



آزمون «۱۰ شهریور ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید) دفترچه اجباری

زنگنه سوال

مدت پاسخ گویی: ۱۰۰ دقیقه

تعداد سوالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخگویی
حسابان ۱	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
هندسه ۲	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
آمار و احتمال	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
فیزیک ۲	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
شیمی ۲	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
ریاضی ۱	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
فیزیک ۱	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
جمع کل	۷۰	۱-۷۰	۱۰۰'

پدید آورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - سید رضا اسلامی - عباس اشرفی - محمد سجاد پیشوایی - رضا توکلی - سعید جعفری کافی آباد - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - سهیل ساسانی - یاسین سپهر - محمد حسن سلامی حسینی - فرشاد صدیقی فر - پویان طهرانیان - سعید علم پور - عزیزاله علی اصغری - حمید علیزاده - نیما کدیوریان - مصطفی کرمی - سعید مدیر خراسانی - رحیم مشتاق نظم - سروش موئینی - وهاب نادری - محمد مهدی وزیری
هندسه	محمد مهدی ابوترابی - امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - حمید رضا دهقان - سوگند روشنی - رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - رحیم مشتاق نظم - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - علی اکبر علی زاده - فرشاد فرامرزی - محمد علی کاظم نظری - علی منصف شکری - نیلوفر مهدوی - غلامرضا نیازی - عبدالرضا امینی نسب - میثم دشتیان - هاشم زمانیان - محمد ساکی - مهدی سلطانی - معصومه شریعت ناصری - مریم شیخ موپوریا - علاقه مند
فیزیک	مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - امیر احمد میر سعید - مصطفی واتقی
شیمی	محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - ایمان حسین نژاد - روزبه رضوانی - امیر حسین طیبی - امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه	هندسه	آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهر داد ملوندی	ویراستار استاد: مهر داد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد: محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهر داد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۱: مثلثات: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

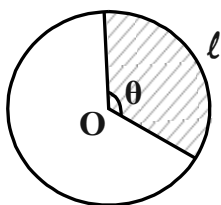
۱- مقدار متمم و مکمل زاویه 20° بر حسب رادیان، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۲) $\frac{4\pi}{9}$ و $\frac{11\pi}{18}$

(۱) $\frac{4\pi}{9}$ و $\frac{8\pi}{9}$

(۴) $\frac{7\pi}{18}$ و $\frac{8\pi}{9}$

(۳) $\frac{7\pi}{18}$ و $\frac{11\pi}{18}$

۲- اگر کمان ℓ به طول $\sqrt{12\pi}$ و زاویه θ مساوی $\frac{3\pi}{4}$ رادیان باشد، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۳- در دایره‌ای به شعاع ۹ واحد، طول کمان روبه‌رو با زاویه α برابر 12π می‌باشد. حاصل $\cos(\frac{3\pi}{4} - \alpha) + \sin(3\pi - 2\alpha)$ کدام است؟

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) صفر

(۴) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

۴- اگر $\cot 70^\circ = 0/3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin 520^\circ - \cos 200^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 430^\circ}$ کدام است؟

(۲) $\frac{13}{7}$

(۱) $\frac{8}{7}$

(۴) $\frac{11}{7}$

(۳) $\frac{9}{7}$

۵- اگر $\frac{\cos x}{1+\sin x} + \frac{4\cos x}{1-\sin x} = 4$ باشد، حاصل $\sin(\frac{9\pi}{4} - x) + 2\cos(\frac{9\pi}{4} + x)$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

محل انجام محاسبات

۶- حاصل عبارت $\cot\left(\frac{-15\pi}{4}\right)\tan^2\left(\frac{16\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{-13\pi}{3}\right)\sin^2\left(\frac{17\pi}{4}\right)$ کدام است؟

(۱) $-3/25$

(۲) $2/75$

(۳) $-2/75$

(۴) $3/25$

۷- حاصل عبارت $f(x) = \frac{\lambda \cos^2 x \cos^4 x}{\tan x + \cot x}$ به ازای $x = \frac{\pi}{48}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۸- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = b$ باشد، مقدار $\cos^2 x$ کدام است؟ ($b \neq 0$)

(۱) $2b$

(۲) $\frac{b}{2}$

(۳) $\frac{2}{b}$

(۴) $b + 2$

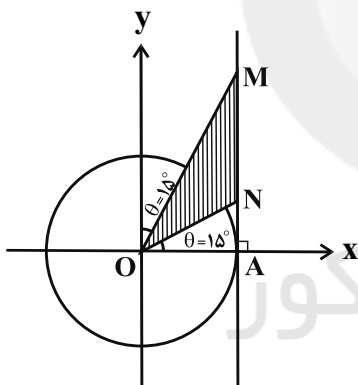
۹- در دایره مثلثاتی زیر، مساحت مثلث MON کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) ۲



۱۰- اگر $\sin x \cos y = \frac{2}{5}$ و $\cos x \sin y = \frac{3}{25}$ باشد، حاصل $\tan(x - y)$ کدام می تواند باشد؟

(۱) $\frac{7}{24}$

(۲) $\frac{24}{25}$

(۳) $\frac{24}{7}$

(۴) $\frac{25}{24}$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- یک تجانس غیر همانی، چند نقطه ثابت تبدیل دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

۱۲- کدام یک از گزینه‌های زیر، لزوماً برقرار نیست؟

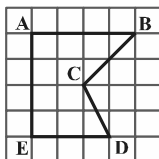
- (۱) تجانس، شیب خط را حفظ می‌کند. (۲) تجانس، اندازه زاویه را حفظ می‌کند.
(۳) تجانس، طول را حفظ می‌کند. (۴) نسبت تجانس، عددی حقیقی و غیر صفر است.

۱۳- اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و M' مجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس $\frac{5}{3}$ باشد، آنگاه $\frac{OM'}{MM'}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۴- اگر نقاط M ، N و P ، وسط‌های اضلاع مثلث دلخواه ABC باشند، آنگاه مثلث MNP ، مجانس مثلث ABC به کدام مرکز تجانس است؟

- (۱) محل هم‌مرسی میانه‌های مثلث ABC (۲) محل هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث ABC
(۳) محل هم‌مرسی نیم‌سازهای داخلی مثلث ABC (۴) محل هم‌مرسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث ABC

۱۵- در شکل زیر، اگر بخواهیم مساحت چندضلعی شبکه‌ای $ABCDE$ را بدون تغییر تعداد اضلاع و محیط آن، با تبدیل هندسی مناسب تا حد امکان افزایش دهیم، مقدار افزایش مساحت چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

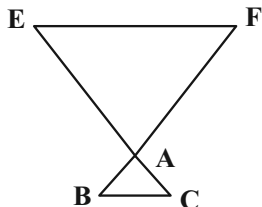
۱۶- اگر AT و AT' بر دو دایره متخارج $C(O, 4)$ و $C'(O', 4)$ با طول خط‌المركزین ۱۰ مماس و A مرکز تجانس معکوس دو دایره باشد، حاصل $AT + AT'$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۱۷- در شکل زیر مثلث‌های ABC و AEF ، دو مثلث متساوی‌الاضلاع به طول اضلاع ۱ و ۴ هستند. اگر $EF \parallel BC$ باشد، فاصله مراکز

تجانس مستقیم و معکوسی که پاره خط BC را بر روی پاره خط EF تصویر می‌کند، کدام است؟



$$(1) \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

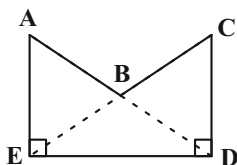
$$(2) \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) 6\sqrt{3}$$

$$(4) 8\sqrt{3}$$

۱۸- در شکل زیر $AE = CD$ و $\hat{D} = \hat{E} = 90^\circ$ است. اگر بخواهیم مساحت چندضلعی $ABCDE$ را بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع

آن افزایش دهیم، نسبت مساحت اولیه به مساحت چندضلعی بعد از افزایش مساحت آن کدام است؟



$$(1) 0/5$$

$$(2) 0/6$$

$$(3) 0/7$$

$$(4) 0/8$$

۱۹- نقاط $A(3,1)$ و $B(6,2)$ مفروض‌اند. اگر نقطه متحرک M روی خط $y = x$ باشد، کم‌ترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟

$$(4) \sqrt{26}$$

$$(3) 5$$

$$(2) 2\sqrt{6}$$

$$(1) 2\sqrt{5}$$

۲۰- مطابق شکل زیر، دو شهر A و B به فاصله ۱۰ کیلومتر از یکدیگر و به ترتیب به فاصله‌های ۳ و ۹ کیلومتر از ساحل دریا قرار

دارند. اگر بخواهیم جاده‌ای با کوتاه‌ترین طول ممکن بین این دو شهر احداث کنیم به گونه‌ای که ۳ کیلومتر از جاده در کنار

ساحل باشد، طول جاده بین A و B کدام است؟

• B

$$(1) 13$$

$$(2) 15$$

$$(3) 16$$

$$(4) 18$$

• A

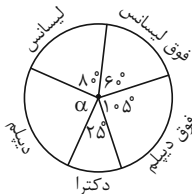
ساحل دریا

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۲۱- اداره‌ای ۱۴۴ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنها مطابق نمودار دایره‌ای زیر است. چند نفر از کارمندان مدرک دیپلم دارند؟

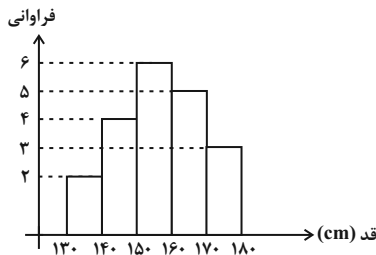


- (۱) ۳۵
(۲) ۳۶
(۳) ۳۷
(۴) ۳۸

۲۲- نمودار میله‌ای، بافت‌نگاشت و دایره‌ای، به ترتیب برای کدام یک از انواع داده‌ها مناسب‌اند؟

- (۱) کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته - کمی پیوسته
(۲) کمی پیوسته و کیفی - کمی پیوسته و کیفی - کمی گسسته و کیفی
(۳) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته - کمی پیوسته
(۴) کمی گسسته و کیفی - کمی پیوسته و کیفی - کمی پیوسته و کیفی

۲۳- نمودار بافت‌نگاشت زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. اگر دانش‌آموز جدیدی با قد ۱۶۴ سانتی‌متر به این کلاس اضافه شود، فراوانی نسبی دسته وسط چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) $\frac{1}{28}$ کم می‌شود.
(۲) $\frac{1}{28}$ زیاد می‌شود.
(۳) $\frac{1}{70}$ کم می‌شود.
(۴) $\frac{1}{70}$ زیاد می‌شود.

۲۴- اگر میانگین داده‌های ۲۸، ۲۷، a، ۲۴، ۱۴ و ۲۴، ۱۵ برابر نمای آنها باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۵- اگر میانگین داده‌های $2x_1 + 2, x_2 + 4, \dots, x_{17} + 24$ از دو برابر میانگین داده‌های $3x_1 + 5, 3x_2 + 5, \dots, 3x_{17} + 5$ هفده واحد کمتر باشد، حاصل $x_1 + x_2 + \dots + x_{17}$ کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۴۸ (۴) ۵۴

۲۶- اگر واریانس داده‌های $4z - 2, 5y + 1, 6$ و $3x - 9$ برابر صفر باشد، میانه داده‌های $y^2, 2z - 3, x + 1$ و $x - y$ کدام است؟

- (۱) $3/5$ (۲) ۴ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۲۷- n داده آماری با واریانس ۶ موجود است. اگر ۴ داده مساوی با میانگین را حذف کنیم، واریانس داده‌های باقی‌مانده برابر ۱۴ می‌شود. تعداد داده‌های اولیه کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۸

۲۸- ضریب تغییرات داده‌های آماری $\frac{2}{5}$ است. اگر همه داده‌ها ۳ برابر شوند و ۲ واحد به هریک اضافه شود، ضریب تغییرات $0/1$ می‌شود. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{3}{7}$

۲۹- اگر نمودار جعبه‌ای داده‌های مرتب شده ۳۰، ۲۷، ۲۶، ۲۴، ۲۲، ۲۰، ۱۸، ۱۷، ۱۵، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۷، ۵ را رسم کنیم، آن‌گاه اختلاف طول دو بخش جعبه که توسط میانه از هم جدا می‌شوند، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $0/5$ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۰- دانش‌آموزی ۱۲ درس دارد که در نمودار جعبه‌ای نمرات او، میانگین نمرات داخل جعبه ۱۵ و میانگین نمرات قبل و بعد از جعبه به ترتیب ۱۰ و ۱۷ می‌باشد. میانگین کل نمرات او کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) $14/25$ (۳) $14/5$ (۴) $14/8$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

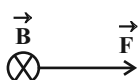
فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

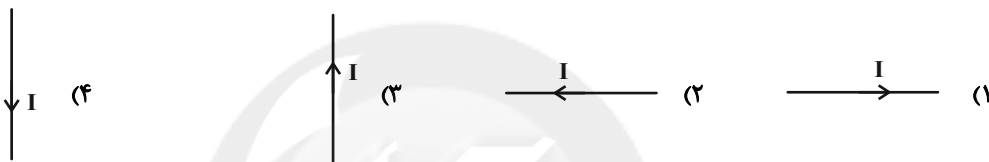
۳۱- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- (۱) در یک آهنربا، به هر شکلی که باشد، دو ناحیه وجود دارد که خاصیت مغناطیسی در آن‌ها بیش از قسمت‌های دیگر است.
 (۲) می‌توان قطب‌های N و S یک آهنربا را از هم جدا کرد.
 (۳) در پدیده القای مغناطیسی همواره ربایش (جذب) وجود دارد.
 (۴) هر خط میدان مغناطیسی یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهد.

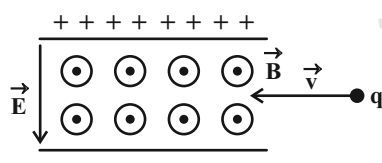
۳۲- در یک میدان مغناطیسی ثابت B که عمود بر صفحه کاغذ به طرف داخل است، نیروی F مطابق شکل از طرف میدان بر سیم



حامل جریان I اثر کرده است. در این صورت سیم حامل جریان کدام است؟

۳۳- ذره‌ای با بار الکتریکی $2\mu\text{C}$ با تندی $3 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تحت زاویه 37° وارد میدان مغناطیسی 2T می‌شود. اگر نیروی مغناطیسی تنهانیروی وارد بر بار باشد، کار انجام شده توسط میدان مغناطیسی پس از طی مسافت 10m چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

- (۱) صفر (۲) $1/92$ (۳) $7/2$ (۴) $9/6$

۳۴- ذره‌ای با بار منفی با تندی $4 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ مطابق شکل زیر وارد فضایی می‌شود که شامل میدان مغناطیسی و الکتریکی یکنواختاست. کدام گزینه وضعیت ذره را به درستی توصیف می‌کند. (از جرم ذره صرف نظر کنید.) ($B = 600\text{G}$ و $E = 1/6 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$)

(۱) ذره بدون تغییر جهت به مسیر خود ادامه می‌دهد.

(۲) به سمت بالا منحرف می‌شود.

(۳) به سمت پایین منحرف می‌شود.

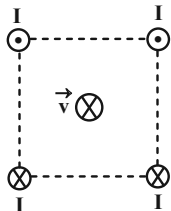
(۴) با توجه به بزرگی بار هر سه گزینه امکان دارد.

۳۵- سیمی به طول 1m که حامل جریان 2A است، روی محور x ها قرار گرفته و در فضایی که میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $\vec{B} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$ وجود دارد، قرار گرفته است. چند نیوتون نیرو از طرف این میدان مغناطیسی بر این سیم وارد می‌شود؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۴

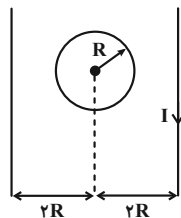
محل انجام محاسبات

۳۶- شکل زیر آرایش قرارگیری چهار سیم موازی حامل جریان I را که در گوشه‌های مربعی قرار گرفته‌اند نشان می‌دهد. اگر در وسط مربع الکترونی را در جهت نشان داده شده شلیک کنیم، نیرویی که به آن وارد می‌شود در کدام جهت است؟



- (۱) $\uparrow$
(۲) $\downarrow$
(۳) $\leftarrow$
(۴) $\rightarrow$

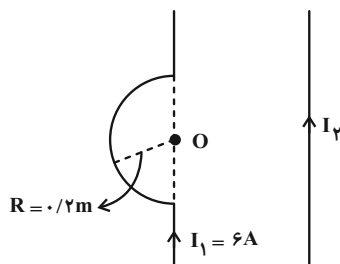
۳۷- در شکل زیر، اگر جریان دو سیم راست یکسان و برابر باشد برای آن که میدان مغناطیسی خالص در مرکز حلقه صفر شود، به ترتیب جریان‌های دو سیم نسبت به هم چه حالتی داشته و جهت جریان در حلقه به چه صورت است؟



- (۱) هم‌جهت، ساعتگرد
(۲) خلاف جهت، پادساعتگرد
(۳) هم‌جهت، پادساعتگرد
(۴) خلاف جهت، ساعتگرد

۳۸- در شکل زیر، اندازه میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان در مرکز نیم‌حلقه (نقطه O) برابر 0.1 G است. اندازه برایاند

میدان‌های مغناطیسی حاصل از نیم‌حلقه و سیم راست در نقطه O چند گاوس و در چه جهتی می‌باشد؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$)



- (۱) 0.1 G ، درون‌سو
(۲) 0.1 G ، برون‌سو
(۳) 0.19 G ، درون‌سو
(۴) 0.19 G ، برون‌سو

۳۹- سیمی به طول 10 m را به صورت سیم‌لوله‌ای به شعاع 5 cm درمی‌آوریم، به گونه‌ای که هیچ فاصله‌ای بین حلقه‌های آن باقی نماند. اگر قطر مقطع سیم 1 mm و جریان گذرنده از آن $\frac{100}{\pi} \text{ A}$ باشد، میدان مغناطیسی درون سیم‌لوله چند گاوس است؟

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-5} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}})$$

- (۱) 4 (۲) 0.4 (۳) 400 (۴) 4×10^{-4}

۴۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) پلاتین یک ماده پارامغناطیسی است.

(ب) اتم‌های مواد دیامغناطیسی به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

(پ) در آهنربای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی سخت استفاده می‌شود.

(ت) با حضور میدان مغناطیسی خارجی، دو قطبی‌های مغناطیسی در سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی القا می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۴۱- چه تعداد از عبارات زیر در مورد عوامل مؤثر بر سرعت واکنش نادرست است؟

(آ) فلزات در شرایط یکسان به شدت یکسان با مواد مختلف واکنش می‌دهند.

(ب) انجماد یکی از راه‌های افزایش مدت زمان نگهداری مواد غذایی است و اثر دما را در سرعت انجام واکنش نشان می‌دهد.

(پ) استفاده از کپسول اکسیژن در بیماران تنفسی اثر غلظت را در سرعت انجام واکنش نشان می‌دهد.

(ت) استفاده از مواد نگهدارنده در مواد غذایی اثر کاتالیزگر را در سرعت واکنش نشان می‌دهد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۴۲- کدام مطلب در مورد لیکوپن با فرمول مولکولی $C_{40}H_{56}$ درست است؟

(۱) یک هیدروکربن خطی سیر نشده با دوازده پیوند دوگانه کربن-کربن است.

(۲) گونه‌ای پراثری و ناپایدار است که فعالیت رادیکال‌ها را افزایش می‌دهد.

(۳) نوعی ریزمغذی است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد.

(۴) لیکوپن با به دام انداختن رادیکال‌ها و کاهش مقدار آن‌ها سبب انجام واکنش‌های ناخواسته می‌شود.

۴۳- با توجه به نمودار زیر، چند عبارت درست است؟

(الف) معادله واکنش می‌تواند $2B + A \rightarrow C$ باشد.

(ب) سرعت تولید C با سرعت مصرف B برابر است.

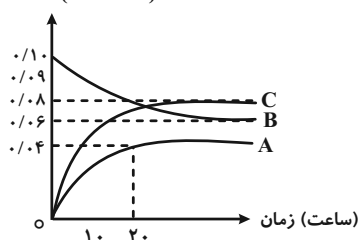
(پ) به ازای مصرف یک مول ماده C، ۲ مول ماده A و B تولید می‌شود.

۱ (۲)

۱ (صفر)

۳ (۴)

۲ (۳)

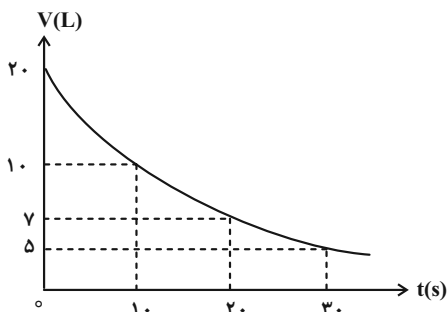
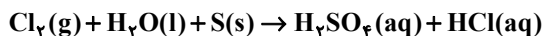
غلظت مولی ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)۴۴- با توجه به جدول زیر سرعت تولید Br_2 در بازه زمانی ۲۰ تا ۳۰ ثانیه چند مولار بر ثانیه است؟ $2\text{NOBr} \rightarrow 2\text{NO} + \text{Br}_2$

زمان (s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
$[\text{NOBr}]$	۰/۰۴	۰/۰۳	۰/۰۲۴	۰/۰۲	۰/۰۱۷

۲ $\times 10^{-4}$ (۲)۴ $\times 10^{-4}$ (۱)۶ $\times 10^{-4}$ (۴)۴ $\times 10^{-3}$ (۳)

۴۵- نمودار حجم-زمان داده شده، مربوط به گاز کلر در واکنش موازنه نشده زیر می‌باشد: در ۱۰ ثانیه سوم انجام این واکنش، سرعت متوسط

واکنش (برحسب مول بر دقیقه) و مقدار جرم هیدروکلریک اسید تولیدی (برحسب گرم) کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید،

حجم مولی گازها را در شرایط انجام واکنش $20 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید؛ $\text{Cl} = 35/5$ ، $\text{S} = 32$ ، $\text{O} = 16$ ، $\text{H} = 1$ ؛ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۷/۳ ، ۰/۱ (۱)

۷/۳ ، ۰/۲ (۲)

۳/۶۵ ، ۰/۱ (۳)

۳/۶۵ ، ۰/۲ (۴)

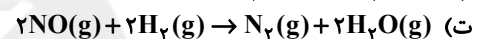
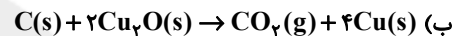
محل انجام محاسبات

۴۶- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) در واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید در دما و فشار اتاق در یک ظرف سربسته، با گذشت زمان از جرم مخلوط واکنش کاسته می‌شود.
- (۲) اگر در یک واکنش شیمیایی $\bar{R}_1$ ، $\bar{R}_2$ ، $\bar{R}_3$ به ترتیب بیانگر سرعت واکنش از ثانیه صفر تا ۳۰، سرعت واکنش از ثانیه ۳۰ تا ۶۰ و سرعت از ثانیه صفر تا ۶۰ باشند، رابطه $\bar{R}_1 > \bar{R}_2 > \bar{R}_3$ در میان آنها برقرار است.
- (۳) نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی به تعداد اتمهای موجود در بنزوئیک اسید بیشتر از یک است.
- (۴) سبزیجات و میوه‌ها، محتوی ترکیبهای آلی سیرنشده‌ای به نام ریزمغذی‌ها هستند که نقش بازدارندگی در برابر سرطان و پیروی زودرس دارند.
- ۴۷- کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟

- (الف) افزودن مقداری KI به محلول هیدروژن پراکسید، مدت زمان انجام واکنش تجزیه آن را افزایش می‌دهد.
- (ب) به منظور افزایش مقدار حجم گاز جمع‌آوری شده از محلول قرص جوشان در آب، می‌توان دمای آب را افزایش داد.
- (پ) در صورت کاهش فشار محفظه واکنش پودر کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید، سرعت واکنش کاهش می‌یابد.
- (ت) مقدار کاهش شدت رنگ آبی محلول CuSO_4 در واکنش با تیغه روی در دقیقه اول نسبت به دقیقه دوم بیشتر است.
- (۱) الف و ب (۲) ب و ت (۳) الف و پ (۴) پ و ت

۴۸- در چند مورد از واکنشهای زیر، با افزایش فشار سرعت واکنش نیز افزایش می‌یابد؟



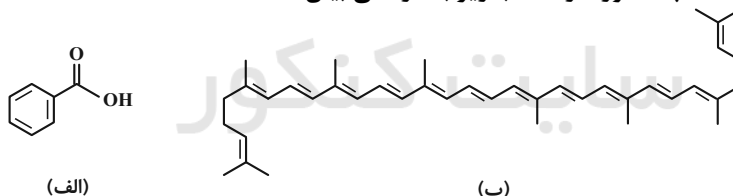
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۹- اگر در واکنش موازنه نشده زیر در پایان ثانیه ۱۰ غلظت مولی محلول نمک تولید شده $1/2 \times 10^{-2}$ مول بر لیتر بوده و در پایان ثانیه ۲۶۰ به $4/7 \times 10^{-2}$ مول بر لیتر برسد، سرعت متوسط تشکیل گاز حاصل در این فاصله زمانی چند مول بر لیتر بر ثانیه خواهد بود؟ (حجم مولی گازها در شرایط انجام واکنش را ۲۵ لیتر در نظر بگیرید.) ($\text{O} = 16, \text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{Cu} = 64: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



- (۱) 7×10^{-5} (۲) $1/4 \times 10^{-4}$ (۳) $2/1 \times 10^{-4}$ (۴) $2/8 \times 10^{-4}$

۵۰- با توجه به ساختارهای داده شده، چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟



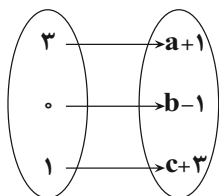
- * ترکیبهای (الف) و (ب) به ترتیب در توت‌فرنگی و هندوانه می‌توانند یافت شوند.
- * هر دوی این ترکیبها می‌توانند مدت زمان انجام واکنشهای خاصی را افزایش دهند.
- * در ساختار هر مولکول از ترکیب (ب) تعداد پیوندهای دوگانه برابر با مجموع تعداد اتمهای کربن و هیدروژن در ترکیب (الف) می‌باشد.
- * در ساختار هر مولکول از ترکیب (ب) تفاوت شمار اتمهای هیدروژن و شمار پیوندهای C-C برابر با ۳۰ می‌باشد.
- * ترکیب (الف) از نظر گروه عاملی به خانواده‌ای تعلق دارد که مجموع شمار جفت الکترونهای پیوندی و ناپیوندی در ساختار هر مولکول از آشناترین عضو آن خانواده، برابر با ۱۲ است.

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱: تابع + شمارش، بدون شمردن: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- اگر تابع $f(x) = ax^4 + bx^2 + 3x - 2x^2 + cx$ همانی باشد، وضعیت تابع روبرو چگونه است؟

(۱) همانی

(۲) ثابت

(۳) وارون‌پذیر

(۴) درجه دوم

۵۲- در کره‌ای به شعاع ۳، استوانه قائمی با ارتفاع h محاط شده است. تابع حجم استوانه بر حسب h کدام است؟

$$V = \pi(6-h)h^2 \quad (۲)$$

$$V = \pi(6-h^2)h \quad (۱)$$

$$V = \pi\left(9 - \frac{h}{4}\right)h^2 \quad (۴)$$

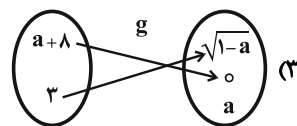
$$V = \pi\left(9 - \frac{h^2}{4}\right)h \quad (۳)$$

۵۳- اگر تابع $f(x) = \frac{(2a+1)x+5}{3x-1}$ در دامنه تعریف خود ثابت باشد، کدام تابع همانی است؟

$$\begin{cases} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ g(x) = ax \end{cases} \quad (۲)$$

$$g = \{(1, a+9), (1, 2+a)\} \quad (۱)$$

$$g = \{(a, a^2), (a^2, a)\} \quad (۴)$$

۵۴- تابع f همانی و تابع g ثابت است. اگر رابطه $\frac{f(3)}{g(3)} + \frac{1}{2}g(3) = \frac{5}{f(2)}$ برقرار باشد، مقدار $\left|g(0) - \frac{5}{2}\right|$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

(۱) صفر

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

(۳) ۱

محل انجام محاسبات

۵۵- مساحت ناحیه‌ای که به محورهای مختصات و نمودار توابع $f(x) = |x-2|$ و $g(x) = |x|+1$ محصور می‌شود، کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{9}{8}$

(۳) $\frac{15}{8}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۵۶- با حروف کلمه «فوتبالی» و بدون تکرار حروف، چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع و به حرف بدون نقطه ختم شود؟

(۱) $15 \times 5!$ (۲) $2 \times 5!$

(۳) $7!$ (۴) $2 \times 6!$

۵۷- فرض کنیم هفت نفر بخواهند سخنرانی کنند به طوری که بین دو نفر خاص، دقیقاً سه نفر سخنرانی داشته باشند. در این صورت این هفت نفر به چند صورت مختلف می‌توانند سخنرانی کنند؟

(۱) $6!$ (۲) $\binom{7}{2} \times 5!$

(۳) $2 \times 5!$ (۴) $(2 \times 5!)^3$

۵۸- در چند جایگشت از حروف کلمه «premier» حداقل یک حرف بین دو «r» فاصله وجود دارد؟

(۱) ۶۰۰ (۲) ۹۰۰

(۳) ۱۸۰۰ (۴) ۳۶۰۰

۵۹- با ارقام متمایز ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد طبیعی مضرب ۵ بیشتر از ۱۰۰۰ و فاقد رقم تکراری می‌توان ساخت؟

(۱) ۱۰۸ (۲) ۲۱۶

(۳) ۳۲۴ (۴) ۵۴۰

۶۰- ۳ ایرانی و ۴ فرانسوی به چند طریق می‌توانند وارد یک ساختمان شوند به طوری که بین هر دو ایرانی متوالی، یک فرانسوی باشد؟

(۱) ۱۴۴ (۲) ۲۸۸

(۳) ۴۳۲ (۴) ۸۶۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۶۱- یک دماسنج برحسب مقیاس سلسیوس و یک دماسنج برحسب مقیاس فارنهایت را درون یک ظرف حاوی الکل قرار می‌دهیم. عددی که دماسنج سلسیوس نشان می‌دهد ۸ واحد کمتر از عددی است که دماسنج فارنهایت نشان می‌دهد. دمای الکل چند درجه فارنهایت است؟

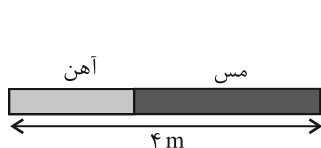
۵۸ (۴)

-۲۲ (۳)

-۱۸ (۲)

۶۶ (۱)

۶۲- مطابق شکل زیر، میله‌ای به طول ۴m که از دو قسمت آهنی و مسی تشکیل شده است، در دمای صفر درجه سلسیوس قرار دارد. اگر در اثر افزایش دمای یکنواخت میله به اندازه 100°C ، طول میله به اندازه $6/3\text{mm}$ افزایش یابد، چند درصد از طول



میله از جنس مس است؟ ($\alpha_{\text{آهن}} = 1/2 \times 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$ و $\alpha_{\text{مس}} = 1/8 \times 10^{-5} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$)

۶۲/۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)

۷۵ (۴)

۲۵ (۳)

۶۳- در یک ظرف ۲ لیتری به اندازه 1900cm^3 مایعی به ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ وجود دارد. اگر ضریب انبساط طولی ظرف

$\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ باشد، دمای مجموعه را چند درجه سلسیوس بالاتر ببریم تا مایع درون ظرف در آستانه سرریز شدن قرار بگیرد؟

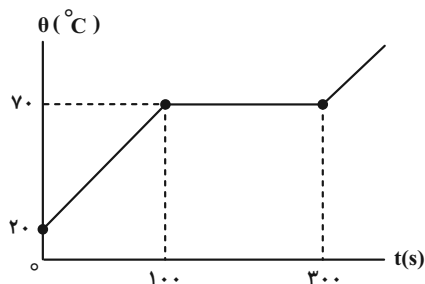
۲۲۲ (۴)

۱۲۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۱۱ (۱)

۶۴- شکل زیر، نمودار دما برحسب زمان را برای جسم جامدی به جرم 500g که توسط یک گرمکن 200W گرم شده است، نشان می‌دهد. نسبت گرمای ویژه جسم جامد به گرمای نهان ذوب آن در SI در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟



۱۰۰ (۱)

 $\frac{1}{100}$ (۲) $\frac{1}{150}$ (۳)

۱۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۵- در ظرفی مقداری آب 8°C وجود دارد. m گرم آب $\theta^{\circ}\text{C}$ به آن اضافه می‌کنیم تا دمای تعادل به 5°C برسد. اگر دوباره $3m$ گرم دیگر آب $\theta^{\circ}\text{C}$ در ظرف ریخته شود، دمای تعادل این بار به 40°C می‌رسد. در این صورت دمای آب اضافه شده ($\theta^{\circ}\text{C}$) چند کلوین است؟ (از مبادله گرما با ظرف صرف نظر می‌شود.)

- (۱) 308 (۲) 293 (۳) 298 (۴) 303

۶۶- توان یک گرمکن الکتریکی 1 kW است. این گرمکن پس از چند ثانیه 1 kg یخ 0°C را به آب 50°C تبدیل می‌کند؟

$$(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ و } c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}})$$

- (۱) 678 (۲) 520 (۳) 546 (۴) 620

۶۷- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) تبخیر سطحی مایع در هر دمایی رخ می‌دهد.

ب) با افزایش سطح مایع تبخیر سطحی سریع‌تر انجام می‌شود.

پ) با افزایش فشار وارد بر سطح مایع آهنگ تبخیر سطحی کند می‌شود.

ت) تا پیش از رسیدن به نقطه جوش مایع، تبخیر از سطح مایع رخ نمی‌دهد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۸- در چاله کوچکی 140 g آب 10°C قرار دارد. اگر بر اثر تبخیر سطحی مقداری از آب بخار و بقیه آن یخ ببندد، جرم آب بخار شده

$$\text{چند گرم است؟ } (L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, L_V = 2268000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \text{ و } c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}})$$

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۱۱۰

۶۹- با توجه به گزاره‌های داده شده، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف) ضریب انبساط سطحی یک جسم جامد تقریباً دو برابر ضریب انبساط طولی آن است.

ب) سریع‌ترین راه انتقال گرما از نقطه‌ای به نقطه دیگر تابش است.

پ) تنها راه انتقال گرما در خلأ از طریق همرفت رخ می‌دهد.

ت) افزایش دمای یک لوله مسی، حجم فضای داخلی آن را زیاد می‌کند.

- (۱) الف و ب (۲) الف، پ و ت (۳) پ و ت (۴) الف، ب و ت

۷۰- در سرنگی به طول 18 cm مقداری هوا در دمای 27°C داریم. با فشردن سرنگ، فشار هوای درون آن 20% درصد و دمای آن نیز

30°C افزایش می‌یابد. طول استوانه هوا به چند سانتی‌متر رسیده است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶/۵ (۴) ۱۷



آزمون «۱۰ شهریور ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی (دفترچه اختیاری)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۹۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۷۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
حسابان ۲	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
فیزیک ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
شیمی ۳	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
هندسه ۱	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
شیمی ۱	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان‌بابایی مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین‌کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد: محمدحسن محمدزاده مقدم
	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیرحسین مسلمی
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۳۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۷۱- ضابطه $y = f(x)$ کدام باشد تا نمودار تابع $y = \frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی باشد؟

$\sqrt{x}$ (۴)

x^2 (۳)

$|x|$ (۲)

x (۱)

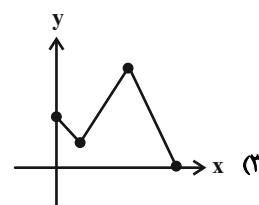
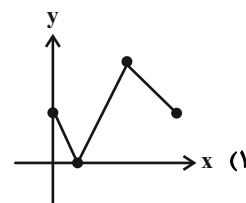
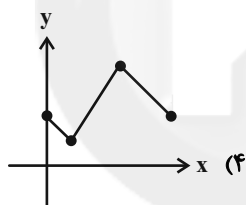
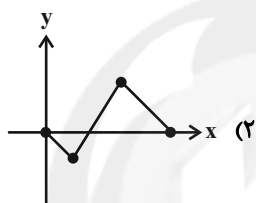
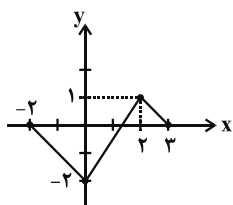
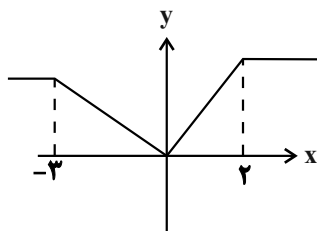
۷۲- $g(x)$ خارج قسمت تقسیم $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + a$ بر $x+2$ است و $f(x)$ و $g(x)$ در تقسیم بر $x+1$ ، باقی‌ماندهیکسان دارند. $f(\frac{a}{3})$ کدام است؟

-1 (۴)

2 (۳)

1 (۲)

صفر (۱)

۷۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = -\frac{1}{3}f(3-2x) + 1$ کدام است؟۷۴- اگر نمودار تابع $y = f(x+2)$ به صورت زیر باشد تابع $y = 2 - 4f(\frac{4-x}{2})$ در کدام بازه اکیداً نزولی است؟

$[1, 10]$ (۱)

$[0, 6]$ (۲)

$[4, 12]$ (۳)

$[7, 15]$ (۴)

۷۵- نقطه $A(3, 1)$ واقع بر منحنی تابع $y = f(2x-1)$ است. اگر نقاط A' و A'' متناظر نقطه A باشند و به ترتیب واقع بر منحنیتوابع $y = f(x)$ و $y = -3f(\frac{1}{4}x + 1) + 1$ باشند، آنگاه تابعی که فقط شامل نقطه A و A' و A'' باشد، چگونه است؟

(۱) اکیداً یکنوا است.

(۲) یکنوا است اما اکیداً یکنوا نیست.

(۳) هم صعودی و هم نزولی است.

(۴) غیر یکنوا است.

محل انجام محاسبات

۷۶- دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin 3x|$ چند برابر دوره تناوب تابع $g(x) = |\sin(3x) + \frac{1}{4}|$ است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

۷۷- تابع $f(x) = |1 - \tan 2\pi x|$ در کدام بازه یکنوا است؟

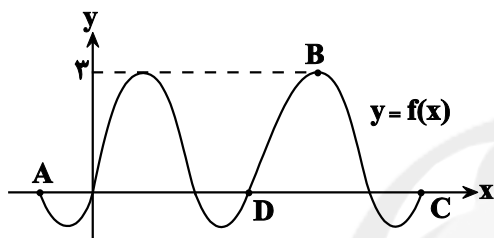
(۴) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

(۳) $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$

(۲) $(\frac{1}{8}, \frac{1}{3})$

(۱) $(0, \frac{1}{4})$

۷۸- شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx - \frac{2\pi}{3}) + 1$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $3/5\pi$ واحد مربع باشد، حاصل $f(\frac{23\pi}{12})$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $2\sqrt{3} - 1$

(۳) $-\sqrt{3} + 1$

(۴) $\frac{3}{2}$

۷۹- تابع $y = a - b \sin(3x - \frac{\pi}{12})$ با فرض $a > 0$ و $b > 0$ در نقاط x_1 و x_2 در بازه $(0, \frac{2\pi}{3})$ به ترتیب دارای مینیمم و ماکزیمم است.

حاصل $x_2 - x_1$ کدام است؟

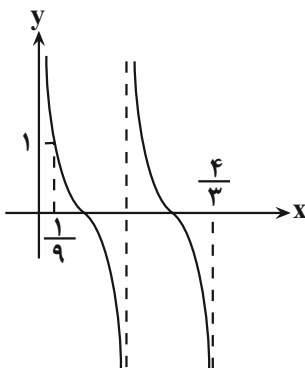
(۴) $-\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $-\frac{\pi}{3}$

۸۰- نمودار تابع $f(x) = a \tan((bx + 1)\frac{\pi}{9})$ مطابق شکل زیر است. حاصل $\sqrt{3}a + b$ کدام می تواند باشد؟



(۱) $\sqrt{3} - 3$

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) $-\sqrt{3}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۲۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۸۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $(A^{10} - A^9)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) -۲

۸۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، درایه واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس BCA کدام است؟

(۱) ۱۰۴ (۲) ۱۲۰

(۳) ۱۳۴ (۴) ۱۷۶

۸۳- اگر a عددی غیرصفر باشد، آنگاه به ازای کدام مقدار a ، معادله $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -x \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ -1 \end{bmatrix}$ تنها یک جواب حقیقی متمایز دارد؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) ۴ (۴) -۴

۸۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2x+1 & x+2y \\ x-y+3 & y+2 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $A^4 + A^5$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱۶۲

(۳) ۳۲۴ (۴) ۶۴۸

۸۵- اگر A یک ماتریس مربعی از مرتبه ۲ بوده و ماتریس‌های A و $3I - A$ وارون هم باشند، مجموع درایه‌های ماتریس

$(A + A^{-1})^2$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۸

(۳) ۱۲ (۴) ۸۱

محل انجام محاسبات

۸۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $AB = B + 2I$ باشد، ماتریس B کدام است؟

$$(1) \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۸۷- اگر ماتریس A در رابطه $A^T + A^T + A + I = \bar{O}$ صدق کند، وارون ماتریس A کدام است؟

$$(1) -A^T - A \quad (2) A^T$$

$$(3) -A^T + I \quad (4) A^T - A$$

۸۸- اگر وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix}$ به صورت $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ باشد، نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟ ($m \neq 0$)

$$(1) \frac{3}{2} \quad (2) \frac{2}{3}$$

$$(3) \frac{3}{4} \quad (4) \frac{4}{3}$$

۸۹- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m+1)x + 3y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب است؟

$$(1) 2 \quad (2) -2$$

$$(3) 3 \quad (4) -3$$

۹۰- اگر دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ bx - 5y = 7 \end{cases}$ برابر ۱۷ باشد، مقدار x کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) -1$$

$$(3) 2 \quad (4) -2$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش آموزان اختیاری است.

۹۱- اگر ۱۲ روز بعد شنبه باشد، چندروز قبل دوشنبه بوده است؟

(۲) ۴۸

(۱) ۳۳

(۴) ۳۵

(۳) ۴۶

۹۲- چند عدد طبیعی دورقمی وجود دارد که ۷ برابر آن به علاوه ۵ بر ۹ بخش پذیر باشد؟

(۲) ۱۰

(۱) ۹

(۴) ۱۲

(۳) ۱۱

۹۳- باقی مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{13} \times 12 + 10$ بر عدد ۷ کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۹۴- چند عدد طبیعی a وجود دارد به طوری که اعداد $\frac{1400}{a}$ و $\frac{a}{20}$ نیز طبیعی باشند؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۶

(۳) ۹

۹۵- اگر $A = \{6k+1 : k \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{8k+3 : k \in \mathbb{Z}\}$ باشد، آنگاه $A \cap B$ کدام است؟(۲) $\{24k+3 : k \in \mathbb{Z}\}$ (۱) $\{48k+3 : k \in \mathbb{Z}\}$ (۴) $\{24k-5 : k \in \mathbb{Z}\}$ (۳) $\{48k+19 : k \in \mathbb{Z}\}$

محل انجام محاسبات

۹۶- اگر $(a, 6) = (b, 7)$ باشد، آنگاه کدام نتیجه گیری همواره درست است؟

(۲) $(a, 7) = (b, 6)$

(۱) $(a, b) = ۱$

(۴) هیچ کدام

(۳) $(a, 2) = (a, 3)$

۹۷- چند عدد طبیعی مانند a وجود دارد به طوری که عدد $a^2 + 2$ بر عدد $a + 4$ بخش پذیر باشد؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۱۲

(۳) ۶

۹۸- باقی مانده تقسیم a بر ۸ و ۶ به ترتیب برابر ۵ و ۱ است. باقی مانده تقسیم a بر ۲۴ کدام است؟

(۲) ۱۷

(۱) ۲۱

(۴) ۱۱

(۳) ۱۳

۹۹- اگر عدد $4abab$ مضرب ۱۱ باشد، بزرگ ترین مقدار ممکن برای $a + b$ کدام است؟

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

(۴) ۱۶

(۳) ۱۴

۱۰۰- اگر دو عدد $2a + 9$ و $7a - 4$ در یک دسته هم نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار داشته باشند، آنگاه به ازای کدام مقدار b ، عدد

$a^3 + a^2 + 3a + b$ به دسته هم نهشتی $۱۱[۷]$ تعلق دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۳۵

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- معادله سرعت- زمان متحرکی که روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = 3t^2 - 6t$ است. شتاب متوسط

متحرک در ۳ ثانیه دوم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۲۸ (۴)

۱۴ (۳)

۲۱ (۲)

۷ (۱)

۱۰۲- معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = -t^2 + 6t - 6$ است. مسافتی که متحرک در بازه زمانی صفر تا $t = 6s$ طی می‌کند،

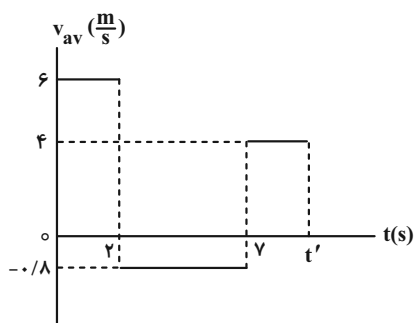
چند متر است؟

۳۶ (۴)

۱۸ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

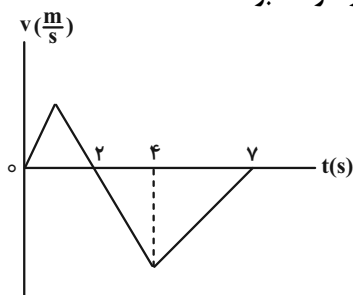
۱۰۳- متحرکی بر روی محور x ها در حرکت است و نمودار سرعت متوسط آن بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. اگر تنیدی متوسطاین متحرک در t' ثانیه اول، ۳ متر بر ثانیه باشد، مقدار t' چند ثانیه است؟

۱۳ (۱)

۱۲ (۲)

۲۰ (۳)

۱۰ (۴)

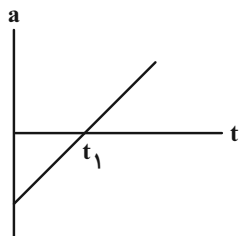
۱۰۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک دربازه زمانی $t = 3s$ تا $t = 5s$ برابر ۲۰ متر باشد، جابجایی آن در این بازه زمانی چند متر خواهد بود؟

صفر (۱)

۲۰ (۲)

-۲۰ (۳)

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

۱۰۵- متحرکی با سرعت اولیه v_0 در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر نمودار شتاب- زمان این متحرک مطابق شکل زیر

باشد، کدام گزینه درباره نوع حرکت این متحرک به درستی بیان شده است؟

(۱) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده و در نهایت کندشونده است.

(۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده و در نهایت تندشونده است.

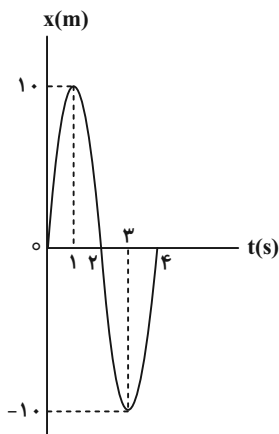
(۳) پیوسته کندشونده است.

(۴) پیوسته تندشونده است.

محل انجام محاسبات

۱۰۶- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه

زمانی ۱s تا ۳s چند متر بر مربع ثانیه است؟



(۱) ۵

(۲) ۱۰

(۳) -۱۰

(۴) صفر

۱۰۷- معادله مکان- زمان جسمی به جرم 5 kg که بر روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 8t - 10$ است.

اندازه نیروی خالص وارد بر این جسم چند نیوتون و در چه جهتی است؟

(۲) ۲، در خلاف جهت محور x (۱) ۲، در جهت محور x (۴) ۱، در خلاف جهت محور x (۳) ۱، در جهت محور x

۱۰۸- به جسمی به جرم 3 kg نیروهای $\vec{F}_1 = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ و $\vec{F}_2 = 6\vec{i} - 9\vec{j}$ در SI وارد می شود. اگر شتاب این جسم برابر

$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_3$ چند نیوتون است؟

(۴) ۸

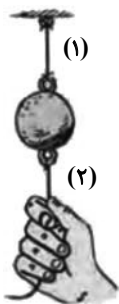
(۳) ۵

(۲) ۷

(۱) ۶

۱۰۹- مطابق شکل زیر یک گوی فلزی توسط نخ به سقف متصل شده است. اگر ناگهان نخ را بکشیم، طبق قانون نیوتون نخ

..... پاره می شود و اگر به آرامی نیروی وارد بر نخ پایینی را زیاد کنیم، نخ پاره می شود.



(۱) ، (۲) ، سوم (۱)

(۲) ، (۱) ، سوم (۲)

(۱) ، (۲) ، اول (۳)

(۲) ، (۱) ، اول (۴)

۱۱۰- مطابق شکل زیر شخصی با نیروی افقی جعبه ای را روی سطح افقی به سمت شرق هل می دهد. با توجه به قانون سوم نیوتون،

واکنش نیروی وارد بر جعبه از طرف شخص و زمین به ترتیب در کدام جهت است؟

(۱) غرب، بالا

(۲) غرب، پایین

(۳) شرق، بالا

(۴) شرق، پایین



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی / تاریخچه صابون تا انتهای pH: صفحه‌های ۱ تا ۲۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) انسان‌ها با الهام از طبیعت و شناخت مولکول‌ها و رفتار آن‌ها، راهی برای زدودن آلودگی‌ها پیدا کردند.
 (۲) چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها برای نظافت از موادی استفاده می‌کردند که شباهتی به صابون امروزی نداشت.
 (۳) به دلیل نبود بهداشت و آلوده شدن آب حتی بیماری‌های غیرواگیردار مثل وبا به سرعت شیوع می‌یابد.
 (۴) از گذشته تاکنون با وجود افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی کاهش یافته است.

۱۱۲- چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟

- * مجموع شمار پیوندهای یگانه و شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار هر مولکول اوره برابر با ۱۰ است.
 * عسل همانند نمک خوراکی و برخلاف $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COONa}$ در C_8H_{18} حل نمی‌شود.
 * مجموع شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ در هر مولکول از ترکیب‌های اتیلن گلیکول و وازلین، یک واحد از شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی روغن زیتون بیشتر است.

۳ (۴)

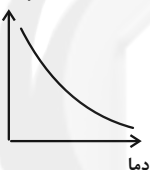
۲ (۳)

۱ (۲)

۱ (صفر)

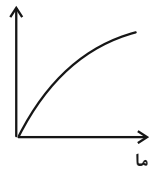
۱۱۳- کدام نمودار زیر نادرست است؟ (روند صعودی یا نزولی نمودارها مورد توجه باشد.)

درصد لکه باقی مانده



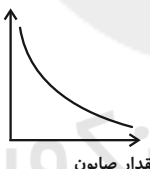
(۲)

قدرت پاک‌کنندگی صابون



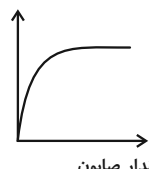
(۱)

مقدار پاک‌کنندگی



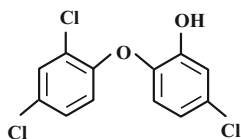
(۴)

ارتفاع کف ایجاد شده



(۳)

۱۱۴- با توجه به ساختارهای (الف) و (ب)، چند عبارت درست است؟

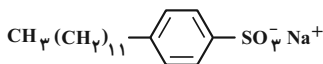


(الف)

- هر دو ترکیب آروماتیک هستند.
 - می‌توان ترکیب (الف) را به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی به صابون اضافه کرد.

- نسبت شمار اتم‌های ترکیب (ب) به شمار عنصرهای ترکیب (الف)، برابر ۱۲ است.

- صابون محتوی ترکیب (الف) نسبت به صابون مراغه عوارض جانبی شیمیایی کمتری دارد.



(ب)

۲ (۲)

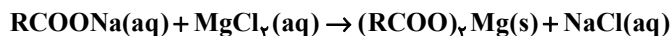
۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۱۵- با توجه به معادله موازنه نشده زیر، از واکنش کامل ۶۱/۲ گرم صابون با مقدار کافی محلول منیزیم کلرید، چند گرم رسوب حاصل می‌شود؟ (R را گروه هیدروکربنی خطی و سیر شده با ۱۷ اتم کربن در نظر بگیرید.)



(۴) ۳۶

(۳) ۲۹/۵

(۲) ۵۹

(۱) ۱۱/۸

۱۱۶- مطابق مدل آرنیوس محلول در آب به شمار می‌آید، چرا که پس از حل شدن در آب باعث افزایش مقدار یون خواهد شد.

(۲) منیزیم کلرید، باز، OH^- (۱) اتیلن گلیکول، اسید، H_3O^+ (۴) اتانول، باز، OH^- (۳) کربن دی‌اکسید، اسید، H_3O^+

۱۱۷- کدام گزینه درباره ترکیب‌های زیر به نادرستی بیان شده است؟

«دی نیتروژن پنتا اکسید- لیتیم اکسید- باریم اکسید- گوگرد تری اکسید- کربن دی اکسید- سدیم هیدروکسید»

(۱) حدود ۶۷٪ از آن‌ها در فشار اتاق، نقطه ذوب بیشتر از $25^\circ C$ دارند.

(۲) نیمی از آن‌ها در صورت اضافه شدن به آب مقطر، pH آن را کاهش می‌دهند.

(۳) در دمای معین، از بین محلول‌های یک مولار از هر یک از اسیدهای آرنیوس، محلول دی نیتروژن پنتا اکسید رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

(۴) در صورت حل کردن یک مول از هر یک از اسیدهای بازی در مقدار کافی آب، در مجموع ۵ مول OH^- تولید می‌شود.

۱۱۸- نسبت غلظت یون هیدروکسید به هیدرونیوم در ۲ لیتر محلول ۱/۲۵ مولار از اسید HX در دمای اتاق برابر 4×10^{-10} می‌باشد؛

pH و درصد یونش محلول اسید به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

(۴) ۰/۴ ، ۲/۷

(۳) ۰/۴ ، ۲/۳

(۲) ۰/۲ ، ۲/۷

(۱) ۰/۲ ، ۲/۳

۱۱۹- کدام یک از عبارت‌های زیر در مورد مخلوط پودری سدیم هیدروکسید و آلومینیم درست است؟

(آ) برای باز کردن مجاری مسدود شده با اسیدهای چرب و استرهای سنگین کاربرد دارد.

(ب) در اثر واکنش با چربی‌ها، گاز هیدروژن تولید می‌کند.

(پ) از نظر شیمیایی فعال است و جزو پاک‌کننده‌های خورنده محسوب می‌شود.

(ت) در اثر حل شدن در آب، باعث افزایش دمای محلول می‌شود.

(۴) همه موارد

(۳) ب، پ، ت

(۲) آ، پ، ت

(۱) آ، ب، پ

۱۲۰- چند میلی‌لیتر گاز هیدروژن فلوئورید را در شرایط STP در ۱/۵ لیتر آب مقطر حل کنیم تا pH آب به اندازه ۴ واحد کاهش

یابد؟ (از تغییر حجم محلول بر اثر انحلال گاز، صرف نظر کنید؛ ثابت یونش HF را در شرایط آزمایش برابر با $6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$

در نظر بگیرید.)

(۴) ۸۹/۶

(۳) ۷۹/۶

(۲) ۴۴/۸

(۱) ۲۲/۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

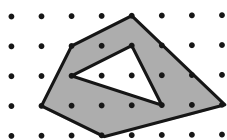
۱۲۱- مجموع فواصل هر نقطه دلخواه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت $۳\sqrt{۳}$ از سه ضلع مثلث کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $۲\sqrt{۳}$ (۴) $۳\sqrt{۲}$

۱۲۲- در یک لوزی، یکی از قطرهای چهار برابر دیگری بوده و اندازه ضلع لوزی برابر $۲\sqrt{۱۷}$ است. مساحت لوزی کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۳۲ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۱۲۳- در شکل مقابل، مساحت قسمت سایه زده کدام است؟

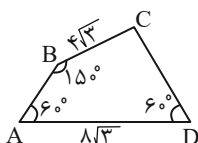


- (۱) ۱۱
(۲) $۱۱/۵$
(۳) ۱۲
(۴) $۱۲/۵$

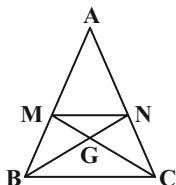
۱۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $\hat{A} = ۳۰^\circ$ و $AB = AC = ۱۲$ است. اگر نقطه D واقع بر قاعده BC به فاصله ۲ واحد از AB باشد، فاصله D از AC کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $۳/۵$ (۳) ۴ (۴) $۴/۵$

۱۲۵- مساحت چهارضلعی شکل مقابل کدام است؟



- (۱) $۲۰\sqrt{۳}$
(۲) ۳۶
(۳) ۴۵
(۴) $۴۰\sqrt{۳}$

۱۲۶- در شکل زیر نقاط M و N وسط‌های اضلاع AB و AC هستند. مساحت مثلث AMN چند برابر مساحت مثلث BGC است؟

- (۱) $\frac{۳}{۲}$
(۲) $\frac{۴}{۳}$
(۳) $\frac{۲}{۳}$
(۴) $\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

۱۲۷- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای $7/5$ واحد مربع است. تعداد نقاط درونی این چندضلعی چند مقدار متفاوت می‌تواند داشته باشد؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

۱۲۸- مربع ABCD به طول ضلع a را در نظر بگیرید، اگر روی هر ضلع مربع دو نقطه طوری قرار دهیم که فاصله هر نقطه از رئوس نزدیک‌تر

مربع برابر با $\frac{a}{4}$ باشد و نقاط حاصل را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، مساحت مربع چند برابر مساحت چند ضلعی حاصل خواهد بود؟

(۲) $\frac{8}{7}$ (۱) $\frac{6}{5}$ (۴) $\frac{7}{6}$ (۳) $\frac{9}{8}$

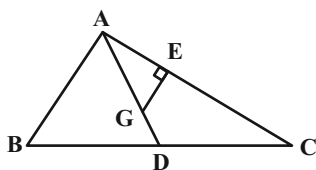
۱۲۹- در مثلث ABC، محل برخورد میانه‌هاست. اگر $CE = 6$ ، $AE = 4$ و $GE = 3$ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۳۰

(۳) ۴۵

(۴) ۶۰



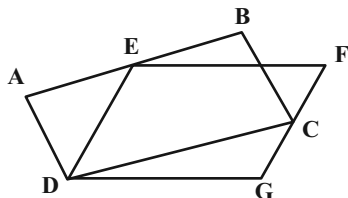
۱۳۰- مطابق شکل زیر، چهارضلعی‌های ABCD و EFGD متوازی‌الاضلاع هستند. نقاط E و C به ترتیب روی اضلاع AB و FG و

قرار دارند. نسبت مساحت EFGD به مساحت ABCD کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) کوچک‌تر از ۱

(۴) بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از $\frac{5}{4}$ 

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی / آب، آهنگ زندگی (تأثر غلظت مولی): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- چند عبارت زیر درست است؟

الف) ملاحظات سیاسی جزو توسعه پایدار است.

ب) مولکول‌های اوزون در هواکره فقط در منطقه مشخصی از استراتوسفر قرار دارند.

پ) دگرشکل‌ها عنصرهایی هستند که فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوتی دارند.

ت) در باتری‌های قابل شارژ واکنش شیمیایی برگشت‌پذیر رخ می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۲- اگر طی واکنش تجزیه کلسیم کربنات در یک ظرف سر باز، ۵۰ گرم از این ماده به‌طور ناقص تجزیه شود و ۱۳/۲ گرم از جرم مواد جامد

درون ظرف کاسته شود، اختلاف جرم مواد جامد باقی‌مانده درون ظرف کدام است؟ ($\text{Ca} = 40$, $\text{O} = 16$, $\text{C} = 12$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲/۴ (۱) ۳/۲ (۲) ۴ (۳) ۴/۸ (۴)

۱۳۳- چند مورد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟ ($\text{Cl} = 35.5$, $\text{S} = 32$, $\text{O} = 16$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)* عبارت «یک مول گاز کلر در دمای 25°C » می‌تواند توصیف کاملی از یک نمونه گاز باشد.

* در شرایط STP یک مول از هر ماده‌ای، ۲۲/۴ لیتر حجم دارد.

* اگر در یک شرایط خاص حجم ۳۲ گرم از گاز SO_2 ، ۲۵ لیتر باشد؛ ۱۰ لیتر از گاز کلر، ۱۴/۲ گرم جرم خواهد داشت.

* در شکل زیر اگر در دمای ثابت یکی از وزنه‌های بالای پیستون را برداریم، چگالی گاز موجود در محفظه افزایش می‌یابد.



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۴- چند مورد از مطالب زیر، درباره فرایند تهیه آمونیاک به روش هابر، درست است؟ ($\text{N} = 14$, $\text{H} = 1$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ترکیب موجود در مخلوط واکنش دارای بیشترین نقطه جوش است.

- پس از موازنه معادله واکنش، مجموع جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی فراورده، کمتر از این مجموع در واکنش‌دهنده‌هاست.

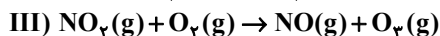
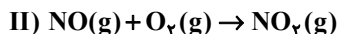
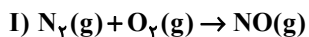
- برای تولید هر گرم آمونیاک، یک گرم هیدروژن مصرف می‌شود.

- میان واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها، در مجموع دو نوع عنصر دیده می‌شود که جزو هشت عنصر فراوان مشتری هستند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۳۵- مطابق واکنش‌های موازنه نشده داده شده که مربوط به تولید اوزون تروپوسفری می‌باشد؛ در صورت مصرف $9/03 \times 10^{24}$ اتم

نیتروژن در واکنش (I)، جرم اوزون تروپوسفری تولیدی در واکنش (III) و مجموع حجم گاز اکسیژن مصرفی در این سه

واکنش پس از تبدیل به شرایط STP به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\text{O} = 16$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۶۷۲، ۳۶۰ (۱) ۶۷۲، ۷۲۰ (۲) ۱۳۴۴، ۳۶۰ (۳) ۱۳۴۴، ۷۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۳۶- چند مورد از مطالب زیر به نادرستی بیان شده است؟

- * جرم کل مواد حل شده در آب‌های کره زمین تقریباً ثابت است.
- * عبارت «جانداران آبی سالانه میلیاردها تن CO_2 را وارد هواکره می‌کنند» بیانگر ارتباط بین آب کره و هواکره است.
- * نسبت $\frac{\text{شمار اتم‌ها}}{\text{مقدار بار}}$ در هر واحد فرمولی از فراوان‌ترین آنیون چند اتمی موجود در آب دریا برابر ۲/۵ است.

- * سرم فیزیولوژی و ضدیخ به ترتیب محلول‌هایی از سدیم کلرید و اتیلن گلیکول در آب هستند.
 - * شدت رنگ آبی محلول‌های ۲٪ جرمی و ۲۰۰۰۰ ppm از مس (II) سولفات با یکدیگر یکسان است.
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۳۷- شمار اتم‌های اکسیژن موجود در ۱۸۰ گرم محلول ۷۱٪ جرمی سدیم سولفات در آب، برابر چند مول می‌باشد؟

$$(S = 32, Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

- (۱) ۲/۹ (۲) ۳/۶ (۳) ۶/۵ (۴) ۹/۴

۱۳۸- با توجه به جدول زیر، اگر محلول حاوی کاتیون ترکیب ردیف از ستون را به محلول حاوی آنیون ترکیب ردیف از ستون اضافه کنیم؛ رسوب سفید رنگ حاصل می‌شود و در درصد از ترکیبات موجود در جدول، نسبت شمار اتم‌ها به عنصرها، بیشتر از ۲ است.

	I	II
a	باریم برمید	آلومینیم نیترات
b	آهن (III) فسفات	لیتیم کلرید
c	نقره فلوئورید	کلسیم هیدروکسید
d	آمونیم کربنات	پتاسیم سولفات

(۲) I, b, II, c, ۵۰

(۱) I, d, II, b, ۵۰

(۴) II, d, I, a, ۳۷/۵

(۳) II, a, I, c, ۳۷/۵

۱۳۹- نسبت شمار آنیون به کاتیون در چند ترکیب زیر برابر نسبت شمار آنیون به کاتیون در نیکل (III) سولفید است؟

- باریم فسفات
 - آلومینیم کربنات
 - اسکاندیم سولفات
 - گالیوم سولفات
 - کروم (III) نیترات
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۴۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

- الف) ترتیب مقدار آنیون‌های حل شده در آب در صورت $(\text{Br}^- < \text{SO}_4^{2-} < \text{CO}_3^{2-} < \text{Cl}^-)$ است.
 - ب) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم آب‌های موجود، نیمی از آن را تا ارتفاع ۲ متر می‌پوشانند.
 - پ) بزرگ‌ترین منابع آب در کره زمین به ترتیب در اقیانوس‌ها و کوه‌های یخی و آب‌های زیرزمینی می‌باشند.
 - ت) بخشی از ۶۵٪ درصد آب‌های کره زمین را چشمه‌ها و ۹۷/۲ درصد آن‌ها را اقیانوس‌ها تشکیل می‌دهد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



دفترچه پاسخ

آزمون ۱۰ شهریور ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - کاظم اجلالی - سیدرضا اسلامی - عباس اشرفی - محمد سجاد پیشوایی - رضا توکلی - سعید جعفری کافی آباد - فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - سهیل ساسانی - یاسین سپهر - محمد حسن سلامی - حسینی - فرشاد صدیقی فر - پویان طهرانیان - سعید علم پور - عزیزاله علی اصغری - حمید علیزاده - نیما کدیورپان - مصطفی کرمی - سعید مدیر خراسانی - رحیم مشتاق نظم - سروش موثینی - وهاب نادری - محمد مهدی وزیری
هندسه	محمد مهدی ابوترابی - امیر حسین ابومحبوب - علی ایمانی - جواد حاتمی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - محمد خندان - حمیدرضا دهقان - سوگند روشنی - رضا عباسی اصل - احمد رضا فلاح - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - رحیم مشتاق نظم - سرژ یقیا زاریان تبریزی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - سامان اسپهرم - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی - علیرضا شریف خطیبی - علی اکبر علی زاده - فرشاد فرامرزی - محمد علی کاظم نظری - علی منصف شکری - نیلوفر مهدوی - غلامرضا نیازی
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب - میثم دشتیان - هاشم زمانیان - محمد ساکی - مهدی سلطانی - معصومه شریعت ناصری - مریم شیخ موپوریا - علاقه مند - مسعود قره خانی - مصطفی کیانی - غلامرضا محبی - امیر احمد میر سعید - مصطفی واتی
شیمی	محمد رضا پور جاوید - امیر حاتمیان - ایمان حسین نژاد - روزبه رضوانی - امیر حسین طیبی - امیر حسین مسلمی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب سوگند روشنی	مصطفی کیانی	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	سعید خان بابایی مهدی ملارمضانی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	ویراستار استاد : مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	بهنام قازانچایی ویراستار استاد : محمد حسن محمدزاده مقدم
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	محمد ساکی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستند سازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱، ۶۴۶۳



حسابان ۱

۱- گزینه «۴»

(عزیزاله علی اصغری)

متمم زاویه ۲۰° برابر ۷۰° است. زاویه ۷۰° را بر حسب رادیان می نویسیم.

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{۱۸۰^\circ}$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{۷۰^\circ}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow R = \frac{۷\pi}{۱۸}$$

اختلاف مکمل و متمم هر زاویه برابر $\frac{\pi}{۲}$ است. بنابراین داریم:

$$\text{رادیان } ۲۰^\circ: \frac{۷\pi}{۱۸} + \frac{\pi}{۲} = \frac{۸\pi}{۹}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۲- گزینه «۳»

(سهیل ساسانی)

برای طول کمان و مساحت قطاع داریم:

$$S = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

$$S = \frac{1}{2} \ell^2 \theta$$

پس داریم:

حال در این سؤال مساحت برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \frac{۱۲\pi}{۲} \frac{\pi}{۴} = ۸$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۲ تا ۹۵)

۳- گزینه «۲»

(پویان طهرانیان)

$$\alpha = \frac{\ell}{r} \Rightarrow \alpha = \frac{۱۲\pi}{۹} = \frac{۴\pi}{۳}$$

حال خواهیم داشت:

$$\cos\left(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha\right) = -\sin \alpha = -\sin \frac{۴\pi}{۳} = -\sin\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = \sin \frac{\pi}{۳}$$

$$\sin(۳\pi - ۲\alpha) = \sin ۲\alpha = \sin ۲\left(\frac{۴\pi}{۳}\right) = \sin\left(۳\pi - \frac{\pi}{۳}\right) = \sin \frac{\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴- گزینه «۲»

(سهیل ساسانی)

$$\sin ۵۲۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ + ۱۶۰^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin ۲۰^\circ$$

$$\cos ۲۰۰^\circ = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ$$

$$\cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\sin ۴۳۰^\circ = \sin(۳۶۰^\circ + ۷۰^\circ) = \sin(۹۰^\circ - ۲۰^\circ) = \cos ۲۰^\circ$$

$$\frac{\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ}{-\sin ۲۰^\circ + \cos ۲۰^\circ} \xrightarrow{+\cos ۲۰^\circ} \frac{\tan ۲۰^\circ + ۱}{-\tan ۲۰^\circ + ۱}$$

$$\xrightarrow{\cot ۷۰^\circ = \tan ۲۰^\circ = ۰/۳} \frac{۰/۳ + ۱}{-۰/۳ + ۱} = \frac{۱/۳}{۰/۳} = \frac{۱۳}{۷}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

۵- گزینه «۲»

(مصطفی کریمی)

در ابتدا دقت می کنیم که برای x های قابل قبول:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

(چون با طرفین وسطین به عبارت $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ می رسیم.)

$$\text{حالا با جایگذاری } t = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \text{ داریم:}$$

$$t + \frac{t}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{1 + \sin x} = ۲ \Rightarrow \cos x = ۲ + ۲ \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - ۲ \sin x = ۲$$

از طرفی داریم:

$$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲} - x\right) + ۲ \cos\left(\frac{۹\pi}{۲} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{۲} - x\right) + ۲ \cos\left(\frac{\pi}{۲} + x\right)$$

$$= \cos x - ۲ \sin x = ۲$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۴)

۶- گزینه «۴»

(پویان طهرانیان)

$$\cot\left(\frac{-۱۵\pi}{۴}\right) = \cot(-۴\pi + \frac{\pi}{۴}) = \cot \frac{\pi}{۴} = ۱$$

$$\tan^2\left(\frac{۱۶\pi}{۳}\right) = \tan^2\left(\delta\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = \tan^2 \frac{\pi}{۳} = (\sqrt{۳})^2 = ۳$$



حال طول MN را می‌یابیم:

$$|MN| = \tan 75^\circ - \tan 15^\circ = \frac{\sin 75^\circ}{\cos 75^\circ} - \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ}{\cos 75^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin(75^\circ - 15^\circ)}{\cos 75^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\sin 60^\circ}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}} = 2\sqrt{3}$$

و در نتیجه مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\Delta MON} = \frac{1}{2} |OA| \cdot |MN| = \frac{1}{2} (1) (2\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

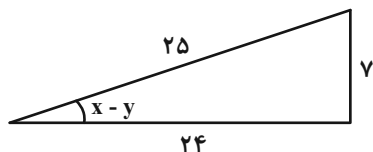
(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(معمدمعدی وزیری)

۱۰ - گزینه «۱»

$$\sin(x-y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y = \frac{2}{5} - \frac{3}{25} = \frac{7}{25}$$

حال با توجه به مثلث قائم‌الزاویه زیر داریم:



$$\sin(x-y) = \frac{7}{25} \Rightarrow \tan(x-y) = \frac{7}{24}$$

اما می‌دانیم که هر دو مقدار $\pm \frac{7}{24}$ قابل قبول‌اند.

(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

$$\cos\left(-\frac{13\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{13\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \sin^2\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = 1 \times 3 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{4} = 3\frac{1}{4}$$

(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(رضا توکلی)

۷ - گزینه «۱»

$$\text{می‌دانیم } \tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$f(x) = \frac{\lambda \cos 2x \cos 4x}{\sin 2x} = \frac{\lambda}{2} \frac{\sin 2x \cos 2x \cos 4x}{\frac{1}{2} \sin 4x}$$

$$f(x) = \frac{\lambda}{4} \sin 4x \cos 4x = \frac{\lambda}{4} \times \frac{1}{2} \sin 8x = \sin 8x$$

$$f\left(\frac{\pi}{48}\right) = \sin\left(8 \times \frac{\pi}{48}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

(سعید جعفری کافی‌آباد)

۸ - گزینه «۳»

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

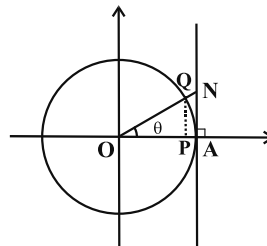
$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \cot\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{2}{\sin 2\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}$$

$$= \frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)} = \frac{2}{\cos 2x} = b \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{b}$$

(مسابان ۱ - مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۱۲)

(عادل مسینی)

۹ - گزینه «۲»



$$|AN| = \tan \theta$$



هندسه ۲

۱۱- گزینه ۲»

(رضا عباسی اصل)

در یک تجانس غیر همانی ($k \neq 1$)، تنها مرکز تجانس تحت تبدیل، ثابت می ماند. بنابراین مرکز تجانس، تنها نقطه ثابت تبدیل در یک تجانس غیر همانی است.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۲- گزینه ۳»

(نوبر ممیری)

تجانس، در حالت کلی طولها نیست، مگر اینکه $|k| = 1$ باشد.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۳- گزینه ۲»

(افشین فاضله خان)

چون نسبت تجانس منفی است، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می گیرد. اگر فاصله O تا M را برابر a فرض کنیم، آن گاه طبق شکل خواهیم داشت:

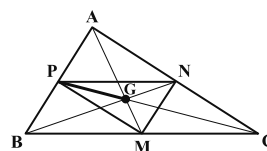
$$\frac{OM'}{MM'} = \frac{\frac{5}{3}a}{a + \frac{5}{3}a} = \frac{5}{8}$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه ۳۵)

۱۴- گزینه ۱»

(مهمر فخران)

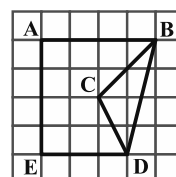
طبق تعریف تجانس، اگر نقطه A' تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k باشد، آنگاه سه نقطه A ، O و A' روی یک خط راست قرار دارند. بنابراین اگر نقاط M ، N و P به ترتیب مجانس نقاط A ، B و C در یک تجانس باشند، مرکز تجانس قطعاً بر روی خط های شامل پاره خط های AM ، BN و CP قرار دارد. چون این سه پاره خط، میانه های مثلث ABC هستند، پس نقطه تقاطع آنها همان نقطه همرسی میانه های مثلث ABC است.



(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۵۱)

۱۵- گزینه ۳»

(مهمر فخران)



مطابق شکل اگر از B به D وصل کنیم، در مثلث شبکه ای BCD ، تعداد نقاط مرزی برابر $b = 4$ و تعداد نقاط درونی برابر $i = 2$ است. در نتیجه طبق رابطه

$$S_{\Delta BCD} = \frac{b}{2} + i - 1 = 3$$

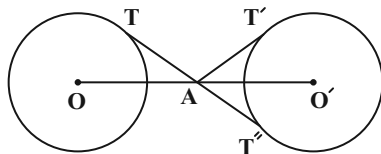
پیک داریم:

مقدار افزایش مساحت، دقیقاً دو برابر مساحت مثلث BCD ، یعنی برابر ۶ است. (هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۵۳ و ۵۴)

۱۶- گزینه ۲»

(علی ایمانی)

مرکز تجانس معکوس، محل برخورد مماس مشترک های داخلی و خط المرکزین دو دایره است.



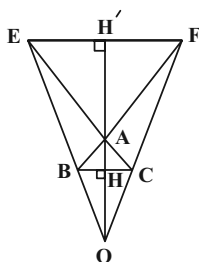
$$AT + AT' = AT + AT'' = TT'' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - (4 + 4)^2} = \sqrt{36} = 6$$

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها: صفحه های ۳۵ تا ۴۸)

۱۷- گزینه ۱»

(سوکنر روشنی)



مرکز تجانس معکوس همان نقطه A است. برای یافتن مرکز تجانس مستقیم کافی است از E به B و از F به C وصل کرده و امتداد دهیم تا یکدیگر را در نقطه O قطع کنند. این نقطه مرکز تجانس مستقیم است.

در مثلث متساوی الاضلاعی به طول ضلع a ، طول ارتفاع از رابطه

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ به دست می آید، بنابراین داریم:}$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AH' = \frac{\sqrt{3}}{2}EF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$HH' = AH + AH' = \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث OBC و OEF متشابه هستند، پس نسبت ارتفاعها در این دو مثلث برابر نسبت تشابه دو مثلث است.

$$\frac{OH}{OH'} = \frac{BC}{EF} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در مخرج}} \frac{OH}{HH'} = \frac{1}{3}$$

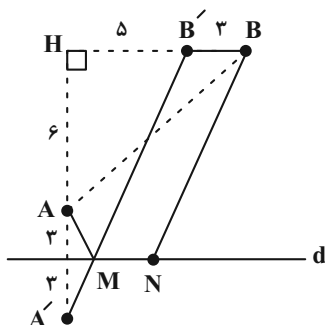
$$\mathbf{MA} + \mathbf{MB} \quad \mathbf{MA} = \mathbf{MA}' \quad \mathbf{MA}' + \mathbf{MB} = \mathbf{A'B}$$

$$A'B = \sqrt{(6-1)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۴)

(امیر حسین، ایومویوب)

۲۰- گزینہ «۳»



$$\Delta \text{H}^\circ \text{B: AB}^\circ = \text{AH}^\circ + \text{BH}^\circ \Rightarrow 10.5^\circ = 6^\circ + \text{BH}^\circ$$

$$\Rightarrow BH^{\circ} = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = \lambda$$

از نقطه B، خطی به طول ۳ کیلومتر موازی با خط d (ساحل دریا) رسم

می‌کنیم تا نقطه B' حاصل شود. سپس از نقطه A' (بازتاب نقطه A

نسبت به خط d) به B' وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M

قطع کند. اگر N نقطه‌ای به فاصله ۳ کیلومتر از M روی خط d باشد،

آنگاه مسیر **AMNB** کوتاه‌ترین مسیر ممکن است.

AMNB طول مسیر = **AM + MN + NB**

$$= A'M + BB' + MB' = (A'M + MB') + BB' = A'B' + BB'$$

$$A' \overset{\Delta}{H} B' : A' B'^{\gamma} = A' H^{\gamma} + B' H^{\gamma}$$

$$= 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow A'B' = 13$$

بنابراین طول جاده بین A و B ، برابر $16 = 13 + 3$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه ۵۵)

$$\Rightarrow \frac{\text{OH}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{OH} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

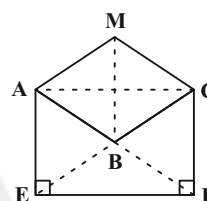
$$\text{OA} = \text{OH} + \text{AH} = \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}}{6} = \frac{8\sqrt{3}}{6} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

(افخسیر، فاصه فان)

۱۸- گزینہ «۲»



برای افزایش مساحت چندضلعی بدون تغییر محیط و تعداد اضلاع، کافی است

بازتاب نقطه B را نسبت به خط گذرنده از نقاط A و C به دست آوریم.

مطابق شکل چهار ضلعی ACDE مستطیل است و مساحت مثلث‌های

ABE ، ABC ، BCD و BDE برابر یکدیگر است.

از طرفی دو مثلث AMC و ABC هم‌نهشت هستند و مساحت آن‌ها

برابر یکدیگر است. اگر مساحت هر کدام از این مثلث‌ها را با S نمایش

دهيم، داريم:

$$\frac{S_{ABCDE}}{S_{AMCDE}} = \frac{rS}{\Delta S} = 0.16$$

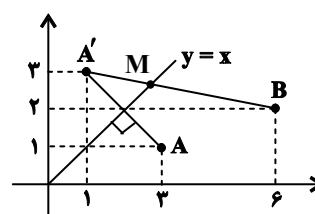
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

(علی ایمانو)

۱۹- گزینہ «۴»

ابتدا قرینہ A را نسبت به خط $y = x$ پیدا می‌کنیم و آن را A' می‌نامیم.

طبق ویژگی بازتاب $MA = MA'$ است و داریم:





آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۲»

(اخشین فاضله‌فان)

$$80^\circ + 60^\circ + 105^\circ + 25^\circ + \alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 90^\circ$$

$$36 = \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 144 = \text{تعداد دیپلم‌ها}$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۲- گزینه «۴»

(معمربعلی کاظم‌نظری)

نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی و نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای کمی پیوسته مناسب‌اند.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۳- گزینه «۳»

(غرشاد خرامرزی)

تعداد دانش‌آموزان کلاس در ابتدا برابر است با:

$$2 + 4 + 6 + 5 + 3 = 20$$

در این حالت فراوانی نسبی دسته وسط برابر $\frac{6}{20}$ است. با افزوده شدن یک دانش‌آموز جدید با قد ۱۶۴، تعداد دانش‌آموزان کلاس برابر ۲۱ می‌شود، ولی چون این دانش‌آموز به دسته چهارم تعلق دارد، فراوانی دسته وسط تغییر

نکرده و فراوانی نسبی این دسته برابر $\frac{6}{21}$ خواهد شد.

تفاضل فراوانی نسبی در این دو حالت برابر است با:

$$\frac{6}{21} - \frac{6}{20} = \frac{2}{7} - \frac{3}{10} = \frac{20-21}{70} = -\frac{1}{70}$$

بنابراین فراوانی نسبی دسته وسط $\frac{1}{70}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۲۴- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

با توجه به داده‌های ۲۸، ۲۷، a، ۲۴، ۲۴، ۱۴، ۲۴ و ۱۵ معلوم می‌شود که نما (مُد) عدد ۲۴ است، بنابراین میانگین هم برابر ۲۴ است، از آنجایی که مجموع اختلاف از میانگین داده‌ها برابر صفر است، خواهیم داشت:

$$-9 + 0 - 10 + 0 + 0 + a - 24 + 3 + 4 = 0 \Rightarrow a = 36$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

۲۵- گزینه «۳»

(علی‌اکبر علی‌زاده)

با فرض $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{12} = A$ خواهیم داشت:

$$\text{میانگین داده‌های سری اول} = \frac{x_1 + 2 + x_2 + 4 + \dots + x_{12} + 24}{12}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12} + 2(1 + 2 + 3 + \dots + 12)}{12}$$

$$= \frac{A}{12} + \frac{2(\frac{12 \times 13}{2})}{12} = \frac{A}{12} + 13$$

$$\text{میانگین داده‌های سری دوم} = \frac{2x_1 + 5 + 2x_2 + 5 + \dots + 2x_{12} + 5}{12}$$

$$= \frac{2(x_1 + x_2 + \dots + x_{12}) + 60}{12} = \frac{A}{6} + 5$$

$$\Rightarrow \frac{A}{12} + 13 = 2\left(\frac{A}{6} + 5\right) - 17 \Rightarrow \frac{A}{12} + 13 = \frac{A}{3} - 7 \Rightarrow A = 48$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۲۶- گزینه «۳»

(علیرضا شریف‌نظیری)

می‌دانیم اگر تعدادی داده برابر یکدیگر باشند، واریانس آنها برابر صفر است

و بالعکس، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 3x - 9 = 6 \Rightarrow x = 5 \\ 5y + 1 = 6 \Rightarrow y = 1 \\ 4z - 2 = 6 \Rightarrow z = 2 \end{cases}$$



(غرضانه ناکپاش)

۲۹- گزینه «۳»

تعداد داده‌ها برابر ۱۵ و در نتیجه عددی فرد است، پس داده هشتم میانه داده‌ها است. میانه هفت داده اول، یعنی داده چهارم، چارک اول و میانه هفت داده آخر، یعنی داده دوازدهم، چارک سوم است، یعنی داریم:

$$Q_2 = 17, Q_1 = 9, Q_3 = 24$$

طول‌های دو بخش جعبه که توسط میانه از هم جدا می‌شوند، برابرند با:

$$Q_2 - Q_1 = 17 - 9 = 8 = \text{طول بخش سمت چپ جعبه}$$

$$Q_3 - Q_2 = 24 - 17 = 7 = \text{طول بخش سمت راست جعبه}$$

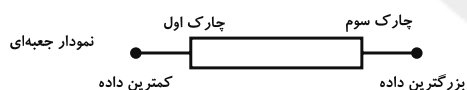
بنابراین اختلاف طول دو بخش جعبه برابر $8 - 7 = 1$ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(غلامرضا نیازی)

۳۰- گزینه «۲»

در نمودار جعبه‌ای نمرات این دانش‌آموز، ۶ نمره داخل جعبه، سه نمره قبل و سه نمره بعد از جعبه قرار دارد.



$$\frac{\sum_{i=1}^3 x_i}{3} = 10 \Rightarrow \sum_{i=1}^3 x_i = 30$$

$$\frac{\sum_{i=10}^{12} x_i}{3} = 17 \Rightarrow \sum_{i=10}^{12} x_i = 51$$

$$\frac{\sum_{i=4}^9 x_i}{6} = 15 \Rightarrow \sum_{i=4}^9 x_i = 6(15) = 90$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{30 + 51 + 90}{12} = \frac{171}{12} = 14.25$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۵، ۹۷ و ۹۸)

پس داده‌های y^2 ، $3 - 2z$ و $x + 1$ به ترتیب عبارتند از: ۴، ۶، ۱، ۱. داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم. چون تعداد داده‌ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$1, 1, 4, 6 \Rightarrow \text{میانه} = \frac{1+4}{2} = 2.5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۲۷- گزینه «۲» (نیلوفر مهدوی)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma_1^2 = 6 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = 6 \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 6n$$

با حذف ۴ داده مساوی با میانگین، میانگین و $\sum (x_i - \bar{x})^2$ ثابت مانده اما تعداد داده‌ها برابر $n - 4$ می‌شود.

$$\sigma_2^2 = 14 \Rightarrow \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 4} = 14 \Rightarrow \frac{6n}{n - 4} = 14$$

$$\Rightarrow 14n - 56 = 6n \Rightarrow 8n = 56 \Rightarrow n = 7$$

تعداد داده‌های اولیه برابر ۷ است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۲۸- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

اگر داده‌های اولیه x_i و داده‌های جدید x'_i باشند، خواهیم داشت:

$$x'_i = 3x_i + 2 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}' = 3\bar{x} + 2 \\ \sigma' = 3\sigma \end{cases}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{5}, (CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\sigma}{3\bar{x}+2}}{\frac{2}{10}} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{\bar{x}}{3\bar{x}+2} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 3\bar{x} + 2 = 10\bar{x}$$

$$\Rightarrow 9\bar{x} = 2 \Rightarrow \bar{x} = \frac{2}{9}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی: صفحه‌های ۸۴، ۸۵ و ۹۳ تا ۹۷)



فیزیک ۲

۳۱- گزینه «۲»

(مریم شیخ‌ممو)

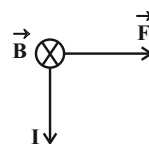
با شکستن یک آهنربای میله‌ای به دو بخش، هر بخش یک آهنربای کامل است که دو قطب دارد. بنابراین نمی‌توان قطب‌های N و S یک آهنربا را از هم جدا کرد.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۳۲- گزینه «۴»

(غلامرضا ممینی)

با توجه به قانون دست راست، گزینه «۴» جواب صحیح خواهد بود.



(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۳۳- گزینه «۱»

(امیراعمر میرسعید)

نیروی وارد بر بار در میدان مغناطیسی همواره عمود بر سرعت می‌باشد، پس:

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F} \perp \vec{d}$$

نیرو همواره بر مسیر حرکت عمود است:

$$W = F d \cos \theta = F d \cos 90^\circ = 0$$

یعنی نیروی میدان مغناطیسی هرگز کار انجام نمی‌دهد و گزینه «۱» صحیح است.

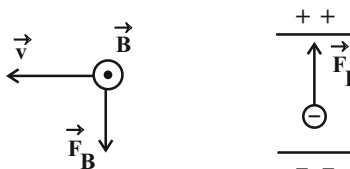
(فیزیک ۲- کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

(مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۳۴- گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

ابتدا جهت نیروی مغناطیسی و نیروی الکتریکی وارد بر بار را رسم می‌کنیم:



اکنون چون نیروها در خلاف جهت یکدیگرند، اندازه هر کدام را حساب

می‌کنیم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta = |q| \times 4 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-2} \times \sin 90^\circ$$

$$= 24 \times 10^3 |q|$$

$$F_E = |q| E = 1/6 \times 10^3 |q|$$

چون $|\vec{F}_B| > |\vec{F}_E|$ است، بار در جهت نیروی $\vec{F}_B$ یعنی رو به پایین منحرف می‌شود.

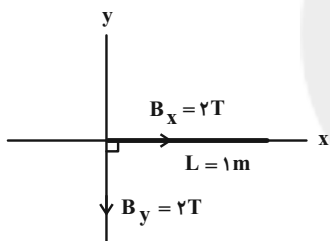
(فیزیک ۲- الکتريسته ساکن: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱-)

(مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۳۵- گزینه «۴»

(مصطفی کیانی)

با توجه به شکل زیر، فقط مؤلفه B_y میدان مغناطیسی بر سیم نیرو وارد می‌کند. زیرا مؤلفه B_x در راستای سیم است و نیروی وارد بر آن برابر $F_x = ILB_x \sin(0) = 0$ می‌باشد. بنابراین نیروی وارد بر سیم برابر است با:



$$F_y = ILB_y \sin 90^\circ = \frac{I=2A, L=1m}{B_y=2T}$$

$$F_y = 2 \times 1 \times 2 \times 1 = 4N$$

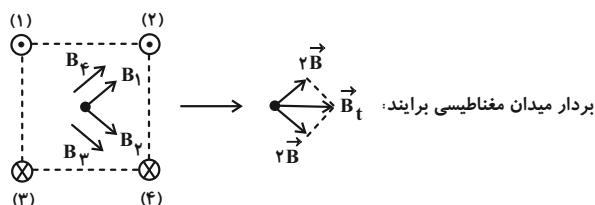
$$F = F_x + F_y = 0 + 4 = 4N$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۳۶- گزینه «۱»

(مسعود قره‌فانی)

مطابق قاعده دست راست ابتدا جهت میدان مغناطیسی هر سیم را در مرکز مربع پیدا می‌کنیم. از آنجا که جریان گذرنده از سیم‌ها یکسان است، میدان مغناطیسی که هر سیم ایجاد می‌کند برابر مقدار $\vec{B}$ است و داریم:





با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی نیم حلقه در نقطه O درون سو $\otimes$ و جهت میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان برون سو $\odot$ است. بنابراین، چون اندازه میدان مغناطیسی سیم راست بزرگ تر است، جهت برانند میدان های مغناطیسی در جهت میدان سیم راست و برون سو خواهد بود.

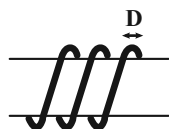
$$B_{کل} = B_2 - B_1 = 0/1 - 0/09 = 0/01 G \odot$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۴، ۹۵، ۹۷ و ۹۸)

(امیرامیر میرسعید)

۳۹- گزینه «۳»

اگر قطر مقطع سیم را با D نمایش دهیم:



$$L_{سیموله} = ND$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I = \mu_0 \frac{N}{ND} I = \mu_0 \frac{I}{D}$$

D: قطر مقطع سیم

$$B = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{\pi}{1 \times 10^{-3}} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{100}{\pi \times 10^{-3}}$$

$$B = 4 \times 10^{-2} T = 400 G$$

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۹ و ۱۰۰)

(مصطفی کیانی)

۴۰- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) درست

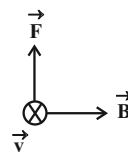
ب) درست؛ هیچ یک از اتم های مواد دیامغناطیسی دارای دوقطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

پ) نادرست؛ در آنتربای الکتریکی از مواد فرومغناطیسی نرم استفاده می شود.

ت) نادرست؛ حضور میدان مغناطیسی خارجی، می تواند سبب القای دوقطبی های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

حال به کمک قاعده دست راست (البته چون الکترون بار منفی دارد از دست چپ استفاده می کنیم.) جهت نیروی وارد بر الکترون را پیدا می کنیم:

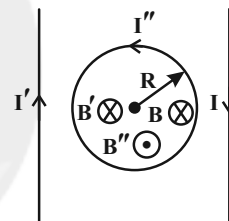


(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۱۹ و ۹۰ و ۹۴ تا ۹۶)

۳۷- گزینه «۲»

(مجموعه شریعت ناصری)

برای این که میدان مغناطیسی برانند در مرکز حلقه صفر شود، میدان حاصل از دو سیم باید هم جهت باشند و این میدان ها با میدان حاصل از حلقه خلاف جهت باشند تا میدان مغناطیسی کل در مرکز حلقه برابر صفر شود. پس جریان سیم سمت چپ باید به سمت بالا باشد و جریان حلقه پادساعتگرد باشد.

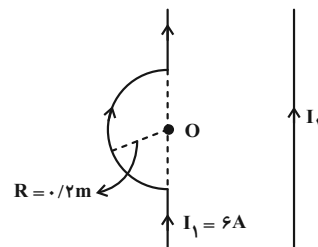


(فیزیک ۲- مغناطیس؛ صفحه های ۹۴، ۹۵، ۹۷ و ۹۸)

۳۸- گزینه «۲»

(مصطفی کیانی)

ابتدا اندازه و جهت میدان مغناطیسی نیم حلقه را در نقطه O تعیین می کنیم:



$$B_1 = \frac{\mu_0 NI}{2R} \quad N = \frac{1}{2}, I = 6A \quad R = 0/2m, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

$$B_1 = \frac{12 \times 10^{-7} \times \frac{1}{2} \times 6}{2 \times 0/2} = 9 \times 10^{-6} T \quad 1T = 10^4 G$$

$$B_1 = 9 \times 10^{-6} \times 10^4 = 0/09 G$$



شیمی ۲

گزینه «۳» - ۴۱

(امیر هاتمیان)

عبارت (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(آ) تمامی فلزات به یک اندازه و به یک شدت واکنش نمی‌دهند.

(ت) نگه‌دارنده‌ها در مواد غذایی باعث کاهش سرعت واکنش می‌شوند و

کاتالیزورها باعث افزایش سرعت واکنش می‌شوند.

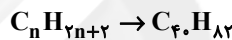
(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

گزینه «۳» - ۴۲

(روزبه رضوانی)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) پیوند دوگانه دارد.



$$82 - 56 = 26$$

$$\frac{26}{2} = 13 \text{ تعداد پیوند دوگانه}$$

نکته: به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ هیدروژن از فرمول آلکان کم می‌شود.

(۲) لیکوپن فعالیت رادیکال‌ها را کاهش می‌دهد.

(۴) از واکنش‌های ناخواسته جلوگیری می‌کند.

(شیمی ۲ - صفحه ۸۹)

گزینه «۱» - ۴۳

(امیرمسین مسلمی)

بررسی موارد:



(الف) نادرست:

(ب) نادرست: سرعت مصرف B با سرعت تولید A برابر است.

(پ) به ازای تولید ۲ مول ماده C، ۱ مول ماده B مصرف شده است.

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

گزینه «۲» - ۴۴

(ایمان حسین‌نژاد)

$$t_1 = 20 \Rightarrow t_2 = 30$$

$$\bar{R}_{NOBr} = \frac{-\Delta[NOBr]}{\Delta t}$$

$$= \frac{-(0.02 - 0.024)}{10} = \frac{+0.004}{10} = 0.0004 = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L.s}}$$

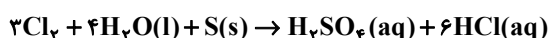
$$R_{Br_2} = \frac{1}{2} R_{NOBr}$$

$$R_{Br_2} = \frac{1}{2} (4 \times 10^{-4}) = 2 \times 10^{-4}$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

گزینه «۲» - ۴۵

(امیرمسین طیبی)



$$\Delta V(Cl_2) = 2L \quad Cl_2 \Rightarrow \Delta n(Cl_2) = 2L \quad Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{20L \quad Cl_2}$$

$$t=20 \rightarrow t=30$$

$$= 0 / 1 \text{ mol } Cl_2$$

$$\bar{R}_{Cl_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0 / 1 \text{ mol}}{(30 - 20)s} \times \frac{60s}{1 \text{ min}} = 0 / 6 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{Cl_2}}{3} = \frac{0 / 6}{3} = 0 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\frac{\bar{R}_{HCl}}{6} = \frac{\bar{R}_{Cl_2}}{3} \Rightarrow \bar{R}_{HCl} = 2 \times \bar{R}_{Cl_2} = 2 \times 0 / 6 = 1 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Delta n_{(HCl)} = \bar{R}_{HCl} \times \Delta t = 1 / 2 \frac{\text{mol}}{\text{min}} \times 10s \times \frac{1 \text{ min}}{60s}$$

$$= 0 / 2 \text{ mol}$$

$$? g HCl = 0 / 2 \text{ mol } HCl \times \frac{36 / 5 g HCl}{1 \text{ mol } HCl} = 7 / 3 g HCl$$

(شیمی ۲ - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

گزینه «۱» - ۴۶

(محمدرضا پورفاویر)

گزینه «۱»: واکنش انجام شده طبق معادله زیر با آزاد شدن گاز همراه است.



اما از آنجا که ظرف سرپسته است، خروج گاز از ظرف امکان‌پذیر نبوده و

جرم مخلوط واکنش با گذشت زمان تغییری نخواهد کرد.

گزینه «۲»: با گذشت زمان از سرعت انجام واکنش‌ها کاسته می‌شود.

بنابراین قطعاً همواره $\bar{R}_1 > \bar{R}_2$ خواهد بود. اما سرعت کل واکنش ($\bar{R}_3$)

میانگین این دو مقدار است. بنابراین:

$$\bar{R}_1 > \bar{R}_3 > \bar{R}_2$$



$$\begin{aligned}\bar{R}_{\text{Cu}(\text{NO}_3)_2} &= \frac{\Delta[\text{Cu}(\text{NO}_3)_2]}{\Delta t} \\ &= \frac{(4/7 \times 10^{-2} - 1/2 \times 10^{-2}) \text{ mol.L}^{-1}}{(260 - 10) \text{ s}} \\ &= \frac{3/5 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}{250 \text{ s}} = 1/4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

با توجه به ضرایب مولی مواد موجود در واکنش می توان گفت:

$$\begin{aligned}\bar{R}_{\text{NO}_3} &= 2\bar{R}_{\text{Cu}(\text{NO}_3)_2} = 2 \times 1/4 \times 10^{-4} \\ &= 1/2 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\end{aligned}$$

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲ تا ۸۸ و ۹۰)

۵۰- گزینه «۴» (امیرمسین طیبی)

همه موارد به درستی بیان شده اند؛ ترکیب (الف) بنزوتیک اسید و ترکیب (ب) لیکوپن می باشد.

بررسی همه موارد:

مورد اول: بنزوتیک اسید در تمشک و توت فرنگی و لیکوپن در هندوانه و گوجه فرنگی یافت می شود.

مورد دوم: بنزوتیک اسید یک نگهدارنده و لیکوپن یک بازدارنده است؛ در نتیجه هر دوی آن ها می توانند سرعت واکنش های خاصی را کاهش دهند و نتیجه مدت زمان انجام همان واکنش ها را افزایش دهند.

مورد سوم: در ساختار لیکوپن، ۱۳ پیوند دوگانه یافت می شود؛ فرمول مولکولی بنزوتیک اسید ($\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$) می باشد.

مورد چهارم: فرمول مولکولی لیکوپن $\text{C}_{40}\text{H}_{56}$ است و ۲۶ پیوند $\text{C}-\text{C}$ در ساختار هر مولکول از خود دارد.

مورد پنجم: بنزوتیک اسید به خانواده کربوکسیلیک اسیدها تعلق دارد؛ شناخته ترین عضو این خانواده اتانوتیک اسید می باشد.

$$\text{CH}_3\text{COOH} \begin{cases} \text{جفت } e^- \text{ پیوندی} \Rightarrow \frac{(2 \times 4) + (4 \times 1) + (2 \times 2)}{2} = 8 \\ \text{جفت } e^- \text{ ناپیوندی} \Rightarrow 2 \times 2 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8 + 4 = 12$$

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲، ۸۸ و ۸۹)

گزینه «۳»: فرمول مولکولی بنزوتیک اسید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_2$ بوده که دارای ۱۵ اتم و ۱۹ پیوند اشتراکی است. بنابراین نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی به تعداد اتم ها $(\frac{19}{15})$ بزرگ تر از یک خواهد بود.

گزینه «۴»: درست

(شیمی ۲- صفحه های ۸۲ تا ۸۹)

۴۷- گزینه «۲» (امیرمسین طیبی)

بررسی همه موارد:

(الف) نادرست؛ KI کاتالیزگر این واکنش می باشد، در نتیجه با افزایش سرعت واکنش، مدت زمان انجام واکنش را کاهش می دهد.

(ب) درست؛ اگر در این واکنش از آب گرم استفاده کنیم؛ انحلال پذیری گاز در آب کاهش می یابد و حجم گاز بیشتری جمع آوری می شود.

(پ) نادرست؛ کاهش فشار تنها سرعت واکنش های را کاهش می دهد که واکنش دهنده گازی داشته باشد؛ واکنش مطرح شده واکنش دهنده گازی ندارد.

(ت) درست؛ در همه واکنش ها با گذر زمان سرعت انجام واکنش کاهش می یابد؛ در نتیجه در این واکنش که ملاک پیشرفت آن تغییر رنگ محلول است قطعاً میزان تغییر شدت رنگ محلول در دقیقه اول نسبت به دقیقه دوم بیشتر است.

(شیمی ۲- صفحه های ۷۷ تا ۸۱)

۴۸- گزینه «۲» (ممد رضا پور جاوید)

افزایش فشار تنها بر روی سرعت واکنش هایی موثر است که حداقل یکی از واکنش دهنده های آن گازی شکل باشند. با افزایش فشار، غلظت مواد گازی زیاد شده و سرعت واکنش نیز افزایش می یابد. چنین شرایطی فقط در واکنش آخر وجود دارد.

(شیمی ۲- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۴۹- گزینه «۴» (ممد رضا پور جاوید)

واکنش موازنه شده عبارت است از:



در ابتدا با استفاده از اطلاعات داده شده، سرعت تولید محلول مس (II)

نیترات را در بازه زمانی مشخص شده به دست می آوریم:



ریاضی ۱

گزینه ۲» ۵۱

(مدرسینا پیشوایی)

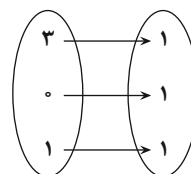
می‌دانیم تابع همانی دارای ضابطه $f(x) = x$ است. پس:

@AzmonVIP

$$f(x) = ax^4 + (b-2)x^2 + (3+c)x = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ 3 + c = 1 \Rightarrow c = -2 \end{cases}$$

پس تابع موردنظر به صورت زیر می‌باشد:

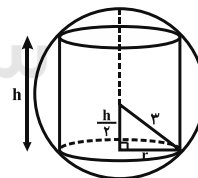


که یک تابع ثابت است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۱۰)

گزینه ۳» ۵۲

(سیدرضا اسلامی)

شعاع استوانه را r در نظر می‌گیریم.ابتدا حجم استوانه را بر حسب r و h می‌نویسیم:

$$V = \pi r^2 h$$

برای به دست آوردن رابطه‌ای بر حسب r و h ، در مثلث قائم‌الزاویه

رسم شده، از قاعده فیثاغورس کمک می‌گیریم:

$$r^2 + \frac{h^2}{4} = 9 \Rightarrow r^2 = 9 - \frac{h^2}{4}$$

$$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi \left(9 - \frac{h^2}{4}\right) h$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه ۳» ۵۳

(سعید علم‌پور)

ابتدا مقادیر a و تابع ثابت f را می‌یابیم:

$$f(x) = \frac{(2a+1)x + 5}{3x-1} = k \quad ; x \neq \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow (2a+1)x + 5 = 3kx - k \Rightarrow \begin{cases} 2a+1 = 3k \\ -k = 5 \end{cases} \Rightarrow k = -5, a = -8$$

حال با توجه به مقدار a داریم:همانی نیست. $g = \{(1,1), (10,-6)\}$: گزینه ۱»همانی نیست. $g(x) = -8x$: گزینه ۲»همانی است. $g = \{(0,0), (3,3)\}$: گزینه ۳»همانی نیست. $g = \{(-8,64), (64,-8)\}$: گزینه ۴»

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه ۲» ۵۴

(شمیر علیزاده)

تابع همانی f را به صورت $f(x) = x$ و تابع ثابت g را به صورت $g(x) = c$ تعریف می‌کنیم. داریم:

$$\begin{cases} \frac{f(3)}{g(3)} + \frac{1}{2}g(3) = \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c \\ \frac{5}{f(2)} = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{c} + \frac{1}{2}c = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow c^2 - 5c + 6 = (c-2)(c-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ c = 3 \end{cases}$$

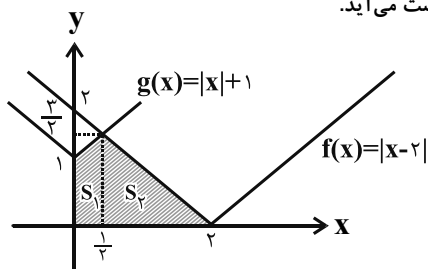
(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

گزینه ۴» ۵۵

(کاظم اچلائی)

نمودار تابع f از انتقال دو واحدی نمودار تابع $y = |x|$ به سمت راستبه دست می‌آید و نمودار تابع g از انتقال یک واحدی نمودار تابع $y = |x|$

به بالا به دست می‌آید.





(وهاب نازری)

۵۸- گزینه «۲»

متمم حداقل یک حرف بین دو حرف «۲» فاصله وجود داشته باشد این است که حروف «۲» در کنار هم باشند.

حروف «۲» کنار هم کل

$$\frac{7!}{2!} - \frac{6!}{2!} = 1260 - 360 = 900$$

دو حرف ۲ تکراری دو حرف ۲ تکراری

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(سروش موثینی)

۵۹- گزینه «۴»

یک بار رقم یکان را ۵ و بار دیگر صفر در نظر می‌گیریم.

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 48 + 60 = 108$$

یکان صفر یکان ۵

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 96 + 120 = 216$$

یکان صفر یکان ۵

$$4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 + 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1 = 216$$

یکان صفر یکان ۵

$$216 + 216 + 108 = 540$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

(فرشاد صدیقی‌فر)

۶۰- گزینه «۳»

سه حالت مطلوب وجود دارد:

$$\frac{1213243}{FFIFIFI} = 4!3!$$

$$\frac{1122334}{FIFIFIF} = 4!3!$$

$$\frac{1122334}{IFIFIFI} = 4!3!$$

$$4!3! \times 3 = 432$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

$$0 \leq x \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x+1 \\ f(x) = -x+2 \end{cases} \Rightarrow x+1 = -x+2$$

$$\Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

مقدار $S_1 + S_2$ مورد نظر سؤال است.

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{8}, \text{ و } S_1 = \frac{\left(1 + \frac{3}{2}\right) \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{5}{8}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

(یاسین سپهر)

۵۶- گزینه «۱»

سه حالت داریم:

الف) حرف اول با «ی» شروع شده و حرف آخر یکی از حروف (و، ا، ل) باشد:

$$3 \times 5! \times 1$$

ب) حرف اول با یکی از حروف «ف، ت، ب» شروع شده و حرف آخر «ی» باشد:

$$1 \times 5! \times 3$$

پ) حرف اول با یکی از حروف «ف، ت، ب» شروع شده و حرف آخر یکی از حروف «ا، ل، و» باشد:

$$3 \times 5! \times 3$$

$$3 \times 5! + 3 \times 5! + 9 \times 5! = 15 \times 5!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

(رمیم مشتاق‌نظم)

۵۷- گزینه «۱»

حالت‌هایی که برای سخنرانی این دو نفر در بین افراد رخ می‌دهد به صورت زیر است:

ترتیب سخنرانی‌ها و تعداد حالت‌ها:

$$\begin{array}{ccccccc} 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \rightarrow \\ \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet \\ \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc \\ \bullet & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bullet & \bigcirc & \bigcirc \end{array} \begin{array}{l} = 2! \times 5! \\ = 2! \times 5! \\ = 2! \times 5! \end{array}$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = 3 \times 2 \times 5! = 6 \times 5! = 6!$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)



فیزیک ۱

۶۱- گزینه «۳»

(مریم شیخ‌ممو)

با استفاده از رابطه $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ و با توجه به این‌که $\theta = F - 8$ می‌باشد، به صورت زیر دما برحسب درجهٔ فارنهایت را پیدا می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = F - 8} F = \frac{9}{5}(F - 8) + 32$$

$$\Rightarrow F = \frac{9}{5}F - \frac{72}{5} + 32 \Rightarrow F - \frac{9}{5}F = -\frac{72}{5} + 32$$

$$\Rightarrow \frac{-4F}{5} = \frac{-72 + 160}{5} \Rightarrow -4F = 88 \Rightarrow F = -22^\circ F$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۶۲- گزینه «۲»

(هاشم زمانیان)

افزایش طول کل میله برابر است با:



$$\Delta L_{Cu} + \Delta L_{Fe} = 6/3 \times 10^{-3} m$$

$$\Rightarrow L_{Cu}\alpha_{Cu}\Delta\theta + L_{Fe}\alpha_{Fe}\Delta\theta = 6/3 \times 10^{-3}$$

$$\xrightarrow{\Delta\theta = 100^\circ C} \alpha_{Cu} = 1/8 \times 10^{-5} \frac{1}{K} \text{ و } \alpha_{\text{آهن}} = 1/2 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

$$L_{Cu} \times 1/8 \times 10^{-5} \times 100 + L_{Fe} \times 1/2 \times 10^{-5} \times 100 = 6/3 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم مجموع طول اولیهٔ دو میله برابر با $L_{Cu} + L_{Fe} = 4m$ (۲) است؛ حال داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \\ L_{Cu} + L_{Fe} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1/8 L_{Cu} + 1/2 L_{Fe} = 6/3 \\ -1/2 L_{Cu} - 1/2 L_{Fe} = -4/8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3/8 L_{Cu} = 1/5 \Rightarrow L_{Cu} = 2/5 m$$

$$\Rightarrow L_{Fe} = 1/5 m$$

درصد طول میله که از مس ساخته شده است:

$$\frac{L_{Cu}}{L} \times 100 = \frac{2/5}{4} \times 100 = 62/5\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۶۳- گزینه «۳»

(مهری سلطانی)

هرگاه اختلاف افزایش حجم مایع و ظرف به اندازهٔ حجم فضای خالی بالای ظرف باشد، مایع در آستانهٔ سرریز شدن قرار می‌گیرد.

$$\Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} = 100 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_{\text{مایع}} \beta \Delta\theta$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_{\text{ظرف}} \alpha \Delta\theta$$

$$100 = (1900 \times 5 \times 10^{-4} - 2000 \times 7/5 \times 10^{-5}) \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = 125^\circ C$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۳)

۶۴- گزینه «۲»

(عبدالرضا امینی نسب)

قسمت ابتدایی نمودار، مربوط به حالتی است که جسم گرما دریافت کرده و فقط دمای آن افزایش یافته است. بنابراین داریم:

$$Q_1 = mc\Delta\theta = P \cdot t_1$$

$$\Rightarrow 0/5 \times c \times (70 - 20) = 200 \times 100 \Rightarrow c = 800 \frac{J}{kg \cdot ^\circ C}$$

قسمت دوم نمودار که موازی محور زمان است، یعنی در بازهٔ زمانی ۱۰۰s تا ۳۰۰s گرمای دریافتی توسط جسم صرف تغییر حالت آن (ذوب شدن) می‌شود. داریم:

$$Q_2 = mL_F = P t_2 \Rightarrow 0/5 \times L_F = 200 \times (300 - 100)$$

$$\Rightarrow L_F = 80000 \frac{J}{kg}$$

در نهایت داریم:

$$\frac{c}{L_F} = \frac{800}{80000} = \frac{1}{100}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

۶۵- گزینه «۱»

(غلامرضا ممینی)

ابتدا تعادل گرمایی را بین m گرم آب $^\circ C$ با مثلاً m' گرم آب $80^\circ C$ در نظر بگیرید و سپس در حالت دوم می‌توان فرض کرد که دمای تعادل بین $4m$ گرم آب $^\circ C$ و m' گرم آب $80^\circ C$ برابر $40^\circ C$ شده است. ابتدا تعادل جرم m با m' گرم آب $80^\circ C$ را در نظر بگیرید.

$$\Rightarrow mc(\Delta_0 - \theta) = m'c(80 - \Delta_0)$$



(مصطفی واتی)

۶۸- گزینه «۱»

جرم آب بخار شده m و جرم یخ ایجاد شده m' است. در نتیجه:

$$\begin{cases} m + m' = 140 & * \\ mL_V = m'c|\Delta\theta| + m'L_F & \\ \Rightarrow 2268000m = (m' \times 4200 \times 10) + 336000m' & \\ \Rightarrow 6m = m' & ** \end{cases}$$

با حل کردن دو معادله (*) و (**) مقادیر $m = 20g$ و $m' = 120g$ به دست می‌آید.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

(غلامرضا ممینی)

۶۹- گزینه «۴»

تنها گزاره (ب) درست بیان نشده است.

انتقال گرما از طریق همرفت و رسانش به محیط مادی نیاز دارد. برخلاف این روش‌های انتقال گرما، تابش به محیط مادی نیاز ندارد و به همین دلیل انتقال گرما از طریق تابش، تنها راه انتقال گرما در خلأ است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۸۸ تا ۹۴ و ۱۱۱ تا ۱۱۷)

(مسعود قره‌فانی)

۷۰- گزینه «۳»

مطابق قانون گازهای کامل می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

فشار ۲۰ درصد افزایش یافته، یعنی:

دما $30^\circ C$ افزایش یافته و باید آن را به دمای مطلق تبدیل کنیم، یعنی:

$$T_1 = 273 + 27 = 300K \quad \text{و} \quad T_2 = 330K$$

حجم سرنگ از فرمول $V = Ah$ به دست می‌آید و از آنجا که A ثابت است تنها تغییر h یعنی طول استوانه هوا، حجم را تغییر می‌دهد و می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{P_1 \times A \times 18}{300} = \frac{1/2 P_1 \times A \times h}{330}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{1/2 h}{33} \Rightarrow h = \frac{99}{6} = 16.5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

اکنون تعادل جرم $4m$ با m' گرم آب 80° در نظر بگیرید.

$$\Rightarrow 4mc(40 - \theta) = m'c(80 - 40)$$

بنابراین از تقسیم دو رابطه خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{80 - \theta}{4(40 - \theta)} = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 80 - \theta = 120 - 3\theta \Rightarrow \theta = 20^\circ C$$

$$\Rightarrow T = 35 + 273 = 308K$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۰)

(مصطفی کیانی)

۶۶- گزینه «۳»

ابتدا کل گرمایی که یخ می‌گیرد تا از $0^\circ C$ به آب $50^\circ C$ تبدیل شود، می‌یابیم. به همین منظور با توجه به طرح‌واره زیر داریم:

$$\boxed{\text{یخ } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_1 = mL_F} \boxed{\text{آب } 0^\circ C} \xrightarrow{Q_2 = mc\Delta\theta} \boxed{\text{آب } 50^\circ C}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_{\text{کل}} = mL_F + mc_{\text{آب}}\Delta\theta$$

$$\xrightarrow{m=1\text{ kg}, L_F=336\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, c_{\text{آب}}=4/2\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^\circ C}}$$

$$Q_{\text{کل}} = 1 \times 336 + 1 \times 4 / 2 \times (50 - 0) = 546 \text{ kJ}$$

اکنون به صورت زیر، t را پیدا می‌کنیم:

$$P = \frac{Q}{t} \xrightarrow{P=1\text{ kW}, Q=546\text{ kJ}} 1 = \frac{546}{t} \Rightarrow t = 546 \text{ s}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

(مریم شیخ‌ممو)

۶۷- گزینه «۳»

از بین موارد داده شده، موردهای (الف)، (ب) و (پ) درست و مورد (ت) نادرست است. بنابراین، سه مورد از موارد داده شده درست می‌باشد. دقت کنید با افزایش سطح مایع، فاصله مولکول‌ها از سطح مایع کمتر می‌شود و سریع‌تر می‌توانند مایع را ترک کنند. همچنین افزایش فشار بر سطح مایع باعث می‌شود مولکول‌ها به سهولت از سطح مایع جدا نشوند، در نتیجه آهنگ تبخیر سطحی کندتر انجام گیرد. در ضمن، تبخیر سطحی در هر دمایی رخ می‌دهد و لازم نیست مایع به نقطه جوش خود برسد.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۰)



حسابان ۲

۷۱- گزینه «۴»

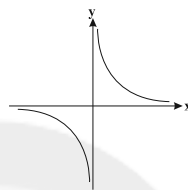
(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر $f(x)$ اکیداً صعودی و همواره مثبت باشد، آنگاه $\frac{1}{f(x)}$ اکیداً نزولی

است. تابع $y = \sqrt{x}$ اکیداً صعودی است، پس تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ اکیداً نزولی

خواهد بود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نمودار $y = \frac{1}{x}$ شبیه شکل زیر است.

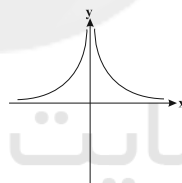


این تابع غیر یکنواست.

گزینه «۲»:

$$y = \frac{1}{|x|} = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ -\frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



گزینه «۳»: به ازای x های مثبت چون با افزایش مقادیر x ، مقدار x^2

زیاد می‌شود، پس مقادیر $\frac{1}{x^2}$ کم می‌شود. به علاوه به ازای x های منفی

چون با افزایش مقادیر x ، مقادیر x^2 کم می‌شود، پس $\frac{1}{x^2}$ زیاد می‌شود.

تابع غیر یکنواست.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۷۲- گزینه «۱»

(مهمرمسن سلامی‌فسینی)

$$R = f(-2) = -8 + 8 + 6 + a = a + 6$$

$$f(x) = (x+2)g(x) + (a+6), \quad f(-1) = g(-1) \quad (1)$$

پس:

$$f(-1) = (-1+2)g(-1) + a + 6 \Rightarrow f(-1) = g(-1) + a + 6 \xrightarrow{(1)} a + 6 = 0$$

$$\Rightarrow a = -6 \rightarrow f\left(\frac{a}{3}\right) = f(-2) = -8 + 8 + 6 - 6 = 0$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰)

۷۳- گزینه «۴»

(سعید مریرشراسانی)

مراحل تبدیل نمودار به صورت زیر است:

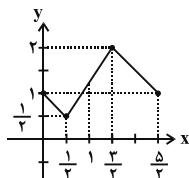
$$f(x) \xrightarrow[\text{به سمت چپ}]{\text{انتقال ۳ واحد}} f(x+3) \xrightarrow[\text{باضرب ۲}]{\text{انقباض افقی}} f(2x+3)$$

$$\xrightarrow[\text{محور x ها}]{\text{قرینه نسبت به}} f(-2x+3) \xrightarrow[\text{محور y ها}]{\text{قرینه نسبت به}} -f(3-2x)$$

$$\xrightarrow[\text{باضرب ۲}]{\text{انقباض عمودی}} -\frac{1}{2}f(3-2x)$$

$$\xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{\text{انتقال یک}} -\frac{1}{2}f(3-2x) + 1$$

با انجام تبدیلات فوق، نمودار به صورت زیر در می‌آید:



(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۷۴- گزینه «۲»

(مهمرمسن سلامی‌فسینی)

می‌دانیم اگر $f(x)$ در بازه $[a, b]$ نزولی اکید باشد $-f(-x)$ نیز در بازه

$[-b, -a]$ نزولی اکید است پس کفایت فقط محدوده $[-3, 0]$ را در نظر بگیریم:

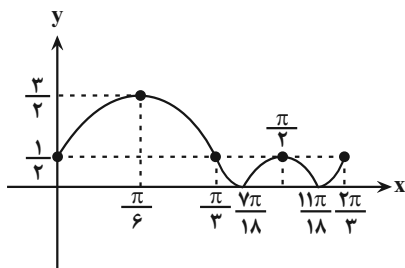
$$-3 \leq x \leq 0 \rightarrow -1 \leq x+2 \leq 2$$

پس ورودی قسمت نزولی اکید در محدوده $[-1, 2]$ است حال در تابع جدید داریم:

$$-1 \leq \frac{4-x}{2} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 4-x \leq 4 \Rightarrow 6 \geq x \geq 0$$

سایر انتقالات نقشی در صعودی یا نزولی بودن تابع ندارند.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



همانطور که از نمودار توابع f و g مشخص است دوره تناوب تابع $f(x)$ و $g(x)$

$$\frac{T_f}{T_g} = \frac{1}{2}$$

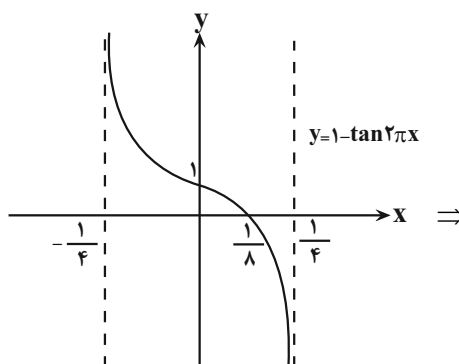
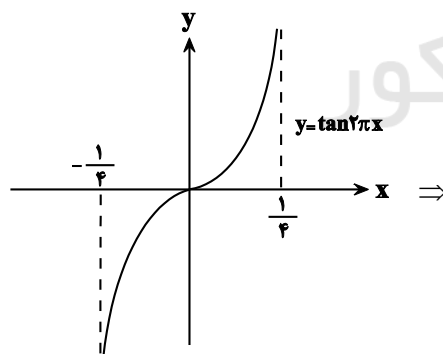
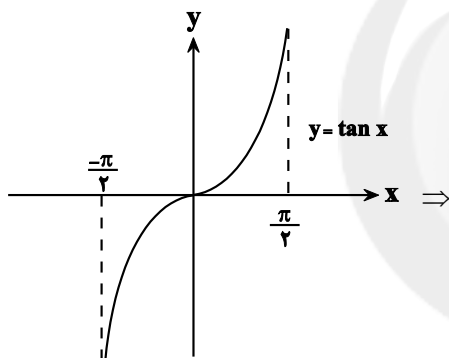
به ترتیب $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{2\pi}{3}$ داریم؛

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مصطفی کرمی)

گزینه «۳» ۷۷-

نمودار تابع f را در یک دوره تناوب رسم می‌کنیم:



(ممیر علینازره)

گزینه «۲» ۷۵-

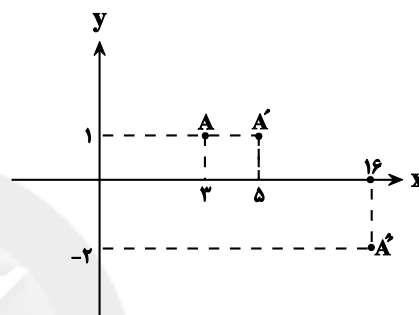
$$A = (3, 1) \in y = f(2x - 1) \Rightarrow 1 = f(2(3) - 1) \Rightarrow f(5) = 1$$

پس نقطه $A'(5, 1)$ واقع بر منحنی تابع $y = f(x)$ می‌باشد.

$$A'(5, 1) \xrightarrow{x \text{ ها تقسیم بر } \frac{1}{4}} (4, 1) \xrightarrow{x \text{ ها منهای یک}} (3, 1)$$

$$(3, 1) \xrightarrow{y \text{ ها با اضافه یک}} (3, 2) \xrightarrow{y \text{ ها در } 3 \text{ ضرب}} (16, -2) \rightarrow A''(16, -2)$$

$$f(5) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4}x + 1 = 5 \Rightarrow x = 16$$



تابع یکنواست $\Rightarrow$ تابع نزولی است $\Rightarrow g = \{(3, 1), (5, 1), (16, -2)\}$

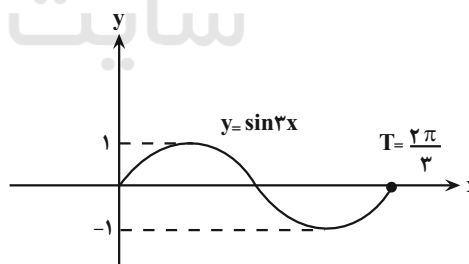
(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵ و ۱۸ تا ۱۹)

(عباس اشرفی)

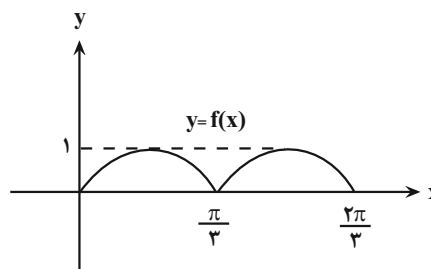
گزینه «۳» ۷۶-

نمودار $y = \sin 3x$ را در یک دوره تناوب رسم می‌کنیم و از روی آن

نمودارهای دو تابع f و g را می‌کشیم تا دوره تناوب آنها را تعیین کنیم.



نمودار صحیح تابع $f(x) = |\sin 3x|$



نمودار صحیح تابع $g(x) = \left| \sin 3x + \frac{1}{2} \right|$



(مهمربسن سلامی عینی)

گزینۀ «۲» - ۷۹

$$0 < x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{12} < 3x - \frac{\pi}{12} < 2\pi - \frac{\pi}{12} \quad (1)$$

چون a و b هر دو مثبت هستند پس مینیمم تابع زمانی است که $\sin(3x - \frac{\pi}{12})$ دارای بیشترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:

$$3x_1 - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2} \text{ و در نتیجه } x_1 = \frac{7\pi}{36} \text{ و نیز ماکزیمم تابع زمانی است که}$$

 $\sin(3x - \frac{\pi}{12})$ دارای کمترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:

$$3x_2 - \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{19\pi}{36}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{19\pi}{36} - \frac{7\pi}{36} = \frac{12\pi}{36} = \frac{\pi}{3}$$

پس:

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(نیم‌آکریوریان)

گزینۀ «۳» - ۸۰

$$f(x) = a \tan((bx + 1)\frac{\pi}{9}) = a \tan(\frac{b\pi}{9}x + \frac{\pi}{9})$$

$$2T = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}, T = \frac{\pi}{|b\frac{\pi}{9}|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3$$

با فرض $b = 3$ و جایگذاری مختصات نقطه $(\frac{1}{9}, 1)$ در تابع f مقدار a را نیز

مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = a \tan(\frac{3\pi}{9}x + \frac{\pi}{9}) \Rightarrow 1 = a \tan(\frac{3\pi}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{\pi}{9})$$

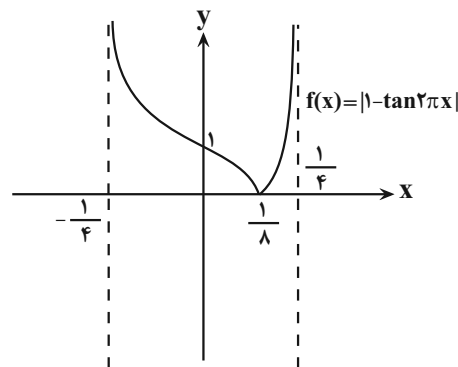
$$\Rightarrow 1 = a \tan(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{9}) \Rightarrow a = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3}a + b = -1 + 3 = 2$$

توجه: به ازای $b = -3$ ، مقدار $a = \frac{1}{\sqrt{3}}$ به دست می‌آید که در آن صورت،

عبارت مورد نظر برابر ۲- خواهد شد.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

تابع در بازه $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ یکنوا است.

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

گزینۀ «۳» - ۷۸

(غرشار حسن زاده)

مبدأ مختصات روی نمودار تابع f قرار دارد، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a \cos(-\frac{2\pi}{3}) + 1 = a(\frac{-1}{2}) + 1 = 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی طبق فرض:

$$S_{\Delta ABC} = 3 / \Delta \pi \Rightarrow \frac{1}{2}(3 \times AC) = 3 / \Delta \pi \Rightarrow AC = \frac{7\pi}{3}$$

همچنین طبق نمودار، نقطه A اولین ریشه معادله $f(x) = 0$ قبل از $x = 0$ ونقاط D و C به ترتیب دومین و چهارمین ریشه همین معادله است:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos(bx - \frac{2\pi}{3}) = \frac{-1}{2} \Rightarrow bx - \frac{2\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow bx - \frac{2\pi}{3} = \dots, \frac{-4\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $x_A \quad x=0 \quad x_D \quad x_C$

$$(bx_C - \frac{2\pi}{3}) - (bx_A - \frac{2\pi}{3}) = \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b(\frac{x_C - x_A}{\frac{7\pi}{3}}) = \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b = 2$$

پس ضابطه تابع $f(x) = 2 \cos(2x - \frac{2\pi}{3}) + 1$ است و داریم:

$$f(\frac{23\pi}{12}) = 2 \cos(\frac{19\pi}{6}) + 1 = -2 \cos \frac{\pi}{6} + 1 = -\sqrt{3} + 1$$

(مسایان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)



هندسه ۳

۸۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

ابتدا ماتریس A^2 را به دست می‌آوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

بنابراین برای توان‌های طبیعی ماتریس A داریم:

$$A^n = \begin{cases} I: \text{زوج } n \\ A: \text{فرد } n \end{cases}$$

$$A^{10} - A^9 = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر ۱ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۲- گزینه «۳»

(فرزانه خاکپاش)

برای به دست آوردن درایه واقع در سطر دوم و ستون اول ماتریس BCA .کافی است سطر دوم ماتریس B را در ماتریس C ضرب کرده و سپسحاصل را در ستون اول ماتریس A ضرب کنیم. اگر $D = BCA$ باشد،

آنگاه داریم:

$$d_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 5 & 2 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & 30 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 134$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۳- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومصوب)

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -x \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2+x & 2 & 1-x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ -x \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2x + x^2 - 2x + a - ax = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - ax + a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4a = 0 \Rightarrow a(a-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases} \text{ غلطی}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۸۴- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

در یک ماتریس قطری تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی برابر صفر

هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix} = 9I$$

$$\Rightarrow A^6 = (9I)^2 = 81I \Rightarrow A^5 = A^6 \times A = 81A$$

$$\Rightarrow A^6 + A^5 = 81I + 81A = 81(I + A)$$

$$= 81 \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) = 81 \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 81(-2 + 4) = 162$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ تا ۲۱)

۸۵- گزینه «۲»

(امیررضا فلاح)

دو ماتریس A و $3I - A$ وارون هم هستند، بنابراین داریم:

$$A^{-1} = 3I - A \Rightarrow A + A^{-1} = 3I$$



$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2m}{3m} = \frac{2}{3}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۳ تا ۲۶)

(امیر حسین ابومصوب)

۸۹- گزینه «۱»

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی فاقد جواب است که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m+1}{1} = \frac{3}{m-1} \Rightarrow (m+1)(m-1) = 3$$

$$\Rightarrow m^2 - 1 = 3 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

حال به ازای هر یک از مقادیر به دست آمده، برقراری رابطه $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ را

بررسی می کنیم.

$$m = 2 \Rightarrow \frac{3}{2-1} \neq \frac{2}{2} \quad \text{دستگاه جواب ندارد.}$$

$$m = -2 \Rightarrow \frac{3}{-2-1} = -\frac{2}{2} \quad \text{دستگاه بی شمار جواب دارد.}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه ۲۶)

(مهمربوری ابوترابی)

۹۰- گزینه «۴»

اگر $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ b & -5 \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \xrightarrow{|A|=17} A^{-1} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} -34 \\ -4b + 7a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{7a - 4b}{17} \end{bmatrix} \Rightarrow x = -2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ تا ۲۶)

$$\Rightarrow (A + A^{-1})^2 = (3I)^2 = 9I^2 = 9I = \begin{bmatrix} 9 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 9 + 9 = 18$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۸۶- گزینه «۱»

(پوار فاطمی)

$$AB = B + 2I \Rightarrow AB - B = 2I \Rightarrow \frac{1}{2}(A - I)B = I$$

یعنی ماتریس B، وارون ماتریس $\frac{1}{2}(A - I)$ است. داریم:

$$A - I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \left(\frac{1}{2}(A - I)\right)^{-1} = 2(A - I)^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۸۷- گزینه «۲»

(پوار فاطمی)

$$A^3 + A^2 + A + I = \bar{O} \Rightarrow A^3 = -A^2 - A - I \quad (1)$$

$$A^3 + A^2 + A + I = \bar{O} \Rightarrow -A^3 - A^2 - A = I$$

$$\Rightarrow A(-A^3 - A^2 - A) = I \Rightarrow A^{-1} = -A^3 - A^2 - A \xrightarrow{(1)} A^{-1} = A^3$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربرد ها: صفحه های ۲۲ و ۲۳)

۸۸- گزینه «۲»

(مهمربوری فخران)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m \\ 3m \end{bmatrix}$$



ریاضیات گسسته

۹۱- گزینه «۴»

(نیلوفر مهری)

دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه
۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶

۱) از ۳۳ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۳۳+۱۲=۴۵$ روز فاصله است. $۴۵ \equiv ۳ \pmod{۷}$

۲) از ۴۸ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۴۸+۱۲=۶۰$ روز فاصله است. $۶۰ \equiv ۴ \pmod{۷}$

۳) از ۴۶ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۴۶+۱۲=۵۸$ روز فاصله است. $۵۸ \equiv ۲ \pmod{۷}$

۴) از ۳۵ روز قبل تا ۱۲ روز بعد، $۳۵+۱۲=۴۷$ روز فاصله است. $۴۷ \equiv ۵ \pmod{۷}$

در گزینه «۴»؛ باقی مانده تقسیم عدد بر ۷، دقیقاً با روز شنبه تطابق دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

۹۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومحبوب)

فرض کنید عددی طبیعی که دارای ویژگی صورت سوال باشد را x نمایش

دهیم. در این صورت داریم:

$$۷x + ۵ \equiv ۰ \pmod{۹} \Rightarrow ۷x \equiv -۵ \equiv -۱۴ \pmod{۹}$$

$$\xrightarrow{+۷} \frac{۹}{(۷,۹)=۱} x \equiv -۲ \pmod{۹} \Rightarrow x = ۹k - ۲ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$۱۰ \leq x \leq ۹۹ \Rightarrow ۱۰ \leq ۹k - ۲ \leq ۹۹ \Rightarrow ۱۲ \leq ۹k \leq ۱۰۱$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} ۲ \leq k \leq ۱۱$$

بنابراین به ازای ۱۰ مقدار k ، x عددی طبیعی و دو رقمی است.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۳- گزینه «۴»

(سامان اسپهرم)

$$۱۰۰۰ = ۷ \times ۱۴۲ + ۶ \Rightarrow ۱۰۰۰ \equiv ۶ \pmod{۷}$$

$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \equiv (-۱)^{۱۳} \equiv -۱ \pmod{۷} \Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ \equiv -۱۲ \pmod{۷}$$

$$\Rightarrow (۱۰۰۰)^{۱۳} \times ۱۲ + ۱۰ \equiv -۱۲ + ۱۰ \equiv -۲ \pmod{۷}$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۴- گزینه «۲»

(علی منصف‌شکری)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{۱۴۰۰}{a} \in \mathbb{N} \Rightarrow a \mid ۱۴۰۰ \\ \frac{a}{۲۰} \in \mathbb{N} \Rightarrow ۲۰ \mid a \Rightarrow a = ۲۰k \end{array} \right\} \Rightarrow ۲۰k \mid ۱۴۰۰ \Rightarrow k \mid ۷۰$$

$$۷۰ = \{۱, ۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۴, ۳۵, ۷۰\} = \text{مجموعه مقسوم‌علیه‌های طبیعی } ۷۰$$

بنابراین ۸ عدد طبیعی برای a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۵- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

$$\left. \begin{array}{l} x \in A \Rightarrow x \equiv ۱ \pmod{۶} \\ x \in B \Rightarrow x \equiv ۳ \pmod{۸} \end{array} \right\} \Rightarrow x \equiv ۱ \pmod{۲۴} \Rightarrow x = ۲۴k - ۵$$

(ریاضیات گسسته- آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۹۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

$$\left. \begin{array}{l} (a, ۶) = ۱ \text{ یا } ۲ \text{ یا } ۳ \text{ یا } ۶ \\ (b, ۷) = ۱ \text{ یا } ۷ \end{array} \right\} \Rightarrow (a, ۶) = (b, ۷) = ۱$$

$$(a, ۶) = ۱ \Rightarrow (a, ۲ \times ۳) = ۱ \Rightarrow \begin{cases} (a, ۲) = ۱ \\ (a, ۳) = ۱ \end{cases} \Rightarrow (a, ۲) = (a, ۳)$$



(افشین فاضله‌فان)

۹۹- گزینه «۴»

$$\overline{abab}^{11} \equiv 4 - b + a - b + a \equiv 2a - 2b + 4 \equiv 0$$

$$\Rightarrow 2a - 2b \equiv -4 \xrightarrow{(2,11)=1} a - b \equiv -2$$

به ازای $a = 7$ و $b = 9$ ، بزرگ‌ترین مقدار $a + b$ حاصل می‌شود کهبرابر $a + b = 16$ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

(غرزانه فاکپاش)

۱۰۰- گزینه «۱»

دو عدد $2a + 9$ و $7a - 4$ در یک دسته هم‌نهشتی به پیمانه ۱۱ قرار دارند،

پس این دو عدد به پیمانه ۱۱ هم‌نهشت هستند.

$$7a - 4 \equiv 2a + 9 \Rightarrow 5a \equiv 13 \equiv 13 + 2 \times 11 \equiv 35$$

$$\xrightarrow{+5} a \equiv 7 \pmod{(5,11)=1}$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\text{به توان ۳}} a^3 \equiv 343 \equiv 3 - 4 + 3 \equiv 2$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} a^2 \equiv 49 \equiv 5$$

$$a \equiv 7 \xrightarrow{\times 3} 3a \equiv 21 \equiv 10$$

$$a^3 + a^2 + 3a + b \equiv 7 \Rightarrow 2 + 5 + 10 + b \equiv 7$$

$$\Rightarrow b \equiv -10 \equiv 1 \Rightarrow b = 11k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

پس به ازای $b = 1$ ، عدد $a^3 + a^2 + 3a + b$ به 7 در 11 تعلق دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۵)

اعداد $a = 7 \times 5$ و $b = 6 \times 5$ ، مثال نقض گزینه‌های «۱» و «۲» هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۹۷- گزینه «۱»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق ویژگی‌های رابطه عاد کردن (بخش‌پذیری) داریم:

$$a + 4 \mid a + 4 \xrightarrow{\times a} a + 4 \mid a^2 + 4a \quad \left. \begin{array}{l} \\ a + 4 \mid a^2 + 2 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a + 4 \mid 4a - 2$$

$$a + 4 \mid a + 4 \xrightarrow{\times 4} a + 4 \mid 4a + 16 \quad \left. \begin{array}{l} \\ a + 4 \mid 4a - 2 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a + 4 \mid 18$$

بنابراین $a + 4$ باید یکی از مقسوم‌علیه‌های ۱۸ باشد. با توجه به اینکهعددی طبیعی است، پس $a + 4 \geq 5$ و در نتیجه داریم:

$$a + 4 = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$a + 4 = 9 \Rightarrow a = 5$$

$$a + 4 = 18 \Rightarrow a = 14$$

یعنی به ازای ۳ عدد طبیعی a ، عدد $a^2 + 2$ بر عدد $a + 4$ بخش‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۹۸- گزینه «۳»

(غرزانه فاکپاش)

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$a = 6q + 1 \xrightarrow{\times 4} 4a = 24q + 4 \quad \left. \begin{array}{l} \\ a = 8q' + 5 \xrightarrow{\times 3} 3a = 24q' + 15 \end{array} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow a = 24(q - q') - 11$$

$$\Rightarrow a = 24(q - q') - 24 + 24 - 11 = 24(\underbrace{q - q' - 1}_{q''}) + 13$$

$$\Rightarrow a = 24q'' + 13$$

بنابراین باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۴، برابر ۱۳ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)



فیزیک ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(مسعود قره‌فانی)

$$\begin{cases} t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = 3 \times 3^2 - 6 \times 3 = 9 \frac{m}{s} \\ t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 3 \times 6^2 - 6 \times 6 = 72 \frac{m}{s} \end{cases}$$

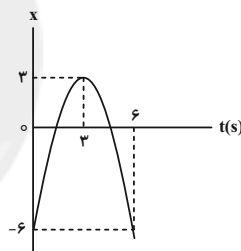
$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{72 - 9}{3} = \frac{63}{3} = 21 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۰۲- گزینه «۳»

(عبدالرضا امینی‌نسب)

روش اول: با رسم نمودار مکان- زمان می‌توان مسافت را به دست آورد. در بازه زمانی صفر تا ۳s متحرک مسافت ۹m را طی می‌کند و در بازه ۳s تا ۶s نیز مسافت ۹m را طی می‌کند.

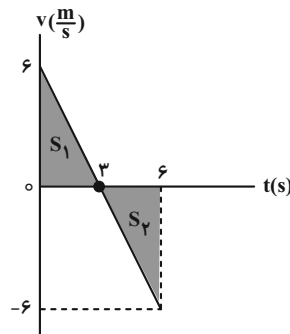


$$L = 9 + 9 = 18m$$

روش دوم: (رسم نمودار $v-t$): با مقایسه معادله مکان- زمان به صورت

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}a &= -1 \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 &= 6 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 6$$

اکنون نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم:

$$L = |S_1| + |S_2|$$

$$L = \left| \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right| + \left| \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \right| = 18m$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

(میثم دشتیان)

۱۰۳- گزینه «۲»

اگر برای هر قسمت از رابطه $\Delta x = v_{av} \Delta t$ استفاده کنیم، داریم:

$$(1) \quad \Delta x_1 = 6 \times 2 = 12m$$

$$(2) \quad \Delta x_2 = -0 / 8 \times 5 = -4m$$

$$(3) \quad \Delta x_3 = 4 \times (t' - 7) = 4t' - 28$$

$$s'_{av|0, t'} = \frac{\ell|0, t'}{\Delta t}, \quad \ell|0, t' = \underbrace{|\Delta x_1|}_{12} + \underbrace{|\Delta x_2|}_{4} + \underbrace{|\Delta x_3|}_{4t' - 28}$$

$$= 4t' - 12$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{4t' - 12}{t'} \Rightarrow t' = 12s$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مسعود قره‌فانی)

۱۰۴- گزینه «۳»

از آنجایی که در بازه زمانی ۳ تا ۵ ثانیه سرعت متحرک منفی است، پس هیچ تغییر جهتی رخ نداده است. بنابراین اندازه جابه‌جایی با مسافت یکسان است. اما از آنجا که سرعت منفی است، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند پس جابه‌جایی منفی است.

$$s = 20m \Rightarrow \Delta x = -20$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(مصطفی کیانی)

۱۰۵- گزینه «۲»

با توجه به نمودار شتاب- زمان، تا لحظه t_1 شتاب منفی و در لحظه‌های بعد از لحظه t_1 شتاب مثبت است. با توجه به این که سرعت اولیه متحرک منفی است، بنابراین در بازه زمانی صفر تا t_1 سرعت و شتاب هم‌علامت‌اند، لذا حرکت شتاب‌دار تندشونده است. برای لحظه‌های بعد از لحظه t_1 ، شتاب مثبت و سرعت منفی است، بنابراین، حرکت شتاب‌دار کندشونده می‌شود و از یک زمانی به بعد سرعت مثبت می‌شود و شتاب هم مثبت است، بنابراین حرکت در نهایت تندشونده می‌شود.



از طرف دیگر برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر جمع برداری نیروهای وارد بر آن است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow 6\vec{i} - 9\vec{j} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 6\vec{i} - 9\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5\text{N}$$

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

(مهم‌سازگی)

۱۰۹- گزینه «۳»

زمانی که نخ را به سرعت می‌کشیم، زمان انتقال نیرو به گوی وجود ندارد و طبق قانون اول نیوتون، جسم تمایل دارد حالت اولیه خود را حفظ کند. در نتیجه نخ (۲) پاره می‌شود. زمانی که نیروی وارد بر گوی به آرامی افزایش یابد، زمان کافی برای انتقال نیرو به گوی وجود دارد و چون نیروی وارد بر نخ (۱) به اندازه وزن گوی بیشتر از نیروی وارد بر نخ (۲) است، نخ (۱) پاره می‌شود.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(مهم‌سازگی)

۱۱۰- گزینه «۱»

نیروی که از طرف شخص به جعبه وارد می‌شود، به سمت راست است و نیروی که از طرف زمین به جعبه وارد می‌شود به سمت پایین است. بنابراین طبق قانون سوم نیوتون واکنش این دو نیرو از طرف جعبه به شخص به سمت غرب و از طرف جعبه به زمین به سمت بالا است.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

دقت کنید، تغییرات اندازه شتاب در نوع حرکت تاثیری ندارد، بلکه نوع حرکت را علامت شتاب و سرعت، با هم مشخص می‌کنند.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۰۶- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

چون در لحظه‌های $t_1 = 1\text{s}$ و $t_2 = 3\text{s}$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان برابر صفر است، لذا در این لحظه‌ها سرعت متحرک برابر صفر می‌باشد، بنابراین، بنابه رابطه $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ شتاب متحرک صفر می‌باشد.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 - v_1}{t_1 - t_1} \rightarrow a_{av} = \frac{0 - 0}{3 - 1} = 0$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۱۰۷- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

ابتدا با مقایسه معادله مکان- زمان جسم با معادله مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت، شتاب جسم را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = -2t^2 + 8t - 10 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون با استفاده از قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر جسم را می‌یابیم:

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, m = 5\text{kg}} F_{\text{net}} = 5 \times (-4) = -20\text{N}$$

$$\Rightarrow |F_{\text{net}}| = 20\text{N}$$

چون $F_{\text{net}} < 0$ است، جهت آن در سوی مخالف محور x می‌باشد.

(فیزیک ۳- دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

۱۰۸- گزینه «۳» (مریم شیخ‌ممو)

ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم را حساب می‌کنیم.

$$\vec{F} = m\vec{a} \xrightarrow{m = 3\text{kg}, \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}} \vec{F} = 3 \times (2\vec{i} - 3\vec{j})$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 6\vec{i} - 9\vec{j}$$



شیمی ۳

۱۱۱- گزینه «۱»

(ایمان عسین نژاد)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها برای نظافت از موادی شبیه صابون امروزی استفاده می‌کردند.

(۳) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل نبود بهداشت و آلوده شدن آب به سرعت شیوع می‌یابد.

(۴) با افزایش سطح تندرستی و بهداشت فردی و همگانی، شاخص امید به زندگی در جهان افزایش یافته است.

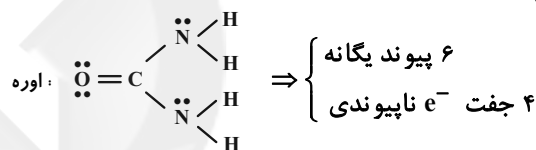
(شیمی ۳- صفحه‌های ۲ و ۳)

۱۱۲- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

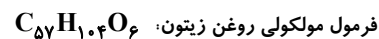
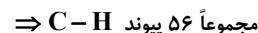
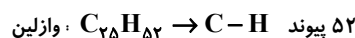
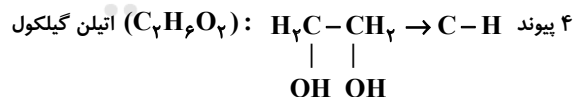
بررسی همه موارد:

مورد اول:



مورد دوم: عسل مولکول‌های قطبی دارد و NaCl ترکیب یونی است. در نتیجه هر دو در آب حل می‌شوند و در اوکتان (C_8H_{18}) حل نمی‌شوند؛ ولی صابون هم در آب و هم در اوکتان حل می‌شود.

مورد سوم:



(شیمی ۳- صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱۱۳- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

بررسی گزینه‌ها:

(۱ و ۲) درست؛ با افزایش دما، قدرت پاک‌کنندگی صابون افزایش می‌یابد و با افزایش دما مقدار درصد لکه باقی‌مانده کاهش می‌یابد.

(۳) درست؛ هر چه مقدار صابون در آب بیشتر باشد، کف ایجاد شده بیشتر است. ولی با رسیدن غلظت صابون حل شده در آب به یک مقدار مشخص، ارتفاع کف تغییری نمی‌کند.

(۴) نادرست؛ هر چه مقدار صابون بیشتر باشد مقدار پاک‌کنندگی نیز افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۱۱۴- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

موارد اول و دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: هر دو دارای حلقه بنزنی هستند.

مورد دوم: از ترکیب‌های کلردار به منظور افزایش قدرت میکروب‌کشی صابون‌ها استفاده می‌شود.

مورد سوم: شمار عنصرهای ترکیب الف:



شمار اتم‌های ترکیب ب:



بنابراین:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های (ب)}}{\text{شمار عنصرهای (الف)}} = \frac{52}{4} = 13$$

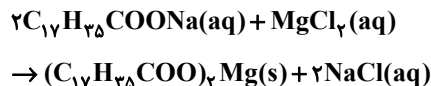
مورد چهارم: هر چه شوینده مواد شیمیایی بیشتری داشته باشد عوارض جانبی آن نیز بیشتر خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۱۵- گزینه «۲»

(امیرمسین مسلمی)

با توجه به این که فرمول عمومی صابون جامد با زنجیر هیدروکربنی سیر شده به صورت $C_nH_{2n+1}COONa$ است، پس فرمول شیمیایی صابون $C_{17}H_{35}COONa$ خواهد بود:



$$\frac{\text{رسوب } 1 \text{ mol}}{2 \text{ mol صابون}} \times \frac{1 \text{ mol صابون}}{306 \text{ g صابون}} \times 61/2 \text{ g رسوب} = ? \text{ g رسوب}$$

$$\times \frac{590 \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} = 59 \text{ g}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶ تا ۹)



۱۱۶- گزینه «۳»

(ممبر رضا پوریاویر)

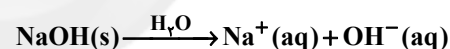
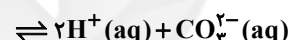
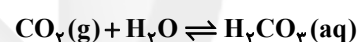
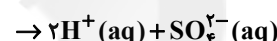
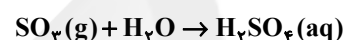
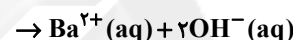
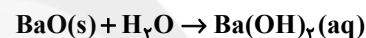
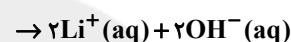
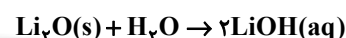
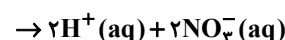
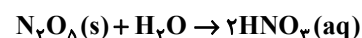
اتیلن گلیکول و اتانول (C_2H_5OH) به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و موادی اسیدی یا بازی به شمار نمی‌آیند. در حالی که کربن دی اکسید (CO_2) با حل شدن در آب مقدار یون $H_2PO_4^+$ را افزایش می‌دهد و یک اسید آرنیوس خواهد بود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱۱۷- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

معادله انحلال ترکیبات داده شده در آب:



اکسیدهای بازی از بین ترکیبات داده شده، BaO و Li_2O هستند که از انحلال یک مول از هر یک از آن‌ها در مجموع ۴ مول یون OH^- تولید می‌شود. تذکر: $NaOH$ اکسید بازی نیست! (هیدروکسید است).

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) ترکیب از ۶ ترکیب داده شده (۶۷٪) حالت فیزیکی جامد دارند؛ به

این معنی که نقطه ذوب آن‌ها از دمای اتاق ($25^\circ C$)، بیشتر می‌باشد.

(۲) ترکیب از ۶ ترکیب داده شده (۵۰٪) در صورت انحلال در آب یون

H^+ ایجاد می‌کنند و pH آن را کاهش می‌دهند.

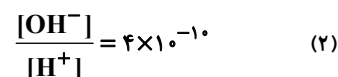
(۳) از بین اسیدهای آرنیوس داده شده، N_2O_5 مول یون‌های بیشتری تولید

می‌کند؛ در نتیجه رسانایی الکتریکی بیشتری دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۱۸- گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)



$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{[H^+]^2} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow [H^+]^2 = 25 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \Rightarrow \text{pH} = 3 - \log 5 = 3 - 0.7 = 2.3$$

$$\%a = \frac{[H^+]}{M} \times 100 = \frac{5 \times 10^{-3}}{1/25} \times 100 = 125\%$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

۱۱۹- گزینه «۲»

(امیرمسین مسلمی)

بررسی عبارت‌ها:

(۱) درست؛ از این پاک‌کننده برای باز کردن مجاری مسدود شده با چربی‌ها

استفاده می‌شود.

(ب) نادرست؛ این مخلوط در اثر واکنش با آب، گاز هیدروژن تولید می‌کند.

(پ) درست

(ت) درست؛ واکنش این مخلوط با آب گرماده است و باعث افزایش دمای

محلول می‌شود.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

۱۲۰- گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

pH به اندازه ۴ واحد کاهش یابد به این معناست که pH محلول از ۷ به

۳ برسد.

$$\text{pH} = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]}$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-4} = \frac{10^{-6}}{M - 10^{-3}} \Rightarrow 6M - 6 \times 10^{-3} = 10 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow 6M = 16 \times 10^{-3} \Rightarrow M = \frac{16 \times 10^{-3}}{6} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$M = \frac{n}{v} \Rightarrow n = M \times v \Rightarrow n = \frac{16 \times 10^{-3}}{6} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 1.5 \text{ L}$$

$$= 4 \times 10^{-3} \text{ mol HF}$$

$$? \text{ mL HF} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol HF} \times \frac{22.4 \text{ L HF}}{1 \text{ mol HF}}$$

$$\times \frac{10^3 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 89.6 \text{ mL HF}$$

(شیمی ۳- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)



هندسه ۱

۱۲۱- گزینه «۱»

(عمیدرضا هقان)

می‌دانیم مجموع فواصل یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع a از سه ضلع مثلث برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. از طرفی مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر است با $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$. بنابراین داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$\text{مجموع فواصل} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۸)

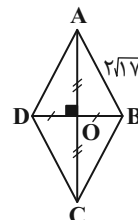
۱۲۲- گزینه «۲»

(عمیدرضا هقان)

می‌دانیم در هر لوزی قطرهای منصف یکدیگرند. پس مطابق فرض داریم:

$$AC = 4BD \Rightarrow 2OA = 2(2OB) \Rightarrow OA = 4OB$$

در مثلث قائم‌الزاویه AOB داریم:



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow (2\sqrt{17})^2 = (4OB)^2 + OB^2$$

$$\Rightarrow 4(17) = 17OB^2 \Rightarrow OB^2 = 4$$

$$\Rightarrow OB = 2, OA = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{مساحت لوزی} = \frac{AC \times BD}{2} = \frac{16 \times 4}{2} = 32$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۲)

۱۲۳- گزینه «۱»

(ریم مشتاق‌نظم)

فرض کنید مساحت شکل‌های بیرونی و درونی را به ترتیب با S' و S نمایش دهیم. در این صورت طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{5}{2} + 11 - 1 = 13 \frac{1}{2}$$

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{2}{2} + 2 - 1 = 2 \frac{1}{2}$$

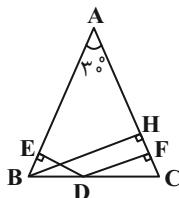
$$\text{مساحت قسمت سایه زده} = S - S' = 13 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{2} = 11$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۴- گزینه «۳»

(رضا عباسی اصل)

ارتفاع BH را در این مثلث رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه ABH ، BH ضلع رو به رو به زاویه 30° و اندازه آن نصف اندازه وتر است، پس داریم:



$$BH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

مجموع فواصل هر نقطه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، بنابراین داریم:

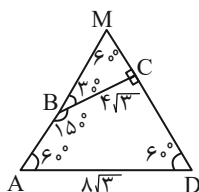
$$DE + DF = BH \Rightarrow 2 + DF = 6 \Rightarrow DF = 4$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۸)

۱۲۵- گزینه «۴»

(پوار هاتمی)

دو ضلع AB و CD را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. مثلث MAD متساوی‌الاضلاع است. همچنین با توجه به اندازه زوایای داده شده، BC بر CD عمود و مثلث MCB قائم‌الزاویه است.



$$\Delta MCB: \tan 60^\circ = \frac{BC}{MC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{MC} \Rightarrow MC = 4$$

$$S_{ABCD} = S_{MAD} - S_{MCB} = \frac{\sqrt{3}}{4}AD^2 - \frac{1}{2}BC \times MC$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(8\sqrt{3})^2 - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 48\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

(هنرسه ۱- هندسه‌ای‌ها؛ صفحه ۶۵)

۱۲۶- گزینه «۴»

(فرزانه کاکپاش)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel BC$$

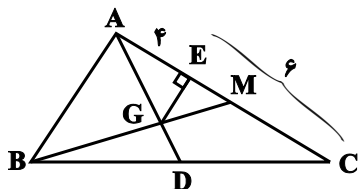
$$\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{AMN} = \frac{1}{4}S_{ABC} \quad (1)$$



(علی ایمانی)

۱۲۹- گزینه «۳»



$$AE = ۴, EC = ۶ \Rightarrow AC = ۱۰$$

اگر میانه BM را رسم کنیم، آنگاه $AM = ۵$ است و داریم:

$$S_{AGM} = \frac{1}{6} S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} (۳)(۵) = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

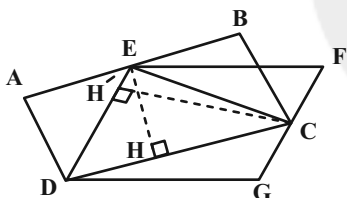
$$\Rightarrow \frac{۱۵}{۲} = \frac{1}{6} S_{ABC} \Rightarrow S_{ABC} = ۴۵$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

(سرژ یقینازاریان تبریزی)

۱۳۰- گزینه «۱»

نقاط E (روی ضلع AB) و C (روی ضلع FG) را به یکدیگر وصل می کنیم.



می توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} S_{EDC} &= \frac{1}{2} EH \times DC \\ S_{ABCD} &= EH \times DC \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{ABCD} = ۲S_{EDC}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{EDC} &= \frac{1}{2} CH' \times ED \\ S_{EFGD} &= CH' \times ED \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{EFGD} = ۲S_{EDC}$$

از آنجا که مساحت مثلث EDC برابر با نصف مساحت هریک از متوازی الاضلاع های ABCD و EFGD است، بنابراین می توان نتیجه گرفت:

$$S_{ABCD} = S_{EFGD}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)

از طرفی نقطه G، نقطه همرسی میانه های مثلث ABC است و در نتیجه داریم:

$$S_{BGC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{BGC}} = \frac{\frac{1}{4} S_{ABC}}{\frac{1}{3} S_{ABC}} = \frac{۳}{۴}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)

۱۲۷- گزینه «۳»

(فرزانه فاکپاش)

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه ای به ترتیب برابر b و i باشد، آنگاه طبق فرمول پیک، مساحت این چندضلعی برابر

$$S = \frac{b}{2} + i - ۱$$

است که همواره $b \geq ۳$ و $i \geq ۰$ است. بنابراین داریم:

$$۷/۵ = \frac{b}{۲} + i - ۱ \Rightarrow \frac{b}{۲} = ۸/۵ - i \Rightarrow b = ۱۷ - ۲i$$

$$b \geq ۳ \Rightarrow ۱۷ - ۲i \geq ۳ \Rightarrow ۲i \leq ۱۴ \Rightarrow i \leq ۷ \xrightarrow{i \geq ۰} ۰ \leq i \leq ۷$$

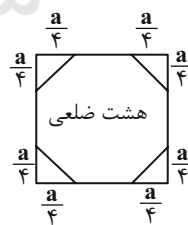
بنابراین تعداد نقاط درونی این چندضلعی شبکه ای می تواند یکی از هشت مقدار متفاوت ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ را دارا باشد.

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۱۲۸- گزینه «۲»

(سوام مجیری پور)

با توجه به شکل داریم:



$$S = \frac{a}{۴} \times \frac{a}{۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{a^2}{۳۲}$$

مثلث قائم الزاویه

$$S = S_{\text{مربع}} - ۴S_{\text{مثلث قائم الزاویه}}$$

$$\Rightarrow S_{\text{هشت ضلعی}} = a^2 - \frac{۴a^2}{۳۲} = a^2 - \frac{a^2}{۸} = \frac{۷a^2}{۸}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{مربع}}}{S_{\text{هشت ضلعی}}} = \frac{a^2}{\frac{۷a^2}{۸}} = \frac{۸}{۷}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)



شیمی ۱

۱۳۱- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

عبارت‌های (الف)، (ب) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) توسعه پایدار، شامل ملاحظات زیست محیطی، اجتماعی و اقتصادی است و ملاحظات سیاسی را شامل نمی‌شود.

(ب) مولکول‌های اوزون به‌طور عمده در لایه استراتوسفر قرار دارند که لایه مفید اوزون را تشکیل می‌دهند ولی در لایه تروپوسفر هم وجود دارد.

(پ) دگرشکل‌ها یا آلوتروپ‌ها به شکل‌های مختلف مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود که ممکن است فرمول مولکولی متفاوتی داشته باشند.

مانند اوزون O_3 و مولکول اکسیژن O_2

(ت) با توجه به صفحه ۷۵ کتاب درسی درست است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۵)

۱۳۲- گزینه «۲»

(امیر حسین مسلمی)

جرم کاسته شده همان جرم CO_2 خارج شده است:

$$? g CaO = 13/2 g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{56 g CaO}{1 \text{ mol } CaO} = 16/8 g$$

$$? g CaCO_3 = 13/2 g CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3}$$

$$\times \frac{100 g CaCO_3}{1 \text{ mol } CaCO_3} = 30 g$$

$$CaCO_3 = 50 - 30 = 20 g$$

باقی‌مانده

$$\text{اختلاف مواد جامد} = 20 - 16/8 = 3/2 g$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۳۳- گزینه «۱»

(امیر حسین طیبی)

مورد سوم به درستی بیان شده است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: برای توصیف یک نمونه گاز، باید مقدار و دما و فشار آن مشخص باشد؛ در اینجا فشار نمونه گاز داده نشده است. در نتیجه نمی‌تواند توصیفی از یک نمونه گاز باشد.

مورد دوم: در شرایط STP یک مول از هر گازی ۲۲/۴ لیتر حجم دارد. (نه هر ماده‌ای!)

مورد سوم: ابتدا حجم مولی گازها در آن شرایط را محاسبه می‌کنیم؛ سپس جرم Cl_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$? L SO_2 = 32 g SO_2 \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{64 g SO_2} \times \frac{v_m L SO_2}{1 \text{ mol } SO_2}$$

$$= 25 L SO_2 \Rightarrow v_m = 50 \frac{L}{mol}$$

$$? g Cl_2 = 10 L Cl_2 \times \frac{1 \text{ mol } Cl_2}{50 L Cl_2} \times \frac{71 g Cl_2}{1 \text{ mol } Cl_2} = 14/2 g Cl_2$$

مورد چهارم: با کاهش تعداد وزنه‌های بالای پیستون، فشار محفظه گاز کاهش

می‌یابد و حجم گاز افزایش می‌یابد. می‌دانیم چگالی یک گاز از رابطه

$$d = \frac{m}{V}$$

است؛ در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۱۳۴- گزینه «۳»

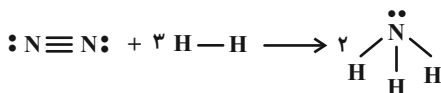
(روزبه رضوانی)

موارد اول و چهارم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: آمونیاک نقطه جوش بالاتری دارد.

مورد دوم: نادرست؛



مورد سوم: نادرست؛ روابط استوکیومتری بر پایه شمار مول مواد است.

مورد چهارم: H و N جزء فراوان‌ترین عناصر مشتری هستند.

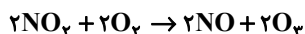
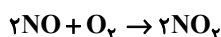
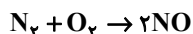
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۳۵- گزینه «۲»

(امیر حسین طیبی)

ابتدا هر سه واکنش را موازنه می‌کنیم، به‌طوری که ضریب ماده مشترک بین

هر دو واکنش برابر شود:

درمی‌یابیم که به ازای هر مول N_2 مصرفی، ۲ مول O_3 تولید می‌شود و درمجموع ۳ واکنش، ۴ مول O_3 به مصرف می‌رسد؛ یا به عبارتی:

$$? g O_2 = 9/03 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{2 \text{ mol } O_3}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{48 g O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 720 g O_3$$

$$? L O_2 = 9/03 \times 10^{24} \text{ atom N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{6/02 \times 10^{23} \text{ atom N}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol N}} \times \frac{4 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } N_2} \times \frac{22/4 L O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 672 L O_2$$

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۸۱)



۱۳۶ - گزینه «۲»

(امیرمسین طیبی)

تنها مورد دوم به نادرستی بیان شده است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: مطابق متن کتاب درسی است.

مورد دوم: بیانگر ارتباط بین زیست کره (جانداران آبی) و هواکره می باشد.

مورد سوم: فراوان ترین آنیون چند اتمی موجود در آب دریا، یون سولفات

 $(\text{SO}_4)^{2-}$ می باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم}}{\text{مقدار بار}} = \frac{5}{|-2|} = \frac{5}{2} = 2.5$$

مورد چهارم: با توجه به متن کتاب درسی درست می باشد.

مورد پنجم: غلظت محلول ۰.۲٪ جرمی اگر به ppm تبدیل شود؛ برابر

۲۰۰۰۰ ppm خواهد بود؛ در نتیجه دو محلولی که غلظت یکسان دارند

شدت رنگ یکسانی نیز دارند. $\text{ppm} = 2 \times 10^4 = 20000$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۵ تا ۸۹ و ۹۳ تا ۹۶)

۱۳۷ - گزینه «۳»

(امیرمسین طیبی)

ابتدا جرم حلال و حل شونده را مشخص می کنیم:

$$\%a = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 71 = \frac{\text{جرم حل شونده}}{180} \times 100$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 127/8 \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \\ 52/2 \text{ g H}_2\text{O} \end{cases}$$

سپس شمار مول اتم های اکسیژن در Na_2SO_4 و آب را جداگانه حساب

می کنیم و در آخر با یکدیگر جمع می کنیم:

$$? \text{ mol O} = 127/8 \text{ g Na}_2\text{SO}_4 \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4}{142 \text{ g Na}_2\text{SO}_4}$$

$$\times \frac{4 \text{ mol O}}{1 \text{ mol Na}_2\text{SO}_4} = 3/6 \text{ mol O}$$

$$? \text{ mol O} = 52/2 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

$$= 2/9 \text{ mol O}$$

$$\text{O مجموع مول اتم} = 3/6 + 2/9 = 6/5 \text{ mol O}$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۶ و ۹۷)

۱۳۸ - گزینه «۴»

(امیرمسین طیبی)

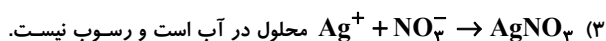
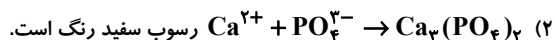
در $\frac{3}{8} \times 100 = 37.5\%$ از ترکیبات داده شده نسبت شمار اتم ها به

عنصرها بیشتر از ۲ می باشد. (رد گزینه های «۱» و «۲»)

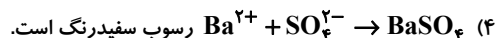
بررسی همه گزینه ها:



(رد گزینه «۱»)



(رد گزینه «۳»)



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۹ تا ۹۲)

۱۳۹ - گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

آنیون	کاتیون	
Ni_2S_3	$\frac{3}{2}$	نیکل (III) سولفید
$\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2$	$\frac{2}{3}$	باریم فسفات
$\text{Sc}_2(\text{SO}_4)_3$	$\frac{3}{2}$	اسکاندیم سولفات
$\text{Al}_2(\text{CO}_3)_3$	$\frac{3}{2}$	آلومینیم کربنات
$\text{Ga}_2(\text{SO}_4)_3$	$\frac{3}{2}$	گالیم سولفات
$\text{Cr}(\text{NO}_3)_3$	$\frac{3}{1}$	کروم (III) نترات

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۹۲)

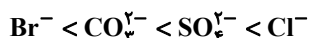
۱۴۰ - گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

موارد (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی گزینه های نادرست:

الف) ترتیب مقدار آنیون های حل شده در آب دریا:



ب) اگر کره زمین را مسطح در نظر بگیریم آب های موجود همه سطح آن را

تا ارتفاع بیش از ۲ کیلومتر می پوشانند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۸۶ تا ۸۸)

(I)

(II)

	فرمول ترکیب	نسبت شمار اتم ها به عنصرها	فرمول ترکیب	نسبت شمار اتم ها به عنصرها
a	BaBr_2	$\frac{2}{1} = 2$	$\text{Al}(\text{NO}_3)_3$	$\frac{12}{3} = 4$
b	FePO_4	$\frac{4}{1} = 4$	LiCl	$\frac{1}{1} = 1$
c	AgF	$\frac{1}{1} = 1$	$\text{Ca}(\text{OH})_2$	$\frac{5}{2} = 2.5$
d	$(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$	$\frac{14}{4} = 3.5$	K_2SO_4	$\frac{7}{2} = 3.5$