ($_{3}Li$) است که با از دست دادن یک الکترون، به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیم می‌رسد و هشت‌تایی نمی‌شود.

پ) عنصر c، سدیم ($_{11}Na$) است که در دورهٔ سوم قرار دارد و با دومین فلز قلیایی خاکی جدول یعنی $_{12}Mg$، هم‌دوره است.

نکته در جدول دوره‌ای، ۶ فلز قلیایی و ۶ فلز قلیایی خاکی وجود دارد. عنصرهای این دو خانواده، در دوره‌های دوم تا هفتم جدول قرار دارند.



ت) مجموع عددهای اتمی عنصرهای b و c ($_{3}Li$ و $_{11}Na$)، برابر با ۱۴ است. عدد اتمی شبه‌فلز دورهٔ سوم، یعنی سیلیسیم نیز برابر با ۱۴ می‌باشد.

تست و پاسخ ۱۰۹

با توجه به جدول داده‌شده که مربوط به شرایط واکنش هالوژن‌های دوره‌های دوم تا پنجم جدول تناوبی با گاز هیدروژن است، کدام مطلب درست است؟

$_{9}F$، $_{17}Cl$، $_{35}Br$ و $_{53}I$

هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن	شعاع اتمی (pm)
A (فلوئور)	در دمای $-۲۰۰\ ^\circ C$ هم به سرعت واکنش می‌دهد.	r_1
X (ید)	در دمای بالاتر از $۴۰۰\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.	r_2
Z (کلر)		۹۹
D (برم)		۱۱۴

۱) مقایسهٔ $r_1 < r_2 <$ ۱۱۴ بین شعاع اتمی عنصرهای A، X و D برقرار است.

۲) عنصر Z فقط در دماهای $۲۰۰\ ^\circ C$ به بالا، با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳) عنصرهای Z و D در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی یکسانی دارند.

۴) تفاوت عدد اتمی عنصرهای A و D، ۱۰ واحد کم‌تر از تفاوت عدد اتمی عنصرهای X و Z است.

پاسخ: گزینه ۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته به عنصرهای گروه ۱۷ جدول تناوبی، هالوژن گفته می‌شود. عدد اتمی عنصرهای این گروه، یک واحد کم‌تر از عدد اتمی گاز نجیب هم‌دوره‌شان است. نخستین عنصر این گروه، در دورهٔ دوم قرار دارد و همان فلوئور ($_{9}F$) است. هالوژن‌های دوره‌های سوم تا پنجم به ترتیب کلر ($_{17}Cl$)، برم ($_{35}Br$) و ید ($_{53}I$) هستند. در گروه هالوژن‌ها، از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عنصرها کاهش می‌یابد. به طوری که دمای مورد نیاز برای انجام واکنش آن‌ها با گاز هیدروژن، افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای $-200\ ^\circ C$ به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای $200\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از $400\ ^\circ C$ واکنش می‌دهد.

پاسخ تشریحی با توجه به شرایط نوشته‌شده برای واکنش عنصرهای A و X با هیدروژن، نتیجه می‌گیریم که A و X به ترتیب فلوئور ($_{9}F$) و ید ($_{53}I$) هستند. با توجه به این‌که شعاع اتمی Z از D کم‌تر است، Z عنصر کلر ($_{17}Cl$) و D عنصر برم ($_{35}Br$) است.

$$A \to {}_{9}F \qquad X \to {}_{53}I \qquad Z \to {}_{17}Cl \qquad D \to {}_{35}Br$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی افزایش می‌یابد: شعاع اتمی $\underset{A}{{}_{9}F} < \underset{Z}{{}_{17}Cl} < \underset{D}{{}_{35}Br} < \underset{X}{{}_{53}I}$

r_2 بیشتر از ۱۱۴ پیکومتر است.

۲) عنصر Z، همان کلر است که در دمای اتاق نیز به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

۳) در دما و فشار اتاق، عنصر Z (کلر) به حالت گاز و عنصر D (برم)، به حالت مایع است.

۴) تفاوت عدد اتمی عنصرهای A و D، برابر $35 - 9 = 26$ و تفاوت عدد اتمی عنصرهای Z و X برابر $53 - 17 = 36$ است.

تست و پاسخ ۱۱۰

اگر آرایش الکترونی یون‌های A^{2-}، B^{2+} و X^{3+} به ترتیب به زیرلایه‌های $4p^6$، $3p^6$ و $3d^3$ ختم شود، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **اختلاف عدد اتمی عنصرهای A و B برابر ۱۴ است.**
- **آرایش الکترونی کاتیون در ترکیب K_2O مشابه آرایش B^{2+} است.**
- **در آرایش الکترونی اتم X، هشت الکترون دارای $l = 0$ هستند.**
- **اتم A با نافلزی جامد و زردرنگ، هم‌گروه و با نافلزی مایع هم‌دوره است.**
- **اتم X در دوره‌ای قرار دارد که در این دوره هشت عنصر دارای ۱۰ الکترون با $l = 2$ هستند.**

زیرلایهٔ s
گوگرد ($_{16}S$)
برم ($_{35}Br$)
زیرلایهٔ d

۱) دو ۲) سه ۳) چهار ۴) پنج

پاسخ: گزینه ۳

به‌جز عبارت سوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی ابتدا آرایش الکترونی اتم‌های A، B و X را به دست می‌آوریم:

$$A^{2-}: \cdots 4p^6 \Rightarrow A: \cdots 4p^4 \Rightarrow A: [{}_{18}Ar]\,3d^{10}\,4s^2\,4p^4 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 34$$

$$B^{2+}: \cdots 3p^6 \Rightarrow B: \cdots 3p^6\,4s^2 \Rightarrow B: [{}_{18}Ar]\,4s^2 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 20$$

$$X^{3+}: \cdots 3d^3 \Rightarrow X: \cdots \underbrace{3d^4\,4s^2}_{\text{نداریم!}} \Rightarrow X: \cdots 3d^5\,4s^1 \Rightarrow X: [{}_{18}Ar]\,3d^5\,4s^1 \Rightarrow \text{عدد اتمی} = 24$$

بررسی عبارت‌ها:

- تفاوت عدد اتمی عنصرهای A و B برابر $20 - 14 = 34$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

- کاتیون ترکیب K_2O، $_{19}K^+$ است که آرایش آن مانند یون B^{2+}، مشابه آرایش الکترونی گاز نجیب آرگون ($_{18}Ar$) است.
- در آرایش الکترونی اتم X، ۷ الکترون با $l=0$ ($1s^2$، $2s^2$، $3s^2$ و $4s^1$) وجود دارد.
- اتم A در گروه ۱۶ و در دورهٔ چهارم قرار دارد. در گروه ۱۶، نافلز گوگرد که جامد و زردرنگ است و در دورهٔ چهارم، نافلز برم که مایع است، وجود دارد.

نکته برم ($_{35}Br$) تنها نافلزی از جدول دوره‌ای می‌باشد که در دمای اتاق مایع است.

- اتم X در دورهٔ چهارم قرار دارد. در این دوره، در اتم ۸ عنصر، ۱۰ الکترون با $l=2$ (یعنی زیرلایهٔ $3d^{10}$) وجود دارد: ۲ فلز واسطهٔ $_{29}Cu$ و $_{30}Zn$ و ۶ عنصر دستهٔ p با عددهای اتمی ۳۱ تا ۳۶!

آرایش الکترونی عنصرهای دورهٔ چهارم:

عدد اتمی	آرایش الکترونی فشرده	نماد شیمیایی عنصر	عدد اتمی	آرایش الکترونی فشرده	نماد شیمیایی عنصر
۱۹	$[_{18}Ar]4s^1$	K	۲۸	$[_{18}Ar]3d^8 4s^2$	Ni
۲۰	$[_{18}Ar]4s^2$	Ca	۲۹	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^1$	Cu
۲۱	$[_{18}Ar]3d^1 4s^2$	Sc	۳۰	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2$	Zn
۲۲	$[_{18}Ar]3d^2 4s^2$	Ti	۳۱	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^1$	Ga
۲۳	$[_{18}Ar]3d^3 4s^2$	V	۳۲	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^2$	Ge
۲۴	$[_{18}Ar]3d^5 4s^1$	Cr	۳۳	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^3$	As
۲۵	$[_{18}Ar]3d^5 4s^2$	Mn	۳۴	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^4$	Se
۲۶	$[_{18}Ar]3d^6 4s^2$	Fe	۳۵	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^5$	Br
۲۷	$[_{18}Ar]3d^7 4s^2$	Co	۳۶	$[_{18}Ar]3d^{10} 4s^2 4p^6$	Kr

تست و پاسخ ۱۱۱

کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، رسانایی الکتریکی بالا در شرایط دمایی گوناگون، چکش‌خوار و سخت بودن از جمله ویژگی‌های طلا است.

ب) فلزی که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را در بین صنایع گوناگون داراست، اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

آهن

پ) در میان فلزها تنها استخراج طلا از خاک معدن هماهنگ با توسعهٔ پایدار است.

ت) برخی عنصرها مانند سدیم و اکسیژن به دلیل واکنش‌پذیری بالا، به شکل آزاد در طبیعت وجود ندارند.

۱) الف ـ پ ـ ت ۲) پ ـ ت ۳) الف ـ ب ۴) ب ـ پ ـ ت

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف»، «پ» و «ت» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) فلز طلا نرم است.

ب) فلز آهن که بیشترین مصرف سالانه را دارد، اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

پ) مقدار طلا در معادن آن بسیار کم است، به طوری که برای استخراج مقدار کمی از آن، باید از حجم انبوهی خاک معدن استفاده کرد که پسماند بسیار زیادی تولید می‌شود؛ از این‌رو استخراج طلا، آثار زیانبار محیط زیستی به همراه دارد و هماهنگ با توسعهٔ پایدار نیست.

ت) اکسیژن به شکل آزاد (مولکول‌های دواتمی O_2 در هواکره) در طبیعت وجود دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۲

با توجه به واکنش‌های داده‌شده، کدام گزینه درست است؟

I) $FeCl_3(aq) + NaOH(aq) \rightarrow Fe(OH)_3(s) + NaCl(aq)$

II) $Fe(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow FeSO_4(aq) + Cu(s)$

۱) اگر در واکنش (II) به جای فلز آهن از فلز آلومینیم استفاده شود، واکنش انجام نمی‌شود.

۲) رسوب تولیدشده در واکنش (I)، سبزرنگ است.

۳) یون‌های آهن موجود در زنگ آهن، با یون‌های آهن موجود در واکنش (II) یکسان است. ← Fe^{3+}

۴) اگر در واکنش (I) به جای $FeCl_3$، از $FeCl_2$ استفاده شود، مجموع ضرایب مواد در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش، دو واحد تغییر می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) فلز آلومینیم واکنش‌پذیری بیشتری نسبت به فلز مس دارد؛ بنابراین می‌تواند با محلول مس (II) سولفات به طور طبیعی واکنش دهد.

۲) رسوب آهن (III) هیدروکسید، قرمز مایل به قهوه‌ای است.

$Fe(OH)_3$ ← رسوب سبزرنگ

$Fe(OH)_3$ ← رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای

۳) در زنگ آهن، یون آهن (III) یعنی Fe^{3+} وجود دارد، در حالی که در واکنش II، یون Fe^{2+} وجود دارد.

۴) $FeCl_3 + 3NaOH \rightarrow Fe(OH)_3 + 3NaCl$، مجموع ضرایب $= 8$

$FeCl_2 + 2NaOH \rightarrow Fe(OH)_2 + 2NaCl$، مجموع ضرایب $= 6$

تست و پاسخ ۱۱۳

اگر نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مخلوطی از آهن (II) اکسید و آهن (III) اکسید برابر ۱/۲۵ باشد، درصد خلوص نمونه برحسب آهن (III) اکسید به تقریب کدام است؟ ($Fe = 56 , O = 16 : g.mol^{-1}$)

Fe_2O_3 ← FeO

۱) ۳۳/۳ ۲) ۵۲/۶ ۳) ۶۶/۶ ۴) ۷۸/۴

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره شمار مول‌های FeO و Fe_2O_3 در مخلوط را x و y در نظر بگیر و سپس با توجه به نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها، رابطهٔ x و y را پیدا کن! در آخر مول‌های FeO و Fe_2O_3 را به جرم آن‌ها تبدیل کن و رابطهٔ درصد خلوص را برای Fe_2O_3 بنویس!

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در مخلوط، رابطهٔ بین شمار مول‌های FeO و Fe_2O_3 را پیدا می‌کنیم:

$$mol\,FeO = x \begin{cases} (Fe^{2+}) \text{ مول کاتیون} = x \\ (O^{2-}) \text{ مول آنیون} = x \end{cases}$$

$$mol\,Fe_2O_3 = y \begin{cases} (Fe^{3+}) \text{ مول کاتیون} = 2y \\ (O^{2-}) \text{ مول آنیون} = 3y \end{cases}$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{\text{مول آنیون}}{\text{مول کاتیون}} = \frac{x+3y}{x+2y} = 1/25 = \frac{5}{4} \Rightarrow 5x + 10y = 4x + 12y \Rightarrow x = 2y$$

گام دوم: جرم FeO و Fe_2O_3 را حساب می‌کنیم:

$$\text{جرم } FeO: 2y\ mol \times \frac{72\ g}{1\ mol} = 144y\ g$$

$$\text{جرم } Fe_2O_3: y\ mol \times \frac{160\ g}{1\ mol} = 160y\ g$$

گام سوم: رابطهٔ درصد خلوص را برای Fe_2O_3 می‌نویسیم:

$$\text{درصد خلوص برحسب } Fe_2O_3 = \frac{\text{جرم } Fe_2O_3}{\text{جرم کل}} \times 100 = \frac{160y}{160y + 144y} \times 100 = \frac{160}{304} \times 100 \simeq 52/6$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۴

دانشجویی در آزمایشگاه، آهن (III) اکسید را با مقدار کافی کربن در شرایط مناسب وارد واکنش کرده و نتیجهٔ زیر را به دست آورده است. با توجه به این آزمایش، چند مورد از مطالب زیر را می‌توان استنباط کرد؟ $(Fe = ۵۶ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

$$۲Fe_۲O_۳(s) + ۳C(s) \rightarrow ۴Fe(s) + ۳CO_۲(g)$$

جرم واکنش‌دهنده $Fe_۲O_۳$ (گرم)	جرم آهن به‌دست‌آمده (گرم)
۴۰	۱۹/۶

مقدار عملی

- ۱۲ گرم از آهن (III) اکسید وارد واکنش نشده است.
- خلوص نمونهٔ آهن (III) اکسید برابر ۷۰ درصد بوده است.
- دانشجو نتوانسته است ۸/۴ گرم از آهن تولیدشده را جداسازی و جمع‌آوری کند.
- با انجام واکنش، حداقل ۵/۸۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید شده است.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ: گزینه ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

مشاوره این سؤال برگرفته از متن صفحهٔ ۲۲ کتاب درسی است. در این صفحه توضیح داده شده که چرا در واقعیت، مقدار عملی یک فراورده کم‌تر از مقدار نظری آن است.

نکته به بیشترین مقدار فراوردهٔ قابل انتظار که از محاسبه‌های استوکیومتری به دست می‌آید، مقدار نظری و به مقدار فراورده‌ای که در عمل به دست می‌آید، مقدار عملی می‌گویند. برخی از عواملی که سبب می‌شود مقدار عملی کم‌تر از مقدار نظری باشد، عبارت‌اند از: ناخالص‌بودن واکنش‌دهنده، انجام واکنش‌های ناخواسته و عدم جداسازی و جمع‌آوری کامل فراورده.

پاسخ تشریحی ابتدا مقدار مورد انتظار (مقدار نظری) آهن تولیدی به ازای ۴۰ گرم $Fe_۲O_۳$ را حساب می‌کنیم:

$$۴۰\,g\,Fe_۲O_۳ \times \frac{۱\,mol\,Fe_۲O_۳}{۱۶۰\,g\,Fe_۲O_۳} \times \frac{۴\,mol\,Fe}{۲\,mol\,Fe_۲O_۳} \times \frac{۵۶\,g\,Fe}{۱\,mol\,Fe} = ۲۸\,g\,Fe$$

بررسی عبارت‌ها:

- اگر ۴۰ گرم $Fe_۲O_۳$ وارد واکنش شود، ۲۸ گرم آهن تولید خواهد شد. تولید کم‌تر از این مقدار آهن، می‌تواند نشان‌دهندهٔ این باشد که مقداری از آهن (III) اکسید وارد واکنش نشده است. باید حساب کنیم که به ازای مصرف چند گرم $Fe_۲O_۳$، ۱۹/۶ گرم آهن تولید می‌شود:

$$۱۹/۶\,g\,Fe \times \frac{۱\,mol\,Fe}{۵۶\,g\,Fe} \times \frac{۲\,mol\,Fe_۲O_۳}{۴\,mol\,Fe} \times \frac{۱۶۰\,g\,Fe_۲O_۳}{۱\,mol\,Fe_۲O_۳} = ۲۸\,g\,Fe_۲O_۳$$

از ۴۰ گرم $Fe_۲O_۳$، ۲۸ گرم آن مصرف شده و ۱۲ گرم آن $(۱۲ = ۴۰ - ۲۸)$ وارد واکنش نشده است.

- با توجه به عبارت قبل، می‌توان فرض کرد که ۲۸ گرم نمونهٔ آهن (III) اکسید خالص بوده است:

$$\text{درصد خلوص } Fe_۲O_۳ = \frac{۲۸}{۴۰} \times ۱۰۰ = ٪۷۰$$

- دانشجو ۱۹/۶ گرم آهن به دست آورده است، اما انتظار داشتیم که ۲۸ گرم آهن به دست بیاید؛ پس می‌توان گفت که دانشجو شاید نتوانسته $۲۸ - ۱۹/۶ = ۸/۴$ گرم از آهن را جداسازی و جمع‌آوری کند.

- به ازای تولید ۱۹/۶ گرم آهن، ۵/۸۸ لیتر گاز کربن دی‌اکسید نیز تولید می‌شود:

$$۱۹/۶\,g\,Fe \times \frac{۱\,mol\,Fe}{۵۶\,g\,Fe} \times \frac{۳\,mol\,CO_۲}{۴\,mol\,Fe} \times \frac{۲۲/۴\,L\,CO_۲}{۱\,mol\,CO_۲} = ۵/۸۸\,L\,CO_۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۵

اگر مطابق واکنش زیر، به ازای مصرف ۱۴۶ گرم HCl، ۶ لیتر گاز تولید شود، بازده درصدی واکنش کدام است و طی این فرایند، چند گرم آب تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش، ۲۴ لیتر است.) $(Cl = 35/5 , O = 16 , H = 1 : g.mol^{-1})$

$KMnO_4(s) + HCl(aq) \rightarrow KCl(aq) + MnCl_2(aq) + Cl_2(g) + H_2O(l)$ (معادله موازنه شود.)

۱) ۲۰ ـ ۱/۴۴ ۲) ۴۰ ـ ۱/۴۴ ۳) ۲۰ ـ ۷/۲ ۴) ۴۰ ـ ۷/۲

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: معادلهٔ واکنش را موازنه می‌کنیم:

$$2KMnO_4(s) + 16HCl(aq) \rightarrow 2KCl(aq) + 2MnCl_2(aq) + 5Cl_2(g) + 8H_2O(l)$$

گام دوم: بازده درصدی واکنش را حساب می‌کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب: در این روش، بازده درصدی را باید در صورت کسر مربوط به واکنش‌دهنده ضرب کنیم:

$$\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100}}{\underbrace{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{HCl}} = \frac{\text{حجم}}{\underbrace{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}}_{Cl_2}} \Rightarrow \frac{146 \times \frac{x}{100}}{16 \times 36/5} = \frac{6}{5 \times 24} \Rightarrow x = \frac{16 \times 100}{4 \times 5 \times 4} = 20$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل: ابتدا مقدار نظری Cl_2 تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$146\,g\,HCl \times \frac{1\,mol\,HCl}{36/5\,g\,HCl} \times \frac{5\,mol\,Cl_2}{16\,mol\,HCl} \times \frac{24\,L\,Cl_2}{1\,mol\,Cl_2} = 30\,L\,Cl_2$$

مقدار عملی و نظری را در رابطهٔ بازده درصدی قرار می‌دهیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 = \frac{6}{30} \times 100 = \%20$$

گام سوم: جرم آب تولیدشده را حساب می‌کنیم. برای این منظور هم می‌توان از جرم واکنش‌دهنده (با در نظر گرفتن بازده درصدی) و هم از حجم فراورده (بدون در نظر گرفتن بازده درصدی) استفاده کرد.

$$6\,L\,Cl_2 \times \frac{1\,mol\,Cl_2}{24\,L\,Cl_2} \times \frac{8\,mol\,H_2O}{5\,mol\,Cl_2} \times \frac{18\,g\,H_2O}{1\,mol\,H_2O} = 7/2\,g\,H_2O$$

دام تستی: وقتی از مقدار یک فراورده، می‌خواهیم به مقدار فراوردهٔ دیگر برسیم، نباید بازده درصدی را در محاسبات وارد کنیم. اگر به اشتباه، در محاسبهٔ جرم آب به کمک حجم Cl_2، در آخر بازده درصدی را هم وارد محاسبات کنید، به عدد ۱/۴۴ می‌رسید.

$$7/2 \times \frac{20}{100} = 1/44$$

تست و پاسخ ۱۱۶

مالتوز $(M = 342\ g.mol^{-1})$، مطابق واکنش: $C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$ به گلوکز تبدیل می‌شود. اگر نیمی از گلوکز تولیدشده در این واکنش به ازای مصرف ۶۸/۴ گرم مالتوز، در واکنش: $C_6H_{12}O_6(aq) \rightarrow 2C_2H_5OH(aq) + 2CO_2(g)$ مصرف شود، چند گرم اتانول تولید خواهد شد؟ (بازده واکنش‌های انجام‌شده را به ترتیب برابر با ۴۰ و ۷۵ درصد در نظر بگیرید، $O = 16 , C = 12 , H = 1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۵/۵۲ ۲) ۹/۸ ۳) ۱۱/۰۴ ۴) ۱۹/۶

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره: در حل مسائل دو یا چند واکنشی که ممکنه برای هر واکنش درصد خلوص و بازده درصدی داده شود، خیلی مهمه که بدونیم در روش کسر تناسب، هر کدام از این کمیت‌ها را در کسر کدام ماده باید ضرب کنیم. اگر تشخیص این کار براتون سخته، پیشنهاد می‌کنیم که حل سؤال رو مرحله به مرحله با روش کسر تبدیل انجام دهید.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی **روش اول:** استفاده از کسر تبدیل

گام اول: مقدار گلوکز تولیدشده در واکنش اول را به ازای مصرف ۶۸/۴ گرم مالتوز حساب می‌کنیم:

$$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \rightarrow 2C_6H_{12}O_6$$

$$68/4\,g\,C_{12}H_{22}O_{11} \times \frac{1\,mol\,C_{12}H_{22}O_{11}}{342\,g\,C_{12}H_{22}O_{11}} \times \frac{2\,mol\,C_6H_{12}O_6}{1\,mol\,C_{12}H_{22}O_{11}} \times \frac{40}{100} = 0/16\,mol\,C_6H_{12}O_6$$

گام دوم: جرم اتانول تولیدشده در واکنش دوم را به ازای مصرف نیمی از گلوکز تولیدشده در واکنش اول حساب می‌کنیم:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$$

$$\frac{1}{2} \times 0/16\,mol\,C_6H_{12}O_6 \times \frac{2\,mol\,C_2H_5OH}{1\,mol\,C_6H_{12}O_6} \times \frac{46\,g\,C_2H_5OH}{1\,mol\,C_2H_5OH} \times \underbrace{\frac{75}{100}}_{\frac{3}{4}} = \frac{0/16 \times 46 \times 3}{4}$$

$$= 0/12 \times 46 = \frac{(10 \times 46) + (2 \times 46)}{100} = \frac{460 + 92}{100} = \frac{552}{100} = 5/52\,g\,C_2H_5OH$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب

واکنش دوم را در ۲ ضرب می‌کنیم تا ضریب گلوکز در دو واکنش برابر شود و سپس بین مالتوز و اتانول تناسب برقرار می‌کنیم. فقط باید دقت کنید که بازده درصدی دو واکنش را در کسر مربوط به مالتوز که واکنش‌دهنده است، ضرب کنید و هم‌چنین با توجه به این‌که گفته شده نیمی از گلوکز تولیدشده در واکنش اول، در واکنش دوم مصرف می‌شود، علاوه بر بازده واکنش‌ها، کسر مربوط به مالتوز را در $\frac{1}{2}$ نیز ضرب کنید:

$$C_{12}H_{22}O_{11} \sim 2C_6H_{12}O_6 \sim 4C_2H_5OH$$

$$\underbrace{\frac{\text{جرم} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times \frac{\text{بازده درصدی}}{100} \times \frac{1}{2}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{C_{12}H_{22}O_{11}} = \underbrace{\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}}_{C_2H_5OH} \xrightarrow[\frac{75}{100}=\frac{3}{4}]{\frac{40}{100}=\frac{4}{10}} \frac{\overset{0/2}{\cancel{68/4}} \times \frac{\cancel{4}}{10} \times \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{1}{2}}{1 \times \underset{1}{\cancel{342}}} = \frac{x}{4 \times 46}$$

$$\Rightarrow x = 0/03 \times 4 \times 46 = \frac{12 \times 46}{100} = 5/52\,g\,C_2H_5OH$$

دام‌تستی *این سؤال تا دلتون بخواد، دام داره! اگر هواستون به این نباشه که گفته نیمی از گلوکز در واکنش دوم مصرف می‌شه (نه همش!)، به دو برابر مقدار واقعی یعنی ۱۱/۰۴ می‌رسید. اگر به اشتباه، بازده واکنش دوم را در روش کسر تناسب، در کسر مربوط به اتانول ضرب کنید، به عدد ۹/۸ می‌رسید.*

تست و پاسخ ۱۱۷

دو نمونهٔ ناخالص پتاسیم نیترات با جرم برابر، در دو ظرف وارد شده و واکنش‌های زیر انجام می‌شود:

I) $4KNO_3(s) \rightarrow 2K_2O(s) + 2N_2(g) + 5O_2(g)$

II) $2KNO_3(s) \rightarrow 2KNO_2(s) + O_2(g)$

اگر پس از انجام واکنش‌ها، میزان کاهش جرم مادهٔ جامد در دو ظرف برابر باشد، درصد خلوص پتاسیم نیترات واردشده به ظرف (I)، چند برابر درصد خلوص پتاسیم نیترات واردشده به ظرف (II) است؟ $(K = 39 , O = 16 , N = 14 : g.mol^{-1})$

یعنی جرم گازهای تولیدشده در دو ظرف برابر باشد.

۱) $\frac{54}{8}$ ۲) $\frac{27}{8}$ ۳) $\frac{8}{54}$ ۴) $\frac{8}{27}$

پاسخ: گزینه ۴

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی جرم نمونهٔ ناخالص در دو واکنش برابر است و با توجه به این‌که برای ما فقط نسبت درصد خلوص KNO_3 در دو واکنش مهم است (و نه محاسبهٔ دقیق آن در هر یک از واکنش‌ها!) می‌توانیم جرم نمونهٔ ناخالص را هر عددی که *دلمون خواست*، در نظر بگیریم. برای این‌که محاسبات راحت‌تر باشد و با توجه به این‌که جرم مولی KNO_3، $101\ g.mol^{-1}$ است، جرم نمونه‌های ناخالص را ۱۰۱ گرم در نظر می‌گیریم.

میزان کاهش جرم مادهٔ جامد با جرم گاز (های) تولیدشده برابر است. اگر درصد خلوص KNO_3 در ظرف‌های (I) و (II) را به ترتیب P_1 و P_2 و جرم گازهای تولیدشده در ظرف‌ها را به ترتیب m_1 و m_2 گرم در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{\frac{\text{درصد خلوص}}{100}\times\text{جرم ناخالص}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{\text{پتاسیم نیترات}}}=\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{\text{گاز(ها)}}}$$

I) $4KNO_3 \sim 2N_2 + 5O_2$

$$\frac{101\times\frac{P_1}{100}}{4\times101}=\frac{m_1}{\underbrace{(2\times28)+(5\times32)}_{216}}\Rightarrow m_1=\frac{54}{100}P_1$$

II) $2KNO_3 \sim O_2$

$$\frac{101\times\frac{P_2}{100}}{2\times101}=\frac{m_2}{1\times32}\Rightarrow m_2=\frac{16}{100}P_2$$

$$m_1=m_2\Rightarrow\frac{54}{100}P_1=\frac{16}{100}P_2\Rightarrow\frac{P_1}{P_2}=\frac{16}{54}=\frac{8}{27}$$

تست و پاسخ ۱۱۸

چه تعداد از مقایسه‌های زیر دربارهٔ آلکان‌های راست‌زنجیری با مشخصات داده‌شده، درست است؟ $(C=12, H=1: g.mol^{-1})$

I) آلکانی با نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن برابر ۲/۵

II) آلکانی با ۲۵ پیوند اشتراکی

III) آلکانی با جرم مولی $86\ g.mol^{-1}$

C_nH_{2n+2}

- **قدرت نیروهای بین مولکولی: II > III > I**
- **تفاوت نقطهٔ جوش: (I و III) > (II و I)**
- **تمایل به جاری‌شدن در حالت مایع: III > II > I**
- **شمار پیوندهای C — H: I > II > III**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

موارد اول و سوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی ابتدا فرمول آلکان‌های راست‌زنجیر (I)، (II) و (III) را به دست می‌آوریم:

I) $\frac{2n+2}{n}=2/5\Rightarrow 2n+2=2/5n\Rightarrow 0/5n=2\Rightarrow n=4\Rightarrow C_4H_{10}$

II) شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها $=3n+1\Rightarrow 3n+1=25\Rightarrow n=8\Rightarrow C_8H_{18}$

III) C_nH_{2n+2} جرم مولی $=14n+2\Rightarrow 14n+2=86\Rightarrow n=6\Rightarrow C_6H_{14}$

حالا می‌ریم سراغ بررسی موارد:

- قدرت نیروهای بین مولکولی: با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها، قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها افزایش می‌یابد:

قدرت نیروهای بین مولکولی: $\underset{(II)}{C_8H_{18}} > \underset{(III)}{C_6H_{14}} > \underset{(I)}{C_4H_{10}}$

- تمایل به جاری‌شدن: هر چه شمار اتم‌های کربن یک آلکان کم‌تر باشد، گران‌روی آن کم‌تر و در نتیجه تمایل به جاری‌شدن آن بیشتر است:

تمایل به جاری‌شدن در حالت مایع: $\underset{(I)}{C_4H_{10}} > \underset{(III)}{C_6H_{14}} > \underset{(II)}{C_8H_{18}}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

- تفاوت نقطهٔ جوش: با افزایش شمار اتم‌های کربن، نقطهٔ جوش آلکان‌های راست‌زنجیر افزایش می‌یابد:

تفاوت نقطهٔ جوش: $(\underset{(II,I)}{C_8H_{18}, C_4H_{10}}) > (\underset{(III,I)}{C_6H_{14}, C_4H_{10}})$ نقطهٔ جوش: $\underset{(II)}{C_8H_{18}} > \underset{(III)}{C_6H_{14}} > \underset{(I)}{C_4H_{10}}$

- در هر آلکان nکربنی، $2n+2$ اتم هیدروژن و در نتیجه $2n+2$ پیوند $C-H$ وجود دارد:

شمار پیوندهای $C-H$: $\underset{(II)}{C_8H_{18}} > \underset{(III)}{C_6H_{14}} > \underset{(I)}{C_4H_{10}}$

تست و پاسخ ۱۱۹

اگر فرمول مولکولی ترکیب: $(C_2H_5)_2CH(CH_2)_xC(CH_3)_3$ با ۵- متیل دکان یکسان باشد، نام این ترکیب کدام است؟

آلکان ۱۱ کربنه؛ $C_{11}H_{24}$

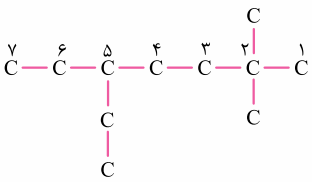
۱) ۴ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل هگزان
۲) ۳ـ اتیل ـ ۶، ۶ـ دی‌متیل هپتان
۳) ۵ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل هپتان
۴) ۶ـ اتیل ـ ۲، ۲ـ دی‌متیل اوکتان

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ۵ـ متیل دکان، یک آلکان ۱۱کربنی است.

۱ اتم کربن
↑
۵ـ متیل دکان
↓
۱۰ اتم کربن

پس ترکیب مورد نظر باید ۱۱ اتم کربن داشته باشد؛ در نتیجه x برابر ۲ است.



$\Rightarrow$ ۵ ـ اتیل ـ ۲،۲ ـ دی‌متیل هپتان

تست و پاسخ ۱۲۰

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **وازلین و گریس را به ترتیب می‌توان آلکان‌هایی با ۱۸ و ۲۵ اتم کربن در نظر گرفت.**
- **قراردادن فلزها در آلکان‌های مایع سبب خوردگی آن‌ها می‌شود.**
- **نام آلکانی با ساختار پیوند ـ خط** **، ۴ـ اتیل ـ ۳ـ متیل هگزان است.**
- **در آلکان‌های راست‌زنجیر ۱ تا ۵ کربنی، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.**
- **همهٔ هیدروکربن‌ها از دو عنصر کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند؛ از این‌رو رفتار مشابهی دارند.**

۱) دو ۲) یک ۳) سه ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴

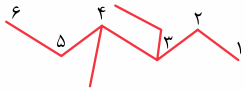
همهٔ عبارت‌های داده‌شده نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- *برعکس گفته!*

گریس: $C_{18}H_{38}$ وازلین: $C_{25}H_{52}$

- آلکان‌ها به دلیل ناقطبی‌بودن در آب نامحلول‌اند؛ بنابراین قراردادن فلزها در آلکان مایع، مانع از رسیدن آب به سطح فلز شده و از خوردگی آن‌ها جلوگیری می‌کند.
- نام آلکان مورد نظر، ۳ـ اتیل ـ ۴ـ متیل هگزان است.



- در آلکان‌های راست‌زنجیر ۱ تا ۴کربنی، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد. در نام آلکان ۵کربنی (پنتان)، پیشوند (پنت) نشان‌دهندهٔ عدد ۵ برای شمار اتم‌های کربن است.
- به دلیل متفاوت‌بودن ساختار هیدروکربن‌ها، رفتار آن‌ها نیز با هم متفاوت است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

زوج‌درس شروع از یازدهم: شیمی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۳۴

تست و پاسخ ۱۰۶

کدام ویژگی ایزوتوپ‌های یک عنصر، به شمار نوترون‌های آن‌ها وابسته نیست؟

۱) چگالی ۲) خاصیت پرتوزایی ۳) واکنش‌پذیری شیمیایی ۴) جرم مولی

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند. از آن‌جا که خواص شیمیایی هر عنصر به عدد اتمی آن وابسته است، ایزوتوپ‌های یک عنصر دارای خواص شیمیایی یکسانی هستند. در ضمن با توجه به این‌که ایزوتوپ‌های یک عنصر در شمار نوترون‌ها متفاوت‌اند، در خاصیت پرتوزایی، جرم اتمی و جرم مولی و در نتیجه در خواص فیزیکی وابسته به جرم مانند چگالی، نقطهٔ ذوب و جوش با هم تفاوت دارند.

شباهت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر	تفاوت‌های ایزوتوپ‌های یک عنصر
عدد اتمی (شمار پروتون‌ها) شمار الکترون‌ها (آرایش الکترونی، شمار الکترون‌های ظرفیت و میزان بار یون پایدار) مکان (موقعیت) در جدول دوره‌ای خواص شیمیایی	عدد جرمی شمار نوترون‌ها فراوانی در طبیعت نیم‌عمر و پایداری (خاصیت پرتوزایی) خواص فیزیکی وابسته به جرم (چگالی، نقطهٔ ذوب و جوش)

تست و پاسخ ۱۰۷

با توجه به جدول داده‌شده، کدام مطلب درست است؟

گونه	Y^-	M	X^{2+}
شمار الکترون‌ها	a	a + ۱	a
شمار نوترون‌ها	b − ۲	b	b

۱) عنصرهای Y، M و X سه عنصر متوالی جدول دوره‌ای هستند.

۲) عدد جرمی X، ۵ واحد بیشتر از عدد جرمی Y است.

۳) اتم $^{a+b+3}_{a-2}D$، ایزوتوپ اتم M محسوب می‌شود.

۴) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در اتم X، بیشتر از اتم M است.

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با توجه به شمار الکترون‌ها و نوترون‌های گونه‌های داده‌شده، *شمار پروتون (عدد اتمی) و عدد جرمی عنصرها رو به دست بیار و زیرشون بنویس! بعد گزینه‌ها رو بررسی کن!*

پاسخ تشریحی ابتدا شمار پروتون‌ها (عدد اتمی) و عدد جرمی عنصرها را به دست می‌آوریم.

نکته در یک اتم خنثی، شمار الکترون‌ها و پروتون‌ها یکسان و برابر با عدد اتمی است؛ هم‌چنین برای محاسبهٔ عدد جرمی، کافی است شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها را با هم جمع کنیم:

$$^{A}_{Z}E \begin{cases} \text{الکترون} = Z \\ \text{پروتون} = Z \\ \text{نوترون} = A - Z \end{cases}$$

شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در یون‌ها با شمار این ذرات زیراتمی در اتم خنثی مربوط به آن‌ها برابر است، اما شمار الکترون‌های یون‌ها با اتم‌ها تفاوت دارد:

$$^{A}_{Z}E^{m-} \begin{cases} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z + m \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \end{cases}$$

$$^{A}_{Z}E^{m+} \begin{cases} \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z - m \\ \text{تعداد نوترون‌ها} = A - Z \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

در یون Y^{-}، شمار پروتون‌ها یک واحد کم‌تر از شمار الکترون‌ها و در یون X^{2+}، شمار پروتون‌ها، دو واحد بیشتر از شمار الکترون‌هاست:

گونه	Y^{-}	M	X^{2+}
شمار الکترون‌ها	a	a + ۱	a
شمار نوترون‌ها	b − ۲	b	b
شمار پروتون‌ها (عدد اتمی)	a − ۱	a + ۱	a + ۲
عدد جرمی (مجموع شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها)	a + b − ۳	a + b + ۱	a + b + ۲

بررسی گزینه‌ها:

۱) عددهای اتمی Y، M و X سه عدد متوالی نیست؛ بنابراین این عنصرها نمی‌توانند سه عنصر متوالی جدول دوره‌ای باشند.

۲) عدد جرمی X، ۵ واحد بیشتر از عدد جرمی Y است. $\underbrace{(a+b+2)}_{\text{عدد جرمی X}} - \underbrace{(a+b-3)}_{\text{عدد جرمی Y}} = 5$

۳) ایزوتوپ‌های یک عنصر، دارای عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوت هستند؛ بنابراین اتم‌های ${}^{a+b+1}_{a+1}M$ و ${}^{a+b+3}_{a-2}D$، ایزوتوپ یکدیگر به شمار نمی‌آیند.

۴) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در اتم X، $(\frac{b}{a+2})$، کم‌تر از این نسبت در اتم M، $(\frac{b}{a+1})$ است.

تست و پاسخ ۱۰۸

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ ایزوتوپ‌های هیدروژن (با عددهای جرمی ۱ تا ۷)، درست است؟

- **نسبت شمار نوترون‌های ناپایدارترین به پایدارترین رادیوایزوتوپ برابر با ۳ است.** ← ${}^{7}_{1}H$
- **درصد فراوانی طبیعی ایزوتوپی با کم‌ترین شمار نوترون، بیشتر از سایر ایزوتوپ‌هاست.** ← ${}^{3}_{1}H$
- **نسبت شمار نوترون به پروتون در همهٔ رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن، برابر یا بیشتر از ۲ است.** ← ${}^{1}_{1}H$
- **۸۰ درصد رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن، ساختگی‌اند.** ← ${}^{3}_{1}H$ تا ${}^{7}_{1}H$

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۴

همهٔ عبارت‌های داده‌شده، درست‌اند.

درس‌نامه ● ایزوتوپ‌های هیدروژن

هیدروژن دارای ۷ ایزوتوپ است: ${}^{1}_{1}H$، ${}^{2}_{1}H$، ${}^{3}_{1}H$، ${}^{4}_{1}H$، ${}^{5}_{1}H$، ${}^{6}_{1}H$ و ${}^{7}_{1}H$.

- ۳ ایزوتوپ هیدروژن، طبیعی (${}^{1}_{1}H$، ${}^{2}_{1}H$ و ${}^{3}_{1}H$) و ۴ ایزوتوپ آن (${}^{4}_{1}H$، ${}^{5}_{1}H$، ${}^{6}_{1}H$ و ${}^{7}_{1}H$) ساختگی‌اند.
- دو ایزوتوپ هیدروژن (${}^{1}_{1}H$، ${}^{2}_{1}H$)، پایدار و ۵ ایزوتوپ آن ناپایدار یا رادیوایزوتوپ (${}^{3}_{1}H$، ${}^{4}_{1}H$، ${}^{5}_{1}H$، ${}^{6}_{1}H$ و ${}^{7}_{1}H$) هستند.
- مقایسهٔ درصد فراوانی ایزوتوپ‌های طبیعی هیدروژن به صورت مقابل است: ${}^{1}_{1}H > {}^{2}_{1}H > {}^{3}_{1}H$:درصد فراوانی در طبیعت
- مقایسهٔ پایداری رادیوایزوتوپ‌های هیدروژن به صورت مقابل است: ${}^{3}_{1}H > {}^{5}_{1}H > {}^{6}_{1}H > {}^{4}_{1}H > {}^{7}_{1}H$:نیم‌عمر و پایداری

$$\underbrace{\underbrace{{}^{1}_{1}H, {}^{2}_{1}H}_{\text{پایدار}}, {}^{3}_{1}H}_{\text{طبیعی}}, \underbrace{{}^{4}_{1}H, {}^{5}_{1}H, {}^{6}_{1}H, {}^{7}_{1}H}_{\text{ناپایدار (پرتوزا)}}$$
ساختگی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- ناپایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، ${}_{1}^{7}H$ و پایدارترین رادیوایزوتوپ آن، ${}_{1}^{3}H$ است. $\frac{\text{شمار نوترون‌های } {}_{1}^{7}H}{\text{شمار نوترون‌های } {}_{1}^{3}H} = \frac{7-1}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$
- در بین ایزوتوپ‌های هیدروژن، ${}_{1}^{1}H$ نوترون ندارد و فراوانی آن بیشتر از سایر ایزوتوپ‌هاست.
- سبک‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، ${}_{1}^{3}H$ است که نسبت شمار نوترون به پروتون آن برابر با $\frac{3-1}{1} = 2$ است؛ در نتیجه این نسبت برای رادیوایزوتوپ‌های سنگین‌تر (${}_{1}^{4}H$، ${}_{1}^{5}H$، ${}_{1}^{6}H$ و ${}_{1}^{7}H$)، بیشتر از ۲ می‌باشد.
- از ۵ رادیوایزوتوپ هیدروژن (${}_{1}^{3}H$ تا ${}_{1}^{7}H$)، ۴تای آن‌ها (همه به‌جز ${}_{1}^{3}H$) ساختگی‌اند: $\frac{4}{5} \times 100 = \%80$

تست و پاسخ ۱۰۹

کدام مطلب درست است؟

۱) پسماند راکتورهای اتمی خاصیت پرتوزایی ندارد و می‌توان آن‌ها را در جاهای مناسبی زیر زمین دفن کرد.

۲) ۹۲ عنصر ابتدایی جدول تناوبی در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر دیگر آن، ساختگی‌اند.

۳) ایزوتوپ ${}^{235}U$ که فراوانی آن در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم کم‌تر از ۰/۷ درصد است، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود.

۴) به دلیل نیم‌عمر بالای تکنسیم، می‌توان مقادیر زیادی از این عنصر را تهیه و برای مدت طولانی نگه‌داری کرد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی از ایزوتوپ ${}^{235}U$، اغلب به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی استفاده می‌شود. فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی ایزوتوپ‌های اورانیم، کم‌تر از ۰/۷ درصد است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) پسماند راکتورهای اتمی خاصیت پرتوزایی دارند و دفع آن‌ها از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای به شمار می‌آید.

۲) از ۱۱۸ عنصر شناخته‌شده، ۹۲ عنصر در طبیعت یافت می‌شوند و ۲۶ عنصر ساختگی‌اند، اما *هواستون باشه* که این ۹۲ عنصر طبیعی، همان ۹۲ عنصر ابتدایی جدول دوره‌ای نیستند؛ مثلاً در بین ۹۲ عنصر ابتدایی جدول دوره‌ای، تکنسیم (با عدد اتمی ۴۳) وجود دارد که می‌دانیم عنصری ساختگی است.

۴) نیم‌عمر تکنسیم کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگه‌داری کرد.

تست و پاسخ ۱۱۰

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ عنصرهای نشان داده شده در جدول روبه‌رو، درست است؟

- **شمار نوترون‌های A ^{56}، دو برابر شمار پروتون‌های اتم E است.**
- **عنصر M، مانند عنصرهای هم‌دوره و هم‌گروه خود، تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارد.**
- **همهٔ زیرلایه‌های الکترونی اشغال‌شده در اتم عنصر X، دوالکترونی هستند.**
- **تفاوت شمارهٔ دوره و گروه عنصر D، دو برابر شمارهٔ گروه عنصر A است.**
- **بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اتم E دارای ۳ الکترون با $l = 1$ است.**

زیرلایهٔ p

۱) سه
۲) چهار
۳) یک
۴) دو

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- عدد اتمی A برابر ۲۶ است؛ بنابراین شمار نوترون‌های $^{56}_{26}A$ برابر $30 = 26 - 56$ است. عدد اتمی و شمار پروتون‌های E، برابر ۱۵ است.
- عنصر M همان گاز نجیب هلیم است، به طور کلی گازهای نجیب (عنصرهای گروه ۱۸) تمایلی به انجام واکنش شیمیایی ندارند، اما عنصر هم‌دورهٔ M، هیدروژن ($_1H$) است که نسبت به گازهای نجیب، واکنش‌پذیری بالایی دارد.
- عدد اتمی عنصر X، برابر ۶ است و در نتیجه آرایش الکترونی آن به صورت $1s^2 2s^2 2p^2$ است.
- عنصر D در دورهٔ دوم و گروه ۱۶ قرار دارد؛ بنابراین تفاوت شمارهٔ دوره و گروه آن، برابر $14 = 2 - 16$ است. عنصر A در گروه ۸ قرار دارد.
- اتم E در گروه ۱۵ قرار دارد و آرایش آن به np^3 ختم می‌شود. عدد کوانتومی فرعی زیرلایه‌های p، برابر ۱ است.

تست و پاسخ ۱۱۱

با توجه به شکل داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **جرم وزنهٔ نشان داده شده در شکل، معادل یک واحد جرم اتمی است.**
- **جرم اتمی $^{6}_{3}Li$ به تقریب نصف جرم ترازوی نشان داده شده است.**
- **۲۴۰۰۰ الکترون، به تقریب جرمی معادل جرم نشان داده شده در ترازو را دارند.**
- **جرم وزنهٔ نشان داده شده در شکل، برحسب گرم، معادل $\frac{12}{6/02\times10^{23}}$ است.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست‌اند.

نکات

۱) در مقیاس جرم اتمی، جرم اتم‌ها را با وزنه‌ای می‌سنجند که $\frac{1}{12}$ جرم ایزوتوپ کربن ـ ۱۲ ($^{12}_{6}C$) است:
$1\,amu = \frac{1}{12}(\text{جرم } ^{12}_{6}C)$

۲) در مقیاس amu، جرم پروتون و نوترون در حدود ۱ amu و جرم الکترون حدود $\frac{1}{2000}$ amu است.

۳) جرم اتمی $^{12}_{6}C$ دقیقاً برابر ۱۲ amu است. برای سایر اتم‌ها می‌توان جرم اتمی را به تقریب معادل عدد جرمی دانست:

$^{A}_{Z}E$ { عدد جرمی = A ؛ جرم اتمی = A amu }

۴) رابطهٔ بین amu و گرم به صورت مقابل است:
$1\,amu = 1/66\times10^{-24}\,g = \frac{1}{6/02\times10^{23}}\,g$

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- جرم اتمی $^{12}_{6}C$، برابر ۱۲ amu است؛ بنابراین جرم وزنهٔ نشان داده شده، ۱۲ برابر واحد جرم اتمی ($1\,amu = \frac{1}{12}(\text{جرم } ^{12}_{6}C)$) است.
- جرم اتمی $^{6}_{3}Li$ حدود ۶ amu است؛ یعنی نصف جرم وزنهٔ نشان داده شده!
- جرم هر الکترون حدود $\frac{1}{2000}$ amu است:
$24000\times\frac{1}{2000} = 12\,amu$
- ۱۲ amu معادل با $12\times1/66\times10^{-24}$ یا $\frac{12}{6/02\times10^{23}}$ گرم است.

تست و پاسخ ۱۱۲

اگر برای ساخت سازه‌ای به حجم $2500\,cm^3$، به جای استفاده از فلز آلومینیم، از فلز آهن استفاده شود، تفاوت جرم این سازه چند کیلوگرم خواهد بود و نسبت شمار مول‌های آهن به آلومینیم مصرف‌شده به تقریب کدام است؟

فلز	چگالی ($g.cm^{-3}$)	جرم مولی ($g.mol^{-1}$)
آهن	۷/۸	۵۶
آلومینیم	۲/۷	۲۷

۱) ۷/۱، ۱۲/۷۵ ۲) ۷/۱، ۱۷/۲۵
۳) ۱/۴، ۱۲/۷۵ ۴) ۱/۴، ۱۷/۲۵

پاسخ: گزینه ۳

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی برای قسمت اول با استفاده از رابطهٔ چگالی خواهیم داشت:

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}} \Rightarrow \text{جرم} = \text{حجم} \times \text{چگالی}$$

$$\text{جرم Al مصرف‌شده} = ۲/۷ \times ۲۵۰۰\,g$$
$$\text{جرم Fe مصرف‌شده} = ۷/۸ \times ۲۵۰۰\,g$$
$$\Rightarrow \text{تفاوت جرم} = ۲۵۰۰(۷/۸ - ۲/۷) = ۲۵۰۰ \times ۵/۱ = ۱۲۷۵۰\,g = ۱۲/۷۵\,kg$$

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ شمار مول خواهیم داشت:

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{\text{مول Fe}}{\text{مول Al}} = \frac{\frac{۷/۸ \times ۲۵۰۰}{۵۶}}{\frac{۲/۷ \times ۲۵۰۰}{۲۷}} = \frac{۲۷ \times ۷/۸}{۲/۷ \times ۵۶} = \frac{۷۸}{۵۶} = \frac{۳۹}{۲۸} \simeq ۱/۴$$

تست و پاسخ ۱۱۳

شمار مول الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها در قطعه‌ای الماس به جرم ۱/۵ قیراط کدام است و شمار اتم‌های کربن در این نمونه، چند برابر شمار اتم‌های کربن در ۴/۶ گرم اتانول ($C_۲H_۵OH$) است؟ (هر قیراط معادل با ۲۰۰ میلی‌گرم است؛ $H = ۱ : g.mol^{-۱}$, $C = ۱۲$, $O = ۱۶$)

۱) ۰/۱۲۵ ـ ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ـ ۰/۱۲۵ ۳) ۰/۲۵ ـ ۰/۱ ۴) ۰/۲۵ ـ ۰/۱۵

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** شمار مول اتم‌های کربن در الماس را محاسبه می‌کنیم:

$$۱/۵\,\text{قیراط C} \times \frac{۲۰۰\,mg\,C}{۱\,\text{قیراط C}} \times \frac{۱\,g\,C}{۱۰۰۰\,mg\,C} \times \frac{۱\,mol\,C}{۱۲\,g\,C} = \frac{۱}{۴۰}\,mol\,C$$

گام دوم: شمار مول الکترون‌های ظرفیتی در $\frac{۱}{۴۰}$ مول کربن را حساب می‌کنیم. هر اتم کربن ($۱s^۲ ۲s^۲ ۲p^۲$)، دارای ۴ الکترون ظرفیتی است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{۱}{۴۰}\,mol\,C \times \frac{۴\,\text{الکترون‌های ظرفیتی}}{۱\,mol\,C} = ۰/۱\,\text{الکترون ظرفیتی}$$

گام سوم: شمار اتم‌های کربن در اتانول را برحسب عدد آووگادرو (N_A) محاسبه می‌کنیم. با توجه به فرمول اتانول ($C_۲H_۵OH$)، می‌توان گفت که در هر مول اتانول، ۲ مول کربن وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۴/۶\,g\,C_۲H_۵OH \times \frac{۱\,mol\,C_۲H_۵OH}{۴۶\,g\,C_۲H_۵OH} \times \frac{۲\,mol\,C}{۱\,mol\,C_۲H_۵OH} \times \frac{N_A\,atom\,C}{۱\,mol\,C} = ۰/۲\,N_A\,atom\,C$$

گام چهارم: نسبت شمار اتم‌های کربن در الماس به اتانول را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\frac{۱}{۴۰}N_A}{\frac{۲}{۱۰}N_A} = \frac{۱۰}{۴۰ \times ۲} = \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵$$

تست و پاسخ ۱۱۴

عنصر مس دارای دو ایزوتوپ $^{۶۳}_{۲۹}Cu$ و $^{۶۵}_{۲۹}Cu$ است. اگر جرم اتمی میانگین مس $۶۳/۵\,amu$ باشد، در نمونه‌ای به جرم ۱۲/۷ گرم از مس، به ترتیب چند مول نوترون و چند گرم از ایزوتوپ سنگین‌تر وجود دارد؟ (عدد جرمی را به تقریب معادل جرم مولی ایزوتوپ‌ها در نظر بگیرید.)

۱) ۹/۶ ، ۳/۲۵ ۲) ۹/۶ ، ۹/۴۵ ۳) ۹/۴۵ ، ۱۴ ۴) ۳/۲۵ ، ۱۴

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** درصد فراوانی ایزوتوپ‌های مس را حساب می‌کنیم:

روش اول:

$$M = \frac{M_۱F_۱ + M_۲F_۲}{F_۱ + F_۲} \Rightarrow ۶۳/۵ = \frac{۶۳F_۱ + ۶۵F_۲}{F_۱ + F_۲} \Rightarrow ۶۳/۵F_۱ + ۶۳/۵F_۲ = ۶۳F_۱ + ۶۵F_۲$$
$$\Rightarrow ۰/۵F_۱ = ۱/۵F_۲ \Rightarrow F_۱ = ۳F_۲$$
$$F_۱ + F_۲ = ۱۰۰ \Rightarrow ۳F_۲ + F_۲ = ۱۰۰ \Rightarrow F_۲ = ۲۵ \Rightarrow F_۱ = ۷۵$$

روش دوم:

$$M = M_۱ + \frac{F_۲}{۱۰۰}(M_۲ - M_۱) \Rightarrow ۶۳/۵ = ۶۳ + \frac{F_۲}{۱۰۰} \times ۲ \Rightarrow F_۲ = ۲۵ \Rightarrow F_۱ = ۷۵$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: شمار مول نوترون‌های موجود در ۱۲/۷ گرم مس را حساب می‌کنیم:

$^{65}_{29}Cu \Rightarrow n = 65 - 29 = 36$ $\quad$ $^{63}_{29}Cu \Rightarrow n = 63 - 29 = 34$

$$12/7\,g\,Cu \times \frac{1\,mol\,Cu}{63/5\,g\,Cu} = 0/2\,mol\,Cu$$

از هر ۱۰۰ مول Cu، ۷۵ مول آن Cu^{63} و ۲۵ مول آن Cu^{65} است:

$$0/2\,mol\,Cu \times \frac{75\,mol\,^{63}Cu}{100\,mol\,Cu} \times \frac{34\,mol\,\text{نوترون}}{1\,mol\,^{63}Cu} = 5/1\,mol \text{ نوترون}$$

$$0/2\,mol\,Cu \times \frac{25\,mol\,^{65}Cu}{100\,mol\,Cu} \times \frac{36\,mol\,\text{نوترون}}{1\,mol\,^{65}Cu} = 1/8\,mol \text{ نوترون}$$

$$\text{شمار مول نوترون} = 5/1 + 1/8 = 6/9$$

گام سوم: جرم ایزوتوپ سنگین (Cu^{65}) را در ۱۲/۷ گرم از نمونهٔ مس (۰/۲ مول مس) حساب می‌کنیم:

$$0/2\,mol\,Cu \times \frac{25\,mol\,^{65}Cu}{100\,mol\,Cu} \times \frac{65\,g}{1\,mol\,^{65}Cu} = 3/25\,g\,^{65}Cu$$

تست و پاسخ ۱۱۵

با توجه به شکل داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **هر بخش پررنگ در این ساختار، بخشی را نشان می‌دهد که الکترون‌های آن لایه، تمام وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند.**
- **A، جابه‌جایی الکترون بین لایه‌های دوم و سوم را نشان می‌دهد که در آن، انرژی با طول موج معین جذب می‌شود.**
- **بور به دنبال توجیه و علت ایجاد طیف نشری خطی عنصرها و چگونگی نشر نور از اتم‌ها، این ساختار را برای اتم ارائه کرد.**
- **برای مقایسهٔ انرژی پرتو نشرشده در انتقال‌های B و D، به ترتیب می‌توان از شکل‌های و استفاده کرد.**

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

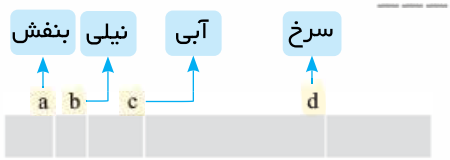
پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- در ساختار لایه‌ای اتم، هر بخش پررنگ، مهم‌ترین بخش از یک لایهٔ الکترونی را نشان می‌دهد. بخشی که الکترون‌های آن لایه، بیشتر (نه همهٔ!) وقت خود را در آن فاصله از هسته سپری می‌کنند، به این معنا که الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همهٔ نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد، اما در محدودهٔ یادشده احتمال حضور بیشتری دارد.
- A، انتقال الکترون از لایهٔ دوم به لایهٔ سوم را نشان می‌دهد. در انتقال الکترون از یک لایه به لایهٔ بالاتر، انرژی جذب می‌شود.
- ساختار لایه‌ای توسط بور ارائه نشد. با توجه به این‌که مدل بور توانایی توجیه طیف نشری خطی عنصرهای غیر از هیدروژن را نداشت، دانشمندان دیگر ساختار لایه‌ای را برای اتم ارائه کردند.
- تفاوت انرژی بین لایه‌های دوم و سوم (انتقال B)، کم‌تر از تفاوت انرژی بین لایه‌های دوم و چهارم (انتقال D) است. با توجه به این‌که طول موج با انرژی رابطهٔ وارونه دارد، طول موج پرتو نشرشده در انتقال B، بلندتر از طول موج پرتو نشرشده در انتقال D است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۶



با توجه به شکل داده‌شده که طیف نشری خطی هیدروژن در گسترهٔ مرئی را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- **چهار خط موجود در طیف، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر $(n = ۳,۴,۵,۶)$ به حالت پایه هستند.**
- **طول موج پرتو d، بلندتر از طول موج رنگ غالب شعلهٔ مس است.** (سبز)
- **انرژی پرتو b بیشتر از پرتو a است.**
- **از کم‌تربودن تفاوت طول موج پرتوهای b و c نسبت به c و d، می‌توان نتیجه گرفت که تفاوت انرژی لایه‌های الکترونی $n = ۴$ و $n = ۵$، نسبت به لایه‌های $n = ۳$ و $n = ۴$، کم‌تر است.**

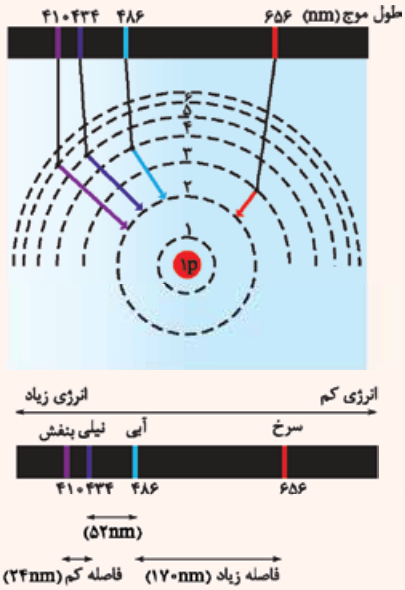
۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

درس‌نامه • طیف هیدروژن

در گسترهٔ مرئی طیف نشری خطی به‌دست‌آمده از اتم‌های هیدروژن، چهار خط یا نوار رنگی وجود دارد. این خطوط مربوط به انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر $(n = ۳,۴,۵,۶)$ به لایهٔ دوم $(n = ۲)$ هستند.



رنگ نوار	طول موج (nm)	چگونگی تشکیل
بنفش	۴۱۰	مربوط به انتقال الکترون از $n = ۶$ به $n = ۲$
نیلی	۴۳۴	مربوط به انتقال الکترون از $n = ۵$ به $n = ۲$
آبی	۴۸۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = ۴$ به $n = ۲$
سرخ	۶۵۶	مربوط به انتقال الکترون از $n = ۳$ به $n = ۲$

در طیف نشری خطی هیدروژن، با افزایش طول موج پرتو نشرشده، تفاوت طول موج دو نوار رنگی مجاور هم بیشتر می‌شود یا می‌توان گفت در طیف نشری خطی هیدروژن هر چه به سمت خطوط پرانرژی می‌رویم، فاصلهٔ بین خطوط کم‌تر می‌شود.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

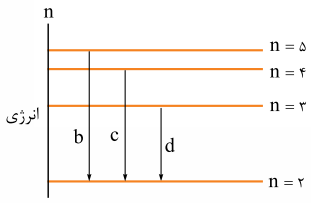
- حالت پایهٔ اتم هیدروژن، $n = ۱$ است؛ در حالی که خطوط موجود در بخش مرئی طیف نشری خطی هیدروژن، ناشی از انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر به لایهٔ دوم $(n = ۲)$ هستند.
- پرتو d، سرخ‌رنگ و رنگ شعلهٔ فلز مس و ترکیب‌های آن سبز است. طول موج پرتو سرخ بلندتر از پرتو سبز است.
- انرژی یک پرتو با طول موج آن رابطهٔ وارونه دارد.

انرژی: $b < a \Rightarrow$ طول موج: $b > a$

پرتو b: $n = ۵ \rightarrow n = ۲$

پرتو c: $n = ۴ \rightarrow n = ۲$

پرتو d: $n = ۳ \rightarrow n = ۲$



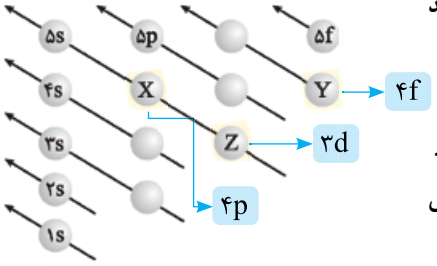
تفاوت طول موج پرتوهای b و c کم‌تر از تفاوت طول موج پرتوهای c و d است؛ بنابراین تفاوت انرژی لایه‌های چهارم و پنجم، باید کم‌تر از تفاوت انرژی لایه‌های سوم و چهارم باشد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۷

با توجه به شکل داده‌شده که ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را طبق قاعدهٔ آفبا نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ سه زیرلایهٔ X، Y و Z درست است؟



- **مجموع $n+l$ این سه زیرلایه برابر ۱۷ است.**
- **عدد کوانتومی اصلی زیرلایه‌های Z و X برابر و عدد کوانتومی فرعی Y از X بیشتر است.**
- **بعد از پرشدن زیرلایهٔ ۳s، ۱۸ الکترون وارد زیرلایه‌های پایدارتر از X می‌شود و سپس زیرلایهٔ X الکترون می‌پذیرد.**
- **نسبت حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایهٔ Y به حداکثر گنجایش الکترونی لایه‌ای که زیرلایهٔ ۵f در آن قرار دارد، برابر ۰/۳۶ است.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی در هر ردیف افقی از شکل داده‌شده، n و در هر ستون عمودی آن، l ثابت است؛ پس خیلی راحت می‌توان فهمید که زیرلایهٔ Z، زیرلایه‌ای از لایهٔ سوم با $l=2$، X زیرلایه‌ای از لایهٔ چهارم با $l=1$ و Y زیرلایه‌ای از لایهٔ چهارم با $l=3$ است.

$$Z \to 3d \qquad X \to 4p \qquad Y \to 4f$$

بررسی عبارت‌ها:

- $n+l: \underbrace{(3+2)}_{3d} + \underbrace{(4+1)}_{4p} + \underbrace{(4+3)}_{4f} = 17$
- عدد کوانتومی اصلی (n) زیرلایه‌های Z و X یکسان نبوده و به ترتیب برابر ۳ و ۴ است.
- بعد از زیرلایهٔ ۳s، زیرلایه‌های ۳p، ۴s و ۳d که در مجموع گنجایش $2+6+10=18$ الکترون را دارند پر می‌شوند و سپس الکترون وارد زیرلایهٔ ۴p می‌شود.
- زیرلایهٔ Y (۴f) گنجایش ۱۴ الکترون را دارد، از طرفی زیرلایهٔ ۵f در لایهٔ پنجم قرار دارد که گنجایش ۵۰ الکترون را دارد:

$$\text{گنجایش زیرلایهٔ } 4f = 4(3)+2 = 14 \Rightarrow \text{گنجایش الکترونی زیرلایه‌ها} = 4l+2$$
$$\text{گنجایش لایهٔ پنجم} = 2(5)^2 = 50 \Rightarrow \text{گنجایش الکترونی لایه‌ها} = 2n^2$$
$$\Rightarrow \frac{14}{50} = 0/28$$

تست و پاسخ ۱۱۸

اگر در یون X^{2+}_{64}، اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها برابر با ۸ باشد، شمار زیرلایه‌های الکترونی پرشده در اتم X، چند برابر شمار زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون با $l=0$ است؟

۱) ۱/۲۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۱/۷۵ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا عدد اتمی عنصر X را به دست می‌آوریم:

روش اول:

$$^{64}_{Z}X^{2+} \begin{cases} n+p=64 \\ e=p-2 \\ n-e=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n+p=64 \\ n-p=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} n=35 \\ p=29 \end{matrix} \Rightarrow (\text{عدد اتمی}) Z = 29$$

روش دوم:

$$\text{عدد اتمی} = \frac{\text{بار یون با علامت} + \text{تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{2} = \frac{64-8+2}{2} = \frac{58}{2} = 29$$

$$_{29}X : [_{18}Ar]\,3d^{10}\,4s^{1}$$

در اتم X، ۶ زیرلایه (۱s، ۲s، ۲p، ۳s، ۳p و ۳d) از الکترون پر شده‌اند و ۴ زیرلایه (۱s، ۲s، ۳s و ۴s) دارای $l=0$ از الکترون اشغال شده‌اند.

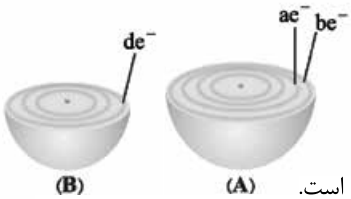
$$\frac{6}{4} = 1/5$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تست و پاسخ ۱۱۹

اگر عنصرهای A و B به ترتیب متعلق به گروه‌های ۶ و ۱۶ جدول دوره‌ای باشند، کدام مطلب نادرست است؟



زیر لایه‌های p — زیر لایه‌های s

۱) حاصل $(a-b)$ دو برابر مقدار d است.

۲) نسبت شمار الکترون‌ها با $l=1$ به $l=0$ در اتم عنصر دستهٔ d، از این نسبت در اتم دیگر کم‌تر است.

۳) تفاوت عدد اتمی عنصر A با عنصر زیرین B در گروه ۱۶، برابر با ۱۰ است.

۴) شمار زیرلایه‌های الکترونی پرشده در اتم A، یک واحد بیشتر از اتم B است.

اتم A — اتم B

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عنصر A دارای ۴ لایهٔ الکترونی اشغال‌شده و عنصر B دارای سه لایهٔ الکترونی اشغال‌شده است. با توجه به این‌که عنصر A متعلق به گروه ۶ و عنصر B متعلق به گروه ۱۶ است، آرایش الکترونی آن‌ها به ترتیب به $3d^5 4s^1$ و $3s^2 3p^4$ ختم می‌شود:

$$A:[{}_{18}Ar]\,3d^5 4s^1$$

$$B:[{}_{10}Ne]\,3s^2 3p^4$$

بررسی گزینه‌ها:

۱) a و b به ترتیب شمار الکترون‌ها در لایه‌های سوم و چهارم اتم A هستند:

$$a=\underset{3s^2}{2}+\underset{3p^6}{6}+\underset{3d^5}{5}=13$$

$$b=\underset{4s^1}{1}$$

d شمار الکترون‌ها در لایهٔ سوم اتم B را نشان می‌دهد:

$$d=\underset{3s^2}{2}+\underset{3p^4}{4}=6$$

$$a-b=12=2d$$

۲) اتم A متعلق به دستهٔ d و اتم B متعلق به دستهٔ p است:

$$\frac{\text{شمار الکترون‌ها با } l=1}{\text{شمار الکترون‌ها با } l=0}\begin{cases}A:\dfrac{12(2p^6 3p^6)}{7(1s^2 2s^2 3s^2 4s^1)}\\ B:\dfrac{10(2p^6 3p^4)}{6(1s^2 2s^2 3s^2)}\end{cases}\Rightarrow \frac{12}{7}>\frac{10}{6}$$

۳) عدد اتمی عنصر A برابر ۲۴ است. عنصر B در گروه ۱۶ و دورهٔ سوم قرار دارد. عدد اتمی عنصر گروه ۱۶ در دورهٔ چهارم، ۲ واحد از عدد اتمی گاز نجیب دورهٔ چهارم $(_{36}Kr)$ کم‌تر و برابر $36-2=34$ است: $34-24=10$

۴) در اتم A، ۵ زیرلایه (۱s، ۲s، ۲p، ۳s و ۳p) و در اتم B، ۴ زیرلایه (۱s، ۲s، ۲p و ۳s) از الکترون پر هستند.

تست و پاسخ ۱۲۰

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

۴۰ عنصر — ۱۴ عنصر

- شمار عنصرهای دستهٔ d جدول دوره‌ای، بیش از دو برابر شمار عنصرهای دستهٔ s است.
- عنصرهای دستهٔ p جدول دوره‌ای، بین ۱ تا ۶ الکترون ظرفیتی دارند. — $ns^2 np^{1\to 6}$
- در عنصرهای دسته‌های p و d جدول دوره‌ای، الکترون‌های ظرفیت در دو لایهٔ متفاوت قرار دارند. — فلزهای گروه ۱ و ۲، هیدروژن و هلیم
- ۵۰ درصد عنصرهای دستهٔ s جدول دوره‌ای، دارای ۲ الکترون ظرفیتی هستند.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

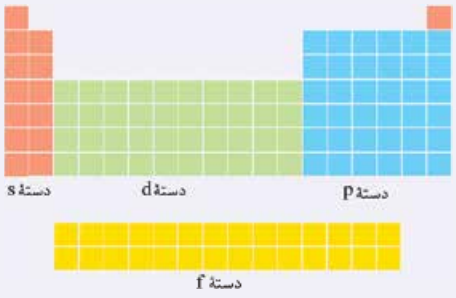
پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

نکته عنصرهای موجود در جدول دوره‌ای براساس زیرلایه‌های در حال پرشدن آن‌ها به ۴ دسته تقسیم می‌شوند:



نوع دسته	تعداد عناصر دسته	در چه دوره‌هایی قرار دارند؟	در چه گروه‌هایی قرار دارند؟
s	۱۴	۱ تا ۷	گروه ۱، ۲ و هلیم از گروه ۱۸
p	۳۶	۲ تا ۷	گروه ۱۳ تا ۱۸ (به‌جز هلیم)
d	۴۰	۴ تا ۷	گروه ۳ تا ۱۲
f	۲۸	دو ردیف پایین جدول	

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- در جدول تناوبی، ۴۰ عنصر دستهٔ d و ۱۴ عنصر دستهٔ s وجود دارد: $\frac{۴۰}{۱۴} > ۲$
- آرایش الکترونی عنصرهای دستهٔ p به $ns^{۲}np^{۱\rightarrow ۶}$ ختم می‌شود؛ بنابراین بین ۳ تا ۸ الکترون ظرفیتی دارند.
- در عنصرهای دستهٔ d، الکترون‌های ظرفیت در دو لایهٔ $(n-۱)d\ ns$ قرار دارند، اما الکترون‌های ظرفیت عنصرهای دستهٔ p $(ns\ np)$ در یک لایه قرار دارند.
- از ۱۴ عنصر دستهٔ s، ۷ عنصر در گروه اول (هیدروژن و فلزهای گروه ۱)، ۶ عنصر در گروه دوم و یک عنصر (هلیم) در گروه ۱۸ قرار دارد. ۶ عنصر گروه دوم و هلیم یعنی در مجموع ۷ عنصر از ۱۴ عنصر، دارای دو الکترون ظرفیت هستند.

Telegram: @konkur_in