www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون نهم حضوری

دفترچه شماره ۱

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

۱۴۰۲/۰۲/۰۸

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۵۰ • مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
۲	آمار و احتمال	۱۵	۲۱	۳۵	۲۸ دقیقه
۳	هندسه	۱۵	۳۶	۵۰	۲۷ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

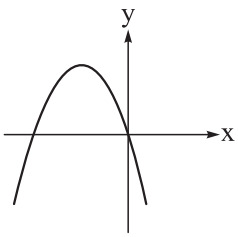
www.konkur.in

حسابان دوازدهم و پایهٔ مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۴

۱- جهت تقعر نمودار تابع $f(x)=x^4-2x^3+2x-1$ در بازهٔ (a,b) رو به پایین است. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲- نمودار سهمی f به صورت زیر است. نمودار مشتق دوم تابع $y=x^3+f(x)$ از کدام ناحیهٔ مختصات عبور نمی‌کند؟



۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

۳- نمودار تابع $y=(x+a)\sqrt{x}$ فاقد نقطهٔ عطف است. حدود a کدام است؟

۱) $a\leq 0$ ۲) $a\geq 0$ ۳) $0\leq a\leq 1$ ۴) $-1<a\leq 0$

۴- در بازهٔ (a,b) نمودار تابع $f(x)=|x|(x^2-6x+12)$ صعودی و دارای تقعر رو به پایین است. حداکثر مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵- نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x)=2x^3+ax^2+bx+8$ بر روی محورهای مختصات واقع‌اند. طول نقطهٔ مینیمم نسبی آن کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۶- تابع $y=x(x^2+ax+6)$ فاقد اکسترمم نسبی است. طول نقطهٔ عطف لزوماً در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $[-2,2]$ ۲) $\mathbb{R}-(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

۳) $\mathbb{R}-(-2,2)$ ۴) $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

۷- جهت تقعر نمودار تابع هموگرافیک $y=\frac{ax+a+1}{2x-3}$ ابتدا رو به بالا، سپس رو به پایین است. a کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۳

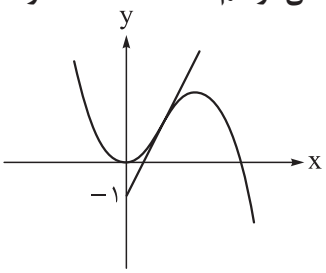
۳) $-0/3$ ۴) $-0/5$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸- در شکل زیر، نمودار تابع $f(x) = -x^۳ + ۳ax^۲ + bx$ و خط مماس در نقطهٔ عطف آن، رسم شده است. مقدار a کدام است؟

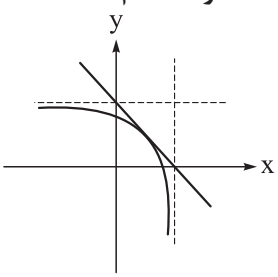


۱) ۱
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) ۳

۹- محل تلاقی مجانب‌های نمودار تابع هموگرافیک $y = \frac{bx + b - ۲}{۲ax + a + ۱}$ نقطهٔ عطف نمودار تابع $y = x^۳ + ۳x^۲ + ۱$ است. این تابع هموگرافیک، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

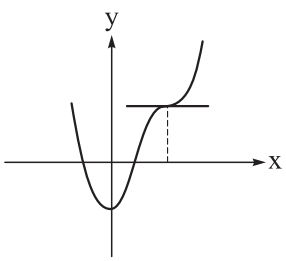
۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۱۰- در شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{ax - ۳}{x - ۲}$ و خط مماس بر آن رسم شده است. مقدار a کدام است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۳}{۲}$

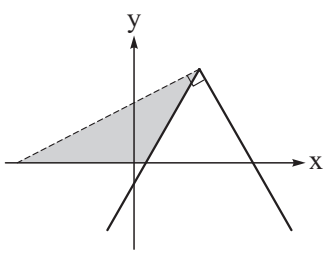
۱۱- نمودار تابع $f(x) = x^۴ - ۸x^۳ + ax^۲ + b$ به صورت مقابل است. مقدار a کدام است؟



۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۸
۴) ۲۴

حسابان و ریاضی پایه (مباحث مستقل): حسابان (۱): صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷

۱۲- در شکل زیر نمودار تابع $y = a - ۲|x - ۲|$ رسم شده است. اگر مساحت ناحیهٔ رنگی برابر ۶/۷۵ باشد، مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) ۱
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳- حداقل مقدار تابع $y=|x|+۲|x-۱|+ax$ برابر $۲a$ است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) $\frac{۳}{۲}$　　۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۴- معادلهٔ $|x^۲-۶x|=\frac{x}{|x|}-x$ چند جواب دارد؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۱۵- اگر $f=\{(-۱,۳),(۱,۲),(۲,۶)\}$ و $g(x)=\frac{x+f(x)}{x+۲}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع g کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۴　　۳) ۳　　۴) ۵

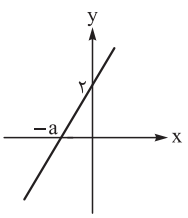
۱۶- اگر $f(x)=ax^۳-۲x$ و $g(x)=\frac{bx-|x-۲|}{۳x+۲}$ باشد، تابع $y=(fog)(x)$ با دامنهٔ $(۲,+\infty)$ برابر تابع ثابت ۳ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۶　　۲) ۷　　۳) ۸　　۴) ۹

۱۷- توابع $f=\{(۱,۲),(۲,۱),(۳,-۲),(-۱,۳)\}$ و $g=\{(-۱,۲),(۲,a),(۱,b)\}$ مفروض‌اند. با کدام شرط، تابع $(f+g)of$ یک‌به‌یک نیست؟

۱) $a-b=۱$　　۲) $a-b=-۱$　　۳) $a+b=۱$　　۴) $a+b=-۱$

۱۸- نمودار تابع خطی f به صورت زیر است. اگر تابع $y=\frac{g(x)}{۲+f(x)}$ همانی باشد، طول رأس سهمی g کدام است؟



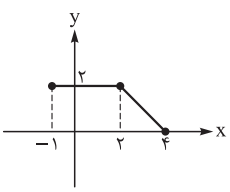
۱) $-a$

۲) $-۲a$

۳) $۱-a$

۴) $۲-a$

۱۹- نمودار تابع $y=۲x+f(x)$ به صورت مقابل است. برد تابع $y=x+۲f(x)$ کدام است؟



۱) $[-۱۲,-۲]$　　۲) $[-۱۲,۷]$

۳) $[-۲,۷]$　　۴) $[-۲,۲]$

۲۰- تابع $f(x)=۳-\sqrt{x-a}$ مفروض است. اگر دامنهٔ تابع $\sqrt{x^۲-f^{-۱}(x)}$ شامل دو عدد صحیح باشد، حدود a کدام است؟

۱) $۳\le a<۵$　　۲) $۱<a\le ۳$

۳) $-۹<a\le -۳$　　۴) $-۳<a\le ۳$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۸۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۲۱- مربع لاتین مقابل را به چند طریق می‌توان کامل کرد؟

۱		۲	
	۱		
		۳	
	۳		

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۲۲- با حروف Gosaste چند کلمهٔ ۳حرفی می‌توان ساخت که فقط یک حرف صدادار داشته باشند؟

۱) ۷۲　　۲) ۱۰۸　　۳) ۶۳　　۴) ۸۱

۲۳- به چند طریق می‌توان از بین ۳ نوع گل مریم، لاله و شقایق، ۸ شاخه گل انتخاب کرد، به طوری که از گل مریم لااقل ۲ شاخه و از بقیهٔ گل‌ها حداقل یک شاخه انتخاب کرده باشیم؟

۱) ۱۰　　۲) ۱۵　　۳) ۱۸　　۴) ۲۱

۲۴- معادلهٔ $x_1 + x_2 + \frac{6}{\sqrt{x_3}} = 10$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۲۰　　۲) ۲۲　　۳) ۲۴　　۴) ۲۶

۲۵- نامعادلهٔ $5 \le x_1 + x_2 + x_3 \le 10$ چند جواب صحیح دارد؟

۱) ۲۵۱　　۲) ۲۵۴　　۳) ۱۱۸　　۴) ۱۱۶

۲۶- دو مربع لاتین سه‌درسه به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این دو مربع لاتین متعامدند؟

۱) $\frac{1}{4}$　　۲) $\frac{1}{6}$　　۳) $\frac{5}{11}$　　۴) $\frac{6}{11}$

۲۷- ۱۲۰ تابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ nعضوی A به مجموعهٔ ۶عضوی B وجود دارد. چند تابع پوشا از B به A وجود دارد؟

۱) ۱۵۰
۲) ۵۴۰
۳) ۷۲۹
۴) ۲۱۰

۲۸- چند عدد طبیعی n کوچک‌تر یا مساوی ۳۰۰ وجود دارد، به طوری که $(n,12) \neq 1$ و $(n,25) = 1$؟

۱) ۱۲۰
۲) ۱۴۰
۳) ۱۶۰
۴) ۱۸۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹- در کیسه‌ای ۷ توپ آبی، ۹ توپ سفید، ۱۰ توپ قرمز و ۱۳ توپ سیاه وجود دارد. دست کم چند توپ از کیسه خارج کنیم تا مطمئن باشیم لااقل سه توپ با رنگ‌های مختلف داریم؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۳ ۳) ۱۷ ۴) ۹

۳۰- مجموعهٔ $\{۱,۲,۳,\ldots,۱۰\}$ چند زیرمجموعهٔ ۴عضوی مانند A دارد که مجموع هیچ دو عضوی از A برابر ۱۱ نیست؟

۱) ۳۲ ۲) ۸۰

۳) ۶۴ ۴) ۱۶۰

۳۱- گزارهٔ $\sim(\sim q \Rightarrow \sim p)\vee(p\wedge q)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

۱) p ۲) q

۳) $p\wedge q$ ۴) $p\vee q$

۳۲- نقیض گزارهٔ سوری $(\exists x\in\mathbb{R};(x>۱))\wedge(\forall x\in\mathbb{Z};(x^۲\geq ۰)\vee(x>۱))$ کدام گزینه است؟

۱) $(\forall x\in\mathbb{R};x-۱>۰)\vee(\exists x\in\mathbb{Z};(x^۲\geq ۰)\wedge(x<۱))$

۲) $(\exists x\in\mathbb{R};x-۱\leq ۰)\wedge(\exists x\in\mathbb{Z};(x^۲<۰)\vee(x\geq ۱))$

۳) $(\forall x\in\mathbb{R};x-۱\leq ۰)\vee(\exists x\in\mathbb{Z};(x^۲<۰)\wedge(x\leq ۱))$

۴) $(\forall x\in\mathbb{R};x-۱>۰)\wedge(\forall x\in\mathbb{Z};(x^۲\geq ۰)\vee(x\leq ۱))$

۳۳- مجموعهٔ شش‌عضوی $\{a,b,c,d,e,f\}$ چند افراز دارد که شامل فقط یک مجموعهٔ دوعضوی باشند؟

۱) ۶۰ ۲) ۷۵

۳) ۹۰ ۴) ۱۰۵

۳۴- از درستی $B\subseteq((A\cap B')\cup(A-B))$ کدام گزینه نتیجه می‌شود؟ $(A'\cup B)'\cap$

۱) $B\subseteq A'$ ۲) $B\subseteq A$

۳) $A\cap B=\varnothing$ ۴) $A\subseteq B$

۳۵- اگر $A=\{y+۲,۵,z\}$ و $B=\{x+۱,۴,-۲\}$ باشد، حاصل‌ضرب دکارتی دو مجموعهٔ $A\times B=B\times A$ و $\{x,۲,z\}$ و $\{۴,x,z-۲\}$ حداقل چند عضو دارد؟

۱) ۴ ۲) ۶

۳) ۹ ۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۶، هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۷۷

۳۶- اگر $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$ و $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{k}$، آن‌گاه حاصل $|\vec{a}\times\vec{b}|$ کدام است؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۳۷- اگر فاصلهٔ نقطه‌ای از محورهای x، y و z به ترتیب ۱، ۲ و ۳ باشد، فاصلهٔ این نقطه از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۴　　۲) ۶　　۳) $\sqrt{6}$　　۴) $\sqrt{7}$

۳۸- نقاط $A(m,2,-n)$، $B(1,m-n,4)$ و $C(2,-n,m)$ سه رأس متوالی متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند که قطرهای آن روی محور xها متقاطع‌اند. طول قطر بزرگ این متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $4\sqrt{2}$　　۲) $\sqrt{34}$　　۳) $\sqrt{17}$　　۴) $2\sqrt{17}$

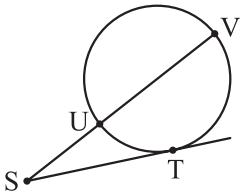
۳۹- زاویهٔ بین دو بردار $\vec{u}$ و $\vec{v}$ به‌ترتیب با طول‌های ۴ و ۵ منفرجه و مساحت مثلث بناشده روی آن‌ها ۸ است. طول بردار $\vec{u}-\vec{v}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{57}$　　۲) $\sqrt{65}$　　۳) $2\sqrt{15}$　　۴) $2\sqrt{17}$

۴۰- اگر $\vec{a}=(1,3,0)$ و $\vec{b}=(0,1,-2)$، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۳۱　　۲) ۳۲　　۳) ۴۱　　۴) ۴۲

۴۱- در شکل رسم‌شده، ST بر دایره‌ای به شعاع ۱/۵ مماس است و V دورترین نقطهٔ دایره از S است. اگر $SU=1/5$، آن‌گاه طول کمان TV کدام است؟



۱) π　　۲) $\frac{2\pi}{3}$

۳) $\frac{3\pi}{2}$　　۴) $\frac{3\pi}{4}$

۴۲- دو دایرهٔ مماس‌خارج با شعاع‌های ۱ و ۲ را در نظر گرفته، مماس‌مشترک خارجی آن‌ها را رسم می‌کنیم. فاصلهٔ نقطهٔ تماس مماس‌مشترک با دایرهٔ بزرگ، از مرکز دایرهٔ کوچک کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}$　　۲) ۳　　۳) $\sqrt{10}$　　۴) $2\sqrt{3}$

۴۳- در مثلث ABC، دایرهٔ محاطی داخلی و دایرهٔ محاطی نظیر ضلع BC را در نظر بگیرید. اگر نسبت شعاع‌های این دو دایره ۱/۵ و خط‌المرکزین آن‌ها بر BC عمود باشد، طول ضلع بزرگ‌تر مثلث چند برابر طول ضلع کوچک‌تر آن است؟

۱) ۵　　۲) ۳　　۳) ۲/۵　　۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴- دایرهٔ محاطی یک ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین در نقاط M و N بر ساق‌های آن مماس است. اگر نسبت قاعده‌های ذوزنقه $\frac{۱}{۳}$ باشد، اندازهٔ کمان MN در دایرهٔ محاطی کدام است؟

۱) ۶۰°　　۲) ۹۰°　　۳) ۱۲۰°　　۴) ۱۵۰°

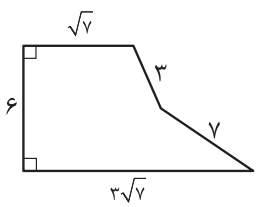
۴۵- مستطیلی به ابعاد ۱ و ۲ را نسبت به قطرش بازتاب می‌دهیم. چه کسری از مساحت شکل حاصل، درون مستطیل اول قرار می‌گیرد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$　　۲) $\frac{۵}{۸}$　　۳) $\frac{۳}{۸}$　　۴) $\frac{۱}{۲}$

۴۶- در دو دایرهٔ متخارج C و C'، مماس‌های مشترک داخلی در S و مماس‌های مشترک خارجی در V متقاطع‌اند. اگر در تجانس به نسبت k و مرکز S، دایرهٔ C روی C' تصویر شود، در تجانس به مرکز V با کدام نسبت، C' روی C تصویر می‌شود؟

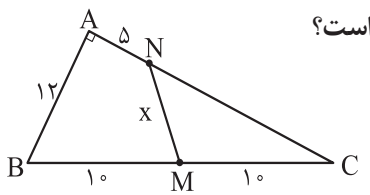
۱) k　　۲) $-k$　　۳) $\frac{۱}{k}$　　۴) $-\frac{۱}{k}$

۴۷- مطابق شکل، طول ضلع‌های یک پنج‌ضلعی مقعر در کنار آن‌ها نوشته شده است. می‌خواهیم با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، بدون تغییر محیط، مساحت این پنج‌ضلعی را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت کدام است؟



۱) $۶\sqrt{۳}$
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) $۱۲\sqrt{۳}$

۴۸- با توجه به شکل اگر $AN = ۵$ و M وسط وتر باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط MN کدام است؟

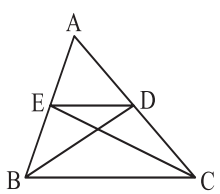


۱) ۷
۲) $۳\sqrt{۵}$
۳) $۴\sqrt{۵}$
۴) ۸

۴۹- در مثلث ABC که $\hat{A} = ۹۰^\circ$، $AB = ۶$ و $AC = ۲\sqrt{۷}$، نقطهٔ M وسط BC و نقطهٔ N وسط MC است. طول پاره‌خط AN کدام است؟

۱) $\sqrt{۲۲}$　　۲) $\sqrt{۱۹}$　　۳) $۳\sqrt{۲}$　　۴) $۲\sqrt{۶}$

۵۰- در مثلث ABC طول ضلع‌های AB، AC و BC به ترتیب برابر با ۳، ۴ و ۶ است. اگر BD و CE نیمسازهای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ باشند، مساحت مثلث ADE چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



۱) $\frac{۱}{۹}$
۲) $\frac{۲}{۱۵}$
۳) $\frac{۳}{۱۶}$
۴) $\frac{۱}{۶}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون
تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۱-۱۴۰۲

آزمون نهم حضوری

دفترچه شماره ۲

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

۱۴۰۲/۰۲/۰۸

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی:
• شماره داوطلبی:

• تعداد سؤال: ۷۰
• مدت پاسخ‌گویی: ۹۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۴۰	۵۱	۹۰	۵۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۹۱	۱۲۰	۳۵ دقیقه

داوطلب گرامی، در این آزمون، حذفیات کنکور ۱۴۰۲ (حذفیات کرونا) در تمام دروس مربوطه، اعمال شده است.

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

داوطلب گرامی، در این آزمون، در درس فیزیک، زوج‌درس نداریم و تمام سؤال‌ها از مباحث کتاب فیزیک دوازدهم و تمرین‌ها، فعالیت‌ها و شکل‌های کتاب فیزیک دهم طرح شده است؛ بنابراین پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این درس اجباری است.

فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۵۶

۵۱- انرژی هر کوانتوم یک موج الکترومغناطیسی ۸ eV است. این موج در کدام ناحیه از طیف الکترومغناطیسی قرار دارد؟ ($hc = ۱۲۴۰\ eV.nm$)

۱) فروسرخ ۲) نور مرئی ۳) فرابنفش ۴) رادیویی

۵۲- یک لامپ ۱۰۰ W، نور آبی با طول موج ۵۰۰ nm و یک لامپ ۲۰۰ W، نور قرمز با طول موج ۷۰۰ nm گسیل می‌کند. اگر تعداد فوتون‌های گسیلی لامپ آبی در مدت t، برابر تعداد فوتون‌های گسیلی لامپ قرمز در مدت ۱ min باشد، t کدام است؟

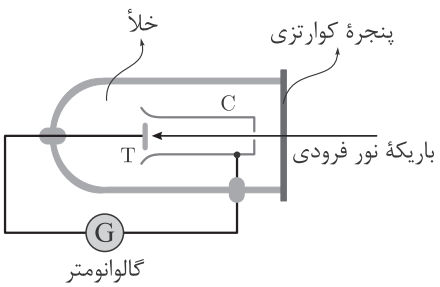
۱) ۲ دقیقه و ۴۸ ثانیه ۲) ۲ دقیقه و ۸ ثانیه ۳) ۱ دقیقه و ۲۴ ثانیه ۴) ۱ دقیقه و ۴ ثانیه

۵۳- در پدیدهٔ فوتوالکتریک، انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح فلز به کدام‌یک از عوامل زیر بستگی دارد؟

الف) بسامد نور فرودی
ب) تعداد فوتون‌های فرودی
پ) شدت نور فرودی
ت) جنس فلز

۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

۵۴- در دستگاه زیر، نور تک‌فام فرابنفش بر صفحهٔ T فرود می‌آید و فوتوالکترون‌ها را آزاد می‌کند. کدام‌یک از موارد زیر درست است؟



الف) با افزایش شدت نور فرابنفش، گالوانومتر عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.
ب) اگر پرتو ایکس به صفحهٔ T فرود آید، انرژی جنبشی سست‌ترین الکترون‌ها کاهش می‌یابد.
پ) وقتی نور فرابنفش به صفحهٔ T فرود می‌آید، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌ها برهم‌کنش می‌کند.
ت) با افزایش شدت نور فرابنفش، انرژی جنبشی الکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) ب و پ ۴) الف و ت

۵۵- اگر در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج نور فرودی بر فلز معین را $\frac{۱}{۲}$ برابر کنیم، تندی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های خارج‌شده از سطح فلز n برابر می‌شود. کدام رابطه درست است؟

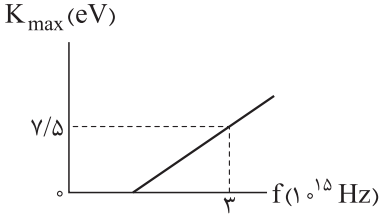
۱) $n = \sqrt{۲}$ ۲) $n = ۲$ ۳) $n > \sqrt{۲}$ ۴) $n > ۲$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های جداشده از سطح یک فلز مطابق شکل است. تابع کار این فلز چند الکترون ولت است؟ $(h = ۴\times۱۰^{-۱۵}\ eV.s\ ,\ e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\ C)$



۱) ۱۲
۲) ۷/۵
۳) ۹
۴) ۴/۵

۵۷- در اتم هیدروژن، الکترونی با جذب فوتونی به انرژی $۴/۰۸\times۱۰^{-۱۹}\ J$ از مدار nام به مدار n'ام می‌رود. شعاع مدار nام چند برابر شعاع مدار n'ام است؟ $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ E_R = ۱۳/۶\ eV)$

۱) $\frac{۱}{۴}$　　۲) ۴　　۳) $\frac{۴}{۹}$　　۴) $\frac{۹}{۴}$

۵۸- در یک اتم هیدروژن، الکترون با دریافت بلندترین طول موج ممکن از اولین حالت برانگیخته‌اش به ترازی بالاتر منتقل می‌شود. در این انتقال، شعاع مدار و انرژی الکترون نسبت به حالت قبل، به ترتیب چند برابر می‌شود؟

۱) ۴ ، ۴　　۲) ۴ ، $\frac{۱}{۴}$　　۳) $\frac{۹}{۴}$ ، $\frac{۹}{۴}$　　۴) $\frac{۹}{۴}$ ، $\frac{۴}{۹}$

۵۹- طبق مدل اتم هسته‌ای، بسامد فوتون‌های گسیلی از اتم باید ..... باشد و با نزدیک‌شدن الکترون به هسته بسامد فوتون‌های گسیلی ..... یابد.

۱) پیوسته ـ افزایش　　۲) گسسته ـ افزایش　　۳) پیوسته ـ کاهش　　۴) گسسته ـ کاهش

۶۰- انرژی فوتون گسیلی مربوط به بلندترین طول موج رشتهٔ بالمر $(n' = ۲)$، چند الکترون ولت است؟ $(E_R = ۱۳/۶\ eV)$

۱) $\frac{۱۷}{۹}$　　۲) $\frac{۳۴}{۱۵}$　　۳) $\frac{۶۸}{۴۵}$　　۴) $\frac{۵۱}{۵}$

۶۱- اتم هیدروژنی در حالت برانگیختهٔ دوم قرار دارد. بیشترین طول موج فوتونی که الکترون این اتم می‌تواند جذب کند تا به یکی از حالت‌های برانگیختهٔ بالاتر برود، تقریباً چند نانومتر است؟ $(hc = ۱۲۴۰\ eV.nm, E_R = ۱۳/۶\ eV)$

۱) ۱۸۷۶　　۲) ۸۲۱　　۳) ۶۵۶　　۴) ۳۶۵

۶۲- گسترهٔ طول موج رشتهٔ لیمان $(n' = ۱)$ چند نانومتر است؟ $(R = ۰/۰۱\ nm^{-۱})$

۱) $\frac{۱۰۰}{۳}$　　۲) ۱۰۰　　۳) $\frac{۴۰۰}{۳}$　　۴) $\frac{۷۰۰}{۳}$

۶۳- چند مورد از موارد زیر از کاربردهای لیزر است؟

الف) اصلاح دید چشم　　ب) شکستن سنگ‌های کلیه به کمک دستگاه لیتوتریپسی

پ) جوش‌دادن فلزات　　ت) اندازه‌گیری تندی شارش خون

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

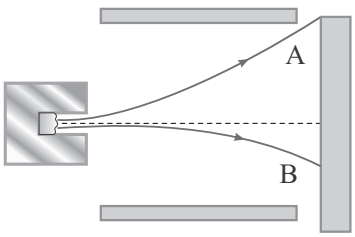
۱) اغلب هسته‌ها، پس از واپاشی آلفا یا بتا در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند.

۲) واپاشی β^+ زمانی رخ می‌دهد که نوترون در یک هستهٔ مادر ناپایدار به پروتون و الکترون تبدیل شود.

۳) پرتوهای α نسبت به پرتوهای β نفوذ بیشتری دارند.

۴) در اثر واپاشی γ، عدد اتمی (Z) یک واحد کاهش می‌یابد.

۶۵- شکل مقابل، مسیر پرتوهای α و β^- گسیل‌شده از یک مادهٔ پرتوزای طبیعی را در یک میدان الکتریکی یکنواخت نشان می‌دهد. مسیر A، نشان‌دهندهٔ مسیر کدام پرتو و میدان الکتریکی در کدام جهت است؟



۱) α ـ بالا ۲) β^- ـ پایین

۳) α ـ پایین ۴) β^- ـ بالا

۶۶- هستهٔ مادر $^{107}_{Z}X$ پس از گسیل پرتوهای α، α و β^+، به هستهٔ دختر Y تبدیل شده است. اگر تعداد نوترون‌های هستهٔ Y، $\frac{5}{4}$ برابر تعداد پروتون‌هایش باشد، تعداد نوترون‌های هستهٔ مادر کدام است؟

۱) ۴۷ ۲) ۴۹ ۳) ۵۸ ۴) ۶۰

۶۷- با گسیل کدام ذرات، بار الکتریکی هستهٔ مادر ثابت می‌ماند، اما عدد جرمی آن، ۴ واحد کاهش می‌یابد؟

۱) یک ذرهٔ آلفا ـ دو ذرهٔ β^- ۲) دو ذرهٔ آلفا ـ چهار ذرهٔ β^-

۳) یک ذرهٔ آلفا ـ دو ذرهٔ β^+ ۴) دو ذرهٔ آلفا ـ چهار ذرهٔ β^+

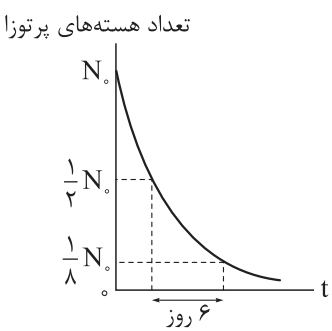
۶۸- هستهٔ $^{24}_{11}Na$ با تابش یک ذرهٔ X به هسته‌ای تبدیل می‌شود که عدد اتمی آن $\frac{5}{7}$ برابر عدد نوترونی آن است. X کدام است؟

۱) β^- ۲) β^+ ۳) α ۴) γ

۶۹- نیمه‌عمر عنصر پرتوزایی ۶ ساعت است. اگر پس از گذشت ۱۸ ساعت، ۱۴۰ g از این عنصر واپاشی شده باشد، چند ساعت دیگر ۱۵ g دیگر از این عنصر دچار واپاشی می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۳۶

۷۰- نمودار تغییرات تعداد هسته‌های مادر موجود در یک نمونهٔ پرتوزا برحسب زمان مطابق شکل است. اگر پس از ۶ روز، تعداد هسته‌های باقی‌مانده از نمونهٔ اولیه، برابر $۱/۲\times۱۰^{۲۰}$ باشد، تعداد هسته‌های اولیه کدام است؟



۱) $۹/۶\times۱۰^{۲۰}$ ۲) $۳/۶\times۱۰^{۲۰}$

۳) $۴/۸\times۱۰^{۲۰}$ ۴) ۶×۱۰^{۲۰}

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱- شکل مقابل واکنش گداخت را نشان می‌دهد. اگر در این واکنش $17/6\ MeV$ انرژی آزاد شود، انرژی آزادشده به ازای هر نوکلئون، چند مگاالکترون‌ولت است؟

۱) ۱۷/۶

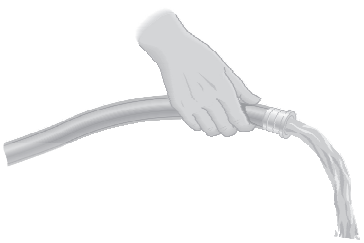
۲) ۸/۸

۳) ۴/۴

۴) ۳/۵۲

فیزیک دهم: فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

۷۲- از شلنگ شکل زیر، آب با آهنگ $300\ cm^3/s$ خارج می‌شود. آهنگ خروج آب برحسب یکای لیتر بر دقیقه (L/min) کدام است؟



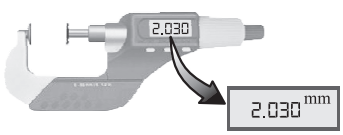
۱) ۱۲

۲) ۱۸

۳) ۵

۴) ۱۰

۷۳- ابزاری که در شکل زیر مشاهده می‌کنید، چه نام دارد و دقت اندازه‌گیری آن چند میلی‌متر است؟



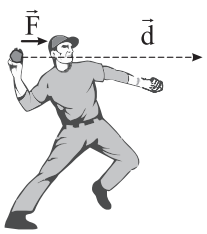
۱) ریزسنج، ۰/۰۰۱

۲) کولیس، ۰/۰۰۱

۳) ریزسنج، ۰/۰۱

۴) کولیس، ۰/۰۱

۷۴- مطابق شکل یک بازیکن بیسبال، توپی به جرم $150\ g$ را با تندی $32\ m/s$ پرتاب می‌کند. اگر از لحظهٔ شروع حرکت توپ تا لحظهٔ پرتاب آن، بازیکن توپ را $1/5\ m$ به صورت افقی جابه‌جا کرده باشد، نیرویی که به توپ وارد کرده، به طور متوسط چند نیوتون است؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) ۴۷/۶

۲) ۵۳/۴

۳) ۴۹/۸

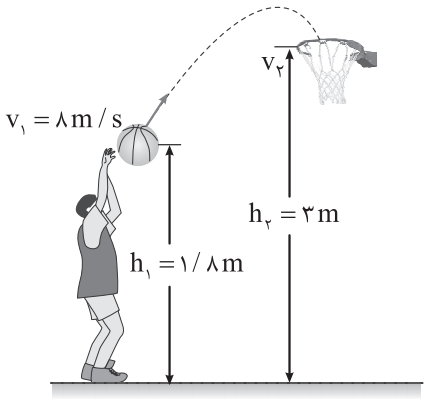
۴) ۵۱/۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

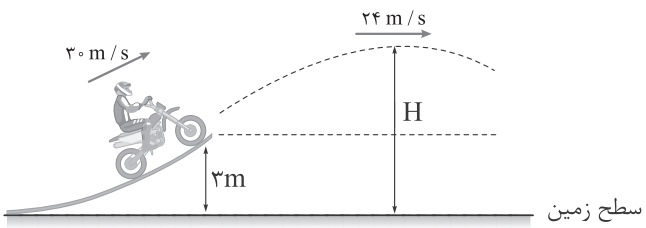
۷۵- در شکل مقابل دانش‌آموزی توپ بسکتبالی را با تندی $۸\ m/s$ به طرف سبد پرتاب می‌کند. اگر توپ در ارتفاع $۱/۸\ m$ از دست دانش‌آموز جدا شده و در ارتفاع $۳\ m$ از سطح زمین وارد سبد شود، تندی توپ هنگام ورود به دهانهٔ سبد چند متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $۲\sqrt{۲۲}$　　۲) $۲\sqrt{۱۰}$

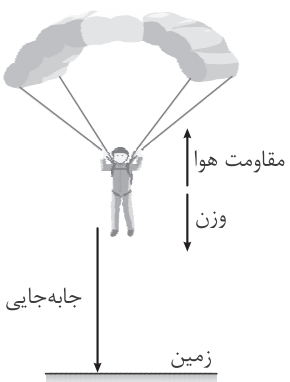
۳) $۸\sqrt{۵}$　　۴) $۴\sqrt{۵}$

۷۶- مطابق شکل مقابل موتورسواری با تندی $۳۰\ m/s$ از انتهای سکو گذشته و پرشی را انجام می‌دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطهٔ مسیر $۲۴\ m/s$ باشد، ارتفاع موتور در بالاترین نقطهٔ مسیر از سطح زمین (H) چند متر است؟ ($g = ۱۰\ m/s^۲$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $۱۳/۲$　　۲) $۱۹/۲$　　۳) $۱۶/۲$　　۴) $۲۱/۲$

۷۷- چتربازی به جرم $۸۰\ kg$ از بالگردی که در ارتفاع $۱۰۰۰\ m$ از سطح زمین با تندی $۳۰\ m/s$ در حرکت است، بیرون می‌پرد و با تندی $۵\ m/s$ به زمین می‌رسد. کار نیروی مقاومت هوا بر روی او در طول مسیر چند کیلوژول است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$)



۱) -۷۷۵

۲) -۷۶۵

۳) -۸۲۵

۴) -۸۳۵

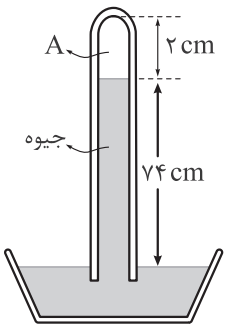
۷۸- خودرویی به جرم $۱۲۰۰\ kg$ برای سبقت‌گرفتن از کامیونی، در مدت $۳\ s$ تندی خود را از $v_۱ = ۵\ m/s$ به $v_۲ = ۲۰\ m/s$ تغییر داده است. توان متوسط موتور خودرو برای انجام این کار، دست‌کم چند کیلووات است؟ (نیروی اتلافی را نادیده بگیرید.)

۱) ۹۰　　۲) ۴۵　　۳) ۸۰　　۴) ۷۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



۷۹- شکل روبه‌رو یک جوسنج سادهٔ جیوه‌ای است که فشار هوای محیط را به درستی نشان می‌دهد. کدام عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) در ناحیهٔ A مقداری هوای محبوس وجود دارد.

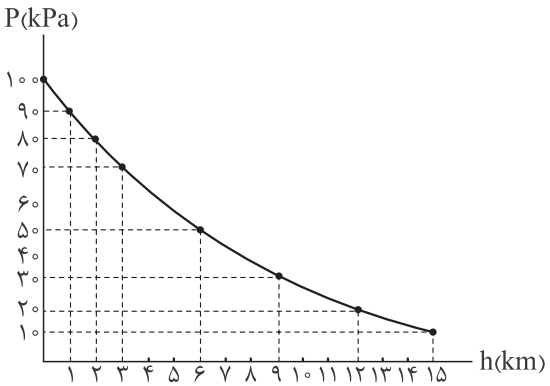
ب) فشار هوای محیطی که این جوسنج در آن قرار دارد، ۷۴ cm Hg است.

پ) ارتفاع ستون جیوه به سطح مقطع لوله بستگی ندارد.

ت) اگر این جوسنج را به بالای کوهی ببریم، ارتفاع ستون جیوه درون لوله افزایش می‌یابد.

۱) الف و پ　　۲) ب و ت　　۳) الف و ت　　۴) ب و پ

۸۰- نمودار تغییرات فشار هوا برحسب ارتفاع از سطح زمین به شکل مقابل است. اگر در سطح دریا، ستونی از هوا به سطح مقطع $۱\,m^۲$ در نظر بگیریم، تا ارتفاع ۹کیلومتری از سطح زمین چند کیلوگرم هوا در این ستون فرضی وجود دارد؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$



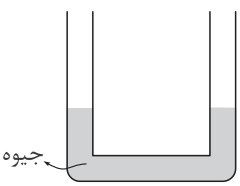
۱) ۳×۱۰^۳

۲) ۷×۱۰^۳

۳) ۳×۱۰^۴

۴) ۷×۱۰^۴

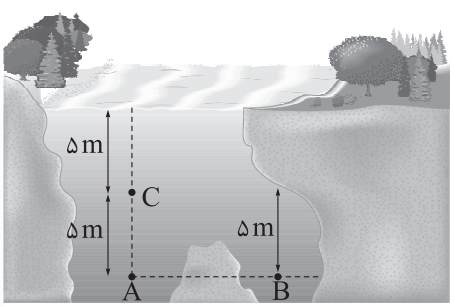
۸۱- در لولهٔ U شکل زیر، مقداری جیوه قرار دارد. در شاخهٔ سمت راست مقداری آب می‌ریزیم تا سطح جیوه در شاخهٔ سمت چپ ۲/۵ cm بالا بیاید. اگر سطح مقطع لوله در همه‌جا یکسان باشد، ارتفاع آب در شاخهٔ سمت راست چند سانتی‌متر است؟ $(\rho_{جیوه} = ۱۳/۶\ g/cm^۳ ,\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳)$



۱) ۱۷　　۲) ۳۴

۳) ۶۸　　۴) ۲۷/۲

۸۲- در شکل زیر، نقاط A و B در عمق یکسانی از سطح آب یک دریاچه قرار گرفته‌اند. کدام مورد دربارهٔ مقایسهٔ فشار نقاط A، B و C درست است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲ ,\rho_{آب} = ۱\,g/cm^۳ ,P_۰ = ۱۰^۵\ Pa)$



۱) $P_A = P_B = ۲P_C$

۲) $P_A = P_B = \frac{۴}{۳}P_C$

۳) $P_C = P_B = \frac{۱}{۲}P_A$

۴) $P_C = P_B = \frac{۳}{۴}P_A$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳- یک بزرگراه از بخش‌های بتونی به طول $۲۵\ m$ ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای $۴۵\ ^\circ F$، بتون‌ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری از تاب‌برداشتن بتون در دمای $۱۱۷\ ^\circ F$، مهندسان باید چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر را بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ $(\alpha_{\text{بتون}} = ۱۴\times۱۰^{-۶}\ K^{-۱})$

۱) ۱/۴　　۲) ۱۴　　۳) ۲/۵۲　　۴) ۲۵/۲

۸۴- گرماسنجی به جرم $۲۰۰\ g$ گرم از مس ساخته شده است. یک قطعهٔ ۸۰گرمی از یک مادهٔ نامعلوم همراه با $۵۰\ g$ گرم آب درون گرماسنج ریخته می‌شود و دمای این مجموعه به $۲۰\ ^\circ C$ می‌رسد. در این هنگام $۱۰۰\ g$ آب $۶۵\ ^\circ C$ به گرماسنج اضافه می‌شود. اگر پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای نهایی $۴۵\ ^\circ C$ شود، گرمای ویژهٔ قطعه چند واحد SI است؟ $(c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰\ \frac{J}{kg.^\circ C}$، $c_{\text{مس}} = ۴۰۰\ \frac{J}{kg.^\circ C}$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱) ۵۲۵　　۲) ۵۷۵　　۳) ۶۲۵　　۴) ۷۲۰

۸۵- در چالهٔ کوچکی $۳۴۰\ g$ آب $۰\ ^\circ C$ قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی قسمتی از آب تبخیر شود و بقیهٔ‌آن یخ ببندد، جرم آب یخ‌زده چند گرم است؟ $(c_{\text{آب}} = ۶۰۰\ L_V$ و $L_F = ۸۰\ c_{\text{آب}})$

۱) ۴۰　　۲) ۱۷۰　　۳) ۲۶۰　　۴) ۳۰۰

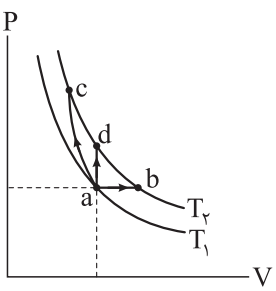
۸۶- یک حباب هوای کروی در ته یک دریاچه به عمق $۱۸\ m$ و دردمای $۷\ ^\circ C$ تشکیل شده و تا سطح آب بالا می‌آید. اگر دما در سطح آب $۲۷\ ^\circ C$ باشد، حجم حباب در لحظه‌ای که به سطح آب می‌رسد، نسبت به لحظهٔ تشکیل چند برابر شده است؟ $(g = ۱۰\ m/s^۲, \rho_{\text{آب}} = ۱\ g/cm^۳, P_۰ = ۱\ atm)$

۱) ۳　　۲) ۲　　۳) ۲/۸　　۴) ۱/۸

۸۷- درون استوانه‌ای $۱۲\ L$ گاز آرمانی با دمای $۷\ ^\circ C$ وجود دارد. یک فشارسنج، فشار گاز درون استوانه را $۱۴\ atm$ نشان می‌دهد. دمای گاز را به $۷۷\ ^\circ C$ و حجم آن را به $۲۵\ L$ می‌رسانیم. فشاری که فشارسنج در پایان فرایند نشان می‌دهد، چند اتمسفر است؟ $(P_۰ = ۱\ atm)$

۱) ۸　　۲) ۸/۴　　۳) ۹　　۴) ۹/۴

۸۸- در شکل روبه‌رو گازی آرمانی را از طریق سه فرایند آرمانی هم‌حجم، هم‌فشار و بی‌دررو از دمای $T_۱$ به دمای $T_۲$ رسانده‌ایم. کدام‌یک از عبارت‌های زیر دربارهٔ این فرایندها درست است؟



الف) تغییر انرژی درونی گاز در هر سه فرایند یکسان است.

ب) کاری که در فرایند بی‌دررو بر روی گاز انجام‌شده، منفی است.

پ) اندازهٔ گرمای مبادله‌شده در فرایند ab بزرگ‌تر از اندازهٔ گرمای مبادله‌شده در فرایند ad است.

۱) الف و ب　　۲) ب و پ　　۳) الف و پ　　۴) الف و ب و پ

محل انجام محاسبات

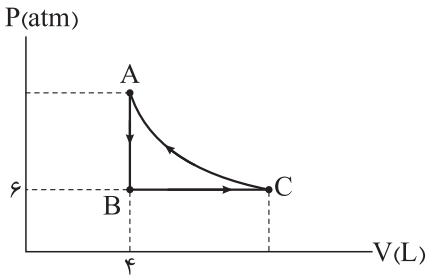
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹- گازی آرمانی به حجم ۲ L در فشار ثابت ۳ bar مقداری گرما به محیط می‌دهد و حجم آن به ۱/۵ L می‌رسد. اگر دمای اولیهٔ گاز ۲۷ °C باشد، دمای نهایی گاز چند کلوین و کار انجام‌شده بر روی آن چند ژول است؟

۱) ۴۵۰، ۲۲۵　　۲) ۱۵۰، ۲۲۵　　۳) ۴۵۰، ۲۵۰　　۴) ۱۵۰، ۲۵۰

۹۰- یک گاز کامل چرخهٔ زیر را می‌پیماید که در آن فرایند CA هم‌دما است. اگر گاز در فرایند هم‌حجم، ۳۰۰۰ J گرما از دست بدهد و در فرایند هم‌فشار، ۴۲۰۰ J ژول گرما بگیرد، حجم گاز در نقطهٔ C چند لیتر است؟



۱) ۵/۶　　۲) ۶

۳) ۱۲　　۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

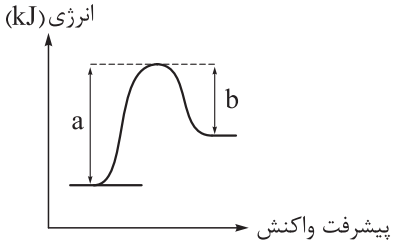
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

داوطلب گرامی، در این آزمون، در درس شیمی، زوج‌درس نداریم و پاسخگویی به تمام سوالات این درس اجباری است.

شیمی: شیمی (۳): صفحه‌های ۸۹ تا ۱۲۱

۹۱- با توجه به نمودار روبه‌رو، کدام مطلب درست است؟



۱) آنتالپی واکنش برابر $(a-b)$ بوده و مقدار آن از انرژی فعال‌سازی واکنش کم‌تر است.

۲) اگر انرژی ذرات واکنش‌دهنده کم‌تر از a باشد، واکنش‌دهنده‌ها با سرعت بالایی به فراورده تبدیل می‌شوند.

۳) می‌توان آن را به واکنش حذف نیتروژن مونوکسید در مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی نسبت داد.

۴) اگر مربوط به یک واکنش گازی باشد، مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده کم‌تر از مواد فراورده است.

۹۲- مقدار گاز CO خروجی از اگزوز خودروها، ..... از مقدار گاز NO همراه آن بوده و E_a تبدیل CO به CO_2، ..... از E_a تبدیل NO به N_2 است.

۱) بیشتر ـ بیشتر ۲) کم‌تر ـ کم‌تر ۳) بیشتر ـ کم‌تر ۴) کم‌تر ـ بیشتر

۹۳- انرژی فعال‌سازی واکنش فرضی $D_2(g)+X(g) \rightarrow 2Y(g)+Z(g)$، برابر ۱۸۳ کیلوژول است. اگر تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌های آن برابر ۱۱ کیلوژول و واکنش گرماگیر باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- **به ازای تولید ۳ مول گاز Y، ۱۶/۵ kJ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.**
- **همانند واکنش سوختن گاز شهری، سطح انرژی فراورده‌های واکنش از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است.**
- **با استفاده از کاتالیزگر، شمار ذره‌هایی که در واحد زمان به فراورده تبدیل می‌شوند، افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.**
- **اگر با استفاده از کاتالیزگر، انرژی فعال‌سازی واکنش به ۹۱/۵ کیلوژول برسد، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها به ۵/۵ کیلوژول می‌رسد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) صفر

۹۴- اگر در واکنش آمونیاک با اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی، $7/224\times10^{23}$ الکترون مبادله شود، در مجموع چند گرم از جرم اکسیدهای نیتروژن کاسته خواهد شد؟ $(N=14, O=16: g.mol^{-1})$

$$NO(g)+NO_2(g)+2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g)+3H_2O(g)$$

۱) ۶ ۲) ۷/۶ ۳) ۹/۲ ۴) ۱۵/۲

محل انجام محاسبات

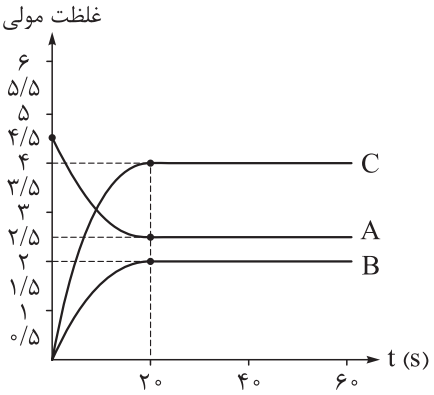
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۵- در یک ظرف دربسته، مقداری از گازهای هیدروژن و کربن دی‌سولفید وارد شده است تا تعادل زیر برقرار شود. اگر در لحظهٔ تعادل، ۰/۱ مول از هر واکنش‌دهنده، ۰/۵ مول گاز متان و ۱ مول گاز هیدروژن سولفید در مخلوط تعادلی وجود داشته باشد، حجم ظرف واکنش چند لیتر است؟ $K = ۱/۲۵ \times ۱۰^{۶}$ $CS_۲(g) + ۴H_۲(g) \rightleftharpoons CH_۴(g) + ۲H_۲S(g)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۹۶- با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش تعادلی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g) + cC(g)$ است، چند مورد از مطالب داده‌شده درست است؟



- مقدار ثابت تعادل این واکنش برابر ۱۲/۸ است.
- با افزایش فشار، تعادل مورد نظر در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.
- سرعت متوسط واکنش تا رسیدن به تعادل برابر $۲\ mol.L^{-۱}.min^{-۱}$ است.
- اگر با کاهش دما، ثابت تعادل به عدد ۷/۵ برسد، علامت ΔH واکنش، مثبت است.

۱) یک ۲) دو

۳) سه ۴) چهار

۹۷- اگر در واکنش به حالت تعادل $۲SO_۳(g) + O_۲(g) \rightleftharpoons ۲SO_۲(g)$ در ظرف دربستهٔ ۱۰لیتری، مجموع شمار مول‌های گازی موجود در ظرف برابر ۱ مول بوده و ۴۰ درصد جرمی مخلوط تعادلی را مولکول قطبی و ۱۰ درصد جرمی آن را گاز اکسیژن تشکیل داده باشد، ثابت تعادل واکنش کدام است؟ $(S = ۳۲, O = ۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۵۰

۹۸- کدام موارد از مطالب زیر، دربارهٔ سامانه‌های تعادلی داده‌شده درست است؟

I) $N_۲O_۴(g) + Q \rightleftharpoons ۲NO_۲(g)$ II) $NH_۳(aq) + H_۲O(l) \rightleftharpoons NH_۴^+(aq) + OH^-(aq) + Q'$

الف) با افزایش دمای سامانهٔ تعادلی (II)، pH محلول کاهش می‌یابد.

ب) با کاهش حجم ظرف واکنش (I)، غلظت تعادلی گاز قهوه‌ای‌رنگ نسبت به تعادل اولیه، کاهش می‌یابد.

پ) افزودن یک باز به محلول تعادل (II)، سامانه را به سمت چپ جابه‌جا می‌کند.

ت) با کاهش دمای سامانهٔ تعادلی (I)، شمار مولکول‌های موجود در ظرف افزایش می‌یابد.

۱) الف ـ پ ۲) ب ـ ت ۳) الف ـ ب ۴) پ ـ ت

محل انجام محاسبات

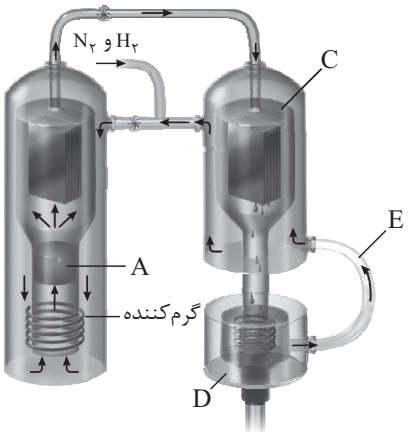
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹- درظرفی‌به‌حجم‌نیم‌لیتر، ۲ / ۰ مول N_2، ۴ / ۰ مول NH_3 و ۶ / ۰ مول H_2 در تعادل $N_2(g)+3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ هستند. بر اثر اعمال یک تغییر، تعادل جابه‌جا شده و غلظت N_2، NH_3 و H_2 در تعادل جدید به ترتیب برابر ۷ / ۰، ۹ / ۰ و ۱ / ۰۵ مولار می‌شود. تغییر اعمال‌شده، کدام مورد بوده است؟

۱) افزایش دما
۲) افزایش غلظت گاز نیتروژن
۳) افزایش فشار
۴) افزایش غلظت آمونیاک

۱۰۰- با توجه به شکل زیر که شمایی از فناوری تولید آمونیاک به روش هابر را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟



- A کاتالیزگری است که تا دمای ۴۵۰ °C گرم شده و می‌تواند سرعت واکنش را افزایش دهد.
- قسمت C سردکننده‌ای است که باید بتواند گازهای هیدروژن و نیتروژن را مایع کند.
- در قسمت D آمونیاک به صورت $NH_3(l)$ جمع‌آوری می‌شود.
- از قسمت E برای بازگشت گازهای N_2 و H_2 واکنش‌نداده به ظرف واکنش استفاده می‌شود.

۱) چهار
۲) سه
۳) دو
۴) یک

۱۰۱- ۸ / ۹۶ لیتر گاز اتیلن در شرایط استاندارد با مقدار معینی گاز هیدروژن کلرید به طور کامل واکنش می‌دهد. درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟ $(H=1, C=12, Cl=35/5 : g.mol^{-1})$

- در این فرایند، ۲۵ / ۸ گرم از ماده‌ای که به عنوان حلال چسب کاربرد دارد، تولید می‌شود.
- طی این فرایند، $4/816\times10^{23}$ پیوند اشتراکی شکسته می‌شود.
- تفاوت جرم مولی فراوردهٔ این واکنش با وینیل کلرید، با جرم مولی گاز هیدروژن برابر است.
- طی این فرایند مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن تغییری نمی‌کند.

۱) درست ـ نادرست ـ درست ـ درست
۲) نادرست ـ درست ـ درست ـ درست
۳) درست ـ درست ـ نادرست ـ نادرست
۴) نادرست ـ نادرست ـ درست ـ درست

۱۰۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر دربارهٔ پلیمر PET درست است؟ $(O=16, C=12, H=1 : g.mol^{-1})$

- از ۴ نوع عنصر متفاوت تشکیل شده و در واحد تکرارشوندهٔ آن، ۲۲ اتم وجود دارد.
- دی‌اسید سازندهٔ آن، دارای یک حلقهٔ بنزنی است و در مجموع ۵ پیوند دوگانه دارد.
- تفاوت جرم مولی دی‌اسید و دی‌الکل سازندهٔ آن ۷۲ گرم است.
- شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در واحد تکرارشوندهٔ آن با شمار الکترون‌های ناپیوندی در مولکول اوره برابر است.

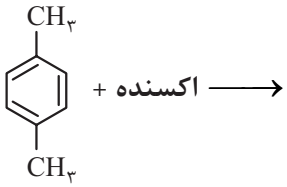
۱) چهار
۲) سه
۳) دو
۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۳- کدام مطلب دربارهٔ واکنش داده‌شده که مربوط به تهیهٔ یکی از مونومرهای پلیمر سازندهٔ بطری آب می‌باشد، درست است؟



۱) عدد اکسایش همهٔ اتم‌های کربن در این واکنش تغییر کرده و از ۳− به ۳+ می‌رسد.

۲) در ساختار فراوردهٔ واکنش، ۲۲ پیوند اشتراکی و ۱۶ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۳) تنها با استفاده از محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات به عنوان اکسنده، شرایط تبدیل واکنش‌دهنده به فراورده تأمین می‌شود.

۴) فراوردهٔ واکنش برخلاف واکنش‌دهنده، می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

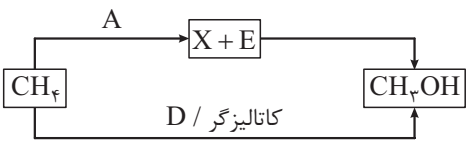
۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- **PET، ماندگاری زیادی دارد و در طبیعت به کندی تجزیه می‌شود.**
- **گاز متان، گازی ارزان بوده و یکی از روش‌های تهیهٔ آن زیست گاز است.**
- **چگالی بالا و نفوذناپذیری پلاستیک‌ها در برابر آب و هوا از ویژگی‌های آن‌ها است.**
- **PET در شرایط مناسب با متانول واکنش می‌دهد و به موادی تبدیل می‌شود که برای تهیهٔ پلیمرها مناسب هستند.**

۱) یک ۲) دو

۳) سه ۴) چهار

۱۰۵- با توجه به شکل زیر که تولید متانول از گاز متان را به دو روش نشان می‌دهد، کدام مطلب درست است؟



۱) مادهٔ D، یکی از فراورده‌های واکنش سوختن ناقص هیدروکربن‌ها است.

۲) مجموع ضرایب استوکیومتری X و E در معادلهٔ واکنش تولید آن‌ها، با مجموع ضرایب استوکیومتری این مواد در معادلهٔ واکنش مصرف آن‌ها، با هم برابر است.

۳) مادهٔ A در روش غیرمستقیم تولید متانول از گاز متان، نقش کاهنده را ایفا می‌کند.

۴) در هر دو مرحلهٔ روش غیرمستقیم تولید متانول از گاز متان، نیاز به کاتالیزگر است و دمای مورد نیاز در مرحلهٔ دوم، کم‌تر از مرحلهٔ اول می‌باشد.

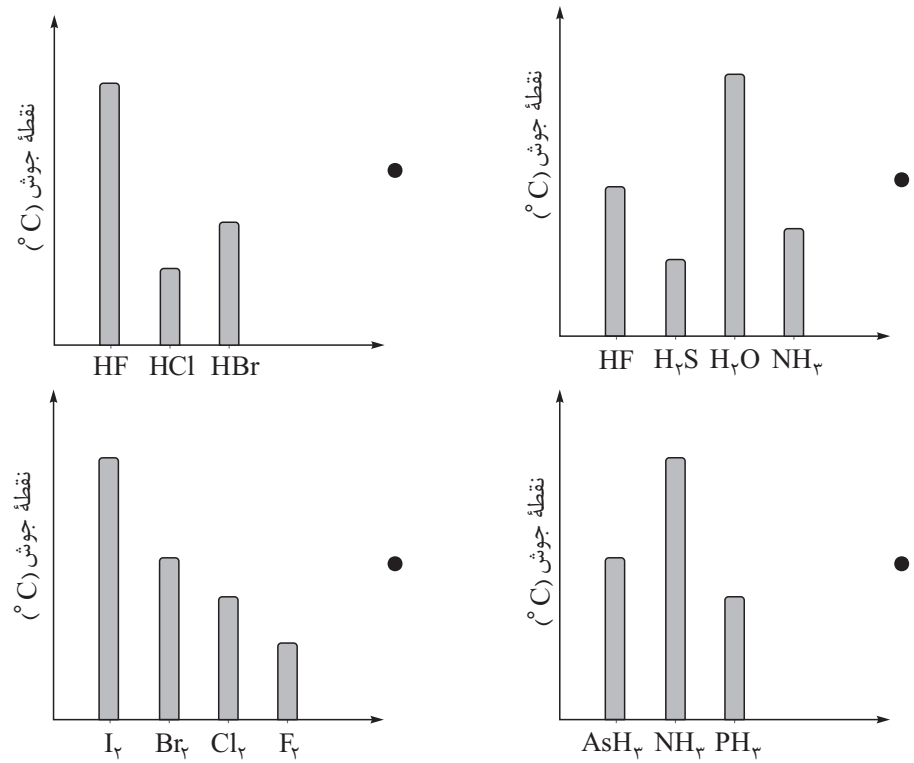
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی: شیمی (۱) و شیمی (۲): مفاهیم

۱۰۶- چند مورد از نمودارهای زیر، دربارهٔ مقایسهٔ نسبی نقطهٔ جوش مواد مولکولی داده‌شده، درست است؟ (مقیاس نمودارها یکسان نیست.)



۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۰۷- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- **نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون در سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن برابر ۶ است.**
- **تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$) نخستین رادیوایزوتوپی است که توسط شیمی‌دان‌ها در طبیعت کشف شد.**
- **دانشمندان هسته‌ای طی فرایند غنی‌سازی اورانیم، ایزوتوپ ^{235}U را به ایزوتوپ ^{238}U تبدیل می‌کنند.**
- **علم شیمی و فیزیک هنوز به مرحله‌ای از پیشرفت نرسیده است که انسان بتواند عنصرهای دیگر را به طلا تبدیل کند.**
- **نیم‌عمر، معیاری برای میزان پایداری ایزوتوپ‌هاست و تنها برای ایزوتوپ‌های ساختگی یک عنصر به کار می‌رود.**

۱) پنج ۲) سه ۳) چهار ۴) یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۸- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ ترکیبی با ساختار داده‌شده، درست‌اند؟

الف) نقطهٔ جوش آن از نقطهٔ جوش HF بیشتر است.

ب) شمار اتم‌ها در مولکول آن، دو برابر شمار اتم‌ها در مولکول نفتالن است.

پ) گران‌روی بیشتری نسبت به هپتان دارد.

ت) شمار کل پیوندهای اشتراکی در آن از شمار کل پیوندهای اشتراکی در ده مولکول متان، بیشتر است.

۱) الف ـ ت ۲) ب ـ پ

۳) الف ـ پ ۴) ب ـ ت

۱۰۹- اگر در اتم هیدروژن، الکترون تا لایهٔ پنجم برانگیخته شود، با بازگشت .....

۱) مستقیم الکترون به $n = 2$، نوری به رنگ نیلی ایجاد می‌شود.

۲) الکترون از این لایه تا لایهٔ اول، احتمال ایجاد ۱۰ خط طیفی وجود دارد که ۳ خط در ناحیهٔ فرابنفش قرار می‌گیرد.

۳) الکترون از این لایه به $n = 3$، نوری با طول موج کوتاه‌تر از ۷۰۰ نانومتر ایجاد می‌شود.

۴) به $n = 1$، بخشی از انرژی دریافتی خود را به شکل نوری با طول موج معین از دست می‌دهد.

۱۱۰- فرمول شیمیایی استر حاصل از واکنش پرکاربردترین عضو خانوادهٔ الکل‌های یک‌عاملی و پرکاربردترین عضو خانوادهٔ اسیدهای آلی یک‌عاملی، کدام است؟

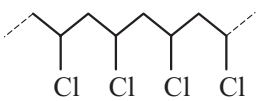
۱) $C_2H_4O_2$ ۲) $C_3H_6O_2$

۳) $C_4H_8O_2$ ۴) $C_5H_{10}O_2$

۱۱۱- با توجه به ساختار پلیمرهای داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر نادرست‌اند؟

I)

II)



الف) هر دو پلیمر برخلاف پلی‌استیرن، جزء پلیمرهای غیر هیدروکربنی هستند.

ب) از پلیمر (I) در ساخت پتو و از پلیمر (II) برای ساخت بدنهٔ سرنگ استفاده می‌شود.

پ) مونومر سازندهٔ هر دو پلیمر، رنگ قرمز برم را از بین می‌برند و تعداد پیوندهای اشتراکی برابری دارند.

ت) اگر به جای هالوژن‌های موجود در پلیمر (II)، اتم فلوئور قرار گیرد، تفلون به دست می‌آید.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ ب ـ پ ـ ت ۳) ب ـ پ ـ ت ۴) پ ـ ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

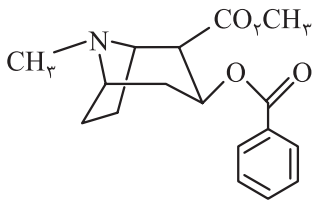
۱) ترتیب پرشدن زیرلایه‌های $4f$، $5d$، $6s$ و $6p$ مطابق قاعدهٔ آفبا به صورت $6s \rightarrow 4f \rightarrow 5d \rightarrow 6p$ است.

۲) در بین زیرلایه‌هایی که مجموع $(n+l)$ برابری دارند، زیرلایه‌ای که به هسته نزدیک‌تر است، زودتر از الکترون اشغال می‌شود.

۳) در لایهٔ الکترونی چهارم، چهار زیرلایه وجود دارد که دو تای آن‌ها در دورهٔ چهارم جدول تناوبی از الکترون اشغال می‌شوند.

۴) $37/5$ درصد گنجایش الکترونی لایهٔ پنجم مربوط به زیرلایه‌ای با $l=3$ است.

۱۱۳- با توجه به ساختار زیر که مولکول کوکائین را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ آن درست است؟



- **فرمول مولکولی آن $C_{17}H_{23}NO_4$ است.**
- **نسبت شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در آن برابر ۰/۰۹ است.**
- **مجموع شمار پیوندهای اشتراکی در آن برابر ۵۰ است.**
- **یکی از گروه‌های عاملی آن در ساختار کولار نیز وجود دارد.**

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

۱۱۴- محلولی شامل یک یا چند یون از میان یون‌های Ag^+، Fe^{2+}، Ba^{2+} و Fe^{3+} است. با اضافه‌کردن سدیم کلرید به این محلول، رسوبی تشکیل نمی‌شود، اما با اضافه‌کردن پتاسیم سولفات رسوبی سفیدرنگ تشکیل می‌شود. اگر رسوب را جدا کرده و به محلول باقی‌مانده، سدیم هیدروکسید اضافه کنیم، رسوبی قرمزرنگ تشکیل می‌شود. کدام یون‌ها در محلول اولیه وجود داشته‌اند؟

۱) Ba^{2+} و Ag^+ ۲) Fe^{2+} و Ba^{2+}

۳) Ag^+ و Fe^{3+} ۴) Ba^{2+} و Fe^{3+}

۱۱۵- کدام موارد زیر دربارهٔ عنصرهای دورهٔ سوم جدول تناوبی، درست است؟

الف) در بین آن‌ها، ۴ عنصر با سطح براق و درخشان وجود دارد.

ب) سومین نافلز این دوره، حتی در دمای $-200\ ^\circ C$ به سرعت با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد.

پ) دومین و چهارمین عنصر دوره، می‌توانند با یکدیگر ترکیبی به فرمول A_2B تشکیل دهند.

ت) ۳ عنصر، قابلیت گرفتن الکترون و ۳ عنصر، قابلیت از دست دادن الکترون را دارند.

۱) الف ـ ب ۲) ب ـ ت

۳) ب ـ پ ۴) الف ـ ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱۶- کدام مطلب درست است؟

۱) در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، شمار فلزهای واسطه، ۵ برابر شمار فلزهای اصلی است.

۲) به طور طبیعی انجام‌شدن واکنش $Fe_2O_3(s) + Ti(s) \rightarrow$، نشان‌دهندهٔ بیشتربودن واکنش‌پذیری فلز آهن نسبت به تیتانیم است.

۳) در پنج دورهٔ اول جدول دوره‌ای، شمار عنصرهای فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی، با ۴ الکترون ظرفیتی به ترتیب برابر با ۳، ۱ و ۲ است.

۴) برای استخراج فلزهای قلیایی از سنگ معدن آن‌ها می‌توان از عنصر کربن استفاده کرد.

۱۱۷- با توجه به معادله‌های موازنه شدهٔ واکنش‌های زیر، کدام موارد از مطالب داده‌شده، نادرست‌اند؟

I) $...(A)... + H_2(g) \xrightarrow{Ni(s)}$ هگزان

II) $C_2H_4(g) + H_2O(l) \xrightarrow{H^+(aq)} (...B...)$

III) $...(C)... + 2H_2(g) \rightarrow$ اتان

IV) $C_2H_4(g) + Cl_2(g) \xrightarrow{D} C_2H_4Cl_2(g)$

الف) برای ترکیب A، سه ساختار مختلف می‌توان در نظر گرفت.

ب) فراوردهٔ B، یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است و به راحتی می‌توان محلول سیرشدهٔ آن را در آب تهیه کرد.

پ) واکنش‌دهندهٔ C را در گذشته با نام گاز اتیلن می‌خواندند و از آن در جوشکاری و برش‌کاری فلزها استفاده می‌شود.

ت) از واکنش واکنش‌دهندهٔ آلی واکنش (II) با برم در دمای اتاق، ترکیبی با نام «۱، ۲ـ دی‌برمو اتن» تهیه می‌شود.

ث) مادهٔ D، آهن (III) کلرید جامد است که سبب افزایش سرعت واکنش (IV) می‌شود.

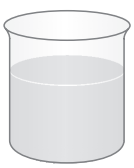
۱) الف ـ پ ـ ت

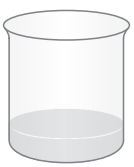
۲) ب ـ پ ـ ت

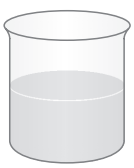
۳) الف ـ ب ـ ث

۴) پ ـ ت ـ ث

۱۱۸- ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول یک مولار کلسیم کلرید درون ظرف A، در دمای اتاق موجود است. محتویات ظرف A را مطابق شکل‌های زیر به دو ظرف خالی B و C منتقل می‌کنیم. چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ مقایسهٔ محلول‌های درون ظرف‌های B و C و محلول اولیهٔ A درست است؟


(A) ۴۰۰mL


(B) ۱۰۰mL


(C) ۳۰۰mL

- **میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده: $B < C < A$**
- **غلظت مولی محلول‌ها: $C = B = A$**
- **ظرفیت گرمایی محلول‌ها: $B + C = A$**
- **چگالی محلول‌ها: $A = B + C$**

۱) یک

۲) دو

۳) سه

۴) چهار

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

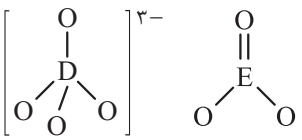
۱۱۹- با توجه به واکنش‌های زیر که در شرایط مناسب انجام می‌شوند، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

I) $N_2H_4(g) + H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + 183\,kJ$ **II)** $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + 92\,kJ$

- **در هر دو واکنش، انرژی از سامانه به محیط، جاری می‌شود.**
- **پایداری واکنش‌دهنده‌ها در واکنش I، نسبت به واکنش II کم‌تر است.**
- **در هر دو واکنش، انرژی پتانسیل فراورده در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.**
- **مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌های واکنش II، بیشتر از مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌های واکنش I است.**

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۱۲۰- با توجه به ساختارهای زیر، کدام گزینه نادرست است؟ (همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی می‌کنند.)



۱) نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در مولکول DCl_4 برابر ۳ / ۰ است.

۲) اتم مرکزی در ساختار مولکول EO_2، دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

۳) شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی EO_4^{2-}، ۲ / ۲۵ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی CO_2 است.

۴) مجموع شمار اتم‌ها در فرمول ترکیب حاصل از یون آمونیوم و آنیون DO_4^{3-}، ۴ برابر شمار یون‌ها در فرمول کروم (III) اکسید است.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دوستان عزیز خیلی‌سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامهٔ این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی‌سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامهٔ اولیهٔ آزمونتان را در صفحهٔ شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحهٔ شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی‌سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی‌سبز به شما داده شده، در محل مشخص‌شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

خیلی سبز! آزمون تجربی | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی ۱۴۰۲ - ۱۴۰۱

دفترچه پاسخ آزمون نهم حضوری

علوم ریاضی و فنی

ویژهٔ کنکوری‌های ۱۴۰۲

۱۴۰۲/۰۲/۰۸

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
آمار و احتمال	مصطفی دیداری - علیرضا شریف‌خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی‌فرد - محسن محمدکریمی - حمید گلزاری - علی منصف‌شکری - محسن میراسلامی - علیرضا گونه - فرزاد نامی
فیزیک	محمد باغبان - محسن توانا - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - مجید ساکی- رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی- - حمید فدائی‌فرد - احمد مصلائی - فرزاد نامی
شیمی	محمدعلی توسلی‌فر - پیمان خواجوی‌مجد - یاسر راش - پارسا فراهانی - علی فرزادتبار - رضا فولادپور - مرضیه قاسمی - محدثه ملک‌پور

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	مصطفی دیداری	علی شهرابی - حمید گلزاری	الما احسانیان - عادل حسینی - عاطفه خان‌محمدی - شقایق راهبریان
آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی	مصطفی دیداری	مصطفی دیداری	سروش موئینی	پیام ابراهیم‌نژاد- الما احسانیان - عاطفه خان‌محمدی - محمدحسین رحیمی - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محسن میراسلامی	الما احسانیان - زهرا جالینوسی- محمدحسین رحیمی - ندا صالح‌پور - محمدجواد نوری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	حمید فدائی‌فرد	محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری - نوید شاهی	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - محمدرضا فضلی - مریم گلی‌حسن‌لو - احسان محمدی - امیر محمودی‌انزابی
شیمی	یاسرعبداللهی	یاسر عبداللهی	سروش عبادی	پارسا فراهانی	یاسر راش - احسان رحیمی - علی حیدری - معصومه سعیدی

مدیر آزمون: مهدی هاشمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان دوازدهم و پایهٔ مرتبط: حسابان (۲): صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۴

۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** مشتق مرتبهٔ دوم را پیدا می‌کنیم:

$$f(x)=x^۴-۲x^۳+۲x-۱ \Rightarrow f'(x)=۴x^۳-۶x^۲+۲ \Rightarrow f''(x)=۱۲x^۲-۱۲x$$

گام دوم: اگر $f''(x)<۰$ باشد تقعر رو به پایین است، پس داریم:

$$۱۲x^۲-۱۲x<۰ \Rightarrow ۱۲x(x-۱)<۰$$

x		۰		۱	
f''	+	۰	−	۰	+

گام سوم: در بازهٔ $(۰,۱)$ مشتق مرتبهٔ دوم منفی است، پس بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تقعر رو به پایین است $(۰,۱)$ بوده و $b-a=۱$ می‌شود.

۲- پاسخ: گزینه ۲

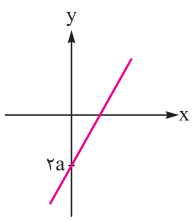
پاسخ تشریحی **گام اول:** ضابطهٔ تابع f (سهمی) به صورت $f(x)=ax^۲+bx+c$ است که چون سهمی از مبدأ عبور می‌کند ($(۰,۰)$ در تابع صدق می‌کند) $c=۰$، پس $f(x)=ax^۲+bx$.

گام دوم:

$$y=x^۳+ax^۲+bx \Rightarrow y'=۳x^۲+۲ax+b \Rightarrow y''=۶x+۲a$$

گام سوم: نمودار سهمی f دارای max است (دهانه رو به پایین)، پس $a<۰$.

گام چهارم: با توجه به این‌که a منفی و شیب خط مثبت است، نمودار $y''=۶x+۲a$ به صورت روبه‌رو است:



بنابراین نمودار y'' از ناحیهٔ دوم مختصات عبور نمی‌کند.

۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** دامنهٔ تابع $x\geq ۰$ است.

گام دوم: مشتق دوم را به دست می‌آوریم:

$$y=(x+a)\sqrt{x} \Rightarrow y'=(۱)\sqrt{x}+(x+a)\times\frac{۱}{۲\sqrt{x}}=\frac{۲x+x+a}{۲\sqrt{x}}=\frac{۳x+a}{۲\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow y''=\frac{۳(۲\sqrt{x})-۲\times\frac{۱}{۲\sqrt{x}}(۳x+a)}{x}=\frac{۶\sqrt{x}-\frac{۳x+a}{\sqrt{x}}}{x}=\frac{۶x-(۳x+a)}{x\sqrt{x}}=\frac{۳x-a}{x\sqrt{x}}$$

گام سوم: $y''=۰$ قرار می‌دهیم، پس صورت برابر صفر بوده و $x=\frac{a}{۳}$ به دست می‌آید.

گام چهارم: چون $x\geq ۰$ است، $x\sqrt{x}$ نامنفی است. اگر $a>۰$ باشد، $x=\frac{a}{۳}$ طول نقطهٔ عطف است، چون مشتق دوم در این نقطه برابر صفر بوده و y'' تغییر علامت نیز می‌دهد؛ پس برای این‌که تابع فاقد نقطهٔ عطف باشد باید $\frac{a}{۳}\leq ۰$ یا $a\leq ۰$ باشد.

۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** برای این‌که مشتق مرتبهٔ دوم را به دست آوریم تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم تا قدرمطلق از بین برود:

$$y=\begin{cases}x(x^۲-۶x+۱۲) & x\geq ۰\\ -x(x^۲-۶x+۱۲) & x<۰\end{cases}=\begin{cases}x^۳-۶x^۲+۱۲x & x\geq ۰\\ -x^۳+۶x^۲-۱۲x & x<۰\end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم: اگر $x \geq 0$ باشد، داریم:

$$y' = 3x^2 - 12x + 12 = 3(x^2 - 4x + 4) = 3(x-2)^2 \geq 0$$

مشتق همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است، پس در $x \geq 0$ تابع صعودی است.

گام سوم: در $x \geq 0$ دوباره مشتق می‌گیریم:

$$y'' = 6(x-2) = 0$$

x	0		2	
y''		−	0	+
y		∩		∪

پس تابع در بازهٔ $(0,2)$ تقعر رو به پایین دارد؛ بنابراین در بازهٔ $(0,2)$ تابع صعودی است و تقعر رو به پایین دارد.

گام چهارم: مشابه کارهای بالا را برای $x < 0$ نیز انجام می‌دهیم:

$$y = -x^3 + 6x^2 - 12x \Rightarrow y' = -3x^2 + 12x - 12 = -3(x^2 - 4x + 4) = -3(x-2)^2 \leq 0$$

پس در $x < 0$ تابع نزولی است و بازهٔ قابل قبولی در $x < 0$ به دست نمی‌آید.

گام پنجم: بزرگ‌ترین بازهٔ ممکن همان $(a,b) = (0,2)$ است؛ پس $a = 0$ و $b = 2$ و $b - a = 2$ به دست می‌آید.

۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: تابع دو اکسترمم نسبی دارد که ریشه‌های مشتق هستند، پس داریم:

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax + b = 0$$

گام دوم: اگر نقطه‌ای روی محور yها باشد طول آن صفر است، پس $x = 0$ طول یکی از اکسترمم‌های نسبی است که ریشهٔ مشتق است، پس:

$$f'(0) = 0 \Rightarrow 6(0)^2 + 2a(0) + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

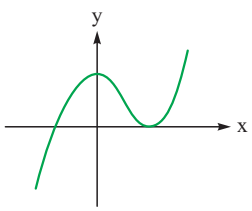
گام سوم:

$$f'(x) = 6x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow 2x(3x + a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{a}{3} \end{cases}$$

ریشهٔ دیگر مشتق $-\frac{a}{3}$ است که اکسترمم دیگر تابع است که روی محور xها قرار دارد، پس نقطهٔ $(-\frac{a}{3}, 0)$ نقطه‌ای از تابع بوده و مختصات آن در تابع صدق می‌کند:

$$2(-\frac{a}{3})^3 + a(-\frac{a}{3})^2 + 8 = 0 \Rightarrow \frac{-2a^3}{27} + \frac{a^3}{9} + 8 = 0 \Rightarrow \frac{-2a^3 + 3a^3}{27} = -8 \Rightarrow \frac{a^3}{27} = -8 \Rightarrow a = -\sqrt[3]{27 \times 8} = -6$$

گام چهارم: چون ضریب x^3 و عرض از مبدأ مثبت است، نمودار تابع به صورت مقابل است؛ یعنی اول max و بعد min اتفاق می‌افتد، پس $x = 0$ طول نقطهٔ max نسبی و $x = -\frac{a}{3} = +2$ طول نقطهٔ min نسبی تابع است.



۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول: اگر دلتای مشتق اول مثبت باشد، مشتق دو ریشه دارد که اکسترمم نسبی هستند؛ پس چون تابع فاقد اکسترمم نسبی است مشتق اول نباید ریشه داشته باشد:

$$y = x^3 + ax^2 + 6x \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + 6$$

$$\Delta_{y'} \leq 0 \Rightarrow (2a)^2 - 4(3)(6) \leq 0 \Rightarrow 4a^2 - 4(18) \leq 0 \xrightarrow{\div 4} a^2 \leq 18 \Rightarrow |a| \leq \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow -3\sqrt{2} \leq a \leq 3\sqrt{2}$$

گام دوم: نقطهٔ عطف تابع درجه‌سوم، ریشهٔ مشتق دوم است، پس داریم:

$$y'' = 6x + 2a = 0 \Rightarrow x = -\frac{2a}{6} = -\frac{a}{3}$$

گام سوم: با توجه به محدودهٔ a، محدودهٔ $-\frac{a}{3}$ (طول نقطهٔ عطف) را به دست می‌آوریم:

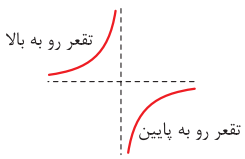
$$-3\sqrt{2} \leq a \leq 3\sqrt{2} \xrightarrow{\div(-3)} \sqrt{2} \geq a \geq -\sqrt{2} \Rightarrow a \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** نمودار باید به صورت مقابل باشد:



گام دوم: تابع در هر شاخه صعودی است، پس $ad-bc>0$ باید باشد:

$$a(-3)-(a+1)(2)>0 \Rightarrow -5a-2>0 \Rightarrow -5a>2 \Rightarrow a<-\frac{2}{5}=-0/4$$

گام سوم: در بین گزینه‌ها فقط $-0/5$ کم‌تر از $-0/4$ است.

۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** تابع در $x=0$ دارای min نسبی است، پس $f'(0)=0$ و داریم:

$$f'(x)=-3x^2+6ax+b=0 \xrightarrow{x=0} f'(0)=b=0$$

گام دوم: طول نقطهٔ عطف را به دست می‌آوریم:

$$f''(x)=-6x+6a=0 \Rightarrow x=-\frac{6a}{6}=a$$

گام سوم: معادلهٔ خط مماس را در نقطهٔ عطف $(x=a)$ به دست می‌آوریم:

$$x=a \xrightarrow[\text{در تابع}]{\text{جای‌گذاری}} y=-a^3+3a(a^2)=2a^3 \Rightarrow \text{نقطهٔ عطف } (a,2a^3)$$

$$x=a \text{ شیب مماس در } =f'(a)=-3a^2+6a(a)=3a^2$$

معادلهٔ خط مماس: $y-2a^3=3a^2(x-a)$

گام چهارم: خط مماس از نقطهٔ $(0,-1)$ عبور می‌کند، پس این نقطه در معادلهٔ خط مماس صدق می‌کند:

$$-1-2a^3=3a^2(0-a) \Rightarrow a^3=1 \Rightarrow a=1$$

۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** مجانب‌های افقی و قائم تابع هموگرافیک را به دست می‌آوریم:

$$y=\frac{bx+b-2}{2ax+a+1} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانب قائم: } 2ax+a+1=0 \Rightarrow x=-\frac{a+1}{2a} \\ \text{مجانب افقی: } y=\frac{b}{2a} \end{cases}$$

پس محل تلاقی این دو خط عمودی و افقی نقطهٔ $(-\frac{a+1}{2a},\frac{b}{2a})$ است.

گام دوم: طول نقطهٔ عطف تابع درجه‌سوم $y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$ به صورت $x=-\frac{B}{3A}$ (یا ریشهٔ مشتق دوم) است، پس برای تابع $y=x^3+3x^2+1$ داریم:

$$x=-\frac{3}{3}=-1 \xrightarrow[\text{در تابع}]{\text{جای‌گذاری}} y=(-1)^3+3(-1)^2+1=3$$

پس مختصات نقطهٔ عطف $(-1,3)$ است.

گام سوم:

$$\begin{cases} -\frac{a+1}{2a}=-1 \Rightarrow a+1=2a \Rightarrow a=1 \\ \frac{b}{2a}=3 \Rightarrow \frac{b}{2}=3 \Rightarrow b=6 \end{cases}$$

گام چهارم: با جای‌گذاری a و b در ضابطهٔ تابع داریم:

$$y=\frac{6x+4}{2x+2}$$

گام پنجم: برای به دست آوردن محل برخورد تابع با محور عرض‌ها $x=0$ قرار می‌دهیم، پس $y=\frac{4}{2}=2$ است.

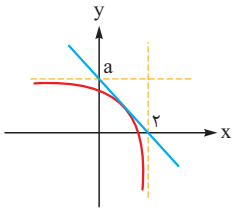
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: ریشهٔ مخرج $(x=2)$ و نسبت ضریب x در صورت به مخرج همان مجانب افقی $(y=\frac{a}{1})$ است.



پس خط مماس از دو نقطهٔ $(2,0)$ و $(0,a)$ عبور می‌کند.

گام دوم: شیب خط مماس برابر $\frac{a-0}{0-2}=-\frac{a}{2}$ و عرض از مبدأ آن برابر a است، پس معادلهٔ خط مماس به صورت $y=-\frac{a}{2}x+a$ است.

گام سوم: خط مماس و تابع هموگرافیک بر هم مماس‌اند، پس معادلهٔ حاصل از مساوی قراردادن آن‌ها ریشهٔ مضاعف $(\Delta=0)$ دارد:

$$-\frac{a}{2}x+a=\frac{ax-3}{x-2}\Rightarrow -\frac{a}{2}x^2+ax+ax-2a=ax-3\Rightarrow -\frac{a}{2}x^2+ax-2a+3=0\xrightarrow{\Delta=0}a^2-4(-\frac{a}{2})(-2a+3)=0$$

$$\Rightarrow a^2+2a(-2a+3)=0\Rightarrow -3a^2+6a=0\Rightarrow a(-3a+6)=0\Rightarrow \begin{cases}a=0\\-3a+6=0\Rightarrow a=2\end{cases}$$

گام چهارم: شیب خط مماس صفر نیست، پس $a=0$ قبول نبوده و $a=2$ قابل قبول است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: مماس در نقطهٔ $x=0$ افقی است، یعنی شیب خط مماس (مشتق) در $x=0$ برابر صفر است:

$$f'(x)=4x^3-24x^2+2ax\Rightarrow f'(0)=0$$

از این معادله a به دست نمی‌آید.

گام دوم: مشتق تابع به صورت زیر است:

$$f'(x)=2x(2x^2-12x+a)$$

با توجه به نمودار، مشتق فقط در دو نقطه صفر می‌شود، چون فقط دو نقطه وجود دارد که مماس در آن‌ها افقی است. یکی از این نقاط $x=0$ و ریشهٔ دیگر، ریشهٔ معادلهٔ $2x^2-12x+a=0$ است.

گام سوم: معادلهٔ $2x^2-12x+a=0$ باید یک ریشه داشته باشد، یعنی دلتای آن باید صفر باشد:

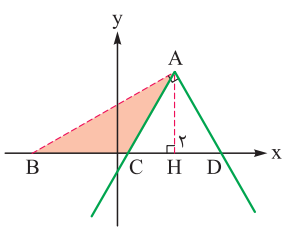
$$(-12)^2-4(2)(a)=0\Rightarrow 144=8a\Rightarrow a=18$$

حسابان و ریاضی پایه (مباحث مستقل): حسابان (۱): صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷

۱۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: نقاط را به صورت مقابل روی شکل مشخص می‌کنیم:



گام دوم:

$$x_A=2\Rightarrow y_A=a-2(0)=a\Rightarrow A(2,a)$$

گام سوم: محل برخورد تابع با محور xها را به دست می‌آوریم:

$$y=0\Rightarrow a-2|x-2|=0\Rightarrow \frac{a}{2}=|x-2|\Rightarrow \begin{cases}x-2=\frac{a}{2}\Rightarrow x=2+\frac{a}{2}\\x-2=-\frac{a}{2}\Rightarrow x=2-\frac{a}{2}\end{cases}$$

ریشهٔ کوچک‌تر همان نقطهٔ C است، پس $x_C=2-\frac{a}{2}$.

گام چهارم: اگر $x>2$ باشد، $y=a-2(x-2)=-2x+a+4$ ضابطهٔ تابع است. شیب این خط برابر -2 است.

پس شیب خط AB (که عمود بر AD است) برابر $\frac{1}{2}$ است.

معادلهٔ AB: $y-a=\frac{1}{2}(x-2)\xrightarrow{y_B=0}-a=\frac{1}{2}(x-2)\Rightarrow -2a=x-2\Rightarrow x_B=2-2a$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام پنجم:

$$BC = \overbrace{(۲-\frac{a}{۲})}^{x_C} - \overbrace{(۲-۲a)}^{x_B} = \frac{۳}{۲}a$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AH \times BC}{۲} = \frac{a \times \frac{۳}{۲}a}{۲} = ۶/۷۵ \Rightarrow \frac{۳}{۴}a^۲ = ۶/۷۵ \Rightarrow a^۲ = \frac{۴ \times ۶/۷۵}{۳} = ۹ \Rightarrow a = ۳$$

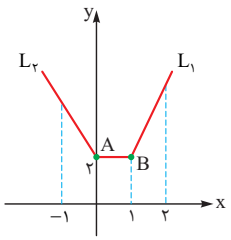
۱۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: برای رسم نمودار ریشه‌های داخل قدرمطلق و یک نقطه کم‌تر و بیشتر را در تابع قرار می‌دهیم:

x	-۱	۰	۱	۲
y	$۵-a$	۲	$۱+a$	$۲a+۴$

گام دوم: نمودار مثلاً به صورت مقابل می‌تواند باشد.



دقت کنید که شیب خط $L_۱$ باید مثبت یا صفر باشد، چون اگر شیب آن منفی باشد، تابع کم‌ترین مقدار ندارد و به همین ترتیب شیب خط $L_۲$ باید منفی باشد.

گام سوم: کم‌ترین مقدار تابع در نقطهٔ A یا B ممکن است رخ بدهد:

$$y(۰) = ۲ \Rightarrow ۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱$$

$$y(۱) = ۱+a \Rightarrow ۱+a = ۲a \Rightarrow ۱ = a$$

بنابراین $a = ۱$ خواهد بود.

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

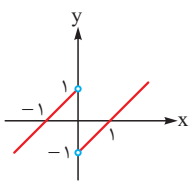
پاسخ تشریحی

گام اول: از روش هندسی استفاده می‌کنیم، اما عبارت‌ها را طوری جابه‌جا می‌کنیم که نمودار دو طرف ساده‌تر رسم شوند:

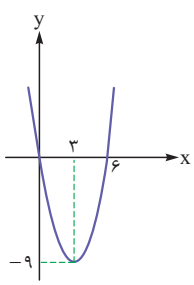
$$x - |x^۲ - ۶x| = \frac{x}{|x|} \Rightarrow x - \frac{x}{|x|} = |x^۲ - ۶x|$$

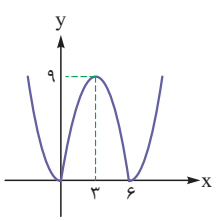
گام دوم: نمودار سمت چپ را با شرط‌گذاری و برداشتن قدرمطلق رسم می‌کنیم:

$$y = x - \frac{x}{|x|} = \begin{cases} x - \frac{x}{x} & x > ۰ \\ x + \frac{x}{x} & x < ۰ \end{cases} = \begin{cases} x-۱ & x > ۰ \\ x+۱ & x < ۰ \end{cases}$$

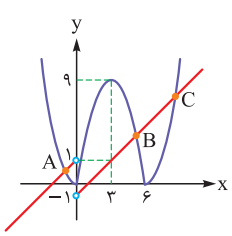


گام سوم: برای رسم $y = |x^۲ - ۶x|$ داخل قدرمطلق را رسم کرده و قسمت‌های زیر محور xها را قرینه می‌کنیم:





گام چهارم: دو نمودار را در یک دستگاه با نقطه‌یابی مناسب رسم می‌کنیم:



دو نمودار در سه نقطه برخورد دارند، پس معادله ۳ ریشه دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: $f(x)$ بخشی از ضابطهٔ g است، پس ورودی g همان D_f است.

گام دوم:

$$x=-۱ \Rightarrow g(-۱)=\frac{-۱+f(-۱)}{-۱+۲}=\frac{-۱+۳}{۱}=۲$$

$$x=۱ \Rightarrow g(۱)=\frac{۱+f(۱)}{۱+۲}=\frac{۱+۲}{۱+۲}=۱$$

$$x=۲ \Rightarrow g(۲)=\frac{۲+f(۲)}{۲+۲}=\frac{۲+۶}{۴}=۲$$

گام سوم: $R_g=\{۲,۱\}$ که مجموع اعضای آن برابر ۳ است.

۱۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول: ورودی‌های تابع $f(g(x))$، اعداد $x>۲$ می‌توانند باشند، اما به ازای هر $x>۲$ تابع $g(x)$ به صورت زیر ساده می‌شود:

$$g(x)=\frac{bx-\overset{\oplus}{\overbrace{|x-۲|}}}{۳x+۲}=\frac{bx-x+۲}{۳x+۲}=\frac{(b-۱)x+۲}{۳x+۲}$$

گام دوم: اگر $g(x)$ تابعی غیرثابت باشد، به ازای ورودی‌های مختلف $f(g(x))$ نیز مقادیر مختلفی داشته و نمی‌توانند برابر با تابع ثابت باشد؛ پس $g(x)$ باید برابر با تابع ثابت باشد.

$g(x)$ در صورتی برابر با یک عدد می‌شود که صورت ضریبی از مخرج باشد؛ به زبان دیگر:

$$\frac{b-۱}{۳}=\frac{۲}{۲} \Rightarrow b-۱=۳ \Rightarrow b=۴$$

گام سوم: اگر $b=۴$ باشد، $g(x)=۱$ و داریم:

$$f(g(x))=f(۱)=a-۲=۳ \Rightarrow a=۵$$

گام چهارم: $a+b=۹$

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا تابع $f+g$ را به دست می‌آوریم، چون $D_f=\{۱,۲,۳,-۱\}$ و $D_g=\{-۱,۲,۱\}$؛ پس $D_f \cap D_g=\{۱,۲,-۱\}$ است، یعنی ورودی‌های تابع $f+g$ این سه عدد هستند:

$$\begin{matrix} x=۱ \Rightarrow f(۱)+g(۱)=۲+b \\ x=۲ \Rightarrow f(۲)+g(۲)=۱+a \\ x=-۱ \Rightarrow f(-۱)+g(-۱)=۳+۲=۵ \end{matrix} \Rightarrow \overset{h}{\overbrace{f+g}}=\{(۱,۲+b),(۲,۱+a),(-۱,۵)\}$$

گام دوم: تابع $\overset{h}{\overbrace{(f+g)}}$ of را به دست می‌آوریم. باید از $x \in D_f$ شروع کنیم:

$$x=۱ \Rightarrow h(f(۱))=h(۲)=۱+a \quad \text{و} \quad x=۲ \Rightarrow h(f(۲))=h(۱)=۲+b$$

$$x=۳ \Rightarrow h(f(۳))=h(-۲) \times \quad \text{و} \quad x=-۱ \Rightarrow h(f(-۱))=h(۳) \times$$

گام سوم: اگر $۱+a=۲+b$ باشد، به ازای دو ورودی مختلف $x=۱,۲$، یک خروجی داریم و تابع یک‌به‌یک نیست.

$$۱+a=۲+b \Rightarrow a-b=۱$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: خط از دو نقطهٔ $(۰,۲)$ و $(-a,۰)$ عبور می‌کند، پس شیب خط داده‌شده برابر $\frac{۲-۰}{۰-(-a)}=\frac{۲}{a}$ و عرض از مبدأ آن برابر ۲ است، پس معادلهٔ خط $f(x)$ به صورت $f(x)=\frac{۲}{a}x+۲$ است.

گام دوم: ضابطهٔ تابع همانی $y=x$ است، پس:

$$\frac{g(x)}{۲+\frac{۲}{a}x+۲}=x \Rightarrow g(x)=x(\frac{۲}{a}x+۴)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم: صفرهای تابع g برابر است با:

$$\begin{cases} x = ۰ \\ \frac{۲}{a}x + ۴ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۴a}{۲} = -۲a \end{cases}$$

گام چهارم: طول رأس سهمی وسط صفرهای تابع است، پس:

$$x_S = \frac{۰ + (-۲a)}{۲} = -a$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: نمودار تابع $y = ۲x + f(x)$ از دو پاره‌خط تشکیل شده است، پس تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} y_۱ & -۱ \le x \le ۲ \\ y_۲ & ۲ < x \le ۴ \end{cases}$ است که $y_۱$ و $y_۲$ دو تابع خطی هستند.

گام دوم: نقاط $(-۱,۲)$، $(۲,۲)$ و $(۴,۰)$ روی تابع $y = ۲x + f(x)$ هستند، پس:

$$x = -۱ \Rightarrow ۲(-۱) + f(-۱) = ۲ \Rightarrow f(-۱) = ۴$$

$$x = ۲ \Rightarrow ۲(۲) + f(۲) = ۲ \Rightarrow f(۲) = -۲$$

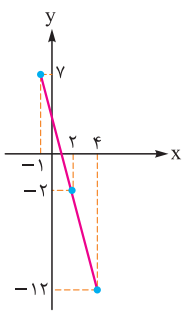
$$x = ۴ \Rightarrow ۲(۴) + f(۴) = ۰ \Rightarrow f(۴) = -۸$$

گام سوم: تابع $y = x + ۲f(x)$ نیز از دو پاره‌خط تشکیل می‌شود؛ بنابراین برای رسم آن کافی است مقدار آن را در نقاط -۱، ۲ و ۴ پیدا کنیم:

$$x = -۱ \Rightarrow -۱ + ۲f(-۱) = -۱ + ۲(۴) = ۷$$

$$x = ۲ \Rightarrow ۲ + ۲f(۲) = ۲ + ۲(-۲) = -۲$$

$$x = ۴ \Rightarrow ۴ + ۲f(۴) = ۴ + ۲(-۸) = -۱۲$$



گام چهارم: برد تابع $y = x + ۲f(x)$ بازهٔ $[-۱۲,۷]$ است.

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول: برای به دست آوردن دامنهٔ تابع $y = \sqrt{x^۲ - f^{-۱}(x)}$ دو شرط باید برقرار باشد:

۱) $x \in D_{f^{-۱}}$ ۲) $x^۲ - f^{-۱}(x) \ge ۰$

گام دوم: دامنهٔ تابع $f^{-۱}$ همان برد تابع f است، اما $\underbrace{۳ - \sqrt{x-a}}_{y} \le ۳$ و $\sqrt{x-a} \ge ۰ \Rightarrow -\sqrt{x-a} \le ۰ \xrightarrow{+۳}$.

$D_{f^{-۱}} = R_f = (-\infty, ۳]$ پس $x \le ۳$ باید باشد.

گام سوم:

$$\underbrace{x^۲}_{x_۱} \ge \underbrace{f^{-۱}(x)}_{x_۲} \xrightarrow{f \text{ تابعی نزولی است.}} f(x_۱) \le f(x_۲) \Rightarrow f(x^۲) \le x$$

دقت دارید که $f(f^{-۱}(x_۱)) = x$.

گام چهارم:

$$۳ - \sqrt{x^۲ - a} \le x \Rightarrow ۳ - x \le \sqrt{x^۲ - a} \xrightarrow{\text{توان دوم}} ۹ - ۶x + x^۲ \le x^۲ - a \Rightarrow \frac{۹ + a}{۶} \le x$$

گام پنجم: با اشتراک بین دو شرط، $\frac{۹+a}{۶} \le x \le ۳$ بوده و $D_g = [\frac{۹+a}{۶}, ۳]$ به دست می‌آید.

گام ششم: D_g باید شامل دو عدد صحیح باشد، پس $\frac{۹+a}{۶}$ باید عددی در محدودهٔ $۱ < \frac{۹+a}{۶} \le ۲$ باشد تا D_g شامل دو عدد صحیح ۳ و ۲ باشد.

$$\xrightarrow{\times ۶} ۶ < ۹ + a \le ۱۲ \Rightarrow -۳ < a \le ۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۸۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۲۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** از درایه‌ای شروع می‌کنیم که به صورت منحصربه‌فرد تعیین می‌شود؛ مثلاً درایهٔ رنگی مقابل ۱,۲,۳ نمی‌تواند باشد، پس ۴ است:

۱		۲	
	۱	۴	
		۳	
	۳		

گام دوم: درایه‌های سبزرنگ به صورت منحصربه‌فرد به دست می‌آیند:

۱	۴	۲	۳
	۱	۴	
		۳	
	۳	۱	

گام سوم: درایه‌های آبی‌رنگ به صورت یکتا به دست می‌آیند:

۱	۴	۲	۳
۳	۱	۴	۲
۴	۲	۳	۱
۲	۳	۱	۴

بنابراین به یک صورت می‌تواند تکمیل گردد.

۲۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** سه حرف صدادار o,a,e و بقیهٔ حروف g,s,s,t هستند. به $\binom{۳}{۱}$ روش یک حرف صدادار انتخاب می‌کنیم.

گام دوم: دو حالت در نظر می‌گیریم. حالت اول این است که دو حرف دیگر s,s باشند که این دو به همراه حرف صدادار ۳ جایگشت به صورت $\square ss$ و $s\square s$ و $ss\square$ دارند که $\square$ حرف صدادار است.

گام سوم: حالت دوم این است که دو حرف دیگر دوتا از حروف g,s,t باشند. به $\binom{۳}{۲}$ روش دو حرف انتخاب کرده که به همراه حرف صدادار ۳! جایگشت دارند، پس در این حالت $\binom{۳}{۲}\times ۳! = ۳\times ۶ = ۱۸$ جایگشت به دست می‌آید.

گام چهارم: طبق اصل جمع در این دو حالت $۱۸ + ۳ = ۲۱$ جایگشت به دست می‌آید.

گام پنجم: طبق اصل ضرب تعداد جایگشت‌ها برابر است با:

$$\binom{۳}{۱}\times ۲۱ = ۶۳$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** تعداد گل‌های مریم، لاله و شقایق را به ترتیب $x_۱$، $x_۲$ و $x_۳$ در نظر می‌گیریم؛ چون می‌خواهیم ۸ شاخه انتخاب کنیم، پس $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۸$.

گام دوم: $x_۱ \geq ۲$، $x_۲ \geq ۱$ و $x_۳ \geq ۱$ باید باشد، پس ابتدا ۲ شاخه گل مریم، ۱ شاخه گل لاله و ۱ شاخه گل شقایق انتخاب می‌کنیم تا شرایط بزرگ‌تر یا مساوی رعایت گردد؛ پس $۸ - ۴ = ۴$ شاخه گل دیگر از بین سه نوع گل باید انتخاب کنیم (به زبان دیگر کافی است جواب‌های صحیح نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۴$ را پیدا کنیم).

گام سوم:

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی} = \binom{۴+۳-۱}{۳-۱} = \binom{۶}{۲} = \frac{۶\times ۵}{۲} = ۱۵$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** برای این‌که معادله به معادلهٔ سیالهٔ خطی با ضرایب واحد تبدیل گردد، باید متغیر خاص یعنی $x_۳$ را حالت‌بندی کنیم.

گام دوم: چون دنبال جواب‌های طبیعی معادله هستیم، $x_۳$ باید مربع کامل و عدد $\frac{۶}{\sqrt{x_۳}}$ نیز باید طبیعی باشد؛ پس حالت‌های زیر را داریم:

$$x_۳ = ۱ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \frac{۶}{۱} = ۱۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۴ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{۴-۱}{۲-۱} = \binom{۳}{۱} = ۳$$

$$x_۳ = ۴ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \frac{۶}{۲} = ۱۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۷ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{۷-۱}{۲-۱} = \binom{۶}{۱} = ۶$$

$$x_۳ = ۹ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \frac{۶}{۳} = ۱۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۸ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{۸-۱}{۲-۱} = \binom{۷}{۱} = ۷$$

$$x_۳ = ۳۶ \Rightarrow x_۱ + x_۲ + \frac{۶}{۶} = ۱۰ \Rightarrow x_۱ + x_۲ = ۹ \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های طبیعی} = \binom{۹-۱}{۲-۱} = \binom{۸}{۱} = ۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم: معادله $x_1+x_2+x_3=8+7+6+3=24$ جواب طبیعی دارد.

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** کافی است تعداد جواب‌های صحیح نامنفی نامعادلهٔ $x_1+x_2+x_3\le 10$ را به دست آورده و از تعداد جواب‌های صحیح نامنفی نامعادلهٔ $x_1+x_2+x_3\le 4$ کم کنیم.

گام دوم: برای به دست آوردن جواب‌های $x_1+x_2+x_3\le 10$ باید کاری کنیم که نامعادله تبدیل به معادله گردد. $x_1+x_2+x_3$ می‌تواند برابر با ۱۰ یا ۹ یا ۸ یا ... باشد؛ پس اگر آن را با متغیر نامنفی t جمع کنیم حاصل برابر ۱۰ می‌شود. به زبان دیگر اگر $x_1+x_2+x_3=10$ باشد $t=0$ می‌شود. اگر $x_1+x_2+x_3=9$ باشد $t=1$ می‌شود و ...؛ بنابراین تعداد جواب‌های صحیح نامنفی $x_1+x_2+x_3\le 10$ با تعداد جواب‌های صحیح نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+t=10$ برابر است:

گام سوم:
$$x_1+x_2+x_3+t=10 \xrightarrow[k=4]{n=10} \binom{n+k-1}{k-1}=\binom{10+4-1}{4-1}=\binom{13}{3}$$

گام چهارم: شبیه گام سوم داریم:

$$x_1+x_2+x_3\le 4 \Rightarrow x_1+x_2+x_3+t'=4 \Rightarrow \text{تعداد جواب‌های صحیح نامنفی}=\binom{4+4-1}{4-1}=\binom{7}{3}$$

گام پنجم:
$$\text{تعداد جواب‌های مطلوب}=\binom{13}{3}-\binom{7}{3}=\frac{13\times12\times11}{3\times2\times1}-\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=286-35=251$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

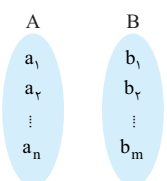
پاسخ تشریحی **گام اول:** ۱۲ مربع لاتین 3×3 داریم، پس به $\binom{12}{2}=\frac{12\times11}{2}=66$ روش می‌توانیم دوتا از آن‌ها انتخاب کنیم $(n(S)=66)$.

گام دوم: برای این‌که دو مربع لاتین متعامد باشند، باید یک مربع از گروه A (به $\binom{6}{1}=6$ روش) و یک مربع از گروه B (به $\binom{6}{1}=6$ روش) انتخاب کنیم، پس در $6\times6=36$ حالت ممکن است دو مربع لاتین متعامد باشند $(n(A)=36)$.

گام سوم:
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{36}{66}=\frac{6}{11}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** تعداد تابع‌های یک‌به‌یک از مجموعهٔ nعضوی A به ۶عضوی B برابر است با $P(6,n)$، پس:



$$P(6,n)=120 \Rightarrow \frac{6!}{(6-n)!}=120 \Rightarrow \frac{6\times5!}{(6-n)!}=120 \Rightarrow 6=(6-n)! \Rightarrow n=3$$

(با استفاده از اصل ضرب هم می‌توانستیم تعداد تابع‌های یک‌به‌یک را به دست آوریم. برای a_1، ۶ حالت برای a_2، ۵ حالت و برای a_3، ۴ حالت باقی می‌ماند. اگر مجموعهٔ A دارای ۳ عضو باشد، تعداد تابع‌های یک‌به‌یک برابر $6\times5\times4=120$ می‌شود.)

گام دوم: تعداد تابع‌های پوشا از مجموعهٔ ۶عضوی B به ۳عضوی A برابر است با:
$$3^6-3\times2^6+3=729-192+3=540$$

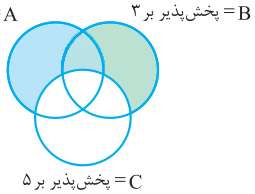
۲۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** ب.م.م n و $12=3\times2^2$ بزرگ‌تر از یک است، پس عدد n باید بر ۲ یا بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

گام دوم: $(n,25)=1$، پس n نباید عامل ۵ داشته باشد (چون در این صورت ب.م.م بزرگ‌تر از یک می‌شود).

گام سوم: باید اعداد طبیعی $n\le300$ را طوری به دست آوریم که n بر ۲ یا بر ۳ بخش‌پذیر باشد، ولی بر ۵ بخش‌پذیر نباشد.

گام چهارم: ناحیهٔ مطلوب را می‌توانیم اجتماع دو ناحیهٔ آبی‌رنگ $(A-C)$ و سبزرنگ $(B-C)$ در نظر بگیریم. البته قسمت $(A\cap B)-C$ را دو بار شمردیم که باید یک بار آن را کم کنیم:



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام پنجم:

$$\text{ناحیهٔ آبی‌رنگ} = |A-C| = |A| - |\overbrace{A \cap C}^{\text{بر ۲ و بر ۵ (یعنی ۱۰) بخش‌پذیر}}| = [\frac{۳۰۰}{۲}] - [\frac{۳۰۰}{۱۰}] = ۱۵۰ - ۳۰ = ۱۲۰$$

$$\text{ناحیهٔ سبزرنگ} = |B-C| = |B| - |B \cap C| = [\frac{۳۰۰}{۳}] - [\frac{۳۰۰}{۱۵}] = ۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$$

$$\text{ناحیهٔ مشترک هر دو رنگ} = |(A \cap B)-C| = |A \cap B| - |A \cap B \cap C| = [\frac{۳۰۰}{۶}] - [\frac{۳۰۰}{۳۰}] = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰$$

گام ششم:

$$|(A \cup B)-C| = ۱۲۰ + ۸۰ - ۴۰ = ۱۶۰$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** بدترین حالت ممکن را در نظر می‌گیریم، یعنی تعداد زیادی توپ خارج شده باشد، ولی ۳ رنگ مختلف نداشته باشیم؛ پس حداکثر می‌توانیم دو رنگ مختلف داشته باشیم.

گام دوم: فرض می‌کنیم ۱۳ توپ سیاه و ۱۰ توپ قرمز خارج شده باشد، پس تا این‌جا ۲۳ توپ خارج شده است، ولی دو رنگ بیشتر نداریم. اگر یک توپ دیگر خارج کنیم (یعنی ۲۴ توپ) قطعاً توپ‌هایی با ۳ رنگ مختلف داریم.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول:** اعداد را دوتا دوتا طوری دسته‌بندی می‌کنیم که مجموع آن‌ها برابر ۱۱ باشد: $\{۱,۱۰\},\{۲,۹\},\{۳,۸\},\{۴,۷\},\{۵,۶\}$

گام دوم: زیرمجموعهٔ ۴عضوی A باید طوری انتخاب شود که از هر کدام از مجموعه‌های بالا حداکثر یک عضو انتخاب شود، چون اگر دو عضو از یک مجموعهٔ بالا انتخاب شود جمع همین دو عضو برابر ۱۱ می‌شود.

گام سوم: به $\binom{۵}{۴}$ روش ۴تا از ۵ مجموعهٔ بالا را انتخاب کرده و از هر کدام یک عضو انتخاب می‌کنیم. به این ترتیب جمع هیچ دو عضوی برابر ۱۱ نمی‌شود، بنابراین تعداد زیرمجموعه‌ها برابر است با:

$$\binom{۵}{۴}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۲}{۱} = ۵ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۵ \times ۱۶ = ۸۰$$

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: سعی می‌کنیم p و q را طوری انتخاب کنیم که ارزش گزینه‌ها متفاوت شود (تا بالأخره برخی رد شوند).

گزارهٔ داده‌شده	$\sim(\sim q \Rightarrow \sim p)$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	q	p
د	د	ن	ن	د	ن	ن	د

بنابراین اگر p درست و q نادرست باشد، ۲ و ۳ نادرست می‌شوند؛ بنابراین نمی‌توانند با گزارهٔ داده‌شده (که در این حالت درست شد) هم‌ارز باشند.

گام دوم:

گزارهٔ داده‌شده	$\sim(\sim q \Rightarrow \sim p)$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	q	p
ن	ن	د	د	ن	ن	د	ن

اما در این حالت ارزش p نادرست، ولی $p \vee q$ درست می‌شود، پس ۴ نیز نادرست است.

روش دوم: **گام اول:** طبق هم‌ارزی ترکیب شرطی داریم:

$$\sim q \Rightarrow \sim p \equiv q \vee \sim p$$

گام دوم:

$$\sim(q \vee \sim p) \equiv \sim q \wedge p$$

گام سوم: از عکس پخشی داریم:

$$(\sim q \wedge p) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{T} \equiv p$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim(\underbrace{(\exists x \in \mathbb{R}; (x > ۱))}_{p} \wedge \underbrace{(\forall x \in \mathbb{Z}; (x^۲ \geq ۰) \vee (x > ۱))}_{q}) \equiv \sim p \vee \sim q$$

گام دوم: $\sim p$ را به دست می‌آوریم:

$$\sim(\exists x \in \mathbb{R}; (x > ۱)) \equiv \forall x \in \mathbb{R}; x \leq ۱$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام سوم: $\sim q$ را به دست می‌آوریم: $\sim(\forall x\in\mathbb{Z};(x^2\geq 0)\vee(x>1))\equiv\exists x\in\mathbb{Z};(x^2<0)\wedge(x\leq 1)$

دقت دارید که $\forall$ تبدیل به $\exists$ شده و گزارهٔ $q(x)$، یعنی $(x^2\geq 0)\vee(x>1)$ را باید نقیض کنیم.

طبق قانون دمورگان نقیض $(x^2\geq 0)\vee(x>1)$ به صورت $(x^2<0)\wedge(x\leq 1)$ می‌شود.

گام چهارم: با توجه به گزینه‌ها $p\vee\sim q$ همان ۳ می‌شود.

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** ۳ حالت در نظر می‌گیریم:

الف) مجموعهٔ ۶عضوی به مجموعهٔ ۴عضوی و ۲عضوی افراز شود. تعداد حالت‌ها برابر است با: $\frac{6!}{4!2!}=15$

ب) مجموعهٔ ۶عضوی را به مجموعهٔ ۲عضوی و ۳عضوی و ۱عضوی افراز کنیم. تعداد حالت‌های این کار برابر است با: $\frac{6!}{2!3!1!}=60$

پ) مجموعهٔ ۶عضوی را به مجموعهٔ ۲عضوی و ۴تا تک‌عضوی افراز کنیم. تعداد حالت‌های افراز این‌مدلی برابر است با: $\frac{6!}{4!2!\underbrace{1!1!1!1!}_{4!\text{ تا ۱عضوی}}}=15$

دقت کنید که چون ۴ مجموعهٔ یکسان (تک‌عضوی) داریم در مخرج یک !۴ نیز باید ضرب کنیم.

گام دوم: طبق اصل جمع $15+60+15=90$ حالت برای افراز مجموعهٔ ۶عضوی وجود دارد، به طوری که فقط یکی از زیرمجموعه‌ها ۲عضوی باشد.

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** طبق قانون دمورگان $(A'\cup B)'=A\cap B'$

گام دوم: طبق قانون جذب و اینکه $(A-B)=A\cap B'$ است داریم:

$$(A\cap B')\cap((A\cap B')\cup(A-B))=A\cap B'$$
(یکسان)

گام سوم: داریم: $A\cap B'\subseteq B$. اگر دو طرف را با B' اشتراک بگیریم، داریم:

$$A\cap B'\cap B'\subseteq\underbrace{B\cap B'}_{\varnothing}\Rightarrow A\cap B'\subseteq\varnothing\Rightarrow A-B\subseteq\varnothing\Rightarrow A-B=\varnothing$$

گام چهارم: $A-B=\varnothing$، پس تمام عضوهای A درون B بوده‌اند، یعنی $A\subseteq B$.

دقت کنید چون $X\cap B\subseteq X$ است، پس اجتماع آن‌ها همان X می‌شود یا این‌که چون $X\subseteq X\cup B$ است، پس اشتراک آن‌ها همان X می‌شود.

۳۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** از تساوی $A\times B=B\times A$ می‌فهمیم $A=B$ (دقت دارید که A و B عضو دارند، پس ناتهی هستند).

گام دوم: $5\in A$ پس $5\in B$ نیز باید باشد؛ بنابراین $x+1=5$، دو نتیجه $x=4$.

گام سوم: $4,-2\in B$ پس $4,-2\in A$ باید باشند. دو حالت داریم:

$$\begin{cases}y+2=4\Rightarrow y=2\\ z=-2\end{cases}\qquad\begin{cases}y+2=-2\Rightarrow y=-4\\ z=4\end{cases}$$

گام چهارم: اگر $x=4$، $y=2$ و $z=-2$ باشد، حاصل ضرب دکارتی دو مجموعهٔ داده‌شده برابر است با:

$$\{x,2,z\}\times\{4,x,z-2\}=\{4,2,-2\}\times\underbrace{\{4,4,-4\}}_{\{4,-4\}}=\underbrace{\{(4,4),(4,-4),\ldots\}}_{\text{۶زوج مرتب دارد.}}$$

گام پنجم: اگر $x=4$، $y=-4$ و $z=4$ باشد، حاصل‌ضرب دکارتی می‌شود:

$$\{x,2,z\}\times\{4,x,z-2\}=\{4,2,4\}\times\{4,4,2\}=\{4,2\}\times\{4,2\}=\underbrace{\{(4,4),(4,2),(2,4),(2,2)\}}_{\text{۴زوج مرتب دارد.}}$$

پس ضرب دکارتی دو مجموعهٔ داده‌شده حداقل ۴ زوج‌مرتب دارد.

دقت کنید که تکرار در مجموعه بی‌تأثیر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه: هندسه (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۶، هندسه (۲): صفحه‌های ۹ تا ۷۷

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول (به دست آوردن $\vec{a}\times\vec{b}$):** با توجه به این‌که $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$ و $\vec{b}=-\vec{i}+۲\vec{k}$، داریم:

$$\begin{cases}\vec{a}=(۱,۱,۰)\\ \vec{b}=(-۱,۰,۲)\end{cases}\Rightarrow \vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ ۱&۱&۰\\ -۱&۰&۲\end{vmatrix}=\left(\begin{vmatrix}۱&۰\\ ۰&۲\end{vmatrix},-\begin{vmatrix}۱&۰\\ -۱&۲\end{vmatrix},\begin{vmatrix}۱&۱\\ -۱&۰\end{vmatrix}\right)=(۲,-۲,۱)$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

حال طول بردار $\vec{a}\times\vec{b}$ را به دست می‌آوریم:

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{۲^۲+(-۲)^۲+۱^۲}=\sqrt{۹}=۳$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول (ترجمهٔ اطلاعات مسئله به زبان ریاضی):**

فرض می‌کنیم $A(x,y,z)$ نقطهٔ مورد نظر باشد، در این صورت داریم:

$$\text{فاصله از محور } z=۳\Rightarrow\sqrt{x^۲+y^۲}=۳\ ,\ \text{فاصله از محور } y=۲\Rightarrow\sqrt{x^۲+z^۲}=۲\ ,\ \text{فاصله از محور } x=۱\Rightarrow\sqrt{y^۲+z^۲}=۱$$

گام دوم (اعمال جبری مناسب بر روی روابط و محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

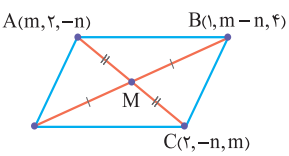
حال طرفین رابطه‌های به‌دست‌آمده را به توان ۲ رسانده و با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$\begin{cases}\sqrt{y^۲+z^۲}=۱\xrightarrow{\text{توان ۲}}y^۲+z^۲=۱\\ \sqrt{x^۲+z^۲}=۲\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲+z^۲=۴\\ \sqrt{x^۲+y^۲}=۳\xrightarrow{\text{توان ۲}}x^۲+y^۲=۹\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع می‌کنیم}}۲x^۲+۲y^۲+۲z^۲=۱۴\xrightarrow{\div ۲}x^۲+y^۲+z^۲=۷$$

بنابراین فاصلهٔ نقطهٔ A از مبدأ مختصات برابر $\sqrt{x^۲+y^۲+z^۲}=\sqrt{۷}$ است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول (به‌دست‌آوردن نقطهٔ برخورد قطرها):**



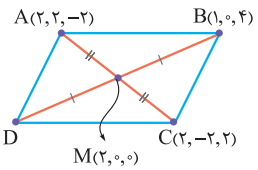
با توجه به اطلاعات مسئله، شکل فرضی مقابل را رسم می‌کنیم و می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع قطرها همدیگر را نصف می‌کنند؛ بنابراین داریم:

$$\text{وسط AC}:\frac{A+C}{۲}=\frac{(m,۲,-n)+(۲,-n,m)}{۲}=\left(\frac{m+۲}{۲},\frac{۲-n}{۲},\frac{m-n}{۲}\right)$$

از طرفی M روی محور xها قرار دارد؛ پس:

$$\begin{cases}y_M=\frac{۲-n}{۲}=۰\Rightarrow ۲-n=۰\Rightarrow n=۲\\ z_M=\frac{m-n}{۲}=۰\Rightarrow m-n=۰\xrightarrow{n=۲}m=۲\end{cases}\Rightarrow M=(۲,۰,۰)$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):



با توجه به گام اول، مختصات رئوس A، B، C و نقطهٔ M مطابق شکل به دست می‌آیند:

حال طول قطرها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}MB=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۰-۰)^۲+(۰-۴)^۲}=\sqrt{۱+۰+۱۶}=\sqrt{۱۷}\xrightarrow{BD=۲MB}DB=\underbrace{۲\sqrt{۱۷}}_{\sqrt{۶۸}}\\ AC=\sqrt{(۲-۲)^۲+(۲-(-۲))^۲+(-۲-۲)^۲}=\sqrt{۰+۱۶+۱۶}=\sqrt{۳۲}\end{cases}$$

حال با توجه به این‌که $\sqrt{۶۸}>\sqrt{۳۲}$؛ پس $DB>AC$ و در نتیجه طول قطر بزرگ متوازی‌الاضلاع برابر $DB=\sqrt{۶۸}=۲\sqrt{۱۷}$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبهٔ کسینوس زاویهٔ بین $\vec{u}$ و $\vec{v}$):

با توجه به این‌که مساحت مثلث بناشده بر بردارهای u و v برابر ۸ است، پس اگر زاویهٔ بین دو بردار را θ فرض کنیم، داریم:

$$S=\frac{1}{2}|\vec{u}\times\vec{v}| \Rightarrow 8=\frac{1}{2}|\vec{u}||\vec{v}|\sin\theta \xrightarrow[|\vec{v}|=5]{|\vec{u}|=4} 8=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\sin\theta \Rightarrow 8=10\sin\theta$$

$$\Rightarrow \sin\theta=\frac{8}{10}=\frac{4}{5} \xrightarrow{\cos^2\theta=1-\sin^2\theta} \cos^2\theta=1-(\frac{4}{5})^2=\frac{9}{25} \xrightarrow[\cos\theta<0]{\theta \text{ منفرجه است}} \cos\theta=-\frac{3}{5}$$

گام دوم (محاسبهٔ $\vec{u}.\vec{v}$):

$$\vec{u}.\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cos\theta=4\times 5\times(-\frac{3}{5})=-12$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

$$|\vec{u}-\vec{v}|^2=|u|^2+|\vec{v}|^2-2\vec{u}.\vec{v}=4^2+5^2-2(-12)=16+25+24=65 \Rightarrow |\vec{u}-\vec{v}|=\sqrt{65}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول (ساده‌کردن عبارت $(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{b}$):

به کمک ویژگی‌های ضرب خارج داریم:

$$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{b}=\vec{a}\times\vec{b}+\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{\vec{0}}=\vec{a}\times\vec{b}$$

گام دوم (به‌دست‌آوردن بردار $\vec{a}\times\vec{b}$):

با توجه به این‌که $\vec{a}=(0,3,1)$ و $\vec{b}=(-2,1,0)$ می‌باشد، داریم:

$$\vec{a}\times\vec{b}=(\begin{vmatrix}3&1\\1&0\end{vmatrix},-\begin{vmatrix}0&1\\-2&0\end{vmatrix},\begin{vmatrix}0&3\\-2&1\end{vmatrix})=(-1,-2,6)$$

گام سوم (محاسبهٔ حجم متوازی‌السطوح):

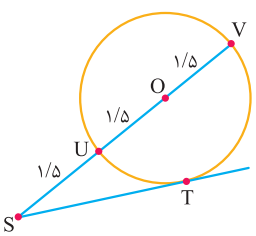
حجم متوازی‌السطوح بناشده، روی بردارهای $\vec{a}=(0,3,1)$ و $\vec{b}=(-2,1,0)$ و $\vec{a}\times\vec{b}=(-1,-2,6)$ برابر است با:

$$v=|\begin{vmatrix}0&3&1\\-2&1&0\\-1&-2&6\end{vmatrix}|=|-3\begin{vmatrix}-2&0\\-1&6\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}-2&1\\-1&-2\end{vmatrix}|=|-3(-12)+5|=41$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل اطلاعات مسئله روی شکل):

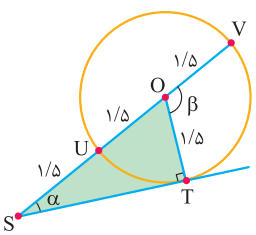
چون V دورترین نقطهٔ دایره از S است، پس UV قطر دایره می‌باشد و در نتیجه:



$$OU=OV=r=1/5$$

گام دوم (محاسبهٔ زاویهٔ مرکزی رو به کمان VT):

شعاع OT را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که شعاع دایره در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است، پس مثلث SOT قائم‌الزاویه بوده و به کمک نسبت‌های مثلثاتی در آن داریم:



$$\sin\alpha=\frac{OT}{OS}=\frac{1/5}{3}=\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha=30^\circ$$

از طرفی β زاویهٔ خارجی مثلث SOT می‌باشد، بنابراین $\beta=90^\circ+30^\circ=120^\circ$ است.

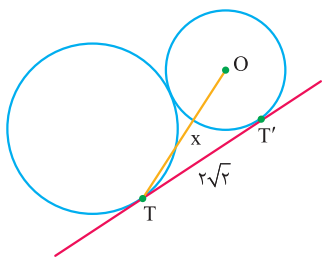
گام سوم (محاسبهٔ طول کمان VT):

$$VT=\frac{\beta}{360^\circ}\times(2\pi r) \xrightarrow[\beta=120^\circ]{r=1/5} VT=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times(3\pi)=\frac{1}{3}(3\pi)=\pi$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و محاسبهٔ طول مماس‌مشترک خارجی):

با توجه به مفروضات مسئله شکل را رسم کرده و فاصلهٔ نقطهٔ تماس مماس‌مشترک با دایرهٔ بزرگ‌تر یعنی TO را برابر x قرار می‌دهیم. چون دو دایره مماس‌خارج هستند، پس $TT'=2\sqrt{2\times 1}=2\sqrt{2}$ است.

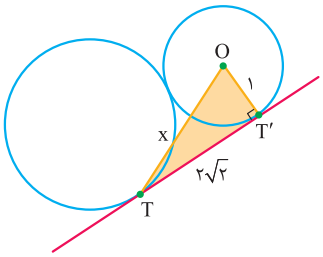


رشته ریاضی

آزمون نهم حضوری

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



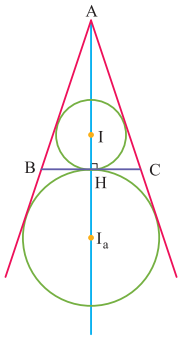
گام دوم (محاسبهٔ x):

شعاع OT' را که در نقطهٔ T' به مماس‌مشترک خارجی عمود است رسم می‌کنیم:

حال به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ OTT' داریم:

$$x^۲ = ۱^۲ + (۲\sqrt{۲})^۲ = ۱ + ۸ \Rightarrow x^۲ = ۹ \xrightarrow{x>۰} x = ۳$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل و اثبات متساوی‌الساقین بودن مثلث ABC):**

ابتدا شکل را با توجه به اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم. نقاط I و I_a روی نیمساز زاویهٔ A قرار دارند. از طرفی چون خط‌المرکزین دو دایره یعنی II_a بر BC عمود است، پس در مثلث ABC پاره‌خط AH هم نیمساز و هم ارتفاع می‌باشد؛ پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

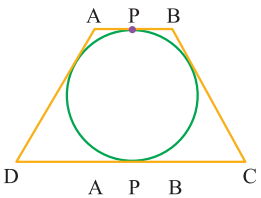
با توجه به گام اول می‌توان فرض کرد $AB = AC = x$ و $BC = a$ می‌باشد؛ بنابراین از آن‌جایی که نسبت شعاع‌های دو دایره برابر ۱/۵ است، داریم:

$$\frac{r_a}{r} = ۱/۵ \Rightarrow \frac{\frac{S}{P-a}}{\frac{S}{P}} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{P}{P-a} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲P = ۳P - ۳a \Rightarrow P = ۳a \xrightarrow{P=\frac{x+x+a}{۲}} \frac{x+x+a}{۲} = ۳a$$

$$\Rightarrow ۲x + a = ۶a \Rightarrow ۲x = ۵a \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵$$

بنابراین طول ضلع بزرگ‌تر مثلث ۲/۵ برابر طول ضلع کوچک‌تر مثلث است.

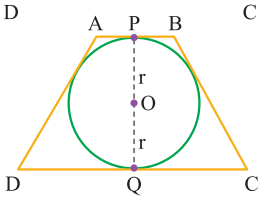
۴۴- پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی **گام اول (به دست آوردن طول پاره‌خط‌های قطعات مورد نیاز):**

چون نسبت قاعده‌های ذوزنقه برابر $\frac{۱}{۳}$ است، پس $\frac{AB}{DC} = \frac{۱}{۳}$. می‌توانیم فرض کنیم $AB = k$ و $DC = ۳k$.

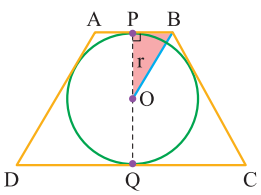
از طرفی اگر نقطهٔ تماس دایرهٔ محاطی با قاعدهٔ کوچک ذوزنقه را P بنامیم، پس $AP = PB = \frac{k}{۲}$ است.



گام دوم (به دست آوردن شعاع دایرهٔ محاطی ذوزنقه):

شعاع برابر است با:

$$(۲r)^۲ = AB \times DC \xrightarrow[DC=۳k]{AB=k} (۲r)^۲ = k \times ۳k = ۳k^۲ \Rightarrow ۲r = k\sqrt{۳} \Rightarrow r = k\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

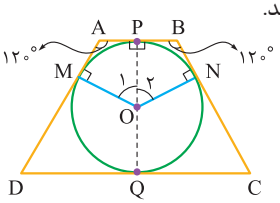


گام سوم (محاسبهٔ زوایای A و B):

به کمک نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویهٔ POB داریم:

$$\tan(P\hat{B}O) = \frac{r}{PB} \xrightarrow[PB=\frac{k}{۲}]{r=k\frac{\sqrt{۳}}{۲}} \tan(P\hat{B}O) = \frac{k\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{k}{۲}} = \sqrt{۳} \Rightarrow P\hat{B}O = ۶۰^\circ$$

حال از آن‌جایی که مرکز دایره روی نیمساز زوایای A و B قرار دارد؛ پس $\hat{A} = \hat{B} = ۲ \times ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$ می‌باشد.



گام چهارم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): شعاع‌های ON و OM را رسم می‌کنیم. اگر در دو چهارضلعی $OPBN$ و $OPAM$ مجموع زاویه‌های داخلی را ۳۶۰° دهیم، به دست می‌آید $\hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ = ۶۰^\circ$؛ پس:

کمان روبه‌روی زاویهٔ مرکزی: $\overset{\frown}{MN} = M\hat{O}N = \hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۶۰^\circ + ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$

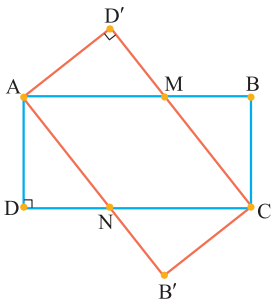
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

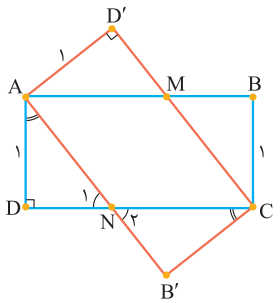
پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل):



مطابق شکل، از بازتاب مستطیل ABCD نسبت به قطر AC، مستطیل $AD'CB'$ به دست می‌آید که طول‌های آن در نقاط M و N با مستطیل اولیه متقاطع است.

گام دوم (اثبات همنهشتی مثلث ADN و $NB'C$):

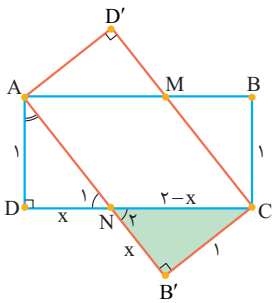


چون رأس B' بازتاب رأس B نسبت به قطر AC است و می‌دانیم بازتاب یک تبدیل ایزومتری است، بنابراین $BC = B'C = ۱$ و در نتیجه $AD = B'C = ۱$. از طرفی در مثلث‌های ADN و $NB'C$ داریم:

$$\begin{cases} \hat{N}_۱ = \hat{N}_۲ \\ \hat{D} = \hat{B}' = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow D\hat{A}N = N\hat{C}B'$$

در نتیجه مثلث‌های ADN و $NB'C$ به حالت (زض) همنهشت هستند.

گام سوم (محاسبهٔ طول پاره‌خط NC):



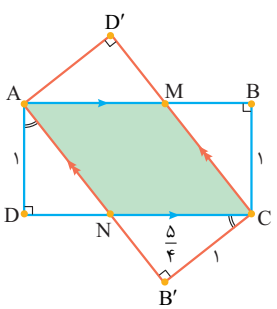
با توجه به همنهشتی به‌دست‌آمده در گام دوم، $DN = NB' = x$ و در نتیجه $NC = ۲ - x$ می‌باشد.

حال به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $NB'C$ داریم:

$$NB'^۲ + B'C^۲ = NC^۲ \Rightarrow x^۲ + ۱^۲ = (۲-x)^۲ \Rightarrow x^۲ + ۱ = x^۲ - ۴x + ۴ \Rightarrow ۴x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow NC = ۲ - \frac{۳}{۴} = \frac{۵}{۴}$$

گام چهارم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):



چهارضلعی AMCN متوازی‌الاضلاع است، زیرا اضلاع متقابل در آن با یکدیگر موازی‌اند؛ پس مساحت آن برابر است با:

$$S_{AMCN} = NC \times BC = \frac{۵}{۴} \times ۱ = \frac{۵}{۴}$$

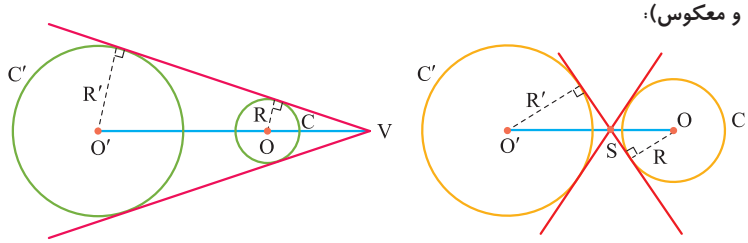
از طرفی با توجه به این‌که بازتاب ایزومتری است، $S_{AD'CB'} = S_{ABCD} = ۲$ می‌باشد؛ در نتیجه:

$$\frac{S_{AMCN}}{S_{AD'CB'}} = \frac{\frac{۵}{۴}}{۲} = \frac{۵}{۸}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول (یافتن مرکز تجانس مستقیم و معکوس):



نقطهٔ برخورد مماس‌های مشترک خارجی مرکز تجانس مستقیم و نقطهٔ برخورد مماس‌های مشترک داخلی، مرکز تجانس معکوس دایره‌های C و C' هستند.

Telegram: @konkur_in

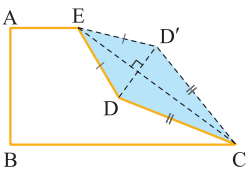
www.konkur.in

گام دوم (به دست آوردن خواستهٔ سؤال):

بنابراین اگر در تجانس به مرکز S و نسبت $k=\frac{-R'}{R}$، دایرهٔ C روی C' تصویر شده باشد، آن‌گاه در تجانس به مرکز V و نسبت $\frac{R}{R'}=\frac{-۱}{k}$، دایرهٔ C' روی دایرهٔ C تصویر می‌شود.

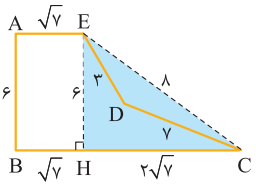
۴۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول (تعیین استراتژی افزایش مساحت):**



با بازتاب رأس E نسبت به پاره‌خط EC می‌توان با ثابت نگه‌داشتن محیط، مساحت آن را به اندازهٔ $۲S_{EDC}$ افزایش داد.

گام دوم (محاسبهٔ طول پاره‌خط EC):



از رأس E بر ضلع BC عمود EH را رسم می‌کنیم. چهارضلعی AEHB مستطیل است، پس $BH=\sqrt{۷}$ و در نتیجه $HC=۳\sqrt{۷}-\sqrt{۷}=۲\sqrt{۷}$ و هم‌چنین $EH=۶$ می‌باشد. حال به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ EHC داریم:

$$EC^۲=۶^۲+(۲\sqrt{۷})^۲=۳۶+۲۸ \Rightarrow EC^۲=۶۴ \Rightarrow EC=۸$$

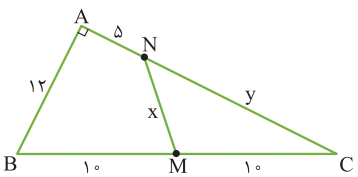
گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

میزان افزایش مساحت را به کمک رابطهٔ هرون به دست می‌آوریم:

$$P_{EDC}=\frac{۳+۷+۸}{۲}=۹ \Rightarrow \text{میزان افزایش مساحت}=۲S_{EDC}=۲\sqrt{۹(۹-۸)(۹-۷)(۹-۳)}=۲\sqrt{۹\times۲\times۶}=۱۲\sqrt{۳}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

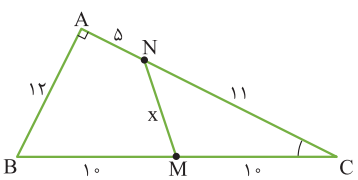
پاسخ تشریحی **گام اول (محاسبهٔ طول NC):**



فرض می‌کنیم $NC=y$ باشد، در این صورت از آن‌جایی که ۱۲، ۱۶ و ۲۰ اعداد فیثاغورسی هستند، داریم:

$$AC=۱۶ \Rightarrow ۵+y=۱۶ \Rightarrow y=۱۱$$

گام دوم (محاسبهٔ x):



در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، $\cos\hat{C}=\frac{AC}{BC}=\frac{۱۶}{۲۰}=\frac{۴}{۵}$ است؛ بنابراین به کمک قضیهٔ کسینوس‌ها در مثلث NMC داریم:

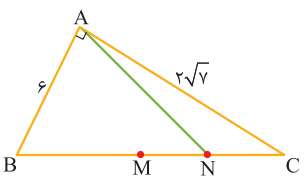
$$NM^۲=NC^۲+MC^۲-۲NC.MC.\cos\hat{C} \Rightarrow x^۲=۱۱^۲+۱۰^۲-۲\times۱۱\times\cancel{۱۰}^{۲}\times(\frac{۴}{\cancel{۵}})=۱۲۱+۱۰۰-۱۷۶$$

$$\Rightarrow x^۲=۴۵ \Rightarrow x=۳\sqrt{۵}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی **گام اول (رسم شکل مناسب و محاسبهٔ طول BC):**

ابتدا با توجه به مفروضات مسئله، شکل را رسم می‌کنیم. حال به کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC طول ضلع BC را به دست می‌آوریم:

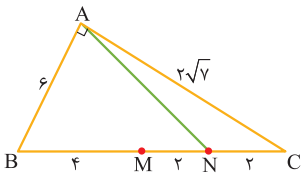


$$BC^۲=۶^۲+(۲\sqrt{۷})^۲=۳۶+۲۸ \Rightarrow BC^۲=۶۴ \Rightarrow BC=۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):



از آن‌جایی که M وسط BC است، پس $MB = MC = \frac{۸}{۲} = ۴$ و چون N وسط MC می‌باشد، $MN = NC = \frac{۴}{۲} = ۲$ می‌باشد. حال به کمک رابطهٔ استوارت در مثلث ABC داریم:

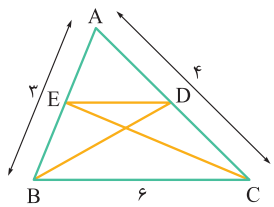
$$AB^۲ \times NC + AC^۲ \times BN = BC(AN^۲ + BN \times NC) \Rightarrow ۶^۲ \times ۲ + (۲\sqrt{۷})^۲ \times ۶ = ۸(AN^۲ + ۶ \times ۲)$$

$$\Rightarrow ۷۲ + ۱۶۸ = ۸(AN^۲ + ۱۲) \Rightarrow ۲۴۰ = ۸(AN^۲ + ۱۲) \Rightarrow ۳۰ = AN^۲ + ۱۲ \Rightarrow AN^۲ = ۱۸ \Rightarrow AN = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **گام اول (به دست آوردن طول قطعات AE و AD):**

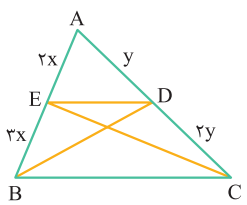
به کمک قضیهٔ نیمسازها در مثلث ABC داریم:



$$\begin{cases} \text{نیمساز است CE:} \ \frac{AE}{BE} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow AE = ۲x, BE = ۳x \\ \text{نیمساز است BD:} \ \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow AD = y, DC = ۲y \end{cases}$$

گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال):

با توجه به این‌که مثلث‌های AED و ABC در رأس A مشترک هستند، پس مساحت هر کدام از آن‌ها را برحسب زاویهٔ A نوشته و سپس نسبت مساحت‌ها را به دست می‌آوریم:



$$\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲}AE.AD.\sin A}{\frac{۱}{۲}AB.AC.\sin A} = \frac{(۲x)(y)}{(۵x)(۳y)} = \frac{۲}{۱۵}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک دوازدهم: فیزیک (۳): صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۵۶

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی برای این‌که ناحیهٔ طیف موج الکترومغناطیسی را تشخیص دهیم، باید طول موج آن را به دست آوریم. برای این کار داریم: (دقت کنید! چون hc برحسب eV.nm و انرژی برحسب eV است، پس طول موج برحسب nm به دست می‌آید.):

$$E=\frac{hc}{\lambda} \Rightarrow ۸=\frac{۱۲۴۰}{\lambda} \Rightarrow \lambda=۱۵۵\ nm$$

با توجه به این‌که طول موج برابر ۱۵۵nm، یعنی کم‌تر از طول موج نور بنفش است، پس این موج در ناحیهٔ فرابنفش قرار دارد.

۵۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی چون دو لامپ داریم، پس از رابطهٔ $P=\frac{E}{t}$ به صورت نسبتی استفاده می‌کنیم (مشخصات نور آبی را با زیروند ۱ و مشخصات نور قرمز را با زیروند ۲ نشان می‌دهیم):

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{E_۲}{E_۱}\times\frac{t_۱}{t_۲} \xrightarrow{E=\frac{nhc}{\lambda}} \frac{P_۲}{P_۱}=\frac{n_۲}{n_۱}\times\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲}\times\frac{t_۱}{t_۲} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{۱۰۰}=۱\times\frac{۵۰۰}{۷۰۰}\times\frac{t_۱}{۶۰}$$

$$\Rightarrow t_{۱=t}=۱۶۸\ s \quad \text{یا} \quad t_{۱=t}=۲\ min, ۴۸\ s$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی روش اول: عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح فلز از بسامدی موسوم به بسامد آستانه کم‌تر باشد، فوتون‌ها حداقل انرژی لازم برای خارج‌کردن الکترون از فلز را ندارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد، ولی اگر بسامد نور تابیده‌شده بر سطح فلز از بسامد آستانه بیشتر باشد، فوتون‌ها حداقل انرژی لازم برای خارج‌کردن الکترون از فلز را دارند و پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد. حالا اگر از نوری با بسامد بیشتر استفاده کنیم (در صورتی که پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ دهد)، آن‌گاه الکترون‌های خارج‌شده از فلز (فوتوالکترون‌ها) انرژی جنبشی بیشتری خواهند داشت. ✓

ب و پ) اگر شدت نوری را که فوتون‌های آن حداقل انرژی لازم برای وقوع پدیدهٔ فوتوالکتریک را دارند، افزایش دهیم (با ثابت‌ماندن بسامد) در حقیقت تعداد فوتون‌ها را افزایش داده‌ایم؛ بنابراین تعداد فوتون‌هایی که با الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کنند، افزایش می‌یابد و در نتیجه تعداد فوتوالکترون‌ها بیشتر می‌شود، در حالی که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بدون تغییر می‌ماند. ✗

ت) بسامد آستانه به جنس فلز بستگی دارد؛ بنابراین اگر نوری را به فلزی بتابانیم که بسامد آستانهٔ آن کم‌تر از بسامد آستانهٔ فلز دیگری می‌باشد، انرژی جنبشی سست‌ترین الکترون فلز با بسامد آستانهٔ کم‌تر، بیشتر ازسست‌ترین الکترون فلز دیگر است. ✓

روش دوم: براساس معادلهٔ $K=hf-W$ و با توجه به ثابت‌بودن مقدار h، انرژی جنبشی (K)، فقط به بسامد نور فرودی (f) و جنس فلز (W) بستگی دارد.

۵۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف) چون نور فرابنفش توانسته است فوتوالکترون‌ها را آزاد کند، پس پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد؛ بنابراین اگر شدت نور فرابنفش را افزایش دهیم، تعداد فوتون‌های بیشتری با الکترون‌های صفحهٔ T برهم‌کنش می‌کنند و در نتیجه تعداد فوتوالکترون‌ها بیشتر شده و جریان الکتریکی افزایش می‌یابد، پس گالوانومتر عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد.

ب) بسامد پرتو ایکس از بسامد نور فرابنفش بیشتر است، بنابراین انرژی فوتون‌های پرتو ایکس از انرژی فوتون‌های فرابنفش بیشتر است؛ در نتیجه انرژی جنبشی سست‌ترین الکترون‌ها افزایش می‌یابد.

پ) در پدیدهٔ فوتوالکتریک، وقتی نوری تکفام بر سطح فلزی می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند.

ت) اگر شدت نور فرابنفش را افزایش دهیم، در حقیقت تعداد فوتون‌ها را افزایش داده‌ایم؛ بنابراین تعداد فوتون‌هایی که با الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کنند، افزایش می‌یابد و در نتیجه تعداد فوتوالکترون‌ها بیشتر می‌شود، در حالی که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بدون تغییر می‌ماند.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به رابطهٔ $\lambda=\frac{c}{f}$، با $\frac{۱}{۲}$ برابر شدن طول موج نور فرودی، بسامد آن ۲ برابر می‌شود؛ زیرا:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{f_۱}{f_۲} \xrightarrow{\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{۱}{۲}} f_۲=۲f_۱$$

Telegram: @konkur_in

رشته ریاضی
آزمون نهم حضوری

www.konkur.in

برای این‌که بتوانیم تندی سریع‌ترین فوتوالکترون‌ها در هر دو حالت را مقایسه کنیم، باید انرژی جنبشی آن‌ها را در این دو حالت به دست آوریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow \begin{cases} K_{max_1} = hf - W_0 \\ K_{max_2} = h(2f) - W_0 \end{cases}$$

حالا می‌توانیم بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها در حالت دوم را با حالت اول مقایسه کنیم:

$$\frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \frac{h(2f) - W_0}{hf - W_0} \xrightarrow{\text{اضافه و کم کردن } W_0 \text{ در صورت}} \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \frac{h(2f) - W_0 + W_0 - W_0}{hf - W_0} = \frac{2hf - 2W_0 + W_0}{hf - W_0}$$

$$\Rightarrow \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \frac{2(hf - W_0) + W_0}{hf - W_0} = 2 + \frac{W_0}{hf - W_0} \Rightarrow \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} > 2$$

در آخر با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توانیم نسبت $\frac{v_2}{v_1}$ را که در این‌جا همان n است، به دست آوریم:

$$(\frac{v_2}{v_1})^2 > 2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{v_2}{v_1} > \sqrt{2} \xrightarrow{\frac{v_2}{v_1}=n} n > \sqrt{2}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی تابع کار فلز را با توجه به نمودار به دست می‌آوریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow 7/5 = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^{15} - W_0 \Rightarrow W_0 = 4/5 \text{ eV}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی چون الکترون با جذب فوتون از مدار n به مدار n' می‌رود، پس انرژی فوتون برابر با اختلاف انرژی بین این دو مدار است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow (\frac{-E_R}{n'^2}) - (\frac{-E_R}{n^2}) = \frac{4/08 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} \quad (\text{تبدیل J به eV})$$

$$\xrightarrow{E_R = 13/6 \text{ eV}} (\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}) \times 13/6 = 2/55$$

$n = 2 , n' = 4$

n و n' را حساب نکنید! با توجه به مقادیر E_n در درس‌نامه، حدس بزنید!

در آخر با استفاده از رابطهٔ $r_n = a_0 n^2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{r_n}{r_{n'}} = (\frac{n}{n'})^2 \Rightarrow \frac{r_n}{r_{n'}} = (\frac{2}{4})^2 = \frac{1}{4}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی چون الکترون در اولین حالت برانگیخته قرار دارد، پس در مدار $n = 2$ است. برای این‌که این الکترون به تراز بالاتر برود، باید به آن فوتونی بتابانیم. طبق رابطهٔ $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$، تغییر انرژی الکترون، با طول موج، نسبت وارون دارد؛ پس بلندترین طول موج، مربوط به کم‌ترین تغییر انرژی است. به این ترتیب، الکترون باید به نزدیک‌ترین مدار بالاتر از خود، یعنی مدار سوم برود؛ به عبارت دیگر الکترون باید از مدار $n = 2$ به مدار $n = 3$ برود؛ بنابراین برای مقایسهٔ شعاع مدار و انرژی الکترون در این انتقال می‌توانیم بنویسیم:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_3}{r_2} = (\frac{n_3}{n_2})^2 \Rightarrow \frac{r_3}{r_2} = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} \qquad E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_3}{E_2} = (\frac{n_2}{n_3})^2 \Rightarrow \frac{E_3}{E_2} = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

طبق مدل اتم هسته‌ای (مدل رادرفورد)، اگر الکترون‌ها به دور هسته در گردش باشند، این حرکت پایدار نمی‌ماند، زیرا حرکت مداری الکترون به دور هسته، شتاب‌دار است. طبق فیزیک کلاسیک، این حرکت شتاب‌دار الکترون، باعث تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود که بسامد آن، با بسامد حرکت مداری الکترون برابر است. با تابش موج الکترومغناطیسی توسط الکترون، از انرژی آن کاسته می‌شود. این کاهش انرژی باعث می‌شود که شعاع مدار الکترون به دور هسته به تدریج کوچک‌تر و بسامد حرکت آن به تدریج بیشتر شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

این افزایش تدریجی بسامد حرکت مداری الکترون‌ها، باعث می‌شود تا بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده نیز به تدریج زیاد شود. به این ترتیب باید طیف امواج الکترومغناطیسی گسیل شده از اتم، پیوسته باشد و الکترون پس از گسیل پی‌درپی امواج الکترومغناطیسی روی هسته فروافتد؛ نتیجه‌ای که هم با واقعیت ناسازگار است و هم با طیف خطی گسیل شده توسط اتم‌ها جور درنمی‌آید.

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی طبق رابطهٔ $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$، تغییر انرژی الکترون بین دو تراز، با طول موج فوتون، نسبت وارون دارد؛ پس بلندترین طول موج مربوط به کم‌ترین تغییر انرژی است؛ یعنی هنگامی که الکترون از تراز $n = ۳$ به تراز $n' = ۲$ می‌رود، فوتونی تابش می‌کند که طول موج این فوتون بلندترین طول موج رشتهٔ بالمر است. انرژی فوتون تابش‌شده برابر با اختلاف انرژی دو مدار ابتدایی و نهایی است.

$$E_{\text{فوتون}} = E_۳ - E_۲ \xrightarrow{E_n = -\frac{E_R}{n^۲}} E_{\text{فوتون}} = -\frac{E_R}{(۳)^۲} - (-\frac{E_R}{(۲)^۲}) = -\frac{E_R}{۹} + \frac{E_R}{۴} = \frac{۵}{۳۶}E_R$$

$$\xrightarrow{E_R = ۱۳/۶\,eV} E_{\text{فوتون}} = \frac{۵}{۳۶} \times ۱۳/۶ = \frac{۱۷}{۹}\,eV$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی هنگامی که الکترون اتم هیدروژن در مدار $n = ۳$ است، در حالت برانگیختهٔ دوم قرار دارد. اگر به این الکترون فوتونی بتابانیم که انرژی این فوتون برابر با اختلاف انرژی بین دو مدار باشد، آن‌گاه الکترون به مدار ثانویه گذار می‌کند. طبق رابطهٔ $\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$، تغییر انرژی الکترون بین دو تراز، با طول موج فوتون، نسبت وارون دارد؛ پس بیشترین طول موج فوتون مربوط به کم‌ترین تغییر انرژی است؛ یعنی وقتی الکترون از مدار $n = ۳$ به مدار $n = ۴$ برود؛ بنابراین انرژی این فوتون برابر است با:

$$E_۴ - E_۳ = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow -\frac{E_R}{(۴)^۲} - (-\frac{E_R}{(۳)^۲}) = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E_R}{۹} - \frac{E_R}{۱۶} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\xrightarrow[hc = ۱۲۴۰\,eV.nm]{E_R = ۱۳/۶\,eV} \frac{۷}{۱۶ \times ۹} \times ۱۳/۶ = \frac{۱۲۴۰}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۶ \times ۹ \times ۱۲۴۰}{۷ \times ۱۳/۶} \Rightarrow \lambda \simeq ۱۸۷۶\,nm$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** هنگامی که الکترون از مدار $n = \infty$ به مدار $n' = ۱$ منتقل می‌شود، فوتونی گسیل می‌شود که طول موج آن، کوتاه‌ترین طول موج رشتهٔ لیمان است. با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda_۱} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{\infty^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۱} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱^۲}) \Rightarrow \lambda_۱ = ۱۰۰\,nm$$

گام دوم: هنگامی که الکترون از مدار $n = ۲$ به مدار $n' = ۱$ منتقل می‌شود، فوتونی گسیل می‌شود که طول موج آن بلندترین طول موج رشتهٔ لیمان است. مجدداً با استفاده از رابطهٔ ریدبرگ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{۱}{\lambda_۲} = R(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda_۲} = \frac{۱}{۱۰۰}(\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{۲^۲}) \Rightarrow \lambda_۲ = \frac{۴۰۰}{۳}\,nm$$

گام سوم: بنابراین گسترهٔ طول موج رشتهٔ لیمان برابر است با:

$$\Delta\lambda = \lambda_۲ - \lambda_۱ \xrightarrow[\lambda_۲ = \frac{۴۰۰}{۳}\,nm]{\lambda_۱ = ۱۰۰\,nm} \Delta\lambda = \frac{۴۰۰}{۳} - ۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۳}\,nm$$

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی لیزر امروزه در چاپگرها، در نگاشتن اطلاعات روی CD و DVDها و خواندن آن‌ها، شبکه‌های کابل نوری، اندازه‌گیری دقیق طول، دستگاه‌های جوشکاری و برش فلزات، پژوهش‌های علمی و ... کاربرد دارد؛ هم‌چنین در حرفهٔ پزشکی برای جراحی، برداشتن لکه‌های پوستی، اصلاح دید چشم و دندانپزشکی و ... از لیزر استفاده می‌شود. بنابراین موارد «الف» (اصلاح دید چشم) و «پ» (جوش‌دادن فلزات) از کاربردهای لیزر می‌باشند. توجه کنید که دستگاه لیتوتریپسی، با استفاده از امواج صوتی، سنگ‌های کلیه را به قطعات کوچک تقسیم می‌کند. هم‌چنین، اندازه‌گیری تندی شارش خون با کمک مکان‌یابی پژواکی به همراه اثر دوپلر است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها: ۱) اغلب هسته‌ها، پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرانرژی (پرتو گاما) به حالت پایه می‌رسند. ✓

۲) در واپاشی β^+، یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود، سپس این پوزیترون از هسته گسیل می‌شود. ×

۳) پرتوهای آلفا (α) کم‌ترین نفوذ را دارند و با ورقهٔ نازک سربی با ضخامت ناچیز $(\simeq ۰/۰۱\ mm)$ متوقف می‌شوند، در حالی که پرتوهای بتا (β) مسافت خیلی بیشتری را $(\simeq ۰/۱\ mm)$ در سرب نفوذ می‌کنند. ×

۴) در اثر واپاشی گاما، عدد اتمی (Z) و عدد جرمی (A) هیچ تغییری نمی‌کنند؛ زیرا پرتو گاما از جنس فوتون پرانرژی است. ×

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی می‌دانیم که پرتو β^- نسبت به پرتو α سبک‌تر است. چون ذره در مسیر A بیشتر منحرف شده است؛ یعنی پرتو سبک‌تری بوده و نشان‌دهندهٔ پرتو β^- است. از طرفی چون بار الکتریکی این پرتو منفی است، نیروی الکتریکی‌ای که میدان الکتریکی بر آن وارد می‌کند، در خلاف جهت میدان الکتریکی است؛ با توجه به شکل چون پرتو β^- به سمت بالا منحرف شده است، یعنی جهت نیروی الکتریکی وارد بر این پرتو به سمت بالا است، پس جهت میدان الکتریکی به سمت پایین خواهد بود.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ابتدا معادلهٔ واپاشی را می‌نویسیم:

$$^{۱۰۷}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + ۲\,{}^{۴}_{۲}He + {}^{۰}_{۱}e^{+}$$

تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند یکسان است؛ بنابراین داریم:

$$۱۰۷ = A' + ۲(۴) + ۰ \Rightarrow A' = ۹۹\ ,\ Z = Z' + ۲(۲) + ۱ \Rightarrow Z' = Z - ۵$$

با توجه به این‌که تعداد نوترون‌های هستهٔ Y، $\frac{۵}{۴}$ برابر تعداد پروتون‌هایش است، می‌توانیم بنویسیم:

$$N' = A' - Z' \xrightarrow[Z'=Z-۵]{A'=۹۹\ ,\ N'=\frac{۵}{۴}Z'} \frac{۵}{۴}(Z-۵) = ۹۹-(Z-۵) \Rightarrow Z = ۴۹$$

حالا می‌توانیم تعداد نوترون‌های هستهٔ مادر $(^{۱۰۷}_{۴۹}X)$ را به دست آوریم:

$$N = A - Z \xrightarrow[Z=۴۹]{A=۱۰۷} N = ۱۰۷ - ۴۹ = ۵۸$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گسیل α، عدد اتمی را کاهش می‌دهد؛ پس برای آن‌که بار الکتریکی هسته، ثابت بماند، باید نوعی از ذرهٔ بتا تابش شود که عدد اتمی را افزایش دهد؛ یعنی ذرهٔ β^- گسیل شود؛ بنابراین برای این‌که بار الکتریکی هسته ثابت بماند (عدد اتمی تغییری نکند)، فرض می‌کنیم هسته، M ذرهٔ α و N ذرهٔ β^- تابش می‌کند؛ در این حالت معادلهٔ واپاشی به صورت زیر است:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-۴}_{Z}Y + M(^{۴}_{۲}He) + N(^{۰}_{-۱}e^{-})$$

با توجه به این‌که تعداد نوکلئون‌ها قبل از فرایند با تعداد نوکلئون‌ها پس از فرایند یکسان است، داریم:

$$A = A - ۴ + ۴M + N(۰) \Rightarrow M = ۱ \qquad Z = Z + ۲M + N(-۱) \Rightarrow N = ۲M \xrightarrow{M=۱} N = ۲$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی واپاشی‌های هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم و در هر یک از آن‌ها نسبت عدد اتمی به عدد نوترونی هستهٔ دختر را به دست می‌آوریم:

۱) $^{۲۴}_{۱۱}Na \rightarrow {}^{۲۴}_{۱۲}Y + {}^{۰}_{-۱}e^{-} \Rightarrow \frac{Z'}{N'} = \frac{Z'}{A'-Z'} = \frac{۱۲}{۲۴-۱۲} = ۱$ ×

۲) $^{۲۴}_{۱۱}Na \rightarrow {}^{۲۴}_{۱۰}Y + {}^{۰}_{+۱}e^{+} \Rightarrow \frac{Z'}{N'} = \frac{Z'}{A'-Z'} = \frac{۱۰}{۲۴-۱۰} = \frac{۱۰}{۱۴} = \frac{۵}{۷}$ ✓

۳) $^{۲۴}_{۱۱}Na \rightarrow {}^{۲۰}_{۹}Y + {}^{۴}_{۲}He^{۲+} \Rightarrow \frac{Z'}{N'} = \frac{Z'}{A'-Z'} = \frac{۹}{۲۰-۹} = \frac{۹}{۱۱}$ ×

۴) $^{۲۴}_{۱۱}Na \rightarrow {}^{۲۴}_{۱۱}Y + {}^{۰}_{۰}\gamma \Rightarrow \frac{Z'}{N'} = \frac{Z'}{A'-Z'} = \frac{۱۱}{۲۴-۱۱} = \frac{۱۱}{۱۳}$ ×

پس ذرهٔ X، پوزیترون (β^+) است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که نیمه‌عمر عنصر پرتوزا ۶ ساعت است، بنابراین پس از گذشت ۱۸ ساعت، به اندازهٔ ۳ نیمه‌عمر، سپری می‌شود، زیرا:

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=6h]{t=18h} n=\frac{18}{6}=3$$

اگر جرم اولیهٔ این عنصر را m_0 فرض کنیم، پس از ۱۸ ساعت، به اندازهٔ m_0-140 گرم از این عنصر باقی می‌ماند.

بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$m=\frac{m_0}{2^n} \xrightarrow[n=3]{m=m_0-140} m_0-140=\frac{m_0}{2^3} \Rightarrow \frac{7}{8}m_0=140 \Rightarrow m_0=160g$$

اگر ۱۵ گرم دیگر از این عنصر واپاشی شود، آن‌گاه در کل $(140+15)$ یعنی ۱۵۵ گرم از این عنصر واپاشیده می‌شود؛ بنابراین ۵ یعنی $(160-155)$ گرم از این عنصر باقی می‌ماند. پس داریم:

$$m'=\frac{m_0}{2^{n'}} \xrightarrow[m_0=160g]{m'=5g} 5=\frac{160}{2^{n'}} \Rightarrow 2^{n'}=32=2^5 \Rightarrow n'=5$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا ۱۵۵ گرم از این عنصر واپاشی شود؛ برابر است با:

$$n'=\frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=6h]{n'=5} 5=\frac{t'}{6} \Rightarrow t'=30h$$

$$t'-t=30-18=12h$$

بنابراین اگر ۱۲ ساعت دیگر بگذرد، ۱۵ گرم دیگر از این عنصر دچار واپاشی می‌شود.

$$160g \xrightarrow{6h} 80g \xrightarrow{6h} 40g \xrightarrow{6h} 20g \xrightarrow{6h} 10g \xrightarrow{6h} 5g$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی روش اول:

با توجه به نمودار می‌توانیم بنویسیم:

$$N=\frac{N_0}{2^n} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}N_0=\frac{N_0}{2^{n_1}} \Rightarrow 2^{n_1}=2 \Rightarrow n_1=1 \\ \frac{1}{8}N_0=\frac{N_0}{2^{n_2}} \Rightarrow 2^{n_2}=8 \Rightarrow n_2=3 \end{cases} \Rightarrow n_2-n_1=2$$

بنابراین در مدت ۶ روز به اندازهٔ ۲ نیمه‌عمر سپری شده است؛ پس نیمه عمر این نمونهٔ پرتوزا برابر است با:

$$t=(n_2-n_1)T_{\frac{1}{2}} \xrightarrow[n_1=1,\,n_2=3]{t=6\text{ روز}} 6=(3-1)T_{\frac{1}{2}} \Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=3\text{ روز}$$

حالا باید ببینیم تا روز ششم چند نیمه‌عمر سپری می‌شود. به سادگی می‌توانیم بنویسیم:

$$n'=\frac{t'}{T_{\frac{1}{2}}} \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=3\text{ روز}]{t'=6\text{ روز}} n'=\frac{6}{3}=2$$

حالا می‌توانیم تعداد هسته‌های اولیه را با توجه به تعداد هسته‌های باقی‌مانده از نمونه در روز ششم به دست آوریم:

$$N'=\frac{N_0}{2^{n'}} \xrightarrow[n'=2]{N'=1/2\times10^{20}} 1/2\times10^{20}=\frac{N_0}{2^2} \Rightarrow N_0=4/8\times10^{20}$$

روش دوم:

$$\overbrace{N_0 \rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}N_0 \rightarrow \frac{1}{4}N_0 \rightarrow \frac{1}{8}N_0}_{6\text{ روز}}}^{6\text{ روز}}$$

$$\frac{1}{4}N_0=1/2\times10^{20} \Rightarrow N_0=4/8\times10^{20}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی به هر کدام از پروتون‌ها و یا نوترون‌های درون هستهٔ یک اتم، یک نوکلئون می‌گویند.

$$A = Z + N \Rightarrow \begin{cases} A_۱ = ۱+۱ = ۲ & \text{دوتریم} \\ A_۲ = ۱+۲ = ۳ & \text{تریتیم} \end{cases}$$

بنابراین چون در مجموع ۵ نوکلئون در واکنش گداخت شرکت می‌کنند و $۱۷/۶\,MeV$ انرژی آزاد می‌شود؛ پس انرژی آزادشده به ازای هر نوکلئون برابر با $(\frac{۱۷/۶}{۵} = ۳/۵۲\,MeV)$ است.

فیزیک دهم: فیزیک (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به روش زنجیره‌ای تبدیل یکا می‌توان نوشت:

$$۳۰۰\frac{cm^۳}{s} = ۳۰۰\frac{cm^۳}{s} \times \frac{۱\,L}{۱۰۰۰\,cm^۳} \times \frac{۶۰\,s}{۱\,min} = ۱۸\frac{L}{min}$$

۷۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با توجه به شکل درمی‌یابیم، وسیلهٔ اندازه‌گیری ریزسنج است.

از طرفی با توجه به این‌که ابزار دیجیتال است، دقت آن یک واحد از آخرین رقم نشان داده شده است که معادل با $۰/۰۰۱\,mm$ است.

۷۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$F_{net}\,d\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

- نیرو و جابه‌جایی، هم‌جهت هستند. یعنی $\theta = ۰$ و $\cos\theta = ۱$ است.

$$\xrightarrow[v_۰=۰,\ v=۳۲\,m/s]{d\cos\theta=۱/۵\,m,\ m=۱۵۰\,g=۰/۱۵\,kg} F_{net} \times ۱/۵ = \frac{۱}{۲}\times ۰/۱۵ \times (۳۲^۲ - ۰) \Rightarrow F_{net} = ۵۱/۲\,N$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که نیروهای اتلاف ناچیز هستند، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت: (مبدأ پتانسیل گرانشی، زمین فرض می‌شود.)

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۱^۲ + gh_۱ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + gh_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times(۸^۲) + ۱۰\times ۱/۸ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + ۱۰\times ۳ \Rightarrow ۳۲ + ۱۸ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + ۳۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۲^۲ = ۲۰ \Rightarrow v_۲^۲ = ۴۰ \Rightarrow v_۲ = ۲\sqrt{۱۰}\,m/s$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که نیروهای اتلافی (مقاومت هوا) نداریم، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت: (مبدأ پتانسیل گرانشی، زمین فرض شود.)

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow K_۲ + U_۲ = K_۱ + U_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + gh_۲ = \frac{۱}{۲}v_۱^۲ + gh_۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times(۲۴^۲) + ۱۰H = \frac{۱}{۲}\times(۳۰^۲) + ۳۰ \Rightarrow ۲۸۸ + ۱۰H = ۴۵۰ + ۳۰ \Rightarrow ۱۰H = ۱۹۲ \Rightarrow H = ۱۹/۲\,m$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی طبق قضیهٔ کار ـ انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow[\Delta K = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)]{W_t = W_{mg} + W_{f_D}} W_{mg} + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲) \xrightarrow{W_{mg} = +mgh} mgh + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}m(v^۲ - v_۰^۲)$$

$$\xrightarrow[v_۰=۳۰\,m/s,\ v=۵\,m/s]{m=۸۰\,kg,\ h=۱۰۰۰\,m} ۸۰\times ۱۰\times ۱۰۰۰ + W_{f_D} = \frac{۱}{۲}\times ۸۰\times(۲۵ - ۹۰۰) \Rightarrow W_{f_D} = -۸۰۰۰۰۰ - ۳۵۰۰۰ = -۸۳۵\times ۱۰^۳\,J$$

$$\xrightarrow{۱۰^۳\,J = ۱\,kJ} W_{f_D} = -۸۳۵\,kJ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** کار کل انجام‌شده توسط موتور برابر تغییر انرژی جنبشی آن است؛ پس داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) = \frac{۱}{۲}\times ۱۲۰۰\times(۲۰^۲ - ۵^۲) = ۶۰۰\times ۳۷۵$$

گام دوم: حال به کمک رابطهٔ $P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t}$، کم‌ترین توان متوسط موتور خودرو را حساب کنیم:

$$P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{۶۰۰\times ۳۷۵}{۳} = ۷۵۰۰۰\ W = ۷۵\ kW$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ زیرا وقتی گفته می‌شود جوسنج به درستی فشار هوای محیط را نشان می‌دهد، یعنی در انتهای لوله خلاء است.

ب) درست؛ زیرا وقتی میزان بالاآمدن جیوه داخل جوسنجی که به درستی فشار محیط را نشان می‌دهد، ۷۴ سانتی‌متر است؛ بنابراین فشار هوای محیط ۷۴ cmHg است.

پ) درست

ت) نادرست؛ با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار هوا کاهش می‌یابد؛ در نتیجه میزان بالاآمدن مایع داخل جوسنج کاهش می‌یابد.

بنابراین موارد «الف» و «ت» نادرست‌اند.

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به این‌که ستون به صورت جامد منشوری فرض می‌شود، برای محاسبهٔ فشار ناشی از شاره (هوا) می‌توان از رابطهٔ $P = \frac{W}{A}$ استفاده کرد؛ بنابراین می‌توان نوشت:

(W: وزن ستون هوای بالای ارتفاع مورد نظر)

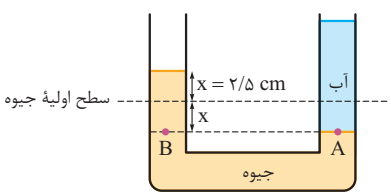
$$P = \frac{W}{A} \Rightarrow P_۱ - P_۲ = \frac{W_۱}{A} - \frac{W_۲}{A} \xrightarrow[P_۲=۳۰\ kPa=۳\times ۱۰^۴\ Pa]{P_۱=۱۰۰\ kPa=۱۰^۵\ Pa\ ,\ A=۱\ m^۲} ۱۰^۵ - ۳\times ۱۰^۴ = \frac{W_۱ - W_۲}{۱} \Rightarrow ۷\times ۱۰^۴ = W_۱ - W_۲$$

بنابراین وزن ستون هوای بالای سطح زمین از وزن ستون هوای بالای ارتفاع ۹ km از سطح زمین، ۷×۱۰^۴ N بیشتر است؛ در نتیجه وزن هوایی که از سطح زمین تا ارتفاع ۹کیلومتری سطح زمین در این ستون قرار دارد، برابر با ۷×۱۰^۴ N است؛ داریم:

$$mg = ۷\times ۱۰^۴ \Rightarrow m\times ۱۰ = ۷\times ۱۰^۴ \Rightarrow m = ۷\times ۱۰^۳\ kg$$

۸۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به شکل زیر پس از افزودن آب به شاخهٔ سمت راست، فشار نقاط A و B با هم برابرند: (با توجه به این‌که سطح مقطع دو شاخه یکسان است وقتی در شاخهٔ سمت چپ، جیوه ۲/۵ سانتی‌متر بالا می‌رود؛ بنابراین در شاخهٔ سمت راست ۲/۵ سانتی‌متر پایین می‌رود.)



$$P_B = P_A \Rightarrow \cancel{P_۰} + \rho_{جیوه}gh_{جیوه} = \cancel{P_۰} + \rho_{آب}gh_{آب} \Rightarrow \rho_{جیوه}h_{جیوه} = \rho_{آب}h_{آب}$$

$$\xrightarrow[h_{جیوه}=۲x=۵\ cm]{\rho_{جیوه}=۱۳/۶\ g/cm^۳\ ,\ \rho_{آب}=۱\ g/cm^۳} ۱۳/۶\times ۵ = ۱\times h_{آب} \Rightarrow h_{آب} = ۶۸\ cm$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به رابطهٔ $P = \rho gh + P_۰$ می‌توان نوشت:

$$\rho_{آب} = ۱\ g/cm^۳ = ۱۰۰۰\ kg/m^۳$$

$P_۰$ = فشار هوای محیط

$$P = \rho gh + P_۰ \Rightarrow \begin{cases} P_A = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱۰ + ۱۰^۵ = ۲\times ۱۰^۵\ Pa \\ P_B = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱۰ + ۱۰^۵ = ۲\times ۱۰^۵\ Pa \\ P_C = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۵ + ۱۰^۵ = ۱/۵\times ۱۰^۵\ Pa \end{cases}$$

بنابراین با مقایسهٔ فشارها در نقاط A، B و C داریم:

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{۲\times ۱۰^۵}{۱/۵\times ۱۰^۵} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow P_A = \frac{۴}{۳}P_C \xrightarrow{P_A=P_B} P_A = P_B = \frac{۴}{۳}P_C$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** ابتدا تغییر دما را برحسب سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = ۱/۸\Delta\theta \Rightarrow (۱۱۷-۴۵) = ۱/۸\Delta\theta \Rightarrow ۷۲ = ۱/۸\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۴۰\ ^\circ C$$

گام دوم: سپس با استفاده از رابطهٔ انبساط خطی، ΔL را به دست می‌آوریم: (همان فاصله‌ای است که باید بین قطعه‌ها باشد.)

$$\Delta L = L_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow \Delta L = ۲۵\times۱۴\times۱۰^{-۶}\times۴۰ \Rightarrow \Delta L = ۱۴\times۱۰^{-۳}\ m = ۱۴\ mm = ۱/۴\ cm$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به قانون پایستگی انرژی و نداشتن اتلاف گرما، جمع جبری گرمای مبادله‌شدهٔ مواد برابر با صفر است؛ داریم:

$$\begin{cases} Q_۱: \text{گرمایی که گرماسنج مسی می‌گیرد.} & Q_۱ > ۰ \\ Q_۲: \text{گرمایی که آب درون گرماسنج می‌گیرد.} & Q_۲ > ۰ \\ Q_۳: \text{گرمایی که قطعه دریافت می‌کند.} & Q_۳ > ۰ \\ Q_۴: \text{گرمایی که آب افزوده‌شده از دست می‌دهد.} & Q_۴ < ۰ \end{cases}$$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ + Q_۴ = ۰ \Rightarrow m_۱c_۱\Delta\theta_۱ + m_۲c_۲\Delta\theta_۲ + m_۳c_۳\Delta\theta_۳ + m_۴c_۴\Delta\theta_۴ = ۰$$

$$\xrightarrow[m_۱=۰/۲kg, m_۲=۰/۰۵kg, m_۳=۰/۰۸kg, m_۴=۰/۱kg]{\Delta\theta_۱=\Delta\theta_۲=\Delta\theta_۳=۴۵-۲۰=۲۵\ ^\circ C, \Delta\theta_۴=۴۵-۶۵=-۲۰\ ^\circ C} ۰/۲\times۴۰۰\times۲۵ + ۰/۰۵\times۴۲۰۰\times۲۵ + ۰/۰۸\times c\times۲۵ + ۰/۱\times۴۲۰۰\times(-۲۰) = ۰$$

$$\Rightarrow ۲۰۰۰ + ۵۲۵۰ + ۲c = ۸۴۰۰ \Rightarrow ۲c = ۱۱۵۰ \Rightarrow c = ۵۷۵\ \frac{J}{kg\ ^\circ C}$$

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی m گرم از این آب گرما از دست می‌دهد و یخ می‌بندد و بقیهٔ آب گرمایی را که m گرم از دست داده، می‌گیرد و در دمای صفر درجه تبخیر می‌شود؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم، مقدار گرمایی را که m گرم آب از دست داده تا یخ ببندد، برابر گرمایی است که « $۳۴۰-m$ » گرم آب گرفته تا تبخیر شود:

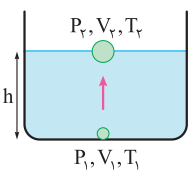
$$|Q_{\text{انجماد}}| = Q_{\text{تبخیر}} \Rightarrow mL_F = (۳۴۰-m)L_V$$

$$\Rightarrow m\times۸۰c_{\text{آب}} = (۳۴۰-m)۶۰۰c_{\text{آب}} \Rightarrow ۲m = (۳۴۰-m)\times۱۵ \Rightarrow ۱۷m = ۳۴۰\times۱۵ \Rightarrow m = \frac{۳۴۰\times۱۵}{۱۷} = ۳۰۰\ g$$

بنابراین در اثر تبخیر $۴۰\ g$ آب، $۳۰۰\ g$ آب یخ می‌بندد.

۸۶- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی **گام اول:** در لحظهٔ تشکیل حباب و هم‌چنین لحظه‌ای که حباب به سطح آب می‌رسد، فشار را به دست می‌آوریم:



$$P_۱ = \rho.g.h + P_۰ \Rightarrow P_۱ = ۱۰۰۰\times۱۰\times۱۸ + ۱۰^۵ = ۲/۸\times۱۰^۵\ Pa$$

$$P_۲ = P_۰ \Rightarrow P_۲ = ۱۰^۵\ Pa$$

گام دوم: با توجه به معادلهٔ حالت، نسبت حجم حباب در دو حالت را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \xrightarrow{n_۱=n_۲} \frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \xrightarrow[T_۱=۲۷۳+۷=۲۸۰\ K,\ T_۲=۲۷۳+۲۷=۳۰۰\ K]{P_۱=۲/۸\times۱۰^۵\ Pa,\ P_۲=۱۰^۵\ Pa} \frac{۲/۸\times۱۰^۵\times V_۱}{۲۸۰} = \frac{۱۰^۵\times V_۲}{۳۰۰}$$

$$\Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۲/۸\times۳۰}{۲۸} = ۳$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی طبق معادلهٔ حالت داریم:

$$\frac{P_۱V_۱}{n_۱T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{n_۲T_۲} \xrightarrow{n_۱=n_۲} \frac{P_۱V_۱}{T_۱} = \frac{P_۲V_۲}{T_۲} \xrightarrow[T_۱=۷+۲۷۳=۲۸۰\ K,\ T_۲=۷۷+۲۷۳=۳۵۰\ K]{P_۱=۱۴+۱=۱۵\ atm,\ V_۱=۱۲\ L,\ V_۲=۲۵\ L} \frac{۱۵\times۱۲}{۲۸۰} = \frac{P_۲\times۲۵}{۳۵۰} \Rightarrow P_۲ = ۹\ atm$$

با توجه به این‌که فشار مطلق در حالت دوم $۹\ atm$ است؛ بنابراین عدد فشارسنج که فشار پیمانه‌ای است، برابر با $۹-۱=۸\ atm$ است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی عبارات:

عبارت «الف» درست است، زیرا در هر سه فرایند تغییر دما یکسان است؛ بنابراین با توجه به درس‌نامه، تغییر انرژی درونی هر سه فرایند یکسان است.

$$\Delta U_{ac} = \overset{\circ}{Q}_{ac} + W_{ac}$$

عبارت «ب» نادرست است.

عبارت «پ» درست است.

$$\Delta U_{ab} = \Delta U_{ad} \Rightarrow Q_{ab} + W_{ab} = Q_{ad} + \overset{\circ}{W}_{ad} \Rightarrow Q_{ad} < Q_{ab}$$

بنابراین «الف»و «پ» درست هستند.

۸۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به معادلهٔ حالت داریم:

$$\frac{P_1V_1}{n_1T_1} = \frac{P_2V_2}{n_2T_2} \xrightarrow[n_1=n_2]{P_1=P_2} \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \xrightarrow[T_1=27+273=300\,K]{V_1=2\,L,\ V_2=1/5\,L} \frac{2}{300} = \frac{1/5}{T_2} \Rightarrow T_2 = 225\,K$$

از طرفی طبق رابطهٔ کار در فشار ثابت داریم:

$$W = -P\Delta V \Rightarrow W = -3\times10^5 \times (1/5\times10^{-3} - 2\times10^{-3}) = 3\times10^5 \times 0/5\times10^{-3} = 150\,J$$

۹۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} AB: \text{فرایند هم‌حجم} \xrightarrow{W_{AB}=0} \Delta U_{AB} = Q_{AB} \\ BC: \text{فرایند هم‌فشار} \Rightarrow \Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} \\ CA: \text{فرایند هم‌دما} \xrightarrow{\Delta T=0} \Delta U_{CA} = 0 \end{cases}$$

با توجه به این‌که $\Delta U_{\text{چرخه}} = 0$ است، می‌توان نوشت:

$$\Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \overset{\circ}{\Delta U_{CA}} = 0 \Rightarrow Q_{AB} + Q_{BC} + W_{BC} = 0 \xrightarrow[Q_{BC}=4200\,J]{Q_{AB}=-3000\,J} -3000 + 4200 + W_{BC} = 0$$

$$\Rightarrow W_{BC} = -1200\,J \xrightarrow{W_{BC}=-P\Delta V} -1200 = -6\times10^5 \times \Delta V \Rightarrow \Delta V = 2\times10^{-3}\,m^3 = 2\,L$$

$$\xrightarrow{\Delta V = V_C - 4} V_C - 4 = 2 \Rightarrow V_C = 6\,L$$

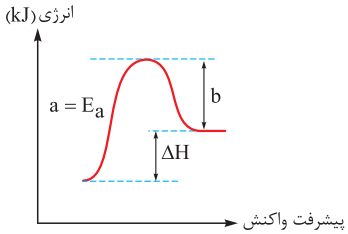
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی: شیمی (۳): صفحه‌های ۸۹ تا ۱۲۱

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آنتالپی یک واکنش، برابر تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها است که با حاصل $(a-b)$ در نمودار برابر است.



$$\Delta H = a - b < E_a$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) اگر انرژی ذرات واکنش‌دهنده کم‌تر از انرژی فعال‌سازی واکنش باشد، واکنش انجام نمی‌شود (واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نمی‌شوند.)

۳) واکنش مورد نظر گرماگیر است؛ اما واکنش حذف NO در مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی $(2NO \rightarrow N_2 + O_2)$، گرماده می‌باشد.

۴) در واکنش‌های گازی گرماگیر، مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده بیشتر از مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده است.

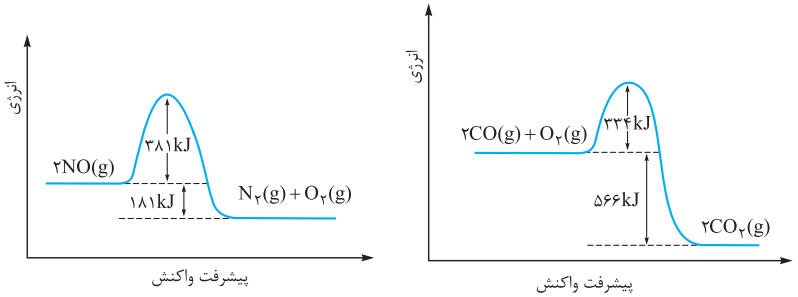
$$\Delta H = \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{matrix}\right]$$

مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده < مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده $\Rightarrow \Delta H > 0 \Rightarrow$ واکنش گرماگیر

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با توجه به جدول صفحهٔ ۹۹ کتاب درسی شیمی ۳، مقدار CO خروجی از اگزوز خودروها $(5/99\ g)$ بیشتر از مقدار NO $(1/04\ g)$ است.

انرژی فعال‌سازی تبدیل CO به CO_2، ۳۳۴ kJ و E_a تبدیل NO به N_2، ۳۸۱ kJ است.



۹۳- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت سوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- واکنش مورد نظر، گرماگیر است؛ بنابراین در آن گرما آزاد نمی‌شود. در واقع به ازای تولید ۳ مول گاز Y، ۱۶/۵ کیلوژول گرما جذب می‌شود.

$$D_2 + X \rightarrow 2Y + Z \qquad \Delta H = 11\ kJ$$

$$3\ mol\ Y \times \frac{11\ kJ}{2\ mol\ Y} = 16/5\ kJ$$

- واکنش‌های سوختن برخلاف واکنش مورد نظر، گرماده هستند و در آن‌ها، سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است.
- با استفاده از کاتالیزگر، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.
- کاتالیزگر انرژی فعال‌سازی واکنش را کاهش می‌دهد، اما تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها (ΔH) در حضور کاتالیزگر یا عدم حضور آن ثابت است و تغییری نمی‌کند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

$$NO(g)+NO_2(g)+2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g)+3H_2O(g)$$

(N در NH_3: -3 ، N در N_2: 0)

در این واکنش، عدد اکسایش نیتروژن از ۳− در آمونیاک به صفر در N_2 می‌رسد؛ با توجه به ضریب آمونیاک در معادله، می‌توان گفت براساس معادلهٔ موزانه‌شده، ۶ الکترون در این واکنش مبادله می‌شود:

تعداد الکترون‌های مبادله‌شده = (تعداد اتم N) × (تغییر عدد اکسایش N در NH_3) × (ضریب NH_3) $= 2\times 1\times 3 = 6$

$$\Rightarrow 1\,mol\,NO \sim 1\,mol\,NO_2 \sim 6\,mol\,e^-$$

$$\frac{\text{جرم}}{\underbrace{\text{جرم مولی}\times\text{ضریب}}_{NO+NO_2}} = \frac{\text{تعداد الکترون}}{\underbrace{\text{عدد آووگادرو}\times\text{ضریب}}_{e^-}} \Rightarrow \frac{x}{(1\times 30)+(1\times 46)} = \frac{7/224\times 10^{23}}{6\times 6/02\times 10^{23}} \Rightarrow x = 0/2\times 76 = 15/2\,g$$

(۱/۲ روی صورت، ۱ روی مخرج)

۹۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی اگر حجم ظرف واکنش را V لیتر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$K = \frac{[CH_4][H_2S]^2}{[CS_2][H_2]^4} \Rightarrow 1/25\times 10^6 = \frac{\frac{0/5}{V}\times(\frac{1}{V})^2}{\frac{0/1}{V}\times(\frac{0/1}{V})^4} = \frac{0/5\times V^2}{0/1\times(0/1)^4} \Rightarrow 1/25\times 10^6\times 10^{-5} = \underbrace{0/5}_{\frac{1}{2}}V^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 2/5\times 10 = 25 \Rightarrow V = 5\,L$$

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی

- همان‌طور که در نمودار داده‌شده می‌بینید در یک بازهٔ زمانی معین (صفر تا ۲۰ ثانیه)، میزان تغییرات غلظت A و B با هم برابر بوده و نصف تغییرات غلظت C است؛ بنابراین معادلهٔ این واکنش به صورت $A(g) \rightleftharpoons B(g)+2C(g)$ می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:

- با توجه به ثابت‌شدن غلظت مواد شرکت‌کننده در واکنش در ثانیهٔ ۲۰، در این زمان واکنش مورد نظر به تعادل رسیده است و غلظت مواد در ثانیهٔ ۲۰، غلظت تعادلی آن‌ها را نشان می‌دهد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$K = \frac{[B][C]^2}{[A]} = \frac{2\times(4)^2}{2/5} = 12/8$$

- با افزایش فشار، تعادل در جهت تولید تعداد مول‌های گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین تعادل به سمت واکنش‌دهنده یعنی در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

- نسبت سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت‌کننده در یک واکنش برابر با نسبت ضرایب استوکیومتری آن‌ها است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{-\Delta[A]/\Delta t}{\text{ضریب استوکیومتری A}} = \frac{\Delta[B]/\Delta t}{\text{ضریب استوکیومتری B}} = \frac{\Delta[C]/\Delta t}{\text{ضریب استوکیومتری C}}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_B = \frac{2\,mol.L^{-1}}{20\,s\times\frac{1\,min}{60\,s}} = 6\,mol.L^{-1}.min^{-1}$$

- چون با کاهش دما، تعادل در جهت برگشت جابه‌جا شده و مقدار K کاهش یافته است (از ۱۲/۸ به ۷/۵ رسیده است)، تعادل مورد نظر گرماگیر است و علامت ΔH آن مثبت است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی اگر فرض کنیم که شمار مول‌های تعادلی گازهای SO_2، O_2 و SO_3 به ترتیب برابر x، y و z است؛ خواهیم داشت:

$$x+y+z=1$$

تنها مولکول قطبی موجود در سامانه، SO_2 است؛ بنابراین ۴۰ درصد جرمی مخلوط تعادلی را گاز SO_2، ۱۰ درصد جرمی آن را گاز O_2 و $100-(10+40)=50$ درصد جرمی آن را گاز SO_3 تشکیل می‌دهد؛ پس می‌توان گفت که جرم گاز SO_2 موجود در تعادل، ۴ برابر جرم گاز O_2 و جرم گاز SO_3 موجود در آن، ۵ برابر جرم گاز O_2 است:

$$\text{جرم} = \text{شمار مول‌ها} \times \text{جرم مولی} \Rightarrow \begin{cases} \text{جرم } SO_2 = 64x \\ \text{جرم } O_2 = 32y \\ \text{جرم } SO_3 = 80z \end{cases}$$

$$\frac{\text{جرم گاز } SO_2}{\text{جرم گاز } O_2} = 4 \Rightarrow \frac{64x}{32y} = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} = 2 \Rightarrow x = 2y$$

$$\frac{\text{جرم گاز } SO_3}{\text{جرم گاز } O_2} = 5 \Rightarrow \frac{80z}{32y} = 5 \Rightarrow \frac{5z}{2y} = 5 \Rightarrow z = 2y$$

$$x+y+z=1 \xrightarrow[z=2y]{x=2y} 2y+y+2y=1 \Rightarrow 5y=1 \Rightarrow y=\frac{1}{5}=0/2 \Rightarrow x=0/4, z=0/4$$

$$2SO_2(g)+O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$$

$$K=\frac{[SO_3]^2}{[SO_2]^2[O_2]}=\frac{(\frac{0/4}{10})^2}{(\frac{0/4}{10})^2(\frac{0/2}{10})}=\frac{10}{0/2}=\frac{10\times 10}{2}=50$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) تعادل (II)، گرماده است و افزایش دما در آن، باعث جابه‌جایی تعادل در جهت برگشت و مصرف گرما می‌شود؛ بنابراین یون‌های هیدروکسید (OH^-) مصرف می‌شوند و از غلظت آن‌ها کاسته می‌شود؛ در نتیجه pH محلول کاهش می‌یابد.

ب) *درسته که* با کاهش حجم (افزایش فشار) در سامانهٔ تعادلی (I)، تعادل جهت جبران افزایش فشار، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود؛ (زیرا تعداد مول‌های گازی در سمت واکنش‌دهنده کم‌تر است)، اما *هواستون باشه* که با کاهش حجم سامانه، غلظت همهٔ مواد گازی نسبت به تعادل اولیه، افزایش می‌یابد.

پ) با اضافه‌کردن یک باز یا در واقع افزودن یون‌های هیدروکسید (OH^-) به تعادل (II)، سامانه در جهت مصرف این یون‌ها یعنی در جهت برگشت و به سمت چپ جابه‌جا می‌شود.

ت) تعادل (I)، گرماگیر است و با کاهش دما در آن، تعادل برای جبران کم‌شدن دما به سمت چپ و تولید گرما جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین شمار مولکول‌های موجود در ظرف کاهش می‌یابد؛ زیرا تعداد مول‌های گازی در سمت واکنش‌دهنده کم‌تر است.

۹۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی اول بیایید غلظت مواد در تعادل اولیه و نهایی را مقایسه کنیم:

$N_2(g)+3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)+Q$			
	$[NH_3]$	$[H_2]$	$[N_2]$
تعادل اولیه	$\frac{0/4}{0/5}=0/8$	$\frac{0/6}{0/5}=1/2$	$\frac{0/2}{0/5}=0/4$
تعادل نهایی	۰/۹	۱/۰۵	۰/۷

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

با اعمال تغییر، $[N_2]$ و $[NH_3]$ افزایش و $[H_2]$ کاهش یافته است.

حالا بیایید موارد را به ترتیب بررسی کنیم:

۱) افزایش دما: واکنش تولید آمونیاک گرماده است و با افزایش دما، در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود؛ بنابراین $[NH_3]$ کاهش و $[N_2]$ و $[H_2]$ افزایش می‌یابد.

۲) افزایش غلظت گاز نیتروژن: با افزایش غلظت گاز نیتروژن، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و $[H_2]$ کاهش و $[NH_3]$ افزایش می‌یابد. هرچند با جابه‌جایی تعادل در جهت رفت، مقداری از $[N_2]$ کاسته می‌شود، اما با توجه به این‌که تعادل نمی‌تواند به طور کامل اثر تغییر اعمال‌شده را جبران کند، غلظت N_2 در تعادل نهایی، بیشتر از غلظت آن در تعادل اولیه است.

۳) افزایش فشار: با افزایش فشار هرچند تعادل در جهت رفت و مول‌های گازی کم‌تر جابه‌جا می‌شود؛ اما افزایش فشار، غلظت همهٔ مواد گازی را افزایش می‌دهد؛ یعنی غلظت همهٔ مواد در تعادل نهایی باید بیشتر از تعادل اولیه باشد، که در این‌جا نیست!

۴) افزایش غلظت آمونیاک: با افزایش غلظت آمونیاک، تعادل در جهت برگشت (مصرف NH_3) جابه‌جا شده و $[N_2]$ و $[H_2]$ افزایش می‌یابد. هم‌چنین $[NH_3]$ در تعادل نهایی از غلظت آن در تعادل اولیه، بیشتر خواهد بود.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۴

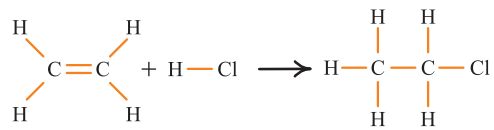
فقط عبارت دوم نادرست است.

پاسخ تشریحی سردکننده باید گاز آمونیاک را مایع کند نه گازهای نیتروژن و هیدروژن را!

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارت اول نادرست و بقیهٔ عبارت‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی معادلهٔ واکنش مورد نظر به صورت روبه‌رو است:



اتن (اتیلن) هیدروژن کلرید کلرواتان

بررسی عبارت‌ها:

- فراوردهٔ واکنش، کلرواتان است که در افشانهٔ بی‌حس‌کنندهٔ موضعی کاربرد دارد. ماده‌ای که به عنوان حلال چسب کاربرد دارد، استری به نام اتیل استات است.
- با انجام واکنش، یک پیوند بین اتم‌های کربن و یک پیوند $H-Cl$ شکسته می‌شود؛ بنابراین می‌توان گفت به ازای مصرف ۱ مول اتن در واکنش، در مجموع دو مول پیوند شکسته می‌شود:

$$۸/۹۶\ L\,C_2H_4 \times \frac{۱\ mol\,C_2H_4}{۲۲/۴\ L\,C_2H_4} \times \frac{۲\ mol\ \text{پیوند}}{۱\ mol\,C_2H_4} \times \frac{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}\ \text{پیوند}}{۱\ mol\ \text{پیوند}} = ۴/۸۱۶\times۱۰^{۲۳}\ \text{پیوند}$$

- فرمول فراوردهٔ واکنش (کلرواتان) به صورت C_2H_5Cl و فرمول وینیل کلرید ($\begin{matrix}H & H\\ | & |\\ C & =C\\ | & |\\ H & Cl\end{matrix}$) به صورت C_2H_3Cl است.

$$\text{جرم مولی } H_2 = \text{جرم مولی } C_2H_3Cl - \text{جرم مولی } C_2H_5Cl$$

- در هر دو طرف معادلهٔ واکنش، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن برابر با -۴ است.

$$C_2H_4 : 2C + 4(+1) = ۰ \Rightarrow 2C = -4$$

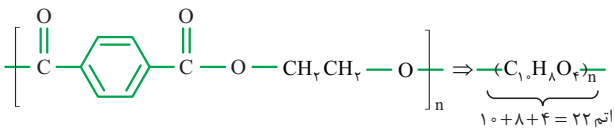
$$C_2H_5Cl : 2C + 5(+1) + (-1) = ۰ \Rightarrow 2C = -4$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- PET از سه نوع عنصر C، H و O تشکیل شده است.



اتم ۲۲ = ۱۰ + ۸ + ۴

- دی‌اسید سازندهٔ PET، ترفتالیک اسید ($HO-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-C_6H_4-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-OH$) است که در ساختار آن، یک حلقهٔ بنزنی و ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

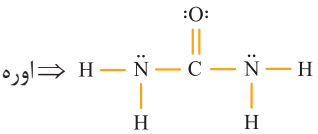
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دی‌اسید و دی‌الکل سازندهٔ PET به ترتیب ترفتالیک اسید $(C_8H_6O_4)$ و اتیلن گلیکول $(C_2H_6O_2)$ است:

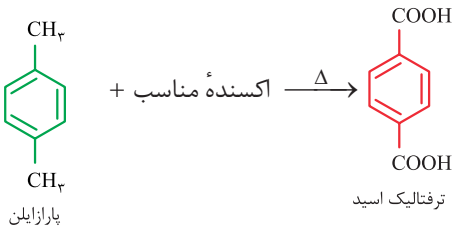
$$\text{جرم مولی } C_8H_6O_4 - \text{جرم مولی } C_2H_6O_2 = \text{جرم مولی } C_6O_2 = (6\times12)+(2\times16) = 104\ g.mol^{-1}$$

در واحد تکرارشوندهٔ PET، ۴ اتم اکسیژن و در نتیجه ۸ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد. در مولکول اوره، ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی و در نتیجه ۸ الکترون ناپیوندی وجود دارد.



۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

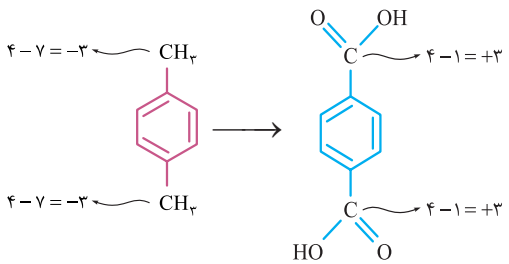
پاسخ تشریحی واکنش داده‌شده، مربوط به تهیهٔ ترفتالیک اسید از پارازایلن است. ترفتالیک اسید (یک دی‌اسید) یکی از مونومرهای پلیمر سازندهٔ بطری آب (PET) است.



ترفتالیک اسید برخلاف پارازایلن، به علت داشتن H متصل به O (داشتن پیوند $O-H$)، می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در این فرایند، عدد اکسایش اتم‌های کربن حلقهٔ بنزنی تغییر نمی‌کند؛ اما عدد اکسایش هر اتم کربن گروه متیل در پارازایلن از ۳− به ۳+ (در هر گروه کربوکسیل در ترفتالیک اسید) می‌رسد:



۲) ترفتالیک اسید $(C_8H_6O_4)$، دارای ۴ اتم اکسیژن است که هر یک از آن‌ها ۲ جفت یا ۴ الکترون ناپیوندی دارد؛ بنابراین در ترفتالیک اسید، $4\times4 = 16$ الکترون ناپیوندی وجود دارد.

شمار پیوندهای اشتراکی در ترفتالیک اسید $(C_8H_6O_4)$: $\frac{\overbrace{(8\times4)}^{C}+\overbrace{(6\times1)}^{H}+\overbrace{(4\times2)}^{O}}{2} = 23$

۳) محلول غلیظ پتاسیم پرمنگنات $(KMnO_4)$ به عنوان اکسنده، به تنهایی شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید را تأمین نمی‌کند؛ مگر آن‌که دمای مخلوط واکنش افزایش یابد. دقت کنید که با افزایش دما اگرچه شرایط انجام واکنش تأمین شده است اما بازده همچنان مطلوب نیست.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۳

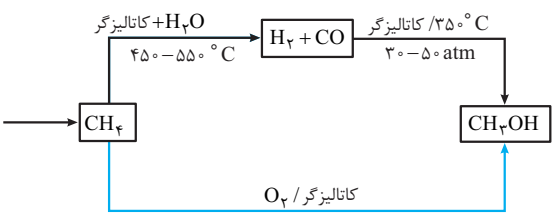
عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم: پلاستیک‌ها به دلیل ویژگی‌هایی مانند چگالی کم، نفوذناپذیری نسبت به هوا و آب، ارزان‌بودن و مقاومت در برابر خوردگی، کاربردهای وسیعی در زندگی پیدا کرده‌اند.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی نمودار روبه‌رو دو روش مستقیم و غیرمستقیم تبدیل متان به متانول را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در روش تولید مستقیم متانول از گاز متان، از کاتالیزگر و گاز اکسیژن (O_2) استفاده می‌شود؛ در صورتی که فراورده‌های واکنش سوختن ناقص هیدروکربن‌ها، گازهای کربن دی‌اکسید (CO_2)، کربن مونوکسید (CO) و آب (H_2O) است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲

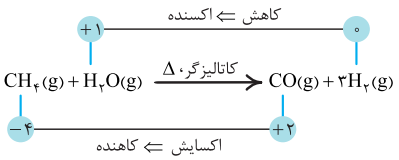
روش غیرمستقیم تولید متانول از گاز متان

مرحلهٔ (۱): $CH_4(g)+H_2O(g) \xrightarrow{\text{کاتالیزگر، }\Delta} CO(g)+3H_2(g) \Rightarrow$ مجموع ضرایب استوکیومتری CO و H_2 $=1+3=4$

مرحلهٔ (۲): $CO(g)+2H_2(g) \xrightarrow[\text{دما و فشار مناسب}]{\text{کاتالیزگر}} CH_3OH(l) \Rightarrow$ مجموع ضرایب استوکیومتری CO و H_2 $=1+2=3$

۳ در روش غیرمستقیم تولید متانول از گاز متان، مادهٔ A یا بخار آب (H_2O)، نقش اکسنده و گاز متان (CH_4)، نقش کاهنده را ایفا می‌کند.

مرحلهٔ اول روش غیرمستقیم تولید متانول از گاز متان



شیمی: شیمی (۱) و شیمی (۲): مفاهیم

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی همهٔ نمودارهای داده‌شده، درست‌اند.

نقطهٔ جوش: $\underbrace{HF}_{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود}} > \underbrace{HBr}_{\text{جرم مولی بیشتر}} > \underbrace{HCl}_{\text{جرم مولی کم‌تر}}$

نقطهٔ جوش: $H_2O > HF > NH_3 > H_2S$

$100\,^\circ C$ (مایع) $\quad 19\,^\circ C$ (گاز) $\quad -33/5\,^\circ C$ (گاز) $\quad -60\,^\circ C$ (گاز)

توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود

نقطهٔ جوش: $\underbrace{NH_3}_{\text{توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود}} > \underbrace{AsH_3}_{\text{مولکول قطبی با جرم مولی بیشتر}} > \underbrace{PH_3}_{\text{مولکول قطبی با جرم مولی کم‌تر}}$

همگی مولکول‌هایی ناقطبی

نقطهٔ جوش: $\underbrace{I_2}_{\text{جرم مولی بیشتر}} > Br_2 > Cl_2 > \underbrace{F_2}_{\text{جرم مولی کم‌تر}}$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۱

همهٔ عبارت‌ها، نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- سنگین‌ترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن، ^3_1H است که دارای یک پروتون و $3-1=2$ نوترون می‌باشد: $\frac{\text{شمار نوترون‌ها}}{\text{شمار پروتون}}=\frac{2}{1}=2$
- تکنسیم ($^{99}_{43}Tc$) یک رادیوایزوتوپ ساختگی است و در طبیعت یافت نمی‌شود.
- ایزوتوپ ^{235}U به عنوان سوخت در راکتورهای اتمی به کار می‌رود؛ بنابراین دانشمندان هسته‌ای طی فرایند غنی‌سازی اورانیم، مقدار ایزوتوپ ^{235}U را در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر افزایش می‌دهند.
- با پیشرفت علم شیمی و فیزیک، انسان می‌تواند عنصرهای دیگر را به طلا تبدیل کند، اما هزینهٔ تولید آن به اندازه‌ای زیاد است که صرفهٔ اقتصادی ندارد.
- نیم‌عمر هر ایزوتوپ نشان می‌دهد که آن ایزوتوپ تا چه اندازه پایدار است و برای ایزوتوپ‌های طبیعی و ساختگی یک عنصر کم‌پرتوزا هستند، به کار می‌رود.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «الف» و «پ» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) ساختار داده‌شده، آلکانی با فرمول مولکولی $C_{12}H_{26}$ است. می‌دانیم که آلکان‌هایی با بیش از ۴ اتم کربن، در دمای $22\,^\circ C$ و فشار $1atm$، حالت فیزیکی مایع دارند، در صورتی که HF، در دمای اتاق گاز است؛ بنابراین می‌توان گفت که نقطهٔ جوش ترکیب داده‌شده از نقطهٔ جوش گاز HF، بیشتر است.

Telegram: @konkur_in

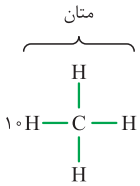
www.konkur.in

ب) فرمول مولکولی نفتالن، $C_{10}H_8$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{شمار اتم‌ها در آلکان } C_{12}H_{26}}{\text{شمار اتم‌ها در نفتالن } (C_{10}H_8)} = \frac{12+26}{10+8} = \frac{38}{18} > 2$$

پ) هر چه شمار اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر بیشتر باشد؛ گرانروی آن‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین گرانروی ترکیب داده‌شده که آلکانی ۱۲کربنه است؛ از گرانروی هپتان که آلکانی ۷کربنه است، بیشتر می‌باشد.

ت)



شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان $C_{12}H_{26} = 37$

شمار پیوندهای اشتراکی در ۱۰ مولکول CH_4: $10 \times 4 = 40 > 37$

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر در اتم هیدروژن، الکترون از لایهٔ پنجم $(n=5)$ به لایهٔ دوم $(n=2)$ انتقال یابد؛ نوری با رنگ نیلی تولید می‌کند.

۲) با توجه به این‌که الکترون در اتم هیدروژن مورد نظر تا لایهٔ پنجم برانگیخته شده است، با بازگشت آن، انتقال‌های زیر امکان‌پذیر است:

۱) $n=5 \rightarrow n=4$ ۲) $n=5 \rightarrow n=3$ ۳) $n=5 \rightarrow n=2$ ۴) $n=5 \rightarrow n=1$ ۵) $n=4 \rightarrow n=3$

۶) $n=4 \rightarrow n=2$ ۷) $n=4 \rightarrow n=1$ ۸) $n=3 \rightarrow n=2$ ۹) $n=3 \rightarrow n=1$ ۱۰) $n=2 \rightarrow n=1$

همان‌طور که می‌بینید؛ ۱۰ خط نشری (مرئی و نامرئی) در طیف هیدروژن وجود دارد. در این‌گونه سؤالات می‌توان از میانبر زیر استفاده کرد:

با در نظر گرفتن n لایه برای اتم هیدروژن، طیف نشری خطی این اتم در مجموع دارای $\frac{n(n-1)}{2}$ خط می‌باشد.

تعداد خطوط طیفی در انتقال الکترون $(n=5)$: $\frac{n(n-1)}{2} = \frac{5\times4}{2} = 10$

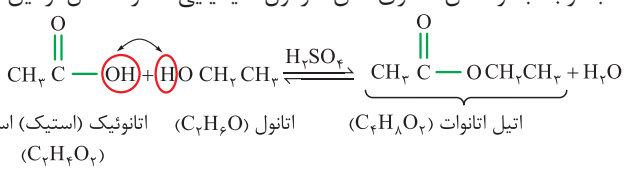
انتقال‌هایی که به لایهٔ اول ختم می‌شوند. $(n=5 \rightarrow n=1, n=4 \rightarrow n=1, n=3 \rightarrow n=1, n=2 \rightarrow n=1)$ در گسترهٔ ناحیهٔ فرابنفش قرار می‌گیرند که ۴ خط می‌باشند.

۳) اگر در اتم هیدروژن، الکترون از لایهٔ پنجم $(n=5)$ به لایهٔ سوم $(n=3)$ انتقال یابد؛ نوری در ناحیهٔ فروسرخ نشر می‌کند که طول موجی بلندتر از ۷۰۰ نانومتر دارد.

۴) اگر در اتم هیدروژن، الکترون تا لایهٔ پنجم $(n=5)$ برانگیخته شود و سپس به لایهٔ اول $(n=1)$ انتقال یابد؛ همهٔ انرژی دریافتی خود را به شکل نوری با طول موج معین (در ناحیهٔ فرابنفش با طول موج کوتاه‌تر از ۴۰۰ نانومتر) از دست می‌دهد نه بخشی از انرژی دریافتی خود را!

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۳

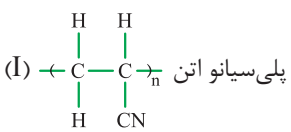
پاسخ تشریحی پرکاربردترین عضو الکل‌های یک‌عاملی، اتانول با فرمول مولکولی C_2H_5OH و پرکاربردترین عضو اسیدهای آلی یک‌عاملی، اتانوئیک (استیک) اسید با فرمول مولکولی CH_3COOH است که با توجه به واکنش استری‌شدن، فرمول شیمیایی استر حاصل از این دو ترکیب به صورت روبه‌رو است:

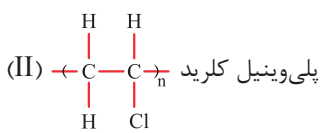


۱۱۱- پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی پلیمر (I)، پلی‌سیانو اتن و پلیمر (II)، پلی‌وینیل کلرید است:

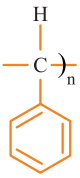




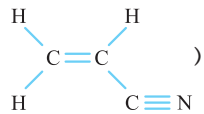
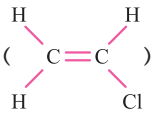
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بررسی عبارت‌ها:

الف) پلی‌استیرن با ساختار  فقط شامل اتم‌های C و H است؛ بنابراین پلیمری هیدروکربنی محسوب می‌شود؛ در صورتی که پلیمرهای (I) و (II)، علاوه بر اتم‌های C و H به ترتیب شامل اتم‌های N و Cl هستند؛ پس پلیمرهای غیرهیدروکربنی محسوب می‌شوند.

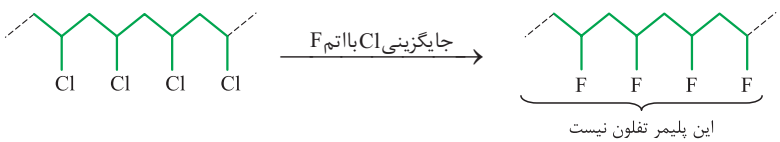
ب) از پلیمر (I) یا همان پلی‌سیانو اتن در تهیهٔ پتو و از پلیمر (II) یا همان پلی‌وینیل کلرید در تهیهٔ کیسهٔ خون استفاده می‌شود. *هواستون باشه!* که پلی‌پروپن در ساخت بدنهٔ سرنگ کاربرد دارد.

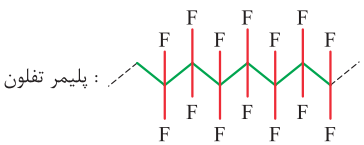
پ) مونومرهای سازندهٔ پلیمرهای (I) و (II) به ترتیب سیانو اتن () و وینیل کلرید () است که هر دو به علت وجود پیوند اشتراکی دوگانه C=C در ساختار خود با برم (Br_2) واکنش می‌دهند و باعث از بین رفتن رنگ قرمز برم، در اثر مصرف این ماده می‌شوند؛ ولی تعداد پیوندهای اشتراکی در این دو مونومر با هم برابر نیست.

تعداد پیوندهای اشتراکی در سیانو اتن = ۹

تعداد پیوندهای اشتراکی در وینیل کلرید = ۶

ت) اگر به جای هالوژن‌ها و اتم‌های هیدروژن موجود در پلیمر (II) یا پلی‌وینیل کلرید، اتم فلوئور قرار گیرد؛ تفلون به دست می‌آید.





۱۱۲- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

حداکثر گنجایش الکترونی لایهٔ پنجم $= 2\times(5)^2 = 50$ ⇒ حداکثر گنجایش الکترونی یک لایه $= 2n^2$

زیرلایه با $l=3$ همان زیرلایهٔ f است که گنجایش ۱۴ الکترون را دارد؛ بنابراین:

$$\text{درصد گنجایش الکترونی زیرلایهٔ f در لایهٔ پنجم} = \frac{\text{گنجایش الکترونی زیرلایهٔ f}}{\text{گنجایش الکترونی لایهٔ پنجم}}\times 100 = \frac{14}{50}\times 100 = \%28$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ و ۲ ابتدا مقدار $n+l$ را برای هر یک از زیرلایه‌ها محاسبه می‌کنیم و با توجه به دو قاعدهٔ زیر، ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را مشخص می‌کنیم:

۱) زیرلایه با مقدار $n+l$ کوچک‌تر، زودتر پر می‌شود.

۲) اگر مقدار $n+l$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه‌ای با n کوچک‌تر یا به عبارت دیگر زیرلایهٔ نزدیک‌تر به هسته، زودتر پر می‌شود.

	n	l	n+l
۶p	۶	۱	۷
۶s	۶	۰	۶
۴f	۴	۳	۷
۵d	۵	۲	۷

⇒ ترتیب پرشدن: $6s \rightarrow 4f \rightarrow 5d \rightarrow 6p$

۳ شمارهٔ هر لایه (n)، تعداد زیرلایه‌های لایهٔ الکترونی را مشخص می‌کند؛ بنابراین در لایهٔ الکترونی چهارم، ۴ زیرلایهٔ s، p، d و f وجود دارد که زیرلایه‌های ۴s و ۴p در دورهٔ چهارم جدول تناوبی، زیرلایهٔ ۴d در دورهٔ پنجم و زیرلایهٔ ۴f در دورهٔ ششم جدول تناوبی از الکترون اشغال می‌شوند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت سوم درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به ساختار داده‌شده، فرمول مولکولی کوکائین، $C_{17}H_{21}NO_4$ است.

عبارت‌های دوم و سوم: در ترکیب داده‌شده، هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت‌الکترون ناپیوندی و هر اتم نیتروژن دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در ساختار: } \overbrace{(4\times2)}^{\text{اتم‌های O}}+\overbrace{(1\times1)}^{\text{اتم N}}=9$$

$$\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی (پیوندهای اشتراکی)}=\frac{(\text{تعداد اتم‌های C}\times4)+(\text{تعداد اتم‌های H}\times1)+(\text{تعداد اتم‌های O}\times2)+(\text{تعداد اتم‌های N}\times3)}{2}$$

$$=\frac{(17\times4)+(21\times1)+(4\times2)+(1\times3)}{2}=\frac{68+21+8+3}{2}=\frac{100}{2}=50$$

$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}=\frac{9}{50}\xrightarrow{\times\frac{2}{2}}\frac{18}{100}=0/18$$

عبارت چهارم: کولار یکی از معروف‌ترین پلی‌آمیدها است که گروه‌های عاملی آمیدی ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-N-$) در آن وجود دارد؛ در حالی که ترکیب داده‌شده، دارای دو گروه عاملی استری ($-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-O-$) و یک گروه عاملی آمینی ($-N-$) می‌باشد.

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی ۱) با اضافه‌کردن سدیم کلرید به محلول، رسوب $AgCl$ تشکیل نشده است ⇐ محلول دارای یون Ag^+ نیست.

۲) با اضافه‌کردن پتاسیم سولفات، رسوب تشکیل شده است. یون سولفات با یون باریم رسوب تشکیل می‌دهد ⇐ محلول دارای یون Ba^{2+} است.

۳) با اضافه‌کردن سدیم هیدروکسید، رسوب قرمزرنگ تشکیل شده است. رسوب $Fe(OH)_3$ به رنگ قرمز می‌باشد ⇐ محلول دارای یون Fe^{3+} است.

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) ۴ عنصر اول دورهٔ سوم (Si, Al, Mg, Na)، سطح براق و درخشان دارند.

ب) سومین نافلز دورهٔ سوم، کلر است. این عنصر در دمای $-200\ ^\circ C$ با گاز هیدروژن واکنش نمی‌دهد. کلر در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن وارد واکنش می‌شود.

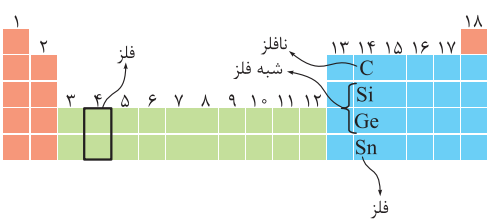
پ) دومین عنصر دورهٔ سوم، فلز منیزیم و چهارمین عنصر این دوره، شبه‌فلز سیلسیم است. این دو عنصر (Mg و Si) نمی‌توانند با یکدیگر ترکیب دوتایی تشکیل دهند. (شبه‌فلزها تمایل به اشتراک الکترون و فلزها تمایل به از دست دادن الکترون دارند.)

ت) سه عنصر Na، Mg و Al (فلزها) توانایی از دست دادن الکترون و ۳ عنصر P، S و Cl، توانایی گرفتن الکترون را دارند.

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی می‌دانیم که در جدول دوره‌ای، عنصرهای گروه‌های ۴ و ۱۴ دارای ۴ الکترون ظرفیتی‌اند.

در پنج دورهٔ اول، دو عنصر گروه ۴ (فلز واسطه) و عنصر قلع از گروه ۱۴، فلز هستند. در میان این عنصرها، فقط کربن نافلز است و ۴ الکترون ظرفیتی دارد؛ هم‌چنین دو عنصر سیلیسیم و ژرمانیم از گروه ۱۴، شبه‌فلز می‌باشند.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در دورهٔ چهارم، عنصرهای گروه‌های ۳ تا ۱۲ (۱۰ عنصر) جزء فلزهای واسطه هستند. از طرفی عنصرهای گروه‌های ۱ و ۲ و عنصر گالیم از گروه ۱۳ ($_{31}Ga$)، جزء فلزهای اصلی (دستهٔ s و p) می‌باشند.

$$\frac{\text{شمار فلزهای واسطه}}{\text{شمار فلزهای اصلی}} = \frac{10}{3}$$

۲) انجام واکنش فلز تیتانیم با آهن (III) اکسید، نشان‌دهندهٔ بیشتربودن واکنش‌پذیری فلز تیتانیم نسبت به فلز آهن است.

۴) واکنش‌پذیری کربن از فلزهای قلیایی کم‌تر است و نمی‌تواند برای استخراج آن‌ها به کار رود.

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) از واکنش یک مول آلکن A با یک مول گاز هیدروژن، یک مول آلکان راست‌زنجیر هگزان به دست آمده است؛ بنابراین آلکن مورد نظر باید راست‌زنجیر و ۶کربنه باشد. برای این آلکن، می‌توان سه ساختار در نظر گرفت:

$C^{1}=C^{2}-C^{3}-C^{4}-C^{5}-C^{6}$ ۱-هگزن

$C^{1}-C^{2}=C^{3}-C^{4}-C^{5}-C^{6}$ ۲-هگزن

$C^{1}-C^{2}-C^{3}=C^{4}-C^{5}-C^{6}$ ۳-هگزن

ب) از واکنش اتن با آب، اتانول تهیه می‌شود. این الکل به هر نسبتی در آب حل می‌شود و نمی‌توان از آن محلول سیرشده تهیه کرد.

پ) از واکنش یک مول اتن یا اتیلن (C_2H_4) با یک مول گاز هیدروژن، یک مول اتان به دست می‌آید: $C_2H_4 + H_2 \rightarrow C_2H_6$

اما از واکنش یک مول اتین یا استیلن (C_2H_2) با دو مول گاز هیدروژن، یک مول اتان به دست می‌آید. در ضمن از اتین یا استیلن (C_2H_2) برای جوشکاری و برش فلزها استفاده می‌شود. $C_2H_2 + 2H_2 \rightarrow C_2H_6$

ت) واکنش‌دهندهٔ آلی واکنش (II)، اتن است که می‌تواند با برم واکنش دهد. نام فراوردهٔ واکنش آن با برم مایع، ۱، ۲ـدی‌برمو اتان است، نه ۱، ۲ـدی‌برمو اتن!

ث) کاتالیزگر واکنش اتن با گاز کلر، آهن (III) کلرید جامد ($FeCl_3(s)$) است.

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

موارد دوم و سوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی موارد:

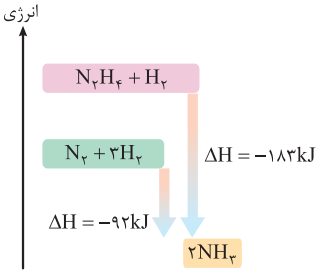
- دمای سه ظرف یکسان است؛ بنابراین میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ آن‌ها با هم برابر می‌باشد.
- در دما و فشار اتاق، ظرفیت گرمایی به مقدار و نوع ماده وابسته است. هر چه مقدار ماده بیشتر باشد، ظرفیت گرمایی آن نیز بیشتر خواهد بود؛ پس مقایسهٔ ظرفیت گرمایی محلول‌ها به صورت $A > C > B$ است. از طرفی مجموع حجم محلول‌های B و C با حجم محلول A برابر است (غلظت محلول در سه ظرف یکسان است)؛ در نتیجه می‌توان گفت مجموع ظرفیت گرمایی محلول‌های B و C با ظرفیت گرمایی محلول A برابر می‌باشد.
- غلظت یک محلول به حجم آن بستگی ندارد؛ بنابراین غلظت مولی سه محلول برابر است (فقط مقداری از محلول A برداشته شده و به دو ظرف دیگر منتقل شده است؛ طی این انتقال، غلظت مولی محلول تغییر نمی‌کند.)
- چگالی محلول نیز به حجم محلول بستگی ندارد؛ باتوجه به یکسان بودن غلظت محلول در سه ظرف، چگالی محلول سه ظرف نیز با هم برابر است.

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۱

همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- هر دو واکنش، گرماده ($\Delta H < 0$) هستند و در آن‌ها، انرژی از سامانه به محیط جاری می‌شود.
- با توجه به این‌که فراوردهٔ هر دو واکنش یکسان بوده و مقدار گرمای آزادشده در واکنش I بیشتر است، می‌توان نتیجه گرفت که سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها در واکنش I بالاتر از واکنش II است و در نتیجه واکنش‌دهنده‌های واکنش I پایداری کم‌تری دارند. (پایداری با سطح انرژی رابطهٔ وارونه دارد.)
- در واکنش‌های گرماده، انرژی پتانسیل فراورده‌ها در مقایسه با واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

رابطهٔ محاسبهٔ ΔH یک واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند به صورت زیر است:

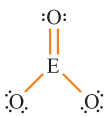
$$\Delta H(\text{واکنش}) = \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد واکنش‌دهنده}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\text{مجموع آنتالپی پیوندها}\\ \text{در مواد فراورده}\end{bmatrix}$$

مجموع آنتالپی پیوندها در فراوردهٔ هر دو واکنش یکسان است؛ بنابراین با توجه به این‌که $|\Delta H|$ واکنش II کم‌تر است، مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌های آن، باید بیشتر باشد. مثلاً فرض کنید مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها برابر ۲۰۰۰ kJ و مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌های واکنش‌های I و II به ترتیب برابر x و y است:

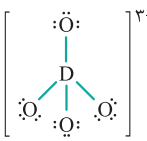
$$\begin{matrix}\text{I) } x - ۲۰۰۰ = -۱۸۳ \Rightarrow x = ۱۸۱۷\\ \text{II) } y - ۲۰۰۰ = -۹۲ \Rightarrow y = ۱۹۰۸\end{matrix} \Rightarrow y > x$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی ابتدا شمار الکترون‌های ظرفیتی و در نتیجه شمارهٔ گروه عنصرهای E و D را به دست می‌آوریم.



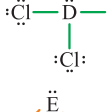
$$\Rightarrow \underbrace{E + ۳(۶)}_{\substack{\text{مجموع شمار}\\ \text{الکترون‌های}\\ \text{ظرفیتی اتم‌ها}}} = \underbrace{(۴\times۲)}_{\substack{\text{الکترون‌های}\\ \text{پیوندی}}} + \underbrace{(۸\times۲)}_{\substack{\text{الکترون‌های}\\ \text{ناپیوندی}}} \Rightarrow E = ۶ \Rightarrow$$ عنصر E در گروه ۱۶ قرار دارد.



$$\Rightarrow \underbrace{-۳}_{\substack{\text{بار}\\ \text{یون}}} = \underbrace{[D + ۴(۶)]}_{\substack{\text{مجموع شمار}\\ \text{الکترون‌های}\\ \text{ظرفیتی اتم‌ها}}} - [\underbrace{(۴\times۲)}_{\substack{\text{الکترون‌های}\\ \text{پیوندی}}} + \underbrace{(۱۱\times۲)}_{\substack{\text{الکترون‌های}\\ \text{ناپیوندی}}}] \Rightarrow D = ۵ \Rightarrow$$ عنصر D در گروه ۱۵ قرار دارد.

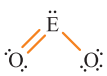
بررسی گزینه‌ها:

۱) با توجه به این‌که D در گروه ۱۵ قرار دارد، مولکول $DCl_۳$ (مثلاً $PCl_۳$) در مجموع دارای $۳(۷) + ۵ = ۲۶$ الکترون ظرفیتی است و ساختار آن به صورت زیر می‌باشد:

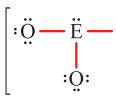


$$\frac{\text{شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی}}{\text{شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی}} = \frac{۳}{۱۰} = ۰/۳$$

۲) با توجه این‌که E در گروه ۱۶ قرار دارد، مولکول $EO_۲$ (مثلاً $SO_۲$) در مجموع دارای $۳(۶) = ۱۸$ الکترون ظرفیتی است.



۳) ساختار لوویس $EO_۳^{۲-}$ (مثلاً $SO_۳^{۲-}$) و $CO_۲$ به صورت زیر است:



$\Rightarrow$ ۱۰ جفت‌الکترون ناپیوندی

$$\Rightarrow \frac{۱۰}{۴} = ۲/۵$$

$\Rightarrow$ ۴ جفت‌الکترون ناپیوندی

۴)

$NH_۴^+DO_۴^{۳-} \Rightarrow (NH_۴)_۳DO_۴ \Rightarrow$ ۲۰ اتم

$$\Rightarrow \frac{۲۰}{۵} = ۴$$

$Cr^{۳+}O^{۲-} \Rightarrow Cr_۲O_۳ \Rightarrow$ ۵ یون

Telegram: @konkur_in