

# دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



## آزمون ۲۱ مهر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	



# آزمون « ۲۱ مهر ماه ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

## فجره سوال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

### پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲	امیر محمد باقری نصرآبادی - مسعود برملا - شاهین پروازی - عادل حسینی - طاهر دادستانی - علی سرآبادانی - کامیار علییون مهدی ملارمضانی - علیرضا ندافزاده - جهانبخش نیکنام	
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - محمد حمیدی - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - فراز دعاگوی تهرانی - سوگند روشنی فرشاد صدیقی فر - امیر مال میر - مهرداد ملوندی - حمید ناصر	
ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - رضا توکلی - کیوان دارابی - سوگند روشنی - علی منصف شکری	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	امیر حسین ابومحبوب	سوگند روشنی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	عادل حسینی مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	ماهان زواری پارسا نوروزی منش	کیارش صانعی	کیارش صانعی
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنیزاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروفنگار	فرزانه فتح الهزاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

حسابان ۲: تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲ / ریاضی ۱: تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: تابع: صفحه‌های ۳۷ تا ۵۳

۱- رابطه  $f = \{(1, 3), (a, 6), (1, a^2 - 2a), (-1, 4)\}$  معرف یک تابع است. مقدار  $a$  کدام است؟

$$(1) -3 \quad (2) 1$$

$$(3) -1 \quad (4) 3$$

۲- کدام یک می‌تواند هم دامنه تابع  $y = |x+1| - 3$  باشد؟

$$(1) (-2, +\infty) \quad (2) (-\infty, -1]$$

$$(3) [-5, +\infty) \quad (4) (-\infty, 3]$$

۳- در تابع  $f(x) = \begin{cases} a - (x-1)^2 & ; |x| \leq 1 \\ \frac{x^2 + bx - 1}{x+2} & ; |x| \geq 1 \end{cases}$  مقدار  $f(a+b)$  کدام است؟

$$(1) 5 \quad (2) 4$$

$$(3) \frac{9}{2} \quad (4) \frac{7}{2}$$

۴- توابع  $f(x) = \frac{x^2 - ax + b}{x^2 - 2cx + 9}$  و  $g(x) = \frac{x+2}{x+3}$  مساوی هستند. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

$$(1) 8 \quad (2) -2$$

$$(3) 2 \quad (4) 7$$

۵- اگر دامنه و برد تابع خطی  $f$  به ترتیب  $[-1, 2]$  و  $[4, 7]$  باشد، ضابطه تابع  $y = f(2x) - 3$  کدام می‌تواند باشد؟

$$(1) -2x + 3 \quad (2) 2x + 7$$

$$(3) -2x + 4 \quad (4) 2x + 5$$

۶-  $f$  تابع خطی است. اگر  $g(x) = f(x+3) + f(2x+1)$  تابع همانی باشد، مساحت سطح محدود بین نمودار تابع  $f$  و محورهای

مختصات کدام است؟

$$(1) \frac{2}{3} \quad (2) \frac{4}{3}$$

$$(3) \frac{1}{3} \quad (4) 2$$

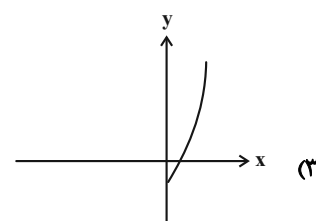
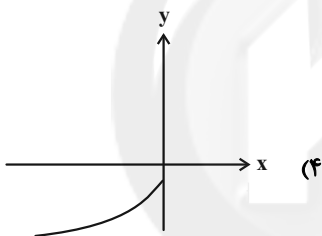
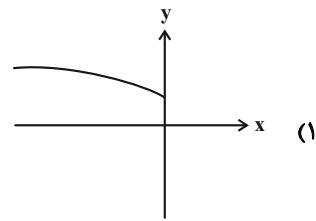
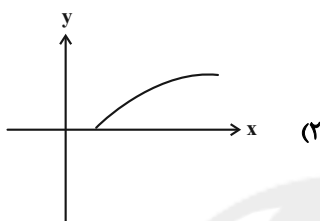
محل انجام محاسبات

۷- در تابع خطی  $f$  داریم،  $f(x) + f\left(\frac{2}{x}\right) = \frac{3x^2 - x + 6}{3x}$ ، مقدار  $f\left(\frac{7}{6}\right)$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۸- بخشی از نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x-5}{x+3}$  در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟



۹- نمودار تابع  $f(x) = x^2 - ax + b$  را ۲ واحد به چپ و ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا به نمودار تابع  $g(x) = x^2 - 2x + 3$

برسیم. حاصل  $a+b$  کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۸

(۳) -۴ (۴) ۱۰

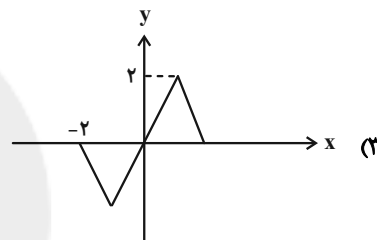
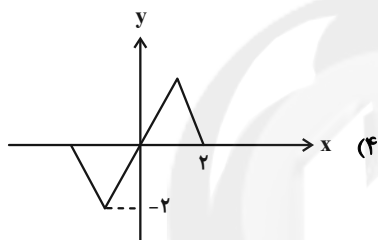
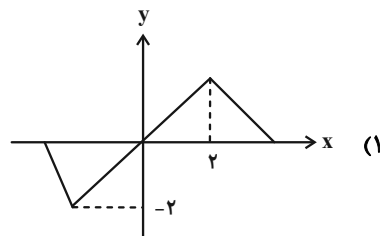
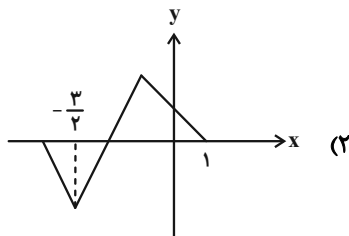
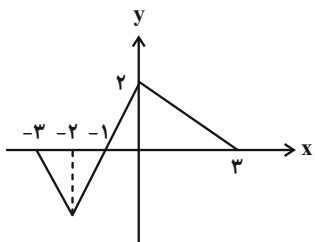
۱۰- اگر نقطه  $A(2, 5)$  روی نمودار تابع  $f$  باشد، حداکثر مقدار  $m$  کدام باشد تا نقطه نظیر  $A$  روی نمودار تابع  $y = 2f(2x-m) + 1$

پایین‌تر از خط  $y = 2x - 1$  نباشد؟

(۱) ۸ (۲) ۹

(۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۱- نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = f(2x-1)$  کدام است؟



۱۲- مساحت سطح محصور بین نمودارهای توابع  $f(x) = |x+2| - 1$  و  $g(x) = |2x-1|$  و محور  $x$  ها کدام است؟

$$\frac{5}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

۱۳- می‌خواهیم به کمک نمودار تابع  $f$ ، نمودار تابع  $y = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1$  را رسم کنیم. کدام مسیر انتقال در رسیدن به نمودار خواسته شده درست نیست؟

(۱) ابتدا یک واحد به سمت راست می‌رویم و سپس نمودار را در راستای افقی و عمودی دو برابر منبسط کرده و پس از آن یک واحد به بالا می‌رویم.

(۲) ابتدا  $\frac{1}{2}$  واحد بالا و یک واحد راست می‌رویم و سپس نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط می‌کنیم.

(۳) ابتدا  $\frac{1}{2}$  واحد بالا رفته و سپس نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط کرده و سپس از آن یک واحد راست می‌رویم.

(۴) ابتدا نمودار را در راستای عمودی و افقی دو برابر منبسط می‌کنیم و سپس دو واحد به سمت راست و یک واحد بالا می‌رویم.

۱۴- اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \sqrt{2x^2+ax+b}$  دو عضوی باشد، نمودار تابع  $g(x) = ax-1 + \sqrt{4x+b}$  از کدام ناحیه (نواحی)

دستگاه مختصات عبور می کند؟

(۲) اول و چهارم

(۱) اول

(۴) دوم و سوم

(۳) اول و دوم

۱۵- تابع  $f(x) = x + [\frac{x}{4}]$  با دامنه  $(0, 4)$  مفروض است. مساحت سطح بین نمودار تابع  $f$  و محور  $x$  ها کدام است؟

( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۸

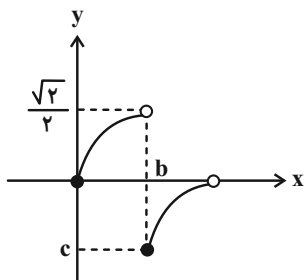
(۱) ۱۱

(۴) ۹

(۳) ۱۰

۱۶- قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x-[x]} - [ax]$  در شکل زیر رسم شده است. اگر  $a > 0$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد

جزء صحیح است.)



(۱)  $1 - \sqrt{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

(۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) -۱

۱۷- تعداد جوابهای معادله  $[2x] = \frac{x^2}{2} + 1$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

۱۸- نمودار تابع  $f$  را ۴ واحد به پایین انتقال می‌دهیم. سپس نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌کنیم. در جهت محور  $x$  ها با ضریب ۲

منبسط می‌کنیم و در نهایت ۴ واحد به راست انتقال می‌دهیم. اگر ضابطه تابع نهایی به صورت  $y = \sqrt{x^2 - 3x} - 6$  باشد،

مجموع صفرهای تابع  $f$  کدام است؟

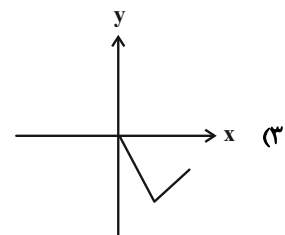
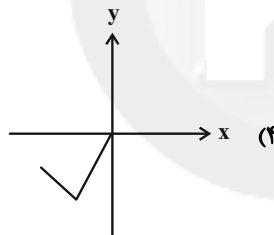
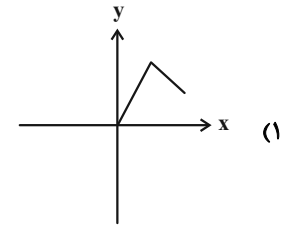
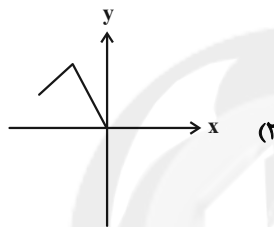
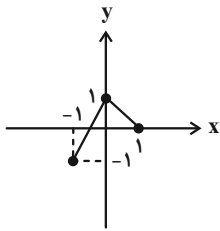
$$\frac{7}{2} \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

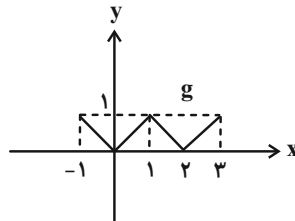
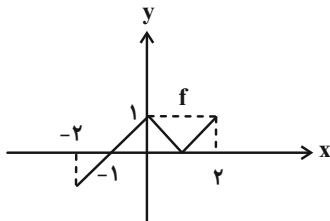
$$\frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

۱۹- اگر نمودار تابع  $y = f(2x+3) - 1$  به صورت زیر باشد، نمودار تابع  $y = 2f(-\frac{1}{2}x+1)$  شبیه کدام نمودار است؟



۲۰- نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در شکل‌های زیر رسم شده است. کدام رابطه درست است؟



$$g(x) = f(1 + |x|) \quad (۱)$$

$$g(x) = f(|1 - x|) \quad (۲)$$

$$g(x) = f(1 - |x|) \quad (۳)$$

$$g(x) = f(|1 + x|) \quad (۴)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها (تا پایان ضرب ماتریس در ماتریس): صفحه‌های ۹ تا ۱۹

۲۱- اگر  $A, B, C$  سه ماتریس و  $r$  عددی حقیقی باشد، چه تعداد از روابط زیر همواره درست است؟

$$A + (-A) = 0 \quad (\text{ب})$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C \quad (\text{الف})$$

$$rA = rB \Rightarrow A = B \quad (\text{پ})$$

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۲۲- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a-1 & a-3 \\ b+2 & b-3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} m & x \\ n & y \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید. اگر  $A$  ماتریسی قطری و  $B = A$  باشد، حاصل  $my + na$  کدام است؟

-۲۰ (۲)

-۲۵ (۱)

-۵ (۴)

-۱۰ (۳)

۲۳- اگر  $2A - 3B = -5 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  و  $3A + 2B = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix}$  باشند، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۲۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  و  $BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$  باشند، ماتریس  $AB$  کدام است؟

[۶] (۲)

[۱ ۰ ۲] (۱)

[۴] (۴)

[۱ ۲ ۲] (۳)

۲۵- اگر ماتریس‌های  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  و  $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$  به صورت  $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & ; i = j \\ 2i - j & ; i > j \\ j - i & ; i < j \end{cases}$  و  $b_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & ; i = j \\ i + 2j & ; i > j \\ i - j + 1 & ; i < j \end{cases}$  تعریف شده باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $AB$  کدام است؟

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

محل انجام محاسبات





۲۶- برای دو ماتریس مربعی و هم مرتبه  $A$  و  $B$  داریم  $A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $A + 3B = C$ . اگر  $C$  ماتریسی اسکالر و مجموع

درایه‌های ماتریس  $A$  برابر ۲ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $C$  کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲)

-۱۰ (۳) -۴ (۴)

۲۷- اگر ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$  به صورت  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 4 & -3 \end{bmatrix}$  تعریف شده باشد، حاصل  $\sum_{j=1}^4 a_{3j}$  کدام است؟

۱۵ (۱) ۱۶ (۲)

۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & x & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AB$  ماتریسی قطری باشد، بزرگ‌ترین درایه ماتریس  $BA$  کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲)

۱۰ (۳) ۱۲ (۴)

۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 1 \\ 1 & 0 & z & 1 \\ x & 0 & y & 0 \end{bmatrix}$  باشند، آن‌گاه مجموع درایه‌های ستون چهارم ماتریس  $ABC$

کدام است؟

۳۰ (۱) ۴۰ (۲)

۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

۳۰- اگر حاصل ضرب جواب‌های معادله  $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ -4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  برابر ۵- باشد، مجموع جواب‌های آن کدام است؟

۲ (۱) -۲ (۲)

-۱ (۳) ۱ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۸

۳۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  دو عدد گنگ و عدد  $\frac{\alpha}{3} + \frac{\beta}{2}$  عددی گویا باشد، آن گاه عدد  $2\alpha + 2\beta$  عددی ..... و عدد  $2\alpha + 3\beta$  عددی ..... است.

(۱) گنگ - گنگ (۲) گویا - گویا

(۳) گویا - گنگ (۴) گنگ - گویا

۳۲- در مورد سه مجموعه ناتهی  $A$ ،  $B$  و  $C$  کدام رابطه با مثال نقض رد نمی‌شود؟

(۱)  $A \cup B = A \cup C \Rightarrow B = C$

(۲)  $A \cap B = A \cap C \Rightarrow B = C$

(۳)  $A - B = A - C \Rightarrow B = C$

(۴)  $A \times B = A \times C \Rightarrow B = C$

۳۳- عدد  $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  مثال نقض مناسبی برای رد کردن حکم زیر است. ضابطه  $f(x)$  کدام می‌تواند باشد؟«اگر  $x$  گنگ باشد، آن گاه  $f(x)$  هم گنگ است.»

(۱)  $f(x) = 2x^2 - x + 1$

(۲)  $f(x) = x^2 - x + 5$

(۳)  $f(x) = x^2 - 5x + 1$

(۴)  $f(x) = 3x^2 - x + 2$

۳۴- فرض کنید  $a, b \in \mathbb{Z}$  و گزاره  $q$  به صورت زیر تعریف شده باشد.  $q$  با کدام گزاره هم‌ارز است؟« $5a + 3b$  عدد زوج می‌باشد :  $q$ »(۱)  $ab$  زوج است.(۲)  $a^2 + b^2$  زوج است.(۳)  $3a + 4b$  زوج است.(۴)  $2a + 5b$  زوج است.۳۵- فرض کنید  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی باشند. در اثبات نامساوی زیر به روش بازگشتی به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

$$x^2 + y^2 \geq x + y - \frac{1}{2}$$

(۱)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$

(۲)  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (x^2 + y^2) \geq 0$

(۳)  $(x+y-1)^2 + (x-y)^2 \geq 0$

(۴)  $(x-y+1)^2 + (x+y)^2 \geq 0$

محل انجام محاسبات

۳۶- به ازای چند عدد طبیعی  $n$  از مجموعه  $A = \{20, 21, 22, \dots, 100\}$  عدد  $\frac{n^2(n+1)^2}{9}$  زوج است؟

۵۲ (۱)

۵۴ (۳)

۳۷- کدام یک از احکام زیر فاقد مثال نقض است؟

(۱) حاصل ضرب هر عدد گویا در عددی گنگ، عددی گنگ است.

(۲) به ازاء هر عدد طبیعی مانند  $n$ ، حداقل یکی از اعداد  $2^n - 1$  یا  $2^n + 1$  اول است.

(۳) عدد  $2^{2^n} + 1$  به ازاء همه اعداد طبیعی  $n$ ، عددی اول است.

(۴) هیچ دو عدد طبیعی مانند  $a$  و  $b$  در رابطه  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  صدق نمی کنند.

۳۸- اگر  $a_1, a_2, a_3$  و  $b_1, b_2, b_3$  همان اعداد ولی با ترتیب دیگری باشند، چه تعداد از عبارت‌های زیر قطعاً زوج هستند؟

- $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$
- $3a_1a_2a_3 + b_1b_2b_3$
- $(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)^2(a_1 - b_1)$
- $a_1b_1 + 2a_2b_2 + 3a_3b_3$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۹- اگر  $ab = (3n+1)^n + (3n+2)^n$  باشد، آن‌گاه عبارت  $a^2 + b^2$  چگونه است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

(۲) همواره فرد

(۱) همواره زوج

(۴) گاهی زوج و گاهی فرد

(۳) همواره اول

۴۰- در اثبات نامساوی  $a^2 + b^2 + k^2 \geq a + ab + b$  به روش اثبات بازگشتی، حداقل مقدار  $k$  برای این‌که به یک رابطه بدیهی برسیم

و تمامی مراحل برگشت پذیر باشند، کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\sqrt[3]{2}$  (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: تریسیم های هندسی و استدلال - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه های ۹ تا ۳۷

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

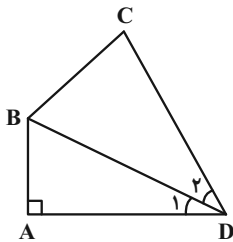
۴۱- در مثلث  $ABC$ ، زاویه  $A$  برابر  $75^\circ$  است. کدام یک از نتیجه گیری های زیر همواره درست است؟(۱) ضلع  $BC$  بزرگ ترین ضلع مثلث  $ABC$  است.(۲) ضلع  $BC$  کوچک ترین ضلع مثلث  $ABC$  است.(۳) ضلع  $BC$  بزرگ ترین ضلع مثلث  $ABC$  نیست.(۴) ضلع  $BC$  کوچک ترین ضلع مثلث  $ABC$  نیست.۴۲- خط  $L$  و نقطه  $M$  به فاصله ۳ واحد از آن مفروض است. به ازای کدام مقادیر  $x$  و  $y$ ، سه نقطه در صفحه وجود دارد به گونه ایکه فاصله هر کدام از این نقاط از خط  $L$ ، برابر  $x$  و از نقطه  $M$ ، برابر  $y$  باشد؟(۱)  $x=1$  و  $y=3$ (۲)  $x=1$  و  $y=1$ (۳)  $x=1$  و  $y=4$ (۴)  $x=1$  و  $y=2$ ۴۳- در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $BD=17$ ،  $AD=15$ ،  $CD=19$  و  $\hat{D}_1 = \hat{D}_2$  است. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

(۱) ۱۳۶

(۲) ۱۴۴

(۳) ۱۸۰

(۴) ۱۹۶

۴۴- در مثلث  $ABC$ ، رابطه  $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} + \hat{C}$  بین اندازه زوایا برقرار است. محل تلاقی ارتفاع های این مثلث کجا قرار دارد؟

(۱) درون مثلث

(۲) بیرون مثلث

(۳) روی یکی از رأس های مثلث

(۴) هر سه حالت امکان پذیر است.

۴۵- در مثلث  $ABC$ ، اندازه زاویه  $B$  برابر  $\alpha$  است. اگر عمود منصف ضلع  $BC$ ، ضلع  $AC$  را در نقطه  $M$  قطع کند به طوری که $AB = CM$  باشد، آنگاه اندازه زاویه  $C$  کدام است؟(۱)  $60^\circ - \frac{\alpha}{2}$ (۲)  $60^\circ + \frac{\alpha}{2}$ (۳)  $60^\circ - \frac{\alpha}{3}$ (۴)  $60^\circ + \frac{\alpha}{3}$ 

۴۶- در مثلثی اندازه های دو ضلع ۱۲ و ۱۵ است. اگر مجموع طول ارتفاع های وارد بر این دو ضلع، ۳ برابر طول ارتفاع وارد بر ضلع سوم

این مثلث باشد، اندازه ضلع سوم کدام است؟

(۱) ۱۸

(۲) ۲۰

(۳) ۲۲/۵

(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۴۷- در دوزنقه‌ای با طول قاعده بزرگ ۱۰ واحد، از نقطه برخورد قطرهای، خط  $d$  را موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم. اگر نقطه برخورد خط  $d$  با ساق کوچک‌تر، آن ساق را به نسبت ۲ و ۳ تقسیم کند، طول پاره‌خطی که ساق‌های دوزنقه از  $d$  جدا می‌کنند، کدام است؟

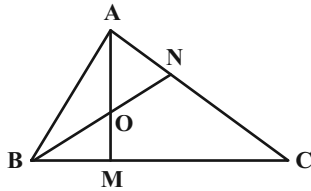
۶ (۴)

 $\frac{20}{3}$  (۳)

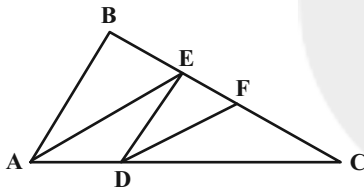
۸ (۲)

 $\frac{7}{5}$  (۱)

۴۸- در شکل زیر، اگر  $ON = OB$  و  $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\frac{BM}{CM}$  کدام است؟

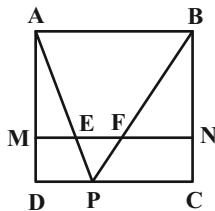
 $\frac{1}{3}$  (۱) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{3}{4}$  (۳) $\frac{2}{5}$  (۴)

۴۹- در شکل زیر، اگر  $AE \parallel DF$ ،  $AB \parallel DE$  و  $FC = 2EF$  باشد، حاصل  $\frac{S_{DEF}}{S_{BDC}}$  کدام است؟

 $\frac{1}{9}$  (۱) $\frac{2}{9}$  (۲) $\frac{4}{9}$  (۳) $\frac{5}{9}$  (۴)

۵۰- در شکل زیر،  $ABCD$  یک مربع و  $P$  نقطه دلخواهی روی ضلع  $CD$  است. پاره‌خط  $MN$  را موازی با  $DC$  رسم می‌کنیم تا

پاره‌خط‌های  $AP$  و  $BP$  را به ترتیب در نقاط  $E$  و  $F$  قطع کند.  $ME + FN$  برابر کدام است؟



PC (۱)

AE (۲)

BF (۳)

BN (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در یک دایره، وتر  $AB$  برابر شعاع دایره است. اگر خط  $d$  مماس رسم شده در نقطه  $A$  بر دایره باشد، زاویه بین  $d$  و  $AB$  چند درجه است؟

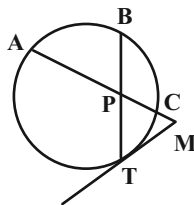
(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

(۴) ۹۰

(۳) ۶۰

۵۲- در شکل زیر، اگر مثلث  $MPT$  متساوی‌الاضلاع باشد، کدام رابطه همواره درست است؟



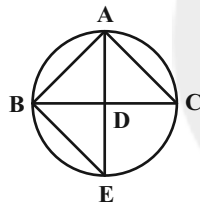
(۱)  $\widehat{AB} = \widehat{BC}$

(۲)  $\widehat{BC} = \widehat{CT}$

(۳)  $\widehat{AB} = \widehat{CT}$

(۴)  $\widehat{AT} = 2\widehat{AB}$

۵۳- در شکل زیر،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. حاصل  $AB \cdot AC$  کدام است؟



(۱)  $CD \cdot CB$

(۲)  $BD \cdot BC$

(۳)  $AB \cdot BE$

(۴)  $AD \cdot AE$

۵۴- اگر  $a = \cos 1^\circ$  باشد، اندازه هر ضلع نهضلعی منتظم محاط در یک دایره چند برابر اندازه هر ضلع هجدهضلعی منتظم محیط بر آن دایره است؟

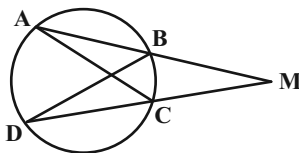
(۲)  $\frac{1}{2}a$

(۱)  $2a$

(۴)  $\frac{1}{2}a^2$

(۳)  $2a^2$

۵۵- در شکل زیر  $\widehat{AB} = \widehat{AD} = 2\widehat{BC}$  و قطر دایره است. اندازه زاویه  $\widehat{BDM}$  چند درجه است؟



(۱)  $27/5$

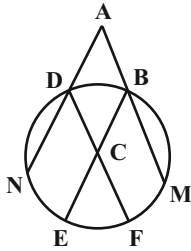
(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴)  $22/5$

محل انجام محاسبات

۵۶- در شکل زیر چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است. اگر  $\hat{A} = 50^\circ$  و مجموع طول‌های دو کمان BM و DN برابر یک سوم



محیط دایره باشد، اندازه کمان EF چند درجه است؟

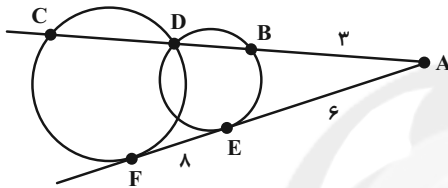
(۱) ۲۵

(۲) ۳۰

(۳) ۳۵

(۴) ۴۰

۵۷- در شکل زیر، پاره خط AF بر دو دایره مماس است. طول DC کدام است؟



(۱)  $\frac{11}{3}$

(۲) ۴

(۳)  $\frac{13}{3}$

(۴)  $\frac{14}{3}$

۵۸- یک دوزنقه متساوی الساقین با طول قاعده‌های ۳ و  $\frac{16}{3}$  بر دایره‌ای محیط است. کمترین فاصله رئوس دوزنقه تا نقاط واقع بر

محیط دایره کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۱) ۱

۵۹- اگر شعاع دایره محاطی داخلی و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر وتر یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین به ترتیب برابر

$4 - 2\sqrt{2}$  و  $4 + 2\sqrt{2}$  باشد، شعاع دایره محاطی خارجی نظیر اضلاع قائمه این مثلث کدام است؟

(۴)  $4\sqrt{2}$

(۳) ۴

(۲)  $2\sqrt{2}$

(۱) ۲

۶۰- طول مماس مشترک خارجی دو دایره سه برابر طول مماس مشترک داخلی آنها است. اگر طول خط‌المركزین دو دایره  $\sqrt{10}$  برابر

شعاع دایره کوچک تر باشد، شعاع دایره بزرگ تر چند برابر شعاع دایره کوچک تر است؟

(۴)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{5}{3}$

(۱) ۲

# دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



## آزمون ۲۱ مهر ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی  
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۲۵ دقیقه
۲	فیزیک ۱	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۲		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۱	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۲		۱۲۱	۱۳۰	





# آزمون « ۲۱ مهر ماه ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

## زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۲۵'
فیزیک ۲- آشنا			
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۰'

### پدید آورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	عبدالرضا امینی نسب- علی برزگر- علیرضا جباری- مسعود خندانی- محمدعلی راست پیمان- سیدمحمد رضا روحانی- مریم شیخ مموم شایلا شیرزادی- پوریا علاقه مند- مسعود قره خانی- محسن قندچلر- مصطفی کیانی- علیرضا گونه- حسین مخدومی- محمد کاظم منشادی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان- شادمان ویسی	
شیمی	هدی بهاری پور- محمد رضا پورچاوید- امیر حاتمیان- پیمان خواجوی مجد- روزبه رضوانی- میلاد شیخ الاسلامی خیابوی- مسعود طبرسا امیر حسین طیبی- علیرضا کیانی دوست- حسن لشکری- امیر حسین مسلمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مصطفی کیانی زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	امیررضا حکمت نیا محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	دانیال راستی کیارش صانعی	ماهان زواری بنیامین یعقوبی احسان پنجه شاهی
مسئول درس	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستند سازی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

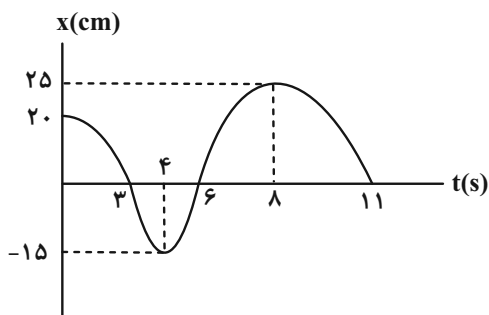
بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست (تا پایان سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان-زمان): صفحه‌های ۱ تا ۱۰

۶۱- نمودار مکان-زمان متحرکی، مطابق شکل زیر است. کل مسافت طی شده توسط این متحرک در ۱۱ ثانیه اول حرکت چند متر



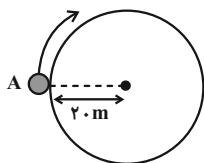
است؟

۱ (۱)

۱۰ (۲)

۱۰۰ (۳)

۱۰۰۰ (۴)

۶۲- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطه A شروع به حرکت می‌کند و در مدت ۲۰s با تندی متوسط  $\frac{7}{5} \frac{m}{s}$  در جهت ساعتگردمی‌چرخد. اندازه سرعت متوسط این متحرک در این بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟ ( $\pi = 3$ )

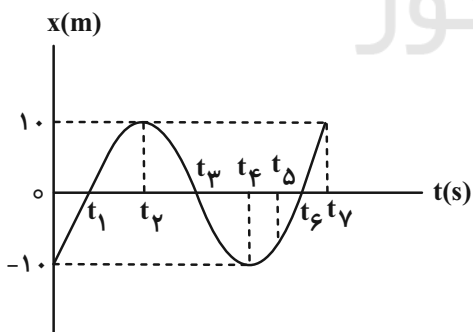
$$\frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (۲)$$

۲√۲ (۱)

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

√۲ (۳)

۶۳- شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با این متحرک درست است؟



(الف) متحرک ۳ بار از مبدأ مکان عبور کرده است.

(ب) جهت حرکت متحرک ۳ بار تغییر کرده است.

(پ) جابه‌جایی متحرک در کل زمان برابر  $-20m$  است.

(ت) تندی متحرک ۲ بار به صفر رسیده است.

۳ (۴)

۲ (۳)

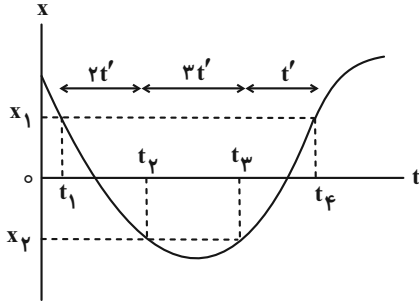
۱ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۴- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اختلاف بیشترین و کمترین اندازه

سرعت متوسط این متحرک در جابه‌جایی بین مکان‌های  $x_1$  و  $x_2$ ،  $12 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت متوسط در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_4$  چند



متر بر ثانیه است؟

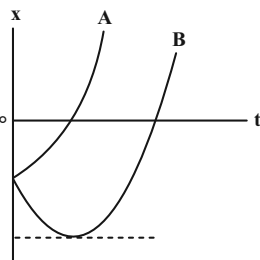
۱۰ (۱)

$\frac{15}{4}$  (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۶۵- در شکل زیر، نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B رسم شده است. کدام گزینه در مورد تندی متوسط دو متحرک از مبدأ



زمان تا لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کنند، درست است؟

(۱) تندی متوسط A بیشتر است.

(۲) تندی متوسط B بیشتر است.

(۳) تندی متوسط هر دو یکسان است.

(۴) بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

۶۶- متحرکی روی خط راست حرکت می‌کند و ۲۰ ثانیه با سرعت ثابت  $30 \frac{m}{s}$  و ۲۵ ثانیه در همان جهت با سرعت ثابت  $40 \frac{m}{s}$  و

سپس ۵ ثانیه با سرعت ثابت  $10 \frac{m}{s}$  در خلاف جهت اول حرکت می‌کند. تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط متحرک در کل

مدت حرکت به ترتیب چند متر بر ثانیه می‌شوند؟

۱۵/۵ ، ۱۶/۵ (۴)

۱۶/۵ ، ۱۵/۵ (۳)

۳۳ ، ۳۱ (۲)

۳۱ ، ۳۳ (۱)

۶۷- متحرکی در لحظه  $t_1$  از مکان  $x_1 = -18m$  در جهت محور x ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظه  $t_2$  به مکان  $x_2 = 12m$

می‌رسد. اگر در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$ ، تندی متوسط متحرک، ۴۰ درصد بیشتر از اندازه سرعت متوسط آن باشد، کدام گزینه در

مورد حرکت این متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_2$  الزاماً درست است؟ (متحرک دو بار تغییر جهت می‌دهد و اولین تغییر جهت در

مکان‌های مثبت است.)

(الف) متحرک در لحظه  $t_2$  در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

(ب) جهت بردار مکان متحرک، حداکثر دو بار تغییر می‌کند.

(پ) فاصله دو نقطه‌ای که متحرک در آن‌ها تغییر جهت می‌دهد، ۶m است.

(ت) در دومین تغییر جهت، فاصله متحرک از مکان  $x_2$ ، کمتر از ۱۸m است.

(۴) ب، پ، ت

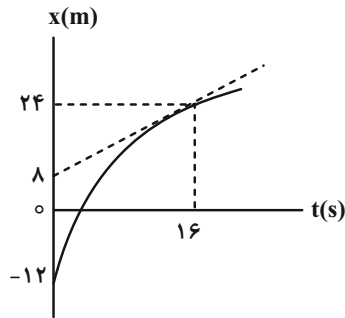
(۳) الف، پ، ت

(۲) ب، ت

(۱) الف، پ

۶۸- شکل زیر نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد و خط مماس بر نمودار در لحظه  $t = ۱۶s$  رسم شده است. سرعت متوسط

متحرک در بازه زمانی صفر تا  $۱۶s$  چند برابر سرعت در لحظه  $۱۶s$  است؟



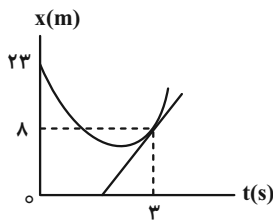
$$\frac{7}{4} \quad (۱)$$

$$\frac{9}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{4}{9} \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۴)$$

۶۹- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. برای این متحرک کدام مورد درست است؟



(۱) سرعت در لحظه  $t = ۳s$  برابر  $\frac{۸}{۳} \frac{m}{s}$  است.

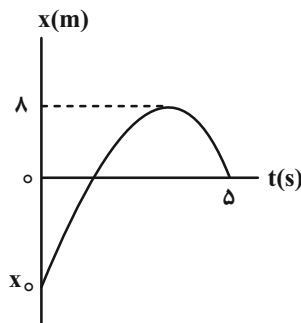
(۲) تندی در لحظه  $t = ۳s$  برابر  $\frac{۸}{۳} \frac{m}{s}$  است.

(۳) اندازه سرعت متوسط در بازه زمانی  $t = ۰$  تا  $t = ۳s$  برابر  $۵ \frac{m}{s}$  است.

(۴) تندی متوسط در بازه زمانی  $t = ۰$  تا  $t = ۳s$  برابر  $۵ \frac{m}{s}$  است.

۷۰- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در  $۵$  ثانیه اول حرکت برابر با  $۶ \frac{m}{s}$  باشد، اندازه

سرعت متوسط متحرک در  $۵$  ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



$$۴/۴ \quad (۱)$$

$$۲/۸ \quad (۲)$$

$$۲۲ \quad (۳)$$

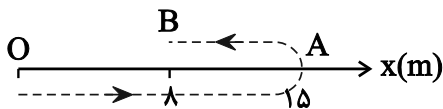
$$۱۴ \quad (۴)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

فیزیک ۳: آشنا: صفحه‌های ۱ تا ۱۰

۷۱- متحرکی مطابق شکل روی محور  $x$  از نقطه  $O$  (مبدأ محور) به  $A$  رفته و سپس به  $B$  برگشته است. در این مدت جابه‌جایی متحرک در SI ..... و بردار مکان متحرک .....

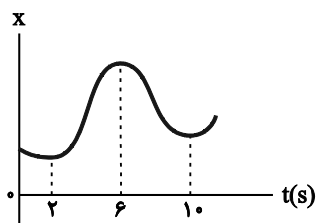
(۱)  $8\hat{i}$ ، یک بار تغییر جهت داده است.(۲)  $-7\hat{i}$ ، یک بار تغییر جهت داده است.(۳)  $8\hat{i}$ ، تغییر جهت نداده است.(۴)  $-7\hat{i}$ ، تغییر جهت نداده است.

۷۲- متحرکی در مبدأ زمان حرکت خود را از مبدأ مکان در جهت مثبت محور  $x$  شروع کرده است و در لحظات  $t_1 = 4s$  و  $t_2 = 8s$  به ترتیب در مکان‌های  $x_1 = 10m$  و  $x_2 = 6m$  قرار دارد. اگر در  $8$  ثانیه اول جهت حرکت متحرک فقط یک بار تغییر کرده باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر برای بازه زمانی  $4s$  تا  $8s$  قطعاً صحیح است؟

الف) بزرگی بردار مکان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. (ب) بردار جابه‌جایی در خلاف جهت محور  $x$  است.پ) در این بازه زمانی جهت حرکت تغییر کرده است. (ت) بردار مکان همواره در جهت مثبت محور  $x$  است.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۷۳- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟

(۱) صفر تا  $2s$ (۲) صفر تا  $6s$ (۳)  $2s$  تا  $10s$ (۴)  $6s$  تا  $10s$ 

۷۴- معادله مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = -t^2 + 6t - 5$  است. مسافت طی شده از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که بردار مکان آن به  $-21\hat{i}$  می‌رسد، چند متر است؟

۱ (۱)	۱۶	۲ (۲)	۲۷	۳ (۳)	۳۰	۴ (۴)	۳۴
-------	----	-------	----	-------	----	-------	----

محل انجام محاسبات

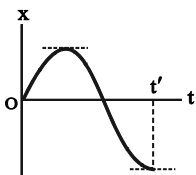
۷۵- متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند در لحظه های  $t_1 = 2s$  و  $t_2 = 10s$  به ترتیب در نقاط  $x_1 = 1m$  و  $x_2 = -5m$  قرار

دارد. تندی متوسط آن بین دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  بر حسب متر بر ثانیه الزاماً کدام است؟

$$s_{av} = 0.75 \text{ m/s} \quad (2) \qquad s_{av} = 0.5 \text{ m/s} \quad (1)$$

$$s_{av} \leq 0.75 \text{ m/s} \quad (4) \qquad s_{av} \geq 0.75 \text{ m/s} \quad (3)$$

۷۶- در نمودار مکان- زمان زیر، بزرگی سرعت متحرک در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t'$  چگونه تغییر کرده است؟



(۱) ابتدا کاهش و سپس افزایش

(۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش

(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش و مجدداً کاهش

(۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش و مجدداً افزایش

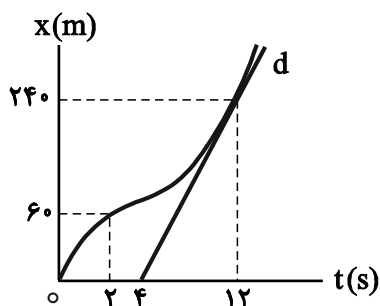
۷۷- معادله مکان- زمان متحرکی روی خط راست در SI به صورت  $x = 2t^2 - 8t + 12$  است. اگر در بازه زمانی صفر تا  $t$ ، سرعت

متوسط متحرک صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

$$\text{صفر} \quad (4) \qquad 6 \quad (3) \qquad 4 \quad (2) \qquad 3 \quad (1)$$

۷۸- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. اگر تندی در لحظه  $t = 12s$  برابر تندی متوسط در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 14s$

باشد، سرعت متوسط ۲ ثانیه اول چند برابر سرعت متوسط ۲ ثانیه هفتم است؟ (خط  $d$  مماس بر نمودار در لحظه  $t = 12s$  است).



$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

۷۹- معادله مکان- زمان متحرکی در SI به صورت  $x = -t^2 + 4t + 21$  است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی که همواره طول بردار

مکان آن بدون تغییر جهت در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟

$$-3 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad -5 \quad (2) \qquad 5 \quad (1)$$

۸۰- متحرکی که بردار مکان آن در لحظه  $t_1 = 2s$  به صورت  $\vec{r}_1 = 10\vec{i} \text{ m}$  می باشد با سرعت متوسط  $-6 \text{ m/s}$  تا لحظه  $t_2 = 4s$  حرکت

می کند و پس از آن به مدت ۶ ثانیه با سرعت متوسط  $+3 \text{ m/s}$  به حرکت خود ادامه می دهد. بردار مکان در پایان جابه جایی و

سرعت متوسط متحرک از لحظه  $t_1 = 2s$  تا پایان حرکت به ترتیب از راست به چپ در SI کدامند؟

$$0.75\vec{i} \text{ و } 16\vec{i} \quad (1) \qquad 0.75\vec{i} \text{ و } 6\vec{i} \quad (2) \qquad 3.75\vec{i} \text{ و } 16\vec{i} \quad (3) \qquad 0.75\vec{i} \text{ و } 6\vec{i} \quad (4)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱ تا ۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- از بالنی که با تندی ۷ به طرف بالا حرکت می‌کند، در ارتفاع ۵۰ متری از سطح زمین گلوله‌ای رها می‌شود. در مدل‌سازی برای حرکت گلوله از کدام یک از کمیت‌های زیر می‌توان صرف نظر کرد؟

- (۱) وزن گلوله  
(۲) تندی بالن  
(۳) مقاومت هوا  
(۴) وزن گلوله و تندی بالن

۸۲- کدام یک از یکاهای SI زیر با یکای فرعی خود تطابق ندارد؟

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{نیوتون (۱)}$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \text{ژول (۳)}$$

$$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \text{پاسکال (۲)}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} = \text{وات (۴)}$$

۸۳- کدام گزینه ۲۱۸ نانومتر را بر حسب میکرومتر و با استفاده از نمادگذاری علمی به درستی نشان می‌دهد؟

(۱)  $218 \times 10^{-3}$   
(۲)  $218 \times 10^{-6}$   
(۳)  $2/18 \times 10^{-1}$   
(۴)  $2/18 \times 10^1$

۸۴- در رابطه فیزیکی  $A = \frac{D^2}{BC^2}$ ، A از جنس نیرو، B از جنس چگالی و C از جنس مسافت هستند. D از جنس چه کمیتی است؟

- (۱) جرم  
(۲) حجم  
(۳) آهنگ شارش جرمی  
(۴) آهنگ شارش حجمی

۸۵- یک ریزسنج رقمی (دیجیتالی) ضخامت یک ورقه را  $0.046 \text{ cm}$  اندازه‌گیری کرده است. دقت اندازه‌گیری این ریزسنج چند میلی‌متر است؟

(۱)  $0.001$   
(۲)  $0.01$   
(۳)  $0.1$   
(۴)  $1$

۸۶- شعاع ظاهری یک کره فلزی برابر  $5 \text{ cm}$  و چگالی آن  $1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  است. اگر جرم کره  $180 \text{ g}$  باشد، حجم حفره درون آن چندسانتی‌متر مکعب است؟ ( $\pi = 3$ )

(۱)  $150$   
(۲)  $350$   
(۳)  $500$   
(۴)  $450$

محل انجام محاسبات

۸۷- مایعی که چگالی آن  $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$  است در اثر از دست دادن گرما به یک جامد با چگالی  $\frac{1}{5} \frac{g}{cm^3}$  تبدیل می‌شود. در این حالت

حجم مایع چند درصد کاهش می‌یابد؟

۳۰ (۱)

۲۰ (۲)

۲۵ (۳)

۴۰ (۴)

۸۸- وقتی جرم مایعی را ۶ برابر کنیم، حجم آن  $400 \text{ cm}^3$  تغییر می‌کند. حجم نهایی مایع چند لیتر است؟ (دما ثابت فرض شود).

۴/۸ (۱)

۰/۴۸ (۲)

۲/۴ (۳)

۰/۲۴ (۴)

۸۹- داخل ظرفی به حجم  $400 \text{ cm}^3$  مقدار  $700 \text{ g}$  از مایعی به چگالی  $2000 \frac{kg}{m^3}$  ریخته‌ایم. اگر یک قطعه فلزی به جرم  $840 \text{ g}$  و چگالی

$6 \frac{g}{cm^3}$  را به آرامی داخل ظرف بیندازیم، چند گرم مایع از ظرف سرریز می‌شود؟

۲۸۰ (۱)

۱۸۰ (۲)

۳۰۰ (۳)

۵۴۰ (۴)

۹۰- جرم یکسانی از دو مایع A و B را درون دو ظرف خالی مشابه می‌ریزیم.  $\frac{1}{5}$  از حجم مایع A و  $\frac{1}{4}$  از حجم مایع B از دو ظرف سرریز

می‌شوند. اگر چگالی مایع A،  $\frac{3}{2} \frac{g}{cm^3}$  باشد، حال اگر جرم مساوی از دو مایع با یکدیگر مخلوط شوند چگالی مخلوط دو مایع

بدون تغییر حجم، چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

۹۶ (۱)

$\frac{31}{96}$  (۲)

$\frac{31}{48}$  (۳)

$\frac{48}{31}$  (۴)

محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتروسیته ساکن: صفحه‌های ۱ تا ۳۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- اگر یک میله ..... خنثی را با پارچه ابریشمی مالش دهیم، تعداد الکترون‌های ..... افزایش و تعداد الکترون‌های ..... کاهش

می‌یابد.

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
⋮
ابریشم
پلاستیک
انتهای منفی سری

(الف) شیشه‌ای - پارچه - شیشه

(ب) پلاستیکی - پارچه - پلاستیک

(پ) شیشه‌ای - شیشه - پارچه

(ت) پلاستیکی - پلاستیک - پارچه

(۴) پ و ت

(۳) الف و ب

(۲) ب و ت

(۱) الف و ت

۹۲- دو ذره با بارهای الکتریکی هم‌اندازه در فاصله ۶۴cm از یکدیگر ثابت نگه داشته شده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند

نیروی الکتریکی بین دو ذره برحسب نیوتون باشد؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$  و  $e = 1.6 \times 10^{-19} C$ )

سایت کنکور

(۱)  $\frac{4}{9} \times 10^{-27}$

(۲)  $\frac{9}{4} \times 10^{-27}$

(۳)  $\frac{16}{25} \times 10^{-27}$

(۴)  $\frac{25}{16} \times 10^{-27}$

۹۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = -4 \mu C$  و  $q_2 = 36 \mu C$  در فاصله ۲۰cm از یکدیگر قرار دارند. بار  $q_3$  را در فاصله چندسانتی‌متری بار  $q_2$  قرار دهیم تا در آن مکان به حال تعادل باقی بماند؟

(۴) ۴۰

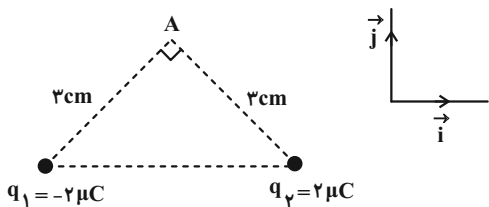
(۳) ۱۰

(۲) ۲۰

(۱) ۳۰

محل انجام محاسبات

۹۴- در شکل زیر، میدان الکتریکی خالص در نقطه A کدام است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



$$(1) \vec{j} \left( 2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C} \right)$$

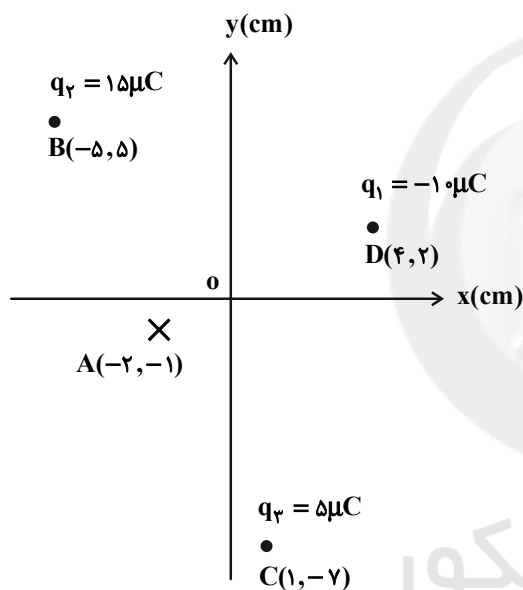
$$(2) \vec{j} \left( 2 \times 10^7 \frac{N}{C} \right)$$

$$(3) \vec{i} \left( -2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C} \right)$$

$$(4) \vec{i} \left( -2 \times 10^7 \frac{N}{C} \right)$$

۹۵- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار  $q_1 = -1 \mu C$ ،  $q_2 = 15 \mu C$  و  $q_3 = 5 \mu C$  در صفحه xoy به ترتیب در نقاط  $(4 \text{ cm}, 2 \text{ cm})$ ،

$(-5 \text{ cm}, 5 \text{ cm})$  و  $(1 \text{ cm}, -7 \text{ cm})$  قرار گرفته‌اند. اندازه میدان الکتریکی برآیند در نقطه A چند نیوتن بر کولن است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



$$(1) 4 \times 10^7$$

$$(2) 2\sqrt{5} \times 10^7$$

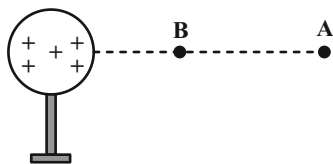
$$(3) 2\sqrt{2} \times 10^7$$

$$(4) 4\sqrt{2} \times 10^7$$

۹۶- مطابق شکل زیر، ذره باردار منفی و کوچکی را از حالت سکون، از نقطه A به سمت نقطه B که در مجاورت کره باردار قرار دارد،

جابه‌جا می‌کنیم. در این جابه‌جایی، کار میدان الکتریکی، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی

بین نقطه‌های A و B، مطابق کدام گزینه است؟  $(\Delta V = V_B - V_A)$



$$(1) \Delta V > 0, \Delta U > 0, W_E < 0$$

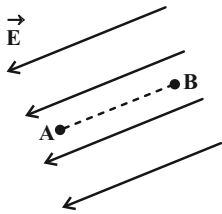
$$(2) \Delta V < 0, \Delta U < 0, W_E > 0$$

$$(3) \Delta V > 0, \Delta U < 0, W_E > 0$$

$$(4) \Delta V > 0, \Delta U < 0, W_E < 0$$

۹۷- مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار  $q = -5\mu\text{C}$ ، با تندی ثابت در میدان الکتریکی یکنواخت  $4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا

می‌شود. اگر فاصله A تا B،  $12\text{cm}$  باشد، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی ذره باردار چند میکروژول است؟



(۱)  $-2/4 \times 10^7$

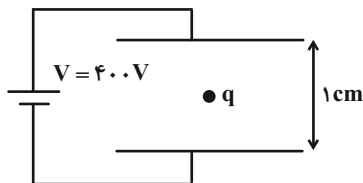
(۲)  $-2/4 \times 10^5$

(۳)  $2/4 \times 10^5$

(۴)  $2/4 \times 10^7$

۹۸- مطابق شکل، ذره‌ای به جرم  $0.02\text{g}$  در فضای بین دو صفحه رسانای موازی که به اختلاف پتانسیل  $400\text{V}$  متصل هستند به حالت

معلق قرار دارد. نوع بار ذره چیست و اندازه آن در SI چقدر است؟ ( $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )



(۱) مثبت، ۵

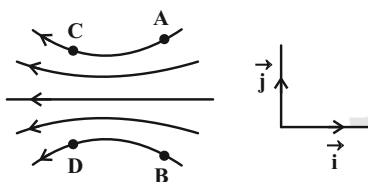
(۲) منفی، ۵

(۳) مثبت،  $5 \times 10^{-9}$

(۴) منفی،  $5 \times 10^{-9}$

۹۹- الکترونی در میدان الکتریکی شکل زیر قرار دارد و بر آن نیروی  $\vec{F} = (1\text{mN})\vec{i} + (1\text{mN})\vec{j}$  وارد می‌شود. این الکترون در کدام

یک از نقاط میدان الکتریکی می‌تواند قرار بگیرد؟



(۱) A

(۲) B

(۳) C یا D

(۴) A یا D

۱۰۰- به دو کره رسانا به قطرهای  $4\text{cm}$  و  $8\text{cm}$  به مقدار مساوی بار الکتریکی می‌دهیم. اختلاف چگالی سطحی دو کره چند درصد

چگالی سطحی کره کوچک تر است؟

(۴) ۷۵

(۳) ۵۰

(۲) ۲۵

(۱) ۱۰

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا انتهای اسیدها و بازها): صفحه‌های ۱ تا ۱۶

۱۰۱- کدام گزینه درست است؟ ( $H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$ )

(۱) اتیلن گلیکول برخلاف اتانول امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را ندارد.

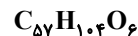
(۲) در فرمول پیوند- خط وازلین ( $C_{25}H_{52}$ )، ۲۵ خط وجود دارد.

(۳) عسل از مولکول‌هایی قطبی تشکیل شده است که در ساختار آن‌ها شمار قابل توجهی گروه هیدروکسیل وجود دارد.

(۴) بیش از یک چهارم جرم یک مولکول اوره را اتم‌های کربن موجود در آن تشکیل داده‌اند.

۱۰۲- با توجه به ترکیب‌های زیر، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(A)



(B)



(C)

(الف) ترکیب (A) برخلاف (C)، در آب حاوی مقادیر چشمگیر یون‌های منیزیم و کلسیم، خاصیت پاک‌کنندگی دارد.

(ب) زنجیره آلکیل ترکیب (C) همانند (A) خطی و سیر شده است.

(پ) از واکنش هر مول ماده B با سه مول سدیم هیدروکسید، ۳ مول ماده (A) و ترکیبی با فرمول مولکولی  $C_7H_8O_3$  تولید می‌شود.

(ت) بین اتم‌های تشکیل دهنده آنیون ماده (C) پیوند کووالانسی وجود دارد و این ماده، در صنعت طی واکنش‌های پیچیده‌ای تولید می‌شود.

(۱) الف ، پ (۲) پ ، ت (۳) ب ، ت (۴) الف ، ب

۱۰۳- در ساختار یک صابون مایع با زنجیر هیدروکربنی سیر شده، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی بخش آنیونی به بخش

کاتیونی برابر با ۱۱/۵ می‌باشد. از واکنش ۱/۳ مول از این صابون با مقداری آب سخت حاوی یون منیزیم، چند گرم رسوب

سفیدرنگ ایجاد می‌شود؟ ( $Mg = 24, O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

۶۵۹/۶ (۴)

۳۲۹/۸ (۳)

۶۷۵/۸ (۲)

۳۲۸/۹ (۱)

۱۰۴- با توجه به مخلوط‌های A، B و C، کدام موارد از عبارات زیر، نادرست است؟

A = محلول مس (II) سولفات

B = مخلوط آب و روغن و صابون

C = شربت معده

(الف) محلول A، شامل یون‌هایی است که نور را عبور می‌دهند و ته‌نشین نمی‌شوند.

(ب) مخلوط B، شامل توده‌های مولکولی است و نور را پخش نمی‌کند.

(پ) C یک مخلوط ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

(ت) مخلوط A و C در پایداری متفاوت و در پخش نور یکسان عمل می‌کنند.

(۱) الف ، ب (۲) ب ، پ (۳) ب ، ت (۴) پ ، ت

محل انجام محاسبات

۱۰۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- \* در فرایند پاک شدن لکه چربی قرار گرفته بر روی پارچه توسط آب و صابون، سطح خارجی صابون و قطره چربی دارای بار منفی است.
- \* جنس پارچه در میزان پاک کنندگی صابون تأثیرگذار است.
- \* تأثیر افزودن آنزیم به صابون و افزایش قدرت پاک کنندگی آن، مشابه اثر افزایش دمای آب در بهبود پاک کنندگی است.
- \* هر مول یون منیزیم محلول در آب، می تواند دو برابر جرم خود، صابون را از فرایند پاک کنندگی حذف کند.
- \* هر چه سرعت هم زدن مخلوط آب و صابون بیشتر باشد، به ازای مقادیر یکسان از آب و صابون، کف بیشتری تولید می شود.

۲ (۱) ۳ (۲)

۴ (۳) ۵ (۴)

۱۰۶- کدام موارد از مطالب زیر، درست هستند؟

- الف) اتیلن گلیکول به دلیل داشتن دو قسمت قطبی و ناقطبی، هم در آب و هم در هگزان حل می شود.
- ب) مولکولهای اسیدهای چرب امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکولهای آب را دارند.
- پ) مادهای با فرمول شیمیایی  $C_7H_7COOH$  انتخاب مناسبی برای تولید صابون جامد نیست.
- ت) صابون هم در آب و هم در چربی حل می شود، پس می توان نتیجه گرفت مخلوط سه تایی آب، صابون و چربی یک محلول است.

الف ، ب (۱) ۲ ، ب ، پ (۲)

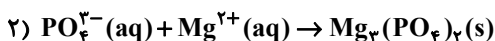
پ ، ت (۳) ۴ ، الف ، ت (۴)

۱۰۷- در یک لیتر از محلول منیزیم کلرید، غلظت یونهای کلرید برابر  $2840 \text{ ppm}$  است. برای جلوگیری از تشکیل رسوب در این

محلول، در  $400$  گرم از صابون به کار رفته، به تقریب چند درصد جرمی آن باید شامل یونهای فسفات باشد؟ ( $75\%$  یونهای

فسفات موجود در صابون در واکنش شرکت می کنند؛ چگالی محلول برابر  $1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$  است؛ واکنشها موازنه شوند.)

( $\text{Cl} = 35/5$  ,  $\text{P} = 31$  ,  $\text{O} = 16$  :  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



۲۵/۳۳ (۲) ۱۶/۹۰ (۱)

۸/۴۵ (۴) ۱۲/۶۶ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۰۸- نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. اگر در این واکنش ۲۶۸ گرم پودر با خلوص ۹۰ درصد استفاده شود، حداکثر چند لیتر گاز تولید می‌شود؟ (مخلوط پودری با نسبت استوکیومتری با هم مخلوط شده‌اند. بازده واکنش ۶۰ درصد می‌باشد و چگالی گاز تولیدی  $1/2 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$  است.)

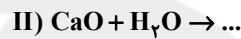
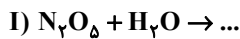
$$(Al = 27, Na = 23, O = 16, H = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



$$10/8 \quad (2) \qquad 2/7 \quad (1)$$

$$6/6 \quad (4) \qquad 5/4 \quad (3)$$

۱۰۹- با توجه به واکنش‌های (I) و (II) چند مورد از عبارتهای زیر، نادرست است؟



الف) شمار انواع گونه‌های تولید شده در واکنش (I) و (II) برابر است.

ب)  $N_2O_5$  ضمن حل شدن در آب برخلاف CaO، اسید آرنیوس است.

پ) غلظت  $[OH^-]$  در محلول حاصل از واکنش (I)، بیشتر از غلظت  $[OH^-]$  در محلول حاصل از واکنش (II) است.

ت)  $N_2O_5$  همانند فراورده واکنش (I)، نوعی ترکیب مولکولی ولی CaO همانند فراورده واکنش (II) نوعی ترکیب یونی است.

$$3 \quad (2) \qquad 4 \quad (1)$$

$$1 \quad (4) \qquad 2 \quad (3)$$

۱۱۰-  $33/92$  گرم از یک استر بلند زنجیر سه عاملی که اسیدهای چرب یکسان با زنجیر هیدروکربنی سیرشده در ساختار آن وجود

دارند، با ۱۲ لیتر محلول ۰/۰۱ مولار پتاسیم هیدروکسید واکنش داده و طی آن صابون تولید می‌شود. کدام یک از فرمول‌های

زیر را می‌توان به این استر نسبت داد و در ساختار استر مورد نظر چند پیوند اشتراکی وجود دارد؟

$$(C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

$$172, C_{54}H_{104}O_6 \quad (2)$$

$$172, C_{57}H_{104}O_6 \quad (1)$$

$$166, C_{57}H_{104}O_6 \quad (4)$$

$$166, C_{54}H_{104}O_6 \quad (3)$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۳

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چند مورد از عبارتهای زیر در مورد عنصر منیزیم، درست است؟

- دارای سه ایزوتوپ است که فراوانی  $^{26}\text{Mg}$  از دو ایزوتوپ دیگر آن کمتر است.
- چهارمین عنصر فراوان در کره زمین محسوب می‌شود.
- در پایدارترین ایزوتوپ آن، شمار پروتون‌ها با شمار نوترون‌ها برابر است.
- سرعت واکنش  $^{26}\text{Mg}$  با گاز کلر در شرایط یکسان، بیشتر از سرعت واکنش دو ایزوتوپ دیگر آن با گاز کلر است.
- برای جداسازی ایزوتوپ‌های آن از یکدیگر روش‌های شیمیایی مناسب‌تر از روش‌های فیزیکی است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۱۲- اگر نسبت تعداد الکترون‌های یون  $^{108}\text{A}^{3+}$  به تعداد ذره‌های زیراتمی بدون بار آن،  $\frac{2}{3}$  باشد، شماره دوره و گروه عنصر A به

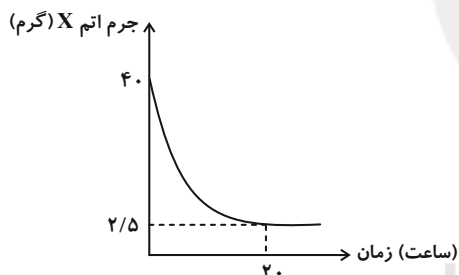
ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱ (۱) ۱۵-۵                      ۲ (۲) ۹-۶                      ۳ (۳) ۹-۵                      ۴ (۴) ۱۵-۴

۱۱۳- پاسخ صحیح هر سه پرسش زیر، به ترتیب از راست به چپ، در کدام گزینه آمده است؟

(آ) در یون فسفات ( $\text{PO}_4^{3-}$ ) مجموع شمار ذرات زیر اتمی کدام است؟ ( $^{16}_8\text{O}$  و  $^{31}_{15}\text{P}$ )

(ب) با توجه به نمودار مقابل، نیم‌عمر عنصر X چند ساعت است؟



(پ) اگر در یون پایدار  $^{31}\text{A}^{3-}$  اختلاف تعداد نوترون و الکترون برابر ۲ باشد، عدد اتمی A کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۱) ۱۵، ۵، ۱۴۵                      ۲ (۲) ۱۲، ۴، ۱۴۲                      ۳ (۳) ۱۲، ۵، ۱۴۵                      ۴ (۴) ۱۵، ۵، ۱۴۲

۱۱۴- اگر A، B، C، D و E عنصرهای متوالی در دوره پنجم جدول تناوبی باشند و در جدول تناوبی برای عنصر B جرم اتمی

میانگین تعریف نشده باشد، کدام مطلب درست است؟ (نمادها فرضی هستند.)

- (۱) اختلاف عدد اتمی D با گاز نجیب دوره سوم جدول دوره‌ای برابر ۲۷ است.
- (۲) عدد اتمی A سه برابر عدد اتمی یکی از عنصرهای گروه ۲ جدول دوره‌ای است.
- (۳) نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در ایزوتوپی از B که در پزشکی کاربرد دارد، بزرگ‌تر از ۱/۵ است.
- (۴) یکی از عنصرهای هم‌گروه E در جدول تناوبی، بیشترین درصد فراوانی را در کره زمین دارد.

محل انجام محاسبات

۱۱۵- با توجه به جدول داده شده، جرم  $9/03 \times 10^{22}$  مولکول  $A_4B_3$  چند گرم است؟ (نماد عنصرها فرضی است).

اتم	$^{14}A$	$^{15}A$	$^{16}B$	$^{17}B$	$^{18}B$
درصد فراوانی	۷۵	۲۵	۸۰	۱۰	۱۰

(۱) ۱۳/۲۷

(۲) ۱۱/۶۱

(۳) ۱۶/۱۱

(۴) ۱۲/۳۷

۱۱۶- عنصر A، دارای ۴ ایزوتوپ  $^{14}A$ ،  $^{15}A$ ،  $^{16}A$  و  $^{17}A$  (به طوری که  $11 < b < c < 14$ ) است. اگر درصد فراوانی  $^bA$  با  $^cA$  یکسان

و برابر ۲۰ درصد باشد، جرم اتمی میانگین این عنصر بر حسب a در کدام گزینه آمده است؟ (a درصد فراوانی  $^{11}A$  است).

(نمادها فرضی هستند).

(۴)  $13/9 - 0/06a$ (۳)  $13/4 - 0/03a$ (۲)  $12/5 - 0/08a$ (۱)  $13 - 0/5a$ 

۱۱۷- مجموع شمار اتمها در ۵۴ گرم  $N_xO_y$  برابر  $2/107 \times 10^{24}$  است. حاصل  $\frac{y}{x}$  کدام است؟ ( $N = 14$ ,  $O = 16$ :  $g \cdot mol^{-1}$ )

(۴) ۰/۵

(۳) ۲/۵

(۲) ۱/۵

(۱) ۲

۱۱۸- کدام گزینه، درست است؟

(۱) پرتوهای نور اجاق گاز در سوختن کامل، پس از عبور از منشور شکست بیشتری نسبت به نور ناشی از گرم شدن ششوار صنعتی دارد.

(۲) گلوکز نشان‌دار برخلاف گلوکز معمولی، توسط توده‌های سرطانی جذب می‌شود.

(۳) ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن،  $^2H$  است.

(۴) تکنسیم مورد نیاز در فرایند تصویربرداری پزشکی را می‌توان در واکنش‌گاه‌های هسته‌ای ذخیره کرد.

۱۱۹- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) دانشمندان نور رسیده از ستارگان را با دستگاه طیف‌سنج تجزیه کرده و نوع عنصرهای آنها را تشخیص می‌دهند.

(ب) امواج نشر شده از کنترل تلویزیون مستقیماً با چشم قابل مشاهده است.

(پ) رنگین کمان در اثر تجزیه نور سفید خورشید به وسیله قطره‌های آب حاصل شده و گستره‌ای از رنگ‌های سرخ تا بنفش را در بر می‌گیرد.

(ت) پرتوهای الکترومغناطیسی با خود انرژی حمل می‌کنند که طول موج آنها با انرژی رابطه عکس دارد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۲۰- ماده‌ای ناشناخته را روی شعله قرار داده‌ایم. اگر طول موج پرتو حاصل از رنگ شعله، بلندتر از رنگ آبی و کوتاه‌تر از رنگ زرد

باشد، این ماده ناشناخته کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۴) سدیم کلرید

(۳) لیتیم نیترات

(۲) مس (II) سولفات

(۱) لیتیم کلرید



وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) امروزه به دلیل صرفه‌جویی اقتصادی، تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی کاهش یافته است.

ب) تمام قطعه‌های دوچرخه، از فراوری مواد نفتی موجود در زمین به دست می‌آیند.

پ) شکوه و عظمت تمدن امروزی تا حدود زیادی مدیون مواد جدیدی است که از شیشه، فلز، الیاف و ... ساخته شده‌اند.

ت) همه مواد طبیعی و بخش اندکی از مواد مصنوعی از کره زمین به دست می‌آیند.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۱۲۲- پاسخ درست هر سه پرسش زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه بیان شده است؟

الف) در گروه ۱۴ جدول تناوبی تفاوت عدد اتمی دومین عنصر شبه‌فلزی و نخستین عنصر فلزی کدام است؟

ب) تعداد عنصرهای فلزی در دوره چهارم جدول تناوبی که در نام‌گذاری ترکیب یونی آن‌ها از عدد رومی استفاده نمی‌شود، کدام است؟

پ) در دوره سوم جدول دوره‌ای (به جز آرگون)، بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین کدام دو عنصر است؟

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

۱۲۳- اگر یون‌های  $A^{2+}$ ،  $B^{2-}$  و  $C^{-}$  هر سه هم الکترون باشند و مجموع عدد اتمی آن‌ها برابر ۲۹ باشد، چند مورد از عبارتهای زیر

در مورد آن‌ها نادرست است؟ (نمادها فرضی هستند.)

الف) مقایسه شعاع اتمی آن‌ها به صورت  $C < B < A$  است.

ب) در جدول تناوبی، حالت فیزیکی عنصرهای قبل و بعد از عنصر B در دمای اتاق، با عنصر ماقبل A متفاوت است.

پ) عنصرهای B و C برخلاف A فاقد خاصیت چکش‌خواری بوده و در حالت جامد در اثر ضربه خرد می‌شوند.

ت) عنصر بعد از A در جدول دوره‌ای برخلاف عنصر ماقبل B، یون پایدار تشکیل نمی‌دهد و الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

محل انجام محاسبات

۱۲۴- اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون  ${}^{59}\text{X}^{3+}$  برابر ۸ باشد، چند مورد از عبارات‌های زیر دربارهٔ عنصر X درست است؟

(نماد عنصرها فرضی است.)

\* این عنصر به دسته d از دورهٔ چهارم جدول تناوبی و گروه ۸ تعلق دارد و یون‌های آن رنگی است.

\* نسبت شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایهٔ اشغال شده به الکترون‌های لایهٔ اول اتم آن، برابر  $\frac{3}{5}$  است.

\* تعداد زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده در آن و  $Z$  متفاوت است.

\* مجموع n و l الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۴۳ است.

\* شمار الکترون‌ها با  $l=1$  آن با شمار الکترون‌های  $l=1$  در Y برابر است.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲۵- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

(آ) در معادلهٔ «  $\text{FeO(s)} + \text{Cu(s)} \rightarrow \text{CuO(s)} + \text{Fe(s)}$  » واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(ب) در معادلهٔ «  $\text{C(s)} + 2\text{CuO(s)} \rightarrow \text{CO}_2\text{(g)} + 2\text{Cu(s)}$  » واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها بیشتر است.

(پ) در معادلهٔ «  $3\text{Mg(s)} + \text{Fe}_2\text{O}_3\text{(s)} \rightarrow 3\text{MgO(s)} + 2\text{Fe(s)}$  » واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

(ت) در معادلهٔ «  $\text{C(s)} + 2\text{Na}_2\text{O(s)} \rightarrow 4\text{Na(s)} + \text{CO}_2\text{(g)}$  » واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فرآورده‌ها کمتر است.

(۱) آ، پ، ت (۲) ب، پ، ت (۳) آ، ب (۴) ب، ت

۱۲۶- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

(الف) ششمین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت یافت می‌شود.

(ب) در میان عنصرهای دورهٔ چهارم جدول تناوبی، تعداد عنصرها با زیرلایهٔ ۳d کاملاً پر ۷ واحد بیشتر از تعداد عنصرهای با زیرلایهٔ ۳d نیمه پر است.

(پ) مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت اولین فلز واسطه که زیرلایهٔ ۳d آن پر می‌شود، برابر با ۵۸ است.

(ت) نخستین عنصر واسطهٔ دورهٔ چهارم جدول تناوبی در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(۱) ب، ت (۲) الف، ب، پ

(۳) ب، پ (۴) الف، ت

۱۲۷- اگر در واکنش تجزیه  $\text{CaCO}_3$  پس از انجام واکنش جرم کل مواد جامد موجود  $8/30\%$  کاهش پیدا کند، بازده درصدی واکنش



(۱) ۴۰ (۲) ۶۰

(۳) ۳۰ (۴) ۷۰

۱۲۸- از واکنش کامل تیغه‌ای فلزی از جنس مس به جرم  $2/0$  گرم با ۲ لیتر محلول  $3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  نیتریک اسید، چند میلی لیتر

فراورده گازی در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵ لیتر بر مول است، به دست می آید و درصد ناخالصی این تیغه مسی کدام

است؟ (از تغییر حجم محلول چشم پوشی کنید، ناخالصی‌ها در واکنش شرکت نمی کنند؛  $\text{Cu} = 64 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(۱) ۶۲/۵ ، ۲۰ (۲) ۱۲۵ ، ۸۰

(۳) ۱۲۵ ، ۲۰ (۴) ۶۲/۵ ، ۸۰

۱۲۹- به ازای مصرف ۴۰۰ میلی لیتر محلول  $0/2$  مولار  $\text{KMnO}_4$ ، به تقریب چند گرم فراورده آلی با خلوص  $75\%$  به دست می آید؟

(معادله موازنه نشده است و بازده واکنش  $90\%$  می باشد.)  $(\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$



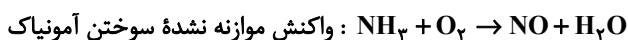
(۱) ۳/۹۹ (۲) ۶/۶

(۳) ۴/۹۴ (۴) ۱۷/۳

۱۳۰- ۱۱۲۰ گرم گاز نیتروژن با مقدار کافی گاز هیدروژن، با بازده  $75\%$  واکنش داده و آمونیاک تولید می کند. در فراورده حاصل

چه تعداد پیوند کووالانسی وجود دارد و اگر فراورده حاصل را بسوزانیم و فراورده‌ها را به شرایط STP برسانیم، چند لیتر گاز

در اثر سوختن آمونیاک تولید می شود؟  $(\text{N} = 14, \text{H} = 1 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$



(۱)  $1792, 1/0836 \times 10^{26}$  (۲)  $1792, 1/4444 \times 10^{26}$

(۳)  $1344, 1/4444 \times 10^{26}$  (۴)  $1344, 1/0836 \times 10^{26}$



## آزمون ۲۱ مهر ماه ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

### دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
امیرمحمد باقری نصرآبادی-مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-طاهر دادستانی-علی سرآبادانی-کامیار علییون مهدی ملارمضانی-علیرضا ندافزاده-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲	
امیرحسین ابومحبوب-محمد حمیدی-افشین خاصه-خان-محمد خندان-کیوان دارابی-فراز دعاگوی تهرانی-سوگند روشنی فرشاد صدیقی-فر-امیر مالمیر-مهرداد ملوندی-حمید ناصر	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-رضا توکلی-کیوان دارابی-سوگند روشنی-علی منصف شگری	ریاضیات گسسته	
عبدالرضا امینی نسب-علی برزگر-علیرضا جباری-مسعود خندانی-محمدعلی راست پیمان-سیدمحمدرضا روحانی-راد-مریم شیخ-ممو ششیل شیرزادی-پوریا علاقه-مند-مسعود قره-خانی-محسن قندچلر-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی محمد کاظم منشادی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-شادمان ویسی	فیزیک	
هدی بهاری پور-محمدرضا پورجاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-روزبه رضوانی-میلاذ شیخ الاسلامی-خیابوی-مسعود طبرسا امیرحسین طیبی-علیرضا کیانی دوست-حسن لشگری-امیرحسین مسلمی	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	علیرضا ندافزاده	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	عادل حسینی مهرداد ملوندی	مصطفی کیانی زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	امیررضا حکمت نیا محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	ماهان زواری پارسا نوروزی منش	کیارش صانعی	کیارش صانعی	داتال راستی کیارش صانعی	ماهان زواری بنیامین یعقوبی احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	محمد ساکی	ایمان حسین نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

### گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی	گروه مستندسازی
فرزانه فتح اله زاده	حروف نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۶۴۳

## حسابان ۲

## گزینه «۴» -۱

(مسعود برملا)

دو زوج  $(1, 3)$  و  $(1, a^2 - 2a)$  در این رابطه حضور دارند. پس برای تابع بودن  $f$ ، لازم است مؤلفه‌های دوم این دو زوج برابر باشند:

$$a^2 - 2a = 3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1) = 0$$

$$\Rightarrow a = 3 \text{ یا } -1$$

به ازای  $a = -1$  به خاطر دو زوج  $(-1, 4)$  و  $(-1, 6)$  رابطه  $f$  تابع نمی‌شود. به ازای  $a = 3$  تابع  $f$  به صورت زیر خواهد بود:

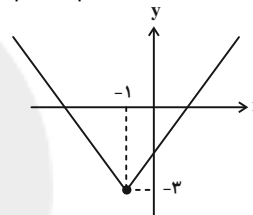
$$f = \{(1, 3), (3, 6), (-1, 4)\}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

## گزینه «۳» -۲

(علیرضا نراف زاره)

برای رسم نمودار تابع  $y = |x+1| - 3$ ، نمودار تابع  $y = |x|$  را یک واحد به چپ و ۳ واحد به پایین منتقل می‌کنیم و داریم:



برد این تابع بازه  $[-3, +\infty)$  است و می‌دانیم برد زیرمجموعه هم دامنه باید باشد. پس در گزینه‌ها، بازه  $[-5, +\infty)$  می‌تواند هم‌دامنه باشد.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

## گزینه «۳» -۳

(کامیار علیون)

در دامنه هر دو ضابطه  $x = \pm 1$  حضور دارد، پس مقدار ضابطه‌ها به ازای  $x = \pm 1$  باید برابر باشند:

$$x = -1 : a - (-2)^2 = \frac{(-1)^2 + b(-1) - 1}{(-1) + 2} \Rightarrow a - 4 = -b$$

$$\Rightarrow a + b = 4 \quad (I)$$

$$x = 1 : a - (0)^2 = \frac{(1)^2 + b(1) - 1}{(1) + 2} \Rightarrow a = \frac{b}{3} \quad (II)$$

از دستگاه دو معادله- دو مجهول بالا  $a = 1$  و  $b = 3$  به دست می‌آید.

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 - (x-1)^2 & ; |x| \leq 1 \\ \frac{x^2 + 3x - 1}{x+2} & ; |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(a+b) = f(4) = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

## گزینه «۲» -۴

(علیرضا نراف زاره)

دامنه تابع  $g$  مجموعه  $\mathbb{R} - \{-3\}$  است. باید دامنه  $f$  هم همین مجموعه باشد، این یعنی مخرج ضابطه  $f(x)$  باید ریشه مضاعف  $x = -3$  را داشته باشد، پس داریم:

$$x^2 - 2cx + 9 = (x+2)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$\Rightarrow -2c = 6 \Rightarrow c = -3$$

ضابطه‌ها هم باید برابر باشند، پس  $f(x)$  باید برابر  $\frac{(x+2)(x+2)}{(x+2)^2}$  باشد.

$$\Rightarrow x^2 - ax + b = (x+2)(x+2) = x^2 + 5x + 6$$

$$\Rightarrow a = -5, \quad b = 6$$

$$a + b + c = -2$$

در نهایت داریم:

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

## گزینه «۱» -۵

(علیرضا نراف زاره)

ضابطه تابع  $f$  می‌تواند دو حالت داشته باشد. اگر شیب آن را مثبت فرض کنیم، باید از نقاط  $(-1, 4)$  و  $(2, 7)$  عبور کند و اگر شیب را منفی در نظر بگیریم، باید از نقاط  $(-1, 7)$  و  $(2, 4)$  بگذرد. در این دو حالت ضابطه تابع  $f$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب: } \frac{7-4}{2-(-1)} = 1 \Rightarrow f(x) = x + 5, \quad (-1, 4), (2, 7)$$

$$\text{شیب: } \frac{4-7}{2-(-1)} = -1 \Rightarrow f(x) = -x + 6, \quad (-1, 7), (2, 4)$$

در نتیجه ضابطه تابع  $y = f(2x) - 3$  می‌تواند

$$y = 2x + 2 - 3 = 2x - 1 \quad \text{یا} \quad y = -2x + 3 - 3 = -2x$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

## گزینه «۱» -۶

(میانفش نیکنام)

ضابطه تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = ax + b$  در نظر می‌گیریم. داریم:

$$g(x) = f(x+2) + f(2x+1) = (a(x+2) + b) + (a(2x+1) + b)$$

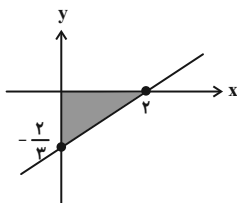
$$= 3ax + 4a + 2b$$

ضابطه این تابع باید با ضابطه  $y = x$  متحد باشد:

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \\ 4a + 2b = 0 \Rightarrow b = -2a = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس ضابطه تابع  $f$ ،  $f(x) = \frac{x-2}{3}$  است. نمودار این تابع در شکل زیر

رسم شده است:



مثلث رنگی شکل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{\frac{2}{3} \times 2}{2} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)



## گزینه ۲»

(موری ملارمضانی)

در تابع خطی  $f(x) = ax + b$  داریم:

$$f(x) = ax + b, \quad f\left(\frac{2}{x}\right) = \frac{2a}{x} + b$$

$$\Rightarrow ax + b + \frac{2a}{x} + b = \frac{3x^2 - x + 6}{3x}$$

$$\Rightarrow \frac{3ax^2 + 6bx + 6a}{3x} = \frac{3x^2 - x + 6}{3x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a = 3 \Rightarrow a = 1 \\ 6b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{6} \end{cases}$$

بنابراین ضابطه  $f$  به صورت زیر است و داریم:

$$f(x) = x - \frac{1}{6} \Rightarrow f\left(\frac{7}{6}\right) = 1$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه ۱۰۳)

## گزینه ۲»

(عادل حسینی)

ابتدا ضابطه تابع  $f$  را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

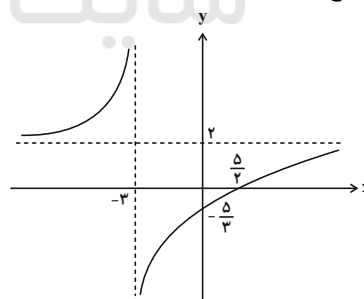
$$f(x) = \frac{2x + 6 - 11}{x + 3} = 2 - \frac{11}{x + 3}$$

یعنی اگر داشته باشیم  $g(x) = \frac{1}{x}$ ، ضابطه تابع  $f$  برابر است با:

$$f(x) = 2 - 11g(x + 3)$$

این یعنی برای رسم نمودار تابع  $f$ ، نمودار تابع  $g(x) = \frac{1}{x}$  را ۳ واحد به

چپ می‌بریم، سپس عرض نقاط آن را در ۱۱- ضرب می‌کنیم و سپس ۲ واحد به بالا می‌بریم. نمودار این تابع مطابق شکل زیر است:



(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

## گزینه ۱»

(علی سرآبادانی)

راه‌حل بهتر این است که نمودار تابع  $g$  را ۲ واحد به راست و ۳ واحد به بالامنتقل کنیم تا به نمودار تابع  $f$  برسیم:

$$f(x) = g(x - 2) + 3$$

$$\Rightarrow f(x) = ((x - 2)^2 - 2(x - 2) + 3) + 3 = x^2 - 6x + 14$$

پس  $a = 6$  و  $b = 14$  و در نتیجه  $a + b = 20$  است.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

## گزینه ۳»

(کامیار علیون)

ابتدا مختصات  $A'$ ، نقطه نظیر  $A$  روی تابع  $y = 2f(2x - m) + 1$  را به دست می‌آوریم:

$$f(2) = 5 \Rightarrow 2x - m = 2 \Rightarrow x = \frac{m + 2}{2}$$

$$y = 2f(2) + 1 = 11 \Rightarrow A'\left(\frac{m + 2}{2}, 11\right)$$

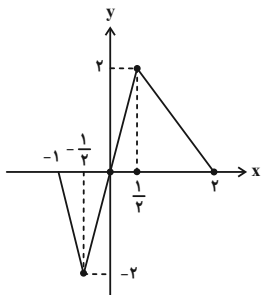
حال برای این که نقطه  $A'$  پایین‌تر از خط  $y = 2x - 1$  نباشد، داریم:

$$y_{A'} \geq 2x_{A'} - 1 \Rightarrow 11 \geq 2\left(\frac{m + 2}{2}\right) - 1 \Rightarrow m \leq 10$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

## گزینه ۴»

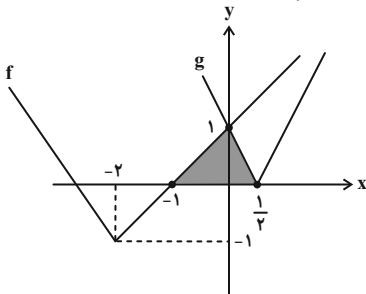
(مسعود پرملا)

در ابتدا عرض نقطه با طول  $x = -2$  را حساب می‌کنیم. از دو نقطه  $(0, 2)$  و  $(-1, 0)$  خطی با معادله  $y = 2x + 2$  می‌گذرد. با جای گذاری  $x = -2$  در آن، عرض نقطه  $y = -2$  به دست می‌آید.حال برای رسم نمودار تابع  $g$ ، نمودار  $f$  را ابتدا یک واحد به راست می‌بریم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار تابع  $g$  به صورت زیر خواهد شد.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

## گزینه ۲»

(عادل حسینی)

برای رسم نمودار تابع  $f$ ، نمودار  $y = |x|$  را دو واحد به چپ و یک واحد به پایین انتقال می‌دهیم. برای رسم  $g$  نیز، نمودار تابع  $y = |x|$  را ابتدا ۱ واحد به راست انتقال می‌دهیم و سپس طول نقاط آن را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. نمودار توابع  $f$  و  $g$  در شکل زیر رسم شده‌اند:

مثلث رنگی در شکل، سطح مورد نظر است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}\right) (1) = \frac{3}{4}$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)



(امیرممد باقری نصرآبادی)

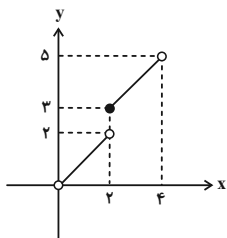
## ۱۵- گزینه «۳»

به صورت زیر، در بازه‌های مختلف ضابطه‌های مختلف تابع  $f$  را به دست می‌آوریم:

$$0 < x < 2 \Rightarrow 0 < \frac{x}{2} < 1 \Rightarrow \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 0 \Rightarrow f(x) = x$$

$$2 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} < 2 \Rightarrow \left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$$

و نمودار تابع به صورت زیر است:



سطح زیر این نمودار از یک مثلث و یک ذوزنقه تشکیل شده است که مساحت آن برابر است با:

$$S = \left(\frac{2 \times 2}{2}\right) + \left(\frac{3+5}{2}\right) \times 2 = 2 + 8 = 10$$

(حسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

(علیرضا نرافزاره)

## ۱۶- گزینه «۲»

شاخه اول نمودار (یعنی قسمتی که در بازه  $[0, b]$  است)، زمانی رخ می‌دهد که  $[x]$  و  $[ax]$  هر دو صفر باشند. این نکته هم بدیهی است که تابع جزء صحیحی، در جایی دچار ناپیوستگی می‌شود که در حداقل یکی از عبارت‌های جزء صحیحی مقدار عبارت داخل جزء صحیح، صحیح شود.

در این سؤال، در  $x = b$  حداقل یکی از عبارت‌های  $x$  یا  $ax$  مقدار صحیح به خود می‌گیرد. اگر  $[x]$  را محدودکننده در نظر بگیریم،  $b = 1$  و  $0 < a < 1$  خواهد بود. در این صورت حد چپ تابع در  $x = b$  باید ۱ باشد، نه  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . به این نکته دقت کنید که با شرط  $0 < a < 1$ ، در بازه  $[0, 1)$  تابع  $y = \sqrt{x}$  را خواهیم داشت. پس در نتیجه  $a > 1$  است و  $[ax]$  عبارت محدود کننده است، یعنی  $ax$  در  $x = b$  مقداری صحیح به خود می‌گیرد. چون اولین عدد صحیح سمت راست  $x = 1$  است،  $ab = 1$  و

در نتیجه  $b = \frac{1}{a}$  است. در بازه  $(0, \frac{1}{a}]$ ، تابع  $f$  با تابع  $y = \sqrt{x}$  مساوی است و حال داریم:

$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{a})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{a})^-} \sqrt{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 2$

پس تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \sqrt{x - [x]} - [2x]$  است. در بازه  $(\frac{1}{2}, 1)$ ، تابع  $f$  با تابع  $y = \sqrt{x} - 1$  برابر است، در نتیجه مقدار  $c$  برابر عرض این تابع در نقطه‌ای با طول  $b = \frac{1}{2}$  است.

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{a})^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{a})^-} \sqrt{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = 2$$

پس تابع  $f$  به صورت  $f(x) = \sqrt{x - [x]} - [2x]$  است. در بازه  $(\frac{1}{2}, 1)$ ، تابع  $f$  با تابع  $y = \sqrt{x} - 1$  برابر است، در نتیجه مقدار  $c$  برابر عرض این تابع در نقطه‌ای با طول  $b = \frac{1}{2}$  است.

برابر عرض این تابع در نقطه‌ای با طول  $b = \frac{1}{2}$  است.

برابر عرض این تابع در نقطه‌ای با طول  $b = \frac{1}{2}$  است.

## ۱۳- گزینه «۳»

(کامیار عیون)

مسیر انتقال تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) y = f(x) \xrightarrow{\text{واحد راست}} y = f(x-1) \xrightarrow{\text{دو برابر منبسط در راستای عمودی و افقی}}$$

$$y = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) \xrightarrow{\text{واحد بالا}} y = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1$$

$$2) y = f(x) \xrightarrow{\frac{1}{2} \text{ واحد بالا و } 1 \text{ واحد راست}} y = f(x-1) + \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{دو برابر منبسط در راستای عمودی و افقی}} y = 2\left(f\left(\frac{1}{2}(x-1) + \frac{1}{2}\right)\right) = 2f\left(\frac{1}{2}(x-1) + 1\right)$$

$$3) y = f(x) \xrightarrow{\frac{1}{2} \text{ واحد بالا}} y = f(x) + \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{دو برابر منبسط در راستای عمودی و افقی}}$$

$$y = 2\left(f\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)\right) = 2f\left(\frac{1}{2}x + 1\right) \xrightarrow{\text{واحد راست}}$$

$$y = 2f\left(\frac{1}{2}(x-1) + 1\right) + 1 = 2f\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + 1\right) + 1$$

$$4) y = f(x) \xrightarrow{\text{دو برابر منبسط در راستای عمودی و افقی}} y = 2f\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد راست}} y = 2f\left(\frac{1}{2}(x-2)\right) = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$$

$$\xrightarrow{\text{واحد بالا}} y = 2f\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 1$$

بنابراین گزینه «۳»، مسیر نادرست می‌باشد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)

## ۱۴- گزینه «۲»

(مسعود برمل)

در ضابطه تابع  $f$  عبارت  $\sqrt{4-x^2}$  را داریم که محدوده قابل قبول  $x$  برای آن  $[-2, 2]$  است، پس برای این که دامنه  $f$  دو عضو باشد، باید  $x = \pm 2$  ریشه‌های عبارت  $2x^2 + ax + b$  باشند، تا دامنه تابع  $f$  همین  $x = -2$  و  $x = 2$  شوند. داریم:

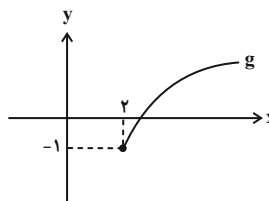
$$2x^2 + ax + b = 2(x+2)(x-2) = 2x^2 - 8$$

$$\Rightarrow a = 0, b = -8$$

پس ضابطه تابع  $g$  به صورت  $g(x) = \sqrt{4x-8} - 1$  است.

$$g(x) = 2\sqrt{x-2} - 1$$

با انتقال دو واحد به راست نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$ ، انبساط عمودی آن با ضریب ۲ و انتقال آن به اندازه یک واحد به پایین، نمودار تابع  $g$  حاصل می‌شود.



این نمودار فقط از ربع اول و چهارم می‌گذرد.

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲)



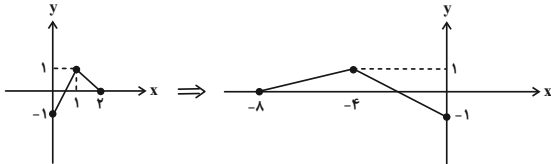
(میانپیش نیکنام)

۱۹- گزینه «۲»

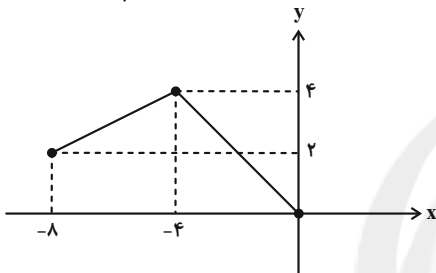
$$2t + 3 = -\frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow t = -\frac{1}{4}x - 1$$

برای تبدیل نمودار تابع  $y = f(2x + 3)$  به نمودار تابع

$$y = f\left(-\frac{1}{2}x + 1\right), \text{ باید } 1 \text{ واحد به راست منتقل کنیم و سپس طول‌های}$$

نمودار را در  $-4$  ضرب کنیم.

برای محور  $y$  ها باید نمودار اولیه را در راستای محور  $y$  ها،  $1$  واحد به سمت بالا ببریم، در نهایت عرض نقاط را در  $2$  ضرب کنیم. در نهایت داریم:



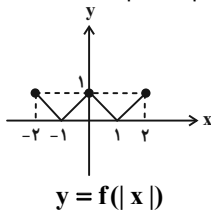
(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

(ظاهر راستانی)

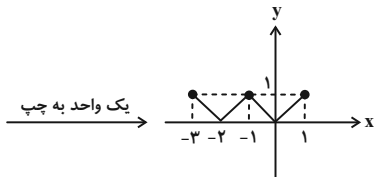
۲۰- گزینه «۲»

می‌توانیم نمودار مربوط به هر  $4$  رابطه را رسم کنیم و گزینه درست را پیدا کنیم. اما در اینجا ما گزینه درست را توضیح می‌دهیم. گزینه‌های نادرست تمرین خودتان باشد.

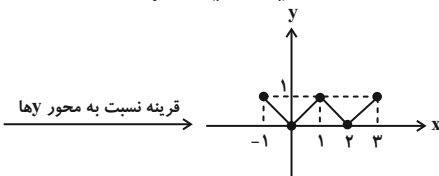
$$g(x) = f(|1-x|)$$

ابتدا  $y = f(|x|)$  را رسم می‌کنیم:

$$y = f(|x|)$$



$$y = f(|1+x|)$$



$$y = f(|1-x|)$$

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

$$c = \sqrt{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

۱۷- گزینه «۲» (شاهین پروازی)

$[2x]$  عددی صحیح است، پس باید  $1 + \frac{x^2}{2}$  هم صحیح باشد. این دو عبارت را برابر عدد صحیح  $Z$  می‌گیریم:

$$[2x] = \frac{x^2}{2} + 1 = Z \Rightarrow \begin{cases} Z \leq 2x < Z+1 \\ x = \sqrt{2Z-2} \end{cases}$$

از دو عبارت بالا نتیجه می‌گیریم:

$$Z \leq 2\sqrt{2Z-2} < Z+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z \leq 2\sqrt{2Z-2} \xrightarrow{Z \geq 1} Z^2 \leq 8Z - 8 \\ \Rightarrow Z^2 - 8Z + 8 \leq 0 \Rightarrow 4 - 2\sqrt{2} \leq Z \leq 4 + 2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2Z-2} < Z+1 \Rightarrow 8Z - 8 < Z^2 + 2Z + 1 \\ \Rightarrow Z^2 - 6Z + 9 = (Z-3)^2 > 0 \Rightarrow Z \in \mathbb{R} - \{3\} \end{cases}$$

اعداد صحیح مجموعه  $\{3\} - [4 - 2\sqrt{2}, 4 + 2\sqrt{2}]$ ،  $2$ ،  $4$ ،  $5$  و  $6$  هستند. چهار مقدار برای  $Z$  و در نتیجه چهار مقدار برای  $x$  به دست می‌آید.

(مسابان ۱- تابع: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۳)

۱۸- گزینه «۲» (پویانیش نیکنام)

ابتدا ضابطه تابع نهایی را به دست می‌آوریم.

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}} y = f(x) - 4 \xrightarrow{\text{واحد پایین}} y = f(x) - 4$$

$$\xrightarrow{\text{انقباض با ضریب } 2 \text{ در جهت محور } x \text{ ها}} y = f\left(-\frac{1}{2}x\right) - 4$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = f\left(-\frac{1}{2}(x-4)\right) - 4 = y = f\left(-\frac{1}{2}x + 2\right) - 4$$

این ضابطه را با ضابطه  $\sqrt{x^2 - 3x} - 6$  برابر قرار می‌دهیم.

$$f\left(-\frac{1}{2}x + 2\right) - 4 = \sqrt{x^2 - 3x} - 6$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}x + 2\right) = \sqrt{x^2 - 3x} - 2$$

حال صفرهای تابع  $y = f\left(-\frac{1}{2}x + 2\right)$  را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{x^2 - 3x} - 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x} = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 4$$

این یعنی  $\frac{5}{2} = \frac{1}{2}(-1) + 2 = 0$  و  $0 = \frac{1}{2}(4) + 2 = 0$  صفرهای تابع $y = f(x)$  هستند که مجموع آن‌ها برابر  $\frac{5}{2}$  است.

(مسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱ تا ۱۲)



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

در بین روابط داده شده، فقط رابطه «الف» یعنی شرکت پذیری جمع ماتریسها همواره برقرار است.

رابطه «ب» نادرست است؛ چون جمع یک ماتریس و قرینه آن برابر ماتریس صفر یعنی  $\bar{O}$  است نه عدد صفر.

رابطه «پ» نیز در حالتی برقرار است که  $r \neq 0$  باشد که در عبارت داده شده این شرط دیده نمی‌شود.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۲۲- گزینه «۳»

(سوکندر روشنی)

با توجه به قطری بودن ماتریس A داریم:

$$\begin{cases} a-3=0 \Rightarrow a=3 \\ b+2=0 \Rightarrow b=-2 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$B = A \Rightarrow \begin{bmatrix} m & x \\ n & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ x=0 \\ n=0 \\ y=-5 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$my + na = 2(-5) + 0 \times 3 = -10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۳)

۲۳- گزینه «۱»

(کیوان داریبی)

برای پیدا کردن ماتریس A، مانند حل دستگاه دو معادله دو مجهول عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2A - 3B = \begin{bmatrix} -10 & -5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 2} 4A - 6B = \begin{bmatrix} -20 & -10 \\ 0 & 10 \end{bmatrix} \\ 3A + 2B = \begin{bmatrix} 11 & 12 \\ 13 & 14 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 9A + 6B = \begin{bmatrix} 33 & 36 \\ 39 & 42 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 13A = \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 13 & 26 \\ 39 & 52 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = 1+2+3+4=10$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۴- گزینه «۴»

(کیوان داریبی)

ابتدا مرتبه ماتریس B را تعیین می‌کنیم:

$$B_{m \times n} \times A_{n \times r} = (BA)_{r \times r} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases}$$

$$B = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \text{بنابراین B یک ماتریس } 3 \times 1 \text{ است، یعنی داریم:}$$

$$BA = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 2a & 3a \\ b & 2b & 3b \\ c & 2c & 3c \end{bmatrix}$$

از طرفی داریم:

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۲۵- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومصوب)

طبق تعریف برای درایه‌های ماتریس‌های A و B داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 2-1 \\ 2(2)-1 & 2^2-1 \\ 2(3)-1 & 2(3)-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1^2-1 & 1-2+1 & 1-3+1 \\ 2+2(1) & 2^2-1 & 2-3+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 12 & 9 & -3 \\ 20 & 12 & -4 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های قطر اصلی برابر است با:

$$4+9-5=8$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۲۶- گزینه «۴»

(مهرداد ملونری)

با توجه به این که ماتریس C اسکالر است، داریم:

$$\begin{cases} A + 3B = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \\ A - B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times 3} 3A - 3B = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$



(کیوان درایی)

۲۹- گزینه «۲»

به جای محاسبه کل ماتریس ABC، همان ستون مطلوب را پیدا می‌کنیم.

$$ABC = A(BC)$$

$$\Rightarrow (A(BC)) = A \times (\text{ستون چهارم } BC)$$

$$BC = \text{ستون چهارم } B \times C$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس A را از سمت چپ در ستون به دست آمده ضرب می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 24 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 8 + 8 + 24 = 40$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(امیرفسین ابومصوب)

۳۰- گزینه «۱»

با ضرب کردن ماتریس‌ها از سمت چپ، معادله را ساده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} x & 2x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ -4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [(a-8)x + 1 \quad x + 2 \quad -3x + a] \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow [(a-8)x^2 + x + 2x^2 + 4x - 3x + a] = 0$$

$$\Rightarrow (a-6)x^2 + 2x + a = 0$$

$$\text{حاصل ضرب جواب‌ها} = \frac{a}{a-6} = -5$$

$$\Rightarrow a = -5a + 30 \Rightarrow 6a = 30 \Rightarrow a = 5$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{-2}{a-6} \xrightarrow{a=5} \frac{-2}{-1} = 2$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

$$\xrightarrow{\text{جمع دو رابطه}} 4A = \begin{bmatrix} k+6 & 9 \\ -3 & k \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس A برابر ۲ است، پس مجموع درایه‌های ماتریس

4A برابر ۸ است و داریم:

$$(k+6) + 9 - 3 + k = 8 \Rightarrow 2k = -4 \Rightarrow k = -2$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس C، برابر  $2k = -4$  است.

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۲۷- گزینه «۳» (سولدر روشنی)

ابتدا عبارت خواسته شده در صورت سؤال را باز می‌کنیم:

$$\sum_{j=1}^4 a_{3j} = a_{31} + a_{32} + a_{33} + a_{34}$$

بنابراین مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس A خواسته شده است. برای

پیدا کردن این درایه‌ها کافی است سطر سوم ماتریس سمت چپ را در

ماتریس سمت راست ضرب کنیم.

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 3 & 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -1 & 12 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{j=1}^4 a_{3j} = 9 - 1 + 12 - 3 = 17$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۲۸- گزینه «۳» (امیرفسین ابومصوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & y \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 & 2y+4 \\ x-3 & 2y+1 \end{bmatrix}$$

ماتریس AB قطری است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 2y+4=0 \Rightarrow y=-2 \\ x-3=0 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

حال ماتریس BA را محاسبه می‌کنیم:

$$BA = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ -7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 6 \\ 2 & -1 & 4 \\ -12 & 10 & -27 \end{bmatrix}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بزرگ‌ترین درایه ماتریس BA، برابر ۱۰

است.

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)



ریاضیات گسسته

گزینه «۳» - ۳۱

(کیوان دارایی)

می‌دانیم حاصل ضرب عدد گویا در عدد گویا، عددی گویا است. بنابراین:

$$6\left(\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma}\right) \in \mathbb{Q}$$

بنابراین  $3\alpha + 2\beta$  عددی گویا است. از طرفی:

$$2\alpha + 3\beta = \frac{2}{3}(3\alpha + 2\beta) + \frac{5}{3}\beta$$

که  $\frac{2}{3}(3\alpha + 2\beta)$  طبق نتیجه بالا عددی گویا است و  $\frac{5}{3}\beta$  طبق فرض عددیگنگ است و در عین حال با برهان خلف ثابت می‌شود مجموع عددی گویا و عددی گنگ همیشه گنگ است و در نتیجه  $2\alpha + 3\beta$  گنگ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۵)

گزینه «۴» - ۳۲

(کیوان دارایی)

برای گزینه‌های «۱» تا «۳» مثال‌های نقض زیر وجود دارد.

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{1\} \quad C = \{2\} \quad (1)$$

$$A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{1, 3\} \quad (2)$$

$$A = \{1, 2\} \quad B = \{2\} \quad C = \{2, 3\} \quad (3)$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۲» - ۳۳

(رضا توکلی)

گزینه درست گزینه‌ای است که  $f\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)$  عدد گویا شود.

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow 2x-1 = \sqrt{5} \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 5 \Rightarrow x^2 - x = 1$$

اگر  $f(x) = x^2 - x + 5$  آن‌گاه  $f\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) = 6$  می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲ و ۳)

گزینه «۲» - ۳۴

(رضا توکلی)

ابتدا بررسی می‌کنیم چه موقع  $5a + 3b$  زوج است.

$$a + b \text{ زوج باشد.} \Rightarrow a + b = \underbrace{2a + 2b}_{\text{زوج}} + a + b = 5a + 3b \text{ زوج}$$

پس  $a$  و  $b$  هر دو زوج و یا هر دو فرد هستند پس  $a^2$  و  $b^2$  هم یا هر دوزوج یا هر دو فرد هستند و در نتیجه  $a^2 + b^2$  زوج است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۵ و ۶)

گزینه «۳» - ۳۵

(امیرفرسین ابومویب)

طبق اثبات به روش بازگشتی، حکم را درست فرض کرده و در نتیجه داریم:

$$x^2 + y^2 \geq x + y - \frac{1}{4} \xrightarrow{x^2} 2x^2 + 2y^2 \geq 2x + 2y - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + y^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2x - 2y) + (x^2 + y^2 - 2xy) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x + y - 1)^2 + (x - y)^2 \geq 0$$

رابطه اخیر همواره درست است و تمام روابط برگشت پذیر هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۶ تا ۸)

گزینه «۳» - ۳۶

(سوگند روشنی)

برای عدد صحیح  $a$ ، اگر  $a^2$  زوج باشد،  $a$  نیز زوج است. بنابراین چون

$$\frac{n(n+1)}{3} \text{ زوج است.} \Rightarrow \frac{n(n+1)}{3} \text{ نیز زوج است.} \Rightarrow n(n+1) = 3k$$

حاصل ضرب دو عدد متوالی و قطعاً زوج است. بنابراین کافی است  $n = 3k$ یا  $n + 1 = 3k$  باشد.

$$n = 3k \Rightarrow 20 \leq 3k \leq 100 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{تعداد: } 33 - 7 + 1 = 27$$

$$n = 3k - 1 \Rightarrow 20 \leq 3k - 1 \leq 100 \Rightarrow 7 \leq k \leq 33$$

$$\Rightarrow \text{تعداد: } 27$$

بنابراین مجموعاً ۵۴ عدد طبیعی برای  $n$  از مجموعه مورد نظر وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه ۵)



عبارت سوم نیز قطعاً زوج است زیرا  $b_۳$  با یکی از اعداد  $a_۱$  یا  $a_۲$  یا  $a_۳$  برابر است و در نتیجه یکی از پرانتزها برابر عدد صفر است. ولی عبارت چهارم می‌تواند زوج نباشد؛ مثال نقض:

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 2 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} b_1 & b_2 & b_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 2 & 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow a_1 b_1 + 2a_2 b_2 + 3a_3 b_3 = 2 + 2(2) + 3(2) = 23 \text{ فرد}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۶)

(علی منصف شکری)

۳۹- گزینه «۱»

اعداد  $3n+1$  و  $3n+2$  متوالی هستند و مجموع هر توانی از آنها فرد است. بنابراین  $ab$  فرد و  $a$  و  $b$  هر کدام فرد هستند. در نتیجه  $a^2 + b^2$  همواره زوج است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۵)

(علی منصف شکری)

۴۰- گزینه «۱»

طرفین نامساوی را در ۲ ضرب می‌کنیم و خواهیم داشت:

$$2a^2 + 2b^2 + 2k^3 \geq 2a + 2ab + 2b$$

$$a^2 + b^2 - 2ab + a^2 - 2a + b^2 - 2b + 2k^3 \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (a-1)^2 - 1 + (b-1)^2 - 1 + 2k^3 \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 2 - 2k^3$$

$$\Rightarrow 2 - 2k^3 \leq 0 \Rightarrow k^3 \geq 1 \Rightarrow k \geq 1 \Rightarrow \min(k) = 1$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(سولندر روشنی)

۳۷- گزینه «۴»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ مثال نقض: عدد گویا: صفر - عدد گنگ:  $\sqrt{5}$

(۲) نادرست؛ مثال نقض: به ازای  $n = 6$ ، اعداد ۶۳ و ۶۵ به دست می‌آیند که هیچ کدام عدد اول نیستند.

(۳) نادرست؛ مثال نقض:  $n = 3$

(۴) درست؛ زیرا برای این که رابطه گفته شده، درست باشد، باید حداقل یکی از اعداد  $a$  یا  $b$  صفر باشد.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a+b = a+b+2\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{ab} = 0 \Rightarrow a=0 \text{ یا } b=0$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

(سولندر روشنی)

۳۸- گزینه «۳»

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول قطعاً زوج است و با برهان خلف اثبات می‌شود. فرض می‌کنیم

$$(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3) \text{ فرد باشد، بنابراین هر کدام از}$$

$$(a_1 - b_1), (a_2 - b_2) \text{ و } (a_3 - b_3) \text{ فرد هستند و می‌دانیم جمع ۳}$$

عدد فرد، فرد است.

$$\text{فرد } a_1 - b_1 + a_2 - b_2 + a_3 - b_3 =$$

$$\Rightarrow (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) = 0 \text{ فرد (تناقض)}$$

عبارت دوم نیز قطعاً زوج است. زیرا حاصل  $a_1 a_2 a_3$  و  $b_1 b_2 b_3$  با هم

برابر است. در نتیجه:

$$3a_1 a_2 a_3 + b_1 b_2 b_3 = 4(a_1 a_2 a_3) \text{ زوج است}$$

B روی نیمساز زاویه  $\widehat{ADC}$  قرار دارد، پس از دو ضلع این زاویه به یک فاصله است، یعنی مطابق شکل  $BH = AB = ۸$  و در نتیجه داریم:

$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BDC} = \frac{1}{2} \times ۸ \times ۱۵ + \frac{1}{2} \times ۸ \times ۱۹$$

$$= \frac{1}{2} \times ۸(۱۵ + ۱۹) = ۴ \times ۳۴ = ۱۳۶$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴۴- گزینه «۴» (امیرمسین ابومیبوب)

با توجه به این که  $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{۲} + \hat{C}$ ، پس  $\hat{A} > \hat{C}$  از طرفی داریم:

$$\hat{B} > 0: \frac{\hat{B}}{۲} < \hat{B} \Rightarrow \hat{A} + \frac{\hat{B}}{۲} + \hat{C} < \underbrace{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}_{۱۸۰}$$

$$\Rightarrow ۲\hat{A} < ۱۸۰ \Rightarrow \hat{A} < ۹۰$$

اما در مورد اندازه زاویه B نمی‌توان قضاوت کرد و این زاویه می‌تواند حاده، قائمه یا منفرجه باشد. به عنوان مثال داریم:

۱) مثلث حاده الزاویه  $\Rightarrow \hat{B} = ۸۰^\circ$ ،  $\hat{C} = ۳۰^\circ$ ،  $\hat{A} = ۷۰^\circ$

۲) مثلث قائم الزاویه  $\Rightarrow \hat{B} = ۹۰^\circ$ ،  $\hat{C} = ۲۲/۵^\circ$ ،  $\hat{A} = ۶۷/۵^\circ$

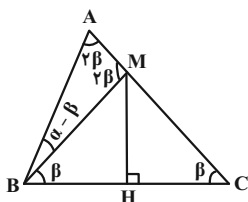
۳) مثلث منفرجه الزاویه  $\Rightarrow \hat{B} = ۱۰۰^\circ$ ،  $\hat{C} = ۱۵^\circ$ ،  $\hat{A} = ۶۵^\circ$

پس محل تلاقی ارتفاع‌های این مثلث، می‌تواند درون یا بیرون مثلث و یا روی یکی از رأس‌های آن باشد.

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه ۱۹)

۴۵- گزینه «۳» (امیر مالیر)

نقطه M روی عمودمنصف پاره خط BC قرار دارد، پس از دو سر این پاره خط به یک فاصله است، یعنی داریم:



$$BM = CM \xrightarrow{AB=CM} BM = AB$$

بنابراین مثلث ABM متساوی‌الساقین است. از طرفی مطابق شکل با فرض

$$\widehat{MBC} = \beta \text{ داریم:}$$

$\Delta BMC$ :  $\widehat{AMB}$  زاویه خارجی است:

$$\Rightarrow \widehat{AMB} = \beta + \beta = ۲\beta \xrightarrow{\Delta AMB} \hat{A} = \widehat{AMB} = ۲\beta$$

$$\Delta ABM: \alpha - \beta + ۲\beta = ۱۸۰ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۸۰$$

هندسه ۱

۴۱- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومیبوب)

می‌دانیم در یک مثلث اگر دو زاویه نابرابر باشند، آن‌گاه ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگ‌تر، از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

زاویه A نمی‌تواند کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC باشد، چون در این

صورت مجموع زوایای مثلث ABC بزرگ‌تر از  $۱۸۰^\circ$  خواهد شد که

غیرممکن است. بنابراین ضلع BC (ضلع روبه‌رو به زاویه A) نمی‌تواند

کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC باشد. دقت کنید که در مورد این که ضلع

BC بزرگ‌ترین ضلع ABC باشد، نمی‌توان قضاوت کرد. به عنوان مثال

داریم:

حالت ۱:  $\hat{A} = ۷۵^\circ$ ،  $\hat{B} = ۶۰^\circ$ ،  $\hat{C} = ۴۵^\circ$

$\Rightarrow$  BC بزرگ‌ترین ضلع است

حالت ۲:  $\hat{A} = ۷۵^\circ$ ،  $\hat{B} = ۹۰^\circ$ ،  $\hat{C} = ۱۵^\circ$

$\Rightarrow$  BC بزرگ‌ترین ضلع نیست

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۴۲- گزینه «۳» (مهمر عمیری)

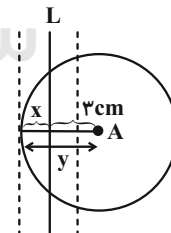
نقاطی که از خط L به فاصله x هستند دو خط به موازات آن و در دو طرف و

به فاصله x از آن می‌باشند. همچنین نقاطی که از A به فاصله y هستند

دایره‌ای به مرکز A و شعاع y می‌باشد. برای آن که مسئله سه جواب داشته

باشد، باید دایره یکی از خطوط را در دو نقطه قطع کند و بر دیگری مماس

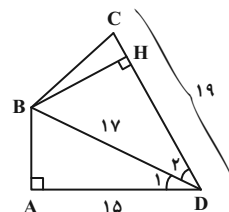
باشند، به عبارت دیگر باید:  $۳ + x = y$  برقرار باشد.



(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴۳- گزینه «۱» (فراز دگالوی تهرانی)

طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ABD داریم:



$$AB^2 = BD^2 - AD^2 = ۱۷^2 - ۱۵^2 = ۶۴ \Rightarrow BD = ۸$$

$$\triangle CAM : NP \parallel AM \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CP}{MP} = \frac{CN}{NA} = 2$$

$$\Rightarrow CP = 2MP \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{BM}{CM} = \frac{BM}{CP+MP} = \frac{MP}{2MP} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(ممد ناصر)

۴۹- گزینه «۲»

طبق قضیه تالس در دو مثلث ABC و AEC داریم:

$$DF \parallel AE \Rightarrow \frac{CF}{EF} = \frac{CD}{AD} \quad (1)$$

$$DE \parallel AB \Rightarrow \frac{CE}{BE} = \frac{CD}{AD} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{CF}{EF} = \frac{CE}{BE} \xrightarrow{CF=2EF} \frac{CE}{BE} = 2 \Rightarrow CE = 2BE$$

بنابراین اگر  $EF = x$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} FC = 2x \\ BE = \frac{3}{2}x \end{cases}$$

دو مثلث DEF و BDC در ارتفاع رسم شده از رأس D مشترک‌اند،

پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر نسبت قاعده‌های آن‌ها است و در نتیجه

داریم:

$$\frac{S_{DEF}}{S_{BDC}} = \frac{EF}{BC} = \frac{x}{2x+x+\frac{3}{2}x} = \frac{x}{\frac{9}{2}x} = \frac{2}{9}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۷)

(اخشین فاصه‌فان)

۵۰- گزینه «۴»

$$\triangle PAB : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{PF}{PB} \quad (1)$$

$$\triangle PBC : FN \parallel PC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{PF}{PB} = \frac{CN}{BC} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{EF}{AB} = \frac{CN}{BC} \xrightarrow{AB=BC} EF = CN$$

با توجه به شکل داریم:

$$ME + FN = MN - EF = BC - CN = BN$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

$$\Rightarrow \beta = \frac{180^\circ - \alpha}{3} \Rightarrow \hat{C} = \frac{180^\circ - \alpha}{3} = 60^\circ - \frac{\alpha}{3}$$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرالال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(امیرمسین ابومنیوب)

۴۶- گزینه «۲»

در هر مثلث، نسبت ارتفاع‌های وارد بر دو ضلع، عکس نسبت اندازه‌های آن

دو ضلع است. حال فرض کنیم  $a = 12$  و  $b = 15$  باشد. با توجه به فرض

سؤال داریم:

$$h_a + h_b = 3h_c \xrightarrow{+h_c} \frac{h_a}{h_c} + \frac{h_b}{h_c} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = 3 \Rightarrow \frac{c}{12} + \frac{c}{15} = 3$$

$$\xrightarrow{\times 60} \Delta c + 4c = 180 \Rightarrow 9c = 180 \Rightarrow c = 20$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(ممد فخران)

۴۷- گزینه «۲»

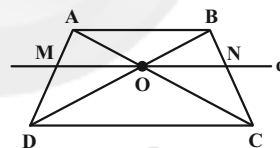
توجه: در دوزنقه، دو مثلث AOB و COD با هم متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{AO}{OC} = \frac{AB}{CD} \quad \text{و از آنجا که } AB < CD \text{ در نتیجه } \frac{AO}{OC} < 1 \text{؛ از طرفی}$$

طبق قضیه تالس در مثلث ACD،  $(MO \parallel CD)$  داریم:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{AO}{OC} \quad \text{که با توجه به فرض } \frac{AM}{MD} = \frac{2}{3} \text{، همچنین طبق قضیه}$$

$$\text{تالس در دوزنقه } \frac{BN}{NC} = \frac{2}{3} \text{ است، پس داریم:}$$



$$\begin{cases} \triangle ACD : \frac{MO}{DC} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{MO}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow MO = 4 \\ \triangle BCD : \frac{ON}{DC} = \frac{BN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow ON = 4 \end{cases}$$

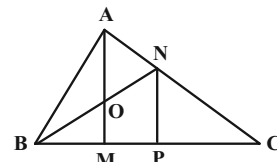
$$\Rightarrow MN = MO + ON = 8$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

(فرشار صدیقی‌فر)

۴۸- گزینه «۱»

NP را موازی AM رسم می‌کنیم.



$$\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC-AN} = \frac{1}{3-1} \Rightarrow \frac{AN}{CN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{CN}{NA} = 2$$

$$\triangle BNP : OM \parallel NP \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BM}{MP} = \frac{OB}{ON} = 1$$

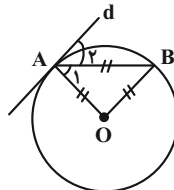
$$\Rightarrow BM = MP \quad (1)$$

هندسه ۲

گزینه «۱» ۵۱

(معمّر قنران)

مثلث OAB متساوی‌الاضلاع است، پس داریم:



$$\widehat{AOB} = \alpha \Rightarrow \widehat{AB} = \alpha$$

خط d در نقطه A بر دایره مماس است، پس زاویه  $\hat{A}_\alpha$  زاویه ظلی است

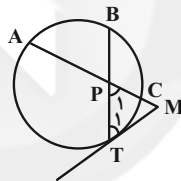
و در نتیجه داریم:

$$\hat{A}_\alpha = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{\alpha}{2} = 30^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

گزینه «۱» ۵۲

(افشین فاضله‌فان)



$$\hat{T}_1 = \frac{\widehat{TC} + \widehat{BC}}{2} \quad (\text{زاویه ظلی})$$

$$\hat{P}_1 = \frac{\widehat{AB} + \widehat{TC}}{2}$$

مثلث MPT متساوی‌الاضلاع است، پس داریم:

$$\hat{T}_1 = \hat{P}_1 = 60^\circ \Rightarrow \widehat{TC} + \widehat{BC} = \widehat{AB} + \widehat{TC} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BC}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

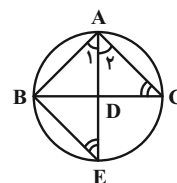
گزینه «۴» ۵۳

(فرشار صریقی‌فر)

$$\begin{cases} \hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ محاطی} \\ \hat{E} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ محاطی} \end{cases} \text{ و } \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AD \cdot AE$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)



گزینه «۳» ۵۴ (امیرمسین ابومویب)

اندازه هر ضلع n ضلعی منتظم محاط در دایره‌ای به شعاع R، برابر

$$2R \sin \frac{180^\circ}{n}$$

$$2R \tan \frac{180^\circ}{n}$$

است، پس خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{2R \sin \frac{180^\circ}{9}}{9} = \frac{\sin 20^\circ}{\tan 10^\circ} = \frac{\sin 20^\circ}{\frac{\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ}} = 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ$$

$$\frac{2R \tan \frac{180^\circ}{18}}{18} = \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}$$

$$= 2 \cos^2 10^\circ = 2a^2$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

گزینه «۴» ۵۵

(افشین فاضله‌فان)

فرض کنیم  $\widehat{BC} = 2x$  باشد. در این صورت  $\widehat{AB} = \widehat{AD} = 4x$  است و

داریم:

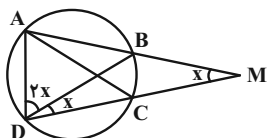
$$\widehat{AMD} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} = \frac{4x - 2x}{2} = x$$

$$\widehat{BDC} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{2x}{2} = x \quad (\text{زاویه محاطی})$$

$$\widehat{ADB} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{4x}{2} = 2x \quad (\text{زاویه محاطی})$$

زاویه  $\widehat{DAB}$  زاویه محاطی رو به قطر BD و برابر  $90^\circ$  است، پس مطابق

شکل داریم:

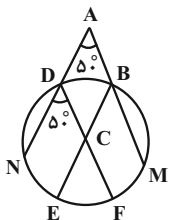


$$\triangle AMD: 2x + x + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4x = 90^\circ \Rightarrow x = 22.5^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه «۲» ۵۶

(معمّر قنران)

فرض کنید  $\widehat{BD} = \alpha$  باشد. در این صورت داریم:

$$BM \parallel DF \Rightarrow \widehat{MF} = \widehat{BD} = \alpha$$

$$DN \parallel BE \Rightarrow \widehat{NE} = \widehat{BD} = \alpha$$

کمترین فاصله رتوس دوزنقه تا نقاط واقع بر محیط دایره برابر طول پاره خط BM در شکل فوق است. با توجه به شکل داریم:

$$BM = OB - OM = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(امیرمسین ابومفیوب)

۵۹- گزینه «۲»

طبق فرض  $r = 4 - 2\sqrt{2}$  و  $r_a = 4 + 2\sqrt{2}$  است. چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس  $r_b = r_c$  بوده و در نتیجه داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4+2\sqrt{2}} + \frac{2}{r_b} = \frac{1}{4-2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{1}{4-2\sqrt{2}} - \frac{1}{4+2\sqrt{2}} = \frac{4+2\sqrt{2}-4+2\sqrt{2}}{(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{r_b} = \frac{4\sqrt{2}}{8} \Rightarrow r_b = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۶ و ۲۹)

(امیرمسین ابومفیوب)

۶۰- گزینه «۱»

فرض کنید شعاع دایره کوچک‌تر برابر R و شعاع دایره بزرگ‌تر nR باشد. در این صورت داریم:

$$\sqrt{(\sqrt{10}R)^2 - (nR - R)^2} = 3\sqrt{(\sqrt{10}R)^2 - (nR + R)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 10R^2 - (n-1)^2 R^2 = 9(10R^2 - (n+1)^2 R^2)$$

$$\xrightarrow{+R^2} 10 - (n-1)^2 = 9(10 - (n+1)^2)$$

$$\Rightarrow 10 - n^2 + 2n - 1 = 90 - 9n^2 - 18n - 9$$

$$\Rightarrow 8n^2 + 20n - 72 = 0 \Rightarrow n^2 + \frac{5}{2}n - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (n-2)(n+\frac{9}{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -\frac{9}{2} \end{cases} \text{ غ ق}$$

پس شعاع دایره بزرگ‌تر، ۲ برابر شعاع دایره کوچک‌تر است.

(هنرسه ۲- رایره: صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

$$AB \parallel DC \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{A} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NEF} = 100^\circ \Rightarrow \widehat{EF} = 100^\circ - \alpha$$

از طرفی مجموع طول‌های دو کمان BM و DN،  $\frac{1}{3}$  محیط دایره است.

پس داریم:

$$\widehat{DN} + \widehat{BM} = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$(\widehat{DN} + \widehat{BM}) + \widehat{BD} + \widehat{MF} + \widehat{EF} + \widehat{NE} = 360^\circ$$

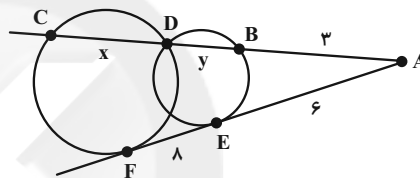
$$\Rightarrow 120^\circ + \alpha + \alpha + (100^\circ - \alpha) + \alpha = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\alpha = 140^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ \Rightarrow \widehat{EF} = 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$$

(هنرسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(عمیر ناصر)

۵۷- گزینه «۳»



طبق روابط طولی برای دایره کوچک‌تر داریم:

$$AE^2 = AB \times AD \Rightarrow 6^2 = 3(3+y) \Rightarrow 36 = 9+3y$$

$$\Rightarrow 3y = 27 \Rightarrow y = 9$$

طبق روابط طولی برای دایره بزرگ‌تر داریم:

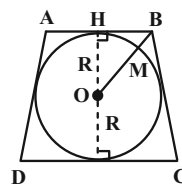
$$AF^2 = AD \times AC \Rightarrow 14^2 = 12(12+x)$$

$$\Rightarrow 196 = 144 + 12x \Rightarrow 12x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{12} = \frac{13}{3}$$

(هنرسه ۲- رایره: صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(سولندر روشنی)

۵۸- گزینه «۳»



در دوزنقه متساوی‌الساقینی که بر یک دایره محیط است، قطر دایره محاطی واسطه هندسی قاعده‌های دوزنقه است، بنابراین داریم:

$$(2R)^2 = AB \times CD \Rightarrow 4R^2 = 3 \times \frac{16}{3} = 16$$

$$\Rightarrow R^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

$$\triangle OBH : OB^2 = OH^2 + BH^2 = 2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow OB = \frac{5}{2}$$



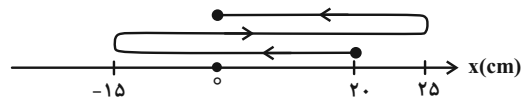


## فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

می‌دانیم مسافت طی شده برابر طول مسیر حرکتی است که متحرک طی می‌کند. بنابراین با توجه به مسیر حرکت رسم شده در زیر، مسافت طی شده برابر است با:



$$l = |-15 - 20| + |25 - (-15)| + |0 - 25|$$

$$l = 35 + 40 + 25 = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ و ۳)

۶۲- گزینه «۳»

(مسعود قره‌فانی)

ابتدا محیط دایره را به دست می‌آوریم:

$$L = 2\pi r = 2\pi \times 20 \text{ m} \rightarrow d = 2 \times 3 \times 20 = 120 \text{ m}$$

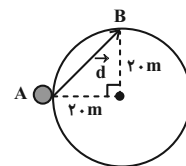
اکنون با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را در مدت ۲۰s پیدا می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \rightarrow \frac{\Delta t = 20 \text{ s}}{s_{av} = 7/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow \frac{l}{20} = \frac{7}{5} \Rightarrow l = 140 \text{ m}$$

می‌بینیم، مسافت طی شده توسط متحرک به اندازهٔ  $140 - 120 = 20 \text{ m}$ بیشتر از محیط دایره است. با توجه به این که  $20 \text{ m}$  برابر  $\frac{1}{4}$  محیط دایره $(120 \text{ m})$  می‌باشد، مطابق شکل زیر، متحرک بعد از  $20 \text{ s}$  و یک دور کامل

از نقطهٔ A عبور می‌کند و به نقطهٔ B می‌رسد. بنابراین، با محاسبهٔ

جابه‌جایی متحرک، اندازهٔ سرعت متوسط آن را می‌یابیم:



$$d = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2} \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \rightarrow v_{av} = \frac{20\sqrt{2}}{20} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۳- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

بررسی موارد:

الف) درست؛ متحرک در لحظه‌های  $t_1$ ،  $t_3$  و  $t_4$  از مبدأ مکان عبور کرده است.

ب) نادرست؛ جهت حرکت متحرک دو بار در لحظه‌های  $t_4$  و  $t_5$  تغییر کرده است.

پ) نادرست؛ جابه‌جایی متحرک در کل زمان حرکت برابر  $\Delta x = 10 - (-10) = 20 \text{ m}$  است.

ت) درست؛ در لحظه‌های  $t_4$  و  $t_5$  که شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان صفر می‌شود، تندی متحرک صفر می‌شود.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۴- گزینه «۲»

(میشی نکوئیان)

برای به دست آوردن سرعت متوسط  $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$  در جابه‌جایی بین

مکان‌های  $x_1$  و  $x_2$ ، چهار حالت زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$t_1 < t < t_2: \quad |v_{av_1}| = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t'}$$

$$t_1 < t < t_3: \quad |v_{av_2}| = \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t'}$$

$$t_2 < t < t_4: \quad |v_{av_3}| = \frac{|x_1 - x_2|}{\Delta t'}$$

$$t_3 < t < t_4: \quad |v_{av_4}| = \frac{|x_1 - x_2|}{\Delta t'}$$

ملاحظه می‌شود که  $|v_{av_3}|$  بیشترین و  $|v_{av_4}|$  کمترین اندازهٔ سرعت

متوسط می‌باشند. بنابراین داریم:

$$|v_{av_3}| - |v_{av_4}| = 12 \Rightarrow \frac{|x_1 - x_2|}{\Delta t'} - \frac{|x_2 - x_1|}{\Delta t'} = 12$$

$$\Rightarrow \frac{4(x_1 - x_2)}{\Delta t'} = 12 \Rightarrow \frac{x_1 - x_2}{\Delta t'} = 15$$

$$v_{av_3} = \frac{x_1 - x_2}{\Delta t'} = \frac{15 \text{ m}}{4 \text{ s}}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



(مبتنی نگوئید)

۶۷- گزینه «۳»

با توجه به رابطه تندی متوسط  $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$  و سرعت متوسط

$$(\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}) \text{ می توان نوشت:}$$

$$s_{av} = v_{av} + \frac{40}{100} v_{av} \Rightarrow s_{av} = \frac{140}{100} v_{av}$$

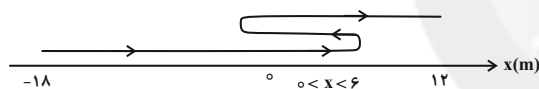
$$\Rightarrow \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{v}{5} \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \ell = \frac{v}{5} d$$

$$\frac{d=12-(-18)=30\text{m}}{5} \rightarrow \ell = \frac{v}{5} \times 30 = 42\text{m}$$

بررسی موارد:

الف) درست؛ متحرک می‌تواند در مکان  $x_p$ ، بعد از مکان  $x_p$  و یا قبل از مکان  $x_p$  تغییر جهت حرکت دهد که در همه این حالت‌ها با توجه به شرایط سؤال، در لحظه  $t_p$  در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

ب) نادرست؛ اگر متحرک در مکان‌های کمتر از  $6\text{m}$  برای اولین بار تغییر جهت دهد، جهت بردار مکان سه بار تغییر می‌کند.



پ) درست؛ با توجه به این که اختلاف مسافت و جابه‌جایی،  $12\text{m}$  است، در همه حالت‌ها فاصله دو نقطه‌ای که متحرک در آن‌ها تغییر جهت می‌دهد،  $6\text{m}$  است.

ت) درست؛ با توجه به این که اولین تغییر جهت در مکان‌های مثبت اتفاق می‌افتد و اختلاف مسافت و جابه‌جایی،  $12$  متر است، در دومین تغییر جهت، فاصله متحرک از مکان  $x_p$ ، قطعاً کمتر از  $18$  متر است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

(پورا علاقه‌مند)

۶۸- گزینه «۲»

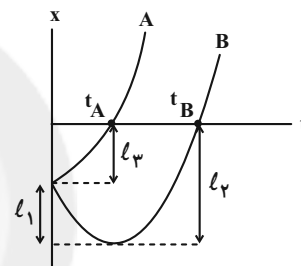
ابتدا اندازه سرعت متوسط را به دست می‌آوریم. با توجه به داده‌های روی نمودار داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 - (-12)}{16} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اکنون سرعت در لحظه  $t = 16\text{s}$  را که برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان است، می‌یابیم:

۶۵- گزینه «۴» (مسعود فخرانی)

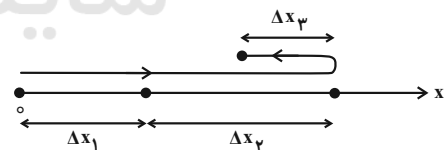
می‌دانیم لحظه‌ای که نمودار مکان- زمان محور زمان را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند و مطابق شکل زیر، متحرک  $A$  در لحظه  $t_A$  و متحرک  $B$  در لحظه  $t_B$  از مبدأ مکان عبور می‌کند. مطابق این شکل، مسافتی که متحرک  $A$  در بازه زمانی صفر تا  $t_A$  طی می‌کند برابر  $\ell_1$  و مسافتی که متحرک  $B$  در بازه زمانی صفر تا  $t_B$  طی می‌کند برابر  $\ell_2$  است. بنابراین طبق تعریف تندی متوسط  $s_{av, A} = \frac{\ell_1}{t_A}$  و  $s_{av, B} = \frac{\ell_1 + \ell_2}{t_B}$  است. با توجه به این که  $t_B > t_A$  است، اما مشخص نیست  $\ell_1 + \ell_2$  چه مقدار از  $\ell_1$  بزرگ‌تر است. بسته به شرایط هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۶۶- گزینه «۱» (مسام تارری)

با توجه به شکل زیر و استفاده از رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط داریم:



$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 - \Delta x_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} \quad \Delta x = v_{av} \Delta t$$

$$v_{av} = \frac{v_{av,1} \Delta t_1 + v_{av,2} \Delta t_2 - v_{av,3} \Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3}$$

$$v_{av} = \frac{30 \times 20 + 40 \times 25 - 10 \times 5}{20 + 25 + 5} = \frac{1550}{50} = 31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3|}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{30 \times 20 + 40 \times 25 + 10 \times 5}{20 + 25 + 5}$$

$$= \frac{1650}{50} = 33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

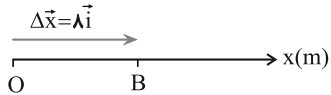
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



### فیزیک ۳- آشنا

(کتاب آبی)

۷۱- گزینه «۳»



جابه‌جایی برداری است که نقطه آغازین حرکت (O) را به نقطه پایانی آن (B) متصل می‌کند که مطابق شکل بردار  $\vec{OB}$  و در سوی مثبت محور  $x$  است و داریم:

$$\vec{OB} = \lambda \vec{i}$$

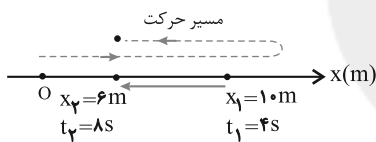
اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد، بنابراین بردار مکان همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

(کتاب آبی)

۷۲- گزینه «۲»

با توجه به شکل هر یک از موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:



با توجه به شکل فوق، چون متحرک در لحظه  $t_1 = 4s$  در مکان  $x_1 = 10m$  است و فقط یک بار تغییر جهت داده است، قطعاً در مکان‌های  $x > 10m$  یا  $x = 10m$  این تغییر جهت رخ داده است؛ زیرا اگر در مکان‌های  $6m < x < 10m$  تغییر جهت رخ دهد، دیگر نمی‌تواند در لحظه  $t = 4s$  به مکان  $x_1 = 10m$  برسد. با توجه به این توضیحات:

(الف) نادرست است. در صورتی که متحرک در لحظه  $t_1 = 4s$  تغییر جهت دهد، در بازه زمانی  $4s$  تا  $8s$  (چهار ثانیه دوم) طول بردار مکان همواره کاهش می‌یابد.

(ب) درست است. با توجه به شکل جهت بردار جابه‌جایی ( $\vec{d}$ ) در خلاف جهت محور  $x$  است.

(پ) نادرست. اگر بردار سرعت متحرک در لحظه  $t_1 = 4s$  در جهت منفی محور  $x$  باشد، در این صورت قبل از لحظه  $t = 4s$  جهت حرکت متحرک تغییر کرده است یعنی در لحظه  $t = 4s$  تغییر جهت رخ داده است.

(ت) درست است. در این بازه زمانی بردار مکان همواره مثبت است.

$$v_{16s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{24-8}{16-0} = 1 \frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{av}}{v_{16s}} = \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

در آخر داریم:

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

۶۹- گزینه «۳»

گزینه‌های «۱» و «۲» نادرست است.

سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان است. در این شکل نمی‌توان شیب خط مماس در لحظه  $t = 3s$  را محاسبه کرد زیرا اندازه قسمت افقی را نداریم که بتوانیم شیب خط را محاسبه کنیم.

گزینه «۳»: درست؛ سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا  $3s$  برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_3 - x_0}{3 - 0} = \frac{8 - 23}{3} = -5 \frac{m}{s} \Rightarrow |v_{av}| = 5 \frac{m}{s}$$

گزینه «۴»: نادرست؛ چون متحرک تغییر جهت داده است، تندی متوسط در بازه زمانی صفر تا  $3s$  بیشتر از اندازه سرعت متوسط در این بازه است.

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مهمدکظم منشاری)

۷۰- گزینه «۲»

ابتدا با استفاده از رابطه تندی متوسط، مسافت طی شده در  $5$  ثانیه اول حرکت را می‌یابیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow \frac{s_{av} = 6 \frac{m}{s}}{\Delta t = 5s} \Rightarrow 6 = \frac{\ell}{5} \Rightarrow \ell = 30m$$

با توجه به داده‌های روی نمودار در شکل زیر،  $x_0$  را می‌یابیم:



$$\ell = |8 - x_0| + |0 - 8| \Rightarrow 30 = 8 - x_0 + 8 \Rightarrow x_0 = -14m$$

اکنون اندازه سرعت متوسط را پیدا می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{x_2 = 0, \Delta t = 5 - 0 = 5s}{x_1 = x_0 = -14m}$$

$$v_{av} = \frac{0 - (-14)}{5} = 2.8 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

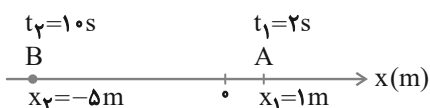


با توجه به این که ضریب  $t^2$  منفی است، سهمی دارای ماکزیمم و نمودار مطابق شکل خواهد بود. با توجه به نمودار مسافت طی شده از  $t = 0$  تا  $t'$  به

$$\ell = 5 + 4 + 4 + 21 = 34 \text{ m} \quad \text{صورت مقابل حساب می‌شود.}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۷۵- گزینه «۳» (کتاب آبی)



در اینجا موقعیت متحرک در دو لحظه  $t_1$  و  $t_2$  مشخص است. اما این که در این بین، متحرک تغییر جهت داده است یا خیر، نامعلوم است. بنابراین نمی‌توان به‌طور قطعی تندی متوسط را محاسبه کرد. اما الزاماً بزرگ‌تر یا مساوی سرعت متوسط متحرک خواهد بود.

$$s_{av} \geq v_{av}$$

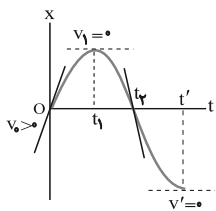
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-5 - 1}{10 - 2} = \frac{-6}{8} \Rightarrow |v_{av}| = 0.75 \text{ m/s}$$

$$s_{av} \geq 0.75 \text{ m/s} \quad \text{بنابراین خواهیم داشت:}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۶- گزینه «۳» (کتاب آبی)

سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار  $x-t$  است. مطابق شکل  $v_1 > 0$  و  $v_2 = 0$  بنابراین تا لحظه  $t_1$  بزرگی سرعت در حال کاهش است. (در  $t_1$  به صفر می‌رسد) و از  $t_1$  به بعد افزایش می‌یابد و چون در نهایت و در لحظه  $t'$  به صفر می‌رسد در یک لحظه  $(t_2)$  به بعد الزاماً بزرگی سرعتش کاهش می‌یابد تا به صفر برسد. این نقطه را در ریاضی، نقطه عطف منحنی می‌گوییم. (در این نمودار لحظه  $t_2$ )



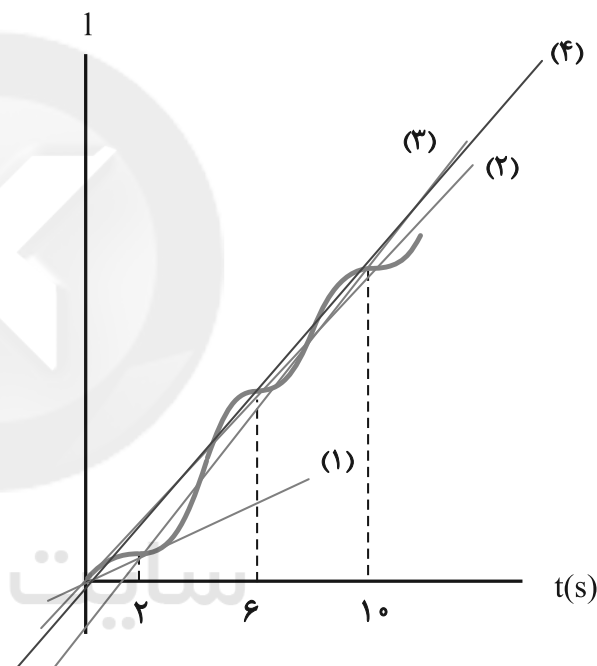
(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

بنابراین، ۲ عبارت از عبارتهای داده شده درست است.

(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۳- گزینه «۳» (کتاب آبی)

ابتدا از روی نمودار مکان - زمان، نمودار مسافت - زمان را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار مسافت - زمان در بازه‌های زمانی که جابه‌جایی منفی (بخش‌های نزولی تابع) است، قرینه نمودار مکان - زمان را نسبت به محور زمان رسم می‌کنیم و در بازه‌هایی که جابه‌جایی مثبت (تابع صعودی است) است، نمودار، تغییر نمی‌کند. شیب نمودار مسافت - زمان در هر بازه زمانی برابر تندی متوسط در آن بازه است. همانطور که در شکل دیده می‌شود، شیب خط در بازه  $t = 2\text{s}$  تا  $t = 10\text{s}$  بیشتر از بقیه است.



(فیزیک ۳- حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۷۴- گزینه «۴» (کتاب آبی)

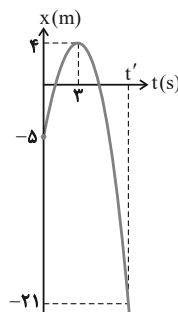
ابتدا نمودار  $x-t$  را رسم می‌کنیم، سپس مسافت خواسته شده را می‌یابیم:

$$x = -t^2 + 6t - 5$$

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3\text{s}$$

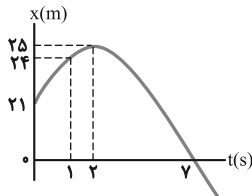
$$\Rightarrow x_s = 4\text{m} \Rightarrow S(3, 4)$$

t(s)	0	3
x(m)	-5	4



$$x_s = -(2)^2 + 4 \times 2 + 21 = -4 + 8 + 21 = 25 \text{ m}$$

t	۰	۱	۲	۳	۴
x	۲۱	۲۴	۲۵	۲۴	۲۱



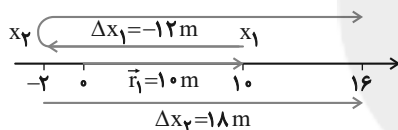
با توجه به نمودار از لحظه  $t = 2s$  تا  $t = 7s$  اندازه بردار مکان متحرک همواره در حال کاهش است که سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است با:

$$v_{av} = \frac{x_7 - x_2}{t_7 - t_2} \Rightarrow v_{av} = \frac{0 - 25}{7 - 2} = -5 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۸۰- گزینه «۱» (کتاب آبی)

ابتدا مسیر حرکت متحرک روی محور Xها را مشخص می‌کنیم. مکان متحرک در  $t_1 = 2s$  برابر  $x_1 = 10 \text{ m}$  است.



حال  $x_2$  را می‌یابیم:

$$\Delta x_1 = v_{av1} \times \Delta t_1 \quad \xrightarrow{v_{av1} = -6 \text{ m/s}, \Delta t_1 = 4 - 2 = 2s}$$

$$\Delta x_1 = -6 \times 2 = -12 \text{ m}$$

اکنون اگر روی محور  $12 \text{ m}$  به چپ برویم به  $x_2 = -2 \text{ m}$  می‌رسیم.

در مرحله دوم داریم:

$$\Delta x_2 = v_{av2} \times \Delta t_2 \quad \xrightarrow{v_{av2} = 3 \text{ m/s}, \Delta t_2 = 6s}$$

$$\Delta x_2 = 3 \times 6 = 18 \text{ m}$$

بنابراین سرعت متوسط کل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{-12 + 18}{2 + 6} = \frac{6}{8} = 0.75 \text{ m/s}$$

برای یافتن مکان پایانی ( $x_3$ ) از شکل کمک می‌گیریم. با توجه به مسیر حرکت و تغییر جهت، ابتدا از  $10 \text{ m}$  به  $-2 \text{ m}$  و از این نقطه به  $16 \text{ m}$  می‌رسد و نقطه پایانی و بردار مکان آن به صورت زیر می‌باشد:

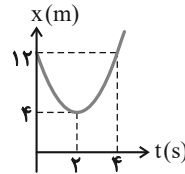
$$x_3 = 16 \text{ m} \Rightarrow \vec{r}_3 = 16 \vec{i}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۷- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

هنگامی که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $\Delta t$  صفر است، بدان معنی است که متحرک در این بازه به جای اولش بازگشته است. با رسم نمودار مکان-زمان،  $\ell$  و  $\Delta t$  و سپس  $s_{av}$  را می‌یابیم:



$$x = 2t^2 - 8t + 12$$

$$t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{4} = 2s \Rightarrow x = 4 \text{ m} \Rightarrow S(2, 4)$$

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 12 \text{ m}$$

t(s)	۰	۲
x(m)	۱۲	۴

با توجه به تقارن سهمی در  $t = 2s$  از روی شکل مکان متحرک در لحظه  $t = 4s$  نیز همان مکان در لحظه  $t = 0$  یعنی  $12 \text{ m}$  می‌باشد، بنابراین

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\ell = 8 + 8 = 16 \text{ m}}{\Delta t = 4s} \Rightarrow s_{av} = \frac{16}{4} = 4 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۷۸- گزینه «۱»

(کتاب آبی)

در ابتدا مکان متحرک در لحظه  $t = 14s$  را می‌یابیم. برای پیدا کردن تندی در لحظه  $t = 12s$ ، شیب خط مماس بر نمودار را در این لحظه می‌یابیم.

$$v_{t=12s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{240}{8} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حال داریم:

$$v_{t=12s} = v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow 30 = \frac{x_2 - 60}{14 - 2} \Rightarrow x_2 = 420 \text{ m}$$

در نهایت داریم:

$$v'_{av} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'} = \frac{60 - 0}{2 - 0} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v''_{av} = \frac{\Delta x''}{\Delta t''} = \frac{x_2'' - x_1''}{t_2'' - t_1''}$$

$$= \frac{420 - 240}{14 - 12} = 90 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{v'_{av}}{v''_{av}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۳- حرکت بر فظ راست: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۷۹- گزینه «۲»

(کتاب آبی)

ابتدا نمودار مکان-زمان متحرک را که یک سهمی است، رسم می‌کنیم:

$$x = -t^2 + 4t + 21 \Rightarrow -t^2 + 4t + 21 = 0$$

$$\Rightarrow -(t+3)(t-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -3s \\ t = 7s \end{cases}$$

$$t_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t_s = -\frac{4}{2 \times (-1)} = 2s$$

## فیزیک ۱

گزینه «۳» ۸۱-

(ممبر علی راست پیمان)

وقتی گلوله از بالن رها می‌شود، با همان تندی بالن شروع به حرکت می‌کند. بنابراین، چون تندی اولیه گلوله همان تندی بالن است، از تندی بالن نمی‌توان صرف نظر کرد. از طرف دیگر، چون وزن گلوله عامل حرکت و شتاب گلوله است، لذا از وزن گلوله نیز نمی‌توان صرف نظر نمود. می‌بینیم، عامل تقریباً بی‌تأثیر مقاومت هوا است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه ۵)

گزینه «۳» ۸۲-

(مسین مشرومی)

ژول یکای انرژی در SI است که یکای فرعی آن  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$  است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۹)

گزینه «۳» ۸۳-

(شیلدا شیرزادی)

ابتدا به روش تبدیل زنجیره‌ای ۲۱۸ نانومتر را به میکرومتر تبدیل می‌کنیم:

$$218 \text{ nm} = 218 \text{ nm} \times \frac{10^{-9} \text{ m}}{1 \text{ nm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} = 218 \times 10^{-3} \mu\text{m}$$

اکنون عدد به دست آمده را بر حسب نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$218 \times 10^{-3} \mu\text{m} = 2/18 \times 10^2 \times 10^{-3} \mu\text{m} = 2/18 \times 10^{-1} \mu\text{m}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

گزینه «۳» ۸۴-

(علیرضا بیاری)

با توجه به رابطه  $F = ma$ ، یکای نیرو از حاصل ضرب یکای جرم در یکای

$$[F] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

شتاب به دست می‌آید:

در اینجا، کمیت A نیز که از جنس نیرو است، همین یکا را دارد:

$$[A] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

همچنین، با توجه به رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  یکای چگالی  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  است. بنابراین

$$[B] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

یکای B که از جنس چگالی است  $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  می‌باشد.

و یکای کمیت C که از جنس مسافت است، متر می‌باشد.

$$[C] = \text{m}$$

اکنون رابطه فیزیکی داده شده را به صورتی می‌نویسیم که D در یک طرف معادله قرار گیرد و سپس یکای آن را به دست می‌آوریم:

$$D^2 = ABC^2 \Rightarrow [D^2] = [A][B][C^2] = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \text{m}^2 = \frac{\text{kg}^2}{\text{s}^2}$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

با توجه به این که آهنگ هر کمیت، نسبت تغییر آن کمیت به زمان است،

آهنگ شارش جرم به صورت  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$  می‌باشد و یکای آن  $\frac{\text{kg}}{\text{s}}$  است.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

گزینه «۲» ۸۵-

(مصطفی کیانی)

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتالی)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند که در اینجا برای عدد  $0.046 \text{ cm}$ ، آخرین رقمی که می‌خواند  $0.006 \text{ cm}$  است؛ لذا یک واحد از آخرین رقم آن برابر  $0.001 \text{ cm}$  می‌شود. بنابراین، دقت اندازه‌گیری ریزسنج برابر است با:

$$\rightarrow \text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \text{ cm} = 1 \text{ mm}$$

$$\text{دقت اندازه‌گیری} = 0.001 \times 10 = 0.01 \text{ mm}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

گزینه «۲» ۸۶-

(علیرضا کونه)

ابتدا با استفاده از رابطه  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ، حجم ظاهری کره را می‌یابیم:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \xrightarrow[r=5 \text{ cm}]{\pi=3} V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \times 3 \times 5^3 = 500 \text{ cm}^3$$

اکنون با استفاده از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم واقعی کره را پیدا می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \xrightarrow[\rho=1200 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}]{m=180 \text{ g}} V_{\text{واقعی}} = \frac{180}{12} = 150 \text{ cm}^3$$

در آخر، حجم حفره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 500 - 150 = 350 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه‌گیری؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

گزینه «۲» ۸۷-

(ممبر علی راست پیمان)

وقتی یک مایع به جامد تبدیل شود، جرم آن ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$m_{\text{جامد}} = m_{\text{مایع}} \xrightarrow{m=\rho V} \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جامد}} V_{\text{جامد}} = m_{\text{جامد}}$$



با توجه به این که حجم مایع جابه جا شده برابر حجم فلز است، لذا، با انداختن قطعه فلزی درون مایع، حجم مایع درون ظرف به اندازه  $140 \text{ cm}^3$  افزایش می یابد که بیشتر از حجم خالی ظرف می باشد. بنابراین چون حجم خالی ظرف  $50 \text{ cm}^3$  است، لذا،  $V' = 140 - 50 = 90 \text{ cm}^3$  مایع از درون ظرف سرریز می شود که جرم آن برابر است با:

$$m = \rho V' = 2 \times 90 = 180 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۹۰- گزینه «۱» (علیرضا جباری)

وقتی  $\frac{1}{5}$  از حجم مایع A از ظرف سرریز شود،  $\frac{4}{5}$  از حجم مایع A درون ظرف قرار می گیرد. همچنین، وقتی  $\frac{1}{4}$  از حجم مایع B از ظرف سرریز شود،  $\frac{3}{4}$  از حجم مایع B درون ظرف قرار می گیرد. بنابراین، چون حجم ظرف ها یکسان است، داریم:

$$V_{\text{ظرف}} = \frac{4}{5} V_A = \frac{3}{4} V_B \Rightarrow V_A = \frac{15}{16} V_B$$

اکنون با توجه به یکسان بودن جرم مایع ها و با استفاده از رابطه چگالی می توان نوشت:

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow{\substack{V_A = \frac{15}{16} V_B \\ \rho_A = 3/2 \frac{g}{\text{cm}^3}}} \rho_A = 3/2 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

$$3/2 \times \frac{15}{16} V_B = \rho_B \times V_B \Rightarrow \rho_B = 3 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

در آخر چگالی مخلوط جرم برابر از دو مایع A و B را به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

$$\frac{\rho_A = 3/2 \frac{g}{\text{cm}^3}, m_A = m_B = m}{\rho_B = 3 \frac{g}{\text{cm}^3}} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{3/2} + \frac{m}{3}} = \frac{2m}{3/2 \times 2}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{2 \times 3 \times 3/2}{6/2} = 3 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

$$\frac{\rho_{\text{مایع}} = 1/2 \frac{g}{\text{cm}^3}}{\rho_{\text{جامد}} = 1/5 \frac{g}{\text{cm}^3}} \rightarrow 1/2 \times V_{\text{مایع}} = 1/5 \times V_{\text{جامد}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{جامد}} = \frac{1/2}{1/5} V_{\text{مایع}} \Rightarrow V_{\text{جامد}} = 0.8 V_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{جامد}} = 0.8 V_{\text{مایع}}$$

می بینیم، وقتی مایع به جامد تبدیل می شود، حجم جامد آن ۸۰ درصد حجم مایع است. بنابراین ۲۰ درصد از حجم مایع کاهش می یابد.

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۸۸- گزینه «۲» (پوریا علاقه مند)

با استفاده از رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  و با توجه به این که  $m_2 = 6m_1$ ،  $V_2 = V_1 + 400 \text{ cm}^3$  و چگالی ثابت است، به صورت زیر  $V_2$  را می یابیم. دقت کنید، چون جرم افزایش یافته است و حجم با جرم متناسب است، حجم نیز افزایش می یابد.

$$\rho = \frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2} \xrightarrow{m_2 = 6m_1, V_2 = V_1 + 400} \frac{m_1}{V_1 - 400} = \frac{6m_1}{V_2}$$

$$\Rightarrow 6V_2 - 2400 = V_2 \Rightarrow 5V_2 = 2400 \Rightarrow V_2 = 480 \text{ cm}^3$$

$$\frac{1L = 1000 \text{ cm}^3}{1000} \rightarrow V_2 = \frac{480}{1000} L = 0.48 L$$

(فیزیک ۱- فیزیک و اندازه گیری؛ صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۸۹- گزینه «۲» (علی بزرگر)

ابتدا حجم مایع درون ظرف را می یابیم.

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2 \frac{g}{\text{cm}^3}, m_{\text{مایع}} = 700 \text{ g}} 2 = \frac{700}{V_{\text{مایع}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{مایع}} = 350 \text{ cm}^3$$

چون حجم ظرف  $400 \text{ cm}^3$  و حجم مایع  $350 \text{ cm}^3$  است، بنابراین

$$400 - 350 = 50 \text{ cm}^3$$

فلزی را می یابیم:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \xrightarrow{m_{\text{فلز}} = 840 \text{ g}, \rho_{\text{فلز}} = 6 \frac{g}{\text{cm}^3}} \rightarrow V_{\text{فلز}} = \frac{840}{6} = 140 \text{ cm}^3$$



### فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۱»

(شارمان ویسی)

با توجه به جدول سری الکتروسیته مالشی، در مالش یک میله شیشه‌ای خنثی با پارچه ابریشمی، الکترون‌ها از میله شیشه‌ای به پارچه ابریشمی منتقل می‌شوند، در نتیجه، میله شیشه‌ای بار مثبت پیدا می‌کند. یعنی، تعداد الکترون‌های پارچه ابریشمی افزایش و تعداد الکترون‌های میله شیشه‌ای کاهش خواهد یافت. (مورد «الف» درست است.)

در مالش میله پلاستیکی با پارچه ابریشمی، الکترون‌ها از پارچه ابریشمی به میله پلاستیکی منتقل می‌شوند، در نتیجه، میله پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند. یعنی، تعداد الکترون‌های آن افزایش می‌یابد و تعداد الکترون‌های پارچه ابریشمی کاهش خواهد یافت. (مورد «ت» درست است.)

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه ۱۴)

۹۲- گزینه «۲»

(ممنسن قندچلر)

اگر بار هر ذره برابر  $q = ne$  باشد، با استفاده از قانون کولن باید مشخص کنیم در کدام گزینه،  $n$  عدد صحیح به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \quad r = 64 \text{ cm} = 64 \times 10^{-2} \text{ m} \quad |q_1| = |q_2| = ne$$

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{ne \times ne}{64 \times 64 \times 10^{-4}} \quad e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$F = \frac{9 \times 10^9 \times n^2 \times 1/6 \times 10^{-19} \times 1/6 \times 10^{-19}}{64 \times 64 \times 10^{-4}} = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2$$

اکنون به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»:  $n$  عدد صحیح نیست.

$$F = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2 \xrightarrow{F = \frac{4}{9} \times 10^{-27} \text{ N}} \frac{4}{9} \times 10^{-27} = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2$$

$$\Rightarrow n^2 = \frac{16 \times 4}{9 \times 9} \Rightarrow n = \frac{8}{9}$$

گزینه «۲»:  $n$  عدد صحیح است.

$$\frac{9}{4} \times 10^{-27} = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2 \Rightarrow n^2 = 4 \Rightarrow n = 2$$

گزینه «۳»:  $n$  عدد صحیح نیست.

$$\frac{16}{25} \times 10^{-27} = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{16 \times 16}{25 \times 9}$$

$$\Rightarrow n = \frac{16}{5 \times 3} = \frac{16}{15}$$

گزینه «۴»:  $n$  عدد صحیح نیست.

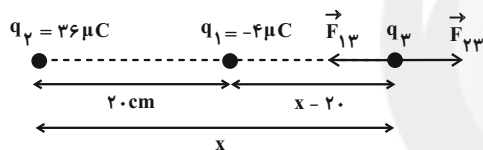
$$\frac{25}{16} \times 10^{-27} = \frac{9}{16} \times 10^{-27} n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow n = \frac{5}{3}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۳ تا ۸)

۹۳- گزینه «۱»

(پوریا علاقه‌مند)

چون بارهای  $q_1$  و  $q_2$  ناهم‌نام‌اند، باید بار  $q_3$  را خارج از فاصله بین دو بار و روی امتداد خط واصل آن‌ها و نزدیک به باری که قدم‌مطلق اندازه بار کمتر است، قرار دهیم تا ساکن و در حال تعادل باشد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، فاصله از بار  $q_2$  را می‌یابیم. دقت کنید، اندازه و نوع بار  $q_3$  در تعادل آن بی‌تاثیر است.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2} \quad r_{13} = x - 20 \quad r_{23} = x \quad \frac{4}{(x-20)^2} = \frac{36}{x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{2}{x-20} = \frac{6}{x} \Rightarrow 6x - 120 = 2x$$

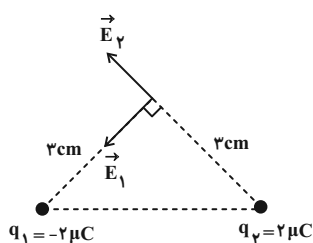
$$\Rightarrow 4x = 120 \Rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیته ساکن، صفحه‌های ۵ تا ۱۰)

۹۴- گزینه «۳»

(مریم شیخ‌موم)

ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی بارهای  $q_1$  و  $q_2$  را در نقطه A تعیین می‌کنیم:



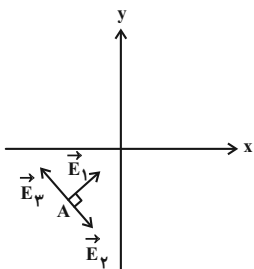


اکنون با استفاده از رابطه  $y - y_0 = m(x - x_0)$  معادله خط واصل نقاط  $(B, C)$  و  $(A, D)$  را می‌نویسیم:

$$B \text{ و } C: y - 5 = -2(x + 5) \Rightarrow y = -2x - 5$$

$$D \text{ و } A: y + 1 = \frac{1}{2}(x + 2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

با توجه به این که این دو خط در نقطه  $A(-2, -1)$  متقاطع بوده و بر هم عمود هستند، میدان الکتریکی برآیند را می‌توان مطابق با شکل زیر به دست آورد:



$$E_{E_1, E_2} = E_1 - E_2 = 3 \times 10^7 - 1 \times 10^7 = 2 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

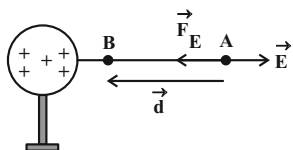
$$E_t = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{(2 \times 10^7)^2 + (2 \times 10^7)^2} = 2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

(سیرممرضها روحانی‌رار)

۹۶- گزینه «۳»

میدان الکتریکی کره باردار مثبت به طرف راست است. با توجه به این که بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود، جابه‌جایی بار الکتریکی و نیرو هم‌جهت‌اند، بنابراین، زاویه بین  $\vec{F}$  و  $\vec{d}$  برابر  $\theta = 0^\circ$  است، لذا، طبق رابطه  $W = (F \cos \theta)d$ ، کار میدان الکتریکی مثبت می‌باشد. یعنی  $W_E > 0$  است.



$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E > 0} \Delta U < 0$$

از طرف دیگر، داریم:

همچنین برای  $\Delta V$  داریم:

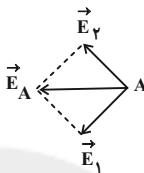
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\Delta U < 0, q < 0} \Delta V > 0$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

$$\begin{cases} |q_1| = |q_2| = 2 \times 10^{-6} C \\ r_1 = r_2 = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m} \end{cases} \Rightarrow E_1 = E_2 = k \frac{|q_1|}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

اکنون اندازه و جهت میدان الکتریکی خالص را می‌یابیم. دقت کنید، چون  $\vec{E}_1$  و  $\vec{E}_2$  هم‌اندازه و بر هم عموداند، بردار برآیند آن‌ها در راستای نیمساز زاویه بین آن‌ها و به طرف چپ است.



$$E_A = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \xrightarrow{E_1 = E_2}$$

$$E_A = \sqrt{2} E_1 = E_1 \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E_A = 2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}$$

چون  $\vec{E}_A$  در جهت منفی محور x است، بردار آن به صورت زیر است:

$$\vec{E}_A = (-2\sqrt{2} \times 10^7 \frac{N}{C}) \vec{i}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

(مجتبی نگوئیان)

۹۵- گزینه «۳»

ابتدا با استفاده از رابطه  $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ، فاصله ذرات باردار  $q_1$ ،  $q_2$  و  $q_3$  را از نقطه A به دست می‌آوریم:

$$r_1 = \sqrt{(4+2)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} \text{ cm}$$

$$r_2 = \sqrt{(-5+2)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{45} \text{ cm}$$

$$r_3 = \sqrt{(1+2)^2 + (-7+1)^2} = \sqrt{45} \text{ cm}$$

با توجه به رابطه میدان الکتریکی ذره باردار می‌توان نوشت:

$$E_1 = \frac{k |q_1|}{r_1^2} = \frac{(9 \times 10^9)(1 \times 10^{-6})}{45 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$\frac{|q_2| = \frac{3}{2} |q_1|}{r_1 = r_2} \rightarrow E_2 = \frac{3}{2} E_1 = \frac{3}{2} \times 2 \times 10^7 = 3 \times 10^7 \frac{N}{C}$$

$$\frac{|q_3| = \frac{1}{2} |q_1|}{r_3 = r_1} \rightarrow E_3 = \frac{1}{2} E_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^7 = 1 \times 10^7 \frac{N}{C}$$



$$m = 0.02g = 0.02 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ E = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$|q| \times 4 \times 10^4 = 0.02 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow |q| = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

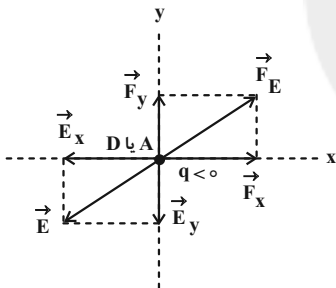
(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

(علیرضا بیاری)

۹۹- گزینه «۴»

می‌دانیم جهت میدان الکتریکی در هر نقطه مماس بر خط میدان الکتریکی در آن نقطه است. از طرف دیگر، چون الکترون بار منفی دارد، طبق رابطه  $\vec{F} = q\vec{E}$ ، نیروی الکتریکی وارد بر آن، در خلاف جهت میدان الکتریکی می‌باشد. با توجه به این‌که نیروی وارد بر الکترون برابر  $\vec{F} = (1\text{mN})\vec{i} + (1\text{mN})\vec{j}$  در جهت مثبت محور  $x$  و  $\vec{F}_y$  در جهت مثبت محور  $y$  می‌باشد، لذا باید  $\vec{E}_x$  در جهت منفی محور  $x$  و  $\vec{E}_y$  در جهت منفی محور  $y$  باشد. بنابراین، با توجه به شکل زیر، در نقاط  $A$  و  $D$  نیروی وارد بر الکترون می‌تواند برابر

$$\vec{F} = (1\text{mN})\vec{i} + (1\text{mN})\vec{j} \text{ باشد.}$$



(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

(پوریا علاقه‌مند)

۱۰۰- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی به صورت زیر اختلاف چگالی سطحی بار دو کره را بر حسب چگالی سطحی بار کره کوچک‌تر می‌یابیم:

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad q_1 = q_2 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{A_1}{A_2} \quad A = \pi D^2 \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\frac{D_1 = 4\text{cm}}{D_2 = 8\text{cm}} \Rightarrow \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \left(\frac{4}{8}\right)^2 \Rightarrow \sigma_2 = \frac{1}{4} \sigma_1$$

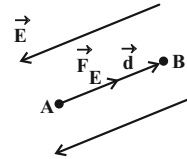
$$\left| \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1} \times 100 \right| = \left| \frac{\frac{1}{4} \sigma_1 - \sigma_1}{\sigma_1} \times 100 \right| = 75\%$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مصطفی کیانی)

۹۷- گزینه «۲»

چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیروی الکتریکی وارد می‌شود و جابه‌جایی نیز در خلاف جهت میدان است، زاویه بین نیرو و جابه‌جایی برابر صفر می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta U = -|q|Ed \cos \theta \quad d = 12\text{cm} = 0.12\text{m}, \theta = 0^\circ \\ E = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}, |q| = 5 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$\Delta U = -5 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^4 \times 0.12 \times \cos 0^\circ \quad \cos 0^\circ = 1 \rightarrow$$

$$\Delta U = -0.24\text{J} \quad 1\text{J} = 10^6 \mu\text{J} \rightarrow$$

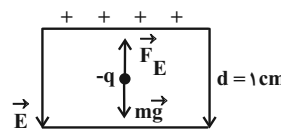
$$\Delta U = -0.24 \times 10^6 \mu\text{J} = -240000 \mu\text{J}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(عبدالرضا امینی‌نسب)

۹۸- گزینه «۴»

بر ذره باردار نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود. چون ذره در حال تعادل است، باید نیروی الکتریکی رو به بالا باشد. با توجه به این‌که جهت میدان الکتریکی به طرف پایین و جهت نیروی الکتریکی به طرف بالا است، نوع بار منفی می‌باشد. زیرا، بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد می‌شود. از طرف دیگر، چون ذره باردار در حال تعادل است نیروی وزن و نیروی الکتریکی هم‌اندازه‌اند، لذا با محاسبه اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه رسانا به صورت زیر اندازه بار  $q$  را می‌یابیم:



$$E = \frac{\Delta V}{d} \quad \Delta V = 400\text{V} \quad d = 1\text{cm} = 10^{-2}\text{m} \Rightarrow E = \frac{400}{10^{-2}} = 4 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$F_E = mg \quad F_E = |q|E \Rightarrow |q|E = mg$$



رسوب سفید رنگ

$$? g (C_{14}H_{29}COO)_2Mg = 1/3 \text{ mol } C_{14}H_{29}COONH_4 \\ \times \frac{1 \text{ mol } (C_{14}H_{29}COO)_2Mg}{2 \text{ mol } C_{14}H_{29}COONH_4} \times \frac{506 g (C_{14}H_{29}COO)_2Mg}{1 \text{ mol } (C_{14}H_{29}COO)_2Mg} \\ = 328/9 g (C_{14}H_{29}COO)_2Mg$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱۰۴- «گزینه ۳» (مسئله لشکری)

محلول مس (II) سولفات، یک مخلوط همگن و پایدار بوده که نور را از خود عبور می‌دهد.

مخلوط آب و روغن و صابون، یک کلئید با توده‌های مولکولی است که ناهمگن بوده و نور را پخش می‌کند.

شربت معده سوسپانسیون بوده و ناپایدار است و نور را پخش می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱۰۵- «گزینه ۳» (میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

عبارت‌های اول، دوم، سوم و پنجم درست هستند.

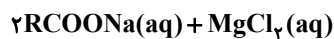
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: با توجه به شکل ۳ صفحه ۸ کتاب شیمی ۳ درست است.

عبارت دوم: برای مثال پاک‌کنندگی صابون در پارچه‌های نخی بیشتر از پارچه‌های پلی‌استری است. زیرا چربی با پارچه‌های پلی‌استری جاذبه قوی‌تری ایجاد می‌کند.

عبارت سوم: با توجه به خود را بیازمایید صفحه ۹ کتاب شیمی ۳، هر دو تغییر بیان شده سبب افزایش قدرت پاک‌کنندگی می‌شود.

عبارت چهارم: با توجه به معادله واکنش صابون با یون منیزیم، هر مول منیزیم، دو مول صابون را از فرایند پاک‌کنندگی حذف می‌کند.



عبارت پنجم: با توجه به کاوش کنید صفحه‌های ۸ و ۹ شیمی ۳، در اثر هم زدن سریع‌تر، هوای بیشتری در مخلوط حل شده و میزان کف تولیدی بیشتر است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۱۰۶- «گزینه ۲» (میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

عبارت‌های (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در اتیلن گلیکول بخش قطبی بر ناقطبی غالب است؛ بنابراین اتیلن گلیکول در آب، برخلاف هگزان حل می‌شود.

ب) در اسیدهای چرب، گروه عاملی کربوکسیل (COOH) می‌تواند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کند. دقت کنید در این مواد بخش ناقطبی بر قطبی غالب است و این مواد در آب نامحلول هستند. اما باید توجه داشت در این سؤال صرفاً امکان تشکیل پیوند مورد پرسش واقع شده نه قدرت یا شمار پیوندهای هیدروژنی.

شیمی ۳

۱۰۱- «گزینه ۳»

(معمدها پوراوید)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: اتیلن گلیکول و اتانول هر دو امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب را دارند.

گزینه «۲»: فرمول مولکولی وازلین  $C_{25}H_{52}$  بوده و یک آلکان به شمار می‌رود که در فرمول پیوند- خط آن از ۲۴ خط (مربوط به پیوندهای C-C) استفاده می‌شود.گزینه «۴»: ۲۰ درصد جرمی اوره با فرمول  $CO(NH_2)_2$  از کربن تشکیل شده است:

$$\%C = \frac{(1 \times 12)gC}{60g \text{ اوره}} \times 100 = \%20$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳ و ۵)

۱۰۲- «گزینه ۴»

(امیرمسین مسلمی)

عبارت‌ها (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) ترکیب (A) برخلاف ترکیب (C)، در آب سخت که حاوی مقادیر چشمگیری یون منیزیم یا کلسیم است خاصیت پاک‌کنندگی خود را از دست می‌دهد.

ب) زنجیره آلکیل صابون (A) سیرنشده است و فرمول صابون (A) با زنجیره آلکیل سیر شده به صورت  $C_{17}H_{35}COONa$  می‌باشد.

پ) واکنش تهیه صابون از چربی یا ترکیب (B) به صورت زیر است:



ت) ترکیب (C) حاوی کاتیون و آنیون است که بین اتم‌های آنیون آن پیوند کووالانسی وجود دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۱۰۳- «گزینه ۱»

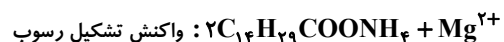
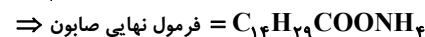
(امیرمسین طیبی)

از اطلاعات صورت سؤال در می‌یابیم که کاتیون این صابون مایع باید چند

اتمی  $(NH_4^+)$  باشد، چون اگر تک اتمی باشد، جفت الکترون پیوندی (p.e) نخواهد داشت.فرمول صابون:  $C_nH_{2n+1}COONH_4$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بخش کاتیونی: } \left[ \begin{array}{c} H \\ | \\ H-N-H \\ | \\ H \end{array} \right]^+ \Rightarrow p.e = 4 \\ \text{بخش آنیونی: } C_nH_{2n+1}COO^- \\ \Rightarrow p.e = \frac{4n + 2n + 1 + (4 \times 1) + (2 \times 2) - 1}{2} = 3n + 4 \end{array} \right.$$

$$\frac{3n + 4}{4} = 11/5 \Rightarrow 3n + 4 = 46 \Rightarrow 3n = 42 \Rightarrow n = 14$$





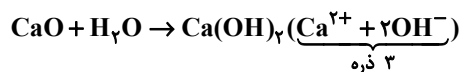
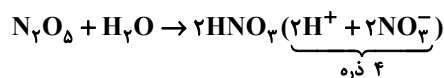
(امیر هاتمیان)

۱۰۹- گزینه «۴»

فقط عبارت (پ) نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) هر دو اکسید، دو نوع ذره تولید می‌کنند:



(ب)  $N_2O_5$  اکسید نافلزتی بوده و در آب خاصیت اسیدی دارد و  $CaO$  اکسید فلزی بوده و در آب خاصیت بازی دارد.

(پ) در محلول‌های بازی (محلول (II)) غلظت  $[OH^-]$  و در محلول‌های اسیدی (محلول (I)) غلظت  $[H^+]$  بیشتر است.

(ت)  $N_2O_5$  و  $HNO_3$  ترکیب مولکولی و  $CaO$  و  $Ca(OH)_2$  ترکیب یونی هستند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

(امیر هاتمیان)

۱۱۰- گزینه «۳»

هر مول استر سه عاملی با ۳ مول  $KOH$  واکنش می‌دهد.

$$? \text{ mol استر} = 12 \text{ L KOH} \times \frac{0.01 \text{ mol KOH}}{1 \text{ L KOH}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol استر}}{3 \text{ mol KOH}} = 0.04 \text{ mol استر}$$

$$\text{مول } n = \frac{m \text{ استر (g)}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0.04 = \frac{33/92}{\text{جرم مولی}}$$

$$\Rightarrow \text{جرم مولی} = \frac{33/92}{0.04} = 848 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

فرمول عمومی استرهای بلند زنجیر ۳ عاملی که زنجیر هیدروکربنی آن سیر شده است به صورت  $C_nH_{2n-4}O_6$  است و با توجه به جرم مولی آن داریم:

$$12n + (2n - 4) + 6(16) = 848 \Rightarrow n = 54$$



$$(\text{تعداد } \times O + \text{تعداد } \times H + \text{تعداد } \times C) = \frac{1}{2} = 166$$

$$= \frac{1}{2} (54 \times 4 + 104 \times 1 + 6 \times 2) = 166$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۱۳)

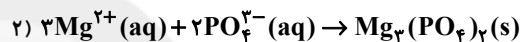
(پ) زیرا اسیدهای چربی که در تولید صابون جامد استفاده می‌شوند باید دارای زنجیره هیدروکربنی بزرگی باشند در حالی که ماده داده شده قسمت هیدروکربنی کوتاهی دارد و برای این کار مناسب نیست.

(ت) مخلوط آب، صابون و چربی، نوعی کلوئید است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۱۰۷- گزینه «۴» (امیر هاتمیان)

با توجه به این که غلظت یون کلرید برابر  $28400 \text{ ppm}$  است، پس در یک لیتر از این محلول  $28400$  میلی‌گرم یون  $Cl^-$  وجود دارد. با توجه به واکنش‌های موازنه شده زیر می‌توان نوشت:



$$? \text{ g } PO_4^{3-} = 28400 \times 10^{-3} \text{ g } Cl^- \times \frac{1 \text{ mol } Cl^-}{25/5 \text{ g } Cl^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Mg^{2+}}{2 \text{ mol } Cl^-} \times \frac{2 \text{ mol } PO_4^{3-}}{3 \text{ mol } Mg^{2+}} \times \frac{95 \text{ g } PO_4^{3-}}{1 \text{ mol } PO_4^{3-}} \times \frac{100}{75}$$

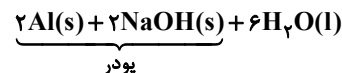
$$= 33/7 \text{ g } PO_4^{3-}$$

$$\text{درصد جرمی یون فسفات} = \frac{33/7}{45} \times 100 \approx 7.8/45$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۵ تا ۱۲)

۱۰۸- گزینه «۳» (امیر هاتمیان)

ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



$$\text{جرم مولی پودر} = 2 \times 27 + 2 \times 40 = 134 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$? \text{ g } H_2 = 268 \text{ g پودر} \times \frac{90}{100} \times \frac{2 \text{ mol پودر}}{134 \text{ g پودر}}$$

$$\times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol پودر}} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{60}{100} = 6/48 \text{ g } H_2$$

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/2 = \frac{6/48}{V} \Rightarrow V = \frac{6/48}{1/2} = 5/4 \text{ L}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۳ و ۱۳)



شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: فراوانی ایزوتوپ‌ها به صورت « $^{25}\text{Mg} < ^{24}\text{Mg} < ^{26}\text{Mg}$ » است. عبارت چهارم: به دلیل یکسان بودن خواص شیمیایی ایزوتوپ‌ها، سرعت واکنش ایزوتوپ‌های منیزیم با کلر، در شرایط یکسان، برابر است.

عبارت پنجم: ایزوتوپ‌ها از نظر خواص شیمیایی مشابه هستند، پس برای جداسازی آن‌ها تنها از روش فیزیکی استفاده می‌شود.

(شیمی ۱- کیهان زارگانه الفبای هستی: صفحه‌های ۳ و ۵)

۱۱۲- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

$$\begin{cases} p + N = 108 \\ \frac{e}{N} = \frac{2}{3} \\ e = p - 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{e}{N} = \frac{2}{3} \xrightarrow{e=p-3} \frac{p-3}{N} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow N = \frac{3p-9}{2}$$

$$p + N = 108 \xrightarrow{N=\frac{3p-9}{2}} p + \frac{3p-9}{2} = 108$$

$$2p + 3p - 9 = 216 \Rightarrow \begin{cases} p = 45 \\ N = 63 \end{cases}$$

$${}_{45}^{63}\text{A} \begin{cases} \text{دوره } 5 \\ \text{گروه } 9 \end{cases}$$

(شیمی ۱- کیهان زارگانه الفبای هستی: صفحه‌های ۵، ۶، ۱۰ و ۱۱)

۱۱۳- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی مهیر)

پاسخ صحیح هر سه پرسش در گزینه «۱» آمده است.

بررسی پرسش‌ها:

پرسش «الف»: در یون فسفات در مجموع ۴۷ پروتون، ۴۸ نوترون و ۵۰ الکترون وجود دارد، پس ۱۴۵ ذره زیر اتمی داریم.

پرسش «ب»: در زمان ۲۰ ساعت، جرم ۴۰ گرم رادیوایزوتوپ ۴ بار نصف شده است، پس هر نیم‌عمر آن ۵ ساعت است.

پرسش «پ»: عدد اتمی A برابر ۱۵ است.  $({}^3_1\text{A}^{3-})$   $e - n = 2$

$$(Z + 3) - (31 - Z) = 2 \Rightarrow Z = 15$$

(شیمی ۱- کیهان زارگانه الفبای هستی: صفحه‌های ۵ و ۶)

۱۱۴- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی مهیر)

عنصر B، تکنیسیم ( ${}^{99}_{43}\text{Tc}$ ) است که در دوره پنجم برای آن جرم اتمی میانگین تعریف نمی‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عدد اتمی D برابر ۴۵ است که با عدد اتمی گاز نجیب دوره سوم جدول تناوبی ( ${}_{18}\text{Ar}$ )، ۲۷ واحد اختلاف دارد.

(۲) عدد اتمی A برابر ۴۲ است که عنصر  ${}_{14}\text{Si}$  (دارای یک سوم عدد اتمی A) در گروه ۱۴ قرار دارد.

(۳) در  ${}^{99}_{43}\text{Tc}$  نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها کوچک‌تر از ۱/۵ است.

(۴) عنصر E با عدد اتمی ۴۶ در گروه ۱۰ جدول تناوبی قرار دارد. عنصر آهن ( ${}_{26}\text{Fe}$ ) فراوان‌ترین عنصر در کره زمین است و در گروه ۸ و دوره ۴ جدول تناوبی قرار دارد.

(شیمی ۱- کیهان زارگانه الفبای هستی: صفحه‌های ۳، ۵ تا ۷ و ۹ تا ۱۳)

۱۱۵- گزینه «۲»

(پیمان فواپوی مهیر)

ابتدا جرم اتمی میانگین A و B را به دست می‌آوریم:

$$\bar{A} = \frac{(14 \times 75) + (15 \times 25)}{100} = 14.25$$

$$\bar{B} = \frac{(16 \times 80) + (17 \times 10) + (18 \times 10)}{100} = 16.3$$



$$\frac{108}{y}(x+y) = 14x + 16y \Rightarrow 54x + 54y = 49x + 56y$$

$$\Rightarrow 5x = 2y \Rightarrow \frac{y}{x} = 2/5$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(هدی بویاری پور)

۱۱۸- گزینه «۱»

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) توده‌های سرطانی هم گلوکز نشان‌دار و هم گلوکز عادی را جذب می‌کنند.

(۳) ناپایدارترین ایزوتوپ طبیعی هیدروژن،  ${}^3\text{H}$  است.

(۴) نیم‌عمر تکنسیم بسیار کوتاه است و زود از بین می‌رود؛ بنابراین نمی‌توان

آن را ذخیره کرد.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۶، ۷، ۹ و ۲۱)

(امیر فاطمیان)

۱۱۹- گزینه «۱»

عبارت‌های (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت (ب):

امواج نشر شده از کنترل تلویزیون نامرئی بوده و با وسیله‌ای مثل دوربین

گوشی قابل رؤیت هستند.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

(هدی بویاری پور)

۱۲۰- گزینه «۲»

در طیف نور مرئی، رنگ سبز بین رنگ آبی و زرد قرار دارد. رنگ شعله سبز

می‌تواند مربوط به مس و ترکیب‌های آن باشد.

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

پس جرم مولی  $A_2B_3$  برابر است با:

$$A_2B_3 = 2(14/25) + 3(16/3) = 77/4 \text{ g.mol}^{-1}$$

حال جرم خواسته شده را تعیین می‌کنیم:

$$? \text{ g } A_2B_3 = 9/0.3 \times 10^{22} A_2B_3 \times \frac{1 \text{ mol } A_2B_3}{6/0.2 \times 10^{23} A_2B_3}$$

$$\times \frac{77/4 \text{ g } A_2B_3}{1 \text{ mol } A_2B_3} = 11/61 \text{ g } A_2B_3$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۱۱۶- گزینه «۳» (روزبه رضوانی)

از آنجایی که عدد جرمی عنصرها یک عدد صحیح است، پس  $b$  و  $c$  باید

به ترتیب ۱۲ و ۱۳ باشند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{array}{cccc} {}^{11}\text{A} & {}^b\text{A} & {}^c\text{A} & {}^{14}\text{A} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \%a & \%20 & \%20 & x \end{array}$$

$$100 = 20 + 20 + a + x \Rightarrow x = 60 - a$$

$$\bar{M} = \frac{11a + (20 \times 12) + (20 \times 13) + 14 \times (60 - a)}{100}$$

$$\Rightarrow \bar{M} = 13/4 - 0/03a$$

(شیمی ۱- کیوان زارگه الغبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

(پیمان فواوی میسر)

۱۱۷- گزینه «۳»

$$54 \text{ g } N_xO_y \times \frac{1 \text{ mol } N_xO_y}{(14x + 16y) \text{ g } N_xO_y} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1 \text{ mol } N_xO_y}$$

$$\times \frac{x+y \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = 2/107 \times 10^{24} \text{ اتم}$$



## شیمی ۲

## ۱۲۱- گزینه «۱»

(امیر هاتمیان)

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) امروزه به دلیل صرفه‌جویی اقتصادی، تقاضای جهانی برای استفاده از هدایای زمینی افزایش یافته است.

ب) تمام قطعه‌های دوچرخه از فراوری مواد نفتی و مواد معدنی موجود در زمین به دست می‌آیند.

ت) همه مواد طبیعی و همه مواد مصنوعی از کره زمین به دست می‌آیند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۱ تا ۵)

## ۱۲۲- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

پاسخ صحیح هر سه پرسش در گزینه «۲» آمده است.

بررسی پرسش‌ها:

الف) ژرمانیم ( $Ge$  ۳۲) با عدد اتمی ۳۲، دومین عنصر شبه‌فلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی و قلع ( $Sn$  ۵۰) با عدد اتمی ۵۰، نخستین عنصر فلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی است.

اختلاف عدد اتمی =  $50 - 32 = 18$ 

ب) تعداد عنصرهای فلزی تک ظرفیتی دوره چهارم جدول تناوبی برابر ۵ است.

گروه	۱	۲	۳	۱۲	۱۳
عنصر	$K^+$	$Ca^{2+}$	$Sc^{3+}$	$Zn^{2+}$	$Ga^{3+}$

پ) با توجه به نمودار ۱ صفحه ۱۳ کتاب شیمی یازدهم بیشترین اختلاف شعاع اتمی بین دو عنصر  $Na$  ۱۱ و  $Cl$  ۱۷ است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۶)

## ۱۲۳- گزینه «۱»

(امیر حسین مسلمی)

عناصر A، B و C به ترتیب Mg، O و F هستند؛ بنابراین فقط عبارت (ت) نادرست است.

عبارت (ت): عنصر بعد از Mg در جدول تناوبی، Al است که همانند عنصر قبل از اکسیژن (نیتروژن)، یون پایدار تشکیل می‌دهد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۴)

## ۱۲۴- گزینه «۲»

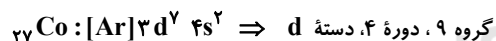
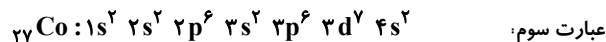
(علیرضا کیانی دوست)

$$\left. \begin{array}{l} n - e = 8 \\ e = p - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow n - (p - 3) = 8 \Rightarrow \begin{cases} n - p = 5 \\ n + p = 59 \end{cases}$$

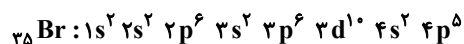
$$2n = 64 \Rightarrow n = 32 \Rightarrow p = 32 - 5 = 27$$

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

عبارت دوم: نسبت مورد نظر برابر است با:  $\frac{2}{2} = 1$ 

۷ زیرلایه اشغال شده



۸ زیرلایه اشغال شده

عبارت چهارم:

$${}_{27}Co: 3d^7 4s^2 \Rightarrow (7 \times 5) + (2 \times 4) = 43$$



ب) در میان عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی،  $Zn$  و  $Cu$  از دسته  $d$  و ۶ عنصر از دسته  $p$  شامل  $Ga$ ،  $Ge$ ،  $As$ ،  $Se$ ،  $Br$  و  $Kr$ ، زیرلایه  $3d$  کاملاً پر دارند (در مجموع ۸ عنصر) و ۲ عنصر  $Cr$  و  $Mn$  زیرلایه  $3d$  نیمه پر دارند؛ بنابراین اختلاف خواسته شده برابر  $(6 - 2) = 4$  است.

پ) اولین فلز واسطه‌ای که زیرلایه  $3d$  آن پر می‌شود، عنصر  $Cu$  است.



مجموع  $n$  و  $l$  الکترون‌های ظرفیت  ${}^{29}\text{Cu}$

$$= 10 \times (3 + 2) + 1 \times (4 + 0) = 54$$

ت) اسکندیم ( ${}_{21}\text{Sc}$ ) نخستین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی است که در ساخت وسایل خانه مانند تلویزیون رنگی و برخی شیشه‌ها کاربرد دارد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۲۳)

(امیر هاتمیان)

۱۲۷- گزینه «۴»

می‌دانیم تنها ماده‌ای که از ظرف واکنش خارج می‌شود، گاز  $\text{CO}_2$  است، پس جرم کاهش یافته همان  $\text{CO}_2$  است. فرض می‌کنیم در ابتدا ۱۰۰ گرم واکنش‌دهنده در ظرف داریم؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$? \text{ g CO}_2 = 100 \text{ g CaCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{R}{100} = 30 / 1 \text{ g CO}_2$$

$$\Rightarrow R = 70$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

عبارت پنجم: شمار الکترون‌ها با  $l = 1$  در عنصرهای  $K$  تا  $Zn$  برابر ۱۲ است.

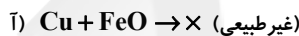
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۶ و ۱۴ تا ۱۶)

(امیر هاتمیان)

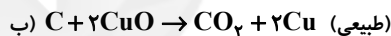
۱۲۵- گزینه «۴»

به‌طور کلی در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است (واکنش‌های طبیعی) و در هر واکنش شیمیایی که به‌طور طبیعی انجام نمی‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است (واکنش‌های غیرطبیعی)؛ بنابراین عبارتهای (ب) و (ت) درست هستند.

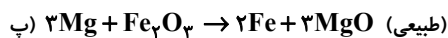
بررسی واکنش‌ها:



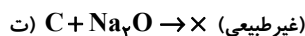
فرآورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها؛ واکنش‌پذیری



فرآورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها؛ واکنش‌پذیری



فرآورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها؛ واکنش‌پذیری



فرآورده‌ها < واکنش‌دهنده‌ها؛ واکنش‌پذیری

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

(امیر هاتمیان)

۱۲۶- گزینه «۳»

عبارتهای (ب) و (پ) نادرست است.

بررسی عبارتهای:

الف) ششمین عنصر واسطه دوره چهارم جدول تناوبی، آهن ( $\text{Fe}$ )

می‌باشد که در طبیعت به شکل سنگ معدن هماتیت ( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) است.





روش دوم: ماده‌آلی  $\text{KMnO}_4$   
 $\frac{\text{بازده} \times \text{جرم ماده}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} = \frac{\text{غلظت} \times \text{حجم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}}$

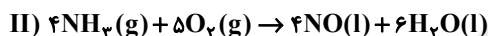
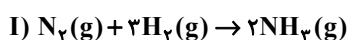
$$\Rightarrow \frac{0.2 \times 0.4 \times \frac{90}{100}}{4} = \frac{75 \times \text{جرم کل}}{166 \times 1} \Rightarrow \text{جرم کل} = 3/99 \text{ g}$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(امیر ماتمیان)

۱۳۰- گزینه «۴»

ابتدا معادله‌های واکنش‌های داده شده را به صورت موازنه شده می‌نویسیم:



ابتدا برای قسمت اول مقدار مول آمونیاک تولیدی را به دست می‌آوریم؛ از

آنجا که در هر مولکول آمونیاک، ۳ پیوند اشتراکی بین H و N وجود دارد،

می‌توان نوشت:

$$? \text{ N-H} = 1120 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{3 \text{ mol N-H}}{1 \text{ mol NH}_3}$$

$$\times \frac{6/0.2 \times 10^{23} \text{ N-H}}{1 \text{ mol N-H}} \times \frac{75}{100} = 1/0.836 \times 10^{26} \text{ N-H}$$

اگر فرآورده‌ها در شرایط STP باشند (دمای  $0^\circ\text{C}$  و فشار 1 atm) آب به

صورت مایع از گازها جدا می‌شود.

$$1120 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{2 \text{ mol NH}_3}{1 \text{ mol N}_2} \times \frac{4 \text{ mol NO}}{4 \text{ mol NH}_3}$$

$$\times \frac{22/4 \text{ L NO}}{1 \text{ mol NO}} \times \frac{75}{100} = 1344 \text{ L NO}$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(علیرضا کیانی روست)

۱۲۸- گزینه «۳»

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



بنابراین می‌توان نوشت:

$$? \text{ mL NO}_2 = 2 \text{ L محلول} \times \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol NO}_2}{4 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{25000 \text{ mL NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = 1250 \text{ mL NO}_2$$

$$? \text{ g Cu} = 2 \text{ L محلول} \times \frac{5 \times 10^{-3} \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Cu}}{4 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{64 \text{ g Cu}}{1 \text{ mol Cu}} = 0.16 \text{ g Cu}$$

$$\text{Cu درصد ناخالصی} = 0.16 \times 100 = 8.0\% \Rightarrow \text{درصد خلوص Cu} = \frac{0.16}{0.2}$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(مسعود طبرسا)

۱۲۹- گزینه «۱»

روش اول:



$$? \text{ g C}_8\text{H}_6\text{O}_4 = 400 \text{ mL محلول}$$

$$\times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ mL محلول}} \times \frac{0.2 \text{ mol KMnO}_4}{1 \text{ L محلول}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_6\text{O}_4}{4 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{166 \text{ g C}_8\text{H}_6\text{O}_4}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_6\text{O}_4} \times \frac{100 \text{ g}}{75 \text{ g}}$$

$$= 4/43 \text{ g C}_8\text{H}_6\text{O}_4$$

$$\text{درصدی} = \frac{\text{مقدار نظری (g)}}{\text{مقدار عملی (g)}} \times 100 \Rightarrow 90 = \frac{x}{4/43} \times 100$$

$$\Rightarrow x = 3/99 \text{ g}$$