



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۷/۲۸

آزمون
چهارم
حضور

دفترچه شماره ۱

خیلی‌سبز
آزمون
تجربین | راهبر | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل اول: ماتریس و کاربردها (تا ابتدای وارون ماتریس و دترمینان) صفحه ۹ تا ۲۱ هندسه دهم هندسه (۱): فصل اول: ترسیم‌های هندسی و استدلال صفحه ۹ تا ۲۸	ریاضیات گسسته فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد (تا ابتدای بخش پذیر در اعداد صحیح) صفحه ۱ تا ۸ آمار و احتمال فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات (تا ابتدای مجموعه - زیرمجموعه) صفحه ۱ تا ۱۸	حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل اول: تابع (درس ۱) صفحه ۱ تا ۱۲ حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل اول: جبر و معادله (درس ۴) + فصل دوم: تابع صفحه ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰ ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل پنجم: تابع صفحه ۹۴ تا ۱۱۷

آزمون آزمایشی خیلی‌سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

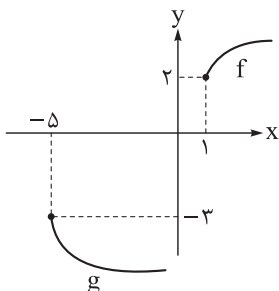
Azmoon.kheilisabz.com

حسابان دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۲

۱- اگر نمودار تابع f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم، سپس ۳ واحد به سمت راست انتقال دهیم و طول نقاط را دو برابر کنیم، به کدام گزینه می‌رسیم؟

$$(۱) \quad y = -f(-2x - 3) \quad (۲) \quad y = -f\left(6 - \frac{x}{2}\right) \quad (۳) \quad y = -f(3 - 2x) \quad (۴) \quad y = -f\left(3 - \frac{x}{2}\right)$$

۲- توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ فقط به کمک قرینه‌یابی و انتقال به هم تبدیل شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟



$$(۱) \quad g(x) + f(x + 6) = -1$$

$$(۲) \quad g(x - 6) + 2 = f(x)$$

$$(۳) \quad g(-x) + 5 = f(x)$$

$$(۴) \quad f(x - 6) - g(x) = 5$$

۳- نمودار $f(x) = |x - 2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه کرده و آن را ۱۰ واحد در راستای قائم در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. مساحت بین شکل به‌دست‌آمده و نمودار f چه عددی است؟

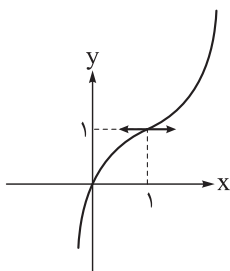
$$(۴) \quad 52$$

$$(۳) \quad 36$$

$$(۲) \quad 48$$

$$(۱) \quad 42$$

۴- در شکل زیر، نمودار $f(x) = (x - a)(x^2 + bx + c)$ به کمک انتقال نمودار $y = x^3$ به دست آمده است. حاصل $a - bc$ کدام است؟



$$(۱) \quad 3$$

$$(۲) \quad -3$$

$$(۳) \quad 9$$

$$(۴) \quad -9$$

۵- با فرض آن که $D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-4, 2]$ ، اگر دامنه و برد تابع $g(x) = a - f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ فقط یک عضو مشترک داشته باشند، مقدار a کدام است؟

$$(۴) \quad \text{صفر}$$

$$(۳) \quad \pm 2$$

$$(۲) \quad \pm 4$$

$$(۱) \quad \pm 6$$

۶- f تابعی وارون‌پذیر است و $A(2, 3)$ روی نمودار f قرار دارد. A' روی نمودار $y = 2 - 3f^{-1}(2x)$ متناظر با نقطه A است. به همین ترتیب A'' نیز نقطه متناظر با A است که روی وارون تابع $y = 2 - 3f(2x)$ قرار گرفته است؛ فاصله A' تا A'' چه قدر است؟

$$(۴) \quad \text{صفر}$$

$$(۳) \quad \frac{\sqrt{389}}{2}$$

$$(۲) \quad \frac{17}{2}$$

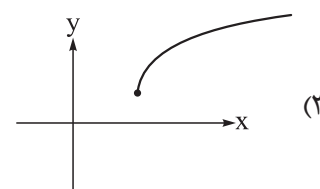
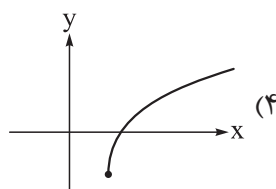
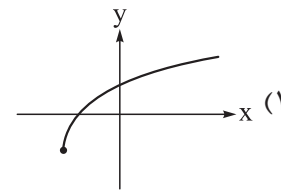
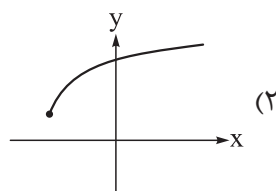
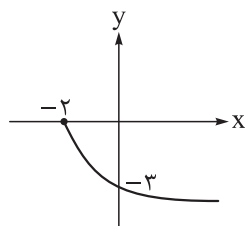
$$(۱) \quad \frac{\sqrt{395}}{2}$$

محل انجام محاسبات

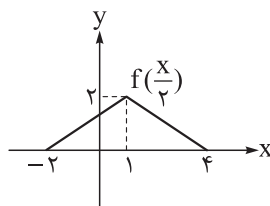


۷- نمودار تابع $f(x) = -\sqrt{ax+b}$ به صورت شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 2a - f(x-b)$

به کدام صورت است؟



۸- نمودار $y = f(\frac{x}{p})$ به صورت شکل زیر است. مساحتی که نمودار تابع $g(x) = 2f(\frac{2x}{p})$ با محور x ها می سازد، چه عددی است؟



۲۴ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۹- نمودار تابع $f(x) = 2 - \sqrt{4-x}$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس نسبت به مبدأ مختصات آن را قرینه می کنیم. نمودار به دست آمده خط $y = 5$ را با کدام طول قطع می کند؟

-۲ (۴)

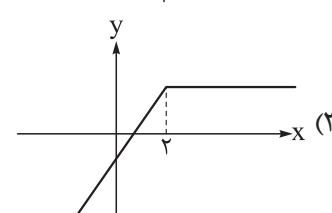
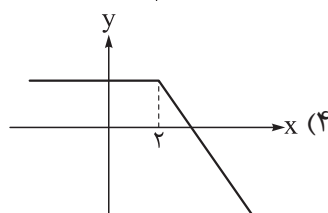
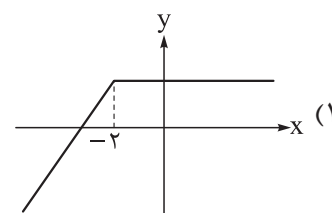
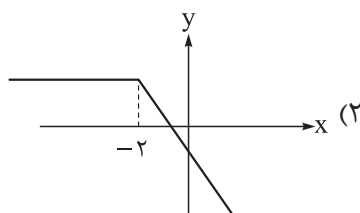
۳ (۳)

۱ (۲)

-۵ (۱)

حسابان و ریاضی پایه: حسابان (۱): صفحه های ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه های ۹۴ تا ۱۱۷

۱۰- نمودار $y = f(x)$ به کدام صورت باشد تا $g(x) = -f(2-|x|)$ با دامنه $\mathbb{R}$ تابعی ثابت باشد؟



محل انجام محاسبات



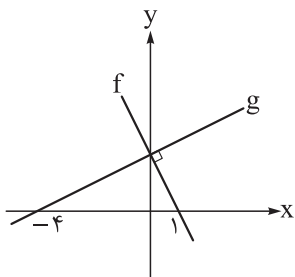
۱۱- تابع $f = \{(-1, 5), (2, 5), (5, -1), (1, 2)\}$ مفروض است. به ازای چند مقدار a رابطه $f(a) = f(4 - f(a))$ برقرار است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲- دامنه تابع $y = \sqrt{(x-m)^2(-x^2-x+6)}$ شامل هفت عدد صحیح متوالی است. حاصل جمع جواب‌های ممکن برای m کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳- نمودار توابع f و g به صورت زیر است. اگر تابع $y = k + (f + g)(x)$ همانی باشد، k کدام است؟

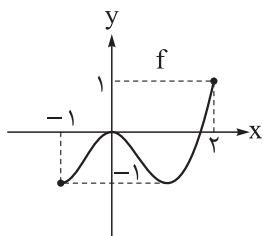


- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۴- دامنه تابع $f(x) = [x] - [2x]$ برابر مجموعه جواب نامعادله $|2x - 3| < 2$ است. مجموع اعضای برد تابع f کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۵- نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر $g(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ باشد، دامنه تابع $\log^{-1} f$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶- اگر $f(x) = g(4x - 2)$ باشد و توابع f و g یک‌به‌یک باشند، خط $y = \frac{x+2}{3}$ نمودار تابع $y = (f^{-1} \circ g)(x)$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ ($D_f = D_g = \mathbb{R}$)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۷- نمودار تابع $y = 3x - a|x - 2|$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند. حدود a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۱ تا ۸، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۸

۱۸- اگر $10 < n < 28$ ، به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $(1 + 2 + \dots + n)^2$ بر ۴ بخش پذیر است؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۹- نقیض گزارهٔ سوری زیر و ارزش نقیض آن به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

«سه عدد صحیح a, b, c وجود دارند که به ازای آن‌ها حاصل $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2)$ عددی فرد باشد.»

(۱) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z})$ ، درست.

(۲) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z})$ ، نادرست.

(۳) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z})$ ، درست.

(۴) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z})$ ، نادرست.

۲۰- در اثبات با در نظر گرفتن همهٔ حالت‌ها، درستی چند گزاره از گزاره‌های زیر را می‌توان اثبات کرد؟

الف) برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.

ب) باقی‌ماندهٔ مربع یک عدد طبیعی در تقسیم بر عدد ۳، دو حالت مختلف دارد.

پ) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ ، آن‌گاه $a = 0$ یا $b = 0$.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۱- در اثبات نامساوی $(a^2 + 1)(b^2 + 4) \geq 8ab$; $(a, b \in \mathbb{R})$ به روش بازگشتی به کدام گزارهٔ همواره درست می‌رسیم؟

(۱) $(ab - 1)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0$

(۲) $(ab - 1)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0$

۲۲- ارزش چند گزاره از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $\forall n \in \mathbb{N}; (n^{2n} + 1) \in \mathbb{P}$

ب) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 3 > 3x$

پ) $\exists x \in \mathbb{R} - \{0\}; |x + \frac{1}{x}| < 2$

ت) $\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{7x-2}{x} = 6x$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۳- کدام گزاره را می‌توان با ارائهٔ مثال نقض رد کرد؟

(۱) حاصل ضرب یک عدد گویای غیرصفر و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۲) اگر مجموع دو عدد گنگ، گویای غیرصفر باشد، مجموع دو برابر عدد اول با سه برابر عدد دوم، عددی گنگ است.

(۳) حاصل ضرب جذر دو عدد برابر است با جذر حاصل ضرب آن دو.

(۴) هیچ عدد طبیعی فردی وجود ندارد که مربع و مکعب آن فرد نباشد.

محل انجام محاسبات



۲۴- اگر ارزش نقیض گزاره $[p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)] \wedge [\sim p \wedge r] \vee \sim q$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره‌ها درست است؟

$$p \vee q, r \wedge p \quad (۱)$$

$$q \Rightarrow p, r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)] \quad (۲)$$

$$(p \vee q) \wedge r, (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \quad (۳)$$

$$[p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r, \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r \quad (۴)$$

۲۵- ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ با ارزش کدام گزاره یکسان نیست؟

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \quad (۲) \quad \sim p \Leftrightarrow \sim q \quad (۱)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \quad (۴) \quad (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p) \quad (۳)$$

۲۶- گزاره‌نمای $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{R}; P(x, y)$ با کدام گزاره‌نمای $P(x, y)$ درست نیست؟

$$xy + x^2y^2 = 2 \quad (۲) \quad x^2y - 3xy + x^2 + 1 = 0 \quad (۱)$$

$$x^{-1} + y^{-1} = x^{-2} + y^{-2} \quad (۴) \quad (x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 = 0 \quad (۳)$$

۲۷- مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز

p	q	r	x
T	T	T	F
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	F
F	F	F	F

منطقی گزاره x باشد؟

$$[(q \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow \sim p)] \wedge [p \Rightarrow (q \vee (\sim p \wedge r))] \quad (۱)$$

$$[(q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r] \Rightarrow [\sim r \vee (p \wedge \sim q)] \quad (۲)$$

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \vee [r \Rightarrow [(p \vee \sim q) \wedge r]] \quad (۳)$$

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge \sim (q \vee \sim r)) \vee (\sim p \wedge q)] \quad (۴)$$

۲۸- کدام گزینه نادرست است؟

$$(۱) \text{ در اثبات نامساوی } \frac{x^2 + x + 1}{3x} \geq 1 \text{ از طریق گزاره‌های هم‌ارز، به رابطه همواره درست } (x-1)^2 \geq 0 \text{ می‌رسیم.}$$

$$(۲) \text{ حکم کلی «برای هر عدد طبیعی } n, \text{ حداقل یکی از دو عدد } 2^n - 1 \text{ یا } 2^n + 1, \text{ عددی اول است» دارای مثال نقض است.}$$

$$(۳) \text{ اگر } a \text{ و } b \text{ اعداد گویای غیرصفر و } c \text{ عددی گنگ باشد، عدد } a^2 - bc \text{ حتماً گنگ است.}$$

$$(۴) (p \vee q) \Rightarrow r \equiv \sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$$

محل انجام محاسبات

هندسه دوازدهم: صفحه‌های ۹ تا ۲۱، هندسه دهم: صفحه‌های ۹ تا ۲۸

۲۹- به ازای کدام مقدار a ، برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ رابطه $A^2 = 7I$ برقرار است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۳۰- چند ماتریس به صورت $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{bmatrix}$ وجود دارد، به طوری که ماتریس A^2 برابر با $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) صفر

۳۱- اگر $A \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^6 + A^4 + A^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۵۶

۳۳- اگر $A = \begin{bmatrix} y & z & y \\ 2 & 0 & 4z \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} y & -1 & x \\ 0 & 0 & -x \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ و AB ماتریسی اسکالر باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱

(۳) صفر (۴) AB نمی‌تواند اسکالر باشد.

۳۴- اگر A و B دو ماتریس باشند، به طوری که $A - B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + 2I$ و $AB + BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + I$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^2 + B^2$ کدام است؟

- (۱) ۳۴ (۲) ۳۰ (۳) ۱۷ (۴) ۱۵

۳۵- اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} 2i - j; & i \leq j \\ 0; & i > j \end{cases}$ باشد، آن گاه مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس A^3 ،

برابر با کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۵ (۳) -۷ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۳۶- در مثلث ABC ، اگر طول ضلع BC برابر با ۱۰ و طول میانه وارد بر آن $۳/۵$ باشد، چند نقطه برای رأس A یافت می شود، به طوری که مساحت این مثلث ۱۷ باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۳۷- در مثلث ABC نیمساز زاویه های B و C در نقطه I متقاطع اند. اگر مجموع فواصل نقطه I از ضلع های مثلث ۹ واحد و $BC = ۳$ باشد، مساحت مثلث BIC کدام است؟

- (۱) $۳/۷۵$ (۲) ۴ (۳) $۴/۲۵$ (۴) $۴/۵$

۳۸- در مثلث ABC که $AB = ۸$ ، عمود منصف ضلع BC ، ضلع AC را در نقطه M قطع می کند، به طوری که $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}$. محیط مثلث ABM کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

۳۹- در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویه داخلی B و C ، همدیگر را در O قطع می کنند. اگر $BO > CO$ و $\hat{B}OC = ۱۳۶^\circ$ ، آن گاه کدام مقایسه بین طول اضلاع مثلث درست است؟

- (۱) $BC > AB > AC$ (۲) $BC > AC > AB$
(۳) $AB > AC > BC$ (۴) $AC > AB > BC$

۴۰- در مثلث ABC که $BC = ۶$ ، عمود منصف های دو ضلع AB و AC در نقطه M متقاطع اند. اگر $AM = \sqrt{۱۰}$ ، آن گاه فاصله M از ضلع BC کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\sqrt{۲}$ (۳) ۱ (۴) $\sqrt{۵}$



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۷/۲۸

آزمون
چهارم
حضور

دترچه شماره ۲

خیلی‌سبز
آزمون
تجربین | ریاضی | انسانی

سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل اول: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا ابتدای رسانایی الکتریکی محلول‌ها و قدرت اسیدی) صفحه ۱ تا ۱۶ شیمی دهم شیمی (۱): فصل اول: کیهان زادگاه الفبای هستی صفحه ۱ تا ۴۴	فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل اول: حرکت بر خط راست (تا پایان حرکت با سرعت ثابت) صفحه ۱ تا ۱۵ فیزیک دهم فیزیک (۱): فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری + فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد (تا ابتدای فشار در شارها) صفحه ۱ تا ۳۲

آزمون آزمایشی خیلی‌سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون. تعداد. شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

Azmoon.kheilisabz.com



فیزیک دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۵

۴۱- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 6t - 24$ است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در 10 s اول حرکت درست است؟

(۱) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند.

(۲) سرعت متحرک به مدت 4 s در خلاف جهت محور x است.

(۳) بردار مکان و سرعت متحرک، 4 s در خلاف جهت یکدیگرند.

(۴) بردار مکان متحرک پیوسته در جهت محور x است.

۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه سوم حرکت بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

(۱) $44\vec{i}$ (۲) $46\vec{i}$

(۳) $56\vec{i}$ (۴) $54\vec{i}$

۴۳- متحرکی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت است و در لحظه‌های $t_1 = 2\text{ s}$ و $t_2 = 5\text{ s}$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -11\text{ m}$ و $x_2 = 7\text{ m}$ عبور می‌کند. بردار مکان متحرک در مبدأ زمان، بر حسب متر کدام است؟

(۱) $21\vec{i}$ (۲) $-21\vec{i}$

(۳) $23\vec{i}$ (۴) $-23\vec{i}$

۴۴- یک شناگر طول استخری را با تندی ثابت 4 km/h رفته و با تندی ثابت $3/6\text{ km/h}$ برمی‌گردد. تندی متوسط شناگر در طی رفت و برگشت، چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $4/5$ (۲) $4/32$

(۳) $1/25$ (۴) $1/2$

۴۵- طول عقربه دقیقه‌شمار ساعتی 27 cm است. در بازه زمانی $4:10'$ تا $4:55'$ ، به ترتیب اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط نوک عقربه دقیقه‌شمار، چند میلی‌متر بر ثانیه است؟

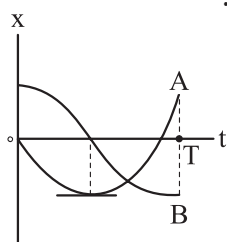
(۱) $\frac{3\pi}{20}, \frac{\sqrt{2}}{10}$ (۲) $\frac{3\pi}{20}, \frac{\sqrt{2}}{20}$

(۳) $\frac{3\pi}{10}, \frac{\sqrt{2}}{10}$ (۴) $\frac{3\pi}{10}, \frac{\sqrt{2}}{20}$

محل انجام محاسبات



۴۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، در بازه زمانی صفر تا T به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این دو متحرک درست است؟



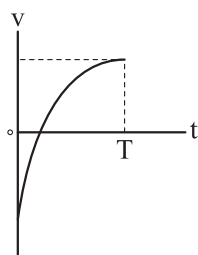
الف) در لحظه ای که متحرک A تغییر جهت داده، جهت بردار مکان متحرک B هم تغییر کرده است.

ب) در بازه ای که بردارهای سرعت و مکان متحرک A در خلاف جهت یکدیگرند، بردارهای سرعت و مکان متحرک B هم جهت اند.

پ) در بازه ای که بردار مکان دو متحرک هم جهت اند، دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می کنند.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) الف، ب و پ

۴۷- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا T کدام یک از موارد زیر درست است؟



الف) تندی متحرک به طور پیوسته افزایش می یابد.

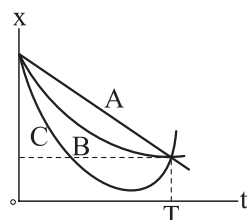
ب) تندی متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابد.

پ) اندازه شتاب متحرک پیوسته کاهش می یابد.

ت) اندازه شتاب متحرک پیوسته افزایش می یابد.

(۱) الف و پ (۲) الف و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

۴۸- نمودار مکان - زمان سه متحرک A، B و C که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل زیر است. کدام مورد درباره مقایسه تندی متوسط (s) سه متحرک در بازه زمانی صفر تا T درست است؟

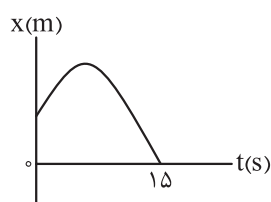


$$s_C > s_B > s_A \quad (۲)$$

$$s_A > s_B > s_C \quad (۱)$$

$$s_A = s_B > s_C \quad (۴)$$

$$s_C > s_B = s_A \quad (۳)$$



۴۹- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل مقابل

است. اگر در بازه زمانی صفر تا $t = 15$ s، تندی متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط

آن 4 m/s بیشتر باشد، اندازه جابه جایی آن از مبدأ زمان تا لحظه ای که جهت حرکتش

عوض می شود، چند متر است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

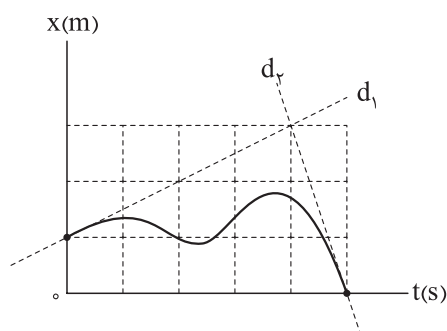
محل انجام محاسبات



۵۰- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = t^2 - 2t - 8$ است. در بازه ای که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است، سرعت متوسط آن بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

$$2 / 5 \vec{i} \quad (1) \quad -2 / 5 \vec{i} \quad (2)$$

$$2 \vec{i} \quad (3) \quad -2 \vec{i} \quad (4)$$



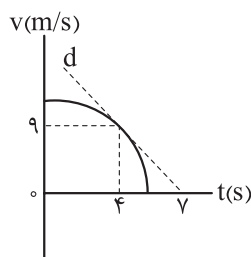
۵۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. تندی متحرک در مبدأ مکان، چند برابر تندی آن در مبدأ زمان است؟ (دو خط d_1 و d_2 در نقاط مشخص شده، بر نمودار مماس هستند.)

$$6 \quad (1) \quad \frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3) \quad \frac{2}{3} \quad (4)$$

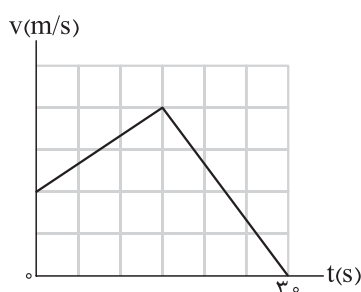
۵۲- شتاب متوسط متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در ۴ ثانیه اول، برابر $4 \text{ m/s}^2 \vec{i}$ و در ۶ ثانیه اول، برابر $3 \text{ m/s}^2 \vec{i}$ است. شتاب متوسط متحرک در دو ثانیه سوم، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

$$1 \vec{i} \quad (1) \quad -1 \vec{i} \quad (2) \quad 17 \vec{i} \quad (3) \quad -17 \vec{i} \quad (4)$$



۵۳- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه شتاب متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، دو برابر اندازه شتاب متوسط آن در ۴ ثانیه اول باشد، سرعت متحرک در مبدأ زمان چند متر بر ثانیه است؟ (خط چین d در لحظه $t = 4 \text{ s}$ بر نمودار مماس است.)

$$12 \quad (1) \quad 13 / 5 \quad (2) \quad 15 \quad (3) \quad 18 \quad (4)$$



۵۴- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در 3 s اول برابر 1 m/s^2 باشد، اندازه شتاب متحرک در لحظه $t = 2 \text{ s}$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

$$2 / 4 \quad (1) \quad 2 / 4 \quad (2)$$

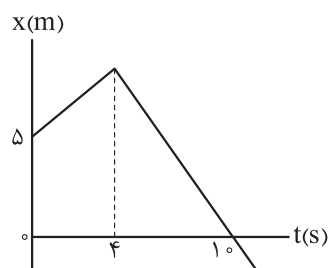
$$1 / 6 \quad (3) \quad 1 / 8 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۵۵- در یک لحظه معین، خودرویی با تندی 72 km/h به سمت شمال در حال حرکت است. اگر 50° ثانیه بعد خودرو با تندی 54 km/h به سمت شرق در حال حرکت باشد، اندازه شتاب متوسط خودرو در این مدت، چند متر بر مربع ثانیه است؟ (خودرو بر روی سطح افقی حرکت می کند.)

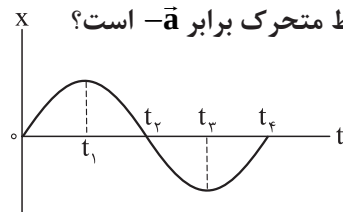
۱/۸ (۱) ۰/۳۶ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۱ (۴)



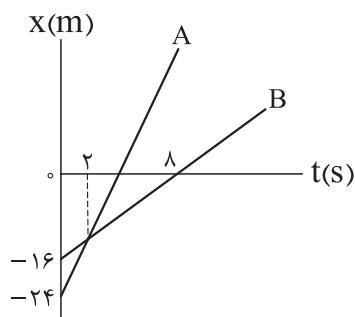
۵۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در 10 s اول برابر 25 m/s^2 باشد، حداکثر فاصله متحرک از مبدأ چند متر است؟

۸ (۱) ۹ (۲) ۴۵ (۴) ۱۵ (۳)

۵۷- نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل یک تابع سینوسی است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 برابر $\bar{a}$ باشد، در کدام بازه زمانی شتاب متوسط متحرک برابر $-\bar{a}$ است؟



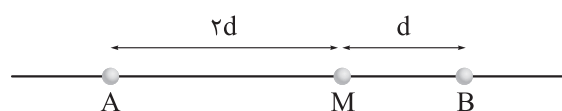
صفر تا t_1 (۱) t_1 تا t_2 (۲) t_2 تا t_3 (۳) t_3 تا t_4 (۴)



۵۸- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل مقابل است. در بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر است، فاصله بین آنها چند متر تغییر می کند؟

۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۴) ۲۴ (۳)

۵۹- در شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) که با سرعت ثابت به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. در یک لحظه، به ترتیب در نقاط A و B قرار دارند و در نقطه M از کنار یکدیگر عبور می کنند. در ادامه حرکت، اگر متحرک (۱) در مدت 24 s از نقطه M به نقطه B برسد، چند ثانیه طول می کشد تا متحرک (۲) از نقطه M به نقطه A برسد؟



۶ (۱) ۱۲ (۲) ۴۸ (۳) ۹۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۰- فاصله دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می کنند، در مبدأ زمان برابر 300 m است. اگر در طی حرکت، فاصله دو متحرک از یکدیگر، به مدت 6 s کم تر از 20 m باشد، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه، دو متحرک به هم می رسند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

فیزیک دهم: صفحه های ۱ تا ۳۲

۶۱- در کدام مورد، تمام یکاها جزء یکاهای اصلی هستند؟

- (۱) ثانیه، کندلا، ولت (۲) متر، ژول، مول
(۳) نیوتون، ژول، کولن (۴) آمپر، کلوین، کیلوگرم

۶۲- در شکل زیر، دو دماسنج رقمی A و B، دمای دو محیط متفاوت را بر حسب درجه سلسیوس نشان می دهند. کدام موارد زیر درست است؟

A	B
24.41	26.3

(الف) دقت اندازه گیری دماسنج B، 1°C است.

(ب) دقت اندازه گیری دماسنج A، 1°C است.

(پ) دماسنج A از دماسنج B دقیق تر است.

- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) الف، ب و پ

۶۳- یک کشتی با تندی ثابت ۱۵ گره دریایی حرکت می کند. مسافت طی شده توسط این کشتی در مدت ۸ ساعت، چند مایل دریایی است؟ (هر گره دریایی برابر 1.85 km و هر مایل دریایی 1.85 km است.)

- (۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۸۰

۶۴- ۷۵ درصد از حجم یک ظرف استوانه ای، توسط مایعی با چگالی ρ_1 پر شده است. اگر یک جسم فلزی توپر به چگالی $\rho_2 = 6\rho_1$ درون این ظرف بیندازیم، ۲۰ درصد از حجم استوانه خالی می ماند. جرم جسم فلزی، چند برابر جرم مایع است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{40}$ (۴) $\frac{40}{9}$

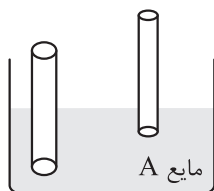
۶۵- با ذوب و مخلوط کردن 200 g از فلزی به چگالی 4 g/cm^3 و 250 g از فلز دیگری به چگالی $6/25 \text{ g/cm}^3$ آلیاژی تهیه می کنیم. 200 g از این آلیاژ را برداشته و با آن مکعبی به ضلع 4 cm می سازیم. حجم حفره خالی درون این مکعب چند سانتی متر مکعب است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۴۰ (۴) ۴۴

محل انجام محاسبات

۶۶- اگر مقداری مایع A را روی سطح افقی شیشه‌ای بریزیم، مایع A شیشه را تر می‌کند. مطابق شکل، دو لوله شیشه‌ای باریک با قطر متفاوت را به طور عمود وارد ظرف حاوی مایع A می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) نیروی هم‌چسبی مایع A بیشتر از نیروی دگرچسبی مایع A و شیشه است.



(ب) سطح مایع در هر دو لوله بالاتر از سطح مایع درون ظرف می‌ایستد.

(پ) سطح مایع در هر دو لوله به صورت برآمده است.

(ت) سطح مایع در لوله باریک‌تر بالاتر می‌ایستد.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) پ و ت (۴) ب و ت

۶۷- برای مدل‌سازی فیزیکی یک توپ بسکتبال، از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سبد، چه تعداد از عوامل زیر قابل چشم‌پوشی است؟

(الف) اندازه و شکل توپ

(ب) اثر مقاومت هوا و وزش باد

(پ) چرخش توپ به دور خود

(ت) تغییر وزن توپ با تغییر ارتفاع آن

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۸- شکل‌های الف و ب خروج قطره‌های نوعی روغن با دماهای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان مشابه نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن و دما در کدام شکل بیشتر است؟



(۱) الف و الف

(۲) الف و ب

(۳) ب و ب

(۴) ب و الف

۶۹- چگالی ماده‌ای $12 \frac{\text{pg}}{\mu\text{m}^3}$ است. چگالی این ماده در SI به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟

(۱) 1200 (۲) 12×10^3 (۳) 12000 (۴) 12×10^4

۷۰- یک سال نوری برابر چند یکای نجومی است؟ (میانگین فاصله زمین تا خورشید را $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ ، تندی نور را در خلأ $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و یک سال را برابر $3 \times 10^7 \text{ s}$ در نظر بگیرید.)

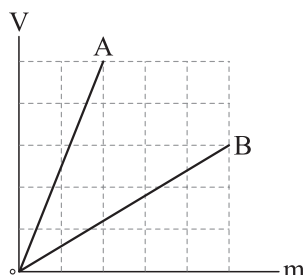
(۱) $6/4 \times 10^4$ (۲) $6/4 \times 10^3$ (۳) $1/6 \times 10^4$ (۴) $1/6 \times 10^3$

محل انجام محاسبات



۷۱- آب با آهنگ $\frac{L}{min}$ وارد یک مخزن استوانه‌ای قائم به قطر مقطع ۶۰ cm می‌شود. آهنگ تغییر ارتفاع آب درون استوانه چند میلی‌متر بر ثانیه است؟ ($\pi = ۳$)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{80}$ (۴) $\frac{1}{8}$



۷۲- نمودار حجم بر حسب جرم دو مایع A و B به شکل مقابل است. اگر جرم ۲۰۰ cm^3

از مایع A برابر ۳۰۰ g باشد، جرم L از مایع B چند کیلوگرم است؟

- (۱) ۵ (۲) ۵/۰ (۳) ۲/۸۸ (۴) ۲۸۸/۰

۷۳- در ظرفی استوانه‌ای به سطح مقطع ۵۰ cm^2 ، جرم یکسانی از دو مایع مخلوط‌نشده به چگالی‌های $۱/۲ \text{ g/cm}^3$ و $۰/۸ \text{ g/cm}^3$ ریخته شده است. اگر مجموع ارتفاع دو مایع ۶۰ cm باشد، ارتفاع مایع زیرین چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۰

۷۴- در یک ظرف، حجم یکسانی آب و یخ وجود دارد. اگر با ذوب شدن کامل یخ، حجم مجموعه ۱۰ cm^3 تغییر کند، جرم مجموعه چند گرم است؟ ($\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹ \text{ g/cm}^3$)

- (۱) ۱۷۱ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۸۱ (۴) ۱۹۰

۷۵- چگالی مایع A از چگالی مایع B، ۲۰ درصد بیشتر است. اگر چگالی مخلوطی از این دو مایع ۸ درصد بیشتر از چگالی مایع B باشد، در این مخلوط جرم مایع A چند برابر جرم مایع B است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{4}{5}$



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۶

۷۶- کدام مطلب درست است؟

- (۱) نمودار امید به زندگی برای نواحی کم‌برخوردار جهان برخلاف نواحی توسعه‌یافته، روند نزولی دارد.
- (۲) لکه‌های چربی روی لباس، برخلاف گرد و غبار موجود در هوا، نمونه‌ای از آلاینده‌ها به شمار می‌رود.
- (۳) برای پاک کردن لکه‌های شیرینی مانند آب‌قند، شربت آلبیمو و چای شیرین باید از مخلوط آب و صابون استفاده کرد.
- (۴) ذرات سازنده روغن زیتون برخلاف وازلین، دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی است، ولی هر دو ماده در هگزان حل می‌شوند.

۷۷- اتیلن گلیکول و اوره در چه تعداد از موارد زیر، مشابه یکدیگرند؟

- شمار عنصرهای سازنده مولکول
- نوع نیروی جاذبه بین مولکولی غالب
- نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار لوویس
- انحلال پذیری در آب

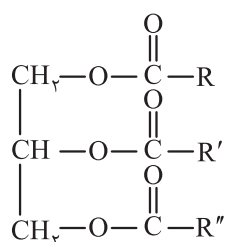
(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۷۸- چند مورد از مطالب زیر، در مورد نمک سدیم اسید چرب، نادرست است؟

- ساختار آن را می‌توان به صورت الگوی $\text{O} \sim \text{CCCCCCCCCCCCCCCC}$ نشان داد.
- مخلوط آن با آب، مخلوطی ناهمگن ولی پایدار است.
- مخلوط آن با آب، رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند.
- دارای دو بخش کاتیونی و آنیونی است که بخش آنیونی آن، کاملاً ناقطبی می‌باشد.

(۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۳ (۴) ۱

۷۹- ۱ مول از یک نمونه استر سنگین با ساختار زیر، با سدیم هیدروکسید کافی واکنش می‌دهد. با فرض کامل انجام شدن واکنش، تفاوت جرم استر سنگین با جرم کل صابون تولیدشده، چند گرم است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱۸

(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۲۶

محل انجام محاسبات

۸۰- مخلوط A پایدار است و مخلوط B، نور را پخش می کند. کدام مطلب در مورد این مخلوط ها، به یقین درست است؟

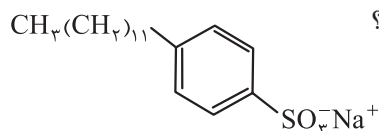
(۱) مخلوط A، نور را پخش می کند.

(۲) مخلوط B، ناپایدار است.

(۳) اندازه ذره های سازنده مخلوط B، کوچک تر از مخلوط A است.

(۴) مخلوط B، ناهمگن است.

۸۱- با توجه به ساختار پاک کننده داده شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



(S = ۳۲, Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol⁻¹)

• این ترکیب، از مواد پتروشیمیایی مانند بنزین، طی واکنش های پیچیده در صنعت تولید می شود.

• بر اثر واکنش با آلاینده های نامحلول در آب مانند چربی ها، باعث پخش شدن آن ها در آب و زدودن آلودگی ها می شود.

• تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی صابون جامد هم کربن آن با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، برابر ۴۲ گرم است.

• در بخش قطبی آن، ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد و بخش ناقطبی آن، سبب پخش چربی ها در آب می شود.

• با یون های Ca²⁺ و Mg²⁺ موجود در آب سخت واکنش داده اما رسوبی ایجاد نمی کند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۸۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• در گذشته برای شست و شوی آسان تر ظرف های چرب، از خاکستر و آب گرم استفاده می کردند.

• شوینده ها بر اساس خواص اسیدی و بازی عمل می کنند.

• اسیدها با همه فلزها واکنش می دهند و در تماس با پوست، سوزش ایجاد می کنند.

• محلول اغلب اسیدها و بازها، رسانای جریان برق هستند و میزان رسانایی آن ها با یکدیگر متفاوت است.

• بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می کنند اما به آن آسیب نمی رسانند.

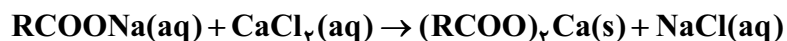
(۱) پنج (۲) چهار (۳) سه (۴) دو

۸۳- اگر از واکنش کامل ۹۴۴g صابون جامد با مقدار کافی محلول کلسیم کلرید، ۸ مول یون محلول در آب تولید شود،

شمار اتم های هیدروژن در فرمول شیمیایی صابون، کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی صابون را سیر شده در نظر بگیرید.

(Na = ۲۳, O = ۱۶, H = ۱: g.mol⁻¹)

(معادله واکنش موازنه نشده است.)



(۱) ۲۶ (۲) ۲۵ (۳) ۲۴ (۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

۸۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

الف) شیمی‌دان‌ها پیش از شناخته‌شدن اسیدها و بازها، با برخی از واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

ب) تعریف آرنیوس برای اسیدها یا بازها، به محلول‌های آبی محدود می‌شود.

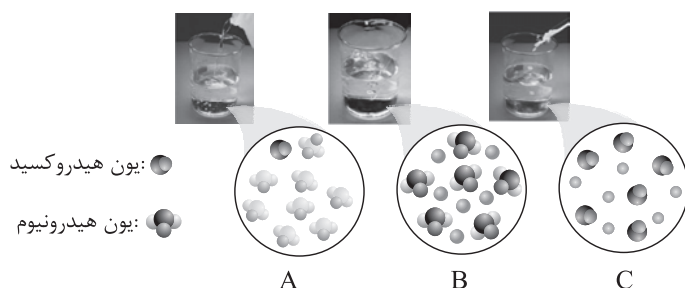
پ) چنان‌چه در یک سامانه غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با هم برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

ت) از دید آرنیوس، جامدهای یونی اکسیژن‌دار، اسید به شمار می‌آیند.

(۱) الف - پ - ت (۲) الف - ب (۳) الف - ب - پ (۴) پ - ت

۸۵- با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به چند محلول اسیدی یا بازی است، کدام عبارت درست است؟ (هر ذره نشان

داده شده در شکل‌ها را معادل 0.2% مول در نظر بگیرید.)



(۱) شکل B می‌تواند مربوط به وضعیت

انحلال هیدروژن هالیدهای تناوب‌های دوم

و سوم جدول تناوبی، در آب باشد.

(۲) شکل A نمای ذره‌ای گونه‌های موجود در

محلول گوگردتری اکسید در آب را نشان می‌دهد.

(۳) شکل C می‌تواند مربوط به نمای ذره‌ای گونه‌های حاصل از انحلال 0.24% مول سدیم اکسید در آب باشد.

(۴) با استفاده از مدل آرنیوس، نمی‌توان تفاوت رنگ کاغذ pH در محلول‌های A و C را توجیه کرد.

شماره آزمایش	نوع صابون	نوع پارچه	دما ($^{\circ}\text{C}$)	درصد لکه باقی‌مانده
۱	صابون بدون آنزیم	نخی	۳۰	۲۵
۲	صابون بدون آنزیم		۴۰	۱۵
۳	صابون آنزیم‌دار	نخی	۳۰	۱۰
۴	صابون آنزیم‌دار	نخی	۴۰	۰
۵	صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵

۸۶- جدول مقابل، مقایسه‌ی اثر عوامل

گوناگون بر روی قدرت پاک‌کنندگی

صابون را نشان می‌دهد. با توجه به

اطلاعات جدول، کدام گزینه درست

است؟

(۱) از مقایسه‌ی آزمایش‌های ۳ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت که نمودار روند تغییر دما و تغییر درصد لکه حذف‌شده از روی

پارچه نسبت به یکدیگر، نموداری نزولی است.

(۲) نوع پارچه در آزمایش ۲، می‌تواند از جنس پلی‌استر باشد.

(۳) اثر افزودن آنزیم بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، مشابه اثر افزودن نمک‌های فسفات به آن است.

(۴) از مقایسه‌ی آزمایش‌های ۴ و ۵ می‌توان نتیجه گرفت که نیروی چسبندگی میان لکه چربی و پارچه، در پارچه نخی

بیشتر از پارچه پلی‌استر است.

محل انجام محاسبات

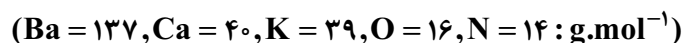
۸۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- سطح بیرونی یک قطره چربی که به وسیله پاک کننده‌های صابونی یا غیرصابونی در آب پخش شده است، دارای بار مثبت است.
- در صورت اضافه کردن مقداری منیزیم کلرید به مخلوطی از آب و صابون و روغن، اجزای سازنده مخلوط از هم جدا می‌شوند.
- در پاک کننده‌های صابونی، بین سر آب دوست و آب گریز، پیوند یونی وجود دارد.
- نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در صابون جامد و پاک کننده‌های غیرصابونی سدیم دار، یکسان است.

(۱) سه (۲) دو

(۳) یک (۴) صفر

۸۸- در اثر انحلال جرم یکسان از مواد زیر در آب، در کدام مورد شمار یون‌های حاصل در محلول، بیشترین مقدار را دارد؟



(۱) پتاسیم اکسید (۲) دی‌نیتروژن پنتاکسید

(۳) باریم اکسید (۴) آهک

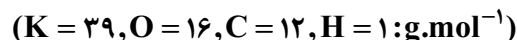
۸۹- چند مورد از مطالب زیر درباره مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم، نادرست است؟

- از این مخلوط به منظور باز کردن لوله‌ها یا مسیرهایی که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند، استفاده می‌شود.
- با افزودن این مخلوط به آب، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.
- این مخلوط برخلاف پاک کننده‌های غیرصابونی، خاصیت خوردگی دارد.
- گاز اکسیژن حاصل از افزودن این مخلوط به آب، قدرت پاک کنندگی آن را افزایش می‌دهد.
- برهم کنش میان ذره‌ها، تشابه عملکرد این مخلوط و صابون، در پاک کردن آلاینده‌هاست.

(۱) سه (۲) دو

(۳) یک (۴) صفر

۹۰- اگر در بخش زنجیر هیدروکربنی یک اسید چرب تک‌عاملی، ۱۵ اتم کربن و ۳ پیوند دوگانه وجود داشته باشد، در اثر واکنش کامل ۱/۰ مول از این اسید چرب با مقدار کافی پتاسیم هیدروکسید، چند گرم صابون تولید می‌شود؟



(۱) ۲۸ / ۸ (۲) ۲۷ / ۴

(۳) ۲۳ / ۱۲ (۴) ۲۲ / ۱۶

محل انجام محاسبات



شیمی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۹۱- چند مورد از مطالب زیر درباره نخستین دو عنصری که پس از مهبانگ تشکیل شده‌اند، درست است؟

- نماد شیمیایی هر دوی آن‌ها با حرف H آغاز می‌شود.
- شمار خطوط طیف نشری خطی آن‌ها در گستره مرئی، برابر است.
- یکی از آن‌ها، فراوان‌ترین عنصر مشتری و دیگری، فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین است.
- انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل انجام واکنش شیمیایی بین این دو عنصر است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۹۲- اگر جرم مولی گاز هیدروژن و گاز نیتروژن به ترتیب برابر $2/016$ و $28/02$ گرم بر مول باشد، جرم یک مولکولآمونیاک بر حسب amu، کدام است؟ ($1 \text{ amu} = 1/66 \times 10^{-24} \text{ g}$)

۱ (۱) $17/034$ ۲ (۲) $34/068$
 ۳ (۳) $28/28 \times 10^{-24}$ ۴ (۴) $10/26 \times 10^{-24}$

۹۳- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) ترتیب پرشدن زیرلایه‌های $4s, 4p, 4f, 5d$ به صورت $4s \rightarrow 4p \rightarrow 4f \rightarrow 5d$ است.
- (۲) ایزوتوپی از کربن که برای مقیاس اندازه‌گیری جرم اتم‌ها به کار می‌رود، در مجموع دارای ۱۸ ذره زیراتمی است.
- (۳) شمار عنصرها در دوره‌های چهارم و پنجم جدول تناوبی، برابر است.
- (۴) با استفاده از موقعیت عنصرها در جدول تناوبی، می‌توان شماره گروه و دوره، شمار الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها را برای آن‌ها، به دست آورد.

۹۴- شمار اتم‌ها در 480 گرم متانول (CH_3OH)، با شمار اتم‌ها در چند گرم سرب مداد، برابر است؟
 $(\text{Pb} = 207, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1})$

۱ (۱) 1080 ۲ (۲) 18630
 ۳ (۳) 300 ۴ (۴) $517/5$

۹۵- عنصر X متعلق به دوره چهارم و گروه ۸ جدول تناوبی و عنصر Y دارای ۱۷ الکترون با $I = 1$ است. بین این دو

عنصر در جدول تناوبی، چند عنصر وجود دارد؟

۱ (۱) ۸ ۲ (۲) ۹ ۳ (۳) ۱۰ ۴ (۴) ۱۱

محل انجام محاسبات



۹۶- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

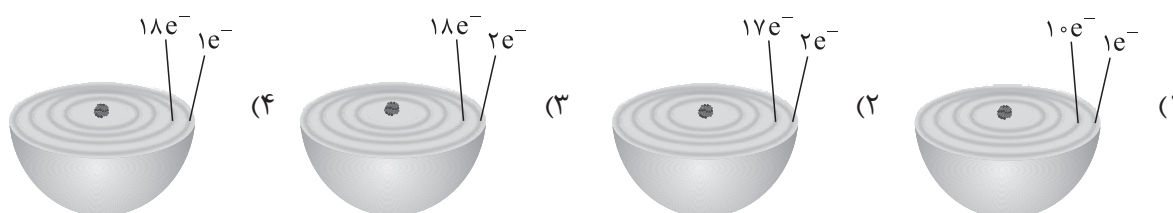
- (الف) هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ شناخته‌شده از هیدروژن، دارای ۷ نوترون است.
 (ب) دومین عنصر دوره سوم جدول تناوبی، مانند هیدروژن، دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است.
 (پ) با در نظر گرفتن ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم و کالر، امکان تشکیل ۴ نوع ترکیب یونی دوتایی با جرم مولی‌های متفاوت وجود دارد.

(ت) اورانیم (${}_{92}\text{U}$) شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزای طبیعی و عنصری از دسته f جدول تناوبی است.

(۱) ب - پ - ت (۲) الف - ب - پ

(۳) ب - ت (۴) پ - ت

۹۷- کدام ساختار را می‌توان به اتم عنصری نسبت داد که در مجموع دارای ۱۷ الکترون با $I = 0$ و $I = 2$ است؟



۹۸- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- پرتویی با طول موج 800 nm ، در گستره پرتوهای فرابنفش قرار دارد.
- ریزموج‌ها دارای کم‌ترین انرژی در گستره امواج الکترومغناطیسی هستند.
- نور مرئی رنگ شعله لیتیم نیترات در مقایسه با نور مرئی شعله فلز مس، طول موج بلندتری دارد.
- در محدوده امواج الکترومغناطیس، پرتوهای ایکس، بین پرتوهای فرابنفش و گاما قرار دارد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۹- مول‌های برابری از متان و اکسید عنصر X که متعلق به گروه دوم جدول تناوبی است، در اختیار داریم. اگر جرم نمونه متان، $4/0$ برابر نمونه اکسید باشد، جرم مولی عنصر X، چند برابر جرم مولی گاز اکسیژن است و برای تشکیل هر گرم از اکسید مورد نظر، چند الکترون بین عنصر X و اکسیژن مبادله شده است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16; \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $1/505 \times 10^{22}$ ، $0/75$ (۲) $1/5$ ، $3/01 \times 10^{22}$

(۳) $3/01 \times 10^{22}$ ، $0/75$ (۴) $1/5$ ، $1/505 \times 10^{22}$

محل انجام محاسبات



۱۰۰- درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

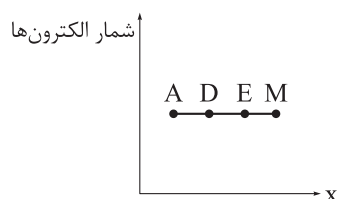
- در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیتی ۶ عنصر، منحصر به فرد است.
- گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای با عددهای کوانتومی $l = 3$ و $n = 5$ ، ۲۸ درصد گنجایش الکترونی لایه‌ای است که در آن قرار دارد.

- با افزایش عدد اتمی عناصرها در دوره سوم، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آنها افزایش می‌یابد.
- عنصری که در دوره چهارم و گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد، سی و چهارمین عنصر جدول محسوب می‌شود.

- (۱) درست - درست - نادرست - نادرست
(۲) نادرست - نادرست - درست - درست
(۳) درست - نادرست - نادرست - درست
(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

۱۰۱- با توجه به نمودار زیر که مربوط به چند گونه تک‌اتمی (اتم یا یون) می‌باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف) خواص شیمیایی همه گونه‌های نشان داده شده، به یقین یکسان است.
- ب) اگر محور x نشان‌دهنده عدد جرمی باشد، در صورت خنثی بودن، گونه‌های نشان داده شده می‌توانند ایزوتوپ یکدیگر باشند.
- پ) اگر محور x نشان‌دهنده عدد اتمی باشد، آرایش الکترونی گونه‌های نشان داده شده، به یقین یکسان است.



ت) اگر گونه A با عدد جرمی ۵۸، دارای ۲۸ الکترون بوده و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در آن برابر ۲ باشد، در بیرونی‌ترین زیرلایه این گونه، ۱۰ الکترون وجود دارد.

- (۱) الف - ب
(۲) ب - پ
(۳) ب - ت
(۴) فقط ب

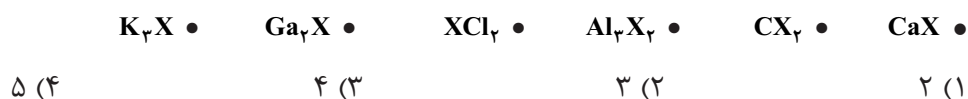
۱۰۲- اگر آنیون پایدار X^{3-} دارای ۶ الکترون با $n + l = 4$ و ۱۶ نوترون باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- شمار نوترون‌های اتم X بیشتر از شمار الکترون‌های X^{3-} است.
- عنصر X در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارد.
- آنیون X^{3-} در بیرونی‌ترین لایه خود، دارای ۶ الکترون است.
- در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X ، شمار الکترون‌های جفت‌نشده (تکی) و جفت‌شده برابر است.
- اتم X می‌تواند با هیدروژن، ترکیب یونی با فرمول XH_3 تشکیل دهد.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۱۰۳- اگر X دهمین عنصر دسته p جدول تناوبی باشد، چه تعداد از فرمول‌های شیمیایی زیر را می‌توان به ترکیبی از این عنصر نسبت داد؟



۱۰۴- کدام گزینه، جمله زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟

«تعداد جدول دوره‌ای با برابر است.»

(۱) عنصرهای دسته d - عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم

(۲) ستون‌های عنصرهای دسته p - تعداد زیرلایه‌های اشغال شده در Ti_{22}

(۳) ستون‌های عنصرهای دسته f - گنجایش الکترونی چهارمین نوع زیرلایه در یک اتم

(۴) عنصرهای دسته s - گنجایش الکترونی لایه سوم

۱۰۵- عنصر A دارای سه ایزوتوپ A^{84} ، A^{86} و A^{88} است. اگر نسبت فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ به سنگین‌ترین ایزوتوپ برابر ۵/۰ باشد، در 10^{-5} مول از عنصر A به تقریب چند ایزوتوپ A^{86} وجود دارد و جرم یک نمونه 300 اتمی از این عنصر به تقریب برابر چند گرم است؟ (جرم اتمی میانگین برای عنصر A، برابر $86/4 \text{ amu}$ فرض شود).

$43 \times 10^{-21} - 2/4 \times 10^{18}$ (۲)	$43 \times 10^{-16} - 2/4 \times 10^{18}$ (۱)
$43 \times 10^{-16} - 1/6 \times 10^{18}$ (۴)	$43 \times 10^{-21} - 1/6 \times 10^{18}$ (۳)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

هم‌چنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۷/۲۸

دفترچه
پاسخ
آزمون چهارم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	محمدحسین رحیمی - علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - محمدحسین حشمت‌الواعظین - مسعود شفیعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی
فیزیک	محمد باغبان - محسن توانا - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - محمدجواد سورچی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - علیرضا گونه
شیمی	مهدی براتی - امیرسامان بنی جمالی - علی حیدری - عرفان دالوند - معصومه سعیدی - یاسر عبداللهی - هادی مهدی زاده

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محسن فراهانی	مهدی خوش‌نویس - شقایق راهبریان - محسن فراهانی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	محمدحسین رحیمی - زهرا فتحی - ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمدحسین رحیمی	زهرا جالینوسی - مهدی خوش‌نویس - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی - نرجس تیمناک - ماهان فنی فر - امیر محمودی انزابی - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری - بردیا نصیری
شیمی	یاسر عبداللهی	معصومه سعیدی	معصومه سعیدی - محدثه ملک‌پور	محمد مرادی	علی حیدری - یاسر راش - یاسر عبداللهی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۲

تست و پاسخ ۱

اگر نمودار تابع f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم، سپس ۳ واحد به سمت راست انتقال دهیم و طول نقاط را دو برابر کنیم، به کدام گزینه می‌رسیم؟

$x \rightarrow \frac{x}{2}$

$-f(-x)$

$y = -f\left(6 - \frac{x}{2}\right)$ (۲)

$y = -f\left(3 - \frac{x}{2}\right)$ (۴)

$y = -f(-2x - 3)$ (۱)

$y = -f(3 - 2x)$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• انتقال، قرینه‌یابی، انبساط و انقباض

نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی
انتقال	$f(x-a)$ واحد به راست a
	$f(x+a)$ واحد به چپ a
	$f(x)+b$ واحد به بالا b
	$f(x)-b$ واحد به پایین b
قرینه‌یابی	$-f(x)$ نسبت به محور x ها
	$f(-x)$ نسبت به محور y ها
	$-f(-x)$ نسبت به مبدأ مختصات
	$f(2k-x)$ نسبت به خط $x=k$
انبساط و انقباض افقی	$f(ax)$ انقباض با ضریب $1 < a < \infty$
	$f\left(\frac{x}{a}\right)$ انقباض با ضریب $a > 1$
انبساط و انقباض عمودی	$af(x)$ انقباض با ضریب $a > 1$
	$af(x)$ انقباض با ضریب $0 < a < 1$

تذکره برای رسم نمودار تابع $y = f(ax)$ ، طول نقاط نمودار تابع $y = f(x)$ را در $\frac{1}{a}$ ضرب می‌کنیم.

پاسخ تشریحی

به ترتیب در هر گام، تغییراتی را که گفته است، بر تابع f اعمال می‌کنیم.

گام اول: اول نمودار f را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم، پس به $g(x) = -f(-x)$ می‌رسیم.

گام دوم: حالا باید $g(x)$ به دست آمده را ۳ واحد به سمت راست انتقال بدهیم، یعنی باید به جای x ، عبارت $x-3$ را قرار بدهیم، پس به $h(x) = g(x-3) = -f(-(x-3))$ می‌رسیم؛ به عبارتی $h(x) = -f(-x+3)$ می‌شود.

گام سوم: طول نقاط $h(x)$ به دست آمده را باید ۲ برابر کنیم، یعنی $a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ ؛ پس طبق درس نامه، $y = h\left(\frac{x}{2}\right)$ است. در نهایت داریم:

$$y = h\left(\frac{x}{2}\right) = -f\left(\frac{-x}{2} + 3\right)$$

پس ۲ درست است.

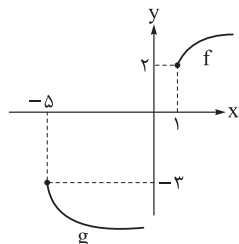


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲

توابع $y = f(x)$ و $y = g(x)$ فقط به کمک قرینه یابی و انتقال به هم تبدیل شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟



$$g(x) + f(x+6) = -1 \quad (۱)$$

$$g(x-6) + 2 = f(x) \quad (۲)$$

$$g(-x) + 5 = f(x) \quad (۳)$$

$$f(x-6) - g(x) = 5 \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۱

خوب حل کنی بهتره! به دو نقطه‌ای که در تابع f و g داده شده توجه کنید!

پاسخ تشریحی: از دو نقطه‌ای که روی دو نمودار f و g داده شده، کمک می‌گیریم و از گزینه‌ها استفاده می‌کنیم تا گزینه درست را پیدا کنیم. گام اول: نقطه $(1, 2)$ روی تابع f و نقطه $(-5, -3)$ روی تابع g است. به کمک انتقال و قرینه‌یابی، این دو نقطه به هم تبدیل می‌شوند؛ پس در گزینه‌ها باید به دنبال عبارتی باشیم که دو نقطه در f و g صدق کنند.

$$\begin{cases} f(1) = 2 \\ g(-5) = -3 \end{cases}$$

گام دوم: نقاط را در هر کدام از گزینه‌ها جای گذاری می‌کنیم:

$$\text{① } g(x) + f(x+6) = -1 \xrightarrow{x=-5} g(-5) + f(-5+6) = -3 + 2 = -1 \quad \checkmark$$

$$\text{② } g(x-6) + 2 = f(x) \xrightarrow{x=1} \begin{cases} g(1-6) + 2 = -3 + 2 = -1 \\ f(1) = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{با هم برابر نیستن.}$$

$$\text{③ } g(-x) + 5 = f(x) \xrightarrow{x=1} \begin{cases} g(-1) + 5 \\ f(1) = 2 \end{cases}$$

با توجه به نموداری که برای $g(x)$ داده شده، $g(-1) < -3$ و در نتیجه $g(-1) + 5 < 2$ است، پس نمی‌تواند با $f(1)$ برابر باشد.

$$\text{④ } f(x-6) - g(x) = 5 \xrightarrow{x=-5} f(-5-6) - g(-5) = f(-11) - (-3) = f(-11) + 3 = 5 \Rightarrow f(-11) = 2$$

پس این گزینه هم درست نیست. $f(-11)$ را نداریم، به عبارتی $x = -11$ جزء دامنه f نیست.

تست و پاسخ ۳

نمودار $f(x) = |x-2|$ را نسبت به محورهای مختصات قرینه کرده و آن را ۱۰ واحد در راستای قائم در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. مساحت

بین شکل به دست آمده و نمودار f چه عددی است؟ $-f(-x)$

$$۵۲ \quad (۴)$$

$$۳۶ \quad (۳)$$

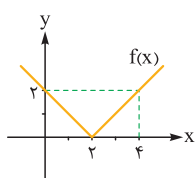
$$۴۸ \quad (۲)$$

$$۴۲ \quad (۱)$$

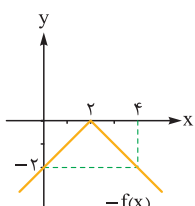
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی: اول نمودار تابع $f(x) = |x-2|$ را رسم می‌کنیم و بعد مرحله به مرحله، گفته‌های صورت سؤال را اجرا می‌کنیم.

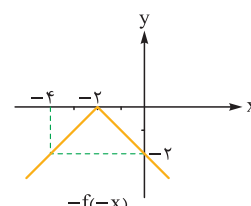
گام اول: نمودار f را نسبت به هر دو محور مختصات قرینه می‌کنیم:



قرینه نسبت به محور xها



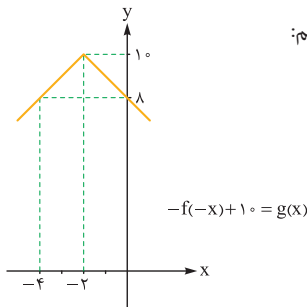
قرینه نسبت به محور yها



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

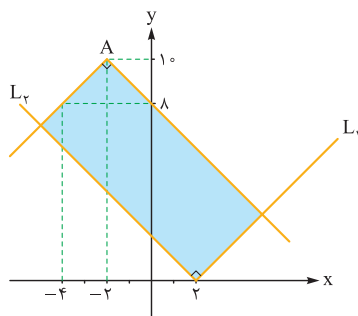


گام دوم: حالا باید نمودار به دست آمده را 10° واحد در راستای قائم در جهت مثبت انتقال بدهیم؛ یعنی داریم:



گام سوم: در این مرحله هر دو نمودار $f(x)$ و $g(x)$ را همزمان در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. در این صورت می‌توانیم مساحت بین دو شکل را محاسبه کنیم:

باید مساحت مستطیل رنگی را به دست بیاوریم. برای این کار، فاصله نقطه A به مختصات $(-2, 10)$ را از دو خط L_1 و L_2 به دست می‌آوریم:



$$f \text{ تابع } L_1 \text{ به معادله خط } y = x - 2 \Rightarrow x - y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{فاصله نقطه } A \text{ از خط } L_1 = d_1 = \frac{|-2 - 10 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{14}{\sqrt{2}}$$

$$f \text{ تابع } L_2 \text{ به معادله خط } y = -x + 2 \Rightarrow x + y - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{فاصله نقطه } A \text{ از خط } L_2 = d_2 = \frac{|-2 + 10 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

$$S = d_1 d_2 = \frac{14}{\sqrt{2}} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 42$$

گام چهارم: حالا اضلاع مستطیل با طول‌های d_1 و d_2 را داریم. مساحت برابر می‌شود با:

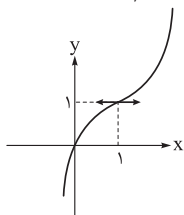
نکته یادتان باشد فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط به معادله $ax + by + c = 0$ از رابطه مقابل محاسبه می‌شود:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته در تابع $f(x) = |x + a| + b$ ، زاویه بین دو خط ایجادشده، قائمه است.

تست و پاسخ ۴

در شکل زیر، نمودار $f(x) = (x - a)(x^2 + bx + c)$ به کمک انتقال نمودار $y = x^3$ به دست آمده است. حاصل $a - bc$ کدام است؟



(۱) ۳

(۲) -۳

(۳) ۹

(۴) -۹

پاسخ: گزینه ۳

نوع (۱)



نوع (۲)



و

یا

و

مشاوره شکل نمودارهای توابع چندجمله‌ای درجه ۳ کلاً ۲ نوع است؛ آن‌ها را به خاطر بسپارید!

خودت حل کنی بهتره از روی نمودار داده‌شده، فرمول تابع f را بنویسید.

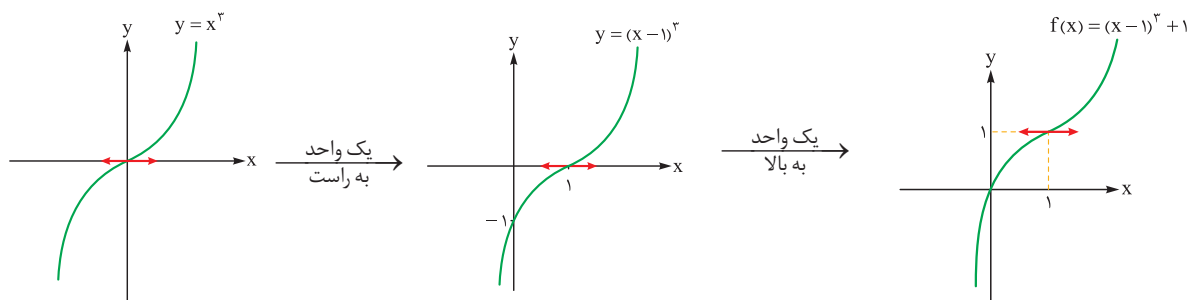


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: چون تابع f به کمک انتقال نمودار $y = x^3$ به دست آمده، می‌توانیم با نقطه $(1, 1)$ که در تابع صدق می‌کند، فرمول تابع f را به دست بیاوریم. با انتقال نمودار $y = x^3$ ، یک واحد به سمت راست و یک واحد به سمت بالا، تابع f به دست می‌آید؛ یعنی:

$$f(x) = (x-1)^3 + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x = x(x^2 - 3x + 3)$$



گام دوم: حالا تابع f به دست آمده را با تابعی که در صورت سؤال داده شده، مقایسه می‌کنیم:

$$f(x) = x(x^2 - 3x + 3) = (x-a)(x^2 + bx + c) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -3 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$a - bc = 0 - (-3)(3) = 9$$

گام سوم: حاصل عبارت خواسته شده برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۵

بفرض آن که $D_f = [-1, 2]$ و $R_f = [-4, 2]$ ، اگر دامنه و برد تابع $g(x) = a - f(1 - \frac{x}{2})$ فقط یک عضو مشترک داشته باشند، مقدار a کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ± 2

(۲) ± 4

(۱) ± 6

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی باید با توجه به دامنه و برد تابع f ، دامنه و برد تابع g را به دست بیاوریم.

$$D_f = [-1, 2]$$

گام اول: اول از روی دامنه تابع f ، دامنه تابع g را به دست می‌آوریم:

$$-1 \leq 1 - \frac{x}{2} \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -\frac{x}{2} \leq 1 \Rightarrow -4 \leq -x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 4$$

عبارت $1 - \frac{x}{2}$ باید در این بازه باشد:

پس یعنی دامنه تابع g به صورت $D_g = [-2, 4]$ است.

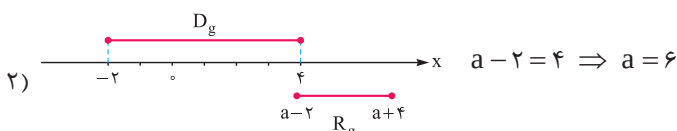
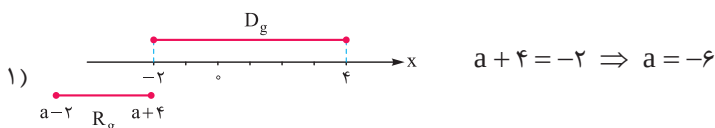
گام دوم: حالا از روی برد تابع f ، برد تابع g را پیدا می‌کنیم:

$$R_f = [-4, 2] \Rightarrow -4 \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow -4 \leq f(1 - \frac{x}{2}) \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -f(1 - \frac{x}{2}) \leq 4$$

$$\Rightarrow a - 2 \leq a - f(1 - \frac{x}{2}) \leq a + 4 \Rightarrow a - 2 \leq g(x) \leq a + 4$$

یعنی $R_g = [a - 2, a + 4]$ است.

گام سوم: دامنه و برد تابع g فقط یک نقطه مشترک دارند. دو حالت می‌توانیم در نظر بگیریم:



پس $a = \pm 6$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تذکر دقت کنید که هر دو مقدار به دست آمده قابل قبول است. چون وقتی $a = 6$ است، برد تابع g به صورت $[4, 10]$ می شود که اشتراکش با دامنه $\{4\}$ است و وقتی $a = -6$ است، برد آن به صورت $[-8, -2]$ است که اشتراکش با دامنه $\{-2\}$ می شود.

تذکر در نظر داشته باشید که در R_g ، رابطه $-2 < 4 \Rightarrow a - 2 < a + 4$ همواره برقرار است. در حل این نوع سؤالات باید شرط بازه را هم چک کنیم تا محدودیتها را برای پارامتری که می خواهیم به دست بیاوریم، اعمال کنیم.

تست و پاسخ ۶

f تابعی وارون پذیر است و $A(2, 3)$ روی نمودار f قرار دارد. A' روی نمودار $y = 2 - 3f^{-1}(2x)$ متناظر با نقطه A است. به همین ترتیب A'' نیز نقطه متناظر با A است که روی وارون تابع $y = 2 - 3f(2x)$ قرار گرفته است؛ فاصله A' تا A'' چه قدر است؟

(۱) $\frac{\sqrt{395}}{2}$ (۲) $\frac{17}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{389}}{2}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در مورد تابع وارون یک نکته مهم که باید به یاد داشته باشید این است که $f(b) = a \Leftrightarrow f^{-1}(a) = b$.

پاسخ تشریحی گام اول: f تابعی وارون پذیر است و نقطه $A(2, 3)$ روی این تابع است؛ پس اول از همه می فهمیم که نقطه $B(3, 2)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد. وقتی می گوئیم نقطه A' روی نمودار y ، متناظر با نقطه A است به این معنی است که وقتی روی تابع f تغییراتی اعمال می کنیم، نقطه A در تابع جدید y ، تبدیل به نقطه A' می شود. باید مختصات نقطه A' را که روی نمودار $y = 2 - 3f^{-1}(2x)$ قرار دارد، پیدا کنیم:

$$B(3, 2) \in f^{-1} \Rightarrow f^{-1}(3) = 2$$

$$y = 2 - 3f^{-1}(2x) \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = 2 - 3f^{-1}(3) = 2 - 3 \times 2 = -4$$

پس یعنی $A'(\frac{3}{2}, -4)$ روی نمودار تابع y قرار دارد.

گام دوم: حالا باید مختصات نقطه A'' را که روی وارون تابع $y = 2 - 3f(2x)$ است، پیدا کنیم. برای این کار، از نقطه $A(2, 3)$ که روی تابع f است کمک می گیریم. اول پیدا می کنیم که نقطه A ، در تابع y به چه نقطه ای تبدیل می شود. داریم:

$$f(2) = 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow \text{پس یعنی نقطه } (1, -7) \text{ روی تابع } y = 2 - 3f(2x) \text{ است.}$$

$$y = 2 - 3f(2) = 2 - 3 \times 3 = -7$$

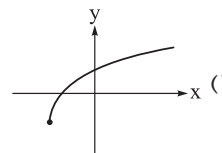
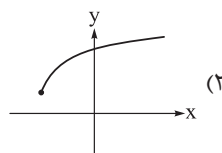
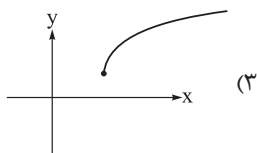
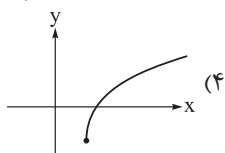
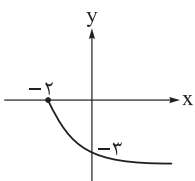
حالا می توانیم بگوئیم که $A''(-7, 1)$ روی وارون این تابع قرار دارد.

گام سوم: با داشتن مختصات دو نقطه A' و A'' ، فاصله شان از هم را پیدا می کنیم:

$$A'A'' = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - (-7)\right)^2 + (-4 - 1)^2} = \sqrt{\left(\frac{17}{2}\right)^2 + 25} = \sqrt{\frac{289}{4} + 25} = \sqrt{\frac{389}{4}} = \frac{\sqrt{389}}{2}$$

تست و پاسخ ۷

نمودار تابع $f(x) = -\sqrt{ax+b}$ به صورت شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 2a - f(x-b)$ به کدام صورت است؟



پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خوبت حل کنی بهتره دوتا نقطه نمودار در ضابطه تابع f صدق می کنند!

پاسخ تشریحی اول باید با توجه به شکل، a و b را پیدا کنیم تا بتوانیم تابع g را تشکیل دهیم.

گام اول: با توجه به نمودار تابع f که داده شده، دو نقطه $(-2, 0)$ و $(0, -3)$ روی نمودار تابع f هستند؛ پس در ضابطه اش صدق می کنند. می توانیم با این دو نقطه، مقادیر a و b را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} f(0) = -3 = -\sqrt{b} \\ f(-2) = 0 \Rightarrow 0 = -\sqrt{-2a + b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 9 \\ a = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -\sqrt{\frac{9}{2}x + 9}$$

گام دوم: حالا تابع $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$g(x) = 2a - f(x - b) = 9 - f(x - 9) = 9 - \left(-\sqrt{\frac{9}{2}(x - 9) + 9}\right) = 9 + \sqrt{\frac{9}{2}x - \frac{63}{2}}$$

گام سوم: حالا باید شکل نمودار تابع g را به دست بیاوریم: اول این که باید دامنه تابع را مشخص کنیم:

$$\frac{9}{2}x - \frac{63}{2} \geq 0 \Rightarrow \frac{9}{2}x \geq \frac{63}{2} \Rightarrow x \geq 7$$

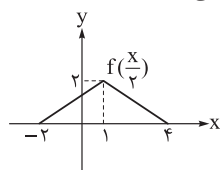
پس بین ۲ و ۴ یکی جواب است.

به ازای $x = 7$ ، $g(7) = 9$ می شود، پس ۳ نمودار تابع g را به درستی نشان می دهد.

تذکر یادتان باشد در این نوع سؤال ها، از رد گزینه استفاده کنید و نیازی به رسم دقیق نمودار تابع نیست (با توجه به گزینه هایی که داده شده است).

تست و پاسخ ۸

نمودار $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ به صورت شکل زیر است. مساحتی که نمودار تابع $g(x) = 2f\left(\frac{2x}{3}\right)$ با محور x ها می سازد، چه عددی است؟



۲۴ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

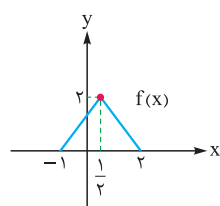
پاسخ تشریحی جدولی که در درس نامه پاسخ سؤال ۱ بود را که یادتان هست؟ از آن استفاده می کنیم تا نمودار تابع g را رسم کنیم.

گام اول: سعی می کنیم از روی نمودار $y = f\left(\frac{x}{3}\right)$ که داده شده، ابتدا نمودار تابع $f(x)$ را پیدا کنیم.

با توجه به درس نامه سؤال ۱، x ها را با ضریب $\frac{1}{3}$ ، منقبض می کنیم، یعنی:

$$y = f\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow{\text{انقباض با ضریب } \frac{1}{3}} -2 \leq x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 2: f(x) \text{ دامنه تابع}$$

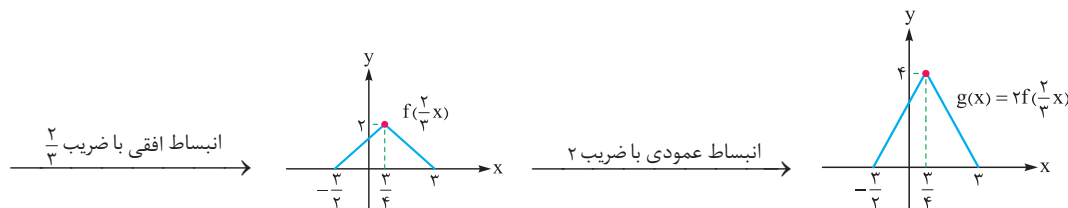
گام دوم: حالا نمودار تابع $f(x)$ را داریم که به صورت شکل روبه رو است:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: از روی نمودار $y = f(x)$ حالا باید نمودار $g(x) = 2f(\frac{2}{3}x)$ را به دست بیاوریم؛ پس باید طول نقاط نمودار $f(x)$ را در $\frac{2}{3}$ ضرب کنیم و با ضریب ۲ انبساط عمودی دهیم تا $g(x)$ به دست بیاید.



گام چهارم: با توجه به نمودار تابع g به دست آمده، حالا می‌توانیم مساحتی را که نمودار این تابع با محور x می‌سازد، پیدا کنیم:

$$S = \frac{1}{2} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعده} = \frac{1}{2} \times 4 \times (3 - (-\frac{3}{2})) = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{9}{2} = 9$$

تست و پاسخ ۹

نمودار تابع $f(x) = 2 - \sqrt{4-x}$ را نسبت به خط $y = x$ قرینه کرده و سپس نسبت به مبدأ مختصات آن را قرینه می‌کنیم. نمودار به دست آمده خط $y = 5$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

وارون تابع f

۱ (۲)

۵ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره قرینه نسبت به خط $y = x$ ، همان وارون تابع f می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: قرینه تابع f نسبت به خط $y = x$ ، همان وارون تابع f می‌شود؛ پس اول وارون تابع را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = 2 - \sqrt{4-x} \Rightarrow y - 2 = -\sqrt{4-x} \Rightarrow (2-y)^2 = 4-x \Rightarrow x = 4 - (2-y)^2 \xrightarrow{\text{جابه‌جایی } x \text{ و } y} y = 4 - (2-x)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 4 - (2-x)^2$$

پس با قرینه کردن تابع f نسبت به خط $y = x$ ، تابع $g(x) = 4 - (2-x)^2$ به دست می‌آید.

گام دوم: حالا باید تابع g را نسبت به مبدأ قرینه کنیم تا $y = -g(-x)$ حاصل شود:

$$y = -g(-x) = -(4 - (2 - (-x))^2) = -4 + (2+x)^2$$

گام سوم: در این مرحله نمودار به دست آمده را باید با خط $y = 5$ قطع بدهیم:

$$-4 + (2+x)^2 = 5 \Rightarrow (2+x)^2 = 9 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x+2| = 3 \Rightarrow \begin{cases} 2+x=3 \\ \text{یا} \\ 2+x=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ \text{یا} \\ x=-5 \end{cases}$$

گام چهارم: حالا باید ببینیم کدام یک از مقادیر x قابل قبول است. به سراغ برد تابع f می‌رویم تا بتوانیم دامنه تابع g را تعیین کنیم.

$$\sqrt{4-x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{4-x} \leq 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{4-x} \leq 2 \Rightarrow f(x) \leq 2 \Rightarrow D_g = R_f = D_{f^{-1}} = (-\infty, 2]$$

حالا دامنه $y = -g(-x)$ به صورت $-x \leq 2$ و در نتیجه $x \geq -2$ می‌شود، پس مقداری از x قابل قبول است که در این بازه قرار بگیرد؛ بنابراین $x = 1$ قابل قبول هست و مقدار $x = -5$ که جزء دامنه نیست، غیر قابل قبول است.



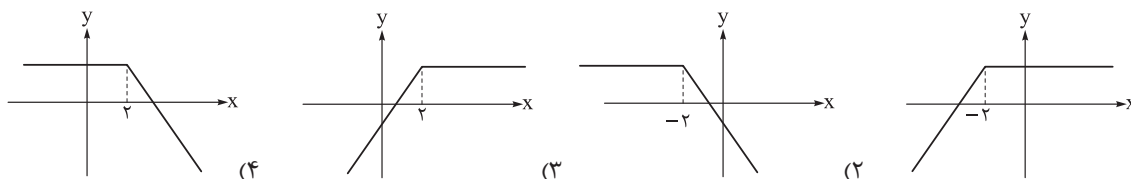
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حسابان و ریاضی پایه: حسابان (۱): صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷

تست و پاسخ ۱۰

نمودار $y = f(x)$ به کدام صورت باشد تا $g(x) = -f(2 - |x|)$ با دامنه $\mathbb{R}$ تابعی ثابت باشد؟



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی اول دقت کنید که با توجه به گزینه‌ها، خود تابع f دامنه $\mathbb{R}$ دارد و با ضابطه‌ای که برای g تعریف شده، تابع g هم دامنه $\mathbb{R}$ خواهد داشت. حالا باید به عبارت $2 - |x|$ که در تعریف تابع g آمده، دقت کنیم.

$$x \in \mathbb{R} \Rightarrow |x| \geq 0 \Rightarrow -|x| \leq 0 \Rightarrow 2 - |x| \leq 2$$

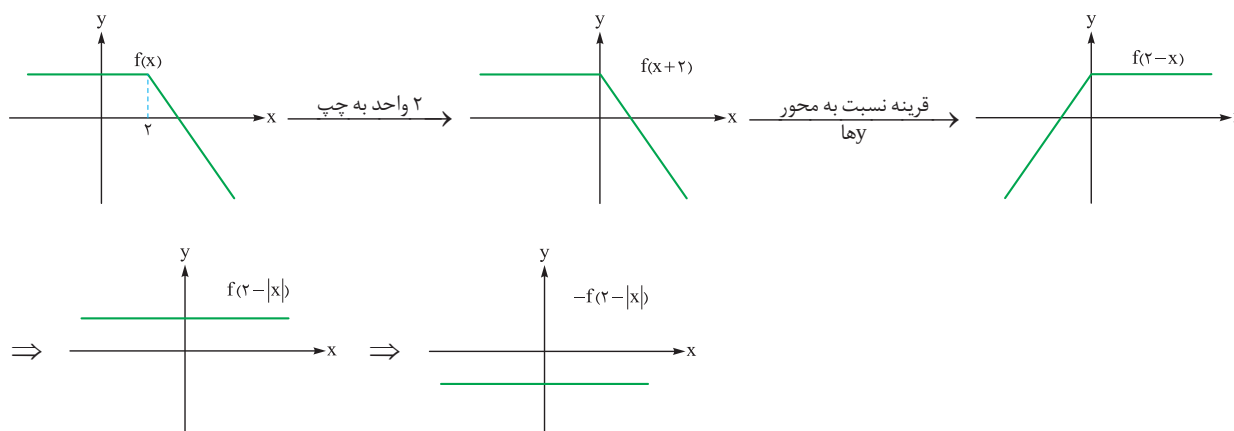
گام اول: بازه تغییرات $2 - |x|$ را پیدا می‌کنیم:

پس تا به این جا فهمیدیم که $2 - |x| \leq 2$ است.

گام دوم: حالا دقت می‌کنیم که اگر در تابع $f(x)$ ، به ازای هر x که در عبارت $2 - |x|$ می‌گذاریم و حاصل آن کوچک‌تر یا مساوی ۲ باشد و تابع f به ازای آن ثابت باشد، تابع g هم ثابت می‌شود؛ یعنی این که خود تابع f باید به ازای $x \leq 2$ تابعی ثابت باشد که از بین گزینه‌ها، **۲** می‌تواند تابع f را نمایش بدهد.

نکته در تبدیل x به $|x|$ ، قسمتی از تابع را که در x های منفی است، حذف کرده و نمودار باقی‌مانده را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم.

بررسی **۲**:



تست و پاسخ ۱۱

تابع $f = \{(-1, 5), (2, 5), (5, -1), (1, 2)\}$ مفروض است. به ازای چند مقدار a رابطه $f(a) = f(4 - f(a))$ برقرار است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی مقدار a عضو از دامنه تابع f است. به ازای مقادیر مختلف دامنه تابع f ، می‌بینیم که رابطه داده‌شده، برقرار هست یا خیر؟! گام اول: اول دامنه تابع f را از روی زوج مرتب‌هایش تعیین می‌کنیم. مؤلفه اول هر زوج مرتب، عضو از دامنه تابع است.

$$f = \{(-1, 5), (2, 5), (5, -1), (1, 2)\} \Rightarrow D_f = \{-1, 2, 5, 1\} \Rightarrow a \in D_f$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: حالا بررسی می‌کنیم که رابطه $f(a) = f(4 - f(a))$ به ازای چه مقدار a برقرار است:

$$a = -1: \begin{cases} f(-1) = 5 \\ f(4 - f(-1)) = f(4 - 5) = f(-1) = 5 \end{cases} \Rightarrow \checkmark \text{ درست است.}$$

$$a = 2: \begin{cases} f(2) = 5 \\ f(4 - f(2)) = f(4 - 5) = f(-1) = 5 \end{cases} \Rightarrow \checkmark \text{ درست است.}$$

$$a = 5: \begin{cases} f(5) = -1 \\ f(4 - f(5)) = f(4 - (-1)) = f(5) = -1 \end{cases} \Rightarrow \checkmark \text{ درست است.}$$

$$a = 1: \begin{cases} f(1) = 2 \\ f(4 - f(1)) = f(4 - 2) = f(2) = 5 \end{cases} \Rightarrow \times \text{ درست نیست.}$$

پس به ازای سه مقدار از a ، رابطه‌ای که داده شده، برقرار است.

تست و پاسخ ۱۲

دامنه تابع $y = \sqrt{(x-m)^2(-x^2-x+6)}$ شامل هفت عدد صحیح متوالی است. حاصل جمع جواب‌های ممکن برای m کدام است؟

-2 (۴) 2 (۳) -1 (۲) 1 (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره محدودیت عبارت زیر رادیکال را در نظر بگیرد و تعیین علامت کنید.

پاسخ تشریحی با توجه به این که گفته شده دامنه تابع y شامل ۷ عدد صحیح متوالی است، اول باید تکلیف محدودیت عبارت زیر رادیکال را مشخص کنیم.

گام اول: عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد؛ پس داریم:

$$y = \sqrt{(x-m)^2(-x^2-x+6)} \Rightarrow (x-m)^2(-x^2-x+6) \geq 0$$

گام دوم: می‌دانیم که عبارت $(x-m)^2$ ، همواره نامنفی است؛ پس برای این که شرط بالا برقرار باشد، باید عبارت $-x^2-x+6$ هم نامنفی باشد؛ این عبارت را با پیدا کردن ریشه‌هایش، تعیین علامت می‌کنیم:

$$-x^2-x+6 \geq 0 \xrightarrow[\text{ریشه‌ها}]{\text{یافتن}} -(x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & -3 & 2 \\ \hline -x^2-x+6 & - & + & - \end{array}$$

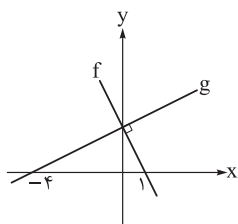
پس بازه مورد نظر $-3 \leq x \leq 2$ است. مجموعه جواب گام اول با توجه به این که عبارت $(x-m)^2$ در $x=m$ ریشه دارد، به صورت $\{-3, 2\} \cup \{m\}$ می‌شود.

گام سوم: بازه $[-3, 2]$ ، ۶ تا عدد صحیح دارد، پس m باید یا -4 یا 3 باشد تا مجموعه جواب ممکن برای x که به صورت $[-3, 2] \cup \{m\}$ است، شامل ۷ عدد صحیح متوالی شود.

گام چهارم: پس مجموع مقادیر ممکن برای m ، برابر با $-4 + 3 = -1$ است.

تست و پاسخ ۱۳

نمودار توابع f و g به صورت مقابل است. اگر تابع $y = k + (f + 6g)(x)$ همانی باشد، k کدام است؟



$$y = x$$

$$-8 \quad (1)$$

$$-10 \quad (2)$$

$$-12 \quad (3)$$

$$-14 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴



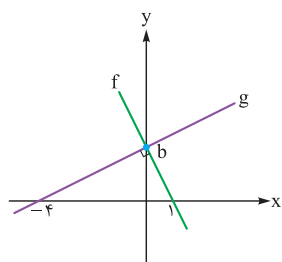
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خود حل کنی بهتره دو خط f و g عمود برهم اند، پس شیب هایشان قرینه و معکوس یکدیگر است.

پاسخ تشریحی اول باید معادله خطوط f و g را پیدا کنیم و بعد از آن تابع y را که همانی است، به دست بیاوریم. مقدار k را در نهایت می توانیم پیدا کنیم.

گام اول: خطوط f و g عرض از مبدأ یکسانی دارند و عمود بر هم هستند، پس شیب هایشان قرینه و معکوس یکدیگر است. شیب خط g را m در نظر می گیریم.



$$\begin{aligned} \text{شیب خط } g: m &= \frac{b}{4} \\ \text{شیب خط } f: \frac{-1}{m} &= \frac{-b}{4} \end{aligned} \Rightarrow m = \frac{b}{4} = \frac{1}{b} \Rightarrow b^2 = 4 \xrightarrow{\text{از روی نمودار } b > 0 \text{ است.}} b = 2, m = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{-1}{m}x + b = -2x + 2$$

$$g(x) = mx + b = \frac{1}{2}x + 2$$

گام دوم: حالا معادله های خطوط f و g را می نویسیم:

$$y = k + (f + 6g)(x) = k + (-2x + 2) + 6\left(\frac{1}{2}x + 2\right) = k - 2x + 2 + 3x + 12 = x + k + 14$$

گام چهارم: تابع y همانی است، یعنی $y = x$ می باشد، پس از گام سوم داریم:

$$y = x = x + k + 14 \Rightarrow k + 14 = 0 \Rightarrow k = -14$$

تست و پاسخ ۱۴

دامنه تابع $f(x) = [x] - [2x]$ برابر مجموعه جواب نامعادله $|2x - 3| < 2$ است. مجموعه اعضای برد تابع f کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

۶- (۴)

۴- (۳)

۳- (۲)

۲- (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره اول مجموعه جواب نامعادله قدرمطلق را محاسبه کنید تا دامنه f مشخص شود. عبارت $[2x] = [x] + \left[x + \frac{1}{2}\right]$ هم همواره برقرار است.

درس نامه •• مجموعه جواب نامعادله های قدر مطلق

$$|ax + b| < c \xrightarrow{c > 0} -c < ax + b < c \Rightarrow -c - b < ax < c - b \quad (1) \text{ نامعادله } |ax + b| < c \text{ (} c > 0 \text{)}$$

در ادامه با توجه به علامت ضریب a ، بازه x می تواند به دو صورت $(a > 0) \frac{-c-b}{a} < x < \frac{c-b}{a}$ یا $(a < 0) \frac{c-b}{a} < x < \frac{-c-b}{a}$ باشد.

$$|ax + b| > c \Rightarrow \begin{cases} ax + b > c \\ \text{یا} \\ ax + b < -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax > c - b \\ ax < -b - c \end{cases} \quad (2) \text{ نامعادله } |ax + b| > c \text{ (} c > 0 \text{)}$$

ادامه جواب، براساس علامت a تعیین می شود. در حالت کلی برای نامعادله های قدرمطلق می توانیم روی x حالت بندی کنیم و با توجه به بازه ای که x در آن قرار دارد، قدرمطلق را برداریم و به نامعادله های معمولی برسیم (بدون قدرمطلق).

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی راه اول: مجموعه جواب نامعادله قدرمطلقى را به دست می آوریم:

$$|2x - 3| < 2 \Rightarrow -2 < 2x - 3 < 2 \Rightarrow 1 < 2x < 5 \Rightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$$

گام دوم: پس دامنه تابع f ، بازه $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$ به دست آمد. حالا مقادیر ممکن برای $[x]$ و $[2x]$ را به دست می آوریم تا برد تابع را پیدا کنیم. به این صورت انجام می دهیم که بازه های مختلف برای x فرض می کنیم:

$$\frac{1}{2} < x < 1, 1 < 2x < 2 \Rightarrow [x] = 0, [2x] = 1 \Rightarrow y = [x] - [2x] = -1$$

$$1 \leq x < \frac{3}{2}, 2 \leq 2x < 3 \Rightarrow [x] = 1, [2x] = 2 \Rightarrow y = -1$$

$$\frac{3}{2} \leq x < 2, 3 \leq 2x < 4 \Rightarrow [x] = 1, [2x] = 3 \Rightarrow y = -2$$

$$2 \leq x < \frac{5}{2}, 4 \leq 2x < 5 \Rightarrow [x] = 2, [2x] = 4 \Rightarrow y = -2$$

پس برد تابع $\{-1, -2\}$ است که مجموعه شان، برابر با -3 می شود.

نکته این نکته را یادتان باشد که تقسیم بازه ها را با توجه به $2x$ انجام دادیم. باید $2x$ بین دو عدد صحیح متوالی قرار بگیرد تا مقدار آن را بتوانیم تعیین کنیم؛ مثلاً اگر $[3x]$ داشتیم، بازه های x را به صورت $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{3} \leq x < 1$ و ... در نظر می گرفتیم.

راه دوم: گام اول: مجموعه جواب نامعادله قدرمطلقى را که در راه اول به دست آمد، داریم که به صورت $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$ است.

گام دوم: تابع f را ساده تر می کنیم. همواره رابطه $[2x] = [x] + [x + \frac{1}{2}]$ برقرار است؛ پس با جای گذاری آن در f داریم:

$$f(x) = [x] - [2x] = [x] - [x] - [x + \frac{1}{2}] = -[x + \frac{1}{2}]$$

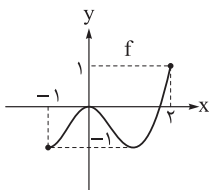
$$\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2} \Rightarrow 1 < x + \frac{1}{2} < 3$$

گام سوم: حالا از گام اول داریم:

مقادیر ممکن برای $[x + \frac{1}{2}]$ ، 1 و 2 می باشد، پس $f(x)$ مقادیر -1 و -2 را می تواند داشته باشد؛ بنابراین برد تابع f ، $\{-1, -2\}$ است که مجموعه شان برابر با -3 است.

تست و پاسخ ۱۵

نمودار تابع f به صورت زیر است. اگر $g(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ باشد، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه دامنه توابع مرکب: اگر فرض کنیم $y = f(g(x))$ است، در این صورت دامنه تابع y به صورت زیر تعیین می شود:

$$D_y = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

برد و دامنه وارون تابع: برای تابع وارون پذیر f ، دامنه و برد تابع وارون (f^{-1}) به ترتیب برابر با برد و دامنه تابع اصلی (f) می شود.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق درس نامه، دامنه تابع $f \circ g^{-1}$ به صورت زیر تعیین می شود:

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in D_{g^{-1}} \mid g^{-1}(x) \in D_f\}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: دامنه تابع g^{-1} ، همان برد تابع g است، پس باید برد تابع g را پیدا کنیم.

$$g(x) = 3 - \sqrt{x+2} \Rightarrow \sqrt{x+2} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{x+2} \leq 0 \Rightarrow 3 - \sqrt{x+2} \leq 3$$

$$\Rightarrow g(x) \leq 3 \Rightarrow R_g = D_{g^{-1}} = (-\infty, 3]$$

$$D_f = [-1, 2] \Rightarrow -1 \leq g^{-1}(x) \leq 2$$

گام سوم: تابع g^{-1} باید در محدوده دامنه تابع f باشد؛ پس یعنی:

حالا باید تابع g^{-1} در محدوده بالا قرار بگیرد، پس لازم است که ضابطه $g^{-1}(x)$ را به دست بیاوریم:

$$y = 3 - \sqrt{x+2} \Rightarrow 3 - y = \sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} (3-y)^2 = x+2 \Rightarrow x = (3-y)^2 - 2$$

$$\Rightarrow g^{-1}(x) = (3-x)^2 - 2$$

گام چهارم: محدوده تغییرات را اعمال می‌کنیم:

$$-1 \leq g^{-1}(x) \leq 2 \Rightarrow -1 \leq (3-x)^2 - 2 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (3-x)^2 \leq 4 \Rightarrow 1 \leq |3-x| \leq 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2 \leq 3-x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x \leq 5 \\ \text{و} \\ \begin{cases} 3-x \geq 1 \\ 3-x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \\ | \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \quad x$$

اگر بین جواب‌ها اشتراک بگیریم $x \in [1, 2] \cup [4, 5]$ می‌شود؛ پس در نتیجه داریم:

$$D_{f \circ g^{-1}} = \{x \in (-\infty, 3] \mid x \in [1, 2] \cup [4, 5]\} = [1, 2]$$

که شامل ۲ عدد صحیح است.

تست و پاسخ ۱۶

اگر $f(x) = g(4x-2)$ باشد و توابع f و g یک‌به‌یک باشند، خط $y = \frac{x+2}{2}$ نمودار تابع $y = (f^{-1} \circ g)(x)$ را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ ($D_f = D_g = \mathbb{R}$)

$$1(4)$$

$$-2(3)$$

$$\frac{1}{2}(2)$$

$$-1(1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره معادله $(f^{-1} \circ g)(x) = \frac{x+2}{2}$ را حل کنید.

پاسخ تشریحی باید ببینیم دو نمودار $y = \frac{x+2}{2}$ و $y = (f^{-1} \circ g)(x)$ در کجا همدیگر را قطع می‌کنند؛ پس معادله را تشکیل می‌دهیم و از عبارت $f(x) = g(4x-2)$ که داده شده و با فرض این که تابع یک به یک است در آن استفاده می‌کنیم.

گام اول: معادله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f^{-1}(g(x)) = \frac{x+2}{2} \xrightarrow{f^{-1}(y)=x \Leftrightarrow y=f(x)} g(x) = f\left(\frac{x+2}{2}\right)$$

$$\text{گام دوم: حالا به جای } f\left(\frac{x+2}{2}\right) \text{ عبارت } f\left(\frac{x+2}{2}\right) = g\left(4\left(\frac{x+2}{2}\right)-2\right) = g(2x+2) \text{ را قرار می‌دهیم:}$$

$$g(x) = f\left(\frac{x+2}{2}\right) = g(2x+2) \Rightarrow g(x) = g(2x+2)$$

چون $g(x)$ برابر با $g(2x+2)$ شده و این تابع یک‌به‌یک است، پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که عبارت‌های داخلشان باید با هم برابر باشد:

$$x = 2x+2 \Rightarrow x = -2$$

یعنی دوتا نمودار در نقطه $x = -2$ همدیگر را قطع می‌کنند.



تست و پاسخ ۱۷

نمودار تابع $y = 3x - a |x - 2|$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند. حدود a کدام است؟

$$a \leq 0 \quad (1) \quad 0 \leq a \leq 3$$

$$a \geq -3 \quad (2) \quad -3 \leq a \leq 3$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این نوع سؤالات در کنکور خیلی مهم هستند. معمولاً به کمک ساده کردن عبارت و رسم نمودار می‌شود به جواب رسید.

خودت حل کنی بهتره ضابطه y را با توجه به عبارت قدرمطلق، بازنویسی کنید.

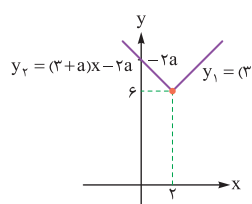
پاسخ تشریحی سعی می‌کنیم عبارت قدرمطلق را از y حذف کنیم و y را به صورت دوضابطه‌ای بنویسیم و شرط عبور نکردن نمودار از ناحیه چهارم را بررسی کنیم.

گام اول: $|x - 2|$ را تعیین تکلیف می‌کنیم:

$$|x - 2| = \begin{cases} x - 2 & ; x \geq 2 \\ -x + 2 & ; x < 2 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 3x - a(x - 2) & ; x \geq 2 \\ 3x - a(-x + 2) & ; x < 2 \end{cases} = \begin{cases} (3 - a)x + 2a & ; x \geq 2 \\ (3 + a)x - 2a & ; x < 2 \end{cases}$$

گام دوم: در هر قسمت از y ، یک خط وجود دارد که بسته به این که شیب و عرض مبدأش چه باشد، از ناحیه چهارم عبور می‌کند یا خیر! دو حالت می‌توانیم داشته باشیم:

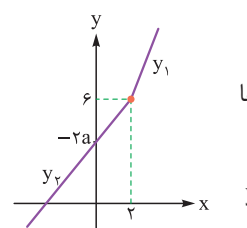
(۱) حالت اول: شیب خط $y_1 = (3 - a)x + 2a$ نامنفی و شیب خط $y_2 = (3 + a)x - 2a$ نامثبت باشد:



$$\text{شیب خطها: } \begin{cases} 3 - a \geq 0 \\ 3 + a \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq 3 \\ a \leq -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} a \leq -3 \quad (I) \xrightarrow{\text{اشتراک (I) و (II)}} a \leq -3$$

(II) $-2a \geq 6 \Rightarrow a \leq -3$ (عرض از مبدأ خط y_2)

(۲) حالت دوم: شیب هر دو خط نامنفی باشد. در این صورت باید عرض از مبدأ خط $y_2 = (3 + a)x - 2a$ نامنفی باشد تا تابع y از ناحیه چهارم عبور نکند:



$$\text{شیب خطها: } \begin{cases} 3 - a \geq 0 \\ 3 + a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq 3 \\ a \geq -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -3 \leq a \leq 3 \quad (I) \xrightarrow{\text{اشتراک (I) و (II)}} -3 \leq a \leq 0$$

(II) $0 \leq -2a \leq 6 \Rightarrow -3 \leq a \leq 0$ (عرض از مبدأ خط y_2)

گام سوم: از آنجایی که هر دو حالتی را که در گام دوم بررسی کردیم، می‌توانیم داشته باشیم، به ازای $a \leq 0$ ، نمودار تابع y از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند.

نکته دقت کنید که اگر شیب خط y_1 منفی باشد، حتماً تابع y از ناحیه چهارم عبور می‌کند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۱ تا ۸، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۱۸

تست و پاسخ ۱۸

اگر $10 < n < 28$ ، به ازای چند مقدار طبیعی n ، عدد $(1 + 2 + \dots + n)^2$ بر ۴ بخش پذیر است؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره برای n ، حالت $n = 4t$ ، $n = 4t + 1$ ، $n = 4t + 2$ و $n = 4t + 3$ را بررسی کنید تا مشخص شود در کدام یک از حالت‌ها، عبارت صورت سؤال بر ۴ بخش پذیر است.

درس نامه • اثبات با در نظر گرفتن همه حالات

گاهی برای اثبات یک حکم، ناگزیریم که چند حالت را در نظر بگیریم.

برای مثال برای اثبات این که عبارت $n(n+4)(2n+1)$ همواره مضرب ۳ است، n را سه حالت فرض می‌کنیم:

$$n = 3t \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = 3t(3t+4)(6t+1) \quad \text{عامل ۳}$$

$$n = 3t + 1 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+1)(3t+5)(6t+3) \quad \text{عامل ۳}$$

$$n = 3t + 2 \Rightarrow n(n+4)(2n+1) = (3t+2)(3t+6)(6t+5) \quad \text{عامل ۳}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

نکته از دوران مهد کودک به یاد داریم:

$$(1 + 2 + 3 + \dots + n)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

پاسخ تشریحی روش اول: ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

واضح است که اگر $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد، $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ مضرب ۴ می‌شود؛ پس به دنبال حالاتی هستیم که $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد.

حالا برای n چهار حالت در نظر می‌گیریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{4t(4t+1)}{2} = 2t(4t+1) \Rightarrow \checkmark \quad \text{زوج است.}$$

حالت اول: اگر $n = 4t$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+1)(4t+2)}{2} = (4t+1)(2t+1) \Rightarrow \times \quad \text{زوج نیست.}$$

حالت دوم: اگر $n = 4t + 1$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+2)(4t+3)}{2} = (2t+1)(4t+3) \Rightarrow \times \quad \text{زوج نیست.}$$

حالت سوم: اگر $n = 4t + 2$ باشد، داریم:

$$\frac{n(n+1)}{2} = \frac{(4t+3)(4t+4)}{2} = (4t+3)(2t+2) \Rightarrow \checkmark \quad \text{زوج است.}$$

حالت چهارم: اگر $n = 4t + 3$ باشد، داریم:

در آخر باید ببینیم چه تعداد از $10 < n < 28$ به صورت $4t$ یا $4t + 3$ هستند:

$$10 < 4t < 28 \Rightarrow 2/5 < t < 7 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار ۴}$$

$$10 < 4t + 3 < 28 \Rightarrow 7 < 4t < 25 \Rightarrow 1/75 < t < 6/25 \xrightarrow{t \in \mathbb{Z}} t = 2, 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \text{مقدار ۵}$$

بنابراین جواب $4 + 5 = 9$ می‌شود.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k$$

روش دوم: می‌خواهیم $\frac{n(n+1)}{2}$ زوج باشد؛ پس باید:



n و $n+1$ دو عدد متوالی اند که هر دو نمی توانند هم زمان زوج باشند، پس یا n باید مضرب ۴ باشد یا $n+1$:

$$n(n+1) = 4k \Rightarrow \begin{cases} n = 4t \\ n+1 = 4t \Rightarrow n = 4t-1 \end{cases}$$

ادامه مانند روش اول.

تست و پاسخ ۱۹

نقیض گزارهٔ سوری زیر و ارزش نقیض آن به ترتیب در کدام گزینه آمده است؟

«سه عدد صحیح a, b, c وجود دارند که به ازای آن‌ها حاصل $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2)$ عددی فرد باشد.»

(۱) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z}) ; \exists a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، درست.

(۲) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z}) ; \exists a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، نادرست.

(۳) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z}) ; \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، درست.

(۴) $(a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z}) ; \forall a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، نادرست.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه •• نقیض يك گزارهٔ سوری

برای نقیض کردن یک سور، سور عمومی به سور وجودی و سور وجودی به سور عمومی تبدیل می شود و گزاره نما نیز نقیض می شود:

$$\sim (\forall x \in A; p(x)) \equiv \exists x \in A; \sim p(x)$$

$$\sim (\exists x \in A; p(x)) \equiv \forall x \in A; \sim p(x)$$

پاسخ تشریحی ابتدا گزاره را به زبان ریاضی می نویسیم (شاید قسمت سفت کار همین باشد!) و سپس آن را نقیض می کنیم:

«سه عدد صحیح a, b, c وجود دارند که به ازای آن‌ها حاصل $a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2$ عددی فرد باشد»

$$a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = \underbrace{2k+1}_{\text{فرد}} \wedge k \in \mathbb{Z} \quad \exists a, b, c \in \mathbb{Z}$$

گزاره به زبان ریاضی $\rightarrow \exists a, b, c \in \mathbb{Z}; (a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k+1) \wedge (k \in \mathbb{Z})$

نقیض $\rightarrow \forall a, b, c \in \mathbb{Z}; (a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2 = 2k) \wedge (k \in \mathbb{Z})$

حالا برای این که ببینیم $a^2c + b^2a + c^2b - ac^2 - ba^2 - cb^2$ همواره زوج است یا نه، آن را تجزیه می کنیم:

$$\underline{a^2c} + \underline{b^2a} + \underline{c^2b} - \underline{ac^2} - \underline{ba^2} - \underline{cb^2} = ac(a-c) + b^2(a-c) + b(c^2 - a^2)$$

$$= ac(a-c) + b^2(a-c) - b \underbrace{(a^2 - c^2)}_{(a-c)(a+c)} = (a-c)(ac + b^2 - ab - bc)$$

$$= (a-c)(ac - ab + b^2 - bc) = (a-c)(a(c-b) - b(c-b))$$

$$= (a-c)(c-b)(a-b)$$

این عبارت همواره زوج است و برای اثبات آن از برهان خلف کمک می گیریم.

فرض کنید این عبارت فرد باشد که برای آن، باید سه عبارت $a-c, c-b, a-b$ فرد باشد (حاصل ضرب ۳ عبارت وقتی فرد می شود که

آن سه عبارت همواره فرد باشند)، اما چنین چیزی غیرممکن است، چون اگر هر سه عبارت $a-c, c-b, a-b$ فرد باشند، جمع آن‌ها نیز

باید فرد باشد، اما: $(a-c) + (c-b) + (a-b) = 2a - 2b \Rightarrow$ زوج است.

بنابراین فرض اولیه نادرست است و عبارت به ازای هر مقدار صحیح a و b و c زوج می شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۰

در اثبات با در نظر گرفتن همه حالت‌ها، درستی چند گزاره از گزاره‌های زیر را می‌توان اثبات کرد؟

(الف) برای هر عدد طبیعی n ، $n^2 - 5n + 7$ عددی فرد است.

(ب) باقی‌مانده مربع یک عدد طبیعی در تقسیم بر عدد ۳، دو حالت مختلف دارد.

(پ) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ ، آن‌گاه $a = 0$ یا $b = 0$.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی هر سه مورد را می‌توانیم با در نظر گرفتن همه حالت‌ها اثبات کنیم.

اثبات «الف» با در نظر گرفتن همه حالت‌ها: n دو حالت دارد که زوج یا فرد باشد:

$$\text{فرد است. } n: n = 2t \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = 4t^2 - 10t + 7 = 4t^2 - 10t + 6 + 1 = 2(2t^2 - 5t + 3) + 1 = 2q + 1 \Rightarrow \text{فرد است.}$$

$$\text{فرد است. } n: n = 2t + 1 \Rightarrow n^2 - 5n + 7 = 4t^2 + 4t + 1 - 10t - 5 + 7 = 4t^2 - 6t + 3 = 2(2t^2 - 3t + 1) + 1 = 2q' + 1 \Rightarrow \text{فرد است.}$$

بنابراین $n^2 - 5n + 7$ به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ فرد است.

اثبات «ب» با در نظر گرفتن همه حالت‌ها: باقی‌مانده n در تقسیم به ۳، سه حالت دارد:

$$n = 3t \Rightarrow n^2 = 9t^2 = 3(3t^2) = 3q \Rightarrow \text{باقی‌مانده } n^2 \text{ بر ۳ برابر صفر است.}$$

$$n = 3t + 1 \Rightarrow n^2 = 9t^2 + 6t + 1 = 3(3t^2 + 2t) + 1 = 3q' + 1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده } n^2 \text{ بر ۳ برابر ۱ است.}$$

$$n = 3t + 2 \Rightarrow n^2 = 9t^2 + 12t + 4 = 9t^2 + 12t + 3 + 1 = 3(3t^2 + 4t + 1) + 1 = 3q'' + 1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده } n^2 \text{ بر ۳ برابر ۱ است.}$$

بنابراین، باقی‌مانده مربع یک عدد طبیعی در تقسیم بر عدد ۳، دو حالت مختلف دارد.

اثبات «پ» با در نظر گرفتن همه حالت‌ها: برای a دو حالت در نظر می‌گیریم:

حالت اول: اگر $a = 0$ باشد که حکم ثابت شده است.

حالت دوم: اگر $a \neq 0$ باشد، $\frac{1}{a}$ را در دو طرف تساوی $ab = 0$ ضرب می‌کنیم که در این صورت $b = 0$ و باز هم حکم ثابت می‌شود.

تست و پاسخ ۲۱

در اثبات نامساوی $(a^2 + 1)(b^2 + 1) \geq 4ab$; $(a, b \in \mathbb{R})$ به روش بازگشتی به کدام گزاره همواره درست می‌رسیم؟

$$(ab - 2)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (2)$$

$$(ab - 1)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0 \quad (1)$$

$$(ab - 1)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (4)$$

$$(ab - 2)^2 + (a - 2b)^2 \geq 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه ●● اثبات بازگشتی و گزاره‌های هم‌ارز

می‌دانیم گزاره دوشرطی $Q \Leftrightarrow P$ زمانی ارزش درست دارد که یا P و Q هر دو ارزش درست داشته باشند یا هر دو ارزش نادرست. حالا چند گزاره دوشرطی پشت سر هم را در نظر بگیرید:

$$p \Leftrightarrow q \Leftrightarrow r \Leftrightarrow s$$

فرض کنید S درست باشد، اگر از S بتوانیم r را نتیجه بگیریم و برعکس، r نیز درست است و اگر بتوانیم از r گزاره Q را نتیجه بگیریم و برعکس، Q درست است و ...

در خیلی از مسائل ریاضی به‌خصوص نامساوی‌ها ما همین کار را می‌کنیم؛ یعنی نامساوی را آن‌قدر ساده می‌کنیم تا به یک گزاره بدیهی و همیشه درست برسیم و حالا اگر همه مراحل برگشت‌پذیر باشند، می‌توانیم بگوییم نامساوی همیشه برقرار است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$(a^2 + 1)(b^2 + 4) \geq 4ab \Leftrightarrow a^2b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 \geq 4ab$$

$$\Leftrightarrow a^2b^2 + 4a^2 + b^2 + 4 - 4ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2b^2 - 4ab + 4 + 4a^2 - 4ab + b^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (ab - 2)^2 + (2a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (ab - 2)^2 + (b - 2a)^2 \geq 0$$

حالا باید سعی کنیم اتحاد بسازیم:

پاسخ تشریحی

تست و پاسخ ۲۲

ارزش چند گزاره از گزاره‌های زیر درست است؟

ب) $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 3 > 3x$

الف) $\forall n \in \mathbb{N}; (n^{2n} + 1) \in \mathbb{P}$

ت) $\exists x \in \mathbb{Z}; \frac{7x-2}{x} = 6x$

پ) $\exists x \in \mathbb{R} - \{0\}; |x + \frac{1}{x}| < 2$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ x < 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{0\}; |x + \frac{1}{x}| \geq 2$$

درس نامه $x + \frac{1}{x}$. عبارتی بسیار مهم

پاسخ تشریحی بدانید و آگاه باشید که هیچ فرمولی برای اعداد اول وجود ندارد؛ پس ارزش هر گزاره به شکل $\forall x \in A; p(x) \in \mathbb{P}$ نادرست است و حتماً مثال نقضی دارد. برای «الف» نیز همین‌طور است، برای مثال به ازای $n = 3$ ، حاصل $n^{2n} + 1$ عددی زوج می‌شود که اول نیست.

«ب» درست است. $\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}; x^2 + 3 > 3x \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}; x^2 - 3x + 3 > 0 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow x^2 - 3x + 3 = 0$

با توجه به درس‌نامه «پ» نادرست است.

$$\frac{7x-2}{x} = 6x \Rightarrow 7x-2=6x^2 \Rightarrow 6x^2-7x+2=0 \Rightarrow \Delta=1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+1}{12} = \frac{2}{3} \\ x_2 = \frac{7-1}{12} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

بنابراین به ازای هیچ مقدار صحیح x ، $\frac{7x-2}{x} = 6x$ برقرار نیست و «ت» نیز نادرست است.

تست و پاسخ ۲۳

کدام گزاره را می‌توان با ارائه مثال نقض رد کرد؟

(۱) حاصل ضرب یک عدد گویای غیرصفر و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

(۲) اگر مجموع دو عدد گنگ، گویای غیر صفر باشد، مجموع دو برابر عدد اول با سه برابر عدد دوم، عددی گنگ است.

(۳) حاصل ضرب جذر دو عدد برابر است با جذر حاصل ضرب آن دو.

(۴) هیچ عدد طبیعی فردی وجود ندارد که مربع و مکعب آن فرد نباشد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی مثال نقض ندارد و آن را با برهان خلف اثبات می‌کنیم. فرض کنید یک عدد گویای غیرصفر (مثلاً a) و یک عدد گنگ

(مثلاً b) وجود دارد که حاصل ضرب آن‌ها گویا باشد، در این صورت: $ab = \text{گویا} \xrightarrow{a \neq 0} b = \frac{\text{گویا}}{a}$

a عددی گویا است، پس $\frac{\text{گویا}}{a}$ نیز عددی گویا می‌شود، پس b گویا است، اما این تناقض است؛ بنابراین فرض اولیه درست است و مثال نقض ندارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

۲۱) نیز مثال نقض ندارد و آن را با اثبات مستقیم، اثبات می‌کنیم. فرض کنید دو عدد گنگ a و b باشند که $a + b$ گویا است. مجموع دو برابر عدد اول با سه برابر عدد دوم $2a + 3b$ می‌شود که عددی گنگ است؛ زیرا:

$$2a + 3b = 2a + 2b + b = 2(a + b) + \underbrace{b}_{\text{گنگ}} = \underbrace{2(a + b)}_{\text{گویا}} + \text{گنگ}$$

$$\sqrt{(-3)(-2)} = \sqrt{6} \neq \sqrt{-3} \times \sqrt{-2}$$

۲۲) مثال نقض دارد، برای مثال اگر دو عدد -2 و -3 باشند، داریم:

۲۳) نیز مثال نقض ندارد، زیرا اگر عددی فرد باشد، هر توان طبیعی آن نیز فرد است؛ پس هیچ عدد طبیعی فردی وجود ندارد که مربع و مکعب آن فرد نباشد.

تست و پاسخ ۲۴

اگر ارزش نقیض گزاره $[p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)] \wedge [\sim (p \wedge r) \vee \sim q]$ نادرست باشد، ارزش کدام گزاره‌ها درست است؟

$$(1) p \vee q, r \wedge p$$

$$(2) q \Rightarrow p, r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)]$$

$$(3) (p \vee q) \wedge r, (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p)$$

$$(4) [p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r, \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره جبر گزاره‌ها جزء سوالات پرتکرار کنکورهای اخیر هست، پس روش حل این سؤال و نکات آن را حتماً یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره در لفافه باید از قانون جذب استفاده کنید!

درس نامه •• جبر گزاره‌ها

(۱) نقیض یک گزاره: نقیض گزاره p را $\sim p$ نمایش می‌دهیم و آن را «چنین نیست که p » می‌خوانیم.

نکته اگر ارزش p درست باشد، ارزش $\sim p$ نادرست است و برعکس:

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

نکته ارزش نقیض نقیض یک گزاره، با ارزش خود گزاره یکسان است:

(۲) ترکیب‌های فصلی و عطفی دو گزاره: اگر دو گزاره را با حرف ربط «یا» به هم مرتبط کنیم، ترکیب فصلی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p یا q » و می‌نویسیم « $p \vee q$ ».

اگر دو گزاره را با حرف ربط «و» به هم مرتبط کنیم، ترکیب عطفی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p و q » و می‌نویسیم « $p \wedge q$ ».

نکته ارزش $p \vee q$ زمانی درست است که ارزش دست کم یکی از دو گزاره p یا q درست باشد

و ارزش $p \wedge q$ زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

۳) ترکیب شرطی دو گزاره: به گزاره $p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و آن را به صورت «اگر p آن گاه q» می‌خوانیم. ارزش یک گزاره شرطی تنها در حالتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد:

نکته در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، به p «مقدم» و به q «تالی» یا «حکم» می‌گوییم.

نکته گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را به دو صورت زیر نیز می‌خوانیم:

شرط کافی است برای q. q شرط لازم است برای p.

نکته اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد:

به $q \Rightarrow p$ عکس گزاره شرطی می‌گوییم؛ به $\sim q \Rightarrow \sim p$ عکس نقیض یک گزاره شرطی می‌گوییم (که با $p \Rightarrow q$ هم‌ارزش است، یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q \equiv p \Rightarrow q$)؛ و به $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ نقیض عکس یک گزاره شرطی می‌گوییم.

نکته انتقای مقدم: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر p یا «مقدم» نادرست باشد، گزاره به انتقای مقدم درست است:

$$p \equiv F \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

نکته درست بودن تالی: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر q یا «تالی» درست باشد، $p \Rightarrow q$ همواره درست است:

$$q \equiv T \xrightarrow{\text{در این صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۴) ترکیب دوشروطی: اگر دو گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ را با ترکیب عطفی « $\wedge$ » به هم مرتبط کنیم، ترکیب دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ به دست می‌آید که آن را به صورت «اگر و تنها اگر q» یا «p شرط لازم و کافی برای q است» می‌خوانیم.

نکته ارزش $p \Leftrightarrow q$ فقط در حالتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نکته نقیض $p \Leftrightarrow q$ را به یکی از صورت‌های زیر می‌توان نوشت:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$$

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

نکته ترکیب دوشروطی یک گزاره با خودش همواره درست و ترکیب دوشروطی یک گزاره با نقیضش همواره نادرست است:

$$p \Leftrightarrow p \equiv T$$

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

هم‌ارزی‌های منطقی:

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

(۱) جابه‌جایی

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$$

$$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

(۲) شرکت‌پذیری

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

(۳) توزیع‌پذیری

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

(۴) دمورگان

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

(۵) جذب

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی ارزش نقیض گزاره صورت سؤال نادرست است، پس ارزش گزاره $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge [p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)]$ درست است. از طرفی اگر دقت کنید، با توجه به قانون جذب $p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p) \equiv p$ است؛ پس می‌خواهیم $[(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge p$ درست باشد. این گزاره عطفی در صورتی درست است که p و $(\sim p \wedge r) \vee \sim q$ درست باشد، p درست است، پس $\sim p$ نادرست است و $\sim p \wedge r$ نیز نادرست می‌شود، بنابراین $(\sim p \wedge r) \vee \sim q$ هم‌ارزش با $\sim q$ می‌شود، بنابراین p درست، q نادرست و r گزاره‌ای دلخواه است. (این چیزایی که گفتیم رو به صورت ریاضی هم ببین!)

$$\sim [(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge \underbrace{[p \vee ((q \vee \sim r) \wedge p)]}_p \equiv F$$

$$\Rightarrow [(\sim p \wedge r) \vee \sim q] \wedge p \equiv T \Rightarrow \begin{cases} p \equiv T \\ (\sim p \wedge r) \vee \sim q \equiv T \end{cases}$$

$$p \equiv T \Rightarrow \sim p \equiv F \Rightarrow \sim p \wedge r \equiv F \wedge r \equiv F$$

$$\Rightarrow (\sim p \wedge r) \vee \sim q \equiv F \vee \sim q \equiv \sim q \Rightarrow \sim q \equiv T \Rightarrow q \equiv F$$

حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} p \vee q \equiv T \vee F \equiv T \\ r \wedge p \equiv r \wedge T \equiv r \end{cases} \quad \text{بستگی به ارزش } r \text{ دارد.}$$

$$\begin{cases} q \Rightarrow p \equiv F \Rightarrow T \equiv T \\ r \vee [(q \wedge \sim r) \vee (p \wedge \sim q)] \equiv r \vee \underbrace{[(F \wedge \sim r) \vee (T \wedge T)]}_T \equiv T \end{cases}$$

$$\begin{cases} (p \vee q) \wedge r \equiv \underbrace{T \vee F}_T \wedge r \equiv r \\ (r \vee p) \Rightarrow (q \wedge \sim p) \equiv \underbrace{(r \vee T)}_T \Rightarrow \underbrace{(F \wedge F)}_F \equiv F \end{cases}$$

$$\begin{cases} [p \vee (q \wedge \sim r)] \Rightarrow r \equiv T \vee \underbrace{(F \wedge \sim r)}_T \Rightarrow r \equiv r \\ \sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow r \equiv \underbrace{\sim (T \wedge T)}_F \Rightarrow r \equiv T \end{cases}$$

تست و پاسخ ۲۵

ارزش گزاره $p \Leftrightarrow q$ با ارزش کدام گزاره یکسان نیست؟

$$(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \quad (۲)$$

$$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \quad (۴)$$

$$\sim p \Leftrightarrow \sim q \quad (۱)$$

$$(p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی روش اول: اگر در گزاره دوطرفی، هر دو گزاره را نقیض کنیم، گزاره حاصل هم‌ارزش گزاره اولیه می‌شود؛ یعنی:

$$\sim p \Leftrightarrow \sim q \equiv p \Leftrightarrow q$$

پس ۱ هم‌ارزش با $p \Leftrightarrow q$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حالا $p \Leftrightarrow q$ را با کمک قواعد جبر گزاره‌ها ساده می‌کنیم تا ببینیم با کدام یک از گزینه‌های دیگر هم‌ارزش است:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)}_{\text{گزینه (۲)}}$$

$$\equiv ((\sim p \vee q) \wedge \sim q) \vee ((\sim p \vee q) \wedge p)$$

$$\equiv ((\sim p \wedge \sim q) \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F) \vee ((\underbrace{\sim p \wedge p}_F) \vee (q \wedge p)) \equiv \underbrace{(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p)}_{\text{گزینه (۲)}}$$

بنابراین گزاره صورت سؤال با گزاره $\boxed{۲}$ یکسان نیست، به عنوان مثال نقض به ازای $p \equiv T$ و $q \equiv T$ ، $p \Leftrightarrow q$ درست است، ولی $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ نادرست است.

روش دوم: جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge \sim q$	$p \wedge \sim q$	$q \wedge \sim p$	$p \vee \sim q$	$q \vee \sim p$	$p \Leftrightarrow q$	۱	۲	۳	۴
T	T	F	F	T	F	F	F	T	T	T	T	T	T	F
T	F	F	T	F	F	T	F	T	F	F	F	F	F	T
F	T	T	F	F	F	F	T	F	T	F	F	F	F	T
F	F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T	T	T	F

تست و پاسخ ۲۶

گزاره‌نمای $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{R}; P(x, y)$ با کدام گزاره‌نمای $P(x, y)$ درست نیست؟

$$xy + x^2 y^2 = 2 \quad (۲)$$

$$x^2 y - 3xy + x^2 + 1 = 0 \quad (۱)$$

$$x^{-1} + y^{-1} = x^{-2} + y^{-2} \quad (۴)$$

$$(x^3 + y^3)^2 = (x^2 - y^2)^3 = 0 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره گزاره سوری با دو متغیر، جزء سؤالاتی است که اکثر دانش‌آموزان به آن پاسخ نمی‌دهند یا پاسخ اشتباه می‌دهند که دلیل آن را پس از خواندن درس‌نامه زیر متوجه می‌شوید.

خودت حل کنی بهتره باید به دنبال گزاره نمایی بگردیم که به ازای یک مقدار طبیعی x ، هیچ مقدار حقیقی برای y پیدا نشود که در معادله صدق کند.

درس‌نامه ● گزاره‌های سوری با دو متغیر

چهار نوع گزاره سوری با دو متغیر داریم:

نماد ریاضی	معادل فارسی	
$\forall x \forall y; p(x, y)$	به ازای هر x و به ازای هر y رابطه p برقرار است.	۱
$\forall x \exists y; p(x, y)$	به ازای هر x دست کم یک مقدار y وجود دارد که به ازای آن p برقرار است.	۲
$\exists x \forall y; p(x, y)$	x ای وجود دارد که به ازای همه مقادیر y ، p برقرار است.	۳
$\exists x \exists y; p(x, y)$	x ای وجود دارد که دست کم به ازای یک مقدار y ، p برقرار است.	۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) این که بفهمیم ۱) مثال نقض دارد کار ساده‌ای نیست! احتمالاً با خودتان گفتید که y را تنها می‌کنیم و در این صورت، به ازای هر x ، طبیعتاً یک مقدار حقیقی برای y حاصل می‌شود:

$$x^2y - 3xy + x^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x^2y - 3xy = -x^2 - 1 \Rightarrow y(x^2 - 3x) = -x^2 - 1 \Rightarrow y = \frac{-x^2 - 1}{x^2 - 3x}$$

اما دقت کنید به ازای $x = 3$ ، هیچ مقداری برای y به دست نمی‌آید (چون مخرج صفر می‌شود)؛ بنابراین ۱) نادرست است.

۲) در ۲) ابتدا عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$xy + x^2y^2 = 2 \Rightarrow x^2y^2 + xy - 2 = 0$$

حالا دلتای این معادله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta = x^2 - 4x^2(-2) = x^2 + 8x^2 = 9x^2$$

x عددی طبیعی است؛ پس $9x^2 > 0$ می‌شود و معادله همواره جوابی برای y دارد.

۳) در ۳)، اگر y را برابر فرینۀ x قرار دهیم، گزاره‌نما درست می‌شود.

۴) عبارت ۴) را نیز ابتدا ساده می‌کنیم:

$$x^{-1} + y^{-1} = x^{-2} + y^{-2} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{1}{y^2} - \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{x-1}{x^2} = \frac{1-y}{y^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x-1}{x^2}\right)y^2 = 1-y \Rightarrow \left(\frac{x-1}{x^2}\right)y^2 + y - 1 = 0$$

به ازای $x=1$ ، $y=1$ می‌شود و برای x های طبیعی مخالف ۱، $\frac{x-1}{x^2}$ مثبت است، پس $\frac{c}{a}$ معادله درجه ۲ منفی می‌شود و معادله حتماً ریشه حقیقی دارد.

تست و پاسخ ۲۷

مطابق با جدول ارزش درستی گزاره‌های زیر، کدام گزاره مرکب می‌تواند هم‌ارز منطقی گزاره x باشد؟

p	q	r	x
T	T	T	F
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	F
F	F	F	F

$$[(q \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow \sim p)] \wedge [p \Rightarrow (q \vee (\sim p \wedge r))]$$
 ۱)

$$[(q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r] \Rightarrow [\sim r \vee (p \wedge \sim q)]$$
 ۲)

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \vee [r \Rightarrow [(p \vee \sim q) \wedge r]]$$
 ۳)

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge \sim (q \vee \sim r)) \vee (\sim p \wedge q)]$$
 ۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره کافیه یکی یا دوتا از حالت‌ها رو توی گزینه‌ها امتحان کنی و با رد گزینه به جواب درست برسی!

نکته در گزاره شرطی اگر مقدم نادرست باشد، گزاره به انتفای مقدم درست می‌شود، یعنی:

$$F \Rightarrow P \equiv T$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

طبق جدول ارزش گزاره‌های صورت سؤال، در حالت p نادرست، q نادرست و r نادرست، x نیز باید نادرست باشد، حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 1) & [(q \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow \sim p)] \wedge [p \Rightarrow (q \vee (\sim p \wedge r))] \\ & \equiv [\underbrace{(F \Rightarrow F)}_T \vee \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T] \wedge [F \Rightarrow (F \vee (T \wedge F))] \equiv T \wedge T \equiv T \end{aligned}$$

به انتقای مقدم T

$$\begin{aligned} 2) & [(q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow r] \Rightarrow [\sim r \vee (p \wedge \sim q)] \\ & \equiv [\underbrace{(F \Rightarrow T)}_F] \Rightarrow [T \vee (F \wedge T)] \equiv T \end{aligned}$$

به انتقای مقدم T

$$\begin{aligned} 3) & [(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \vee [r \Rightarrow ((p \vee \sim q) \wedge r)] \\ & \equiv [\underbrace{(F \Rightarrow F)}_F] \vee [F \Rightarrow ((F \vee T) \wedge F)] \equiv F \vee T \equiv T \end{aligned}$$

به انتقای مقدم T

$$\begin{aligned} 4) & [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge \sim (q \vee \sim r)) \vee (\sim p \wedge q)] \\ & \equiv [\underbrace{(F \Rightarrow F)}_T \wedge \underbrace{(F \Rightarrow F)}_T] \Rightarrow [\underbrace{(F \wedge \sim (F \vee T))}_F \vee \underbrace{(T \wedge F)}_F] \equiv T \Rightarrow F \equiv F \end{aligned}$$

به انتقای مقدم T

تست و پاسخ ۲۸

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در اثبات نامساوی $\frac{x^2 + x + 1}{3x} \geq 1$ از طریق گزاره‌های هم‌ارز، به رابطه همواره درست $(x-1)^2 \geq 0$ می‌رسیم.

(۲) حکم کلی «برای هر عدد طبیعی n ، حداقل یکی از دو عدد $2^n - 1$ یا $2^n + 1$ ، عددی اول است» دارای مثال نقض است.

(۳) اگر a و b اعداد گویای غیرصفر و c عددی گنگ باشد، عدد $a^2 - bc$ حتماً گنگ است.

(۴) $(p \vee q) \Rightarrow r \equiv \sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) این گزاره اصلاً درست نیست! برای مثال به ازای $x = -1$ به $-\frac{1}{3} \geq 1$ می‌رسیم که نادرست است.

۲) این گزاره درست است، برای مثال به ازای $n = 6$ ، هیچ‌کدام از اعداد $2^6 - 1 = 63$ و $2^6 + 1 = 65$ اول نیستند.

۳) این گزاره درست است و درستی آن را به کمک برهان خلف اثبات می‌کنیم. فرض کنید $a^2 - bc$ عددی گویا باشد:

$$a^2 - bc = \text{گویا} \Rightarrow bc = a^2 - \text{گویا}$$

a عددی گویا است، پس a^2 نیز گویا می‌شود و بنابراین $(a^2 - \text{گویا})$ ، گویا می‌شود:

$$bc = \text{گویا} \xrightarrow{b \neq 0} c = \frac{\text{گویا}}{b}$$

b عددی گویا است، پس $\frac{\text{گویا}}{b}$ نیز گویا می‌شود و بنابراین c نیز باید گویا باشد که تناقض است، پس فرض اولیه غلط بوده و $a^2 - bc$ گنگ می‌شود.

۴) این گزاره نیز درست است و درستی آن را با کمک جبر گزاره‌ها اثبات می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (p \vee q) \Rightarrow r & \equiv \sim (p \vee q) \vee r \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \\ & \equiv r \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q) \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه دوازدهم: صفحه‌های ۹ تا ۲۱، هندسه دهم: صفحه‌های ۹ تا ۲۸

تست و پاسخ ۲۹

به ازای کدام مقدار a ، برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ رابطه $A^2 = 7I$ برقرار است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

مربع هر ماتریس مربعی 2×2 مثل $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ را می‌توانیم به صورت زیر برحسب I و خودش بنویسیم:

$$A^2 = (a+d)A - (ad-bc)I$$

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول (محاسبه A^2): اول A^2 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A \times A \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 + 6 & 2a - 2 \\ 3a - 3 & 7 \end{bmatrix}$$

گام دوم (اجرای خواسته سؤال): حالا ماتریس A^2 را برابر با $7I = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$ قرار می‌دهیم تا مقدار a پیدا شود:

$$A^2 = 7I \Rightarrow \begin{bmatrix} a^2 + 6 & 2a - 2 \\ 3a - 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

با جای گذاری $a = 1$ در $A^2 = \begin{bmatrix} a^2 + 6 & 2a - 2 \\ 3a - 3 & 7 \end{bmatrix}$ می‌بینیم که تساوی $A^2 = 7I$ برقرار است؛ پس $a = 1$ هیچ مشکلی ندارد و پاسخ مسئله است.

روش دوم:

می‌توانیم به کمک رابطه‌ای که در درس نامه گفتیم ماتریس A^2 را برحسب A و I بنویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (a-1)A - (-a-6)I (*)$$

حالا اگر تساوی $A^2 = 7I$ را با رابطه (*) مقایسه کنیم، متوجه می‌شویم که دو رابطه $a-1=0$ و $-(-a-6)=7$ باید برقرار باشند. از هر

دوی این روابط $a=1$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۰

چند ماتریس به صورت $A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{bmatrix}$ وجود دارد، به طوری که ماتریس A^2 برابر با $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ باشد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

خوب حل کنی بهتره اول A^2 را به صورت پارامتری بنویسید و بعد شرط مساوی بودنش را با ماتریس $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ اجرا کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

گام اول (محاسبه A^2): اول باید ماتریس A^2 را به دست بیاوریم. برای این کار از تساوی $A^2 = A \times A$ استفاده می‌کنیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & a & 0 \\ c & b & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 2ab & a^2 & 0 \\ b^2 + 2ac & 2ab & a^2 \end{bmatrix}$$

گام دوم (اجرای خواسته سؤال): سؤال می‌خواهد ماتریس A^2 با ماتریس $\begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ مساوی باشد؛ برای این که این اتفاق بیفتد، باید تک تک درایه‌های این دو ماتریس مساوی هم باشند:

$$\begin{bmatrix} a^2 & 0 & 0 \\ 2ab & a^2 & 0 \\ b^2 + 2ac & 2ab & a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 3 & 1 & 9 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2ab = 0 \\ 2ab = 1 \end{cases}$$

همان‌طور که می‌بینید از برابری درایه‌های قرمز به تساوی $2ab = 0$ و از برابری درایه‌های آبی به تساوی $2ab = 1$ می‌رسیم. واضح است که امکان ندارد $2ab$ هم‌زمان هم صفر باشد و هم ۱، پس چنین ماتریسی وجود ندارد.

تست و پاسخ ۳۱

اگر $A \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در ضرب ماتریس‌ها همیشه بهینه محاسبه کنید. در همین سؤال با پیدا کردن سه تا درایه، خواسته مسئله پیدا می‌شود. برای درک بهتر این موضوع پاسخ را بخوانید.

خود حل کنی بهتره قبل از هر چیز مرتبه ماتریس A را به دست بیاورید؛ بعد آن را به صورت پارامتری در تساوی سؤال جای گذاری کنید.

درس نامه

شرط این که ضربی مثل $A_{m \times n} \times B_{p \times q}$ در دنیای ماتریس‌ها شدنی باشد، این است که تعداد ستون‌های ماتریس اول با تعداد سطرهاى ماتریس دوم برابر باشد، یعنی $n = p$ باشد. ماتریس حاصل از این ضرب هم یک ماتریس از مرتبه $m \times q$ است؛ ببینید:

$$A_{m \times n} \times B_{p \times q} \xrightarrow{\text{به شرطی که } n = p \text{ باشد}} C_{m \times q}$$

گام اول (پیدا کردن مرتبه ماتریس A): فرض می‌کنیم ماتریس A از مرتبه $m \times n$ باشد. طبق درس‌نامه، برای انجام پذیر بودن

ضربی که در سمت چپ تساوی $\begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \times A_{m \times n}$ وجود دارد، باید $n = 3$ باشد. در این صورت ماتریس حاصل

از این ضرب از مرتبه $m \times 3$ خواهد بود.

با مقایسه این مرتبه ($m \times 3$) با مرتبه ماتریس سمت راست تساوی (3×3) متوجه می‌شویم که $m = 3$ است؛ پس A یک ماتریس از مرتبه 3×1 است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم (پیدا کردن درایه‌های ماتریس A): با توجه به گام اول می‌توانیم ماتریس A را به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ در نظر بگیریم. در این صورت داریم:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x & \ominus & \ominus \\ 2y & \ominus & \ominus \\ \ominus & \ominus & 7z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & a & b \\ 12 & c & d \\ e & f & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ 2y = 12 \Rightarrow y = 6 \\ 7z = 21 \Rightarrow z = 3 \end{cases}$$

$$2 + 6 + 3 = 11$$

بنابراین ماتریس A به صورت $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ بوده و مجموع درایه‌هایش برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۳۲

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس $A^6 + A^4 + A^{10}$ کدام است؟

۵۶ (۴)

۳۲ (۳)

۲۸ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس‌نامه

برای محاسبه توان بزرگ یک ماتریس مثل A، اول توان‌های کوچک آن را به دست بیاورید. منظور از توان‌های کوچک توان‌های دوم، سوم و چهارم است. احتمالاً در یکی از این توان‌ها به یک ماتریس خاص می‌رسیم. این ماتریس خاص ممکن است به صورت‌های زیر خودش را نشان دهد:

(۱) ماتریس I یا kI

(۲) ماتریس A یا kA

بعد از رسیدن به یکی از ماتریس‌های بالا، می‌توانید توان‌های بزرگ را هم محاسبه کنید. در صورتی که به ماتریس خاصی برخوردید، باید از روی A ، A^2 ، A^3 ، ... و A^n را حدس بزنید.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه توان‌های کوچک A): A^2 و A^3 و A^4 را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \times A = \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

گام دوم (محاسبه ماتریس‌های A^6 ، A^4 و A^{10}): همان‌طور که می‌بینید در توان چهارم به ماتریس خاص $-4I$ رسیدیم. به کمک این توان، توان‌های دیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$A^6 = A^4 \times A^2 = -4I \times A^2 = -4A^2 = -4 \times \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^8 = A^4 \times A^4 = (-4I)(-4I) = 16I^2 = 16I = \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

$$A^{10} = A^6 \times A^4 = (-4I) \times A^6 = -4A^6 = -4 \times \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -32 \\ 32 & 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا می‌توانیم ماتریس $A^6 + A^4 + A^1$ را به دست بیاوریم:

$$A^6 + A^4 + A^1 = \begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -32 \\ 32 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & -24 \\ 24 & 16 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر می‌شود ۳۲.

تست و پاسخ ۳۳

اگر $A = \begin{bmatrix} y & z & y \\ 2 & 0 & 4z \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y & -1 & x \\ 0 & 0 & -x \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- (۱) -۱
(۲) ۱
(۳) صفر
(۴) AB نمی‌تواند اسکالر باشد.

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه

به ماتریس مربعی‌ای که دو شرط زیر را داشته باشد، ماتریس اسکالر می‌گوییم:

- (۱) همه درایه‌های قطر اصلی‌اش، برابر باشند.
(۲) همه درایه‌های غیر قطر اصلی‌اش، صفر باشند.

مثلاً ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است.
قطر اصلی

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه AB): اول ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} y & z & y \\ 2 & 0 & 4z \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y & -1 & x \\ 0 & 0 & -x \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y^2 - y & 0 & xy - xz + y \\ 2y - 4z & 4z - 2 & 2x + 4z \\ 0 & 0 & -xz \end{bmatrix}$$

گام دوم (اجرای شرط اسکالر بودن AB): حالا با توجه به درس‌نامه بالا شرط اسکالر بودن ماتریس AB را می‌نویسیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y - 4z = 0 \Rightarrow y = 2z & (1) \\ 2x + 4z = 0 \Rightarrow x = -2z & (2) \\ xy - xz + y = 0 \xrightarrow{\text{طبق (1) و (2)}} (-2z)(2z) - (-2z)(z) + 2z = 0 \Rightarrow -2z^2 + 2z = 0 \\ \Rightarrow z(1 - z) = 0 \Rightarrow z = 0 \text{ یا } 1 \end{cases}$$

گام سوم (محاسبه x, y, z): با توجه به گام دوم باید دو حالت زیر را بررسی کنیم:

حالت اول: $z = 0$ باشد: در این صورت طبق رابطه‌های (۱) و (۲)، x, y هم صفر می‌شوند. با جای‌گذاری این مقادیر در ماتریس AB، به ماتریس

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

می‌رسیم. با توجه به این‌که درایه‌های قطر اصلی این ماتریس برابر نیستند؛ پس در این حالت AB اسکالر نیست.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حالت دوم: $z=1$ باشد: در این صورت $x=-2z=-2$ و $y=2z=2$ است. با جای گذاری این مقادیر در ماتریس AB به ماتریس

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

می‌رسیم که هر دو شرط اسکالربودن را دارد؛ پس $x+y+z=-2+2+1=1$ است.

تست و پاسخ ۳۴

اگر A و B دو ماتریس باشند، به طوری که $A-B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + 2I$ و $AB+BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + I$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A^2+B^2 کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۷ (۳)

۳۰ (۲)

۳۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره از اتحاد $(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2$ استفاده کنید.

درس نامه

(۱) ضرب ماتریس‌ها در حالت کلی خاصیت جابه‌جایی ندارد، یعنی در حالت کلی $AB \neq BA$ است.

(۲) از آن جایی که ضرب ماتریس‌ها خاصیت جابه‌جایی ندارد، اتحادهای جبری هم در آن‌ها برقرار نیست. مثلاً برای دو ماتریس مثل A و B نمی‌توانیم بگوییم $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ؛ بلکه باید بنویسیم:

$$(A+B)^2 = (A+B)(A+B) = A^2 + AB + BA + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2$$

به همین ترتیب برای $(A-B)^2$ هم داریم:

پاسخ تشریحی گام اول (تعیین استراتژی حل): سؤال $A-B$ و $AB+BA$ را داده و A^2+B^2 را می‌خواهد. با توجه به درس‌نامه جایی که همه این موارد دیده می‌شود، تساوی $(A-B)^2 = A^2 - AB - BA + B^2$ است؛ پس طرفین تساوی‌ای که $A-B$ را دارد به توان ۲ می‌رسانیم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طرفین تساوی $A-B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + 2I = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(A-B)^2 = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - AB - BA + B^2 = \begin{bmatrix} 13 & -6 \\ 18 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} 13 & -6 \\ 18 & 1 \end{bmatrix} + AB + BA$$

حالا کافی است رابطه $AB+BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + I = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ را در تساوی بالا جای گذاری کنیم تا A^2+B^2 پیدا بشود:

$$A^2 + B^2 = \begin{bmatrix} 13 & -6 \\ 18 & 1 \end{bmatrix} + AB + BA = \begin{bmatrix} 13 & -6 \\ 18 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -4 \\ 17 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 15 + 17 + 6 - 4 = 34$$

تست و پاسخ ۳۵

اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به طوری که $a_{ij} = \begin{cases} 2i-j; & i \leq j \\ 0; & i > j \end{cases}$ باشد، آن گاه مجموع درایه‌های قطر فرعی ماتریس A^3 ، برابر با کدام است؟

درایه‌های واقع در «سطر ۱ و ستون ۳»، «سطر ۲ و ستون ۲» و «سطر ۳ و ستون ۱»

-۵ (۲)

۵ (۴)

۷ (۱)

-۷ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ..

هر وقت تمام درایه‌های حاصل از ضرب سه ماتریس مثل A, B, C را نمی‌خواستید و هدفشان پیدا کردن یک سری درایه‌های خاص بود، از این

رابطه استفاده کنید:
$$\begin{bmatrix} \text{ستون} \\ \text{زام} \\ \text{ماتریس} \end{bmatrix} \times \text{کل ماتریس } B \times [\text{سطر } i \text{ ام ماتریس } A] = \text{درایه واقع در سطر } i \text{ ام و ستون } j \text{ ام در ماتریس } A \times B \times C$$

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه درایه‌های ماتریس A): فرض می‌کنیم $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت با توجه به این که $i \leq j$ و $i > j$

$a_{ij} = \begin{cases} 2i - j; & i \leq j \\ 0; & i > j \end{cases}$ است، درایه‌های ماتریس A به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A = \begin{bmatrix} 2(1) - 1 & 2(1) - 2 & 2(1) - 3 \\ 0 & 2(2) - 2 & 2(2) - 3 \\ 0 & 0 & 2(3) - 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه درایه‌های مورد نظر سؤال از ماتریس A^3): چون $A^3 = A \times A \times A$ است، پس می‌توانیم درایه‌های خاصی را که به دنبالشان هستیم، به کمک درس‌نامه پیدا کنیم:

$$A \times A \times A \text{ در ماتریس } \begin{bmatrix} \text{ستون } 3 \\ \text{ماتریس } A \end{bmatrix} \times \text{کل } A \times [\text{سطر } 1 \text{ ماتریس } A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = -13$$

$$A \times A \times A \text{ در ماتریس } \begin{bmatrix} \text{ستون } 2 \\ \text{ماتریس } A \end{bmatrix} \times \text{کل } A \times [\text{سطر } 2 \text{ ماتریس } A] = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 8$$

$$A \times A \times A \text{ در ماتریس } \begin{bmatrix} \text{ستون } 1 \\ \text{ماتریس } A \end{bmatrix} \times \text{کل } A \times [\text{سطر } 3 \text{ ماتریس } A] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$-13 + 8 + 0 = -5$$

بنابراین مجموع درایه‌های مورد نظر برابر می‌شود با:

تست و پاسخ ۳۶

در مثلث ABC ، اگر طول ضلع BC برابر با ۱۰ و طول میانه وارد بر آن $3/5$ باشد، چند نقطه برای رأس A یافت می‌شود، به طوری که مساحت

این مثلث ۱۷ باشد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

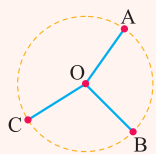
پاسخ: گزینه ۳



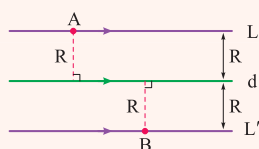
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه



(۱) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از نقطه O به فاصله R هستند، باید دایره‌ای به مرکز O و شعاع R بکشیم. هر نقطه‌ای که روی این دایره باشد، فاصله‌اش از O برابر R است. ببینید:

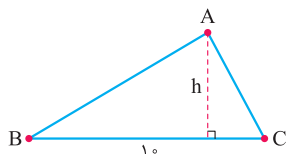


(۲) برای پیدا کردن نقطه‌هایی که از خط d به فاصله R هستند، باید دو خط موازی با d و به فاصله R از هر طرف آن رسم کنیم. هر نقطه‌ای که روی یکی از این خط‌ها باشد، فاصله‌اش از خط d برابر R است. نگاه کنید:

(۳) هر وقت دنبال نقطه‌ای بودید که هر دو ویژگی بالا را داشته باشد، اول نقطه‌های هر ویژگی را جداگانه پیدا کنید و بعد نقطه‌های مشترک بین دو ویژگی را (که همان نقطه‌های برخورد هستند) در صورت وجود به عنوان جواب در نظر بگیرید.

پاسخ تشریحی

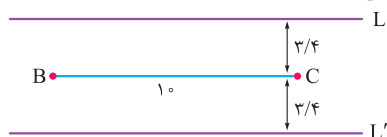
گام اول (مشخص کردن ویژگی اول رأس A): یک شکل فرضی برای مثلث ABC می‌کشیم. فرض می‌کنیم طول ارتفاع وارد بر ضلع BC برابر h باشد، در این صورت با توجه به این که مساحت این مثلث ۱۷ است، می‌توانیم بنویسیم:



(شکل ۱)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} h \times BC \Rightarrow 17 = \frac{1}{2} \times h \times 10 \Rightarrow h = \frac{17}{5} = 3 \frac{3}{5}$$

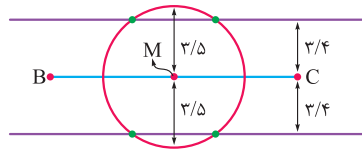
تساوی $h = 3 \frac{3}{5}$ به ما می‌گوید که فاصله نقطه A از ضلع BC باید $3 \frac{3}{5}$ واحد باشد. این از ویژگی اول رأس A.



(شکل ۲)

گام دوم (پیدا کردن نقاط ویژگی اول): طبق مورد (۲) درس‌نامه این نقطه‌ها با کشیدن دو خط موازی با BC و به فاصله $3 \frac{3}{5}$ واحد از آن پیدا می‌شوند، ببینید:

گام سوم (مشخص کردن ویژگی دوم رأس A): اگر قرار باشد، طول میانه وارد بر ضلع BC برابر $3 \frac{3}{5}$ باشد، پس فاصله رأس A از وسط ضلع BC، باید برابر $3 \frac{3}{5}$ باشد. این هم از ویژگی دوم رأس A.



(شکل ۳)

گام چهارم (پیدا کردن نقطه‌های ویژگی دوم): فرض می‌کنیم نقطه M، وسط ضلع BC باشد، در این صورت طبق مورد (۱) درس‌نامه این نقطه‌ها با کشیدن دایره‌ای به مرکز M و شعاع $3 \frac{3}{5}$ پیدا می‌شوند. این دایره را مطابق شکل روبه‌رو به شکل (۲) اضافه می‌کنیم.

گام پنجم (پیدا کردن جواب‌های مسئله): طبق مورد (۳) درس‌نامه نقاط برخورد دایره با دو خط L و L' جواب‌های مسئله هستند. همان‌طور که در شکل ۳ می‌بینید چون $3 \frac{3}{5} < 3 \frac{3}{4}$ است، تعداد این نقطه‌ها ۴ تا است؛ پس مسئله ۴ جواب دارد.

تست و پاسخ ۳۷

در مثلث ABC نیمساز زاویه‌های B و C در نقطه I متقاطع‌اند. اگر مجموع فواصل نقطه I از ضلع‌های مثلث ۹ واحد و $BC = 3$ باشد، مساحت مثلث BIC کدام است؟

۴ / ۵ (۴)

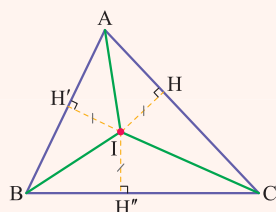
۴ / ۲۵ (۳)

۴ (۲)

۳ / ۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

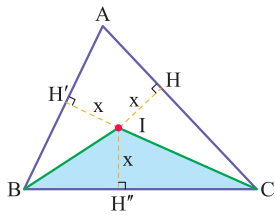


نیمسازهای داخلی هر مثلث در یک نقطه هم‌رس‌اند. فاصله این نقطه هم‌رسی از ضلع‌های مثلث یکسان است؛ یعنی در مثلث مقابل اگر I نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث باشد، می‌توانیم بگوییم $IH = IH' = IH''$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن فاصله I از ضلع‌های مثلث): شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید. با توجه به درس‌نامه می‌توانیم فرض کنیم که $IH = IH' = IH'' = x$ باشد، در این صورت چون جمع فواصل نقطه I از ضلع‌های مثلث ۹ واحد است، داریم:



$$x + x + x = 9 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا با داشتن طول ارتفاع IH'' و قاعده BC می‌توانیم مساحت مثلث BIC را به دست بیاوریم:

$$S_{BIC} = \frac{1}{2} x \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} = 4.5$$

تست و پاسخ ۳۸

در مثلث ABC که $AB = 8$ ، عمود منصف ضلع BC، ضلع AC را در نقطه M قطع می‌کند، به طوری که $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}$. محیط مثلث ABM کدام می‌تواند باشد؟

۱۶ (۲)

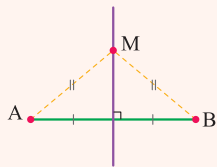
۱۲ (۱)

۲۴ (۴)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

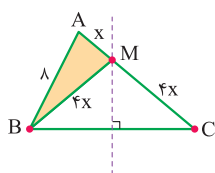
درس‌نامه



(۱) اگر نقطه‌ای روی عمود منصف یک پاره‌خط باشد، فاصله‌اش از دو سر آن پاره‌خط به یک اندازه است. مثلاً در شکل مقابل $MA = MB$ است.

(۲) در هر مثلث با ضلع‌های a، b و c نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$|a - b| < c < a + b, |a - c| < b < a + c, |b - c| < a < b + c$$



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و تحلیل اطلاعات مسئله): اول شکل مسئله را می‌کشیم. با توجه به

این که $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{4}$ است، می‌توانیم بگوییم $AM = x$ و $MC = 4x$ است. نقطه M روی عمود منصف

پاره‌خط BC است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه $MB = MC = 4x$ است.

گام دوم (پیدا کردن محدوده x): برای پیدا کردن محدوده x یکی از نامساوی‌های مورد (۲) درس‌نامه را برای مثلث رنگی می‌نویسیم:

$$4x - x < 8 < 4x + x \Rightarrow \begin{cases} 8 < 4x + x \Rightarrow 8 < 5x \Rightarrow \frac{8}{5} < x \\ 3x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{3} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{8}{5} < x < \frac{8}{3}$$

گام سوم (پیدا کردن محدوده محیط مثلث AMB): چون $\frac{8}{5} < x < \frac{8}{3}$ است، پس محدوده محیط مثلث AMB، یعنی $8 + 5x$ می‌شود:

$$\frac{8}{5} < x < \frac{8}{3} \xrightarrow{\times 5} 8 < 5x < \frac{40}{3} \xrightarrow{+8} 16 < 8 + 5x < \frac{64}{3}$$

محیط مثلث AMB

تنها عددی که در نابرابری بالا صدق می‌کند، عدد ۲۰ در ۳ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۳۹

در مثلث ABC نیمسازهای دو زاویه داخلی B و C ، همدیگر را در O قطع می‌کنند. اگر $BO > CO$ و $\hat{B}OC = 136^\circ$ ، آن‌گاه کدام مقایسه بین طول اضلاع مثلث درست است؟

$AC > AB > BC$ (۴)

$AB > AC > BC$ (۳)

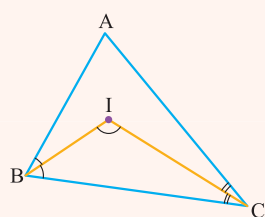
$BC > AC > AB$ (۲)

$BC > AB > AC$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

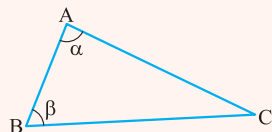
درس‌نامه

(۱) زاویه بین نیمسازهای داخلی دو زاویه از مثلث برابر با «زاویه سوم مثلث $90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$ » است. مثلاً در مثلث روبه‌رو زاویه بین نیمسازهای زوایای داخلی B و C برابر می‌شود با:



$$\hat{I} = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2}$$

زاویه سوم مثلث

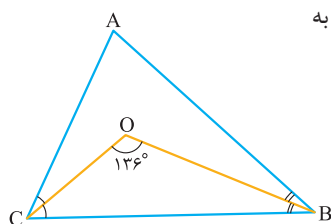


(۲) در هر مثلث، ضلعی که رو به زاویه بزرگ‌تر قرار دارد، بزرگ‌تر از ضلعی است که رو به زاویه کوچک‌تر است و برعکس. یعنی در مثلث روبه‌رو اگر $\alpha > \beta$ باشد، می‌توانیم بگوییم $BC > AC$ یا برعکس؛ اگر $BC > AC$ ، در این صورت حتماً $\alpha > \beta$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول (رسم شکل و محاسبه زاویه $\hat{A}$): شکل مسئله به صورت مقابل است. با توجه به

مورد (۱) درس‌نامه برای زاویه 136° می‌توانیم بنویسیم:



$$136^\circ = 90^\circ + \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 46^\circ \Rightarrow \hat{A} = 92^\circ$$

چون زاویه $\hat{A}$ یک زاویه منفرجه شد؛ بنابراین بزرگ‌ترین زاویه مثلث ABC ، همین زاویه است.

گام دوم (مقایسه زاویه‌های B و C): سؤال می‌گوید $BO > CO$ است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، زاویه $\hat{O}CB = \hat{C}$ در مثلث OBC از

$$\hat{O}BC = \frac{\hat{B}}{2} \text{ بزرگ‌تر است؛ یعنی:}$$

$$\frac{\hat{C}}{2} > \frac{\hat{B}}{2} \Rightarrow \hat{C} > \hat{B}$$

گام سوم (مقایسه اضلاع ABC): با توجه به گام‌های اول و دوم می‌توانیم بگوییم $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$ است، بنابراین طبق مورد (۲) درس‌نامه، نامساوی

ضلع رو به $\hat{B} > \hat{C} > \hat{A}$ ضلع رو به $\hat{A}$ در مثلث ABC برقرار است؛ یعنی:

$$BC > AB > AC$$

تست و پاسخ ۴۰

در مثلث ABC که $BC = 6$ ، عمودمنصف‌های دو ضلع AB و AC در نقطه M متقاطع‌اند. اگر $AM = \sqrt{10}$ ، آن‌گاه فاصله M از ضلع BC کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

۳ (۱)

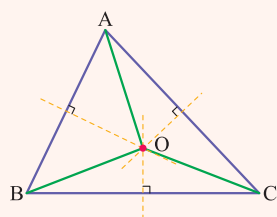
$\sqrt{5}$ (۴)

۱ (۳)

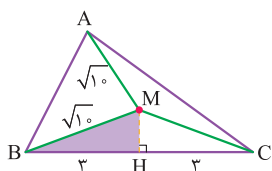
پاسخ: گزینه ۳



درس نامه



عمودمنصف‌های هر مثلث در یک نقطه هم‌رس‌اند. فاصله این نقطه هم‌رسی از رأس‌های مثلث یکسان است، یعنی در مثلث مقابل، اگر O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها باشد، می‌توانیم بگوییم $OA = OB = OC$.



گام اول (رسم شکل و محاسبه طول MB ، BH و HC): شکل مسئله به صورت مقابل

است. طبق چیزهایی که در درس‌نامه گفتیم، $MB = MA = \sqrt{10}$ است. از طرفی M روی عمودمنصف

$$\text{ضلع } BC \text{ هم هست، پس: } BH = HC = \frac{6}{2} = 3$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): مسئله فاصله M از ضلع BC یعنی MH را می‌خواهد. برای محاسبه طول MH از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه MBH استفاده می‌کنیم:

$$MH^2 + BH^2 = MB^2 \Rightarrow MH^2 + 3^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow MH^2 = 10 - 9 = 1 \Rightarrow MH = 1$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۵

تست و پاسخ ۴۱

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 6t - 24$ است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این متحرک در 10 s اول حرکت درست است؟

حرکت با سرعت ثابت

- (۱) جهت حرکت متحرک یک مرتبه تغییر می‌کند. (۲) سرعت متحرک به مدت 4 s در خلاف جهت محور x است. (۳) بردار مکان و سرعت متحرک، 4 s در خلاف جهت یکدیگرند. (۴) بردار مکان متحرک پیوسته در جهت محور x است.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این تست یک تست آموزشی روان برای یادگیری مفاهیم اولیه حرکت یکنواخت است.

خودت حل کنی بهتره با توجه به نوع حرکت، مکان و سرعت متحرک را در 10 ثانیه اول حرکت تحلیل کنید.

درس نامه

نکته در حرکت یکنواخت (سرعت ثابت)، هیچ‌گاه متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

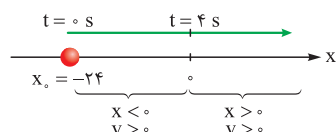
نکته در حرکت یکنواخت در صورتی که $\vec{V}$ و $\vec{X}_0$ در خلاف جهت هم باشند، بردار مکان متحرک در لحظه $t = \left| \frac{X_0}{V} \right|$ یعنی لحظه‌ای که متحرک از مبدأ محور می‌گذرد، تغییر جهت می‌دهد.

پاسخ تشریحی با توجه به معادله مکان - زمان حرکت، درمی‌یابیم که حرکت یکنواخت (سرعت ثابت) است. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) نادرست است؛ زیرا در حرکت یکنواخت متحرک پیوسته در یک جهت حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد.

(۲) نادرست است؛ زیرا سرعت متحرک ثابت و برابر با $\vec{V} = 6 \text{ (m/s)}$ است و در تمام لحظات در جهت محور x است.

(۳) درست است؛ زیرا تا قبل از تغییر جهت بردار مکان متحرک، بردار سرعت و مکان متحرک در خلاف جهت یکدیگرند.



$$x = 6t - 24 \xrightarrow{x=0} 0 = 6t - 24 \Rightarrow t = 4s$$

(۴) نادرست است؛ زیرا در 4 ثانیه اول حرکت، بردار مکان در خلاف جهت محور x است.

تست و پاسخ ۴۲

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است. سرعت متوسط متحرک در

دو ثانیه سوم حرکت بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

$$t = 6s \text{ تا } t = 4s$$

$$46 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$54 \frac{m}{s} \quad (4)$$

$$44 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$56 \frac{m}{s} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در این سؤال، چالشی از نظر مفهومی وجود ندارد، ولی باید مراقب باشید که جای‌گذاری و محاسبات را بدون عجله و به درستی انجام دهید، تا در دام تستی محاسباتی گرفتار نشوید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا لحظات شروع و پایان بازه زمانی را در معادله $x - t$ جای‌گذاری کنید و مکان متحرک در آن دو لحظه را به دست آورید. سپس سرعت متوسط، را حساب کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه... برای به دست آوردن سرعت متوسط متحرک با استفاده از معادله مکان - زمان، باید مکان متحرک را در ابتدا و انتهای بازه زمانی به کمک جای گذاری t در معادله به دست آوریم، سپس با داشتن t_1, t_2, x_1 و x_2 سرعت متوسط متحرک را به دست آوریم:

$$\bar{v}_{av} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{t_2 - t_1}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا بردار مکان متحرک را در دو لحظه ابتدا و انتهای بازه زمانی به دست می آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 4 \text{ s} \\ t_2 = 6 \text{ s} \end{array} \right. \text{ دو ثانیه سوم} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{x}_1 = ((4)^3 - 3(4)^2 + 4)\vec{i} = 20 \text{ m}\vec{i} \\ \bar{x}_2 = ((6)^3 - 3(6)^2 + 4)\vec{i} = 112 \text{ m}\vec{i} \end{array} \right.$$

گام دوم: حال بردار سرعت متوسط متحرک را به دست می آوریم:

$$\bar{v}_{av} = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{t_2 - t_1} = \frac{112 \text{ m}\vec{i} - 20 \text{ m}\vec{i}}{6 \text{ s} - 4 \text{ s}} = \frac{92 \text{ m}}{2} \vec{i} = 46 \text{ (m/s)} \vec{i}$$

تست و پاسخ ۴۳

متحرکی با سرعت ثابت بر روی محور x در حال حرکت است و در لحظه های $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 5 \text{ s}$ به ترتیب از مکان های $x_1 = -11 \text{ m}$ و $x_2 = 7 \text{ m}$ عبور می کند. بردار مکان متحرک در مبدأ زمان، بر حسب متر کدام است؟

معادله مکان-زمان درجه ۱

$$-23\vec{i} \text{ (۴)}$$

$$23\vec{i} \text{ (۳)}$$

$$-21\vec{i} \text{ (۲)}$$

$$21\vec{i} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک دو نقطه داده شده، معادله $x - t$ (درجه ۱) حرکت یکنواخت را بنویسید. سپس با استفاده از آن، بردار مکان اولیه ($\bar{x}_0$) را به دست آورید.

درس نامه... چگونه به کمک مکان و زمان متحرکی که با سرعت ثابت حرکت می کند، معادله آن را به دست آوریم؟

با توجه به این که معادله مکان - زمان حرکت با سرعت ثابت به صورت درجه ۱ و نمودار $x - t$ آن به صورت خط راست است، با داشتن مکان متحرک در دو لحظه t_1 و t_2 داریم:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow x - x_1 = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} (t - t_1) \Rightarrow x = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right) (t - t_1) + x_1$$

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک دو نقطه، معادله مکان - زمان حرکت یکنواخت را به دست می آوریم:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow{x_1 = -11 \text{ m و } x_2 = 7 \text{ m و } t_1 = 2 \text{ s و } t_2 = 5 \text{ s}} \frac{x - (-11)}{7 - (-11)} = \frac{t - 2}{5 - 2} \Rightarrow \frac{x + 11}{18} = \frac{t - 2}{3} \Rightarrow x + 11 = 6t - 12 \Rightarrow x = 6t - 23$$

گام دوم: با داشتن معادله $x - t$ ، بردار مکان متحرک در $t = 0$ را به دست می آوریم: $\bar{x}_0 = -23 \text{ (m)} \vec{i}$ $x = vt + x_0 \xrightarrow{x = 6t - 23} \bar{x}_0 = -23 \text{ (m)} \vec{i}$

تکنیک چون سرعت ثابت است می توانیم نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ را برای هر بازه زمانی دلخواه یکسان در نظر بگیریم؛ مثلاً این جا برای دو بازه زمانی $t_0 = 0 \text{ s}$ تا $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 5 \text{ s}$ می توانیم بنویسیم:

$$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow \frac{7 - (-11)}{5 - 2} = \frac{-11 - x_0}{2 - 0} \Rightarrow x_0 = -23 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۴۴

یک شناگر طول استخری را با تندی ثابت $5/4 \text{ km/h}$ رفته و با تندی ثابت $3/6 \text{ km/h}$ برمی گردد. تندی متوسط شناگر در طی رفت و برگشت، چند متر بر ثانیه است؟

$$1 \text{ m/s}$$

$$1/5 \text{ m/s}$$

$$4/32 \text{ (۲)}$$

$$4/5 \text{ (۱)}$$

$$1/2 \text{ (۴)}$$

$$1/25 \text{ (۳)}$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره ابتدا تندی‌ها را بر حسب یکای SI بنویسید. سپس با توجه به یکسان بودن مسافت رفت و برگشت و به کمک رابطه تندی متوسط، تندی متوسط متحرک را به دست آورید.

درس نامه

اگر متحرکی مسیر رفت را با تندی ثابت v_1 و مسیر برگشت را با تندی ثابت v_2 حرکت کند، می‌توان گفت:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{v_1 d}{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2} = \frac{v_1 d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow s_{av} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

تندی متوسط در کل حرکت

$$d, v_1: 5/4 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} = 1/5 \text{ m/s}$$

رفت: $\rightarrow$

$$d, v_2: 3/6 \text{ km/h} \times \frac{1 \text{ m/s}}{3.6 \text{ km/h}} = 1 \text{ m/s}$$

برگشت: $\leftarrow$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = v_1 d} s_{av} = \frac{v_1 d}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \xrightarrow{\Delta t_1 = \frac{d}{v_1} \text{ و } \Delta t_2 = \frac{d}{v_2}}$$

$$s_{av} = \frac{v_1 d}{\frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2}} = \frac{v_1}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \xrightarrow{v_1 = 1/5 \text{ m/s}, v_2 = 1 \text{ m/s}}$$

$$s_{av} = \frac{2(1/5 \times 1)}{1/5 + 1} = \frac{2}{6} = 1/3 \text{ m/s}$$

حواستون باشه حتماً حواستان به تبدیل یکای km/h به m/s باشد. از طرفی تندی متوسط برابر میانگین تندی‌های رفت و برگشت نیست، از این رو ❶ و ❷ دام تستی هستند.

❶ دام تستی: $s_{av} = \left(\frac{5/4 + 3/6}{2} \right) = 4/5 \text{ m/s}$ ✗

❷ دام تستی: $s_{av} = \left(\frac{1/5 + 1}{2} \right) = 1/2 \text{ m/s}$ ✗

تست و پاسخ ۴۵

طول عقربه دقیقه‌شمار ساعتی ۲۷cm است. در بازه زمانی ۴:۱۰ تا ۴:۵۵، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط نوک عقربه دقیقه‌شمار، به ترتیب چند میلی‌متر بر ثانیه است؟

شعاع مسیر حرکت

$$\frac{3\pi}{20}, \frac{\sqrt{2}}{20} \quad (2)$$

$$\frac{3\pi}{10}, \frac{\sqrt{2}}{20} \quad (4)$$

$$\frac{3\pi}{20}, \frac{\sqrt{2}}{10} \quad (1)$$

$$\frac{3\pi}{10}, \frac{\sqrt{2}}{10} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال، یک تست نسبتاً چالشی و بکر است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا زاویه مرکزی متناظر با کمان پیموده‌شده توسط عقربه دقیقه‌شمار را به دست آورده، سپس مسافت و جابه‌جایی و به دنبال آن تندی متوسط و سرعت متوسط را به دست آورید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

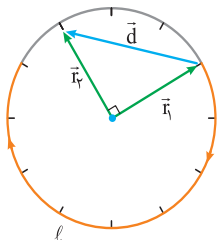


درس نامه

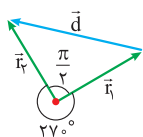
مسافت طی شده بر روی مسیر دایره‌ای شکل:

زاویه برحسب درجه $\ell = \frac{D}{180} \times \pi r$ یا زاویه مرکزی برحسب $\ell = r \cdot \theta \rightarrow \text{rad}$

مسافت طی شده



شکل (الف)



شکل (ب)

گام اول: ابتدا مطابق شکل الف مسیر حرکت عقربه دقیقه‌شمار را مشخص می‌کنیم و مسافت طی شده توسط نوک عقربه را به دست می‌آوریم:

[با توجه به این که این عقربه در مدت 60 min یک دور کامل (2π) را طی می‌کند، زاویه پیموده شده در 45 min را به دست می‌آوریم.]

$$\frac{60 \text{ min}}{45 \text{ min}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{3}{2}\pi \text{ rad}$$

$$\ell = r\theta \xrightarrow{\theta = \frac{3}{2}\pi \text{ rad}, r = 27 \text{ cm}} \ell = 27 \times \frac{3}{2}\pi \text{ cm}$$

گام دوم: سپس جابه‌جایی نوک عقربه دقیقه‌شمار را به دست می‌آوریم. در شکل ب زاویه بین $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ ، 90° است؛ پس اندازه جابه‌جایی (d) نوک عقربه برابر می‌شود با:

$$d = r\sqrt{2} = 27\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام سوم: با داشتن جابه‌جایی و مسافت و بازه زمانی، سرعت متوسط و تندی متوسط را به دست می‌آوریم: دقت کنید که طول عقربه باید بر حسب mm و زمان بر حسب s نوشته شود.

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow{d = 27\sqrt{2} \text{ mm}, \Delta t = 45 \times 60 \text{ s}} v_{av} = \frac{27\sqrt{2}}{45 \times 60} = \frac{\sqrt{2}}{120} \text{ mm/s}$$

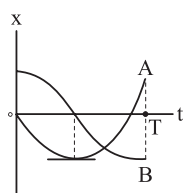
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = \frac{3}{2}\pi \times 27 \text{ mm}, \Delta t = 45 \times 60 \text{ s}} s_{av} = \frac{\frac{3}{2}\pi \times 27}{45 \times 60} = \frac{\pi}{240} \text{ mm/s}$$

تکنیک بدون فرمول هم می‌توانیم بگوییم که نوک عقربه دقیقه‌شمار در مدت 45 دقیقه به اندازه $\frac{45}{60}$ یا همان $\frac{3}{4}$ محیط دایره را طی می‌کند؛ یعنی:

$$\ell = \frac{3}{4}(2\pi r) = \frac{3}{4} \times 2\pi \times 27 = \frac{3}{2}\pi \times 27 \text{ cm}$$

تست و پاسخ ۴۶

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، در بازه زمانی صفر تا T به شکل زیر است. کدام یک از موارد زیر درباره حرکت این دو متحرک درست است؟



$$v_A = 0$$

$$x_A = 0$$

(الف) در لحظه‌ای که متحرک A تغییر جهت داده، جهت بردار مکان متحرک B هم تغییر کرده است.

(ب) در بازه‌ای که بردارهای سرعت و مکان متحرک A در خلاف جهت یکدیگرند، بردارهای سرعت و مکان متحرک B هم جهت‌اند.

(پ) در بازه‌ای که بردار مکان دو متحرک هم جهت‌اند، دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند.

(۴) الف، ب و پ

(۳) ب و پ

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره تغییر جهت حرکت و تغییر جهت بردار مکان دو مفهوم متفاوت‌اند که اگر آن‌ها را بدانید در دام این جور تست‌ها نمی‌افتید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه •• مقایسه تغییر جهت حرکت با تغییر جهت بردار مکان

جهت حرکت همان جهت سرعت متحرک است و در حرکت بر روی خط راست تغییر جهت حرکت در لحظه‌ای رخ می‌دهد که متحرک متوقف شده و جهت سرعتش تغییر می‌کند؛ اما جهت بردار مکان نشان می‌دهد که مکان متحرک مثبت است یا منفی. بنابراین تغییر جهت بردار مکان، لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور می‌کند.

در نمودار مکان - زمان

- تغییر جهت حرکت ← نقاط اکسترمم نسبی نمودار (قله - دره) $x - t$
- تغییر جهت بردار مکان ← ریشه‌های قاطع نمودار $x - t$ (جایی که نمودار محور t را قطع می‌کند).

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار $x - t$ دو متحرک A و B به بررسی عبارات می‌پردازیم:

عبارت «الف» درست است؛ زیرا در لحظه‌ای که متحرک A تغییر جهت داده است (دره نمودار x_A)، نمودار متحرک B محور t را قطع کرده و بردار مکان متحرک B نیز تغییر جهت می‌دهد.

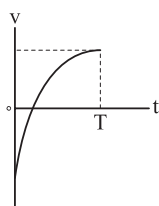
عبارت «ب» درست است؛ زیرا در بازه زمانی که بردارهای $\vec{x}$ و $\vec{v}$ متحرک A در خلاف جهت یکدیگرند (متحرک A در حال نزدیک شدن به مبدأ است)، بردارهای $\vec{x}$ و $\vec{v}$ متحرک B هم‌جهت‌اند (متحرک B در حال دور شدن از مبدأ است).

عبارت «پ» درست است؛ زیرا در بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک هم‌جهت‌اند، متحرک A در جهت محور x و متحرک B در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

بنابراین هر سه مورد «الف»، «ب» و «پ» درست هستند.

تست و پاسخ ۴۷

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا T کدام یک از موارد زیر درست است؟



(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

الف) تندى متحرک به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

ب) تندى متحرک ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پ) اندازه شتاب متحرک پیوسته کاهش می‌یابد.

ت) اندازه شتاب متحرک پیوسته افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره آگاه این تست رو نتونستی درست جواب بدی، حتماً درس نامه رو بخون! چون در مفاهیم اولیه نمودار $v - t$ مشکل داری!

درس نامه ••

بررسی نوع حرکت در نمودار سرعت - زمان ($v - t$)

- نمودار موازی محور t ← حرکت یکنواخت (سرعت ثابت)
- نمودار در حال نزدیک شدن به محور t ← حرکت کندشونده
- نمودار در حال دور شدن از محور t ← حرکت تندشونده

بررسی جهت حرکت در نمودار ($v - t$)

- نمودار بالای محور t ← حرکت در جهت محور x ($v > 0$)
- نمودار پایین محور t ← حرکت در خلاف جهت محور x ($v < 0$)
- نمودار روی محور t ← توقف ($v = 0$)

بررسی جهت شتاب در نمودار ($v - t$)

- نمودار صعودی $v - t$ ← شتاب در جهت محور x ($a > 0$)
- نمودار نزولی $v - t$ ← شتاب در خلاف جهت محور x ($a < 0$)
- نمودار موازی محور t ← حرکت شتاب ندارد. ($a = 0$)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



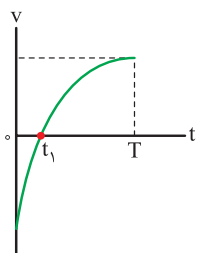
پاسخ تشریحی

با توجه به شکل نمودار $v-t$ عبارات را بررسی می‌کنیم:

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا در بازه صفر تا T ، نمودار $v-t$ متحرک ابتدا در حال نزدیک شدن به محور t (تندی در حال کاهش) سپس در حال دور شدن از محور t (تندی در حال افزایش) است.

• تا t_1 : کندشونده

t_1 تا T : تندشونده

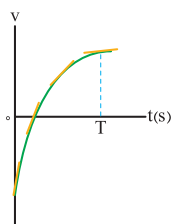


پس عبارت «ب» درست است.

عبارت «پ» درست است؛ زیرا اندازه شتاب متحرک که همان بزرگی شیب نمودار $v-t$ است، در بازه زمانی صفر

تا T ، پیوسته در حال کم شدن است.

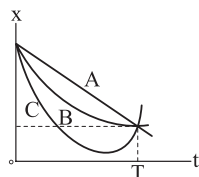
عبارت «ت» نادرست است.



بنابراین عبارات «ب» و «پ» درست هستند.

تست و پاسخ ۴۸

نمودار مکان - زمان سه متحرک A ، B و C که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. کدام مورد درباره مقایسه تندی متوسط (s) سه متحرک در بازه زمانی صفر تا T درست است؟



$$s_C > s_B > s_A \quad (۲)$$

$$s_A > s_B > s_C \quad (۱)$$

$$s_A = s_B > s_C \quad (۴)$$

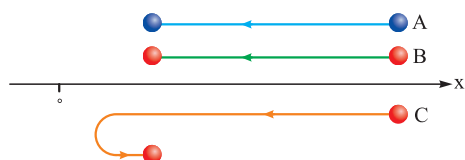
$$s_C > s_B = s_A \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره اگر نتوانستی به این سؤال جواب بدهی، همین الان برو درس نامه تندی متوسط و مفاهیم نمودار $x-t$ رو بخون!

پاسخ تشریحی

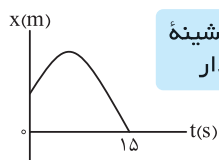
اگر یک مسیر فرضی برای سه متحرک ترسیم کنیم، داریم:



$$\ell_A = \ell_B = \ell_C \xrightarrow[\Delta t_A = \Delta t_B = \Delta t_C = T]{s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}} s_A = s_B < s_C$$

تست و پاسخ ۴۹

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر در بازه زمانی صفر تا $t = 15$ s، تندی متوسط متحرک از اندازه سرعت متوسط آن 4 m/s بیشتر باشد، اندازه جابه‌جایی آن از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکتش عوض می‌شود، چند متر است؟



نقطه بیشینه نمودار

$$۶۰ \quad (۴)$$

$$۳۰ \quad (۳)$$

$$۲۰ \quad (۲)$$

$$۱۵ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک را به صورت پارامتری مشخص کنید، سپس از روی اختلاف تندی متوسط با مقدار سرعت متوسط، اختلاف مسافت با مقدار جابه‌جایی و در نهایت جابه‌جایی متحرک تا قبل از تغییر جهت را به دست آورید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

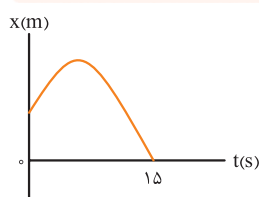
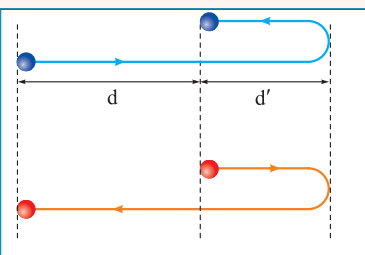
فیزیک

درس نامه

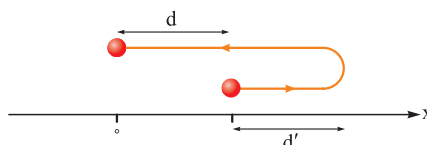
اگر در یک بازه زمانی، متحرک تنها یک بار تغییر جهت بدهد، برای محاسبه مقدار جابه جایی (d) و مسافت طی شده (ℓ) می توان گفت:

$$\ell = d + 2d'$$

فاصله نقطه تغییر جهت تا ابتدا یا انتهای حرکت: d'
(هر کدام که به تغییر جهت نزدیک تر باشد.)



پاسخ تشریحی با توجه به اطلاعات مسئله و نمودار $x-t$ حرکت متحرک می توان گفت:



$$\ell = d + 2d'$$

$$s_{av} - |v_{av}| = 4 \rightarrow \frac{s_{av} = \ell}{|v_{av}| = \frac{d}{\Delta t}} \rightarrow \frac{\ell - |d|}{\Delta t} = 4 \rightarrow \frac{\ell - |d|}{\Delta t = 15s} = 4 \rightarrow \ell - |d| = 4 \times 15 = 60 \rightarrow \ell - |d| = 2d' \rightarrow 2d' = 60 \Rightarrow d' = 30m$$

بنابراین اندازه جابه جایی متحرک از مبدأ زمان تا لحظه تغییر جهت ($| \Delta x | = d'$) برابر با ۳۰ m است.

تست و پاسخ ۵۰

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در صورت SI به صورت $x = t^2 - 2t - 8$ است. در بازه ای که بردار مکان متحرک

حرکت با شتاب ثابت

$$-2\vec{i} \text{ (۴)}$$

در خلاف جهت محور x است، سرعت متوسط آن بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

$$2\vec{i} \text{ (۳)}$$

$$-2/5\vec{i} \text{ (۲)}$$

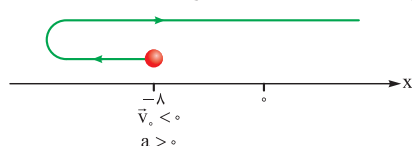
$$2/5\vec{i} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره خواستان باشد چون در صورت سوال گفته شده در بازه ای که بردار مکان در خلاف جهت محور است، فکر نکنید سرعت متوسط باید منفی باشد.

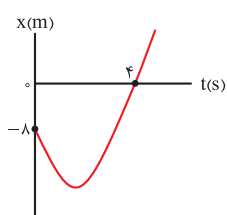
خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک معادله $x-t$ ، مسیر حرکت و نمودار $x-t$ را به دست آورده، سپس در بازه زمانی که نمودار $x-t$ پایین محور t است، سرعت متوسط را به دست آورید.

پاسخ تشریحی با توجه به معادله مکان - زمان متحرک درمی یابیم: $\vec{a} = 2(m/s^2)\vec{i}$ و $\vec{v}_0 = -2(m/s)\vec{i}$ و $x_0 = -8(m)\vec{i}$



بنابراین متحرک تنها یک بار از مبدأ مکان عبور می کند:

(قبل از آن بردار مکان در خلاف جهت محور است.)



$$x = t^2 - 2t - 8 \xrightarrow{x=0} 0 = t^2 - 2t - 8$$

$$\Rightarrow (t-4)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 4s \\ t = -2s \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

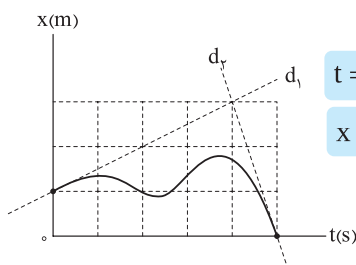
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حال سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی ای که بردار مکان در خلاف جهت محور است (صفر تا ۴ s) به دست می آوریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} \quad \begin{matrix} \vec{x}_1 = -8 \text{ m و } t_1 = 0 \\ \vec{x}_2 = 0 \text{ و } t_2 = 4 \text{ s} \end{matrix} \rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{(0 - (-8))\vec{i}}{4 - 0} = 2(\text{m/s})\vec{i}$$

تست و پاسخ ۵۱



نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. تندی متحرک در مبدأ مکان، چند برابر تندی آن در مبدأ زمان است؟ (دو خط d_1 و d_2 در نقاط مشخص شده، بر نمودار مماس هستند.)

$$\frac{1}{6} (2) \\ \frac{2}{3} (4)$$

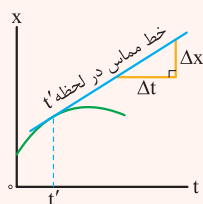
$$6 (1)$$

$$\frac{3}{2} (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره شیب خطهای d_1 و d_2 را به دست آورید و نسبت بزرگی آنها را حساب کنید.

درس نامه



۱) تندی لحظه ای که گاهی برای سادگی و اختصار، آن را تندی می نامیم، در هر لحظه، برابر با بزرگی شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در آن لحظه است. مثلاً در شکل روبه رو تندی در لحظه $t = 0$ برابر شیب خط مماس در این لحظه است:

$$t' \text{ تندی در لحظه } t' = \text{شیب خط مماس در لحظه } t' = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۲) تندی همواره مثبت است.

۳) مبدأ مکان یا مبدأ محور یعنی جایی که $x = 0$ می شود، اما مبدأ زمان یعنی لحظه $t = 0$.

پاسخ تشریحی گام اول: بزرگی شیب خط d_1 ، تندی متحرک در مبدأ مکان ($x = 0$) و شیب خط d_2 ، تندی متحرک در مبدأ زمان ($t = 0$) را نشان می دهند.

$$\frac{\text{شیب خط } d_2}{\text{شیب خط } d_1} = \frac{\left| \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \right|}{\left| \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \right|} = \frac{\left| \frac{-3}{1} \right|}{\left| \frac{2}{4} \right|} = 6$$

گام دوم: با توجه به درس نامه داریم:

تست و پاسخ ۵۲

شتاب متوسط متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در ۴ ثانیه اول، برابر $(-4 \text{ m/s}^2)\vec{i}$ و در ۶ ثانیه اول، برابر $(3 \text{ m/s}^2)\vec{i}$ است. شتاب متوسط متحرک در دو ثانیه سوم، بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

$$t = 6 \text{ s تا } t = 4 \text{ s}$$

$$-17\vec{i} (4)$$

$$17\vec{i} (3)$$

$$-\vec{i} (2)$$

$$\vec{i} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با استفاده از رابطه شتاب متوسط، تغییرات سرعت در ۴ ثانیه اول و همچنین در ۶ ثانیه اول را به دست آورید. سپس با استفاده از اختلاف آنها شتاب متوسط در دو ثانیه سوم را حساب کنید.

درس نامه

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \rightarrow \begin{matrix} \text{تغییر سرعت (m/s)} \\ \text{بازه زمانی (s)} \end{matrix}$$

شتاب متوسط (m/s^2)

شتاب متوسط، برابر با تغییر سرعت در واحد زمان است و کمیتی برداری محسوب می شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی

گام اول: رابطه شتاب متوسط متحرک را در ۴ ثانیه اول حرکت می‌نویسیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{a}_{av} = (-4 \text{ m/s}^2) \vec{i}}{\Delta t = 4 - 0 = 4 \text{ s}} \rightarrow (-4 \text{ m/s}^2) \vec{i} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_0}{4 \text{ s}} \Rightarrow \vec{v}_4 - \vec{v}_0 = (-16 \text{ m/s}) \vec{i}$$

گام دوم: رابطه شتاب متوسط متحرک را در ۶ ثانیه اول حرکت می‌نویسیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{a}_{av} = (3 \text{ m/s}^2) \vec{i}}{\Delta t = 6 - 0 = 6 \text{ s}} \rightarrow (3 \text{ m/s}^2) \vec{i} = \frac{\vec{v}_6 - \vec{v}_0}{6 \text{ s}} \Rightarrow \vec{v}_6 - \vec{v}_0 = (18 \text{ m/s}) \vec{i}$$

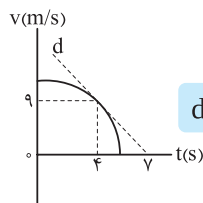
گام سوم: اختلاف تغییرات سرعت در ۶ ثانیه اول و ۴ ثانیه اول حرکت را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_6 - \vec{v}_0 - (\vec{v}_4 - \vec{v}_0) = 18 \vec{i} - (-16 \vec{i}) \Rightarrow \vec{v}_6 - \vec{v}_4 = 34 \vec{i}$$

گام چهارم: دو ثانیه سوم یعنی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$. شتاب متوسط در این بازه زمانی را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_6 - \vec{v}_4}{6 - 4} = \frac{34 \vec{i}}{2} = (17 \text{ m/s}^2) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۵۳



شیب خط مماس d

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه

شتاب متحرک در لحظه $t = 4 \text{ s}$ ، دو برابر اندازه شتاب متوسط آن در ۴ ثانیه اول باشد، سرعت متحرک در مبدأ زمان چند متر بر ثانیه است؟ (خط چین d در لحظه $t = 4 \text{ s}$ بر نمودار مماس است.)

۱۸ (۴)

۱۵ (۳)

۱۳ / ۵ (۲)

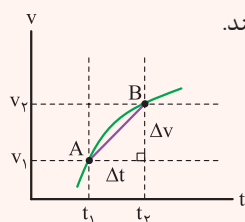
۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره نسبت اندازه شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 4 \text{ s}$ به شیب خط واصل بین دو لحظه $t = 0$ تا $t = 4 \text{ s}$ را برابر ۲ قرار دهید و از آنجا سرعت اولیه را به دست آورید.

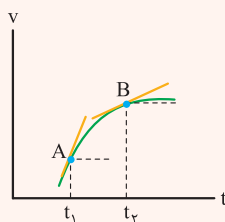
درس نامه

(۱) شتاب متوسط بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار سرعت - زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{شیب خطی که نمودار سرعت - زمان را در دو لحظه } t_1 \text{ و } t_2 \text{ قطع کرده است}$$

(۲) شتاب متحرک در هر لحظه از زمان را شتاب لحظه‌ای و یا برای سادگی، شتاب می‌گویند. شتاب در هر لحظه دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در آن لحظه است.



شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_1 $a_A = t_1$ (شتاب در لحظه t_1)

شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_2 $a_B = t_2$ (شتاب در لحظه t_2)

پاسخ تشریحی

گام اول: شتاب لحظه‌ای در لحظه $t = 4 \text{ s}$ را که همان شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه است، حساب می‌کنیم:

$$a = d \text{ شیب خط} = \frac{0 - 9}{4 - 0} = -3 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: نسبت اندازه شتاب لحظه‌ای در $t = 4 \text{ s}$ به اندازه شتاب متوسط در چهار ثانیه اول را برابر با ۲ قرار می‌دهیم و از آنجا سرعت اولیه

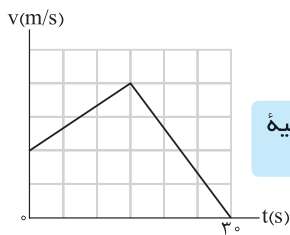
$$\frac{|-3|}{\frac{9 - v_0}{4 - 0}} = 2 \xrightarrow{v_0 > 9 \text{ m/s}} \frac{3}{\frac{v_0 - 9}{4}} = 2 \Rightarrow \frac{12}{v_0 - 9} = 2 \Rightarrow v_0 = 15 \text{ m/s}$$

(v_0) را به دست می‌آوریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۴



نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه شتاب

متوسط متحرک در 30 s اول برابر 1 m/s^2 باشد، اندازه شتاب متحرک در لحظه $t = 20\text{ s}$ چند

متر بر مربع ثانیه است؟

همان شتاب 15 ثانیه دوم است.

$$0/4 (2)$$

$$1/6 (4)$$

$$0/2 (1)$$

$$0/8 (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

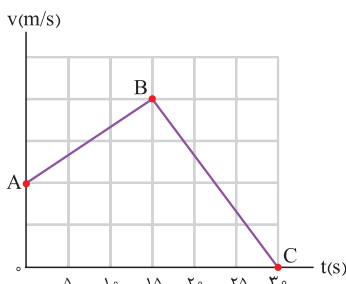
خودت حل کنی بهتره با استفاده از رابطه شتاب متوسط، تغییرات سرعت در 30 ثانیه اول حرکت را به دست آورید. سپس با مشخص کردن

ابعاد هر پیکسل از نمودار، اندازه شتاب متوسط در 15 ثانیه دوم حرکت را پیدا کنید که همان شتاب در لحظه $t = 20\text{ s}$ است.

درس نامه

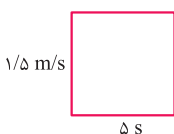
اگر در یک بازه زمانی معین، نمودار سرعت - زمان یک متحرک به صورت یک خط با شیب ثابت باشد، در این بازه زمانی، اولاً شتاب متحرک ثابت و برابر با شیب خط است. ثانیاً شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای آن در این بازه زمانی، برابر هستند.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه شتاب متوسط در 30 ثانیه اول حرکت، تغییرات سرعت و ابعاد هر پیکسل از نمودار را تعیین می کنیم.



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{a_{av} = -1\text{ m/s}^2}{\Delta t = 30\text{ s}} \rightarrow \frac{-1}{10} = \frac{v_C - v_A}{30}$$

$$\Rightarrow v_C - v_A = -3\text{ m/s} \xrightarrow{v_C = 0} v_A = -3\text{ m/s}$$



پس ابعاد هر پیکسل به صورت مقابل است:

گام دوم: لحظه $t = 20\text{ s}$ در محدوده پاره خط BC از نمودار است و شتاب در این لحظه با شتاب متوسط بین $t = 15\text{ s}$ تا $t = 30\text{ s}$ برابر است.

$$a_{t=20\text{ s}} = a_{BC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} \quad \frac{v_C = 0 \text{ و } v_B = 4 \times 1/5 = 0.8\text{ m/s}}{t_C = 30\text{ s و } t_B = 15\text{ s}} \rightarrow a_{t=20\text{ s}} = \frac{0 - 0.8}{30 - 15} = \frac{-0.8}{15} \Rightarrow |a_{t=20\text{ s}}| = 0.4\text{ m/s}^2$$

تکنیک اگر شتاب 15 ثانیه دوم را با شتاب متوسط 30 ثانیه اول مقایسه کنیم، به راحتی معلوم می شود که بازه زمانی نصف و اندازه تغییر سرعت، 2 برابر شده است، پس اندازه شتاب در لحظه $t = 20\text{ s}$ ، 4 برابر اندازه شتاب متوسط در 30 ثانیه اول حرکت است؛ یعنی: $0.4\text{ m/s}^2 (= 4 \times 0.1)$.

تست و پاسخ ۵۵

$$20\text{ m/s}$$

در یک لحظه معین، خودرویی با تندی 72 km/h به سمت شمال در حال حرکت است. اگر 50 ثانیه بعد خودرو با تندی 54 km/h

به سمت شرق در حال حرکت باشد، اندازه شتاب متوسط خودرو در این مدت، چند متر بر مربع ثانیه است؟ (خودرو بر روی سطح افقی

حرکت می کند).

$$15\text{ m/s}$$

$$0/1 (4)$$

$$0/5 (3)$$

$$0/36 (2)$$

$$1/8 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

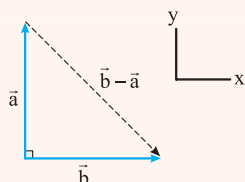
فیزیک

مشاوره این سؤال، نمونه‌ای از حرکت در دو بُعد است که در آن سرعت متحرک 90° تغییر جهت می‌دهد.

خودت حل کنی بهتره در بازه زمانی داده شده، ابتدا اندازه تغییر سرعت و سپس اندازه شتاب متوسط خودرو را به دست آورید.

درس نامه

تفاضل دو بردار عمود بر هم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که از یک نقطه شروع می‌شوند، به صورت برداری است که انتهای آن‌ها را مطابق شکل زیر به هم وصل می‌کند:



$$\vec{b} - \vec{a} = b\vec{i} - a\vec{j}$$

$$|\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{b^2 + a^2}$$

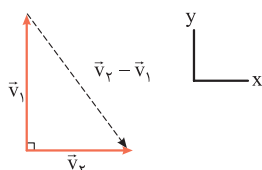
اندازه بردار تفاضل نیز برابر است با:

$$v_1 = 72 \text{ km/h} \div 3.6 = 20 \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تندی متحرک در هر مرحله را بر حسب m/s می‌نویسیم:

$$v_2 = 54 \text{ km/h} \div 3.6 = 15 \text{ m/s}$$

گام دوم: بردارهای سرعت خودرو در ابتدا و انتهای بازه زمانی 5 s را رسم می‌کنیم و بردار تفاضل آن‌ها را به دست می‌آوریم:



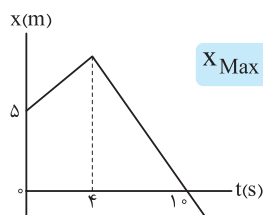
$$\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 15\vec{i} - 20\vec{j}$$

گام سوم: اندازه تغییر سرعت و اندازه شتاب در بازه زمانی 5 s را حساب می‌کنیم:

$$\Delta v = \sqrt{15^2 + (-20)^2} = 25 \text{ m/s}$$

$$|a_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}^2$$

تست و پاسخ ۵۶



نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر اندازه شتاب متوسط متحرک در 10 s اول برابر 25 m/s^2 باشد، حداکثر فاصله متحرک از مبدأ چند متر است؟

۹ (۲)

۸ (۱)

۴۵ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا سرعت متحرک در هر مرحله را بر حسب حداکثر فاصله متحرک از مبدأ محور (مثلاً X_M) بنویسید، سپس با استفاده از آن‌ها رابطه شتاب متوسط در 10 s اول را نوشته و X_M را به دست آورید.

درس نامه

(۱) شیب خط نمودار مکان - زمان در هر مرحله از حرکت که سرعت ثابت است، سرعت متحرک در آن مرحله را نشان می‌دهد.

$$\text{جابه‌جایی (m)} \rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = v \leftarrow \text{سرعت (m/s)}$$

$$\text{تغییر سرعت (m/s)} \rightarrow \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av}$$

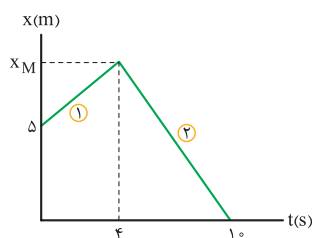
شتاب متوسط (m/s^2)

(۲) شتاب متوسط متحرک در هر بازه زمانی، از رابطه مقابل به دست می‌آید:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: بیشینه فاصله متحرک از مبدأ محور را x_M می‌نامیم و براساس آن سرعت متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت (v_1) و همچنین سرعت متحرک در بازه زمانی ۴ s تا ۱۰ s (v_2) را به دست می‌آوریم:



$$v_1 = \frac{x_M - 0}{4}$$

$$v_2 = \frac{0 - x_M}{10 - 4}$$

گام دوم: $v_2 < 0$ و $v_1 > 0$ است؛ پس شتاب متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت منفی است و با توجه به رابطه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

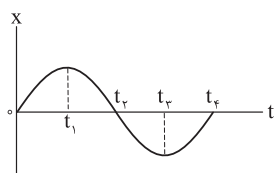
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{a_{av} = -0.25 \text{ m/s}^2}{\Delta t = 10 - 0 = 10 \text{ s}} \rightarrow -0.25 = \frac{v_2 - v_1}{10} \Rightarrow v_2 - v_1 = -2.5 \text{ m/s}$$

گام سوم: v_1 و v_2 را برحسب x_M در رابطه به دست آمده در گام دوم قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \frac{-x_M}{6} - \left(\frac{x_M - 0}{4} \right) &= -2.5 \Rightarrow \frac{-2x_M}{12} - \left(\frac{3x_M - 15}{12} \right) = -2.5 \\ \Rightarrow \frac{-5x_M + 15}{12} &= -2.5 \Rightarrow -5x_M + 15 = -30 \Rightarrow x_M = 9 \text{ m} \end{aligned}$$

تست و پاسخ ۵۷

نمودار مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل یک تابع سینوسی است. اگر شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی



صفر تا t_1 برابر $\bar{a}$ باشد، در کدام بازه زمانی شتاب متوسط متحرک برابر $-\bar{a}$ است؟

$$t_2 \text{ تا } t_1 (2)$$

$$(1) \text{ صفر تا } t_2$$

$$t_4 \text{ تا } t_2 (4)$$

$$(3) t_3 \text{ تا } t_2$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره شتاب $\bar{a}$ را برحسب سرعت اولیه (v_0) و t_1 بنویسید. سپس بررسی کنید شتاب در کدام گزینه قرینه آن است.

درس نامه شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را نشان می‌دهد.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که نمودار مکان - زمان سینوسی است، داریم:

$$t_2 = 2t_1$$

$$t_3 = 3t_1$$

$$t_4 = 4t_1$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \frac{\Delta v = 0 - v_0 = -v_0}{\Delta t = t_1 - 0 = t_1} \rightarrow a = \frac{-v_0}{t_1}$$

گام دوم: شتاب متوسط متحرک را در بازه زمانی صفر تا t_1 به دست می‌آوریم:

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_0 - v_0}{t_2 - 0} = \frac{-2v_0}{2t_1} = \frac{-2v_0}{2t_1} = \frac{-v_0}{t_1}$$

گام سوم: در بازه زمانی صفر تا t_2 داریم:

پس a_1 قرینه a نیست و ۱ رد می‌شود.

گام چهارم: در بازه زمانی t_1 تا t_2 می‌توان نوشت:

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-v_0 - 0}{t_2 - t_1} \xrightarrow{t_2 = 2t_1} a_2 = \frac{-v_0}{t_1}$$

پس a_2 نیز قرینه a نیست و ۲ رد می‌شود.

گام پنجم: در بازه زمانی t_1 تا t_3 داریم:

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 0}{t_3 - t_1} = 0$$

پس ۳ نیز نادرست است.

گام ششم: در بازه زمانی t_2 تا t_4 می‌توان نوشت:

$$a_4 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_0 - (-v_0)}{t_4 - t_2} \xrightarrow{t_4 = 4t_1 \text{ و } t_2 = 2t_1} a_4 = \frac{2v_0}{2t_1} = \frac{v_0}{t_1}$$

این شتاب قرینه a بوده و جواب مورد نظر است.

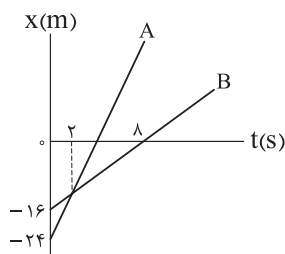


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۵۸

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل مقابل است. در بازه زمانی که بردار مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر است، فاصله بین آنها چند متر تغییر می کند؟



$$x_B < 0 \text{ و } x_A > 0$$

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست مشابه یکی از سؤال های کنکور تیرماه ۱۴۰۲ رشته ریاضی است که با تغییرات اندکی مطرح شده است.

خودت حل کنی بهتره معادله مکان دو متحرک را بنویسید. سپس لحظه ای را که متحرک A از مبدأ محور می گذرد به دست آورید تا معلوم شود در چه بازه زمانی بردار مکان آنها در خلاف جهت یکدیگر است. در انتها نیز فاصله دو متحرک را در ابتدا و انتهای این بازه زمانی به دست آورده و تغییرات آن را حساب کنید.

درس نامه

(۱) وقتی نمودار مکان - زمان یک متحرک به صورت یک خط راست شیب دار است، یعنی سرعت آن متحرک ثابت بوده و معادله مکان آن به صورت روبه رو است:

$$\text{مکان اولیه (m)} \rightarrow X = vt + X_0 \leftarrow \text{مکان متحرک در لحظه } t \text{ (m)}$$

$$\text{زمان (s)} \quad \text{سرعت (m/s)}$$

(۲) لحظه برخورد نمودارهای مکان - زمان دو متحرک، زمانی است که آنها به هم رسیده باشند، یعنی هر دو در مکان یکسانی باشند.

پاسخ تشریحی گام اول: سرعت متحرک B را پیدا کرده و معادله مکان B را می نویسیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x_2=0, x_1=-16 \text{ m}} \xrightarrow{t_2=8, t_1=0} v_B = \frac{0 - (-16)}{8 - 0} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}$$

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow{v_B=2 \text{ m/s و } x_{0B}=-16 \text{ m}} x_B = 2t - 16$$

گام دوم: اکنون مکان به هم رسیدن دو متحرک را که در لحظه $t = 2 \text{ s}$ است، به دست می آوریم:

$$x_B = 2t - 16 \xrightarrow{t=2 \text{ s}} x_A = x_B = 2 \times 2 - 16 = -12 \text{ m}$$

گام سوم: سرعت متحرک A را نیز به دست آورده و معادله مکان آن را نیز می نویسیم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{x_2=-12 \text{ m}, x_1=-24 \text{ m}} \xrightarrow{\Delta t=2-0=2 \text{ s}} v = \frac{-12 - (-24)}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s}; x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow{v_A=6 \text{ m/s}} \xrightarrow{x_{0A}=-24 \text{ m}} x_A = 6t - 24$$

$$x_A = 0 \Rightarrow 0 = 6t - 24 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

گام چهارم: لحظه عبور متحرک A از مبدأ مکان را حساب می کنیم:

پس بین ۴ s تا ۸ s، بردارهای مکان دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر هستند.

گام پنجم: در لحظه های $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 8 \text{ s}$ فاصله بین دو متحرک را به دست آورده و اندازه تغییر این فاصله را پیدا می کنیم:

$$x_A - x_B = 6t - 24 - (2t - 16) \Rightarrow x_A - x_B = 4t - 8$$

$$t = 4 \Rightarrow x_A - x_B = 4 \times 4 - 8 = 8 \text{ m}$$

$$t = 8 \Rightarrow x_A - x_B = 4 \times 8 - 8 = 24 \text{ m}$$

پس فاصله بین دو متحرک به اندازه 16 m ($24 - 8$) تغییر می کند.

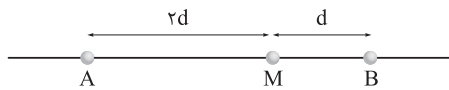
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۹

$$l = vt$$

در شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) که با سرعت ثابت به سمت یکدیگر در حال حرکت هستند. در یک لحظه، به ترتیب در نقاط A و B قرار دارند و در نقطه M از کنار یکدیگر عبور می کنند. در ادامه حرکت، اگر متحرک (۱) در مدت ۲۴ s از نقطه M به نقطه B برسد، چند ثانیه طول می کشد تا متحرک (۲) از نقطه M به نقطه A برسد؟



۱۲ (۲)

۶ (۱)

۹۶ (۴)

۴۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره رابطه مسافت با تندی هر دو متحرک را تا لحظه رسیدن به نقطه M بنویسید و از آنجا نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ را به دست آورید، سپس رابطه فوق را برای رسیدن دو متحرک از نقطه M به نقاط A و B بنویسید و زمان حرکت متحرک B را پیدا کنید.

درس نامه ●● رابطه مسافت برحسب زمان برای متحرکی که با تندی ثابت حرکت می کند به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{زمان (s)} \rightarrow l = vt \leftarrow \text{مسافت (m)} \\ \downarrow \\ \text{تندی (m/s)} \end{aligned}$$

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه مسافت با تندی هر دو متحرک را از شروع حرکت تا لحظه رسیدن به نقطه M می نویسیم:

$$l = vt \Rightarrow \begin{cases} 2d = v_A \times t \\ d = v_B \times t \end{cases} \Rightarrow 2 = \frac{v_A}{v_B}$$

گام دوم: رابطه مسافت با تندی هر دو متحرک را بعد از عبور از نقطه M تا رسیدن به نقاط A و B می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} d &= v_A t_A \\ 2d &= v_B t_B \end{aligned} \right\} \xrightarrow{t_A = 24 \text{ s}} \frac{1}{2} = \frac{v_A}{v_B} \times \frac{24}{t_B} \xrightarrow{\frac{v_A}{v_B} = 2} \frac{1}{2} = 2 \times \frac{24}{t_B} \Rightarrow t_B = 96 \text{ s}$$

تست و پاسخ ۶۰

فاصله دو متحرک A و B که با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می کنند، در مبدأ زمان برابر ۳۰۰ m است. اگر در طی حرکت، فاصله دو متحرک از یکدیگر، به مدت ۶ s کم تر از ۲۰ m باشد، در چه لحظه ای برحسب ثانیه، دو متحرک به هم می رسند؟

$$|x_A - x_B| < 6$$

۴۵ (۲)

۳۰ (۱)

۹۰ (۴)

۶۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این سؤال مشابه یکی از سؤال های کنکور سراسری رشته ریاضی در تیرماه ۱۴۰۱ است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا سعی کنید نمودار مکان - زمان را برای دو متحرک به صورت کیفی رسم کنید. سپس یک بار متحرک B را

۲۰ متر جلوتر از متحرک A و بار دیگر متحرک A را ۲۰ متر جلوتر از متحرک B قرار دهید و لحظه های مربوط به این دو حالت (t_1 و t_2)

را به دست آورید. با توجه به ثابت بودن سرعت دو متحرک، زمان به هم رسیدن آنها، لحظه $\frac{t_1 + t_2}{2}$ خواهد بود.



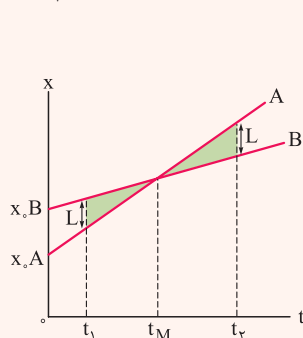
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

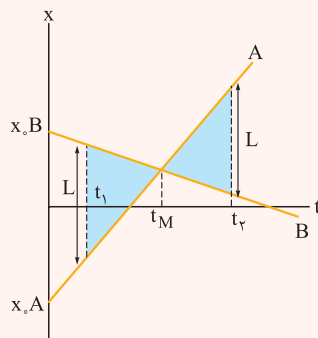
درس نامه

هرگاه دو متحرک A و B با سرعت‌های ثابت v_A و v_B روی محور X به گونه‌ای حرکت کنند که ابتدا به یکدیگر نزدیک و سپس از هم دور بشوند، در لحظه‌ای مانند t_M از کنار یکدیگر می‌گذرند. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 فاصله دو متحرک کم‌تر از L باشد، با توجه به هم‌نهشتی دو مثلث هاشورخورده در هر یک از نمودارهای زیر می‌توان نوشت:

$$t_M = \frac{t_1 + t_2}{2}$$



(الف)



(ب)

پاسخ تشریحی گام اول: باید $|x_B - x_A| \leq 20 \text{ m}$ باشد. پس با توجه به درس‌نامه، $L = 20 \text{ m}$ و شکل (الف) در نظر گرفته می‌شود.

گام دوم: اگر در لحظه t_1 ، $x_B - x_A = 20 \text{ m}$ باشد، داریم:

$$x_B - x_A = 20 \Rightarrow v_B t_1 + x_{B0} - (v_A t_1 + x_{A0}) = 20 \Rightarrow (v_B - v_A)t_1 + x_{B0} - x_{A0} = 20 \xrightarrow{x_{B0} - x_{A0} = 30 \text{ m}}$$

$$(v_B - v_A)t_1 = -280 \Rightarrow (v_A - v_B)t_1 = 280 \text{ m} \quad (1)$$

گام سوم: اگر در لحظه t_2 ، $x_A - x_B = 20 \text{ m}$ باشد، داریم:

$$x_A - x_B = 20 \Rightarrow v_A t_2 + x_{A0} - (v_B t_2 + x_{B0}) = 20 \Rightarrow$$

$$(v_A - v_B)t_2 + x_{A0} - x_{B0} = 20 \xrightarrow{x_{A0} - x_{B0} = -30 \text{ m}} (v_A - v_B)t_2 = 320 \text{ m} \quad (2)$$

گام چهارم: رابطه‌های به دست آمده در گام‌های دوم و سوم را به هم تقسیم می‌کنیم و از آن‌جا نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(v_A - v_B)t_2}{(v_A - v_B)t_1} = \frac{320}{280} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{7}$$

گام پنجم: با توجه به این که $t_2 - t_1 = 6 \text{ s}$ است، لحظه‌های t_1 و t_2 معلوم شده و لحظه به هم رسیدن دو متحرک (t_M) به دست می‌آید:

$$t_2 - t_1 = 6 \text{ s} \xrightarrow{\frac{t_2}{t_1} = \frac{8}{7}} \frac{8}{7}t_1 - t_1 = 6 \Rightarrow \frac{1}{7}t_1 = 6 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 42 \text{ s} \\ t_2 = 48 \text{ s} \end{cases}$$

$$\text{بنابراین } t_M = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{42 + 48}{2} = 45 \text{ s} \text{ است.}$$

تکنیک با توجه به متن سؤال، در مدت 6s فاصله دو متحرک از 20m به صفر و دوباره از صفر به 20m می‌رسد، یعنی هر 3s تغییر

فاصله آن‌ها 20m است؛ پس با یک تناسب ساده، تغییر فاصله 300متری آن‌ها در 45s خواهد بود.

$$t_M = \frac{3 \times 300}{20} = 45 \text{ s}$$



فیزیک دهم: صفحه‌های ۱ تا ۳۲

تست و پاسخ ۶۱

در کدام مورد، تمام یکاها جزء یکاهای اصلی هستند؟

- (۱) ثانیه، کندلا، ولت (۲) متر، ژول، مول (۳) نیوتون، ژول، کولن (۴) آمپر، کلون، کیلوگرم

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال برگرفته شده از کنکور ریاضی دی ماه ۱۴۰۱ است که مشابه این سؤال در کنکور ۵ سال اخیر سه بار تکرار شده است؛ پس مطالب حفظی را نادیده نگیرید.

کمیت‌ها و یکای آن‌ها		
کمیت	نام یکا	نماد یکا
طول	متر	m
جرم	کیلوگرم	kg
زمان	ثانیه	s
دما	کلون	K
مقدار ماده	مول	mol
جریان الکتریکی	آمپر	A
شدت روشنایی	کندلا (شمع)	cd

درس نامه مجمع بین‌المللی اوزان و مقیاس‌ها هفت کمیت را به عنوان کمیت‌های اصلی و یکای آن‌ها را به عنوان یکای اصلی انتخاب کرده است که در جدول مقابل مشاهده می‌شود.

به سایر کمیت‌ها به جز این هفت کمیت اصلی، کمیت‌های فرعی گفته می‌شود. یکای کمیت‌های فرعی از طریق فرمول‌های فیزیکی به دست می‌آیند، در حالی که یکای کمیت‌های اصلی به صورت مستقل تعریف می‌شوند.

پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه، تنها در ۴، تمامی یکاها مربوط به کمیت‌های اصلی است.

تست و پاسخ ۶۲

در شکل زیر، دو دماسنج رقمی A و B، دمای دو محیط متفاوت را برحسب درجه سلسیوس نشان می‌دهند. کدام موارد زیر درست است؟

A	B
24.41	26.3

الف) دقت اندازه‌گیری دماسنج B، 0.1°C است.ب) دقت اندازه‌گیری دماسنج A، 0.1°C است.

پ) دماسنج A از دماسنج B دقیق‌تر است.

- (۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و پ (۴) الف، ب و پ

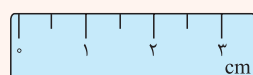
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره دقت اندازه‌گیری جزء مباحث ساده فصل اول فیزیک دهم است که نباید به دلیل سادگی‌اش آن را نادیده بگیرید. طرح ۲ سؤال از این مبحث در کنکور سال ۱۴۰۰ در رشته ریاضی و فیزیک داخل و تجربی خارج کشور، تأکیدکننده این توصیه است.

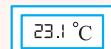
درس نامه

ابزارهای اندازه‌گیری اغلب مدرج یا دیجیتالی هستند.

دقت وسیله‌های اندازه‌گیری مدرج، برابر کم‌ترین درجه‌بندی وسیله است. مثلاً دقت اندازه‌گیری خط‌کش مقابل، 5 cm است.



دقت وسیله‌های اندازه‌گیری دیجیتال (رقمی)، برابر کم‌ترین ارزش مکانی است که از آخرین رقم سمت راست خوانده می‌شود.

مثلاً در دماسنج مقابل، دقت اندازه‌گیری 0.1°C است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی دقت اندازه‌گیری دماسنج A، $1^\circ\text{C}/^\circ$ و دقت اندازه‌گیری دماسنج B، $1^\circ\text{C}/^\circ$ است.

بنابراین دماسنج A از دماسنج B، دقیق‌تر است.

تست و پاسخ ۶۳

یک کشتی با تندی ثابت ۱۵ گره دریایی حرکت می‌کند. مسافت طی‌شده توسط این کشتی در مدت ۸ ساعت، چند مایل دریایی است؟ (هر گره دریایی برابر 1.85 km و هر مایل دریایی 1.85 km است.)

۱۸۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$s = 15 \text{ (گره)} \times \frac{1.85 \text{ (m/s)}}{1 \text{ گره}} = 27.75 \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی گام اول: تندی کشتی را برحسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

گام دوم: به کمک رابطه تندی ($s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$)، مسافت طی‌شده را برحسب متر به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \frac{s_{av} = 27.75 \text{ m/s}}{\Delta t = 8 \times 3600 \text{ s}} \rightarrow 27.75 = \frac{\ell}{8 \times 3600} \Rightarrow \ell = 27.75 \times 8 \times 3600 \text{ m}$$

گام سوم: مسافت طی‌شده را برحسب مایل (mile) به دست می‌آوریم: $\ell = 27.75 \times 8 \times 3600 \text{ m} \times \frac{1 \text{ mile}}{1609 \text{ m}} = 27.75 \times 8 \text{ mile} = 222 \text{ mile}$

تست و پاسخ ۶۴

۷۵ درصد از حجم یک ظرف استوانه‌ای، توسط مایعی با چگالی ρ_1 پر شده است. اگر یک جسم فلزی توپر به چگالی $\rho_2 = 6\rho_1$ درون این ظرف بیندازیم، ۲۰ درصد از حجم استوانه خالی می‌ماند. جرم جسم فلزی، چند برابر جرم مایع است؟

$\frac{40}{9}$ (۴)

$\frac{9}{40}$ (۳)

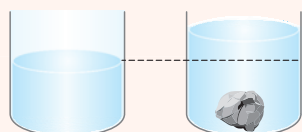
$\frac{5}{2}$ (۲)

$\frac{2}{5}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره ابتدا جرم مایع را به دست آورید، سپس به کمک تغییر حجم مایع به واسطه انداخته‌شدن جسم فلزی درون ظرف، حجم جسم فلزی را به دست آورید تا در نهایت به کمک رابطه $m = \rho V$ جرم فلز را به دست آورده و با جرم مایع مقایسه کنید.

درس‌نامه ظرفی را در نظر بگیرید که درون آن مایعی ریخته شده است. اگر جسمی که چگالی آن بیشتر از چگالی مایع است را درون ظرف بیندازیم، جسم درون ظرف ته‌نشین شده و حجم مایع به اندازه حجم ظاهری جسم جابه‌جا می‌شود.



حجم جسم = حجم مایع جابه‌جاشده $\Rightarrow$

پاسخ تشریحی گام اول: اگر حجم ظرف استوانه‌ای را V در نظر بگیریم و ۷۵ درصد آن توسط مایع با چگالی ρ_1 پر شده باشد، در این صورت جرم مایع برابر است با:

$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} \times V_{\text{مایع}} = \rho_1 \times \frac{75}{100} V = \frac{3}{4} \rho_1 V$$

گام دوم: با انداخته‌شدن جسم فلزی توپر با چگالی $6\rho_1$ ، جسم فلزی ته‌نشین شده و حجم مایع از $\frac{75}{100} V$ به $\frac{80}{100} V$ می‌رسد؛ بنابراین حجم جسم فلزی برابر است با حجم مایع جابه‌جاشده و در نتیجه جرم جسم فلزی را به دست می‌آوریم.

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} \times V_{\text{فلز}} = 6\rho_1 \times (\frac{80}{100} V - \frac{75}{100} V) = \frac{3}{4} \rho_1 V$$

$$\frac{m_{\text{فلز}}}{m_{\text{مایع}}} = \frac{\frac{3}{4} \rho_1 V}{\frac{3}{4} \rho_1 V} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

گام سوم: نسبت جرم فلز به جرم مایع را به دست می‌آوریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خواستون باشه خواسته سؤال، نسبت جرم فلز به جرم مایع است. در صورت توجه نکردن به این نکته ممکن است (۲) را به اشتباه انتخاب کنید.

تست و پاسخ ۶۵

با ذوب و مخلوط کردن ۲۰۰ g از فلزی به چگالی ۴ g/cm^۳ و ۲۵۰ g از فلز دیگری به چگالی ۶/۲۵ g/cm^۳ آلیاژی تهیه می کنیم. ۲۰۰ g از این آلیاژ را برداشته و با آن مکعبی به ضلع ۴ cm می سازیم. حجم حفره خالی درون این مکعب چند سانتی متر مکعب است؟

واقعی - V_{ظاهری}

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

۴۴ (۴)

۴۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک رابطه $\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$ چگالی ماده مخلوط را به دست آورید و سپس حجم فلز به کار برده شده توسط آلیاژ را طبق رابطه $V_{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{\rho_{\text{آلیاژ}}}$ محاسبه کنید.

در نهایت حجم حفره را از رابطه $V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{آلیاژ}}$ به دست آورید.

درس نامه

اگر چند مایع مخلوط شدنی یا چند فلز را ذوب و با هم ترکیب کنیم، در صورتی که حجم مواد اولیه در اثر اختلاط تغییر نکند، چگالی ماده جدید از رابطه های زیر به دست می آید:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \dots}$$

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$ چگالی ماده مخلوط را به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \xrightarrow{\substack{m_1=200 \text{ g}, m_2=250 \text{ g} \\ \rho_1=4 \text{ g/cm}^3, \rho_2=6/25 \text{ g/cm}^3}} \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{200 + 250}{\frac{200}{4} + \frac{250}{6/25}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{450}{50 + 40} = \frac{450}{90} = 5 \text{ g/cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = a^3 = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$$

گام دوم: حجم ظاهری (هندسی) مکعب را به دست می آوریم.

گام سوم: حجم ماده به کار رفته آلیاژ را با توجه به چگالی به دست آمده در گام اول، به دست می آوریم.

$$V_{\text{آلیاژ به کار رفته}} = \frac{m_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلیاژ}}} = \frac{200}{5} = 40 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 64 - 40 = 24 \text{ cm}^3$$

گام چهارم: حجم حفره را به دست می آوریم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۶۶

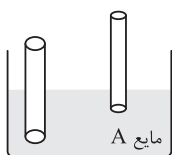
اگر مقداری مایع A را روی سطح افقی شیشه‌ای بریزیم، مایع A شیشه را تر می‌کند. مطابق شکل، دو لوله شیشه‌ای باریک با قطر متفاوت را به طور عمود وارد ظرف حاوی مایع A می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) نیروی هم‌چسبی مایع A بیشتر از نیروی دگرچسبی مایع A و شیشه است.

(ب) سطح مایع در هر دو لوله بالاتر از سطح مایع درون ظرف می‌ایستد.

(پ) سطح مایع در هر دو لوله به صورت برآمده است.

(ت) سطح مایع در لوله باریک‌تر بالاتر می‌ایستد.



(۴) ب و ت

(۳) پ و ت

(۲) الف و پ

(۱) الف و ب

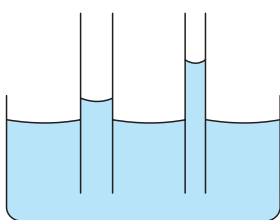
پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه •• نیروی هم‌چسبی: به نیروهای بین مولکول‌های همسان، مانند نیروهای بین مولکول‌های آب، نیروی هم‌چسبی می‌گوییم. فاصله بین مولکول‌ها از یک حدی نمی‌تواند کم‌تر شود، چون نیروی دافعه بزرگی ظاهر می‌شود که مایع را تراکم‌ناپذیر می‌کند. نیروهای بین مولکولی کوتاه‌برد هستند، یعنی اگر فاصله بین مولکول‌ها چند برابر فاصله بین مولکولی شود، نیروهای بین مولکولی بسیار کوچک و عملاً صفر خواهند شد.

نیروی دگرچسبی: اگر دو ماده مختلف در تماس با هم باشند، نیروی جاذبه‌ای بین مولکول‌های سطح آن‌ها ایجاد می‌شود که به این نیروی جاذبه، نیروی دگرچسبی گفته می‌شود.

پاسخ تشریحی این‌که مایع A می‌تواند سطح شیشه تمیز را تر کند، نشان می‌دهد که نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع A و شیشه، قوی‌تر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع A است، مانند رفتاری که قطره‌های آب با شیشه دارند.

شکل مقابل دو لوله موئین شیشه‌ای را نمایش می‌دهد که در ظرف پر از مایع A قرار دارند، با توجه به این‌که نیروی دگرچسبی قوی‌تر از هم‌چسبی است، سطح مایع به صورت فرورفته است و در لوله موئین با قطر کم‌تر، مایع بالاتر می‌رود.



توجه کنید ارتفاع مایع در لوله موئین ربطی به میزان فرورفتن لوله در مایع ندارد.

تست و پاسخ ۶۷

برای مدل‌سازی فیزیکی یک توپ بسکتبال، از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سبد، چه تعداد از عوامل زیر قابل چشم‌پوشی است؟

(الف) اندازه و شکل توپ

(ب) اثر مقاومت هوا و وزش باد

(پ) چرخش توپ به دور خود

(ت) تغییر وزن توپ با تغییر ارتفاع آن

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره چنین سؤال‌هایی را می‌توانید با مطالعه دقیق متن کتاب درسی، پاسخ دهید.

درس‌نامه

مدل‌سازی در فیزیک: فرایندی است که طی آن یک پدیده فیزیکی آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم شود. باید توجه داشت که فقط اثرهای جزئی را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی برای بررسی ساده یک توپ بسکتبال، از اندازه و شکل توپ، مقاومت هوا و اثر وزش باد، چرخش توپ به دور خود و همچنین از تغییر گرانش زمین با تغییر ارتفاع توپ، صرف نظر می‌کنیم. ولی از خود نیروی گرانش (وزن) و سرعت اولیه توپ نمی‌توان صرف نظر کرد. بنابراین هر چهار گزینه قابل چشم‌پوشی هستند.

تست و پاسخ ۶۸

شکل‌های الف و ب خروج قطره‌های نوعی روغن با دماهای متفاوت را از دهانه دو قطره‌چکان مشابه نشان می‌دهد. به ترتیب از راست به چپ نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغن و دما در کدام شکل بیشتر است؟



(۱) الف و الف

(۲) الف و ب

(۳) ب و ب

(۴) ب و الف

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

(۱) هرچه نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های یک مایع بیشتر باشد، مایع قطره‌های بزرگتری تشکیل می‌دهد.

(۲) هرچه دمای یک مایع بیشتر باشد، نیروی هم‌چسبی مولکول‌های مایع کم‌تر می‌شود.

پاسخ تشریحی با توجه به درس‌نامه ۱، نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های روغنی که قطره‌های بزرگ‌تر است، بیشتر است؛ یعنی شکل ب. با توجه به قسمت ۲ درس‌نامه، دمای روغنی که قطره‌های کوچک‌تر است، بیشتر است؛ یعنی شکل الف.

تست و پاسخ ۶۹

چگالی ماده‌ای $\frac{\text{pg}}{\mu\text{m}^3}$ است. چگالی این ماده در SI به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟

(۴) $1/2 \times 10^4$

(۳) ۱۲۰۰۰

(۲) $1/2 \times 10^3$

(۱) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره تبدیل یکاها در فیزیک، یک مطلب فراگیر است که در تمام فصل‌های کتاب و در همه پایه‌ها کاربرد دارد.

درس نامه

(۱) **روش تبدیل زنجیره‌ای یکاها:** در این روش، اندازه کمیت را در یک یا چند ضریب تبدیل، ضرب می‌کنیم، هر ضریب تبدیل به صورت یک

کسر می‌باشد که برابر عدد یک است و می‌دانیم ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازه آن را تغییر نمی‌دهد.

ذکر یکاها در صورت و مخرج ضریب تبدیل الزامی است و باید به گونه‌ای انتخاب شود که ما را به یکای مورد نظر برساند.

(۲) پیشوند پیکو با نماد p دارای ضریب 10^{-12} و پیشوند میکرو با نماد μ دارای ضریب 10^{-6} است.

(۳) **نمادگذاری علمی:** برای آن که نوشتن و محاسبه مقادیر خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، ساده شود از روشی به نام نمادگذاری علمی

استفاده می‌کنیم. در این روش اندازه هر کمیت فیزیکی به صورت کلی $X \times 10^n$ نوشته می‌شود که در آن $1 \leq X < 10$ و n عددی

صحیح است. داخل کادر مربع‌شکل نیز یکای آن کمیت نوشته می‌شود.

پاسخ تشریحی

$$12 \frac{\text{pg}}{\mu\text{m}^3} = 12 \frac{\text{pg}}{\mu\text{m}^3} \times \frac{10^{-12} \text{g}}{1 \text{pg}} \times \frac{1 \text{kg}}{10^3 \text{g}} \times \frac{1 \mu\text{m}^3}{(10^{-6})^3 \text{m}^3} = 12 \frac{10^{-12} \text{kg}}{10^{-18} \text{m}^3} = 12000 = \text{kg} / \text{m}^3 = 1/2 \times 10^4 \text{kg} / \text{m}^3$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۰

یک سال نوری برابر چند یکای نجومی است؟ (میانگین فاصله زمین تا خورشید را $1/5 \times 10^{11} \text{ m}$ ، تندی نور را در خلأ $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ و یک سال را برابر $3/2 \times 10^7 \text{ s}$ در نظر بگیرید.)

$$1/6 \times 10^3 \text{ (۴)}$$

$$1/6 \times 10^4 \text{ (۳)}$$

$$6/4 \times 10^3 \text{ (۲)}$$

$$6/4 \times 10^4 \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره بعضی از تعریف‌ها و مفاهیم مستقیماً در متن درس‌نامه کتاب درسی نیامده؛ بلکه در تمرین‌ها یا فعالیت‌ها آورده شده‌اند. مثلاً تعریف یکای نجومی و سال نوری که در تمرین ۱-۱ کتاب درسی دهم آمده است.

درس‌نامه

- (۱) یکای نجومی: میانگین فاصله زمین از خورشید را یکای نجومی می‌گوییم و با AU نشان می‌دهیم: $1 \text{ AU} = 1/5 \times 10^{11} \text{ m}$
- (۲) سال نوری: مسافتی است که نور در مدت یک سال و با تندی $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ در خلأ می‌پیماید، با ly نشان می‌دهیم.
- (۳) رابطه مسافت و تندی: زمان $\times$ تندی = مسافت

پاسخ تشریحی با توجه به تعریف سال نوری و رابطه بین تندی و مسافت، با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای یکاها داریم:

$$\frac{1 \text{ ly}}{1 \text{ AU}} = \frac{1 \text{ ly}}{1 \text{ AU}} \times \frac{1 \text{ AU}}{1/5 \times 10^{11} \text{ m}} \times \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s} \times 3/2 \times 10^7 \text{ s}}{1 \text{ ly}}$$

$$\frac{1 \text{ ly}}{1 \text{ AU}} = \frac{3 \times 10^8 \times 3/2 \times 10^7 \text{ m}}{1/5 \times 10^{11} \text{ m}} = 6/4 \times 10^4$$

تست و پاسخ ۷۱

آب با آهنگ $8/1 \frac{\text{L}}{\text{min}}$ وارد یک مخزن استوانه‌ای قائم به قطر مقطع 60 cm می‌شود. آهنگ تغییر ارتفاع آب درون استوانه چند میلی‌متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{80} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{20} \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره موضوع آهنگ کمیت‌های فیزیکی می‌تواند به همه مقاطع دبیرستان و همه فصل‌ها مربوط شود.

درس‌نامه

در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، آهنگ آن کمیت می‌نامیم. مانند آهنگ تغییر دما یا آهنگ تغییر حجم آب یک ظرف هنگام پرشدن.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا آهنگ تغییر حجم آب داخل مخزن را بر حسب cm^3/s می‌نویسیم. با استفاده از تبدیل زنجیره‌ای یکاها داریم:

$$8/1 \frac{\text{L}}{\text{min}} = 8/1 \frac{1 \text{ L}}{1 \text{ min}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{8100 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = 135 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$2R = 60 \text{ cm} \Rightarrow R = 30 \text{ cm}$$

$$A = \pi R^2 = 3 \times (30)^2 = 2700 \text{ cm}^2$$

گام دوم: مساحت مقطع استوانه را حساب می‌کنیم:

گام سوم: با توجه به رابطه حجم استوانه آهنگ تغییر ارتفاع آب یعنی $\frac{\Delta h}{\Delta t}$ را به دست می‌آوریم:

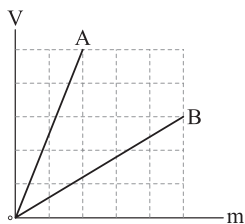
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{A \Delta h}{\Delta t} \Rightarrow 135 \text{ cm}^3/\text{s} = 2700 \times \frac{\Delta h}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{1}{20} \text{ cm/s}$$

$$\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{1}{20} \text{ cm/s} \times \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ cm}} = \frac{1}{2} \text{ mm/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۲



نمودار حجم بر حسب جرم دو مایع A و B به شکل مقابل است. اگر جرم 200 cm^3 از مایع A برابر 300 g باشد، جرم 8 L از مایع B چند کیلوگرم است؟

$$0/5 (2)$$

$$5 (1)$$

$$0/288 (4)$$

$$2/88 (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

برای به دست آوردن نسبت چگالی دو جسم مختلف کافی است چگالی آن‌ها را به هم تقسیم کنیم. چگالی با جرم نسبت مستقیم و با حجم نسبت وارون دارد.

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا چگالی جسم A را به دست می‌آوریم: $\rho_A = \frac{m_A}{V_A} = \frac{300 \text{ g}}{200 \text{ cm}^3} = 1/5 \text{ g/cm}^3$

گام دوم: با استفاده از نمودار داده شده، نسبت چگالی دو جسم A و B را حساب می‌کنیم. توجه داشته باشید که چون یکای جرم برای هر دو جسم و هم‌چنین یکای حجم برای هر دوی آن‌ها یکسان است، نیازی به قراردادن یکاهای جرم و حجم نداریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{m_B=5, V_A=5} \frac{\rho_B}{1/5} = \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} \Rightarrow \rho_B = \frac{1/5 \times 25}{6} = \frac{25}{6} \text{ g/cm}^3$$

گام سوم: جرم 8 L از مایع B را حساب می‌کنیم: $m_B = \rho_B \times V_B \xrightarrow{\rho_B=25/6 \text{ g/cm}^3, V_B=8 \text{ L}=8000 \text{ cm}^3} m_B = \frac{25}{6} \times 8000 = 5000 \text{ g} = 5 \text{ kg}$

تست و پاسخ ۷۳

در ظرفی استوانه‌ای به سطح مقطع 50 cm^2 ، جرم یکسانی از دو مایع مخلوط‌نشده به چگالی‌های $1/2 \text{ g/cm}^3$ و $0/8 \text{ g/cm}^3$ ریخته شده است. اگر مجموع ارتفاع دو مایع 60 cm باشد، ارتفاع مایع زیرین چند سانتی‌متر است؟

$$40 (4)$$

$$36 (3)$$

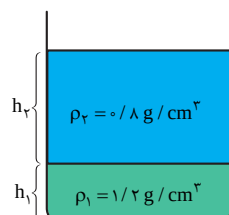
$$24 (2)$$

$$20 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

وقتی دو مایع مخلوط‌نشده درون ظرفی ریخته شوند، هر مایعی که چگالی بیشتری دارد، در پایین قرار می‌گیرد.



پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به شکل، مایع اول که چگالی بیشتری دارد، در پایین قرار می‌گیرد.

$$h_1 + h_2 = 60 \text{ cm}$$

$$A = 50 \text{ cm}^2 \text{ مساحت سطح مقطع استوانه}$$

گام دوم: می‌دانیم جرم دو مایع یکسان است. پس با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \xrightarrow{V_1 = Ah_1, V_2 = Ah_2} \rho_1 Ah_1 = \rho_2 Ah_2 \xrightarrow{\rho_1 = 1/2 \text{ g/cm}^3, \rho_2 = 0/8 \text{ g/cm}^3} 1/2 h_1 = 0/8 h_2 \Rightarrow 3h_1 = 2h_2$$

$$\left. \begin{array}{l} h_1 + h_2 = 60 \\ h_2 = \frac{3}{2} h_1 \end{array} \right\} \Rightarrow h_1 + \frac{3}{2} h_1 = 60 \Rightarrow \frac{5}{2} h_1 = 60 \Rightarrow h_1 = 24 \text{ cm}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۴

در یک ظرف، حجم یکسانی آب و یخ وجود دارد. اگر با ذوب شدن کامل یخ، حجم مجموعه 10 cm^3 تغییر کند، جرم مجموعه چند گرم است؟
 $(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \rho_{\text{آب}} = 0.9 \text{ g/cm}^3)$

۱۹۰ (۴)

۱۸۱ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۷۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

هنگام ذوب یخ، حجم آن کاهش می‌یابد به طوری که با ذوب m گرم یخ کاهش حجم آن $\frac{1}{9}m$ خواهد بود.

پاسخ تشریحی گام اول: اگر جرم اولیه یخ را m_1 فرض کنیم، با توجه به این که بعد از ذوب کامل، حجم آن 10 cm^3 کاهش می‌یابد، داریم:

$$\Delta V = \frac{1}{9} m_1 \xrightarrow{\Delta V = 10 \text{ cm}^3} 10 = \frac{1}{9} m_1 \Rightarrow m_1 = 90 \text{ g}$$

گام دوم: می‌دانیم در ابتدا حجم آب و یخ یکسان بوده است. پس می‌توان نوشت:

$$\overset{\text{یخ}}{V_1} = \overset{\text{آب}}{V_2} \Rightarrow \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m_2}{\rho_2} \xrightarrow{\substack{m_1 = 90 \text{ g}, \rho_1 = 0.9 \text{ g/cm}^3 \\ \rho_2 = 1 \text{ g/cm}^3}} \frac{90}{0.9} = \frac{m_2}{1} \Rightarrow m_2 = 100 \text{ g}$$

گام سوم: جرم مجموعه برابر با حاصل جمع جرم آب و یخ در حالت اول است.

$$m = m_1 + m_2 \xrightarrow{\substack{m_2 = 100 \text{ g} \\ m_1 = 90 \text{ g}}} m = 190 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۷۵

چگالی مایع A از چگالی مایع B، ۲۰ درصد بیشتر است. اگر چگالی مخلوطی از این دو مایع ۸ درصد بیشتر از چگالی مایع B باشد، در این مخلوط جرم مایع A چند برابر جرم مایع B است؟

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{5}{9}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

اگر دو جسم A و B به جرم‌های m_A و m_B و چگالی‌های ρ_A و ρ_B با یکدیگر مخلوط شوند، چگالی ماده حاصل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: چگالی مایع A و چگالی مخلوط را بر حسب چگالی مایع B می‌نویسیم:

$$\rho_A = \rho_B + 0.2 \rho_B = 1.2 \rho_B, \quad \rho = \rho_B + 0.08 \rho_B = 1.08 \rho_B$$

گام دوم: چگالی مخلوط و چگالی مایع A را در رابطه زیر بر حسب چگالی مایع B می‌نویسیم. چگالی‌ها از طرفین رابطه حذف شده و رابطه

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} \xrightarrow{\substack{\rho = 1.08 \rho_B \\ \rho_A = 1.2 \rho_B}} 1.08 \rho_B = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{1.2 \rho_B} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\Rightarrow 1.08 \rho_B = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{1.2 \rho_B} + \frac{m_B}{\rho_B}} \Rightarrow 1.08 = \frac{1.2(m_A + m_B)}{m_A + 1.2 m_B}$$

$$\Rightarrow 1.08 m_A + 1.296 m_B = 1.2 m_A + 1.2 m_B$$

$$\Rightarrow 0.096 m_B = 0.12 m_A \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{0.096}{0.12} = \frac{4}{5}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۱۶

تست و پاسخ ۷۶

کدام مطلب درست است؟

- (۱) نمودار امید به زندگی برای نواحی کم‌برخوردار جهان برخلاف نواحی توسعه‌یافته، روند نزولی دارد.
 (۲) لکه‌های چربی روی لباس، برخلاف گرد و غبار موجود در هوا، نمونه‌ای از آلاینده‌ها به شمار می‌رود.
 (۳) برای پاک کردن لکه‌های شیرینی مانند آب‌قند، شربت آلبیمو و چای شیرین باید از مخلوط آب و صابون استفاده کرد.
 (۴) ذرات سازنده روغن زیتون برخلاف وازلین، دارای بخش‌های قطبی و ناقطبی است، ولی هر دو ماده در هگزان حل می‌شوند.

حلال ناقطبی

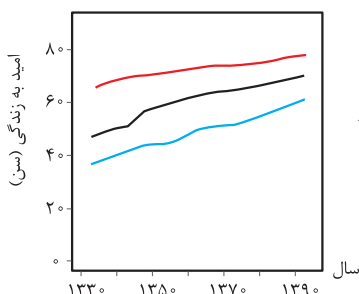
یک آلکان ($C_{25}H_{52}$)استر سنگین سه‌عاملی ($C_{57}H_{104}O_6$)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی روغن زیتون ($C_{57}H_{104}O_6$)، جزء استرهای سنگین است و دارای بخش‌های قطبی (گروه‌های $-C(=O)-O-$) و ناقطبی (زنجیرهای هیدروکربنی بلند) است که به دلیل تعداد بالای اتم‌های کربن در طول زنجیر هیدروکربنی، بخش ناقطبی در مقایسه با بخش قطبی غالب بوده و روغن زیتون مولکولی ناقطبی محسوب می‌شود. از طرفی وازلین ($C_{25}H_{52}$) نوعی آلکان بوده و مولکولی ناقطبی است؛ بنابراین هر دو مولکول روغن زیتون و وازلین، در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند، ولی در حلال‌های ناقطبی مانند هگزان، حل می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) نمودار امید به زندگی برای نواحی کم‌برخوردار (کم‌تر توسعه‌یافته)، همانند نواحی برخوردار (توسعه‌یافته)، روند صعودی دارد. (۲) لکه‌های چربی و مواد غذایی روی لباس‌ها همانند گرد و غبار هوا، جزء آلاینده‌ها به حساب می‌آیند. (۳) به صابون نیازی نیست! مولکول‌های سازنده قندها، در ساختار خود شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل ($-OH$) دارند (بسیار قطبی‌اند) و از طریق این گروه‌ها با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی برقرار کرده و در سرتاسر آن پخش می‌شوند؛ بنابراین آب به تنهایی پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرین قندی است.



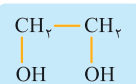
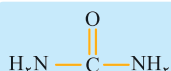
- نواحی برخوردار
 • جهان
 • نواحی کم‌برخوردار

رشته ریاضی

آزمون چهارم حضوری

تست و پاسخ ۷۷

اتیلن گلیکول و اوره در چه تعداد از موارد زیر، مشابه یکدیگرند؟



- شمار عنصرهای سازنده مولکول
- نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن
- انحلال‌پذیر بودن در آب
- نوع نیروی جاذبه بین مولکولی غالب
- شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی در ساختار لوویس

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی به جز مورد اول، بقیه موارد در اتیلن گلیکول و اوره مشابه یکدیگر هستند.

در جدول زیر، موارد مطرح‌شده برای مولکول‌های اتیلن گلیکول و اوره بررسی شده است:

ویژگی ماده	فرمول مولکولی	ساختار لوویس	قطبیت	شمار عنصرهای سازنده	نوع نیروی جاذبه بین مولکولی غالب	شمار اتم‌های کربن / شمار اتم‌های اکسیژن	شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی	حلال مناسب (آب یا هگزان)
اتیلن گلیکول	$C_2H_6O_2$	$\begin{array}{c} CH_2-CH_2 \\ \quad \\ :O: \quad :O: \\ \quad \\ H \quad H \end{array}$	قطبی	O و C، ۳ عنصر	پیوند هیدروژنی	$\frac{2}{2} = 1$	۴ جفت	آب
اوره	$CO(NH_2)_2$	$\begin{array}{c} :O: \\ \\ H_2N: \quad :NH_2 \end{array}$	قطبی	C، H، N و O، ۴ عنصر	پیوند هیدروژنی	$\frac{1}{1} = 1$	۴ جفت	آب



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۷۸

چند مورد از مطالب زیر، در مورد نمک سدیم اسید چرب، نادرست است؟

صابون جامد
(RCOO^-Na^+)

- ساختار آن را می توان به صورت الگوی $\text{O} \sim \text{C} \sim \text{C}_{17}\text{H}_{35}$ نشان داد.
- مخلوط آن با آب، مخلوطی ناهمگن ولی پایدار است.
- مخلوط آن با آب، رنگ کاغذ pH را آبی می کند.
- دارای دو بخش کاتیونی و آنیونی است که بخش آنیونی آن، کاملاً ناقطبی می باشد.

۱ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۲ (۱)

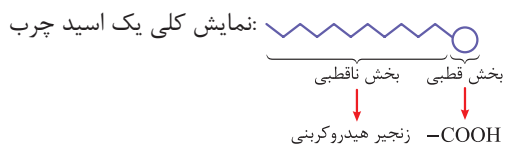
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

عبارت های اول و چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: نمک سدیم اسید چرب، همان صابون جامد است که دارای یک جزء

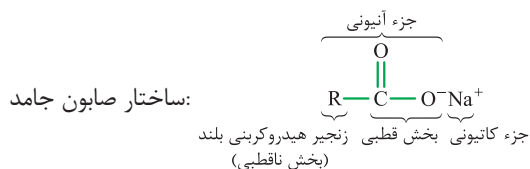


کاتیونی (Na^+) و یک جزء آنیونی ($\text{R}-\text{C}(=\text{O})-\text{O}^-$) می باشد و جزء آنیونی آن را می توان با الگوی $\text{O} \sim \text{C} \sim \text{C}_{17}\text{H}_{35}$ نمایش داد. دقت کنید که الگوی نشان داده شده در سؤال، بدون بار بوده و مربوط به یک مولکول خنثی است. در واقع این الگو ساختار یک اسید چرب را نمایش می دهد.

عبارت دوم: گفتیم که نمک سدیم اسید چرب، همان صابون جامد است. مخلوط صابون با آب، نوعی کلوئید محسوب می شود. کلوئیدها، مخلوط هایی ناهمگن ولی پایدار هستند.

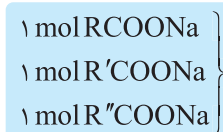
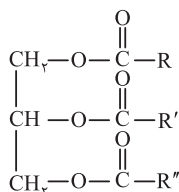
عبارت سوم: صابون خاصیت بازی دارد؛ بنابراین مخلوط آن با آب، رنگ کاغذ pH را آبی می کند.

عبارت چهارم: جزء آنیونی صابون (نمک سدیم اسید چرب) دارای دو بخش قطبی و ناقطبی است.



تست و پاسخ ۷۹

۱ مول از یک نمونه استر سنگین با ساختار زیر، با سدیم هیدروکسید کافی واکنش می دهد. با فرض کامل انجام شدن واکنش، تفاوت جرم استر سنگین با جرم کل صابون تولید شده، چند گرم است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)



۱۸ (۱)

۲۸ (۲)

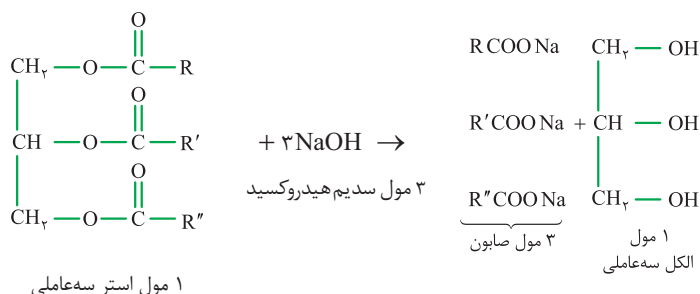
۳۲ (۳)

۲۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

از واکنش کامل هر مول استر سنگین سه عاملی با ۳ مول باز قوی سدیم هیدروکسید، ۳ مول نمک سدیم اسید چرب یا همان صابون جامد و یک مول الکل سه عاملی به دست می آید:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بخش RCOO در مولکول استر و صابون‌های تولیدشده، مشابه است؛ بنابراین تفاوت جرم یک مول استر با سه مول صابون تولیدشده از آن برابر است با:

$$= (\text{RCOO})_3 \text{C}_7\text{H}_5 - 3\text{RCOO} \text{Na} = \text{C}_7\text{H}_5 - 3\text{Na} = 3(12) + 5(1) - 3(23) = -28 \text{ g}$$

-28 g ، یعنی جرم استر، 28 g گرم کمتر از جرم کل صابون‌های تولیدشده از آن است.

تست و پاسخ ۸۰

مخلوط A پایدار است و مخلوط B، نور را پخش می‌کند. کدام مطلب در مورد این مخلوط‌ها، به یقین درست است؟

می‌تواند کلونید یا سوسپانسیون باشد.

یعنی رسوب نمی‌کند؛ پس می‌تواند محلول یا کلونید باشد.

(۱) مخلوط A، نور را پخش می‌کند.

(۲) مخلوط B، ناپایدار است.

(۳) اندازه ذره‌های سازنده مخلوط B، کوچک‌تر از مخلوط A است.

(۴) مخلوط B، ناهمگن است.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی اول بیابید موارد ممکن برای انواع مخلوط‌های A و B و ویژگی‌های آن‌ها را به صورت نموداری بنویسیم:

مخلوط A ← پایدار (رسوب نمی‌کند).
 محلول (همگن - نور را عبور می‌دهد).
 کلونید (ناهمگن - نور را پخش می‌کند).

مخلوط B ← نور را پخش می‌کند.
 کلونید (ناهمگن - پایدار).
 سوسپانسیون (ناهمگن - ناپایدار).

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

(۱) اگر مخلوط A، محلول باشد، نور را پخش نمی‌کند؛ پس نمی‌شه گفت این عبارت به یقین درست!

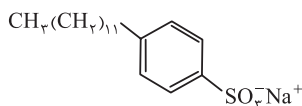
(۲) اگر مخلوط B، کلونید باشد، پایدار است؛ پس این عبارت هم به یقین نمی‌تونه درست باشه!

(۳) این عبارت هم غلطه، ببینید!

(۴) مخلوط B می‌تواند کلونید یا سوسپانسیون باشد، هر دوی این مخلوط‌ها ناهمگن‌اند؛ پس این عبارت به یقین درست!

تست و پاسخ ۸۱

با توجه به ساختار پاک‌کننده داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟



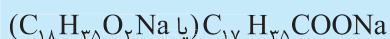
پاک‌کننده غیرصابونی

($S = 32, Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

• این ترکیب، از مواد پتروشیمیایی مانند بنزین، طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شود.

• بر اثر واکنش با آلانده‌های نامحلول در آب مانند چربی‌ها، باعث پخش شدن آن‌ها در آب و زدودن آلودگی‌ها می‌شود.

• تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی صابون جامد هم‌کربن آن با زنجیر هیدروکربنی سیرشده،



برابر ۴۲ گرم است.

• در بخش قطبی آن، ۹ جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد و بخش ناقطبی آن، سبب پخش چربی‌ها در آب می‌شود.

• با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت واکنش داده اما رسوبی ایجاد نمی‌کند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی فقط عبارت سوم درست است.

ساختار نشان داده شده، یکی از معروف‌ترین پاک‌کننده‌های غیرصابونی را نمایش می‌دهد.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت اول: پاک‌کننده‌های غیرصابونی از واکنش مواد پتروشیمیایی از جمله بنزن نه بنزین! طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت دوم: پاک کننده های غیرصابونی برای پاک کردن و زدودن آلاینده ها از جمله چربی ها، براساس برهم کنش های میان ذره ها عمل می کنند، نه واکنش با آلاینده ها! به این صورت که بین بخش های ناقطبی پاک کننده های غیرصابونی با چربی ها و بخش قطبی آن ها با مولکول های آب، نیروهای جاذبه برقرار می شود.

عبارت سوم: پاک کننده غیرصابونی داده شده ۱۸ کربنه است. فرمول صابون جامد ۱۸ کربنه با زنجیر هیدروکربنی سیر شده $C_{17}H_{35}COO^-Na^+ (C_nH_{2n+1}COONa)$ است. فرمول پاک کننده غیرصابونی داده شده هم $C_{18}H_{37}SO_3^-Na^+$ می باشد؛ بنابراین: $C_{18}H_{37}SO_3^-Na^+ - C_{17}H_{35}COO^-Na^+ = SO_3H - 2H = 32 + 16 - 6(1) = 42g$

عبارت چهارم: بخش قطبی پاک کننده غیرصابونی مورد نظر، $-SO_3^-Na^+$ است که با توجه به ساختار رسم شده، دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی می باشد، ولی دقت کنید که در این پاک کننده ها، چربی ها به بخش ناقطبی چسبیده و بخش قطبی (گروه $-SO_3^-$) باعث پخش شدن چربی ها در آب می شود.

عبارت پنجم: پاک کننده های غیرصابونی در آب های سخت که حاوی کاتیون های Ca^{2+} و Mg^{2+} می باشند، خاصیت پاک کنندگی خود را حفظ می کنند؛ یعنی بخش آنیونی این پاک کننده ها ($RC_6H_4SO_3^-$) با یون های Ca^{2+} و Mg^{2+} واکنش نداده و رسوب و لکه تولید نمی کند.

تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در گذشته برای شست و شوی آسان تر ظرف های چرب، از خاکستر و آب گرم استفاده می کردند.
- شوینده ها براساس خواص اسیدی و بازی عمل می کنند.
- اسیدها با همه فلزها واکنش می دهند و در تماس با پوست، سوزش ایجاد می کنند.
- محلول اغلب اسیدها و بازها، رسانای جریان برق هستند و میزان رسانایی آن ها با یکدیگر متفاوت است.
- بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می کنند اما به آن آسیب نمی رسانند.

دو (۴)

سه (۳)

چهار (۲)

پنج (۱)

پاسخ: گزینه ۴

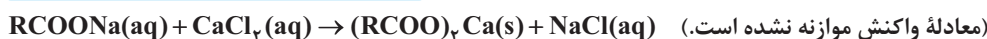
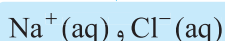
پاسخ تشریحی عبارت های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت سوم: اسیدها با اغلب فلزها (نه همه آن ها!) واکنش می دهند و در تماس با پوست سوزش ایجاد می کنند.
عبارت چهارم: محلول همه اسیدها و بازها رسانای جریان برق هستند؛ هرچند میزان رسانایی آن ها با یکدیگر یکسان نیست.
عبارت پنجم: بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می کنند و به پوست آسیب نمی رسانند.

تست و پاسخ ۸۳

اگر از واکنش کامل ۹۴۴g صابون جامد با مقدار کافی محلول کلسیم کلرید، ۸ مول یون محلول در آب تولید شود، شمار اتم های هیدروژن در فرمول شیمیایی صابون، کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی صابون را سیر شده در نظر بگیرید. $(Na = 23, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$)



۲۷ (۴)

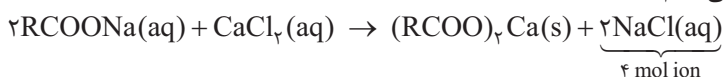
۲۴ (۳)

۲۵ (۲)

۲۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله واکنش را موازنه می کنیم:



گام دوم: به ازای هر مول سدیم کلرید در آب، ۲ مول یون ($Na^+(aq)$ و $Cl^-(aq)$) حاصل می شود؛ با استفاده از شمار مول یون های تولید شده و جرم صابون مصرفی، جرم مولی صابون را به دست می آوریم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل: $944g RCOONa \times \frac{1 mol RCOONa}{Mg RCOONa} \times \frac{2 mol NaCl}{2 mol RCOONa} \times \frac{2 mol ion}{1 mol NaCl} = 8 mol ion$

$\Rightarrow \frac{944 \times 2 \times 2}{M \times 2} = 8 \Rightarrow 4M = 944 \Rightarrow M = \frac{944}{4} = 236 g.mol^{-1}$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{944}{2 \times M} = \frac{8}{4} \Rightarrow M = \frac{944 \times 4}{8 \times 2} = \frac{944}{4} = 236 \text{ g.mol}^{-1}$$

یون‌های تولید شده (COONa) صابون (Cl⁻ و Na⁺)

گام سوم: فرمول عمومی صابون‌های جامدی که دارای زنجیر هیدروکربنی سیرشده هستند، به صورت $C_n H_{2n+1} COONa$ است؛ بنابراین با توجه به جرم مولی صابون، تعداد اتم‌های هیدروژن را در فرمول شیمیایی آن به دست می‌آوریم:

$$C_n H_{2n+1} COONa \text{ جرم مولی: } n(12) + (2n+1) + 12 + 2(16) + 23 = 236$$

$$\Rightarrow 14n + 68 = 236 \Rightarrow 14n = 168 \Rightarrow n = \frac{168}{14} = 12$$

شمار اتم‌های هیدروژن در صابون جامد مورد نظر: $2n+1 = 2(12)+1 = 24+1 = 25$

تست و پاسخ ۸۴

کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

الف) شیمی‌دان‌ها پیش از شناخته‌شدن اسیدها و بازها، با برخی از واکنش‌های آن‌ها آشنا بودند.

ب) تعریف آرنیوس برای اسیدها یا بازها، به محلول‌های آبی محدود می‌شود.

پ) چنان‌چه در یک سامانه غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید با هم برابر باشد، آن سامانه حالت خنثی دارد.

ت) از دید آرنیوس، جامدهای یونی اکسیژن‌دار، اسید به شمار می‌آیند.

مانند اکسیدهای فلزی

(۴) پ - ت

(۳) الف - ب - پ

(۲) الف - ب

(۱) الف - پ - ت

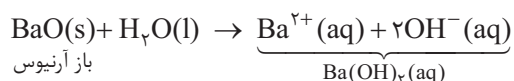
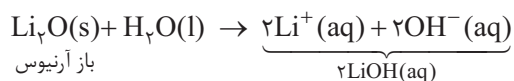
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت «ت»: اکسیدهای فلزی مانند Li_2O ، BaO و ... نمونه‌ای از جامدهای یونی اکسیژن‌دار هستند که از دید آرنیوس، باز به شمار می‌آیند نه اسید! زیرا با انحلال در آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید در آب می‌شوند.



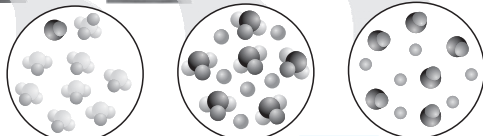
تست و پاسخ ۸۵

با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به چند محلول اسیدی یا بازی است، کدام عبارت درست است؟ (هر ذره نشان داده شده در شکل‌ها را

معادل ۰/۰۲ مول در نظر بگیرید.)



یون هیدروکسید
یون هیدرونیوم



باز ضعیف

اسید قوی

باز قوی

اکسید نافلزی ← اسید آرنیوس

شکل C می‌تواند مربوط به نمای ذره‌ای گونه‌های حاصل از انحلال ۰/۲۴ مول سدیم اکسید در آب باشد.

(۴) با استفاده از مدل آرنیوس، نمی‌توان تفاوت رنگ کاغذ pH در محلول‌های A و C را توجیه کرد. اکسید فلزی ← باز آرنیوس

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

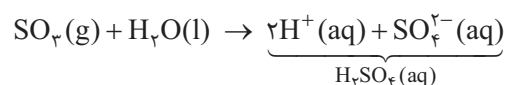
پاسخ تشریحی با توجه به مدل فضاپرکن یون‌های هیدرونیوم (H_3O^+) و هیدروکسید (OH^-)، می‌شود فهمید که محلول‌های A و C خاصیت بازی و محلول B خاصیت اسیدی دارند.

در شکل A، ۳ نوع ذره وجود دارد. علاوه بر ۱ یون هیدروکسید و ۱ کاتیون همراه آن، ۷ ذره دیگر (مولکول‌های یونیده‌نشده) وجود دارند که نشان‌دهنده این است که محلول بازی A به طور جزئی به یون تبدیل شده است، ولی در هر یک از شکل‌های B و C فقط دو نوع ذره (کاتیون و آنیون) دیده می‌شود که نشان‌دهنده این است که به ترتیب اسید و باز در محلول‌های B و C به طور کامل به یون تبدیل شده‌اند.

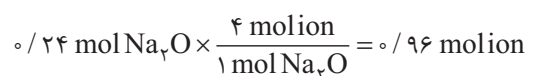
دیدیم که محلول‌های A و C به ترتیب مربوط به یک باز ضعیف و یک باز قوی هستند؛ بنابراین میزان بازی بودن دو محلول A و C متفاوت بوده و رنگ کاغذ pH در دو محلول متفاوت است. این تفاوت رنگ کاغذ pH با استفاده از مدل آرنیوس، قابل توجیه نیست زیرا با استفاده از این مدل نمی‌توان دربارهٔ میزان اسیدی و بازی بودن محلول‌ها اظهار نظر کرد و تنها می‌توان مواد اسیدی و بازی را براساس این مدل تشخیص داد. بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هیدروژن هالیدهای تناوب‌های دوم و سوم جدول تناوبی، همان مولکول‌های هیدروژن فلوئورید (HF) و هیدروژن کلرید (HCl) هستند که در میان این دو مولکول، تنها انحلال HCl در آب می‌تواند مشابه شکل B باشد، زیرا HCl بر اثر حل شدن در آب به طور کامل به یون تبدیل می‌شود؛ در حالی که HF به طور جزئی به یون تبدیل خواهد شد.

۲) گوگرد تری‌اکسید (SO_3) یک اکسید نافلزاتی است و اسید آرنیوس به حساب می‌آید؛ در صورتی که شکل A نوعی باز آرنیوس را نشان می‌دهد.



۳) شکل C دارای ۱۲ ذره است که معادل $12 \times 0.2 = 2.4$ مول یون می‌باشد، به ازای انحلال هر مول سدیم اکسید در آب، ۴ مول یون حاصل می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:



به ازای انحلال ۰.۲۴ مول سدیم اکسید در آب، ۰.۹۶ مول یون تولید می‌شود نه ۰.۲۴ مول یون!

تست و پاسخ ۸۶

جدول زیر، مقایسهٔ اثر عوامل گوناگون بر روی قدرت پاک‌کنندگی صابون را نشان می‌دهد. با توجه به اطلاعات جدول، کدام گزینه درست است؟

شمارهٔ آزمایش	نوع صابون	نوع پارچه	دما (°C)	درصد لکهٔ باقی‌مانده
۱	صابون بدون آنزیم	نخی	۳۰	۲۵
۲	صابون بدون آنزیم		۴۰	۱۵
۳	صابون آنزیم‌دار	نخی	۳۰	۱۰
۴	صابون آنزیم‌دار	نخی	۴۰	۰
۵	صابون آنزیم‌دار	پلی‌استر	۴۰	۱۵

۱) از مقایسهٔ آزمایش‌های ۳ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت که نمودار روند تغییر دما و تغییر درصد لکهٔ حذف‌شده از روی پارچه نسبت به یکدیگر، نموداری نزولی است.

۲) نوع پارچه در آزمایش ۲، می‌تواند از جنس پلی‌استر باشد.

۳) اثر افزودن آنزیم بر قدرت پاک‌کنندگی صابون، مشابه اثر افزودن نمک‌های فسفات به آن است.

۴) از مقایسهٔ آزمایش‌های ۴ و ۵ می‌توان نتیجه گرفت که نیروی چسبندگی میان لکهٔ چربی و پارچه، در پارچهٔ نخی بیشتر از پارچهٔ پلی‌استر است.

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی افزودن آنزیم به صابون‌ها همانند اضافه کردن نمک‌های فسفات به صابون‌ها، باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) از مقایسه آزمایش‌های ۳ و ۴ می‌توان نتیجه گرفت که در شرایط یکسان با افزایش دما، قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین درصد لکه حذف‌شده از روی پارچه (نه درصد لکه باقی‌مانده روی پارچه!) نیز افزایش می‌یابد؛ پس می‌توان گفت که نمودار روند تغییر دما و تغییر درصد لکه حذف‌شده از روی پارچه نسبت به یکدیگر، نموداری صعودی است.

۲) میزان چسبندگی لکه‌های چربی روی پارچه پلی‌استر بیشتر از پارچه نخی است.

اگر نوع پارچه در آزمایش ۲ را پلی‌استر در نظر بگیریم، تفاوت آزمایش‌های ۲ و ۵، تنها در نوع صابون مورد استفاده خواهد بود و با توجه به استفاده از صابون آنزیم‌دار در آزمایش ۵، درصد لکه باقی‌مانده در آزمایش ۵ باید کمتر از آزمایش ۲ باشد که این‌طور نیست و درصد لکه باقی‌مانده در دو آزمایش یکسان است؛ بنابراین نوع پارچه در آزمایش ۲ باید نخی باشد که در کنار استفاده از صابون بدون آنزیم، درصد لکه باقی‌مانده در آن برابر آزمایش ۵ است.

۴) از مقایسه آزمایش‌های ۴ و ۵ می‌توان نتیجه گرفت که صابون لکه‌های چربی را از روی پارچه‌های نخی بهتر از پارچه‌های پلی‌استری پاک می‌کند؛ بنابراین نیروی چسبندگی میان لکه چربی و پارچه‌های پلی‌استری بیشتر از پارچه‌های نخی است.

تست و پاسخ ۸۷

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- سطح بیرونی یک قطره چربی که به وسیله پاک‌کننده‌های صابونی یا غیرصابونی در آب پخش شده است، دارای بار مثبت است.
- در صورت اضافه کردن مقداری منیزیم کلرید به مخلوطی از آب و صابون و روغن، اجزای سازنده مخلوط از هم جدا می‌شوند.
- در پاک‌کننده‌های صابونی، بین سر آب‌دوست و آب‌گریز، پیوند یونی وجود دارد.
- نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در صابون جامد و پاک‌کننده‌های غیرصابونی سدیم‌دار، یکسان است.

(۱) سه (۲) دو (۳) یک (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: بخش ناقطبی قسمت آنیونی پاک‌کننده‌ها با مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌کند و بخش قطبی قسمت آنیونی که دارای بار منفی است، روی سطح بیرونی چربی قرار می‌گیرد:

عبارت دوم: در صورت اضافه کردن مقداری منیزیم کلرید به مخلوط آب و صابون و روغن، صابون که همانند پلی بین مولکول‌های آب و روغن قرار دارد، با یون‌های منیزیم رسوب تشکیل می‌دهد؛ در نتیجه پل ارتباطی بین آب و چربی از بین رفته و اجزای سازنده مخلوط از هم جدا می‌شوند.

عبارت سوم: سر آب‌گریز یا بخش ناقطبی پاک‌کننده‌های صابونی شامل زنجیر هیدروکربنی (R) و سر آب‌دوست یا بخش قطبی این پاک‌کننده‌ها

شامل گروه ($\text{O}=\text{C}-\text{O}^-$) می‌باشد که با پیوند کووالانسی (پیوند C—C) به هم متصل هستند.

عبارت چهارم: نسبت استوکیومتری کاتیون به آنیون در صابون جامد؛ یعنی نمک سدیم اسید چرب (RCOO^-Na^+) و پاک‌کننده‌های غیرصابونی سدیم‌دار ($\text{RC}_6\text{H}_4\text{SO}_3^-\text{Na}^+$) یکسان و برابر یک است.

تست و پاسخ ۸۸

در اثر انحلال جرم یکسان از مواد زیر در آب، در کدام مورد شمار یون‌های حاصل در محلول، بیشترین مقدار را دارد؟

($\text{Ba} = 137, \text{Ca} = 40, \text{K} = 39, \text{O} = 16, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



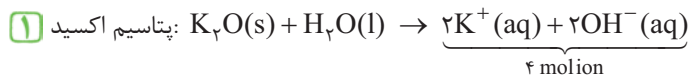
پاسخ: گزینه ۴



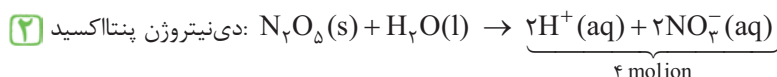
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

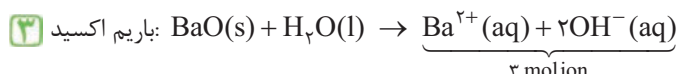
پاسخ تشریحی اگر جرم مواد را ۱ گرم در نظر بگیریم، با توجه به معادله انحلال همه مواد در آب، خواهیم داشت:



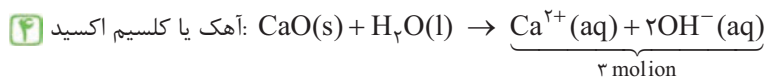
$$1 \text{ g } K_2O \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{94 \text{ g } K_2O} \times \frac{4 \text{ molion}}{1 \text{ mol } K_2O} = \frac{4}{94} \text{ molion}$$



$$1 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{4 \text{ molion}}{1 \text{ mol } N_2O_5} = \frac{4}{108} \text{ molion}$$



$$1 \text{ g } BaO \times \frac{1 \text{ mol } BaO}{153 \text{ g } BaO} \times \frac{3 \text{ molion}}{1 \text{ mol } BaO} = \frac{3}{153} \text{ molion}$$



$$1 \text{ g } CaO \times \frac{1 \text{ mol } CaO}{56 \text{ g } CaO} \times \frac{3 \text{ molion}}{1 \text{ mol } CaO} = \frac{3}{56} \text{ molion}$$

بین $\frac{4}{94}$ و $\frac{4}{108}$ ، کسر $\frac{4}{94}$ که مخرج کوچک‌تری دارد، بزرگ‌تر است؛ همچنین بین $\frac{3}{56}$ و $\frac{3}{153}$ ، کسر $\frac{3}{56}$ بزرگ‌تر است؛ حالا باید ببینیم بین $\frac{4}{94}$ و $\frac{3}{56}$ کدام کسر بزرگ‌تر است. برای راحتی می‌توانیم صورت این کسرها را با ضرب کردن در اعداد مناسب، یکسان کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{94} \xrightarrow{\times \frac{3}{3}} \frac{12}{282} \\ \frac{3}{56} \xrightarrow{\times \frac{4}{4}} \frac{12}{224} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{12}{224} > \frac{12}{282} \Rightarrow \frac{3}{56} > \frac{4}{94} \Rightarrow \text{شمار یون‌ها در محلول CaO بیشتر است.}$$

نوعی پاک‌کننده خورنده

تست و پاسخ ۸۹

چند مورد از مطالب زیر درباره مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم، نادرست است؟

- از این مخلوط به منظور باز کردن لوله‌ها یا مسیرهایی که بر اثر ایجاد رسوب و تجمع چربی‌ها بسته شده‌اند، استفاده می‌شود.
- با افزودن این مخلوط به آب، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.
- این مخلوط برخلاف پاک‌کننده‌های غیرصابونی، خاصیت خوردگی دارد.
- گاز اکسیژن حاصل از افزودن این مخلوط به آب، قدرت پاک‌کنندگی آن را افزایش می‌دهد.
- برهم‌کنش میان ذره‌ها، تشابه عملکرد این مخلوط و صابون، در پاک کردن آلاینده‌هاست.

(۴) صفر

(۳) یک

(۲) دو

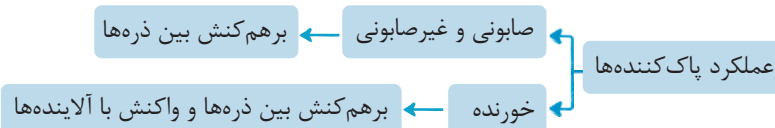
(۱) سه

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی تنها عبارت چهارم نادرست است. طی واکنش مخلوطی از آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، گاز هیدروژن آزاد می‌شود، نه گاز اکسیژن!

در مورد عبارت دوم، دقت کنید که واکنش مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم با آب، گرماده است؛ در نتیجه با انجام واکنش، دمای آب و مواد موجود در مخلوط افزایش می‌یابد.

در مورد عبارت پنجم هم، دقت کنید که پاک‌کننده‌های صابونی تنها براساس برهم‌کنش بین ذره‌ها عمل می‌کنند، اما پاک‌کننده‌های خورنده علاوه بر این برهم‌کنش‌ها، با آلاینده‌ها واکنش هم می‌دهند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۰

اگر در بخش زنجیر هیدروکربنی یک اسید چرب تک‌عاملی، ۱۵ اتم کربن و ۳ پیوند دوگانه وجود داشته باشد، در اثر واکنش کامل ۱/۰ مول از این اسید چرب با مقدار کافی پتاسیم هیدروکسید، چند گرم صابون تولید می‌شود؟ ($K = 39, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

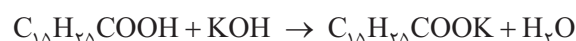
RCOOH $\leftarrow$ ۲۸/۸ (۱) ۲۷/۴ (۲) ۲۳/۱۲ (۳) ۲۲/۱۶ (۴) $\leftarrow$ RCOOK

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فرمول عمومی اسیدهای چرب تک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده، به صورت $C_n H_{2n+1} COOH$ است؛ از طرفی می‌دانیم که هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن از هیدروژن‌های یک ترکیب کم می‌کند؛ بنابراین خواهیم داشت:



با توجه به معادله زیر، به ازای مصرف کامل ۱/۰ مول اسید چرب، ۱/۰ صابون تولید خواهد شد.



$$C_{15}H_{25}COOK \text{ جرم مولی} = (16 \times 12) + 25 + (2 \times 16) + 39 = 288 g.mol^{-1}$$

$$\text{جرم ۱/۰ مول صابون} = 0/1 \times 288 = 28/8 g$$

شیمی دهم: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

تست و پاسخ ۹۱

He و H

چند مورد از مطالب زیر درباره نخستین دو عنصری که پس از مه‌بانگ تشکیل شده‌اند، درست است؟

• نماد شیمیایی هر دوی آن‌ها با حرف H آغاز می‌شود.

• شمار خطوط طیف نشری خطی آن‌ها در گستره مرئی، برابر است.

• یکی از آن‌ها، فراوان‌ترین عنصر مشتری و دیگری، فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین است.

• انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل انجام واکنش شیمیایی بین این دو عنصر است.

Fe

H

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی تنها عبارت اول درست است.

نخستین دو عنصری که پس از مه‌بانگ پا به عرصه جهان گذاشتند، هیدروژن و هلیوم هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نماد شیمیایی عنصر هیدروژن، H و نماد شیمیایی عنصر هلیوم، He است. نماد شیمیایی هر دو عنصر با حرف H آغاز می‌شود.

عبارت دوم: طیف نشری خطی هیدروژن در گستره مرئی، شامل ۴ خط و طیف نشری خطی هلیوم در گستره مرئی، شامل ۶ خط است.

عبارت سوم: هلیوم فراوان‌ترین عنصر سازنده هیچ‌یک از دو سیاره زمین و مشتری نیست! فراوان‌ترین عنصر سیاره مشتری، هیدروژن و فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین، آهن است.

عبارت چهارم: انرژی گرمایی و نور خیره‌کننده خورشید، به دلیل تبدیل هیدروژن به هلیوم در واکنش‌های هسته‌ای است، نه انجام واکنش‌های شیمیایی!

تست و پاسخ ۹۲

NH₃

اگر جرم مولی گاز هیدروژن و گاز نیتروژن به ترتیب برابر ۲/۰۱۶ و ۲۸/۰۲ گرم بر مول باشد، جرم یک مولکول آمونیاک بر حسب amu، کدام

N₂H₂

است؟ ($1 amu = 1/66 \times 10^{-24} g$)

۱۰/۲۶ × ۱۰^{-۲۴} (۴)۲۸/۲۸ × ۱۰^{-۲۴} (۳)

۳۴/۰۶۸ (۲)

۱۷/۰۳۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی

ویژگی	تعریف	یکا
عدد جرمی	مجموع تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های اتم	یکا ندارد.
جرم اتمی	جرم یک اتم برحسب یکای جرم اتمی	amu
جرم مولی	جرم یک مول یا 6.02×10^{23} تعداد اتم برحسب گرم	g.mol^{-1}

نکته سه مفهوم عدد جرمی، جرم اتمی و جرم مولی برای یک اتم از نظر عددی تقریباً با یکدیگر برابرند، ولی از نظر تعریف و مفهوم با هم تفاوت دارند:

$$\text{جرم مولی اتم H} = \frac{2.016}{1} = 2.016 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow \text{جرم مولی گاز هیدروژن یا H}_2 = 4.032 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی اتم N} = \frac{14.007}{1} = 14.007 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow \text{جرم مولی گاز نیتروژن یا N}_2 = 28.014 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولی مولکول آمونیاک یا NH}_3 = \text{جرم مولی اتم N} + (3 \times \text{جرم مولی اتم H}) = 14.007 + 3(1.008) = 17.023 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{جرم مولکولی NH}_3 = 17.023 \text{ amu} \Rightarrow \text{جرم مولکول آمونیاک}$$

تذکر مانند اتم‌ها، در مولکول‌ها هم جرم مولی (برحسب g.mol^{-1}) با جرم مولکولی (برحسب amu) از نظر عددی، برابر است.

تست و پاسخ ۹۳

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) ترتیب پرشدن زیرلایه‌های $4s, 4p, 4f, 5d$ به صورت $4s \rightarrow 4p \rightarrow 4f \rightarrow 5d$ است.

(۲) ایزوتوپی از کربن که برای مقیاس اندازه‌گیری جرم اتم‌ها به کار می‌رود، در مجموع دارای ۱۸ ذره زیراتمی است.

(۳) شمار عنصرها در دوره‌های چهارم و پنجم جدول تناوبی، برابر است.

(۴) با استفاده از موقعیت عنصرها در جدول تناوبی، می‌توان شماره گروه و دوره، شمار الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها را برای آن‌ها، به دست آورد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی با استفاده از موقعیت یک عنصر در جدول تناوبی، می‌توان شماره گروه و دوره، شمار الکترون‌ها و پروتون‌ها را برای یک عنصر به دست آورد، ولی به شمار نوترون‌های اتم‌های آن عنصر نمی‌توان پی برد؛ زیرا در جدول دوره‌ای، عدد جرمی ایزوتوپ‌های یک عنصر نشان داده نشده است و فقط جرم اتمی میانگین آن، گزارش شده!

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مجموع $n+1$ را برای هر یک از زیرلایه‌ها به دست می‌آوریم و سپس با توجه به دو قاعده زیر، ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها را مشخص می‌کنیم:

(۱) زیرلایه با $n+1$ کوچک‌تر، زودتر پر می‌شود.

(۲) اگر $n+1$ برای دو یا چند زیرلایه یکسان باشد، زیرلایه با n کوچک‌تر، زودتر پر می‌شود.

$$4s \rightarrow n+1 = 4+0 = 4$$

$$4p \rightarrow n+1 = 4+1 = 5$$

$$4f \rightarrow n+1 = 4+3 = 7$$

$$5d \rightarrow n+1 = 5+2 = 7$$

$$\Rightarrow \text{ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها: } 4s \rightarrow 4p \rightarrow 4f \rightarrow 5d$$

$\Rightarrow$ $n, 4f$ کوچک‌تری دارد.

(۲) ایزوتوپی از کربن که برای مقیاس اندازه‌گیری جرم اتم‌ها به کار می‌رود، ایزوتوپ $^{12}_6\text{C}$ است که شمار ذرات زیراتمی آن برابر است با:

$$12 = 6 + 6 \Rightarrow \text{عدد اتمی} + \text{عدد جرمی} = \text{تعداد الکترون‌ها} + \text{تعداد پروتون‌ها} + \text{تعداد نوترون‌ها} = \text{مجموع شمار ذره‌های زیراتمی}$$

(۳) هر یک از دوره‌های چهارم و پنجم جدول شامل ۲ عنصر دسته s، ۱۰ عنصر دسته d و ۶ عنصر دسته p است و در مجموع هر کدام از این دوره‌ها شامل ۱۸ عنصر است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۴

گرافیت

شمار اتم‌ها در ۴۸۰ گرم متانول (CH_3OH)، با شمار اتم‌ها در چند گرم سرب مداد، برابر است؟
 $(\text{Pb} = 207, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1})$

۵۱۷/۵ (۴)

۳۰۰ (۳)

۱۸۶۳۰ (۲)

۱۰۸۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته مغز مداد از گرافیت (دگرشکلی از کربن) تشکیل شده است، اما در گذشته به دلیل شکل ظاهری آن، مردم فکر می‌کردند جنس مغز مداد از سرب (Pb) است. هنوز که هنوز! گرافیت به سرب مداد معروف است.

پاسخ تشریحی گام اول: شمار مول اتم‌ها در ۴۸۰ گرم متانول را حساب می‌کنیم. در هر مول متانول (CH_3OH)، در مجموع ۶ مول اتم وجود دارد؛ به این ترتیب خواهیم داشت:

$$480 \text{ g CH}_3\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}}{32 \text{ g CH}_3\text{OH}} \times \frac{6 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol CH}_3\text{OH}} = \frac{480 \times 6}{32} = 90 \text{ mol atom}$$

توجه مول یکسان از اتم‌ها، شامل شمار اتم‌های یکسانی است؛ بنابراین برای راحتی کار، به جای شمار اتم‌ها و استفاده از عدد آووگادرو، شمار مول آن را حساب کردیم.

گام دوم: حساب می‌کنیم در چند گرم سرب مداد (یا همون کربن!)، ۹۰ مول اتم وجود دارد:

$$90 \text{ mol atom C} \times \frac{12 \text{ g C}}{1 \text{ mol atom C}} = 1080 \text{ g C}$$

تست و پاسخ ۹۵

عنصر X متعلق به دوره چهارم و گروه ۸ جدول تناوبی و عنصر Y دارای ۱۷ الکترون با $I=1$ است. بین این دو عنصر در جدول تناوبی، چند عنصر وجود دارد؟

زیرلایه‌های p

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آرایش الکترونی عنصر دوره چهارم در گروه ۸ به $3d^6 4s^2$ ختم می‌شود.

$$X: [18\text{Ar}] 3d^6 4s^2 \Rightarrow \text{عدد اتمی عنصر } X: 18 + 6 + 2 = 26$$

$$Y: 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^2 4p^5 \Rightarrow \text{عدد اتمی عنصر } Y = 35 \quad (I=1 \text{ (زیرلایه‌های p) است})$$

در مجموع ۱۷ الکترون با $I=1$

بین دو عنصر با عدد اتمی ۲۶ و ۳۵، ۸ عنصر با عددهای اتمی ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳ و ۳۴ وجود دارند.

نکته تعداد عنصرها بین دو عنصر با عددهای اتمی a و b از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$8 = 9 - 1 = (35 - 26) - 1 = \text{تعداد عنصرها بین } X_{26} \text{ و } Y_{35} \quad \text{مثال} \quad -1 = (b - a) - 1 = \text{تفاوت عدد اتمی} = \text{تعداد عنصرها}$$

تست و پاسخ ۹۶

کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

عنصر منیزیم (${}_{12}\text{Mg}$)

(الف) هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ شناخته‌شده از هیدروژن، دارای ۷ نوترون است.

(ب) دومین عنصر دوره سوم جدول تناوبی، مانند هیدروژن، دارای ۳ ایزوتوپ طبیعی است.

(پ) با در نظر گرفتن ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم و کالر، امکان تشکیل ۴ نوع ترکیب یونی دوتایی با جرم مولی‌های متفاوت وجود دارد.

(ت) اورانیوم (${}_{92}\text{U}$) شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزای طبیعی و عنصری از دسته f جدول تناوبی است.



(۴) پ - ت

(۳) ب - ت

(۲) الف - ب - پ

(۱) ب - پ - ت

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

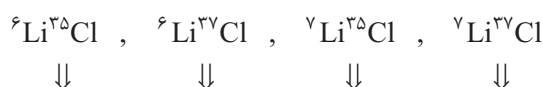
عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) سنگین‌ترین ایزوتوپ شناخته‌شده از عنصر هیدروژن، ایزوتوپ ${}^3\text{H}$ است: $7 - 1 = 6$ = عدد اتمی - عدد جرمی = تعداد نوترون‌ها

(ب) دومین عنصر دوره سوم جدول تناوبی که در گروه ۲ جدول قرار دارد، عنصر منیزیم است که دارای سه ایزوتوپ طبیعی ${}^{24}\text{Mg}$ ، ${}^{25}\text{Mg}$ و ${}^{26}\text{Mg}$ می‌باشد؛ از طرفی عنصر هیدروژن نیز دارای سه ایزوتوپ طبیعی ${}^1\text{H}$ ، ${}^2\text{H}$ و ${}^3\text{H}$ است.

(پ) عنصر لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ${}^6\text{Li}$ و ${}^7\text{Li}$ و عنصر کلر نیز دارای دو ایزوتوپ طبیعی ${}^{35}\text{Cl}$ و ${}^{37}\text{Cl}$ است؛ بنابراین امکان تشکیل ۴ نوع ترکیب یونی دوتایی (Li^+ و Cl^-) با جرم مولی‌های متفاوت وجود دارد:



جرم مولی: $6 + 35 = 41$ $6 + 37 = 43$ $7 + 35 = 42$ $7 + 37 = 44$

(ت) درست! اورانیم با نماد شیمیایی ${}^{92}\text{U}$ شناخته‌شده‌ترین فلز پرتوزای طبیعی است. عناصر دسته f شامل دو ردیف ۱۴ تایی پایین جدول، یعنی عناصر با عددهای اتمی ۵۷ تا ۷۰ و ۸۹ تا ۱۰۲ می‌باشند؛ بنابراین اورانیم با عدد اتمی ۹۲ جزء این دسته از عناصر است.

تست و پاسخ ۹۷

زیرلایه s

زیرلایه d

کدام ساختار را می‌توان به اتم عنصری نسبت داد که در مجموع دارای ۱۷ الکترون با $l=0$ و $l=2$ است؟



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی زیرلایه‌هایی با $l=0$ و $l=2$ به ترتیب زیرلایه‌های s و d هستند. طبق قاعده آفبا شروع به پر کردن زیرلایه‌ها می‌کنیم تا جایی که مجموع الکترون‌ها در زیرلایه‌های s و d برابر ۱۷ شود:

مورد استثنا (اتم X از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند). $\Rightarrow X = 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^2$ آرایش الکترونی مورد نظر

$\Rightarrow 17 = 2 + 2 + 2 + 10 + 1 =$ مجموع الکترون‌های زیرلایه‌های s و d $\Rightarrow 1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^2$ آرایش الکترونی واقعی

بنابراین در لایه چهارم این عنصر، ۱ الکترون و در لایه سوم آن، $10 + 6 + 2 = 18$ الکترون وجود دارد که تنها **۲** ساختار عنصر مورد نظر را به درستی نمایش داده است.

تست و پاسخ ۹۸

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

سرخ

سبز

- پرتویی با طول موج ۸۰۰ nm، در گستره پرتوهای فرابنفش قرار دارد.
- ریزموج‌ها دارای کم‌ترین انرژی در گستره امواج الکترومغناطیسی هستند.
- نور مرئی رنگ شعله لیتیم نیترات در مقایسه با نور مرئی شعله فلز مس، طول موج بلندتری دارد.
- در محدوده امواج الکترومغناطیس، پرتوهای ایکس، بین پرتوهای فرابنفش و گاما قرار دارد.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: طول موج پرتوهای فرابنفش، کوتاه‌تر از گستره مرئی (۴۰۰ - ۷۰۰ nm) است؛ بنابراین پرتویی با طول موج ۸۰۰ نانومتر نمی‌تواند در گستره پرتوهای فرابنفش قرار داشته باشد.

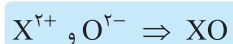
عبارت دوم: امواج رادیویی دارای کم‌ترین انرژی در گستره امواج الکترومغناطیس هستند، نه ریزموج‌ها!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت سوم: رنگ شعله فلز لیتیم و همه ترکیب‌های آن، به رنگ سرخ و رنگ شعله فلز مس و ترکیب‌های گوناگون آن، به رنگ سبز است. طول موج رنگ سرخ، بلندتر از طول موج رنگ سبز می‌باشد.
عبارت چهارم: کاملاً درسته!

امواج رادیویی < ریزموج‌ها < پرتوهای فروسرخ < نور مرئی < پرتوهای فرابنفش < پرتوهای ایکس < پرتوهای گاما: مقایسه طول موج امواج الکترومغناطیس



تست و پاسخ ۹۹

مول‌های برابری از متان و اکسید عنصر X که متعلق به گروه دوم جدول تناوبی است، در اختیار داریم. اگر جرم نمونه متان، ۴/۰ برابر نمونه اکسید باشد، جرم مولی عنصر X، چند برابر جرم مولی گاز اکسیژن است و برای تشکیل هر گرم از اکسید مورد نظر، چند الکترون بین عنصر

X و اکسیژن مبادله شده است؟ ($H=1, C=12, O=16 \text{ g.mol}^{-1}$) O_2

$$1/505 \times 10^{22}, 1/5 (4) \quad 3/01 \times 10^{22}, 0/75 (3) \quad 3/01 \times 10^{22}, 1/5 (2) \quad 1/505 \times 10^{22}, 0/75 (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره اول فرمول اکسید عنصر X رو بنویس و با استفاده از اطلاعات مربوط به نسبت مولی (۱) و جرمی (۴/۰) بین متان و اکسید X، جرم مولی عنصر X رو به دست بیا. برای قسمت دوم سؤال هم، با توجه به فرمول اکسید X، ببین به ازای تشکیل هر مول اکسید X، چند مول الکترون بین X و O مبادله می‌شه و بعدش به کمک کسر تبدیل یا تناسب، خیلی راحت تعداد الکترون‌های مبادله شده به ازای تشکیل هر گرم XO رو به دست بیا.

پاسخ تشریحی با استفاده از اطلاعات داده شده، جرم مولی عنصر X را به دست می‌آوریم:

به طور کلی عنصرهای گروه دوم جدول تناوبی، در ترکیب با نافلزها، کاتیون دو بار مثبت (X^{2+}) تشکیل می‌دهند؛ بنابراین فرمول اکسید (O^{2-}) عنصر X، به صورت XO است:

$$\frac{\text{جرم مولی } CH_4}{\text{جرم مولی } XO} = \frac{\text{جرم مولی } CH_4 \times \text{مول } CH_4}{\text{جرم مولی } XO \times \text{مول } XO} \Rightarrow \frac{16}{x+16} = \frac{4}{10} \Rightarrow (X \text{ جرم مولی}) x = 24 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\frac{X \text{ جرم مولی}}{O_2 \text{ جرم مولی}} = \frac{24}{2(16)} = \frac{3}{4} = 0/75$$

حواستون باشه که سؤال، نسبت جرم مولی X به گاز اکسیژن (O_2) را خواسته و نه نسبت به اتم O!

برای قسمت دوم سؤال می‌توان از دو روش استفاده کرد:

$$1 \text{ g XO} \times \frac{1 \text{ mol XO}}{40 \text{ g XO}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol XO}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mole}^-} = 3/01 \times 10^{22} e^-$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

روش دوم: استفاده از کسر تناسب: به ازای تشکیل هر مول XO، ۲ مول الکترون بین عنصر X و اکسیژن مبادله می‌شود:

$$\frac{\text{جرم مولی } XO}{\text{جرم مولی } X} = \frac{\text{تعداد الکترون}}{2 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow \frac{1}{1 \times 40} = \frac{x}{2 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x = 3/01 \times 10^{22} e^-$$

تست و پاسخ ۱۰۰

یعنی تعداد الکترون‌های ظرفیتی این ۶ عنصر در این دوره، مشابه تعداد الکترون‌های ظرفیتی عنصرهای دیگر این دوره نیست.

درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

• در دوره چهارم جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیتی ۶ عنصر، منحصربه‌فرد است.

• گنجایش الکترونی زیرلایه‌ای با عددهای کوانتومی $l=3$ و $n=5$ ، ۲۸ درصد گنجایش

زیرلایه ۵f

الکترونی لایه‌ای است که در آن قرار دارد. (لایه پنجم $(n=5)$)

• با افزایش عدد اتمی عنصرها در دوره سوم، شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آن‌ها افزایش می‌یابد.

• عنصری که در دوره چهارم و گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد، سی و چهارمین عنصر جدول محسوب می‌شود.

(۲) نادرست - نادرست - درست - درست

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۴) نادرست - درست - درست - نادرست

(۳) درست - نادرست - نادرست - درست

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی: عبارات‌های اول و دوم، درست و عبارات‌های سوم و چهارم، نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

● در دوره چهارم جدول تناوبی، عناصر گروه‌های ۳ تا ۸ به ترتیب همانند عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ جدول، به ترتیب دارای ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ و ۸ الکترون ظرفیتی هستند؛ بنابراین در این دوره جدول، عناصر گروه‌های ۱، ۲، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲، یعنی ۶ عنصر، شمار الکترون‌های ظرفیتی منحصربه‌فرد دارند.

● درسته، ببینید! $4(3) + 2 = 14 \xrightarrow{(l=2)} 4l + 2 = 14 \rightarrow 4l = 12 \rightarrow l = 3 \rightarrow 5f \rightarrow 5f \text{ زیر لایه } 5f \rightarrow n = 5, l = 3$

$$n = 5 \rightarrow n = 5 \text{ الکترونی لایه } 5 \rightarrow 2n^2 \xrightarrow{n=5} 2(5)^2 = 50 \Rightarrow \frac{14}{50} \times 100\% = 28\%$$

فب تا همین‌جا می‌شه جواب تست رو پیدا کرد، ولی شما برای تمرین دو عبارت بعدی رو هم بنویسید:

● در دوره سوم جدول دوره‌ای، زیر لایه‌های ۳s و ۳p از الکترون اشغال می‌شوند؛ بنابراین با افزایش عدد اتمی در این دوره، شمار لایه‌های الکترونی اشغال‌شده ثابت است.

● عدد اتمی عنصری که در دوره چهارم و گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد، ۴ واحد از عدد اتمی گاز نجیب این دوره (Kr)، کم‌تر است ($36 - 4 = 32$)؛ بنابراین عنصر مورد نظر می‌شه سی‌ودومین عنصر جدول، نه سی‌وچهارمین عنصر!

تست و پاسخ (۱۰۱)

با توجه به نمودار زیر که مربوط به چند گونه تک‌اتمی (اتم یا یون) می‌باشد، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) خواص شیمیایی همه گونه‌های نشان داده شده، به یقین یکسان است.

(ب) اگر محور x نشان‌دهنده عدد جرمی باشد، در صورت خنثی بودن، گونه‌های نشان داده شده می‌توانند ایزوتوپ یکدیگر باشند.

(پ) اگر محور x نشان‌دهنده عدد اتمی باشد، آرایش الکترونی گونه‌های نشان داده شده، به یقین یکسان است.

(ت) اگر گونه A با عدد جرمی ۵۸، دارای ۲۸ الکترون بوده و تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در آن برابر ۲ باشد، در بیرونی‌ترین زیر لایه این گونه، ۱۰ الکترون وجود دارد.

(۴) فقط ب

(۳) ب - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب

پاسخ: گزینه (۴)

مشاوره: این سوال یه نمونه از سوال‌های تحلیلیه! با توجه به این‌که سهم سوال‌های تحلیلی در کنکورهای اخیر زیاد شده، بهتون توصیه می‌کنیم که هر جا توی کتاب‌ها، آزمون‌ها و ... این مدل سوال‌ها رو دیدید، اول دانش خودتون رو محک بزنید و بعدش حتماً پاسخ سوال رو بخونید تا بتونید مهارتتون رو در این مدل تست‌ها بالا ببرید.

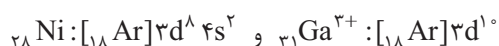
پاسخ تشریحی: فقط عبارت «ب» درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) با توجه به نمودار، ما فقط می‌دانیم که شمار الکترون‌های همه گونه‌های داده‌شده، با هم برابر است. این گونه‌ها ممکن است اتم، کاتیون یا آنیون هم‌الکترون باشند که در این صورت خواص شیمیایی متفاوتی با هم دارند.

(ب) در صورتی که گونه‌های داده‌شده خنثی بوده (یعنی اتم باشند) و محور x، نشان‌دهنده عدد جرمی آن‌ها باشد، ۴ اتم خواهیم داشت که شمار الکترون‌ها و در نتیجه شمار پروتون‌های (عدد اتمی) آن‌ها یکسان بوده ولی عدد جرمی آن‌ها با هم متفاوت است و این یعنی ۴ اتم مورد نظر، ایزوتوپ یکدیگرند.

(پ) نه الزاماً! دو گونه با عدد اتمی متفاوت می‌توانند شمار الکترون‌های یکسانی داشته باشند (ذرات هم‌الکترون) ولی آرایش الکترونی آن‌ها یکسان نباشد؛ مثلاً اتم ${}_{28}\text{Ni}$ و کاتیون ${}_{31}\text{Ga}^{3+}$ ، هر دو ۲۸ الکترون دارند ولی آرایش الکترونی آن‌ها یکسان نیست.



$$N - p = 2 \rightarrow N = p + 2$$

(ت) ابتدا باید ببینیم که A، اتمی خنثی است یا یک یون:

$$A, \text{ اتم خنثی است.} \Rightarrow N + p = 58 \xrightarrow{N=p+2} p + 2 + p = 58 \Rightarrow p = 28 = e \Rightarrow A, \text{ اتم خنثی است.}$$



در بیرونی‌ترین زیر لایه اتم ${}_{28}\text{A}$ (۴s)، ۲ الکترون وجود دارد نه ۱۰ تا!

بیرونی‌ترین زیر لایه

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۲

اگر آنیون پایدار X^{3-} دارای ۶ الکترون با $n+1=4$ و ۱۶ نوترون باشد، چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

$$\Rightarrow \begin{cases} 4s \rightarrow n+1=4+0=4 \\ 3p \rightarrow n+1=3+1=4 \end{cases}$$

- شمار نوترون‌های اتم X بیشتر از شمار الکترون‌های X^{3-} است.
- عنصر X در دما و فشار اتاق، به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارد.
- آنیون X^{3-} در بیرونی‌ترین لایه خود، دارای ۶ الکترون است.
- در آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم X ، شمار الکترون‌های جفت‌نشده (تکی) و جفت‌شده برابر است.
- اتم X می‌تواند با هیدروژن، ترکیب یونی با فرمول XH_3 تشکیل دهد.

۳ (۴)

۲ (۳)

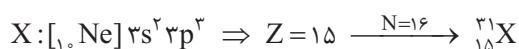
۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱

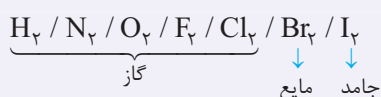
همه عبارات‌های داده‌شده نادرست‌اند.

پاسخ تشریحی زیرلایه‌های $4s$ و $3p$ دارای $n+1=4$ هستند. با توجه به این که $3p$ زودتر از $4s$ از الکترون اشغال می‌شود، آرایش آنیون پایدار X^{3-} به زیرلایه $3p^6$ ختم می‌شود؛ بنابراین آرایش اتم خنثی X به $3p^3$ ختم می‌شود:



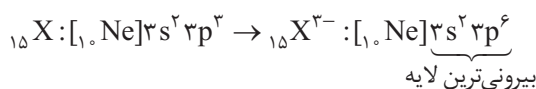
بررسی عبارت‌ها:

- یون X^{3-} (و اتم X) دارای ۱۶ نوترون و یون X^{3-} دارای ۱۸ الکترون است؛ یعنی شمار نوترون‌های اتم X ، کمتر از شمار الکترون‌های یون پایدار آن (X^{3-}) است.
- عنصر X همان فسفر است. فسفر که در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی نیست!



نکته در دما و فشار اتاق، ۷ عنصر به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند:

- در بیرونی‌ترین لایه آنیون X^{3-} ($n=3$)، ۸ الکترون ($3s^2 3p^6$) وجود دارد. دقت کنید که در بیرونی‌ترین زیرلایه آنیون X^{3-} ، ($3p^6$)، ۶ الکترون وجود دارد نه در بیرونی‌ترین لایه آن!



- اتم X ۱۵ در گروه قرار دارد و آرایش الکترون - نقطه‌ای آن به صورت $\ddot{X} \cdot$ است. شمار الکترون‌های جفت‌نشده (۳ تا) از شمار جفت‌الکترون‌ها (یکی)، بیشتر است.
- اتم X (فسفر) نافلز است و با اتم هیدروژن، ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد و نه یونی!

تست و پاسخ ۱۰۳

اگر X دهمین عنصر دسته p جدول تناوبی باشد، چه تعداد از فرمول‌های شیمیایی زیر را می‌توان به ترکیبی از این عنصر نسبت داد؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

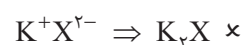
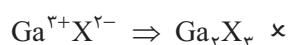
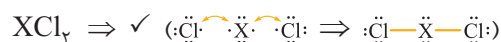
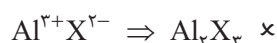
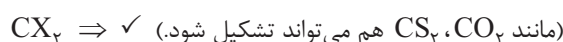
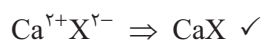
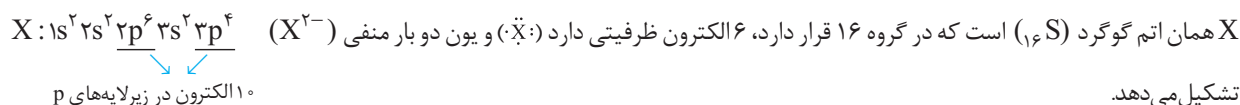
خودت حل کنی بهتره دهمین عنصر دسته p ، یعنی عنصری که در زیرلایه‌های p آن، کلاً ۱۰ الکترون وجود دارد. پس اول طبق قاعده آفبا شروع کن به پرکردن زیرلایه‌ها تا جایی که در زیرلایه‌های p در کل ۱۰ الکترون باشه، عدد اتمی عنصر و عنصر مورد نظر رو شناسایی کن. بعد با توجه به آرایش الکترونی لایه ظرفیتش، یون پایدار و آرایش الکترون - نقطه‌ایش رو رسم کن و برو سراغ این که ببینی در کنار اتم‌های فلزی و نافلزی داده‌شده در ترکیب‌ها، چه فرمولی رو داره.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی دهمین عنصر دسته p، یعنی عنصری که در زیرلایه های p آن، ۱۰ الکترون وجود دارد؛ بنابراین آرایش الکترونی عنصر X به صورت زیر است:



تست و پاسخ ۱۰۴

کدام گزینه، جمله زیر را به درستی تکمیل می کند؟

«تعداد جدول دوره های با برابر است.»

$_{36}Kr$

(۱) عنصرهای دسته d - عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم

(۲) ستون های عنصرهای دسته p - تعداد زیرلایه های اشغال شده در $_{22}Ti$

زیرلایه f

(۳) ستون های عنصرهای دسته f - گنجایش الکترونی چهارمین نوع زیرلایه در یک اتم

(۴) عنصرهای دسته s - گنجایش الکترونی لایه سوم

پاسخ: گزینه ۳

نکته تعداد ستون های هر دسته از عناصر در جدول دوره های با حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه مربوطه برابر است. عنصرهای دسته s، ۲ ستون و عنصرهای دسته های p، d و f به ترتیب ۶، ۱۰ و ۱۴ ستون در جدول دوره های ایجاد کرده اند.

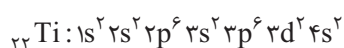
نوع دسته	شمار عناصر دسته	تعداد ستون های دسته	در چه دوره هایی قرار دارند	در چه گروه هایی قرار دارند	رابطه شماره گروه و تعداد الکترون های ظرفیت
s	۱۴	۲	۱ تا ۷	۱، ۲ و هلیوم از گروه ۱۸	تعداد الکترون های ظرفیت (به جز هلیوم) = شماره گروه
p	۳۶	۶	۲ تا ۷	گروه ۱۳ تا ۱۸ (به جز هلیوم)	۱۰ + تعداد الکترون های ظرفیت = شماره گروه
d	۴۰	۱۰	۴ تا ۷	۳ تا ۱۲	تعداد الکترون های ظرفیت = شماره گروه
f	۲۸	۱۴			

پاسخ تشریحی تعداد ستون های عنصرهای دسته f جدول دوره های برابر ۱۴ است؛ از طرفی چهارمین نوع زیرلایه یک اتم (همان زیرلایه f) دارای

$l = 3$ و گنجایش ۱۴ الکترون است: $14 = 4(3) + 2$ = گنجایش الکترونی چهارمین نوع زیرلایه $\xrightarrow{l=3} 4l + 2 = 14$ = گنجایش الکترونی زیرلایه ها بررسی سایر گزینه ها:

① در جدول دوره ای، ۴۰ عنصر دسته d وجود دارد اما عدد اتمی گاز نجیب دوره چهارم ($_{36}Kr$) برابر ۳۶ است.

② تعداد ستون های عنصرهای دسته p جدول برابر ۶ است اما در اتم $_{22}Ti$ ، ۷ زیرلایه از الکترون اشغال شده اند:



③ در جدول دوره ای، ۱۴ عنصر دسته s وجود دارد اما گنجایش الکترونی لایه سوم، برابر $18 = 2(3)^2 = 18$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰۵

عنصر A دارای سه ایزوتوپ ^{84}A ، ^{86}A و ^{88}A است. اگر نسبت فراوانی سبک‌ترین ایزوتوپ به سنگین‌ترین ایزوتوپ برابر $5/0$ باشد، در 10^{-5} مول از عنصر A به تقریب چند ایزوتوپ ^{86}A وجود دارد و جرم یک نمونه 300 اتمی از این عنصر به تقریب برابر چند گرم است؟ (جرم اتمی میانگین برای عنصر A، برابر $86/4 \text{ amu}$ فرض شود.)

$$43 \times 10^{-21} - 2/4 \times 10^{18} \quad (2)$$

$$43 \times 10^{-16} - 2/4 \times 10^{18} \quad (1)$$

$$43 \times 10^{-16} - 1/6 \times 10^{18} \quad (4)$$

$$43 \times 10^{-21} - 1/6 \times 10^{18} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: با توجه به جرم اتمی میانگین عنصر A و نسبت فراوانی ایزوتوپ سبک به سنگین، درصد فراوانی ایزوتوپ ^{86}A را به دست می‌آوریم.

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100$$

$$\frac{F_1}{F_3} = 0/5 \Rightarrow F_1 = 0/5 F_3$$

$$M = M_1 + \frac{F_2}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_3}{100}(M_3 - M_1)$$

$$86/4 = 84 + \frac{F_2}{100}(86 - 84) + \frac{F_3}{100}(88 - 84) \Rightarrow 2/4 = \frac{2F_2}{100} + \frac{4F_3}{100} \Rightarrow 2F_2 + 4F_3 = 240 \Rightarrow F_2 + 2F_3 = 120$$

$$\begin{cases} 0/5 F_3 + F_2 + F_3 = 100 \\ F_2 + 2F_3 = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1/5 F_3 + F_2 = 100 \\ 2F_2 + F_3 = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_2 = 40 \\ F_3 = 20 \end{cases}$$

گام دوم: شمار اتم‌های ^{86}A را در 10^{-5} مول از عنصر A حساب می‌کنیم:

با توجه به درصد فراوانی ^{86}A (40%)، می‌توان گفت که در هر 100 مول A، 40 مول از این ایزوتوپ وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$10^{-5} \text{ mol A} \times \frac{40 \text{ mol } ^{86}\text{A}}{100 \text{ mol A}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ اتم}}{1 \text{ mol } ^{86}\text{A}} \xrightarrow{6/02=6} \approx 10^{-5} \times 4 \times 10^{-1} \times 6 \times 10^{23} = 24 \times 10^{17} = 2/4 \times 10^{18} \text{ اتم}$$

گام سوم: جرم نمونه 300 اتمی از عنصر A را حساب می‌کنیم.

با توجه به جرم اتمی میانگین A ($86/4 \text{ amu}$) و این که هر amu به تقریب معادل $1/66 \times 10^{-24}$ گرم است، خواهیم داشت:

$$300 \text{ اتم} \times \frac{86/4 \text{ amu}}{1 \text{ اتم}} \times \frac{1/66 \times 10^{-24} \text{ g}}{1 \text{ amu}} \xrightarrow{86/4=86 \text{ و } 1/66=\frac{5}{3}} \approx 3 \times 86 \times \frac{5}{3} \times 10^{-22} = 43 \times 10^{-21} \text{ g}$$