



آزمون «۲۷ مرداد ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید) دفترچه اجباری

نقد و نظر

مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

تعداد سوالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
هندسه ۲	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
آمار و احتمال	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
فیزیک ۲	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
شیمی ۲	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
ریاضی ۱	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
فیزیک ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
جمع کل	۷۰	۱-۷۰	۱۰۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی - کاظم اجلالی - عباس اشرفی - سعید اکبرزاده - امیر هوشنگ انصاری - محمد سجاد پیشوایی - سهیل حسن خان پور عادل حسینی - نسترن زارع - سهیل ساسانی - علی ساوجی - یاسین سپهر - محمد حسن سلامی حسینی - رضا سیدنجفی - علیرضا شریفی حسین شفیع زاده - علی شهرابی - پویان طهرانیان - حمید عزیززاده - مصطفی کرمی - بهزاد محرمی - جهان بخش نیکنام - وحید ون آبادی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - محمد بحیرایی - جواد حاتم - سید محمد رضا حسینی - فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش محمد خندان - محسن رجبی - سوگند روشنی - یاسین سپهر - رضا عباسی اصل - سهام مجیدی - پور - نصیر محبی - نژاد - داریوش ناظمی سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - حمیدرضا امیری - علی ایمانی - افشین خاصه خان - سوگند روشنی - علی ساوجی - سید محسن فاطمی - پژمان فرهادیان احمد رضا فلاح - مر تظی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - سروش موئینی
فیزیک	خسرو ارغوانی - فرد - عبدالرضا امینی - نسب - زهره آقامحمدی - لاله بهادری - مجتبی خلیل ارجمندی - بیتا خورشید - محمد ساکی - معصومه شریعت ناصری مریم شیخ - مو - پوریا علاقه مند - بهادر کامران - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - احسان محمدی - امیر احمد میرسعید - حسام نادری - حسین ناصحی صلاح الدین ابراهیمی - عین اله ابوالفتحی - محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی مجد - فرزاد رضایی - جواد سوری لکی
شیمی	امیر حسین طبیبی - محمد عظیمیان زواره - علیرضا کیانی دوست - هادی مهدی زاده - حسین ناصری ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	محمد رضا راسخ مهدی ملازمضاتی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد: محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین مبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

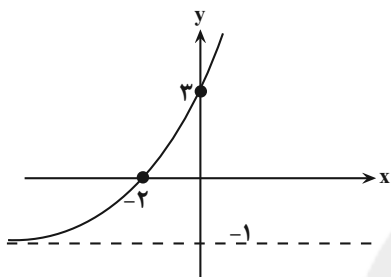
۱- چند عدد صحیح بین دو عدد $۳۲^{۰/۳}$ و $\frac{۲}{۳}$ (۰/۰۴) قرار دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

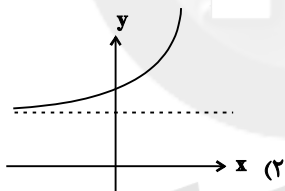
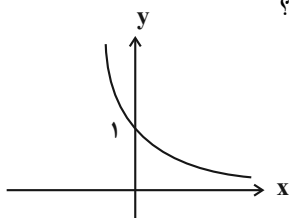
۲- اگر نمودار تابع $y = a(b)^x + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

۶ (۱)

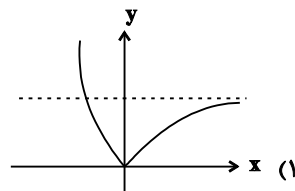
۴ (۲)

۸ (۳)

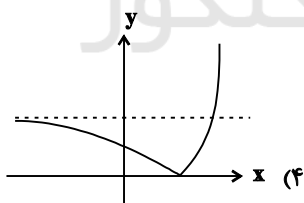
۳ (۴)

۳- اگر نمودار تابع نمایی $y = (۳ - ۲m)^x$ به صورت مقابل باشد، نمودار تابع $f(x) = |۱ - m^x|$ کدام است؟

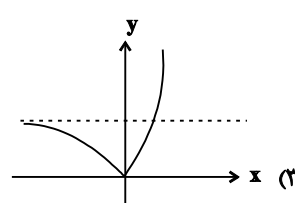
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۴- از معادله $۴^x + ۲۱ = ۵ \times ۲^{x+1}$ نسبت ریشه کوچک تر به بزرگ تر کدام است؟ $\log_9^7$ (۴) $\log_{\frac{3}{7}}$ (۳) $\log_{\frac{7}{9}}$ (۲) $\log_7^3$ (۱)

محل انجام محاسبات



۵- E_1, E_2, E_3 و E_4 به ترتیب انرژی آزاد شده (برحسب واحد ارگ) از زمین لرزه‌های ۵، ۶، ۷ و ۸ ریشتری هستند. اگر

$$a = \frac{E_2}{E_1}, b = \frac{E_3}{E_2} \text{ و } c = \frac{E_4}{E_3} \text{ باشند، کدام مقایسه بین } a, b \text{ و } c \text{ صحیح است؟ } (\log E = 11/8 + 1/5 M) \text{ ، } M \text{ بزرگی زلزله}$$

(برحسب ریشتر است).

$$b > c > a \quad (۴)$$

$$c > b > a \quad (۳)$$

$$a > b > c \quad (۲)$$

$$a = b = c \quad (۱)$$

۶- یک ماده هسته‌ای در هر ماه ۷ درصد از جرم خود را از دست می‌دهد. پس از چند ماه ۶۹ درصد از جرم اولیه خود را از دست

$$\text{می‌دهد؟ } (\log 3 \approx 0/48, \log 31 \approx 1/49)$$

$$20 \quad (۴)$$

$$19 \quad (۳)$$

$$18 \quad (۲)$$

$$17 \quad (۱)$$

۷- اگر $f(x) = 2^x - 1$ و $g(x) = \log_2(x+1)$ ، معادله $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ چند جواب دارد؟

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۸- اگر دامنه تابع $f(x) = \log_2(-2 + \log_2(2x-1))$ بازه (a, b) باشد، حاصل $\log_{fa}(8b-1)$ کدام است؟

$$1 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$4 \quad (۱)$$

۹- حاصل $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$ کدام است؟

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

۱۰- اگر $x = \frac{1}{2}$ یکی از جواب‌های معادله $\log_2 x - \log_x k = 3$ باشد، ریشه دیگر این معادله کدام است؟

$$\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$16 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی (تا سر تجانس): صفحه‌های ۳۳ تا ۴۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

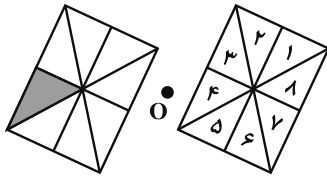
۱۱- تعداد نقاط ثابت تبدیل در بازتاب نسبت به خط کدام است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) هیچ

۱۲- در شکل زیر، کدام یک از بخش‌های شماره‌گذاری شده، تصویر شکل سایه‌دار تحت دوران 180° به مرکز O است؟

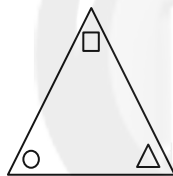
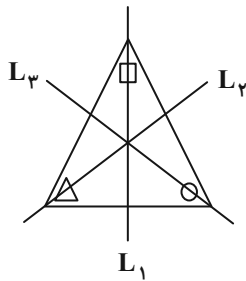
(۱) ۲

(۲) ۴

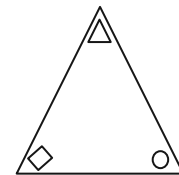
(۳) ۶

(۴) ۸

۱۳- در گوشه‌های مثلث متساوی الاضلاع شکل زیر، یک دایره، یک مربع و یک مثلث قرار داده شده‌اند. اگر بازتاب این مثلث را

به ترتیب نسبت به عمودمنصف‌های L_1 ، L_2 و L_3 رسم کنیم، شکل حاصل کدام است؟

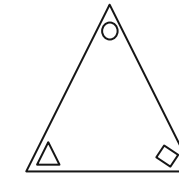
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۴- در بازتاب پاره‌خط AB نسبت به خط d، در کدام حالت، شیب پاره‌خط الزاماً حفظ نمی‌شود؟

(۱) پاره‌خط AB بر خط d عمود باشد.

(۲) پاره‌خط AB با خط d موازی باشد.

(۳) نقاط A و B روی خط d واقع شوند.

(۴) نقاط A و B از خط d به یک فاصله باشند.

محل انجام محاسبات

۱۵- کدام یک از توابع زیر در صفحه شامل محورهای مختصات، یک تبدیل نیست؟

(۱) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نقطه نسبت به مبدأ مختصات تصویر می‌کند.

(۲) تابعی که هر نقطه را بر روی قرینه آن نسبت به محور x ها تصویر می‌کند.

(۳) تابعی که هر نقطه را ۲ واحد در راستای عمودی به طرف بالا منتقل می‌کند.

(۴) تابعی که هر نقطه را بر روی پای عمود رسم شده از آن نقطه بر محور y ها تصویر می‌کند.

۱۶- در یک بازتاب نسبت به خط d ، نقاط A و B دو نقطه ثابت تبدیل و به فاصله ۸ از یکدیگر هستند. اگر M نقطه‌ای به فاصله برابر

۶ از A و B باشد، فاصله نقطه M از تصویر خود در این بازتاب کدام است؟

(۴) ۱۰

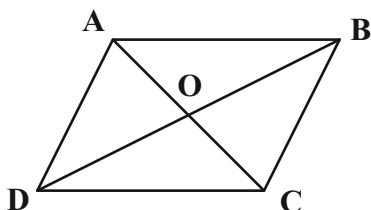
(۳) $4\sqrt{5}$

(۲) ۵

(۱) $2\sqrt{5}$

۱۷- متوازی‌الاضلاع $ABCD$ در شکل زیر را ابتدا با بردار $\overrightarrow{AO}$ و سپس با بردار $\overrightarrow{DO}$ منتقل می‌کنیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$

حاصل شود. چهارضلعی $A'B'C'D'$ با انتقال با کدام یک از بردارهای زیر بر چهارضلعی $ABCD$ منطبق می‌شود؟



(۱) $\overrightarrow{CD}$

(۲) $\overrightarrow{BD}$

(۳) $\overrightarrow{CA}$

(۴) $\overrightarrow{DA}$

۱۸- دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 2)$ با طول خط‌المركزین $OO' = 6$ مفروض‌اند. دوران یافته دایره C حول نقطه O' تحت زاویه

90° را دایره C'' می‌نامیم. شعاع کوچک‌ترین دایره‌ای که بر هر دو دایره C و C'' مماس باشد، کدام است؟

(۴) $2 - \sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{2} - 3$

(۲) $2\sqrt{2} - 2$

(۱) $3\sqrt{2} - 2$

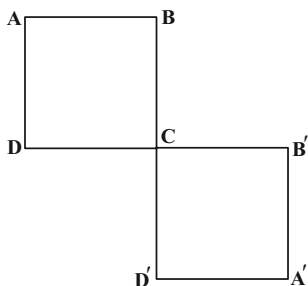
۱۹- T تبدیلی است که مربع $ABCD$ را به مربع $A'B'CD'$ تصویر می‌کند. کدام توصیف برای تبدیل T نادرست است؟

(۱) بازتاب نسبت به عمود منصف AA'

(۲) انتقال در راستای بردار $\overrightarrow{AC}$

(۳) دوران به مرکز C و زاویه 90° در جهت عقربه‌های ساعت

(۴) دوران به مرکز C و زاویه 180° در جهت عقربه‌های ساعت



۲۰- مستطیلی به ابعاد ۴ و ۸ را نسبت به یک قطر آن بازتاب می‌دهیم. مساحت ناحیه مشترک بین مستطیل و تصویر آن کدام است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۴

(۲) ۲۰

(۱) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۷۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

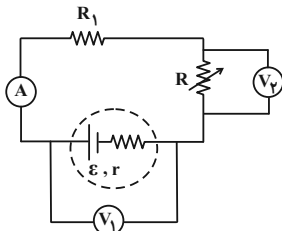
- ۲۱- اگر A و B دو پیشامد غیر تهی از فضای نمونه S باشند، آنگاه کدام یک از روابط زیر نادرست است؟
 $P((A \cap B) | (B - A)) = 1$ (۴) $P(A | (A - B)) = 1$ (۳) $P((A - B) | B) = 0$ (۲) $P((A \cup B) | B) = 1$ (۱)
- ۲۲- در پرتاب دو تاس، می‌دانیم تفاضل اعداد رو شده مضرب ۳ است. احتمال آنکه اعداد رو شده هر دو تاس مضرب ۳ باشند، کدام است؟
 $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)
- ۲۳- در یک خانواده چهار فرزند، تعداد پسرها و دخترها برابر نیست. احتمال آنکه جنسیت دو فرزند اول خانواده یکسان باشد، کدام است؟
 $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۱)
- ۲۴- جعبه‌ای شامل ۳ مهره قرمز، ۲ مهره آبی و ۱ مهره زرد است. دو مهره به ترتیب و بدون جای گذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ نباشند، کدام است؟
 $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{11}{15}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۱)
- ۲۵- دو ظرف داریم که اولی شامل ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۷ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. یکی از دو ظرف را به دلخواه انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن، خارج می‌کنیم. احتمال این که دو مهره انتخابی هم‌رنگ نباشند، کدام است؟
 $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{8}{15}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)
- ۲۶- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{7}$ ، حاصل $\frac{P(A | B')}{P(A \cup B)}$ کدام است؟
 $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)
- ۲۷- در یک سکه احتمال آمدن رو ۲ برابر احتمال آمدن پشت و در یک تاس احتمال آمدن هر عدد اول ۳ برابر احتمال آمدن هریک از اعداد غیراول است. اگر این سکه و تاس را با هم پرتاب کنیم، چقدر احتمال دارد که سکه رو یا تاس ۶ بیاید؟
 $\frac{18}{25}$ (۴) $\frac{25}{27}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۲) $\frac{19}{36}$ (۱)
- ۲۸- در یک پمپ بنزین دو جایگاه به تاکسی‌ها اختصاص داده شده است. در جایگاه اول ۴ پژو و ۶ سمند و در جایگاه دوم ۳ پژو و ۳ سمند در صف قرار دارند. ۲ ماشین از جایگاه اول به جایگاه دوم می‌روند. اگر از بین ماشین‌های جایگاه دوم یکی را به تصادف انتخاب کنیم، احتمال آن که سمند باشد، کدام است؟
 $\frac{19}{40}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{21}{40}$ (۲) $\frac{11}{20}$ (۱)
- ۲۹- از جعبه‌ای که ۶ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه دارد، مهره‌ای خارج می‌کنیم و بعد از رؤیت رنگ مهره، آن را به همراه دو مهره از رنگ مخالف به جعبه بر می‌گردانیم و سپس مهره‌ای دیگر از جعبه خارج می‌کنیم. احتمال آنکه رنگ هر دو مهره خارج شده از جعبه سفید باشد، کدام است؟
 $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۱)
- ۳۰- احتمال آنکه پیامکی با موفقیت ارسال شود $\frac{9}{10}$ است. احتمال آنکه از ۱۰ پیامک، حداقل ۹ پیامک با موفقیت ارسال شده باشد، کدام است؟
 $\frac{19}{10} \left(\frac{9}{10} \right)^9$ (۴) $\frac{17}{10} \left(\frac{9}{10} \right)^9$ (۳) $\frac{12}{10} \left(\frac{9}{10} \right)^9$ (۲) $\frac{11}{10} \left(\frac{9}{10} \right)^9$ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

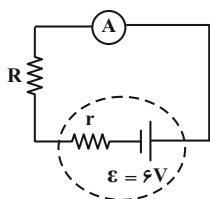
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت R ، اعدادی که ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 و V_2 و همچنین آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



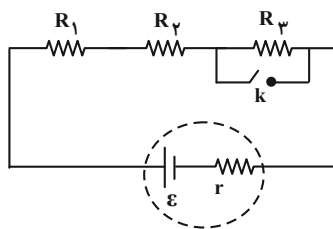
- (۱) کاهش - افزایش - کاهش
- (۲) کاهش - کاهش - افزایش
- (۳) افزایش - افزایش - کاهش
- (۴) افزایش - افزایش - افزایش

۳۲- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی $0.2A$ را نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت خارجی ۹ برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت داخلی باشد، توان مصرفی در مقاومت R چند وات است؟



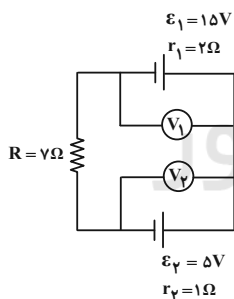
- (۱) $1/0.8$
- (۲) $1/0.6$
- (۳) $2/0.2$
- (۴) $2/0.8$

۳۳- در شکل زیر، مقاومت‌های $R_1 = R_2 = R$ و $R_3 = 2R$ و مقاومت داخلی باتری برابر $\frac{R}{2}$ است. با بستن کلید k کدام یک از تغییرات زیر رخ می‌دهد؟



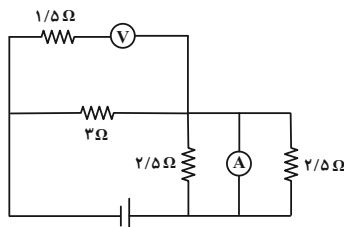
- (۱) اختلاف پتانسیل دو سر R_3 ثابت می‌ماند.
- (۲) اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.
- (۳) اختلاف پتانسیل دو سر R_1 و R_2 ، ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.
- (۴) جریان مدار، ۵۰ درصد کاهش می‌یابد.

۳۴- با توجه به مدار زیر $\frac{V_2}{V_1}$ کدام گزینه است؟ (ولت‌سنج‌ها آرمانی هستند).



- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) $\frac{13}{6}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{6}{13}$

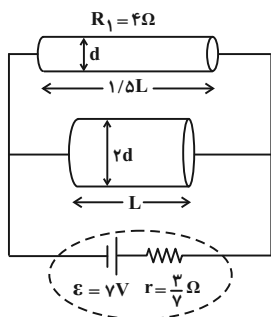
۳۵- در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی ۶V را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان خواهد داد؟



- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{8}{3}$
- (۳) ۴
- (۴) ۲

محل انجام محاسبات

۳۶- دو قطعه سیم همجنس که طول و قطر مقطع آنها روی شکل مشخص است را در مدار قرار می‌دهیم. توان خروجی باتری در این حالت چند وات است؟ (از مقاومت سایر قسمت‌های سیم، صرف‌نظر کنید).



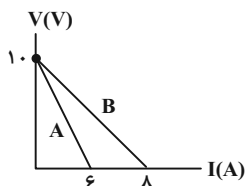
(۱) ۷

(۲) ۱۴

(۳) ۲۱

(۴) ۲۸

۳۷- نمودار $V-I$ برای دو باتری A و B در شکل مشاهده می‌شود. کدام گزینه در مورد نیروی محرکه و مقاومت درونی این دو باتری درست است؟



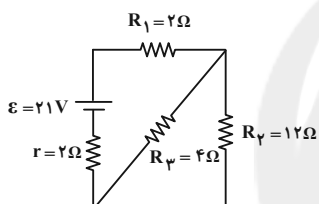
$$r_B = \frac{4}{3} r_A \text{ و } V_A = V_B = 10V \quad (2)$$

$$r_A = \frac{4}{3} r_B \text{ و } \mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B = 10V \quad (4)$$

$$r_B = \frac{4}{3} r_A \text{ و } \mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B = 10V \quad (1)$$

$$r_A = \frac{4}{3} r_B \text{ و } V_A = V_B = 10V \quad (3)$$

۳۸- در مدار شکل زیر، انرژی الکتریکی مصرف شده در مقاومت R_P در مدت ۶۸ چند ژول است؟



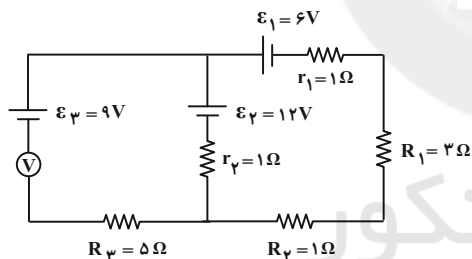
(۱) ۸۱

(۲) ۱۶۲

(۳) ۴۰/۵

(۴) ۳۲۴

۳۹- در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



(۱) ۲۰

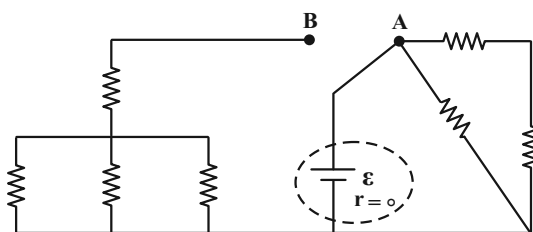
(۲) ۲

(۳) ۷

(۴) ۱۶

۴۰- در مدار شکل زیر، همهٔ مقاومت‌ها ۶ اهمی هستند. ابتدا کلید در حالت A قرار دارد و توان خروجی باتری P_1 و سپس در حالت

B توان خروجی باتری P_2 می‌شود. نسبت $\frac{P_1}{P_2}$ کدام است؟



(۱) 1/2

(۲) ۲

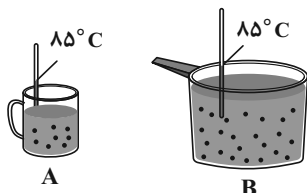
(۳) 1/4

(۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم (تا سر غذای سالم): صفحه‌های ۴۹ تا ۷۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.



۴۱- با توجه به شکل‌های داده شده چند عبارت صحیح است؟ (هر دو ظرف حاوی آب است.)

- میانگین سرعت حرکت مولکول‌های آب در دو ظرف A و B یکسان است.
- انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.
- ظرفیت گرمایی آب در ظرف‌های A و B یکسان است.

• در صورت انتقال آب دو ظرف به یک ظرف بزرگ‌تر، دمای آب همان ۸۵°C باقی می‌ماند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۲- دو تخم‌مرغ مشابه را در دو ظرف مشابه قرار می‌دهیم، ظرف اول شامل ۸۰۰ گرم آب ۲۵°C و ظرف دوم شامل ۶۰۰ گرم روغن زیتون ۲۵°C است. اگر تخم‌مرغ در مدت ۵ min در دمای ۷۵°C درون آب پخته شود، برای پختن تخم‌مرغ دیگر در همین مدت زمان باید دمای روغن زیتون به چند درجه سلسیوس برسد؟ (گرمای ویژه آب و روغن زیتون را به ترتیب ۴/۲ و ۲ برحسب $^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1}$ فرض کنید.)

۱۶۵ (۴)

۱۴۰ (۳)

۱۳۵ (۲)

۱۱۰ (۱)

۴۳- با توجه به معادله واکنش زیر به ازای مصرف $3/0 \times 10^{22}$ مولکول هیدروژن، چند کیلوژول انرژی در این واکنش آزاد می‌شود؟
 $\text{C}_7\text{H}_8(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{C}_7\text{H}_6(\text{g})$

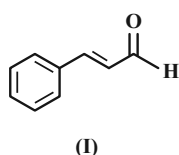
پایوند	H-H	C-H	C-C	C=C
آنتالپی پیوند ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)	۴۳۶	۴۱۲	۳۴۸	۶۱۴

۲۴/۴ (۴)

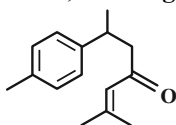
۳/۰۵ (۳)

۱۲/۲ (۲)

۶/۱ (۱)

۴۴- چند مورد از عبارت‌های زیر درباره مولکول‌های (I) و (II) درست است؟ ($\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(I)



(II)

• گروه عاملی موجود در میخک در مولکول (II) نیز وجود دارد.

- پیوندهای دوگانه کربن-کربن در یک مول از هر دو مولکول در شرایط مناسب، با مول برابری از هیدروژن سیر می‌شوند.
- اگر گروه‌های متیل در مولکول (II) با هیدروژن جایگزین شوند کاهش جرم مولی آن به اندازه جرم مولی ۲- بوتن است.
- یک مول از مولکول (I) در شرایط مناسب با ۱۱۷/۶ لیتر گاز اکسیژن در شرایط استاندارد به‌طور کامل می‌سوزد.
- در مولکول (II)، ۶ اتم کربن وجود دارد که هر یک به یک اتم هیدروژن متصل هستند.
- اگر هیدروژن‌های حلقه آروماتیک در مولکول (I) با گروه‌های متیل جایگزین شوند، فرآریت آن کاهش می‌یابد.

۳ (۴)

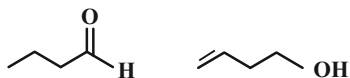
۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

۴۵- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) سرانه مصرف نان در ایران و شیر در جهان از سرانه مصرف سایر خوراکی‌ها بیشتر است.
- (۲) هرگاه با گرما دادن به ۱۰۰ گرم فلز M به مقدار ۰/۹ کیلوژول دمای آن ۱۰ کلین افزایش یابد گرمای ویژه آن $^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot 0/9$ می‌باشد.
- (۳) دو ترکیب زیر فرمول مولکولی یکسان داشته اما خواص فیزیکی و شیمیایی یکسانی ندارند.



(۴) با افزایش شمار کربن در آلکن‌ها اندازه آنتالپی سوختن کاهش و ارزش سوختی افزایش می‌یابد.

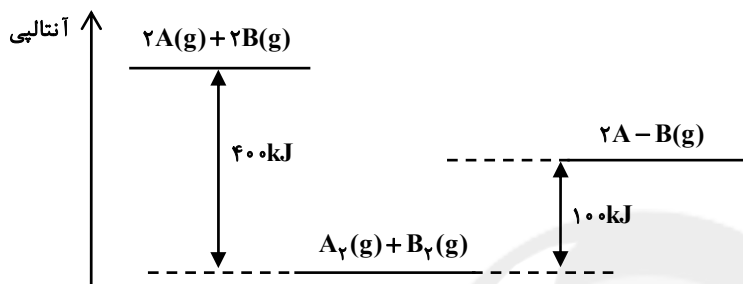
محل انجام محاسبات

۴۶- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست بیان شده است؟

- الف) پس از افطار کمی احساس سرما می‌کنیم، زیرا هضم مواد غذایی به انرژی نیاز دارد.
 ب) تنها راه آزاد شدن انرژی موادی مانند الکل و بنزین، سوختن آنهاست و مقدار انرژی آزاد شده به مقدار ماده مصرفی بستگی دارد.
 پ) میزان انرژی هر ماده غذایی به جرم آن بستگی دارد که با سوختن آن بخشی از این انرژی آزاد می‌شود.
 ت) هنگامی که قند خون پایین باشد می‌توان با خوردن عدسی و اسفناج بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

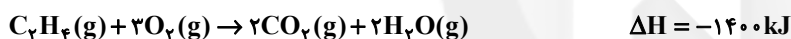
۴۷- با توجه به نمودار سطح انرژی داده شده، آنتالپی پیوند A-B برحسب $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ کدام است؟ (A و B را اتم در نظر بگیرید.)



(۱) ۴۰۰
(۲) ۲۰۰
(۳) ۳۰۰
(۴) ۱۵۰

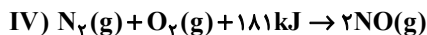
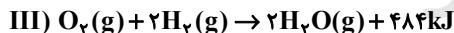
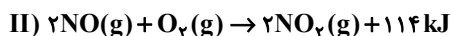
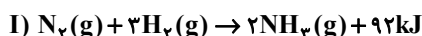
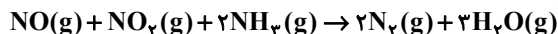
۴۸- اگر گرمای تولید شده از سوختن کامل مقداری از گاز اتن، برای بالا بردن دمای ۱۱/۲ مترمکعب گاز کلر از شرایط STP تا دمای 25°C مورد استفاده قرار گیرد؛ چند گرم گاز اتن در واکنش سوختن مصرف شده است؟ (ظرفیت گرمایی ویژه گاز کلر را

$^{\circ}\text{C}^{-1} \cdot \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot 48/0$ در نظر بگیرید و $\text{H} = 1$ ، $\text{C} = 12$ ، و $\text{Cl} = 35/5$)



(۱) ۲/۱۳ (۲) ۴/۲۶ (۳) ۸/۵۲ (۴) ۱۲/۷۸

۴۹- با توجه به اطلاعات داده شده در واکنش‌های ترموشیمیایی زیر، مقدار گرمای حاصل از انجام واکنش زیر برحسب کیلوژول چقدر خواهد بود؟



(۱) ۳۷۹ (۲) ۷۵۸ (۳) ۱۸۹۵ (۴) ۳۷۹۰

۵۰- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) بخش عمده انرژی موجود در شیر هنگام فرایند هم‌دما شدن شیر با بدن جذب می‌شود.
 (۲) مواد غذایی پس از گوارش، انرژی لازم برای سوخت و ساز یاخته‌ها را در بدن تأمین می‌کنند.
 (۳) در واکنش‌هایی که در دمای ثابت انجام می‌شوند مقدار گرمای آزاد شده ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.
 (۴) در برخی واکنش‌های شیمیایی هیچ گرمایی با محیط پیرامون مبادله نمی‌شود.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: معادله‌ها و نامعادله‌ها + تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- اختلاف دو عدد حقیقی و حاصل ضرب آن‌ها هر دو برابر ۱ است. عدد بزرگ‌تر کدام می‌تواند باشد؟

$$(۲) \quad -\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$(۱) \quad \frac{\sqrt{5}+2}{2}$$

$$(۴) \quad \frac{2-\sqrt{5}}{2}$$

$$(۳) \quad \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

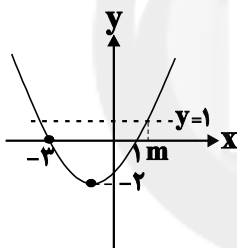
۵۲- تابع $f(x) = x^2 + x$ با دامنه $\mathbb{R} - \{a\}$ و برد $(b, +\infty)$ مفروض است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$$(۲) \quad \frac{9}{4}$$

$$(۱) \quad \frac{7}{4}$$

$$(۴) \quad -\frac{5}{4}$$

$$(۳) \quad -\frac{3}{4}$$

۵۳- در سهمی زیر، مقدار m کدام است؟

$$(۱) \quad \sqrt{6}-2$$

$$(۲) \quad \sqrt{6}-1$$

$$(۳) \quad \sqrt{6}+2$$

$$(۴) \quad \sqrt{6}+1$$

۵۴- نمودار تابع $f(x) = mx^2 + (m-5)x + m-8$ دارای مینیمی روی محور طول‌ها است. مقدار $f(0)$ کدام است؟

$$(۴) \quad 9$$

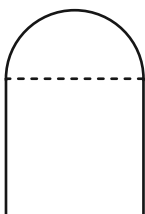
$$(۳) \quad -9$$

$$(۲) \quad \frac{1}{3}$$

$$(۱) \quad -\frac{1}{3}$$

۵۵- پنجره‌ای از یک مستطیل و یک نیم‌دایره مطابق شکل زیر درست شده است. اگر محیط پنجره برابر ۱۰ باشد، شعاع نیم‌دایره

چقدر باشد تا پنجره بیشترین نوردهی را داشته باشد؟



$$(۲) \quad \frac{10}{\pi+4}$$

$$(۱) \quad \frac{5}{\pi+2}$$

$$(۴) \quad \frac{5}{\pi+4}$$

$$(۳) \quad \frac{10}{\pi+2}$$

محل انجام محاسبات

۵۶- اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x + c}$ به صورت زیر باشد، حاصل $\frac{a+b}{c}$ کدام است؟

x	-1	2	
$P(x)$	$-$	$+$	$+$

(۲) $\frac{3}{2}$ (۱) $-\frac{3}{2}$

(۴) ۳

(۳) -۳

۵۷- اگر a و b به ترتیب از راست به چپ بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیحی باشند که در نامساوی $1 < \frac{x+4}{2x+3} < \frac{3}{4}$ صدق می‌کنند، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) ۱

(۳) ۵

۵۸- مجموعه جواب‌های مشترک دو نامعادله $|x| - 3 < 2$ و $|x| - 2 < 3$ کدام است؟

(۲) $(-5, -1) \cup (1, 5)$ (۱) $(-5, 5)$ (۴) $(-1, 1)$ (۳) $(1, 5)$

۵۹- به ازای چند مقدار از a ، رابطه $f = \left\{ (2, a^2 - 2a), (1, 2), \left(\frac{1}{4}, (a-1)^2, -1\right), (2, 1) \right\}$ بیانگر یک تابع است؟

(۲) یک

(۱) صفر

(۴) بیشمار

(۳) دو

۶۰- برای تابع خطی f ، اگر $f(x-3) + f(x+2) = 6x+7$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- بر جسمی نیروی ثابت F وارد می‌شود و آن را به اندازه ثابت d جابه‌جا می‌کند. وقتی زاویه بین بردارهای نیرو و جابه‌جایی ۵۳° درجه است، کار نیروی ثابت F برابر $۳۶J$ است. بیشینه کار انجام شده توسط این نیرو در این جابه‌جایی چند ژول می‌تواند باشد؟
 $(\cos ۵۳^\circ = ۰/۶)$

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۱۰۰ (۲)

۴۵ (۱)

۶۲- اگر $\frac{2}{3}$ از جرم متحرکی کم شود و انرژی جنبشی آن ۲۵ درصد کاهش یابد، تندی متحرک چگونه تغییر می‌کند؟

۳۳ درصد افزایش می‌یابد. (۱)

۳۳ درصد افزایش می‌یابد. (۲)

۵۰ درصد کاهش می‌یابد. (۴)

۵۰ درصد افزایش می‌یابد. (۳)

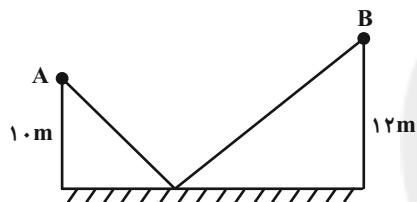
۶۳- مطابق شکل زیر، انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم m در نقطه A برابر $۱۰۰J$ و در نقطه B برابر $۱۲۰J$ است. کار نیروی گرانشی زمین بر روی این جسم در جابه‌جایی از A تا B ، چند ژول است؟

۲۰ (۱)

۲۲۰ (۲)

-۲۰ (۳)

-۲۲۰ (۴)



۶۴- جسمی با تندی $۵ \frac{m}{s}$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و انرژی جنبشی آن $۲۵J$ است. پس از مدتی این جسم تغییر جهت می‌دهد و با تندی $۱۰ \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. کار نیروی خالص وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

-۱۵۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

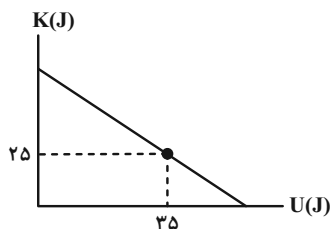
-۷۵ (۲)

۷۵ (۱)

۶۵- گلوله‌ای به جرم $۳۰۰g$ از ارتفاع h آزادانه سقوط می‌کند. با فرض چشم‌پوشی از مقاومت هوا در حین سقوط، انرژی جنبشی

بر حسب انرژی پتانسیل آن به شکل زیر تغییر می‌کند. این گلوله از ارتفاع چند متری سقوط کرده است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و سطح

زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



۶۰ (۱)

۱۱/۱ (۲)

۱۰ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۶- نیروی $\vec{F}_1$ روی جسمی کار W_1 و همزمان نیروی $\vec{F}_2$ روی جسم کار W_2 را انجام می‌دهد و سرعت جسم تغییر نمی‌کند. کدام گزینه الزاماً درست است؟

$$(2) \quad W_2 = 0 \text{ و } W_1 > 0$$

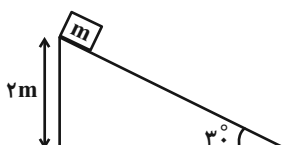
$$(1) \quad W_2 > 0 \text{ و } W_1 = 0$$

$$(4) \quad W_2 > 0 \text{ و } W_1 > 0$$

$$(3) \quad W_1 = -W_2$$

۶۷- مطابق شکل جسمی به جرم $m = 4 \text{ kg}$ از بالای سطح شیب‌داری رها می‌شود. تندی جسم در لحظه رسیدن به سطح افقی چند

واحد SI است؟ (متوسط نیروی اصطکاک در کل مسیر حرکت جسم را 2 N در نظر بگیرید، $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$)



(1) ۸

(2) ۶

(3) ۷

(4) ۵

۶۸- فرض کنید انرژی حاصل از انفجار هر گرم باروت 700 J باشد. در یک تفنگ به جرم 4 kg ، 5 g باروت منفجر و ۲۵ درصد انرژی

به صورت گرما تلف شده و گلوله‌ای به جرم 2 g با تندی $500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ شلیک می‌شود. تندی پس زنی تفنگ چند متر بر ثانیه خواهد

بود؟

(4) ۰/۵

(3) ۱

(2) ۲/۵

(1) ۵

۶۹- تلمبه‌ای با توان خروجی 100 W در هر دقیقه چند کیلوگرم آب را با سرعت ثابت از عمق ۶ متری چاهی به ارتفاع ۴ متری بالای

سطح زمین منتقل می‌کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(4) ۱۰۰

(3) ۶۰

(2) ۴۰

(1) ۳۰

۷۰- یک پمپ آب در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب ساکن را از چاهی به عمق ۲۰ متر بالا می‌آورد و با تندی $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از دهانه لوله‌ای در سطح

زمین خارج می‌کند. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان متوسط الکتریکی مصرفی پمپ چند وات است؟

$$(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$

(4) ۲۴۰

(3) ۳۲۰

(2) ۵۰۰

(1) ۴۰۰



آزمون «۲۷ مرداد ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه اختیاری)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۹۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
شیمی ۳	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
هندسه ۱	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
شیمی ۱	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	محمدرضا راسخ مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین مینا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۷۱- دامنه تابع $y = f(3x+1)$ بازه $[-2, 6]$ است. دامنه تابع $y = 2f(-x+3)+1$ شامل چند عدد طبیعی است؟

(۲) ۱۶

(۱) ۲۴

(۴) ۴

(۳) ۸

۷۲- نمودار تابع $y = \sqrt{2x-1}$ را یک واحد به چپ و سپس در راستای افقی با ضریب ۲ منبسط می‌کنیم. نمودار جدید در نقطه‌ای با

کدام طول با نمودار اولیه متقاطع است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۷۳- با اعمال موارد کدام گزینه به ترتیب، نمودار تابع $y = f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}f(1-x)$ می‌شود؟(۱) انتقال یک واحد به راست، قرینه نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی(۲) انتقال یک واحد به چپ، قرینه نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی(۳) انتقال یک واحد به چپ، قرینه نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی(۴) انتقال یک واحد به راست، قرینه نسبت به محور x ها و y ها، انقباض با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای عمودی۷۴- اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$ باشد، نمودار تابع f^{-1} را باید به چه صورت انتقال دهیم تا بر نمودار $y = \sqrt[3]{x}$ منطبق شود؟(۱) ۳ واحد در جهت منفی محور x ها و ۲ واحد در جهت منفی محور y ها(۲) ۳ واحد در جهت منفی محور x ها و ۲ واحد در جهت مثبت محور y ها(۳) ۳ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۲ واحد در جهت منفی محور y ها(۴) ۳ واحد در جهت مثبت محور x ها و ۲ واحد در جهت مثبت محور y ها

محل انجام محاسبات

۷۵- اگر چند جمله‌ای $p(x) = x^3 + ax^2 - 3x - 2$ بر $x + 2$ بخش پذیر باشد، مجموع جواب‌های معادله $p(x) = 0$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱

(۳) صفر (۴) -۳

۷۶- خارج قسمت تقسیم چندجمله‌ای $P(x) = x^5(x^5 + 1)$ بر $x^2 + x$ را $Q(x)$ می‌نامیم. مقدار $Q(-1)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) صفر

۷۷- طول بزرگترین بازه‌ای که نمودار تابع $f(x) = |x + 3| - (x + 3) - |x - k|$ روی آن اکیداً صعودی است، برابر ۵ است. مقدار k کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۸

(۳) ۲ (۴) -۸

۷۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{2} + 5)^2 < x^2 + 3x - 2$ به صورت بازه (a, b) باشد، حاصل $b + 2a$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۱ (۴) صفر

۷۹- به ازای چند مقدار صحیح m تابع $y = |x - m^2| - |x - 5m - 6|$ یک تابع صعودی است؟

(۱) ۸ (۲) ۷

(۳) ۶ (۴) ۵

۸۰- باقیمانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 + 4x - 5$ برابر با $x - 6$ است. باقیمانده تقسیم $f(f(x))$ بر $x - 1$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۵

(۳) -۴ (۴) -۱۱

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا سر حل دستگاه معادلات): صفحه‌های ۹ تا ۲۳

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ و $A^4 = kA$ باشد، k کدام است؟

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۱۶

(۳) ۸

۸۲- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$ مفروض‌اند. اگر $b_{ij} = i^2 + 1$ باشد، حاصل $(A-B)(A+B)$ کدام است؟

(۲) $\begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -52 & -44 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -7 & -11 \\ -34 & -31 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} -36 & -49 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -62 & -31 \\ 8 & 5 \end{bmatrix}$

۸۳- ماتریس اسکالر $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ مفروض است. اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، $C = AB$ و $c_{32} = -4$ باشد، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس A کدام است؟

(۲) -۶

(۱) -۳

(۴) ۹

(۳) ۳

۸۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ و $\frac{1}{4}A^2B = I$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس B کدام است؟(۲) $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{7}{12}$ ۸۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2^x \\ 2^{1-x} & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^2 + A^4 + A^6$ کدام است؟(۲) $12I$ (۱) $12A$ (۴) $14I$ (۳) $14A$

محل انجام محاسبات

۸۶- به ازای کدام مقادیر a ، ماتریس $A = \begin{bmatrix} a+10 & a \\ a+4 & 1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نیست؟

(۱) $5, -2$ (۲) $-5, 2$

(۳) $5, 2$ (۴) $-5, -2$

۸۷- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های ماتریس $A+B$ کدام است؟

(۱) -4 (۲) -8

(۳) 8 (۴) 4

۸۸- اگر $A^2 = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B^2 = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ و $A+B = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه ماتریس $AB+BA$ کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

۸۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & \cos^2 \theta \\ 1 + \tan^2 \theta & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $A^{14} + B^{15}$ کدام است؟ $(\theta \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z})$

(۱) $I+B$ (۲) $I+15B$

(۳) $2I$ (۴) $29I$

۹۰- اگر A ماتریسی وارون پذیر، $A^2 - 3I = 2A$ و وارون ماتریس $A - 4I$ به صورت ماتریس $\alpha A + \beta I$ باشد، حاصل $\alpha + \beta$ کدام

است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{3}{5}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (تا سر فعالیت): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۹۱- فرض کنید a و b اعدادی صحیح باشند. کدام یک از موارد زیر با مثال نقض رد می‌شود؟(۱) اگر a و b دو عدد فرد باشند، آنگاه $a - b$ زوج است.(۲) اگر $a + b$ فرد باشد، آنگاه ab زوج است.(۳) اگر ab زوج باشد، آنگاه $a + b$ زوج است.(۴) اگر a^2 مضرب ۷ باشد، آنگاه a مضرب ۷ است.۹۲- خارج قسمت و باقی‌مانده تقسیم (-۴۴) بر ۱۷ به ترتیب q و r هستند. باقی‌مانده تقسیم q بر r کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

۹۳- برای دو عدد صحیح a و $b (a \neq 0)$ ، اگر $a^3 | b^2$ باشد، کدام رابطه زیر ممکن است نادرست باشد؟(۲) $a^2 | b$ (۱) $a | b$ (۴) $a | b^2$ (۳) $a^4 | b^5$ ۹۴- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

(۱) حاصل ضرب هر سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

(۲) حاصل ضرب هر n عدد صحیح متوالی مضرب n است.(۳) مربع هر عدد اول به صورت $8k + 1$ است. ($k \in \mathbb{Z}$)

(۴) مجموع پنج عدد طبیعی متوالی، مضرب ۵ است.

۹۵- اگر باقی‌مانده تقسیم a بر m مساوی با r باشد، در این صورت کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ ($m, k \in \mathbb{N}$)(۲) $a \equiv r + m^2$ (۱) $a \equiv r$ (۴) $m | a - r$ (۳) $a + r = mk$

محل انجام محاسبات

۹۶- از رابطه هم‌نهشتی $24a \equiv 16b$ چند نتیجه‌گیری درست است؟
۱۵

۵
ب) $a \equiv -b$

۱۵
الف) $9a \equiv b$

۱۵
ت) $3a \equiv 2b$

۳
پ) $b \equiv 0$

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۹۷- رقم یکان عدد $3^{30} + 7^{70}$ کدام است؟

۸ (۲)

۱) صفر

۲ (۴)

۴ (۳)

۹۸- باقی‌مانده تقسیم $10 \times 5^{1402} - 7^{1401}$ بر ۱۲ کدام است؟

۳ (۲)

۱ (۱)

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۹۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی که در تقسیم بر ۳۷، باقی‌مانده آن برابر مکعب خارج قسمت است، در کدام کلاس هم‌نهشتی به پیمانه ۵

قرار دارد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۰ (۴)

۴ (۳)

۱۰۰- اگر p یک عدد اول دو رقمی و n عددی طبیعی باشد، حاصل $[p, (3n+2, 6n+1)]$ کدام است؟

۳p یا p (۲)

p (۱)

۳p (۴)

۶p یا ۳p (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 4$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تغییر جهت می‌دهد؟

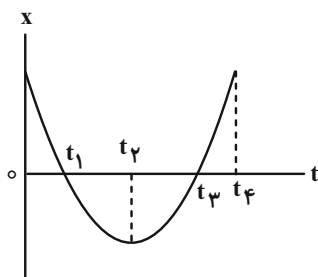
(۴) ۴/۵

(۳) ۳

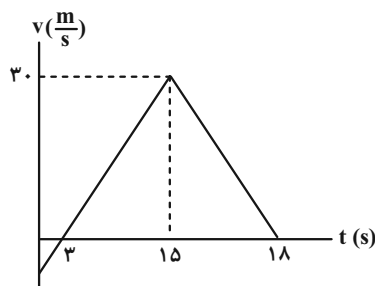
(۲) ۶

(۱) ۱/۵

۱۰۲- شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرکی است که با شتاب ثابت حرکت می‌کند. با توجه به نمودار زیر کدام گزینه درست است؟

(۱) در بازه زمانی صفر تا t_4 دو بار سرعت متحرک صفر شده است.(۲) در بازه زمانی t_1 تا t_3 متحرک در خلاف محور x حرکت می‌کند.

(۳) سرعت متحرک در کل مسیر ثابت است.

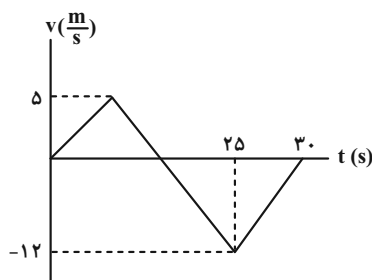
(۴) در بازه زمانی صفر تا t_2 بردارهای سرعت و شتاب در خلاف جهت یکدیگرند.۱۰۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 18s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟(۱) $\frac{5}{13}$ (۲) $-\frac{5}{13}$

(۳) ۶

(۴) -۶

۱۰۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدتیکه در سوی مخالف محور x حرکت می‌کند، چند برابر تندی متوسط آن در مدتی است که در سوی مثبت محور x در حال

حرکت است؟



(۱) ۱/۸

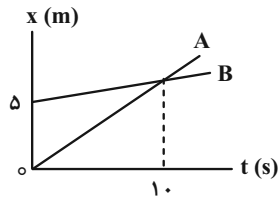
(۲) ۱/۲

(۳) ۲/۴

(۴) ۳/۲

محل انجام محاسبات

۱۰۵- در شکل زیر، نمودار مکان- زمان متحرک A که با سرعت $2 \frac{m}{s}$ حرکت می‌کند و متحرک B نشان داده شده است. از مبدأ زمان



تا لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، جابه‌جایی متحرک B چند متر است؟

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۱۰۶- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت، روی یک خط مستقیم شروع به حرکت می‌کند و بعد از گذشت ۲۰ ثانیه شتاب متحرک تغییر علامت می‌دهد و اندازه آن دو برابر مقدار اولیه می‌شود. چند ثانیه پس از شروع حرکت، متحرک به مکان اولیه خود

باز می‌گردد؟ ($\sqrt{3} = 1/7$)

۴۷ (۴)

۴۰ (۳)

۳۴ (۲)

۱۷ (۱)

۱۰۷- در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت $30 \frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۵۴ متر جلوتر اتومبیل دیگر با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ از حال

سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصله زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱۰ (۴)

۱۶ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰۸- متحرکی که با شتاب ثابت بر روی یک خط راست در حال حرکت است، در دو ثانیه اول ۱۶m و در ۳ ثانیه بعدی ۳۹m را طی می‌کند. اگر متحرک در لحظه $t = 0$ در مبدأ مکان باشد، اندازه سرعت آن در مکان $x = 27m$ چند متر بر ثانیه است؟

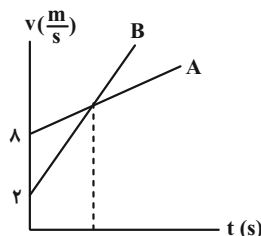
۸ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۶ (۱)

۱۰۹- شکل زیر، نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B را که بر روی مسیر مستقیم از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند نشان می‌دهد. اگر در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک یکسان است، فاصله آن‌ها از یکدیگر ۳۰m و اندازه شتاب متحرک B، ۴ برابر



شتاب متحرک A باشد، اندازه شتاب متحرک A چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱ (۱)

۰/۵ (۲)

۰/۲ (۳)

۰/۷۵ (۴)

۱۱۰- دو سنگ از لبه یک ساختمان به ارتفاع h با فاصله زمانی ۲s در شرایط خلأ رها می‌شوند. اگر بیشترین فاصله آن‌ها در طول

حرکت ۶۰m باشد، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۸۰ (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی / تاریخچه صابون تا انتهای رسانایی الکتریکی: صفحه‌های ۱ تا ۱۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.۱۱۱- چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($O = ۱۶, H = ۱, C = ۱۲: g.mol^{-1}$)(الف) اتیلن گلیکول یک الکل دو عاملی با فرمول مولکولی $C_2H_6O_2$ و دارای دو گروه عاملی هیدروکسید است.

(ب) در دوره زمانی ۱۳۴۵ تا ۱۳۵۰ امید به زندگی برای بیشتر افراد جهان در حدود ۵۰ تا ۶۰ سال است.

(پ) اوره با فرمول مولکولی $CO(NH_2)_2$ محلول در آب است.

(ت) تقریباً ۸۴٪ جرم بنزین را کربن تشکیل داده است.

(ث) جرم مولی روغن زیتون ۶ واحد از چربی کوهان شتر کمتر است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱۲- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) شاخص امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور تفاوت دارد.

(۲) آهنگ رشد شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی برخوردار است.

(۳) شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از نواحی کم‌برخوردار است.

(۴) با وارد شدن شوینده‌های شیمیایی، شاخص امید به زندگی کاهش یافته است.

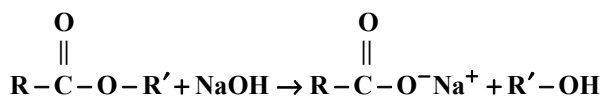
۱۱۳- چند مورد از ویژگی‌های داده شده در جدول زیر نادرست است؟

ویژگی	نوع مخلوط	محلول	کلوئید	سوسپانسیون
رفتار در برابر نور	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش می‌کند
همگن / ناهمگن	همگن	همگن	همگن	ناهمگن
پایداری	پایدار	پایدار	ناپایدار	ناپایدار
مثال	رنگ پوششی	سس مایونز	شربت معده	

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۱۴- مطابق واکنش زیر اگر درصد جرمی کربن در الکل تولیدی ۶۰٪ باشد و استر موجود در واکنش‌دهنده‌ها در مجموع شامل ۸ پیوند

کربن - کربن باشد، درصد جرمی سدیم در ترکیب یونی تولیدی کدام است؟

(R و R' هر دو زنجیره‌های هیدروکربنی سیر شده‌اند و $O = ۱۶, H = ۱, C = ۱۲, Na = ۲۳: g.mol^{-1}$)

(۱) ۳۱ (۲) ۲۳ (۳) ۱۵/۱۳ (۴) ۳۳/۳

محل انجام محاسبات

۱۱۵- کدام موارد از عبارت‌های زیر درست است؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید.)

الف) صابون جامد، نمک سدیم اسیدهای چرب است که فرمول عمومی آن به صورت RCOONa می‌باشد.

ب) صابون مراغه به علت داشتن PH بزرگ‌تر از ۷ برای موهای چرب مناسب است.

پ) به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها ماده شیمیایی فسفات‌دار اضافه می‌کنند.

ت) صابون در آب‌هایی که دارای یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} باشد، به خوبی کف نمی‌کند.

(۱) الف، ت، پ (۲) ب، پ، ت (۳) الف، ب، ت (۴) الف، ت

۱۱۶- کدام گزینه در مورد «صابون‌ها» درست است؟

(۱) از نوعی صابون صنعتی در تنور نان سنگک برای چرب کردن سطح سنگ‌ها استفاده می‌شود.

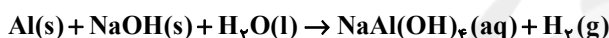
(۲) صابون مراغه به دلیل خاصیت بازی مناسب، برای موهای خشک مناسب است.

(۳) اولین مرحله پاک شدن لکه روغن با صابون همراه با ایجاد نیروی جاذبه یون-دوقطبی است.

(۴) افزایش دمای آب برخلاف وجود آنزیم در صابون، پاک‌کنندگی صابون را افزایش می‌دهد.

۱۱۷- مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم که به عنوان پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده در برخی وسایل و دستگاه‌های

صنعتی استفاده می‌شود، مطابق معادله زیر با آب واکنش می‌دهد. چند مورد از مطالب زیر در مورد آن درست است؟



• این واکنش گرماده است.

• مجموع ضرایب مواد شرکت کننده، پس از موازنه برابر ۹ است.

• از این پودر برای باز کردن لوله‌هایی استفاده می‌شود که بر اثر تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند.

• گاز تولید شده در این واکنش، قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد.

• محلول حاصل در این واکنش خاصیت بازی دارد.

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۱۸- چند مورد از ترکیب‌های زیر، به ترتیب از راست به چپ، «اکسید بازی» و «اکسید اسیدی» به شمار می‌آیند؟

BaO • SO_3 • Na_2O • CO_2 •

K_2O • NH_3 • CaO • NO_2 •

(۱) ۲، ۴ (۲) ۲، ۵ (۳) ۳، ۴ (۴) ۳، ۵

۱۱۹- محلولی ۱۵ درصد جرمی از HX با جرم مولی ۱۵۰ گرم بر مول و درصد یونش ۱ درصد و چگالی 1.08 g.mL^{-1} موجود است.

نسبت مجموع غلظت یون‌های موجود در این محلول به غلظت اولیه HX کدام است؟

(۱) ۰/۰۲ (۲) ۰/۰۱ (۳) ۰/۰۴ (۴) ۰/۰۳

۱۲۰- مخلوطی با نسبت مولی برابر از کلسیم کلرید و منیزیم کلرید با مقدار کافی صابون جامد ۱۷ کربنه با زنجیر آلکیلی واکنش کامل

می‌دهد. اگر جرم سدیم کلرید تولید شده برابر ۴۶۸ میلی‌گرم باشد، چند میلی‌گرم از جرم مخلوط اولیه کلسیم کلرید بوده است؟

($\text{Ca} = 40$, $\text{Na} = 23$, $\text{C} = 12$, $\text{O} = 16$, $\text{H} = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

(۱) ۵۵/۵ (۲) ۱۱۱ (۳) ۲۲۲ (۴) ۴۴۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردها/ چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۴

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۲۱- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) اگر هر قطر یک چهارضلعی محدب، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم کند، این چهارضلعی لزوماً لوزی است.
- (۲) اگر هر قطر یک چهارضلعی محدب، نیمساز زوایای دو سر آن قطر باشد، این چهارضلعی لزوماً مربع است.
- (۳) اگر در یک چهارضلعی محدب دو ضلع موازی بوده و دو ضلع دیگر آن مساوی باشند، این چهارضلعی لزوماً قطره‌ای منصف هم دارد.
- (۴) اگر قطرهای یک چهارضلعی محدب منصف یکدیگر و مساوی با همدیگر باشند، این چهارضلعی لزوماً مستطیل است.
- ۱۲۲- با حذف یکی از رأس‌های یک چند ضلعی، ۱۰۰ واحد از تعداد قطرهای آن کاسته می‌شود. تعداد اضلاع چندضلعی اولیه کدام است؟

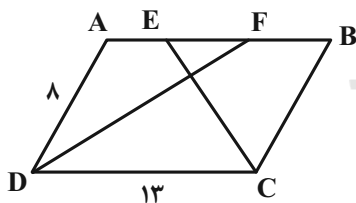
(۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

۱۲۳- در یک مثلث قائم الزاویه، یکی از زوایای حاده ۲۵ درجه است. زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

(۱) 30° (۲) 40° (۳) 45° (۴) 50°

۱۲۴- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) اگر اندازه میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و $2\sqrt{2}$ باشد، اندازه ضلع متوسط کدام است؟

(۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{6}$ (۴) $6\sqrt{2}$

۱۲۵- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، اگر CE و DF نیمسازهای زوایای C و D باشند، اندازه EF کدام است؟

(۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۲۶- در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۲ و ۵ و طول هر ساق ۳ واحد است. نقاط وسط دو قاعده و نقاط وسط قطرهای این

دوزنقه، رئوس یک چهارضلعی با کدام محیط است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۱۲۷- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{C} = \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ$)، از نقطه H پای ارتفاع وارد بر وتر، دو عمود HD و HE به ترتیب بر اضلاع AB

و AC رسم شده است. نسبت مساحت چهارضلعی $ADHE$ به مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۴) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{1}{12}$

(۲) $\frac{1}{8}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۱۲۸- نسبت محیط‌های دو پنج ضلعی منتظم برابر $\frac{2}{5}$ است. اگر مساحت یکی از این دو پنج ضلعی منتظم برابر ۱۰۰ باشد، مساحت پنج

ضلعی منتظم دیگر کدام است؟

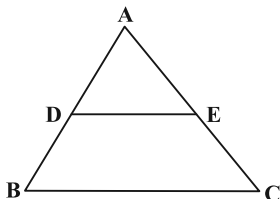
(۴) ۲۵۰ یا ۶۲۵

(۳) ۱۶ یا ۴۰

(۲) ۴۰ یا ۲۵۰

(۱) ۱۶ یا ۶۲۵

۱۲۹- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث ABC ، $\frac{5}{4}$ برابر مساحت دوزنقه $DECB$ باشد، نسبت $\frac{AD}{AB}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{2}$

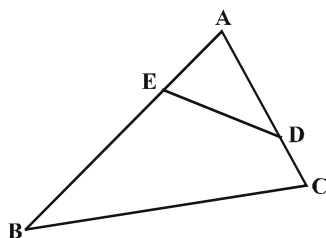
(۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۱۳۰- در شکل زیر، اگر $AD = 3$ ، $AE = 2$ ، $AB = 6$ و $AC = 4$ است. آنگاه فاصله A تا وسط پاره خط ED چه کسری از فاصله A تا

وسط ضلع BC است؟



(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- (آ) در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع، با کاهش دما تا صفر درجه سلسیوس، بخار آب از سایر اجزا جدا می‌شود.
 (ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین و افزایش غلظت اجزای سازنده هواکره، فشار هوا کاهش می‌یابد.
 (پ) مولکول‌های گازی که از آن در حالت مایع برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیکی استفاده می‌شود، دو اتمی هستند.
 (ت) چگالی گاز کربن مونوکسید بیشتر از هوا بوده و به سرعت در محیط انتشار می‌یابد.

(۱) پ (۲) آ، ت (۳) ب، پ (۴) ب، ت

۱۳۲- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد هلیوم درست است؟

- (۱) مقدار هلیوم در منابع زیرزمینی آن برابر با مقدار آن در هواکره است و می‌توان در مقیاس صنعتی از منابع زیرزمینی استفاده کرد.
 (۲) مهم‌ترین کاربرد آن در پر کردن بالن‌های هواشناسی، تفریحی و تبلیغاتی است.
 (۳) هلیوم بعد از نفوذ به لایه‌های زمین، وارد میدان‌های گازی می‌شود.
 (۴) مقدار آن همانند نیتروژن در هواکره ناچیز بوده و گازی کمیاب به شمار می‌آید.

۱۳۳- اگر ارتفاع تقریبی لایه استراتوسفر ۴۰ کیلومتر باشد و دما در ابتدای لایه از -53°C آغاز شود و به ازای افزایش هر کیلومتر ارتفاع دما به اندازه $1/5\text{K}$ افزایش یابد دما در انتهای لایه برحسب کلون کدام است؟ (فرض کنید افزایش دما در این لایه به صورت یکنواخت صورت گرفته است.)

(۱) ۳۲۶ (۲) ۲۸۰ (۳) ۲۷۰ (۴) ۳۱۴

۱۳۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کنند؟

«نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب با نسبت تعداد اتم‌ها به بار کاتیون در ترکیب برابر است.»

- (آ) سدیم کلرید- منیزیم اکسید (ب) لیتیم یدید- پتاسیم فلوئورید
 (پ) آهن (II) سولفید- مس (II) اکسید (ت) کروم (III) برمید- آلومینیم فلوئورید
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۵- کدام یک از پدیده‌های زیر ناشی از افزایش CO_2 در هواکره نمی‌باشد؟

- (۱) تغییر فصل بهار در نیمکره شمالی که نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.
 (۲) افزایش تکثیر آبزیانی مانند مرجان‌ها که پوسته آهکی دارند.
 (۳) ذوب شدن یخ‌ها و برف‌ها در نیمکره شمالی و بالا آمدن سطح آب دریاها
 (۴) افزایش میانگین دمای کره زمین که پیش‌بینی می‌شود تا سال ۲۱۰۰ دمای کره زمین بین $1/8$ تا 4 درجه سلسیوس افزایش پیدا کند.

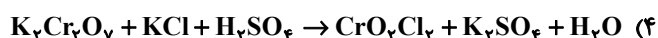
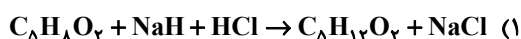
محل انجام محاسبات

۱۳۶- تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در اتم مرکزی مولکول‌های و با یکدیگر برابر بوده و تعداد پیوندهای اشتراکی در

مولکول‌های و با هم برابر می‌باشند. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



۱۳۷- نسبت مجموع ضرایب مولی مواد واکنش‌دهنده به مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها در کدام واکنش بیشتر است؟



۱۳۸- کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) سال ۲۰۰۰ < سال ۱۹۵۰ < سال ۱۹۰۰: میانگین سطح آب‌های آزاد جهان

(۲) سال ۲۰۰۰ < سال ۱۹۹۰ < سال ۱۹۶۰: مقدار CO_2 تولید شده در جهان

(۳) گرمای زمین > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ: ردپای CO_2 که از سوزاندن یک کیلوگرم از آن ماده ایجاد می‌شود.

(۴) گرمای زمین > انرژی خورشیدی > باد > گاز طبیعی: میزان CO_2 تولید شده برای تولید یک کیلووات ساعت برق

۱۳۹- یک قطعه چوبی به جرم ۲۵ کیلوگرم در حضور مقدار کافی اکسیژن به‌طور کامل می‌سوزد و ۴/۸ کیلوگرم خاکستر بر جای می‌گذارد.

اگر در این فرایند جرم اکسیژن از ۲۷/۲ کیلوگرم به ۱۱/۱ کیلوگرم کاهش یابد، چند گرم گاز طی این فرایند تولید می‌شود؟

(۱) ۱۵/۹ (۲) ۳۶/۷ (۳) ۳۶/۳ (۴) ۲۹/۸

۱۴۰- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست هستند؟

(الف) بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین می‌آیند به وسیله گازها به فضا برمی‌گردند.

(ب) گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کل گرمای آزاد شده از سطح زمین می‌شوند.

(پ) اگر گازهای لایه هواکره وجود نداشتند میانگین دمای کره زمین تا 18°C - کاهش می‌یافت.

(ت) همه گازهای موجود در هواکره در ایجاد اثر گلخانه‌ای موثر هستند.

(ث) زمین پس از گرم شدن توسط خورشید از خود پرتوهای فروسرخ گسیل می‌کند.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۷ مرداد ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	دانیال ابراهیمی - کاظم اجلالی - عباس اشرفی - سعید اکبرزاده - امیر هوشنگ انصاری - محمد سجاد پیشوایی - سهیل حسن خان پور عادل حسینی - نسترن زارع - سهیل ساسانی - علی ساوچی - یاسین سپهر - محمد حسن سلامی حسینی - رضا سیدنچفی - علیرضا شریفی حسین شفیع زاده - علی شهرابی - پویان طهرانیان - حمید علیزاده - مصطفی کرمی - بهزاد محرمی - جهانپخش نیکنام - وحید ون آبادی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - محمد بحیرایی - جواد حاتمی - سید محمد رضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش محمد خندان - محسن رجایی - سوگند روشنی - یاسین سپهر - رضا عباسی اصل - سهام مجیدی پور - نصیر محبی نژاد - داریوش ناظمی سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - حمید رضا امیری - علی ایمانی - افشین خاصه خان - سوگند روشنی - علی ساوچی - سید محسن فاطمی - پژمان فرهادیان احمد رضا فلاح - مرتضی فهیم علوی - نیلوفر مهدوی - سروش موثینی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - عبدالرضا امینی نسب - زهره آقامحمدی - لاله بهادری - مجتبی خلیل ارجمندی - بیتا خورشید - محمد ساکی - معصومه شریعت ناصری مریم شیخ مو - پوریا علاقه مند - بهادر کامران - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - احسان محمدی - امیر احمد میر سعید - حسام نادری - حسین ناصحی صلاح الدین ابراهیمی - عین اله ابوالفتحی - محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی مجد - فرزاد رضایی - جواد سوری لکی
شیمی	امیر حسین طبیبی - محمد عظیمیان زواره - علیرضا کیانی دوست - هادی مهدی زاده - حسین ناصری ثانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	محمد رضا راسخ مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد : محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه : محیا اصغری مسئول دفترچه : الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱.۶۴۶۳



حسابان ۱

۱- گزینه «۳»

(علی شهرابی)

$$3^{20/3} = (2^5)^{0/3} = 2^{1/5} = 2^{1/5} = \sqrt[5]{2} = \sqrt{8}$$

 $\sqrt{8}$ بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ است.

$$(0/04)^{-2/3} = \left(\frac{1}{25}\right)^{-2/3} = (5^{-2})^{-2/3} = (5^{-2})^{-2/3} = \sqrt[3]{5^4} = \sqrt[3]{625}$$

 $\sqrt[3]{625}$ بین دو عدد صحیح ۸ و ۹ قرار دارد، زیرا $8^3 < 625 < 9^3$.

 پس اعداد صحیح بین $3^{20/3}$ و $(0/04)^{-2/3}$ همان اعداد صحیح بین ۲ و ۹ هستند، یعنی ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۲- گزینه «۳»

(رضا سیرنقی)

 با توجه به شکل واضح است که نمودار تابع نمایشی یک واحد پایین آمده است، یعنی $c = -1$. از طرفی تابع از نقطه $(0, 3)$ می‌گذرد، پس داریم:

$$3 = a(b)^{-1} - 1 \Rightarrow a = 4$$

 با توجه به نمودار مشخص است تابع از $(-2, 0)$ نیز می‌گذرد:

$$\Rightarrow 0 = 4(b)^{-2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{4} = 2^{-2} = b^{-2} \Rightarrow b = 2$$

 در نهایت $\frac{ab}{c} = -8$ است.

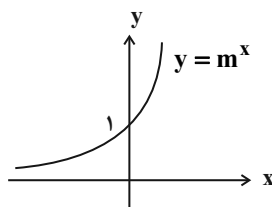
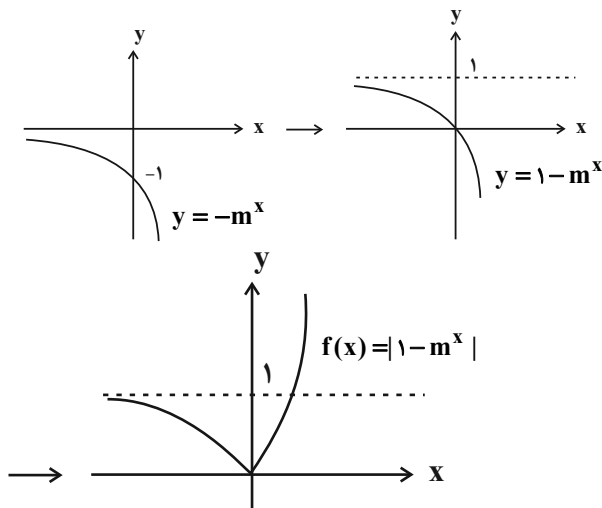
(مسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۳- گزینه «۳»

(سعید آکبرزاده)

 تابع نمایشی داده شده نزولی است، پس پایه تابع نمایشی عددی در بازه $(0, 1)$ است.

$$0 < 3 - 2m < 1 \Rightarrow -1 < 2m - 3 < 0 \Rightarrow 1 < m < \frac{3}{2}$$

 نمودار تابع نمایشی $y = m^x$ به صورت زیر است، چون پایه یعنی عدد m بزرگ‌تر از ۱ است،

 حال نمودار تابع $f(x) = |1 - m^x|$ را رسم می‌کنیم.


(مسابان ۱- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۴- گزینه «۱»

(مصطفی کرمی)

$$4^x - 5 \times 2^{x+1} + 21 = 0$$

$$(2^x)^2 - 10(2^x) + 21 = (2^x - 3)(2^x - 7) = 0 \Rightarrow 2^x = 3 \text{ یا } 2^x = 7$$

$$\Rightarrow x = \log_2 3 \text{ یا } \log_2 7$$

$$\Rightarrow \frac{\log_2 3}{\log_2 7} = \log_2 3 \text{ نسبت خواسته شده}$$

(مسابان ۱- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۵- گزینه «۱»

(علیرضا شریفی)

مقدار انرژی آزادشده برحسب واحد ارگ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

 که M بزرگی زمین‌لرزه در مقیاس ریشتر است.

 اگر دو زمین لرزه n و $n+1$ ریشتری را در نظر بگیریم. برای انرژی آزادشده آن‌ها (برحسب واحد ارگ) داریم:

$$\begin{cases} \log E_{n+1} = 11/8 + 1/5(n+1) \\ \log E_n = 11/8 + 1/5n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log E_{n+1} - \log E_n = 1/5(n+1-n) = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{E_{n+1}}{E_n} = 10^{1/5} \approx 31/6$$

پس با توجه به رابطه فوق داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{E_3}{E_2} = \frac{E_4}{E_3} = 10^{1/5} \Rightarrow a = b = c$$

(مسابان ۱- صفحه ۸۹)



۶- گزینه «۱»

(مسئله شفیع زاده)

پس از گذشت هر ماه، $۰/۹۳$ جرم ماه قبل باقی می ماند، پس می توان الگوی جرم باقی مانده این ماده هسته ای را بعد از گذشت n ماه به صورت

$$m(n) = m_0 (0/93)^n$$

نوشت که در آن m_0 مقدار اولیه است. وقتی ۶۹ درصد جرم اولیه از دست برود، ۳۱ درصد آن باقی می ماند، پس داریم:

$$m_0 (0/93)^n = 0/31 m_0 \Rightarrow (0/93)^n = 0/31$$

از طرفین لگاریتم می گیریم:

$$n \log 0/93 = \log 0/31 \Rightarrow n(\log 3 + \log 31 - 2) = \log 31 - 2$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 31 - 2}{\log 3 + \log 31 - 2} = \frac{1/49 - 2}{0/48 + 1/49 - 2} = \frac{-0/51}{-0/03} = 17$$

پس از گذشت ۱۷ ماه ۶۹ درصد جرم اولیه از دست می رود.

(مسائل ۱- صفحه های ۸۸ تا ۹۰)

۷- گزینه «۱»

(کلاظم اهلای)

ابتدا ضابطه های توابع fog و gof را می یابیم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = 2^{g(x)} - 1 = 2^{\log_2(x+1)} - 1$$

$$= (x+1)^{\log_2 2} - 1 = \sqrt{x+1} - 1$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = \log_2(f(x)+1)$$

$$= \log_2(2^x - 1 + 1) = \log_2 2^x = x \log_2 2 = \frac{1}{2}x$$

بنابراین معادله موردنظر به صورت زیر است:

$$\sqrt{x+1} - 1 = \frac{1}{2}x \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = x+2$$

$$\Rightarrow 4(x+1) = (x+2)^2 \Rightarrow 4x+4 = x^2 + 4x+4$$

$$\Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$$

پس معادله فقط یک جواب دارد.

(مسائل ۱- صفحه های ۸۰ تا ۸۶)

۸- گزینه «۳»

(مهمرسن سلامی فسینی)

بازه دامنه از اشتراک مجموعه های جواب های دو شرط زیر به دست می آید:

$$1) 2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

$$2) -2 + \log_1(2x-1) > 0 \Rightarrow \log_1(2x-1) > 2$$

$$\Rightarrow 2x-1 < \frac{1}{4} \Rightarrow x < \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow D_f = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{8}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$\log_{fa}(ab-1) = \log_2 4 = 2$$

(مسائل ۱- صفحه های ۸۰ تا ۸۵)

۹- گزینه «۳»

(جعانیش نیکلام)

عبارت داده شده به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\log_2 24 \log_2 96 - \log_2 192 \log_2 12$$

$$= (\log_2 2 + \log_2 12)(\log_2 8 + \log_2 12) - (\log_2 12 + \log_2 16) \log_2 12$$

حال اگر $\log_2 12 = a$ در این صورت داریم:

$$(1+a)(3+a) - (a+4)a = a^2 + 4a + 3 - a^2 - 4a = 3$$

(مسائل ۱- صفحه ۸۶)

۱۰- گزینه «۳»

(پویان طهرانیان)

$$x = \frac{1}{2} \text{ در معادله صدق می کند، پس:}$$

$$\log_2 \frac{1}{2} - \log_{\frac{1}{2}} k = 3 \Rightarrow \log_2 2^{-1} - \log_{2^{-1}} k = 3 \Rightarrow -1 + \log_2 k = 3$$

$$\log_2 k = 4 \Rightarrow k = 2^4 = 16$$

حال ریشه دیگر را با نوشتن مجدد معادله پیدا می کنیم.

$$\log_2 x - \log_x 16 = 3 \Rightarrow \log_2 x - 4 \log_x 2 = 3$$

$$\frac{\log_2 x = t}{\log_2 x = t} \rightarrow t - 4\left(\frac{1}{t}\right) = 3 \xrightarrow{\times t} t^2 - 4 = 0 < \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ \log_2 x = 4 \Rightarrow x = 16 \end{cases}$$

بنابراین ریشه دیگر معادله برابر $x = 16$ است.البته پس از محاسبه k ، می توانیم با جای گذاری گزینه ها نیز به جواب برسیم.

(مسائل ۱- صفحه های ۸۶ تا ۹۰)



هندسه ۲

۱۱- گزینه «۴»

(مشمردندان)

در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود، نقطه ثابت تبدیل می‌نامند. در بازتاب نسبت به خط، تمامی نقاط روی محور بازتاب، نقاط ثابت تبدیل هستند، بنابراین هر بازتاب بی شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۳۸)

۱۲- گزینه «۴»

(تصویر مشی‌نژاد)

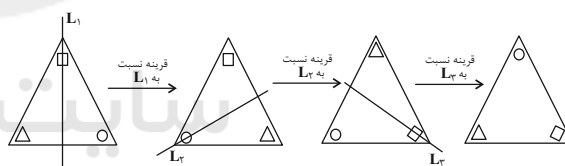
در دوران به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، اگر A' تصویر نقطه A باشد، $\widehat{AOA'} = \alpha$ و $OA = OA'$ است. همچنین دوران، تبدیلی طولی است و جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. با توجه به این ویژگی تنها شکل شماره ۸ می‌تواند دوران یافته شکل سایه‌زده به مرکز O و زاویه 180° باشد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۳- گزینه «۳»

(سررُ یقیا زاریان تبریزی)

با توجه به شکل داریم:

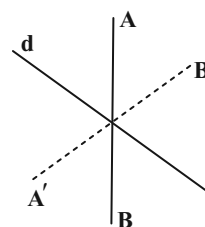


(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۴- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

اگر نقاط A ، B از خط d به یک فاصله باشند اما در طرفین خط d واقع شوند، در بازتاب آنها شیب پاره‌خط لزوماً حفظ نمی‌شود.

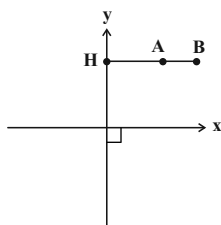


(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱۵- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

تبدیل T در صفحه P ، تابعی است که به هر نقطه A از صفحه P ، دقیقاً یک نقطه مانند A' را از همان صفحه نظیر می‌کند و برعکس، هر نقطه A' از صفحه P ، تصویر دقیقاً یک نقطه A از همان صفحه است. در گزینه «۴» نقاط واقع بر محور y ها تصویر منحصر به فرد یک نقطه از صفحه نیستند. به عنوان مثال در شکل، تصویر نقاط A و B تحت این تابع بر نقطه H منطبق می‌گردد.

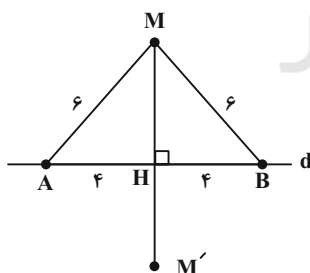


(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه ۳۶)

۱۶- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

نقاط A و B دو نقطه ثابت این تبدیل هستند، پس روی محور بازتاب یعنی خط d قرار دارند. نقطه M از این دو نقطه به یک فاصله است، پس روی عمود منصف پاره‌خط AB قرار دارد و در نتیجه مطابق شکل تصویر آن تحت این بازتاب، نقطه M' است. داریم:



$$\Delta AHM : MH^2 = AM^2 - AH^2 = 36 - 16 = 20$$

$$\Rightarrow MH = 2\sqrt{5}$$

فاصله نقطه M' از محور بازتاب برابر فاصله نقطه M از این محور است،

پس داریم:

$$MM' = 2MH = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



۱۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومحبوب)

ترکیب دو انتقال با بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ ، انتقالی با بردار $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$ است.

مطابق شکل داریم:

$$\vec{DO} = \vec{OB} \Rightarrow \vec{AO} + \vec{DO} = \vec{AO} + \vec{OB} = \vec{AB}$$

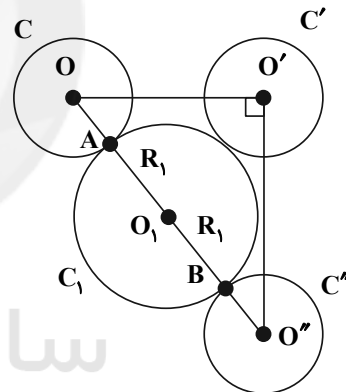
بنابراین کافی است با برداری هم اندازه و خلاف جهت $\vec{AB}$ ، انتقال را انجام دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ بر $ABCD$ منطبق گردد که در بین گزینه‌ها، تنها بردار $\vec{CD}$ دارای این ویژگی است، یعنی داریم:

$$\vec{CD} = \vec{BA} = -\vec{AB}$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۸- گزینه «۱»

(فرزانه شاکپاش)



دوران تبدیلی طولی است، بنابراین $OO'' = OO' = 6$ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث $OO'O''$ داریم:

$$OO''^2 = 6^2 + 6^2 = 2 \times 6^2 \Rightarrow OO'' = 6\sqrt{2}$$

مطابق شکل C_1 کوچک‌ترین دایره‌ای است که بر هر دو دایره C و C'' مماس است. شعاع دایره‌های C و C'' برابر یکدیگر است، بنابراین داریم:

$$AB = OO'' - (OA + O''B)$$

$$= 6\sqrt{2} - 2 \times 2 \Rightarrow 2R_1 = 6\sqrt{2} - 4$$

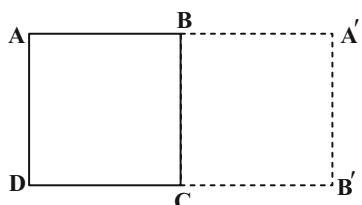
$$\Rightarrow R_1 = 3\sqrt{2} - 2$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۹- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

دوران به مرکز C و زاویه 90° در جهت عقربه‌های ساعت به صورت شکل زیر است. نقاط A ، B و D به ترتیب بر نقاط A' ، B' و D' منطبق می‌شود.



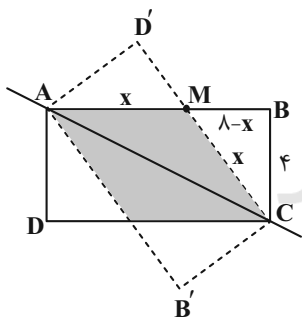
(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۲۰- گزینه «۲»

(سیرمهرضا حسینی‌فر)

مطابق شکل مستطیل $ABCD$ پس از بازتاب نسبت به قطر AC روی مستطیل

$AB'CD'$ تصویر شده است و ناحیه مشترک، یک لوزی به ضلع x است:



$$AM = MC = x \Rightarrow MB = \lambda - x$$

$$\Rightarrow x^2 = (\lambda - x)^2 + (4)^2 \Rightarrow x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16 \Rightarrow x = 5$$

با توجه به این که هر لوزی یک متوازی‌الاضلاع است، داریم:

$$\text{مساحت لوزی} = AM \times CB = 5 \times 4 = 20$$

(هنر سه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)



آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۴»

(مرتضی فعیم علوی)

گزینه «۱»:

$$P((A \cup B) | B) = \frac{P((A \cup B) \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

گزینه «۲»:

$$P((A - B) | B) = \frac{P((A \cap B') \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B)} = 0$$

گزینه «۳»:

$$P(A | (A - B)) = \frac{P(A \cap (A \cap B'))}{P(A \cap B')} = \frac{P(A \cap B')}{P(A \cap B')} = 1$$

گزینه «۴»:

$$P((A \cap B) | (B - A)) = \frac{P((A \cap B) \cap (B \cap A'))}{P(B \cap A')} = \frac{P(\emptyset)}{P(B \cap A')} = 0$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۲- گزینه «۳»

(علی ایمانی)

فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$S = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,5), (3,3), (3,6), (4,1), (4,4), (5,2), (5,5), (6,3), (6,6)\}$$

$$n(S) = 12$$

حالت‌های مطلوب عبارت‌اند از:

$$A = \{(3,3), (3,6), (6,3), (6,6)\}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومصوب)

تعداد حالت‌های فضای نمونه برای ۴ فرزند، برابر $2^4 = 16$ است. از طرفی تعداد حالت‌هایی که این خانواده دارای ۲ فرزند پسر و ۲ فرزند دختر باشد،

برابر $\binom{4}{2} = 6$ است، بنابراین اگر A پیشامد برابر نبودن تعداد فرزندان

پسر و دختر در این خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$n(A) = 16 - 6 = 10$$

اگر B پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول خانواده باشد، آنگاه داریم:

$$A \cap B = \{(پ, پ, پ, پ), (پ, پ, پ, د), (پ, پ, د, پ), (پ, پ, د, د), (د, د, د, د), (د, د, د, پ), (د, د, پ, پ), (د, د, پ, د)\}$$

$$P(B | A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۴- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

اگر پیشامد هم‌رنگ نبودن دو مهره خارج شده از جعبه را با A نمایش دهیم، آنگاه پیشامد A' (تمام پیشامد A) آن است که دو مهره خارج شده هم‌رنگ باشند. احتمال پیشامد A' برابر است با:

$$P(A') = \frac{3 \times 2}{6 \times 5} + \frac{2 \times 1}{5 \times 4} = \frac{6}{30} + \frac{2}{20} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

دو مهره آبی دو مهره قرمز

بنابراین احتمال پیشامد A برابر است با:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۲۵- گزینه «۴»

(پژمان خرهازیان)

اگر A را پیشامد انتخاب دو مهره غیرهم‌رنگ و B_1 و B_2 را به ترتیب پیشامد انتخاب ظرف‌های اول و دوم، در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{2}{1}\binom{4}{1}}{\binom{10}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{21}{45} = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{15} + \frac{7}{15} \right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۲۶- گزینه «۱»

(نیلوفر مهری)

با توجه به روابط جبر مجموعه‌ها داریم:

$$B \subseteq A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ A \cap B = B \end{cases}$$



(نیلوفر مهروری)

۲۸- گزینه «۲»

فرض کنید A پیشامد سمند بودن ماشین باشد. اگر B_1 پیشامد آن باشد که ماشین انتخابی از جایگاه دوم از ابتدا در جایگاه اول بوده و B_2 پیشامد آن باشد که ماشین انتخابی از جایگاه دوم از ابتدا در همان جایگاه حضور داشته است، آنگاه طبق قانون احتمال کل داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$= \frac{2}{8} \times \frac{6}{10} + \frac{6}{8} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{20} + \frac{3}{8} = \frac{6+15}{40} = \frac{21}{40}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

(امیرحسین ابومحموب)

۲۹- گزینه «۱»

احتمال آنکه مهره خارج شده از جعبه سفید باشد، $\frac{6}{16}$ است. حال اگر مهره خارج شده از جعبه سفید باشد، این مهره را به همراه دو مهره سیاه به جعبه بر می‌گردانیم. در این صورت جعبه شامل ۶ مهره سفید و ۱۲ مهره سیاه خواهد شد که در نتیجه این بار احتمال خارج کردن یک مهره سفید از جعبه برابر $\frac{6}{18}$ می‌شود. طبق قانون ضرب احتمال، احتمال آنکه هر دو مهره خارج شده از جعبه سفید باشد، برابر است با:

$$\frac{6}{16} \times \frac{6}{18} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(پژمان خرهاپریان)

۳۰- گزینه «۴»

وقتی گفته شده حداقل ۹ پیامک (با موفقیت) ارسال شده باشد یعنی یا ۹ پیامک و یا ۱۰ پیامک با موفقیت ارسال شده است، پس اگر پیشامد مورد نظر را با A نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) = \binom{10}{9} \left(\frac{9}{10}\right)^9 \left(\frac{1}{10}\right)^1 + \binom{10}{10} \left(\frac{9}{10}\right)^{10} \left(\frac{1}{10}\right)^0$$

$$= \left(\frac{9}{10}\right)^9 + \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = \left(\frac{9}{10}\right)^9 \left(1 + \frac{9}{10}\right) = \left(\frac{19}{10}\right) \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

(آمار و احتمال - احتمال: مشابه تمرین ۸ صفحه ۷۲)

حال طبق قانون احتمال شرطی داریم:

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(B')} = \frac{P(A) - P(B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{7}}{1 - \frac{1}{7}} = \frac{\frac{4}{21}}{\frac{6}{7}} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{P(A|B')}{P(A \cup B)} = \frac{P(A|B')}{P(A)} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۲۷- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

اگر پیشامد اینکه سکه رو بیاید را با A نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow 2x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$$

همچنین برای تاس، رابطه احتمال غیرهم‌شانس را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow t + 3t + 3t + t + 3t + t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{12}$$

بنابراین اگر پیشامد اینکه تاس ۶ بیاید را با B نمایش دهیم، $P(B) = \frac{1}{12}$ است.

دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{12} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{12} = \frac{2}{3} + \frac{1}{12} - \frac{1}{18} = \frac{24+3-2}{36} = \frac{25}{36}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۶۷ تا ۷۲)



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

با افزایش مقاومت R بدون توجه به جایگاهش، مقاومت معادل مدارافزایش می‌یابد. طبق رابطه $I_T = \frac{\mathcal{E}}{R_T + r}$ جریان مدار کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کمتری را نشان می‌دهد.طبق رابطه $V_1 = \mathcal{E} - Ir$ با کاهش جریان، ولتاژ دو سر مولد افزایش می‌یابد. در نتیجه:

$$V_1 = V_{R_1} + V_r \xrightarrow{V_{R_1} \downarrow, V_r \uparrow} V_r \uparrow$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۳۲- گزینه «۱»

(غلامرضا ممینی)

در یک مدار تک حلقه جریان عبوری از هر دو مقاومت داخلی و خارجی یکسان است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_R = \mathcal{E} V_r \Rightarrow RI = \mathcal{E} r I \Rightarrow R = \mathcal{E} r$$

اکنون با استفاده از رابطه جریان در مدار تک حلقه داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \xrightarrow{\mathcal{E} = 6V, R = \mathcal{E} r, I = 0.2A} 0.2 = \frac{6}{\mathcal{E} r + r}$$

$$\Rightarrow 0.2 = \frac{6}{10r} \Rightarrow r = 3\Omega \xrightarrow{R = \mathcal{E} r} R = 18\Omega$$

توان مصرفی در مقاومت R برابر است با:

$$P = RI^2 \xrightarrow{R = 18\Omega, I = 0.2A} P = 18 \times (0.2)^2 = 1.44W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۳۳- گزینه «۳»

(زهرا آقاممدری)

مقاومت معادل مدار قبل از بستن کلید و بعد از بستن کلید را محاسبه می‌کنیم.

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3 + r = \frac{9}{2} R$$

$$R'_t = R_1 + R_2 + r = \frac{5}{2} R$$

طبق رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ می‌توان نسبت جریان قبل و بعد از بستن کلید

$$\frac{I'}{I} = \frac{R_t}{R'_t} = \frac{9}{5} = 1.8 \Rightarrow I' = 1.8 I$$

را به صورت زیر نوشت:

پس جریان 1.8 درصد افزایش یافته است.اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_1 و R_2 با استفاده از قانون اهم برابر است با:با افزایش جریان به اندازه 1.8 درصد، اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های R_1 و R_2 هم 1.8 درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۳۴- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است جهت جریان ساعتگرد می‌باشد و شدت جریان برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{15 - 5}{7 + 2 + 1} = 1A$$

جریان از پایانه مثبت مولد $\mathcal{E}_1$ خارج می‌شود، پس:

$$V_1 = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 15 - 1 \times 2 = 13V$$

جریان از پایانه منفی مولد $\mathcal{E}_2$ خارج می‌شود پس:

$$V_r = \mathcal{E}_r + Ir_r = 5 + 1 \times 1 = 6V$$

$$\frac{V_r}{V_1} = \frac{6}{13}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۳۵- گزینه «۴»

(بیژا شورشیر)

چون ولت‌سنج آرمانی است از مقاومت $1/5\Omega$ که با ولت‌سنج آرمانی به صورت متوالی بسته شده است، جریان عبور نمی‌کند و مقاومت‌های $2/5\Omega$ هم که با آمپرسنج آرمانی به صورت موازی بسته شده‌اند، به علت اتصال کوتاه از مدار حذف می‌شوند. بنابراین جریان مقاومت 3Ω از آمپرسنج عبور می‌کند که برابر است با:

$$I = \frac{V}{R} \xrightarrow{V = 6V, R = 3\Omega} I = \frac{6}{3} = 2A$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۳۶- گزینه «۴»

(مبینا خلیل‌ارجمندی)

مقاومت با قطر مقطع $(2d)$ را R_2 و مقاومت با قطر مقطع (d) را R_1 می‌نامیم. با توجه به رابطه مقاومت و ویژگی‌های ساختمانی آن داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{\text{همجنس: } R_1 \text{ و } R_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{L_1 = 1/5 L_2, d_2 = 2d_1} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{1/5 L_2} \times \left(\frac{d_1}{2d_1}\right)^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\Omega$$

چون R_1 و R_2 موازی‌اند، داریم:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_T = \frac{4}{3}\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_T} = \frac{7}{\frac{3}{2} + \frac{4}{3}} = 7A$$

برای جریان عبوری از باتری داریم:

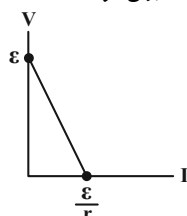
و در نهایت توان خروجی باتری این گونه به دست می‌آید:

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2 = 49 - 21 = 28W$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱، ۵۲، ۵۳ و ۶۹)

۳۷- گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

هرگاه برای یک مولد محرک رابطه $V = \mathcal{E} - Ir$ را رسم کنیم نمودار آن به صورت زیر است که عرض از مبدأ آن برابر نیروی محرکه مولد ($\mathcal{E}$) و شیب آن برابر منفی مقاومت درونی مولد است.

$$V = \mathcal{E} - Ir \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow V = \mathcal{E} \\ V = 0 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{r} \end{cases}$$

$$\mathcal{E}_A = \mathcal{E}_B = 10V$$

بنابراین با توجه به نمودار داریم:



$$V_C - \varepsilon_1 - r_1 I - R_1 I - R_2 I - r_2 I + \varepsilon_2 = V_C$$

$$-6 - (1 \times I) - (3 \times I) - (1 \times I) - (1 \times I) + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 6 = 6I \Rightarrow I = 1A$$

اکنون برای حلقه سمت چپ از نقطه A در جهت ساعتگرد به نقطه B می‌رویم و $V_A - V_B$ را که برابر عدد ولت‌سنج است، محاسبه می‌کنیم:

$$V_A + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + r_1 I = V_B$$

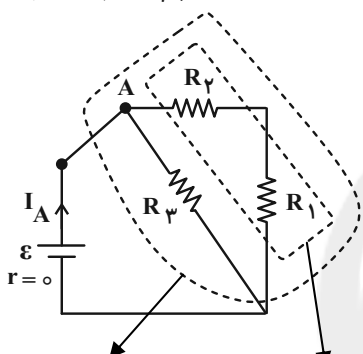
$$\Rightarrow V_A + 9 - 12 + 1 \times 1 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 2V$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(لاله بهاری)

۴۰- گزینه «۲»

یک بار بسته شدن کلید در A و بار دیگر در B را بررسی می‌کنیم؛ بسته شدن کلید در نقطه A، (قسمت چپ مدار باز شده و حذف می‌شود).



$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

متوالی $R_{1,2} = 6 + 6 = 12\Omega$

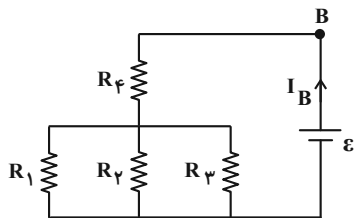
$$I_A = \frac{\varepsilon}{R_{T1}} = \frac{\varepsilon}{4}$$

با توجه به رابطه $\varepsilon I - r I^2 = P_{\text{خروجی}}$ و $r = 0$ داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I$$

$$P_1 = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{4} = \frac{\varepsilon^2}{4}$$

بسته شدن کلید در نقطه B: (قسمت راست مدار باز شده و حذف می‌شود).



$$R_{1,2,3} = \frac{6}{3} = 2\Omega$$

موازی: R_3, R_2, R_1

$$R_T = R_{1,2,3} + R_4 = 2 + 6 = 8\Omega$$

$$I_B = \frac{\varepsilon}{8}, \quad P_2 = \varepsilon \times \frac{\varepsilon}{8} = \frac{\varepsilon^2}{8} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{\varepsilon^2}{4}}{\frac{\varepsilon^2}{8}} = \frac{8}{4} = 2$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

از طرفی برای نمودار A داریم: $\frac{\varepsilon_A}{r_A} = 6 \Rightarrow \frac{10}{6} = r_A \Rightarrow r_A = \frac{5}{3}\Omega$

و همچنین برای نمودار B داریم:

$$\frac{\varepsilon_B}{r_B} = 8 \Rightarrow \frac{10}{8} = r_B \Rightarrow r_B = \frac{5}{4}\Omega$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow r_A = \frac{4}{3} r_B$$

آن‌گاه داریم:

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۳۸- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

برای محاسبه انرژی الکتریکی مصرف شده در مقاومت R_2 ، بهتر است از

رابطه $U = \frac{V^2}{R} t$ استفاده کنیم. به همین منظور ابتدا ولتاژ دو سر مقاومت

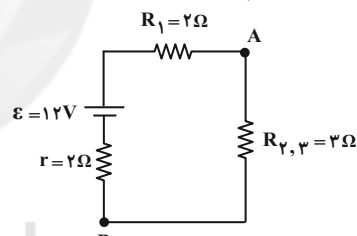
R_2 را می‌یابیم. برای تعیین V_2 ، ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب می‌کنیم و به دنبال آن جریان الکتریکی شاخه اصلی مدار را می‌یابیم.

$$R_{2,3} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_2 = 12\Omega}{R_2 = 4\Omega} \rightarrow R_{2,3} = \frac{12 \times 4}{12 + 4} = 3\Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{2,3} = \frac{R_1 = 2\Omega}{R_1 = 2\Omega} \rightarrow R_{eq} = 2 + 3 = 5\Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon = 21V}{r = 2\Omega} \rightarrow I = \frac{21}{5 + 2} = 3A$$

با توجه به مدار شکل زیر، بنابراین داریم:



$$V_2 = V_{2,3} = R_{2,3} I \Rightarrow V_2 = 3 \times 3 = 9V$$

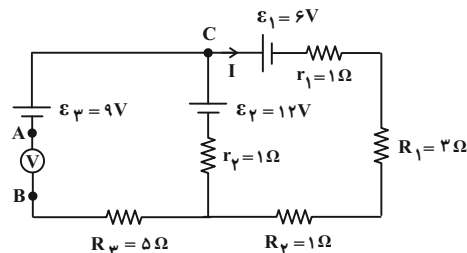
اکنون U_2 را پیدا می‌کنیم:

$$U_2 = \frac{V_2^2}{R_2} t = \frac{V_2^2}{R_2 = 12\Omega} \xrightarrow{t=6s} U_2 = \frac{81}{12} \times 6 = 40.5J$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۳۹- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

چون ولت‌سنج آرمانی است، مقاومت آن بسیار زیاد (بی‌نهایت) می‌باشد، بنابراین جریان الکتریکی از شاخه‌ای که شامل ولت‌سنج است، عبور نمی‌کند. در این حالت، ابتدا برای حلقه سمت راست، جریان الکتریکی را به صورت زیر می‌یابیم، دقت کنید، چون در حلقه سمت راست $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ است، جریان در این حلقه ساعتگرد می‌باشد.





شیمی ۲

گزینه ۳» ۴۱-

(پیمان فواوی میسر)

عبارت‌های اول، دوم و چهارم صحیح است.

- ظرفیت گرمایی به جرم بستگی دارد، پس ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر از ظرف A است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

گزینه ۴» ۴۲-

(پیمان فواوی میسر)

برای حل این سؤال باید بدانیم که گرمای مبادله شده در دو ظرف باید برابر باشد تا تخم‌مرغ در مدت زمان مشابه پخته شود:

$$Q_{\text{آب}} = Q_{\text{روغن زیتون}} = mc\Delta\theta$$

$$800 \times 4 / 2 \times 50 = 600 \times 2 \times (\theta_p - 25)$$

$$\theta_p = 165^\circ\text{C}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

گزینه ۱» ۴۳-

(علیرضا کیانی دوست)

$$\Delta H = [\Delta H(\text{C}=\text{C}) + 4\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{H}-\text{H})]$$

$$-[\Delta H(\text{C}-\text{C}) + 6\Delta H(\text{C}-\text{H})]$$

$$\Delta H = [614 + 4 \times 412 + 436] - [348 + 6 \times 412] = -122\text{kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 3 / 0.1 \times 10.22 \times \frac{1 \text{ mol}}{6.02 \times 10^{23}} \times \frac{122 \text{ kJ}}{1 \text{ mol}} = 6 / 1 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

گزینه ۲» ۴۴-

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد:

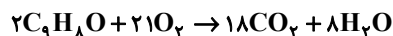
اول) درست؛ گروه عاملی موجود در میخک، کتون است و در مولکول (II)

نیز گروه عاملی کتون وجود دارد.

دوم) درست؛ زیرا تعداد پیوندهای دوگانه کربن-کربن در آنها برابر است.

سوم) درست؛ زیرا $-4 \times 15 + 4 = -56$

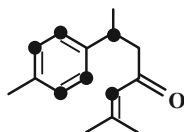
چهارم) نادرست؛ زیرا فرمول مولکولی ۱ به صورت $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}$ است و معادله سوختن کامل آن به صورت زیر است:



$$? \text{ L O}_2 = 1 \text{ mol C}_9\text{H}_8\text{O} \times \frac{21 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_9\text{H}_8\text{O}} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$= 235 / 2 \text{ L O}_2$$

پنجم) درست؛ کربن‌هایی که این ویژگی را دارند با نقطه پررنگ شده‌اند.



ششم) درست؛ با افزایش جرم مولی فرآیند کاهش می‌یابد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

گزینه ۴» ۴۵-

(مهمر عظیمیان زواره)

با افزایش شمار کربن در آلکن‌ها، اندازه آنتالپی سوختن افزایش و ارزش سوختی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست؛ با توجه به جدول صفحه ۵۱

(۲) درست؛

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta} \Rightarrow c = \frac{900 \text{ J}}{100 \times 10}$$

$$= 0.9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1} \quad \text{یا} \quad 0.9 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

(۳) درست؛ فرمول مولکولی هر کدام $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}$ می‌باشد اما به دلیل تفاوت در گروه‌های عاملی و ساختار، خواص فیزیکی و شیمیایی آنها متفاوت است.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۱ تا ۵۸ و ۷۰ و ۷۱)

گزینه ۳» ۴۶-

(امیر هاتمیان)

موارد (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد نادرست:

(الف) پس از افطار احساس گرمی می‌کنیم، زیرا انرژی مواد غذایی در حال آزاد شدن است.

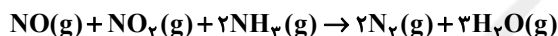
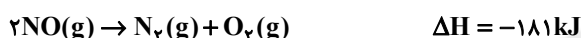
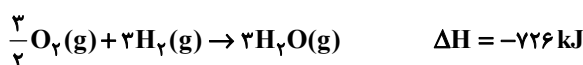
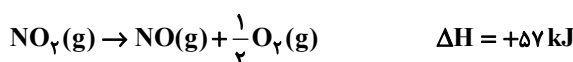
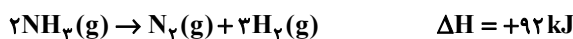


(معمدرضا پورجویدر)

۴۹- گزینه «۲»

برای به دست آوردن معادله واکنش مورد نظر و ΔH آن باید واکنش‌های I و IV را معکوس کنیم و واکنش‌های II و III را نیز به ترتیب در

$$-\frac{1}{2} \text{ و } \frac{3}{2} \text{ ضرب کنیم؛}$$



$$\Delta H = -758 \text{ kJ}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

(امیر ماتیان)

۵۰- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ بخش عمده انرژی موجود در شیر، هنگام فرایند گوارش و سوخت و ساز به بدن می‌رسد.

(۲) درست؛ متن کتاب صفحه ۶۰ کتاب درسی

(۳) نادرست؛ مقدار گرمای آزاد شده در واکنش‌ها در دمای ثابت ناشی از تفاوت انرژی گرمایی در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی آن‌ها وجود ندارد.

(۴) نادرست؛ هر واکنش شیمیایی ممکن است با تغییر رنگ، تولید رسوب، آزاد شدن گاز و ایجاد نور و صدا همراه باشد اما یک ویژگی در همه آن‌ها داد و ستد گرما با محیط پیرامون است از این‌رو هر واکنش شیمیایی ممکن است گرماده یا گرماگیر باشد.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(ب) یکی از راه‌های آزاد شدن انرژی موادی مانند الکل و بنزین، سوختن آن‌ها است و مقدار انرژی آزاد شده به مقدار مصرفی آن‌ها بستگی دارد.

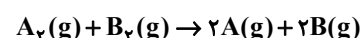
(ت) هنگامی که قندخون پایین باشد می‌توان با خوردن سیب یا نوشیدن شربت آبلیمو و غسل بدن را به حالت طبیعی بازگرداند.

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

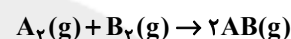
(امیر ماتیان)

۴۷- گزینه «۴»

دو واکنش زیر را با توجه به نمودار در نظر می‌گیریم:



$$\Delta H_1 = (\Delta H_{\text{A-A}} + \Delta H_{\text{B-B}}) - 0 = 400$$



$$\Delta H_2 = (\Delta H_{\text{A-A}} + \Delta H_{\text{B-B}}) - (2\Delta H_{\text{A-B}}) = 100$$

$$= \frac{1}{2} (\Delta H_1 - \Delta H_2) \Rightarrow \Delta H_{\text{A-B}} = 150 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(امیرمسین طیبی)

۴۸- گزینه «۳»

ابتدا جرم گاز کلر و مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای آن را محاسبه می‌کنیم.

نکته: می‌دانیم در شرایط STP دما برابر با 0°C می‌باشد.

$$? \text{ g Cl}_2 = 11/2 \text{ m}^3 \text{ Cl}_2 \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ mol Cl}_2}{22/4 \text{ L Cl}_2}$$

$$\times \frac{71 \text{ g Cl}_2}{1 \text{ mol Cl}_2} = 35500 \text{ g Cl}_2$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 35500 \text{ g} \times 0/48 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ \text{C}} \times (25-0)^\circ \text{C}$$

$$= 426 \times 10^3 \text{ J} = 426 \text{ kJ}$$

پس جرم گاز اتن مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g C}_2\text{H}_4 = 426 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}{1400 \text{ kJ}} \times \frac{28 \text{ g C}_2\text{H}_4}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}$$

$$= 8/52 \text{ g C}_2\text{H}_4$$

(شیمی ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۵)



ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۳»

(عادل حسینی)

دو عدد حقیقی را a و b در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ ab = 1 \end{cases}$$

در معادله $ab = 1$ ، $b = a - 1$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a(a - 1) = 1 \Rightarrow a^2 - a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

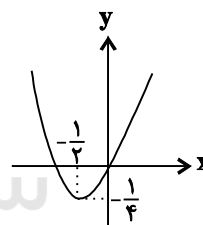
$$\Rightarrow b = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

پس عدد بزرگ‌تر می‌تواند $\frac{\sqrt{5} + 1}{2}$ یا $\frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۵۲- گزینه «۳»

(کاظم ابلالی)

نمودار تابع $y = x^2 + x$ را در شکل زیر می‌بینید.برد این تابع $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ است.برای این که با دامنه $\mathbb{R} - \{a\}$ برد $(b, +\infty)$ را داشته باشیم، لازم استکه نقطه (a, b) رأس سهمی باشد. پس داریم:

$$(a, b) = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}) \Rightarrow a + b = -\frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها، تابع: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲، ۱۰۱ و ۱۰۲)

۵۳- گزینه «۲»

(سپهر ساسانی)

با توجه به نمودار باید معادله $f(x) = 1$ را حل کنیم و نقطه تلاقی با طول مثبت را m بنامیم. اما قبل از آن باید ضابطه $f(x)$ را بنویسیم. صفرهایتابع، ۱ و -۳ هستند، پس $x_s = \frac{-3 + 1}{2} = -1$ طول رأس سهمی است.همچنین نقطه $(-1, -2)$ در تابع صدق می‌کند پس داریم:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\Rightarrow y = a(x + 3)(x - 1)$$

$$\xrightarrow{(-1, -2)} -2 = a(2)(-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x + 3)(x - 1) \xrightarrow{f(x)=1} \frac{(x + 3)(x - 1)}{2} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 2 \Rightarrow x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -1 \pm \sqrt{6} \xrightarrow{m > 0} \sqrt{6} - 1 = m$$

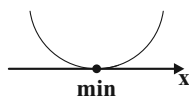
(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۵۴- گزینه «۲»

(دانیال ابراهیمی)

وقتی کمترین مقدار یک تابع درجه دوم روی محور طول‌ها قرار می‌گیرد،

یعنی این تابع به شکل زیر خواهد بود:

بنابراین سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ بر محور x ها مماس است $(\Delta = 0)$ و دهانه آن رو به بالا باز می‌شود $(a > 0)$. داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (m - 5)^2 - 4m(m - 8) = 0$$

$$\Rightarrow -2m^2 + 22m + 25 = (m + 1)(-3m + 25) = 0$$

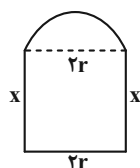
$$\xrightarrow{m > 0} m = \frac{25}{3} \Rightarrow f(0) = \frac{25}{3} - 8 = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۵۵- گزینه «۲»

(وفیر ون‌آبادی)

شکل مسئله مطابق زیر است:



$$P = \pi r + 2r + 2x = 10 \Rightarrow x = \frac{10 - (\pi + 2)r}{2}$$

محیط پنجره



(علی ساوپی)

۵۸- گزینه «۲»

دو نامعادله را به ترتیب حل می‌کنیم:

$$۱) \quad ||x| - 3| < 2 \Rightarrow -2 < |x| - 3 < 2 \xrightarrow{+3} 1 < |x| < 5$$

$$\Rightarrow -5 < x < -1 \text{ یا } 1 < x < 5$$

$$۲) \quad ||x| - 2| < 3 \Rightarrow -3 < |x| - 2 < 3 \xrightarrow{+2} -1 < |x| < 5$$

$$\Rightarrow |x| < 5 \Rightarrow -5 < x < 5$$

اشتراک دو مجموعه بالا مجموعه $(-5, 5) \cup (1, 5)$ است.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

(شمیر علیزاده)

۵۹- گزینه «۱»

شرط آن که رابطه f تابع باشد، آن است که مؤلفه‌های اول هیچ دو زوج مرتبی برابر نباشند و یا اگر مؤلفه‌های اول آن برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$(2, a^2 - 2a), (2, 1) \in f \Rightarrow a^2 - 2a = 1$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1 \pm \sqrt{2} \Rightarrow f = \{(2, 1), (1, 2), (1, -1), (2, 1)\}$$

با جای‌گذاری $a = 1 \pm \sqrt{2}$ در رابطه f دو زوج مرتب $(1, 2)$ و $(1, -1)$ در رابطه قرار دارند، پس به‌ازای هیچ مقداری از a ، رابطه f تابع نخواهد شد.

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

(یاسین سپهر)

۶۰- گزینه «۲»

نمایش جبری تابع خطی f به‌صورت $f(x) = ax + b$ می‌باشد.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(x-3) = a(x-3) + b \\ f(x+2) = a(x+2) + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x-3) + f(x+2) = ax - 3a + b + ax + 2a + b$$

$$6x + 7 \Rightarrow 2ax + (-a + 2b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ -a + 2b = 7 \xrightarrow{a=3} -3 + 2b = 7 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 5 \Rightarrow f(-1) = 2$$

(ریاضی ۱- تابع؛ صفحه ۱۰۳)

از طرفی مقدار نوردی پنجره مستقیماً به مساحت آن بستگی دارد، پس

مساحت آن را حساب می‌کنیم:

$$S = 2rx + \frac{1}{2}\pi r^2 \xrightarrow{x = \frac{10 - (\pi + 2)r}{2}}$$

$$S(r) = -\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)r^2 + 10r$$

در طول رأس سهمی، مقدار آن ماکزیمم است، پس داریم:

$$r_{\max} = \frac{-10}{-(\pi + 4)} = \frac{10}{\pi + 4}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(عباس اشرفی)

۵۶- گزینه «۲»

 $x = 2$ ریشه مشترک صورت و مخرج است. چرا که در همسایگی $x = 2$ تغییر علامت نداریم و در این نقطه، $P(x)$ ، تعریف نشده است.از طرفی $x = -1$ ریشه درجه یک صورت است. بنابراین:

$$P(x) = \frac{(x+1)(x-2)}{x-2} = \frac{x^2 - x - 2}{x-2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{(-1)+(-2)}{-2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

در نتیجه:

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

(امیرحوشنگ انصاری)

۵۷- گزینه «۳»

$$\frac{3}{4} < \frac{x+4}{2x+3} \Rightarrow \frac{x+4}{2x+3} - \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow \frac{7-2x}{4(2x+3)} > 0 \Rightarrow \frac{-3}{2} < x < \frac{7}{2}$$

$$\frac{x+4}{2x+3} < 1 \Rightarrow \frac{x+4}{2x+3} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1-x}{2x+3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ x > 1 \end{cases}$$

اشتراک دو مجموعه فوق بازه $(1, \frac{7}{2})$ است و داریم:

$$a = 3, b = 2 \Rightarrow a + b = 5$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها؛ صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)



فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۶۱

(مصطفی کیانی)

گام اول: با استفاده از رابطه $W = Fd \cos \theta$ و با داشتن W و θ ، حاصل ضرب Fd را می‌یابیم:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{W=36J, \theta=53^\circ} 36 = Fd \cos 53^\circ$$

$$\xrightarrow{\cos 53^\circ = 0.6} 36 = Fd \times 0.6 \Rightarrow Fd = 60J$$

گام دوم: بیشینه کار انجام شده توسط نیروی ثابت $\vec{F}$ در جابه‌جایی ثابت $\vec{d}$ در حالتی است که نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند. یعنی $\theta = 0$ باشد. بنابراین بیشینه کار انجام شده برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0, Fd=60J} W_{\max} = 60 \times \cos(0)$$

$$\xrightarrow{\cos(0)=1} W_{\max} = 60J$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۱)

گزینه «۳» - ۶۲

(مهمان ساکی)

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} \frac{K_1}{K_1} = \frac{1}{3} \frac{m_1}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{درصد تغییرات تندی} = \frac{\Delta v}{v_1} \times 100 =$$

$$= \frac{\frac{3}{2}v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = 50\%$$

بنابراین تندی ۵۰ درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه ۵۴)

گزینه «۳» - ۶۳

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم $W_{mg} = -\Delta U_g$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$W_{mg} = -(U_{gB} - U_{gA}) = \frac{U_{gA} = 100J}{U_{gB} = 120J}$$

$$W_{mg} = -(120 - 100) = -20J$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

گزینه «۱» - ۶۴

(فسرو ارغوانی‌فر)

می‌دانیم کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر با تغییر در انرژی جنبشی جسم می‌باشد. از صورت مسئله ابتدا جرم جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 25 = \frac{1}{2}m \times 5^2 \Rightarrow m = 2kg$$

حال از قضیه فوق استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times [(-10)^2 - (5)^2] = 75J$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

گزینه «۴» - ۶۵

(لاله بوقاری)

در شرایط صرف‌نظر از اصطکاک، انرژی مکانیکی در کل مسیر ثابت است:

$$E = U + K = 35 + 25 = 60J$$

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، در بالاترین نقطه فقط انرژی پتانسیل داریم:

$$E = U_{\max} = mgh$$

$$60 = 0.3 \times 10 \times h \Rightarrow h = \frac{60}{3} = 20m$$

(فیزیک ۱-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)



۶۶- گزینه «۳»

(مسام نازری)

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده روی جسم برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است. اگر سرعت جسم تغییر نکند، انرژی جنبشی هم تغییر نمی کند (یعنی $\Delta K = 0$) و در نتیجه کار کل برابر صفر است و $W_1 = -W_2$ می باشد.

$$W_t = K_2 - K_1 = 0 \Rightarrow W_1 + W_2 = 0$$

$$\Rightarrow W_1 = -W_2$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۶۱ تا ۶۳)

۶۷- گزینه «۲»

(مهمر ساکی)

چون نیروی اصطکاک وجود دارد، تغییرات انرژی مکانیکی برابر کار نیروی اصطکاک است. بنابراین با در نظر گرفتن سطح افقی به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{2}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{d} \Rightarrow d = 4m$$

$$E_2 - E_1 = W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - mgh_1 = -f_k d$$

$$\xrightarrow[m=4kg, f_k=2N]{d=4m} \frac{1}{2} \times 4 \times v^2 - 4 \times 10 \times 2 = -2 \times 4$$

$$2v^2 = 22 \Rightarrow v = \sqrt{11} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۶۸ تا ۷۲)

۶۸- گزینه «۲»

(امسان مهمری)

انرژی حاصل از انفجار برابر است با:

$$E = 0.5 \times 700 = 350J$$

که ۲۵ درصد آن به صورت گرما تلف و باقی به گلوله و تفنگ می رسد:

$$K_1 + K_2 = \frac{3}{4} \times 350 = 262.5J$$

انرژی جنبشی گلوله برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} \times 500^2 = 250J$$

بنابراین انرژی جنبشی تفنگ برابر است با:

$$K_2 = 262.5 - 250 = 12.5J$$

و در آخر تندی تفنگ برابر است با:

$$K_2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 12.5 = \frac{1}{2} \times 4 \times v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow v = \frac{5}{2} = 2.5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه ۵۴)

۶۹- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی نسب)

تلمبه آب را به اندازه $10m$ $4 + 6 = 10m$ جابجا می کند، $h = 10m$

$$P_{\text{مفيد}} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow 100 = \frac{m \times 10 \times 10}{60} \Rightarrow m = 60kg$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۷۳ و ۷۴)

۷۰- گزینه «۲»

(عسین ناصبی)

کاری که پمپ روی آب انجام می دهد را با استفاده از قضیه کار - انرژی

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = \Delta K \quad \text{جنبشی به دست می آوریم:}$$

$$W_{\text{پمپ}} + (-mgh) = K_2 - K_1$$

$$\xrightarrow{K_1=0} W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

با استفاده از رابطه چگالی، جرم آب را به دست می آوریم:

$$m = \rho V \quad \rho = 10^3 \frac{kg}{m^3} \quad V = 60 \times 10^{-3} m^3 \Rightarrow m = 10^3 \times 60 \times 10^{-3} = 60kg$$

$$W_{\text{پمپ}} = \frac{1}{2}(60)(20)^2 + 60 \times 10 \times 20 = 12000 + 12000 = 24000J$$

توان خروجی پمپ برابر است با:

$$\bar{P}_{\text{مفيد}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{\Delta t} = \frac{24000}{60} = 400W$$

توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$R_a = \frac{\bar{P}_{\text{مفيد}}}{P_{\text{مصرفی}}} \rightarrow \frac{400}{100} = \frac{P}{P} \Rightarrow \bar{P}_{\text{مصرفی}} = 500W$$

(فیزیک ۱- کار، انرژی و توان: صفحه های ۶۱ تا ۶۳ و ۷۳ تا ۷۴)



حسابان ۲

۷۱- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

می‌دانیم که تبدیلات روی محور عمودی تأثیری در دامنه تابع ندارند، پس برای سادگی می‌توانیم دامنه تابع $y = f(-x+3)$ را حساب کنیم. برای رسم این تابع، نمودار تابع $y = f(3x+1)$ را $\frac{2}{3}$ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(3(x+\frac{2}{3})+1) = f(3x+3)$ حاصل شود. در نهایت طول نقاط روی نمودار این تابع را در -3 ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(-x+3)$ به دست آید. برای محاسبه دامنه این تابع، ترتیب تبدیلات گفته شده را روی بازه $[-2, 6]$ نیز انجام می‌دهیم:

$$D_1 = [-2, 6] \xrightarrow{-\frac{2}{3}} D_2 = [-\frac{8}{3}, \frac{16}{3}]$$

$$\xrightarrow{\times(-3)} D_{y=f(-x+3)} = [-16, 8]$$

این بازه شامل ۸ عدد طبیعی ۱ تا ۸ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۲- گزینه «۲»

(علی شهرابی)

تبدیلات گفته شده را مرحله به مرحله اعمال می‌کنیم:

$$y = \sqrt{2x-1} \xrightarrow{\substack{\text{۱ واحد چپ} \\ x \rightarrow x+1}} y = \sqrt{2(x+1)-1} = \sqrt{2x+1}$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{انقباض افقی} \\ x \rightarrow \frac{x}{2}}} y = \sqrt{2(\frac{x}{2})+1} = \sqrt{x+1}$$

$$y = \sqrt{2(\frac{x}{2})+1} = \sqrt{x+1}$$

دو تابع $y = \sqrt{x+1}$ و $y = \sqrt{2x-1}$ را قطع می‌دهیم:

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{2x-1} \Rightarrow x+1 = 2x-1 \Rightarrow x = 2$$

لازم به ذکر است که پس از پیدا کردن ضابطه تابع ثانویه، برای محاسبه طول نقطه تقاطع می‌توانستیم از گزینه‌ها نیز استفاده کنیم.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۳- گزینه «۲»

(نسترن زارع)

$$y = f(x) \xrightarrow{\substack{\text{انتقال یک واحدی} \\ \text{به سمت چپ}}} y = f(x+1)$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{قرینه نسبت} \\ \text{به محور } y}} y = f(-x+1)$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{قرینه نسبت} \\ \text{به محور } x}} y = -f(1-x)$$

$$\xrightarrow{\substack{\text{انقباض عمودی} \\ \text{با ضریب } \frac{1}{4}}} y = -\frac{1}{4}f(1-x)$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۴- گزینه «۱»

(بوزار مرمی)

ابتدا سراغ به‌دست آوردن وارون تابع f می‌رویم:

$$y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 5$$

$$y = (x-2)^3 + 3 \Rightarrow y-3 = (x-2)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y-3} = (x-2)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt[3]{y-3} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-3} + 2$$

برای منطبق شدن تابع $y = f^{-1}(x)$ بر $y = \sqrt[3]{x}$ باید ۳ واحد در جهت منفی محور x و ۲ واحد نیز در جهت منفی محور y انتقال یابد، یعنی:

$$y = (\sqrt[3]{(x+3)-3} + 2) - 2 = \sqrt[3]{x}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۷۵- گزینه «۲»

(عارل حسینی)

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+2$ برابر صفر است:

$$p(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 2(-2) - 2 = 4a - 4 = 0 \Rightarrow a = 1$$

از آنجا که $x+2$ یکی از عامل‌های $p(x)$ است، داریم:

$$p(x) = x^3 + x^2 - 3x - 2 = (x+2)(x^2 - x - 1)$$

$$\xrightarrow{p(x)=0} \begin{cases} x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ x^2-x-1=0 \xrightarrow{\Delta>0} S=1 \end{cases}$$

مجموع جواب‌های معادله برابر است با: $-2+1=-1$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۷۶- گزینه «۳»

(کاظم ایلانی)

با استفاده از اتحاد $a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ چندجمله‌ای $P(x)$ را تجزیه می‌کنیم.

$$P(x) = x^{10} + x^5 = (x^2)^5 + x^5$$

$$= (x^2 + x)((x^2)^4 - (x^2)^3x + (x^2)^2x^2 - (x^2)x^3 + x^4)$$

$$= (x^2 + x)(x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4)$$

$$= (x^2 + x)Q(x)$$

بنابراین داریم:

$$Q(x) = x^8 - x^7 + x^6 - x^5 + x^4$$

$$\Rightarrow Q(-1) = 5$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۷۷- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

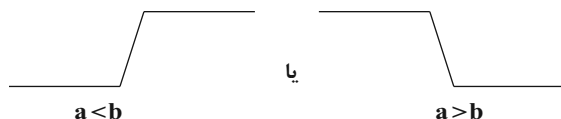
در توابع قدرمطلق، جهت یکنوایی نمودار تابع، فقط در ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق تغییر می‌کند (در صورت تغییر). پس جهت یکنوایی نمودار تابع f ، در $x = -3$ و $x = k$ تغییر می‌کند.



(مدرسباز پیشوایی)

۷۹- گزینه «۱»

تابعی که به صورت $y = |x-a| - |x-b|$ باشد، شکلی شبیه به سرسره دارد که دو حالت در رسم آن وجود دارد:



پس برای صعودی بودن آن ریشه قدرمطلق دوم باید بزرگ‌تر از ریشه قدرمطلق اول باشد.

$$y = |x - m^2| - |x - (\Delta m + 6)|$$

$$a < b \Rightarrow m^2 < \Delta m + 6 \Rightarrow m^2 - \Delta m - 6 < 0 \Rightarrow (m+1)(m-6) < 0 \\ \Rightarrow -1 < m < 6 \Rightarrow m = 0, 1, 2, \dots, 5$$

همچنین اگر ریشه‌های داخل دو قدرمطلق با هم برابر باشند تابع ثابت $y = 0$ خواهد بود که این تابع نیز تابعی صعودی است.

$$m^2 = \Delta m + 6 \Rightarrow m^2 - \Delta m - 6 = 0 \\ \Rightarrow (m-6)(m+1) = 0 \Rightarrow m = -1, 6$$

پس درمجموع تابع به ازای ۸ مقدار $0, 1, 2, \dots, 5, 6, -1$ صعودی است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(عادل حسینی)

۸۰- گزینه «۴»

رابطه تقسیم را برای تقسیم $f(x)$ بر $(x+5)(x-1)$ می‌نویسیم:

$$f(x) = (x+5)(x-1)q_1(x) + x - 6 \quad (*)$$

همچنین برای تقسیم $f(f(x))$ بر $x-1$ داریم:

$$f(f(x)) = (x-1)q_1(x) + r$$

می‌بینیم که اگر $x=1$ را در رابطه بالا جای گذاری کنیم، مقدار r به دست می‌آید:

$$r = f(f(1))$$

از رابطه (*) داریم:

$$f(1) = 0 + (1-6) \Rightarrow f(1) = -5 \Rightarrow r = f(-5)$$

مجدداً داریم:

$$f(-5) = 0 + (-5-6) = -11$$

پس $r = -11$ است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

با این توضیحات نتیجه می‌گیریم که بازه‌ای که تابع f روی آن اکیداً صعودی است، به صورت $[-3, k]$ یا $[k, -3]$ است. داریم:

$$\begin{cases} [k, -3]: -3 - k = 5 \Rightarrow k = -8 \\ [-3, k]: k + 3 = 5 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$

به ازای این دو مقدار ضابطه‌های f را می‌نویسیم:

$$k = -8: f(x) = \begin{cases} -x + 2 & ; x < -8 \\ -3x - 14 & ; -8 \leq x < -3 \\ -x - 8 & ; x \geq -3 \end{cases}$$

این تابع اکیداً نزولی است. پس پاسخ $k = 2$ صحیح است. به ازای $k = 2$ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -x - 8 & ; x < -3 \\ x - 2 & ; -3 \leq x < 2 \\ -x + 2 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

تابع f روی بازه $[-3, 2]$ به طول ۵ اکیداً صعودی است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

(سویل حسن‌شان‌پور)

۷۸- گزینه «۱»

می‌دانیم $1 = (\sqrt{2})^2 - 1 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$. پس داریم:

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$$

همچنین با توجه به اتحاد مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$(\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3 \times (\sqrt{2})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{2} \times 1^2 + 1^3 \\ = 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 7 + 5\sqrt{2}$$

حال این عبارات را در نامعادله سوال جایگذاری می‌کنیم:

$$((\sqrt{2} + 1)^{-1})^{-1}(-x^2 + 3x - 2) < ((\sqrt{2} + 1)^3)^2 \\ \Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^{x^2 - 3x + 2} < (\sqrt{2} + 1)^6$$

تابع $y = (\sqrt{2} + 1)^x$ اکیداً صعودی است و در نتیجه:

$$x^2 - 3x + 2 < 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) < 0 \\ \Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow b + 2a = 4 + 2(-1) = 2$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



هندسه ۳

۸۱- گزینه «۳»

(رضا عباس اصل)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^4 = (A^2) \cdot (A^2) = (2A)(2A) = 4A^2 = 4(2A) = 8A$$

$$\Rightarrow k = 8$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۸۲- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

$$b_{11} = b_{12} = 1^2 + 1 = 2, b_{21} = b_{22} = 2^2 + 1 = 5$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(A - B)(A + B) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ -52 & -44 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۰ تا ۱۹)

۸۳- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

چون A ماتریس اسکالر است، بنابراین ماتریس مربعی می باشد. از طرفیضرب AB تعریف شده است، پس تعداد ستون های ماتریس A برابرتعداد سطر های ماتریس B یعنی برابر ۳ می باشد. حال چون ماتریس A

اسکالر می باشد، پس به صورت زیر تعریف می شود:

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

$$c_{22} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} = 2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$A \text{ اسکالر اصلی} = a + a + a = 3a = 3(-2) = -6$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۲ تا ۱۹)

۸۴- گزینه «۳»

(مهمر قنران)

با توجه به رابطه $\frac{1}{4}A^2B = I$ ، ماتریس B وارون ماتریس $\frac{1}{4}A^2$ است،

بنابراین داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -6 \\ -8 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{4}A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}A^2\right)^{-1} = \frac{1}{6 \times 4 - (-3)(-4)} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = B$$

$$B \text{ مجموع درایه های ماتریس} = \frac{1}{36}(4 + 3 + 2 + 6) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۷ تا ۲۳)

۸۵- گزینه «۴»

(سامان اسپهر)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2^x \\ 2^{1-x} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2^x \\ 2^{1-x} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

$$A^4 = 4I \text{ و } A^6 = 4I \Rightarrow A^2 + A^4 + A^6 = 2I + 4I + 4I = 10I$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۱۷ تا ۲۱)

۸۶- گزینه «۲»

(امیر حسین ابومصوب)

ماتریس A در صورتی وارون پذیر نیست که $|A| = 0$ باشد، بنابراین

داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow (a + 10) - a(a + 4) = 0$$

$$\Rightarrow a + 10 - a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a^2 + 3a - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (a + 5)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ a = 2 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها؛ صفحه های ۲۲ و ۲۳)



۸۷- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومحبوب)

وارون وارون یک ماتریس برابر خود آن ماتریس است، بنابراین داریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{(-2) \times 1 - 1 \times (-1)} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{3 \times (-5) - (-2) \times 7} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس $(A+B)$ برابر است با:

$$4 + (-1) + 6 + (-1) = 8$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۸۸- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

$$(A+B)^T = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A+B)^T = (A+B)(A+B) = A^T + AB + BA + B^T$$

$$\Rightarrow AB + BA = (A+B)^T - A^T - B^T$$

$$= \begin{bmatrix} 18 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۹- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

می‌دانیم $\frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \tan^2 \theta$ ، پس داریم:

$$A^T = \begin{bmatrix} \cdot & \cos^2 \theta \\ 1 + \tan^2 \theta & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cos^2 \theta \\ 1 + \tan^2 \theta & \cdot \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{14} = (A^T)^7 = I$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow B^{15} = (B^T)^7 \times B = I \times B = B$$

بنابراین داریم:

$$A^{14} + B^{15} = I + B$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۹۰- گزینه «۴»

(سوکندر روشنی)

طبق فرض داریم:

$$A^T = 2A + 3I \quad (1)$$

همچنین:

$$(A - 4I)^{-1} = \alpha A + \beta I$$

$$\Rightarrow (\alpha A + \beta I)(A - 4I) = I$$

$$\Rightarrow \alpha A^T + (\beta - 4\alpha)A - 4\beta I = I$$

$$\xrightarrow{(1)} \alpha(2A + 3I) + (\beta - 4\alpha)A = (4\beta + 1)I$$

$$\Rightarrow (\beta - 2\alpha)A + (3\alpha)I = (4\beta + 1)I$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta - 2\alpha = 0 \\ 3\alpha = 4\beta + 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{نهایتاً}} \alpha = -\frac{1}{5}, \quad \beta = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{3}{5}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)



ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۳»

(عمیدرضا امیری)

اگر $a=2$ و $b=3$ باشد، آنگاه $ab=6$ زوج است ولی $a+b=5$ فرد

می باشد. سایر موارد قضایای کلی هستند و همواره برقرارند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۲ و ۳)

۹۲- گزینه «۴»

(سروش موئینی)

$$-44 = 17(-3) + 7 \Rightarrow \begin{cases} q = -3 \\ r = 7 \end{cases}$$

$$-3 = 7(-1) + 4 \Rightarrow 4 = \text{باقی مانده}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۹۳- گزینه «۲»

(سیدمرتسن فاطمی)

$$a^3 | b^2 \Rightarrow a \times a^2 | b^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a | b^2 \\ a^2 | b^2 \Rightarrow a | b \Rightarrow a^2 | b^2 \Rightarrow a^2 | b^2 \times b \Rightarrow a^2 | b^5 \end{cases}$$

پس رابطه های گزینه های «۱»، «۳» و «۴» همواره درست هستند ولی رابطه

گزینه «۲» در حالت کلی نتیجه نمی شود. به عنوان مثال نقض برای گزینه

«۲»، $a=4$ و $b=8$ را در نظر بگیرید.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۹ تا ۱۲)

۹۴- گزینه «۳»

(علی ساوپی)

گزینه «۱»: در میان هر سه عدد طبیعی متوالی، قطعاً یکی مضرب ۳ و حداقل

یکی زوج است، پس حاصل ضرب هر سه عدد متوالی مضرب ۶ است.

گزینه «۲»: در بین هر n عدد صحیح متوالی، یکی قطعاً بر n بخش پذیر

است، پس حاصل ضرب هر n عدد صحیح متوالی مضرب n است.

گزینه «۳»: عدد ۲، عددی اول است ولی مربع آن به صورت

$$(k \in \mathbb{Z}) 8k+1$$

گزینه «۴»: ۵ عدد طبیعی متوالی را در نظر می گیریم. اگر کوچک ترین عدد

را برابر n فرض کنیم، داریم:

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) = 5n+10$$

$$= 5(n+2) = 5k \quad (k \in \mathbb{N})$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۹۵- گزینه «۳»

(افشین فاضله شان)

$$\begin{aligned} a \equiv r &\Rightarrow a \equiv r + km \xrightarrow{k=m} a \equiv r + m^2 \\ a = mq + r &\Rightarrow a - r = mq \Rightarrow m | a - r \end{aligned}$$

رابطه $a+r=mk$ در حالت کلی درست نیست. به عنوان مثال اگر $a=17$

و $m=3$ باشد، آنگاه $r=2$ است و رابطه $17+2=3k$ برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه های ۱۸ تا ۲۱)



۹۶- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

$$24a \equiv 16b \Rightarrow 9a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} 9a \equiv b \Rightarrow -a \equiv b \Rightarrow a \equiv -b \\ 9a \equiv b \Rightarrow b \equiv 0 \end{cases}$$

$$24a \equiv 16b \xrightarrow{+8} 3a \equiv 2b \quad (15, 8) = 1$$

هر چهار نتیجه درست است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۹۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومنبوب)

رقم یکان یک عدد معادل باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۱۰ است، بنابراین

داریم:

$$\left. \begin{aligned} 3^2 = 9 &\equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۱۵}} 3^{30} \equiv -1 \\ 7^2 = 49 &\equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان ۳۵}} 7^{70} \equiv -1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 3^{30} + 7^{70} \equiv -2 \equiv 8$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۸- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومنبوب)

$$7^2 = 49 = 4 \times 12 + 1 \Rightarrow 7^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۷۰۰}} 7^{1400} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times 7} 7^{1401} \equiv 7$$

$$5^2 = 25 = 2 \times 12 + 1 \Rightarrow 5^2 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان ۷۰۱}} 5^{1402} \equiv 1$$

$$\xrightarrow{\times 10} 10 \times 5^{1402} \equiv 10$$

$$7^{1401} - 10 \times 5^{1402} \equiv 7 - 10 \equiv -3 \equiv 9$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۹- گزینه «۲»

(سوگندر روشنی)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = 37q + q^3 \Rightarrow q^3 < 37 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q_{\max} = 3$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 37 \times 3 + 3^3 = 138 \equiv 3 \Rightarrow a_{\max} \in [3]_5$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۱۰۰- گزینه «۱»

(سوگندر روشنی)

اگر $d = (6n+1, 3n+2)$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\left. \begin{aligned} d \mid 3n+2 &\xrightarrow{\times 2} d \mid 6n+4 \\ d \mid 6n+1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} d \mid 3 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } 3$$

از طرفی هیچ کدام از عبارت‌های $6n+1$ و $3n+2$ ، مضرب ۳ نیستند،پس d نمی‌تواند برابر ۳ باشد، در نتیجه داریم:

$$d = 1 \Rightarrow [1, p] = p$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(مریم شیخ‌ممو)

معادله $x = -t^2 + 6t - 4$ نشان می‌دهد، و $a < 0$ و $v_0 > 0$ است. بنابراین در ابتدا حرکت متحرک کندشونده و در لحظه‌ای که $v = 0$ است، تغییر جهت می‌دهد. بنابراین داریم:

$$x = -t^2 + 6t - 4 \Rightarrow \begin{cases} v_0 = 6 \frac{m}{s} \\ \frac{1}{2} a = -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 6$$

$$\xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 6 \Rightarrow t = 3s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱۰۲- گزینه «۴»

(پوریا علاقه‌مند)

در بازه زمانی صفر تا t_1 چون تقرر سهمی رو به بالا است پس علامت شتاب مثبت است. همچنین در بازه صفر تا t_2 متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین علامت سرعت منفی است. لذا در این بازه زمانی شتاب و سرعت خلاف جهت هم هستند.

دلیل نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) فقط در لحظه t_2 سرعت متحرک صفر می‌شود.

(۲) متحرک در این بازه ابتدا خلاف جهت محور x سپس در جهت محور x حرکت کرده است.

(۳) چون حرکت شتابدار است پس سرعت ثابت نیست.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

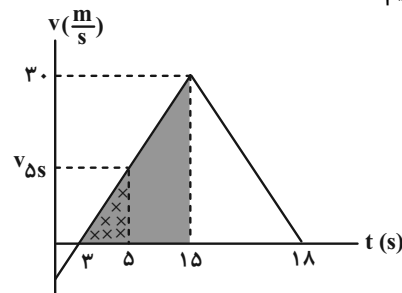
۱۰۳- گزینه «۲»

(معصومه شریعت‌ناضری)

برای محاسبه شتاب متوسط به کمک نمودار $v-t$ کافی است سرعت متحرک را در دو لحظه خواسته شده به‌دست آوریم و در رابطه

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

است و برای محاسبه سرعت در لحظه $t = 5s$ از تشابه دو مثلث رنگ شده استفاده می‌کنیم:



$$\frac{30}{v_{5s}} = \frac{15-3}{5-3} \Rightarrow \frac{30}{v_{5s}} = \frac{12}{2} \Rightarrow v_{5s} = 6 \frac{m}{s}$$

اکنون شتاب متوسط را می‌یابیم:

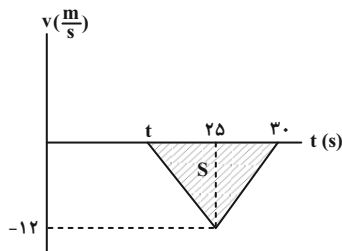
$$a_{av} = \frac{v_{18s} - v_{5s}}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 6}{18 - 5} = -\frac{6}{13} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۱۰۴- گزینه «۳»

(امیرامهر میرسعید)

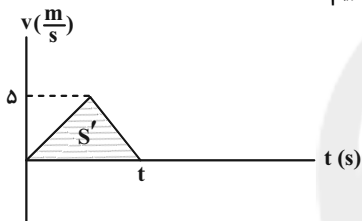
برای محاسبه سرعت متوسط هنگامی که متحرک در سوی منفی محور x حرکت می‌کند، مساحت بین نمودار و محور زمان را به‌دست آورده و بر زمان تقسیم می‌کنیم:



$$S = \frac{|(30-t)(-12)|}{2} = 6(30-t)$$

$$|v_{av}| = \frac{|6(30-t)|}{(30-t)} = 6 \frac{m}{s}$$

برای محاسبه تندی متوسط هنگامی که متحرک در سوی مثبت محور x در حرکت است، داریم:



$$S' = \frac{5 \times t}{2}$$

$$s_{av} = \frac{5 \times t}{t} = 2.5 \frac{m}{s}$$

$$\frac{|v_{av}|}{s_{av}} = \frac{6}{2.5} = 2.4$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱۰۵- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

آن‌طور که نمودار نشان می‌دهد متحرک A از مکان $x_A = 0$ و متحرک B از مکان $x_B = 5m$ شروع به حرکت نموده‌اند و در لحظه $t = 10s$ به هم رسیده‌اند. بنابراین کافی است مکان متحرک B را در لحظه $t = 10s$ بیابیم و جابه‌جایی آن را حساب کنیم. چون در لحظه $t = 10s$ مکان هر دو متحرک یکسان است، به همین منظور با استفاده از معادله حرکت یکنواخت و داشتن $v_A = 2 \frac{m}{s}$ ، مکان متحرک A را پیدا می‌کنیم:

$$x_A = v_A t + x_{A0} \xrightarrow{x_{A0}=0, v_A=2 \frac{m}{s}} t=10s$$

$$x_A = 2 \times 10 + 0 = 20m$$

$$x_A = x_B \Rightarrow x_B = 20m$$

جابه‌جایی متحرک B در بازه زمانی $t = 0s$ تا $t = 10s$ برابر است با:

$$\Delta x_B = x_B - x_{B0} = 20 - 5 = 15m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)



اکنون، سرعت متحرک در مکان $x = ۲۷\text{m}$ را می‌یابیم:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \quad \begin{matrix} v_0 = ۰ \\ a = ۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{matrix} \rightarrow v^2 = ۳۶ + ۲ \times ۲ \times (۲۷ - ۰) = ۱۴۴$$

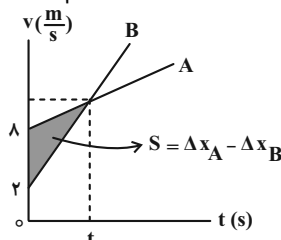
$$v = ۱۲ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۱۰۹- گزینه «۳»

(مصطفی کیانی)

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور t برابر، جابه‌جایی متحرک است. بنابراین، ابتدا، مطابق شکل، اختلاف مساحت ذوزنقه بزرگ (Δx_A) و مساحت ذوزنقه کوچک (Δx_B) را که برابر مساحت مثلث شده است، برابر ۳۰m قرار می‌دهیم و t را بیابیم:



$$S_{\text{مثلث}} = \frac{(4-2) \times t}{2} = ۳۰ \Rightarrow t = ۱۰\text{s}$$

اکنون به صورت زیر اندازه سرعت دو متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$a_B = ۴a_A \xrightarrow{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \frac{v-2}{10-0} = 4 \times \left(\frac{v-4}{10-0} \right)$$

$$\Rightarrow v-2 = 4v-۳۲ \Rightarrow ۳۰ = ۳v \Rightarrow v = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با داشتن v ، اندازه شتاب متحرک A به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_A = a_{av} = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \Rightarrow a_A = \frac{10-4}{10-0} = ۰/۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۵ تا ۱۷)

۱۱۰- گزینه «۱»

(بهادر کامران)

زمان حرکت گلوله اول را t در نظر می‌گیریم. گلوله دوم، ۲ ثانیه دیرتر رها می‌شود. پس زمان حرکتش ۲ ثانیه کمتر یعنی $t-۲$ می‌باشد. معادله دو گلوله را نوشته و از هم کم می‌کنیم تا فاصله دو گلوله به دست آید.

$$y_1 = \frac{1}{2}gt^2 = \Delta t^2$$

$$y_2 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 = \Delta(t^2 - 4t + 4)$$

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = 60 \Rightarrow \Delta t^2 - \Delta(t^2 - 4t + 4) = 60 \Rightarrow t = 4\text{s}$$

$$y_1 = y_2 = h = \Delta t^2 = \Delta \times 4^2 = ۸۰\text{m}$$

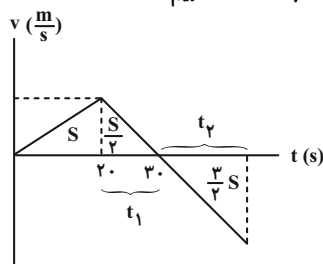
توجه داریم که بیشترین فاصله دو گلوله در طول حرکت زمانی است که گلوله اول به زمین می‌رسد.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۰۶- گزینه «۴»

(مهمر ساکی)

متحرک زمانی به مکان اولیه خود بازمی‌گردد که جابجایی آن صفر شود. می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار سرعت- زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر با بزرگی جابجایی متحرک در آن بازه است. پس به کمک نمودار سرعت- زمان و با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:



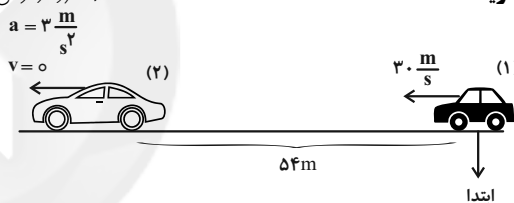
$$\frac{3}{2}S = \left(\frac{t_2}{t_1} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{t_2}{10} \xrightarrow{\sqrt{3}=1/2} t_2 = 17\text{s}$$

$$t_{\text{کل}} = ۳۰ + t_2 = ۳۰ + 17 = 47\text{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱۰۷- گزینه «۳»

(فسرو ارغوانی‌فرد)



معادله حرکت هر دو را می‌نویسیم. وقتی دو اتومبیل به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است.

$$x_1 = vt = ۳۰t$$

$$x_2 = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{3}{2}t^2 + 54$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 - ۳۰t + 54 = 0 \Rightarrow t = \frac{۳۰ \pm \sqrt{900 - ۳۲۴}}{3}$$

$$t_1 = 18\text{s}, t_2 = 2\text{s} \Rightarrow \Delta t = 18 - 2 = 16\text{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱۰۸- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

چون متحرک در دو ثانیه اول 16m و در ۳ ثانیه بعدی ۳۹m را طی کرده است، لذا در ۵ ثانیه اول $\Delta x = 16 + ۳۹ = 55\text{m}$ را طی می‌کند. بنابراین، ابتدا با استفاده از رابطه جابه‌جایی، v_0 و a را می‌یابیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \begin{cases} t=2\text{s} \rightarrow 16 = \frac{1}{2}a \times 4 + 2v_0 \\ \Delta x=16\text{m} \\ t=5\text{s} \rightarrow 55 = \frac{1}{2}a \times 25 + 5v_0 \\ \Delta x=55\text{m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 = a + v_0 \\ 110 = 25a + 10v_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -80 = -10a - 10v_0 \\ 110 = 25a + 10v_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۳۰ = 15a \Rightarrow a = ۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = ۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

شماره ۳

۱۱۱ - گزینہ «۲»

بررسی همهٔ موارد:

(الف) اتیلن گلیکول دارای دو گروه عاملی هیدروکسیل است نه هیدروکسید

(ب) صحیح است.

(پ) اورہ دارای فرمول مولکولی $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ است.

(ت) بنزین با فرمول C_8H_{18} ، به تقریب ۸۴ درصد جرم خود را به کربن

اختصاص داده است:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم ترکیب}} \times 100 = \frac{1 \times 12}{114} \times 100 \approx 10.5\%$$

(ث) روغن زیتون با فرمول $C_{57}H_{104}O_6$ و چربی کوهان شتر با فرمول

$C_{57}H_{111}O_6$ در ۶ هیدروژن با هم تفاوت دارند که جرم مولی H (۱)

است و جرم مولی روغن زیتون ۶ واحد از چربی کوهان شتر کمتر است.

(شیمی، ۳- صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۱۲ - گزینہ «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) شاخص امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور تفاوت دارد.

۲) آهنگ رشد شاخص امید به زندگی در نواحی کم‌برخوردار بیشتر از نواحی

برخوردار است. نمودار ۱ صفحه ۳

(۳) شاخص امید به زندگی در نواحی برخوردار بیشتر از نواحی کم‌برخوردار

است.

۴) سلامت و بهداشت در شاخص امید به زندگی اهمیت بسیاری دارد و در

راستای ارتقای آن پاک‌کننده‌ها و شوینده‌ها نقش پررنگی ایفا می‌کنند.

(شمه، ۳ - صفحه‌های ۳ و ۴)

۱۱۳ - گزینہ «۳»

(غير) الہ ابو الفتح

۴ مورد نادرست هستند.

نوع مخلوط ویژگی	محلول	کلوید	سوسپانسیون
رفتار در برابر نور	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش می‌کند	نور را پخش می‌کند
همگن / ناهمگن	همگن	<u>ناهمگن</u>	ناهمگن
پایداری	پایدار	<u>پایدار</u>	ناپایدار
مثال	<u>نمک در آب</u>	سس مایونز	شرbet معده

(شیمی، ۳- صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۱۴ - گزینہ «۳»

(فخرزاد، ضایع،)

ابتدا شمار کربن‌های الكل را تعیین می‌کنیم. یعنی:

جرم الكل: $14n + 18$

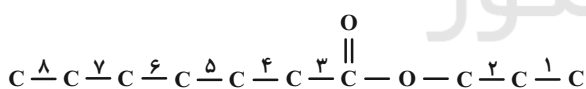


$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{12n}{14n + 18} \times 100 = 60 \Rightarrow n = 3$$

پس R' شامل ۳ اتم کربن است، اکنون شمار کربن‌های استر و بعد صابون

را به دست می‌آوریم. استر باید به صورت زیر باشد تا شامل ۸ پیوند کربن-

کربن باشد یعنی R، ۶ کربنی است.



پس ترکیب یونی حاصل به صورت $C_6H_{13}COONa$ است.

$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{23}{152} \times 100 \approx 15.13\%$$

(شیمی، ۳- صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۵ - گزینہ «۳»

(هاری مهدی زاده)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست‌اند.

مورد (ب): به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی کنندگی و میکروب کشی

صابون‌ها، به آن‌ها مادهٔ شیمیایی کلردار اضافه می‌کنند.

(شیمی، ۳- صفحه‌های ۶ و ۱ تا ۱۲)



۱۱۶- گزینه «۳»

(فرزاد رضایی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در این گزینه صابون سنتی به اشتباه صابون صنعتی بیان شده است.

(۲) در این گزینه موهای چرب به اشتباه خشک بیان شده است.

(۳) با حل شدن صابون در آب بین سرهای باردار صابون و آب نیروی جاذبه

یون-دوقطبی ایجاد می‌شود (آب مولکولی قطبی است)

(۴) افزایش دمای آب و افزودن آنزیم به صابون هر دو باعث افزایش قدرت

پاک‌کنندگی صابون می‌شوند.

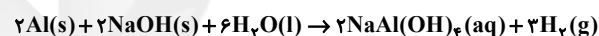
(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱۱۷- گزینه «۳»

(مسین ناصری‌ثانی)

مورد دوم «نادرست» و بقیه موارد درست‌اند.

معادله موازنه شده واکنش:



پس مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده پس از موازنه برابر ۱۵ است.

(شیمی ۳- صفحه ۱۲)

۱۱۸- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

اکسیدهای بازی: K_2O و CaO ، BaO ، Na_2O نکته: NH_3 در آب خاصیت بازی دارد ولی اکسید نیست.اکسید اسیدی: CO_2 و NO_2 ، SO_3

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

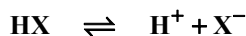
۱۱۹- گزینه «۱»

(فرزاد رضایی)

ابتدا غلظت مولی HX را با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{10 \text{ a d}}{M_w} = \frac{10 \times 15 \times 0.8}{150} = 0.8 \text{ mol.L}^{-1}$$

اکنون با استفاده از جدول تغییر غلظت داریم:



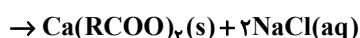
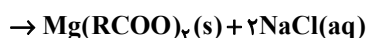
$$\begin{array}{ccc} 0.8 & 0 & 0 \\ 0.8-x & x & x \end{array} \quad x = M\alpha \quad x = 0.8 \times 0.01 = 0.008$$

$$\frac{\text{مجموع غلظت یونها}}{\text{غلظت اولیه HX}} = \frac{2x}{0.8} = \frac{2 \times 0.008}{0.8} = 0.02$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۱۲۰- گزینه «۳»

(عین‌اله ابوالفتی)

اگر مقدار اولیه کلسیم کلرید و منیزیم کلرید را x مول در نظر بگیریم،

آن‌گاه:

$$x \text{ mol MgCl}_2 \times \frac{2 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ mol MgCl}_2} \times \frac{58.5 \text{ g NaCl}}{1 \text{ mol NaCl}}$$

$$= 117x \text{ g NaCl}$$

$$x \text{ mol CaCl}_2 \times \frac{2 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{58.5 \text{ g NaCl}}{1 \text{ mol NaCl}}$$

$$= 117x \text{ g NaCl}$$

$$117x \text{ g NaCl} + 117x \text{ g NaCl} = 234x \text{ g NaCl}$$

$$= 0.468 \text{ g NaCl} \rightarrow x = 0.002 \text{ mol CaCl}_2$$

$$0.002 \text{ mol CaCl}_2 \times \frac{111 \text{ g CaCl}_2}{1 \text{ mol CaCl}_2} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 222 \text{ mg}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۵ تا ۹)



هندسه ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(درپوش ناظمی)

گزینه (۱): متوازی الاضلاع است که لزوماً لوزی نیست.

گزینه (۲): لوزی است که لزوماً مربع نیست.

گزینه (۳): می‌تواند دوزنقه متساوی الساقین باشد، که قطرهای آن یکدیگر را نصف نمی‌کنند.

(هنر سه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۱۲۲- گزینه «۳»

(افشین فاضله‌فان)

تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب برابر است با $\frac{n(n-3)}{2}$. بنابراین داریم:

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 100$$

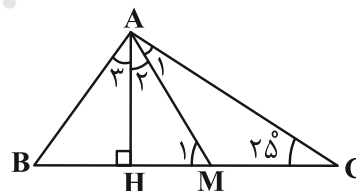
$$\Rightarrow n^2 - 3n - n^2 + 5n - 4 = 200$$

$$\Rightarrow 2n = 204 \Rightarrow n = 102$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه ۵۵)

۱۲۳- گزینه «۲»

(مهمرب بیریایی)

مطابق شکل فرض کنید AM و AH به ترتیب میانه و ارتفاع وارد بر وتر باشند. می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است؛ بنابراین داریم:

$$\triangle AMC: AM = MC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 25^\circ$$

$$\triangle AMC: \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$

$$\triangle AHM: \hat{H} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_7 + \hat{M}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_7 + 50^\circ = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_7 = 40^\circ$$

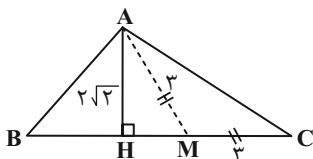
بنابراین زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، برابر 40° است.

(هنر سه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۰)

۱۲۴- گزینه «۳»

(سامان اسپهرم)

می‌دانیم که طول میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه، نصف طول وتر است.

پس $CM = AM = 3$ است. به کمک قضیه فیثاغورس در $\triangle AHM$ ، اندازه HM را پیدا می‌کنیم تا اندازه CH معلوم شود.

$$HM = \sqrt{9 - 8} = 1 \Rightarrow CH = 3 + 1 = 4$$

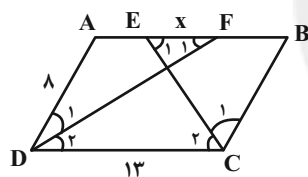
حال در مثلث AHC از فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$AC^2 = CH^2 + AH^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16 + 8 = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6}$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۰)

۱۲۵- گزینه «۲»

(علی ایمانی)

فرض کنید $EF = x$ باشد. در این صورت داریم:

$$AB \parallel DC \text{ و } DF \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{D}_7 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_7} \hat{F}_1 = \hat{D}_1$$

$$\xrightarrow{\triangle ADF} AF = AD = 8 \Rightarrow AE = AF - EF = 8 - x$$

$$AB \parallel DC \text{ و } CE \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{C}_7 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_7} \hat{E}_1 = \hat{C}_1$$

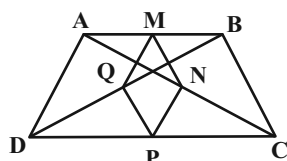
$$\xrightarrow{\triangle BCE} BE = BC = 8$$

$$AE + BE = AB \Rightarrow (8 - x) + 8 = 13 \Rightarrow x = 3$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۲۶- گزینه «۲»

(پوار فاطمی)





(امیرحسین ابومصوب)

۱۲۸- گزینه «۱»

هر دو n ضلعی منتظم همواره با هم متشابه‌اند، پس دو پنج ضلعی منتظم نیز با هم متشابه‌اند و نسبت محیط‌های آن‌ها برابر نسبت تشابه و نسبت مساحت‌های آن‌ها مجذور نسبت تشابه است. بسته به اینکه مساحت پنج ضلعی منتظم بزرگتر یا کوچکتر برابر ۱۰۰ باشد، مسئله دارای دو حالت است.

$$\text{حالت اول: } \frac{S}{S'} = k^2 \Rightarrow \frac{100}{S'} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S' = 625$$

$$\text{حالت دوم: } \frac{S}{S'} = k^2 \Rightarrow \frac{S}{100} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \Rightarrow S = 16$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

(سوام میبری پور)

۱۲۹- گزینه «۴»

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DECB}} = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{تفصیل نسبت در مخرج}} \frac{S_{ABC}}{S_{ABC} - S_{DECB}} = \frac{5}{5-4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{5}{1} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

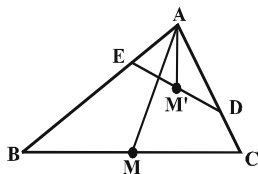
$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مفسر ربیعی)

۱۳۰- گزینه «۴»

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{A} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta}{ABC} \sim \frac{\Delta}{AED}$$

پس نسبت میانه‌های AM و AM' در دو مثلث متشابه ABC و AED برابر

است با نسبت تشابه، یعنی داریم:

$$\frac{AM'}{AM} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

در مثلث ABD ، نقاط M و Q به ترتیب وسط اضلاع AB و BD هستند،پس طبق تعمیم قضیه تالس، $MQ = \frac{1}{2}AD$ است. به دلیل مشابه بهترتیب در مثلث‌های ABC ، ADC و BDC ، $MN = \frac{1}{2}BC$.

$$NP = \frac{1}{2}AD \text{ و } PQ = \frac{1}{2}BC \text{ است و در نتیجه داریم:}$$

$$\text{محیط } MNPQ = \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC + \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}BC$$

$$= AD + BC = 3 + 3 = 6$$

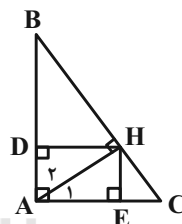
(هنرسه ۱- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۱۲۷- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ \xrightarrow{\hat{C} = \hat{B}} \hat{B} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow \hat{C} = 75^\circ$$

می‌دانیم اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، یکی از زوایای حاده برابر 15° باشد،آن‌گاه طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\frac{\Delta}{AHB} : \hat{B} = 15^\circ \Rightarrow HD = \frac{1}{4}AB$$

$$\frac{\Delta}{AHC} : \hat{A} = 15^\circ \Rightarrow HE = \frac{1}{4}AC$$

چهارضلعی $ADHE$ مستطیل است. در نتیجه داریم:

$$\frac{S_{ADHE}}{S_{ABC}} = \frac{HD \times HE}{\frac{1}{2}AB \times AC} = 2 \times \frac{HD}{AB} \times \frac{HE}{AC} = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

(هنرسه ۱- پندر ضلعی‌ها؛ صفحه ۶۴)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(معمدرضا پوریاوید)

موارد «ب» و «ت» نادرست است.

با افزایش ارتفاع از سطح زمین غلظت اجزای سازنده هواکره کمتر شده و در

نتیجه از مقدار فشار هوا کاسته خواهد شد.

گاز کربن مونوکسید در مقایسه با هوا، چگالی کمتری داشته و به سرعت در

محیط منتشر می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۴۷، ۵۷ و ۵۸)

۱۳۲- گزینه «۳»

(معمدرضا پوریاوید)

منابع زیرزمینی هلیوم بیشتر از مقدار آن در هواکره هستند.

مهم‌ترین کاربرد هلیوم در خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های

تصویربرداری است.

فراوان‌ترین گاز هواکره نیتروژن است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۱۳۳- گزینه «۲»

(امیر ماثمیان)

$$T_1 = -53 + 273 = 220\text{K} \Rightarrow \text{دمای ابتدای لایه (کلوین)}$$

$$\Delta K = 1/5 \Rightarrow \text{تغییرات دما به ازای یک کیلومتر افزایش ارتفاع}$$

$$\Delta h = \frac{\Delta T}{1/5} = \frac{T_2 - T_1}{1/5}$$

 Δh : تغییرات ارتفاع ΔT : تغییرات دما

$$40\text{ km} = \frac{T_2 - 220}{1/5} \Rightarrow 60 = T_2 - 220 \Rightarrow T_2 = 280\text{K}$$

(شیمی ۱- صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۱۳۴- گزینه «۲»

(امیر ماثمیان)

موارد (الف) و (پ) درست هستند.

ترکیب	شمار کاتیون شمار آنیون	ترکیب	تعداد اتم‌ها بار کاتیون	
NaCl	$\frac{1}{1} = 1$	MgO	$\frac{2}{2} = 1$	(آ)
LiI	$\frac{1}{1} = 1$	KF	$\frac{2}{1} = 2$	(ب)
FeS	$\frac{1}{1} = 1$	CuO	$\frac{2}{2} = 1$	(پ)
CrBr ₃	$\frac{1}{3}$	AlF ₃	$\frac{4}{3}$	(ت)

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)



۱۳۵- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

افزایش CO_2 و انحلال این گاز در آب باعث کاهش pH آب و اسیدی

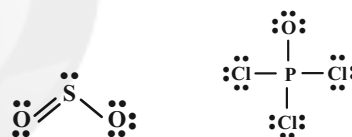
شدن آن می‌شود که نتیجه آن از بین رفتن آبزیانی مانند مرجان‌ها است.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۰، ۶۸ و ۶۹)

۱۳۶- گزینه «۳»

(محمدرضا پوریاوید)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده عبارتند از:

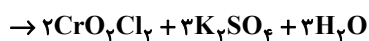
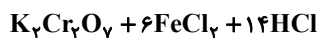
بنابراین تعداد جفت الکترون‌های ناپیوندی در اتم مرکزی POCl_3 و HCN با هم برابر بوده (فاقد جفت الکترون ناپیوندی هستند) و SO_2 و O_3 نیز تعداد پیوندهای اشتراکی یکسانی دارند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۳۷- گزینه «۱»

(محمدرضا پوریاوید)

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:



با توجه به این که نسبت مجموع ضرایب مولی واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها

در آن‌ها به ترتیب برابر با $\frac{5}{3}$ ، $\frac{21}{17}$ ، $\frac{10}{17}$ و $\frac{8}{8}$ است، این نسبت در

واکنش اول بیشتر از بقیه خواهد بود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)



۱۳۸- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

مقایسه میزان CO_2 تولید شده برای تولید یک کیلووات ساعت برق از

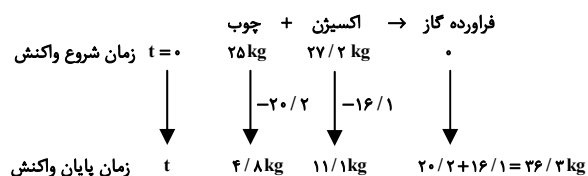
منابع مختلف به صورت زیر است:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشیدی > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۶، ۶۷)

۱۳۹- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)



مقدار جرم‌های کاسته شده در واکنش‌دهنده‌ها در فرآورده‌ها تولید می‌شود.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۵۶، ۵۷، ۶۱ و ۶۲)

۱۴۰- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) بخش کمی از پرتوهای خورشیدی به وسیله گازها به فضا برمی‌گردند.

ب) گازهای گلخانه‌ای بخشی از گرمای تابیده شده از سطح زمین را دوباره

بازمی‌گردانند.

ت) تعدادی از گازهای هواکره مانند CO_2 ، CH_4 و H_2O در ایجاد

اثر گلخانه‌ای موثر هستند.

(شیمی ۱- صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)