



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۰۷/۲۸

آزمون
یکم
حضورى



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

حسابان (۱)	هندسه (۲)	آمار و احتمال	فیزیک (۳)	شیمی (۴)
فصل اول: جبر و معادله (تا پایان معادلات گویا و گنگ) صفحه ۱ تا ۲۲	فصل اول: دایره (تا ابتدای رابطه‌های طولی در دایره) صفحه ۹ تا ۱۷	فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات (تا ابتدای سورها) صفحه ۱ تا ۱۱	فصل اول: الکتریسته ساکن (تا ابتدای برهم‌نهی میدان‌های الکتریکی) صفحه ۱ تا ۱۴	فصل اول: قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟) صفحه ۱ تا ۱۷

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	۸۰ سؤال ۱۲۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	
۴	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	
۵	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان

۱- مجموع جملات دورقمی و زوج دنباله حسابی ...، ۱۱، ۲، ۳a + ۲، ۱، ۲a + ۱، a برابر کدام است؟

- (۱) ۹۴۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۸۶۰ (۴) ۹۶۰

۲- مجموع ۷ جمله ابتدایی دنباله هندسی ...، ۸-، ۱۶، با جمله دهم دنباله حسابی ...، $a - \frac{1}{4}$ ، a برابر است. a کدام است؟

- (۱) ۱۴/۷۵ (۲) ۱۵/۲۵
(۳) ۱۵/۷۵ (۴) ۱۴/۲۵

۳- در یک دنباله هندسی، جملات اول و دهم به ترتیب برابر ۲ و ۲۵ است. مجموع معکوسات ده جمله اول این دنباله چه کسری از مجموع ده جمله اول آن است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{50}$ (۳) $\frac{1}{100}$ (۴) $\frac{2}{25}$

۴- جملات اول، a_n و هفتم یک دنباله حسابی، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ می‌باشند.

مجموع چه تعداد از جملات ابتدایی دنباله حسابی برابر صفر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

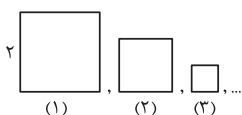
۵- در یک دنباله هندسی با جمله عمومی a_n و قدرنسبت مثبت، جمله پنجم از جمله سوم، ۱۸ واحد بیشتر و مجموع

جملات پنجم و ششم برابر ۷۲ است. حاصل $a_7 + a_6 + a_5 + \dots + a_1$ کدام است؟

- (۱) $2^{22} - 3$ (۲) $2^{20} - 3$
(۳) $2^{22} - 1$ (۴) $2^{20} - 1$

۶- در الگوی شکل زیر مساحت هر مربع، $\frac{1}{4}$ مساحت مربع سمت چپ آن است (به جز مربع ابتدایی). اگر تعداد مربع‌ها

برابر ۱۰ باشد، مجموع محیط این مربع‌ها چه قدر از ۱۶ کم‌تر است؟

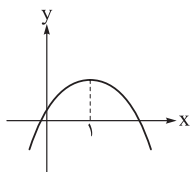


- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{128}$
(۳) $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{64}$

محل انجام محاسبات



۷- شکل زیر، نمودار سهمی $f(x) = -ax^2 + bx + a$ را نشان می‌دهد. مجموع مربعات صفرهای تابع کدام است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۵ (۴)

۸- اگر مجموع صفرهای $f(x) = x^2 - ax - 1$ فقط با حاصل ضرب صفرهای $g(x) = ax^2 - 4x + a + 2$ برابر باشد، مقدار a کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۹- هر یک از جواب‌های معادله $x^2 + mx + 3 = 0$ چهار واحد بیشتر از جواب‌های $x^2 + 2x + n = 0$ هستند. مقدار mn کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۳۰ (۱)

۱۰- α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + x + 2a = 0$ هستند. اگر ریشه‌های معادله $mx^2 + nx + 2a = 0$ اعداد $\frac{\alpha}{\alpha+1}$ و $\frac{\beta}{\beta+1}$ باشند، مقدار $m+n$ بر حسب a کدام است؟

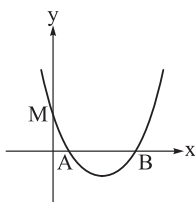
-۲a (۴)

۲a (۳)

-a (۲)

a (۱)

۱۱- در نمودار زیر، اگر مساحت مثلث ABM برابر ۴ و ضابطه سهمی $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - mx + 4$ باشد، طول رأس سهمی کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۲- اگر α و β جواب‌های معادله $\frac{6}{x} - \frac{x}{x+1} = 2$ باشند، معادله درجه دوم با ریشه‌های $-\frac{1}{\alpha}$ و $-\frac{1}{\beta}$ کدام می‌تواند باشد؟

$$6x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (۲)$$

$$6x^2 - 4x - 3 = 0 \quad (۱)$$

$$3x^2 + 4x - 1 = 0 \quad (۴)$$

$$3x^2 - 4x - 6 = 0 \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات



۱۳- اختلاف ریشه‌های معادله $\frac{4}{x^2} + \frac{9}{(x^2-1)^2} = 2$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) $2\sqrt{2}$

۱۴- علی کاری را ۲۰ روز زودتر از رضا انجام می‌دهد. اگر آن‌ها، کار را با هم انجام دهند، ۱۶ روز زودتر از حالتی که علی به تنهایی کار را انجام دهد، تمام می‌شود. رضا به تنهایی کار را چند روزه تمام می‌کند؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۵۶ (۴) ۵۰

۱۵- نسبت طول به عرض یک مستطیل ۴ است، با افزایش عرض مستطیل به مستطیل طلایی خواهیم رسید. مساحت مستطیل طلایی چند برابر مساحت مستطیل اولیه است؟

- (۱) $4(\sqrt{5}-2)$ (۲) $\sqrt{5}+1$
(۳) $2(\sqrt{5}-1)$ (۴) $2(\sqrt{5}+1)$

۱۶- اگر مجموع ریشه‌های معادله $\sqrt{x^2+3}\sqrt{2x-1} = x+1$ برابر m باشد، کدام یک از اعداد زیر، یک عدد طبیعی است؟

- (۱) $2m$ (۲) $3m$
(۳) $2m^2$ (۴) $3m^2$

۱۷- معادله $\frac{2}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = 3\sqrt{x}$ چند جواب دارد؟

- (۱) یک (۲) دو
(۳) سه (۴) صفر

۱۸- اگر $x = a$ جواب معادله $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3} = 4$ باشد، حاصل $\sqrt{(2a+1)(2a-3)}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $3/25$ (۳) $3/75$ (۴) $5/5$

۱۹- اگر معادله $x + \sqrt{mx-8} = -2$ دو جواب داشته باشد، مجموع جواب‌های ممکن برای m کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۶ (۳) -۳ (۴) -۱۲

۲۰- تعداد ریشه‌های معادله $3 + \sqrt{2x+6} = |x+4|$ کدام است؟

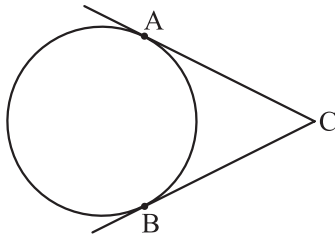
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

محل انجام محاسبات

۲۱- اگر فاصله مرکز دایره $C(O, x)$ از خط d برابر با $3 - 2x$ باشد، به ازای، خط و دایره هستند.

(۱) مماس - $x = \frac{3}{2}$ (۲) متخارج - $x = 2$ (۳) مماس - $x = 3$ (۴) متقاطع - $x = \frac{7}{4}$

۲۲- مطابق شکل، A و B دو نقطه واقع بر یک دایره هستند، به طوری که طول کمان بزرگ تر AB ، ۴ برابر طول کمان کوچک تر AB است. زاویه بین مماس‌های رسم شده بر دایره در A و B ، چند درجه است؟



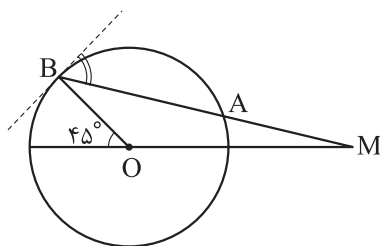
۱۰۸ (۱)

۹۰ (۲)

۷۲ (۳)

۶۰ (۴)

۲۳- مطابق شکل، از نقطه M واقع بر امتداد یکی از قطرهای دایره، خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در نقاط A و B قطع کرده است. اگر $MA = OB$ باشد، زاویه بین AB و خط مماس بر دایره در نقطه B ، چند درجه است؟

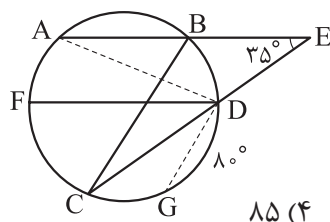


۳۷/۵ (۱)

۴۵ (۲)

۵۲/۵ (۳)

۶۰ (۴)



۲۴- در شکل رسم شده، طول وتر AB با شعاع دایره برابر است و امتدادهای دو

وتر AB و CD با زاویه 35° متقاطع‌اند. اگر $AB \parallel FD$ ، $BC \parallel DG$ و $\widehat{DG} = 8^\circ$ ،

آن‌گاه زاویه ADG چند درجه است؟

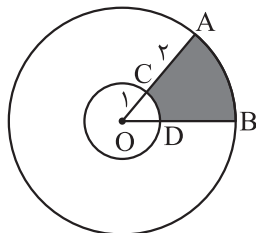
۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

۷۵ (۲)

۷۰ (۱)

۲۵- مطابق شکل، دو دایره به مرکز O رسم شده‌اند. اگر $\widehat{AOB} = 72^\circ$ ، آن‌گاه محیط قسمت رنگی به کدام عدد نزدیک‌تر است؟



۱۰ (۱)

۹ (۲)

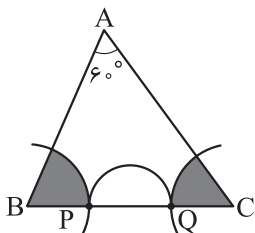
۸ (۳)

۷ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۶- مطابق شکل، دو کمان با شعاع‌های برابر به مرکزهای B و C، ضلع BC را در P و Q قطع کرده‌اند و نیم‌دایره‌ای به قطر PQ رسم شده است. اگر مساحت قسمت رنگی با مساحت نیم‌دایره برابر باشد، نسبت شعاع کمان‌ها به شعاع نیم‌دایره کدام است؟



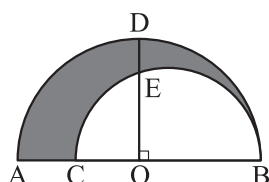
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

۲۷- مطابق شکل، دو نیم‌دایره رسم شده‌اند که O وسط قطر نیم‌دایره بزرگ است و خط عمود بر AB در نقطه O، نیم‌دایره‌ها را در D و E قطع می‌کند. اگر AC = 12 و DE = 8، آن‌گاه مساحت قسمت رنگی چند برابر π است؟



$$56 \quad (1)$$

$$78 \quad (2)$$

$$72 \quad (3)$$

$$84 \quad (4)$$

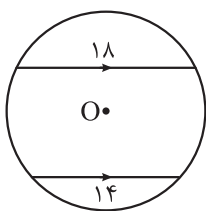
۲۸- در دایره $C(O, 8)$ ، وتر $CD = 3x + 1$ از وتر $AB = x + 7$ به مرکز دایره نزدیک‌تر است. x چند مقدار طبیعی می‌تواند بپذیرد؟

$$4 \text{ بی‌شمار}$$

$$1 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$



۲۹- مطابق شکل مقابل، دو وتر موازی به طول‌های ۱۸ و ۱۴ در دایره $C(O, R)$ رسم شده‌اند.

اگر فاصله بین این دو وتر ۸ باشد، شعاع دایره کدام است؟

$$3\sqrt{10} \quad (2)$$

$$\sqrt{110} \quad (4)$$

$$\sqrt{85} \quad (1)$$

$$10 \quad (3)$$

۳۰- شعاع دایره‌ای که بر دو ضلع مجاور یک مربع مماس است و از راسی که بر این دو ضلع واقع نیست می‌گذرد، چند برابر طول ضلع مربع است؟

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2 - \sqrt{2} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



آمار و احتمال

۳۱- کدام گزینه، یک گزاره درست است؟

$$(1) x^3 > x$$

(۳) حافظ بهترین شاعر ایران است.

$$(2) x^2 + x + 1 > 0$$

(۴) عدد ۱۲ دارای ۶ مقسوم‌علیه طبیعی است.

۳۲- کدام گزینه نادرست است؟

$$(1) [(p \vee q) \Rightarrow p] \equiv T$$

$$(2) p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$(3) (\sim p \Rightarrow p) \equiv p$$

(۴) اگر $p \equiv F$ ، ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است.

۳۳- با دانستن این که گزاره‌های p و q دارای ارزش یکسان هستند، ارزش کدام گزاره می‌تواند نادرست باشد؟

$$(1) (\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow p)$$

$$(2) (p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q)$$

$$(3) (p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$$

$$(4) (\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee \sim q)$$

۳۴- کدام گزینه، گزاره‌نما نیست؟

(۱) دو برابر عددی، زوج است.

(۲) در پرتاب یک تاس، احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $5/0$ است.

(۳) $\sqrt{x} - 1$ ، یک عبارت چندجمله‌ای است.

$$(4) (D = \{2, -0/75\}), 4x^2 - 5x - 6 = 0$$

۳۵- نقیض گزاره «اگر n عددی طبیعی و n^3 فرد باشد، آن‌گاه n^2 فرد است» کدام است؟

(۱) n عددی طبیعی نیست یا n^3 فرد است و n^2 زوج است.

(۲) n عددی طبیعی و n^3 فرد است یا n^2 فرد است.

(۳) n عددی طبیعی نیست یا n^3 فرد است یا n^2 فرد است.

(۴) n عددی طبیعی و n^3 فرد است و n^2 زوج است.

۳۶- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

$$\text{الف) } \sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$$

$$\text{ب) } (\sim p \Leftrightarrow \sim q) \equiv (p \Leftrightarrow q)$$

$$\text{پ) } ((p \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q)$$

$$\text{ت) } [(p \Leftrightarrow \sim q) \equiv T] \Rightarrow [(p \wedge q) \equiv F]$$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



۳۷- نقیض گزاره «یاشار در خانه است، اگر و تنها اگر یاشار آشپزی کند» به چه صورت است؟

- (۱) شرط لازم و کافی برای آن که یاشار در خانه باشد، این است که یاشار آشپزی کند.
- (۲) شرط لازم و کافی برای آن که یاشار در خانه باشد، این است که یاشار آشپزی نکند.
- (۳) یاشار در خانه نیست، اگر و تنها اگر یاشار آشپزی نکند.
- (۴) یاشار در خانه است و یاشار آشپزی نمی کند.

۳۸- اگر ارزش نقیض گزاره $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge [p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)]$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره‌ها درست است؟

$$\begin{array}{ll} p \vee q, r \wedge p \text{ (۱)} & q \Rightarrow p, r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)] \text{ (۲)} \\ (p \vee q) \wedge r, (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \text{ (۳)} & [p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r, \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r \text{ (۴)} \end{array}$$

۳۹- ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ با ارزش کدام گزاره یکسان نیست؟

$$\begin{array}{ll} \sim p \Leftrightarrow \sim q \text{ (۱)} & (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \text{ (۲)} \\ (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p) \text{ (۳)} & (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \text{ (۴)} \end{array}$$

۴۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) عکس یک ترکیب شرطی و عکس نقیض آن دارای ارزش درست هستند. اگر این ترکیب شرطی را به صورت دوشروطی بنویسیم، گزاره‌ای با ارزش درست به دست می‌آید.
- (۲) اگر ارزش منطقی ترکیب فصلی دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب شرطی این دو گزاره درست است.
- (۳) اگر ارزش منطقی ترکیب عطفی دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب شرطی این دو گزاره درست است.
- (۴) اگر ارزش منطقی ترکیب فصلی دو گزاره، درست و ارزش منطقی ترکیب عطفی این دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب دوشروطی این دو گزاره نادرست است.



۴۱- جسم A را با جسم B و جسم C را با جسم D مالش می‌دهیم. بعد از این فرایند، با توجه به سری الکتريسته مالشی داده شده، کدام یک از موارد زیر درست است؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

- (الف) تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شوند.
 (ب) تعدادی پروتون از جسم D به جسم C منتقل می‌شوند.
 (پ) دو جسم A و C به یکدیگر نیروی الکتريکی ربایشی وارد می‌کنند.
 (ت) دو جسم B و D به یکدیگر نیروی الکتريکی رانشی وارد می‌کنند.

(۱) الف و ت (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۴۲- عدد اتمی عنصر X برابر ۵۰ است. به ترتیب، بار الکتريکی هسته اتم X و بار الکتريکی یون X^{2+} چند کولن است؟
 $(e = 1/6 \times 10^{-19})$

(۱) $3/2 \times 10^{-19}, 8 \times 10^{-18}$ (۲) $7/68 \times 10^{-18}, 8 \times 10^{-18}$

(۳) $3/2 \times 10^{-19}, 8 \times 10^{-17}$ (۴) $7/68 \times 10^{-18}, 8 \times 10^{-17}$

۴۳- بار الکتريکی دو کره فلزی مشابه A و B به ترتیب $6 \mu C$ و $-10 \mu C$ است. اگر دو کره را با هم تماس دهیم، چند الکترون و چگونه بین دو کره مبادله می‌شوند؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

(۱) 5×10^{13} از کره A به کره B (۲) 5×10^{13} از کره B به کره A

(۳) $1/25 \times 10^{13}$ از کره A به کره B (۴) $1/25 \times 10^{13}$ از کره B به کره A

۴۴- یک شمع روشن در فاصله معینی از کلاهک یک کره باردار قرار دارد و شعله شمع به سمت کلاهک کشیده شده است. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) بار الکتريکی کره مثبت است.

(ب) بار الکتريکی کره منفی است.

(پ) اگر فاصله شمع از کره افزایش یابد، میزان انحراف شعله آن کم تر می‌شود.

(ت) اگر فاصله شمع از کره افزایش یابد، میزان انحراف شعله آن بیشتر می‌شود.

(۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۴۵- در هسته اتم هلیوم دو پروتون به فاصله $2/4 \times 10^{-15} m$ از هم قرار دارند. اندازه نیروی الکتريکی که این دو پروتون

به هم وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$ و $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

(۱) $9/6$ (۲) 96 (۳) 4 (۴) 40

محل انجام محاسبات



۴۶- در صفحه مختصات، بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 4 \mu\text{C}$ در مکان $(3 \text{ cm}, 6 \text{ cm})$ و بار الکتریکی نقطه‌ای q_2 در مکان $(2 \text{ cm}, -5 \text{ cm})$ قرار دارند. اگر اندازه نیروی الکتریکی ربایشی که دو بار به هم وارد می‌کنند، 18 N باشد، q_2 چند میکروکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$

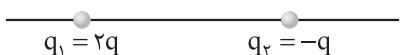
۶ (۱)

-۶ (۲)

۴ (۳)

-۴ (۴)

۴۷- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر 20% درصد از بار q_1 را برداشته و به بار q_2 اضافه کنیم و فاصله دو بار را 25% درصد افزایش دهیم، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



۲ (۱) $72/30\%$ ، کاهش می‌یابد.

۲ (۲) $72/30\%$ ، افزایش می‌یابد.

۳ (۱) $28/69\%$ ، کاهش می‌یابد.

۳ (۲) $28/69\%$ ، افزایش می‌یابد.

۴۸- بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \mu\text{C}$ در میدان الکتریکی حاصل از یک جسم باردار قرار دارد. اگر نیروی الکتریکی وارد بر این بار الکتریکی برابر $\vec{F} = (12 \text{ N})\vec{i} - (8 \text{ N})\vec{j}$ باشد، میدان الکتریکی (\vec{E}) در محل بار q بر حسب نیوتون بر کولن کدام است؟

۱ (۱) $\vec{E} = (6 \times 10^6)\vec{i} - (4 \times 10^6)\vec{j}$

۲ (۲) $\vec{E} = -(6 \times 10^6)\vec{i} + (4 \times 10^6)\vec{j}$

۳ (۱) $\vec{E} = (2/4 \times 10^7)\vec{i} - (1/6 \times 10^7)\vec{j}$

۴ (۲) $\vec{E} = -(2/4 \times 10^7)\vec{i} + (1/6 \times 10^7)\vec{j}$

۴۹- بار الکتریکی نقطه‌ای $Q = -5 \text{ nC}$ ، روی محور x در مکان $x = -1 \text{ m}$ قرار دارد. میدان الکتریکی حاصل از این بار الکتریکی در مکان $x = 4 \text{ m}$ بر حسب نیوتون بر کولن کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$

۱ (۱) $5\vec{i}$

۲ (۲) $-5\vec{i}$

۳ (۱) $1/8\vec{i}$

۴ (۲) $-1/8\vec{i}$

۵۰- اگر فاصله از یک بار الکتریکی نقطه‌ای دو برابر شود، اندازه میدان الکتریکی حاصل از آن چند برابر می‌شود؟

۱ (۱) ۴

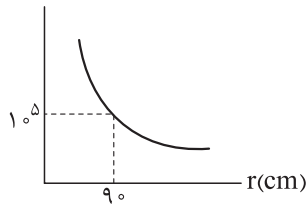
۲ (۲) ۲

۳ (۱) $\frac{1}{4}$

۴ (۲) $\frac{1}{2}$

محل انجام محاسبات

E(N/C)



۵۱- نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای Q بر حسب فاصله از آن به شکل مقابل است. اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \mu\text{C}$ در فاصله ۶۰ سانتی‌متری از بار Q قرار گیرد، اندازه نیروی الکتریکی که دو بار به هم وارد می‌کنند، برابر چند نیوتون می‌شود؟

۰ / ۳ (۴)

۳ (۳)

۰ / ۴۵ (۲)

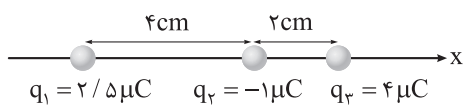
۴ / ۵ (۱)

۵۲- در شکل زیر، دو گوی مشابه و کوچک هر یک به جرم $g = ۰/۴$ و بار الکتریکی یکسان در فاصله ۳ cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های هر گوی کدام است؟

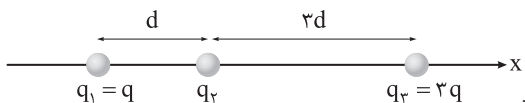
$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{ و } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}, g = 10 \text{ N/kg})$$

 $2/5 \times 10^{11}$ (۲) $2/5 \times 10^{12}$ (۱) $1/25 \times 10^{11}$ (۴) $1/25 \times 10^{12}$ (۳)

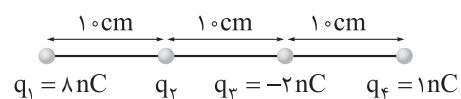
۵۳- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور X قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 بر حسب نیوتون کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

 $q_1 = 2/5 \mu\text{C}$ $q_2 = -1 \mu\text{C}$ $q_3 = 4 \mu\text{C}$ $-65 \vec{I}$ (۲) $65 \vec{I}$ (۱) $-115 \vec{I}$ (۴) $115 \vec{I}$ (۳)

۵۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور X قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر \vec{F}_1 است. اگر بار q_1 به اندازه d در خلاف جهت محور X جابه‌جا شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر \vec{F}_2 می‌شود.

 $q_1 = q$ q_2 $q_3 = 3q$ $-\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۱) $-\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳)

۵۵- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای ثابت شده‌اند و اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 برابر 10^{-7} N است. بار q_2 چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

 $q_1 = 8 \text{ nC}$ q_2 $q_3 = -2 \text{ nC}$ $q_4 = 1 \text{ nC}$

۲ (۲)

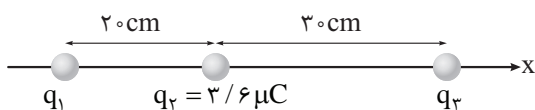
۴ (۱)

-۲ (۴)

-۴ (۳)

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر است. اگر بار q_2 به اندازه 5 cm به سمت راست جابه‌جا شود، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن به چند نیوتون می‌رسد؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

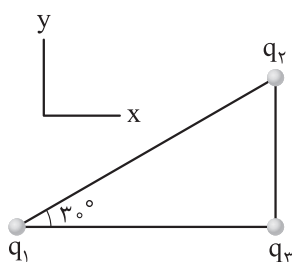


$$6/48 \quad (1)$$

$$64/8 \quad (2)$$

$$1/62 \quad (3)$$

$$16/2 \quad (4)$$



۵۷- در شکل مقابل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در محل خود ثابت هستند.

اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 در SI برابر $\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ باشد،

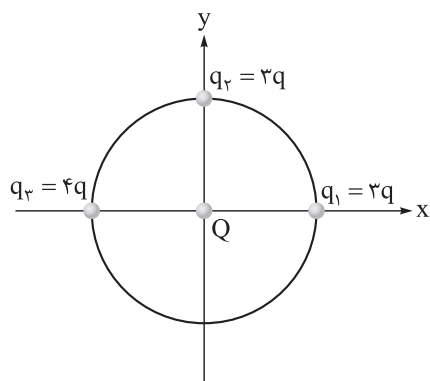
کدام است $\frac{q_1}{q_2}$ ؟

$$-4 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$-2/25 \quad (4)$$

$$2/25 \quad (3)$$



۵۸- در شکل مقابل، ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره و بار الکتریکی

نقطه‌ای Q در مرکز آن قرار دارند. با حذف بار q_1 ، اندازه نیروی خالص وارد بر

بار Q چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{5}\sqrt{10} \quad (2)$$

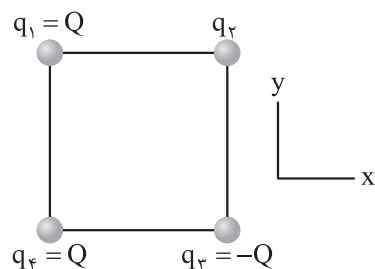
$$\frac{1}{2}\sqrt{10} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5}\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{5} \quad (3)$$

۵۹- در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های مربعی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4

در جهت محور x باشد، بار q_2 چند برابر بار q_1 است؟



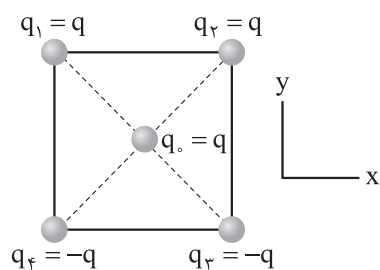
$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۶۰- در شکل مقابل، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های مربعی به ضلع 30 cm و یک بار الکتریکی نقطه‌ای در مرکز آن قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q برابر $\vec{F} = (-10\sqrt{2} \text{ N})\vec{j}$ باشد، بزرگی q چند

میکروکولن است؟ $(K = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$

$$10\sqrt{2} \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$5\sqrt{2} \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۶۱- کدام مورد، نادرست است؟

- ۱) منبع تهیه شیشه و ظرف غذا به ترتیب می‌تواند «شن و ماسه» و «خاک چینی» باشد.
- ۲) در فرایند تولید ورقه‌های فولادی و تایر دوچرخه، به ترتیب سنگ معدن و نفت فراوری می‌شوند.
- ۳) برقراری ارتباط میان داده‌ها و یافتن الگوها و روندها، گاهی مهم و مؤثر در پیشرفت علم به شمار می‌آید.
- ۴) در سال‌های اخیر، میزان مصرف مواد معدنی کم‌تر از میزان مصرف سوخت‌های فسیلی بوده است.

۶۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف) همه مواد طبیعی و برخی از مواد ساختگی از کره زمین به دست می‌آیند.
- ب) رشد و گسترش تمدن بشری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.
- پ) گسترش صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند.
- ت) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، به یقین سبب تغییر و بهبود خواص آن‌ها می‌شود.

۱) الف - ب

۲) الف - ت

۳) ب - پ

۴) پ - ت

۶۳- اگر شعاع اتمی عنصر A برابر ۱۹ برابر ۲۳۱ پیکومتر باشد، شعاع اتمی عنصرهای X و M، به ترتیب از راست به چپ، کدام اعداد (بر حسب پیکومتر) می‌توانند باشند؟

۱) ۲۷۸، ۶۸

۲) ۷۹، ۹۹

۳) ۱۱۴، ۷۱

۴) ۲۴۶، ۲۹۰

۶۴- درباره پنج عنصر ابتدایی گروه چهاردهم جدول تناوبی، چند مورد از موارد زیر درست است؟

- در دمای اتاق، همه این عناصر به حالت جامد وجود دارند.
- در بین آن‌ها، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه‌فلزی وجود دارد.
- ۶۰ درصد این عناصر در واکنش با دیگر عناصر، به طور معمول الکترون به اشتراک می‌گذارند.
- ۸۰ درصد از این عناصر، سطحی براق دارند و چکش‌خوارند.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

محل انجام محاسبات



۶۵- دربارهٔ نخستین عنصر جدول دوره‌ای که سه زیرلایهٔ دو الکترونی اشغال شده دارد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) این عنصر همانند گوگرد و برخلاف آلومینیم، در اثر ضربه خرد می‌شود.
 ب) اختلاف عدد اتمی این عنصر با عدد اتمی گاز نجیب هم‌دورهٔ عنصر کلر برابر ۱۱ است.
 پ) نماد شیمیایی این عنصر برخلاف شبه‌فلزهای هم‌گروهش در جدول تناوبی، تک‌حرفی است.
 ت) این عنصر با از دست دادن الکترون، به آرایش الکترونی تنها گاز نجیب دستهٔ S جدول دوره‌ای می‌رسد.

- (۱) الف - ب
 (۲) الف - پ
 (۳) پ - ت
 (۴) ب - ت

۶۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) همهٔ مواد به‌دست‌آمده از کرهٔ زمین نهایتاً به آن بازمی‌گردند؛ از این رو جرم کل مواد در کرهٔ زمین به تقریب ثابت است.
 (۲) توزیع غیریکنواخت منابع شیمیایی در جهان می‌تواند دلیلی بر پیدایش تجارت جهانی باشد.
 (۳) عنصرها در جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی خود یعنی عدد اتمی چیده شده‌اند.
 (۴) آرایش الکترونی یون‌های پایدار فلزهای قلیایی، به یقین به زیرلایه‌ای با $l = 1$ ختم می‌شود.

۶۷- چه تعداد از مقایسه‌های زیر، درست است؟

- خصلت نافلزی: هالوژن دورهٔ دوم < اکسیژن
- میزان رسانایی گرمایی: دومین عنصر گروه ۱۵ < اولین عنصر دورهٔ سوم
- تمایل به از دست دادن الکترون: پتاسیم < سزیم
- میزان رسانایی الکتریکی: سلنیم < قلع

- (۱) ۴
 (۲) ۳
 (۳) ۲
 (۴) ۱

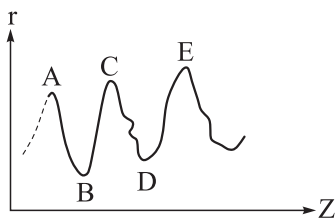
۶۸- با توجه به جدول مقابل که برخی از عناصر دورهٔ سوم جدول تناوبی را

A				B	C	D
---	--	--	--	---	---	---

نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) عنصر D، مانند عناصر هم‌گروه خود، در دما و فشار اتاق دارای مولکول‌های دواتمی است.
 (۲) رنگ شعلهٔ حاصل از سوختن عنصر C مانند رنگ شعلهٔ سوختن کامل گاز شهری است.
 (۳) یکی از آلوتروپ‌های عنصر B را در آب نگاه‌داری می‌کنند.
 (۴) در دما و فشار اتاق، A و B به حالت جامد و C و D به حالت گازند.

محل انجام محاسبات



۶۹- نمودار مقابل، تغییرات شعاع اتمی (r) چند عنصر اصلی جدول تناوبی را نسبت به عدد اتمی آن‌ها (Z) نشان می‌دهد. بر این اساس، کدام مطلب درست است؟ (برای گازهای نجیب شعاع اتمی تعریف نمی‌شود.)

- (۱) عنصرهای A و C در یک دوره و عنصرهای A و B در یک گروه قرار دارند.
 (۲) در شرایط یکسان، شدت واکنش میان دو عنصر B و C بیشتر از شدت واکنش میان دو عنصر B و E است.
 (۳) اگر عنصر C سدیم باشد، عنصر D برای واکنش با گاز هیدروژن به دمای بالاتر از 200°C نیاز دارد.
 (۴) عنصر B در گروهی قرار دارد که در بین ۴ عنصر اول آن، نماد شیمیایی دو عنصر، تک حرفی است.

۷۰- شمار فلزهای اصلی در دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

- (۱) ۲، ۱۲
 (۲) ۳، ۳
 (۳) ۲، ۱۳
 (۴) ۳، ۲

۷۱- شکل مقابل قسمتی از جدول دوره‌ای عنصرها را نشان می‌دهد. اگر مجموع

اعداد کوانتومی فرعی و اصلی ($n + l$) الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم B برابر ۸ باشد، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

شماره دوره		A	E
۲			
۳	D	B	M
۴	G	F	

- فرمول ترکیب یونی حاصل از عنصرهای M و G به صورت MG است.
- عنصرهای A و M نافلزند و عنصر D یک فلز است.

- رفتار شیمیایی عنصر F مشابه عنصر E و برخی رفتارهای فیزیکی آن، مشابه عنصر G است.
- نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در ساختار هر واحد از اکسید D برابر ۲/۵ است.
- خصلت فلزی عنصر B از عنصر D، کم‌تر و از عنصر A بیشتر است.

- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۵

۷۲- با توجه به واکنش فلز قلیایی M با هالوژن X_2 در شرایط مناسب، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد در معادله واکنش، با این مجموع در واکنش سوختن لیتیم برابر است.
 (ب) اگر هالوژن X_2 ، کلر باشد، طول موج نور حاصل در واکنش فلز لیتیم بیشتر از واکنش فلز سدیم است.
 (پ) با افزایش شعاع اتمی فلز قلیایی M، شدت انجام واکنش کم‌تر می‌شود.
 (ت) در شرایط یکسان، شدت واکنش فلز M با هالوژن مایع جدول تناوبی، کم‌تر از هالوژن دوره دوم است.

- (۱) الف - پ
 (۲) ب - پ
 (۳) ب - ت
 (۴) الف - ت

محل انجام محاسبات



۷۳- فلز طلا چند مورد از ویژگی‌های زیر را دارد؟

- رسانایی الکتریکی بالا و حفظ این رسانایی در شرایط دمایی گوناگون
- واکنش ندادن با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان
- توانایی بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی
- چکش‌خواری و استحکام زیاد
- تولید پسماند بسیار زیاد در هنگام استخراج آن از معدن

(۱) ۵

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۷۴- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در جدول دوره‌ای، اولین فلز دسته p که یون پایدار آن به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد، با سنگین‌ترین شبه‌فلز گروه چهاردهم، هم‌دوره است.
- (۲) در دمای اتاق، دو هالوژنی که به حالت گازی یافت می‌شوند، می‌توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.
- (۳) از بین دو فلز آهن و سدیم، سرعت واکنش فلز محکم‌تر با گاز اکسیژن در شرایط یکسان، بیشتر است.
- (۴) به طور کلی، فلزهای دسته d همانند فلزهای دسته‌های s و p، رسانای جریان الکتریکی و گرما هستند، چکش‌خوارند و قابلیت ورقه‌شدن دارند.

۷۵- دربارهٔ عناصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول دوره‌ای، کدام موارد زیر درست است؟

- (الف) سبک‌ترین عنصر، در تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد و آرایش الکترونی یون پایدار آن مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب است.
- (ب) اگر در آرایش الکترونی اتم عنصری، دو زیرلایهٔ نیمه‌پر وجود داشته باشد، مجموع بارهای دو یون پایدار این عنصر، +۳ خواهد بود.
- (پ) در آرایش الکترونی ۳۰ درصد از این عناصر، یک زیرلایهٔ تک‌الکترونی وجود دارد.
- (ت) عنصری که نسبت شمار الکترون‌ها با $I = 2$ به $I = 0$ در آرایش الکترونی اتم آن برابر $75/0$ است، در گذر زمان جلای فلزی خود را حفظ می‌کند.

(۲) ب - ت

(۱) الف - پ

(۴) ب - پ

(۳) الف - ت

محل انجام محاسبات



۷۶- اگر اختلاف شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم X^{118} برابر ۱۸ باشد، کدام مطلب دربارهٔ عنصر X درست است؟

- (۱) اتم عنصر X در واکنش با سایر اتم‌ها، الکترون از دست داده و به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسد.
- (۲) همانند نیمی از عناصر جامد دورهٔ سوم جدول تناوبی، رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد.
- (۳) همانند دومین عنصر جدول تناوبی که آرایش الکترونی آن از قاعدهٔ آفبا پیروی نمی‌کند، یک زیرلایهٔ نیمه‌پر دارد.
- (۴) با فلز Rb_{37} هم‌دوره بوده و همانند Ti_{22} ، یک فلز اصلی به شمار می‌رود.

۷۷- کدام مطلب دربارهٔ عناصر دورهٔ سوم جدول دوره‌ای، نادرست است؟

- (۱) با افزایش تعداد پروتون‌ها، نیروی جاذبه‌ای که به الکترون‌های این عناصر وارد می‌شود، افزایش می‌یابد.
- (۲) با افزایش عدد اتمی این عنصرها، شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شدهٔ آن‌ها افزایش نمی‌یابد.
- (۳) شیب تغییر شعاع اتمی در بین فلزها از شیب تغییر شعاع اتمی در میان نافلزها، کم‌تر است.
- (۴) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب یونی حاصل از واکنش فلزی با کم‌ترین شعاع اتمی و نافلزی با بیشترین شعاع اتمی، برابر یک است.

۷۸- چند مورد از عبارت‌های داده‌شده، از نظر درستی یا نادرستی، همانند عبارت زیر است؟

- «در جدول دوره‌ای عنصرها، در مجموع ۱۴ عنصر دستهٔ S وجود دارد که در سه گروه مختلف جدول جای گرفته‌اند.»
- با تعیین موقعیت یک عنصر در جدول دوره‌ای، می‌توان خواص و رفتار آن را پیش‌بینی کرد.
 - در هر یک از گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای، عنصرهای بالاتر شعاع اتمی کم‌تر و خاصیت نافلزی بیشتری دارند.
 - خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.
 - در هر دورهٔ جدول تناوبی، عناصر سمت چپ یک فلز، به یقین فلز و عناصر سمت راست یک نافلز، به یقین نافلز هستند.

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۷۹- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود که واکنش‌پذیرترین نافلز در هر دورهٔ جدول تناوبی به شمار می‌روند.
- (۲) جلای نقره‌ای فلز قلیایی دورهٔ سوم جدول تناوبی، در مجاورت هوا به سرعت از بین می‌رود و سطح آن کدر می‌شود.
- (۳) رنگ سرخ یاقوت و رنگ سبز زمرد به دلیل وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه است.
- (۴) از واکنش میان پنجمین عنصر دستهٔ S جدول تناوبی با سنگین‌ترین هالوژن گازی، نوری بنفش‌رنگ تولید می‌شود.

محل انجام محاسبات



۸۰- اگر آرایش الکترونی یون‌های A^{2+} ، B^{3+} و X^{2-} به ترتیب به زیرلایه‌های $3d^2$ ، $3d^3$ و $3p^6$ ختم شود، کدام گزینه درست است؟

(۱) از میان عناصر A، B و X، خواص شیمیایی دو عنصر A و X به هم نزدیک‌تر است و اختلاف عدد اتمی دو عنصر A و B برابر ۸ است.

(۲) عنصر X نافلزی از دوره سوم جدول تناوبی بوده و برای رسیدن به آرایش گاز نجیب، تنها می‌تواند آنیون دو بار منفی تشکیل دهد.

(۳) عدد اتمی عنصر A برابر ۲۲ است و در آرایش الکترونی اتم آن، ۲ الکترون با $l = 1$ وجود دارد.

(۴) مجموع $n + l$ برای الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر B، برابر ۲۶ است.

محل انجام محاسبات



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۰۷/۲۸

دفترچه
پاسخ
آزمون یکم
حضوری

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی - علیرضا نصرالهی - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک	علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد
شیمی	مجتبی ابراهیمی - حسین ایروانی - پیمان خواجوی مجد - مبینا شرافتی پور - یاسر عبداللہی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخنامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	حسین شفیعزاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمد حسین رحیمی	شقایق راهبریان - ماهان فنی فر - هتاو مرادی - کسری منتظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمد حسین رحیمی - کیوان صارمی	زهرا جالینوسی - مهدی خوش نویس - محمد حسین رحیمی - بردیا نصیری
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	محمد حسین رحیمی - علیرضا کاظمی بقا - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا گونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - مهدی خوش نویس - امیر محمودی انزلی - کسری منتظری
شیمی	یاسر عبداللہی	حسین ایروانی	یاسر راش	یاسر عبداللہی - حسین ایروانی	سروش عبادی - مرضیه قاسمی - علی طہانی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان: صفحه‌های ۱ تا ۲۲

تست و پاسخ ۱

مجموع جملات دورقمی و زوج دنباله حسابی ...، ۱۱، ۳a+۲، ۲a+۱، a برابر کدام است؟

۹۶۰ (۴)

۸۶۰ (۳)

۸۴۰ (۲)

۹۴۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول جمله عمومی دنباله را بیابید.

درس نامه ••• مجموع جملات دنباله حسابی و دنباله هندسی

حالت خاص	مجموع جملات n جمله اول دنباله	پارامترها	جمله عمومی	نوع دنباله
$S = \frac{n(n+1)}{2}$ = مجموع اعداد طبیعی ۱ تا n	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ یا $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$	جمله اول: a_1 قدرنسبت: d	$a_n = a_1 + (n-1)d$	حسابی
—	$S_n = a_1 \left(\frac{1-q^n}{1-q} \right)$	جمله اول: a_1 قدرنسبت: q	$a_n = a_1 q^{n-1}$	هندسی

پاسخ تشریحی

باید اول جمله عمومی دنباله حسابی داده شده را پیدا کنیم و بعد از آن مجموع جملات دورقمی و زوج را به دست بیاوریم. گام اول: برای به دست آوردن جمله عمومی دنباله داده شده، با توجه به جملاتی که داده شده، از رابطه واسطه حسابی بین جملات دوم تا چهارم استفاده می کنیم:

$$a_1, \underbrace{2a+1}, \underbrace{3a+2}, \underbrace{11}$$

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$$

$$\text{رابطه واسطه حسابی: } a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} \Rightarrow 3a+2 = \frac{2a+1+11}{2} \Rightarrow 3a+2 = a+6 \Rightarrow 2a = 4$$

$$\Rightarrow a = 2 = a_1 \text{ جمله اول دنباله:}$$

گام دوم: قدرنسبت (d) دنباله را به دست می آوریم:

$$d = a_2 - a_1 = 2a+1 - a = a+1 = 2+1 = 3$$

گام سوم: حالا جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d = 2 + (n-1)3 = 3n - 1$ می باشد.

گام چهارم: جملات دورقمی دنباله را پیدا می کنیم:

$$10 \leq 3n - 1 \leq 99 \Rightarrow 11 \leq 3n \leq 100 \Rightarrow \frac{11}{3} \leq n \leq \frac{100}{3} \xrightarrow{\text{باید n عدد طبیعی باشد}} 4 \leq n \leq 33$$

پس جملات چهارم تا سی و سوم دنباله دورقمی هستند. این جملات به صورت مقابل هستند:

$$11, 14, 17, 20, \dots, 98$$

که اگر جملات زوج آن را در نظر بگیریم یک دنباله به صورت مقابل خواهیم داشت:

$$14, 20, \dots, 98$$

دنباله به دست آمده، یک دنباله حسابی با جمله اول $a'_1 = 14$ و قدرنسبت $d' = 6$ و تعداد جملات $n' = \frac{98-14}{6} + 1 = 15$ است.

گام پنجم: مجموع جملات دنباله حسابی جدید را با استفاده از فرمول درس نامه محاسبه می کنیم:

$$S_n = \frac{n'}{2}(a'_1 + a'_{n'}) = \frac{15}{2}(14 + 98) = 840$$

تست و پاسخ ۲

مجموع ۷ جمله ابتدایی دنباله هندسی ...، -۸، ۱۶ با جمله دهم دنباله حسابی ...، $a - \frac{1}{p}$ ، a برابر است. a کدام است؟

$$S_7 = a_1$$

۱۵ / ۲۵ (۲)

۱۴ / ۷۵ (۱)

۱۴ / ۲۵ (۴)

۱۵ / ۷۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره از فرمول‌هایی که در درس‌نامه سؤال قبل است، استفاده کنید.

پاسخ تشریحی از دنباله‌های حسابی و هندسی داده‌شده، می‌توانیم قدرنسبت و جملات اول دنباله‌ها را پیدا کنیم. کافی است که از فرمول

مجموع جملات دنباله هندسی استفاده کنیم و برابر با جمله دهم دنباله حسابی قرار بدهیم تا a پیدا شود.

گام اول: دنباله هندسی به صورت $\dots, -8, -16$ هست که یعنی جمله اول $r_1 = 16$ و قدرنسبت $q = \frac{-16}{-8} = \frac{-1}{2}$ است. مجموع 7 جمله اولش را پیدا می‌کنیم:

$$S_7 = r_1 \left(\frac{1-q^7}{1-q} \right) = 16 \left(\frac{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)^7}{1 - \left(\frac{-1}{2}\right)} \right) = 16 \left(\frac{1 + \frac{1}{128}}{\frac{3}{2}} \right) = 16 \times \frac{129}{3} = 16 \times \frac{129 \times 2}{128 \times 3} = \frac{43}{4}$$

گام دوم: یعنی جمله دهم دنباله حسابی داده‌شده برابر با $\frac{43}{4}$ است:

$$a, a - \frac{1}{2}, \dots \Rightarrow \begin{cases} \text{قدرنسبت} = d = -\frac{1}{2} \\ \text{جمله عمومی دنباله} \\ \text{جمله اول} = a \end{cases} \rightarrow a_n = a + (n-1)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

پس یعنی $a_1 = -\frac{9}{2} + a = \frac{43}{4}$ است. a را پیدا می‌کنیم: $a_1 = -\frac{9}{2} + a = \frac{43}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{2} + \frac{43}{4} = \frac{18+43}{4} = \frac{61}{4} = 15\frac{1}{4}$

۳

تست و پاسخ

در یک دنباله هندسی، جملات اول و دهم به ترتیب برابر ۲ و ۲۵ است. مجموع معکوسات ده جمله اول این دنباله چه کسری از مجموع ده

جمله اول آن است؟

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{10}}$$

$$\frac{1}{50} \quad (2)$$

$$\frac{1}{25} \quad (1)$$

$$\frac{2}{25} \quad (4)$$

$$\frac{1}{100} \quad (3)$$

۲

پاسخ: گزینه

درس‌نامه معکوس جملات دنباله هندسی، خودشان یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند. اگر یک دنباله هندسی با جمله اول a و قدرنسبت q داشته باشیم، معکوس تک‌تک جملات این دنباله، خودشان یک دنباله هندسی با جمله اول $\frac{1}{a}$ و قدرنسبت $\frac{1}{q}$ تشکیل می‌دهند:

$$a_n = aq^{n-1} \xrightarrow{\text{معکوس جمله } n\text{ام}} \frac{1}{a_n} = \frac{1}{aq^{n-1}} = \frac{1}{a} \left(\frac{1}{q}\right)^{n-1}$$

پاسخ تشریحی گام اول: جملات اول و دهم به ترتیب ۲ و ۲۵ هستند، پس یعنی:

$$a_1 = a_1 q^9 = 25 \xrightarrow{a_1=2} q^9 = \frac{25}{2}$$

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2(1-q^{10})}{1-q}$$

گام دوم: حالا مجموع 10 جمله اول دنباله را پیدا می‌کنیم:

گام سوم: مجموع معکوس‌های 10 جمله اول دنباله را پیدا می‌کنیم:

$$S_7 = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{10}} = \frac{a_1'(1-(q')^{10})}{1-q'} = \frac{\frac{1}{a_1}(1-\left(\frac{1}{q}\right)^{10})}{1-\frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{q^{10}-1}{q^{10}}\right)}{\frac{q-1}{q}} = \frac{1}{2} \left(\frac{q^{10}-1}{q^9(q-1)} \right)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: حالا نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{q^1 - 1}{2q^1(q-1)} = \frac{(q^1 - 1)(1-q)}{4q^1(q-1)(1-q^1)} = \frac{1}{4q^1}$$

از گام اول می دانیم که $q^1 = \frac{25}{4}$ است، پس: $\frac{1}{4 \times \frac{25}{4}} = \frac{1}{25}$ می شود.

تست و پاسخ ۴

جملات اول، nام و هفتم یک دنباله حسابی، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{4}$ می باشند. مجموع چه تعداد از جملات ابتدایی دنباله حسابی برابر صفر است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره معمولاً سوالات مربوط به دنباله حسابی و هندسی، به صورت ترکیبی در کنکور می آید. حواستان به این تیپ سوال ها باشد.

درس نامه •• واسطه های حسابی و هندسی

	بین سه جمله متوالی a, b و c
واسطه حسابی	$2b = a + c$
واسطه هندسی	$b^2 = ac$

پاسخ تشریحی اول سعی می کنیم با اطلاعاتی که داده شده، مقدار n را پیدا کنیم. بعد با توجه به اطلاعات مسئله و فرمول مجموع جملات، مشخص می شود که مجموع چند جمله اول از دنباله حسابی، برابر با صفر است.
گام اول: جملات اول، nام و هفتم یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی دنباله هندسی هستند، پس بین این سه جمله، رابطه واسطه هندسی برقرار است:

$$a_1, a_n, a_7 \xrightarrow[\text{دنباله هندسی}]{\text{سه جمله متوالی}} a_n^2 = a_1 a_7$$

اگر جمله عمومی دنباله حسابی را به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ در نظر بگیریم، رابطه بالا را می توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$(a_1 + (n-1)d)^2 = a_1(a_1 + 6d) \quad (I)$$

گام دوم: قدرنسبت دنباله هندسی برابر با $\frac{1}{4}$ است؛ پس:

$$\frac{a_7}{a_1} = \frac{a_n}{a_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a_n}{a_1} = \frac{a_1 + (n-1)d}{a_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4a_1 + 4(n-1)d = a_1 \Rightarrow a_1 + 4(n-1)d = 0 \Rightarrow a_1 = -4(n-1)d \quad (II)$$

گام سوم: حالا عبارت (II) را در (I) جای گذاری می کنیم:

$$a_1 + (n-1)d = -(n-1)d \Rightarrow (-(n-1)d)^2 = (-4(n-1)d)(-4(n-1)d + 6d)$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 d^2 = 4(n-1)^2 d^2 - 12(n-1)d^2 \xrightarrow[\text{ساده می کنیم. } (d \neq 0)]{\text{d را از طرفین}} (n-1)^2 = 4(n-1)^2 - 12(n-1)$$

$$\Rightarrow -3(n-1)^2 = -12(n-1) \xrightarrow{\text{ساده می کنیم}} (n-1) = 4 \Rightarrow n = 5$$

گام چهارم: با جای گذاری مقدار n در (II)، ارتباطی بین a_1 و d پیدا می کنیم:

$$a_1 + 4(n-1)d = 0 \Rightarrow a_1 + 16d = 0 \quad (III)$$

از طرفی مجموع جملات دنباله حسابی به صورت $S_k = \frac{k}{2}(2a_1 + (k-1)d)$ است؛ پس یعنی در صورتی S_k برابر با صفر است که

$$k-1 = 16 \Rightarrow k = 17 \quad 2a_1 + (k-1)d = 0 \text{ باشد. حالا اگر رابطه (III) را در ۲ ضرب کنیم } 2a_1 + 16d = 0 \text{ می شود. پس:}$$

یعنی مجموع ۱۷ جمله اول دنباله حسابی صفر می شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۵

در یک دنباله هندسی با جمله عمومی a_n و قدرنسبت مثبت، جمله پنجم از جمله سوم، ۱۸ واحد بیشتر و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۷۲ است. حاصل $a_7 + a_6 + a_5 + \dots + a_2$ کدام است؟

$$2^{20} - 1 \quad (4)$$

$$2^{22} - 1 \quad (3)$$

$$2^2 - 3 \quad (2)$$

$$2^{22} - 3 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خود حل کنی بهتره ابتدا قدرنسبت و جمله اول دنباله را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله، جمله اول دنباله و قدرنسبتش را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرم جمله عمومی دنباله هندسی:} \\ a_n = aq^{n-1} \end{array} \right\} \begin{cases} aq^4 - aq^2 = 18 & (I) \\ aq^4 + aq^5 = 72 & (II) \end{cases}$$

جمله پنجم، ۱۸ واحد از جمله سوم بیشتر است.
مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۷۲ است: $a_5 + a_6 = 72$

$$\frac{aq^2(q^2-1)}{aq^4(1+q)} = \frac{18}{72} \Rightarrow \frac{(q-1)(q+1)}{q^2(1+q)} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4(q-1) = q^2$$

حالا دو تا معادله را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow q^2 - 4q + 4 = 0 \Rightarrow (q-2)^2 = 0 \Rightarrow q = 2$$

گام دوم: حالا با به دست آوردن q ، باید a را پیدا کنیم. از معادله (I) استفاده می‌کنیم:

$$aq^2(q^2-1) = 18 \xrightarrow{q=2} 4a \times 3 = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

گام سوم: پس یک دنباله هندسی با جمله اول $a = \frac{3}{2}$ و قدرنسبت $q = 2$ داریم. سؤال از ما مجموع جملات a_4, a_5, \dots, a_{20} را خواسته:

$$a_4, a_5, \dots, a_{20}$$

↓ ↓ ↓

$$aq \quad aq^2 \quad aq^3$$

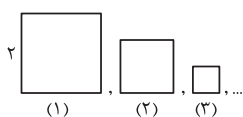
این جملات هم یک دنباله هندسی با جمله اول $a_4 = aq = \frac{3}{2} \times 2 = 3$ و قدرنسبت $q = 2$ تشکیل می‌دهند و تعداد جملات هم $n = \frac{20-4}{2} + 1 = 10$ است.

گام چهارم: مجموع جملات خواسته شده را با توجه به اطلاعات گام سوم پیدا می‌کنیم:

$$a_4 + a_5 + \dots + a_{20} = \frac{3(1-4^{10})}{1-4} = -(1-4^{10}) = 2^{20} - 1$$

تست و پاسخ ۶

در الگوی شکل زیر مساحت هر مربع، $\frac{1}{4}$ مساحت مربع سمت چپ آن است (به جز مربع ابتدایی). اگر تعداد مربع‌ها برابر ۱۰ باشد، محیط این مربع‌ها چه قدر از ۱۶ کم تر است؟



$$\frac{1}{128} \quad (2)$$

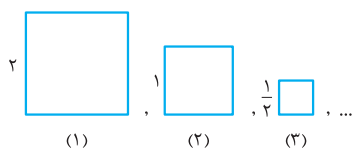
$$\frac{1}{64} \quad (4)$$

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{32} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: از آن جایی که مساحت هر مربع، $\frac{1}{4}$ مساحت مربع قبلی است، پس نتیجه می‌گیریم که طول ضلع هر مربع، $\frac{1}{2}$ برابر ضلع مربع قبلی است؛ پس اگر طول ضلع مربع اول ۲ باشد، طول ضلع مربع دوم ۱ است و به همین ترتیب طول اضلاع $\frac{1}{2}$ برابر طول اضلاع مربع قبلی می‌شوند. طول ضلع مربع‌ها تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{2}$ می‌دهند.

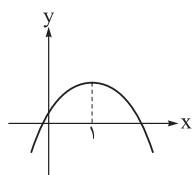
گام دوم: محیط مربع‌ها هم تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت $\frac{1}{2}$ می‌دهند؛ **گام سوم:** حالا باید مجموع محیط‌های این ۱۰ مربع را پیدا کنیم:

$$\text{مجموع محیط } 10 \text{ مربع} = \frac{a(1-q^{10})}{1-q} = \frac{2(1-(\frac{1}{2})^{10})}{1-\frac{1}{2}} = 16(1-\frac{1}{1024}) = 16 - \frac{1}{64}$$

پس مجموع محیط‌ها به اندازه $\frac{1}{64}$ از ۱۶ کم‌تر است.

تست و پاسخ ۷

شکل زیر، نمودار سهمی $f(x) = -ax^2 + bx + a$ را نشان می‌دهد. مجموع مربعات صفرهای تابع کدام است؟



۴ (۲)

۳ (۱)

۵ (۴)

۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

● مجموع و ضرب ریشه‌های معادله درجه دو: اگر معادله درجه دوم $Ax^2 + Bx + C = 0$ دارای دو ریشه α و β باشد، در این صورت ضرب و مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$P = \alpha\beta = \frac{C}{A}$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-B}{A}$$

● رأس سهمی: رأس سهمی تابع درجه دوم $y = Ax^2 + Bx + C$ را با (x_s, y_s) نمایش می‌دهیم. در این صورت داریم:

$$x_s = \frac{-B}{2A} \Rightarrow y_s = Ax_s^2 + Bx_s + C = \frac{-\Delta}{4A}$$

● هر معادله درجه دو را که دارای مجموع ریشه‌های S و ضرب ریشه‌های P است را می‌توانیم به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ بنویسیم.

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می‌کنیم α و β صفرهای تابع $f(x) = -ax^2 + bx + a$ باشند. طبق درس‌نامه، مجموع و حاصل ضرب

$$\begin{cases} \alpha\beta = \frac{a}{-a} = -1 & \text{(I)} \\ \alpha + \beta = \frac{-b}{-a} = \frac{b}{a} & \text{(II)} \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به نمودار سهمی، طول رأس سهمی برابر با $x_s = \frac{-b}{-2a} = 1$ است، پس $\frac{b}{a} = 2$ می‌شود؛ بنابراین $\alpha + \beta = 2$ است.

گام سوم: مجموع مربعات صفرهای تابع با توجه به (I) و (II) از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 4 - 2(-1) = 6$$

تست و پاسخ ۸

اگر مجموع صفرهای $f(x) = x^2 - ax - 1$ فقط با حاصل ضرب صفرهای $g(x) = ax^2 - 4x + a + 2$ برابر باشد، مقدار a کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای تابع‌های f و g ، روابط S و P را بنویسید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی

هر دو تابع f و g ، درجه دوم هستند. فرمول‌های سؤال قبل را که یادتان هست؟ از آن‌ها استفاده می‌کنیم.

$$f(x) = x^2 - ax - 1 = 0 \Rightarrow S_f = \frac{-(-a)}{1} = a$$

گام اول: مجموع صفرهای تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$g(x) = ax^2 - 4x + a + 2 = 0 \Rightarrow P_g = \frac{a+2}{a}$$

گام دوم: حاصل ضرب صفرهای تابع g را پیدا می‌کنیم:

گام سوم: گام اول و دوم با هم برابر هستند:

$$S_f = P_g \Rightarrow a = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2 = a+2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

گام چهارم: حالا باید ببینیم کدام مقدار a قابل قبول است. هر کدام از a ها را در f و g جای گذاری می‌کنیم:

$$a = -1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + x - 1, S_f = -1 \\ g(x) = -x^2 - 4x + 1, S_g = -4, P_g = -1 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - 1, S_f = 2 \\ g(x) = 2x^2 - 4x + 4 \Rightarrow \Delta_g < 0 \end{cases}$$

اگر $a = 2$ باشد، معادله تابع g ، ریشه ندارد و این مقدار قابل قبول نیست. در سؤال گفته شده که فقط جمع ریشه‌های $f(x)$ با حاصل ضرب ریشه‌های $g(x)$ برابر است، پس مقدار $a = -1$ قابل قبول است.

تست و پاسخ ۹

هر یک از جواب‌های معادله $x^2 + mx + 3 = 0$ چهار واحد بیشتر از جواب‌های $x^2 + 2x + n = 0$ هستند. مقدار mn کدام است؟

۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۴ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم، معمولاً زیاد در کنکور سؤال می‌آید. از حل این نوع سوالات غافل نشوید.

خودت حل کنی بهتره جواب‌های یکی از معادله‌ها را α و β در نظر بگیرید و دیگری را با توجه به آن بنویسید.

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می‌کنیم جواب‌های معادله $x^2 + 2x + n = 0$ ، α و β باشند؛ پس جواب‌های معادله $x^2 + mx + 3 = 0$

به صورت $\alpha + 4$ و $\beta + 4$ می‌شوند.

گام دوم: برای معادله $x^2 + 2x + n = 0$ فرمول‌های جمع و ضرب ریشه‌ها را می‌نویسیم:

$$(I): \alpha + \beta = \frac{-2}{1} = -2$$

$$(II): \alpha\beta = \frac{n}{1} = n$$

$$\begin{cases} (\alpha + 4) + (\beta + 4) = \frac{-m}{1} = -m \\ (\alpha + 4)(\beta + 4) = \frac{3}{1} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -m - 8 \\ \alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 16 = 3 \end{cases}$$

گام سوم: برای معادله $x^2 + mx + 3 = 0$ هم داریم:

گام چهارم: حالا از عبارت‌های گام دوم استفاده می‌کنیم تا m و n را پیدا کنیم: $\alpha + \beta = -m - 8 \xrightarrow{(I)} -m - 8 = -2 \Rightarrow m = -6$

$$\alpha\beta + 4(\alpha + \beta) + 16 = 3 \xrightarrow{(I),(II)} n + 4 \times (-2) + 16 = 3 \Rightarrow n = -5$$

گام پنجم: حاصل $mn = -6 \times (-5) = 30$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۰

α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + x + 2a = 0$ هستند. اگر ریشه‌های معادله $mx^2 + nx + 2a = 0$ اعداد $\frac{\alpha}{\alpha+1}$ و $\frac{\beta}{\beta+1}$ باشند،

مقدار $m + n$ بر حسب a کدام است؟

-2a (۴)

2a (۳)

-a (۲)

a (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی: کافی است که برای هر معادله، فرمول‌های جمع و ضرب ریشه‌ها را بنویسیم تا مقادیرهای m و n را پیدا کنیم.

$$ax^2 + x + 2a = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-1}{a} \\ P = \alpha\beta = \frac{2a}{a} = 2 \end{cases}$$

گام اول: اول معادله $ax^2 + x + 2a = 0$ را بررسی می‌کنیم:

گام دوم: حالا معادله $mx^2 + nx + 2a = 0$ را بررسی می‌کنیم:

$$S' = \frac{\alpha}{\alpha+1} + \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{\alpha(\beta+1) + \beta(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{4 - \frac{1}{a}}{2 - \frac{1}{a} + 1} = \frac{4a - 1}{3a - 1}$$

مجموع ریشه‌ها: \uparrow جای‌گذاری از گام اول

$$P' = \frac{\alpha}{\alpha+1} \cdot \frac{\beta}{\beta+1} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{2}{2 - \frac{1}{a} + 1} = \frac{2a}{3a - 1}$$

\uparrow جای‌گذاری از گام اول

گام سوم: در این گام به جای این که از فرمول‌های حاصل جمع و ضرب ریشه‌ها استفاده کنیم، از یک راه دیگر برای پیدا کردن m و n می‌رویم. می‌دانیم که می‌توانیم معادلات درجه ۲ را بر حسب P' و S' بنویسیم: $x^2 - S'x + P' = 0$.

پس در مورد معادله گام دوم داریم:

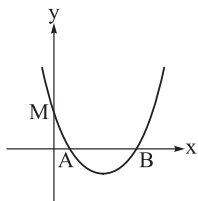
$$x^2 - \frac{4a-1}{3a-1}x + \frac{2a}{3a-1} = 0 \xrightarrow{\times(3a-1)} (3a-1)x^2 - (4a-1)x + 2a = 0$$

این معادله به دست آمده را با $mx^2 + nx + 2a = 0$ برابر قرار می‌دهیم:

$$(3a-1)x^2 - (4a-1)x + 2a = mx^2 + nx + 2a \Rightarrow \begin{cases} m = 3a-1 \\ n = -(4a-1) \end{cases} \Rightarrow m+n = 3a-1-4a+1 = -a$$

تست و پاسخ ۱۱

در نمودار زیر، اگر مساحت مثلث ABM برابر ۴ و ضابطه سهمی $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - mx + 4$ باشد، طول رأس سهمی کدام است؟



- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره! ارتفاع مثلث ABM ، با عرض از مبدأ سهمی برابر است.

پاسخ تشریحی: برای این که طول رأس سهمی را پیدا کنیم، ابتدا باید m را به دست بیاوریم.

گام اول: مساحت مثلث ABM برابر با ۴ است. از طرفی هم عرض از مبدأ سهمی یعنی نقطه M برابر با ۴ است. اندازه OM همان ارتفاع مثلث ABM می‌باشد. رابطه مساحت مثلث را می‌نویسیم تا طول AB را پیدا کنیم:

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} OM \times AB = \frac{1}{2} \times 4 AB = 4 \Rightarrow AB = 2$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: با توجه به نمودار، A و B صفرهای تابع هستند؛ پس طول AB، اختلاف ریشه‌های معادله درجه دو $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - mx + 4$ می‌شود؛ یعنی:

$$x_B - x_A = AB = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{m^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4}}{|\frac{1}{2}|} = \frac{\sqrt{m^2 - 8}}{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \sqrt{m^2 - 8} = 1$$

از گام اول

به توان ۲ می‌رسانیم. $m^2 - 8 = 1 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$

گام سوم: هر دو ریشه معادله، مثبت هستند، پس مجموع آن‌ها هم مثبت است؛ یعنی: $m > 0$. پس $m = 3$ قابل قبول است. جمع دو ریشه.

گام چهارم: طول رأس سهمی برابر است با: $x_s = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-m)}{2 \times \frac{1}{2}} = m = 3$

تست و پاسخ ۱۲

اگر α و β جواب‌های معادله $\frac{6}{x} - \frac{x}{x+1} = 2$ باشند، معادله درجه دوم با ریشه‌های $-\frac{1}{\alpha}$ و $-\frac{1}{\beta}$ کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $6x^2 - 4x - 3 = 0$ (۲) $6x^2 + 4x - 1 = 0$ (۳) $3x^2 - 4x - 6 = 0$ (۴) $3x^2 + 4x - 1 = 0$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره اول معادله‌ای که جواب‌هایش α و β هستند را تبدیل به معادله درجه دو کنید.

پاسخ تشریحی سعی می‌کنیم از مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله داده شده کمک بگیریم تا معادله دوم را بسازیم.

گام اول: معادله داده شده را به فرم معادله درجه دوم درمی‌آوریم:

$$\frac{6}{x} - \frac{x}{x+1} = 2 \xrightarrow[\text{می‌گیریم.}]{\text{مخرج مشترک}} \frac{6(x+1) - x^2}{x(x+1)} = 2 \xrightarrow{x \neq 0, -1} 6x + 6 - x^2 = 2x^2 + 2x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 4x - 6 = 0 \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{4}{3} \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-6}{3} = -2 \end{cases}$$

گام دوم: حالا مجموع و حاصل ضرب معادله‌ای را که ریشه‌هایش $-\frac{1}{\alpha}$ و $-\frac{1}{\beta}$ هستند، پیدا می‌کنیم:

$$S = -\frac{1}{\alpha} + (-\frac{1}{\beta}) = \frac{-(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{4}{3}}{-2} = \frac{2}{3} \quad P = -\frac{1}{\alpha}(-\frac{1}{\beta}) = \frac{1}{\alpha\beta} = -\frac{1}{2}$$

گام سوم: معادله با ریشه‌های $-\frac{1}{\alpha}$ و $-\frac{1}{\beta}$ را می‌توان به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ نوشت، پس:

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow{\times 6} 6x^2 - 4x - 3 = 0$$

تست و پاسخ ۱۳

اختلاف ریشه‌های معادله $\frac{4}{x^2} + \frac{9}{(x^2-1)^2} = 2$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) $2\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: مخرج مشترک می‌گیریم تا معادله را از حالت کسری خارج کنیم (حواستان به ریشه‌های مخرج هم باشد):

$$\frac{4}{x^2} + \frac{9}{(x^2-1)^2} = 2 \Rightarrow \frac{4(x^2-1)^2 + 9x^2}{x^2(x^2-1)^2} = 2 \xrightarrow[\substack{\text{طرفین وسطین} \\ x \neq 0, \pm 1}}{4(x^2-1)^2 + 9x^2 = 2x^2(x^2-1)^2}$$

گام دوم: حالا معادله را باز می‌کنیم:

$$4(x^4 - 2x^2 + 1) + 9x^2 = 2x^2(x^4 - 2x^2 + 1) \Rightarrow 4x^4 - 8x^2 + 4 + 9x^2 = 2x^6 - 4x^4 + 2x^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{2x^6 - 8x^4}_{\text{فاکتورگیری}} + \underbrace{x^2 - 4}_{\text{فاکتورگیری}} = 0 \Rightarrow 2x^4(x^2 - 4) + (x^2 - 4) = 0 \rightarrow (x^2 - 4)(2x^4 + 1) = 0$$

عبارت $2x^4 + 1$ همواره مثبت است و نمی‌تواند صفر شود؛ پس عبارت $x^2 - 4$ صفر است:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

هر دو جواب x قابل قبول است، چون ریشه‌های مخرج در معادله اصلی نیستند.

گام سوم: اختلاف ریشه‌ها برابر $4 = |2 - (-2)| = |x_1 - x_2|$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۴

علی کاری را ۲۰ روز زودتر از رضا انجام می‌دهد. اگر آن‌ها، کار را با هم انجام دهند، ۱۶ روز زودتر از حالتی که علی به تنهایی کار را انجام دهد، تمام می‌شود. رضا به تنهایی کار را چند روزه تمام می‌کند؟

۵۰ (۴)

۵۶ (۳)

۷۲ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره فرض کنید علی در n روز کار را تمام می‌کند. علی و رضا هم در m روز آن کار را تمام می‌کنند.

گام اول: فرض کنیم علی در n روز کار را انجام می‌دهد، پس رضا $n + 20$ روز طول می‌کشد تا همان کار را انجام دهد. از طرفی فرض می‌کنیم که هر دو نفر کار را در m روز تمام می‌کنند. در این صورت طبق گفته مسئله، کار ۱۶ روز زودتر از حالتی تمام می‌شود که علی بخواهد به تنهایی کار کند؛ یعنی $n = m + 16$ می‌شود.

گام دوم: حالا معادله را تشکیل می‌دهیم. در یک روز، علی $\frac{1}{n}$ کار و رضا $\frac{1}{n+20}$ کار را انجام می‌دهد و هر دو با هم $\frac{1}{m}$ کار را انجام می‌دهند؛ پس:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+20} = \frac{1}{m}$$

گام سوم: حالا به جای n ، مقدار $m + 16$ را در معادله بالا جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\frac{1}{m+16} + \frac{1}{m+36} = \frac{1}{m} \Rightarrow \frac{m+36+m+16}{(m+16)(m+36)} = \frac{1}{m} \Rightarrow (2m+52)m = m^2 + 52m + 36 \times 16$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 52m = m^2 + 52m + 36 \times 16 \Rightarrow m^2 = 36 \times 16 \xrightarrow{m>0} m = 6 \times 4 = 24$$

گام چهارم: حالا داریم: $n = m + 16 = 24 + 16 = 40$ ؛ یعنی علی کار را در ۴۰ روز انجام می‌دهد، پس رضا کار را در $n + 20 = 60$ روز انجام می‌دهد.

تست و پاسخ ۱۵

نسبت طول به عرض یک مستطیل ۴ است، با افزایش عرض مستطیل به مستطیل طلایی خواهیم رسید. مساحت مستطیل طلایی چند برابر مساحت مستطیل اولیه است؟

۲(√۵+۱) (۴)

۲(√۵-۱) (۳)

√۵+۱ (۲)

۴(√۵-۲) (۱)

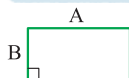
پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

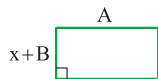
ریاضیات

خود حل کنی بهتره رابطه طلایی برای مستطیل با طول و عرض a و b به صورت $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ است.



پاسخ تشریحی گام اول: در مستطیل اولیه، اگر طول را با A و عرض را با B نمایش دهیم، داریم: $\frac{A}{B} = 4$.

گام دوم: حالا باید عرض مستطیل اولیه را به اندازه x افزایش بدهیم تا به مستطیل طلایی برسیم. در این صورت مستطیل طلایی با طول A و عرض $B+x$ داریم که رابطه طلایی برای آن برقرار است:



$$\frac{A}{B+x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \xrightarrow[A=4B]{\text{از گام اول:}} \frac{4B}{B+x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \xrightarrow[\text{می‌کنیم.}]{\text{هر دو کسر را معکوس}} \frac{B+x}{4B} = \frac{2}{\sqrt{5}+1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{x}{4B} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} \times \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \Rightarrow \frac{x}{4B} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2\sqrt{5}-3}{4} \Rightarrow \frac{x}{B} = 2\sqrt{5}-3$$

گام سوم: حالا نسبت مساحت مستطیل طلایی به مساحت مستطیل اولیه را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\text{مساحت مستطیل طلایی}}{\text{مساحت مستطیل اولیه}} = \frac{A(B+x)}{AB} = 1 + \frac{x}{B} = 1 + 2\sqrt{5} - 3 = 2(\sqrt{5} - 1)$$

تست و پاسخ ۱۶

اگر مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + 3\sqrt{2x-1} - 1 = x+1$ برابر m باشد، کدام یک از اعداد زیر، یک عدد طبیعی است؟

- (۱) $2m$ (۲) $3m$
(۳) $2m^2$ (۴) $3m^2$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در این نوع سؤال‌ها، حتماً محدودیت‌های x را برای ریشه‌هایی که به دست می‌آورید در نظر بگیرید.

پاسخ تشریحی سعی می‌کنیم با ساده‌سازی معادله، ریشه‌ها را پیدا کنیم.

گام اول: طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{x^2 + 3\sqrt{2x-1}})^2 = (x+1)^2 \Rightarrow x^2 + 3\sqrt{2x-1} = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{2x-1} = 2x + 1 \xrightarrow[\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}]{\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}} 9(2x-1) = (2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$\Rightarrow 18x - 9 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow 4x^2 - 14x + 10 = 0$$

گام دوم: به یک معادله درجه دوم با $\Delta > 0$ رسیدیم. مجموع ریشه‌ها را به کمک ضرایب پیدا می‌کنیم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = m = \frac{-b}{a} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

گام سوم: با توجه به گزینه‌ها $2m = \frac{7}{2} \times 2 = 7$ یک عدد طبیعی است.

تست و پاسخ ۱۷

$$\text{معادله } \frac{2}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = 3\sqrt{x} \text{ چند جواب دارد؟}$$

- (۱) یک (۲) دو
(۳) سه (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: در سمت چپ معادله مخرج مشترک می گیریم:

$$\frac{2}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = 3\sqrt{x} \Rightarrow \frac{2(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})+2(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2})} = 3\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt{x+2}}{(x+2)-(x-2)} = 3\sqrt{x} \Rightarrow \frac{4\sqrt{x+2}}{4} = 3\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x+2} = 3\sqrt{x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم:}} x+2=9x \Rightarrow 8x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$$

گام دوم: برای جواب به دست آمده باید بررسی کنیم که آیا قابل قبول هست یا خیر؟ زیر رادیکالها باید نامنفی باشد:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} \Rightarrow x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ \sqrt{x-2} \Rightarrow x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 2$$

معادله داده شده، به ازای $x \geq 2$ جواب دارد، پس جواب به دست آمده، قابل قبول نیست و معادله ریشه ندارد.

تست و پاسخ ۱۸

اگر $x = a$ جواب معادله $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3} = 4$ باشد، حاصل $\sqrt{(2a+1)(2a-3)}$ کدام است؟

$$3/25 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$5/5 \quad (4)$$

$$3/75 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در این نوع سوالات که معادله دوتا رادیکال دارد، سعی کنید از مزدوج عبارت استفاده کنید تا حل معادله برایتان ساده تر شود.

پاسخ تشریحی باید اول جواب معادله را پیدا کنیم. از مزدوج عبارت داده شده کمک می گیریم.

گام اول: مزدوج عبارت $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3}$ را A می نامیم:

$$(I): \sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3} = 4 \xrightarrow{\text{دو عبارت را در هم ضرب می کنیم.}} (\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-3})(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-3}) = 4A$$

$$(II): \sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-3} = A$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} 2x+1 - (2x-3) = 4A \Rightarrow 4 = 4A \Rightarrow A = 1$$

گام دوم: (I) و (II) را یک بار با هم جمع و یک بار از هم کم می کنیم:

$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{2x-3} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\sqrt{2x+1} = 4 + A = 5 \\ 2\sqrt{2x-3} = 4 - A = 3 \end{cases}$$

گام سوم: حالا برای به دست آوردن $\sqrt{(2a+1)(2a-3)}$ در گام دوم، به جای x ، a قرار می دهیم؛ پس داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{2a+1} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{2a-3} = \frac{3}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب می کنیم.}} \sqrt{(2a+1)(2a-3)} = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{4} = 3/75$$

تست و پاسخ ۱۹

اگر معادله $x + \sqrt{mx-8} = -2$ دو جواب داشته باشد، مجموع جواب های ممکن برای m کدام است؟

$$-6 \quad (2)$$

$$-15 \quad (1)$$

$$-12 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره معادله را مرتب کن و به توان ۳ برسانی.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله را طوری مرتب می‌کنیم که قسمت رادیکالی در یک طرف و قسمت غیررادیکالی در طرف دیگر معادله باشد.

$$x + \sqrt[3]{mx - 8} = -2 \Rightarrow \sqrt[3]{mx - 8} = -2 - x \Rightarrow \sqrt[3]{8 - mx} = x + 2$$

گام دوم: حالا طرفین معادله به دست آمده را به توان ۳ می‌رسانیم تا رادیکال از بین برود:

$$8 - mx = (x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \Rightarrow x^3 + 6x^2 + (12 + m)x = 0$$

گام سوم: معادله را حل می‌کنیم:

$$x(x^2 + 6x + (12 + m)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 6x + (12 + m) = 0 \quad (*) \end{cases}$$

پس یکی از جواب‌ها $x = 0$ است. برای معادله (*) دو تا حالت می‌توانیم در نظر بگیریم:

حالت اول: یک جواب آن $x = 0$ باشد و جواب دیگر آن غیرصفر باشد:

$$x = 0: x^2 + 6x + (12 + m) = 0 \xrightarrow[\text{جای‌گذاری}]{x=0} m = -12$$

↓
ریشه معادله

در این حالت، ریشه دیگر از $x^2 + 6x = 0$ به دست می‌آید که $x = -6$ است.

حالت دوم: معادله (*) فقط یک جواب غیرصفر داشته باشد؛ پس باید Δ ی آن صفر باشد:

$$x^2 + 6x + (12 + m) = 0 \xrightarrow{\Delta=0} \Delta = 36 - 4(12 + m) = 0 \Rightarrow 12 + m = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow m = -3$$

در این حالت جواب معادله $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2} = -3$ است.

گام چهارم: مجموع جواب‌های ممکن برای m برابر با $-3 - 12 = -15$ است.

تست و پاسخ ۲۰

تعداد ریشه‌های معادله $|x + 4| = \sqrt{2x + 6} + 3$ کدام است؟

- | | |
|---------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| صفر (۴) | ۳ (۳) |

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره محدودیت زیر رادیکال را در نظر بگیر و برای قدرمطلق تعیین تکلیف کن.

پاسخ تشریحی گام اول: زیر رادیکال باید نامنفی باشد؛ پس $x \geq -3$ است. برای این x ها، عبارت $x + 4$ همواره مثبت است؛ پس قدرمطلق آن با خودش برابر می‌شود. معادله را به صورت زیر می‌توانیم ساده‌تر بنویسیم:

$$3 + \sqrt{2x + 6} = |x + 4| \xrightarrow{x \geq -3} 3 + \sqrt{2x + 6} = x + 4 \Rightarrow \sqrt{2x + 6} = x + 1 \quad (x \geq -1)$$

گام دوم: حالا طرفین معادله‌ای که به دست آورده‌ایم را به توان ۲ می‌رسانیم تا رادیکال از بین برود:

$$2x + 6 = (x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

گام سوم: شرط $x \geq -1$ را برای ریشه‌ها باید داشته باشیم، پس $x = +\sqrt{5}$ ریشه معادله است و معادله فقط یک ریشه دارد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



هندسه: صفحه‌های ۹ تا ۱۷

تست و پاسخ (۲۱)

اگر فاصله مرکز دایره $C(O, x)$ از خط d برابر با $2x - 3$ باشد، به ازای خط و دایره هستند.

$$x = 2 \text{ - متخارج}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ - مماس (۱)}$$

$$x = \frac{7}{2} \text{ - متقاطع (۴)}$$

$$x = 3 \text{ - مماس (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره در هر گزینه فاصله مرکز از خط d را با شعاع دایره مقایسه کنید.

درس نامه

(۱) دایره به مرکز O و شعاع r را به صورت $C(O, r)$ نشان می‌دهیم.

(۲) وضعیت خط و دایره با توجه به فاصله‌ای که مرکز دایره از آن خط دارد، مشخص می‌شود. برای درک بهتر این موضوع جدول زیر را ببینید:

رابطه	شکل	وضعیت خط و دایره
$OH < r$		متقاطع
$OH = r$		مماس
$OH > r$		متخارج

پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن شعاع دایره): $C(O, x)$ یعنی دایره‌ای داریم که مرکزش O و شعاعش x است؛ پس $r = x$.

گام دوم: بررسی همه گزینه‌ها:

(۱) به ازای $x = \frac{3}{2}$ ، فاصله O از خط d برابر $OH = 2x - 3 = 0$ و $r = x = \frac{3}{2}$ است. در این حالت $OH < r$ است؛ بنابراین طبق مورد (۲)

درس‌نامه خط d و دایره متقاطع‌اند، نه مماس! (در این حالت خاص چون $OH = 0$ است، خط d از مرکز دایره می‌گذرد.)

(۲) به ازای $x = 2$ ، فاصله O از خط d برابر $OH = 2x - 3 = 1$ و $r = x = 2$ است. در این حالت $OH < r$ است؛ بنابراین طبق مورد (۲)

درس‌نامه خط d و دایره متقاطع‌اند، نه متخارج!

(۳) به ازای $x = 3$ داریم: \Rightarrow درست است. \Rightarrow خط بر دایره مماس است. $\Rightarrow r = OH \Rightarrow \begin{cases} OH = 2x - 3 = 3 \\ r = x = 3 \end{cases}$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

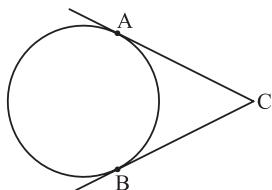
همین جا گزینه درست مشخص شده، ولی اگر تحلیل $\square 4$ را هم می‌خواهید؛ خدمت شما:

$$\square 4 \text{ به ازای } x = \frac{7}{2} \text{ داریم:}$$

$$x = \frac{7}{2} \Rightarrow \begin{cases} OH = 2x - 3 = 4 \\ r = x = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{OH}_{\frac{4}{4}} > \underbrace{r}_{\frac{3\frac{1}{2}}{4}} \Rightarrow \text{خط و دایره متقاطع. نه متقاطع.}$$

تست و پاسخ ۲۲

مطابق شکل، A و B دو نقطه واقع بر یک دایره هستند، به طوری که طول کمان بزرگ تر AB، 4 برابر طول کمان کوچک تر AB است. زاویه بین مماس‌های رسم شده بر دایره در A و B، چند درجه است؟



۱۰۸ (۱)

۹۰ (۲)

۷۲ (۳)

۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

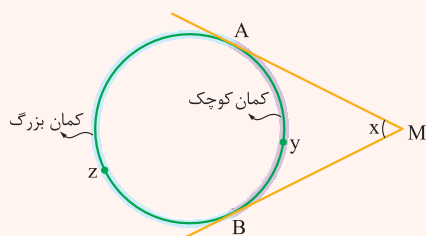
خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه‌ای که بین طول و اندازه کمان برقرار است، نسبت طول دو کمان را به نسبت اندازه‌هایشان تبدیل کنید.

درس نامه

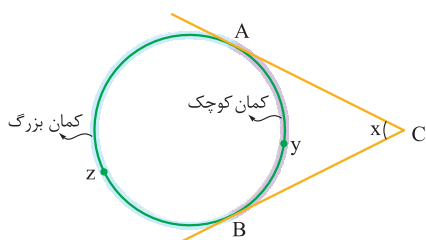
(۱) در هر دایره بین اندازه و طول یک کمان این رابطه برقرار است:

$$\boxed{\text{محیط دایره} \times \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \text{طول کمان}}$$

از رابطه بالا نتیجه می‌گیریم که نسبت طول دو کمان با نسبت اندازه‌هایشان برابر است. مثلاً اگر در یک دایره، طول یک کمان 4 برابر کمانی دیگر باشد، اندازه‌اش هم 4 برابر اندازه کمان دیگر خواهد بود.



(۲) همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید زاویه بین دو مماس در دایره، دو کمان روی آن درست می‌کند که یکی بزرگ‌تر از دیگری است. نکته جالبی که این‌جا وجود دارد این است که اگر زاویه بین دو مماس x° باشد، اندازه کمان بزرگ « $180^\circ + x^\circ$ » و اندازه کمان کوچک « $180^\circ - x^\circ$ » می‌شود.



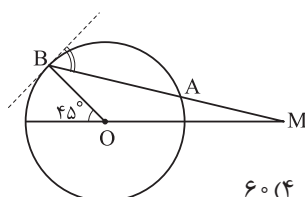
پاسخ تشریحی گام اول (تبدیل نسبت طول کمان‌ها به نسبت اندازه‌ها): طبق مورد (۱)

درس‌نامه می‌توانیم بگوییم چون طول کمان بزرگ 4 برابر طول کمان کوچک است، پس اندازه‌اش هم 4 برابر اندازه کمان کوچک است؛ یعنی در شکل مقابل $\widehat{AzB} = 4\widehat{AyB}$.
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): فرض می‌کنیم زاویه بین دو مماس x° باشد، در این صورت طبق مورد (۲) درس‌نامه $\widehat{AzB} = 180^\circ + x^\circ$ و $\widehat{AyB} = 180^\circ - x^\circ$ است. حالا با توجه به گام اول داریم:

$$\widehat{AzB} = 4\widehat{AyB} \Rightarrow 180^\circ + x^\circ = 4(180^\circ - x^\circ) \Rightarrow 5x^\circ = 3 \times 180^\circ \Rightarrow x = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

تست و پاسخ ۲۳

مطابق شکل، از نقطه M واقع بر امتداد یکی از قطرهای دایره، خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در نقاط A و B قطع کرده است. اگر $MA = OB$ باشد، زاویه بین AB و خط مماس بر دایره در نقطه B، چند درجه است؟



۶۰ (۴)

۵۲/۵ (۳)

۴۵ (۲)

۳۷/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



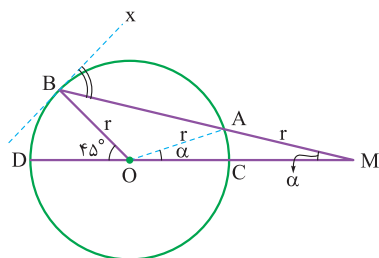
درس نامه

(۱) برای حل این سؤال باید سه زاویه زیر را به خوبی بشناسید:

اندازه زاویه	شکل	تعریف	نوع زاویه
$\alpha = \widehat{AB}$		زاویه‌ای که رأس آن مرکز دایره و اضلاع آن شعاع‌های دایره هستند.	مرکزی
$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{2}$		زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن وتر از دایره و ضلع دیگر آن مماس بر دایره است.	ظلی
$\alpha = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2}$		زاویه‌ای که از برخورد امتداد دو وتر در خارج دایره ساخته می‌شود.	زاویه بین امتداد دو وتر

(۲) هر قطر، دایره را به دو کمان با اندازه‌های 180° تقسیم می‌کند.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه اندازه کمان‌های AC و BD): اول از O به A وصل می‌کنیم. سؤال می‌گوید $MA = OB$ است، این یعنی طول MA با شعاع دایره برابر است؛ بنابراین مثلث MAO متساوی‌الساقین بوده و در نتیجه می‌توانیم فرض کنیم $\widehat{AOC} = \widehat{M} = \alpha$ باشد. زاویه‌های $\widehat{AOC} = \alpha$ و $\widehat{BOD} = 45^\circ$ هر دو مرکزی‌اند؛ بنابراین:



$$\begin{cases} \widehat{AOC} = \widehat{AC} \xrightarrow{\widehat{AOC} = \alpha} \widehat{AC} = \alpha \\ \widehat{BOD} = \widehat{BD} \xrightarrow{\widehat{BOD} = 45^\circ} \widehat{BD} = 45^\circ \end{cases}$$

حالا خوب به زاویه M نگاه کنید. \widehat{M} زاویه بین دو وتر در خارج دایره است، بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{BD} - \widehat{AC}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{45^\circ - \alpha}{2} \Rightarrow 2\alpha = 45^\circ - \alpha \Rightarrow 3\alpha = 45^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ \xrightarrow{\widehat{AC} = \alpha} \widehat{AC} = 15^\circ$$

گام دوم (محاسبه کمان AB): چون DC قطر دایره است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم اندازه کمان DBC، 180° است؛ یعنی:

$$\widehat{DBC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BD} + \widehat{AB} + \widehat{AC} = 180^\circ \Rightarrow 45^\circ + \widehat{AB} + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 120^\circ$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال زاویه): \widehat{xBA} یک زاویه ظلی است، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\widehat{xBA} = \frac{\widehat{AB}}{2} \xrightarrow{\widehat{AB} = 120^\circ} \widehat{xBA} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

تست و پاسخ ۲۴

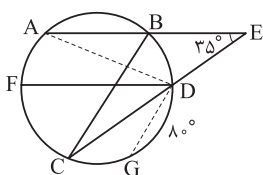
در شکل رسم‌شده، طول وتر AB با شعاع دایره برابر است و امتدادهای دو وتر AB و CD با زاویه 35° متقاطع‌اند. اگر $AB \parallel FD$ ، $BC \parallel DG$ و $\widehat{DG} = 80^\circ$ ، آن‌گاه زاویه ADG چند درجه است؟

۷۵ (۲)

۷۰ (۱)

۸۵ (۴)

۸۰ (۳)

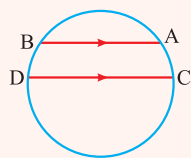


پاسخ: گزینه ۴

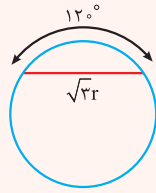
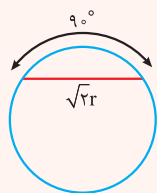
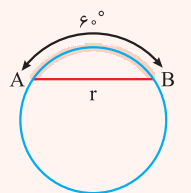


مشاوره جدیداً به جای این که اندازه یک کمان را بدهند، طول وتر متناظرش را می دهند و شما باید بتوانید از روی طول یک وتر، اندازه کمانی که جدا می کند را به دست بیاورید. (به نظرم همین الان مورد (۲) درس نامه رو بخونید.)

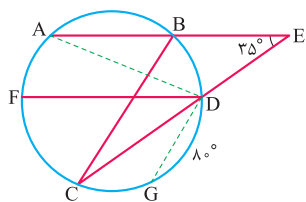
درس نامه



(۱) کمان های محصور بین دو وتر مساوی هم اندازه اند، یعنی در شکل مقابل اگر $AB \parallel DC$ باشد، می توانیم بگوییم $\widehat{BD} = \widehat{AC}$ است.



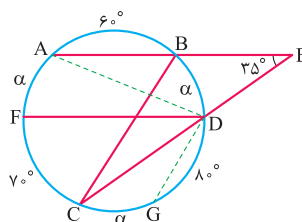
(۲) در یک دایره به شعاع r اندازه کمان متناظر با وترهایی که طولشان r، $\sqrt{2}r$ و $\sqrt{3}r$ هست، مطابق شکل های روبه رو به راحتی پیدا می شوند.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه اندازه کمان AB): چون طول وتر AB با شعاع دایره برابر است، پس طبق مورد (۲) درس نامه می توانیم بگوییم $\widehat{AB} = 60^\circ$ است.

گام دوم (محاسبه اندازه کمان FC): خوب به خط های موازی AE و FD و مورب CE نگاه کنید. الان طبق قضیه خطوط موازی و مورب باید بگویید $\widehat{FDC} = \widehat{E} = 35^\circ$ است. \widehat{FDC} هم یک زاویه محاطی است که به کمان FC نگاه می کند، بنابراین:

$$\widehat{FDC} = \frac{\widehat{FC}}{2} \Rightarrow 35^\circ = \frac{\widehat{FC}}{2} \Rightarrow \widehat{FC} = 70^\circ$$



گام سوم (تحلیل وترهای موازی): طبق مورد (۱) درس نامه، کمان های محصور بین وترهای موازی AB و FD و همین طور BC و DG باید هم اندازه باشند، بنابراین می توانیم فرض کنیم $\widehat{AF} = \widehat{BD} = \widehat{CG} = \alpha$ باشد. این اطلاعات را روی شکل مقابل می نویسیم:

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): برای محاسبه خواسته سؤال، یعنی زاویه ADG اول باید α را به دست بیاوریم. برای محاسبه α کافی است جمع کمان های دایره را مساوی 360° بگذاریم، یعنی:

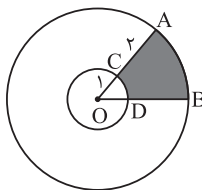
$$3\alpha + 60^\circ + 70^\circ + 80^\circ = 360^\circ \Rightarrow 3\alpha = 150^\circ \Rightarrow \alpha = 50^\circ$$

بنابراین زاویه ADG که یک زاویه محاطی است، برابر می شود با:

$$\widehat{ADG} = \frac{\widehat{ACG}}{2} = \frac{2\alpha + 70^\circ}{2} = \alpha + 35^\circ \xrightarrow{\alpha=50^\circ} \widehat{ADG} = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

تست و پاسخ ۲۵

مطابق شکل، دو دایره به مرکز O رسم شده اند. اگر $\widehat{AOB} = 72^\circ$ ، آن گاه محیط قسمت رنگی به کدام عدد نزدیک تر است؟



۹ (۲)

۱۰ (۱)

۷ (۴)

۸ (۳)

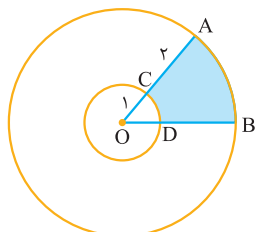
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

$$\text{محیط دایره} \times \frac{\text{اندازه کمان}}{360^\circ} = \text{طول کمان}$$

در هر دایره، بین اندازه و طول یک کمان این رابطه برقرار است:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (مشخص کردن مسیر حل سؤال): سؤال محیط قسمت رنگی را می‌خواهد. قسمت رنگی مطابق شکل مقابل، از دو پاره‌خط AC و BD و کمان‌های AB و CD درست شده است. چون $AC = 2$ است، پس طول BD هم 2 واحد است؛ پس در گام بعدی باید طول کمان‌های AB و CD را به دست بیاوریم.

گام دوم (محاسبه طول کمان AB و CD): زاویه مرکزی O، 72° است، پس اندازه کمان‌های AB و CD هم 72° است. حالا به کمک رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، طول کمان‌های AB و CD را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{شعاع دایره بزرگ} \\ AB = \frac{72^\circ}{360^\circ} \times (2\pi \times 2) = \frac{6}{5}\pi \\ \text{شعاع دایره کوچک} \\ CD = \frac{72^\circ}{360^\circ} \times (2\pi \times 1) = \frac{2}{5}\pi \end{array} \right.$$

محیط دایره \times اندازه کمان $=$ طول کمان

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا می‌توانیم محیط قسمت رنگی را به دست بیاوریم:

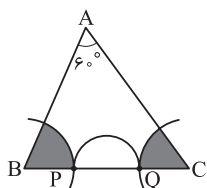
$$\text{محیط قسمت رنگی} = AB + CD + AC + BD = \frac{6\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} + 2 + 2 = \frac{8\pi}{5} + 4 = \frac{24}{5} + 4 = 8 \frac{4}{5}$$

$\frac{24 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{8}$

با نگاه به گزینه‌ها متوجه می‌شویم که **۲** نزدیک‌ترین گزینه به $8 \frac{4}{5}$ است.

تست و پاسخ ۲۶

مطابق شکل، دو کمان با شعاع‌های برابر به مرکزهای B و C، ضلع BC را در P و Q قطع کرده‌اند و نیم‌دایره‌ای به قطر PQ رسم شده است. اگر مساحت قسمت رنگی با مساحت نیم‌دایره برابر باشد، نسبت شعاع کمان‌ها به شعاع نیم‌دایره کدام است؟



$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

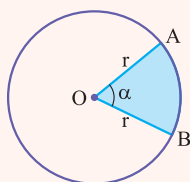
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

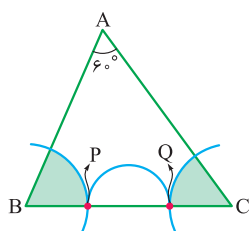
درس‌نامه

به سطح محصور بین دو شعاع از یک دایره، قطاع می‌گوییم. مثلاً قسمت رنگی در شکل مقابل، یک قطاع α درجه با شعاع r است. مساحتش هم از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$S_{\text{قطاع } AOB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times (\pi r^2)$$



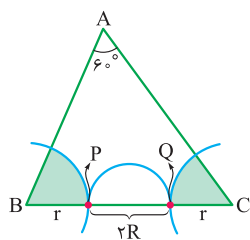
پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل اطلاعات مسئله): چون $\hat{A} = 60^\circ$ است، پس جمع دو زاویه دیگر 120° است، یعنی $\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$ است. به گفته سؤال قسمت‌های رنگی دو قطاع با شعاع برابرند. از طرفی دیدیم که $\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$ است، بنابراین می‌توانیم بگوییم قطاع‌های رنگی روی هم یک قطاع با زاویه 120° می‌سازند.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



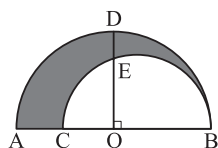
گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مطابق شکل مقابل، فرض می‌کنیم شعاع‌های رنگی r و R نیم‌دایره $2R$ باشد، در این صورت با توجه به این که جمع مساحت قطاع‌های رنگی برابر با مساحت نیم‌دایره می‌شود، داریم:

$$\underbrace{\text{جمع مساحت قطاع‌های رنگی}}_{\text{مساحت قطاع } 120^\circ \text{ با شعاع } r} = \text{مساحت نیم‌دایره} \Rightarrow \frac{120^\circ}{360^\circ} \times (\pi r^2) = \frac{1}{2} \pi R^2 \Rightarrow r^2 = \frac{3}{4} R^2 \xrightarrow{\sqrt{(\dots)} = \sqrt{(\dots)}} r = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} R$$

$$\Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

تست و پاسخ ۲۷

مطابق شکل، دو نیم‌دایره رسم شده‌اند که O وسط قطر نیم‌دایره بزرگ است و خط عمود بر AB در نقطه O ، نیم‌دایره‌ها را در E و D قطع می‌کند. اگر $AC = 12$ و $DE = 8$ ، آن‌گاه مساحت قسمت رنگی چند برابر π است؟



۷۸ (۲)

۵۶ (۱)

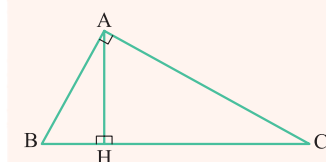
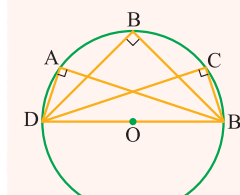
۸۴ (۴)

۷۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه

(۱) مطابق شکل مقابل، هر زاویه محاطی رو به قطر برابر 90° است.



(۲) در هر مثلث قائم‌الزاویه مثل شکل روبه‌رو، بین ارتفاع وارد بر وتر (ارتفاع AH) و تکه‌هایی که روی وتر درست می‌کند (تکه‌های BH و CH)، این رابطه برقرار است:

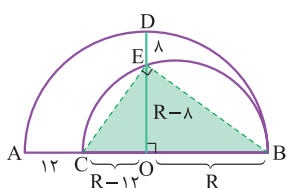
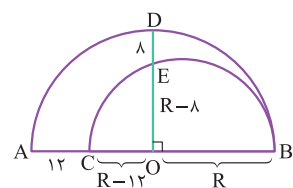
$$AH^2 = BH \times HC$$

پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه طول پاره‌های OC و OE بر حسب شعاع نیم‌دایره بزرگ): فرض می‌کنیم شعاع نیم‌دایره بزرگ R باشد، در این صورت با توجه به این که $DE = 8$ و $AC = 12$ است، داریم:

$$OA = OD = OB = R, \quad OE = \underbrace{OD}_{R} - \underbrace{DE}_{8} = R - 8, \quad OC = \underbrace{OA}_{R} - \underbrace{AC}_{12} = R - 12$$

گام دوم (محاسبه R): از E به C و B وصل می‌کنیم. چون BC قطر نیم‌دایره است، پس \hat{E} زاویه محاطی رو به قطر بوده و در نتیجه مثلث CEB قائم‌الزاویه است ($\hat{E} = 90^\circ$). حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه مقدار R را پیدا می‌کنیم:

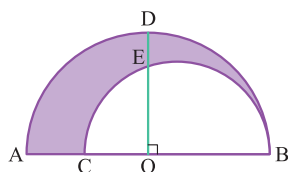


$$\triangle CEB: EO^2 = CO \times OB \Rightarrow (R - 8)^2 = R(R - 12) \Rightarrow R^2 - 16R + 64 = R^2 - 12R \Rightarrow 4R = 64 \Rightarrow R = 16$$

گام سوم (محاسبه شعاع نیم‌دایره کوچک): BC قطر نیم‌دایره کوچک است، بنابراین شعاع آن برابر می‌شود با:

$$\text{شعاع نیم‌دایره کوچک} = \frac{BC}{2} = \frac{R + (R - 12)}{2} = R - 6 \xrightarrow{R=16} 16 - 6 = 10$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): در آخر برای محاسبه خواسته سؤال کافی است، مساحت دو نیم‌دایره را از همدیگر کم کنیم؛ یعنی:

$$S_{\text{رنگی}} = S_{\text{نیم‌دایره بزرگ}} - S_{\text{نیم‌دایره کوچک}} = \frac{1}{2}\pi(16)^2 - \frac{1}{2}\pi(10)^2 = 78\pi$$

تست و پاسخ ۲۸

در دایره $C(O, 8)$ ، وتر $CD = 3x + 1$ از وتر $AB = x + 7$ به مرکز دایره نزدیک‌تر است. x چند مقدار طبیعی می‌تواند بپذیرد؟

۴ بی‌شمار

۱ (۳)

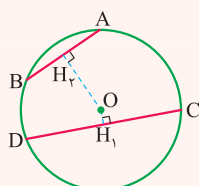
۳ (۲)

۲ (۱)

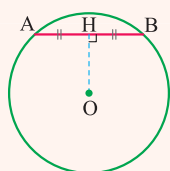
پاسخ: گزینه ۱

درس‌نامه

(۱) از بین دو وتر نامساوی در یک دایره، وتری بزرگ‌تر است که به مرکز دایره نزدیک‌تر باشد و برعکس. ببینید:



$$OH_1 < OH_2 \Leftrightarrow CD > AB$$



(۲) اگر از مرکز دایره، عمودی بر یک وتر دلخواه رسم شود، حتماً آن وتر را نصف می‌کند. مثلاً در شکل مقابل اگر $OH \perp AB$ باشد، می‌توانیم بگوییم $AH = HB$ است.

(۳) بزرگترین وتر هر دایره قطرش است؛ این یعنی در دایره $C(O, R)$ برای وتر دلخواه AB ، نامساوی $AB \leq 2R$ همیشه برقرار است.

پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل و تحلیل اطلاعات مسئله): شکل مسئله به صورت مقابل است.

از آنجایی که وتر CD از وتر AB به دایره نزدیک‌تر است، طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم $CD > AB$ است؛ بنابراین:

$$CD > AB \Rightarrow 3x + 1 > x + 7 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3 \quad (1)$$

گام دوم (کنترل طول وتر): طبق مورد (۳) درس‌نامه، در دایره $C(O, 8)$ ، نامساوی‌های $AB \leq \frac{2 \times 8}{16}$ و $CD \leq \frac{2 \times 8}{16}$ هم باید برقرار باشند؛ پس داریم:

$$\begin{cases} AB \leq 16 \Rightarrow x + 7 \leq 16 \Rightarrow x \leq 9 \quad (2) \\ CD \leq 16 \Rightarrow 3x + 1 \leq 16 \Rightarrow x \leq 5 \quad (3) \end{cases}$$

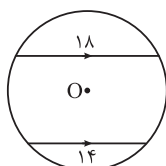
گام سوم (پیدا کردن خواسته سؤال): محدوده نهایی x می‌شود اشتراک نامساوی‌های (۱)، (۲) و (۳)؛ یعنی:

$$\begin{cases} x > 3 \\ x \leq 9 \\ x \leq 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 3 < x \leq 5$$

گام چهارم: تنها عددهای طبیعی‌ای که در نامساوی $3 < x \leq 5$ صدق می‌کنند دو عدد ۴ و ۵ هستند؛ پس دو عدد طبیعی برای x وجود دارد.

تست و پاسخ ۲۹

مطابق شکل مقابل، دو وتر موازی به طول‌های ۱۴ و ۱۸ در دایره $C(O, R)$ رسم شده‌اند. اگر فاصله بین این دو وتر ۸ باشد، شعاع دایره کدام است؟



$$\sqrt{110} \quad (4)$$

$$10 \quad (3)$$

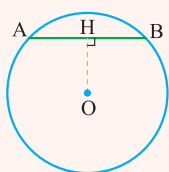
$$3\sqrt{10} \quad (2)$$

$$\sqrt{85} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



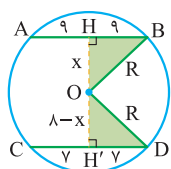
درس نامه



اگر از مرکز دایره، عمودی بر یک وتر دلخواه رسم شود، حتماً آن وتر را نصف می‌کند. مثلاً در شکل مقابل اگر $OH \perp AB$ باشد، می‌توانیم بگوییم $AH = HB$ است.

پاسخ تشریحی

وترهای AB و CD موازی‌اند، بنابراین اگر از مرکز دایره، عمودی بر یکی از آن‌ها رسم کنیم بر دیگری هم عمود خواهد بود. این کار را در شکل زیر انجام داده‌ایم. این عمودها هر دو وترها را نصف می‌کنند، یعنی $HB = \frac{18}{2} = 9$ و $H'D = \frac{14}{2} = 7$ است. در ادامه فرض می‌کنیم $OH = x$ باشد، در این صورت چون فاصله دو وتر موازی ۸ است، $OH' = 8 - x$ می‌شود. حالا با نوشتن فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه رنگی، مقدار x را پیدا می‌کنیم:



$$\begin{cases} \triangle OHB: R^2 = x^2 + 9^2 \\ \triangle OH'D: R^2 = (8-x)^2 + 7^2 \end{cases} \xrightarrow[\text{برابری}]{\text{سمت چپ تساوی‌ها}} x^2 + 9^2 = (8-x)^2 + 7^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 81 = (64 + x^2 - 16x) + 49 \Rightarrow 16x = 32 \Rightarrow x = 2$$

در آخر با جای‌گذاری $x = 2$ در تساوی « $R^2 = x^2 + 9^2$ »، شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$R^2 = x^2 + 9^2 = 2^2 + 9^2 = 85 \Rightarrow R = \sqrt{85}$$

تست و پاسخ ۳۰

شعاع دایره‌ای که بر دو ضلع مجاور یک مربع مماس است و از رأسی که بر این دو ضلع واقع نیست می‌گذرد، چند برابر طول ضلع مربع است؟

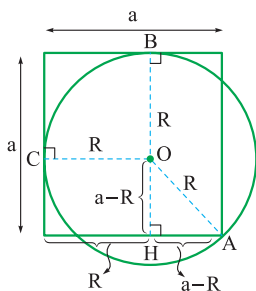
$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2 - \sqrt{2} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (3)$$

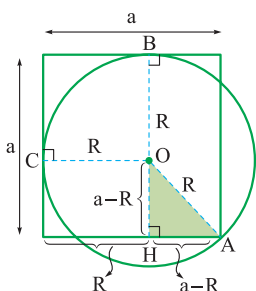
پاسخ: گزینه ۱



گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است. می‌دانیم شعاع بر مماس عمود است، پس شعاع‌های OB و OC را مطابق شکل می‌کشیم. OB را امتداد می‌دهیم تا ضلع مربع را در نقطه H قطع کند. فرض می‌کنیم شعاع دایره R و طول ضلع مربع a باشد، در این صورت داریم:

$$OA = R, OH = a - R, AH = a - R$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا خوب به مثلث قائم‌الزاویه رنگی در شکل زیر نگاه کنید. طبق قضیه فیثاغورس در این مثلث، می‌توانیم بنویسیم:



$$R^2 = (a-R)^2 + (a-R)^2 = 2(a-R)^2 \Rightarrow R = \sqrt{2}(a-R) \Rightarrow R = \sqrt{2}a - \sqrt{2}R$$

$$\Rightarrow (1 + \sqrt{2})R = \sqrt{2}a \Rightarrow \frac{R}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = 2 - \sqrt{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۳

تست و پاسخ ۳۱

کدام گزینه، یک گزاره درست است؟

$$x^3 > x \quad (۱)$$

(۳) حافظ بهترین شاعر ایران است.

$$x^2 + x + 1 > 0 \quad (۲)$$

(۴) عدد ۱۲ دارای ۶ مقسوم‌علیه طبیعی است.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ● گزاره و گزاره‌نما

گزاره: جمله‌ای خبری است که در حال حاضر یا آینده، ارزشی به وضوح درست یا نادرست داشته باشد.

نکات ۱ جمله‌های خبری که ارزش آن‌ها به وضوح مشخص نیست، گزاره نیستند؛ برای مثال جمله‌های «علی دایی بهترین بازیکن تاریخ فوتبال ایران است» یا «مهندسی برق رشته سختی است» گزاره نیستند، چون بهترین بازیکن تاریخ فوتبال یا سخت‌ترین رشته، از نظر آدم‌ها متفاوت است.

۲ جمله‌های امری، پرسشی و عاطفی، گزاره نیستند.

گزاره‌نما: هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای‌گذاری مقادیری قابل قبول به جای متغیرها به یک گزاره تبدیل می‌شود را گزاره‌نما می‌گویند؛ برای مثال اول بودن $2^n + 1$ ، یک گزاره‌نما است که به ازای بعضی مقادیر n درست (مثلاً $n = 2$) و به ازای بعضی مقادیر n نادرست (مثلاً $n = 3$) است.

پاسخ تشریحی: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ $x^3 > x$ یک گزاره‌نما است، چون به ازای $x = 2$ درست و به ازای $x = 1$ نادرست است.

۲ دقت کنید! این گزینه دام است! $x^2 + x + 1 > 0$ گزاره‌نما است، چون صرفاً یک نامعادله است. در حالت کلی هر جا فقط نامعادله داشته باشیم با یک گزاره‌نما روبه‌رو هستیم حتی در حالی که ارزش آن همواره درست باشد.

۳ بهترین شاعر از نظر آدم‌ها متفاوت است، پس گزاره نیست.

۴

۶ تا $\rightarrow \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۱۲

۶ تا $\rightarrow \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: مقسوم‌علیه‌های صحیح ۱۲

تست و پاسخ ۳۲

کدام گزینه نادرست است؟

$$[(p \vee q) \Rightarrow p] \equiv T \quad (۱)$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q \quad (۲)$$

$$(\sim p \Rightarrow p) \equiv p \quad (۳)$$

(۴) اگر $p \equiv F$ ، ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره جبر گزاره‌ها جزء سوالات پرتکرار کنکورهای اخیر هست؛ پس روش حل این سوال و نکات آن را حتماً یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره اگر جبر گزاره‌ها را بلدین که سوال خیلی آسونه؛ اگر هم بلد نیستین، جدول ارزش گزاره‌ها رو رسم کنید.



درس نامه •• جبر گزاره‌ها

۱) نقیض یک گزاره: نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش می‌دهیم و آن را «چنین نیست که p » می‌خوانیم.

نکات ۱) اگر ارزش p درست باشد، ارزش $\sim p$ نادرست است و برعکس:

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

۲) ارزش نقیض نقیض یک گزاره، با ارزش خود گزاره یکسان است:

۲) ترکیب‌های فصلی و عطفی دو گزاره: اگر دو گزاره را با حرف ربط «یا» به هم مرتبط کنیم، ترکیب فصلی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p یا q » و می‌نویسیم « $p \vee q$ ».

اگر دو گزاره را با حرف ربط «و» به هم مرتبط کنیم، ترکیب عطفی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p و q » و می‌نویسیم « $p \wedge q$ ».

نکته) ارزش $p \vee q$ زمانی درست است که ارزش دست کم یکی از دو گزاره p یا q درست باشد

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن

و ارزش $p \wedge q$ زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد:

۳) ترکیب شرطی دو گزاره: به گزاره $p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و آن را به صورت «اگر p آن‌گاه q » می‌خوانیم. ارزش یک گزاره شرطی تنها در حالتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکات ۱) در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، به p «مقدم» و به q «تالی» یا «حکم» می‌گوییم.

۲) گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را به دو صورت زیر نیز می‌خوانیم:

q شرط لازم است برای p

P شرط کافی است برای q

۳) اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد:

به $q \Rightarrow p$ عکس گزاره شرطی می‌گوییم؛

به $\sim p \Rightarrow \sim q$ عکس نقیض یک گزاره شرطی می‌گوییم (که با $p \Rightarrow q$ هم‌ارزش است، یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q \equiv p \Rightarrow q$)؛

و به $(q \Rightarrow p) \sim$ نقیض عکس یک گزاره شرطی می‌گوییم.

۴) انتفای مقدم: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر p یا «مقدم» نادرست باشد، گزاره به انتفای مقدم درست است:

$$p \equiv F \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۵) درست‌بودن تالی: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر q یا «تالی» درست باشد، $p \Rightarrow q$ همواره درست است:

$$q \equiv T \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۴) ترکیب دوشروطی: اگر دو گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ را با ترکیب عطفی « \wedge » به هم مرتبط کنیم، ترکیب دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ به دست می‌آید که آن را به صورت « p اگر و تنها اگر q » یا « p شرط لازم و کافی برای q است» می‌خوانیم.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نکات ۱) ارزش $p \Leftrightarrow q$ فقط در حالتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲) نقیض $p \Leftrightarrow q$ را به یکی از صورت‌های زیر می‌توان نوشت:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \quad \sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

۳) ترکیب دوشروطی یک گزاره با خودش همواره درست و ترکیب دوشروطی یک گزاره با نقیضش همواره نادرست است:

$$p \Leftrightarrow p \equiv T \quad p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

هم‌ارزی‌های منطقی:

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad p \wedge q \equiv q \wedge p \quad (1) \text{ جابه‌جایی}$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \quad (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r) \quad (2) \text{ شرکت‌پذیری}$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (3) \text{ توزیع‌پذیری}$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \quad (4) \text{ دمورگان}$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p \quad (5) \text{ جذب}$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

پاسخ تشریحی روش اول: هر گزینه را با کمک قواعد جبر گزاره‌ها بررسی می‌کنیم:

$$(p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim(p \vee q) \vee p \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee p \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge (\sim q \vee p) \equiv \sim q \vee p \quad (1)$$

که این گزاره هم‌ارزش با T نیست. (به ازای $p \equiv F$ و $q \equiv T$ نادرست است).

۲) واضح که درست است 😊

۳

۴ این گزینه هم در درس‌نامه بررسی شده.

روش دوم: جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q) \Rightarrow p$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	د

۱ با توجه به جدول مقابل، $(p \vee q) \Rightarrow p$ هم‌ارزش با گزاره همواره درست نیست.

۲

p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

این دو گزاره هم‌ارزش‌اند.

۳

p	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow p$
د	ن	د
ن	د	ن

این دو گزاره هم‌ارزش‌اند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	د

همواره درست

۴

تست و پاسخ ۳۳

با دانستن این که گزاره‌های p و q دارای ارزش یکسان هستند، ارزش کدام گزاره می‌تواند نادرست باشد؟

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q) \quad (۲)$$

$$(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow p) \quad (۱)$$

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \quad (۴)$$

$$(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: جدول ارزش گزاره‌ها را برای هر گزینه رسم می‌کنیم: (فقط ردیف‌هایی را رسم می‌کنیم که p و q هم‌ارزش‌اند).

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow p$	$(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow p)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	د	د	ن	ن	ن

۱

بنابراین ارزش گزاره ۱ می‌تواند نادرست باشد.

۲

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د

همواره درست

۳

p	q	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د

همواره درست

۴

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$p \vee \sim q$	$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee \sim q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د	د

همواره درست

تست و پاسخ ۳۴

کدام گزینه، گزاره‌نما نیست؟

(۱) دو برابر عددی، زوج است.

(۲) در پرتاب یک تاس، احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $۵/۰$ است.

$$(D = \{۲, -۰/۷۵\}), ۴x^۲ - ۵x - ۶ = ۰ \quad (۴)$$

(۳) $\sqrt{x} - ۱$ ، یک عبارت چندجمله‌ای است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) گزاره‌نما است، چون اگر آن عدد برای مثال $۱/۵$ یا $۲/۵$ باشد، دو برابر آن فرد است ولی اگر آن عدد ۱ یا ۲ باشد، دو برابر آن زوج است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲) گزاره‌نما است، چون اگر برای مثال $A = \{1, 2, 3\}$ یا $A = \{2, 3, 6\}$ باشد، احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $0/5$ است، ولی اگر $A = \{1, 2\}$ یا $A = \{1, 2, 5, 6\}$ باشد، احتمال رخ دادن پیشامد A برابر $0/5$ نیست؛ بنابراین ارزش این گزاره نیز در بعضی مواقع درست و در بعضی مواقع نادرست است.

۳) گزاره‌نما نیست، چون ارزش آن همواره نادرست است (یک عبارت وقتی چندجمله‌ای است که توان x ها، عددی حسابی باشد، ولی این جا در \sqrt{x} ، توان x برابر $\frac{1}{2}$ است).

۴) ابتدا ریشه‌های معادله درجه ۲ را به دست می‌آوریم:

$$4x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 + 96 = 121 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+11}{8} = 2 \\ x_2 = \frac{5-11}{8} = -0.75 \end{cases}$$

بنابراین این عبارت نیز گزاره‌نما است.

تست و پاسخ ۳۵

نقیض گزاره «اگر n عددی طبیعی و n^3 فرد باشد، آن‌گاه n^2 فرد است» کدام است؟

(۱) n عددی طبیعی نیست یا n^3 فرد است و n^2 زوج است.

(۲) n عددی طبیعی و n^3 فرد است یا n^2 فرد است.

(۳) n عددی طبیعی نیست یا n^3 فرد است یا n^2 فرد است.

(۴) n عددی طبیعی و n^3 فرد است و n^2 زوج است.

پاسخ: گزینه ۴

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه سؤال ۳۲، داریم:

$$p \Rightarrow q \quad \underbrace{\quad}_p \quad \text{و} \quad \underbrace{\quad}_q \quad n^3 \text{ فرد باشد، آن‌گاه } n^2 \text{ فرد است.}$$

حال نقیض گزاره را می‌نویسیم:

$$n \text{ عددی طبیعی و } n^3 \text{ فرد است و } n^2 \text{ زوج است. } p \wedge \sim q$$

تست و پاسخ ۳۶

چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

(ب) $(\sim p \Leftrightarrow \sim q) \equiv (p \Leftrightarrow q)$

(الف) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

(ت) $[(p \Leftrightarrow \sim q) \equiv T] \Rightarrow [(p \wedge q) \equiv F]$

(پ) $((p \vee q) \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q)$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره در حالت کلی برای سؤال‌هایی که ترکیب دوشرطی دارند، رسم جدول ارزش گزاره‌ها راحت‌تر از استفاده از هم‌ارزی‌های

منطقی است.

پاسخ تشریحی جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

دو گزاره هم‌ارزش‌اند، پس «الف» درست است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p \Leftrightarrow \sim q$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

(ب)

هم‌ارزش‌اند، پس «ب» درست است.

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$(p \vee q) \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	ن	د	د

(پ)

هم‌ارزش‌اند، پس «پ» درست است.

p	q	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	د	د
ن	د	ن	د
ن	ن	د	ن

(ت) بررسی این گزاره کمی متفاوت است. این گزاره می‌گوید اگر ارزش $p \Leftrightarrow \sim q$ درست باشد، ارزش $p \wedge q$ نادرست است، پس ابتدا باید حالاتی را پیدا کنیم که $p \Leftrightarrow \sim q$ درست باشد:

با توجه به جدول بالا، ارزش $p \Leftrightarrow \sim q$ در دو حالت $(q \equiv F, p \equiv T)$ و $(q \equiv T, p \equiv F)$ درست است که در هر دو حالت، ارزش $p \wedge q$ نادرست می‌شود؛ بنابراین «ت» هم درست است.

رشته ریاضی

آزمون یکم حضوری

تست و پاسخ ۳۷

نقیض گزاره «یاشار در خانه است، اگر و تنها اگر یاشار آشپزی کند» به چه صورت است؟

- شرط لازم و کافی برای آن که یاشار در خانه باشد، این است که یاشار آشپزی کند.
- شرط لازم و کافی برای آن که یاشار در خانه باشد، این است که یاشار آشپزی نکند.
- یاشار در خانه نیست، اگر و تنها اگر یاشار آشپزی نکند.
- یاشار در خانه است و یاشار آشپزی نمی‌کند.

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ●● برای نقیض کردن یک گزاره دوشروطی، فقط باید یکی از گزاره‌ها را نقیض کنیم و اگر هر دو گزاره را نقیض کنیم، گزاره اولیه به دست می‌آید:

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

$$\sim p \Leftrightarrow \sim q \equiv p \Leftrightarrow q$$

پاسخ تشریحی یاشار در خانه است را با p و یاشار آشپزی کند را با q نمایش می‌دهیم؛ در این صورت گزاره «یاشار در خانه است، اگر و تنها اگر یاشار آشپزی کند» به صورت $p \Leftrightarrow q$ می‌شود.

نقیض این گزاره، با توجه به درس‌نامه بالا به یکی از دو صورت $p \Leftrightarrow \sim q$ یا $\sim p \Leftrightarrow q$ است. حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم؛

- این گزاره $p \Leftrightarrow q$ است.
- این گزاره $p \Leftrightarrow \sim q$ است که جواب نیز همین گزاره است.
- این گزاره $\sim p \Leftrightarrow \sim q$ است که هم‌ارزش $p \Leftrightarrow q$ است.
- این گزاره $p \wedge \sim q$ است که نقیض $p \Leftrightarrow q$ نیست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۸

اگر ارزش نقیض گزاره $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge [p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)]$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره‌ها درست است؟

$$q \Rightarrow p, r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)] \quad (۲) \quad p \vee q, r \wedge p \quad (۱)$$

$$[p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r, \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r \quad (۴) \quad (p \vee q) \wedge r, (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره در لفافه باید از قانون جذب استفاده کنید!

پاسخ تشریحی

ارزش نقیض گزاره صورت سؤال نادرست است، پس ارزش گزاره $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge [p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)]$ درست است. از طرفی اگر دقت کنید، با توجه به قانون جذب $p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p) \equiv p$ است، پس می‌خواهیم $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge p$ درست باشد. این گزاره عطفی در صورتی درست است که p و $(\sim p \wedge r) \vee \sim q$ درست باشد.

p درست است، پس $\sim p$ نادرست است و $p \wedge r$ نیز نادرست می‌شود؛ بنابراین $(\sim p \wedge r) \vee \sim q$ هم‌ارزش با $\sim q$ می‌شود، بنابراین p درست، q نادرست و r گزاره‌ای دلخواه است. (این چیزایی که گفتیم رو به صورت ریاضی هم ببین!)

$$\sim [(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge [p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)] \equiv F$$

$$\Rightarrow [(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge p \equiv T \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ (\sim p \wedge r) \vee \sim q \equiv T \end{cases}$$

$$p \equiv T \Rightarrow \sim p \equiv F \Rightarrow \sim p \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$\Rightarrow (\sim p \wedge r) \vee \sim q \equiv F \vee \sim q \equiv \sim q \Rightarrow \sim q \equiv T \Rightarrow q \equiv F$$

حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} p \vee q \equiv T \vee F \equiv T \\ r \wedge p \equiv r \wedge T \equiv r \end{cases} \quad \text{بستگی به ارزش } r \text{ دارد.} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} q \Rightarrow p \equiv F \Rightarrow T \equiv T \\ r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)] \equiv r \vee [\underbrace{(F \wedge \sim r)}_F \vee \underbrace{(T \wedge T)}_T] \equiv T \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} (p \vee q) \wedge r \equiv \underbrace{(T \vee F)}_T \wedge r \equiv r \\ (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \equiv \underbrace{(r \vee T)}_T \Rightarrow \underbrace{(F \wedge F)}_F \equiv F \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} [p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r \equiv T \vee \underbrace{(F \wedge \sim r)}_F \Rightarrow r \equiv r \\ \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r \equiv \sim \underbrace{(T \wedge T)}_T \Rightarrow r \equiv T \end{cases} \quad (۴)$$

تست و پاسخ ۳۹

ارزش گزاره $q \Leftrightarrow p$ با ارزش کدام گزاره یکسان نیست؟

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \quad (۲) \quad \sim p \Leftrightarrow \sim q \quad (۱)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \quad (۴) \quad (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی روش اول: اگر در گزاره دوشروطی هر دو گزاره را نفی کنیم، گزاره حاصل هم‌ارزش گزاره اولیه می‌شود، یعنی:

$$\sim p \Leftrightarrow \sim q \equiv p \Leftrightarrow q$$

پس ۱ هم‌ارزش با $p \Leftrightarrow q$ است.

حالا $p \Leftrightarrow q$ را با کمک قواعد جبر گزاره‌ها ساده می‌کنیم تا ببینیم با کدام‌یک از گزینه‌های دیگر هم‌ارزش است:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$$

۲

$$\equiv ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((\sim p \vee q) \wedge p)$$

$$\equiv ((\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim q)) \vee ((\sim p \wedge p) \vee (q \wedge p)) \equiv (\underbrace{\sim p \wedge \sim q}_{\text{F}}) \vee (\underbrace{q \wedge \sim q}_{\text{F}}) \vee (\underbrace{\sim p \wedge p}_{\text{F}}) \vee (q \wedge p)$$

۳

بنابراین گزاره صورت سؤال با گزاره ۲ یکسان نیست؛ به عنوان مثال نقض به ازای $p \equiv T$ و $q \equiv T$ ، $p \Leftrightarrow q$ درست است، ولی $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ نادرست است.

روش دوم: جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$p \vee \sim q$	$q \vee \sim p$	$p \Leftrightarrow q$	۱	۲	۳	۴
T	T	F	F	T	F	F	F	T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F	T
F	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T
F	F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T	T	T	F

تست و پاسخ ۴۰

کدام گزینه نادرست است؟

- عکس یک ترکیب شرطی و عکس نقیض آن دارای ارزش درست هستند. اگر این ترکیب شرطی را به صورت دوشروطی بنویسیم، گزاره‌ای با ارزش درست به دست می‌آید.
- اگر ارزش منطقی ترکیب فصلی دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب شرطی این دو گزاره درست است.
- اگر ارزش منطقی ترکیب عطفی دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب شرطی این دو گزاره درست است.
- اگر ارزش منطقی ترکیب فصلی دو گزاره، درست و ارزش منطقی ترکیب عطفی این دو گزاره نادرست باشد، ارزش منطقی ترکیب دوشروطی این دو گزاره نادرست است.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ اگر ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ باشد، عکس آن $q \Rightarrow p$ و عکس نقیض آن $\sim q \Rightarrow \sim p$ می‌شود. $\sim q \Rightarrow \sim p$ هم‌ارزش $p \Rightarrow q$ است، پس ارزش $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ درست است، که در این صورت ارزش $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ یا همان $p \Leftrightarrow q$ هم درست می‌شود؛ پس ۱ درست است.

۲ ارزش منطقی ترکیب فصلی دو گزاره، یا همان $p \vee q$ ، فقط در حالتی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند که در این صورت ارزش ترکیب شرطی دو گزاره (که $F \Rightarrow F$ می‌شود) درست می‌شود؛ پس ۲ هم درست است.

۳ در سه حالت ارزش منطقی ترکیب عطفی دو گزاره، یا همان $p \wedge q$ ، نادرست است $(q \equiv F, p \equiv T)$ ، $(q \equiv T, p \equiv F)$ و $(q \equiv F, p \equiv F)$ ، که ارزش منطقی ترکیب شرطی این دو گزاره لزوماً درست نیست (در حالت $T \Rightarrow F$)؛ بنابراین ۳ نادرست است.

۴ حالت‌هایی را می‌خواهیم که $p \vee q \equiv T$ و $p \wedge q \equiv F$ باشد که در دو حالت $(q \equiv F, p \equiv T)$ و $(q \equiv T, p \equiv F)$ این اتفاق رخ می‌دهد؛ حالا در هر دو حالت ارزش $p \Leftrightarrow q$ نادرست می‌شود و ۴ هم درست است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۴

تست و پاسخ ۲۱

جسم A را با جسم B و جسم C را با جسم D مالش می‌دهیم. بعد از این فرایند، با توجه به سری الکتریسته مالشی داده شده، کدام یک از موارد زیر درست است؟

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

انتقال الکترون

(الف) تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شوند.

(ب) تعدادی پروتون از جسم D به جسم C منتقل می‌شوند.

(پ) دو جسم A و C به یکدیگر نیروی الکتریکی ربایشی وارد می‌کنند.

(ت) دو جسم B و D به یکدیگر نیروی الکتریکی رانشی وارد می‌کنند.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و پ

(۱) الف و ت

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره جدیداً در کنکور سراسری تست‌های چندموردی (الف، ب و ...) دیده می‌شود. در این جور تست‌ها، اول سراغ عبارتهایی بروید که بلد هستید و با توجه به آن‌ها، گزینه‌های نادرست را حذف کنید.

درس نامه

سری الکتریسته مالشی (تریوالکتریک): وقتی دو جسم خنثی را با یکدیگر مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود. جسم خنثی اگر الکترون از دست بدهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌شود؛ هم‌چنین جسم خنثی اگر الکترون بگیرد، تعداد الکترون‌های آن بیشتر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. برای تشخیص این‌که کدام جسم الکترون دریافت می‌کند یا کدام جسم الکترون از دست می‌دهد، از جدولی به نام سری الکتریسته مالشی (تریوالکتریک) استفاده می‌کنیم. در این جدول، جسمی که به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، الکترون‌خواهی بیشتری دارد. مثلاً در جدول زیر، اگر دو جسم خنثای A و B را با یکدیگر مالش دهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شود؛ به عبارت دیگر جسم B تعدادی الکترون می‌گیرد و جسم A همان تعداد الکترون را از دست می‌دهد؛ بنابراین بار الکتریکی خالص جسم A مثبت و بار الکتریکی خالص جسم B منفی می‌شود.

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

پاسخ تشریحی وقتی جسم خنثای A را با جسم خنثای B مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شود (درستی الف و رد شدن ۳ و ۴)؛ بنابراین علامت بار الکتریکی جسم A مثبت و علامت بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. هم‌چنین وقتی جسم خنثای C را با جسم خنثای D مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از جسم C به جسم D منتقل می‌شود؛ پس علامت بار الکتریکی جسم C مثبت و علامت بار الکتریکی جسم D منفی می‌شود.

بار جسم A هم‌نام با بار جسم C است؛ پس نیروی الکتریکی بین آن‌ها از نوع رانشی است (نادرستی پ و رد شدن ۲). (بفتشون مثبتن پس هم‌رگر رو دفع می‌کنن). هم‌چنین، بار جسم B هم‌نام با بار جسم D است؛ پس نیروی الکتریکی بین این دو جسم نیز از نوع رانشی است (بفتشون منفین، پس هم‌رگر رو دفع می‌کنن) (درستی ت).



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۲

عدد اتمی عنصر X برابر ۵۰ است. به ترتیب، بار الکتریکی هسته اتم X و بار الکتریکی یون X^{2+} چند کولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}$)

$$q' = +2e$$

$$q = +Ze$$

$$7/68 \times 10^{-18}, 8 \times 10^{-18} \quad (2)$$

$$7/68 \times 10^{-18}, 8 \times 10^{-17} \quad (4)$$

$$3/2 \times 10^{-19}, 8 \times 10^{-18} \quad (1)$$

$$3/2 \times 10^{-19}, 8 \times 10^{-17} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی: همواره بار الکتریکی مشاهده شده در یک جسم، ضرب درستی از بار بنیادی (e) است؛ یعنی:

$$q = \pm ne, n = 0, 1, 2, \dots$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که عدد اتمی عنصر X برابر با ۵۰ است، پس این عنصر ۵۰ پروتون دارد؛ بنابراین بار الکتریکی هسته اتم X برابر است با:

$$q = ne \xrightarrow[n=50]{e=1/6 \times 10^{-19} C} q = 50 \times 1/6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-18} C$$

گام دوم: یون X^{2+} نسبت به حالت خنثای خود، ۲ الکترون از دست داده است؛ بنابراین بار الکتریکی آن برابر است با:

$$q' = n'e \xrightarrow[n'=2]{e=1/6 \times 10^{-19} C} q' = 2 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3/2 \times 10^{-19} C$$

تست و پاسخ ۴۳

بار الکتریکی دو کره فلزی مشابه A و B به ترتیب $6 \mu C$ و $-10 \mu C$ است. اگر دو کره را با هم تماس دهیم، چند الکترون و چگونه بین دو کره مبادله می شوند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

$$q' = \frac{q_A + q_B}{2}$$

$$(2) \quad 5 \times 10^{13} \text{ از کره B به کره A}$$

$$(4) \quad 1/25 \times 10^{13} \text{ از کره B به کره A}$$

$$(1) \quad 5 \times 10^{13} \text{ از کره A به کره B}$$

$$(3) \quad 1/25 \times 10^{13} \text{ از کره A به کره B}$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

اصل پایستگی بار الکتریکی: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است؛ به عبارت دیگر بار الکتریکی می تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود ولی بار خالص تولید یا نابود نمی شود. برای مثال، وقتی که دو جسم را به هم مالش یا تماس می دهیم، جمع جبری بارهای خالص دو جسم قبل از تماس با جمع جبری بارهای خالص دو جسم بعد از تماس برابر است؛ البته به شرطی که مبادله بار فقط بین همین دو جسم انجام شود. (به این می گن شرط منزوی بودن دستگاه).

پاسخ تشریحی وقتی دو کره فلزی مشابه را که دارای بار الکتریکی هستند، به یکدیگر تماس می دهیم، با یکدیگر الکترون مبادله می کنند.

این تبادل الکترون تا زمانی ادامه می یابد که بار الکتریکی آنها با هم یکسان شود. طبق اصل پایستگی بار، مجموع بار دو کره قبل از تماس با مجموع بار آنها پس از تماس، برابر است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$q_A + q_B = q'_A + q'_B \xrightarrow{q'_A = q'_B} q_A + q_B = 2q'_A \Rightarrow q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2}$$

$$\xrightarrow[q_B = -10 \mu C]{q_A = 6 \mu C} q'_A = q'_B = \frac{-10 + 6}{2} = -2 \mu C$$

بار کره A از $6 \mu C$ به $-2 \mu C$ رسیده است، پس کره A الکترون دریافت می کند (منفی تر شده رگه، پس الکترون گرفته!).

هم چنین بار کره B از $-10 \mu C$ به $-2 \mu C$ رسیده است، پس کره B الکترون از دست می دهد (مثبت تر شده، پس الکترون از دست داده!).

بنابراین نتیجه می گیریم که تعدادی الکترون از کره B به کره A منتقل می شوند که این تعداد برابر است با n:

$$|\Delta q| = |q'_B - q_B| = ne \xrightarrow[q_B = -10 \mu C]{q'_B = -2 \mu C, e = 1/6 \times 10^{-19} C} 8 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

فرقی ندارد برای A بنویسی یا B

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۴

یک شمع روشن در فاصله معینی از کلاهک یک کره باردار قرار دارد و شعله شمع به سمت کلاهک کشیده شده است. کدام یک از موارد زیر درست است؟
 الف) بار الکتریکی کره مثبت است.
 ب) بار الکتریکی کره منفی است.
 پ) اگر فاصله شمع از کره افزایش یابد، میزان انحراف شعله آن کم تر می شود.
 ت) اگر فاصله شمع از کره افزایش یابد، میزان انحراف شعله آن بیشتر می شود.

(۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره کنکورهای اخیر نشان می دهند که طراحان کنکور، توجه ویژه ای به مثال ها و تمرین های کتاب درسی دارند؛ پس کتاب درسی را جدی بگیرید. مثلاً این سؤال بر اساس مثال کتاب درسی طراحی شده است.

پاسخ تشریحی شعله شمع دارای بار مثبت است. از طرفی چون شعله شمع به سمت کره باردار منحرف شده است، پس نیروی الکتریکی بین شعله شمع و کره باردار از نوع رپایشی است؛ بنابراین بار کره منفی است (نادرستی الف) و رد (۱) و (۲). هم چنین اگر شمع را از کره باردار دور کنیم، تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیف تری قرار می گیرد؛ بنابراین شعله شمع کم تر منحرف می شود (نادرستی ت) و رد (۴).

تست و پاسخ ۴۵

در هسته اتم هلیم دو پروتون به فاصله $2/4 \times 10^{-15} \text{ m}$ از هم قرار دارند. اندازه نیروی الکتریکی که این دو پروتون به هم وارد می کنند، چند نیوتون است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

$$q = +e$$

(۱) ۹/۶ (۲) ۹۶ (۳) ۴ (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

قانون کولن: اگر بارهای نقطه ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار گیرند، اندازه نیروی الکتریکی ای که به یکدیگر وارد می کنند، از رابطه مقابل به دست می آید:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

بزرگی بار q_1 (C) بزرگی بار q_2 (C)
 ثابت کولن
 فاصله بین دو بار (m)
 اندازه نیروی الکتریکی وارد بر هر بار (N)

پاسخ تشریحی بار الکتریکی پروتون برابر با $q_p = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است. با جای گذاری داده ها در رابطه قانون کولن، می توانیم نیروی الکتریکی ای را که دو پروتون هسته اتم هلیم به هم وارد می کنند، به دست آوریم:

$$F = \frac{k|q_p||q_p|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \cdot (1/6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(2/4 \times 10^{-15} \text{ m})^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \times 1/6 \times 10^{-19}}{2/4 \times 10^{-15} \times 2/4 \times 10^{-15}} = 40 \text{ N}$$

($2/4 \times 10^{-15}$)^۲ رو این پوری نوشتیم که راحت تر مناسبه کنیم.

تست و پاسخ ۴۶

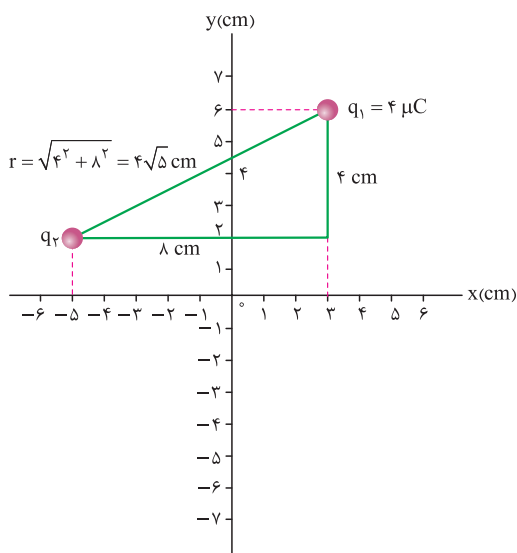
در صفحه مختصات، بار الکتریکی نقطه ای $q_1 = 4 \mu\text{C}$ در مکان (۳ cm ، ۶ cm) و بار الکتریکی نقطه ای q_2 در مکان (۲ cm ، -۵ cm) قرار دارند. اگر اندازه نیروی الکتریکی رپایشی که دو بار به هم وارد می کنند، ۱۸ N باشد، q_2 چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی



گام اول: مکان بارهای الکتریکی q_1 و q_2 را در صفحه مختصات مشخص می‌کنیم. گام دوم: با توجه به این که نیروی الکتریکی بین دو بار از نوع ریاضی است، پس دو بار q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند؛ بنابراین علامت بار q_2 منفی است (رد ۱ و ۳). اندازه بار q_2 را با استفاده از قانون کولن به دست می‌آوریم (چون بارها برحسب μC و فاصله بین دو بار برحسب cm است، از تکنیک 90° استفاده می‌کنیم).

بزرگی بار q_2 (μC) بزرگی بار q_1 (μC)

$$F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

فاصله بین دو بار (cm) $\rightarrow r^2$

اندازه نیروی الکتریکی وارد

بر هر بار (N)

$$F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[r=4\sqrt{5} \text{ cm}]{F=1\lambda\text{N}, q_1=4 \mu\text{C}} 1\lambda = \frac{90 \times 4 |q_2|}{16 \times 5} \Rightarrow |q_2| = 4 \mu\text{C} \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -4 \mu\text{C}$$

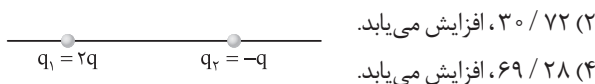
تکنیک 90° : در رابطه قانون کولن، اگر بارهای الکتریکی را برحسب میکروکولن و فاصله بین دو بار را برحسب سانتی‌متر قرار دهیم، آن‌گاه اندازه نیروی الکتریکی‌ای که دو بار بر هم وارد می‌کنند، از رابطه مقابل به دست می‌آید.

تست و پاسخ ۴۷

$$q'_1 = 0.8 q_1$$

در شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر 20% درصد از بار q_1 را برداشته و به بار q_2 اضافه کنیم و فاصله دو بار را 25% درصد افزایش دهیم، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که دو بار به هم وارد می‌کنند، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

$$r' = 1/25 r$$



(۱) $30\% / 72$ کاهش می‌یابد.

(۳) $69\% / 28$ کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: اگر 20% درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$q'_1 = q_1 - \frac{20}{100} q_1 = \frac{80}{100} q_1 \xrightarrow{q_1=2q} q'_1 = 1/6 q$$

$$q'_2 = q_2 + \frac{20}{100} q_1 \xrightarrow[q_2=-q]{q_1=2q} q'_2 = -q + \frac{2}{100} (2q) \Rightarrow q'_2 = -0.96 q$$

گام دوم: حالا کافی است قانون کولن را به صورت نسبتی بنویسیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow[q'_2=-0.96q, q_2=-q, r_2=r+\frac{25}{100}r=\frac{5}{4}r]{q'_1=1/6q, q_1=2q} \frac{F_2}{F_1} = \frac{1/6q}{2q} \times \frac{-0.96q}{q} \times \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow F_2 = 0.3072 F_1$$

یعنی اندازه نیروی الکتریکی‌ای که دو بار بر هم وارد می‌کنند، $69\% / 28$ درصد کاهش می‌یابد، زیرا:

$$\text{علامت منفی نشانگر کاهش نیرو است.} \quad \text{درصد تغییرات نیروی الکتریکی} = \frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \frac{0.3072 F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -69\% / 28$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۸

بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \mu\text{C}$ در میدان الکتریکی حاصل از یک جسم باردار قرار دارد. اگر نیروی الکتریکی وارد بر این بار الکتریکی برابر

$$\vec{F} = (12 \text{ N})\vec{i} - (8 \text{ N})\vec{j}$$

باشد، میدان الکتریکی (\vec{E}) در محل بار q برحسب نیوتون بر کولن کدام است؟

$$\vec{E} = (6 \times 10^6) \vec{i} - (4 \times 10^6) \vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{E} = -(6 \times 10^6) \vec{i} + (4 \times 10^6) \vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{E} = (2/4 \times 10^9) \vec{i} - (1/6 \times 10^9) \vec{j} \quad (3)$$

$$\vec{E} = -(2/4 \times 10^9) \vec{i} + (1/6 \times 10^9) \vec{j} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

هر بار الکتریکی، در فضای اطراف خود خاصیتی را ایجاد می‌کند که وقتی بار دیگری در این فضا قرار گیرد، تحت تأثیر قرار گرفته و بر آن نیرو وارد می‌شود. این خاصیت را میدان الکتریکی می‌گوییم. اگر بار الکتریکی q در این فضا قرار گیرد، نیروی الکتریکی‌ای که از طرف میدان الکتریکی بر آن وارد می‌شود، از رابطه مقابل به دست می‌آید.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

پاسخ تشریحی کافی است داده‌ها را در رابطه زیر جای‌گذاری کنیم تا میدان الکتریکی در محل بار q را به دست آوریم:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{(12\vec{i} - 8\vec{j})}{q = -2 \times 10^{-6} \text{ C}} \Rightarrow \vec{E} = (-6 \times 10^6 \text{ N/C})\vec{i} + (4 \times 10^6 \text{ N/C})\vec{j}$$

تست و پاسخ ۴۹

بار الکتریکی نقطه‌ای $Q = -5 \text{ nC}$ ، روی محور x در مکان $x = -1 \text{ m}$ قرار دارد. میدان الکتریکی حاصل از این بار الکتریکی در مکان

$$x = 4 \text{ m}$$

برحسب نیوتون بر کولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$)

$$5\vec{i} \quad (1) \quad -5\vec{i} \quad (2) \quad 1/8\vec{i} \quad (3) \quad -1/8\vec{i} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

بزرگی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای q در فاصله r از آن، از رابطه زیر به دست می‌آید:

بزرگی میدان الکتریکی (N/C)

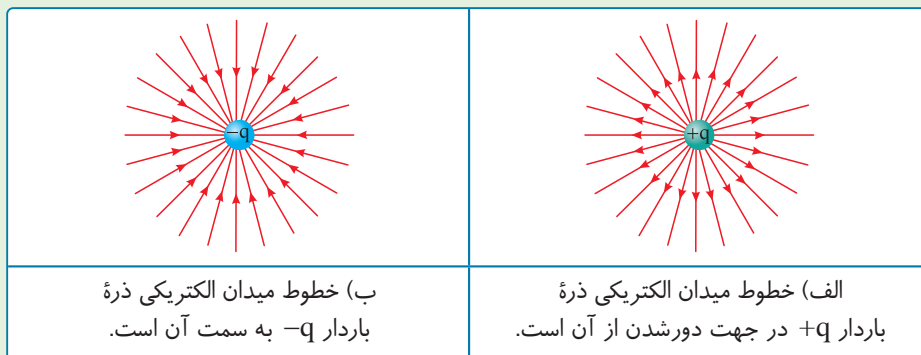
$$\vec{E} = k \frac{|q|}{r^2} \rightarrow (C) \text{ بزرگی بار الکتریکی}$$

فاصله از بار q (m) $\rightarrow r^2$

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

ثابت کولن

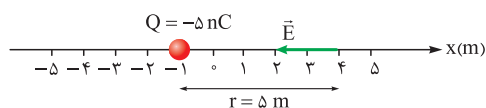
شکل نامه



پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا بردار میدان الکتریکی حاصل از بار Q در مکان

$x = 4 \text{ m}$ را رسم می‌کنیم.



۱ و ۳ پُر! چون جهت میدان الکتریکی بار Q در فلاف جهت محور x هست!



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: حالا اندازه E را محاسبه می‌کنیم.

$$E = k \frac{|Q|}{r^2} \xrightarrow[k=9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, Q=-5 \times 10^{-9} C, r=5m]{} E = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9}}{5^2} = 1/8 N/C \xrightarrow{\text{در خلاف جهت محور x است.}} \vec{E} = (-1/8 N/C) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۵۰

اگر فاصله از یک بار الکتریکی نقطه‌ای دو برابر شود، اندازه میدان الکتریکی حاصل از آن چند برابر می‌شود؟

$$r' = 2r$$

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$\frac{1}{2} (3)$$

$$2 (2)$$

$$4 (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

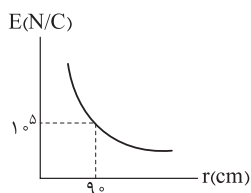
پاسخ تشریحی: کافی است از رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ به صورت نسبتی استفاده کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow[q_1=q_2=q, r_2=2r_1]{} \frac{E_2}{E_1} = 1 \times \left(\frac{r_1}{2r_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{4}$$

تکنیک: هر چه از بار q دور شویم، میدان الکتریکی حاصل از آن ضعیف‌تر می‌شود؛ پس ۱ و ۲ پر!

تست و پاسخ ۵۱

نمودار اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای Q بر حسب فاصله از آن به شکل مقابل است.



اگر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = -2 \mu C$ در فاصله 60 سانتی متری از بار Q قرار گیرد، اندازه نیروی الکتریکی

که دو بار به هم وارد می‌کنند، برابر چند نیوتون می‌شود؟

قانون کولن

$$0/3 (4)$$

$$3 (3)$$

$$0/45 (2)$$

$$4/5 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: اندازه میدان الکتریکی در فاصله r از بار Q از رابطه $E = \frac{k|Q|}{r^2}$ به دست می‌آید. به کمک رابطه مقایسه‌ای، اندازه میدان الکتریکی در فاصله 60 cm از بار Q را به دست می‌آوریم (E').

$$\frac{E'}{E} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{E'}{1.5} = \left(\frac{9}{60}\right)^2 \Rightarrow E' = \frac{9}{4} \times 1.5 N/C$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $F_E = E'|q|$ اندازه نیروی الکتریکی وارد بر بار $q = -2 \mu C$ را در فاصله 60 cm از بار Q ، به دست می‌آوریم:

$$F_{E'} = E'|q| = \frac{9}{4} \times 1.5 \times 2 \times 10^{-6} = 0/45 N$$

E' میدان الکتریکی ناشی از بار Q در فاصله 60 سانتی متری از آن است:

تست و پاسخ ۵۲

در شکل زیر، دو گوی مشابه و کوچک هر یک به جرم $4/0$ و بار الکتریکی یکسان در فاصله 3 cm از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به

حالت معلق مانده است. اختلاف تعداد الکترون‌ها و پروتون‌های هر گوی کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} C$, $g = 10 N/kg$)



$$F = mg$$

$$2/5 \times 10^{11} (2)$$

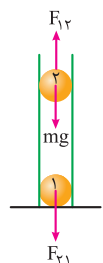
$$2/5 \times 10^{12} (1)$$

$$1/25 \times 10^{11} (4)$$

$$1/25 \times 10^{12} (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: گام اول: برای این که گوی بالایی در حالت تعادل باشد، باید نیروی وزن رو به پایین با نیروی الکتریکی رو به بالا، هم اندازه باشند:



$$F_{12} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{kq_1q_2}{r^2} = mg \Rightarrow \frac{9 \times q_1q_2}{r^2} = mg$$

$$\xrightarrow[q_1=q_2=q \text{ و } g=10 N/kg, m=0/4 g=4 \times 10^{-7} kg]{} \frac{9 \times q^2}{(3)^2} = 4 \times 10^{-4} \times 10 \Rightarrow q = 2 \times 10^{-7} \mu C$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های هر گوی را به دست می‌آوریم:

$$q = ne \Rightarrow 2 \times 10^{-2} \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

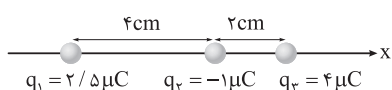
$$\Rightarrow n = \frac{2 \times 10^{-8}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{1}{8} \times 10^{12} = 1.25 \times 10^{11}$$

در شکل صورت سؤال، بار کره‌ها مثبت داده شده است؛ پس در هر کره تعداد 1.25×10^{11} پروتون بیشتر از تعداد الکترون وجود دارد. اگر بار کره‌ها منفی بود نیز همین تعداد برای n به دست می‌آمد، اما تعداد الکترون‌ها بیشتر می‌شد.

تست و پاسخ ۵۳

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برحسب نیوتون کدام است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$



$$-65 \vec{i} \text{ (2)}$$

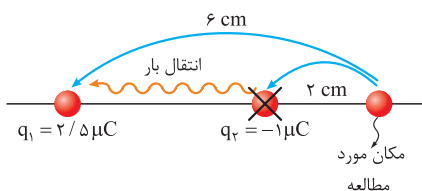
$$65 \vec{i} \text{ (1)}$$

$$-115 \vec{i} \text{ (4)}$$

$$115 \vec{i} \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۲

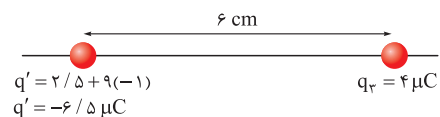
درس‌نامه گاهی برای بررسی نیروی الکتریکی حاصل از یک بار ذره‌ای، می‌توانیم آن بار الکتریکی را از محلی که قرار دارد حذف کرده و به جای آن بار دیگری و در محل دیگری قرار دهیم که همان اثر بار اول را ایجاد کند.



پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 را باید به دست آوریم؛

بنابراین بار q_3 ، ذره مورد مطالعه ما خواهد بود و بار q_2 را نسبت به این نقطه می‌لغزانیم! در شکل مقابل قرار است بار q_3 را حذف کنیم و در مکان جدیدی در کنار q_1 قرار دهیم:

فاصله بار q_3 تا مکان مورد مطالعه ابتدا 2 cm است، اما می‌خواهیم آن را به مکانی ببریم که در فاصله 6 cm از مکان مورد مطالعه قرار دارد، بنابراین فاصله 3 برابر شده است و در نتیجه بار الکتریکی باید $(3)^2$ برابر شود تا همان اثر قبلی را در محل بار q_3 داشته باشد.



گام دوم: در حالت جدید پس از لغزاندن، وضعیت بارها به صورت مقابل خواهد شد:

بار q_2 پس از 9 برابر شدن با بار $q_1 = 2/5 \text{ microC}$ جمع جبری خواهد شد و بار جدیدی مثل q' در آن جا داریم.

$$F_{q'q_3} = \frac{90 \times 4 \times 6 / 5}{(6)^2} = \frac{36 \times 65}{36} = 65 \text{ N}$$

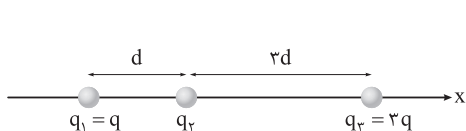
گام سوم: حال نیروی خالص وارد از طرف q' به بار q_3 را به دست می‌آوریم:

در شکل مقابل جهت نیروی وارد بر بار q_3 با توجه به ربایشی بودن نیروها مشخص شده است و جهت نیروی وارد بر بار q_3 در خلاف جهت محور x است.



تست و پاسخ ۵۴

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر \vec{F}_1 است. اگر بار q_1 به اندازه d در خلاف جهت محور x جابه‌جا شود، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 برابر \vec{F}_2 می‌شود. \vec{F}_2 چند برابر \vec{F}_1 است؟



$$-\frac{1}{18} \text{ (2)}$$

$$\frac{1}{18} \text{ (1)}$$

$$-\frac{1}{8} \text{ (4)}$$

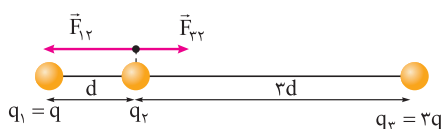
$$\frac{1}{8} \text{ (3)}$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

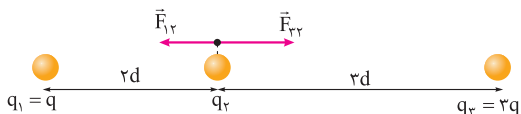


پاسخ تشریحی گام اول: بارهای q_1 و q_3 هم‌علامت هستند، آن‌ها را مثبت در نظر می‌گیریم؛ بار q_2 را منفی فرض می‌کنیم و نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 را در حالت اول به دست می‌آوریم. در شکل مقابل نیروهای وارد بر بار q_2 در این حالت مشخص شده است.

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}, \quad F_{23} = \frac{k(3q)|q_2|}{(3d)^2} = \frac{kq|q_2|}{3d^2} \Rightarrow \vec{F}_{net(q_2)} = (+F_{23} - F_{12})\vec{i} = -\frac{2kq|q_2|}{3d^2}\vec{i}$$



گام دوم: با فرض علامت بارها همانند گام اول و جابه‌جایی بار q_1 به اندازه d در خلاف جهت محور x ، شکل قرارگیری بارها به صورت مقابل خواهد شد.



گام سوم: نیروی خالص وارد بر بار q_2 را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$F_{12} = \frac{k(q)|q_2|}{(3d)^2} = \frac{1}{9} \frac{kq|q_2|}{d^2}, \quad F_{23} = \frac{k(3q)|q_2|}{(3d)^2} = \frac{1}{3} \frac{kq|q_2|}{d^2}$$

$$\vec{F}'_{net(q_2)} = (+F_{23} - F_{12})\vec{i} = \left(\frac{1}{3} \frac{kq|q_2|}{d^2} - \frac{1}{9} \frac{kq|q_2|}{d^2}\right)\vec{i} \quad \vec{F}'_{net(q_2)} = \frac{1}{12} \frac{kq|q_2|}{d^2}\vec{i}$$

گام چهارم: نسبت نیروی خالص وارد بر بار q_2 را در حالت دوم به حالت اول به دست می‌آوریم:

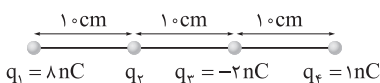
$$\frac{\vec{F}_2}{\vec{F}'_2} = \frac{\vec{F}_{net(q_2)}}{\vec{F}'_{net(q_2)}} = \frac{\frac{1}{12} \frac{kq|q_2|}{d^2}\vec{i}}{\frac{1}{3} \frac{kq|q_2|}{d^2}\vec{i}} = \frac{-3}{24} = -\frac{1}{8}$$

آزمون یکم حضوری

رشته ریاضی

تست و پاسخ ۵۵

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای ثابت شده‌اند و اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 برابر 10^{-7} N است. بار q_1 چند نانوکولن می‌تواند باشد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



۲ (۲)

۴ (۱)

-۲ (۴)

-۴ (۳)

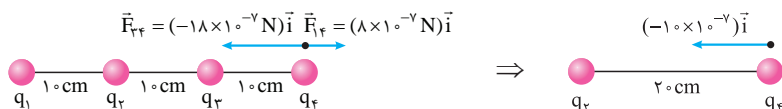
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: نیروی الکتریکی وارد بر بار q_4 از طرف بارهای q_1 و q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{14} = \frac{kq_1q_4}{r_{14}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9} \times 1 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 8 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{34} = \frac{k|q_3|q_4}{r_{34}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9} \times 1 \times 10^{-9}}{(0.1)^2} = 18 \times 10^{-7} \text{ N}$$

گام دوم: مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_4 از طرف بارهای q_1 و q_3 را رسم می‌کنیم و برابری ناشی از این دو نیرو را به دست می‌آوریم:



گام سوم: برای این‌که اندازه برابری نیروهای وارد بر بار q_4 ناشی از سه بار دیگر برابر 10^{-7} N باشد، دو حالت می‌تواند رخ دهد:

حالت اول: دو بار q_1 و q_2 با نیروی $11 \times 10^{-7} \text{ N}$ همدیگر را دفع کنند.

حالت دوم: دو بار q_2 و q_3 با نیروی $9 \times 10^{-7} \text{ N}$ همدیگر را دفع کنند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: با توجه به دافعه بودن بارهای q_2 و q_4 ، پس بار q_2 مثبت است و در هر دو حالت، بار q_2 را به دست می آوریم:

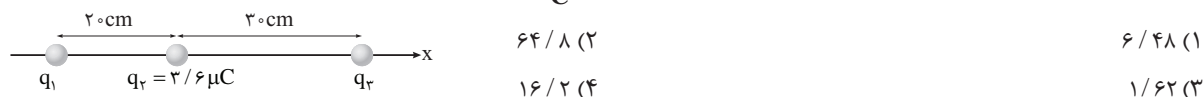
$$\text{حالت اول: } F_{24} = \frac{kq_2q_4}{r_{24}^2} \Rightarrow 11 \times 10^{-7} = \frac{9 \times 10^9 \times q_2 \times 10^{-9}}{(0.2)^2} \Rightarrow q_2 = \frac{44}{9} \text{ nC}$$

$$\text{حالت دوم: } F_{24} = \frac{kq_2q_4}{r_{24}^2} \Rightarrow 9 \times 10^{-7} = \frac{9 \times 10^9 \times q_2 \times 10^{-9}}{(0.2)^2} \Rightarrow q_2 = 4 \text{ nC}$$

تست و پاسخ ۵۶

در شکل زیر، نیروی الکتریکی خالص وارد بر هر سه بار الکتریکی نقطه‌ای برابر صفر است. اگر بار q_2 به اندازه 5 cm به سمت راست جابه‌جا

شود، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن به چند نیوتون می‌رسد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 صفر است، بار q_2 را به دست می آوریم:

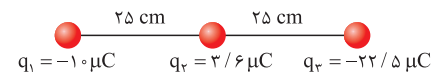
$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow \frac{kq_2|q_1|}{r_{21}^2} = \frac{k|q_3||q_1|}{r_{31}^2} \Rightarrow \frac{3/6}{(20)^2} = \frac{|q_3|}{(50)^2} \Rightarrow |q_3| = 22/5 \mu\text{C}$$

از آن جا که بار q_1 در تعادل است و بار q_1 خارج از فضای دو بار q_2 و q_3 است، باید بارهای q_2 و q_3 ناهم‌نام باشند؛ بنابراین $q_3 = -22/5 \mu\text{C}$ است. گام دوم: نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 هم صفر است؛ بنابراین داریم:

$$F_{12} = F_{32} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_3||q_2|}{r_{32}^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{(20)^2} = \frac{22/5}{(30)^2} \Rightarrow |q_1| = 10 \mu\text{C}$$

برای در تعادل بودن بار q_2 ، باید بارهای q_1 و q_3 هم‌نام باشد؛ پس $q_1 = -10 \mu\text{C}$ است.

گام سوم: شکل مقابل وضعیت بارها در شرایط جدید را نمایش می‌دهد.



حال برای نیروهای وارد بر بار q_2 را با انتقال بار q_1 به سمت راست به دست می آوریم.

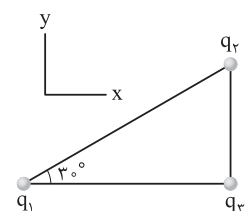
$$F_{q_2q_1'} = \frac{9 \times q_2 |q_1'|}{r^2} = \frac{9 \times 3/6 \times 12/5}{(25)^2} = 6/48 \text{ N}$$

$q_2 = 3/6 \mu\text{C}$ $q_1' = -22/5 \mu\text{C} + 10 \mu\text{C}$
 $q_1' = -12/5 \mu\text{C}$

تست و پاسخ ۵۷

در شکل مقابل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در محل خود ثابت هستند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار

q_2 در SI برابر $\vec{F} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ باشد، کدام $\frac{q_1}{q_2}$ است؟



- | | |
|-------------|------------|
| -۴ (۲) | ۴ (۱) |
| -۲ / ۲۵ (۴) | ۲ / ۲۵ (۳) |

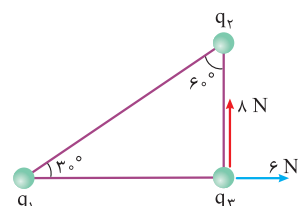
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

گام اول: مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_2 را رسم می‌کنیم.

با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نتیجه گرفت بارهای q_1 و q_3 هم‌نام و بارهای q_2 و q_3 ناهم‌نام هستند.

بنابراین بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، یعنی ۱ و ۳ حذف می‌شوند.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_2 \times q_3|}{|q_1 \times q_3|} \times \left(\frac{r_{13}}{r_{23}}\right)^2 \Rightarrow \frac{\lambda}{6} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_{13}}{r_{23}}\right)^2$$

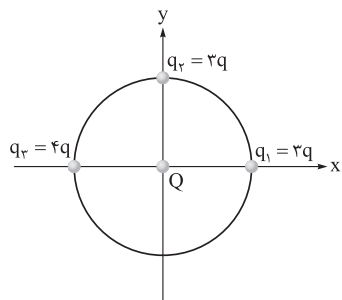
گام دوم: با نوشتن رابطه مقایسه‌ای برای نیروهای F_{23} و F_{13} داریم:

طبق هندسه سؤال، نسبت $\frac{F_{13}}{F_{23}}$ برابر $\tan 6^\circ$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{\lambda}{6} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times (\sqrt{3})^2 \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right| = \frac{\lambda}{6} \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -\frac{\lambda}{6} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = -\frac{6}{\lambda} = -2/25$$

تست و پاسخ ۵۸

در شکل مقابل، ۳ بار الکتریکی نقطه‌ای روی محیط دایره و بار الکتریکی نقطه‌ای Q در مرکز آن قرار دارند. با حذف بار q_1 ، اندازه نیروی خالص وارد بر بار Q چند برابر می‌شود؟



$$\frac{1}{5} \sqrt{10} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{10} \quad (1)$$

$$\frac{1}{5} \sqrt{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{5} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: نیروهای وارد بر بار Q را در حالت اول به دست می‌آوریم ($a =$ شعاع دایره):

$$F_1 = \frac{k(3q)(Q)}{a^2} = \frac{3kqQ}{a^2}$$

$$F_2 = \frac{k(3q)(Q)}{a^2} = \frac{3kqQ}{a^2}$$

$$F_3 = \frac{k(4q)(Q)}{a^2} = \frac{4kqQ}{a^2}$$

گام دوم: در شکل مقابل، جهت نیروهای وارد بر بار Q مشخص شده است؛ در این مرحله نیروی خالص وارد بر بار Q را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}(Q)} = \frac{kqQ}{a^2} \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \frac{kqQ}{a^2}$$

گام سوم: نیروی وارد بر Q را پس از حذف بار q_1 به دست می‌آوریم؛ در این حالت تنها نیروهای F_2 و F_3 اثرگذار هستند.

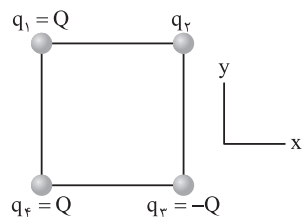
$$F'_{\text{net}(Q)} = \frac{kqQ}{a^2} \sqrt{4^2 + 3^2} = \frac{5kqQ}{a^2}$$

گام چهارم: نسبت نیروی خالص در حالت دوم به حالت اول را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F'_{\text{net}(Q)}}{F_{\text{net}(Q)}} = \frac{\frac{5kqQ}{a^2}}{\frac{\sqrt{10}kqQ}{a^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

تست و پاسخ ۵۹

در شکل زیر، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های مربعی قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_4 در جهت محور x باشد، بار q_2 چند برابر بار q_1 است؟



$$-\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

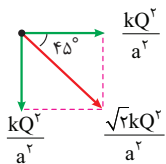
گام اول: نیروهای ناشی از بارهای q_1 و q_3 به بار q_4 را به دست می‌آوریم (ضلع مربع را a فرض می‌کنیم):

$$F_{14} = F_{34} = \frac{kQQ}{a^2} = \frac{kQ^2}{a^2}$$

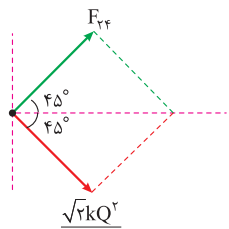
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: در شکل مقابل نیروهای $F_{۱۴}$ و $F_{۲۴}$ وارد بر بار $q_۴$ مشخص شده و براینند این دو رسم شده است.



گام سوم: برای این که نیروی خالص وارد بر $q_۴$ در جهت محور x باشد، باید نیرویی هم اندازه $\frac{\sqrt{2}kQ^2}{a^2}$ به بار $q_۴$ وارد شود و آن را جذب کند؛ پس بار $q_۲$ باید ناهم نام با بار $q_۴$ (یا همان $q_۱$) باشد.

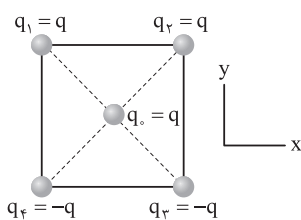


$$F_{۲۲} = \frac{k|q_۲|Q}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}kQ^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow |q_۲| = 2\sqrt{2}Q \Rightarrow q_۲ = -2\sqrt{2}Q \xrightarrow{q_۱=Q} \frac{q_۲}{q_۱} = -2\sqrt{2}$$

تست و پاسخ ۶۰

در شکل مقابل، چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های مربعی به ضلع ۳۰ cm و یک بار الکتریکی نقطه‌ای در مرکز آن قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q برابر $\vec{F} = (-10\sqrt{2} \text{ N})\vec{j}$ باشد، بزرگی q چند میکروکولن است؟ ($K = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$)



$$10\sqrt{2} \quad (۲)$$

$$5\sqrt{2} \quad (۴)$$

$$10 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

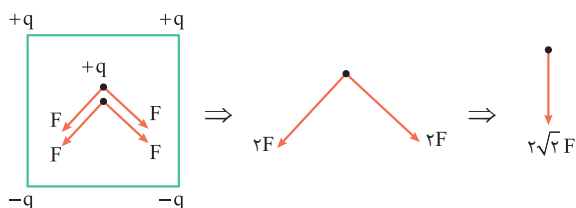
گام اول: اندازه بارهای $q_۱, q_۲, q_۳, q_۴$ با هم برابر و در فاصله یکسان از بار $q_۰$ قرار دارند، بنابراین اندازه نیروی یکسانی به بار $q_۰$ وارد می‌کنند؛ این نیروی یکسان را F می‌نامیم و اندازه آن را به دست می‌آوریم:

فاصله هر یک از بارهای $q_۱$ تا $q_۴$ از بار $q_۰$ نصف قطر مربع است. (ضلع مربع را a در نظر گرفته‌ایم).

$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{30\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$F = \frac{90qq_0}{(15\sqrt{2})^2} = \frac{90q^2}{15 \times 15 \times 2} = \frac{q^2}{5}$$

گام دوم: در شکل مقابل، نیروهای وارد بر بار $q_۰$ مشخص شده است. حال نیروی خالص وارد بر بار $q_۰$ را بر حسب F به دست می‌آوریم:



بنابراین براینند نیروی وارد بر بار $q_۰$ ، $-2\sqrt{2}F\vec{j}$ است که طبق فرض سؤال برابر \vec{j} برابر $-10\sqrt{2}$ است؛ پس $F = 5 \text{ N}$ است.

گام سوم: نیروی $F = 5 \text{ N}$ (به دست آمده در گام دوم) را با معادله‌اش، یعنی $F = \frac{q^2}{5}$ (به دست آمده در گام اول) برابر قرار می‌دهیم:

$$F = \frac{q^2}{5} = 5 \Rightarrow q^2 = 25 \Rightarrow q = 5 \mu\text{C}$$



شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۷

تست و پاسخ ۶۱

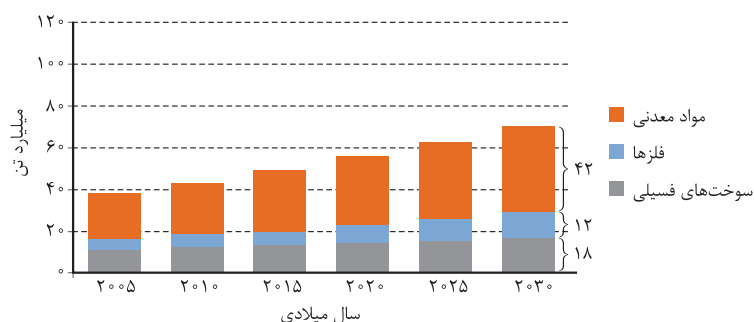
کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) منبع تهیه شیشه و ظرف غذا به ترتیب می‌تواند «شن و ماسه» و «خاک چینی» باشد.
- (۲) در فرایند تولید ورقه‌های فولادی و تایر دوچرخه، به ترتیب سنگ معدن و نفت فراوری می‌شوند.
- (۳) برقراری ارتباط میان داده‌ها و یافتن الگوها و روندها، گاهی مهم و مؤثر در پیشرفت علم به شمار می‌آید.
- (۴) در سال‌های اخیر، میزان مصرف مواد معدنی کم‌تر از میزان مصرف سوخت‌های فسیلی بوده است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

با توجه به نمودار مقابل، میزان مصرف مواد معدنی در همه بازه‌های زمانی، بیشتر از سوخت‌های فسیلی بوده است.



تست و پاسخ ۶۲

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) همه مواد طبیعی و برخی از مواد ساختگی از کره زمین به دست می‌آیند.
 - (ب) رشد و گسترش تمدن بشری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.
 - (پ) گسترش صنعت الکترونیک بر اجزایی مبتنی است که از موادی به نام نیمه‌رساناها ساخته می‌شوند.
 - (ت) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، به یقین سبب تغییر و بهبود خواص آن‌ها می‌شود.
- (۱) الف - ب (۲) الف - ت (۳) ب - پ (۴) پ - ت

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) همه مواد (چه طبیعی و چه ساختگی) از زمین به دست می‌آیند.

(ت) گرمادادن به مواد و افزودن آن‌ها به یکدیگر، سبب تغییر و گاهی بهبود خواص می‌شود.

تست و پاسخ ۶۳

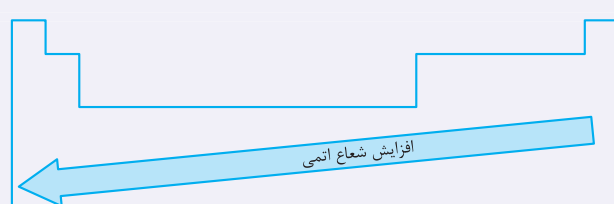
اگر شعاع اتمی عنصر A برابر ۲۳۱ پیکومتر باشد، شعاع اتمی عنصرهای X و M، به ترتیب از راست به چپ، کدام اعداد (برحسب پیکومتر) می‌توانند باشند؟

- (۱) ۲۷۸، ۶۸ (۲) ۷۷، ۹۹ (۳) ۱۱۴، ۷۱ (۴) ۲۴۶، ۲۹۰

پاسخ: گزینه ۳

نکته

در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی عنصرها کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد؛ بنابراین می‌توان گفت هر چه شماره دوره عنصری بیشتر و شماره گروه آن کم‌تر باشد، شعاع اتمی آن بزرگ‌تر است.



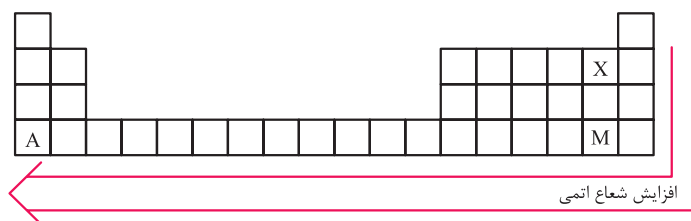
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عنصر A ۱۹ در دوره چهارم و گروه ۱، عنصر X ۹ در دوره دوم و گروه ۱۷، عنصر M ۳۵ در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد؛ بنابراین مقایسه شعاع اتمی آن‌ها به صورت زیر است:

$$A > M > X$$

شعاع اتمی: $19 (A) > 35 (M) > 9 (X)$



تست و پاسخ ۶۴

- درباره پنج عنصر ابتدایی گروه چهاردهم جدول تناوبی، چند مورد از موارد زیر درست است؟
- در دمای اتاق، همه این عناصر به حالت جامد وجود دارند.
 - در بین آن‌ها، هر سه نوع عنصر فلزی، نافلزی و شبه فلزی وجود دارد.
 - ۶۰ درصد این عناصر در واکنش با دیگر عناصر، به طور معمول الکترون به اشتراک می‌گذارند.
 - ۸۰ درصد از این عناصر، سطحی براق دارند و چکش خوارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ••• عنصرهای گروه ۱۴ جدول تناوبی

۵ عنصر اول گروه ۱۴ عبارتند از کربن، سیلیسیم، ژرمانیم، قلع و سرب. عدد اتمی این عناصر، ۴ واحد کم‌تر از گاز نجیب هم‌دوره آن‌ها است و آرایش الکترونی این عناصر به $ns^2 np^2$ ختم می‌شود.

نافلز	C ۶
شبه فلز	Si ۱۴
	Ge ۳۲
فلز	Sn ۵۰
	Pb ۸۲

- ۱ عنصر، نافلز (C)، ۲ عنصر، شبه فلز (Si و Ge) و دو عنصر، فلز (Sn و Pb) هستند.
- ۴ عنصر سطح براق دارند. ← Pb و Sn، Ge، Si
- ۳ عنصر فقط الکترون به اشتراک می‌گذارند. ← Ge و Si، C
- ۵ عنصر اول گروه ۱۴
- ۲ عنصر الکترون از دست می‌دهند. ← Pb و Sn
- ۵ عنصر رسانای جریان برق هستند. ← (گرافیت) C، Si، Ge، Sn و Pb
- ۴ عنصر، رسانایی گرمایی دارند. ← Pb و Sn، Ge، Si

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی همه عنصرهای گروه چهاردهم، جامد است.

عبارت دوم: کربن، نافلز، سیلیسیم و ژرمانیم، شبه فلز و قلع و سرب، فلز هستند.

عبارت سوم: ۳ عنصر کربن، سیلیسیم و ژرمانیم در واکنش با دیگر عناصر الکترون به اشتراک می‌گذارند، یعنی ۶۰ درصد از ۵ عنصر اول این گروه!

$$\frac{3}{5} \times 100 = 60$$

عبارت چهارم: علاوه بر عنصرهای فلزی (Pb, Sn)، عنصرهای شبه فلزی (Ge, Si) نیز سطحی براق و درخشان دارند، اما در بین این عناصر،

$$\frac{2}{5} \times 100 = 40$$

فقط دو عنصر فلزی، چکش خوار هستند:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۶۵

دربارهٔ نخستین عنصر جدول دوره‌ای که سه زیرلایهٔ دو الکترونی اشغال شده دارد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟
 الف) این عنصر همانند گوگرد و برخلاف آلومینیم، در اثر ضربه خرد می‌شود.
 ب) اختلاف عدد اتمی این عنصر با عدد اتمی گاز نجیب هم‌دورهٔ عنصر کلر برابر ۱۱ است.
 پ) نماد شیمیایی این عنصر برخلاف شبه‌فلزهای هم‌گروهش در جدول تناوبی، تک‌حرفی است.
 ت) این عنصر با از دست دادن الکترون، به آرایش الکترونی تنها گاز نجیب دستهٔ S جدول دوره‌ای می‌رسد.

(۲) الف - پ

(۱) الف - ب

(۴) ب - ت

(۳) پ - ت

پاسخ: گزینهٔ ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

نخستین عنصری که سه زیرلایهٔ ۲ الکترونی دارد، کربن با آرایش الکترونی مقابل است:
 $C: 1s^2 2s^2 2p^2$
 بررسی عبارت‌ها:

الف) کربن (گرافیت)، همانند گوگرد یک عنصر نافلزی است و برخلاف آلومینیم که یک عنصر فلزی است، در اثر ضربه خرد می‌شود. (رد ۳ و ۴)
 ب) عدد اتمی کربن (C) برابر ۶ و عدد اتمی گاز نجیب هم‌دورهٔ کلر ($_{18}Ar$) برابر ۱۸ است. $(18 - 6 = 12)$ (رد ۱) و تأیید درستی (۲)
 پ) نماد عنصر کربن، یک حرفی و نماد شبه‌فلزهای هم‌گروه با آن ($_{32}Ge, _{14}Si$) دو حرفی است.
 ت) عنصر کربن با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش گاز نجیب هلیم (تنها گاز نجیب دستهٔ S جدول دوره‌ای) می‌رسد و نه با از دست دادن الکترون!

تست و پاسخ ۶۶

کدام مطلب نادرست است؟

(۱) همهٔ مواد به‌دست‌آمده از کرهٔ زمین نهایتاً به آن بازمی‌گردند؛ از این رو جرم کل مواد در کرهٔ زمین به تقریب ثابت است.
 (۲) توزیع غیریکنواخت منابع شیمیایی در جهان می‌تواند دلیلی بر پیدایش تجارت جهانی باشد.
 (۳) عنصرها در جدول دوره‌ای براساس بنیادی‌ترین ویژگی خود یعنی عدد اتمی چیده شده‌اند.
 (۴) آرایش الکترونی یون‌های پایدار فلزهای قلیایی، به یقین به زیرلایه‌ای با $l=1$ ختم می‌شود.

پاسخ: گزینهٔ ۴

پاسخ تشریحی آرایش الکترونی یون پایدار فلزهای قلیایی به جز فلز Li ، به زیرلایهٔ np^1 با $l=1$ ختم می‌شود. آرایش الکترونی یون Li^+ به صورت $1s^2$ است.

نکته همهٔ فلزهای قلیایی، کاتیون یک بار مثبت (M^+) تشکیل می‌دهند، اما فلز لیتیم (Li) برخلاف سایر فلزهای قلیایی، به آرایش دوتایی گاز نجیب هلیم می‌رسد و هشت‌تایی نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) همهٔ مواد طبیعی و ساختگی از کرهٔ زمین به دست می‌آیند و پس از مصرف، دوباره به طبیعت و کرهٔ زمین بازمی‌گردند که همین موضوع باعث ثابت ماندن جرم کل مواد در کرهٔ زمین می‌شود.
 (۲) منابع شیمیایی، به صورت غیریکنواخت در جهان توزیع شده‌اند و همین موضوع دلیلی بر پیدایش تجارت جهانی است.
 (۳) عنصرهای جدول دوره‌ای بر طبق یک الگوی منظم که براساس افزایش عدد اتمی آن‌ها به صورت تناوبی تکرار می‌شود، چیده شده‌اند. می‌دانیم که عدد اتمی، بنیادی‌ترین ویژگی عنصرهاست.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶۷

چه تعداد از مقایسه‌های زیر، درست است؟

- خصلت نافلزی: هالوژن دوره دوم < اکسیژن
- میزان رسانایی گرمایی: دومین عنصر گروه ۱۵ < اولین عنصر دوره سوم
- تمایل به از دست دادن الکترون: پتاسیم < سزیم
- میزان رسانایی الکتریکی: سلنیم < قلع

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی فقط مورد اول درست است.

بررسی همه موارد:

مورد اول: هالوژن دوره دوم، فلوتور است که خصلت نافلزی بیشتری نسبت به سایر عنصرهای جدول دوره‌ای از جمله اکسیژن دارد. مورد دوم: اولین عنصر دوره سوم و دومین عنصر گروه ۱۵ به ترتیب Na و P هستند. فلز سدیم، رسانایی گرمایی بیشتری نسبت به نافلز فسفر دارد.

مورد سوم: در گروه فلزهای قلیایی، از بالا به پایین خصلت فلزی و در نتیجه تمایل به از دست دادن الکترون بیشتر می‌شود. سزیم (Cs) در دوره پایین‌تری از پتاسیم (K) قرار دارد؛ پس تمایل به از دست دادن الکترون در سزیم از پتاسیم بیشتر است. مورد چهارم: سلنیم (Se) یک نافلز و قلع (Sn) یک فلز است. همان‌طور که می‌دانیم، رسانایی الکتریکی فلزها از نافلزها بیشتر است.

تست و پاسخ ۶۸

با توجه به جدول مقابل که برخی از عناصر دوره سوم جدول تناوبی را نشان می‌دهد، کدام مطلب نادرست است؟

A				B	C	D
---	--	--	--	---	---	---

- ۱) عنصر D، مانند عناصر هم‌گروه خود، در دما و فشار اتاق دارای مولکول‌های دواتمی است.
- ۲) رنگ شعله حاصل از سوختن عنصر C مانند رنگ شعله سوختن کامل گاز شهری است.
- ۳) یکی از آلوتروپ‌های عنصر B را در آب نگهداری می‌کنند.
- ۴) در دما و فشار اتاق، A و B به حالت جامد و C و D به حالت گازند.

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• عنصرهای دوره سوم جدول تناوبی

دوره سوم جدول تناوبی دارای ۸ عنصر با عددهای اتمی ۱۱ تا ۱۸ است.

عنصرهای فلزی		شبه‌فلز		عنصرهای نافلزی			
Na ۱۱	Mg ۱۲	Al ۱۳	Si ۱۴	P ۱۵	S ۱۶	Cl ۱۷	Ar ۱۸
جامد در دما و فشار اتاق				گاز در دما و فشار اتاق			

- سه عنصر اول فلز بوده، رسانای جریان برق و گرما و چکش‌خوار هستند و تمایل دارند در واکنش با دیگر اتم‌ها الکترون از دست بدهند.
- چهارمین عنصر دوره، شبه‌فلز (Si) است که مانند فلزها، سطح صیقلی و براق دارد اما رسانایی الکتریکی کمی دارد، در اثر ضربه خرد می‌شود و در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون به اشتراک می‌گذارد.
- ۴ عنصر آخر دوره، نافلزند که در بین آن‌ها، P ، S و Cl می‌توانند آنیون پایدار تشکیل دهند یا الکترون به اشتراک بگذارند، در حالی که Ar ، واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.
- در میان عنصرهای دوره سوم، فقط کلر در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی (Cl_2) وجود دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

در دوره سوم جدول تناوبی

- ۸ عنصر وجود دارد.
- ۳ فلز، ۱ شبه فلز و ۴ نافلز وجود دارد.
- ۴ عنصر، سطح صیقلی و براق دارند.
- در دما و فشار اتاق، ۶ عنصر به حالت جامد و ۲ عنصر به حالت گازند.
- ۶ عنصر می توانند یون تک اتمی تشکیل دهند.
- زیرلایه های ۳s و ۳p در عنصرها در حال پر شدن هستند.

پاسخ تشریحی

شماره گروه → ۱ ۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸

A				B	C	D	
---	--	--	--	---	---	---	--

عنصر → ${}_{11}\text{Na}$ ${}_{15}\text{P}$ ${}_{16}\text{S}$ ${}_{17}\text{Cl}$

بررسی گزینه ها:

۱) کلر (Cl_2)، همانند سایر هالوژن ها در دما و فشار اتاق به صورت مولکول های دو اتمی وجود دارد.

۲) رنگ شعله سوختن گوگرد همانند سوختن کامل گاز شهری، آبی رنگ است.

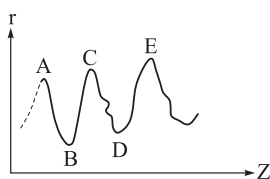
۳) فسفر، دارای چند دگرشکل یا آلوتروپ است و مطابق شکل مقابل که در کتاب درسی آمده است، یکی از آن ها (فسفر سفید) در آب ننگداری می شود.



۴) عنصرهای A، B و C (${}_{11}\text{Na}$ ، ${}_{15}\text{P}$ و ${}_{16}\text{S}$) به حالت جامدند و تنها عنصر D (${}_{17}\text{Cl}$) به حالت گاز است.

تست و پاسخ ۶۹

نمودار مقابل، تغییرات شعاع اتمی (r) چند عنصر اصلی جدول تناوبی را نسبت به عدد اتمی آن ها (Z) نشان می دهد. بر این اساس، کدام مطلب درست است؟ (برای گازهای نجیب شعاع اتمی تعریف نمی شود.)



۱) عنصرهای A و C در یک دوره و عنصرهای A و B در یک گروه قرار دارند.

۲) در شرایط یکسان، شدت واکنش میان دو عنصر B و C بیشتر از شدت واکنش میان دو عنصر B و E است.

۳) اگر عنصر C سدیم باشد، عنصر D برای واکنش با گاز هیدروژن به دمای بالاتر از 200°C نیاز دارد.

۴) عنصر B در گروهی قرار دارد که در بین ۴ عنصر اول آن، نماد شیمیایی دو عنصر، تک حرفی است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

می دانیم که در یک دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی عنصرها،

شعاع اتمی کاهش می یابد؛ بنابراین بدون در نظر گرفتن گاز نجیب، در هر دوره، عنصر گروه

اول (فلز قلیایی)، بیشترین شعاع و عنصر گروه ۱۷ (هالوژن)، کمترین شعاع اتمی را دارد؛

یعنی در نمودار داده شده، قله ها نشان دهنده فلز قلیایی و دره ها، نشان دهنده هالوژن هستند.

بررسی گزینه ها:

۱) با توجه به نمودار فوق، عنصرهای A، C و E در یک گروه و جفت عنصرهای (A و B) و (C و D)، در یک دوره قرار دارند.

۲) عنصرهای A، C و E متعلق به عنصرهای اصلی ابتدای هر دوره (یعنی فلزهای قلیایی) و عنصرهای B و D متعلق به عنصرهای انتهایی

هر دوره (هالوژن ها) هستند. شعاع اتمی فلز قلیایی E، بزرگ تر از شعاع اتمی فلز قلیایی C است؛ بنابراین عنصر E در دوره پایین تری از عنصر

C قرار دارد و خصلت فلزی آن بیشتر است؛ در نتیجه هالوژن B با فلز قلیایی E، با شدت بیشتری نسبت به فلز قلیایی C واکنش می دهد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 40°C واکنش می‌دهد.

۳ اگر C فلز سدیم باشد، D هالوژن هم‌دوره با آن؛ یعنی کلر است. با توجه به جدول مقابل که شرایط واکنش هالوژن‌ها را با گاز هیدروژن نشان می‌دهد، کلر با گاز هیدروژن در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.

۴ B یک هالوژن است و در گروه ۱۷ قرار دارد. ۴ عنصر اول این گروه، عنصرهای فلوئور (F)، کلر (Cl)، برم (Br) و ید (I) هستند که از بین آن‌ها، نماد شیمیایی دو عنصر فلوئور (F) و ید (I)، تک‌حرفی است.

تست و پاسخ ۷۰

شمار فلزهای اصلی در دوره‌های سوم و چهارم جدول تناوبی، به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

(۱) ۲، ۱۲ (۲) ۳، ۳ (۳) ۳، ۳، ۱۳ (۴) ۲، ۳

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی به فلزهای دسته s و p جدول تناوبی، فلزهای اصلی می‌گویند.

فلزهای اصلی دوره سوم	←	11Na ، 12Mg و 13Al
فلزهای اصلی دوره چهارم	←	19K ، 20Ca و 31Ga

تست و پاسخ ۷۱

شکل زیر قسمتی از جدول دوره‌های عنصرها را نشان می‌دهد. اگر مجموع اعداد کوانتومی فرعی و اصلی $(n+1)$ الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم B برابر ۸ باشد، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

شماره دوره		A	E
۲			
۳	D	B	M
۴	G	F	

• فرمول ترکیب یونی حاصل از عنصرهای M و G به صورت MG است.

• عنصرهای A و M نافلزند و عنصر D یک فلز است.

• رفتار شیمیایی عنصر F مشابه عنصر E و برخی رفتارهای فیزیکی آن، مشابه عنصر G است.

• نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در ساختار هر واحد از اکسید D برابر ۲/۵ است.

• خصلت فلزی عنصر B از عنصر D، کم‌تر و از عنصر A بیشتر است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی به جز عبارت اول، سایر عبارتها درست هستند.

مجموع $(n+1)$ الکترون‌های آخرین زیرلایه اتم عنصر B برابر ۸ است؛ بنابراین زیرلایه آخر اتم عنصر B که در دوره سوم قرار دارد، به صورت $3p^2$ است:

$$(n+1)3p^2 = 2(n+1) = 8 \Rightarrow 14B: [10\text{Ne}]3s^2 3p^2 \Rightarrow 14\text{Si}$$

$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ e^- & n & l \end{matrix}$
دوره سوم

گروه / دوره	۱۳	۱۴	۱۵
۲		$A = {}_6\text{C}$	$E = {}_7\text{N}$
۳	$D = {}_{13}\text{Al}$	$B = {}_{14}\text{Si}$	$M = {}_{15}\text{P}$
۴	$G = {}_{31}\text{Ga}$	$F = {}_{32}\text{Ge}$	

حالا که عدد اتمی عنصر B مشخص شد، جایگاه سایر عنصرهای اطراف B در جدول به صورت مقابل مشخص می‌شود:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ترکیب یونی حاصل از عنصرهای $M(15P)$ و $G(31Ga)$ ، به صورت $GM(GaP)$ است، نه $MG!$

عبارت دوم: عنصرهای $A(6C)$ و $M(15P)$ ، عنصرهای نافلزی و عنصر $D(13Al)$ ، یک عنصر فلزی است.

عبارت سوم: عنصر $F(31Ge)$ یک عنصر شبه‌فلزی است و رفتار شیمیایی آن مشابه نافلزها (مثل E یا $N(7)$) و برخی رفتارهای فیزیکی آن مشابه فلزها (مثل G یا $Ga(31)$) است.

عبارت چهارم: فرمول شیمیایی اکسید عنصر $D(13Al)$ ، به صورت D_2O_3 است و داریم:

$$\frac{\text{شماره اتم‌ها در } D_2O_3}{\text{شماره اتم‌ها در } D_2O_3} = \frac{2+3}{2} = 2/5$$

عبارت پنجم: در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، خصلت فلزی افزایش می‌یابد.

مقایسه خصلت فلزی: $B(14Si) < D(13Al)$ و $B(14Si) > A(6C)$

تست و پاسخ ۷۲

با توجه به واکنش فلز قلیایی M با هالوژن X_2 در شرایط مناسب، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) پس از موازنه، مجموع ضرایب مواد در معادله واکنش، با این مجموع در واکنش سوختن لیتیم برابر است.

(ب) اگر هالوژن X_2 ، کلر باشد، طول موج نور حاصل در واکنش فلز لیتیم بیشتر از واکنش فلز سدیم است.

(پ) با افزایش شعاع اتمی فلز قلیایی M ، شدت انجام واکنش کم‌تر می‌شود.

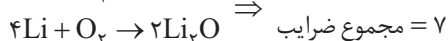
(ت) در شرایط یکسان، شدت واکنش فلز M با هالوژن مایع جدول تناوبی، کم‌تر از هالوژن دوره دوم است.

(۱) الف - پ (۲) ب - پ (۳) ب - ت (۴) الف - ت

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:



(الف) هر دو واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم:

(ب) بر اثر واکنش بین کلر و فلزهای قلیایی لیتیم و سدیم، به ترتیب نورهایی به رنگ قرمز و زرد ایجاد می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، طول موج نور قرمز رنگ از نور زرد رنگ بیشتر است.

(پ) در گروه اول جدول تناوبی، با افزایش شعاع اتمی از بالا به پایین، بر خصلت فلزی و واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی افزوده می‌شود؛ در نتیجه هر چه شعاع اتمی فلز قلیایی M بیشتر باشد، شدت انجام واکنش با گاز کلر بیشتر می‌شود.

(ت) در گروه ۱۷ (هالوژن‌ها)، از بالا به پایین از خصلت نافلزی و واکنش‌پذیری عنصرهای نافلزی کاسته می‌شود؛ بنابراین واکنش فلز قلیایی M با گاز کلر از واکنش آن با برم (نافلز مایع)، شدت بیشتری دارد.

نکته تنها نافلز مایع جدول دوره‌ای، هالوژن برم (Br_2) است.

تست و پاسخ ۷۳

فلز طلا چند مورد از ویژگی‌های زیر را دارد؟

• رسانایی الکتریکی بالا و حفظ این رسانایی در شرایط دمایی گوناگون

• واکنش‌ندادن با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان

• توانایی بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی

• چکش‌خواری و استحکام زیاد

• تولید پسماند بسیار زیاد در هنگام استخراج آن از معدن

(۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی همه موارد اشاره شده به جز مورد چهارم، از ویژگی های فلز طلا محسوب می شوند. فلز طلا به قدری چکش خوار و نرم است که چند گرم از آن را با چکش کاری می توان به صفحه های با مساحت چند متر مربع تبدیل کرد.

نکته برخی ویژگی های طلا و کاربردهای آن در جدول زیر آورده شده است:

ویژگی های طلا	کاربرد
چکش خواری بالا و نرم بودن	ساخت برگه ها و رشته سیم های بسیار نازک (نخ طلا)
رسانایی الکتریکی بالا و حفظ این رسانایی در شرایط دمایی گوناگون	در وسایل الکتریکی مثل لپ تاپ و قطعه الکترونیکی مربوط به چرخ ویلچر
واکنش ندادن با گازهای موجود در هواکره و مواد موجود در بدن انسان	ساخت جواهرات و استفاده در دندان پزشکی
توانایی بازتاب زیاد پرتوهای خورشید	کلاه فضانوردی

تست و پاسخ ۷۴

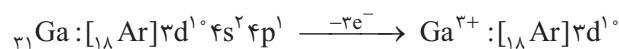
کدام مورد، نادرست است؟

- در جدول دوره ای، اولین فلز دسته p که یون پایدار آن به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی رسد، با سنگین ترین شبه فلز گروه چهاردهم، هم دوره است.
- در دمای اتاق، دو هالوژنی که به حالت گازی یافت می شوند، می توانند با گاز هیدروژن واکنش دهند.
- از بین دو فلز آهن و سدیم، سرعت واکنش فلز محکم تر با گاز اکسیژن در شرایط یکسان، بیشتر است.
- به طور کلی، فلزهای دسته d همانند فلزهای دسته های s و p، رسانای جریان الکتریکی و گرما هستند، چکش خوارند و قابلیت ورقه شدن دارند.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی فلز سدیم، به قدری نرم است که با چاقو می توان آن را مثل کره برید! اما آهن فلزی مستحکم و سخت است. فلز سدیم یک فلز اصلی و فلز آهن، یک فلز واسطه است. همان طور که می دانیم، واکنش پذیری فلزهای اصلی از فلزهای واسطه به مراتب بیشتر است. بررسی سایر گزینه ها:

۱) گالیم (${}_{31}\text{Ga}$) اولین عنصر فلزی دسته p است که آرایش الکترونی یون پایدار آن (Ga^{3+}) به آرایش گاز نجیب نمی رسد:



گالیم با شبه فلز ژرمانیم (${}_{32}\text{Ge}$) که در گروه چهاردهم قرار دارد، هم دوره است؛ از طرفی در گروه ۱۴ جدول دوره ای، دو شبه فلز ${}_{14}\text{Si}$ و ${}_{32}\text{Ge}$ وجود دارد که شبه فلز سنگین تر، ${}_{32}\text{Ge}$ است.

۲) فلوئور و کلر، دو هالوژنی هستند که در دمای اتاق گازی شکل هستند. هر دو هالوژن، به قدری واکنش پذیرند که با گاز هیدروژن در دما و فشار اتاق واکنش می دهند.

۴) همه فلزها در ویژگی های فیزیکی عمومی ذکر شده، مشابه اند و این موضوع ربطی به اصلی یا واسطه بودن فلزها ندارد.

تست و پاسخ ۷۵

درباره عناصر واسطه دوره چهارم جدول دوره ای، کدام موارد زیر درست است؟

الف) سبک ترین عنصر، در تلوئیزون رنگی و برخی شیشه ها وجود دارد و آرایش الکترونی یون پایدار آن مشابه آرایش الکترونی یک گاز نجیب است.

ب) اگر در آرایش الکترونی اتم عنصری، دو زیر لایه نیمه پر وجود داشته باشد، مجموع بارهای دو یون پایدار این عنصر، +۳ خواهد بود.

پ) در آرایش الکترونی $3d$ درصد از این عناصر، یک زیر لایه تک الکترونی وجود دارد.

ت) عنصری که نسبت شمار الکترون ها با $I = 2$ به $I = 0$ در آرایش الکترونی اتم آن برابر $7/5$ است، در گذر زمان جلای فلزی خود را حفظ می کند.

الف - ۱) ب - ۲) ت - ۳) الف - ۳) ب - ۴) ب - ۴)

پاسخ: گزینه ۱



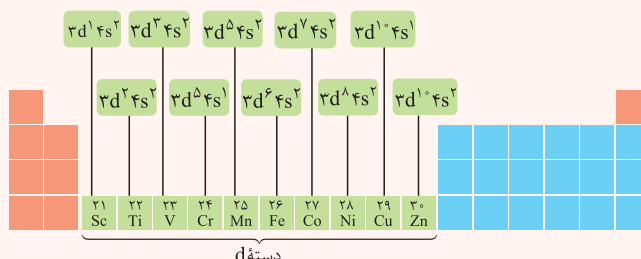
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

درس نامه ●● عنصرهای واسطه دوره چهارم و معروف‌ترین یون‌های پایدار آن‌ها

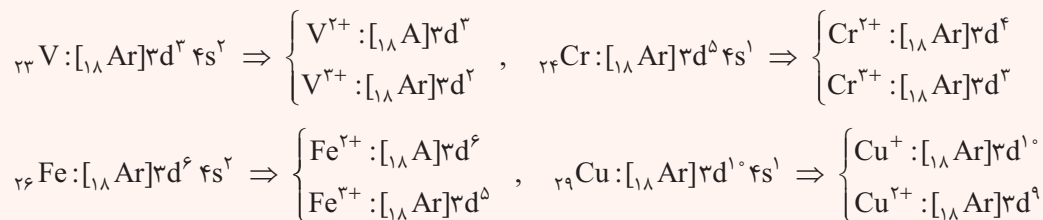
در دوره چهارم جدول تناوبی، ۱۰ عنصر واسطه با عددهای اتمی ۲۱ تا ۳۰ وجود دارد:



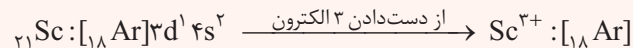
● برخی از فلزهای واسطه بیش از یک نوع کاتیون پایدار دارند. *اوتایی که شما باید بلد باشین! ایناست:*

فلز	مس	آهن	کروم	وانادیم
کاتیون و نام آن	(I) مس: Cu^+	(II) آهن: Fe^{2+}	(II) کروم: Cr^{2+}	(II) وانادیم: V^{2+}
	(II) مس: Cu^{2+}	(III) آهن: Fe^{3+}	(III) کروم: Cr^{3+}	(III) وانادیم: V^{3+}

● اغلب کاتیون‌های عنصرهای دسته d برخلاف کاتیون‌های دسته s، از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند و بدون رسیدن به آرایش الکترونی گاز نجیب، به پایداری می‌رسند. برای نوشتن آرایش الکترونی یون‌های عنصرهای واسطه، ابتدا الکترون از زیرلایه ns و سپس از زیرلایه $(n-1)d$ جدا می‌شود.



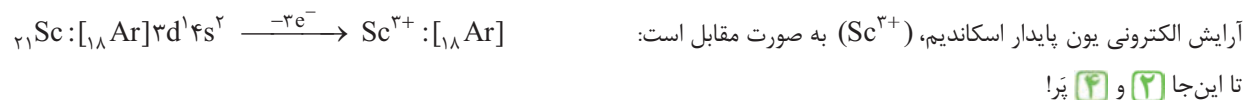
نکته برخی از عنصرهای واسطه مانند عنصرهای گروه ۳، می‌توانند با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل یون سه بار مثبت به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود برسند.



توجه اسکاندیم (${}_{21}\text{Sc}$) نخستین فلز واسطه در جدول دوره‌ای است و در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.

پاسخ تشریحی **روش اول:** بررسی همه عبارت‌ها:

الف) اسکاندیم (${}_{21}\text{Sc}$)، سبک‌ترین عنصر واسطه دوره چهارم جدول دوره‌ای است که در وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها وجود دارد.



ب) در بین عنصرهای واسطه دوره چهارم، تنها در آرایش الکترونی اتم عنصر کروم (${}_{24}\text{Cr}$)، دو زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد:



عنصر کروم دارای دو یون پایدار Cr^{2+} و Cr^{3+} است که مجموع بار آن‌ها برابر +۵ است.

روش دوم: در بین عنصرهای واسطه دوره چهارم، مجموع بار یون‌های پایدار، تنها برای یون‌های پایدار عنصر مس (Cu^+ , Cu^{2+}) برابر (+۳) است؛ از طرفی در آرایش الکترونی اتم عنصر مس، تنها یک زیرلایه نیمه‌پر وجود دارد:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



توجه البته نیازی به بررسی این عبارت نبود، زیرا جواب، یکی از 1 و 3 هست.

پ) 30 درصد از 10 عنصر واسطه دوره چهارم (یعنی 3 عنصر)، در آرایش الکترونی خود، زیرلایه تک الکترونی دارند. این عناصر، $_{24}\text{Cr}$ و $_{29}\text{Cu}$ هستند که آرایش الکترونی هر سه مورد را در بررسی عبارتهای قبل دیدید. (تا همین جا درستی 1 اثبات می شود).

ت) 75٪ یعنی $\frac{3}{4}$ یا $\frac{6}{8}$ که این نسبت تنها در اتم عنصر آهن با آرایش الکترونی مقابل دیده می شود: $_{26}\text{Fe}: [_{18}\text{Ar}] 3d^6 4s^2$
 عنصر آهن در گذر زمان و در شرایط مناسب، با اکسیژن هوا واکنش داده و اکسید می شود و جلای فلزی خود را از دست می دهد.

تست و پاسخ 76

اگر اختلاف شمار نوترون ها و پروتون ها در اتم ^{118}X برابر 18 باشد، کدام مطلب درباره عنصر X درست است؟

- اتم عنصر X در واکنش با سایر اتم ها، الکترون از دست داده و به آرایش الکترونی گاز نجیب می رسد.
- همانند نیمی از عناصر جامد دوره سوم جدول تناوبی، رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارد.
- همانند دومین عنصر جدول تناوبی که آرایش الکترونی آن از قاعده آفبا پیروی نمی کند، یک زیرلایه نیمه پر دارد.
- با فلز $_{37}\text{Rb}$ هم دوره بوده و همانند $_{22}\text{Ti}$ ، یک فلز اصلی به شمار می رود.

پاسخ: گزینه 2

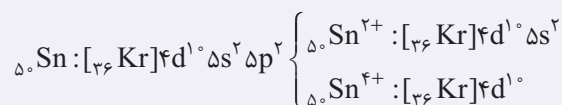
پاسخ تشریحی ابتدا عدد اتمی عنصر X را به دست می آوریم:

$$(Z) = \frac{(\text{اختلاف شمار پروتون ها و نوترون ها}) - \text{عدد جرمی (A)}}{2} \Rightarrow Z = \frac{118 - 18}{2} = 50$$

عدد اتمی 50 متعلق به عنصر قلع ($_{50}\text{Sn}$) از گروه چهاردهم جدول دوره ای است.
 بررسی گزینه ها:

1 قلع، یک عنصر فلزی است و همانند سایر فلزها در واکنش با سایر اتم ها، الکترون از دست می دهد، اما به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی رسد.

نکته قلع دارای دو یون پایدار Sn^{2+} و Sn^{4+} است:



2 دوره سوم جدول دوره ای شامل عنصرهای زیر است:

عنصرهای فلزی		شبه فلز		عنصرهای نافلزی			
11 Na سدیم 23/99	12 Mg منیزیم 24/31	13 Al آلمینیم 27/98	14 Si سیلیسیم 28/09	15 P فسفر 31/97	16 S گوگرد 32/07	17 Cl کلر 35/45	18 Ar آرگون 39/95

عنصرهایی که در دمای اتاق به حالت جامد هستند.

6 عنصر از 8 عنصر دوره سوم، در دمای اتاق به حالت جامد هستند که از میان آن ها، سه عنصر فلزی Na، Mg و Al (سه عنصر از 6 عنصر معادل 50٪ = $\frac{3}{6} \times 100$) رسانایی الکتریکی و گرمایی بالایی دارند.

3 عنصرهای کروم ($_{24}\text{Cr}$) و مس ($_{29}\text{Cu}$)، به ترتیب اولین و دومین عنصرهای جدول دوره ای هستند که از قاعده آفبا پیروی نمی کنند و در آرایش الکترونی اتم آن ها به ترتیب 2 و 1 زیرلایه نیمه پر وجود دارد، اما آرایش الکترونی عنصرهای گروه 14 به $ns^2 np^2$ ختم می شود و اصلاً زیرلایه نیمه پر ندارند.

4 عدد اتمی فلز قلع (50) و روبیدیم (87)، بین اعداد اتمی گازهای نجیب Kr $_{36}$ و Xe $_{54}$ قرار دارد؛ بنابراین هم دوره اند؛ از طرفی فلزهای دسته های s و p (مثل Sn)، فلزهای اصلی و فلزهای دسته d (مثل Ti) فلزهای واسطه به شمار می روند.



تست و پاسخ ۷۷

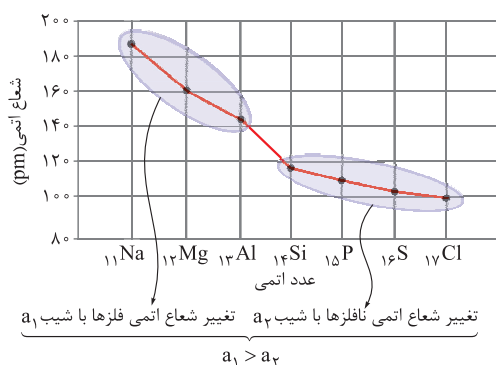
کدام مطلب دربارهٔ عناصر دورهٔ سوم جدول دوره‌ای، نادرست است؟

- ۱) با افزایش تعداد پروتون‌ها، نیروی جاذبه‌ای که به الکترون‌های این عناصر وارد می‌شود، افزایش می‌یابد.
- ۲) با افزایش عدد اتمی این عنصرها، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شدهٔ آن‌ها افزایش نمی‌یابد.
- ۳) شیب تغییر شعاع اتمی در بین فلزها از شیب تغییر شعاع اتمی در میان نافلزها، کم‌تر است.
- ۴) نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب یونی حاصل از واکنش فلزی با کم‌ترین شعاع اتمی و نافلزی با بیشترین شعاع اتمی، برابر یک است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

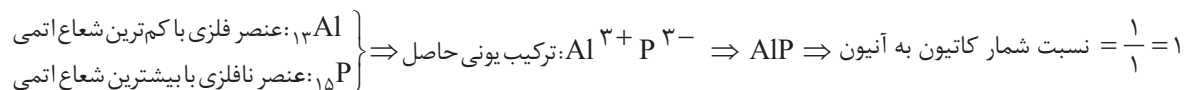
پاسخ تشریحی

نمودار مقابل روند تغییر شعاع اتمی عنصرهای دورهٔ سوم با افزایش عدد اتمی را نشان می‌دهد:
شیب تغییر شعاع عنصرهای فلزی، بیشتر از شیب تغییر شعاع عنصرهای نافلزی است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در عنصرهای یک دوره از چپ به راست، هم‌زمان با ثابت بودن شمار لایه‌های الکترونی، شمار پروتون‌های هستهٔ اتم در حال افزایش است که این موضوع، سبب جذب قوی‌تر الکترون‌های ظرفیتی اتم و کاهش شعاع اتمی می‌شود.
- ۲) همهٔ عنصرهای دورهٔ سوم، دارای ۳ لایهٔ الکترونی اشغال شده هستند.
- ۳) همهٔ عنصرهای دورهٔ سوم، دارای ۳ لایهٔ الکترونی اشغال شده هستند.



تست و پاسخ ۷۸

چند مورد از عبارتهای داده‌شده، از نظر درستی یا نادرستی، همانند عبارت زیر است؟

«در جدول دوره‌ای عنصرها، در مجموع ۱۴ عنصر دستهٔ S وجود دارد که در سه گروه مختلف جدول جای گرفته‌اند.»

- با تعیین موقعیت یک عنصر در جدول دوره‌ای، می‌توان خواص و رفتار آن را پیش‌بینی کرد.
- در هر یک از گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای، عنصرهای بالاتر، شعاع اتمی کم‌تر و خاصیت نافلزی بیشتری دارند.
- خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه بوده در حالی که رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزها است.
- در هر دورهٔ جدول تناوبی، عناصر سمت چپ یک فلز، به یقین فلز و عناصر سمت راست یک نافلز، به یقین نافلز هستند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی

همهٔ عبارتهای، همانند عبارت ارائه‌شده درست هستند.

در هر دورهٔ جدول دوره‌ای، دو عنصر از دستهٔ S وجود دارد ($7 \times 2 = 14$) که در سه گروه ۱ (هیدروژن و فلزهای قلیایی)، گروه ۲ (فلزهای قلیایی خاکی) و ۱۸ (هلیوم) جای گرفته‌اند؛ بنابراین عبارت ارائه‌شده درست است.

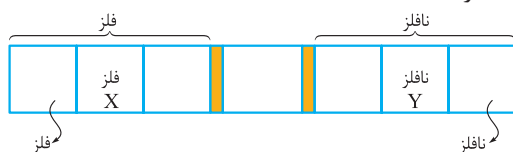
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: خواص و رفتار عنصرها، متأثر از عدد اتمی آن‌هاست. از آنجایی که ویژگی‌های عنصرها در جدول دوره‌ای به صورت تناوبی در حال تکرار است، پس با دانستن موقعیت عنصر در جدول دوره‌ای، می‌توان خواص و رفتار آن را پیش‌بینی کرد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت دوم: در هر یک از گروه‌های ۱۵، ۱۶ و ۱۷ جدول دوره‌ای، از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش و خصلت نافلزی عنصرها کاهش می‌یابد. عبارت سوم: خواص فیزیکی شبه‌فلزها بیشتر به فلزها شبیه است و رفتار شیمیایی آن‌ها همانند نافلزهاست. عبارت چهارم: با توجه به این‌که در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش و خصلت نافلزی افزایش می‌یابد، می‌توان گفت که همه عنصرهای سمت چپ فلز X، حتماً فلز و همه عنصرهای سمت راست نافلز Y، حتماً نافلز هستند.



- نکته** در یک دوره از جدول دوره‌ای که شامل هر سه نوع عنصر فلز، نافلز و شبه‌فلز می‌باشد، می‌توان گفت:
- سمت راست هر عنصر نافلزی، یک نافلز قرار دارد، اما راجع به سمت چپ آن نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.
 - سمت چپ هر عنصر فلزی، یک فلز قرار دارد، اما راجع به سمت راست آن نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.

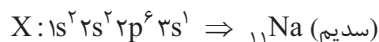
تست و پاسخ ۷۹

کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود که واکنش‌پذیرترین نافلز در هر دوره جدول تناوبی به شمار می‌روند.
- (۲) جلای نقره‌ای فلز قلیایی دوره سوم جدول تناوبی، در مجاورت هوا به سرعت از بین می‌رود و سطح آن کدر می‌شود.
- (۳) رنگ سرخ یاقوت و رنگ سبز زمرد به دلیل وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه است.
- (۴) از واکنش میان پنجمین عنصر دسته S جدول تناوبی با سنگین‌ترین هالوژن گازی، نوری بنفش‌رنگ تولید می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی پنجمین عنصر دسته S، یعنی عنصری که در زیرلایه‌های S خود دارای ۵ الکترون است:



در بین هالوژن‌ها، دو عنصر اول یعنی فلوئور و کلر، گازی هستند؛ پس سنگین‌ترین هالوژن گازی همان کلر است. از واکنش میان سدیم و کلر، نوری به رنگ زرد ایجاد می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست خصلت نافلزی افزایش می‌یابد. هالوژن‌ها که در تولید لامپ چراغ‌های جلوی خودروها کاربرد دارند، در گروه ۱۷ جای دارند و واکنش‌پذیرترین نافلزهای هر دوره به شمار می‌روند.
- (۲) فلز سدیم، فلز قلیایی دوره سوم جدول تناوبی است. این فلز، بر اثر اکسیدشدن بوسیله اکسیژن موجود در هوا، جلای نقره‌ای خود را از دست داده و به سرعت کدر می‌شود.
- (۳) وجود رنگ‌های زیبا در یاقوت و زمرد، نشان از وجود برخی ترکیب‌های فلزهای واسطه در آن‌هاست.

تست و پاسخ ۸۰

- اگر آرایش الکترونی یون‌های A^{2+} ، B^{3+} و X^{2-} به ترتیب به زیرلایه‌های $3d^3$ ، $3d^2$ و $3p^6$ ختم شود، کدام گزینه درست است؟
- (۱) از میان عناصر A، B و X، خواص شیمیایی دو عنصر A و X به هم نزدیک‌تر است و اختلاف عدد اتمی دو عنصر A و B برابر ۸ است.
 - (۲) عنصر X نافلزی از دوره سوم جدول تناوبی بوده و برای رسیدن به آرایش گاز نجیب، تنها می‌تواند آنیون دو بار منفی تشکیل دهد.
 - (۳) عدد اتمی عنصر A برابر ۲۲ است و در آرایش الکترونی اتم آن، ۲ الکترون با $I=2$ وجود دارد.
 - (۴) مجموع $n+1$ برای الکترون‌های ظرفیت اتم عنصر B، برابر ۲۶ است.

پاسخ: گزینه ۳

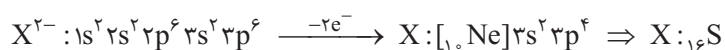
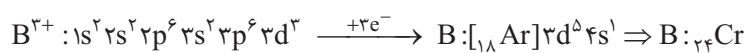
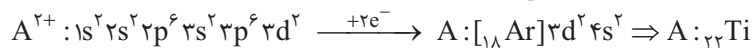


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی

ابتدا آرایش الکترونی اتم عنصرهای A، B و X را به دست می آوریم:



با توجه به آرایش‌های الکترونی، عدد اتمی A (22 Ti)، برابر 22 بوده و در آرایش الکترونی اتم عنصر آن، دو الکترون با $l=2$ ($3d^2$) وجود دارد. بررسی سایر گزینه‌ها:

1) عنصرهای Ti و Cr هر دو فلز و S عنصری نافلزی است. خواص شیمیایی عنصرهای فلزی (A و B)، نسبت به عنصر نافلزی (X)، بیشتر به هم شباهت دارد و همچنین عددهای اتمی Ti و Cr، دو واحد با یکدیگر اختلاف دارد.

2) گوگرد نافلزی از دوره سوم جدول تناوبی است. این نافلز علاوه بر تشکیل آنیون دو بار منفی، می‌تواند با برخی اتم‌های دیگر الکترون به اشتراک گذاشته و به آرایش گاز نجیب برسد.

3) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی برای الکترون‌های ظرفیتی اتم Cr برابر 29 است:

$${}_{24}Cr : [18Ar] 3d^5 4s^1 \Rightarrow (n+l) = \underbrace{5(3+2)}_{3d} + \underbrace{1(4+0)}_{4s} = 25 + 4 = 29$$