



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۵/۱۳

آزمون
یکم
حضور



تجربہ | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

ریاضی (۱)	هندسه (۱)	فیزیک (۱)	شیمی (۱)
فصل اول + فصل دوم + فصل سوم (تا ابتدای توان‌های گویا) مجموعه، الگو و دنباله + مثلثات + توان‌های گویا و عبارت‌های جبری (تا ابتدای توان‌های گویا) صفحه ۱ تا ۵۸	فصل اول + فصل دوم (تا ابتدای تشابه مثلث‌ها) ترسیم‌های هندسی و استدلال + قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (تا ابتدای تشابه مثلث‌ها) صفحه ۹ تا ۳۷	فصل اول + فصل دوم فیزیک و اندازه‌گیری + ویژگی‌های فیزیکی مواد صفحه ۱ تا ۵۲	فصل اول کیهان زادگاه الفبای هستی صفحه ۱ تا ۴۴
حسابان (۱)	آمار و احتمال	هندسه (۲)	فیزیک (۲)
فصل اول جبر و معادله صفحه ۱ تا ۳۶	فصل اول آشنایی با مبانی ریاضیات صفحه ۱ تا ۳۸	فصل اول (تا پایان رابطه‌های طولی در دایره) دایره (تا پایان رابطه‌های طولی در دایره) صفحه ۹ تا ۲۳	فصل اول الکتریسیته ساکن صفحه ۱ تا ۴۴
شیمی (۲)	شیمی (۱)	شیمی (۲)	شیمی (۱)
فصل اول قدر هدایای زمینی را بدانیم صفحه ۱ تا ۴۸	فصل اول آشنایی با مبانی ریاضیات صفحه ۱ تا ۳۸	فصل اول (تا پایان رابطه‌های طولی در دایره) دایره (تا پایان رابطه‌های طولی در دایره) صفحه ۹ تا ۲۳	فصل اول الکتریسیته ساکن صفحه ۱ تا ۴۴

آزمون آزمایشی خلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	درس	از شماره	تا شماره	تعداد سؤال	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	زوج‌درس ریاضیات	ریاضی (۱)	۱	۲۰	۳۰	۵۵ دقیقه	۶۵ سؤال ۹۵ دقیقه
		هندسه (۱)	۲۱	۳۰			
		حسابان (۱)	۱	۱۰	۳۰		
		آمار و احتمال	۱۱	۲۰			
		هندسه (۲)	۲۱	۳۰			
۲	زوج‌درس فیزیک	فیزیک (۱)	۳۱	۵۰	۲۰	۲۵ دقیقه	
		فیزیک (۲)	۳۱	۵۰	۲۰		
۳	زوج‌درس شیمی	شیمی (۱)	۵۱	۶۵	۱۵	۱۵ دقیقه	
		شیمی (۲)	۵۱	۶۵	۱۵		

داوطلب گرامی:

لطفاً در هر درس، از بین سؤالات پایه دهم و سؤالات پایه یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید.

توجه داشته باشید که درس‌های «ریاضی ۱ و هندسه ۱» با «حسابان ۱، آمار و احتمال و هندسه ۲» زوج درس هستند و باید به یکی از این مجموعه‌ها پاسخ دهید.

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in



داوطلب گرامی، دقت کنید که کل ریاضیات دهم (ریاضی ۱ و هندسه ۱) با کل ریاضیات یازدهم (حسابان ۱، هندسه ۲ و آمار و احتمال) زوج درس است. برای پاسخگویی به سؤال‌های ۱ تا ۳۰، از بین سؤال‌های ریاضیات دهم و ریاضیات یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه درست زوج درس‌ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون‌های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات دهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات ریاضیات یازدهم پاسخ می‌دهید، در پاسخ‌برگ، در کادر «ریاضی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

ریاضی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۵۸

۱- در یک الگوی خطی، اختلاف و مجموع جملات سوم و هفتم به ترتیب شانزده و چهل و هشت است. اولین جمله بزرگ‌تر از ۲۰۰ این دنباله چندمین جمله است؟

۵۲ (۱) ۵۱ (۲) ۵۰ (۳) ۴۹ (۴)

۲- هرگاه t_n جملات یک دنباله خطی باشد، به طوری که $a_n = 2n^2 - t_n$ ؛ با فرض $a_7 = t_7$ و $a_5 = t_5$ ، مقدار a_7 کدام است؟

۷۹ (۱) ۸۱ (۲) ۸۳ (۳) ۷۷ (۴)

۳- اعداد طبیعی را به شکل $\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7, 8\}, \{9, \dots, 16\}, \dots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عدد در دسته یازدهم چه عددی است؟

2^{11} (۴) $2^{10} + 1$ (۳) 2^{10} (۲) $2^{10} - 1$ (۱)

۴- با توجه به الگوی زیر، در مرحله‌ای که تعداد دایره‌های توپُر به ۳۵ می‌رسد، تعداد دایره‌های توخالی چه عددی خواهد شد؟



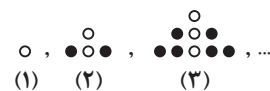
۱۷۰ (۱) ۱۵۳ (۲)

۱۷۱ (۳) ۱۹۰ (۴)

۵- اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعضای هر دسته، برابر مربع شماره آن دسته باشد:

$\{1\}, \{2, 3, 4, 5\}, \{6, 7, \dots, 14\}, \dots$. اختلاف بزرگ‌ترین عدد دسته نهم و دسته دهم کدام است؟

۱۰۰ (۱) ۶۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴)



۶- با توجه به الگوی مقابل، در شکل دهم چند درصد دایره‌ها توپُر هستند؟

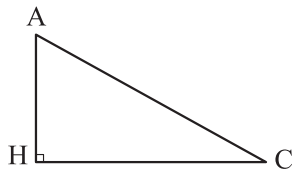
۸۵ (۱) ۸۱ (۲)

۹۰ (۳) ۷۲ (۴)

۷- اگر $18^\circ < x < 27^\circ$ ، ساده‌شده $\left(\cos x - \frac{1}{\cos x}\right) \frac{\cot x}{\sqrt{1 + \cot^2 x}} - 1$ کدام گزینه است؟

$\sin^2 x$ (۱) $-\sin^2 x$ (۲) $-\cos^2 x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴)

محل انجام محاسبات



۸- در شکل روبه‌رو $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 18$ ؛ مساحت مثلث AHC کدام است؟

$$62/5 \quad (2)$$

$$72/5 \quad (1)$$

$$65/5 \quad (4)$$

$$67/5 \quad (3)$$

۹- هرگاه $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{3}{4}$ ، مقدار $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha}$ چه عددی می‌تواند باشد؟

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

۱۰- اگر $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ ، مقدار $\sin^6 x + \cos^6 x$ چه عددی است؟

$$\frac{53}{81} \quad (2)$$

$$\frac{49}{81} \quad (1)$$

$$\frac{2}{9} \quad (4)$$

$$\frac{57}{81} \quad (3)$$

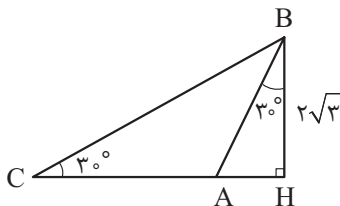
۱۱- اگر $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$ ، مقدار $2 \cos^2 x + 3 \sin x$ کدام است؟

$$\frac{1 \pm 3\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{-1 \pm 3\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{2}}{2} \quad (3)$$



۱۲- در شکل مقابل مساحت مثلث ABC کدام است؟

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$8\sqrt{3} \quad (3)$$

۱۳- ساده‌شده $A = \frac{\cos^2 10^\circ - \cot^2 10^\circ}{\sin^2 10^\circ - \tan^2 10^\circ}$ کدام است؟

$$\cos^4 10^\circ \quad (2)$$

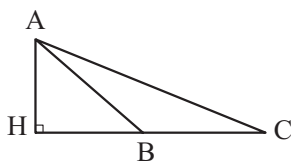
$$\sin^4 10^\circ \quad (1)$$

$$\cot^4 10^\circ \quad (4)$$

$$\tan^4 10^\circ \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

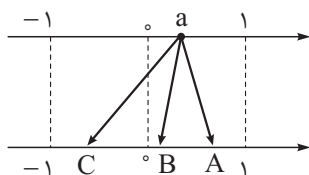
۱۴- در شکل زیر $\tan \hat{C} = \frac{3}{8}$ و $\tan \hat{A} \hat{B} H = \frac{3}{4}$. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AHB است؟



۱ (۱)

 $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴)

۱۵- عدد a را به مربع آن و ریشه‌های دوم آن وصل کرده‌ایم. اگر $B = \frac{1}{8}$ ، مقدار $\frac{A-C}{a}$ کدام است؟

 $\frac{3}{2^2}$ (۲) $\frac{7}{2^4}$ (۴)

۴ (۱)

 $\frac{9}{2^4}$ (۳)

۱۶- هرگاه اختلاف ریشه‌های ششم عدد α برابر یک باشد و اختلاف ریشه‌های چهارم آن β باشد، مقدار $\frac{\alpha}{\beta^2}$ کدام است؟

۶۴ (۴)

 $\frac{1}{3^2}$ (۳)

۸ (۲)

 $\frac{1}{16}$ (۱)

۱۷- با فرض $x = 3 + \sqrt{5}$ ، ساده شده $\sqrt{\frac{1}{1-x}} + x$ کدام است؟

 $\sqrt{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

۱۸- هرگاه $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} = 2$ ، حاصل $\left(\frac{1}{a-\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a+\sqrt{a^3}} \right)^{11}$ چه عددی است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

 -2^{11} (۲) 2^{11} (۱)

۱۹- اگر $2^{\frac{2x-1}{x-1}} = 12$ و $3^{f(x)} = 12$ ، ضابطه $f(x)$ کدام است؟

 $3x+1$ (۴) $2x-1$ (۳) $3x-1$ (۲) $2x+1$ (۱)

۲۰- اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{81}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-\frac{4}{3}}$ ، مقدار $\frac{1}{3} (3A)$ چه عددی است؟

 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳)

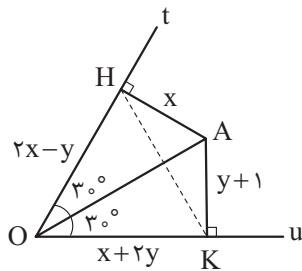
۳ (۲)

 $\sqrt{3}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۱- خط d و نقطه A به فاصله ۲ واحد از آن در یک صفحه مفروض‌اند. در این صفحه چند نقطه وجود دارد که از A به فاصله ۲/۵ و از d به فاصله ۵/۰ باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



۲۲- با توجه به شکل، طول پاره خط HK کدام است؟

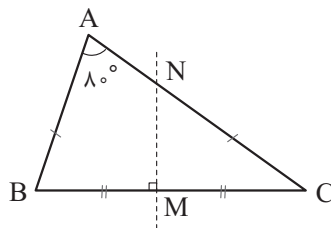
۱/۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۲۳- مطابق شکل، عمودمنصف BC ، ضلع AC را در نقطه N قطع کرده است، به طوری که $CN = AB$ ؛ نسبت اندازه زاویه B به اندازه زاویه C کدام است؟



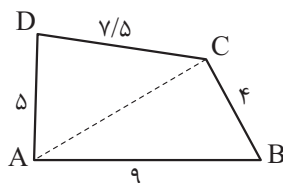
۱/۵ (۱)

۲ (۲)

۱/۷۵ (۳)

۱/۲۵ (۴)

۲۴- در شکل زیر می‌دانیم طول قطر AC ، عددی طبیعی است. تفاضل بیشترین و کم‌ترین مقدار ممکن برای آن کدام است؟



۷ (۱)

۶ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

۲۵- در مثلث ABC ، بین زاویه‌های داخلی، رابطه $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{7} = \frac{\hat{C}}{4}$ برقرار است. اگر عمودمنصف‌های این مثلث در نقطه D هم‌رس باشند، اندازه زاویه ADB کدام است؟

۱۳۵° (۴)

۱۵۰° (۳)

۱۲۰° (۲)

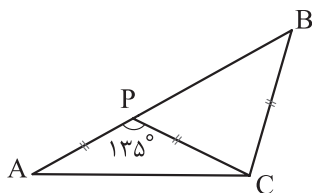
۱۰۵° (۱)

محل انجام محاسبات

۲۶- ارزش نقیض کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) بزرگ‌ترین زاویه داخلی یک مثلث مختلف‌الاضلاع از 60° بیشتر است.
- (۲) روی محیط یک مثلث قائم‌الزاویه، نقطه‌ای وجود دارد که از دو سر وتر به یک فاصله است.
- (۳) مجموع زاویه‌های خارجی یک مثلث از مجموع زاویه‌های داخلی آن بیشتر است.
- (۴) نقطه هم‌رسی ارتفاع‌های یک مثلث، بیرون یا داخل آن مثلث است.

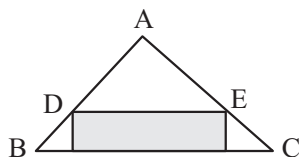
۲۷- مطابق شکل، نقطه P روی پاره خط AB چنان واقع است که $AP = PC = CB$ و $\hat{APC} = 135^\circ$. نسبت مساحت



مثلث APC به مساحت مثلث ABC کدام است؟

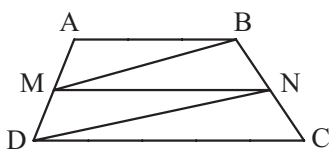
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۲) $\sqrt{2} - 1$
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $2 - \sqrt{2}$

۲۸- با توجه به شکل، اگر $AD = 4BD$ ، مساحت مستطیل سایه‌خورده، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- (۱) $\frac{32}{3}$
- (۲) $\frac{36}{5}$
- (۳) $\frac{4}{5}$
- (۴) $\frac{28}{5}$

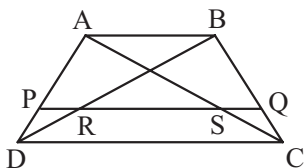
۲۹- در شکل رسم‌شده، قاعده‌های دوزنقه ABCD به نسبت ۳ به ۵ و M و N وسط‌های ساق‌های آن هستند. نسبت



مساحت مثلث ABM به مساحت مثلث DMN، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{5}$
- (۲) $\frac{3}{4}$
- (۳) $\frac{2}{3}$
- (۴) $\frac{7}{9}$

۳۰- مطابق شکل، PQ با قاعده‌های دوزنقه ABCD موازی است و قطرهای این دوزنقه رسم شده‌اند. اگر $\frac{AP}{PD} = \frac{RS}{PR} = 2$ ،



آن‌گاه حاصل $\frac{CD}{QS}$ کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) ۵
- (۴) $\frac{3}{5}$



حسابان یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

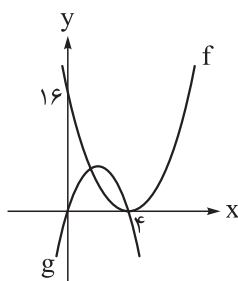
۱- در دنباله حسابی a_n ، S_n مجموع n جمله نخست دنباله است. اگر $S_{fn} = 16S_n$ باشد، حاصل $\frac{a_{20}}{a_4}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- هرگاه α و β ریشه‌های معادله $\sqrt{\frac{3x+2}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{3x+2}} = 3$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۳- نمودار دو سهمی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ در شکل زیر رسم شده است. به طوری که رأس هر کدام روی نمودار دیگری است. مقدار $f(6) + g(6)$ چه عددی است؟



- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) -۸

۴- اگر $x = 3 + \sqrt{b}$ یکی از ریشه‌های $x^2 - 6x + a = 0$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۵

۵- کارگری یک کار را به تنهایی ۴۰ روزه تمام می‌کند. بعد از ۱۰ روز کار، چند کارگر جدید با همان سرعت کاری اضافه کنیم تا کار دو روزه تمام شود؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۶- ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب‌نمک با غلظت n درصد موجود است. اگر ۵۰ کیلوگرم نمک به آن اضافه کنیم، غلظت محلول $26/4$ درصد می‌شود. اگر از محلول اولیه ۴۰ کیلوگرم آب تبخیر کنیم، غلظت محلول چند درصد خواهد شد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۷- هرگاه $9^a = 8$ و $2^b = 27$ ، مقدار 16^{ab} کدام است؟

- (۱) 2^{18} (۲) 3^{24} (۳) 2^9 (۴) 3^{18}

محل انجام محاسبات



۸- اگر $0 < a < 1$ ، به طوری که $A = |\sqrt[3]{a} + a| - |a - \sqrt[3]{a}|$ برابر $\frac{2}{3}$ باشد، مقدار $B = |a^2 - a^3| + |a + a^2|$ کدام است؟

$$(1) -\frac{8}{27} \quad (2) \frac{1}{27} \quad (3) \frac{8}{27} \quad (4) -\frac{1}{27}$$

۹- خطی با شیب $m = -\frac{1}{4}$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر فاصله مبدأ تا این خط $\sqrt{20}$ باشد، فاصله نقاط A و B از یکدیگر کدام است؟

$$(1) \sqrt{75} \quad (2) \sqrt{150} \quad (3) \sqrt{120} \quad (4) \sqrt{125}$$

۱۰- با فرض آن که $\sqrt[5]{|a|} < |a| < a$ ، کدام نابرابری درست است؟

$$(1) a^5 < a \quad (2) a^2 < a^3 \quad (3) a^2 < a^4 \quad (4) \sqrt[5]{a} < a^3$$

آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

۱۱- کدام گزینه، یک گزاره درست است؟

$$(1) x^2 > x$$

$$(2) x^2 + x + 1 > 0$$

(۳) حافظ بهترین شاعر ایران است.

(۴) عدد ۲۰، دارای ۶ مقسوم‌علیه طبیعی است.

۱۲- کدام گزینه نادرست است؟

$$(1) [(p \vee q) \Rightarrow p] \equiv T$$

$$(2) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$(3) (\sim p \Rightarrow p) \equiv p$$

(۴) اگر $F \equiv p$ ، ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است.

۱۳- در صورتی که گزاره‌های p و q دارای ارزش یکسان باشند، ارزش کدام گزاره می‌تواند نادرست باشد؟

$$(1) (\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow p) \quad (2) (\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$$

$$(3) p \Rightarrow q \quad (4) p \vee (\sim p \Rightarrow \sim q)$$

محل انجام محاسبات



۱۴- ارزش گزاره سوری $x - \frac{1}{x} \leq -2$; $\forall x \in (-\infty, 0)$ و نقیض آن در کدام گزینه آمده است؟

(۱) درست، $x - \frac{1}{x} \leq -2$; $\exists x \in (-\infty, 0)$ (۲) نادرست، $x - \frac{1}{x} > -2$; $\exists x \in (-\infty, 0)$

(۳) درست، $x - \frac{1}{x} > -2$; $\forall x \in (-\infty, 0)$ (۴) نادرست، $x - \frac{1}{x} > -2$; $\forall x \in (-\infty, 0)$

۱۵- کدام یک از گزاره‌های سوری زیر از لحاظ ارزش با بقیه گزاره‌ها تفاوت دارد؟

(۱) $\forall x \in \mathbb{R} : (x+1)^2 > 4x$ (۲) $\exists x \in \mathbb{R} : \frac{x+1}{x} = x$

(۳) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 3 < 3x$ (۴) $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$

۱۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، $A \cup B$ نامتناهی و $A \cap B$ متناهی است.

(۲) یک مجموعه ۵ عضوی را به دو مجموعه دو عضوی و سه عضوی افراز کرده‌ایم. برای این کار ۱۰ حالت وجود دارد.

(۳) اگر $A \subseteq B$ و $C' \subseteq A$ باشد، آن گاه $(A' - B) \cup C = B'$.

(۴) زیرمجموعه‌های $\{a\}, \{\{a, b\}, b\}$ یک افراز برای مجموعه A هستند. A دارای ۱۶ زیرمجموعه است.

۱۷- اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -n, 2^m \leq n\}$ ، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $A_5 - A_3$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۸- اگر U مجموعه مرجع و $C = A \cap B'$ ، آن گاه مجموعه $[(B' - A')' \cup C] \cup (A \cap B)$ برابر کدام است؟

(۱) U (۲) A' (۳) B (۴) B'

۱۹- تعداد افرازهای مجموعه $A = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{Z}, a < k < b\}$ برابر ۱۵ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

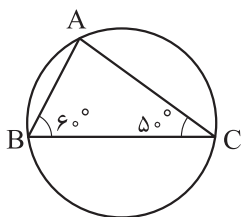
۲۰- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, (x-3)^2 < 4\}$ و $B = (a, b]$ ، با کدام شرایط مساحت ناحیه $A \times A - B \times B$ نمی‌تواند برابر

۷ باشد؟

(۱) $b > 3, a < 1$ (۲) $b = 4, a < 0$

(۳) $b > 0, a = 2$ (۴) $b > 4, a = 3$

محل انجام محاسبات



۲۱- در شکل رسم شده، قطر گذرنده از A با وتر BC چه زاویه‌ای می‌سازد؟

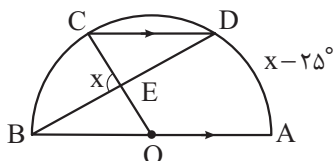
$$75^\circ (2)$$

$$70^\circ (1)$$

$$85^\circ (4)$$

$$80^\circ (3)$$

۲۲- در شکل رسم شده، O وسط قطر نیم‌دایره و وتر CD با آن موازی است. اگر اندازه کمان AD، 25° کم‌تر از زاویه CEB باشد، اندازه کمان CD کدام است؟



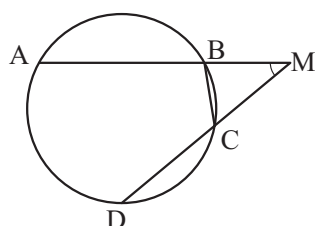
$$75^\circ (2)$$

$$80^\circ (1)$$

$$65^\circ (4)$$

$$70^\circ (3)$$

۲۳- در دایره‌ای به شعاع R، وترهای $AB = R\sqrt{2}$ و $BC = R$ مطابق شکل رسم شده‌اند. اگر $\widehat{CD} = 70^\circ$ ، آنگاه زاویه M کدام است؟



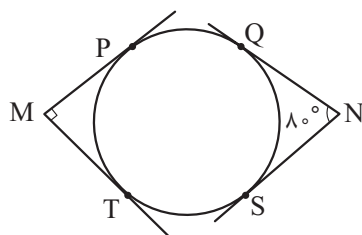
$$55^\circ (2)$$

$$45^\circ (1)$$

$$40^\circ (4)$$

$$50^\circ (3)$$

۲۴- در شکل رسم شده، اضلاع زاویه‌های M و N بر دایره مماس‌اند و نقاط تماس مشخص شده‌اند. اگر $\widehat{TS} = 50^\circ$ ، آن‌گاه طول وتر PQ، چند برابر شعاع دایره است؟



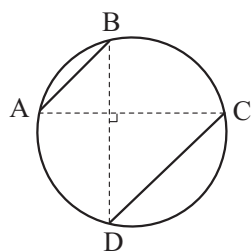
$$\sqrt{2} (1)$$

$$1/5 (2)$$

$$\sqrt{3} (3)$$

$$1/4 (4)$$

۲۵- دو وتر $AB = 8$ و $CD = 15$ در شکل رسم شده‌اند؛ اگر AC و BD بر هم عمود باشند، شعاع دایره کدام است؟



$$7 (1)$$

$$7/5 (2)$$

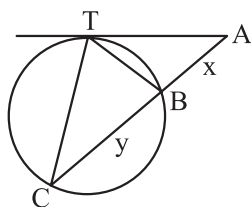
$$8 (3)$$

$$8/5 (4)$$



۲۶- مطابق شکل، امتداد وتر BC و خط مماس بر دایره در نقطه T ، در نقطه A متقاطع‌اند. اگر $AB = x$ و $BC = y$ ،

آن‌گاه حاصل $\frac{BT}{CT}$ کدام است؟



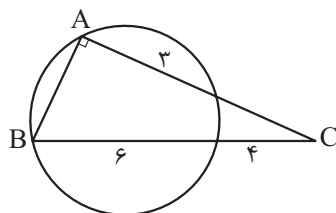
$$\frac{x}{x+y} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{x}{x+y}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} \quad (4)$$

$$\frac{x}{y} \quad (3)$$

۲۷- در شکل رسم‌شده، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟



$$45 \quad (1)$$

$$30 \quad (2)$$

$$18 \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$

۲۸- از نقطه A ، خارج دایره‌ای به شعاع $\sqrt{6}$ ، دو مماس بر آن دایره رسم شده است. اگر زاویه بین دو مماس 60° باشد،

مساحت ناحیه محصور به این دو مماس و محیط دایره کدام است؟

$$6\sqrt{3} - 2\pi \quad (4)$$

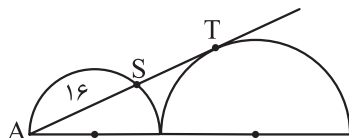
$$6\sqrt{3} - \pi \quad (3)$$

$$3\sqrt{3} - \pi \quad (2)$$

$$3\sqrt{3} - 2\pi \quad (1)$$

۲۹- در شکل رسم‌شده، شعاع نیم‌دایره بزرگ، $1/5$ برابر شعاع نیم‌دایره کوچک و AT بر نیم‌دایره بزرگ مماس است.

اگر $AS = 16$ ، آن‌گاه طول ST کدام است؟



$$9 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$16 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

۳۰- شعاع یکی از دو دایره متخارج، دو برابر دیگری است. اگر طول مماس مشترک خارجی آن‌ها $\sqrt{3}$ برابر طول

مماس مشترک داخلی باشد، فاصله بین مرکزهای دو دایره چند برابر شعاع دایره کوچک‌تر است؟

$$3 + \sqrt{3} \quad (4)$$

$$2 + \sqrt{5} \quad (3)$$

$$\sqrt{11} \quad (2)$$

$$\sqrt{13} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



داوطلب گرامی، برای پاسخ گویی به سؤال های ۳۱ تا ۵۰، از بین سؤالات فیزیک دهم و فیزیک یازدهم فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است، گزینه های درست زوج درس های یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید. * اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک دهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «فیزیک»، گزینه (۱) را انتخاب کنید. * اگر در این آزمون، به سؤالات فیزیک یازدهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «فیزیک»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

فیزیک دهم: صفحه های ۱ تا ۵۲

۳۱- یکای کدام یک از کمیت های زیر بر حسب یکاهای اصلی، برابر $\frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$ است؟

- (۱) نیرو (۲) انرژی (۳) توان (۴) فشار

۳۲- برای اندازه گیری فشار هوا در محلی، از یک فشارسنج رقمی در چند بار آزمایش استفاده شده است. مقدارهایی که این فشارسنج در هر آزمایش نشان داده، در جدول زیر مشخص شده است. به ترتیب از راست به چپ دقت اندازه گیری این فشارسنج و مقدار گزارش شده برای فشار هوا در این محل، چند کیلوپاسکال است؟

شماره آزمایش	۶	۵	۴	۳	۲	۱
فشار هوا (kPa)	۸۶/۵	۸۷/۱	۸۰/۴	۸۷/۸	۸۶/۴	۸۷/۲

- (۱) ۸۵/۹، ۰/۱ (۲) ۸۷/۰، ۰/۱ (۳) ۸۵/۹، ۱ (۴) ۸۷/۰، ۱

۳۳- تندی سه کشتی A، B و C به ترتیب ۱۲ گره، ۰/۲ مایل بر دقیقه و ۲۴ کیلومتر بر ساعت است. کدام مورد درباره مقایسه تندی (۷) این سه کشتی درست است؟ (هر گره دریایی برابر 1.85 m/s و هر مایل دریایی برابر ۱۸۵۰ متر است.)

- (۱) $v_A > v_B > v_C$ (۲) $v_C > v_B > v_A$ (۳) $v_A > v_C > v_B$ (۴) $v_C > v_A > v_B$

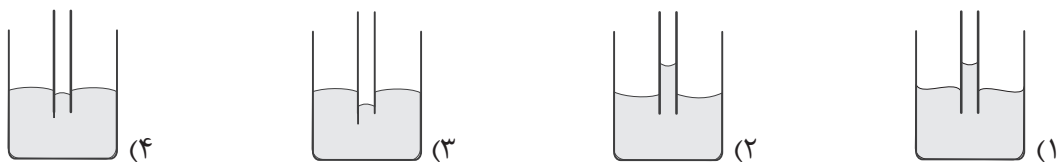
۳۴- مقداری آب به جرم m به طور کامل یخ زده و حجم آن 200 cm^3 تغییر می کند. m چند کیلوگرم است؟ ($\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \rho_{\text{آب}} = 0.9 \text{ g/cm}^3$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۱/۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲

۳۵- به 6 kg آب، چند کیلوگرم الکل اضافه کنیم تا چگالی مخلوط حاصل ۵ درصد کم تر از چگالی آب شود؟ (چگالی الکل ۲۰ درصد کم تر از چگالی آب است.)

- (۱) ۱/۲ (۲) ۱/۶ (۳) ۱/۸ (۴) ۲

۳۶- یک لوله موئین که سطح داخلی آن تمیز و سطح بیرونی آن چرب شده است را به طور عمود وارد آب درون ظرف شیشه ای تمیزی می کنیم. کدام شکل درباره سطح آب درون لوله و ظرف درست است؟



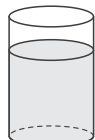
محل انجام محاسبات

۳۷- فشار آب در محل یکی از پنجره‌های یک زیردریایی برابر $5 \times 10^5 \text{ Pa}$ است. اگر این پنجره، دایره‌ای به قطر 40 cm باشد، اندازه نیروی عمودی که آب بر سطح خارجی آن وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($\pi = 3/14$)

- (۱) $2/512 \times 10^5$ (۲) $2/512 \times 10^4$ (۳) $6/28 \times 10^5$ (۴) $6/28 \times 10^4$

۳۸- فشار در عمق ۴ متری از یک مایع، $12/5$ درصد بیشتر از فشار در عمق ۳ متری آن است. فشار در عمق ۲ متری از این مایع چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و فشار هوا 10^5 Pa است).

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰



(۱)

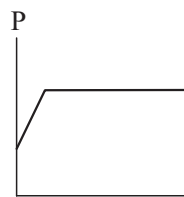


(۲)

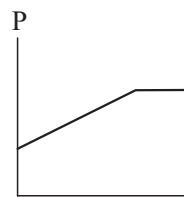
۳۹- در شکل مقابل، مساحت کف هر دو ظرف 400 cm^2 است. در هر یک از ظرف‌ها g از مایعی می‌ریزیم. کدام مورد درباره فشار ناشی از مایع در کف ظرف‌ها (P)، بر حسب پاسکال، درست است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و ظرف (۱)، استوانه‌ای است).

- (۱) $P_2 = P_1 = 200$ (۲) $P_2 > P_1 = 200$ (۳) $P_2 < P_1 = 200$ (۴) $P_2 = P_1 < 200$

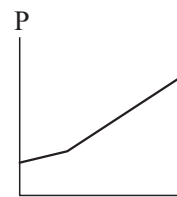
۴۰- در یک ظرف استوانه‌ای جرم یکسانی از دو مایع متفاوت و مخلوط‌نشدنی می‌ریزیم. نمودار فشار (P) بر حسب فاصله از سطح آزاد مایع‌ها (h) به کدام صورت می‌تواند باشد؟



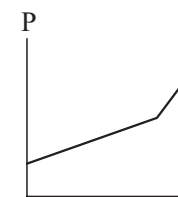
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۴۱- اگر فشار هوا در ارتفاع‌های ۳ و ۹ کیلومتری از سطح زمین به ترتیب برابر با 70 kPa و 30 kPa باشد، کدام یک از موارد زیر درست است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(الف) چگالی متوسط هوا در این فاصله $\frac{2}{3} \text{ kg/m}^3$ است.

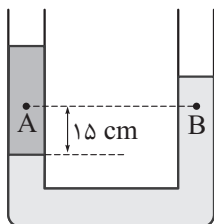
(ب) چگالی متوسط هوا در این فاصله $\frac{2}{3} \text{ g/cm}^3$ است.

(پ) فشار هوا در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین، بیشتر از 50 kPa است.

(ت) فشار هوا در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین، کم‌تر از 50 kPa است.

- (۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

محل انجام محاسبات



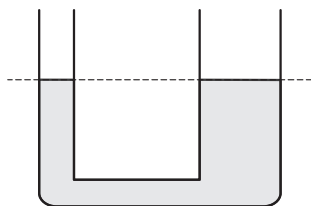
۴۲- در لوله U شکل مقابل، دو مایع به چگالی‌های 0.9 g/cm^3 و 1.2 g/cm^3 قرار دارند. اختلاف فشار دو نقطه A و B برابر چند پاسکال است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

(۲) ۴۵۰

(۱) ۴۵۰۰

(۴) ۳۱۵

(۳) ۳۱۵۰



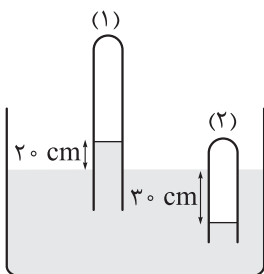
۴۳- در لوله U شکل مقابل که مساحت قاعده شاخه سمت راست و چپ آن به ترتیب 5 cm^2 و 2 cm^2 است، مقداری آب وجود دارد. چند گرم روغن به شاخه سمت چپ اضافه کنیم تا سطح آب در شاخه سمت راست، ۴ cm بالاتر رود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی آب 1 g/cm^3 است.)

(۴) ۷۰

(۳) ۴۲

(۲) ۲۸

(۱) ۲۰



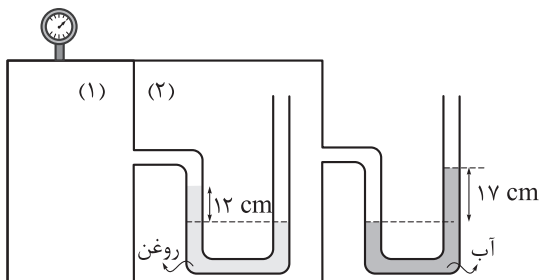
۴۴- در شکل مقابل، چگالی مایع درون ظرف 1.7 g/cm^3 است. اگر فشار گاز درون لوله (۱) برابر ۶۰ cmHg باشد، فشار گاز درون لوله (۲) برابر چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$)

(۲) ۶۲/۵

(۱) ۵۸/۷۵

(۴) ۶۸/۵

(۳) ۶۶/۲۵



۴۵- در شکل مقابل، فشارسنج پیمانه‌ای گاز محفظه (۱) چه عددی را بر حسب سانتی‌متر جیوه نشان می‌دهد؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی جیوه، آب و روغن به ترتیب 13.6 g/cm^3 ، 1 g/cm^3 و 0.85 g/cm^3 است.)

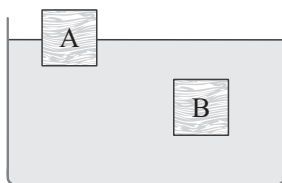
(۴) -۰/۵

(۳) ۰/۵

(۲) -۲

(۱) ۲

۴۶- در شکل زیر، جسم A بر روی سطح مایع شناور و جسم B درون مایع غوطه‌ور است. اگر جرم دو جسم برابر باشد، کدام مورد درباره چگالی دو جسم (ρ) و اندازه نیروی شناوری وارد بر آن‌ها (F)، درست است؟

(۱) $F_B > F_A$ ، $\rho_A > \rho_B$ (۲) $F_B = F_A$ ، $\rho_A > \rho_B$ (۳) $F_B > F_A$ ، $\rho_B > \rho_A$ (۴) $F_B = F_A$ ، $\rho_B > \rho_A$

محل انجام محاسبات



۴۷- با توجه به اصل برنولی، جاهای خالی عبارت‌های الف و ب، به ترتیب از راست به چپ با کدام کلمات به درستی تکمیل می‌شوند؟

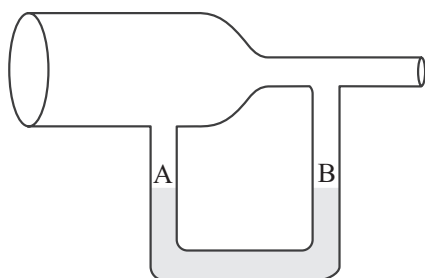
الف) روزهایی که باد می‌وزد، ارتفاع موج‌های دریا، از ارتفاع میانگین می‌شود.

ب) بال‌های هواپیما طوری طراحی می‌شوند که تندی هوا در بالای بال از زیر آن باشد.

(۱) بالاتر، بیشتر (۲) بالاتر، کمتر (۳) پایین‌تر، بیشتر (۴) پایین‌تر، کمتر

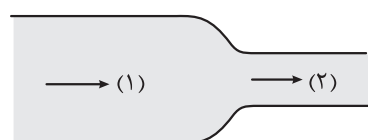
۴۸- درون یک ظرف مکعب‌شکل خالی به ضلع ۱۲ اینچ، با آهنگ شارش ثابت 3 L/min آب می‌ریزیم. پس از چند ثانیه نیمی از ظرف پر می‌شود؟ ($1 \text{ in} = 2.5 \text{ cm}$)

(۱) ۲۷ (۲) ۵۴ (۳) ۲۷۰ (۴) ۵۴۰



۴۹- در شکل مقابل، یک لوله افقی که از دو بخش با سطح مقطع‌های متفاوت تشکیل شده، به لوله U شکلی که در آن آب وجود دارد، متصل است. اگر در لوله افقی جریان سریع هوا ایجاد شود، کدام مورد درباره فشار هوا در دو شاخه لوله U شکل (P) و ارتفاع آب در این دو شاخه (h) درست است؟

(۱) $h_A > h_B, P_A > P_B$ (۲) $h_B > h_A, P_A > P_B$ (۳) $h_A > h_B, P_B > P_A$ (۴) $h_B > h_A, P_B > P_A$



۵۰- در شکل مقابل، آب حجم لوله‌های افقی را پر کرده و به صورت پایدار جاری است. اگر قطر لوله (۲)، ۲۰ درصد کمتر از قطر لوله (۱) باشد، تندی آب با ورود از لوله (۱) به (۲) چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ۲۵، کاهش می‌یابد. (۲) ۲۵، افزایش می‌یابد. (۳) ۵۶/۲۵، کاهش می‌یابد. (۴) ۵۶/۲۵، افزایش می‌یابد.

فیزیک یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۳۱- با مالش دو جسم نارسای خنثای A و B به یکدیگر، $1/5 \times 10^{13}$ الکترون بین آن‌ها مبادله می‌شود. با توجه به سری الکتريسته مالشی مقابل، بار الکتریکی جسم B بعد از مالش چند میکروکولن می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

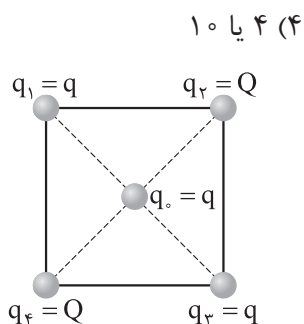
انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

(۱) ۲۴ (۲) ۲/۴ (۳) -۲۴ (۴) -۲/۴

محل انجام محاسبات



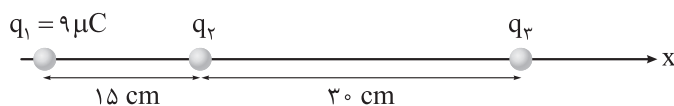
۳۲- دو گوی فلزی کوچک و مشابه با بارهای الکتریکی -2nC و Q در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر دو گوی را با سیمی به هم وصل کنیم، در همان فاصله قبلی، اندازه نیروی الکتریکی ای که به هم وارد می کنند، ۲۰ درصد کاهش می یابد. Q چند نانوکولن است؟



۳۳- در شکل مقابل، پنج بار الکتریکی نقطه ای روی رأس ها و مرکز مربعی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر صفر باشد، $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ (۲) $-\frac{2\sqrt{2}}{5}$ (۳) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$

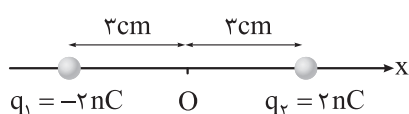
۳۴- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه ای، برابر صفر است. بار الکتریکی q_3 به اندازه 15cm در خلاف جهت محور x جابه جا می شود؛ در این حالت، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برحسب نیوتون کدام است؟



(۱) $46 / 181 \vec{i}$ (۲) $-46 / 181 \vec{i}$ (۳) $181 \vec{i}$ (۴) $-181 \vec{i}$

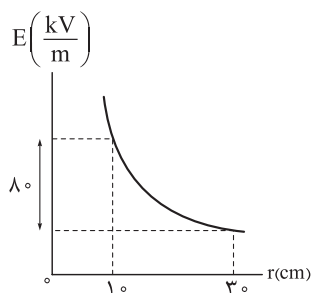
۳۵- میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی q در نقطه M ، در SI برابر $\vec{E} = 4 \times 10^5 \vec{i} - 2 \times 10^5 \vec{j}$ است. اگر بار الکتریکی $q = 2\text{ microC}$ در نقطه M قرار گیرد، نیروی الکتریکی ای که بار q به بار q وارد می کند ($\vec{F}$)، برحسب نیوتون کدام است؟

(۱) $\vec{F} = 0 / 21 \vec{i} - 0 / 1 \vec{j}$ (۲) $\vec{F} = -0 / 21 \vec{i} + 0 / 1 \vec{j}$ (۳) $\vec{F} = 0 / 181 \vec{i} - 0 / 4 \vec{j}$ (۴) $\vec{F} = -0 / 181 \vec{i} + 0 / 4 \vec{j}$



۳۶- در شکل مقابل، دو بار الکتریکی نقطه ای q_1 و q_2 روی محور x ثابت شده اند. میدان الکتریکی خالص در نقطه O برحسب نیوتون بر کولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

(۱) $2 \times 10^4 \vec{i}$ (۲) $-2 \times 10^4 \vec{i}$ (۳) $4 \times 10^4 \vec{i}$ (۴) $-4 \times 10^4 \vec{i}$

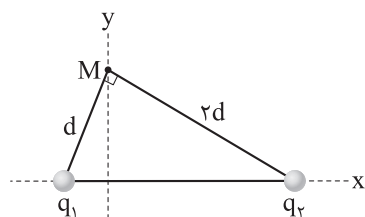


۳۷- نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه ای برحسب فاصله از آن به شکل مقابل است. اندازه میدان حاصل از این بار در

فاصله یک متری از آن چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

(۱) 9×10^2 (۲) 9×10^5 (۳) 10^3 (۴) 10^6

محل انجام محاسبات



۳۸- در شکل مقابل، میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M در جهت محور y است. اگر بار q_2 را برداشته و به جای آن بار الکتریکی نقطه‌ای q_3 را قرار دهیم، میدان الکتریکی خالص در نقطه M در جهت محور x می‌شود. کدام است $\frac{q_3}{q_2}$ ؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۴ (۴) -۴

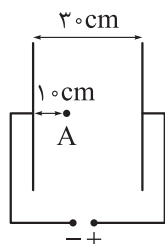
۳۹- در آزمایش قطره - روغن میلیکان، قطره روغنی به جرم $8 \times 10^{-15} \text{ kg}$ ، در یک میدان الکتریکی یکنواخت رو به پایین به اندازه 10^5 N/C معلق است. این قطره نسبت به حالت خنثای خود چند الکترون و چگونه مبادله کرده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)

- (۱) ۵، از دست داده است. (۲) ۵، دریافت کرده است. (۳) ۵، از دست داده است. (۴) ۵، دریافت کرده است.

۴۰- ذره‌ای با بار الکتریکی $-5 \mu\text{C}$ از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. اگر پتانسیل الکتریکی این دو نقطه به ترتیب 20 V و 220 V باشد، در این جابه‌جایی، کار انجام شده توسط میدان الکتریکی چند میلی‌ژول است؟

- (۱) $1/2$ (۲) $-1/2$ (۳) ۱ (۴) -۱

۴۱- در شکل زیر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه رسانا 60 V است. ذره‌ای با بار الکتریکی $7 \mu\text{C}$ و جرم 4 mg از نقطه A با سرعت 10 m/s به سمت راست پرتاب می‌شود. این ذره با تندی چند متر بر ثانیه به صفحه سمت راست برخورد می‌کند؟ (از نیروی مقاومت هوا و وزن چشم‌پوشی کنید.)

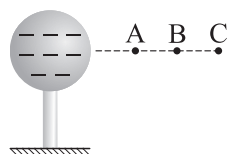


(۱) $\sqrt{2}$

(۲) ۲

(۳) $2\sqrt{2}$

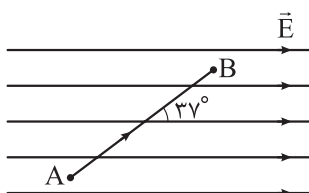
(۴) ذره به این صفحه برخورد نمی‌کند.



۴۲- در شکل مقابل، در مجاورت کره باردار، پروتونی را از نقطه A تا نقطه C روی خط راست جابه‌جا می‌کنیم. اگر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی پروتون، در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B برابر ΔU_1 و در جابه‌جایی از نقطه B تا نقطه C برابر ΔU_2 باشد، کدام گزینه درست است؟ (نقطه B در وسط پاره خط AC قرار دارد.)

- (۱) $\Delta U_1 > \Delta U_2 > 0$ (۲) $\Delta U_2 > \Delta U_1 > 0$ (۳) $0 > \Delta U_1 > \Delta U_2$ (۴) $0 > \Delta U_2 > \Delta U_1$

محل انجام محاسبات



۴۳- در شکل مقابل، شخصی یک ذره به جرم 2 g و بار الکتریکی $6\text{ }\mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $5 \times 10^4\text{ N/C}$ از نقطه A تا نقطه B به اندازه 40 cm جابه جا می کند. اگر تندی ذره در این دو نقطه به ترتیب 3 m/s و 2 m/s باشد، کار انجام شده توسط شخص در این جابه جایی چند میلی ژول است؟ $\sin 37^\circ = 0.6$ ، نیروی مقاومت هوا و وزن ناچیز است.

(۴) -101

(۳) 101

(۲) -91

(۱) 91

۴۴- در صفحه مختصات، میدان الکتریکی در راستای محور y است. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطه $A(-1\text{ m}, 2\text{ m})$ و $B(4\text{ m}, -10\text{ m})$ به ترتیب -10 V و 29 V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه $M(-2\text{ m}, -2\text{ m})$ چند ولت است؟

(۴) 16

(۳) 14

(۲) 5

(۱) 3

۴۵- در شکل زیر، بار الکتریکی جسم رسانای دوکی شکل، مثبت و فاصله دو نقطه A و B تا این جسم یکسان است. کدام مورد درباره پتانسیل الکتریکی (V) این دو نقطه و اندازه میدان الکتریکی (E) در این دو نقطه، درست است؟



(۲) $V_B > V_A, E_A > E_B$

(۱) $V_A > V_B, E_A > E_B$

(۴) $V_B > V_A, E_B > E_A$

(۳) $V_A > V_B, E_B > E_A$

۴۶- شعاع کره رسانای A، ۲ برابر شعاع کره رسانای B و چگالی سطحی بار الکتریکی کره A، نصف چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است. بار الکتریکی کره A چند برابر بار الکتریکی کره B است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) 2

(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) 8

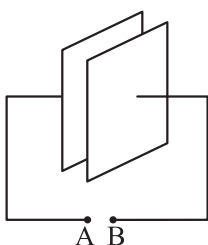
۴۷- دو صفحه رسانای بزرگ در فاصله کمی روبه روی هم قرار دارند و بین دو صفحه هوا است. اگر اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه $\frac{5\text{ kV}}{\text{m}}$ باشد، اندازه چگالی سطحی بار الکتریکی هر صفحه در SI کدام است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{ F/m})$

(۴) $1/8 \times 10^{-10}$

(۳) $1/8 \times 10^{-8}$

(۲) $4/5 \times 10^{-10}$

(۱) $4/5 \times 10^{-8}$



۴۸- در شکل مقابل، مساحت صفحه های خازن 5 cm^2 و فاصله بین آن ها 3 mm است. اگر پتانسیل الکتریکی دو نقطه A و B برابر $V_A = 50\text{ V}$ ، $V_B = -50\text{ V}$ و بار الکتریکی ذخیره شده در صفحه های متصل به این دو نقطه، به ترتیب 6 nC و -6 nC باشد، ثابت دی الکتریک ماده عایق بین دو صفحه برابر کدام است؟ $(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{ F/m})$

(۴) 8

(۳) 6

(۲) 4

(۱) 2

محل انجام محاسبات



۴۹- ظرفیت خازن یک دستگاه دفیبریلاتور $12 \mu F$ است. این خازن با اختلاف پتانسیل الکتریکی $5 kV$ شارژ شده و سپس تمام انرژی آن در مدت $2 ms$ ، از طریق کفشک‌ها به بدن بیمار منتقل می‌شود. توان متوسط تخلیه انرژی به بدن بیمار چند کیلووات است؟

- (۱) $7/5 \times 10^4$ (۲) $1/5 \times 10^4$ (۳) 150 (۴) 75

۵۰- خازنی که بین صفحه‌های آن هوا است را پس از شارژ شدن از مولد جدا می‌کنیم. در این حالت اگر فاصله بین صفحه‌های آن را نصف کرده و سپس فضای بین دو صفحه را با عایقی به ثابت دی‌الکتریک 3 پر کنیم، کدام یک از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟

الف) اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه $\frac{1}{6}$ برابر می‌شود.

ب) بار الکتریکی ذخیره شده در خازن 6 برابر می‌شود.

پ) انرژی ذخیره شده در خازن $\frac{1}{6}$ برابر می‌شود.

ت) ظرفیت خازن 6 برابر می‌شود.

- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت



داوطلب گرامی، برای پاسخ گویی به سؤال های ۵۱ تا ۶۵، از بین سؤال های شیمی دهم و شیمی یازدهم، فقط به یک مجموعه سؤال پاسخ دهید. لازم به ذکر است گزینه درست زوج درس ها یکسان نیست. توصیه ما این است که در آزمون های تابستان، زوج درس انتخابی خود را تغییر ندهید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی دهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۱) را انتخاب کنید.

* اگر در این آزمون، به سؤالات شیمی یازدهم پاسخ می دهید، در پاسخ برگ، در کادر «شیمی»، گزینه (۲) را انتخاب کنید.

شیمی دهم: صفحه های ۱ تا ۴۴

۵۱- کدام مطلب، درست است؟

- (۱) میزان انحراف نور زرد هنگام عبور از منشور، از نور سبز بیشتر است.
- (۲) رنگ شعله نمک های سدیم کلرید و سدیم نیترات، یکسان و سرخ است.
- (۳) انرژی پرتوهای فروسرخ از انرژی پرتوهای فرابنفش، کمتر است.
- (۴) رنگ شعله عنصرهایی که در یک گروه جدول دوره ای قرار دارند، مشابه است.

۵۲- چند مورد از مطالب زیر درباره تکنسیم (${}^{99}_{43}\text{Tc}$)، درست است؟

- نخستین عنصری است که در واکنشگاه هسته ای ساخته شده است.
 - در دوره پنجم جدول تناوبی قرار دارد و با عنصر منگنز (${}^{25}_{25}\text{Mn}$)، هم گروه است.
 - شمار نوترون های آن، دو برابر شمار پروتون های اتم آهن (${}^{56}_{26}\text{Fe}$) است.
 - نیم عمر کمی دارد و نمی توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی، نگه داری کرد.
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۳- عنصرهای لیتیم و منیزیم، در کدام مورد، مشابه هستند؟

- (۱) شمار ایزوتوپ های طبیعی
- (۲) توانایی تشکیل اکسید با فرمول A_2O
- (۳) تفاوت شماره دوره و گروه در جدول تناوبی
- (۴) شمار الکترون های ظرفیتی با $l = 0$

۵۴- اگر در یون ${}^{24}_{11}\text{A}^{2+}$ ، تعداد نوترون ها با مجموع «تعداد پروتون ها و نصف تعداد الکترون ها» برابر باشد، عدد اتمی این عنصر کدام است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۴

۵۵- عنصر سرب (${}^{208}_{82}\text{Pb}$)، دارای ۴ ایزوتوپ طبیعی است که فراوانی و جرم اتمی آن ها در جدول زیر آورده شده است. جرم اتمی میانگین سرب به جرم اتمی کدام ایزوتوپ آن نزدیک تر است؟

نماد ایزوتوپ	${}^{204}_{82}\text{Pb}$	${}^{206}_{82}\text{Pb}$	${}^{207}_{82}\text{Pb}$	${}^{208}_{82}\text{Pb}$
جرم اتمی (amu)	۲۰۳/۹۷	۲۰۵/۹۷	۲۰۶/۹۷	۲۰۷/۹۷
درصد فراوانی در طبیعت	۱/۵	۲۴	۲۲	۵۲/۵

- (۱) ${}^{204}_{82}\text{Pb}$ (۲) ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ (۳) ${}^{207}_{82}\text{Pb}$ (۴) ${}^{208}_{82}\text{Pb}$

محل انجام محاسبات

۵۶- طیف نشری یک نمونه مجهول در زیر آورده شده است. با توجه به جدول داده شده که طول موج خطوط در طیف نشری خطی چند عنصر را نشان می دهد، کدام عنصرها در این نمونه وجود دارند؟



طول موج خطوط در طیف نشری خطی چند فلز بر حسب nm								
V	۳۰۶/۶	۳۰۹/۳	۳۱۸/۴	۳۱۸/۵	۳۲۷/۱	۴۳۷/۹	۴۳۸/۴	۴۳۹/۰
Cr	۳۵۷/۸	۳۵۹/۳	۳۶۰/۵	۳۶۱/۶	۴۲۵/۴	۴۲۷/۵	۴۲۸/۹	۵۲۰/۴
Mn	۲۵۷/۶	۲۵۹/۴	۲۷۹/۵	۲۷۹/۸	۴۰۳/۱	۴۰۳/۳	۴۰۳/۵	
Fe	۳۴۴/۰	۳۵۸/۱	۳۷۲/۰	۳۷۳/۵	۳۸۶/۰			
Ni	۳۴۱/۵	۳۴۴/۶	۳۴۵/۹	۳۴۶/۱	۳۴۹/۳	۳۵۱/۵	۳۵۲/۵	۳۶۱/۹

(۱) کروم، آهن و نیکل (۲) وانادیم و کروم (۳) آهن، منگنز و نیکل (۴) وانادیم و منگنز

۵۷- شمار الکترون های دارای $l = 2$ در اتم X ، چند برابر شمار الکترون های دارای $n + l = 5$ ، در اتم Y است؟

(۱) ۵/۰ (۲) ۶۲۵/۰ (۳) ۸۳/۰ (۴) ۱/۰

۵۸- کدام موارد از مطالب زیر، درباره هیدروژن درست است؟

(الف) با انجام واکنش های هسته ای درون خورشید، به هلیوم تبدیل می شود.

(ب) ایزوتوپی از آن که شمار ذره های زیراتمی اش با هم برابر است، پایدار می باشد.

(پ) طیف نشری خطی آن را نمی توان به کمک مدل کوانتومی، توجیه کرد.

(ت) در واکنش با هر دو عنصر لیتیم و کلر، ترکیب یونی دوتایی تشکیل می دهد.

(۱) الف - ب (۲) پ - ت (۳) الف - پ (۴) ب - ت

۵۹- ویتامین آ (A) ماده ای با فرمول $C_{20}H_{30}O$ است. اگر هر کپسول ویتامین A حاوی 800 میکروگرم از این ماده

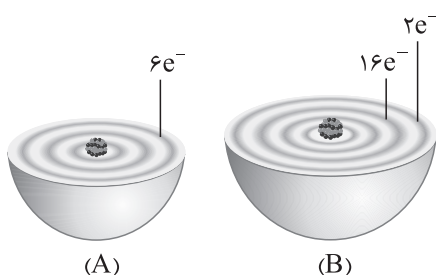
باشد، با 24 میلی گرم ویتامین A چند کپسول از آن می توان ساخت و در این تعداد کپسول، به تقریب چه تعداد مولکول

ویتامین A وجود دارد؟ (هر میکروگرم μg) معادل با 10^{-6} گرم است و $H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$

(۱) 3×10^{18} - (۲) 30×10^{19} - (۳) 30×10^{18} - (۴) 3×10^{19} -

محل انجام محاسبات

۶۰- با توجه به شکل‌های زیر که برش‌هایی از اتم دو عنصر را نشان می‌دهند، کدام مطلب نادرست است؟



(۱) تفاوت عدد اتمی دو عنصر A و B، با عدد اتمی دومین عنصر دوره سوم جدول تناوبی برابر است.

(۲) در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم A، ۲ الکترون تک (جفت‌نشده) وجود دارد.

(۳) اتم B به دسته d جدول دوره‌ای تعلق دارد و در آن، ۷ زیرلایه از الکترون پر شده‌اند.

(۴) عنصر A در واکنش با اتم اکسیژن، ترکیب مولکولی و در واکنش با اتم آهن، ترکیب یونی تشکیل می‌دهد.

۶۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟ ($H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- هفدهمین عنصر جدول تناوبی، نافلز است و در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارد.
- در ساختار مولکول آمونیاک، ۳ جفت‌الکترون بین ۴ اتم، به اشتراک گذاشته شده است.
- نسبت جرم اکسیژن به جرم هیدروژن در مولکول آب، برابر ۸ است.
- ترکیب‌هایی مانند KI، $CaCl_2$ و PBr_3 که تنها از دو نوع عنصر تشکیل شده‌اند، جزء ترکیب‌های یونی دواتمی هستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- کدام مطلب، نادرست است؟ ($F = 19, Al = 27, Ca = 40, Br = 80 : g.mol^{-1}$)

- (۱) اتم‌های $^{39}_{18}A$ و $^{40}_{18}M$ ، با هم ایزوتوپ هستند و تمایلی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارند.
- (۲) $n + 1$ برای زیرلایه $5f$ ، دو برابر $n + 1$ برای زیرلایه $3p$ است.
- (۳) جرم $4/0$ مول کلسیم برمید با جرم ۱ مول آلومینیم فلوئورید برابر است.
- (۴) در جدول دوره‌ای، شمار عنصرهای دسته p از شمار عنصرهای دسته d کم‌تر است.

۶۳- با توجه به جدول زیر، کدام موارد از عبارت‌های داده‌شده، درست است؟

ستون ردیف	۱	۲
۱	پتاسیم فلوئورید	آلومینیم اکسید
۲	باریم فسفید	لیتیم سولفید
۳	منیزیم کلرید	سدیم نیتريد

(الف) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب ردیف ۲ از ستون ۱، برابر $1/5$ است.

(ب) جمع جبری بار آنیون‌های ترکیب‌های ستون ۲، برابر ۵- است.

(پ) برای تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب ردیف ۳ از ستون ۱،

۴ الکترون مبادله می‌شود.

(ت) در یکی از ترکیب‌های ردیف ۱، آنیون و کاتیون به آرایش گاز نجیب یکسانی رسیده‌اند.

(۱) ب - پ (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) الف - ت

محل انجام محاسبات

۶۴- چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ عنصرهایی از دورهٔ چهارم جدول تناوبی که دارای ۶ الکترون ظرفیتی‌اند، درست است؟

- آرایش الکترونی اتم یکی از آن‌ها، مطابق قاعده آفبا نیست.
 - مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها، با هم برابر است.
 - در یکی از آن‌ها، الکترون‌های ظرفیت در دو لایهٔ مختلف، قرار دارند.
 - در یکی از آن‌ها، شمار الکترون‌های با $l=1$ ، با شمارهٔ گروه آن عنصر در جدول برابر است.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۶۵- در نمونه‌هایی به جرم یکسان از گازهای اکسیژن و متان، نسبت شمار پیوندهای اشتراکی در نمونهٔ متان به اکسیژن

کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۸

۵۱- کدام گزینه دربارهٔ سنگین‌ترین عنصر گروه ۱۴ جدول تناوبی که نمی‌توان آن را جزء فلزها و یا نافلزها دسته‌بندی کرد، درست است؟

- (۱) جامدی شکل‌پذیر و رسانای خوب گرما و جریان برق است.
- (۲) شمار الکترون‌ها در لایهٔ سوم آن، $4/5$ برابر تعداد الکترون‌ها در لایهٔ چهارم آن است.
- (۳) به دورهٔ چهارم جدول تناوبی تعلق دارد و برخلاف عنصر قبل از خود در این گروه، در اثر ضربه خرد می‌شود.
- (۴) رسانایی الکتریکی کمی دارد و پیوند آن با اتم برم، از نوع یونی است.
- ۵۲- کدام موارد زیر، عبارت «در.....، با افزایش عدد اتمی عنصرها،.....افزایش می‌یابد.» را به درستی تکمیل می‌کنند؟

(الف) گروه هالوژن‌ها - واکنش‌پذیری

(ب) دورهٔ سوم - شعاع اتمی

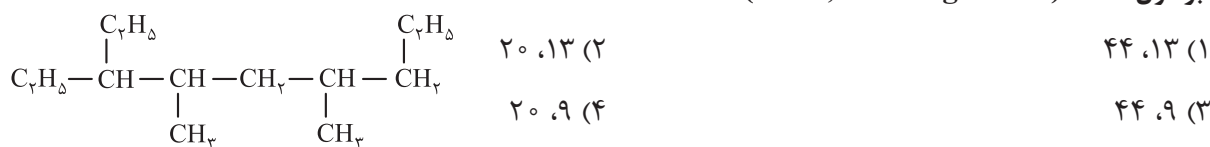
(پ) گروه فلزهای قلیایی‌خاکی - بار مثبت در هستهٔ اتم

(ت) دورهٔ دوم - شمار الکترون‌های لایهٔ ظرفیت

- (۱) الف - ب (۲) پ - ت (۳) الف - ت (۴) ب - پ

۵۳- مجموع اعداد در نام آلکانی با ساختار زیر، برابر است و تفاوت جرم مولی آن با یک آلکن 10 کربنه، برابر است.

گرم بر مول است. ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)



محل انجام محاسبات



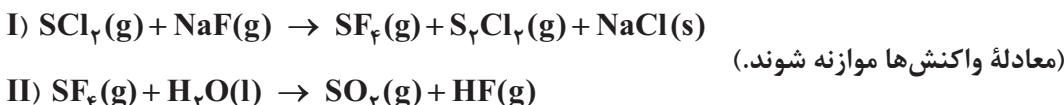
۵۴- بر اثر واکنش ۳ گرم نمونه ناخالص یک فلز قلیایی با خلوص ۶۵٪ با مقدار کافی محلول هیدروکلریک اسید، ۵۶۰ میلی لیتر گاز هیدروژن در شرایط استاندارد (STP) تولید شده است. جرم مولی این فلز برحسب g.mol^{-1} کدام است؟ (فرآورده دیگر واکنش، کلرید فلز است.)

۷ (۱) ۲۳ (۲) ۳۹ (۳) ۸۵ / ۵ (۴)

۵۵- اگر تعداد الکترون‌های زیرلایه ۲p اتم عنصر X، دو برابر تعداد الکترون‌های زیرلایه ۳d این عنصر باشد، کدام گزینه در مورد آن، درست است؟

- (۱) تفاوت عدد اتمی آن با گاز نجیب هم‌دوره‌اش، برابر با ۱۰ است.
- (۲) آرایش الکترونی یون X^{2+} با آرایش الکترونی Cr^{3+} ، یکسان است.
- (۳) آرایش الکترونی کاتیون آن در XCl_3 ، شبیه گاز نجیب است.
- (۴) نماد شیمیایی آن دو حرفی است و به دسته p جدول دوره‌ای تعلق دارد.

۵۶- اگر بازده واکنش‌های (I) و (II) به ترتیب برابر ۸۰ و ۷۵ درصد باشد، مقدار گاز SF_6 لازم برای تهیه ۵۰ لیتر گاز HF را از واکنش چند گرم سدیم فلوئورید با گاز SCl_2 کافی می‌توان به دست آورد و در این فرایند، چند گرم گاز SO_2 تولید می‌شود؟



(جرم هر لیتر گاز HF، برابر ۸ / ۰ گرم در نظر گرفته شود و گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید؛

$(\text{H}=1, \text{O}=16, \text{F}=19, \text{Na}=23, \text{S}=32: \text{g.mol}^{-1})$

۳۲، ۸۴ (۱) ۲۴، ۱۴۰ (۲) ۲۴، ۸۴ (۳) ۳۲، ۱۴۰ (۴)

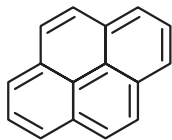
۵۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- اسکاندیم، عنصری واسطه است و کاتیون پایدار آن، به آرایش گاز نجیب نمی‌رسد.
- در دوره سوم جدول تناوبی، شیب تغییرات شعاع اتم‌های فلزی، بیش از شیب تغییرات شعاع اتم‌های نافلزی است.
- هر دو عنصر X و Z ، جزء عنصرهای اصلی جدول تناوبی هستند.
- در جدول تناوبی، تنها یک نافلز با ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

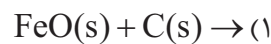
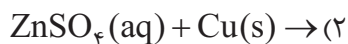
محل انجام محاسبات

۵۸- با توجه به ساختار داده شده که مربوط به پیرن (Pyrene) است، کدام مطلب درست است؟



- (۱) جرم مولی آن، دو برابر جرم مولی نفتالن است.
- (۲) شمار پیوندهای C — C و C — H در ساختار آن برابر است.
- (۳) در واکنش کامل با گاز هیدروژن، به مولکولی با ۲۶ اتم هیدروژن تبدیل می شود.
- (۴) از سوختن کامل ۵ / ۰ مول از آن، ۵ / ۷ مول کربن دی اکسید تولید می شود.

۵۹- کدام واکنش به طور طبیعی انجام می شود و مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه شده آن، بیشتر است؟



۶۰- در واکنش کامل یک آلکین با برم مایع و تبدیل آن به یک ترکیب سیر شده، نسبت جرم آلکین به جرم برم مصرف شده، برابر ۳ / ۰ است. برای سوزاندن کامل ۲ / ۰ مول از این آلکین، به چند گرم گاز اکسیژن نیاز است؟

$$(\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶, \text{Br} = ۸۰ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$۶۷ / ۲ (۴)$$

$$۶۴ (۳)$$

$$۳۵ / ۲ (۲)$$

$$۱۶ (۱)$$

۶۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در برج تقطیر نفت خام، مواد تشکیل دهنده نفت کوره به بالای برج می روند.
- اتم کربن می تواند به اتم های H، N، O و ... متصل شده و کربوهیدرات ها، آمینواسیدها، آنزیم ها و ... را تشکیل دهد.
- بخش عمده ای از هیدروکربن های موجود در نفت خام، واکنش پذیری زیادی دارند.
- در نفت خام سنگین، مولکول های سازنده مواد پتروشیمیایی، به مقدار بیشتری وجود دارند.

$$۳ (۴)$$

$$۲ (۳)$$

$$۱ (۲)$$

$$۴ (۱)$$

۶۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به نقطه جوش چند آلکان راست زنجیر در دمای ۲۲°C و فشار ۱ اتمسفر است، کدام

D	C	B	A	آلکان
۱۸۴	۲۳۱	۳۹۹	۴۲۴	نقطه جوش (K)

مطلب درست است؟

- (۱) آلکان های D و X به ترتیب می توانند بوتان و پنتان باشند.
- (۲) میزان فشاریت آلکان A از آلکان B بیشتر است.
- (۳) اگر تفاوت شمار پیوندهای اشتراکی A و D برابر ۲۱ باشد، تفاوت شمار اتم های کربن B و X می تواند برابر ۶ باشد.
- (۴) در نام دو آلکان از آلکان های داده شده، پیشوندی که شمار اتم های کربن را معلوم کند، وجود ندارد.

محل انجام محاسبات

[illegible]

- γ (γ) γ (γ) γ (γ) δ (γ)

(۳) درست - درست - درست - نادرست

$\mathbb{F}(\mathbb{F})$
 $\mathbb{W}(\mathbb{W})$
 $\mathbb{Y}(\mathbb{Y})$
 $\mathbb{I}(\mathbb{I})$

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید. برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

دفترچه
پاسخ
آزمون یکم
حضور



۱۴۰۲/۰۵/۱۳

علوم ریاضی و فنی

سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
آمار و احتمال	حمید گلزاری
هندسه	محمدرضا حسینی‌فرد - حمید گلزاری - رسول محسنی منش - محسن محمدکریمی - علی منصف شکری
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - فرزاد نامی
شیمی	یاسر عبداللہی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان و ریاضی	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	سروش موئینی	سروش موئینی	نرجس تیمناک - عادل حسینی - عاطفه خان محمدی - شقایق راهبریان - محمدحسین رحیمی - هتاو مرادی
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	حمید گلزاری	محمدحسین رحیمی	محمدحسین رحیمی - کیوان صارمی - زهرا فتحي - صادق محمدی - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمدحسین رحیمی - کیوان صارمی	زهرا جالینوسی - محمدحسین رحیمی - زهرا فتحي - صادق محمدی - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی - علیرضاگونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - مریم گلی حسن‌لو - محمدرضا فضلی - احسان محمدی - امیر محمودی انزابی
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	حسین ایروانی	علی حیدری - مهسا خاکی - احسان رحیمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in



ریاضی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۵۸

۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: الگوی خطی را به صورت $t_n = an + b$ در نظر می‌گیریم.

$$t_7 - t_3 = 16 \Rightarrow 7a + b - (3a + b) = 16$$

$$t_7 + t_3 = 48 \Rightarrow 7a + b + 3a + b = 48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = 16 \xrightarrow{\div 4} a = 4 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در پایینی}} b = 4 \xrightarrow{\text{در } t_n \text{ قرار دهیم}} t_n = 4n + 4 \\ 10a + 2b = 48 \end{cases}$$

گام دوم: حالا دنبال اولین جمله بیشتر از ۲۰۰ هستیم؛ پس $t_n > 200$ قرار می‌دهیم و داریم:

$$4n + 4 > 200 \Rightarrow 4n > 196 \xrightarrow{\div 4} n > 49 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n_{\min} = 50$$

یعنی اولین جمله بیشتر از ۲۰۰، جمله پنجاهم است.

۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: الگوی خطی را $t_n = an + b$ در نظر می‌گیریم؛ پس $a_n = 2n^2 - an - b$ داریم:

$$a_7 = t_7 \Rightarrow 2(7)^2 - 7a - b = 7a + b \xrightarrow{\text{مرتب}} 4a + 2b = 8 \quad (I)$$

$$a_5 = t_{13} \Rightarrow 2(5)^2 - 5a - b = 13a + b \xrightarrow{\text{مرتب}} 18a + 2b = 50 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{\text{عبارت (II) منهای عبارت (I)}} 14a = 42 \xrightarrow{\div 14} a = 3 \xrightarrow{\text{جای‌گذاری در (I) یا (II)}} b = -2$$

گام دوم:

$$a_7 = 2(7)^2 - 3(7) + 2 = \underbrace{2 \times 49}_{98} - 21 + 2 = 100 - 21 = 79 \quad \text{گام سوم: پس داریم: } a_n = 2n^2 - 3n + 2 \text{ و در نتیجه:}$$

۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: راه اول: با کمی دقت جمله آخر دسته‌ها به ترتیب $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ و ... هستند؛ پس جمله آخر دسته دهم 2^{10} و جمله آخر

دسته یازدهم 2^{11} است، یعنی دسته یازدهم از $2^{10} + 1$ تا 2^{11} خواهد بود که اختلاف آن‌ها می‌شود:

$$\underbrace{2^{11} - 2^{10}}_{2^{10}(2-1)} - 1 = 2^{10} - 1$$

راه دوم: سراغ اختلاف بیشترین و کمترین عدد هر دسته می‌رویم. این اختلاف در دسته اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب ۱، ۳، ۵ و ۷ است. با

کمی دقت بیشتر، می‌بینیم که این اعداد (البته به جز اولی) از رابطه $1 - (1 - \text{شماره جمله})$ پیروی می‌کنند:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 3 & 7 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1-1 & 2-1 & 3-1 & 4-1 \end{matrix}$$

پس در دسته یازدهم اختلاف می‌شود: $2^{10} - 1$

۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: جدول را ببینید:

مرحله (n)	۱	۲	۳
توپر	۳	۵	۷
خالی	۱	۳	۶

گام اول: با کمی دقت تعداد دایره‌های توپر در مرحله n ام، الگوی خطی $2n + 1$ دارد و تعداد دایره‌های توخالی در مرحله n ام، دنباله مثلی،

$$\text{یعنی } \frac{n(n+1)}{2} \text{ است.}$$

$$2n + 1 = 35 \Rightarrow n = \frac{35-1}{2} = 17$$

گام دوم: پس در مرحله‌ای که تعداد دایره‌های توپر به ۳۵ می‌رسد، داریم:

$$n = 17 \Rightarrow \frac{17(18)}{2} = 17 \times 9 = 153$$

یعنی مرحله هفده هستیم و تعداد دایره‌های توخالی برابر است با:



۵- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: تعداد جملات هر دسته برابر با مربع شماره آن دسته است، یعنی تا آخر دسته نهم، تعداد جملات استفاده شده برابر با مجموع مربعات اعداد یک تا ۹ و تا آخر دسته دهم، تعداد جملات استفاده شده برابر با مجموع مربعات اعداد یک تا ۱۰ است.

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع مربعات اعداد یک تا ۹} &= \frac{9 \times 10 \times 19}{6} = 285 \\ \text{مجموع مربعات اعداد یک تا ۱۰} &= \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = 385 \end{aligned} \right\} \text{اختلاف جملات} = 385 - 285 = 100$$

۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: دایره‌های توخالی در هر شکل، به تعداد شماره شکل هستند؛ پس شکل دهم ۱۰ دایره خالی دارد. تعداد کل دایره‌ها هم به ترتیب ۱، ۴، ۹ و ... (جملات دنباله مربعی‌اند) است؛ پس شکل دهم کلاً ۱۰۰ دایره دارد، یعنی ۹۰ تا دایره توپر خواهد داشت. گام دوم: نسبت توپرها به کل می‌شود: $\frac{90}{100}$ ، یعنی ۹۰ درصد.

۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: راه اول: گام اول: می‌دانیم $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ و $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ ، از سال نهم هم به یاد داریم که $\sqrt{a^2} = |a|$. حالا عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$-1 + \frac{\cot x}{\sqrt{1 + \cot^2 x}} \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right) = -1 + \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2 x}}} \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)$$

$$= -1 + \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{|\sin x|}} \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)$$

گام دوم: چون در صورت سؤال گفته x در ربع سوم قرار دارد؛ پس $\sin x < 0$ و با علامت منفی از قدر مطلق در می‌آید:

$$= -1 + \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{(-\sin x)} \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)$$

گام سوم: حالا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{ساده‌سازی}} = -1 - \underbrace{\cos x \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right)}_{\text{ساده‌سازی}} = -1 - \cos^2 x + 1 = -\cos^2 x$$

راه دوم: اگر نسبت‌های مثلثاتی یک کمان در ربع سوم مثلاً $x = 210^\circ$ را بلد باشیم، می‌توانیم گزینه‌ها را کنترل کنیم.

۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: طبق تعریف سینوس داریم:

$$\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{5}{13} \Rightarrow AH = 5k, AC = 13k$$

گام دوم: طول ضلع سوم را با فیثاغورس حساب می‌کنیم:

$$\xrightarrow{\text{فیثاغورس}} \xrightarrow{\hat{H}=90^\circ} CH^2 = AC^2 - AH^2 = (13k)^2 - (5k)^2 = 169k^2 - 25k^2 = 144k^2$$

پس $CH = 12k$ و طبق صورت سؤال $CH = 18$ ؛ بنابراین:

$$12k = 18 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$



گام سوم: مساحت مثلث قائم الزاویه AHC برابر است با:

$$S = \frac{AH \times CH}{2} = \frac{5k \times 12k}{2} = 30k^2 = 30 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 30 \times \frac{9}{16} = 30 \times \frac{2}{25} = 67/5$$

۹- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: از رابطه $\tan \alpha - \cot \alpha = \frac{3}{4}$ مقدار $\tan \alpha$ را حساب می‌کنیم. برای این کار، به جای $\cot \alpha$ می‌نویسیم

$\frac{1}{\tan \alpha}$ و برای راحت‌تر شدن کار به جای $\tan \alpha$ هم می‌نویسیم t:

$$t - \frac{1}{t} = \frac{3}{4}$$

گام دوم: معادله را در ۲t ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها از بین بروند:

$$2t^2 - 2 = 3t \xrightarrow[\text{درجه ۲}]{\text{حل معادله}} 2t^2 - 3t - 2 = 0 \rightarrow t = 2 \text{ یا } -\frac{1}{2}$$

پس $\tan \alpha = 2$ یا $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$.

گام سوم: حالا خواسته سؤال را هم برحسب $\tan \alpha$ می‌نویسیم:

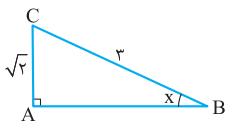
$$\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha - \cos \alpha} \xrightarrow[\text{بر } \cos \alpha \text{ تقسیم می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج}} \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\tan \alpha + 1}{2 \tan \alpha - 1}$$

گام چهارم: در این مرحله به جای $\tan \alpha$ مقدار ۲ یا $-\frac{1}{2}$ را قرار می‌دهیم و جواب ۱ یا $\frac{2+1}{2(2)-1} = \frac{3}{3} = 1$ یا $\frac{-\frac{1}{2}+1}{2(-\frac{1}{2})-1} = \frac{\frac{1}{2}}{-2} = -\frac{1}{4}$ است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: از روی $\sin x$ به کمک مثلث قائم الزاویه یا فرمول $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ، مقدار کسینوس

را حساب می‌کنیم:



گام دوم: راه اول:

$$AB^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 9 - 2 = 7 \Rightarrow AB = \sqrt{7} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

راه دوم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \xrightarrow[\text{جای‌گذاری}]{\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2} \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 + \cos^2 x = 1 \xrightarrow[\text{مرتّب}]{\cos^2 x} \cos^2 x = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

دقت کنید که $\cos x$ می‌تواند مثبت یا منفی باشد، اما با توجه به خواسته سؤال ($\cos^4 x$) منفی بودن کسینوس هم فرقی ایجاد نمی‌کند.

گام سوم: حالا مقادیر $\sin x$ و $\cos x$ را قرار می‌دهیم و $\sin^4 x + \cos^4 x$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^4 + \left(\pm \frac{\sqrt{7}}{3}\right)^4 = \left(\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\right)^2 + \left(\left(\pm \frac{\sqrt{7}}{3}\right)^2\right)^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{4}{81} + \frac{49}{81} = \frac{53}{81}$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: از شرط صورت سؤال مقدار $\cos x$ را حساب می‌کنیم.

$$2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0 \xrightarrow[\text{را قرار می‌دهیم}]{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x = 0$$

با قراردادن $\cos x = t$ کارمان ساده تر می شود:

$$-2t^2 + 3t + 2 = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله درجه ۲}} t = 2 \text{ یا } \frac{-1}{2} \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2}$$

دقت می کنیم که جواب $\cos x$ هرگز ۲ نیست، پس: $\cos x = \frac{-1}{2}$

گام دوم: از روی $\cos x$ ، مقدار $\sin x$ را به دست می آوریم.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \xrightarrow{\cos x = \frac{-1}{2}} \sin^2 x + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گام سوم: مقدار عبارت $2\cos^2 x + 3\sin x$ را حساب می کنیم و با قراردادن این مقادیر در ۲ داریم:

$$2\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 3\left(\pm \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1 \pm 3\sqrt{3}}{2}$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی **راه اول:** گام اول: در مثلث بزرگ (CBH)، زاویه های $\hat{C} = 30^\circ$ و $\hat{H} = 90^\circ$ را داریم، پس $\hat{B} = 60^\circ$ و بنابراین قسمت دیگر

زاویه B هم 30° است؛ پس مثلث ABC متساوی الساقین است و $CA = AB$.

گام دوم: در مثلث قائم الزاویه AHB، با استفاده از کسینوس زاویه 30° داریم:

$$\cos \hat{B} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 4$$

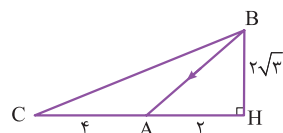
$$CA = 4$$

پس:

گام سوم: با کمک رابطه فیثاغورس یا استفاده از $\tan 30^\circ$ طول AH را حساب می کنیم:

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 4^2 - (2\sqrt{3})^2 = 16 - 12 = 4 \Rightarrow AH = 2$$

گام چهارم: راه اول: مساحت مثلث های قائم الزاویه را از هم کم کنیم:



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CHB} - S_{\triangle AHB} = \frac{6 \times 2\sqrt{3}}{2} - \frac{2 \times 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

راه دوم: طول وتر CB را حساب کنیم:

$$\text{فیثاغورس: } CB^2 = CH^2 + HB^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2 = 36 + 12 = 48 \Rightarrow CB = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

و مساحت مثلث ABC با استفاده از $\frac{1}{2} BC \cdot BA \sin \hat{A}$ برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (4\sqrt{3})(4) \times \sin 30^\circ = 4\sqrt{3}$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی **گام اول:** با استفاده از روابط $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ و $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ عبارت را ساده تر می کنیم:

$$\frac{\cos^2 10^\circ - \cos^2 1^\circ}{\sin^2 10^\circ - \sin^2 1^\circ} \xrightarrow{\text{در صورت از } \cos^2 10^\circ \text{ فاکتور بگیریم. در مخرج از } \sin^2 10^\circ \text{ فاکتور بگیریم.}} \frac{\cos^2 10^\circ \left(1 - \frac{1}{\sin^2 10^\circ}\right)}{\sin^2 10^\circ \left(1 - \frac{1}{\cos^2 10^\circ}\right)}$$

گام دوم: از روابط $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ و $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ استفاده و پرانتزها را ساده تر می کنیم:

$$= \frac{\cos^2 10^\circ (1 - (1 + \cot^2 1^\circ))}{\sin^2 10^\circ (1 - (1 + \tan^2 1^\circ))} = \frac{\cos^2 10^\circ (-\cot^2 1^\circ)}{\sin^2 10^\circ (-\tan^2 1^\circ)}$$

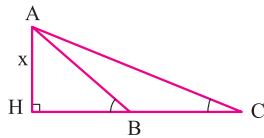


گام سوم: از سوی دیگر اگر از $\tan x = \frac{1}{\cot x}$ و $\frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$ استفاده کنیم:

$$= \frac{\cot^2 1^\circ (-\cot^2 1^\circ)}{-\frac{1}{\cot^2 1^\circ}} = \cot^6 1^\circ$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: با استفاده از تعریف تانژانت داریم:



$$\tan \hat{C} = \frac{x}{HC} = \frac{3}{8} \Rightarrow HC = \frac{8x}{3}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{x}{HB} = \frac{3}{4} \Rightarrow HB = \frac{4x}{3}$$

$$HB = BC$$

گام دوم: می بینیم که HC دو برابر HB است؛ یعنی داریم:

و چون مثلث های AHB و ABC ارتفاع یکسان دارند (AH)، نسبت مساحت های آنها می شود نسبت طول قاعده ها:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AHB}} = \frac{BC}{HB} = 1$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: a عددی بین صفر و یک است، پس مربع آن یعنی a^2 از خود a کم تر است؛ پس a^2 همان B است و داریم:

$$B = a^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

گام دوم: A و C ریشه های دوم مثبت و منفی a هستند؛ پس تفاضل آنها برابر است با:

$$A - C = \sqrt{a} - (-\sqrt{a}) = 2\sqrt{a}$$

گام سوم: با توجه به گزینه ها، A - C و a را بر حسب توان کسری می نویسیم:

$$\frac{A - C}{a} = \frac{2\sqrt{a}}{a} = \frac{2}{\sqrt{a}} \xrightarrow{\text{جای گذاری}} \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{\sqrt{8}}}} \xrightarrow{\text{دور در دور نزدیک در نزدیک}} = 2\sqrt{\sqrt{8}} = 2 \times (2^3)^{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = 2^1 \times 2^{\frac{3}{4}} = 2^{1 + \frac{3}{4}} = 2^{\frac{7}{4}}$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ریشه های ششم α به ترتیب $+\sqrt[6]{\alpha}$ و $-\sqrt[6]{\alpha}$ هستند و اختلافشان $2\sqrt[6]{\alpha}$ است؛ پس داریم:

$$2\sqrt[6]{\alpha} = 1 \xrightarrow{\div 2} \sqrt[6]{\alpha} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۶}} \alpha = \frac{1}{64}$$

گام دوم: اختلاف ریشه های چهارم α برابر است با:

$$\sqrt[4]{\alpha} - (-\sqrt[4]{\alpha}) = 2\sqrt[4]{\alpha} = 2\sqrt[4]{\frac{1}{64}} = \beta$$

گام سوم: بنابراین $\frac{\alpha}{\beta^2}$ برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{64}}{(2\sqrt[4]{\frac{1}{64}})^2} = \frac{\frac{1}{64}}{4 \times \sqrt[4]{\frac{1}{64}}} = \frac{\frac{1}{64}}{4 \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{64}}{2} = \frac{1}{128}$$

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: $x = 3 + \sqrt{5}$ را در عبارت قرار می دهیم و ساده می کنیم:

$$\sqrt{\frac{1}{1 - (3 + \sqrt{5})}} + (3 + \sqrt{5}) = \sqrt{\frac{1}{-\sqrt{5} - 2}} + 3 + \sqrt{5}$$

گام دوم: مخرج کسر را با اتحاد مزدوج گویا می‌کنیم:

$$= \sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{-(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}} + 3 + \sqrt{5} = \sqrt{\frac{\sqrt{5}-2}{-(5-4)}} + 3 + \sqrt{5} = \sqrt{-\sqrt{5}+2+3+\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

اتحاد مزدوج

۱۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا عبارت $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} = 2$ را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} = 2 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{a+1+a-1}{(a-1)(a+1)} = 2 \Rightarrow \frac{2a}{a^2-1} = 2 \Rightarrow a^2-1=a \Rightarrow a^2-a=1$$

گام دوم: در عبارت $\left(\frac{1}{a-\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a+\sqrt{a^3}}\right)^{11}$ دنبال چیزی شبیه a^2-a می‌گردیم:

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \left(\frac{a+\sqrt{a^3}+a-\sqrt{a^3}}{(a-\sqrt{a^3})(a+\sqrt{a^3})}\right)^{11} = \left(\frac{2a}{a^2-a^3}\right)^{11} \xrightarrow[\text{و مخرج بزنیم}]{a \text{ را از صورت}} = \left(\frac{2}{a-a^2}\right)^{11}$$

$$a-a^2=-1$$

گام سوم: دیدیم که $a^2-a=1$ است؛ پس:

و داخل پرانتز می‌شود $-2 = \frac{2}{-1}$ و جواب -2^{11} خواهد بود.

۱۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: سعی می‌کنیم در عبارت $2^{\frac{2x-1}{x-1}}, 3^{f(x)}$ را بسازیم:

$$2^{\frac{2x-1}{x-1}} = 12 \xrightarrow{\div 2^2} \frac{2^{\frac{2x-1}{x-1}}}{2^2} = \frac{12}{2^2} \Rightarrow 2^{\frac{2x-1}{x-1}-2} = 3$$

$$\xrightarrow{f(x) \text{ به توان}} 2^{\frac{1}{x-1}f(x)} = 3^{f(x)}$$

$$\text{گام دوم: پس داریم: } 2^{\frac{2x-1-2(x-1)}{x-1}} = 3 \text{، یعنی: } 2^{\frac{1}{x-1}} = 3$$

گام سوم: طبق صورت سؤال $3^{f(x)}$ هم ۱۲ است؛ پس داریم:

$$\frac{f(x)}{2^{\frac{1}{x-1}}} = 3^{f(x)} = 12 = 2^{\frac{2x-1}{x-1}}$$

$$f(x) = 2x-1$$

بنابراین:

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: به جای تمام $\sqrt{\quad}$ ها، توان کسری می‌نویسیم:

$$A = (3^2 \times (3^4)^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{5}} \times \left(\frac{1}{\frac{1}{3}}\right)^{-\frac{4}{5}}$$

$$A = (3^{\frac{2}{5} + \frac{4}{5}})^{\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{-1}{5} \times \frac{-4}{5}} = 3^{\frac{1}{5} \times \frac{1}{5}} \times 3^{\frac{4}{25}} = 3^{\frac{2}{5} + \frac{4}{25}} = 3^2 = 9$$

گام دوم: با استفاده از قواعد توان، عبارت را ساده‌تر می‌کنیم:

$$(3A)^{-\frac{1}{5}} = (3 \times 9)^{-\frac{1}{5}} = (3^2)^{-\frac{1}{5}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

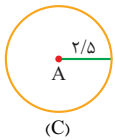
گام سوم: $A=9$ را در صورت سؤال جای‌گذاری می‌کنیم:



هندسه دهم: صفحه‌های ۹ تا ۳۷

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲/۵ هستند):



نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲/۵ واحد هستند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲/۵ قرار دارند. (دایره C در شکل

رسم شده)



گام دوم (مشخص کردن نقاطی که از d به فاصله ۵/۰ هستند): نقاطی که از خط d به فاصله ۵/۰ واحد هستند،

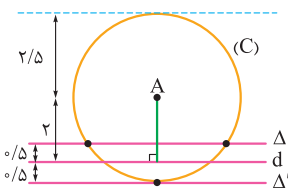
روی دو خط موازی با d و به فاصله ۵/۰ واحد از آن قرار دارند. (دو خط Δ و Δ' در شکل رسم شده)

گام سوم (مشخص کردن نقاط مشترک دایره C با دو خط Δ و Δ'): سؤال گفته که نقطه A از خط

d به فاصله ۲ است و نقاطی را می‌خواهیم که هم روی دایره C و هم روی یکی از دو خط Δ و Δ'

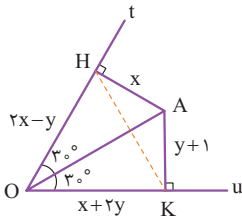
قرار دارند. همان‌طور که در شکل می‌بینید دایره C سه نقطه مشترک با Δ و Δ' دارد؛ یعنی سه

نقطه وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۲/۵ و از خط d به فاصله ۵/۰ باشد.



۲۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه مقادیر x و y): با توجه به این که A بر نیمساز زاویه tOu واقع است، داریم:



$$\begin{cases} AH = AK \Rightarrow x = y + 1 \\ OH = OK \Rightarrow 2x - y = x + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ x = 3y \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مثلث HOK، مثلث متساوی‌الساقینی است که یک زاویه ۶۰° دارد (OH = OK, HOK = ۶۰°)، یعنی

این مثلث متساوی‌الاضلاع است و داریم:

$$HK = OH \Rightarrow HK = 2x - y = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه زاویه C): در نظر می‌گیریم $\hat{C} = x$ ، اگر از N به B وصل کنیم،

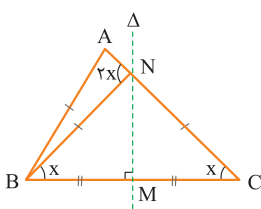
به دلیل آن که خط Δ عمودمنصف پاره‌خط BC است، داریم NB = NC، یعنی مثلث NBC

متساوی‌الساقین است؛ پس $\hat{NBC} = x$.

زاویه ANB برای مثلث NBC یک زاویه خارجی است؛ پس $\hat{ANB} = x + x = 2x$ و به دلیل

متساوی‌الساقین بودن مثلث BAN، داریم:

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا در مثلث ABC، مجموع زاویه‌های داخلی را برابر با ۱۸۰° قرار می‌دهیم:



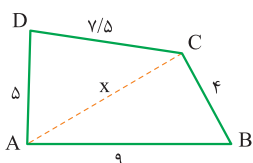
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ + \hat{B} + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \frac{\hat{B}}{\hat{C}} = \frac{60^\circ}{40^\circ} = \frac{3}{2}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول (استفاده از نتیجه نامساوی مثلثی در دو مثلث ABC و ACD): با توجه

به شکل، در مثلث ABC داریم:

$$|9 - 4| < x < 9 + 4 \Rightarrow 5 < x < 13 \quad (1)$$



$$|7/5 - 5| < x < 7/5 + 5 \Rightarrow 2/5 < x < 12/5 \quad (2)$$

و در مثلث ACD داریم:

گام دوم (تعیین محدوده x): هر دو شرط (۱) و (۲) که در گام اول به دست آوردیم باید برقرار باشند، پس محدوده x ، اشتراک این دو شرط است:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow 5 < x < 12/5$$

گام سوم (به دست آوردن خواسته سؤال): سؤال می‌گوید که x عددی طبیعی است و خودمان هم در گام قبل فهمیدیم که $5 < x < 12/5$ ؛ پس بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار قابل قبول برای x به ترتیب ۱۲ و ۶ است که اختلاف آن‌ها می‌شود:

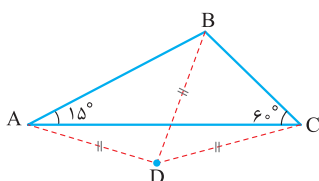
$$12 - 6 = 6$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

گام اول (محاسبه زاویه‌های مثلث):

سؤال می‌گوید $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{4}$ ، پس اگر در نظر بگیریم $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{4} = t$ داریم $\hat{A} = t$ ، $\hat{B} = 2t$ و $\hat{C} = 4t$. از طرفی می‌دانیم مجموع زاویه‌های داخل هر مثلث، 180° است؛ پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow t + 2t + 4t = 180^\circ \Rightarrow t = 15^\circ \Rightarrow \hat{A} = 15^\circ, \hat{B} = 30^\circ, \hat{C} = 60^\circ$$



گام دوم (رسم شکل مناسب): مثلث ABC زاویه منفرجه دارد ($\hat{B} = 30^\circ > 90^\circ$)؛ پس نقطه

همرسی عمودمنصف‌ها بیرون مثلث است.

این نقطه از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است.

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): از متساوی الساقین بودن مثلث DAC استفاده می‌کنیم و در نظر می‌گیریم: $\hat{DAC} = \hat{DCA} = \alpha$. از متساوی الساقین بودن

مثلث ABD نتیجه می‌شود: $\hat{B}_1 = \hat{DAB} = \alpha + 15^\circ$ و متساوی الساقین بودن مثلث BCD نتیجه می‌شود: $\hat{B}_2 = \hat{BCD} = \alpha + 60^\circ$. از آن‌جا که

$$\hat{B} = 30^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 30^\circ \Rightarrow (\alpha + 15^\circ) + (\alpha + 60^\circ) = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

داریم:

حالا مجموع زاویه‌های داخلی مثلث ABD را برابر با 180° قرار می‌دهیم:

$$(\alpha + 15^\circ) + (\alpha + 15^\circ) + \hat{ADB} = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + 30^\circ + \hat{ADB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{ADB} = 120^\circ$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴

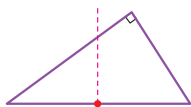
پاسخ تشریحی باید از میان گزینه‌ها، گزاره نادرست را انتخاب کنید، چون در این صورت، نقیض آن یک گزاره درست خواهد بود. گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم:

۱) این گزاره درست است؛ فرض کنید در مثلث مختلف‌الاضلاع ABC، زاویه A بزرگ‌ترین زاویه باشد، داریم:

$$\hat{A} > \hat{B}$$

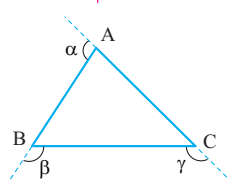
$$+ \hat{A} > \hat{C}$$

$$\hat{A} + \hat{A} > \hat{B} + \hat{C} \xrightarrow{+\hat{A}} \hat{A} + \hat{A} + \hat{A} > \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}_{180^\circ} \Rightarrow 3\hat{A} > 180^\circ \Rightarrow \hat{A} > 60^\circ$$



۲) این گزاره درست است. نقطه‌ای که از دو سر وتر به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف وتر واقع است و حتماً

عمودمنصف وتر، با اضلاع زاویه قائمه آن در یک نقطه مشترک است.

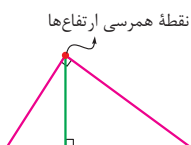


۳) این گزاره درست است. مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° و مجموع زاویه‌های خارجی آن 360° است؛

پس حتماً مجموع زاویه‌های خارجی از مجموع زاویه‌های داخلی بیشتر است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma = (180^\circ - \hat{A}) + (180^\circ - \hat{B}) + (180^\circ - \hat{C}) = 3 \times 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$$



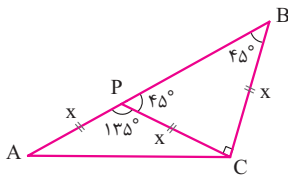
۴) این گزاره درست نیست، زیرا مثال نقض دارد. مثلث قائم‌الزاویه که در آن نقطه همرسی ارتفاع‌ها، رأس زاویه

قائمه است (این نقطه نه بیرون مثلث است، نه درون آن؛ بلکه واقع بر محیط است)، مثال نقض این گزاره است.



۲۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی



گام اول (محاسبه BP بر حسب x): اگر $\hat{APC} = 135^\circ$ ، آن گاه $\hat{BPC} = 45^\circ$ و چون $\hat{BCP}$ متساوی الساقین است، پس $\hat{B} = 45^\circ$ و در نتیجه مثلث CBP قائم الزاویه متساوی الساقین است. اگر در نظر بگیریم $AP = PC = CB = x$ ، با استفاده از قضیه فیثاغورس در این مثلث داریم:

$$BP^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow BP = \sqrt{2}x$$

$$\frac{S(APC)}{S(ABC)} = \frac{AP}{AB} = \frac{x}{x + \sqrt{2}x} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$$

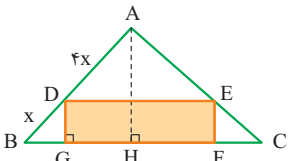
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل، داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{2 - 1} = \sqrt{2} - 1$$

اگر مخرج کسر را گویا کنیم، داریم:

۲۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی



گام اول (محاسبه طول DE بر حسب BC): سؤال می گوید $AD = 4BD$ ، پس می توانیم در نظر بگیریم $BD = x$ و $AD = 4x$. به دلیل موازی بودن DE با BC، بنا به تعمیم قضیه تالس در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5} \Rightarrow DE = \frac{4}{5}BC$$

گام دوم (محاسبه طول DG بر حسب AH): DG و AH هر دو بر BC عمودند، پس با هم موازی هستند و بنا به تعمیم قضیه تالس در مثلث ABH داریم:

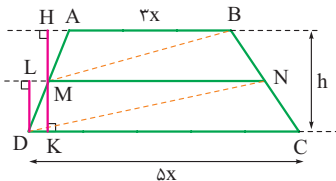
$$\frac{DG}{AH} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{DG}{AH} = \frac{x}{5x} \Rightarrow DG = \frac{1}{5}AH$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا می توان گفت:

$$\frac{S(DEFG)}{S(ABC)} = \frac{DE \cdot DG}{\frac{1}{2}BC \cdot AH} = 2 \times \frac{(\frac{4}{5}BC) \cdot (\frac{1}{5}AH)}{BC \cdot AH} = \frac{8}{25} = 0.32$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی



گام اول (محاسبه MN بر حسب قاعده‌ها): سؤال گفته $\frac{AB}{CD} = \frac{3}{5}$ ، پس فرض می کنیم $AB = 3x$ و $CD = 5x$ ؛ بنابراین:

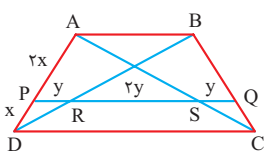
$$MN = \frac{3x + 5x}{2} = 4x$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل، داریم $MK = DL = MH = \frac{1}{2}h$ ؛ پس:

$$\frac{S(ABM)}{S(DMN)} = \frac{\frac{1}{2}MH \cdot AB}{\frac{1}{2}DL \cdot MN} = \frac{\frac{1}{2}(\frac{h}{2})(3x)}{\frac{1}{2}(\frac{h}{2})(4x)} = \frac{3}{4}$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی



گام اول (تحلیل سؤال): با توجه به صورت سؤال، از $\frac{AP}{PD} = 2$ نتیجه می گیریم: $\begin{cases} PR = y \\ RS = 2y \end{cases}$ و از $\frac{RS}{PR} = 2$ نتیجه می گیریم: $\begin{cases} PD = x \\ AP = 2x \end{cases}$

می دانیم $PR = QS = y$ ، پس سؤال، حاصل $\frac{CD}{y}$ را می خواهد.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با استفاده از تعمیم قضیه تالس، در مثلث ACD داریم:

$$\frac{PS}{CD} = \frac{AP}{AD} \Rightarrow \frac{3y}{CD} = \frac{2x}{3x} \Rightarrow \frac{y}{CD} = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{CD}{y} = \frac{9}{2} = 4.5$$

حسابان یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۳۶

۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: از رابطه $S_{fn} = 16S_n$ داریم:

$$\frac{4n}{2}(2a_1 + (4n-1)d) = 16 \times \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$2a_1 + (4n-1)d = 4(2a_1 + (n-1)d) = 8a_1 + (4n-4)d$$

$$2d = 6a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{d}{3}$$

$$\frac{a_{10}}{a_7} = \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 6d} = \frac{\frac{d}{3} + 9d}{\frac{d}{3} + 6d} \xrightarrow{\text{d ها را بزنیم}} \frac{19/5}{6/5} = 3$$

از دو طرف تساوی $\frac{4n}{2}$ را می‌زنیم، پس:

حالا با مرتب کردن رابطه بالا داریم:

نسبت $\frac{a_{10}}{a_7}$ می‌شود:

۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: برای حل معادله $\sqrt{\frac{3x+2}{x}} + 2\sqrt{\frac{x}{3x+2}} = 3$ ، اگر به جای $\sqrt{\frac{3x+2}{x}}$ بگذاریم t ، هم عکس آن است،

یعنی می‌شود $\frac{1}{t} + 2t = 3$ داریم:

$$\frac{x}{t} \rightarrow t^2 + 2 = 3t$$

حالا دو طرف را در t ضرب می‌کنیم تا مخرج از بین برود:

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است.}} t = 1 \text{ یا } 2$$

پس داریم:

$$\sqrt{\frac{3x+2}{x}} = 1 \text{ یا } \sqrt{\frac{3x+2}{x}} = 2$$

$$\frac{3x+2}{x} = 1 \text{ یا } \frac{3x+2}{x} = 4$$

$$3x+2 = x \text{ یا } 3x+2 = 4x$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ یا } x = 2 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{-1} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

به توان ۲ می‌رسانیم تا رادیکال از بین برود:

طرفین وسطین می‌کنیم:

۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: رأس سهمی f در $(4, 0)$ است؛ پس معادله‌اش $y = a(x-4)^2 + 0$ است و با توجه به نقطه $(0, 16)$ باید $a = 1$ باشد، یعنی

$f(x) = (x-4)^2$. ریشه‌های سهمی g اعداد ۴ و ۰ هستند، پس معادله‌اش $g(x) = a(x-0)(x-4)$ است؛ بنابراین رأس g در وسط دو ریشه،

یعنی $x = 2$ قرار دارد و چون رأس g روی f هم هست، داریم: $g(2) = a(2-0)(2-4) = (2-4)^2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow g(x) = -x(x-4)$

$$f(6) + g(6) = (6-4)^2 + (-6)(6-4) = 4 - 12 = -8$$

پس:

۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: در معادله $x^2 - 6x + a = 0$ جمع ریشه‌ها $S = -\frac{(-6)}{1} = 6$ است و طبق صورت سؤال یک ریشه $3 + \sqrt{b}$ است، پس ریشه

دوم $3 - \sqrt{b}$ خواهد بود. حالا ضرب ریشه‌ها $P = \frac{a}{1} = a$ است و داریم: $P = (3 - \sqrt{b})(3 + \sqrt{b}) = 9 - b = a$

اتحاد مزدوج

و بنابراین: $a + b = 9$

۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: وقتی کاری را در ۴۰ روز انجام می‌دهد، یعنی در هر روز $\frac{1}{40}$ کار را تمام می‌کند، پس در ده روز اول $\frac{1}{4}$ یعنی $\frac{10}{40}$ کار را انجام داده و

$\frac{3}{4}$ کار باقی مانده است. حالا عجله داریم که کار دو روزه تمام شود، پس باید در هر روز $\frac{3}{8}$ یعنی $\frac{3}{8}$ کار انجام شود. تعداد کارگر مورد نیاز $\frac{3}{\frac{1}{40}}$ ، یعنی ۱۵ نفر است، پس باید ۱۴ کارگر به یک کارگر اولیه اضافه کنیم.



۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی در ۲۰۰ کیلوگرم از محلول n درصد، به اندازه $\frac{n}{100} \times 200 = 2n$ کیلوگرم نمک و به اندازه $200 - 2n$ کیلوگرم آب داریم. با افزودن ۵۰ کیلوگرم نمک غلظت جدید $\frac{2n+50}{200+50} \times 100$ است که باید ۲۶/۴ باشد.

$$\frac{2n+50}{250} \times 100 = 26/4 \xrightarrow{\text{به ۵۰ ساده کنیم}} \frac{2n+50}{5} \times 2 = 26/4 \xrightarrow{\times \frac{5}{2}} 2n+50 = \frac{26/4 \times 5}{2} = \frac{132}{2} = 66$$

$$\Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow n = 8$$

پس محلول اولیه ۸ درصد بوده است. حالا ۴۰ کیلوگرم آب را تبخیر می‌کنیم، یعنی غلظت ۱۰ درصد خواهد بود.

$$\frac{\text{نمک}}{\text{کل}} = \frac{2n}{200-40} \times 100 = \frac{2 \times 8}{160} \times 100 = 10\%$$

۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی می‌خواهیم 16^{ab} را بسازیم، پس 2^b را به توان $4a$ می‌رسانیم:

$$2^b = 2^7 \xrightarrow{\text{به توان ۴a}} (2^b)^{4a} = 2^{7 \cdot 4a} \xrightarrow{\text{جای توان‌ها را عوض کنیم}} (2^4)^{ab} = (2^3)^{4a}$$

$$\Rightarrow 16^{ab} = 3^{12a} = (3^2)^{6a} = 9^{6a}$$

اما سؤال گفته $9^a = 8$ ، پس 9^{6a} می‌شود 8^6 ، یعنی $(2^3)^6 = 2^{18}$ ؛ پس: $16^{ab} = 2^{18}$.

۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با توجه به این که $-1 < a < 0$ است، داریم:

$$\sqrt[3]{a} < a < a^3 < 0 < a^2$$

پس در $A = |\sqrt[3]{a} + a| - |a - \sqrt[3]{a}|$ عبارت به صورت $-\sqrt[3]{a} - a - (a - \sqrt[3]{a})$ است، می‌شود $A = -2a = \frac{2}{3}$ ، پس $a = -\frac{1}{3}$.

در عبارت دوم هم داریم:

$$B = |\underbrace{a^2 - a^3}_{\frac{1}{9} + \frac{1}{27}}| + |\underbrace{a + a^2}_{-\frac{1}{3} + \frac{1}{9}}| = \left| \frac{4}{27} \right| + \left| \frac{-2}{9} \right| = \frac{4}{27} + \frac{2}{9} = \frac{4+6}{27} = \frac{10}{27}$$

۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی خط با شیب $-\frac{1}{4}$ معادله‌ای به صورت $y = -\frac{1}{4}x + h$ یا $x + 4y + c = 0$ دارد که معادله دوم برای فرمول فاصله مناسب‌تر است. فاصله مبدأ از این خط می‌شود:

$$OH = \frac{|c|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{17}}$$

طبق صورت سؤال این فاصله $\sqrt{20}$ است و داریم: $\sqrt{20} = \frac{|c|}{\sqrt{17}} \Rightarrow |c| = \sqrt{20} \sqrt{17} = 10$ ؛ پس: $c = \pm 10$ و معادله خط $x + 4y \pm 10 = 0$ است که در

$$AB = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{100 + 25} = \sqrt{125}$$

محورها را قطع می‌کند و فاصله AB می‌شود: $A \begin{vmatrix} \pm 10 \\ \pm 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 0 \\ \pm 5 \end{vmatrix}$.

۱۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی از $|a| < \sqrt[4]{|a|}$ نتیجه می‌شود $|a|$ عددی بین ۰ و ۱ است (چون ریشه‌اش از خودش بیشتر است).

و از $|a| < a$ نتیجه می‌شود $a < 0$ ، پس داریم: $-\frac{1}{|a|} < a < 0$.

بنابراین: $-1 < a < 0$ ، یعنی مثلاً $a = -\frac{1}{4}$ است. حالا در گزینه‌ها:

۱) a^5 از a^3 منفی‌تر است. ✗

۲) a^3 منفی است و از a^2 کوچک‌تر خواهد بود. ✗

۳) a^4 و a^2 هر دو مثبت و a^2 کوچک‌تر است. ✗

۴) a^3 عددی منفی و $\sqrt[5]{a}$ نیز منفی است.

اما اندازه a^3 کمتر (به صفر نزدیک‌تر) است، پس $\sqrt[5]{a} < a^3$. ✓

آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گزاره‌ها ۱ و ۲ گزاره‌ها هستند نه گزاره، که اگر به جای x عدد قرار دهیم تبدیل به گزاره می‌شوند.

گزاره نیست، چون ارزش آن معلوم نیست.

می‌ماند ۴ که هم گزاره است و هم ارزش آن درست است.

۶ عضو دارد. $\Rightarrow \{1, 2, 4, 5, 10, 20\} = \text{مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی } 20$

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

۱

$$(p \vee q) \Rightarrow p \equiv \underbrace{\sim(p \vee q)}_{\text{فصل}} \vee p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee p \equiv p \vee \sim q$$

تالی نقیض مقدم

که همواره درست نیست.

مثلاً اگر $p \equiv F$ و $q \equiv T$ ، این گزاره غلط می‌شود.

درست است.

$$\sim p \Rightarrow p \equiv \sim(\sim p) \vee p \equiv p \vee p \equiv p$$

طبق تعریف انتفای مقدم، درست است.

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

که اگر $p \equiv F$ ، این گزاره نادرست می‌شود.

همواره درست است.

$$(\sim p \Rightarrow p) \vee (\sim p \Rightarrow p) \equiv \sim p \Rightarrow p \equiv p \vee p \equiv p$$

$$(\sim p \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \vee p) \equiv (p \vee \sim p) \wedge (\sim p \vee p) \equiv p \vee \sim p \equiv T$$

همواره درست است.

$$p \Rightarrow p \equiv \sim p \vee p \equiv T$$

همواره درست است.

$$p \vee (\sim p \Rightarrow \sim p) \equiv p \vee (p \vee \sim p) \equiv p \vee T \equiv T$$

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

$$x - \frac{1}{x} \leq -2 \text{ و } x < 0 \text{ مثال نقض: } x = -1 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = -1 - \frac{1}{-1} = -1 + 1 = 0 > -2$$

پس یک گزاره سوری نادرست داریم، زیرا به دلیل وجود سور عمومی برای تمام مقادیر منفی و حقیقی x باید گزاره درست باشد. و اما نقیض گزاره:

$$\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > -2$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 - 4x = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow (x+1)^2 \geq 4x$$

پس ممکن است مساوی هم باشند. مثلاً اگر x را برابر ۱ قرار دهیم، داریم:

$$x = 1 \Rightarrow (x+1)^2 = 4x \Rightarrow 4 = 4$$

که همین مثال نقض، نشان‌دهنده نادرستی این گزینه است. (چون سور عمومی داریم).

$$\frac{x+1}{x} = x \Rightarrow x^2 = x+1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

پس درست است و چنین x ای وجود دارد، که این جا هم سور وجودی داریم.



۳

$$x^2 + 3 < 3x$$

عبارت $x^2 - 3x + 3 > 0 \Rightarrow x^2 + 3 > 3x$ همواره مثبت است، چون ریشه ندارد و ضریب x^2 مثبت است. پس:
و این نشان می‌دهد، x ی نداریم که $x^2 + 3 < 3x$ بشود و در نتیجه یک گزاره سوری نادرست داریم.

۴

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

همین یک مثال نقض، نشان‌دهنده نادرستی این سور عمومی است. عبارت سمت چپ، تعریف نشده $\Rightarrow x = 1$: مثال نقض

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ۱) A و B نامتناهی هستند، پس $A \cup B$ حتماً نامتناهی است و درباره $A \cap B$ چیزی نمی‌توان گفت. ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

۲

$$= \frac{5!}{2! \times 3!} = 10$$

۳

دقت کنید که:

$$۱) A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' - B = A' \cap B' = B'$$

$$۲) C' \subseteq A \Rightarrow A' \subseteq C \Rightarrow B' \subseteq A' \subseteq C \Rightarrow B' \cup C = C$$

$$(A' - B) \cup C = (A' \cap B') \cup C = B' \cup C = C$$

حالا ساده کردن:

۴

مجموعه A را می‌توان از اجتماع تکه‌های افزاز به دست آورد:

$$A = \{a\} \cup \{\{a, b\}, b\} = \{a, b, \{a, b\}\} \Rightarrow |A| = 3$$

پس $2^3 = 8$ زیرمجموعه دارد.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی پیدا کردن A_3 و A_5 :

$$n = 3 \Rightarrow A_3 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -3, 2^m \leq 3\} = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$(2^m \leq 3 \Rightarrow m \leq 1)$$

$$n = 5 \Rightarrow A_5 = \{m \in \mathbb{Z} \mid m \geq -5, 2^m \leq 5\} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

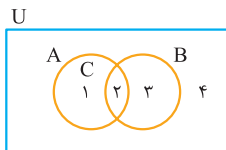
$$(2^m \leq 5 \Rightarrow m \leq 2)$$

محاسبه $A_5 - A_3$: اعضای که در A_5 هست و در A_3 نیست. $A_5 - A_3 = \{-5, -4, 2\}$

پس سه عضو دارد و این یعنی $2^3 = 8$ زیرمجموعه دارد.

۱۸- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی راه اول: ۱) نمودار ون برای A ، B و C



$$C = A \cap B' = A - B$$

$$\left. \begin{matrix} B': 1, 4 \\ A': 3, 4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow B' - A': 1 \Rightarrow (B' - A')': 2, 3, 4$$

۲) محاسبه و ساده‌سازی:

$$C: 1 \Rightarrow (B' - A')' \cup C: 1, 2, 3, 4 = U \Rightarrow U \cup x = U$$

↓
مجموعه دلخواه

$$(B' - A')' = (B' \cap A)' = (A - B)' = C' \xrightarrow{UC} C' \cup C = U \Rightarrow U \cup x = U$$

راه دوم:

۱۹- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی وقتی تعداد افراهای یک مجموعه، ۱۵ باشد یعنی آن مجموعه ۴ عضوی است. اعضای این مجموعه تمام $2k-1$ هایی هستند؛ که $a < k < b$ پس باید ۴ مقدار مختلف برای k که صحیح است داشته باشیم تا ۴ عضو به دست بیاید و این یعنی:

$$k = n, n+1, n+2, n+3 \Rightarrow n-1 < k < n+4$$

$$\Rightarrow a = n-1 \text{ کمترین مقدار } b = n+4 \text{ بیشترین مقدار}$$

$$\Rightarrow b-a=5$$

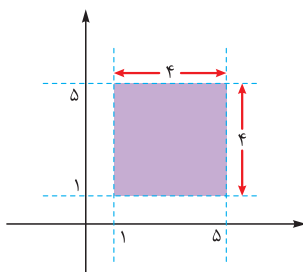
دقت کنید که برای بزرگ تر شدن $b-a$ باید b را تا حد امکان بزرگ و a را تا حد امکان کوچک انتخاب کنیم.

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی (۱) ساده سازی:

$$A \times A - B \times B = A^2 - (A \times A) \cap (B \times B) = A^2 - (A \cap B)^2$$

(۲) مساحت ناحیه A^2 یعنی مساحت یک مربع به ضلع ۴ که می شود ۱۶:



$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, (x-3)^2 < 4\} \Rightarrow |x-3| < 2 \Rightarrow$$

$$-2 < x-3 < 2 \Rightarrow 1 < x < 5 \Rightarrow A = (1, 5)$$

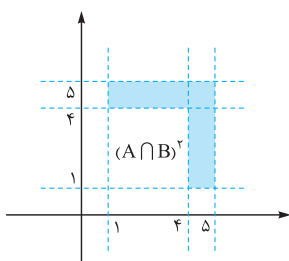
(۳) بنابراین مساحت ناحیه $(A \cap B)^2$ باید ۹ باشد، تا مساحت ناحیه حاصل بشود ۷. پس ما یک مربع به ضلع ۳ یا به عبارتی یک بازه به طول ۳ برای $A \cap B$ می خواهیم که با اعداد (۴) چنین چیزی ممکن نیست:

$$a=3, b>4 \Rightarrow B=(3, b]$$

$$\Rightarrow A \cap B = \begin{cases} (3, 5) & b \geq 5 \\ (3, b] & b < 5 \end{cases}$$

که در هر دو حالت، طول بازه $A \cap B$ کمتر از ۳ است.

ولی در سایر گزینه ها:



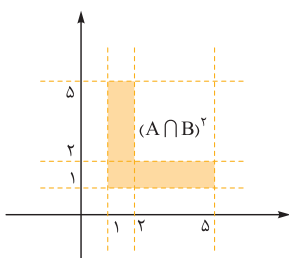
$$\text{مثلاً: } a=0, b=4 \Rightarrow B=(0, 4] \Rightarrow A \cap B=(1, 4]$$

$$\Rightarrow A \cap B \text{ طول بازه } = 3 \Rightarrow (A \cap B)^2 \text{ مساحت} = 9$$

(۱)

(۲) مثل

$$a=-1, b=4 \Rightarrow B=(-1, 4] \Rightarrow A \cap B=(1, 4] \Rightarrow A \cap B \text{ طول} = 3 \Rightarrow (A \cap B)^2 \text{ مساحت} = 9$$



$$a=2, b=6 \Rightarrow B=(2, 6] \Rightarrow A \cap B=(2, 5)$$

$$\Rightarrow A \cap B \text{ طول} = 3 \Rightarrow (A \cap B)^2 \text{ مساحت} = 9$$

(۳)

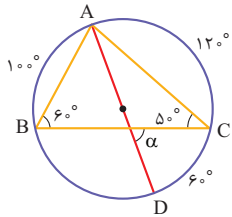


هندسه یازدهم: صفحه های ۹ تا ۲۳

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل مناسب و محاسبه اندازه کمان های مورد نیاز):



زاویه های B و C محاطی اند و اندازه آنها، نصف اندازه کمان روبه رویشان است، پس داریم:

$$\widehat{AC} = 2\widehat{B} = 120^\circ \text{ و } \widehat{AB} = 2\widehat{C} = 100^\circ$$

از طرفی AD قطر دایره است، پس $\widehat{ACD} = 180^\circ$ و در نتیجه $\widehat{CD} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

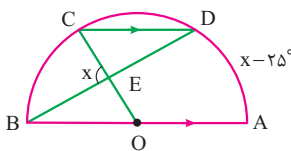
گام دوم (محاسبه زاویه α): α را به دست می آوریم:

$$\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{100^\circ + 60^\circ}{2} = 80^\circ$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه زاویه های ABD و BOC بر حسب x):



از موازی بودن AB و CD نتیجه می گیریم $\widehat{BC} = \widehat{AD} = x - 25^\circ$ ، پس داریم:

$$\widehat{BOC} = \widehat{BC} = x - 25^\circ \text{ زاویه مرکزی}$$

$$\widehat{ABD} = \frac{1}{2}\widehat{AD} = \frac{1}{2}(x - 25^\circ) \text{ زاویه محاطی}$$

از طرفی داریم:

گام دوم (محاسبه x): زاویه BEC برای مثلث BOE زاویه خارجی است، پس اندازه آن با مجموع اندازه های دو زاویه BOC و ABD برابر است، یعنی:

$$x = (x - 25^\circ) + \frac{1}{2}(x - 25^\circ) \Rightarrow x = \frac{3}{2}(x - 25^\circ) \Rightarrow 2x = 3(x - 25^\circ) \Rightarrow x = 75^\circ$$

گام سوم (محاسبه اندازه کمان CD): داریم $\widehat{AD} = \widehat{BC} = 75^\circ - 25^\circ = 50^\circ$ ، پس:

$$\widehat{AD} + \widehat{CD} + \widehat{BC} = 180^\circ \text{ (نیم دایره)}$$

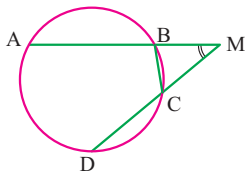
$$\Rightarrow 50^\circ + \widehat{CD} + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 80^\circ$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه کمان های AD و BC): از $BC = R$ نتیجه می گیریم $\widehat{BC} = 60^\circ$ و از $AB = R\sqrt{2}$ نتیجه می گیریم

$$\widehat{AB} = 90^\circ \text{ و داریم:}$$



$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CD} + \widehat{AD} = 360^\circ \text{ (کل دایره)}$$

$$\Rightarrow 90^\circ + 60^\circ + 70^\circ + \widehat{AD} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 140^\circ$$

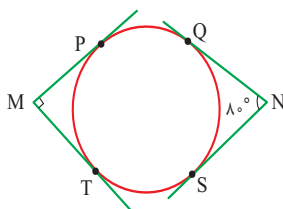
$$\widehat{M} = \frac{140^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

گام دوم (محاسبه زاویه M): داریم $\widehat{M} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2}$ ، پس:

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه اندازه کمان های PT و QS):



$$\widehat{PT} = 180^\circ - \widehat{M} \Rightarrow \widehat{PT} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\widehat{QS} = 180^\circ - \widehat{N} \Rightarrow \widehat{QS} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

گام دوم (محاسبه اندازه کمان PQ): با توجه به شکل داریم:

$$\widehat{PT} + \widehat{TS} + \widehat{QS} + \widehat{PQ} = 360^\circ \text{ (کل دایره)}$$

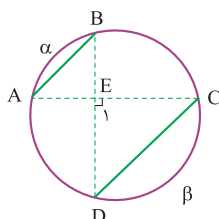
$$\Rightarrow 90^\circ + 50^\circ + 100^\circ + \widehat{PQ} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{PQ} = 120^\circ$$

گام سوم (محاسبه طول وتر PQ): اگر $\widehat{PQ} = 120^\circ$ ، آن گاه $PQ = R\sqrt{3}$ ، یعنی طول وتر PQ، برابر شعاع دایره است.

۲۵- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: گام اول (اثبات مکمل بودن دو کمان AB و CD):

در شکل روبه‌رو داریم:



$$\widehat{E_1} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2} \Rightarrow 90^\circ = \frac{\alpha + \beta}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$$

پس α و β مکمل هم‌اند.

گام دوم (محاسبه طول AB و CD بر حسب R و α):

$$AB = 2R \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$CD = 2R \cdot \sin \frac{\beta}{2} \Rightarrow CD = 2R \cdot \sin \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 2R \cdot \sin(90^\circ - \frac{\alpha}{2}) = 2R \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$$

گام سوم (محاسبه حاصل $AB^2 + CD^2$): حالا حاصل $AB^2 + CD^2$ را محاسبه می‌کنیم:

$$AB^2 + CD^2 = (2R \sin \frac{\alpha}{2})^2 + (2R \cos \frac{\alpha}{2})^2 = 4R^2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} + 4R^2 \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 4R^2 (\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos^2 \frac{\alpha}{2}) = 4R^2$$

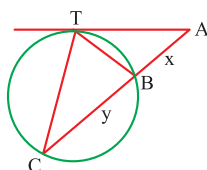
گام چهارم (محاسبه R): با مقارنه $AB = 8$ و $CD = 15$ ، داریم:

$$AB^2 + CD^2 = 4R^2 \Rightarrow 64 + 225 = 4R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{289}{4} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2} = 8.5$$

بعضی‌ها نتیجه حاصل از حل این سؤال را در قالب چنین نکته‌ای بیان می‌کنند:

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول (محاسبه AT بر حسب x و y):



$$AT^2 = AB \cdot AC \Rightarrow AT^2 = x(x + y) \Rightarrow AT = \sqrt{x(x + y)}$$

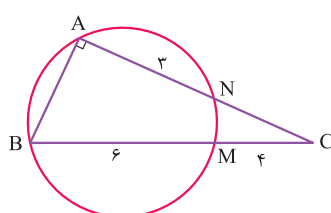
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): در دو مثلث متشابه ACT و ABT داریم:

$$\frac{BT}{CT} = \frac{AB}{AT} \Rightarrow \frac{BT}{CT} = \frac{x}{\sqrt{x(x + y)}} = \frac{\sqrt{x} \sqrt{x}}{\sqrt{x} \sqrt{x + y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x + y}} = \sqrt{\frac{x}{x + y}}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: گام اول (محاسبه طول CN):

با استفاده از روابط طولی در دایره، داریم:



$$CN \cdot CA = CM \cdot CB \Rightarrow x(x + 3) = 4 \times 10$$

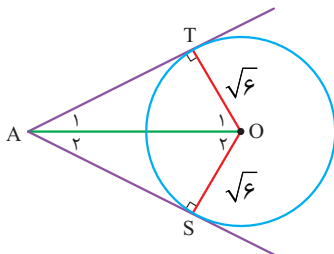
$$\Rightarrow x^2 + 3x = 40 \Rightarrow x^2 + 3x - 40 = 0 \Rightarrow (x + 8)(x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 5 \end{cases}$$



گام دوم (محاسبه طول AB): از قضیه فیثاغورس در مثلث ABC استفاده می کنیم. داریم: $AC = 8 = 2 \times \boxed{4}$, $BC = 10 = 2 \times \boxed{5}$.
از آن جا که $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ و $\boxed{3}$ اعداد فیثاغورس هستند، داریم: $AB = 2 \times \boxed{3} = 6$.

گام سوم (محاسبه مساحت مثلث ABC): با معلوم بودن AB و AC، مساحت مثلث قائم الزویه ABC به راحتی به دست می آید:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$



۲۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه طول مماس ها):

طبق فرض سؤال $\widehat{TAS} = 6^\circ$ ، پس $\widehat{AT_1} = \widehat{AT_2} = 3^\circ$ و در مثلث قائم الزویه ATO داریم:

$$\tan \widehat{AT_1} = \frac{OT}{AT} \Rightarrow \tan 3^\circ = \frac{\sqrt{6}}{AT} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{AT} \Rightarrow AT = 3\sqrt{2}$$

گام دوم (محاسبه مساحت چهارضلعی ATOS): دو مثلث ATO و ASO همنهشت هستند، پس مساحت های آن ها با هم برابر است و داریم:

$$S(ATOS) = S(ATO) + S(ASO) = 2S(ATO) = 2 \times \frac{1}{2} \times OT \cdot AT = 2 \times \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{3}$$

گام سوم (محاسبه مساحت قطاع TOS): در گام اول گفتیم $\widehat{AT_1} = 3^\circ$ ، پس در مثلث قائم الزویه ATO داریم $\widehat{O_1} = 90^\circ - \widehat{AT_1} = 6^\circ$ ، پس

$$\widehat{TOS} = 2\widehat{O_1} = 12^\circ \quad \theta = \widehat{TOS} = 12^\circ \quad \text{اما برای استفاده از فرمول } S = \frac{1}{2} \theta R^2 \text{ باید بر حسب رادیان باشد، یعنی باید قرار دهیم } \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ و داریم:}$$

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} \times (\sqrt{6})^2 = 2\pi$$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): مساحت ناحیه بین دو مماس و محیط دایره، برابر است با «مساحت چهارضلعی ATOS منهای مساحت قطاع TOS»، یعنی:

$$S(ATOS) - S_{\text{قطاع}} = 6\sqrt{3} - 2\pi$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول (افزودن پاره خط های مورد نیاز، به شکل سؤال): اگر در سؤال، خط مماس

داشتیم، احتمالاً باید از مرکز دایره به نقطه تماس وصل و زاویه قائمه را ایجاد کنیم، پس از O به

T وصل می کنیم؛ از طرفی اگر از B به S وصل کنیم، داریم: $\widehat{ASB} = 90^\circ$.

گام دوم (استفاده از قضیه تالس و محاسبه x): دو پاره خط OT و BS، هر دو بر AT عمودند، پس $OT \parallel BS$ و می توانیم از قضیه تالس

(جزء به جزء) در مثلث ATO استفاده کنیم:

$$\frac{AS}{ST} = \frac{AB}{BO} \Rightarrow \frac{16}{x} = \frac{2r}{R}$$

$$\frac{16}{x} = \frac{2r}{1/5r} \Rightarrow \frac{16}{x} = \frac{2}{1/5} \Rightarrow x = \frac{16 \times 1/5}{2} = 12$$

سؤال می گوید $R = 1/5r$ ، پس:

۳۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه طول مماس های مشترک):

سؤال می گوید $R' = 2R$ ، پس داریم: $a = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} = \sqrt{d^2 - (R + 2R)^2} = \sqrt{d^2 - 9R^2}$ طول مماس مشترک داخلی

$$b = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{d^2 - (R - 2R)^2} = \sqrt{d^2 - R^2}$$
 طول مماس مشترک خارجی

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق فرض سؤال $b = \sqrt{3}a$ ، پس داریم:

$$\sqrt{d^2 - R^2} = \sqrt{3} \sqrt{d^2 - 9R^2} \Rightarrow d^2 - R^2 = 3(d^2 - 9R^2) \Rightarrow d^2 - R^2 = 3d^2 - 27R^2 \Rightarrow 26R^2 = 2d^2 \Rightarrow 13R^2 = d^2$$

$$\Rightarrow \frac{d^2}{R^2} = 13 \Rightarrow \frac{d}{R} = \sqrt{13}$$



فیزیک دهم: صفحه‌های ۱ تا ۵۲

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: به کمک روابط فیزیکی، یکاهای فرعی تمام کمیت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$[F] = [m][a] \Rightarrow [F] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

برای یافتن یکای فرعی کمیت نیرو از رابطه $F = ma$ استفاده می‌کنیم.

برای یافتن یکای فرعی کمیت انرژی از رابطه $W = Fd \cos \alpha$ استفاده می‌کنیم. کار از جنس انرژی و یکای آن ژول است.

$$[W] = [F][d][\cos \alpha] \Rightarrow [W] = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \times \text{m} \times 1 = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}$$

برای یافتن یکای فرعی کمیت توان، از رابطه آن استفاده می‌کنیم. توان، آهنگ انجام کار است؛ بنابراین داریم:

$$P = \frac{\text{کار}}{\text{زمان}} \Rightarrow [P] = \frac{\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{s}}{1}} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3}$$

در نهایت یکای فرعی کمیت فشار را به دست می‌آوریم. به اندازه نیروی عمود بر واحد سطح، فشار گفته می‌شود.

$$P = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح مقطع}} = \frac{F}{A} \Rightarrow [P] = \frac{[F]}{[A]} = \frac{\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}$$

پس جواب ۴ است.

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: فشارسنج از نوع رقمی (دیجیتال) است و آخرین رقمی که فشارسنج نشان می‌دهد از مرتبه دهم کیلوپاسکال است؛ بنابراین دقت اندازه‌گیری $1 \text{ kPa} / 10$ است.

گام دوم: برای کاهش خطا در اندازه‌گیری هر کمیت، معمولاً اندازه‌گیری، چند بار تکرار می‌شود و در نهایت میانگین اندازه‌های به‌دست‌آمده به عنوان نتیجه گزارش می‌شود و در این فرایند اگر یک یا دو عدد اختلاف زیادی با بقیه داشته باشند، در میانگین‌گیری حذف می‌شوند.

در این سؤال، مقدار اندازه‌گیری‌شده در آزمایش شماره ۴ از میانگین‌گیری حذف می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\text{نتیجه گزارش} = \frac{87/2 + 86/4 + 87/8 + 87/1 + 86/5}{5} = 87/0 \text{ kPa}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: تندی هر سه کشتی را به کمک روش تبدیل زنجیره‌ای برحسب m/s به دست می‌آوریم و مقایسه می‌کنیم.

گام اول: تندی کشتی A را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v_A = 12 \text{ گره} = 12 \times \frac{1852 \text{ m}}{1800 \text{ s}} = 12 \times \frac{10}{9} \text{ m/s} = 13.33 \text{ m/s}$$

گام دوم: تندی کشتی B را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v_B = 10 \text{ mile/min} = 10 \times \frac{1609 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 268.33 \text{ m/s}$$

گام سوم: تندی کشتی C را برحسب m/s به دست می‌آوریم:

$$v_C = 24 \text{ km/h} = 24 \times \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 6.67 \text{ m/s}$$

گام چهارم: تندی سه کشتی را مقایسه می‌کنیم:

$$v_C = 6.67 \text{ m/s} > v_B = 268.33 \text{ m/s} > v_A = 13.33 \text{ m/s}$$

بنابراین ۲ درست است.



۳۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی در اثر تغییر حالت یک ماده، جرم ماده ثابت می‌ماند، بنابراین جرم آب و یخ برابر است و به دلیل کم‌تر بودن چگالی یخ از

$$V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = 200 \text{ cm}^3 \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} - \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} = 200 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \frac{m}{0.9} - \frac{m}{1} = 200 \Rightarrow \frac{m - 0.9m}{0.9} = 200 \Rightarrow 0.1m = 180 \Rightarrow m = 1800 \text{ g} = 1.8 \text{ kg}$$

پس ۲ درست است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: چگالی مایع مخلوط را از رابطه $\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$ به دست می‌آوریم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{6 + m_2}{\frac{6}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

گام دوم: چگالی مایع مخلوط، ۵ درصد از چگالی آب کمتر است ($\rho_{\text{مخلوط}} = 0.95\rho_1$) و چگالی مایع (۲) که مربوط به الکل است، ۲۰ درصد کمتر از چگالی آب است ($\rho_2 = 0.8\rho_1$)؛ بنابراین داریم:

$$0.95\rho_1 = \frac{6 + m_2}{\frac{6}{\rho_1} + \frac{m_2}{0.8\rho_1}} \Rightarrow 0.95\rho_1 \left(\frac{6}{\rho_1} + \frac{m_2}{0.8\rho_1} \right) = 6 + m_2 \Rightarrow 0.95 \times 6 + \frac{0.95}{0.8} m_2 = 6 + m_2$$

$$\Rightarrow \frac{0.95m_2}{0.8} - m_2 = 6 - 0.95 \times 6 \Rightarrow m_2 \left(\frac{0.95}{0.8} - 1 \right) = 6(0.05) \Rightarrow m_2 = \frac{6 \times 0.05 \times 0.8}{0.15} = 1.6 \text{ kg}$$

پس ۲ درست است.

۳۶- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: به دلیل غلبه نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه بر نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، سطح آب درون لوله موئین بالاتر از سطح آب درون ظرف قرار می‌گیرد، هم‌چنین سطح آب درون لوله موئین به صورت فرورفته خواهد بود. (رد ۳ و ۴) گام دوم: به دلیل چرب بودن سطح بیرونی لوله موئین، نیروی دگرچسبی بین آب و سطح بیرونی لوله موئین، کمتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب می‌شود؛ بنابراین سطح آب در تماس با بیرون لوله موئین، به صورت برآمده خواهد بود.

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی به کمک رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، نیروی عمودی وارد بر سطح پنجره زیر دریایی را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F}{A} \xrightarrow{A = \pi \frac{d^2}{4}, d = 0.4 \text{ m}} \Delta \times 10^5 = \frac{F}{\frac{\pi}{4} \times (0.4)^2} \Rightarrow F = \Delta \times 10^5 \times \frac{3.14}{4} \times 0.16 = 6.28 \times 10^4 \text{ N}$$

۴ درست است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: فشار در عمق ۴ متری و ۳ متری مایع را به کمک رابطه $P = P_0 + \rho gh$ به دست می‌آوریم:

$$(P_1) \Rightarrow P_1 = P_0 + \rho g(3) = 10^5 + 30\rho \quad (P_2) \Rightarrow P_2 = P_0 + \rho g(4) = 10^5 + 40\rho$$

گام دوم: فشار در عمق ۴ متری، ۱۲/۵ درصد بیشتر از فشار در عمق ۳ متری است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{112}{100} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{9}{8} \Rightarrow \frac{40\rho + 10^5}{30\rho + 10^5} = \frac{9}{8} \Rightarrow 320\rho + 8 \times 10^5 = 270\rho + 9 \times 10^5 \Rightarrow 50\rho = 10^5 \Rightarrow \rho = \frac{10^5}{50} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

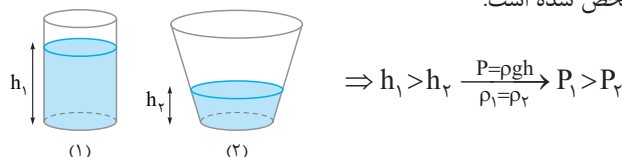
$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + \frac{10^5}{50} \times 10 \times 2 = 1.4 \times 10^5 \text{ Pa} = 140 \text{ kPa}$$

گام سوم: فشار در عمق ۲ متری مایع را به دست می‌آوریم:

۴ درست است.

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: فشار ناشی از مایع در کف یک ظرف، بدون در نظر گرفتن شکل آن از رابطه $P = \rho gh$ به دست می‌آید. از آن جا که سطح مقطع کف هر دو ظرف یکسان است و جرم یکسانی از یک مایع در دو ظرف ریخته شده است، با توجه به شکل ظرف‌ها، ارتفاع مایع درون ظرف (۲) کمتر از ظرف (۱) خواهد شد که در شکل مقابل مشخص شده است.



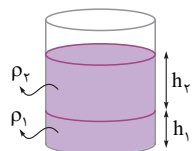
همین جا معلوم می‌شود که **گزینه ۳** درست است.

گام دوم: اگر ظرف حاوی مایع، متوازی‌السطوح باشد (استوانه، مکعب و ...)، آن گاه مجاز هستیم که به کمک رابطه $P = \frac{mg}{A}$ فشار ناشی از مایع بر کف ظرف را به دست آوریم؛ بنابراین فشار ناشی از مایع بر کف ظرف (۱) برابر است با:

$$P_1 = \frac{mg}{A} \xrightarrow{m=0.8 \text{ kg}, A=400 \text{ cm}^2} P_1 = \frac{0.8 \times 10}{400 \times 10^{-4}} = 200 \text{ Pa}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: دو مایع (۱) و (۲) با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 را در نظر بگیرید ($\rho_1 > \rho_2$). مایع (۱) به دلیل چگالی بیشتر ته‌نشین می‌شود، شکل زیر نحوه قرارگیری این دو مایع را نمایش می‌دهد.



توجه کنید جرم دو مایع با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow \rho_1 A h_1 = \rho_2 A h_2 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \xrightarrow{\rho_1 > \rho_2} h_1 < h_2$$

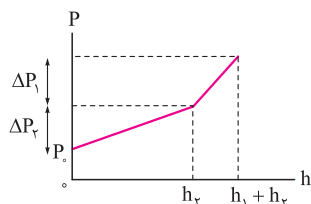
$P =$ فشار در سطح آزاد مایع.

گام دوم: فشار در سطح آزاد مایع، سطح جدایی دو مایع و کف ظرف را به دست می‌آوریم:

$P = \rho_2 g h_2 + P$ سطح جدایی دو مایع

$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + P$ کف ظرف

گام سوم: نمودار فشار بر حسب ارتفاع از سطح آزاد مایع را رسم می‌کنیم:



$$\Delta P_1 = \rho_1 g h_1$$

$$\xrightarrow{\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2} \Delta P_1 = \Delta P_2 \text{ و } h_1 > h_2$$

$$\Delta P_2 = \rho_2 g h_2$$

پس شیب خط در ابتدا باید کمتر از قسمت دوم باشد، یعنی **گزینه ۱** درست است.

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه تغییر فشار بر حسب ارتفاع را برای هوا می‌نویسیم:

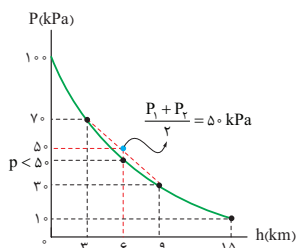
$$\Delta P = \rho g \Delta h \xrightarrow{P_1 = 70 \text{ kPa} = 70 \times 10^3 \text{ Pa}, P_2 = 30 \text{ kPa} = 30 \times 10^3 \text{ Pa}} 70 \times 10^3 - 30 \times 10^3 = \rho \times 10 \times (9 \times 10^3 - 3 \times 10^3)$$

$$\Rightarrow 70 - 30 = \rho \times 10 \times (9 - 3) \Rightarrow 40 = \rho \times 10 \times 6 \Rightarrow \rho = \frac{2}{3} \text{ kg/m}^3$$

پس مورد «الف» صحیح است.

$$\rho = \frac{2}{3} \text{ g/cm}^3 = \frac{2000}{3} \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: مورد «ب» صحیح نیست.



گام سوم: اگر تغییرات فشار هوا خطی بود، فشار متوسط هوا $\left(\frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{30 + 70}{2}\right) = 50 \text{ kPa}$

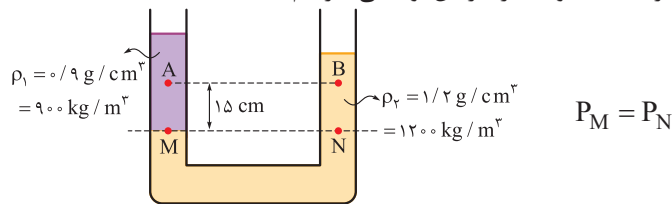
به دست می‌آید، اما در واقعیت این‌طور نیست و همان‌طور که در نمودار دیده می‌شود، فشار هوا در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین، کمتر از این مقدار است؛ پس مورد «ت» صحیح است.



۴۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: مطابق شکل، سطح افقی فرضی را از نقاط M و N در طرفین لوله می گذرانیم:



گام دوم: رابطه اختلاف فشار را یک بار بین نقاط A و M و بار دیگر بین نقاط B و N می نویسیم و از آنجا اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را به دست می آوریم: $(\Delta h_1 = \Delta h_2 = h = 15 \text{ cm})$

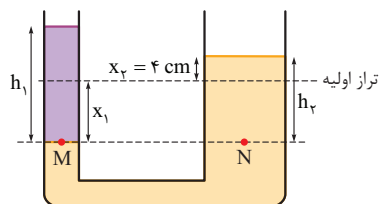
$$\left. \begin{aligned} P_M - P_A &= \rho_1 gh \\ P_N - P_B &= \rho_2 gh \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_N - P_B - (P_M - P_A) = (\rho_2 - \rho_1)gh \Rightarrow \cancel{P_N} - P_B - \cancel{P_M} + P_A = (\rho_2 - \rho_1)gh$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = (1200 - 900) \times 10 \times \frac{15}{100} = 450 \text{ Pa}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به شکل، فاصله x_1 و ارتفاع h_2 را به دست می آوریم:



$$A_1 x_1 = A_2 x_2 \Rightarrow 2x_1 = 5 \times 4 \Rightarrow x_1 = 10 \text{ cm}$$

$$h_2 = x_1 + x_2 = 10 + 4 = 14 \text{ cm}$$

گام دوم: فشار در نقاط M و N با هم برابر هستند و می توان نوشت:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \xrightarrow{h_2 = 14 \text{ cm}} \rho_1 h_1 = 1 \times 14 \Rightarrow \rho_1 h_1 = 14 \text{ g/cm}^2$$

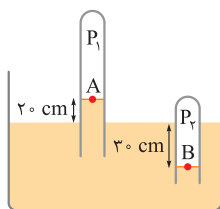
$$m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 h_1 A_1 = 14 \times 2 = 28 \text{ g}$$

گام سوم: جرم روغن را به دست می آوریم:

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: اختلاف فشار گاز در لوله های ۱ و ۲، با اختلاف فشار بین دو نقطه A و B برابر است.



$$P_2 - P_1 = P_B - P_A = (P_g)_{AB}$$

گام دوم: اختلاف فشار بین دو نقطه A و B را برحسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$(P_g)_{AB} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 1.7 \text{ g/cm}^3, h = 20 + 30 = 50 \text{ cm}} (P_g)_{AB} = \frac{1.7}{13.6} \times 50 = \frac{50}{8} = 6.25 \text{ cmHg}$$

$$P_2 - 60 = 6.25 \Rightarrow P_2 = 66.25 \text{ cmHg}$$

گام سوم: فشار P_2 را محاسبه می کنیم:

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

گام اول: یک بار رابطه بین P_1 و P_2 و بار دیگر رابطه بین P_2 و P_3 را می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} P_1 + (P_g)_{\text{روغن}} &= P_2 \\ P_2 &= P_3 + (P_g)_{\text{آب}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_1 + (P_g)_{\text{روغن}} = P_3 + (P_g)_{\text{آب}} \Rightarrow P_1 - P_3 = (P_g)_{\text{آب}} - (P_g)_{\text{روغن}}$$

گام دوم: فشار پیماندهای روغن و آب را برحسب سانتی متر جیوه می نویسیم و از آنجا فشار پیماندهای محفظه (۱) را به دست می آوریم:

$$P_1 - P_3 = \frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h_{\text{آب}} - \frac{\rho_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h_{\text{روغن}} \Rightarrow P_1 - P_3 = \frac{1}{13.6} \times 17 - \frac{0.85}{13.6} \times 12 = 1.25 - 0.75 \Rightarrow P_1 - P_3 = 0.5 \text{ cmHg}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: چگالی هر یک از دو جسم A و B را با چگالی مایع و سپس چگالی آن‌ها را نسبت به هم مقایسه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \rho_A < \rho_{\text{مایع}} \\ \rho_B = \rho_{\text{مایع}} \end{array} \right\} \Rightarrow \rho_A < \rho_B$$

گام دوم: از آن‌جا که هر دو جسم در حال تعادل هستند، نیروی خالص وارد بر آن‌ها صفر است.



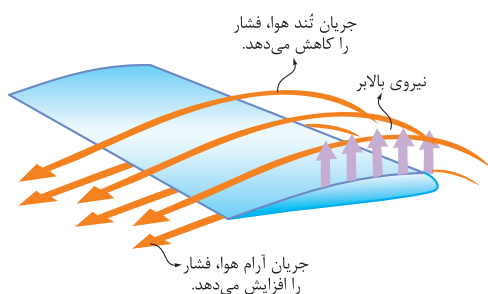
$$F_b = mg \xrightarrow{m_A = m_B} (F_b)_A = (F_b)_B$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: وزش باد (جریان تند هوا) بالای آب دریا، سبب

کاهش فشار هوا می‌شود و با ایجاد مکش از بالا به افزایش ارتفاع میانگین موج‌های دریا کمک می‌کند.

گام دوم: بال هواپیما طوری طراحی شده که تندی هوا در بالای بال، بیشتر از زیر آن است؛ در نتیجه فشار هوای بالای بال، کمتر از فشار هوای زیر آن است و نیروی بالابر خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود.



۴۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا طول هر ضلع مکعب (L) را برحسب سانتی‌متر نوشته و سپس حجم ظرف (V) را برحسب لیتر به دست می‌آوریم:

$$L = 12 \text{ in} \times \frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in}} = 30.48 \text{ cm}$$

$$V = L^3 = 30.48^3 = 28256.5 \text{ cm}^3 \Rightarrow V = 28256.5 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} = 28.2565 \text{ L} \Rightarrow \Delta V' = \frac{V}{2} = \frac{28.2565}{2} = 14.128 \text{ L}$$

گام دوم: با استفاده از آهنگ شارش آب ورودی، زمان پرشدن نیمی از ظرف را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta V'}{\Delta t'} \Rightarrow 3 \frac{\text{L}}{\text{min}} = \frac{14.128 \text{ L}}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{14.128}{3} \text{ min} = \frac{14.128}{3} \times 60 = 282.56 \text{ s}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

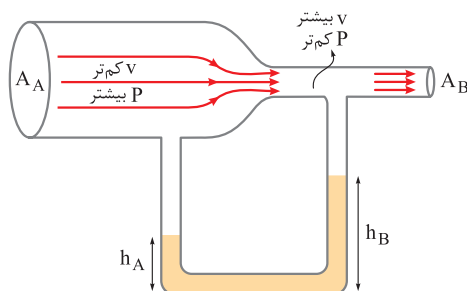
پاسخ تشریحی: گام اول: با توجه به شکل و بنا به معادله پیوستگی و اصل برنولی

می‌توان نوشت:

$$A_A > A_B \Rightarrow v_A < v_B$$

$$v_A < v_B \Rightarrow P_A > P_B$$

گام دوم: کاهش فشار، مکش ایجاد می‌کند. پس در طرف B که فشار کم‌تری دارد، آب به طرف بالا کشیده می‌شود.



۵۰- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: با توجه به این که قطر مقطع لوله (۲)، ۲۰ درصد کمتر از قطر مقطع لوله (۱) است، داریم:

$$D_2 = D_1 - 0.2 D_1 \Rightarrow D_2 = 0.8 D_1$$

گام دوم: معادله پیوستگی را برحسب قطر لوله‌ها می‌نویسیم و از آن‌جا درصد تغییر تندی آب را به دست می‌آوریم:

$$(D_1)^2 \times v_1 = (D_2)^2 \times v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = \left(\frac{D_1}{0.8 D_1}\right)^2 = \frac{1}{0.64} = 1.5625 \Rightarrow \frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = 0.5625 \times 100 = 56.25\%$$



فیزیک یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به سری الکتریسته مالشی، چون جسم B به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، پس الکترون‌خواهی آن بیشتر است؛ بنابراین وقتی دو جسم نارسانا و خنثای A و B را با یکدیگر مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل شده و بار الکتریکی خالص جسم B، منفی می‌شود (رد ۱ و ۲).
گام دوم: حالا می‌توانیم بار الکتریکی خالص جسم B بعد از مالش را به دست آوریم.

$$q = -ne \frac{n=1/5 \times 10^{13}}{e=1/6 \times 10^{-19} C} \rightarrow q_B = -1/5 \times 10^{13} \times 1/6 \times 10^{-19} = -2/4 \times 10^{-6} C \text{ یا } q_B = -2/4 \mu C$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: وقتی دو گوی مشابه رسانا که دارای بار الکتریکی هستند را توسط سیمی به یکدیگر وصل کنیم، با یکدیگر الکترون مبادله می‌کنند و در نهایت بار الکتریکی آن‌ها با هم برابر می‌شود. طبق اصل پایستگی بار، مجموع بار دو گوی قبل از وصل سیم با مجموع بار آن‌ها پس از وصل سیم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \xrightarrow{q'_1 = q'_2} q_1 + q_2 = 2q'_1 \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} \xrightarrow{q_1 = Q, q_2 = -2nC} q'_1 = q'_2 = \frac{Q-2}{2}$$

گام دوم: حالا کافی است از قانون کولن به طور نسبتی استفاده کنیم: (دقت کنید که در نسبت‌گیری فقط کافیه که یک‌ها یکسان باشه).

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=F, \frac{r}{r'}=1, q_1=Q, q_2=-2nC} \frac{1}{1} = \frac{\left|\frac{Q-2}{2}\right|^2}{2|Q|} \Rightarrow 6/4|Q| = |Q-2|^2$$

معادله را حل نکنید! گزینه‌ها را جای گذاری کنید. مثلاً با جای گذاری $Q = 10 nC$ و $Q = 0/4 nC$ (۲) داریم:

$$6/4 \times 0/4 = (1/6)^2 \Rightarrow 2/56 = 2/56 \checkmark \quad 6/4 \times 10 = 8^2 \Rightarrow 64 = 64 \checkmark$$

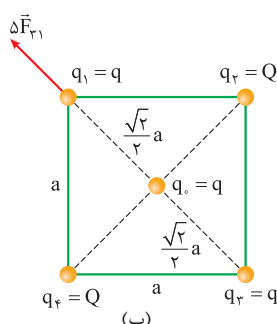
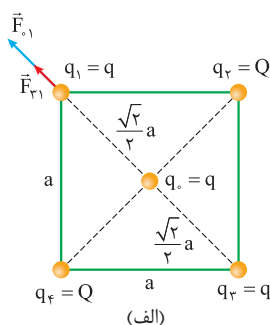
بقیه گزینه‌ها رو خودتون امتحان کنید! ☺

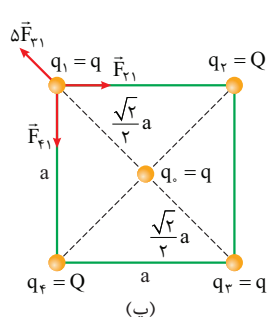
۳۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: بارهای الکتریکی q_1, q_2, q_3 و q_4 همانم هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند؛ بنابراین نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند، مطابق شکل (الف) است.
گام دوم: نسبت بزرگی دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{31}$ و $\vec{F}_{32}$ را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_{31}}{F_{32}} = \frac{|q_1||q_2|}{|q_3||q_1|} \times \left(\frac{r_{31}}{r_{32}}\right)^2 \xrightarrow{q_1=q_2=q, r_{31}=\sqrt{2}a, r_{32}=\frac{\sqrt{2}}{2}a} \frac{F_{31}}{F_{32}} = 1 \times \left(\frac{\sqrt{2}a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}\right)^2 \Rightarrow F_{31} = 4F_{32}$$

پس با توجه به شکل (ب)، بزرگی برابند نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{31}$ و $\vec{F}_{32}$ برابر با $\Delta F_{31} (= F_{31} + 4F_{32})$ است.

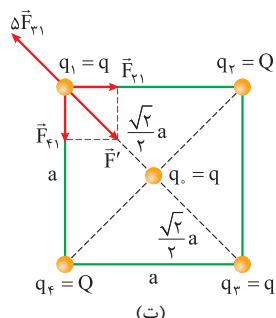




گام سوم: بارهای q_2 و q_4 همانند هستند و اگر با بار q_1 نیز همانند باشند، آن‌گاه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر نمی‌شود (چون در این حالت نیروی $\Delta \vec{F}_{12}$ فُتشی نمی‌شود!)؛ پس بارهای Q و q ناهمنام هستند (رد ۱ و ۳). نیروهای الکتریکی‌ای که بارهای q_2 و q_4 بر بار q_1 وارد می‌کنند، مطابق شکل (پ) است. گام چهارم: نسبت بزرگی دو نیروی الکتریکی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{14}$ را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_{12}}{F_{14}} = \frac{|q_2| |q_1|}{|q_4| |q_1|} \times \left(\frac{r_{14}}{r_{12}} \right)^2 \xrightarrow{q_2=q_4=Q, r_{12}=a, r_{14}=a} \frac{F_{12}}{F_{14}} = 1 \times 1 \Rightarrow F_{12} = F_{14}$$

بنابراین با توجه به شکل (ت) بزرگی برابری نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{14}$ برابر است با:



$$F' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{14}^2} \xrightarrow{F_{12}=F_{14}} F' = \sqrt{F_{12}^2 + F_{12}^2} = \sqrt{2} F_{12}$$

گام پنجم: در نهایت برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر با صفر باشد، باید $\sqrt{2} F_{12} = \Delta F_{13}$ باشد؛ بنابراین با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

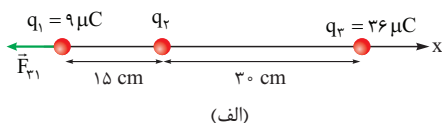
$$\sqrt{2} F_{12} = \Delta F_{13} \Rightarrow \sqrt{2} k \frac{|q_2| |q_1|}{r_{12}^2} = \Delta k \frac{|q_3| |q_1|}{r_{13}^2} \xrightarrow{q_2=Q, q_3=q, r_{12}=a, r_{13}=\sqrt{2}a} \sqrt{2} \frac{|Q|}{a^2} = \frac{\Delta |q|}{2a^2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{\Delta \sqrt{2}}{4} \xrightarrow{Q \text{ و } q \text{ ناهمنام هستند}} \frac{Q}{q} = -\frac{\Delta \sqrt{2}}{4}$$

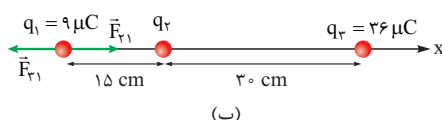
۳۴- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر است، پس برای این که برابری نیروهای وارد بر بار q_2 صفر باشد، باید نیروهای الکتریکی $\vec{F}_{12}$ و $\vec{F}_{32}$ هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت یکدیگر باشند؛ بنابراین بار q_3 همانند با بار q_1 است و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم (نیروهای وارد بر بار q_2 رو رسم نکردیم، چون علامت بار q_2 رو نمی‌دونیم):

$$F_{12} = F_{32} \xrightarrow{F=k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}} \frac{k |q_1| |q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k |q_3| |q_2|}{r_{32}^2} \xrightarrow{q_1=9 \mu C, r_{12}=15 \text{ cm}, r_{32}=30 \text{ cm}} \frac{9}{(15)^2} = \frac{|q_3|}{(30)^2} \Rightarrow q_3 = 36 \mu C$$

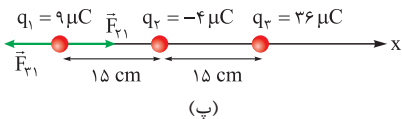


گام دوم: حالا به سراغ نیروهای وارد بر بار q_1 می‌رویم. بار q_3 همانند با بار q_1 است؛ پس یکدیگر را دفع می‌کنند. (شکل الف)



از طرفی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر است، پس نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، باید هم‌اندازه، هم‌راستا و خلاف جهت نیروی $\vec{F}_{31}$ باشد؛ بنابراین با توجه به شکل (ب) بار q_2 منفی است و با استفاده از قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$F_{12} = F_{31} \Rightarrow k \frac{|q_2| |q_1|}{r_{12}^2} = k \frac{|q_3| |q_1|}{r_{31}^2} \xrightarrow{q_3=36 \mu C, r_{12}=15 \text{ cm}, r_{31}=45 \text{ cm}} \frac{|q_2|}{(15)^2} = \frac{36}{(45)^2} \Rightarrow q_2 = -4 \mu C$$



گام سوم: در نهایت با توجه به شکل (پ) و با استفاده از قانون کولن، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم. (توجه کنید که بار q_3 ، به اندازه 15 cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا شده است.)

$$F_{21} = 9 \cdot \frac{|q_2| |q_1|}{r_{21}^2} \xrightarrow{q_2 = -4 \mu\text{C}, q_1 = 9 \mu\text{C}, r_{21} = 15 \text{ cm}} F_{21} = 9 \times \frac{4 \times 9}{(15)^2} \Rightarrow F_{21} = 14/4 \text{ N}$$

$$F_{31} = 9 \cdot \frac{|q_3| |q_1|}{r_{31}^2} \xrightarrow{q_3 = 36 \mu\text{C}, q_1 = 9 \mu\text{C}, r_{31} = 30 \text{ cm}} F_{31} = 9 \times \frac{36 \times 9}{(30)^2} \Rightarrow F_{31} = 32/4 \text{ N}$$

بنابراین با توجه به شکل (پ)، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net},1} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net},1} = (14/4 \text{ N})\vec{i} - (32/4 \text{ N})\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net},1} = -(18 \text{ N})\vec{i}$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۲

گام اول: با استفاده از رابطه $\vec{F} = q\vec{E}$ ، بردار نیروی الکتریکی‌ای را که بار q بر بار q_0 وارد می‌کند، به دست می‌آوریم:

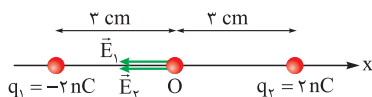
$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \Rightarrow \vec{F} = (2 \times 10^{-6} \text{ C})[(4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{i} - (2 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{j}] = (0.8 \text{ N})\vec{i} - (0.4 \text{ N})\vec{j}$$

گام دوم: طبق قانون سوم نیوتون، نیروی الکتریکی‌ای که بار q_0 بر بار q وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت نیروی الکتریکی‌ای است که بار q به q_0 وارد می‌کند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}' = -\vec{F} \xrightarrow{\vec{F} = (0.8 \text{ N})\vec{i} - (0.4 \text{ N})\vec{j}} \vec{F}' = (-0.8 \text{ N})\vec{i} + (0.4 \text{ N})\vec{j}$$

۳۶- پاسخ: گزینه ۲

گام اول: ابتدا جهت بردارهای میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی q_1



و q_2 در نقطه O را مشخص می‌کنیم:

(۱) و (۲) پر! چون جهت میدان الکتریکی q_1 در خلاف جهت محور x می‌شه. (😊)

گام دوم: حالا با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان الکتریکی حاصل از هر بار در نقطه O را به دست می‌آوریم (دقت کنید که چون اندازه دو بار و نیز فاصله آن‌ها از نقطه O یکسان است؛ پس بزرگی میدان الکتریکی حاصل از آن‌ها در نقطه O نیز یکسان است.)

$$E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} \xrightarrow{q_1 = -2 \times 10^{-9} \text{ C}, r_1 = 0.3 \text{ m}} E_1 = E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{0.3^2} = 2 \times 10^4 \text{ N/C}$$

گام سوم: در نهایت با توجه به جهت میدان‌های الکتریکی در نقطه O ، بردار میدان الکتریکی خالص را به دست می‌آوریم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \xrightarrow{\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = (-2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{i}} \vec{E} = (-4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}})\vec{i}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۱

گام اول: ابتدا نسبت میدان‌های الکتریکی را با توجه به نمودار و با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{r_1 = 10 \text{ cm}}{r_2 = 30 \text{ cm}}} \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{3}{1}\right)^2 \Rightarrow E_1 = 9E_2$$

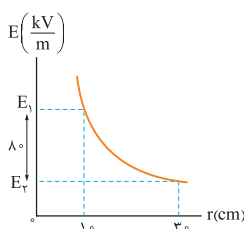
بنابراین با توجه به نمودار، اندازه E_2 به دست می‌آید:

$$E_1 - E_2 = 80 \xrightarrow{E_1 = 9E_2} 9E_2 - E_2 = 80 \Rightarrow E_2 = 10 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \text{ یا } E_2 = 10 \times 10^3 \text{ V/m}$$

با توجه به نمودار، اندازه میدان الکتریکی در فاصله یک‌متری، کمتر از E_2 است؛ بنابراین (۲) و (۴) رد می‌شوند.

گام دوم: حالا می‌توانیم اندازه بار الکتریکی را با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ محاسبه کنیم.

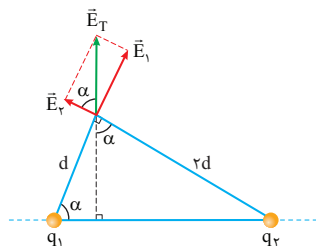
$$E_2 = k \frac{|q|}{r_2^2} \xrightarrow{E_2 = 10 \times 10^3 \text{ V/m}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}, r_2 = 0.3 \text{ m}} 10 \times 10^3 = 9 \times 10^9 \frac{|q|}{0.3^2} \Rightarrow |q| = 10^{-7} \text{ C}$$



گام سوم: در آخر برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی حاصل از این بار در فاصله یک متری از آن می توانیم بنویسیم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \xrightarrow[k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, r=1m]{|q|=10^{-7} C} E = 9 \times 10^9 \times \frac{10^{-7}}{1} \Rightarrow E = 900 \text{ N/C}$$

$$\frac{E_r}{E_r} = \left(\frac{r_r}{r_r}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_r}{900} = \left(\frac{30}{100}\right)^2 \Rightarrow E_r = 900 \text{ N/C}$$



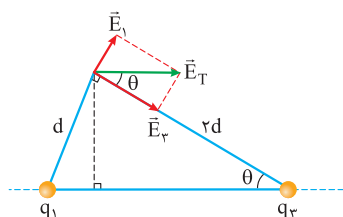
(الف)

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{E_1}{E_r} \\ \tan \alpha = \frac{r_2 d}{d} = r \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_r} = r$$

گام دوم: حالا با توجه به شکل (الف) می توانیم بنویسیم:

از طرفی با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ داریم:

$$\frac{E_1}{E_r} = \frac{q_1}{q_r} \times \left(\frac{r_r}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_1=d, r_r=rd]{\frac{E_1}{E_r}=r} r = \frac{q_1}{q_r} \times \left(\frac{rd}{d}\right)^2 \xrightarrow{\text{دو بار } q_1 \text{ و } q_2 \text{ همنام هستند}} q_r = 2q_1$$



(ب)

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{E_1}{E_r} \\ \tan \theta = \frac{d}{rd} = \frac{1}{r} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_1}{E_r} = \frac{1}{r}$$

گام چهارم: بنابراین با توجه به شکل (ب) می توانیم بنویسیم:

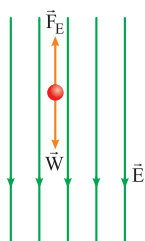
از طرفی با استفاده از رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ داریم:

$$\frac{E_1}{E_r} = \frac{q_1}{q_r} \times \left(\frac{r_r}{r_1}\right)^2 \xrightarrow[r_1=d, r_r=rd]{\frac{E_1}{E_r}=\frac{1}{r}} \frac{1}{r} = \frac{q_1}{q_r} \times \left(\frac{rd}{d}\right)^2 \xrightarrow{\text{دو بار } q_1 \text{ و } q_2 \text{ ناهمنام هستند}} q_r = -8q_1$$

$$\frac{q_r}{q_1} = \frac{-8q_1}{2q_1} \Rightarrow \frac{q_r}{q_1} = -4$$

گام پنجم: در آخر (فوشال شری آفرشه!) نسبت $\frac{q_r}{q_1}$ را به دست می آوریم:

۳۹- پاسخ: گزینه ۲



گام اول: با توجه به این که قطره روغن معلق است، پس باید مطابق شکل، نیروی الکتریکی هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت نیروی وزن باشد؛ بنابراین علامت بار الکتریکی قطره روغن منفی است (یعنی نسبت به حالت فنی فود، الکترون دریافت کرده و ۱ و ۲ پرپر می شن)، بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$F_E = W \xrightarrow{F_E=|q|E}{W=mg} |q|E = mg \xrightarrow[m=8 \times 10^{-15} \text{ kg}]{E=10^5 \text{ N/C}, g=10 \text{ N/kg}} |q| \times 10^5 = 8 \times 10^{-15} \times 10 \Rightarrow |q| = 8 \times 10^{-19} \text{ C}$$

علامت بار منفی است. $\rightarrow q = -8 \times 10^{-19} \text{ C}$



گام دوم: حالا می‌توانیم تعداد الکترون‌هایی را که قطره روغن دریافت کرده است، به دست آوریم:

$$q = -ne \frac{q = -8 \times 10^{-19} \text{ C}}{e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}} \rightarrow -8 \times 10^{-19} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار را از رابطه $\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \frac{\Delta V = V_B - V_A, q = -5 \times 10^{-6} \text{ C}}{V_B = 220 \text{ V}, V_A = -20 \text{ V}} \rightarrow 220 - (-20) = \frac{\Delta U_E}{-5 \times 10^{-6}} \Rightarrow \Delta U_E = -1/2 \times 10^{-3} \text{ J}$$

گام دوم: حالا کار انجام‌شده بر روی ذره توسط میدان الکتریکی در این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$W_E = -\Delta U_E \xrightarrow{\Delta U_E = -1/2 \times 10^{-3} \text{ J}} W_E = 1/2 \times 10^{-3} \text{ J یا } W_E = 1/2 \text{ mJ}$$

۱۴۱- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: اختلاف پتانسیل صفحه مثبت و نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$\Delta V = E d \xrightarrow{\text{یکنواخت: } E} \frac{\Delta V_r}{\Delta V_1} = \frac{d_r}{d_1} \frac{\Delta V_1 = V_+ - V_- = 60 \text{ V}, d_1 = 30 \text{ cm}}{\Delta V_r = V_+ - V_A, d_r = 30 - 10 = 20 \text{ cm}} \rightarrow \frac{\Delta V_r}{60} = \frac{20}{30} \Rightarrow \Delta V_r = 40 \text{ V}$$

گام دوم: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را از A تا صفحه مثبت به دست می‌آوریم:

$$\Delta U_E = q \Delta V \xrightarrow{q = 7 \mu\text{C} = 7 \times 10^{-6} \text{ C}, \Delta V = +40 \text{ V}} \Delta U_E = 7 \times 10^{-6} \times 40 = +2/8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

گام سوم: با توجه به این که فقط نیروی الکتریکی به ذره وارد می‌شود، $\Delta K = -\Delta U_E$ است. حال انرژی جنبشی در برخورد به صفحه مثبت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = -\Delta U_E \Rightarrow K_r - K_1 = -\Delta U_E \xrightarrow{K_1 = \frac{1}{2} m v_A^2} K_r - \frac{1}{2} m v_A^2 = -\Delta U_E$$

$$\xrightarrow{\substack{m = 4 \text{ mg} = 4 \times 10^{-6} \text{ kg} \\ v_A = 10 \text{ m/s}, \Delta U_E = 2/8 \times 10^{-4} \text{ J}}} K_r - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times 10^2 \right) = -2/8 \times 10^{-4} \Rightarrow K_r - 2 \times 10^{-4} = -2/8 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow K_r = -0/8 \times 10^{-4} \text{ J}$$

می‌دانیم انرژی جنبشی همواره مثبت است؛ بنابراین چون در برخورد به صفحه مثبت انرژی جنبشی ذره منفی به دست آمد، چنین چیزی ممکن نیست. لذا ذره قبل از رسیدن به صفحه مثبت متوقف شده و به صفحه مثبت برخورد نمی‌کند.

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا میدان الکتریکی متوسط از A تا B و از B تا C را مقایسه می‌کنیم:

$$E_A > E_B > E_C \Rightarrow \bar{E}_{AB} > \bar{E}_{BC}$$

(می‌دانیم میدان الکتریکی در نقاط نزدیک‌تر به کره باردار قوی‌تر است.)

گام دوم: با توجه به رابطه $|\Delta U_E| = |Eqd \cos \theta|$ و یکسان بودن $d \cos \theta$ در جابه‌جایی دو حالت، درمی‌یابیم که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی با میدان الکتریکی متوسط متناسب است. از طرفی چون پروتون در حال دور شدن از کره منفی است (حرکت در خلاف جهت نیروی الکتریکی)، انرژی پتانسیل الکتریکی بار در هر دو حالت افزایش می‌یابد ($\Delta U_1, \Delta U_r > 0$)؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta U_r}{\Delta U_1} = \frac{\bar{E}_{BC}}{\bar{E}_{AB}} \xrightarrow{\bar{E}_{BC} < \bar{E}_{AB}} \frac{\Delta U_r}{\Delta U_1} < 1 \Rightarrow \Delta U_r < \Delta U_1$$

$$\Delta U_1 > \Delta U_r > 0$$

در نهایت می‌توان نوشت:

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره از A تا B را به دست می آوریم:

$$|\Delta U_E| = |Eqd \cos \theta| \xrightarrow[E=5 \times 10^4 \text{ N/C}, q=-6 \mu\text{C}]{d=4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}, \cos 37^\circ = 0.8} |\Delta U_E| = |5 \times 10^4 \times (-6 \times 10^{-6}) \times 0.04 \times 0.8| \Rightarrow |\Delta U_E| = 9.6 \times 10^{-2} \text{ J}$$

چون $d \cos 37^\circ$ برداری در جهت خطوط میدان است، $\Delta V < 0$ بوده و چون $q < 0$ است، ΔU_E و ΔV با علامت مخالف هستند؛ بنابراین $\Delta U_E = +9.6 \times 10^{-2} \text{ J}$ است.

گام دوم: تغییر انرژی جنبشی از A تا B را به دست می آوریم:

$$\Delta K = K_B - K_A \xrightarrow[K = \frac{1}{2}mv^2]{\text{ثابت } m} \Delta K = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\xrightarrow[m=2 \text{ g} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}]{v_A=3 \text{ m/s}, v_B=2 \text{ m/s}} \Delta K = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times (2^2 - 3^2) = -5 \times 10^{-3} \text{ J}$$

گام سوم: به کمک قضیه کار - انرژی جنبشی، کار شخص را به دست می آوریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_E + W_{\text{شخص}}} W_E + W_{\text{شخص}} = \Delta K \xrightarrow{W_E = -\Delta U_E = -9.6 \times 10^{-2} \text{ J}} -9.6 \times 10^{-2} + W_{\text{شخص}} = -5 \times 10^{-3}$$

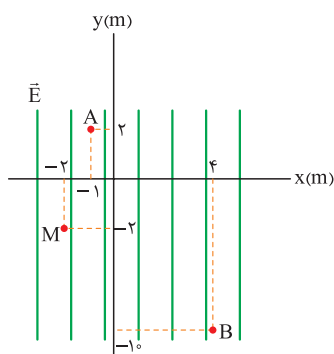
$$\Rightarrow W_{\text{شخص}} = 9.6 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-3} = 9.1 \times 10^{-2} \text{ J} = 91 \text{ mJ}$$

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: روش اول: مختصات نقاط را روی شکل مشخص کرده و جهت میدان

الکتریکی را به دست می آوریم:

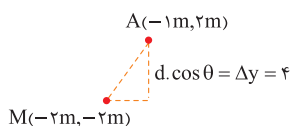
با توجه به این که نقطه A از B بالاتر بوده و پتانسیل آن کمتر است (در جابه جایی از B تا A پتانسیل کاهش یافته است)، درمی یابیم وقتی رو به بالا جابه جا شویم پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد، بنابراین در جهت میدان الکتریکی حرکت کرده ایم، یعنی جهت میدان الکتریکی رو به بالا است.



گام دوم: بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت را به دست می آوریم:

$$\Delta V = E d \cos \theta \xrightarrow[\Delta V = V_B - V_A = 29 - (-10) = 39 \text{ V}]{d \cos \theta = \Delta y = 12 \text{ m}} 39 = E \times 12 \Rightarrow E = \frac{13}{4} \text{ V/m}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل نقاط A و M را به دست می آوریم و پس از آن V_M را محاسبه می کنیم:



$$|\Delta V_{AM}| = E d \cos \theta \Rightarrow |\Delta V_{AM}| = \frac{13}{4} \times 4 = 13 \text{ V} \xrightarrow[V_A = -10 \text{ V}]{V_M > V_A} V_M - (-10) = 13 \Rightarrow V_M = 3 \text{ V}$$

روش دوم: میدان الکتریکی یکنواخت در راستای قائم است؛ پس ΔV و Δy متناسب هستند:

$$\frac{V_B - V_A}{V_M - V_A} = \frac{y_B - y_A}{y_M - y_A} \Rightarrow \frac{29 - (-10)}{V_M - (-10)} = \frac{-10 - 2}{-2 - 2} \Rightarrow \frac{39}{V_M + 10} = 3 \Rightarrow V_M = 3 \text{ V}$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: با توجه به شکل، چون تجمع بار در نقاط نوک تیز رسانا بیشتر است، بنابراین میدان

الکتریکی نیز در ناحیه نوک تیز بزرگتر است؛ بنابراین $E_B > E_A$ است. از طرفی می دانیم پتانسیل تمام نقاط یک رسانای باردار در تعادل الکتروستاتیکی با هم برابر است و وقتی از جسم با بار مثبت فاصله می گیریم، پتانسیل به اندازه $|\Delta V| = E d \cos \theta$ کاهش می یابد.





بنابراین چون $d \cos \theta$ برای هر دو نقطه A و B برابر بوده و میدان متوسط بین رسانا و نقطه B بیشتر است، کاهش پتانسیل از رسانا تا نقطه B بیشتر از کاهش پتانسیل از رسانا تا نقطه A است.

پس پتانسیل نقطه B از A کم تر است.

$$V_B = V - \bar{E}_B d \quad \bar{E}_B > \bar{E}_A \rightarrow V_A > V_B$$

$$V_A = V - \bar{E}_A d$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: با توجه به رابطه چگالی سطحی بار می توان نوشت:

$$\frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{\sigma_A = \frac{1}{2}\sigma_B, r_A = 2r_B} \frac{1}{2} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{2r_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{Q_A}{Q_B} = 2$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: چگالی سطحی بار الکتریکی یک صفحه را محاسبه می کنیم:

$$\sigma = \kappa \epsilon_0 E \xrightarrow{\kappa=1, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \text{ F/m}, E=\frac{kV}{m}=\frac{5 \times 10^3 \text{ V}}{1 \text{ m}}} \sigma = 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^3 = 4.5 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: ظرفیت خازن را به دست می آوریم:

$$C = \frac{Q}{V} \xrightarrow{Q=|Q_A|=|Q_B|=0.6 \text{ nC}, V=V_A-V_B=50-(-50)=100 \text{ V}} C = \frac{0.6 \times 10^{-9}}{100} = 6 \times 10^{-12} \text{ F}$$

گام دوم: به کمک رابطه $C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$ ، ثابت دی الکتریک خازن را به دست می آوریم:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{C=6 \times 10^{-12} \text{ F}, A=0.5 \text{ cm}^2, d=3 \text{ mm}} 6 \times 10^{-12} = \kappa \times \frac{9 \times 10^{-12} \times 0.5 \times 10^{-4}}{0.3 \times 10^{-3}} \Rightarrow \kappa = 4$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: گام اول: انرژی ذخیره شده در خازن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{C=12 \mu\text{F}=12 \times 10^{-6} \text{ F}, V=5 \text{ kV}=5 \times 10^3 \text{ V}} U = \frac{1}{2} \times 12 \times 10^{-6} \times (5 \times 10^3)^2 = 150 \text{ J}$$

گام دوم: توان متوسط تخلیه خازن را به دست می آوریم:

$$\bar{P} = \frac{U}{t} \xrightarrow{U=150 \text{ J}, t=2 \text{ ms}=2 \times 10^{-3} \text{ s}} \bar{P} = \frac{150}{2 \times 10^{-3}} = 75 \times 10^3 \text{ W} = 75 \text{ kW}$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: با توجه به این که خازن را پس از شارژ شدن از مولد جدا کرده ایم، بار ذخیره شده در خازن ثابت می ماند (عبارت «ب» نادرست است). بنابراین می توان نوشت:

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\text{ثابت: } A} \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

بنابراین ظرفیت خازن ۶ برابر می شود. (عبارت «ت» درست است).

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \xrightarrow{Q: \text{ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{C_2=6C_1} \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{6}$$

بنابراین انرژی ذخیره شده در خازن $\frac{1}{6}$ برابر می شود. (عبارت «پ» درست است).

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C} \xrightarrow{Q: \text{ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{C_2=6C_1} \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{6}$$

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

بنابراین میدان الکتریکی بین دو صفحه $\frac{1}{12}$ برابر می شود. (عبارت «الف» نادرست است).



شیمی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی انرژی یک پرتو با طول موج آن، رابطه وارونه دارد؛ بنابراین انرژی پرتوهای فروسرخ از پرتوهای فرابنفش کم‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) میزان انحراف نور از منشور با طول موج آن رابطه وارونه دارد. با توجه به این‌که طول موج نور زرد از نور سبز بلندتر است، میزان انحراف آن هنگام عبور از منشور کم‌تر خواهد بود.

۲) رنگ شعله سدیم و نمک‌های آن، زرد است.

۳) به طور کلی رنگ شعله هر یک از عناصر یک گروه، منحصر به فرد است. به عنوان نمونه، لیتیم و سدیم هم‌گروه هستند، اما رنگ شعله لیتیم، سرخ و رنگ شعله سدیم، زرد است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های دوم و سوم:

عبارت دوم: عدد اتمی تکنسیم (۴۳)، بین اعداد اتمی گاز نجیب دوره چهارم (${}_{36}\text{Kr}$) و گاز نجیب دوره پنجم (${}_{54}\text{Xe}$) بوده و در نتیجه این عنصر در دوره پنجم قرار دارد. همچنین با توجه به این‌که عددهای اتمی ۲۵ و ۴۳، هر یک ۷ واحد بیشتر از عدد اتمی گاز نجیب دوره قبلی هستند، می‌توان نتیجه گرفت که عنصرهای ${}_{25}\text{Mn}$ و ${}_{43}\text{Tc}$ ، هر دو در گروه ۷ قرار دارند.

$$25 - \underset{\text{Ar}}{18} = 7 \quad 43 - \underset{\text{Kr}}{36} = 7$$

عبارت سوم: در اتم ${}_{43}^{99}\text{Tc}$ ، $99 - 43 = 56$ نوترون و در اتم آهن (${}_{26}^{56}\text{Fe}$)، ۲۶ پروتون وجود دارد. ($\frac{56}{26} \neq 2$)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی تفاوت شماره دوره و گروه برای هر دو عنصر لیتیم و منیزیم، یکسان و برابر با یک است.

عنصر	ایزوتوپ‌های طبیعی	آرایش الکترونی	شماره دوره	شماره گروه	نماد یون پایدار	فرمول اکسید
لیتیم (${}_{3}\text{Li}$)	${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$	$[\text{He}]2s^1$ الکترون ظرفیت	۲	۱	Li^+	Li_2O
منیزیم (${}_{12}\text{Mg}$)	${}^{24}\text{Mg}$ و ${}^{25}\text{Mg}$ و ${}^{26}\text{Mg}$	$[\text{Ne}]3s^2$ الکترون‌های ظرفیت	۳	۲	Mg^{2+}	MgO

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی اگر عدد اتمی عنصر A را Z در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$${}^A_Z\text{X}^{2+} \begin{cases} \text{تعداد نوترون‌ها} = 124 - Z \\ \text{تعداد پروتون‌ها} = Z \\ \text{تعداد الکترون‌ها} = Z - 2 \end{cases}$$

$$\text{تعداد الکترون‌ها} = \text{تعداد پروتون‌ها} + \frac{\text{تعداد الکترون‌ها}}{2}$$

$$\Rightarrow 124 - Z = Z + \frac{Z - 2}{2} \Rightarrow 124 = 2Z + \frac{Z - 2}{2} = \frac{5Z - 2}{2} \Rightarrow 248 = 5Z - 2 \Rightarrow 5Z = 250 \Rightarrow Z = 50$$



۵۵- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

$$M = 203/97 + \frac{24}{100} \left(\frac{205/97 - 203/97}{2} \right) + \frac{22}{100} \left(\frac{206/97 - 203/97}{3} \right) + \frac{52/5}{100} \left(\frac{207/97 - 203/97}{4} \right)$$

$$= 203/97 + 0/48 + 0/66 + 2/1 = 207/21 \text{ amu}$$

جرم اتمی میانگین ($207/21 \text{ amu}$)، به جرم اتمی ایزوتوپ ^{207}Pb نزدیکتر است.

$$207/21 - 203/97 = 3/24 \text{ amu}$$

$$207/21 - 205/97 = 1/24 \text{ amu}$$

$$207/21 - 206/97 = 0/24 \text{ amu}$$

$$207/97 - 207/21 = 0/76 \text{ amu}$$

همانطور که ملاحظه کردید، جرم اتمی میانگین، به جرم اتمی ایزوتوپی که درصد فراوانی بیشتری دارد (یعنی ^{207}Pb) نزدیکتر نیست و به جرم اتمی ایزوتوپی که از نظر فراوانی در رتبه سوم قرار دارد (یعنی ^{207}Pb) نزدیکتر است.

۵۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

دونه دونه! عناصر را بررسی می‌کنیم:

● با به نگاه، معلومه که در طیف نشری خطی نمونه مجهول، خطی در ناحیه $327, 306, 435$ تا 440 نانومتر وجود ندارد، پس قطعاً فلز وانادیم در نمونه وجود ندارد.

● در محدوده مشخص شده، همه خطهای طیف کروم در نمونه وجود دارد؛ پس کروم جزء فلزهای موجود در نمونه است.

● در طیف نشری خطی منگنز، خطهایی نزدیک به طول موج 403 nm وجود دارند، در حالی که در نمونه مجهول خبری از این خطها نیست؛ پس منگنز لاموجود!

● همه خطهای طیف آهن و نیکل هم در نمونه دیده می‌شوند؛ پس این دو فلز نیز در نمونه وجود دارند.

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

$$\left. \begin{array}{l} {}_{29}\text{X} : [\text{Ar}] 3d^1 4s^1 \Rightarrow l = 2 \text{ با } 1 \text{ الکترون} \\ {}_{36}\text{Y} : [\text{Ar}] 3d^1 4s^2 4p^2 \Rightarrow n+l = 5 \text{ با } 16 \text{ الکترون} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{5}{8} = 5 \times 0/125 = 0/625$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $n+l=5$ $n+l=5$

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) درون خورشید، واکنش هسته‌ای تبدیل هیدروژن به هلیوم انجام می‌شود.

ب) هیدروژن دارای ۷ ایزوتوپ از ^1H تا ^7H است. در ایزوتوپ ^2H ، شمار ذره‌های زیراتمی با هم برابر بوده و این ایزوتوپ، دارای ۱ الکترون، ۱ پروتون و ۱ نوترون است. در بین ایزوتوپ‌های هیدروژن، ایزوتوپ‌های ^1H و ^2H پایدارند.

پ) به کمک مدل کوانتومی، طیف نشری خطی همه عناصر را می‌توان توجیه کرد.

ت) نافلزهای هیدروژن و کلر، با هم ترکیب مولکولی (HCl) تشکیل می‌دهند، نه ترکیب یونی!

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

$$\text{قسمت اول: کپسول } 30 = \frac{1 \text{ کپسول}}{800 \mu\text{g A ویتامین}} \times \frac{1 \mu\text{g A ویتامین}}{10^{-6} \text{ g A ویتامین}} \times \frac{1 \text{ g A ویتامین}}{1000 \text{ mg A ویتامین}} \times 24 \text{ mg A ویتامین} \times \text{تعداد کپسول}$$

$$\text{قسمت دوم: } (C_{27}H_{30}O) \text{ A ویتامین} = 286 \text{ g.mol}^{-1} = (20 \times 12) + 30 \times 1 + 16 = 286$$

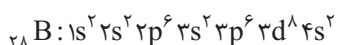
۳۰ کپسول ساخته شده در مجموع دارای ۲۴ میلی گرم ویتامین A هستند.

$$24 \times 10^{-3} \text{ g } C_{27}H_{30}O \times \frac{1 \text{ mol } C_{27}H_{30}O}{286 \text{ g } C_{27}H_{30}O} \times \frac{1 \text{ مولکول}}{1 \text{ mol } C_{27}H_{30}O} = \frac{144/48}{286} \times 10^{20} \approx 0/5 \times 10^{20} = 5 \times 10^{19} \text{ مولکول}$$



۶۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: با توجه به ساختار داده شده، عدد اتمی عنصر B برابر ۲۸ است: $28 = 2 + 8 + 16 + 2$ = عدد اتمی B
لایه چهارم لایه سوم لایه دوم لایه اول



در اتم B که عنصری از دسته d جدول دوره‌ای است، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده‌اند که ۶ تایی آن‌ها (همه به جز ۳d) به طور کامل پر هستند. بررسی سایر گزینه‌ها:

① عدد اتمی A برابر $2 + 8 + 6 = 16$ و عدد اتمی B برابر ۲۸ بوده و تفاوت عدد اتمی این دو عنصر، برابر $28 - 16 = 12$ است. عدد اتمی عنصرهای دوره سوم، از ۱۱ تا ۱۸ است؛ بنابراین عدد اتمی دومین عنصر دوره سوم، برابر ۱۲ می‌باشد.

② عنصر A با عدد اتمی ۱۶، در گروه ۱۶ جدول دوره‌ای قرار دارد و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است:

۲ جفت الکترون و ۲ تک الکترون $\rightarrow \ddot{\text{A}}:$

④ عنصر A، همان نافلز گوگرد (S) است؛ بنابراین در واکنش با نافلز اکسیژن، ترکیب مولکولی و در واکنش با فلز آهن، ترکیب یونی تشکیل می‌دهد.

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: به جز عبارت چهارم، سایر عبارات درست‌اند.

بررسی عبارات:

● هفدهمین عنصر جدول تناوبی، نافلز کلر (${}_{35}\text{Cl}$) است. این عنصر در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی Cl_2 وجود دارد.

● آمونیاک (NH_3) یک مولکول چهار اتمی است و در ساختار آن، ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد:



$$\frac{\text{جرم O در } \text{H}_2\text{O}}{\text{جرم H در } \text{H}_2\text{O}} = \frac{1 \times 16}{2 \times 1} = 8$$

● PBr_3 از دو نافلز P و Br تشکیل شده و یک ترکیب مولکولی به حساب می‌آید. دو ترکیب دیگر، ترکیب یونی دوتایی هستند.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گزینه‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

① با توجه به این که اتم‌های A و M، عدد اتمی یکسان و عدد جرمی متفاوتی دارند، ایزوتوپ یکدیگر محسوب می‌شوند. عدد اتمی ۱۸ مربوط به گاز نجیب آرگون است که تمایل چندانی به انجام واکنش‌های شیمیایی ندارد.

$$\Delta f: n+1 = 5+3 = 8 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} = 2$$

$$3p: n+1 = 3+1 = 4$$

③ فرمول کلسیم برمید و آلومینیم فلوئورید، به ترتیب به صورت CaBr_2 و AlF_3 است:

$$\text{CaBr}_2 \text{ جرم مولی} = 40 + (2 \times 80) = 200 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow \text{جرم } 0.4 \text{ مول} = 0.4 \times 200 = 80 \text{ g}$$

$$\text{AlF}_3 \text{ جرم مولی} = 27 + 3(19) = 84 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow \text{جرم } 1 \text{ مول} = 84 \text{ g}$$

④ در جدول دوره‌ای، ۳۶ عنصر دسته p و ۴۰ عنصر دسته d وجود دارد. در جدول زیر، ویژگی دسته‌های مختلف آمده است:

نوع دسته	شمار عناصر دسته	تعداد ستون‌های دسته	در چه دوره‌هایی قرار دارند؟	در چه گروه‌هایی قرار دارند؟	رابطه شماره گروه و تعداد الکترون‌های ظرفیت
s	۱۴	۲	۱ تا ۷	۱، ۲ و هلیوم از گروه ۱۸	تعداد الکترون‌های ظرفیت (به جز هلیوم) = شماره گروه
p	۳۶	۶	۲ تا ۷	گروه ۱۳ تا ۱۸ (به جز هلیوم)	تعداد الکترون‌های ظرفیت = شماره گروه + ۱۰
d	۴۰	۱۰	۴ تا ۷	۳ تا ۱۲	تعداد الکترون‌های ظرفیت = شماره گروه
f	۲۸	۱۴	در دو ردیف پایین جدول قرار دارند.		



۶۳- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

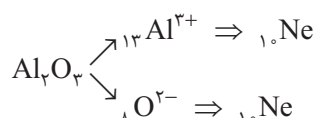
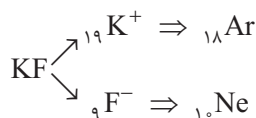
الف) ترکیب ردیف ۲ ستون ۱، باریم فسفید است:

$$\text{Ba}_3\text{P}_2 \Rightarrow \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ب) آنیون‌های ترکیب‌های ستون ۲، O^{2-} ، S^{2-} و N^{3-} هستند و داریم:

$$(-2) + (-2) + (-3) = -7$$

پ) فرمول ترکیب ردیف ۳ از ستون ۱، MgCl_2 است. برای تشکیل هر واحد فرمولی از این ترکیب، ۲ الکترون مبادله می‌شود.



ت) ترکیب‌های ردیف ۱، KF و Al_2O_3 هستند:

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

به جز عبارت دوم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

پاسخ تشریحی عنصرهای گروه ۶ و ۱۶، دارای ۶ الکترون ظرفیتی هستند. این عنصرها در دوره چهارم، عنصرهای کروم (Cr) و سلنیم (Se) می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

• آرایش الکترونی اتم کروم، از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

• مجموع $(n+1)$ الکترون‌های ظرفیتی اتم این دو عنصر، به صورت زیر است:

$${}_{24}\text{Cr}: [{}_{18}\text{Ar}] \underbrace{{}_3d^5}_\text{الکترون‌های ظرفیتی} \underbrace{{}_4s^1}_\text{الکترون‌های ظرفیتی} \Rightarrow (n+1) = 5(3+2) + 1(4+0) = 29$$

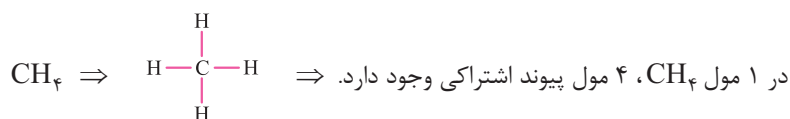
$${}_{34}\text{Se}: [{}_{18}\text{Ar}] \underbrace{{}_3d^{10}}_\text{الکترون‌های ظرفیتی} \underbrace{{}_4s^2}_\text{الکترون‌های ظرفیتی} \underbrace{{}_4p^4}_\text{الکترون‌های ظرفیتی} \Rightarrow (n+1) = 2(4+0) + 4(4+1) = 28$$

• در اتم کروم، الکترون‌های ظرفیتی در لایه‌های سوم و چهارم قرار دارند، در حالی که در اتم سلنیم، همه الکترون‌های ظرفیت در لایه چهارم قرار گرفته‌اند.

• در اتم Cr ، ۱۲ الکترون با $1 = 1(3p^6 3p^6 4p^4)$ و در اتم Se ، ۱۶ الکترون با $1 = 1(2p^6 3p^6 4p^4)$ وجود دارد؛ بنابراین در اتم Se ، شماره گروه با شمار الکترون‌ها با $l = 1$ ، برابر است.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ساختار گازهای اکسیژن و متان به صورت زیر است:



فرض می‌کنیم جرم هر دو نمونه، ۱ گرم است. با توجه به جرم مولی $(32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}) \text{O}_2$ و $(16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}) \text{CH}_4$ ، خواهیم داشت:

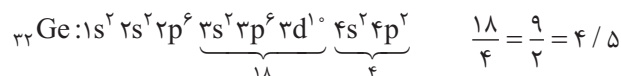
$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol پیوند اشتراکی}}{1 \text{ mol O}_2} = \frac{1}{16} \text{ mol پیوند اشتراکی} \\ 1 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{4 \text{ mol پیوند اشتراکی}}{1 \text{ mol CH}_4} = \frac{1}{4} \text{ mol پیوند اشتراکی} \end{array} \right.$$

$$\frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در نمونه متان}}{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در نمونه اکسیژن}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{16}} = 4$$

شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۸

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گروه ۱۴ دارای دو شبه‌فلز سیلیسیم ($_{14}\text{Si}$) و ژرمانیم ($_{32}\text{Ge}$) است که Si در دوره سوم و Ge در دوره چهارم قرار دارد؛ بنابراین سنگین‌ترین شبه‌فلز گروه چهاردهم، همان ژرمانیم است. در اتم $_{32}\text{Ge}$ ، ۱۸ الکترون در لایه سوم ($n=3$) و ۴ الکترون در لایه چهارم ($n=4$) قرار دارد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شبه‌فلز ژرمانیم، شکل‌پذیر نیست و در اثر ضربه خرد می‌شود؛ هم‌چنین رسانای ضعیف جریان برق است.

۲) عنصر قبل از ژرمانیم در گروه ۱۴، سیلیسیم است که همانند ژرمانیم، در اثر ضربه خرد می‌شود.

۳) ژرمانیم با نافلز برم، الکترون به اشتراک می‌گذارد و ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد.

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی موارد «پ» و «ت»، عبارت داده‌شده را به درستی کامل می‌کنند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در گروه هالوژن‌ها (گروه ۱۷)، از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عنصرها کاهش می‌یابد.

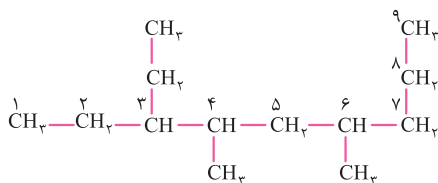
ب) در هر دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش می‌یابد.

پ) در گروه فلزهای قلیایی‌خاکی (گروه ۲)، از بالا به پایین با افزایش عدد اتمی عنصرها و در نتیجه افزایش تعداد پروتون‌های آن‌ها، بار مثبت هسته بیشتر می‌شود.

ت) دوره دوم، شامل عنصرهای گروه‌های ۱، ۲ و ۱۳ تا ۱۸ است. در این دوره از چپ به راست، شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها به ترتیب از عدد ۱ تا عدد ۸، افزایش می‌یابد.

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی ابتدا گروه‌های C_4H_8 را به صورت گسترده‌تر $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{CH}_2\text{CH}_3$ — نشان داده و سپس زنجیر اصلی را انتخاب کرده و آلکان را نام‌گذاری می‌کنیم:



$13 = 3 + 4 + 6 \Rightarrow$ مجموع اعداد در نام آلکان $\Rightarrow$ ۳ - اتیل - ۴، ۶ - دی‌متیل نونان

آلکان داده‌شده، یک آلکان ۱۳ کربنی با فرمول $\text{C}_{13}\text{H}_{28}$ است. از طرفی با توجه به فرمول عمومی آلکن‌ها (C_nH_{2n})، فرمول آلکن ۱۰ کربنی به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{20}$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{C}_{13}\text{H}_{28} - \text{C}_{10}\text{H}_{20} = \text{C}_3\text{H}_8 = (3 \times 12) + 8 = 44 \text{ g.mol}^{-1}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی معادله موازنه‌شده واکنش یک فلز قلیایی (گروه اول جدول تناوبی) با HCl به صورت زیر است:



روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم خلوص} \times \frac{\text{درصد خلوص}}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم (mL)}}{\text{ضریب} \times 22400} \Rightarrow \frac{3 \times \frac{65}{100}}{2 \times x} = \frac{560}{1 \times 22400} \Rightarrow x = \frac{3 \times 65 \times 22400}{2 \times 560 \times 100} = \frac{6 \times 65}{1} = 39 \text{ g.mol}^{-1}$$



روش دوم: استفاده از کسر تبدیل: جرم مولی فلز M را برابر m در نظر می گیریم:

$$\text{حجم } H_2 \text{ تولید شده} = 3 \text{ g M} \times \frac{65 \text{ g M خالص}}{100 \text{ g M ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol M}}{m \text{ g M}} \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol M}} \times \frac{22400 \text{ mL } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = \left(\frac{21840}{m}\right) \text{ mL } H_2$$

مقدار H_2 تولید شده برابر 560 mL است، بنابراین به راحتی می توان مقدار m را به دست آورد:

$$\frac{21840}{m} = 560 \Rightarrow m = 39 \text{ g.mol}^{-1}$$

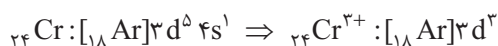
۵۵- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی در عناصر دسته d، زیرلایه ۲p پر بوده و ۶ الکترون دارد. از اون بایی که تعداد الکترون های زیرلایه ۲p، دو برابر تعداد

الکترون های زیرلایه ۳d آن است، نتیجه می گیریم که در زیرلایه ۳d این عنصر، ۳ الکترون وجود دارد:



فب! آرایش الکترونی X^{2+} و Cr^{3+} دقیقاً می شه مثل هم:



بررسی سایر گزینه ها:

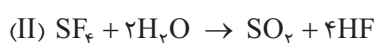
۱) عدد اتمی X، برابر با ۲۳ و عدد اتمی گاز نجیب هم دوره اش (Kr)، برابر با ۳۶ است: $36 - 23 = 13$

۳) کاتیون موجود در XCl_3 ، X^{3+} است. آرایش الکترونی X^{3+} شبیه آرایش الکترونی هیچ گاز نجیبی نیست.

۴) عنصر X با عدد اتمی ۲۳، همان فلز وانادیم (V) با نماد شیمیایی تک حرفی است که متعلق به دسته d جدول تناوبی می باشد.

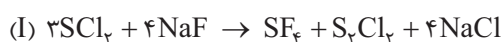
۵۶- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به واکنش زیر، مقدار SF_6 لازم برای تهیه ۵۰ لیتر گاز HF را حساب می کنیم:



$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{مول}}{100} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \times \frac{75}{100}}{1 \times 1} = \frac{1 \times 18 \times 50}{4 \times 20} \Rightarrow 75x = 450 \Rightarrow x = \frac{6}{5} \text{ mol } SF_6$$

گام دوم: با توجه به واکنش زیر، جرم NaF لازم برای تولید $\frac{6}{5}$ مول SF_6 را حساب می کنیم:



$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{جرم}}{100} = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x' \times \frac{80}{100}}{4 \times 42} = \frac{\frac{6}{5}}{1 \times 1} = x' = \frac{2 \times 4 \times 42 \times 100}{3 \times 80} = 140 \text{ g NaF}$$

گام سوم: با توجه به واکنش (II)، به کمک حجم گاز HF تولید شده، جرم SO_2 تولیدی را به دست می آوریم:

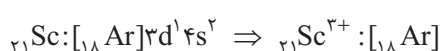
$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x''}{1 \times 64} = \frac{18 \times 50}{4 \times 20} \Rightarrow x'' = 32 \text{ g } SO_2$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

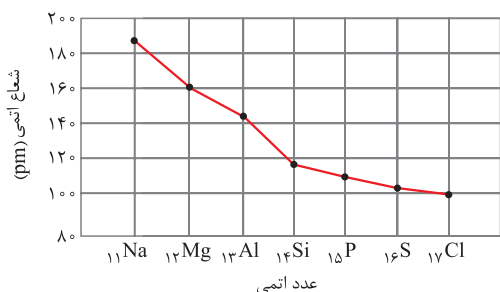
پاسخ تشریحی عبارتهای دوم و چهارم درست اند.

بررسی عبارتهای:

اسکاندیم (Sc) جزء فلزهای واسطه دوره چهارم است و کاتیون سه بار مثبت (Sc^{3+}) تشکیل می دهد که آرایش الکترونی آن، با گاز



نجیب آرگون یکسان است.



● در دوره سوم، تفاوت شعاع اتمی فلزهای متوالی، بیشتر از تفاوت شعاع اتمی نافلزهای متوالی این دوره است؛ به عبارت دیگر در نمودار شعاع اتمی برحسب عدد اتمی عناصر در یک دوره، شیب منحنی ابتدا زیاد است و رفته رفته کم می شود.

● عنصر X در گروه ۲ و دسته S قرار دارد و جزء عنصرهای اصلی است، اما عنصر Z ۳ متعلق به گروه ۱۲ و عنصرهای دسته d بوده و عنصر واسطه محسوب می شود.

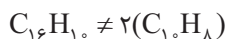
عنصرهای جدول دوره‌ای	دسته S و p	عنصرهای اصلی
	دسته d	عنصرهای واسطه

● عنصرهای گروه‌های ۴ و ۱۴ دارای ۴ الکترون ظرفیتی اند. عنصرهای گروه ۴، همگی جزء فلزهای واسطه اند. در گروه ۱۴ نیز تنها ۱ نافلز (کربن) وجود دارد و بقیه عناصر، یا شبه فلز (Si و Ge) و یا فلز (Sn و Pb) هستند.

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) امیدواریم گول نفورده باشیم که چون ترکیب داده شده، ۴ حلقه و نفتالن، ۲ حلقه دارد، حتماً جرم مولی ترکیب، دو برابر نفتالنه! نه! این طور نیست!! با دو برابر شدن تعداد حلقه‌ها، تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن دو برابر نمی شود. فرمول مولکولی نفتالن، $C_{10}H_8$ و فرمول مولکولی ترکیب داده شده $C_{16}H_{10}$ است.



۲) ترکیب مورد نظر، ۱۰ اتم هیدروژن و در نتیجه ۱۰ پیوند C-H دارد. اما در ساختار این ترکیب، ۱۱ پیوند C-C وجود دارد.

۳) ترکیب مورد نظر، ۸ پیوند C=C دارد؛ بنابراین هر مولکول آن، با ۸ مولکول H_2 به طور کامل واکنش می دهد:



۴) ترکیب مورد نظر، ۱۶ اتم کربن دارد و از سوختن کامل هر مول از آن، ۱۶ مول CO_2 تولید می شود:

$$\frac{16 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{16}H_{10}} = 16 \text{ mol } CO_2$$

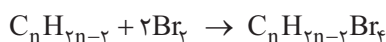
۵۹- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی واکنش‌های ۲ و ۳، به طور طبیعی انجام نمی شوند، زیرا واکنش پذیری Cu از Zn و واکنش پذیری Ag از Na، کم تر است.



۶۰- پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به اطلاعات داده شده در مورد واکنش آلکین با برم مایع، شمار اتم‌های کربن آلکین و در نتیجه فرمول مولکولی آن را به دست می آوریم:



$$\frac{\text{جرم آلکین}}{\text{جرم برم}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{14n-2}{2 \times 160} = \frac{1}{3} \Rightarrow 96 = 14n-2 \Rightarrow 14n = 98 \Rightarrow n = 7 \Rightarrow \text{فرمول آلکین: } C_7H_{12}$$

گام دوم: معادله موازنه شده سوختن کامل آلکین را نوشته و جرم گاز اکسیژن مورد نیاز را حساب می کنیم:

$$C_7H_{12} + 10O_2 \rightarrow 7CO_2 + 6H_2O$$

$$\frac{10 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_7H_{12}} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 64 \text{ g } O_2$$



۶۱- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: در برج تقطیر نفت خام، اجزای سنگین‌تر مانند نفت کوره، به پایین برج می‌روند.

عبارت سوم: بخش عمده هیدروکربن‌های موجود در نفت خام را آلکان‌ها تشکیل می‌دهند که واکنش‌پذیری کمی دارند و اغلب به عنوان سوخت، مصرف می‌شوند.

عبارت چهارم: در نفت خام سبک (نه سنگین!) مولکول‌های سازنده مواد پتروشیمیایی و بنزین، به مقدار بیشتری وجود دارند.

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) نقطه جوش پنتان (C_5H_{12}) از بوتان (C_4H_{10}) بیشتر است، اما دقت کنید که پنتان در دمای $22^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر، مایع است و نقطه جوش آن بیشتر از $22^\circ C$ ($295K$) است؛ پس آلکان X با نقطه جوش $231K$ نمی‌تواند پنتان باشد.

۲) هر چه نقطه جوش یک آلکان بیشتر باشد، میزان فشاریت آن کمتر است.

۳) در هر آلکان n کربنی، $3n + 1$ پیوند اشتراکی وجود دارد. اگر شمار اتم‌های کربن آلکان‌های A و D را به ترتیب n و n' در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$(3n + 1) - (3n' + 1) = 21 \Rightarrow n - n' = 7$$

با توجه به مقایسه شمار اتم‌های کربن آلکان‌های داده‌شده ($A > B > X > D$) تفاوت شمار اتم‌های کربن B و X نمی‌تواند برابر ۶ باشد، زیرا شمار اتم‌های کربن B، حداقل یکی کمتر از A و شمار اتم‌های کربن D، حداقل یکی کمتر از X است؛ یعنی تفاوت شمار اتم‌های کربن B و X، حداقل ۲ واحد کمتر از تفاوت شمار اتم‌های کربن A و D است.

۴) نقطه جوش آلکان‌های D و X کمتر از $22^\circ C$ ($295K$) است؛ یعنی این دو آلکان در دمای $22^\circ C$ ، به حالت گازند و جزء ۴ آلکان اول (متان، اتان، پروپان و بوتان) هستند. در این ۴ آلکان، پیشوندی که شمار اتم‌های کربن را معلوم کند، وجود ندارد، یعنی نام آن‌ها ربطی به پیشوندهای یونانی (مونو، دی، تری و تترا) ندارد و نام این آلکان‌ها، با توجه به تاریخچه کشف آن‌ها انتخاب شده است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

● عنصر Z همان برم (Br) است که در دمای اتاق، مایع می‌باشد. عنصرهای X (9F) و E (${}^{14}Si$) در دمای اتاق، به ترتیب گاز و جامد هستند.

● در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ پس شعاع اتمی M از شعاع اتمی X، بزرگ‌تر است.

● در یک گروه از بالا به پایین، خاصیت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد؛ پس خاصیت فلزی E از اولین عنصر گروه خود بیشتر است، اما این عنصر، شبه‌فلز سیلیسیم است و خاصیت فلزی کم‌تری نسبت به فلزهای واسطه (مانند فلز D) دارد.

● عدد اتمی عنصر D برابر ۲۵ است و دارای ۵ الکترون با $1 = 2 - ([Ar]3d^5 4s^2)$ می‌باشد، اما عنصر قبل از این عنصر، یعنی عنصر کروم ($1 = 2 - ([Ar]3d^5 4s^1)$)، اولین عنصری از جدول است که ۵ الکترون با $1 = 2$ دارد.

● در گروه هالوژن‌ها از بالا به پایین، واکنش‌پذیری عنصرها کاهش می‌یابد، پس عنصر Z نمی‌تواند جای عنصر X در ترکیبش را بگیرد و واکنش گرفته‌شده، به طور طبیعی انجام نمی‌شود.

۶۴- پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 200°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 200°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 400°C واکنش می‌دهد.

- دو هالوژن اول، یعنی فلوئور و کلر، در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند. در جدول مقابل، شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن آمده است:
- طلا، فلزی نرم است و استحکام بالایی ندارد.
- در واکنش محلول‌های FeCl_3 و NaOH ، رسوب سبز رنگ $\text{Fe}(\text{OH})_3$ تشکیل می‌شود.
- نافلزهای جامد مانند گوگرد نیز به حالت آزاد در طبیعت وجود دارند.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

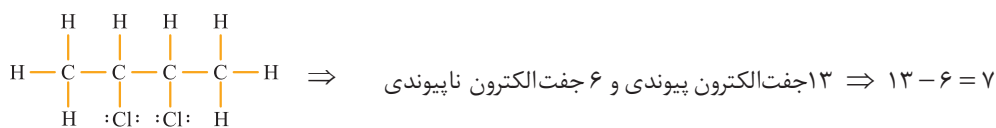
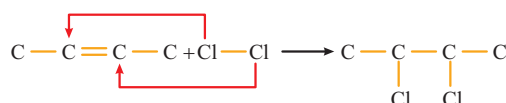
پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- در واکنش آلکن‌ها با آب، اتم H و گروه OH مولکول آب، به اتم‌های کربن دارای پیوند دوگانه اضافه می‌شوند:



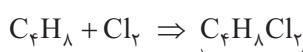
- در واکنش آلکن‌ها با گاز کلر، اتم‌های کلر به اتم‌های کربن دارای پیوند دوگانه اضافه می‌شوند:



- ۱ مول آلکن با ۱ مول آب، به طور کامل واکنش می‌دهد:

$$\text{جرم ۱ مول آب} \times 100 = \frac{18}{56} \times 100 = 32\%$$

درصد افزایش جرم



- به ازای مصرف ۲۵٪ / ۲۵٪ آلکن، ۲۵٪ / ۲۵٪ مول ترکیب کلردار تشکیل می‌شود:

$$56 + 71 = 127 \text{ g.mol}^{-1} = \text{جرم مولی}$$

$$\text{جرم فراورده} = 25\% \times 127 = 31.75 \text{ g}$$