



آزمون حلّی سنج ۵

۲۸ مهر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۲۶ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۴ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۲۰ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی



@helli_sanj

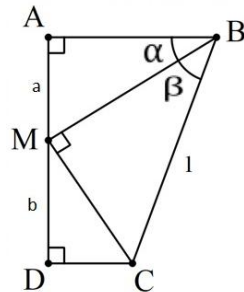
حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- اگر $a + b = \frac{\pi}{6}$ ، $\sin(a + 3b) = \frac{-3}{5}$ باشد مقدار $\tan a$ کدام است؟

- (۱) $\pm \frac{4}{3}$
 (۲) $\pm \frac{3}{4}$
 (۳) $\pm \frac{1}{2}$
 (۴) ± 2

۲- اگر $p = \frac{1}{\sin^2 \frac{5\pi}{12}}$ ، $q = \frac{1}{\cos^2 \frac{5\pi}{12}}$ باشد حاصل $\frac{p-q}{p+q}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $-\sqrt{3}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



۳- در شکل مقابل $\alpha = \frac{\pi}{12}$ و $\beta = \frac{\pi}{8}$ است.

حاصل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ چند برابر $\sin 37/5^\circ$ است.

- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $4\sqrt{3}$
 (۳) $4\sqrt{2}$
 (۴) $8\sqrt{2}$

۴- اگر $\sin x + \cos x = \sqrt{22} - 4$ باشد حاصل

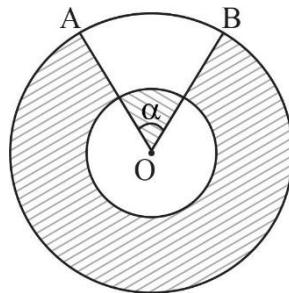
$p = \sqrt{3 \sin x + \cos x} + \sqrt{3 \cos x + \sin x}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$
 (۲) ۲
 (۳) $2 - \sqrt{2}$
 (۴) $2 + \sqrt{2}$

۵- در شکل مقابل، نسبت شعاع دایره بزرگتر به دایره کوچکتر برابر m و نسبت مساحت ناحیه هاشور

زده بزرگتر به مساحت ناحیه هاشور زده کوچکتر برابر n است. کدام رابطه زیر صحیح است؟

(O مرکز هر دو دایره و $\alpha = 60^\circ$ است)



(۱) $m^2 = 1 + \frac{n}{2}$

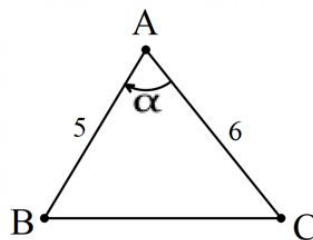
(۲) $m^2 = 1 + \frac{4n}{3}$

(۳) $m^2 = 1 + \frac{n}{3}$

(۴) $m^2 = 1 + \frac{4n}{5}$

۶- مساحت مثلث شکل مقابل برابر ۹ است. حاصل ضرب جوابهای ممکن برای $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ کدام

است؟



(۲) ۷

(۴) $\frac{7}{4}$

(۱) ۱

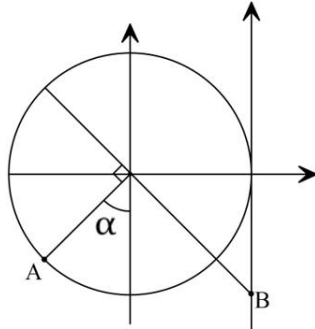
(۳) $\frac{3}{7}$



۷- اگر $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد حاصل $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ کدام است؟ (α حاده است)

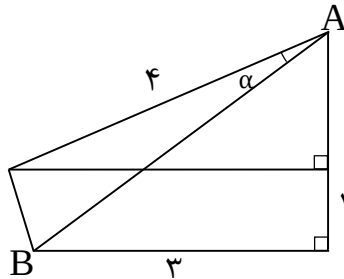
- (۱) $3 - \sqrt{6}$
 (۲) $\sqrt{6} - 3$
 (۳) $3 + \sqrt{6}$
 (۴) $-3 - \sqrt{6}$

۸- در دایره مثلثاتی شکل مقابل، طول نقطه A برابر $\frac{-3}{5}$ است. عرض نقطه B کدام است؟



- (۱) -0.6
 (۲) -0.75
 (۳) -0.8
 (۴) -0.9

۹- در شکل زیر اگر $AB = 5$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{4\sqrt{7}-9}{12+3\sqrt{7}}$
 (۲) $\frac{2\sqrt{7}-1}{2+3\sqrt{7}}$
 (۳) $\frac{4\sqrt{7}+9}{12-3\sqrt{7}}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{7}-1}{4\sqrt{7}+2}$

۱۰- اگر تابع $f(x) = \frac{2 \sin ax}{1 + \cos ax}$ در بازه (m, n) اکیداً نزولی باشد و بزرگترین مقدار $n - m$

برابر ۴ باشد، حاصل $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟

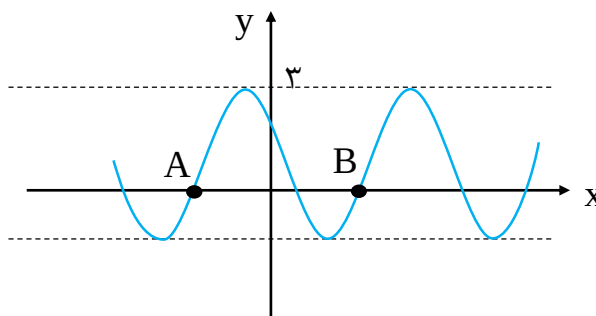
- (۱) $2\sqrt{3}$
 (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 (۳) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$
 (۴) $-2\sqrt{3}$

۱۱- تابع $f(x) = \frac{1}{\tan x - \cot x}$ در کدام بازه یکنوا می باشد؟

- (۱) $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$
 (۲) $\left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$
 (۳) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$
 (۴) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

۱۲- قسمتی از نمودار تابع $f(x) = m \sin px \cos 2x + m \cos px \sin 2x + 2$ به صورت

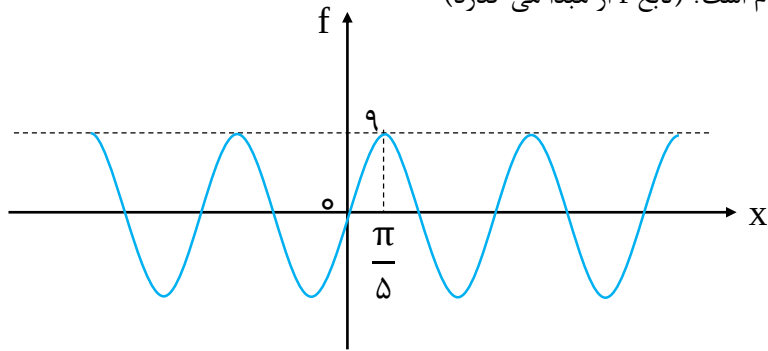
شکل زیر می باشد. اگر $x_B - x_A = \frac{\sqrt{\pi}}{12}$ باشد، حاصل mp کدام گزینه می تواند باشد؟



- (۱) $-\frac{19}{7}$
 (۲) $-\frac{10}{7}$
 (۳) $-\frac{4}{7}$
 (۴) $\frac{24}{7}$

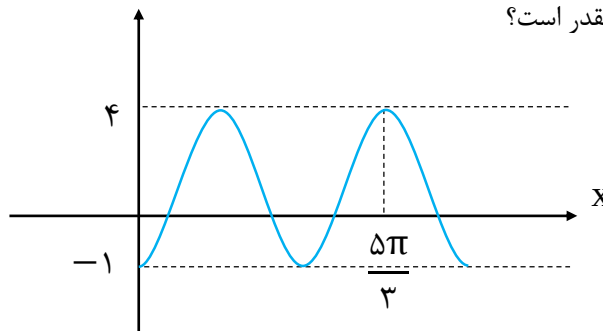


۱۳- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 3 + a \cos(bx + \theta)$ با فرض $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ به صورت زیر باشد، مقدار b کدام است؟ (تابع f از مبدا می گذرد)



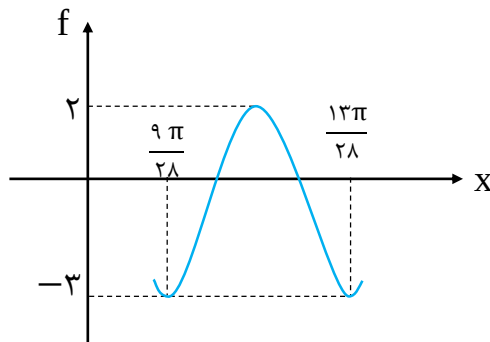
- (۱) $\frac{10}{4}$
 (۲) $-\frac{10}{3}$
 (۳) $\frac{10}{3}$
 (۴) $-\frac{5}{3}$

۱۴- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = 2a + 1 + b \sin(cx + \frac{\pi}{4}) \cos(cx + \frac{\pi}{4})$ به صورت زیر باشد، حاصل $f(\frac{55\pi}{54})$ چقدر است؟



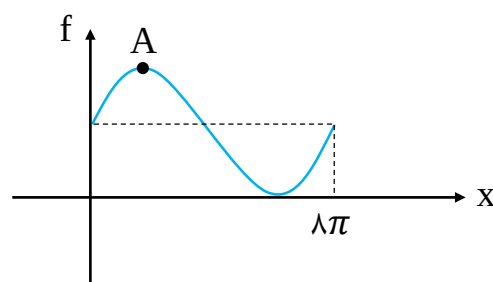
- (۱) $\frac{3}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{4}$
 (۲) $\frac{3}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{4}$
 (۳) $\frac{1}{4}$
 (۴) $\frac{1}{4} + \sqrt{3}$

۱۵- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin^2(bx - \frac{\pi}{4}) + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $ab + c$ کدام است؟



- (۱) ۳۷ و ۳۰
 (۲) ۳۷ و ۳۲
 (۳) -۳۵ و -۳۸
 (۴) -۳۵ و -۳۳

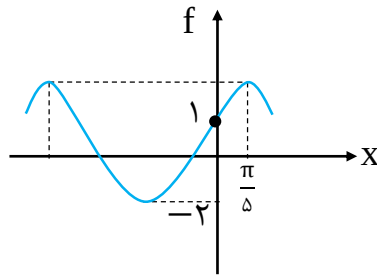
۱۶- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \sin^2 2ax \cos 2ax - \cos^2 2ax \sin 2ax + 2b$ به صورت زیر باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه A چقدر است؟



- (۱) 2π
 (۲) $\frac{\pi}{2}$
 (۳) $\frac{2\pi}{2}$
 (۴) π



۱۷- شکل زیر قسمتی از نمودار $f(x) = 2a + b \cos(cx + \frac{\pi}{3})$ می باشد. حاصل $b(c - a)$



کدام است؟

(۱) $-\frac{8}{3}$ و $\frac{7}{3}$

(۲) $-\frac{10}{3}$ و -6

(۳) $-\frac{8}{3}$ و $\frac{10}{3}$

(۴) $\frac{7}{3}$ و $\frac{10}{3}$

۱۸- درباره‌ی دو مثلث ABC و DEF می دانیم $AB = DE$ ، $BC = EF$ و $\hat{A} = \hat{D}$. با دانستن کدام شرط می توان مطمئن شد که دو مثلث هم نهشت هستند؟

(۲) $AB > BC$

(۱) $BC > AB$

(۴) شرط دیگری لازم نیست.

(۳) $\hat{B} < 90^\circ$

۱۹- پنج ضلعی منتظم $RSTUV$ مفروض است. اگر رأس P از مثلث متساوی الاضلاع PRS داخل این پنج ضلعی باشد، زاویه PTV چند درجه است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۰

(۲) ۱۲

(۱) ۶

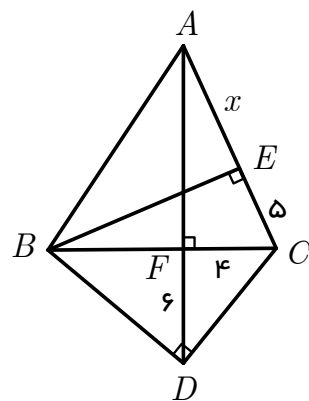
۲۰- با توجه به اندازه‌های شکل مقدار x به کدام عدد صحیح نزدیک تر است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۰

(۳) ۱۱

(۴) ۱۲



۲۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{C} = 90^\circ$) نقطه‌ی D پای ارتفاع وارد بر AB است. نقاط L ، M و N به ترتیب اواسط پاره‌خط‌های AD ، DC و CA می باشند. اگر $CL = 7$ و $BM = 12$

باشد آن گاه مقدار BN^2 کدام است؟

(۴) ۲۰۰

(۳) ۱۹۳

(۲) ۱۶۹

(۱) ۱۸۳

۲۲- دو دایره به شعاع‌های ۷۱ و ۱۰۰ مماس خارجند. بیشترین مساحت ممکن برای مثلث قائم‌الزاویه‌ای که تمام رئوسش بر روی یک یا هر دو دایره باشد کدام است؟

(۲) ۱۷۱۰۰

(۱) ۱۰۰۰۰

(۴) ۲۵۰۰۰

(۳) ۲۴۲۰۰



۲۳- نقطه‌ی M وسط ضلع BC از مربع $ABCD$ می‌باشد. نقاط P و Q بر روی پاره‌خط AM طوری قرار گرفته‌اند که $\hat{BPD} = \hat{BQD} = 135^\circ$. اگر $AP < AQ$ باشد، حاصل $\frac{AQ}{AP}$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) $\sqrt{5}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{6}$

۲۴- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $3\sqrt{3}$ تحت تجانس به مرکز A و نسبت $\frac{1}{3}$ به مثلث دیگری تبدیل می‌شود. فاصله‌ی مرکز ثقل این دو مثلث کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) $\frac{9}{2}$

۲۵- شش ضلعی منظم $ABCDEF$ به ضلع ۲ مفروض است. نقطه‌ی M وسط ضلع AF ، N وسط ضلع AB و P بر روی قطر CF متغیر است. کم‌ترین مقدار ممکن برای $NP + PM$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) $1 + \sqrt{3}$

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $(I + A)^4$ کدام است؟

- (۱) $I + 15A$
(۲) $I + 7A$
(۳) $I + 8A$
(۴) $I + 11A$

۲۷- میان درایه‌های دو ماتریس سه در سه $P = [a_{ij}]$ و $Q = [b_{ij}]$ ، رابطه $b_{ij} = 2^{i+j} a_{ij}$ برقرار است. اگر دترمینان ماتریس P برابر ۲ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس Q کدام است؟

- (۱) 2^{10}
(۲) 2^{11}
(۳) 2^{12}
(۴) 2^{13}

۲۸- مکان هندسی نقاطی از صفحه که حاصل جمع فاصله‌شان از دو خط متقاطع برابر عددی ثابت می‌باشد، کدام است؟

- (۱) دو نیم‌خط
(۲) یک متوازی‌الاضلاع
(۳) یک مستطیل
(۴) دو خط متقاطع

۲۹- مکان هندسی بازتاب نقطه‌ی $(a, 0)$ به نسبت به خط $yt = x + at^2$ (متغیر است). کدام است؟

- (۱) $x - a = 0$
(۲) $y - a = 0$
(۳) $x + a = 0$
(۴) $y + a = 0$



۳۰- باقی مانده عدد 13^{100} بر ۳۵ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۳۱- رقم یکان عبارت $1403^{1403} + 1403^{1403} + 1403^{1403} + \dots + 1403^{1403}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۲- اگر باقیمانده a بر ۷ و ۳ مساوی دو باشد و از طرفی a مضرب ۱۱ باشد رقم وسط کوچکترین عدد سه رقمی a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) صفر (۳) ۶ (۴) ۷

۳۳- اگر $11x + 7y$ و $13 \mid 10x + ay$ آنگاه مجموع ارقام کوچکترین عدد طبیعی برای a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- اگر ۱۲ اردیبهشت سالی روز سه شنبه باشد، ۲۲ بهمن آن سال چند شنبه است؟

- (۱) شنبه (۲) یکشنبه (۳) دوشنبه (۴) سه شنبه

۳۵- اگر a, b, c اعداد صحیح باشند و $abc = 7^{100}$ باشد باقی مانده عبارت $a^{10} + b^{20} + c^{30}$ بر ۸ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی دو رقمی n دو عدد $21 + 9n + n^2$ و $7 + n$ مقسوم علیه مشترکی برابر ۱۱ دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۷- در تقسیم عدد صحیح a بر ۲۸، باقیمانده از دو برابر مربع خارج قسمت یک واحد بیشتر است، مجموع ارقام بزرگترین مقدار برای a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۸- اگر $a \equiv 0 \pmod{14}$ باشد، مجموع ارقام کوچکترین عدد سه رقمی a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۱۱

۳۹- چند نقطه روی منحنی $xy + x + y = 5$ با مولفه های صحیح و نابرابر وجود دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۴

۴۰- به ازای چند عدد سه رقمی طبیعی n داریم: $[18, n] = 720$ ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





آزمون حلّی سنج ۵

۲۸ مهر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه شماره ۲

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۴۵ دقیقه	محمدجواد حیدری پوریا دیارکجوری امیرحسن محمدپور
۲	شیمی	۲۰	۶۶	۸۵	۲۵ دقیقه	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمدرضا زهرهوند سیدصمد صفوی



@helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۴۱- هر مول گاز کامل در فشار 1 atm و دمای 0°C حجمی معادل با $22/4$ لیتر دارد. $5/6$ لیتر گاز هلیوم در فشار 4 atm و دمای 182°C چند گرم جرم دارد؟ ($M_{\text{He}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$)

(۱) $4/8$ (۲) $2/4$ (۳) 24 (۴) 48

۴۲- چگالی 8 مول گاز اکسیژن در فشار 7 atm و دمای 127°C نصف چگالی 12 مول گاز نیتروژن در فشار 4 atm و دمای θ است. θ چند درجه سلسیوس است؟

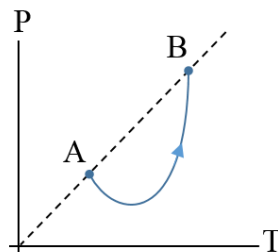
($M_{\text{N}_2} = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ و $M_{\text{O}_2} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$)

(۱) 27 (۲) 100 (۳) 300 (۴) -173

۴۳- مقداری گاز کامل در ظرفی به حجم 40 lit و فشار 2 atm و دمای 91°C قرار دارد. اگر $\frac{3}{4}$ از جرم گاز را از ظرف خارج کرده، همزمان حجم ظرف را 15 لیتر کاهش داده و دمای آن را به 182°C برسانیم، فشار گاز چند اتمسفر می‌شود؟

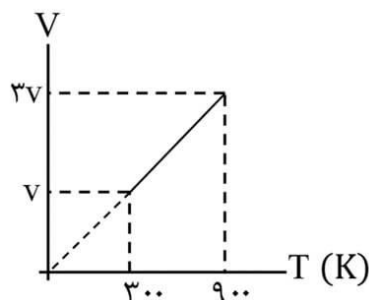
(۱) 1 (۲) 10 (۳) 12 (۴) 6

۴۴- در نمودار $P - T$ شکل زیر، حجم گاز کامل از A تا B چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) همواره افزایش
(۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش
(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش
(۴) همواره کاهش

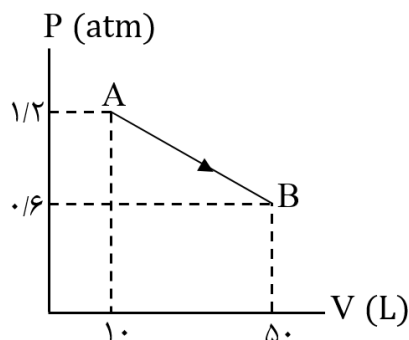
۴۵- شکل زیر نمودار انبساط 5 مول گاز کامل را نشان می‌دهد. کار انجام شده روی گاز در این فرایند



چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.k}}$)

- (۱) 12000
(۲) -24000
(۳) 24000
(۴) -12000

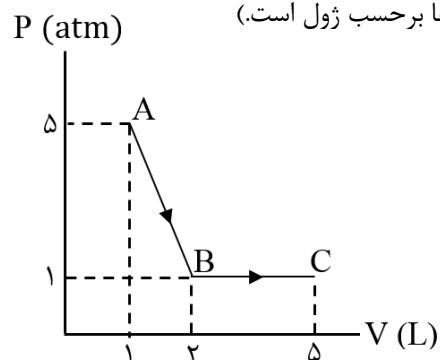
۴۶- در شکل زیر، $1/5$ مول گاز کامل فرایند AB را طی می‌کند. دمای گاز در این فرایند چند درجه سانتی‌گراد تغییر می‌کند؟



- (۱) 150
(۲) 100
(۳) -173
(۴) -123



۴۷- گاز کاملی فرایندهای AB و BC را طی می‌کند. کدام گزینه در مورد کار انجام‌شده و گرمای مبادله‌شده در کل دو فرایند درست است؟ (اعداد گزینه‌ها برحسب ژول است.)



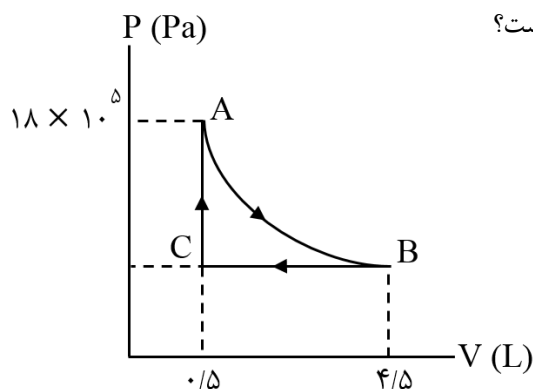
(۱) $Q = -500$ و $W = 500$

(۲) $Q = 500$ و $W = -500$

(۳) $Q = -600$ و $W = 600$

(۴) $Q = 600$ و $W = -600$

۴۸- در چرخه P-V زیر، گرمای مبادله‌شده در فرایند هم‌دمای AB برابر ۱۱۰۰ ژول است. کل کار



انجام‌شده روی گاز کامل در چرخه چند ژول است؟

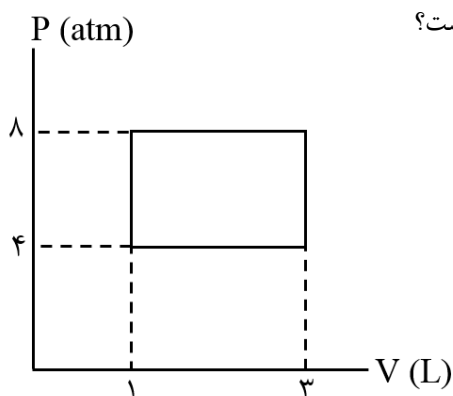
(۱) -۱۹۰۰

(۲) -۳۰۰

(۳) -۷۰۰

(۴) -۱۳۰۰

۴۹- نمودار P-V مقداری گاز کامل به صورت چرخه شکل زیر است. نسبت کمترین دما در کل



چرخه به بیشترین دما در آن در مقیاس کلون کدام است؟

(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

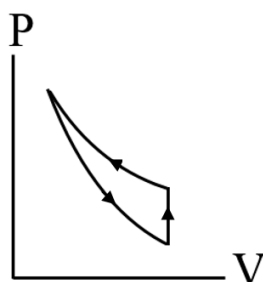
(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{3}$

۵۰- در چرخه P-V زیر، سه فرایند هم‌حجم، هم‌دما و بی‌دررو برای گاز کامل نشان داده شده است.

اگر کار گاز روی محیط در فرایند بی‌دررو ۸۰۰ باشد، گرمای تبادل‌شده در فرایند هم‌حجم چند ژول

است؟



(۱) -۸۰۰

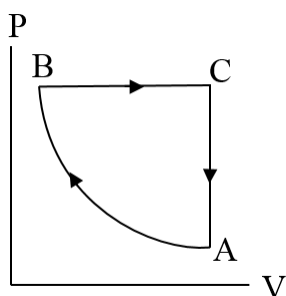
(۲) ۸۰۰

(۳) -۴۰۰

(۴) ۴۰۰



۵۱- در چرخه $P - V$ زیر، دستگاه گاز کامل و فرایند AB یک فرایند بی دررو است. اگر کار انجام شده توسط گاز در مسیر BC برابر ۸۰۰ ژول و کل گرمای مبادله شده در چرخه برابر با ۶۰۰ ژول باشد، کار انجام شده در فرایند AB چند ژول خواهد بود؟

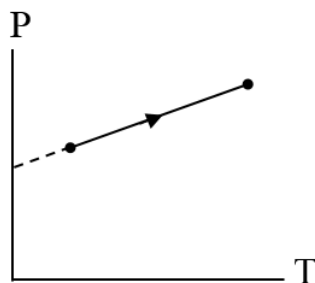


(۱) ۱۰۰۰

(۲) ۴۰۰

(۳) ۱۴۰۰

(۴) ۲۰۰



۵۲- در فرآیند شکل زیر گاز

(۱) گرما گرفته است.

(۲) گرما از دست داده است.

(۳) گرمایی مبادله نکرده است.

(۴) کاهش انرژی درونی داشته است.

۵۳- سه نیروی $F_1 = ۱۰\text{ N}$ ، $F_2 = ۲۰\text{ N}$ و $F_3 = ۱۲\text{ N}$ در صفحه افقی به جسمی به جرم

$۰/۵\text{ kg}$ وارد می شوند و جسم در تعادل است. اگر اندازه نیروهای F_1 و F_3 ، هر کدام $\frac{۱}{۴}$ برابر شود

و اندازه نیروی F_2 نصف شود، شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه می شود؟ (جهت نیروها ثابت می ماند.)

(۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۳۰

۵۴- جسمی به جرم ۱۰۰ گرم از ارتفاع ۲۰ متری رها می شود و با تندی $۱۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به زمین می رسد. اگر

نیروی مقاومت هوای وارد بر جسم ثابت فرض شود، مقدار نیروی مقاومت هوا چند نیوتون است؟

$$(g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

(۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۳۶ (۳) ۰/۶۴ (۴) ۰/۷۲

۵۵- شخصی درون آسانسوری که با شتاب ثابت $۲ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ حرکت کندشونده به سمت بالا دارد، کتابی به

جرم ۲ kg را مطابق شکل زیر با نیروی افقی $F = ۳۲\text{ N}$ به دیوار قائم آسانسور فشرده و کتاب

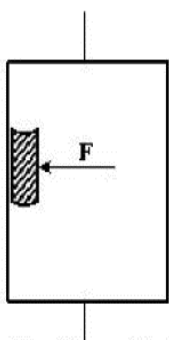
نسبت به آسانسور ساکن است. نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می کند چند نیوتون است؟

$$(g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

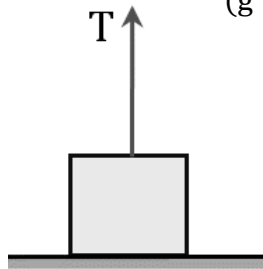
(۱) $۴\sqrt{۸۹}$ (۲) $۱۶\sqrt{۵}$

(۳) ۳۲

(۴) ۴۰



۵۶- در شکل زیر، ابتدا جسم ساکن است و اندازه نیروهای کشش نخ و عمودی تکیه‌گاه به ترتیب $T = 12 \text{ N}$ و $F_N = 8 \text{ N}$ است. اگر اندازه نیروی کشش نخ را دو برابر کنیم (بدون تغییر راستا و جهت آن)، بزرگی شتاب جسم چند متر بر مبع ثانیه می‌شود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



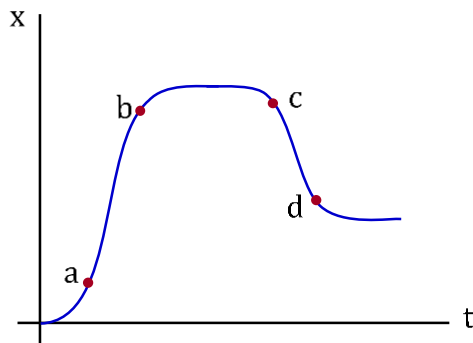
(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۱۲

۵۷- آسانسوری از طبقه همکف شروع به حرکت به طرف بالا کرده و در طبقه دهم متوقف می‌شود. مدتی بعد، شروع به حرکت به طرف پایین کرده و در طبقه پنجم متوقف می‌شود. شکل زیر نمودار مکان- زمان حرکت این آسانسور را نشان می‌دهد. اگر وزن شخص درون آسانسور و F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر زیر پاهای شخص باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) F_N در لحظات b و d کمتر از W است.(۲) F_N در لحظات c و a کمتر از W است.(۳) F_N در لحظات d و a کمتر از W است.(۴) F_N در لحظات c و b کمتر از W است.

۵۸- یک توپ پلاستیکی به جرم 50 g را در عمق یک استخر پر از آب رها می‌کنیم. توپ با شتاب اولیه $30 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به بالا رفتن می‌کند و پس از مدتی به تندی حدی می‌رسد. بیشینه نیروی مقاومت شاره وارد بر توپ چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و نیروی شناوری وارد بر توپ از طرف آب ثابت است).

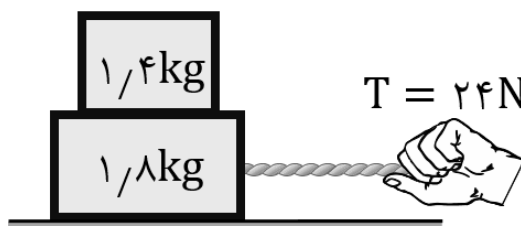
(۱) ۱/۵

(۲) ۱

(۳) ۲/۵

(۴) ۲

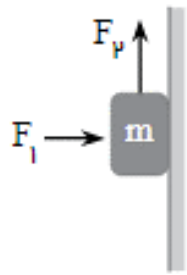
۵۹- مطابق شکل زیر، یک جسم $1/4$ کیلوگرمی روی یک جسم $1/8$ کیلوگرمی قرار دارد و با اعمال نیروی افقی $T = 24 \text{ N}$ به جسم $1/8$ کیلوگرمی، هر دو جسم با هم روی سطح افقی در حرکت با سرعت ثابت هستند. اگر در همین حال، جسم $1/4$ کیلوگرمی را از روی جسم $1/8$ کیلوگرمی برداریم، زاویه بین نیروی زمین به جسم $1/8$ کیلوگرمی ($\vec{R}$) و سطح زمین چند درجه تغییر می‌کند؟

($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)(۱) 23° (۲) 16° (۳) 7°

(۴) تغییر نمی‌کند.



۶۰- در شکل زیر شرایط نیروی F_1 چقدر باشد تا جسم m سر نخورد؟



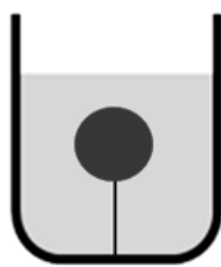
$$\frac{|mg - F_y|}{\mu_s} \quad (2) \text{ حداقل}$$

$$mg - F_y \quad (4) \text{ حداقل}$$

$$\frac{|mg - F_y|}{\mu_s} \quad (1) \text{ حداکثر}$$

$$\mu_s |mg - F_y| \quad (3) \text{ حداکثر}$$

۶۱- یک توپ پلاستیکی را با یک تکه نخ نازک به کف ظرف پر از آبی بسته‌ایم و توپ تعادل دارد. در این حالت نیروی کشش نخ وارد بر توپ، ۱۰ نیوتون و نیروی شناوری وارد بر آن، ۱۲ نیوتون است. اگر نخ را ببریم، شتاب توپ درست لحظه‌ای پس از بریدن نخ چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟



$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

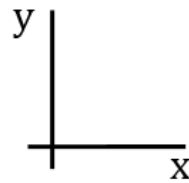
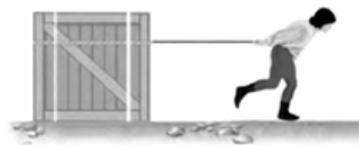
۱۰ (۱)

۴۰ (۲)

۵۰ (۳)

۶۰ (۴)

۶۲- مطابق شکل زیر، شخصی جعبه‌ی ساکنی به جرم 40 kg را با نیروی ثابت و افقی $\vec{F} = (180 \text{ N})\vec{i}$ می‌کشد. اگر ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به ترتیب $0/5$ و $0/25$ باشد، بردار نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، در SI کدام است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



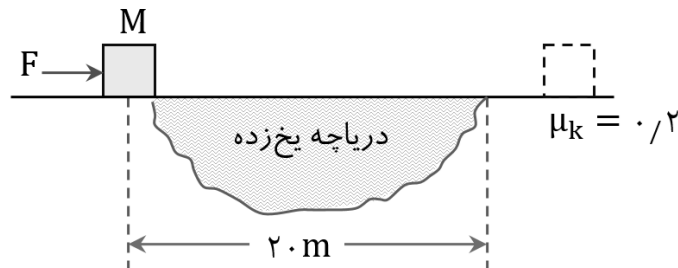
$$-100\vec{i} + 400\vec{j} \quad (1)$$

$$100\vec{i} - 400\vec{j} \quad (2)$$

$$-180\vec{i} + 400\vec{j} \quad (3)$$

$$180\vec{i} - 400\vec{j} \quad (4)$$

۶۳- جسمی به جرم $M = 10 \text{ kg}$ در کناره‌ی دریاچه‌ی یخ‌زده‌ای به عرض ۲۰ متر قرار دارد. این جسم را با نیروی ثابت $F = 8 \text{ N}$ از کناره‌ی دریاچه تا وسط آن (فاصله ۱۰ متری) هل می‌دهیم و سپس به حال خود رها می‌کنیم. سطح یخ‌زده‌ی دریاچه با جسم هیچ اصطکاکی ندارد؛ ولی ضریب اصطکاک خشکی با جسم $\mu_k = 0/2$ است. حداکثر پیشروی جسم در خشکی چند متر است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



۲ (۱)

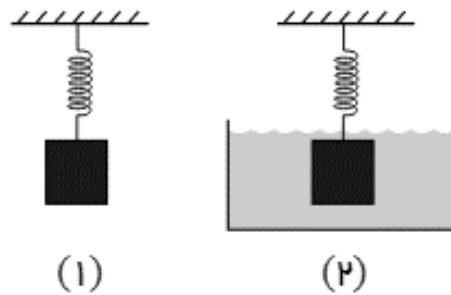
۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)



۶۴- وزنه‌ای را از فنر سبکی مطابق شکل (۱) آویزان می‌کنیم و بعد از ایجاد تعادل، طول فنر نسبت به طول عادی آن ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. اگر همان وزنه و فنر را در همان مکان داخل ظرف پر از آبی مطابق شکل (۲) قرار دهیم، بعد از ایجاد تعادل طول فنر ۸۸ درصد طول آن در حالت (۱) می‌شود. اندازه نیروی شناوری وارد بر وزنه در آزمایش (۲) چند درصد وزن وزنه است؟



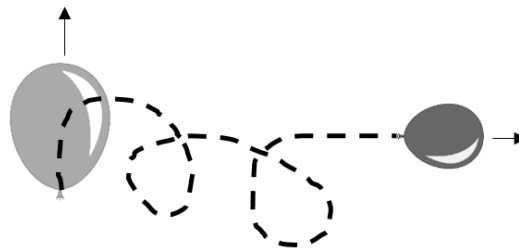
(۱) ۴۰

(۲) ۶۰

(۳) ۷۵

(۴) ۸۸

۶۵- انتهای یک بادکنک بادشده باز است و بادکنک به اطراف حرکت می‌کند. در لحظه t_1 جرم بادکنک و هوای داخل آن ۱۰ گرم است و بادکنک مانند شکل با تندی $12 \frac{m}{s}$ به سمت بالا در حرکت است. در لحظه t_2 جرم بادکنک و هوای داخل آن ۵ گرم است و بادکنک با تندی $10 \frac{m}{s}$ مانند شکل به سمت راست در حرکت است. اندازه تغییر تکانه بادکنک در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند نیوتون - ثانیه است؟



(۱) ۰/۰۰۷

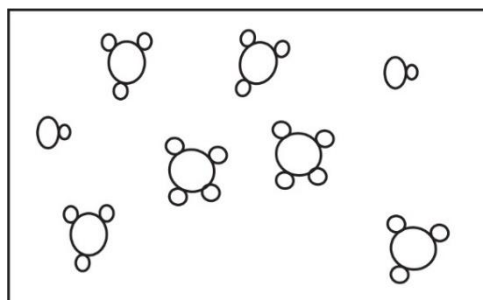
(۲) ۰/۰۱۳

(۳) ۰/۰۷

(۴) ۰/۱۳



۶۶- با توجه به شکل زیر که ظرفی به حجم ۵۰۰ میلی لیتر را نشان می دهد، pH محلول نهایی کدام است؟ (هر ذره را معادل $0/01$ مول در نظر بگیرید؛ مولکول های آب نمایش داده نشده است.)

(۱) $1/1$ (۲) $1/4$ (۳) $12/9$ (۴) $12/6$

۶۷- کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) رسانایی الکتریکی ۱۰ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت $2 \frac{mol}{L}$ ، از رسانایی الکتریکی ۱ لیتر محلول سدیم فسفات با غلظت $2 \frac{mol}{L}$ بیشتر است.
(۲) سرعت واکنش هیدروبرومیک اسید با منیزیم، همواره بیشتر از سرعت واکنش استیک اسید با منیزیم است.

(۳) pH محلولی که آن نسبت غلظت یون هیدروکسید به هیدرونیوم در آن، در دمای اتاق $10^4 \times 0/4$ است، برابر با $8/8$ می باشد.

(۴) pH محلول $0/1 \frac{mol}{L}$ سولفوریک اسید $0/7$ است.

۶۸- به 10 ml محلول M مول بر لیتر از HCl آب اضافه می کنیم تا حجم آن به ۱ لیتر برسد، اگر 200 میلی لیتر از محلول رقیق شده، pH 800 میلی لیتر محلول $Ba(OH)_2$ با $pH = 12/3$ را $0/3$ واحد کاهش دهد، M کدام است؟

(۱) $3 \frac{mol}{L}$
(۲) $0/3 \frac{mol}{L}$
(۳) $1 \frac{mol}{L}$
(۴) $0/1 \frac{mol}{L}$

۶۹- اگر در واکنش برگشت پذیر $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ در ظرفی به حجم یک لیتر ابتدا مقداری آمونیاک وارد ظرف کنیم، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(الف) از لحظه آغاز واکنش تا رسیدن به تعادل، سرعت تولید آمونیاک افزایش می یابد.
(ب) نشانه ای از برگشت پذیر بودن واکنش، حضور حداقل یکی از واکنش دهنده ها و فراورده ها می باشد.
(پ) واکنش های رفت و برگشت در سامانه های برگشت پذیر، به طور پیوسته و با سرعت برابر انجام می شوند.
(ت) در لحظه تعادل، سرعت تولید NH_3 برابر با سرعت تولید N_2 است.
(ث) از ابتدا تا رسیدن به تعادل، شمار گونه های موجود در ظرف، افزایش می یابد.

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۷۰- اگر در 200 میلی لیتر محلول $0/1$ مول بر لیتر از اسید HA مجموعاً $10^{21} \times 12/04$ یون وجود داشته باشد، درصد یونش اسید کدام است؟

(۱) ۵۰
(۲) ۵
(۳) ۲
(۴) ۲۰

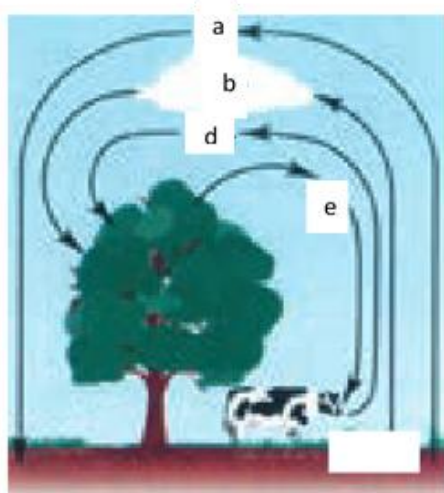


- ۷۱- اگر بر اثر حل شدن x گرم استیک اسید در یک لیتر آب، غلظت یون استات در آب برابر 236 ppm شود و درجه یونش استیک اسید 0.2 باشد، x کدام است؟
 $(C = 12, H = 1, O = 16 \text{ g.mol}^{-1})$ (چگالی محلول را 1 g/mL در نظر بگیرید.)
- (۱) $1/2$ (۲) 60
 (۳) 6 (۴) 12

- ۷۲- اگر به محلول اسید قوی HBr با غلظت 1 mol/L و حجم 0.5 لیتر 12 گرم استیک اسید اضافه کنیم، در نهایت غلظت یون استات در محلول نهایی به تقریب چقدر خواهد بود؟
 $(C = 12, H = 1, O = 16 \text{ g.mol}^{-1})$ و $Ka_{\text{استیک اسید}} = 10^{-5} \text{ mol/L}$
- (۱) 4×10^{-5} (۲) 2×10^{-3}
 (۳) 10^{-4} (۴) 2×10^{-4}

- ۷۳- pH محلولی از اسید ضعیف HA برابر $4/15$ می باشد. اگر درجه یونش این اسید در دمای معین برابر 0.4 باشد ثابت یونش این اسید به ترتیب کدام است؟ ($\log 7 = 0.85$)
- (۱) $2/3 \times 10^{-5}$ (۲) $4/6 \times 10^{-5}$
 (۳) $9/2 \times 10^{-5}$ (۴) $3/4 \times 10^{-5}$

- ۷۴- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از عبارت های زیر نادرست است؟



- الف) نسبت جفت الکترون های پیوندی به ناپیوندی در مولکول a برابر با $1/5$ است.
 ب) میانگین درصد حجمی گاز b در هوا حدود یک درصد است.
 پ) در دمای 78°C ، گاز d به مایع تبدیل می شود.
 ت) فشار گاز e در سطح دریای آزاد، تقریباً برابر با $20/9 \times 10^{-2} \text{ atm}$ است.

- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) ۳ (۴) ۴

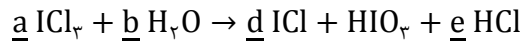
- ۷۵- چه تعداد از موارد زیر، عبارت داخل گیومه را به درستی کامل می کند؟
 «تعداد اتم هیدروژن در اتانول ۳ برابر تعداد در است.»

- اتم آهن - آهن (III) اکسید
- اتم اکسیژن - مس (II) اکسید
- مجموع شمار یون ها در هر واحد فرمولی - آهک
- اختلاف اتم کربن و هیدروژن - پروپان

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۷۶- با توجه به واکنش زیر، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟



(الف) در مولکول H_2S ، a جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

(ب) هوا کره به e لایه تقسیم می‌شود.

(پ) در هر واحد ماده اصلی هماتیت، a عدد کاتیون وجود دارد.

(ت) در لایه تروپوسفر به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، b درجه سلسیوس افت دما وجود دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

(الف) در بالاترین لایه هواکره، یون‌ها وجود دارند.

(ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار تقریباً منظم کم می‌شود.

(پ) هلیوم موجود در گاز طبیعی، به همراه سایر فرآورده‌ها می‌سوزد و به بدون مصرف وارد هواکره می‌شود.

(ت) در رسم ساختار لوئیس، هنگامی که اتم‌های یکسانی به اتم مرکزی متصل‌اند، نمایش پیوند سه‌گانه به دوگانه مقدم است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۸- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌ها در یون نیترات، با نسبت

شمار آنیون به کاتیون در چه تعداد از ترکیب‌های زیر برابر است؟

(الف) آمونیوم سولفید (ب) کروم (II) کربنات

(پ) استرانسیم سولفات (ت) روبیدیم اکسید

(ث) گالیم فسفید (ج) کلسیم هیدروکسید

(چ) باریم استات (ح) منیزیم فلوئورید

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۹- کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

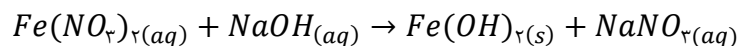
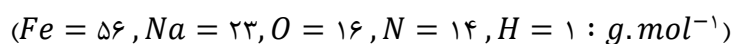
(۱) فراوان‌ترین آنیون موجود در آب دریاها، در آب آشامیدنی و شیرین نیز وجود دارد.

(۲) زیست‌کره شامل جانداران روی کره زمین است که در واکنش‌های آن‌ها، درشت مولکول‌ها نقش اساسی ایفا می‌کنند.

(۳) سالانه، میلیاردها تن مواد گوناگون از آب‌کره خارج می‌شود؛ به‌طوری که جرم مواد حل‌شده در آب دریا، تقریباً ثابت است.

(۴) در استخراج منیزیم از آب دریا، یون Mg^{2+} به‌صورت رسوب MgCl_2 از آب دریا جدا می‌شود.

۸۰- به ۲۰۰ گرم محلول ۹ درصد جرمی آهن (II) نیترات، مقدار لازم سدیم هیدروکسید جامد افزوده می‌شود. درصد جرمی یون سدیم در محلول نهایی، پس از جدا کردن رسوب حاصل، به‌تقریب کدام است؟ (معادله واکنش موازنه شود.)



(۱) ۱/۲ (۲) ۲/۳ (۳) ۳/۳ (۴) ۴/۶



۸۱- چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

الف) انحلال پذیری در 50°C : پتاسیم نیترات < لیتیم سولفات

ب) تاثیر دما در تغییر انحلال پذیری: سدیم کلرید < سدیم نیترات

پ) رسانایی الکتریکی: محلول 0.1 مولار آمونیاک ($\alpha = 8\%$) < محلول 0.2 مولار اسید HA ($K_a = 2 \times 10^{-5}$)

ت) طول موج رنگ مشاهده شده: محلول ید در هگزان < رنگ شعله سوختن گوگرد

(۱) ۱

(۳) ۳

۸۲- چه تعداد از موارد زیر درست مقایسه شده‌اند؟

الف) دمای جوش: $\text{H}_2\text{S} < \text{HBr}$

ب) دمای جوش: $\text{AsH}_3 < \text{C}_6\text{H}_{14}$

پ) قدرت نیروی بین مولکولی: استون ... اتانول > اتانول ... اتانول

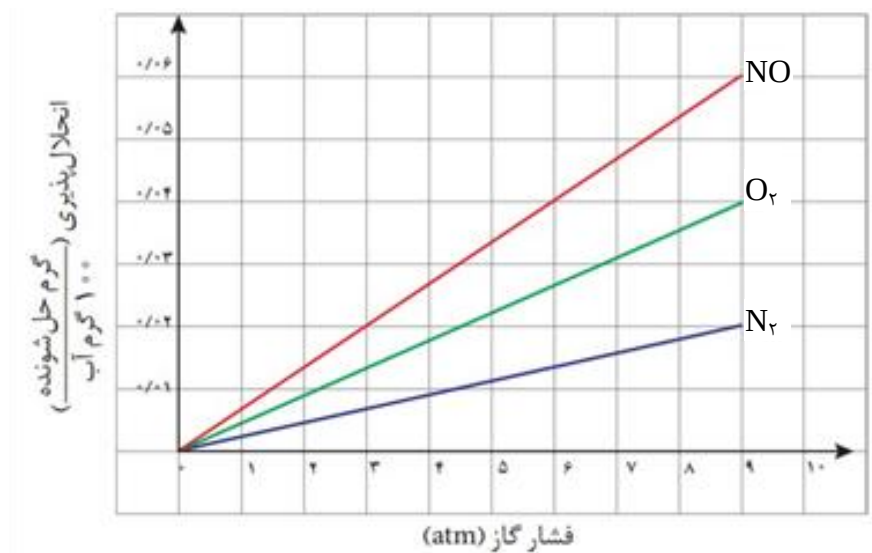
ت) میانگین قدرت پیوند یونی CaCl_2 و پیوند هیدروژنی آب < نیروی جاذبه یون - دو قطبی در

محلول

(۱) ۱

(۳) ۳

۸۳- با توجه به نمودارهای زیر که در دمای 25°C رسم شده‌اند، کدام موارد نادرست هستند؟



الف) شیب نمودار گاز SO_3 از NO بیشتر است.

ب) در فشار $1/7 \text{ atm}$ ، میزان انحلال پذیری NO سه برابر گاز N_2 می‌باشد.

پ) در فشار $1/5 \text{ atm}$ ، میزان انحلال پذیری گاز نیتروژن $\frac{1}{3}$ گاز اکسیژن است.

ت) اگر همین نمودارها در دمای 50°C رسم شوند، شیب همه آن‌ها افزایش می‌یابد.

(۱) "الف" و "ب"

(۳) "پ" و "ت"

(۴) "الف" و "پ"



۸۴- مقدار ۱۰۰ گرم از مواد زیر را در دمای 25°C در یک لیتر آب می‌ریزیم. به ترتیب چه تعداد الکترولیت ضعیف بوده، چه تعداد رسانای الکتریکی بالایی داشته و در چه تعداد از مواد پس از انحلال، ماهیت حل‌شونده حفظ می‌شود؟

استون - فرمیک اسید - اوره - کلسیم فسفات - پتاسیم نیترات - پروپانول - هیدروژن برمید - باریم سولفات - متیل آمین - دی نیتروژن پنتا اکسید

(۲) ۲ - ۴ - ۳

(۱) ۳ - ۳ - ۲

(۴) ۳ - ۳ - ۳

(۳) ۴ - ۴ - ۲

۸۵- کدام عبارت نادرست است؟

(۱) اگر دو محلول نیتریک اسید با $pH = 1$ و $pH = 5$ در لوله U شکل با غشای نیمه تراوا جدا شده باشند، به مرور ارتفاع محلول شاخه دارای $pH = 5$ کاهش می‌یابد.

(۲) نوع جاذبه بین ذره‌ای در مخلوط LiOH و $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ با جاذبه بین ذره ای آب متفاوت است.

(۳) نیروهای بین‌مولکولی به‌طور عمده به جرم مولی و قطبی بودن مولکول‌ها بستگی دارد.

(۴) دیواره یاخته‌های کلم در اثر کاهش دما و کاهش تعداد پیوند هیدروژنی، تخریب می‌شود.





پاسخنامه حلی سنج ۵

۲۸ مهر ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۴۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۰	۶۶	۸۵	۲۵ دقیقه

نام درس	طراحان (حروف الفبا)	ویراستاران
ریاضی و حسابان	حسین شفیع زاده، علیرضا نداف زاده	محمد حسین حاجی ابراهیمی
هندسه	صبا مهدوی	
آمار و احتمال و گسسته	احسان ایزدپناه، محمد پیشنماز، علیرضا شریف خطیبی	
فیزیک	محمد جواد حیدری، پوریا دیار کجوری، امیر حسن محمدپور	احسان محمدی
شیمی	حسن ایزدی، مسعود خوش طینت، محمد رضا زهرهوند، سید صمد صفوی	امیر حسین کامرو، امیر حسین طاهری



@helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- گزینه ۱

$$2a + b = \frac{\pi}{6} \rightarrow 6a + 3b = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin(3a + 3b) = \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = \cos a = \frac{-3}{5} \rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{4}{3}$$

۲- گزینه ۳

$$p - q = \frac{\cos^2 \frac{\Delta \pi}{12} - \sin^2 \frac{\Delta \pi}{12}}{\cos^2 \frac{\Delta \pi}{12} \sin^2 \frac{\Delta \pi}{12}} = \frac{\cos \frac{\Delta \pi}{6}}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\Delta \pi}{6}} = -8\sqrt{3}$$

$$p + q = \frac{\sin^2 \frac{\Delta \pi}{12} + \cos^2 \frac{\Delta \pi}{12}}{\sin^2 \frac{\Delta \pi}{12} \cos^2 \frac{\Delta \pi}{12}} = \frac{1}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\Delta \pi}{6}} = 16$$

$$\frac{p - q}{p + q} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

۳- گزینه ۴

$$\begin{cases} a = MB \cdot \sin \alpha = \cos \beta \sin \alpha \\ b = MC \cdot \cos \alpha = \sin \beta \cos \alpha \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a + b}{ab} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\frac{1}{4} \sin^2 \alpha \sin^2 \beta} = \frac{\sin \frac{\Delta \pi}{24}}{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} = 8\sqrt{2} \sin \frac{\Delta \pi}{24}$$

۴- گزینه ۲

$$\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 38 - 8\sqrt{22} \rightarrow 2 \sin x \cos x = 37 - 8\sqrt{22}$$

از طرفی:

$$p^2 = 4 \sin x + 4 \cos x + 2\sqrt{10 \sin x \cos x + 3}$$

$$= 4(\sqrt{22} - 4) + 2\sqrt{185 - 40\sqrt{22} + 3}$$

$$= 4\sqrt{22} - 16 + 2\sqrt{(10 - 2\sqrt{22})^2}$$

$$= 4\sqrt{22} - 16 + 20 - 4\sqrt{22} = 4 \rightarrow p = 2$$

۵- گزینه ۱

شعاع دایره کوچک r و دایره بزرگ را R و مساحت ناحیه بزرگ را S_2 و ناحیه کوچک را S_1 می نامیم.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\Delta \pi}{3}\right) - \frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\Delta \pi}{3}\right)}{\frac{1}{2} r^2 \left(\frac{\pi}{3}\right)} = \Delta \left(\frac{R^2}{r^2}\right) - \Delta \rightarrow n = \Delta m^2 - \Delta$$

۶- گزینه ۱

$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \sin \alpha \rightarrow 9 = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5} \rightarrow \tan \alpha = \pm \frac{3}{4}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} \begin{cases} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{1}{7} \\ = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = 7 \end{cases}$$

۷- گزینه ۲

فرض کنید $x - \frac{\pi}{6} = \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

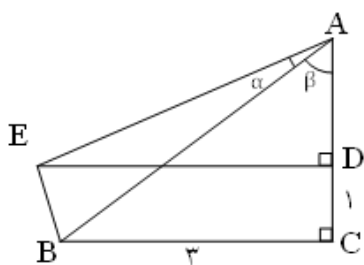
$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) &= \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{6} - \frac{3}{6} = \frac{\sqrt{6} - 3}{6} \end{aligned}$$

۸- گزینه ۲

$$x_A = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha = -\frac{3}{5} \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$y_B = -\tan \alpha = -\frac{3}{4}$$

۹- گزینه ۱



$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 4 \rightarrow AD = 3$$

$$\tan \beta = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$ED = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{ED}{AD} = \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{\tan \alpha + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4} \tan \alpha} \rightarrow \tan \alpha = \frac{4\sqrt{7} - 9}{12 + 3\sqrt{7}}$$

۱۰- گزینه ۴

$$f(x) = \frac{4 \sin \frac{a}{4} x \cos \frac{a}{4} x}{2 \cos^2 \frac{a}{4} x} = 2 \tan \frac{a}{4} x$$

با توجه به نمودار $y = \tan x$ ، چون تابع f اکیداً نزولی است، پس $a < 0$ و همچنین بزرگ‌ترین بازهٔ اکیداً یکنوایی تابع f فاصلهٔ طولی دو مجانب قائم متوالی یا دو نقطه تعریف نشده می‌باشد که برابر یک دورهٔ تناوب تابع می‌باشد. پس:

$$T = 4 = \frac{\pi}{\left| \frac{a}{4} \right|} \rightarrow 2|a| = \pi \rightarrow a = -\frac{\pi}{2}$$

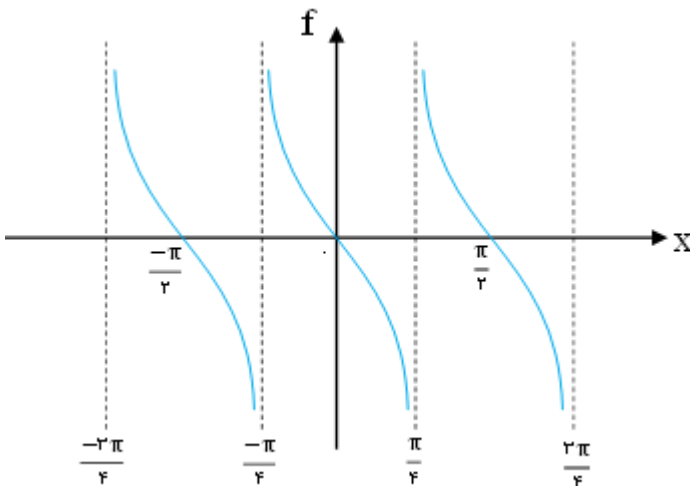
$$f(x) = 2 \tan \left(-\frac{\pi}{4} x \right) \rightarrow f(x) = -2 \tan \left(\frac{\pi}{4} x \right)$$

$$f\left(\frac{64}{3}\right) = -2 \tan \frac{16\pi}{3} = -2 \tan \left(5\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -2 \tan \frac{\pi}{3} = -2\sqrt{3}$$

۱۱- گزینه ۴

$$f(x) = \frac{1}{\tan x - \cot x} = \frac{1}{-2 \cot 2x} = -\frac{1}{2} \tan 2x$$

با توجه به نمودار f ، تابع فقط در گزینه ۴ اکیداً نزولی می‌باشد.



۱۲- گزینه ۲

$$f(x) = m \sin(p+2)x + 2$$

با توجه به نمودار $y = \sin x$ و نمودار تابع $y = f(x)$ می‌توان نتیجه گرفت که: $m(p+2) < 0$ (زیرا تابع $y = \sin x$ باید نسبت به یکی از محورهای طول یا عرض قرینه شود تا به نمودار $y = f(x)$ تبدیل شود) و از طرف دیگر می‌توان نوشت:

$$f_{\max} = |m| + 2 = 3 \rightarrow |m| = 1$$

$$x_B - x_A = \text{فاصله دو نقطه هم‌فاز متوالی} = \text{یک دوره تناوب} = \frac{2\pi}{|p+2|} = \frac{2\pi}{12} \rightarrow |p+2| = \frac{24}{12} \begin{cases} p+2 = \frac{24}{12}, & m = -1 \\ p+2 = -\frac{24}{12}, & m = 1 \end{cases}$$

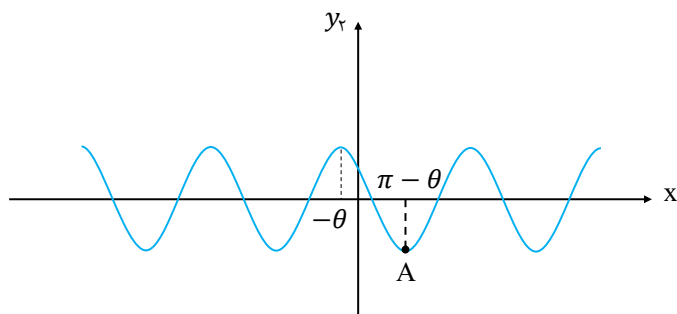
بنابراین دو دسته جواب به دست می‌آید:

$$\begin{cases} p = \frac{10}{y} \\ m = -1 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} p = \frac{-38}{y} \\ m = 1 \end{cases}$$

$$mp = -\frac{10}{y} \quad \text{یا} \quad mp = -\frac{38}{y}$$

۱۳- گزینه ۳

$$y_1 = \cos x \rightarrow y_2 = \cos(x + \theta)$$



با توجه به نمودار $y_2 = \cos(x + \theta)$ و $y = f(x)$ نتیجه می‌گیریم که نمودار y_2 باید نسبت به یکی از محور طول‌ها یا عرض‌ها قرینه می‌شود. پس $ab < 0$ از طرفی دیگر داریم:

$$f(0) = 0 = 3 + a \cos \theta \rightarrow \underbrace{a \cos \theta}_{+} = -3 \rightarrow a < 0 \rightarrow b > 0$$

پس طول نقطه متناظر A برابر $\frac{\pi - \theta}{b}$ می‌باشد که برابر $\frac{\pi}{5}$ می‌باشد، یعنی $\frac{\pi - \theta}{b} = \frac{\pi}{5}$.

از طرفی داریم:

$$f_{\max} = 9 = 3 + |a| \rightarrow |a| = 6 \rightarrow a = -6$$

$$\rightarrow -6 \cos \theta = -3 \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\rightarrow \frac{\pi - \frac{\pi}{3}}{b} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{b} = \frac{2\pi}{3b} = \frac{\pi}{5} \rightarrow b = \frac{10}{3}$$

۱۴- گزینه ۲

$$f(x) = 2a + 1 + \frac{b}{3} \sin\left(2cx + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(x) = 2a + 1 + \frac{b}{3} \cos 2cx$$

با توجه به نمودار $y = \cos x$ و $y = f(x)$ می‌توان نتیجه گرفت که $b < 0$ اما عدد c می‌تواند مثبت یا منفی باشد. (چون تابع $y = \cos x$ باید نسبت به محور طول‌ها قرینه شود تا به تابع $y = f(x)$ تبدیل شود و قرینه تابع $y = \cos x$ نسبت به محور عرض‌ها تغییری ایجاد نمی‌کند.) از طرفی داریم:

$$f_{\max} = 2a + 1 + \left| \frac{b}{2} \right| = 4 \quad \rightarrow 2a + 2 = 4 \rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f_{\min} = 2a + 1 - \left| \frac{b}{2} \right| = -1$$

$$\left| \frac{b}{2} \right| = 4 - \frac{2}{2} = \frac{5}{2} \rightarrow b = -5$$

از طرفی داریم:

$$T + \frac{T}{2} = \frac{2}{2}T = \frac{\Delta\pi}{3} \rightarrow T = \frac{10\pi}{9}$$

(چون فاصله طولی دو مینیموم متوالی برابر یک دوره تناوب و فاصله طولی یک ماکزیموم و مینیموم متوالی برابر نصف دوره تناوب می باشد.)

$$T = \frac{10\pi}{9} = \frac{2\pi}{|2c|} = \frac{\pi}{|c|} \rightarrow |c| = \frac{9}{10}$$

$$f(x) = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cos\left(\frac{9}{10}x\right)$$

$$f\left(\frac{55\pi}{9}\right) = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cos \frac{11\pi}{2} = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} \cos \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

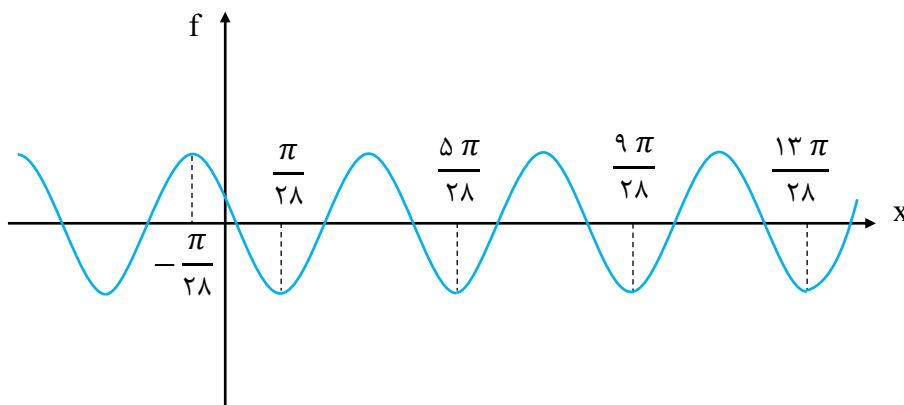
۱۵- گزینه ۲

$$f(x) = a \frac{1 - \cos\left(2bx - \frac{\pi}{2}\right)}{2} + c$$

$$f(x) = \left(\frac{a}{2} + c\right) - \frac{a}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2bx\right) = \left(\frac{a}{2} + c\right) - \frac{a}{2} \sin 2bx$$

$$T = \frac{12\pi}{28} - \frac{9\pi}{28} = \frac{3\pi}{28} = \frac{\pi}{9}$$

پس تابع f به صورت زیر می باشد:



با توجه به نمودارهای $y_1 = \sin x$ و $y_2 = f(x)$ متوجه می شویم که $(-\frac{a}{2})(2b) < 0$ یا $ab > 0$ (چون تابع $y = \sin x$ باید نسبت به یکی از محورهای مختصات قرینه شود تا به تابع $y = f(x)$ برسد).

$$f_{\max} = \left(\frac{a}{2} + c\right) + \left| -\frac{a}{2} \right| = 2$$

$$f_{\min} = \left(\frac{a}{2} + c\right) - \left| -\frac{a}{2} \right| = -3$$

$$\rightarrow 2 \left| \frac{a}{2} \right| = 5 \rightarrow |a| = 5$$

$$a = 5 \rightarrow c = -3$$

$$a = -5 \rightarrow c = 2$$

از طرفی:

$$T = \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{b} \rightarrow |b| = 2$$

چون $ab > 0$ پس:

$$\begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} a = -5 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$$

۱۶- گزینه ۴

$$f(x) = \sin 2ax \cos 2ax (\sin^2 2ax - \cos^2 2ax) + 2b$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin 4ax (-\cos 4ax) + 2b$$

$$f(x) = -\frac{1}{4} \sin 4ax + 2b$$

از طرفی داریم:

$$T = \text{فاصله دو نقطه هم فاز متوالی} = \lambda\pi = \frac{2\pi}{|4a|} \rightarrow |a| = \frac{1}{32}$$

و همچنین با مقایسه نمودار $y = \sin x$ و $y = f(x)$ متوجه می شویم که $a < 0$ (چون باید نمودار $y = \sin x$ نسبت به محور عرضها قرینه شود تا به تابع $y = f(x)$ تبدیل شود). پس: $a = -\frac{1}{32}$

از طرفی دیگر:

$$f_{\min} = -\frac{1}{4} + 2b = 0 \rightarrow b = \frac{1}{8}$$

$$f(x) = \frac{1}{4} \sin \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

پس:

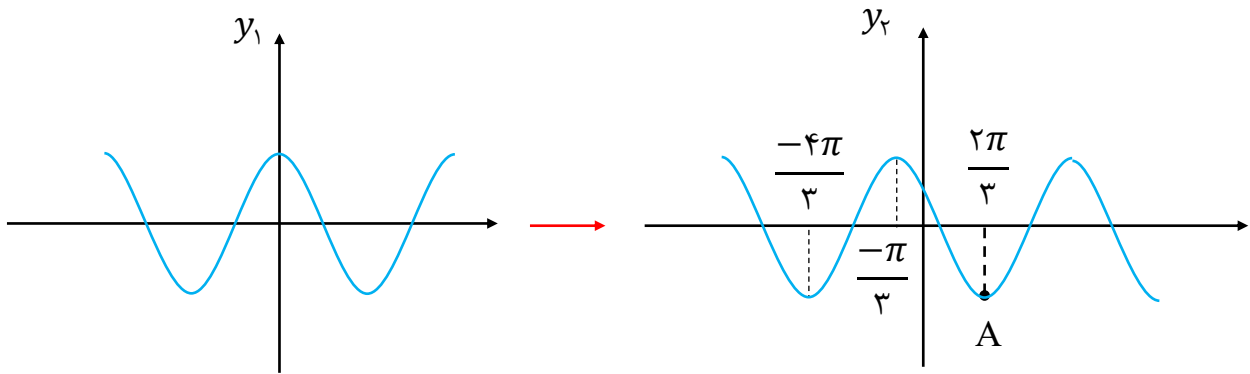
با توجه به نمودار $y = \sin x$ متوجه می شویم که نقطه A واقع بر تابع f متناظر $A' \left| \frac{\pi}{2} \right|$ واقع بر تابع $y = \sin x$ می باشد. پس نقطه A به صورت

زیر می باشد:

$$y_B = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x_A = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{1}{4}} = 2\pi$$

پس: $x_A \cdot y_B = \pi$

$$y_1 = \cos x \rightarrow y_2 = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$



با توجه به نمودار y_2 و نمودار $y = f(x)$ می‌توان دو تصور داشت:

الف) $c > 0$ و $b < 0$

در این صورت متناظر نقطه A در نمودار $y = f(x)$ طولی برابر $\frac{\pi}{5}$ دارد، پس: $c = \frac{1}{3}$ یا $c = \frac{2\pi}{3c} = \frac{\pi}{5}$ در ضمن:

$$f(0) = 2a + \frac{b}{3} = 1 \rightarrow 2a + \frac{b}{3} = 1$$

$$f_{min} = 2a - |b| = -2 \rightarrow 2a + b = -2 \rightarrow -\frac{b}{3} = 2$$

$$b = -6 \rightarrow a = 2 \rightarrow f(x) = 4 - 6 \cos\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$b(c - a) = -6\left(\frac{1}{3} - 2\right) = -8$$

ب) $c > 0$ و $b > 0$

در این صورت متناظر نقطه B در نمودار $y = f(x)$ طولی برابر $\frac{\pi}{5}$ دارد،

$$\text{پس } c = -\frac{5}{3} \text{ یا } -\frac{\pi}{3c} = \frac{\pi}{5}$$

در ضمن:

$$f(0) = 2a + \frac{b}{3} = 1 \rightarrow 2a + \frac{b}{3} = 1$$

$$f_{min} = 2a - |b| = -2 \rightarrow 2a - b = -2 \rightarrow \frac{3}{5}b = 2$$

$$\rightarrow b = 2 \rightarrow a = 0$$

$$f(x) = 2 \cos\left(-\frac{5}{3}x + \frac{\pi}{3}\right) \rightarrow f(x) = 2 \cos\left(\frac{5}{3}x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$b(c - a) = 2\left(0 + \frac{5}{3}\right) = \frac{10}{3}$$

۲۰- تمامی گزینه‌ها	۱۹- گزینه ۱	۱۸- گزینه ۱
		
۲۳- گزینه ۲	۲۲- گزینه ۳	۲۱- گزینه ۳
		
۲۶- گزینه ۱	۲۵- گزینه ۲	۲۴- گزینه ۲
		
۲۹- گزینه ۳	۲۸- گزینه ۳	۲۷- گزینه ۴
		

۳۰- گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} 13^{100} &\equiv 3^{100} \equiv (3^2)^{50} (-1)^{50} \equiv 1 \\ 13^{100} &\equiv 6^{100} \equiv (-1)^{100} \equiv 1 \end{aligned} \right\} 13^{100} \equiv 1 \pmod{17}$$

۳۱- گزینه ۳

برای محاسبه رقم یکان کافیت عبارت را به پیمانه ۱۰ ببریم.

$$1403 \equiv 3 \pmod{10} \rightarrow 3^1 + 3^6 + 3^4 + \dots + 3^4 \equiv 3^1 + 3^2 + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{10} \pmod{10}$$

$$\text{تعداد} = \frac{1404}{2} - 2 = 700$$

$$3 + 9 + 0 \equiv 12 \equiv 2 \pmod{10}$$

۳۲- گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} a &\equiv 2 \pmod{21} \rightarrow a \equiv 2 + 2 \times 21 \equiv 44 \\ a &\equiv 3 \pmod{11} \rightarrow a \equiv 11 + 4 \times 11 \equiv 44 \end{aligned} \right\} \rightarrow a \equiv 44 \pmod{231}$$

$$a = 231k + 44 \xrightarrow{k=1} a_{min} = 231 + 44 = 275 \rightarrow \text{رقم دهگان} = 7$$

۳۳- گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 13 \mid 11x + 7y &\xrightarrow{\times 5} 13 \mid 55x + 35y \\ 13 \mid 13x + 13y &\xrightarrow{\times 5} 13 \mid 65x + 65y \end{aligned} \right\} \rightarrow 13 \mid 4y + 10x \rightarrow a = 4$$

۳۴- گزینه ۲

روز سه شنبه را مبدا فرض می کنیم و داریم:

۲شنبه	۱شنبه	شنبه	جمعه	پنج شنبه	چهارشنبه	سه شنبه
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

حال تعداد روزهایی که بین تاریخ داده شده، و تاریخ خواسته شده وجود دارد را به دست آورده، سپس آن را به پیمانه ۷ می بریم.

$$(31 - 12) + 4 \times 31 + 4 \times 30 + 22 \equiv 285 \equiv 5 \pmod{7} \rightarrow 22 \text{ بهمن روز ۱ شنبه است.}$$

۳۵- گزینه ۳

می دانیم مربع هر عدد فرد به شکل $8k + 1$ نوشته می شود چون حاصلضرب ۳ عدد a, b, c عددی فرد شده است پس هر کدام باید فرد باشند و a^{10}, b^{10}, c^{10} مربع عدد فرد محسوب می شوند پس داریم:

$$a^{10} + b^{10} + c^{10} = (8k + 1) + (8k' + 1) + (8k'' + 1) = 8q + 3$$

۳۶- گزینه ۱

ابتدا خودمان ب. م. م. دو عبارت را حساب می کنیم.

$$(n^2 + 9n + 21, n + 7) = d \rightarrow \begin{cases} d | n + 7 \xrightarrow{x=n} d | -n^2 - 7n \\ d | n^2 + 9n + 21 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} d | 2n + 21 & \xrightarrow{-} d | 7 \rightarrow d = 1 \text{ یا } 7 \rightarrow \\ d | n + 7 & \xrightarrow{\times 2} d | 2n + 14 \end{aligned}$$

پس ب.م.م این دو عبارت هیچ گاه مساوی ۱۱ نمی شود.

۳۷- گزینه ۲

$$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$$

$$a = 28q + 2q^2 + 1$$

$$2q^2 + 1 < 28 \rightarrow q^2 < \frac{27}{2} \rightarrow q^2 < 13.5 \rightarrow q_{max} = 3$$

$$a = \underbrace{(28 \times 3)}_{84} + \underbrace{2(3)^2}_{18} + 1 = 103 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4$$

۳۸- گزینه ۲

$$9^{199} + a \equiv 0$$

$$9^2 \equiv 81 \equiv -3 \rightarrow (9^2)^3 \equiv (-3)^3 \equiv -27 \equiv 1$$

$$(9^6)^{33} \times 9 \equiv 1^{33} \times 9 \equiv 9 \rightarrow 9^{199} \equiv 9$$

$$\rightarrow 9 + a \equiv 0 \rightarrow a = 14k - 9 \xrightarrow[k=8]{a \geq 100} a_{min} = 103 \rightarrow \text{مجموع ارقام} = 4$$

$$y(1+x) = \delta - 3x \rightarrow y = \frac{\delta - 3x}{x+1} \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} x+1 \mid \delta - 3x$$

$$\left. \begin{array}{l} x+1 \mid \delta - 3x \\ x+1 \mid x+1 \xrightarrow{\times 3} x+1 \mid 3x+3 \end{array} \right\} \rightarrow x+1 \mid \delta \rightarrow$$

$$x+1 = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow y=\delta \rightarrow (0, \delta) \\ x=-2 \rightarrow y=-1 \rightarrow (-2, -1) \end{cases}$$

$$x+1 = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow y=1 \rightarrow (1, 1) \\ x=-3 \rightarrow y=-7 \rightarrow (-3, -7) \end{cases}$$

$$x+1 = \pm 4 \rightarrow \begin{cases} x=3 \rightarrow y=-1 \rightarrow (3, -1) \\ x=-5 \rightarrow y=-9 \rightarrow (-5, -9) \end{cases}$$

$$x+1 = \pm 8 \rightarrow \begin{cases} x=7 \rightarrow y=-2 \rightarrow (7, -2) \\ x=-9 \rightarrow y=-4 \rightarrow (-9, -4) \end{cases}$$

پس ۶ نقطه با مولفه های صحیح و نا برابر داریم.

$$\begin{cases} 720 = 2^5 \times 3 \times 5 \\ 18 = 2 \times 3^2 \end{cases}$$

$$[2 \times 3^2, n] = 2^5 \times 3 \times 5$$

می دانیم ک.م.م همه عوامل با توان بیشتر است.

$n = 2^4 \times 3 \times 5 = k$ پس لزوماً n باید $2^4, 3, 5$ را داشته باشد.

همچنین n می تواند عامل ۳ را تا حداکثر توان ۲ داشته باشد.

$$k = 1 \rightarrow n = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} k = 3 \rightarrow n = 2^4 \times 3 \times 5 = 240 \\ k = 3^2 \rightarrow 2^4 \times 3 \times 5 = 720 \end{array} \right\} \sqrt{\quad} \rightarrow \text{غیر قابل قبول چون دو رقمی است}$$

پس دو مقدار قابل قبول ۳ رقمی داریم.

۴۱- گزینه ۲

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22}{1 \times 273} = \frac{4 \times 5/6}{n \times 455} \Rightarrow n = \frac{3}{5} \text{ mol}$$

$$m = n \times M = \frac{3}{5} \text{ mol} \times 4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = \frac{12}{5} \text{ g}$$

۴۲- گزینه ۴

با توجه به رابطه چگالی گاز کامل، یعنی $\rho = \frac{PM}{RT}$ داریم:

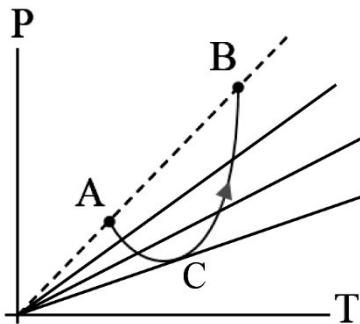
$$\rho_{O_2} = \rho_{N_2} \Rightarrow \frac{7 \times 32}{400} = \frac{1}{2} \times \frac{4 \times 28}{T_2} \Rightarrow T_2 = 100 \text{ K} \Rightarrow \theta = -173^\circ \text{C}$$

۴۳- گزینه ۱

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{2 \times 40}{n \times 364} = \frac{P_2 \times 25}{\frac{1}{4} n \times 455} \Rightarrow P_2 = 1 \text{ atm}$$

۴۴- گزینه ۳

شیب خط عبوری از مبدأ در دستگاه P - T، با حجم گاز رابطه عکس دارد. طبق شکل شیب تا نقطه C کاهش و سپس افزایش می‌یابد، بنابراین حجم گاز ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.



۴۵- گزینه ۲

در فرایند انبساطی، کار منفی است (کار توسط گاز روی انجام می‌شود).

$$W = -nR\Delta T = -5 \times 8 \times 600 = -24000 \text{ J}$$

۴۶- گزینه ۱

$$T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow T_B - T_A = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{nR} = \frac{3000 - 1200}{1/5 \times 8} = \frac{1800}{12} = 150 \text{ K}$$

۴۷- گزینه ۴

در فرایندی که حجم گاز افزایش می‌یابد، کار محیط روی گاز منفی است:

$$W = -S = -\left[\frac{5+1}{2} \times 1 + 1 \times 3\right] \times 100 = -600 \text{ J}$$

$$P_A V_A = P_C V_C \Rightarrow T_A = T_C \Rightarrow \Delta U_{ABC} = 0 \Rightarrow Q = -W = +600 \text{ J}$$

۴۸- گزینه ۲

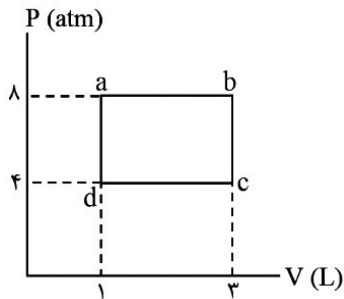
در فرایند همدما، کار و گرمای تبادل شده با هم برابر و دارای علامت مخالف هستند. پس کار انجام شده در فرایند همدما $J - 1100$ است. اکنون فشار نقطه B را پیدا می‌کنیم:

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow 18 \times 10^5 \times 0.5 = P_B \times 4/5 \Rightarrow P_B = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$W_{BC} = +S = 2 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-3} = 800 \text{ J}$$

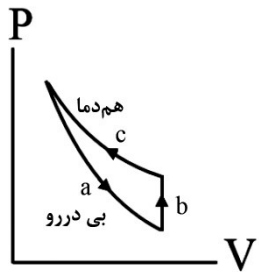
$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -1100 + 800 + 0 = -300 \text{ J}$$

۴۹- گزینه ۳



$$T \propto PV \Rightarrow \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = \frac{T_d}{T_b} = \frac{4 \times 1}{8 \times 3} = \frac{1}{6}$$

۵۰- گزینه ۲



$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_a + \Delta U_b + \Delta U_c = 0$$

$$W_a + Q_b + 0 = 0 \Rightarrow -800 + Q_b = 0 \rightarrow Q_b = +800 \text{ J}$$

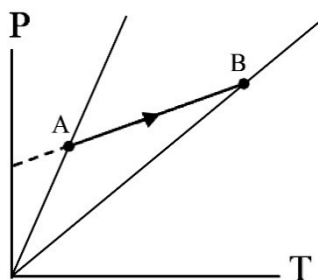
۵۱- گزینه ۴

$$W_{\text{کل}} = -Q_{\text{کل}} \xrightarrow{\text{چرخه ساعتگرد: } Q > 0} W_{\text{کل}} = -600 \text{ J}$$

$$W_{\text{کل}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} \Rightarrow -600 = W_{AB} - 800 + 0 \Rightarrow W_{AB} = +200 \text{ J}$$

۵۲- گزینه ۱

شیب خطی که از مبدأ می‌گذرد، با حجم رابطه عکس دارد. بنابراین $V_B > V_A$ است و کار انجام شده منفی است. از طرفی:



$$T_B > T_A \Rightarrow \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \xRightarrow{\Delta U = Q + W, W < 0} Q > 0$$

۵۳- گزینه ۳

$$\vec{F}_{net\text{ اولیه}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

$$\vec{F}_{net\text{ جدید}} = \frac{1}{4}\vec{F}_1 + \frac{1}{2}\vec{F}_2 + \frac{1}{4}\vec{F}_3 = \frac{1}{4}\vec{F}_1 + \frac{1}{4}\vec{F}_2 + \frac{1}{4}\vec{F}_3 + \frac{1}{4}\vec{F}_2 = \frac{1}{4}\vec{F}_2$$

پس برابند نیروها در حالت جدید ۵ نیوتون است و شتاب جسم ۱۰ متر بر مربع ثانیه می‌شود.

۵۴- گزینه ۲

$$2 a \Delta x = v^2 - v_0^2 \Rightarrow a = \frac{16^2}{2 \times 20} = 64 \frac{m}{s^2}$$

$$mg - f_D = ma \Rightarrow 1 - f_D = 0.64 \Rightarrow f_D = 0.36 N$$

۵۵- گزینه ۲

چون کتاب نسبت به آسانسور ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی به آن وارد می‌شود. برای به دست آوردن مقدار نیروی اصطکاک وارد بر کتاب، قانون دوم نیوتون را برای کتاب می‌نویسیم. توجه داریم که شتاب کتاب، همان شتاب حرکت آسانسور است؛ یعنی شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ به طرف پایین. پس داریم:

$$mg - f_s = ma \Rightarrow 20 - f_s = 4 \Rightarrow f_s = 16 N$$

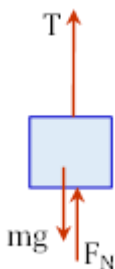
$$F_N = F = 32 N$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} = \sqrt{32^2 + 16^2} = 16\sqrt{5} N$$

۵۶- گزینه ۲

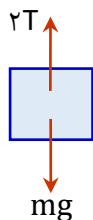
در مرحله اول با نوشتن معادله تعادل، وزن جسم و از روی آن جرم جسم را پیدا می‌کنیم:

$$T + F_N = mg \Rightarrow 12 + 8 = 10 m \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$



با دو برابر کردن نیروی T، جسم از سطح زمین جدا می‌شود و $F_N = 0$ می‌شود. با نوشتن قانون دوم نیوتون داریم:

$$2T - mg = ma \Rightarrow 24 - 20 = 2a \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$



۵۷- گزینه ۴

برای این که F_N کمتر از W باشد، باید جهت شتاب آسانسور به سمت پایین باشد، یعنی حرکت رو به پایین تندشونده (c) یا حرکت رو به بالای کندشونده (b) داشته باشیم. (یادآوری این که شتاب به سمت پایین در نمودار مکان - زمان، در منحنی‌های محدب وجود دارد!)

۵۸- گزینه ۲

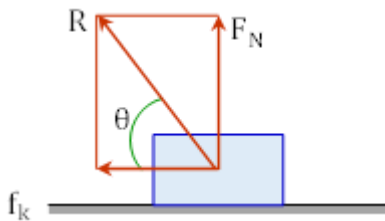
در شروع حرکت، $v = 0$ است و نیروی مقاومت شاره‌ای به توپ وارد نمی‌شود. پس فقط وزن توپ و نیروی شناوری (F_b) به آن اثر می‌کنند که برآیند آن‌ها به اندازه ma است:

$$F_b - mg = ma = 0.5 \times 30 = \frac{1}{5} N$$

با افزایش تندی توپ، نیروی مقاومت شاره (f_D) رفته رفته زیاد می‌شود تا در نهایت شتاب توپ صفر شود. پس بیشترین مقدار f_D برابر $1/5$ نیوتون خواهد بود.

۵۹- گزینه ۴

اگر جسمی روی یک سطح در حال حرکت باشد (نیروی اصطکاک جنبشی به آن اثر کند)، زاویه بین $\vec{R}$ و سطح تماس به هیچ چیز به جز μ_k بستگی ندارد:



$$\cot \theta = \frac{f_k}{F_N} = \frac{\mu_k F_N}{F_N} \Rightarrow \cot \theta = \mu_k$$

در واقع با برداشتن جسم بالایی، F_N و f_k به یک نسبت عوض می‌شوند و θ ثابت می‌ماند.

۶۰- گزینه ۲

زیاد بودن نیروی F_1 مشکلی ایجاد نمی‌کند. در کمترین حالت F_1 ، جسم در آستانه لغزش به طرف پایین یا بالا است:

$$f_{s_{\max}} = |mg - F_1|$$

$$\mu_s F_1 = |mg - F_1| \Rightarrow F_1 = \frac{|mg - F_1|}{\mu_s}$$

۶۱- گزینه ۳

پیش از بریدن نخ، برآیند نیروهای وزن، شناوری و کشش نخ صفر است:

$$F_b = mg + T \Rightarrow mg = 2 N \Rightarrow m = 0.2 \text{ kg}$$

با بریدن نخ و حذف نیروی نخ، برآیند دو نیروی دیگر برای حذف شده (کشش نخ) خواهد بود. پس:

$$a = \frac{10 N}{0.2 \text{ kg}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۲- گزینه ۴

ابتدا حرکت کردن یا حرکت نکردن جعبه را بررسی می‌کنیم:

$$f_{s_{\max}} = 0.5 \times 400 = 200 N > F = 180 N$$

پس جعبه تکان نمی‌خورد.

نیروهای سطح زمین به جعبه، عبارتند از:

$$F_N = mg = 400 N$$

$$f_s = F = 180 N$$

پس نیروی $\vec{R}$ از طرف سطح زمین به جعبه $400\vec{j} - 180\vec{i}$ خواهد بود که نیروی جعبه به سطح زمین قرینه آن است.

۶۳- گزینه ۲

ابتدا حداکثر سرعتی که جسم به آن می‌رسد را پیدا می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8 \text{ N}}{10 \text{ kg}} = 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2a\Delta x = v^2 - v_i^2 \Rightarrow 2 \times 0.8 \times 10 = v^2 \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

شتاب کند شدن جسم روی سطح خشکی برابر $\mu_k g$ است (چرا؟!).

$$a' = \mu_k g = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$2a'\Delta x' = v^2 - 0^2 \Rightarrow 2 \times 2 \times \Delta x' = 4^2 \Rightarrow \Delta x' = 4 \text{ m}$$

۶۴- گزینه ۲

در حالت (۱)، طول فنر ۱۲۵ درصد طول عادی آن است؛ و در حالت (۲) طول فنر ۸۸ درصد طول فنر در حالت (۱) است. بنابراین در حالت (۲) طول فنر برابر ۱۱۰ درصد طول عادی آن است. پس برای نسبت کشیدگی فنر در حالت (۱) به حالت (۲) داریم:

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{25} \Rightarrow \frac{F_{e_2}}{F_{e_1}} = \frac{10}{25} \xrightarrow{F_{e_1}=mg} \frac{F_{e_2}}{mg} = \frac{10}{25} \xrightarrow{F_{e_2}+F_b=mg} \frac{F_b}{mg} = \frac{15}{25} = 60\%$$

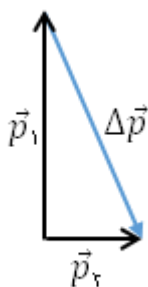
۶۵- گزینه ۴

بردار تکانه در لحظه‌های t_1 و t_2 عبارت است از:

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 = \frac{10}{1000} \times 12 \vec{j} = 0.12 \vec{j}$$

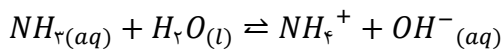
$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 = \frac{5}{1000} \times 10 \vec{i} = 0.05 \vec{i}$$

اکنون باید اندازه بردار $\vec{p}_2 - \vec{p}_1$ را پیدا کنیم. با توجه به عمود بودن این دو بردار بر هم، اندازه بردار تفاضل برابر 0.13 نیوتون - ثانیه خواهد بود.



۶۶- گزینه ۴

شکل نشانگر محلول حاصل از حل شدن آمونیاک در آب است.



$$[OH^-] = \frac{2 \times 0.01}{0.5} = \frac{4}{100} \frac{mol}{L}$$

$$pH = 14 - \log \frac{4}{100} = 12.6$$

۶۷- گزینه ۳

بررسی گزینه ها:

(۱) رسانایی الکتریکی محلول ها، رابطه مستقیم با غلظت یون ها دارد. غلظت یون ها در هیدروکلریک اسید $4 \frac{mol}{L}$ و در سدیم فسفات برابر $8 \frac{mol}{L}$ است.

(۲) سرعت واکنش اسیدها با فلزات به غلظت یون هیدرونیوم بستگی دارد که چون صحبتی از غلظت اولیه اسیدها نشده است، این گزینه درست نیست.

(۳)

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = 0.4 \times 10^4 \rightarrow \frac{10^{-14}}{[H^+]} = 0.4 \times 10^4 \rightarrow [H^+]^2 = \frac{10^{-14}}{4 \times 10^3} \rightarrow [H^+] = \frac{1}{2} \times 10^{-8.5} \rightarrow pH = 8.8$$

(۴) می دانیم یونش اول سولفوریک اسید کامل و یونش دوم آن برگشت پذیر است پس غلظت H^+ در محلول آن از $0.2 \frac{mol}{L}$ کمتر است؛ در نتیجه pH آن بیشتر از ۰.۷ است.

۶۸- گزینه ۱

$$pH_{Ba(OH)_2} = 12/3 \rightarrow M_{اولیه} = 0.01 \frac{mol}{L}$$

$$pH_{Ba(OH)_2} = 12 \rightarrow M_{نهایی} = 0.05 \frac{mol}{L}, [OH^-]_{نهایی} = 10^{-2} \frac{mol}{L}$$

$$[OH^-]_{نهایی} = \frac{M_{(باز)} - M_{(اسید)}}{V_{کل}}$$

$$10^{-2} = \frac{0.01 \times 0.8 \times 2 - M \times 0.2 \times 1}{1} \rightarrow M = 0.03 \frac{mol}{L}$$

$$M_{غلظت} V_{غلظت} = M_{رقیق} V_{رقیق}$$

$$M \times 10 = 0.03 \times 1000 \rightarrow M = 3 \frac{mol}{L}$$

۶۹- گزینه ۲

موارد (الف) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

الف) از ابتدا تا رسیدن به تعادل سرعت واکنش رفت افزایش می یابد.

ب) باید همهی واکنش دهنده ها و فراورده ها در ظرف باشند.

پ) در هنگام تعادل سرعت رفت و برگشت برابر می شود.

ت) در لحظه ی تعادل سرعت تولید NH_3 ، ۲ برابر سرعت تولید N_2 است.

ث) به ازای مصرف هر دو مولکول NH_3 ، ۴ مولکول گازی در سمت واکنش دهنده تشکیل می شود.

۷۰- گزینه ۱

$$\alpha = \frac{[H^+]}{M} = \frac{\frac{12/0.4 \times 10^{-21}}{2 \times 6/0.2 \times 10^{-23}}}{0.2/1} \times 100 = 50$$

۷۱- گزینه ۴

$$[CH_3COO^-] = \frac{ppm \times d}{10^{-3} Mw} = \frac{236 \times 1}{10^{-3} \times 59} = 4 \times 10^{-2} \frac{mol}{L}$$

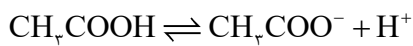
$$\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{M} \rightarrow M = \frac{4 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-2}} = 0.2 \frac{mol}{L} = \frac{X}{60} \rightarrow X = 12 g$$

۷۲- گزینه ۱

$$MCH_3COOH = \frac{12}{60} = 0.2 \frac{mol}{L}$$



$$\begin{array}{ccc} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 \end{array}$$

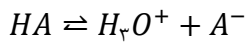


$$\begin{array}{ccc} 0.4 & 0 & 0.1 \\ 0.4 - x & x & 0.1 + x \end{array}$$

$$k_a = \frac{[H^+][CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} \xrightarrow{\text{تقریب}} k_a = \frac{x(0.1)}{0.4} \rightarrow x = 4 \times 10^{-5} \frac{mol}{L}$$

۷۳- گزینه ۲

ابتدا غلظت اولیه اسید HA را محاسبه می کنیم.



$$[H_3O^+] = M_a \times \alpha = 10^{-pH} \rightarrow 10^{-4/15} = M_a \times 0/4 \rightarrow 10^{-5} \times 10^{+0/15} = M_a \times 0/4$$

$$M_a = 7 \times 2/5 \times 10^{-5} = 1/75 \times 10^{-4} = K_a = \frac{[H_3O^+][A^-]}{[HA]} \rightarrow [H_3O^+] = [A^-] = M_a$$

$$\rightarrow k_a = \frac{(M_a \times \alpha)(M_a \times \alpha)}{M_a - M_a \times \alpha} = \frac{M_a^2 \times \alpha^2}{M_a(1 - \alpha)} = \frac{1/75 \times 10^{-4} \times 1/6 \times 10^{-1}}{1 - 0/4}$$

$$\rightarrow k_a = \frac{\frac{1}{6} \times 16 \times 10^{-6}}{6 \times 10^{-1}} = \frac{28}{6} \times 10^{-5} = \frac{14}{3} \times 10^{-5} \approx 4/6 \times 10^{-5}$$

راه حل دوم :

$$k_a = \frac{M \times \alpha^2}{1 - \alpha} \rightarrow [H^+] = M\alpha \quad k_a = \frac{[H^+] \times \alpha}{1 - \alpha} = \frac{7 \times 10^{-5} \times 0/4}{0/6} = 4/6 \times 10^{-5}$$

۷۴- گزینه ۱

تنها عبارت «پ» نادرست است.

(آ) درست؛ a گاز N_2 است.

$$\frac{\text{جفت } e \text{ پیوندی}}{\text{جفت } e \text{ ناپیوندی}} = \frac{3}{2} = 1/5 \quad : N \equiv N:$$

(ب) درست؛ گاز b بخار آب است که میانگین درصد حجمی آن در هوا حدود یک درصد است.

(پ) نادرست؛ d گاز CO_2 است. این گاز در دمای $78^\circ C$ به حالت جامد تبدیل می شود.

(ت) درست؛ e گاز اکسیژن است که فشار آن در سطح دریای آزاد برابر با درصد حجمی آن و تقریباً برابر با $20/9 \times 10^{-2} \text{ atm}$ است.

۷۵- گزینه ۲

فرمول مولکولی اتانول C_2H_5OH است که ۶ اتم هیدروژن دارد؛ بنابراین هر عبارتی که پاسخ آن برابر ۲ باشد، درست است.

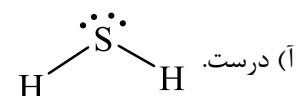
- Fe_2O_3 : تعداد آهن = ۲ ✓
- CuO : تعداد اکسیژن = ۱ ✗
- CaO : (یون ها: Ca^{2+} و O^{2-}): تعداد یون ها = ۲ ✓
- C_3H_8 (پروپان): اختلاف تعداد کربن و هیدروژن = ۵ - ۳ = ۸ ✗

۷۶- گزینه ۲

«آ» و «پ» درست است. واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$a = 2, b = 3, d = 1, e = 5$$



(ب) نادرست.

(پ) درست؛ ماده اصلی هماتیت Fe_2O_3 است که هر واحد آن دارای دو کاتیون Fe^{3+} است.

(ت) نادرست؛ در لایه تریپوسفر به ازای هر کیلومتر افزایش ارتفاع، ۶ درجه سلسیوس افت دما وجود دارد.

۷۷- گزینه ۲

عبارت‌های «آ» و «ب» درست است.

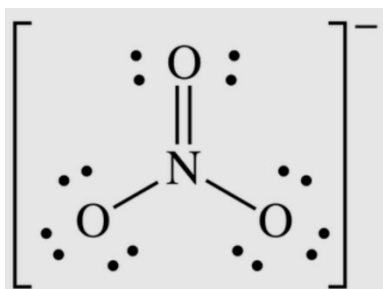
(آ) درست؛

(ب) درست؛ به ازای هر ۲ کیلومتر افزایش ارتفاع، فشار هوا به تقریب ۰/۸ برابر می‌شود.

(پ) نادرست؛ هلیوم موجود در گاز طبیعی به همراه سایر فرآورده‌ها بدون آن که بسوزد (گاز هلیوم نجیب است) بدون مصرف وارد هواگره می‌شود.

(ت) نادرست؛ در رسم ساختار لوویس، هنگامی که اتم‌های یکسانی به اتم مرکزی متصل‌اند، نمایش پیوند دوگانه به پیوند سه‌گانه مقدم است.

۷۸- گزینه ۲



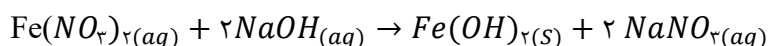
نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به نا پیوندی در یون نیترات برابر $\frac{1}{3}$ بوده و برابر با نسبت شمار آنیون به کاتیون در دو ترکیب آمونیوم سولفید و روبیدیم اکسید است.

۷۹- گزینه ۴

در استخراج یون منیزیم از آب دریا، یون Mg^{2+} به صورت رسوب $\text{Mg}(\text{OH})_2$ از آب دریا جدا می‌شود.

۸۰- گزینه ۲

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است.



در محلول اولیه آهن (II) نیترات، ۱۸ گرم حل شونده (۰/۱ مول $Fe(NO_3)_3$) و ۱۸۲ گرم آب وجود دارد. در انتهای واکنش در آب، فقط ۰/۲ مول $NaNO_3$ (۱۷ گرم) وجود دارد و در نتیجه مقدار سدیم نیز ۰/۲ مول (۴/۶ گرم) است.

$$\text{درصد جرمی سدیم} = \frac{\text{گرم سدیم}}{\text{گرم محلول نهایی}} \times 100 = \frac{4/6}{182+17} \times 100 = \frac{4/6}{199} \times 100 \simeq \frac{4/6}{200} \times 100 = \frac{4/6}{2} = 2/3 \%$$

۸۱- گزینه ۲

موارد (آ) و (پ) درست هستند. بررسی تمام موارد:

آ) انحلال پذیری پتاسیم نیترات در دماهای بالاتر از دمای اتاق، از لیتیم سولفات بیشتر است.

ب) شیب نمودار انحلال پذیری - دما برای سدیم کلرید کم تر از سدیم نیترات است.

پ)

$$NH_3 = 2M\alpha = 2 \times 0/1 \times 0/08 = 0/016$$

$$HA \text{ اسید: } k_a \simeq M\alpha^2 \rightarrow 2 \times 10^{-5} \simeq 0/2 \times \alpha^2 \rightarrow \alpha = 10^{-2}$$

$$HA \text{ اسید: } 2M\alpha = 2 \times 0/02 \times 0/01 = 0/004$$

ت) رنگ محلول ید در هگزان بنفش است و طول موج کوتاه تری از رنگ محلول شعله حاصل از سوختن گوگرد (آبی رنگ) دارد.

۸۲- گزینه ۲

موارد اول و چهارم نادرست مقایسه شده اند.

مورد اول: نادرست: $H_2S > HBr$ ($-67^\circ C$)

مورد دوم: درست: C_6H_{14} در دمای اتاق مایع و ASH_3 گازی شکل است. در نتیجه دمای جوش C_6H_{14} بیشتر است.

مورد سوم: درست

مورد چهارم: $CaCl_2$ ماده محلول در آب است در نتیجه جاذبه درون محلول بیشتر از جاذبه میانگین حلال و حل شونده است.

۸۳- گزینه ۳

عبارت های پ و ت نادرست هستند. بررسی عبارت ها

الف) درست: SO_3 با آب واکنش داده و از NO بیشتر در آب حل می شود.

ب) درست: معادله انحلال پذیری - فشار این سه گاز به صورت زیر است.

$$S_{NO} = \frac{0.06}{9} p \quad S_{O_2} = \frac{0.04}{9} p \quad S_{N_2} = \frac{0.02}{9} p$$

در هر فشاری انحلال پذیری NO سه برابر N_2 می باشد.

پ) نادرست: با توجه به معادله خط های بالا، در هر فشاری انحلال N_2 تقریباً $\frac{1}{3}$ انحلال پذیری O_2 می باشد.

ت) نادرست: افزایش دما انحلال گازها را در هر دمایی که باشند کاهش داده در نتیجه شیب همه نمودارها در دمای بالاتر کاهش می یابد.

۸۴- گزینه ۱

الکترولیت ضعیف: فرمیک اسید/ متیل آمین ۲ تا

رسانایی الکتریکی بالا: پتاسیم نیترات / هیدروژن برومید/ دی نیتروژن پنتا اکسید ۳ تا

حفظ ماهیت پس از انحلال: استون / اوره / پروپانول ۳ تا

۸۵- گزینه ۴

در اثر کاهش دما تعداد پیوند هیدروژنی در آب افزایش یافته و با افزایش حجم ایجاد شده دیواره یاخته تخریب می شوند