



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۱

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۳ دقیقه	۳۰ سوال ۵۳ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

- ۱- در یک دنباله حسابی، اگر مجموع جملات سوم و هفدهم برابر ۴۸ باشد، مجموع نوزده جمله اول این دنباله چقدر است؟
- (۱) ۳۵۶ (۲) ۳۹۶ (۳) ۴۵۶ (۴) ۴۹۶
- ۲- بین اعداد ۸ و ۷۴، پنج واسطه حسابی درج کرده ایم. مجموع ۷ جمله حاصل کدام است؟
- (۱) ۲۶۳ (۲) ۲۷۷ (۳) ۲۸۷ (۴) ۲۹۴
- ۳- در دنباله  $1, 7, 13, 19, \dots$ ، مجموع جملات دهم تا بیستم این دنباله کدام است؟
- (۱) ۹۴۵ (۲) ۹۳۵ (۳) ۹۵۵ (۴) ۹۲۵
- ۴- اگر در یک دنباله حسابی، مجموع  $n$  جمله اول از رابطه  $S_n = 2n^2 - 4n$  بدست آید، مجموع جمله اول و هفتم کدام است؟
- (۱) ۱۹ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰
- ۵- مجموع سه جمله اول و سه جمله آخر یک دنباله حسابی برابر ۱۲۰ و مجموع تمام جملات آن برابر ۴۲۰ است. این دنباله چند جمله دارد؟
- (۱) ۳۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴
- ۶- در بیست جمله اول از دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۷- در دنباله هندسی  $\dots, \frac{3}{4}, a, b, 6$ ، مجموع شش جمله اول دنباله کدام است؟
- (۱)  $\frac{187}{16}$  (۲)  $\frac{187}{32}$  (۳)  $\frac{189}{16}$  (۴)  $\frac{189}{32}$
- ۸- جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 2^{n-1}$  است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آنها برابر ۲۵۵ شود؟
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹
- ۹- چند تا از اتحادهای زیر صحیح هستند؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )
- الف:  $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1)$
- ب:  $x^n + 1 = (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1)$  (فرد  $n$ )
- ج:  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

محل انجام محاسبات

۱۰- مجموع شش جمله اول یک دنباله هندسی ۹ برابر مجموع سه جمله ابتدای آن دنباله است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴) -۲

۱۱- اگر  $x = \frac{5}{3}$  باشد، حاصل  $A = \frac{x^{19} - x^{18} + x^{17} + \dots - 1}{x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + 1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{7}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴) ۱

۱۲- اگر  $\alpha$  یکی از ریشه‌های  $x^2 - 5x - 11 = 0$  باشد، مقدار  $\alpha - \frac{11}{\alpha}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۱ (۳) ۵ (۴) ۸

۱۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 2x - 1 = 0$  باشند، در کدام یک از معادلات زیر ریشه‌ها به صورت  $\frac{\alpha^2 - 1}{\beta}$  و  $\frac{\beta^2 - 1}{\alpha}$  است؟

- (۱)  $x^2 + 12x + 2 = 0$  (۲)  $x^2 + 12x + 4 = 0$  (۳)  $x^2 - 12x + 4 = 0$  (۴)  $x^2 + 15x + 4 = 0$

۱۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 7x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^2\beta - 2\alpha + 7\alpha\beta$  کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۷ (۳) ۴ (۴) ۱۲

۱۵- به ازای کدام مقادیر  $k$ ، تابع  $f(x) = x^2 + 4kx + 20 - k^2$  فقط از ناحیه سوم عبور نمی‌کند؟

- (۱)  $(2, \sqrt{20})$  (۲)  $(-2, 2)$  (۳)  $(-\infty, -2)$  (۴)  $(-\sqrt{20}, -2)$

۱۶- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، از معادله  $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$  دو جواب متمایز برای  $x$  حاصل می‌شود؟

- (۱)  $m \geq 1$  (۲)  $m < 2$  (۳)  $1 \leq m < 2$  (۴) هیچ مقدار  $m$

۱۷- اگر معادله  $(m+1)x^2 - 4x^2 + m - 2 = 0$ ، دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(2, 3)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(-2, 3)$  (۴)  $(-1, +\infty)$

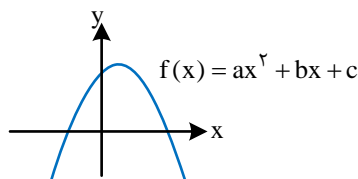
۱۸- اگر نمودار سهمی  $f$  مشابه شکل مقابل باشد، کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $c > 0, b > 0, a < 0$

(۲)  $c < 0, b > 0, a > 0$

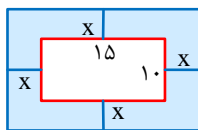
(۳)  $c > 0, b < 0, a < 0$

(۴)  $c < 0, b > 0, a < 0$



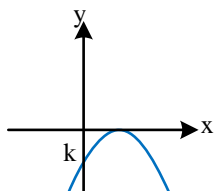
محل انجام محاسبات

۱۹- یک عکس به اندازه ۱۰ در ۱۵ سانتی متر درون یک قاب با مساحت ۳۳۶ سانتی متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، محیط قاب کدام است؟



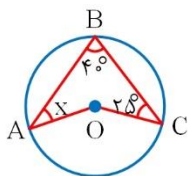
- (۱) ۶۶  
(۲) ۷۴  
(۳) ۷۶  
(۴) ۷۸

۲۰- نمودار تابع  $y = ax^2 + 4\sqrt{3}x + a - 1$  مشابه شکل مقابل است. در این صورت،  $k$  کدام است؟



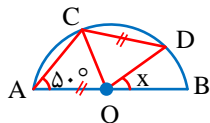
- (۱) -۳  
(۲) -۴  
(۳) -۵  
(۴) -۲

۲۱- در شکل زیر، نقطه  $O$  مرکز دایره است. زاویه  $x$  کدام است؟



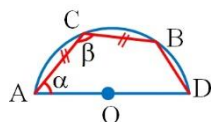
- (۱)  $10^\circ$   
(۲)  $15^\circ$   
(۳)  $20^\circ$   
(۴)  $25^\circ$

۲۲- در شکل مقابل،  $O$  مرکز نیم دایره است. زاویه  $x$  کدام است؟



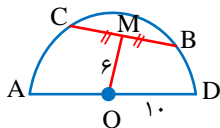
- (۱)  $30^\circ$   
(۲)  $35^\circ$   
(۳)  $40^\circ$   
(۴)  $25^\circ$

۲۳- با توجه به شکل زیر، اگر  $\beta = m\alpha$  باشد،  $m$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{1}{3}$   
(۳)  $\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{1}{5}$

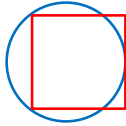
۲۴- در دایره به شعاع ۱۰ و مرکز  $O$ ، اگر اندازه پاره خط واصل مرکز به وسط وتر  $BC$  برابر ۶ باشد، طول وتر کدام است؟



- (۱) ۸  
(۲) ۱۰  
(۳) ۱۴  
(۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۲۵- اگر مربعی به ضلع ۱۲، مطابق شکل بر دایره‌ای مماس باشد، شعاع دایره کدام است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶/۵

(۴) ۷/۵

۲۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

• حدس گلدباخ، گزاره محسوب می‌شود.

• گزاره  $q \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)]$  همواره درست است.

• مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{2-|x|}} \leq 1$  به صورت  $[-2, 2]$  است.

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۷- نقیض گزاره «اگر امروز باران ببارد، به مدرسه نمی‌روم یا تکالیفم را انجام می‌دهم» کدام گزینه است؟

(۱) اگر امروز باران نبارد، به مدرسه نمی‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.

(۲) امروز باران نمی‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام می‌دهم.

(۳) امروز باران نمی‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.

(۴) امروز باران می‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.

۲۸- گزاره « $r \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$ » با کدام گزاره هم‌ارز است؟

 $\sim r \vee q$  (۴) $\sim r \vee p$  (۳)

F (۲)

T (۱)

۲۹- اگر  $q \Rightarrow p$  نادرست و  $q \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$  درست باشد، ارزش  $r$  کدام است؟

(۲) نادرست

(۱) درست

(۴) هم‌ارز  $p \Rightarrow q$ 

(۳) می‌تواند درست یا نادرست باشد.

۳۰- ارزش گزاره «حاصل جمع دو عدد گنگ مثبت، همواره گنگ است یا هر عدد گنگ به توان عدد گنگ همواره گنگ است»،

..... و ارزش گزاره «اگر  $x^2 = -1$  باشد،  $x = 1$  است» ..... است.

(۴) نادرست - نادرست

(۳) نادرست - درست

(۲) درست - نادرست

(۱) درست - درست

محل انجام محاسبات



کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



## آزمون الکترونیکي یازدهم ریاضی - مرحله ۱

### آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۴۰ سوال ۴۶ دقیقه	۲۶ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



۳۱- اختلاف بار الکتریکی هسته اتم‌های  ${}^{12}_6\text{C}$  و  ${}^7_3\text{Li}$  چند کولن است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

- (۱)  $9/6 \times 10^{-19}$  (۲)  $4/8 \times 10^{-19}$  (۳)  $1/6 \times 10^{-18}$  (۴)  $1/6 \times 10^{-19}$

۳۲- از یک جسم کوچک و باردار، تعداد  $2/5 \times 10^9$  الکترون خارج می‌کنیم تا بار الکتریکی آن قرینه شود. بار الکتریکی اولیه آن چند نانوکولن بوده است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

- (۱)  $0/2$  (۲)  $-0/2$  (۳)  $0/4$  (۴)  $-0/4$

۳۳- کره کوچک، فلزی و باردار A را به کره مشابه و خنثای B تماس می‌دهیم و پس از جدا کردن آن از B، کره A را به کره مشابه و خنثای C تماس می‌دهیم. اگر در نهایت  $q_B - q_C = 4 \mu\text{C}$  باشد، بار نهایی کره A چند میکروکولن است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) -۱۶ (۴) -۴

۳۴- در کدام یک از آزمایش‌های زیر، بار الکتریکی میله فلزی الزاماً مثبت است؟

الف: میله را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک می‌کنیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

ب: میله را به کلاهک الکتروسکوپ با بار منفی نزدیک می‌کنیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

ج: میله را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری تماس می‌دهیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

- (۱) فقط «الف» (۲) «الف» و «ب» (۳) فقط «ج» (۴) هیچ کدام

۳۵- میله‌ای با بار مثبت را مطابق شکل به دو کره فلزی مشابه که باهم در تماس هستند، نزدیک می‌کنیم. در همین حالت دو کره را از هم جدا کرده و سپس میله را از آن‌ها دور می‌کنیم. چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟  
الف: بار الکتریکی نهایی کره B مثبت است.

ب: تعداد الکترون‌های کره A بیشتر از پروتون‌های آن است.

ج: اگر کره A را به کلاهک الکتروسکوپ با بار منفی نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورتر می‌شوند.

دورتر می‌شوند.

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۳۶- دو بار الکتریکی  $q_1 = 20 \mu\text{C}$  و  $q_2 = 40 \mu\text{C}$  را در فاصله چند سانتی‌متری از هم قرار دهیم تا با نیروی الکتریکی  $20 \text{N}$ ، یکدیگر

را دفع کنند؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )

- (۱) ۶۰ (۲) ۶ (۳) ۳۰ (۴) ۳

۳۷- دو جسم کوچک و خنثای A و B را به یکدیگر مالش می‌دهیم تا تعداد  $1/25 \times 10^{11}$  الکترون بین آن‌ها جابه‌جا شود. کدام یک

از عبارات‌های زیر صحیح است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ,  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

الف: بار الکتریکی دو جسم هم اندازه است.

ب: اگر دو جسم را در فاصله  $3 \text{cm}$  از هم قرار دهیم، یکدیگر را با نیروی الکتریکی به بزرگی  $4 \text{mN}$  دفع می‌کنند.

ج: برای آن که اندازه نیروی الکتریکی بین دو جسم برابر  $10^{-3} \text{N}$  شود، باید آن‌ها را در فاصله  $6$  سانتی‌متری از هم قرار دهیم.

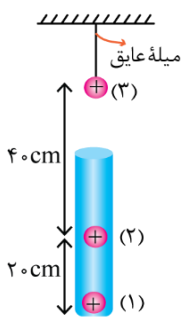
- (۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

۳۸- فاصله بین دو بار الکتریکی را تقریباً چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها نصف شود؟

- (۱) ۶۰ درصد کاهش (۲) ۶۰ درصد افزایش (۳) ۴۰ درصد کاهش (۴) ۴۰ درصد افزایش

محل انجام محاسبات

۳۹- مطابق شکل، سه گوی مشابه با بارهای الکتریکی  $100\text{nC}$  در نزدیکی هم قرار دارند به طوری که گوی میانی در حالت تعادل قرار دارد. جرم هر یک از گوی‌ها چند گرم است؟



$$\left( g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \right)$$

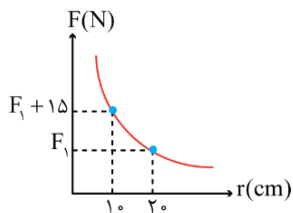
(۱)  $0/225$

(۲)  $\frac{27}{16}$

(۳)  $2/25$

(۴)  $\frac{27}{160}$

۴۰- نمودار بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی مشابه بر حسب فاصله بارها، مطابق شکل است. اگر ۲۵ درصد از یکی از این بارها را برداشته و به دیگری بدهیم و آن‌ها را در فاصله  $2/5\text{cm}$  از هم قرار دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون می‌شود؟



(۱) ۳۰۰

(۲) ۳۲۰

(۳) ۱۵۰

(۴) ۱۶۰

۴۱- دو گوی فلزی، کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی متفاوت هستند، در نزدیکی هم قرار دارند و یکدیگر را با نیروی الکتریکی  $F$  دفع می‌کنند. اگر این دو گوی را به هم تماس دهیم و سپس آن‌ها را در جای قبلی خود قرار دهیم، با نیروی الکتریکی ..... از  $F$ ، یکدیگر را ..... می‌کنند.

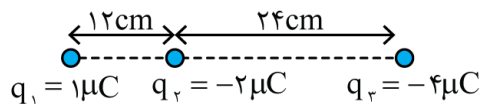
(۱) بزرگ‌تر - دفع

(۲) بزرگ‌تر - جذب

(۳) کوچک‌تر - دفع

(۴) کوچک‌تر - جذب

۴۲- در شکل مقابل، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_1$ ، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_3$  است؟



(۴)  $\frac{7}{11}$

(۳)  $\frac{11}{7}$

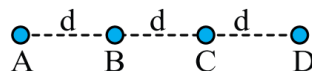
(۲)  $\frac{35}{36}$

(۱)  $\frac{36}{35}$

۴۳- چهار جسم خنثی، کوچک و هم اندازه  $A, B, C, D$  در اختیار داریم. جسم  $A$  را به جسم  $C$  و جسم  $B$  را به جسم  $D$  مالش می‌دهیم و سپس آن‌ها را مطابق شکل روی یک خط راست قرار می‌دهیم. جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر جسم‌های  $B$  و  $C$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

سری الکتریسیته مالشی

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری



(۱)  $\rightarrow, \rightarrow$

(۲)  $\leftarrow, \rightarrow$

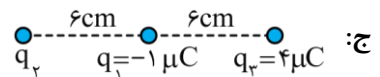
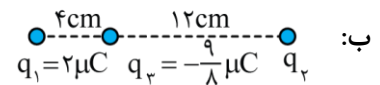
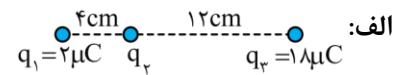
(۳)  $\rightarrow, \leftarrow$

(۴)  $\leftarrow, \leftarrow$

محل انجام محاسبات



۴۴- در چه تعداد از شکل های زیر، بار الکتریکی  $q_2$  در حال تعادل قرار دارد؟



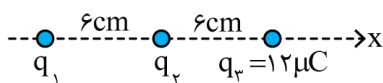
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

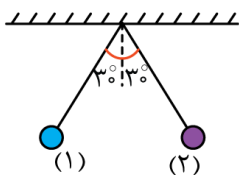
۴۵- در شکل مقابل، هر سه بار الکتریکی در حال تعادل اند. اگر بار  $q_1$  را  $3\text{ cm}$  در خلاف جهت محور  $x$  جابه جا کنیم، بردار نیروی



خالص وارد بر آن در SI کدام می شود؟  $\left(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right)$

۱۷/۶  $\vec{i}$  (۲)-۱۷/۶  $\vec{i}$  (۱)-۹۷/۶  $\vec{i}$  (۴)۹۷/۶  $\vec{i}$  (۳)

۴۶- مطابق شکل، دو گلوله مشابه باردار به جرم  $100\text{ g}$  از دو نخ عایق و سبک آویخته شده و در حال تعادل اند. نیروی کشش نخ



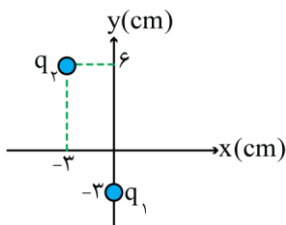
متصل به گلوله (۱) چند نیوتون است؟  $(g = 10\text{ N/kg})$

 $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  (۱)

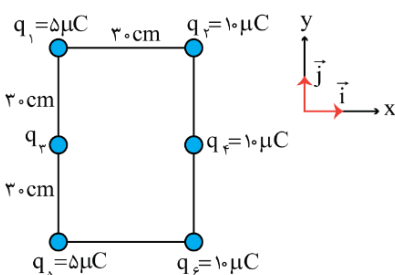
۱ (۴)

 $\frac{1}{2}$  (۳)

۴۷- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر  $q_1$  برابر  $\vec{F} = (21\text{ N})\vec{i} - (42\text{ N})\vec{j}$  است. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  در SI کدام است؟

 $21\vec{i} - 42\vec{j}$  (۱) $21\vec{i} + 42\vec{j}$  (۲) $-21\vec{i} + 42\vec{j}$  (۳) $-21\vec{i} - 42\vec{j}$  (۴)

۴۸- در شکل مقابل، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_4$  تقریباً برابر  $\vec{F} = (10\text{ N})\vec{i}$  است. بار  $q_3$  تقریباً چند میکروکولن است؟



$\left(\sqrt{2} \approx 1/4, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right)$

-۳/۵ (۱)

۳/۵ (۲)

۶/۵ (۳)

-۶/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۹- در شکل مقابل، سه گوی کوچک، فلزی و مشابه باردار در سه رأس یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین قرار گرفته‌اند. اگر سه گوی را به هم تماس داده و دوباره در جای خود قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر گوی (۱) چند نیوتون

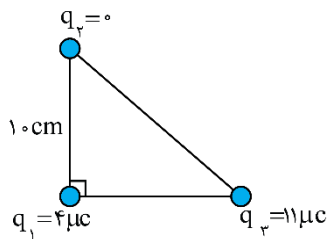
می‌شود؟  $\left(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right)$

۲۲/۵ (۱)

۲۲/۵√۲ (۲)

۳۹/۶ (۳)

۳۹/۶√۲ (۴)



۵۰- می‌دانیم ثابت کولن از رابطه  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  بدست می‌آید که در این رابطه،  $\epsilon_0$  ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است. یکای  $\epsilon_0$  در

SI کدام است؟

(۱)  $\frac{\text{متر}^2 \times \text{نیوتون}}{\text{مربع کولن}}$

(۲)  $\frac{\text{مربع کولن}}{\text{متر}^2 \times \text{نیوتون}}$

(۳)  $\frac{\text{مربع کولن} \times \text{نیوتون}}{\text{متر}^2}$

(۴)  $\frac{\text{متر}^2}{\text{مربع کولن} \times \text{نیوتون}}$

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) تمام عناصر موجود در طبیعت تا به امروز شناسایی و کشف شده‌اند.
- (۲) پیشرفت صنعت الکترونیک بر شناخت ویژگی‌ها و دسترسی به فلزها متکی است.
- (۳) تشکیل رسوب و خروج گاز از سامانه واکنش، نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند.
- (۴) انسان‌ها پیش از استخراج فلزها از مواد طبیعی مانند چوب و سنگ استفاده می‌کردند.

۵۲- کدام یک از ویژگی‌های زیر میان دو عنصر کربن و گوگرد یکسان نیست؟

- (۱) حالت فیزیکی و سطح کدر آنها در دمای اتاق
- (۲) به دست آوردن الکترون در واکنش با فلزها
- (۳) شمار زیرلایه‌های دو الکترونی در آرایش الکترونی
- (۴) تولید اسید از انحلال اکسیدهای این دو عنصر در آب

۵۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد جدول تناوبی درست است؟

- الف: عنصری با عدد اتمی ۱۲۱، در این جدول برخلاف جدول ژانت قرار نمی‌گیرد.
  - ب: در یک گروه برخلاف یک دوره، عدد اتمی فلزها قطعا بیشتر از نافلزها است.
  - پ: تمام ۱۲۰ خانه موجود در جدول تناوبی با عناصر مربوطه اشغال شده‌اند.
  - ت: کمتر از ۳۰ درصد عناصر موجود در این جدول متعلق به دسته  $p$  هستند.
- (۱) (الف) و (ب)      (۲) (الف) و (ت)      (۳) (ب) و (پ)      (۴) (پ) و (ت)

۵۴- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) هر چه شعاع اتمی یک نافلز بزرگ‌تر باشد، واکنش پذیری آن بیشتر است.
- (۲) روبیدیم در مقایسه با استرانسیم در واکنش با نافلزها آسان‌تر به یون  $M^{2+}$  تبدیل می‌شود.
- (۳) برای محاسبه شعاع اتمی عناصر از گروهی نبودن اتم بر اساس مدل کوانتومی، چشم‌پوشی می‌کنیم.
- (۴) در سال‌های اخیر مصرف مواد معدنی از مجموع مصرف فلزها و سوخت‌های فسیلی بیشتر بوده است.

۵۵- با توجه به شکل مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ ( $Te$  نماد یک عنصر است.)

	$D$	$E$
$A$		
$X$		$Te$

- (۱) عنصر  $A$  بیشترین خصلت فلزی را میان عناصر مشخص شده دارد.
- (۲) بار یون تک اتمی عنصر  $D$  دو برابر بار یون تک اتمی عنصر  $E$  است.
- (۳) از واکنش فلز قلیایی هم دوره عنصر  $E$  با گاز کلر، نور قرمز ساطع می‌شود.
- (۴) عنصر  $A$  همانند عنصر  $D$  در واکنش با اکسیژن، الکترون به اشتراک می‌گذارد.

۵۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف: در هر دوره از جدول تناوبی کمترین واکنش پذیری از ویژگی‌های یک عنصر گازی است.
- ب: با دانستن جرم اتم یک عنصر و به کمک جدول تناوبی می‌توان خواص آن عنصر را حدس زد.
- پ: تشکیل یون تک اتمی با آرایش الکترونی هشت‌تایی از ویژگی‌های مشترک همه فلزهای قلیایی است.
- ت: نسبت شمار آنیون به کاتیون در اکسید فلزهای دوره سوم جدول تناوبی با افزایش واکنش پذیری فلز افزایش می‌یابد.

- (۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۵۷- تفاوت شعاع اتمی کدام دو عنصر بیشتر از سایر گزینه‌ها است؟

- (۱)  $A$  و  $D$       (۲)  $M$  و  $X$       (۳)  $E$  و  $G$       (۴)  $Y$  و  $Z$

محل انجام محاسبات

۵۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) آهن برخلاف سدیم، محکم است و از آن برای ساختن انواع درها و پنجره‌های فلزی استفاده می‌شود.
- ۲) فلزهای دسته  $s$  برخلاف همه فلزهای دسته  $p$  به هنگام تشکیل یون به آرایش گاز نجیب می‌رسند.
- ۳) فلزها در عین داشتن ویژگی‌های مشترک، تفاوت‌های قابل توجهی میان رفتارهای خود دارند.
- ۴) با گذشت زمان سدیم و آهن برخلاف طلا در هوای مرطوب جلای خود را از دست می‌دهند.

۵۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- ۱) در کودهای شیمیایی مورد استفاده برای سبزیجات، دو عنصر از گروه ۱۵ جدول تناوبی وجود دارد.
- ۲) در لامپ چراغ جلوی خودروها از عنصری با ۷ الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه استفاده می‌شود.
- ۳) عناصر در کره زمین به طور یکسانی توزیعی نشده و موجب پیدایش تجارت جهانی شده‌اند.
- ۴) گسترش تمدن امروزی همانند توسعه فناوری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.

۶۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف: هر چه عنصری در لایه ظرفیت خود، الکترون بیشتری داشته‌باشد، واکنش‌پذیری بیشتری دارد.
- ب: همه عناصر دسته  $s$  و  $d$  برخلاف برخی از عناصر دسته  $p$ ، توانایی تشکیل یون پایدار دارند.
- پ: در همه گروه‌های جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر هستند.
- ت: همه عناصر با شمار الکترون‌های ظرفیت برابر، در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۶۱- در میان عناصر رسانای جریان الکتریکی گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، چند درصد از عناصر در اثر ضربه خرد می‌شوند؟

۱) ۳۳ ۲) ۴۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۶۲- اگر شمار نوترون در یون  $^{24}A^{+}$ ، ۸ عدد بیشتر از شمار الکترون‌ها باشد، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) در یون پایدار عنصر  $A$ ، نسبت شمار نوترون به الکترون برابر  $1/0.8$  است.
- ۲) در عنصر  $A$  شمار الکترون‌هایی با  $l = 5$  برابر  $n + l = 14$  است.
- ۳) در آرایش الکترونی این یون، ۱۶ الکترون با  $l = 1$  وجود دارد.
- ۴) این عنصر در دمای اتاق جامد بوده و چکش‌خوار است.

۶۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) در جدول تناوبی علاوه بر خواص شیمیایی، خواص فیزیکی نیز، دوره‌ای تکرار می‌شود.
- ۲) برای پیشرفت علم شیمی مهم‌ترین گام یافتن داده‌های بیشتر و دقیق‌تر از خواص مواد است.
- ۳) علم شیمی علاوه بر رفتارهای شیمیایی به رفتارهای فیزیکی عناصر نیز توجه دارد.
- ۴) قابلیت مفتول شدن از ویژگی‌های فیزیکی فلزها است که در شبه‌فلزها دیده نمی‌شود.

محل انجام محاسبات

۶۴- با توجه به جدول مقابل، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

	گروه ۲	گروه ۱۳	گروه ۱۵	گروه ۱۷
دوره دوم		$X$	$D$	$A$
دوره سوم	$Q$		$E$	
دوره چهارم	$L$	$Y$	$G$	$M$

الف: چهار عنصر مشخص شده در این جدول، نماد دو حرفی دارند.

ب: نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر در عنصر  $M$  بیشتر از عنصر  $Y$  است.پ: شعاع اتمی عنصر  $E$  از عنصر  $A$  بیشتر و واکنش پذیری آن از عنصر  $D$  کمتر است.ت: عنصر  $A$  همانند عنصر بعدی خود در جدول تناوبی، کوچک‌ترین شعاع اتمی را در گروه خود دارد.

(۱) الف) و (ب) (۲) (پ) و (ت) (۳) (ب) و (پ) (۴) (ب)، (پ) و (ت)

۶۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی، تمام زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده هفت عنصر، پر شده‌اند.

(۲) هرچه واکنش‌پذیری یک عنصر فلزی بیشتر باشد، اتم‌های آن فلز سخت‌تر الکترون از دست می‌دهند.

(۳) در جدول شارل ژانت، عناصر دسته  $g$  شامل ۱۶ گروه خواهند بود که از دوره هشتم دیده می‌شوند.

(۴) در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی شعاع اتمی ۳ عنصر کمتر از عناصر قبل و بعد خود است.

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر عبارت ((در میان عناصر دوره سوم جدول تناوبی، ..... عنصر .....)) به درستی تکمیل نمی‌کند.

(۱) ۳- در واکنش با نافلزها، یون پایدار با شمار الکترون‌های برابر تشکیل می‌دهند.

(۲) ۶- در واکنش با سایر عناصر به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسند.

(۳) ۴- در حالت جامد سطحی با جلای فلزی و درخشان دارند.

(۴) ۳- در حالت جامد رسانای قوی جریان الکتریکی هستند.

۶۷- کدام یک از مقایسه‌های انجام شده نادرست است؟

(۱) تمایل به تشکیل کاتیون:  ${}_{55}A < {}_{20}D < {}_{31}G$ (۲) تمایل به تشکیل آنیون:  ${}_{4}X < {}_{34}Y < {}_{14}Z$ (۳) واکنش‌پذیری:  ${}_{8}Q > {}_{15}L > {}_{5}M$ 

(۴) هر سه مقایسه درست هستند.

۶۸- کدام یک از مطالب زیر در مورد هالوژن‌ها درست است؟

(۱) با از دست‌دادن یک الکترون به یون هالید با آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود تبدیل می‌شوند.

(۲) در هر دوره از جدول تناوبی بزرگ‌ترین شعاع اتمی را میان عناصر همان دوره دارند.

(۳) با افزایش شعاع اتمی در این گروه جدول تناوبی، نقطه جوش آن‌ها کاهش می‌یابد.

(۴) در دمای اتاق تنها هالوژن‌های گازی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

۶۹- اگر در واکنش میان عناصر موجود در گزینه‌های زیر، نور ساطع شود، طول موج نور کدام واکنش بیشتر است؟

(۱) سدیم و گوگرد (۲) پتاسیم و اکسیژن (۳) پتاسیم و گوگرد (۴) سدیم و اکسیژن

محل انجام محاسبات

۷۰- اگر یک فلز قلیایی خاکی به هنگام تشکیل یون پایدار ۲۵ درصد از الکترون های خود با  $l = 0$  را از دست بدهد، کدام یک از مطالب زیر در مورد این فلز نادرست است؟

- (۱) در آرایش الکترونی یون پایدار این عنصر همه لایه های الکترونی اشغال شده، پر نیستند.
- (۲) واکنش پذیری این فلز از فلز قلیایی پیش و پس از خود در جدول دوره ای کمتر است.
- (۳) عنصر هم دوره این فلز قلیایی خاکی از گروه چهاردهم جدول تناوبی، فلز است.
- (۴) در آرایش الکترونی این فلز و یون آن هیچ الکترونی با  $l = 2$  دیده نمی شود.

محل انجام محاسبات



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



## پاسخنامه آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۱

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده	محمدامین نباخته - سوگند روشنی	رضا قانع - سجاد احمدی
فیزیک	عباس غریبی	عباس غریبی - سجاد صادقی زاده	سعید نصیری - محمد جواد سورچی علیرضا ملک حسینی
شیمی	علی ترابی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی محمد کهنه پوشی	سجاد سیف اللهی - امیر بصرای
مدیر آزمون: رسول خنجری			

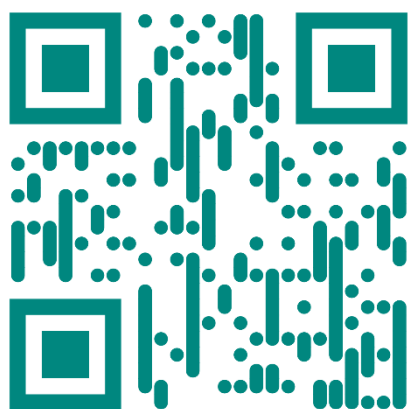
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.  
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه  
نظرسنجی برات باز بشه!  
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://b2n.ir/y80484>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا  
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)  
آسان - متوسط - سخت      مفهومی - مساله و ...      مثلاً: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم



۱- در یک دنباله حسابی، اگر مجموع جملات سوم و هفدهم برابر ۴۸ باشد، مجموع نوزده جمله اول این دنباله چقدر است؟

- ۳۵۶ (۱)      ۳۹۶ (۲)      ۴۵۶ (۳)      ۴۹۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

### مجموع جملات دنباله حسابی

در یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $d$ ، مجموع جملات از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

پاسخ ششگانه:

$$a_3 + a_{17} = 48 \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 16d = 48 \Rightarrow 2a_1 + 18d = 48$$

$$S_{19} = \frac{19}{2}[2a_1 + 18d] = \frac{19}{2} \times 48 = 19 \times 24 = 456$$

مجموع ۱۹ جمله اول برابر است با:

### گروه آموزشی ماز

۲- بین اعداد ۸ و ۷۴، پنج واسطه حسابی درج کرده‌ایم. مجموع ۷ جمله حاصل کدام است؟

- ۲۶۳ (۱)      ۲۷۷ (۲)      ۲۸۷ (۳)      ۲۹۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

### قدرنسبت دنباله حسابی:

اگر  $a_m$  و  $a_n$ ،  $2$  جمله از دنباله‌ای حسابی باشند ( $m > n$ ) و بخواهیم تعداد  $X$  واسطه حسابی بین آن دو عدد درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنباله حسابی برابر خواهد بود با:

$$d = \frac{a_m - a_n}{X + 1}$$

پاسخ ششگانه:

ابتدا قدرنسبت این دنباله را می‌یابیم:

$$d = \frac{b - a}{m + 1} = \frac{74 - 8}{5 + 1} = \frac{66}{6} = 11$$

حال مجموع ۷ جمله را می‌یابیم:

$$S_7 = \frac{7}{2}[2(8) + (7-1) \times 11] = \frac{7}{2}[16 + 66] = 7 \times 41 = 287$$

### گروه آموزشی ماز

۳- در دنباله  $1, 7, 13, 19, \dots$  مجموع جملات دهم تا بیستم این دنباله کدام است؟

- ۹۴۵ (۱)      ۹۳۵ (۲)      ۹۵۵ (۳)      ۹۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

### مجموع جملات $m$ تا $n$ در یک دنباله حسابی ( $m < n$ ):

اگر مجموع جملات اول تا  $m$  دنباله حسابی را با  $S_m$  و مجموع جملات اول تا  $n$  را با  $S_n$  نمایش دهیم، آن‌گاه مجموع جملات  $m$  تا  $n$  با فرض  $m < n$  برابر خواهد بود با:

$$\text{مجموع جملات } m \text{ تا } n = S_n - S_{m-1} = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) - \left(\frac{m-1}{2}\right)(2a_1 + (m-2)d)$$

پاسخ ششگانه:

می‌توانیم بنویسیم:

$$S_9 - S_7 = (\text{مجموع ۹ جمله اول}) - (\text{مجموع ۲۰ جمله اول}) = \text{مجموع جملات دهم تا بیستم}$$

برای محاسبه  $S_9$  و  $S_7$  باید  $a_1$  و  $d$  را بدانیم که از دنباله مشخص است که جمله اول ( $a_1 = 1$ ) و قدرنسبت ( $d = 6$ ) است. پس:

$$\left. \begin{aligned} S_9 &= \frac{9}{2}(2(1) + 8 \times 6) = 225 \\ S_{19} &= \frac{19}{2}(2(1) + 18 \times 6) = 1160 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{19} - S_9 = 1160 - 225 = 935$$

## گروه آموزشی ماز

۴- اگر در یک دنباله حسابی، مجموع  $n$  جمله اول از رابطه  $S_n = 2n^2 - 4n$  بدست آید، مجموع جمله اول و هفتم کدام است؟

۲۰ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۱۹ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

## نکته طلایی:

اگر فرمول مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله به صورت  $S_n$  داده شده باشد، آن گاه برای بدست آوردن جمله  $n$  ام آن دنباله خواهیم داشت:

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

## پاسخ تشریحی:

$$a_1 = S_1 = 2 - 4 = -2$$

برای محاسبه جمله هفتم می توانیم مجموع ۷ جمله اول را منهای مجموع ۶ جمله اول کنیم:

$$a_7 = S_7 - S_6 = (2 \times 7^2 - 4 \times 7) - (2 \times 6^2 - 4 \times 6) = 70 - 48 = 22$$

$$a_1 + a_7 = -2 + 22 = 20$$

پس:

## گروه آموزشی ماز

۵- مجموع سه جمله اول و سه جمله آخر یک دنباله حسابی برابر ۱۲۰ و مجموع تمام جملات آن برابر ۴۲۰ است. این دنباله چند جمله دارد؟

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۳۶ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

## فرمولی دیگر برای مجموع جملات دنباله حسابی:

مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی با فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_{n+1-p})$$

توجه شود که  $1 \leq p \leq n$  می باشد.

## پاسخ تشریحی:

$$S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_n] = \frac{n}{2}[a_2 + a_{n-1}] = \frac{n}{2}[a_3 + a_{n-2}]$$

می دانیم:

$$3S_n = \frac{n}{2}[a_1 + a_2 + a_3 + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n]$$

پس:

$$\Rightarrow 3 \times 420 = \frac{n}{2}[120] \Rightarrow 3 \times 420 = 60n \Rightarrow n = 21$$

## گروه آموزشی ماز

۶- در بیست جمله اول از دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. جمله اول کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

## مجموع جملات ردیف فرد و زوج یک دنباله حسابی:

در یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d$ ، جملات ردیف فرد نیز خود دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $2d$  تشکیل می دهند. همچنین جملات ردیف زوج نیز خود دنباله ای حسابی با جمله اول  $a_2$  و قدرنسبت  $2d$  تشکیل می دهند.

اگر کل جملات دنباله  $n$  تا باشد، آن گاه مجموع این جملات ردیف فرد و زوج برابر خواهد بود با: ( $n$  زوج)

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S'_n = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{n-1} = \frac{n}{2} \left( 2a_1 + \left( \frac{n-1}{2} \right) 2d \right)$$



$$S_n'' = a_r + a_r + \dots + a_n = \frac{n}{2} \left( 2a_r + \left( \frac{n}{2} - 1 \right) 2d \right)$$

پاسخ تشریحی:

در دنباله‌ای با ۲۰ جمله، ۱۰ جمله دارای ردیف (شماره) فرد و ۱۰ جمله دارای ردیف (شماره) زوج می‌باشد. اگر قدرنسبت دنباله حسابی را  $d$  در نظر بگیریم، جملات ردیف زوج و فرد نیز خود دنباله‌هایی حسابی با قدرنسبت  $2d$  هستند:

$$\text{مجموع جملات ردیف فرد} = \frac{1}{2} [2a_1 + (10-1) \times 2d] = 135 \Rightarrow 2a_1 + 18d = 27$$

$$\text{مجموع جملات ردیف زوج} = \frac{1}{2} [2a_2 + (10-1) \times 2d] = 150 \Rightarrow 2a_2 + 18d = 30$$

$$\underline{a_2 = a_1 + d} \rightarrow 2a_1 + 20d = 30$$

حال، با حل دو معادله و دو مجهول داریم:

$$\begin{cases} 2a_1 + 18d = 27 \\ 2a_1 + 20d = 30 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} rd = 3 \Rightarrow d = 1/5 \Rightarrow a_1 = 0$$

### گروه آموزشی ماز

۷- در دنباله هندسی  $\dots, \frac{3}{4}, a, b, 6$ ، مجموع شش جمله اول دنباله کدام است؟

$$\frac{189}{32} \quad (4)$$

$$\frac{189}{16} \quad (3)$$

$$\frac{187}{32} \quad (2)$$

$$\frac{187}{16} \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

مجموع جملات دنباله هندسی:

در یک دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $q$ ، مجموع  $n$  جمله اول برابر است با:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

پاسخ تشریحی:

جمله اول ۶ و جمله چهارم  $\frac{3}{4}$  است:

$$a_4 = \frac{3}{4} \Rightarrow a_1 q^3 = \frac{3}{4} \Rightarrow 6 \times q^3 = \frac{3}{4} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

حال، مقدار خواسته شده را می‌یابیم:

$$S_6 = \frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1} = \frac{6 \times \left( \left( \frac{1}{2} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = 12 \left( 1 - \frac{1}{64} \right) = \frac{189}{16}$$

### گروه آموزشی ماز

۸- جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = 2^{n-1}$  است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها برابر ۲۵۵ شود؟

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

در دنباله  $a_n = 2^{n-1}$  هر جمله ۲ برابر جمله قبلی است، پس این دنباله هندسی است و با قرار دادن  $n=1$  در آن داریم:

$$a_1 = 2^0 = 1, \quad q = 2$$

حال، معادله  $S_n = 255$  را حل می‌کنیم:

$$S_n = 255 \Rightarrow \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = 255 \Rightarrow \frac{1 \times (2^n - 1)}{2 - 1} = 255 \Rightarrow 2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

۹- چند تا از اتحادهای زیر صحیح هستند؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

الف:  $x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1)$

ب:  $x^n + 1 = (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1)$  (فرد  $n$ )

ج:  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

متوسط - مفهومی/محاسباتی - (۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

چند اتحاد مهم:

(۱) به ازای  $n \in \mathbb{N}$  و  $x \in \mathbb{R}$  داریم:

$$x^n - 1 = (x-1)(x^{n-1} + x^{n-2} + x^{n-3} + \dots + x + 1)$$

(۲) اگر  $n$  فرد باشد و  $n \in \mathbb{N}$  و  $x \in \mathbb{R}$  داریم:

$$x^n + 1 = (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1) \text{ (فرد } n)$$

۳- به ازای  $n \in \mathbb{N}$  و  $a, b \in \mathbb{R}$  داریم:

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

بررسی گزینه‌ها:

مورد (الف) در کتاب درسی آمده، موارد (ب) و (ج) هم به راحتی قابل اثبات است:

مورد (ب):

عبارت  $(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1)$  مجموع دنباله‌ای هندسی با جمله‌ی اول  $x^{n-1}$  و قدرنسبت  $\left(-\frac{1}{x}\right)$  با تعداد  $n$  تا می‌باشد:

$$\Rightarrow (x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1) = \frac{x^{n-1} \left( \left(-\frac{1}{x}\right)^n - 1 \right)}{-\frac{1}{x} - 1} = \frac{x^{n-1} \left( \frac{-1 - x^n}{x^n} \right)}{\frac{-1-x}{x}} = \frac{x^n + 1}{x+1}$$

$$\Rightarrow x^n + 1 = (x+1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1)$$

مورد (ج):

عبارت  $(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$  مجموع جملات دنباله‌ای هندسی با جمله اول  $a^{n-1}$  و قدرنسبت  $\frac{b}{a}$  است:

$$\Rightarrow (a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}) = \frac{a^{n-1} \left( \left(\frac{b}{a}\right)^n - 1 \right)}{\frac{b}{a} - 1} = \frac{a^{n-1} \times \frac{b^n - a^n}{a^n}}{\frac{b-a}{a}} = \frac{b^n - a^n}{b-a}$$

$$\Rightarrow b^n - a^n = (b-a)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}) \Rightarrow a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- مجموع شش جمله اول یک دنباله هندسی ۹ برابر مجموع سه جمله ابتدای آن دنباله است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۲

(۲)  $\frac{1}{2}$ (۱)  $\frac{1}{2}$ 

آسان - محاسباتی - (۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ سریعی:

$$S_6 = 9S_3 \Rightarrow \frac{a_1(q^6 - 1)}{q-1} = 9 \times \frac{a_1(q^3 - 1)}{q-1} \Rightarrow q^6 - 1 = 9 \times (q^3 - 1) \xrightarrow{q \neq 1} q^3 + 1 = 9 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر  $x = \frac{5}{3}$  باشد، حاصل  $A = \frac{x^{19} - x^{18} + x^{17} + \dots - 1}{x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + 1}$  کدام است؟

۱ (۴)

 $\frac{3}{8}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{2}{7}$  (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

نکاتی به کمک امتحانها:

نکته ۱:

اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $x \in \mathbb{R}$  داریم:

$$x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1)$$

$$\Rightarrow x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1 = \frac{x^n - 1}{x - 1}$$

نکته ۲:

اگر  $n \in \mathbb{N}$  و فرد باشد و  $x \in \mathbb{R}$  داریم:

$$x^n + 1 = (x + 1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots + x + 1)$$

$$\Rightarrow x^{n-1} - x^{n-2} + \dots - x + 1 = \frac{x^n + 1}{x + 1}$$

نکته ۳:

اگر  $n \in \mathbb{W}$  و زوج باشد و  $x \in \mathbb{R}$  داریم:

$$x^n - 1 = (x + 1)(x^{n-1} - x^{n-2} + \dots + x - 1)$$

$$\Rightarrow x^{n-1} - x^{n-2} + x^{n-3} - \dots + x - 1 = \frac{x^n - 1}{x + 1}$$

پاسخ تشریحی:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{19} = \frac{1 \times (x^{20} - 1)}{x - 1}$$

$$-1 + x - x^2 + \dots + x^{19} = \frac{(-1)((-x)^{20} - 1)}{-x - 1}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{x^{20} - 1}{x - 1}}{\frac{x^{20} - 1}{x - 1}} = \frac{x - 1}{x + 1} \xrightarrow{x = \frac{5}{3}} A = \frac{\frac{5}{3} - 1}{\frac{5}{3} + 1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

## گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر  $\alpha$  یکی از ریشه‌های  $x^2 - 5x - 11 = 0$  باشد، مقدار  $\alpha - \frac{11}{\alpha}$  کدام است؟

۸ (۴)

۵ (۳)

۱۱ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۳

روابط بین ریشه‌ها و ضرایب معادله درجه دوم:

نکته ۱:

اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  باشند، آن‌گاه داریم:

$$۱) \alpha + \beta = S = -\frac{b}{a}$$

$$۲) \alpha\beta = P = \frac{c}{a}$$

$$۳) |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$$۴) \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P$$

نکته ۲:

اگر  $\alpha$  ریشه معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  باشد، آن‌گاه  $\alpha$  در معادله صدق می‌کند، یعنی:  $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$

پاسخ تشریحی:

روش اول:

چون  $\alpha$  ریشه معادله است، در آن صدق می کند:

حاصل عبارت مطلوب را به دست می آوریم:

روش دوم:

اگر ریشه دیگر را هم فرض کنیم، داریم:

$$\alpha^2 - 5\alpha - 11 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 11 = 5\alpha \quad (*)$$

$$\alpha - \frac{11}{\alpha} = \frac{\alpha^2 - 11}{\alpha} \xrightarrow{(*)} \frac{5\alpha}{\alpha} = 5$$

$$\alpha\beta = -11 \Rightarrow \beta = -\frac{11}{\alpha}$$

$$\alpha - \frac{11}{\alpha} = \alpha + \beta \rightarrow \alpha - \frac{11}{\alpha} = -\frac{b}{a} = 5$$

پس:

## گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 2x - 1 = 0$  باشند، در کدام یک از معادلات زیر ریشه ها به صورت  $\frac{\alpha^2 - 1}{\beta}$  و  $\frac{\beta^2 - 1}{\alpha}$  است؟

$$x^2 + 15x + 4 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 - 12x + 4 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + 12x + 4 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + 12x + 2 = 0 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

چون  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله هستند، در آن صدق می کند:

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha^2 - 2\alpha - 1 = 0 \rightarrow \alpha^2 - 1 = 2\alpha \\ \beta^2 - 2\beta - 1 = 0 \rightarrow \beta^2 - 1 = 2\beta \\ \alpha + \beta = 2 \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

پس دنبال معادله ای هستیم که ریشه های آن  $\frac{2\alpha}{\beta}$  و  $\frac{2\beta}{\alpha}$  هستند:

$$S = \frac{2\alpha}{\beta} + \frac{2\beta}{\alpha} = \frac{2(\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2 \times 4 - 4(-1)}{-1} = -12$$

$$P = \frac{2\alpha}{\beta} \cdot \frac{2\beta}{\alpha} = 4$$

پس معادله مورد نظر  $x^2 + 12x + 4 = 0$  است.

## گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 + 7x + 2 = 0$  باشند، حاصل  $\alpha^2\beta - 2\alpha + 7\alpha\beta$  کدام است؟

$$12 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$7 \quad (2)$$

$$14 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$\alpha^2 + 7\alpha + 2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 + 7\alpha = -2$$

در معادله صدق می کند، پس:

$$\alpha^2\beta - 2\alpha + 7\alpha\beta = \beta(\underbrace{\alpha^2 + 7\alpha}_{-2}) - 2\alpha = -2\beta - 2\alpha = -2(\alpha + \beta) = -2(-7) = 14$$

حال، عبارت مطلوب را می یابیم:

## گروه آموزشی ماز

۱۵- به ازای کدام مقادیر  $k$ ، تابع  $f(x) = x^2 + 2kx + 20 - k^2$  فقط از ناحیه سوم عبور نمی کند؟

$$[-\sqrt{20}, -2) \quad (4)$$

$$(-\infty, -2) \quad (3)$$

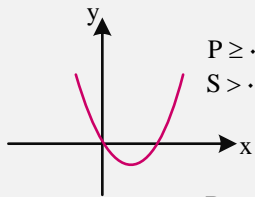
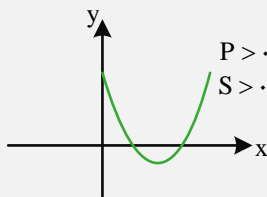
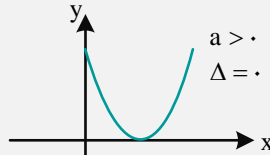
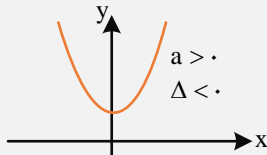
$$(-2, 2) \quad (2)$$

$$(2, \sqrt{20}) \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

## نکات مهم توابع:

تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$  زمانی از ناحیه سوم عبور نمی‌کند که:(۱) دهانه سهمی رو به بالا باشد.  $a > 0$ (۲) سهمی ۲ تا ریشه داشته باشد یعنی:  $\Delta > 0$ . زیرا اگر  $\Delta \leq 0$  آن‌گاه از ناحیه چهارم هم عبور نمی‌کند.

(۳) هر دو ریشه باید در سمت راست محور x ها باشند، یعنی:

پس مجموع ۲ ریشه، مثبت است:  $S > 0$  و حاصل ضرب دو ریشه مثبت یا صفر است:  $P \geq 0$ 

پاسخ شش‌پایه:

باید شرایط  $a > 0$ ,  $\Delta > 0$ ,  $S > 0$  و  $P \geq 0$  برقرار باشند:همواره برقرار  $a > 0 \Rightarrow 1 > 0$ 

$$\Delta > 0 \Rightarrow 16k^2 - 4(20 - k^2) > 0 \Rightarrow 20k^2 - 80 > 0 \Rightarrow k^2 > 4 \Rightarrow k > 2 \text{ یا } k < -2 \quad \text{(I)}$$

$$S > 0 \Rightarrow -4k > 0 \Rightarrow k < 0 \quad \text{(II)}$$

$$P \geq 0 \Rightarrow 20 - k^2 \geq 0 \Rightarrow k^2 \leq 20 \Rightarrow -\sqrt{20} \leq k \leq \sqrt{20} \quad \text{(III)}$$

اشتراک موارد I, II, III بازه  $[-\sqrt{20}, -2]$  است.

## گروه آموزشی ماز

۱۶- به ازای کدام مجموعه مقادیر m، از معادله  $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$  دو جواب متمایز برای x حاصل می‌شود؟

(۴) هیچ مقدار m

(۳)  $1 \leq m < 2$ (۲)  $m < 2$ (۱)  $m \geq 1$ 

پاسخ: گزینه ۳

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

## حل معادلات درجه ۲:

نکته ۱:

معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  زمانی دارای ۲ جواب نامنفی متمایز است که:

$$\Delta > 0 \quad (1) \quad S > 0 \quad (2) \quad P \geq 0 \quad (3)$$

نکته ۲:

گاهی شکل بعضی از معادلات، شبیه معادله درجه ۲ است. در این مواقع با تغییر متغیر می‌توان معادله را به معادله درجه ۲ تبدیل کرد.

مثلاً معادله  $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$  را با تغییر متغیر  $\sqrt{x} = t$  می‌توان به معادله درجه دوم به فرم  $t^2 - 5t + 6 = 0$  تبدیل کرد.

پاسخ شش‌پایه:

کافیست  $\sqrt{x}$  را  $t$  بنامیم، در این صورت، معادله  $t^2 - 2t + m - 1 = 0$  تشکیل خواهد شد. هر جوابی که برای  $t$  به دست آوریم به شرطی که نامنفی باشد، منجر به تولید یک جواب برای  $x$  خواهد شد. واضح است که مثلاً  $t = -1$  ( $\sqrt{x} = -1$ ) برای  $x$  جوابی نخواهد داشت. پس معادله  $t^2 - 2t + m - 1 = 0$  باید دارای دو ریشه نامنفی باشد که شرط آن  $\Delta > 0$ ,  $S > 0$  و  $P \geq 0$  است:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(1)(m-1) > 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۴}} 1 - m + 1 > 0 \Rightarrow m < 2 \quad \text{(I)}$$

$$S > 0 \Rightarrow 2 > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار}$$

$$P \geq 0 \Rightarrow m - 1 \geq 0 \Rightarrow m \geq 1 \quad \text{(II)}$$

اشتراک (I) و (II)، بازه  $[1, 2)$  است.

## گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر معادله  $(m+1)x^2 - 4x^2 + m - 2 = 0$ ، دارای چهار ریشه حقیقی متمایز باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(2, 3)$       (۲)  $(1, 2)$       (۳)  $(-2, 3)$       (۴)  $(-1, +\infty)$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

### حل معادلات درجه ۲:

نکته:

معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  زمانی دارای دو ریشه مثبت است که:

$$\Delta > 0 \quad (1)$$

$$S > 0 \quad (2)$$

$$P > 0 \quad (3)$$

نکته ۲:

گاهی شکل بعضی از معادلات، شبیه معادله درجه ۲ است. در این مواقع با تغییر متغیر می‌توان معادله را به معادله درجه ۲ تبدیل کرد. مثلاً معادله  $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$  را با تغییر متغیر  $\sqrt{x} = t$  می‌توان به معادله درجه دوم به فرم  $t^2 - 5t + 6 = 0$  تبدیل کرد.

### پاسخ تشریحی:

با تغییر متغیر  $x^2 = t$  معادله  $(m+1)t^2 - 4t + m - 2 = 0$  ساخته می‌شود که باید دارای دو ریشه مثبت باشد. پس شرایط  $\Delta > 0$ ،  $S > 0$  و  $P > 0$  برقرار است:

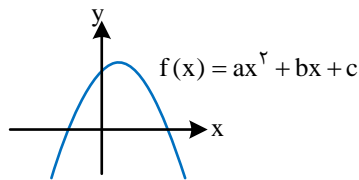
$$\Delta > 0 \Rightarrow 16 - 4(m+1)(m-2) > 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۴}} 4 - (m^2 - m - 2) > 0 \Rightarrow m^2 - m - 6 < 0 \Rightarrow (m-3)(m+2) < 0 \xrightarrow{\text{بین دو ریشه}} -2 < m < 3 \quad (I)$$

$$S > 0 \Rightarrow \frac{4}{m+1} > 0 \Rightarrow m+1 > 0 \Rightarrow m > -1 \quad (II)$$

$$P > 0 \Rightarrow \frac{m-2}{m+1} > 0 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} \begin{array}{c|c|c|c} & -1 & 2 & \\ \hline & + & - & + \\ \hline & & \text{ن} & \end{array} \Rightarrow m < -1 \text{ یا } m > 2 \quad (III)$$

اشتراک موارد بالا، بازه  $(2, 3)$  است.

### گروه آموزشی ماز



۱۸- اگر نمودار سهمی  $f$  مشابه شکل مقابل باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$(1) \quad c > 0, b > 0, a < 0$$

$$(2) \quad c < 0, b > 0, a > 0$$

$$(3) \quad c > 0, b < 0, a < 0$$

$$(4) \quad c < 0, b > 0, a < 0$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

### نمونه مشخص کردن علامت ضرایب چندجمله‌ای درجه دوم و علامت $\Delta$ با توجه به نمودار آن:

اگر یک سهمی با رابطه  $ax^2 + bx + c$  به ما داده باشند، آن‌گاه علامت  $a$ ،  $b$  و  $c$  و  $\Delta$  به صورت زیر تعیین می‌شود:

دهانه سهمی رو به بالا:  $a > 0$

(۱) علامت  $a$

دهانه سهمی رو به پایین:  $a < 0$

تذکر: حالت  $a = 0$  سهمی نیست.

(۲) علامت  $c$ : محل تقاطع سهمی با محور  $y$  ها همان مقدار  $c$  است.

مثبت:  $c > 0$

منفی:  $c < 0$

صفر:  $c = 0$

پس اگر محل تقاطع سهمی با محور  $y$  ها

خواهد بود.



۳) علامت  $b$ : با توجه به طول رأس سهمی و علامت  $a$  می‌توان علامت  $b$  را تشخیص داد. مثلاً اگر طول رأس سهمی مثبت و علامت  $a$  منفی باشد، آن‌گاه داریم:

$$\text{طول رأس سهمی} = -\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$$

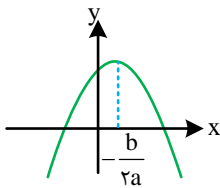
سهمی مماس بر محور  $x$  ها:  $\Delta = 0$  (ریشه مضاعف)

سهمی در ۲ نقطه محور  $x$  ها را قطع کند:  $\Delta > 0$  (دو ریشه)

سهمی محور  $x$  ها را قطع نکند:  $\Delta < 0$  (بدون ریشه)

۴) علامت  $\Delta$

پاسخ تشریحی:



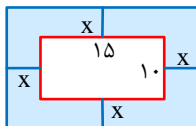
دهانه سهمی رو به پایین است:  $a < 0$

عرض از مبدأ سهمی مثبت است:  $c > 0$

طول رأس تابع مثبت است:  $-\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$

### گروه آموزشی ماز

۱۹- یک عکس به اندازه ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۳۶ سانتی‌متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، محیط قاب کدام است؟



۶۶ (۱)

۷۴ (۲)

۷۶ (۳)

۷۸ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



حل معادله درجه دوم (روش دلتا)

اگر داشته باشیم  $ax^2 + bx + c = 0$  و  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله درجه دوم باشند، آن‌گاه:

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\beta = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

به این روش، روش دلتا (فرمول کلی) می‌گویند.

پاسخ تشریحی:

طول و عرض قاب  $15 + 2x$  و  $10 + 2x$  هستند:

$$(15 + 2x)(10 + 2x) = 336 \Rightarrow 4x^2 + 30x + 20x + 150 = 336 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 186 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 25x - 93 = 0 \Rightarrow \Delta = 1369$$

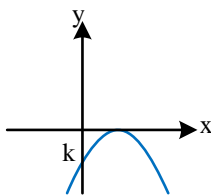
$$\Rightarrow x = \frac{-25 \pm 37}{4} = 3, -\frac{31}{2} \xrightarrow{x > 0} x = 3$$

$$2(16 + 21) = 74$$

پس طول و عرض قاب  $15 + 2x = 21$  و  $10 + 2x = 16$  هستند. محیط آن برابر است با:

### گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار تابع  $y = ax^2 + 4\sqrt{3}x + a - 1$  مشابه شکل مقابل است. در این صورت،  $k$  کدام است؟



-۳ (۱)

-۴ (۲)

-۵ (۳)

-۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

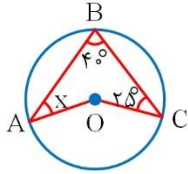
چون سهمی از پایین بر محور xها مماس شده،  $\Delta = 0$  و  $a < 0$  است:

$$\Delta = (4\sqrt{3})^2 - 4(a)(a-1) = 0 \Rightarrow 48 - 4(a)(a-1) = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر 4}} 12 - a(a-1) = 0 \Rightarrow 12 - a^2 + a = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 12 = 0 \Rightarrow (a-4)(a+3) = 0 \Rightarrow a = 4, -3 \xrightarrow{a < 0} a = -3 \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} k = a - 1 = -4$$

## گروه آموزشی ماز

۲۱- در شکل زیر، نقطه O مرکز دایره است. زاویه x کدام است؟



۱۰° (۱)

۱۵° (۲)

۲۰° (۳)

۲۵° (۴)

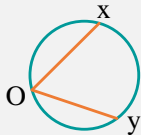
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

زاویه محاطی:

زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند:

$$\widehat{xOy} = \frac{\widehat{xy}}{2} \text{ اندازه زاویه محاطی برابر نصف کمان روبه‌رو به آن است:}$$



پاسخ تشریحی:

$$\widehat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

$$\widehat{AOC} = 80^\circ$$

نکته:

هر زاویه خارجی در چهارضلعی مقعر OABC با مجموع زاویه‌های داخلی دیگر برابر است.

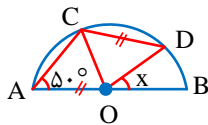
در نتیجه:

$$\widehat{AOC} = x + 40^\circ + 25^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$

$$80^\circ = x + 40^\circ + 25^\circ$$

## گروه آموزشی ماز

۲۲- در شکل مقابل، O مرکز نیم‌دایره است. زاویه x کدام است؟



۳۰° (۱)

۳۵° (۲)

۴۰° (۳)

۲۵° (۴)

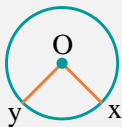
(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

زاویه مرکزی:

زاویه‌ای است که رأس آن بر مرکز دایره، واقع باشند:

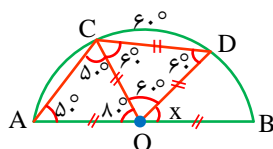
$$\widehat{xOy} = \widehat{xy} \text{ اندازه زاویه مرکزی برابر کمان روبه‌رو به آن است:}$$

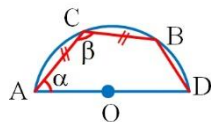


پاسخ تشریحی:

شعاع‌های نیم‌دایره را مشخص می‌کنیم و با توجه به مثلث‌های متساوی‌الاضلاع ایجاد شده خواهیم داشت:

$$x + 60^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 40^\circ$$



۲۳- با توجه به شکل زیر، اگر  $\beta = m\alpha$  باشد،  $m$  کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

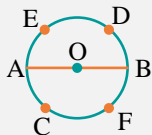
۳ (۴)

۳ (۳)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

## اندازه کمان‌ها در دایره:

مجموع اندازه کمان‌های یک دایره  $360^\circ$  می‌باشد و مجموع کمان‌های یک نیم‌دایره  $180^\circ$  است. به عنوان مثال:

$$\widehat{BD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} = 180^\circ$$

$$\widehat{BF} + \widehat{FC} + \widehat{CA} = 180^\circ$$

$$\widehat{BD} + \widehat{DE} + \widehat{EA} + \widehat{AC} + \widehat{CF} + \widehat{FB} = 360^\circ$$

پاسخ شریعی:

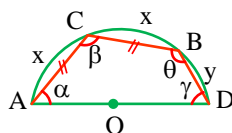
$$2x + y = 180^\circ \Rightarrow y = 180^\circ - 2x$$

$$\beta = \frac{180^\circ + y}{2} = \frac{180^\circ + 180^\circ - 2x}{2} = 180^\circ - x$$

$$\alpha = \frac{x + y}{2} = \frac{x + 180^\circ - 2x}{2} = 90^\circ - \frac{x}{2}$$

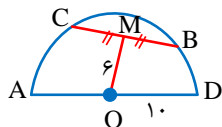
$$\Rightarrow \beta = 2\alpha$$

$$\Rightarrow m = 2$$



## گروه آموزشی ماز

۲۴- در دایره به شعاع ۱۰ و مرکز O، اگر اندازه پاره‌خط واصل مرکز به وسط وتر BC برابر ۶ باشد، طول وتر کدام است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

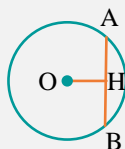
۱۴ (۳)

۱۶ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

## خواص دایره:

اگر از مرکز دایره بر وتر AB عمود رسم کنیم، آن‌گاه وتر AB به دو پاره‌خط مساوی تقسیم می‌شود.  
 $OH \perp AB \Rightarrow AH = BH$ 

پاسخ شریعی:

کافی است شعاع OB را رسم کنیم و سپس با استفاده از قضیه فیثاغورس خواهیم داشت:

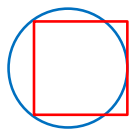
$$OB^2 = BM^2 + OM^2$$

$$100 = 36 + BM^2 \Rightarrow BM = 8$$

$$\text{طول وتر} = 2(8) = 16$$

## گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر مربعی به ضلع ۱۲، مطابق شکل بر دایره‌ای مماس باشد، شعاع دایره کدام است؟



۴ (۱)

۵ (۲)

۶/۵ (۳)

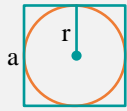
۷/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۱)

### حالات مختلف وضعیت یک مربع و دایره:

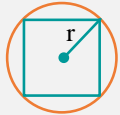
۳ حالت زیر را برای مربع و دایره به خاطر بسپارید:



$$a = 2r$$

$$d = \sqrt{2}a = 2\sqrt{2}r$$

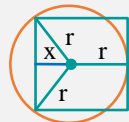
(۱)



$$d = 2r$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}r$$

(۲)



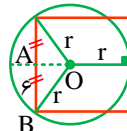
$$r^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + x^2$$

(۳)

$$a = \frac{d}{\sqrt{2}} \Rightarrow r^2 = \left(\frac{d}{2\sqrt{2}}\right)^2 + x^2$$

پاسخ سریعی:

اگر شعاع‌های دایره را مشخص کنیم، خواهیم داشت:



$$OB^2 = OA^2 + AB^2 \text{ در مثلث } OAB$$

$$r^2 = (12-r)^2 + 36 \Rightarrow r^2 = 144 - 24r + r^2 + 36 \Rightarrow 24r = 180 \Rightarrow r = 7.5$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- حدس گلدباخ، گزاره محسوب می‌شود.
- گزاره  $[p \Rightarrow q] \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)]$  همواره درست است.
- مجموعه جواب گزاره‌نمای  $\frac{1}{\sqrt{2-|x|}} \leq 1$  به صورت  $[-2, 2]$  است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### گزاره:

گزاره جمله‌ای است خبری که یا راست است یا دروغ. بنابراین جملاتی که خبری نباشند مانند جملات استفهامی، تعجبی و ... گزاره نیستند. تمام حدس‌های ریاضی گزاره محسوب می‌شوند.

### ترکیب دو شرطی دو گزاره:

هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  را به صورت  $(p \Leftrightarrow q)$  می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می‌نامیم. گزاره دو شرطی زمانی درست است که  $p$  و  $q$  دارای ارزش یکسان باشند یعنی یا هر دو درست باشند و یا هر دو نادرست باشند.

### گزاره‌نما:

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جایگذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره، تبدیل شود، گزاره‌نما نامیده می‌شود.

### دامنه متغیر گزاره‌نما:

در هر گزاره‌نما به مجموعه مقادیری که می‌توان آن‌ها را به جای متغیرهای آن قرار داد، تا این‌که گزاره‌نما به گزاره تبدیل شود، دامنه متغیر گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف  $D$  نمایش می‌دهند. برای مثال دامنه متغیر گزاره‌نمای " $p$  عددی اول است" مجموعه اعداد طبیعی می‌باشد.

### مجموعه جواب گزاره‌نما:

در هر گزاره‌نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آن‌ها، گزاره‌نما تبدیل به گزاره‌ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره‌نما می‌گویند و آن را با حرف  $S$  نمایش می‌دهند و همواره داریم:

$$S \subseteq D$$

برای مثال مجموعه جواب گزاره‌نمای " $p$  عددی اول است" مجموعه اعداد اول می‌باشد.

## بررسی گزینه‌ها:

• تمام حدس‌های ریاضی، گزاره محسوب می‌شوند، بنابراین مورد اول صحیح است.

• سمت چپ مورد دوم را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)] \equiv [(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)] \equiv q \vee (\sim p \wedge p) \equiv q \vee F \equiv q$$

بنابراین، عبارت به صورت  $q \Leftrightarrow q$  همواره درست است.

• دامنه گزاره نمای داده شده به صورت  $0 < |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$  است و برای به دست آوردن مجموعه جواب آن داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{2-|x|}} \leq 1 \Rightarrow \sqrt{2-|x|} \geq 1 \Rightarrow 2-|x| \geq 1 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

بنابراین، این مورد نادرست است.

## گروه آموزشی ماز

۲۷- نقیض گزاره «اگر امروز باران بیارد، به مدرسه نمی‌روم یا تکالیفم را انجام می‌دهم» کدام گزینه است؟

- ۱) اگر امروز باران نیارد، به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.
- ۲) امروز باران نمی‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام می‌دهم.
- ۳) امروز باران نمی‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.
- ۴) امروز باران می‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

## قانون دهمگان:

۱)  $\sim (p \vee q) = (\sim p) \wedge (\sim q)$

۲)  $\sim (p \wedge q) = (\sim p) \vee (\sim q)$

$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

## گزاره‌های شرطی:

۲ گزاره روبه‌رو هم‌ارزند

## پاسخ شرطی:

اگر گزاره داده شده را به صورت زیر در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

اگر امروز باران بیارد، به مدرسه نمی‌روم یا تکالیفم را انجام می‌دهم.

در نتیجه برای نقیض کردن این عبارت خواهیم داشت:

$p \Rightarrow (q \vee r)$

$\sim [p \Rightarrow (q \vee r)] \equiv p \wedge \sim (q \vee r) \equiv p \wedge \sim q \wedge \sim r$

امروز باران می‌بارد و به مدرسه می‌روم و تکالیفم را انجام نمی‌دهم.

## گروه آموزشی ماز

۲۸- گزاره « $r \Rightarrow [(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$ » با کدام گزاره هم‌ارز است؟

 $\sim r \vee q$  (۴) $\sim r \vee p$  (۳)

F (۲)

T (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

## گزاره:

اگر p یک گزاره باشد، آن‌گاه داریم:

۱)  $p \wedge F \equiv F$

۲)  $p \vee F \equiv p$

۳)  $p \wedge T \equiv p$

۴)  $p \vee T \equiv T$

۵)  $p \Rightarrow T \equiv T$

۶)  $p \Rightarrow F \equiv \sim p$

۷)  $T \Rightarrow p \equiv p$

۸)  $F \Rightarrow p \equiv T$

پاسخ شریعی:

عبارت سمت راست را ساده تر می نویسیم:

$$[(q \Rightarrow p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q \equiv [(\sim q \vee p) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$$

$$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim q \equiv (p \vee q) \vee \sim q \equiv p \vee (q \vee \sim q) \equiv p \vee T \equiv T$$

و گزاره  $r \Rightarrow T$  همواره درست است.

## گروه آموزشی ماز

۲۹- اگر  $q \Rightarrow p$  نادرست و  $q \Rightarrow (r \Leftrightarrow p)$  درست باشد، ارزش  $r$  کدام است؟

- (۱) درست  
(۲) نادرست  
(۳) می تواند درست یا نادرست باشد.  
(۴) هم ارز  $p \Rightarrow q$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ: گزینه ۲

ارزش گزاره:

نکته:

اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  نادرست باشد آن گاه:

$$q \equiv F \text{ و } p \equiv T$$

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته ۲:

اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow q$  درست باشد آن گاه:یا الف)  $p \equiv F$  و  $q \equiv F$  یا ب)  $p \equiv F$  و  $q \equiv T$  یا ج)  $p \equiv T$  و  $q \equiv T$  است.

نکته ۳:

اگر  $p \Leftrightarrow q$  درست باشد آن گاه:یا الف)  $p \equiv T$  و  $q \equiv T$  یا ب)  $p \equiv F$  و  $q \equiv F$  است.

نکته ۴:

اگر  $p \Leftrightarrow q$  نادرست باشد، آن گاه:یا الف)  $p \equiv T$  و  $q \equiv F$  یا ب)  $p \equiv F$  و  $q \equiv T$  است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

پاسخ شریعی:

به بررسی اطلاعات سوال می پردازیم:

$$q \Rightarrow p \begin{cases} q \equiv \text{د} \\ p \equiv \text{ن} \end{cases} \text{ نادرست}$$

$$r \Leftrightarrow p \text{ درست است، بنابراین } r \text{ و } p \text{ ارزش های یکسانی دارند و } r \text{ نادرست است. } q \Rightarrow (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow$$
↓  
د

## گروه آموزشی ماز

۳۰- ارزش گزاره «حاصل جمع دو عدد گنگ مثبت، همواره گنگ است یا هر عدد گنگ به توان عدد گنگ همواره گنگ است»، ..... و ارزش گزاره «اگر  $x^2 = -1$  باشد،  $x = 1$  است» ..... است.

(۴) نادرست - نادرست

(۳) نادرست - درست

(۲) درست - نادرست

(۱) درست - درست

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

حاصل جمع دو عدد گنگ مثبت، همواره گنگ است، نادرست است و مثال نقض آن  $\begin{cases} \sqrt{3}-1 \\ 2-\sqrt{3} \end{cases}$  است.

و هر عدد گنگ به توان عدد گنگ همواره گنگ است، هم نادرست است و مثال نقض آن  $\sqrt{2} = (\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$  است. بنابراین گزاره اول  $F \vee F \equiv F$  است. گزاره بعد نیز چون  $x^2 = -1$  نادرست است، به انتهای مقدم درست است.

گروه آموزشی ماز

۳۱- اختلاف بار الکتریکی هسته اتم های  ${}^6\text{Li}$  و  ${}^{12}\text{C}$  چند کولن است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

$$1/6 \times 10^{-19} \text{C} \quad (4)$$

$$1/6 \times 10^{-18} \text{C} \quad (3)$$

$$4/8 \times 10^{-19} \text{C} \quad (2)$$

$$9/6 \times 10^{-19} \text{C} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰)

### کوانتیده بودن بار الکتریکی

(۱) بار الکتریکی کمیته گسسته (کوانتیده) است که از رابطه زیر بدست می آید.

$$q = \pm ne$$

در رابطه فوق  $e$  مقدار بار بنیادی است و برابر  $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$  می باشد و  $n$  عددی صحیح است.

(۲) اگر تعداد الکترون های یک جسم بیشتر از پروتون های آن باشد، علامت بار آن منفی خواهد بود و اگر تعداد الکترون های آن کمتر از پروتون هایش باشد، علامت بار آن مثبت خواهد بود.

### مثال: ؟؟

تعداد الکترون های جسمی  $2/5 \times 10^{10}$  واحد بیشتر از پروتون های آن است. بار الکتریکی جسم چند نانوکولن است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ ) ابتدا دقت کنید که چون الکترون ها بیشتر هستند، علامت بار منفی است، بنابراین می توان نوشت:

$$q = -ne = -2/5 \times 10^{10} \times 1/6 \times 10^{-19} = -4 \times 10^{-9} \text{C} = -4 \text{ nC}$$

(۳) در یک اتم خنثی مانند  ${}^A_Z X$  می توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به صورت زیر بدست آورد:

$$q_{\text{کل}} = 0 \rightarrow \text{اتم خنثی است}$$

$$+Ze = \text{هسته} \rightarrow \text{تعداد پروتون های هسته برابر } Z \text{ است}$$

$$-Ze = \text{الکترون ها} \rightarrow \text{تعداد الکترون های اتم برابر } Z \text{ است}$$

(۴) در یک یون مثبت مانند  ${}^A_Z X^{n+}$  می توان بار الکتریکی کل و بار هسته را به صورت زیر بدست آورد:

$$+ne = \text{کل} \rightarrow \text{نوع بار یون مثبت است}$$

$$+Ze = \text{هسته} \rightarrow \text{تعداد پروتون های هسته برابر } Z \text{ است}$$

$$-(Z-n)e = \text{الکترون ها} \rightarrow \text{تعداد الکترون های اتم برابر } Z-n \text{ است}$$

به همین ترتیب و برای تمرین، بار الکتریکی یون منفی  ${}^A_Z X^{n-}$  را خودتان بررسی کنید.

### مثال: ؟؟

بار الکتریکی هسته اتم  ${}^{18}\text{Ar}$  چند کولن است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ )

$$q_{\text{هسته}} = +Ze = +18 \times 1/6 \times 10^{-19} = 3 \times 10^{-18} \text{C}$$

در یون منبزم دو بار مثبت ( ${}^{24}\text{Mg}^{2+}$ )، بار الکتریکی هسته و مجموع بار الکتریکی الکترون ها به ترتیب از راست به چپ چند نانوکولن است؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$ ) برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

(۱) عدد اتمی منبزم برابر  $Z = 12$  است، بنابراین تعداد ۱۲ پروتون در هسته آن وجود دارد و بار الکتریکی هسته برابر است با:

$$q_{\text{هسته}} = +Ze = 12 \times 1/6 \times 10^{-19} = 2 \times 10^{-18} \text{C} = 2 \text{ nC}$$

(۲) چون یون منبزم ۲ بار مثبت است، الکترون های آن ۲ تا کمتر از پروتون ها هستند، پس تعداد الکترون ها برابر ۱۰ است و مجموع بار الکتریکی آن ها برابر است با:

$$q_{\text{الکترون ها}} = -(Z-n)e = -10 \times 1/6 \times 10^{-19} = -1/6 \times 10^{-18} \text{C} = -1/6 \times 10^{-9} \text{ nC}$$

### گام اول:

${}^{12}\text{C}$  دارای ۶ پروتون در هسته خود است، بنابراین بار الکتریکی هسته آن برابر  $q_1 = +6e$  است.

### گام دوم:

${}^7\text{Li}$  دارای ۳ پروتون در هسته خود است، بنابراین بار الکتریکی هسته آن برابر  $q_2 = +3e$  است.

### گام سوم:

بنابراین اختلاف بار الکتریکی هسته ها برابر است با:

$$q_1 - q_2 = 6e - 3e = 3e \Rightarrow q_1 - q_2 = 3 \times 1/6 \times 10^{-19} = 1/2 \times 10^{-19} \text{C}$$



۳۲- از یک جسم کوچک و باردار، تعداد  $2/5 \times 10^9$  الکترون خارج می‌کنیم تا بار الکتریکی آن قرینه شود. بار الکتریکی اولیه آن چند نانوکولن بوده است؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$$

-۰/۴ (۴)

۰/۴ (۳)

-۰/۲ (۲)

۰/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی

با توجه به این که با خارج شدن الکترون از جسم، بار الکتریکی آن قرینه شده است، می‌توان نتیجه گرفت بار اولیه آن منفی بوده است که با خارج کردن تعدادی الکترون، بار نهایی جسم مثبت شده است. با توجه به توضیحات فوق، اگر بار اولیه جسم برابر  $-q$  بوده باشد، بار نهایی آن برابر  $+q$  است و با خارج کردن  $2/5 \times 10^9$  الکترون، بار آن به اندازه  $\Delta q = 2q$  تغییر کرده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta q = ne \Rightarrow 2q = 2/5 \times 10^9 \times 1/6 \times 10^{-19} = 4 \times 10^{-11} C = 0/4 nC \Rightarrow q = 0/2 nC$$

بنابراین بار الکتریکی اولیه جسم برابر  $0/2 nC$  بوده است.

## گروه آموزشی ماز

۳۳- کره کوچک، فلزی و باردار A را به کره مشابه و خنثای B تماس می‌دهیم و پس از جدا کردن آن از B، کره A را به کره مشابه و خنثای C تماس می‌دهیم. اگر در نهایت  $q_B - q_C = 4 \mu C$  باشد، بار نهایی کره A چند میکروکولن است؟

-۴ (۴)

-۱۶ (۳)

۴ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

تماس

(۱) هنگامی که دو کره فلزی مشابه را به هم تماس می‌دهیم، بار الکتریکی بین آن‌ها به گونه‌ای تقسیم می‌شود که بار نهایی دو کره با هم برابر باشد. بنابراین بار هر یک از کره‌ها پس از تماس برابر میانگین بار اولیه آن‌ها خواهد بود.

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2}{2}$$



قبل از تماس

بعد از تماس

(۲) نتیجه فوق برای تعداد بیشتری کره فلزی مشابه هم قابل تعمیم است. به طور کلی اگر  $n$  کره یکسان که دارای بارهای  $q_1, q_2, \dots, q_n$  هستند را همگی به هم تماس دهیم، بار نهایی همه آن‌ها برابر است با:

$$q_{\text{نهایی}} = \frac{q_1 + q_2 + \dots + q_n}{n}$$

مثال: ?

دو کره فلزی و مشابه به ترتیب دارای بارهای الکتریکی  $q_1 = 4 \mu C$  و  $q_2 = 12 \mu C$  هستند. اگر این دو کره را به هم تماس دهیم، چند الکترون به طور خالص بین آن‌ها جابه‌جا خواهد شد؟ ( $e = 1/6 \times 10^{-19} C$ ) ابتدا بار نهایی هر یک از کره‌ها را بدست می‌آوریم.

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4 + 12}{2} = 8 \mu C$$

بنابراین کره (۱)  $4 \mu C$  بار (الکترون) از دست داده و کره (۲) این بار را گرفته است. در ادامه تعداد الکترون‌ها را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta q = ne \rightarrow 4 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \rightarrow n = 2/5 \times 10^{13}$$

مثال: ?

سه کره رسانای کوچک و مشابه A، B و C به ترتیب دارای بارهای الکتریکی  $20 nC$ ،  $10 nC$  و  $8 nC$  هستند. ابتدا کره A را به کره C تماس می‌دهیم و جدا می‌کنیم و سپس کره B را به کره C تماس می‌دهیم و جدا می‌کنیم. اگر تعداد الکترون‌های جابه‌جا شده بین کره‌های A و C برابر  $n_1$  تعداد

الکترون‌های جابه‌جا شده بین کره‌های B و C برابر  $n_2$  باشد، نسبت  $\frac{n_2}{n_1}$  کدام است؟

ابتدا کره‌های A و C به هم تماس داده شده‌اند و بار آن‌ها پس از تماس برابر است با:

$$q'_C = \frac{q_A + q_C}{2} = \frac{20 + 8}{2} = 14 nC$$

بار کره‌های A و C پس از تماس

بنابراین مقدار  $\Delta q_1 = 6nC$  بار الکتریکی بین کره‌های A و C جابه‌جا شده است.  
در ادامه کره‌های B و C را به هم وصل می‌کنیم و بار آنها پس از تماس برابر است با:

$$q'_B = \frac{q_B + q'_C}{2} = \frac{10 - 14}{2} = -2nC$$

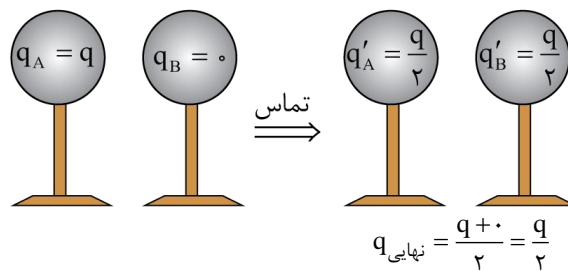
C و B کره‌های نهایی

بنابراین مقدار  $\Delta q_2 = 12nC$  بار الکتریکی بین دو کره جابه‌جا شده است. در نهایت برای مقایسه تعداد الکترون‌های جابه‌جا شده بین کره‌ها در دو حالت، کافی است مقدار بار جابه‌جا شده در دو حالت را مقایسه کنیم.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\Delta q_2}{\Delta q_1} = \frac{12}{6} = 2$$

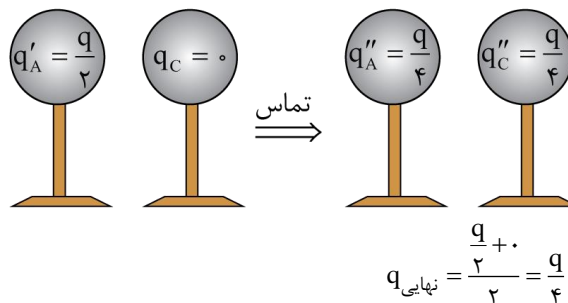
گام اول:

فرض کنیم بار کره A برابر q بوده است. با تماس کره‌های A و B، بار هر یک برابر می‌شود با:



گام دوم:

در ادامه، کره A که اکنون دارای بار  $q'_A = \frac{q}{2}$  است را به کره خنثی C تماس می‌دهیم.



گام سوم:

بنابراین بار نهایی کره B برابر  $\frac{q}{4}$  و بار نهایی کره C برابر  $\frac{q}{4}$  است. طبق متن سؤال، بار نهایی B به اندازه  $4\mu C$  بیشتر از C است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{q}{2} - \frac{q}{4} = 4\mu C \Rightarrow \frac{q}{4} = 4\mu C \Rightarrow q = 16\mu C$$

پس بار نهایی کره A، برابر  $q''_A = \frac{q}{4} = 4\mu C$  است.

اگر...

اگر تعداد الکترون‌های جابه‌جا شده بین کره‌های A و B را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟  $(e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

پاسخ: مطابق راه حل سؤال،  $q = 16\mu C$  است، بنابراین به اندازه  $8\mu C = \frac{q}{2}$  بین A و B، بار الکتریکی جابه‌جا شده است و تعداد الکترون‌های منتقل شده برابر است با:

$$\Delta q = ne \Rightarrow 8 \times 10^{-6} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{13}$$

## گروه آموزشی ماز

۳۴- در کدام یک از آزمایش‌های زیر، بار الکتریکی میله فلزی الزاماً مثبت است؟

الف: میله را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک می‌کنیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

ب: میله را به کلاهک الکتروسکوپ با بار منفی نزدیک می‌کنیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

ج: میله را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری تماس می‌دهیم و ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور می‌شوند.

(۴) هیچ کدام

(۳) فقط «ج»

(۲) «الف» و «ب»

(۱) فقط «الف»

### الکتروسکوپ

در این بخش به بررسی الکتروسکوپ می‌پردازیم. به نکات زیر توجه کنید.

(۱) اگر یک جسم باردار را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دور شده و باز می‌شوند. دقت کنید علامت بار در این حالت اهمیت ندارد.

(۲) اگر یک جسم باردار را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک کنیم، دو حالت زیر می‌تواند رخ دهد:

(الف) بار جسم و الکتروسکوپ هم‌نام باشد:  
در این حالت با نزدیک شدن جسم به الکتروسکوپ، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورتر می‌شوند.

(ب) بار جسم و الکتروسکوپ ناهم‌نام باشد:  
در این حالت با نزدیک شدن جسم به کلاهک الکتروسکوپ ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند. اگر بار جسم خیلی بزرگ باشد ممکن است ورقه‌ها کاملاً بسته شوند و دوباره شروع به باز شدن کنند.

(۳) با توجه به ۲ نکته فوق می‌توان کاربردهای زیر را برای الکتروسکوپ در نظر گرفت:

(الف) تشخیص باردار بودن جسم: کافی است جسم را به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کنیم. اگر ورقه‌ها باز شوند، جسم باردار است.

(ب) تشخیص نوع بار جسم: کافی است جسم را به کلاهک یک الکتروسکوپ باردار که نوع بار آن را می‌دانیم نزدیک کنیم. اگر فاصله ورقه‌ها بیشتر شد، بار جسم هم‌علامت با بار الکتروسکوپ است و اگر فاصله ورقه‌ها کمتر شد، علامت بار جسم باردار مخالف علامت بار الکتروسکوپ است.

(ج) تشخیص رسانا یا نارسانا بودن جسم:  
جسم را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری تماس می‌دهیم. اگر فاصله ورقه‌ها از هم تغییر محسوسی نکند، جسم نارسانا است و اگر این فاصله تغییر کند، جسم رسانا است.

### بررسی موارد:

هر یک از آزمایش‌ها را بررسی می‌کنیم:

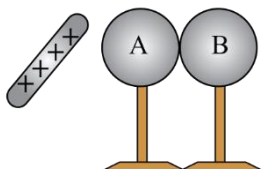
بررسی (الف): با توجه به این که الکتروسکوپ بدون بار بوده است، اگر با نزدیک کردن میله به آن، ورقه‌ها باز شوند، می‌توان نتیجه گرفت که میله قطعاً باردار است ولی نوع بار مشخص نمی‌شود. (نادرست)

بررسی (ب): با نزدیک کردن میله به الکتروسکوپ باردار، ورقه‌ها از هم بازتر شده‌اند، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت بار الکتروسکوپ و میله هم‌نام است، پس بار میله منفی است. (نادرست)

بررسی (ج): باز هم چون الکتروسکوپ بدون بار است، از این آزمایش فقط می‌توان فهمید که میله فلزی باردار است ولی علامت بار آن مشخص نمی‌شود. (نادرست)

### گروه آموزشی ماز

۳۵- میله‌ای با بار مثبت را مطابق شکل به دو کره فلزی مشابه که باهم در تماس هستند، نزدیک می‌کنیم. در همین حالت دو کره را از هم جدا کرده و سپس



میله را از آن‌ها دور می‌کنیم. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟  
الف: بار الکتریکی نهایی کره B مثبت است.  
ب: تعداد الکترون‌های کره A بیشتر از پروتون‌های آن است.  
ج: اگر کره A را به کلاهک الکتروسکوپی با بار منفی نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورتر می‌شوند.

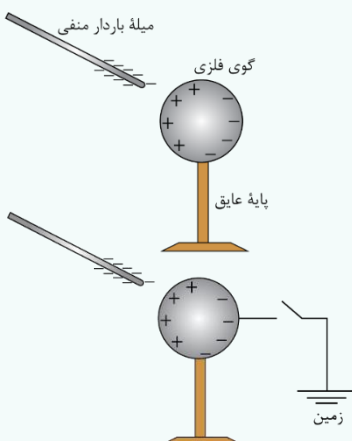
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

### القای بار الکتریکی

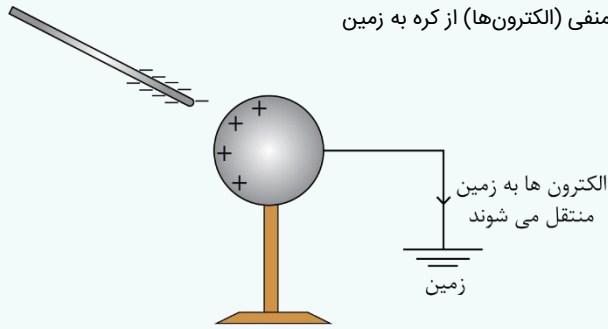
در مورد القای الکتریکی به نکات زیر توجه کنید.

(۱) هنگامی که یک میله باردار را به یک کره رسانای منزوی نزدیک می‌کنیم، بارهای القایی مثبت و منفی در دو طرف جسم رسانا ایجاد می‌شوند. بارهای ناهم‌نام با بار میله در سمتی از کره که نزدیک میله است جمع می‌شوند و بارهای هم‌نام با بار میله در سمتی از کره که دور از میله است جمع می‌شود. به عنوان مثال در شکل مقابل، بار میله منفی است، به همین دلیل بارهای مثبت کره در سمت چپ و بارهای منفی در سمت راست جمع شده‌اند. نیروی بین دو جسم از نوع جاذبه است.

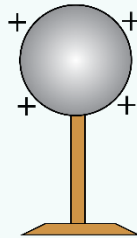
(۲) با روش القا می‌توان اجسام رسانا را باردار کرد. مثلاً می‌توان از روش زیر استفاده کرد:  
مرحله اول: نزدیک کردن میله باردار به کره رسانای خنثی



مرحله دوم: وصل کردن کلید و انتقال بارهای منفی (الکترون‌ها) از کره به زمین



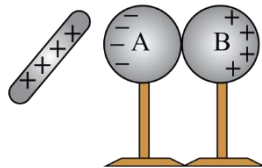
مرحله سوم: به ترتیب قطع کنید، دور کردن میله از کره و پخش یکنواخت بار مثبت در سطح کره



دقت کنید علامت بار میله و کره مخالف یکدیگر است.

پاسخ تشریحی:

با نزدیک کردن میله به کره‌ها، بارهای منفی در نزدیکی میله در کره A جمع می‌شوند و بارهای مثبت در قسمت‌های دور از میله در کره B جمع می‌شوند. (در واقع الکترون‌ها از کره B به کره A می‌آیند.)



بنابراین پس از جدا کردن کره‌ها، کره A دارای بار منفی و کره B دارای بار مثبت می‌شود. با توجه به این که بار A منفی است، می‌توان نتیجه گرفت که تعداد الکترون‌های آن بیشتر از پروتون‌هایش است. با نزدیک کردن کره A با بار منفی به یک الکتروسکوپ با بار منفی، چون بار آنها همانم است، ورقه‌های الکتروسکوپ از هم دورتر می‌شوند. با توجه به توضیحات فوق، هر سه عبارت صحیح هستند.

### گروه آموزشی ماز

۳۶- دو بار الکتریکی  $q_1 = 20 \mu\text{C}$  و  $q_2 = 40 \mu\text{C}$  را در فاصله چند سانتی‌متری از هم قرار دهیم تا با نیروی الکتریکی  $20 \text{N}$ ، یکدیگر را دفع کنند؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$$

۳ (۴)

۳۰ (۳)

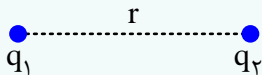
۶ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

### قانون کولن

۱) مطابق قانون کولن، اگر بارهای  $q_1$  و  $q_2$  در فاصله  $r$  از هم قرار بگیرند، نیروی الکتریکی که به هم وارد می‌کنند برابر است با:



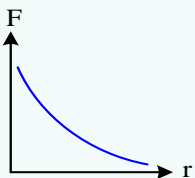
$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

۲) ثابت کولن است که یکای آن  $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$  است.

۳) برای مقایسه نیروی الکتریکی بین بارها می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q'_1 q'_2}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) نمودار تغییرات نیروی الکتریکی بر حسب فاصله دو بار مطابق شکل به صورت نزولی خواهد بود.



مثال: 

دو بار نقطه‌ای  $q_1 = 10 \mu\text{C}$  و  $q_2 = 20 \mu\text{C}$  را در چه فاصله‌ای از هم قرار دهیم تا با نیروی  $5$  نیوتون یکدیگر را دفع کنند؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \rightarrow 5 = 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10 \times 10^{-12}}{r^2}$$

$$\rightarrow 5 = \frac{1/8}{r^2} \rightarrow r^2 = 0/36 \rightarrow r = 0/6 \text{ m}$$

مثال: 

دو بار الکتریکی در فاصله  $10 \text{ cm}$  به هم نیروی  $F$  را وارد می‌کنند. چند سانتی‌متر فاصله بارها را افزایش دهیم تا نیروی بین آن‌ها  $\frac{F}{4}$  شود؟

یادآوری: هنگامی که بارهای الکتریکی برحسب میکروکولن و فاصله برحسب سانتی‌متر باشد، می‌توان ثابت کولن را برابر  $k = 9 \cdot \frac{\text{N}\cdot(\text{cm})^2}{(\mu\text{C})^2}$  قرار داد و دیگر تبدیل یکا انجام ندهیم.

$$F \propto \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها ثابت}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{10}{r'}\right)^2$$

$$\rightarrow r' = 20 \text{ cm} \rightarrow \text{فاصله بارها باید } 10 \text{ cm} \text{ افزایش یابد.}$$

پاسخ تستی: 

با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 20 = 90 \times \frac{20 \times 40}{r^2} \Rightarrow r^2 = 3600 \Rightarrow r = 60 \text{ cm}$$

## گروه آموزشی ماز

۳۷- دو جسم کوچک و خنثای  $A$  و  $B$  را به یکدیگر مالش می‌دهیم تا تعداد  $1/25 \times 10^{11}$  الکترون بین آن‌ها جابه‌جا شود. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح

$$\text{است؟} \left( k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}, e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \right)$$

الف: بار الکتریکی دو جسم هم اندازه است.

ب: اگر دو جسم را در فاصله  $3 \text{ cm}$  از هم قرار دهیم، یکدیگر را با نیروی الکتریکی به بزرگی  $4 \text{ mN}$  دفع می‌کنند.ج: برای آن که اندازه نیروی الکتریکی بین دو جسم برابر  $10^{-3} \text{ N}$  شود، باید آن‌ها را در فاصله  $6$  سانتی‌متری از هم قرار دهیم.

(۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «ج» (۴) «ب» و «ج»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

گام اول: 

محاسبه بار دو جسم:

$$q = ne \Rightarrow q = 1/25 \times 10^{11} \times 1/6 \times 10^{-19} = 2 \times 10^{-8} \text{ C}$$

بنابراین بار یکی از جسم‌ها برابر  $q_1 = +2 \times 10^{-8} \text{ C}$  و بار دیگری برابر  $q_2 = -2 \times 10^{-8} \text{ C}$  است. دقت کنید هنگامی که دو جسم خنثی توسط مالش باردار می‌شوند، بار آن‌ها هم اندازه است و علامت بار آن‌ها مخالف یکدیگر است، بنابراین یکدیگر را با نیروی الکتریکی جذب می‌کنند. با توجه به این توضیحات، عبارت (الف) صحیح و عبارت (ب) نادرست است.

گام دوم:

برای آن که نیروی الکتریکی برابر  $10^{-3} \text{ N}$  شود، داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 10^{-3} = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-8})^2}{r^2} \Rightarrow r^2 = 36 \times 10^{-4} \Rightarrow r = 0/6 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

عبارت (ج) صحیح است.

## گروه آموزشی ماز

۳۸- فاصله بین دو بار الکتریکی را تقریباً چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا بزرگی نیروی الکتریکی بین آن‌ها نصف شود؟  
 (۱) ۶۰ درصد کاهش (۲) ۶۰ درصد افزایش (۳) ۴۰ درصد کاهش (۴) ۴۰ درصد افزایش

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ سریعی:

برای مقایسه نیروی الکتریکی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F \propto \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{مقدار بارها ثابت}} F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow r' = r\sqrt{2} \approx 1.41r$$

$$\text{درصد تغییر فاصله} = \frac{r' - r}{r} \times 100 = \frac{1.41r - r}{r} \times 100 = 41\%$$



بنابراین فاصله بین دو بار باید تقریباً ۴۰٪ افزایش یابد.

این تست بر اساس یکی از تست‌های کنکور ریاضی ۱۴۰۱ طرح شده است که آن را بررسی می‌کنیم.

تست کنکور ریاضی ۱۴۰۱:

اگر فاصله بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای را ۲۰ درصد افزایش دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها، تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟

(۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۵ (۴) ۱۵

گزینه ۲

با توجه به این که مقدار بارها ثابت است، برای مقایسه نیروی الکتریکی در دو حالت به صورت زیر عمل می‌کنیم:

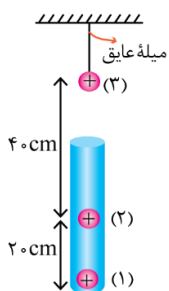
$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها ثابت}} F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{r}{1.2r}\right)^2 = \frac{1}{1.44} \approx 0.7 \xrightarrow{\text{درصد تغییر نیرو}} \frac{F' - F}{F} \times 100 = \frac{0.7F - F}{F} \times 100 = -30\%$$

پس نیروی الکتریکی تقریباً ۳۰٪ کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز

۳۹- مطابق شکل، سه گوی مشابه با بارهای الکتریکی ۱۰۰nC در نزدیکی هم قرار دارند به طوری که گوی میانی در حالت تعادل قرار دارد. جرم هر یک از



گوی‌ها چند گرم است؟  $\left(g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right)$

(۱) ۰.۲۲۵

(۲)  $\frac{27}{16}$

(۳)  $\frac{2}{25}$

(۴)  $\frac{27}{160}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۱)

گام اول:

نیروی الکتریکی که گوی‌های بالایی و پایینی به گوی میانی وارد می‌کنند برابر است با:

$$F_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} \quad |q_1| = |q_2| = 100 \text{ nC} = 10^{-7} \text{ C} \rightarrow F_{12} = 90 \times \frac{10^{-7} \times 10^{-7}}{0.02^2} = \frac{9}{4} \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} \quad |q_2| = |q_3| = 10^{-7} \text{ C} \rightarrow F_{23} = 90 \times \frac{10^{-7} \times 10^{-7}}{0.04^2} = \frac{9}{16} \times 10^{-3} \text{ N}$$

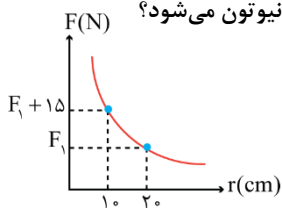
## گام دوم:

برای آن که گوی میانی در تعادل باشد، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= \vec{F}_2 + m\vec{g} \\ \Rightarrow \frac{9}{4} \times 10^{-3} &= \frac{9}{16} \times 10^{-3} + (m \times 10) \\ \Rightarrow m \times 10 &= \frac{27}{16} \times 10^{-3} \\ \Rightarrow m &= \frac{27}{16} \times 10^{-4} \text{ kg} = \frac{27}{160} \text{ g} \end{aligned}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۰- نمودار بزرگی نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی مشابه برحسب فاصله بارها، مطابق شکل است. اگر ۲۵ درصد از یکی از این بارها را برداشته و به دیگری بدهیم و آن‌ها را در فاصله ۲/۵cm از هم قرار دهیم، بزرگی نیروی الکتریکی که به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون می‌شود؟



- ۳۰۰ (۱)  
۳۲۰ (۲)  
۱۵۰ (۳)  
۱۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - نموداری و محاسباتی - ۱۱۰۱)

## گام اول:

با توجه به نمودار، برای مقایسه نیروی الکتریکی بین دو بار می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} r_1 = 20 \text{ cm}, F_1 = F \\ r_2 = 10 \text{ cm}, F_2 = F + 15 \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F + 15}{F} = \left(\frac{20}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{F + 15}{F} = 4 \Rightarrow F = 15 \text{ N}$$

بنابراین دو بار در فاصله ۲۰ سانتی‌متری، نیروی ۵ نیوتون به هم وارد می‌کنند.

## گام دوم:

در ادامه فرض کنیم ۲۵ درصد، یعنی  $\frac{1}{4}$  از بار یکی را برداشته و به دیگری بدهیم و آن‌ها را در فاصله ۲/۵cm از هم قرار دهیم. با مقایسه این حالت با حالت اولیه داریم:

$$\begin{aligned} & \leftarrow F = \Delta N \quad r = 20 \text{ cm} \quad F = \Delta N \quad \rightarrow \\ & q_1 = q \quad q_2 = q \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \leftarrow F' \quad r' = 2/5 \text{ cm} \quad F' \quad \rightarrow \\ & q'_1 = q - \frac{q}{4} = \frac{3}{4}q \quad q'_2 = q + \frac{q}{4} = \frac{5}{4}q \end{aligned}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{\Delta} = \frac{\frac{3}{4}q \times \frac{5}{4}q}{q^2} \times \left(\frac{20}{2/5}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{\Delta} = \frac{15}{16} \times 10^4 = 60 \Rightarrow F' = 30 \text{ N}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۱- دو گوی فلزی، کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی متفاوت هستند، در نزدیکی هم قرار دارند و یکدیگر را با نیروی الکتریکی  $F$  دفع می‌کنند. اگر این دو گوی را به هم تماس دهیم و سپس آن‌ها را در جای قبلی خود قرار دهیم، با نیروی الکتریکی ..... از  $F$ ، یکدیگر را ..... می‌کنند.

- (۱) بزرگ‌تر - دفع  
(۲) بزرگ‌تر - جذب  
(۳) کوچک‌تر - دفع  
(۴) کوچک‌تر - جذب

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

## تغییرات نیروی الکتریکی پس از تماس

فرض کنید دو کره فلزی کوچک و مشابه بردار در اختیار داریم و می‌خواهیم ببینیم اگر آن‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره در فاصله قبلی از یکدیگر قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چگونه تغییر می‌کند. برای این کار دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

(۱) بار اولیه کره‌ها همنام باشد:

در این حالت با تماس کره‌ها به یکدیگر و برابر شدن بار آن‌ها، حاصل‌ضرب اندازه بارهای الکتریکی افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی الکتریکی هم افزایش می‌یابد. دقت کنید که اگر از ابتدا بار دو کره برابر بود، نیروی بین آن‌ها تغییری نمی‌کرد. به عنوان مثال حالت زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \text{قبل از تماس: } & \begin{cases} q_1 = 6 \mu\text{C} \\ q_2 = 4 \mu\text{C} \end{cases} & \text{پس از تماس: } & \begin{cases} q'_1 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 5 \mu\text{C} \\ q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 5 \mu\text{C} \end{cases} \\ & & & \rightarrow |q_1 q_2| = 24 \quad \rightarrow |q'_1 q'_2| = 25 \end{aligned}$$

همان‌طور که می‌بینید، حاصل‌ضرب بارها افزایش می‌یابد و در نتیجه نیروی الکتریکی زیاد می‌شود.



۲) بار الکتریکی اولیه کره‌ها ناهمنام باشد:

در این حالت نمی‌توان اظهار نظر قطعی در مورد نیرو کرد. ممکن است نیرو افزایش یابد، کاهش یابد، ثابت بماند و یا حتی صفر شود. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 = 5\mu\text{C} \\ q_2 = -5\mu\text{C} \end{cases} \quad \text{پس از تماس: } \begin{cases} q'_1 = 0 \\ q'_2 = 0 \end{cases}$$

$\rightarrow |q_1 q_2| = 25 \rightarrow |q'_1 q'_2| = 0 \rightarrow$  نیرو کاهش می‌یابد و صفر می‌شود.

$$\text{قبل از تماس: } \begin{cases} q_1 = 20\mu\text{C} \\ q_2 = -2\mu\text{C} \end{cases} \quad \text{پس از تماس: } \begin{cases} q'_1 = 9\mu\text{C} \\ q'_2 = 9\mu\text{C} \end{cases}$$

$\rightarrow |q_1 q_2| = 40 \rightarrow |q'_1 q'_2| = 81 \rightarrow$  نیرو افزایش می‌یابد.

نکته:

در هر دو حالت، بار کره‌ها پس از تماس هم‌نام می‌شود، پس کره‌ها پس از تماس حتماً یکدیگر را دفع خواهند کرد. (به شرط این که پس از تماس خنثی نشوند).

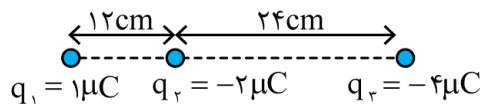
پاسخ شریعی:

پس از تماس دو گوی فلزی مشابه، بار آن‌ها هم‌اندازه می‌شود و علامت بار آن‌ها نیز یکسان می‌شود، بنابراین دو گوی حتماً یکدیگر را دفع خواهند کرد و گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست هستند.

با توجه به این که بار گوی‌ها هم‌اندازه می‌شود، حاصل ضرب اندازه بار آن‌ها بیشینه می‌شود و در نتیجه اندازه نیروی الکتریکی افزایش می‌یابد.

### گروه آموزشی ماز

۴۲- در شکل مقابل، بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_1$ ، چند برابر بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_3$  است؟



$$\frac{7}{11} \quad (4)$$

$$\frac{11}{7} \quad (3)$$

$$\frac{35}{36} \quad (2)$$

$$\frac{36}{35} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

### محاسبه نیروی الکتریکی در حضور چند بار

۱) در سؤالاتی که چند بار الکتریکی وجود دارند و نیروی وارد بر یکی از آن‌ها را می‌خواهیم، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: بردار نیروی الکتریکی که هر یک از بارها وارد می‌کنند را رسم می‌کنیم.

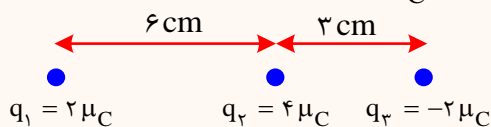
گام دوم: نیروهای الکتریکی را جداگانه محاسبه می‌کنیم.

گام سوم: بردارهای بدست آمده را به صورت برداری جمع می‌کنیم. اگر بردارها هم‌جهت باشند، اندازه آن‌ها جمع می‌شود، اگر خلاف جهت هم باشند، اندازه آن‌ها از هم کم می‌شود و اگر عمود بر هم باشند با کمک رابطه فیثاغورس برآیند آن‌ها محاسبه می‌شود.

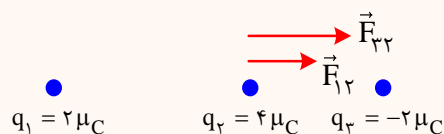
در ادامه با حل یک مثال مطالب فوق را مرور می‌کنیم.

مثال:

مطابق شکل ۳ بار الکتریکی روی یک خط قرار دارند. نیروی الکتریکی برآیند وارد بر  $q_2$  چند نیوتون است؟ ( $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ )



ابتدا دقت کنید که بار  $q_1$  را دفع می‌کند و بار  $q_3$  را جذب می‌کند، بنابراین جهت نیروهای وارد بر  $q_2$  مطابق شکل زیر است.





در ادامه این دو نیرو را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{12} = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_3 q_2|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 \text{ N} \rightarrow \vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{23} \Rightarrow |F_T| = F_{12} + F_{23} = 20 + 80 = 100 \text{ N}$$

در ادامه با توجه به این که دو نیرو هم‌جهت هستند، برآیند آن‌ها برابر مجموع اندازه آن‌هاست و نیروی کل برابر ۱۰۰ N می‌باشد.

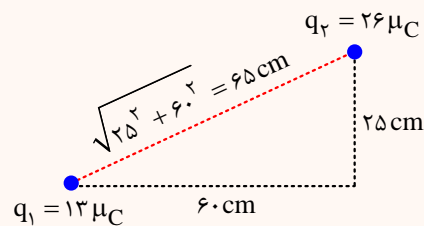
مثال: مطابق شکل دو بار الکتریکی نقطه‌ای در نزدیکی هم قرار دارند. اگر بار  $q_2$  را ۲۵ cm به سمت بالا جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی الکتریکی که بار  $q_1$  به  $q_2$  وارد می‌کند،

چند نیوتون تغییر می‌کند؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

$$q_1 = 13 \mu\text{C} \quad 60 \text{ cm} \quad q_2 = 26 \mu\text{C}$$

شکل‌های زیر نحوه قرارگیری بارها را قبل و بعد از جابه‌جایی بار  $q_2$  نشان می‌دهد. در هر دو حالت نیروی الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$q_1 = 13 \mu\text{C} \quad 60 \text{ cm} \quad q_2 = 26 \mu\text{C}$$



$$F_1 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_1^2}$$

$$\rightarrow F_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{13 \times 26 \times 10^{-12}}{(0.6)^2} = 8/45 \text{ N}$$

$$F_2 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_2^2}$$

$$\rightarrow F_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{13 \times 26 \times 10^{-12}}{(0.65)^2} = 7/2 \text{ N} \rightarrow F_2 - F_1 = 7/2 - 8/45 = -1/25 \text{ N}$$

بنابراین بزرگی نیروی الکتریکی بین بارهای  $q_1$  و  $q_2$ ، به اندازه  $1/25 \text{ N}$  کاهش یافته است.

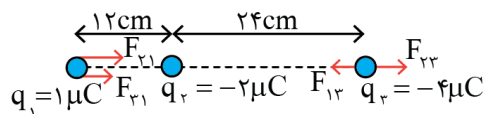
## پاسخ شریعی:

شکل زیر نیروهای الکتریکی وارد بر بارهای  $q_1$  و  $q_3$  را نشان می‌دهد.

$$F_{13} = F_{31} = k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = 90 \times \frac{1 \times 4}{36^2} = \frac{5}{18} \text{ N}$$

$$F_{21} = k \frac{|q_2||q_1|}{r_{21}^2} = 90 \times \frac{2 \times 1}{12^2} = \frac{5}{4} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 90 \times \frac{2 \times 4}{24^2} = \frac{5}{4} \text{ N}$$

بنابراین نیروی خالص وارد بر بارهای  $q_1$  و  $q_3$  برابر است با:

$$F_1 = F_{21} + F_{13} = \frac{5}{4} + \frac{5}{18} = \frac{55}{36} \text{ N}$$

$$F_3 = F_{23} - F_{13} = \frac{5}{4} - \frac{5}{18} = \frac{25}{36} \text{ N}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{F_1}{F_3} = \frac{\frac{55}{36}}{\frac{25}{36}} = \frac{55}{25} = \frac{11}{5}$$

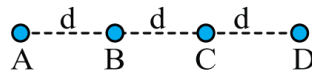
۴۳- چهار جسم خنثی، کوچک و هم اندازه A، B، C و D در اختیار داریم. جسم A را به جسم C و جسم B را به جسم D مالش می‌دهیم و سپس آن‌ها را مطابق شکل روی یک خط راست قرار می‌دهیم. جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر جسم‌های B و C به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ سری الکتریسیته مالشی

- (۱)  $\rightarrow, \rightarrow$   
 (۲)  $\leftarrow, \rightarrow$   
 (۳)  $\rightarrow, \leftarrow$   
 (۴)  $\leftarrow, \leftarrow$

انتهای مثبت سری
A
B
C
D

انتهای منفی سری
-----------------



پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

### باردار کردن اجسام با روش مالش

یکی از روش‌های باردار کردن اجسام که معمولاً برای اجسام نارسانا به کار می‌رود، روش مالش است. در مورد این روش نکات زیر را بدانیم.  
 (۱) هنگامی که دو جسم از طریق مالش باردار می‌شوند، بار یکی از آن‌ها منفی و بار دیگری مثبت خواهد شد، بنابراین علامت بارها مخالف هم خواهد بود.  
 (۲) چون در روش مالش تعداد الکترون‌هایی که یک جسم از دست می‌دهد با تعداد الکترون‌هایی که جسم دیگر بدست می‌آورد برابر است، اندازه بار دو جسم با هم برابر خواهد بود. به عبارت دیگر اگر بار یک جسم  $+q$  باشد، بار دیگری  $-q$  خواهد بود.  
 (۳) چون در روش مالش علامت بار اجسام مخالف هم است، نیروی الکتریکی بین این دو جسم از نوع رپایشی خواهد بود.  
 (۴) هنگامی که دو جسم را به هم مالش می‌دهیم تا باردار شوند، جسمی که الکترون‌خواه‌تر است (در سری الکتریسیته مالشی در قسمت پایین‌تری قرار دارد)، الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. همچنین جسمی که کمتر الکترون‌خواه است (در سری الکتریسیته مالشی در قسمت بالاتری قرار دارد)، الکترون از دست می‌دهد و علامت بار آن مثبت خواهد بود.

### مثال:

مطابق جدول زیر که بخشی از سری الکتریسیته مالشی را نشان می‌دهد، به سؤالات زیر پاسخ دهید.

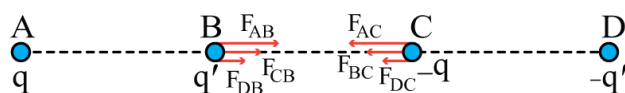
سری الکتریسیته مالشی
انتهای مثبت سری
شیشه
ابریشم
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

الف) اگر یک میله شیشه‌ای را به یک پارچه ابریشمی مالش دهیم چه اتفاقی می‌افتد؟  
 با مالش شیشه به ابریشم، شیشه الکترون از دست می‌دهد و دارای بار مثبت می‌شود و ابریشم الکترون می‌گیرد و دارای بار منفی خواهد شد.  
 دقت کنید که اندازه بار دو جسم با هم برابر است و علامت بار آن‌ها مخالف هم می‌باشد.  
 ب) یک میله شیشه‌ای را با پارچه ابریشمی و یک قطعه تفلون را با یک لاستیک مالش می‌دهیم تا باردار شوند. اگر شیشه و لاستیک را در نزدیکی هم قرار دهیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها از چه نوعی خواهد بود؟  
 در مالش شیشه با ابریشم، شیشه دارای بار مثبت می‌شود، زیرا در قسمت بالاتری از جدول قرار دارد. در مالش تفلون و لاستیک هم لاستیک دارای بار مثبت می‌شود، بنابراین بار لاستیک و شیشه هم‌علامت است و در نتیجه نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی خواهد بود.

### پاسخ تشریحی:

با توجه به سری الکتریسیته مالشی داده شده، بار جسم‌های A و B مثبت می‌شود و بار جسم‌های C و D منفی می‌شود. همچنین بار A و C هم اندازه یکدیگر است و بار B و D نیز هم‌اندازه یکدیگر می‌باشد. با توجه به این توضیحات، می‌توانیم بار اجسام را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$q_A = q, \quad q_B = q', \quad q_C = -q, \quad q_D = -q'$$

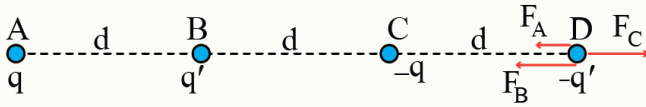


حال جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر B و C را بدست می‌آوریم.

نیروی که هر یک از سه بار دیگر بر B وارد می‌کنند به سمت راست است، پس نیروی خالص وارد بر آن هم به سمت راست می‌باشد. نیرویی که هر یک از سه بار دیگر بر C وارد می‌کنند به سمت چپ است، بنابراین نیروی خالص وارد بر C به سمت چپ می‌باشد.

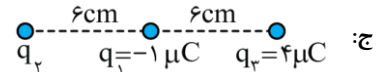
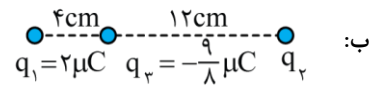
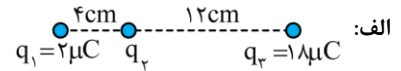
اگر...

اگر جهت نیروی خالص وارد بر جسم D را می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟  
پاسخ: شکل زیر نیروهای وارد بر بار D را نشان می‌دهد.



با توجه به این که  $F_C$  به سمت راست و  $F_A$  و  $F_B$  به سمت چپ هستند، نمی‌توانیم به طور قطعی جهت نیروی خالص را تعیین کنیم، مگر آن که اطلاعاتی در مورد مقایسه بارهای  $q$  و  $q'$  داشته باشیم.

## گروه آموزشی ماز

۴۴- در چه تعداد از شکل‌های زیر، بار الکتریکی  $q_3$  در حال تعادل قرار دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

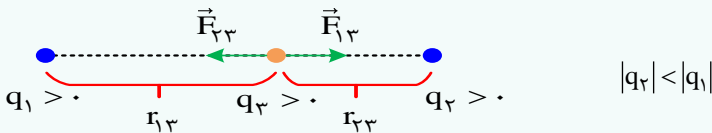
صفر (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

## تعادل نیروهای الکتریکی

فرض کنید دو بار معلوم  $q_1$  و  $q_2$  در نزدیکی یکدیگر قرار دارند. می‌خواهیم ببینیم بار مجهول  $q_3$  را کجا قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر آن صفر شود. برای این منظور دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱) بارهای  $q_1$  و  $q_2$  هم‌نام باشند:

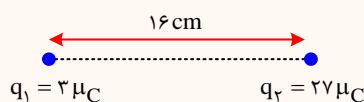
در این حالت بار  $q_3$  باید در فاصله بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر قرار گیرد تا برآیند نیروهای وارد بر آن صفر شود. در شکل بالا برای سادگی فرض کرده‌ایم همه بارها مثبت باشند.

$$\text{در تعادل در } q_3: F_{13} = F_{23} \rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

## نکته

دقت کنید اندازه و علامت بار  $q_3$  هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

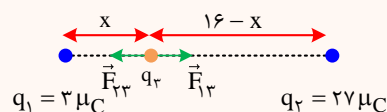
## مثال

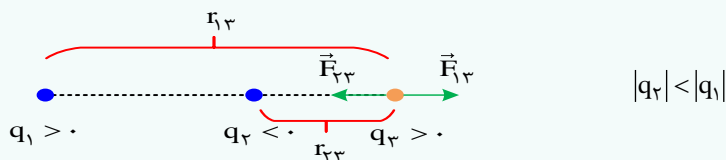
در شکل مقابل، بار  $q_3$  را در چه فاصله‌ای از  $q_1$  قرار دهیم تا نیروی خالص وارد بر  $q_3$  صفر شود؟

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(16-x)^2} \rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(16-x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{16-x} \rightarrow 3x = 16-x \rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

بنابراین بار  $q_3$  باید در فاصله ۴ cm از بار  $q_1$  قرار گیرد.

(۲) بارهای  $q_1$  و  $q_2$  ناهم نام باشند:

در این حالت بار  $q_3$  باید خارج از فاصله بین دو بار و نزدیک به بار کوچکتر قرار گیرد تا برآیند نیروهای وارد بر آن بتواند صفر شود. در ادامه کافی است که  $F_{13}$  و  $F_{23}$  هم اندازه باشند.

$$\text{در تعادل در } q_3: F_{13} = F_{23} \rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} \rightarrow \frac{|q_1|}{r_{13}^2} = \frac{|q_2|}{r_{23}^2}$$

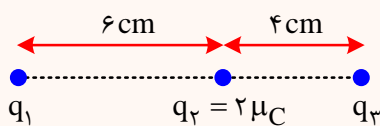
نکته

مانند حالت قبل، بار  $q_3$  هیچ اهمیتی در جواب سؤال ندارد.

نکته

دقت کنید که در محاسبه نیروها فقط اندازه بارها را در رابطه قانون کولن قرار می‌دهیم و علامت آن‌ها را در محاسبه در نظر نمی‌گیریم.

مثال

در شکل مقابل بار  $q_3$  در تعادل است.  $q_1$  چند میکروکولن است؟

چون  $q_3$  در تعادل است، نیرویی که  $q_1$  به  $q_3$  وارد می‌کند باید هم‌اندازه نیرویی باشد که  $q_2$  به  $q_3$  وارد می‌کند. همچنین دقت کنید که چون  $q_3$  در خارج از فاصله دو بار قرار دارد، بار  $q_1$  مخالف  $q_2$  است، پس بار  $q_1$  منفی خواهد بود. در ادامه می‌توان نوشت:

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow k \frac{|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\rightarrow \frac{|q_1|}{10^2} = \frac{2}{4^2} \rightarrow |q_1| = 12/5 \mu\text{C}$$

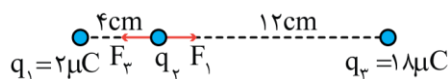
$$\xrightarrow{q_1 \text{ منفی است}} q_1 = -12/5 \mu\text{C}$$

پاسخ تشریحی

هر یک از شکل‌ها را با فرض مثبت بودن بار  $q_2$  به صورت جداگانه بررسی می‌کنیم. (دقت کنید چون نیروها را مقایسه می‌کنیم، نیازی نیست تبدیل یکا انجام دهیم.)

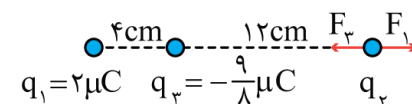
بررسی (الف):

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{2|q_2|}{4^2} = k \frac{|q_2|}{8} \\ F_2 = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{18|q_2|}{12^2} = k \frac{|q_2|}{8} \end{cases} \xrightarrow{F_1=F_2} \text{در تعادل } q_2$$

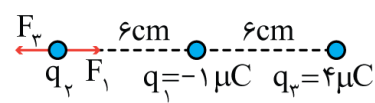


بررسی (ب):

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{2|q_2|}{16^2} = k \frac{|q_2|}{128} \\ F_2 = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{9 \times |q_2|}{12^2} = k \frac{|q_2|}{128} \end{cases} \xrightarrow{F_1=F_2} \text{در تعادل } q_2$$



**بررسی (ج):**

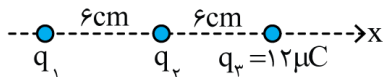
$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = k \frac{1 \times |q_2|}{6^2} = k \frac{|q_2|}{36} \\ F_2 = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} = k \frac{4 \times |q_2|}{12^2} = k \frac{|q_2|}{36} \end{cases} \xrightarrow{F_1 = F_2} \text{در تعادل } q_2$$


همان‌طور که دیدید، در هر سه شکل، نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه یکدیگر را خنثی می‌کنند و بار  $q_2$  در حالت تعادل قرار می‌گیرد.

**گروه آموزشی ماز**

۴۵- در شکل مقابل، هر سه بار الکتریکی در حال تعادل‌اند. اگر بار  $q_1$  را  $3\text{cm}$  در خلاف جهت محور  $x$  جابه‌جا کنیم، بردار نیروی خالص وارد بر آن در SI

$$\left( k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \right) \text{ کدام می‌شود؟}$$



$$(1) \quad 17/6 \text{ نی}$$

$$(2) \quad -17/6 \text{ نی}$$

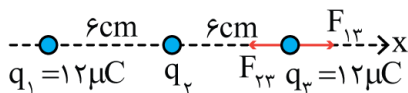
$$(3) \quad -97/6 \text{ نی}$$

$$(4) \quad 97/6 \text{ نی}$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)



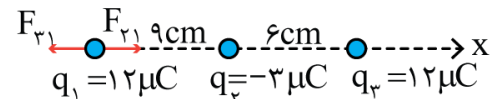
ابتدا دقت کنید برای آن که بار  $q_2$  در وسط دو بار در حال تعادل باشد، باید بار  $q_1$  برابر  $q_3$  باشد، بنابراین  $q_1 = 12\mu\text{C}$  است. در ادامه برای آن که بار  $q_3$  نیز در حالت تعادل باشد، می‌توان نوشت:



$$\text{در حال تعادل } q_3 \Rightarrow F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{r_{13}^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{12}{12^2} = \frac{|q_2|}{6^2} \Rightarrow |q_2| = 3\mu\text{C}$$

با توجه به این که  $q_2$  بار مثبت  $q_3$  را جذب کرده است، علامت آن منفی است و  $q_2 = -3\mu\text{C}$  می‌باشد.

حال که مقدار و علامت هر سه بار را می‌دانیم، می‌توانیم بررسی کنیم که اگر بار  $q_1$  را  $3\text{cm}$  در خلاف جهت محور  $x$  حرکت دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن چند نیوتون می‌شود.

$$\begin{cases} F_{21} = 9 \times \frac{3 \times 12}{9^2} = 4 \text{ N} \\ F_{31} = 9 \times \frac{12 \times 12}{15^2} = 57/6 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow F_{\text{کل}} = F_{21} - F_{31} = 17/6 \text{ N}$$


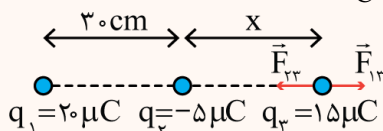
نیروی خالص به سمت چپ است، بنابراین بردار نیروی خالص وارد بر  $q_1$  در SI به صورت  $\vec{F}_{\text{کل}} = -17/6$  می‌باشد.

این تست بر اساس یکی از تست‌های کنکور ۱۴۰۰ طرح شده است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

**تست کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۰**

دو بار الکتریکی نقطه‌ای  $q_1 = 20\mu\text{C}$  و  $q_2 = -5\mu\text{C}$  در فاصله  $30\text{cm}$  از هم ثابت نگه داشته شده‌اند. بار الکتریکی  $q_3 = 15\mu\text{C}$  را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم که

نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن صفر باشد. در این حالت، برآیند نیروی الکتریکی وارد بر  $q_2$  چند نیوتون است؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2})$

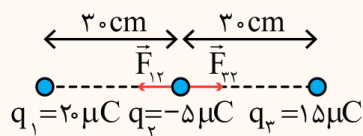


شکل مقابل نحوه قرارگیری بارها را نشان می‌دهد.

برآیند نیروهای وارد بر  $q_3$  صفر است، بنابراین داریم:

$$F_{13} = F_{23} \rightarrow \frac{k|q_1 q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2}$$

$$\rightarrow \frac{20}{(x+30)^2} = \frac{5}{x^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{2}{x+30} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 30 \text{ cm}$$

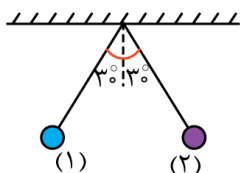
در ادامه با داشتن مقدار  $x$  می‌توانیم برآیند نیروهای وارد بر بار  $q_2$  را محاسبه کنیم.

$$F_{12} = \frac{k|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 20 \times 5 \times 10^{-12}}{(0.3)^2} = 10 \text{ N}$$

$$F_{23} = \frac{k|q_2 q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 15 \times 5 \times 10^{-12}}{(0.3)^2} = 7.5 \text{ N}$$

$$F_{\Sigma} = F_{12} - F_{23} = 10 - 7.5 = 2.5 \text{ N}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل، دو گلوله مشابه باردار به جرم  $100$  گرم از دو نخ عایق و سبک آویخته شده و در حال تعادل اند. نیروی کشش نخ متصل به گلوله (۱) چند نیوتون است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی

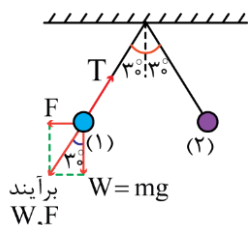
به گلوله (۱) سه نیرو وارد می‌شود:

(۱) نیروی الکتریکی (۲) نیروی وزن (۳) نیروی کشش نخ

شکل زیر این نیروها را نشان داده است.

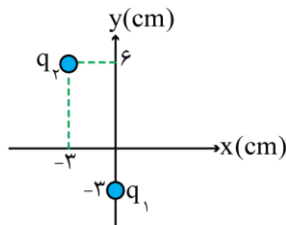
با توجه به این که گلوله (۱) در حال تعادل قرار دارد، برآیند نیروهای  $F$  و  $W$  باید هم‌اندازه و در خلاف جهت نیروی  $T$  باشد.

بنابراین با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی داریم:



$$\cos 30^\circ = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{mg}{T} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{0.1 \times 10}{T} \Rightarrow T = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ N}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۷- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$  در SI کدام است؟

$$21\vec{i} - 42\vec{j} \quad (1)$$

$$21\vec{i} + 42\vec{j} \quad (2)$$

$$-21\vec{i} + 42\vec{j} \quad (3)$$

$$-21\vec{i} - 42\vec{j} \quad (4)$$

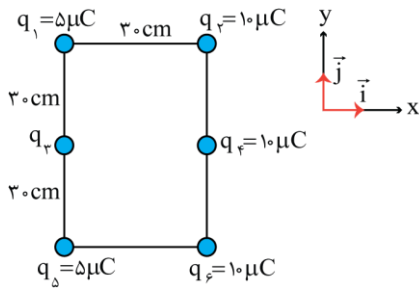
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی

مطابق قانون سوم نیوتون، اگر بار  $q_2$  به بار  $q_1$  نیروی  $\vec{F}$  را وارد کند، بار  $q_1$  به بار  $q_2$  نیروی  $-\vec{F}$  را وارد می‌کند، پس کافی است نیرو را قرینه کنیم.نیروی  $\vec{F} = 21\vec{i} - 42\vec{j}$  نیروی که  $q_2$  به  $q_1$  وارد می‌کندنیروی  $-\vec{F} = -21\vec{i} + 42\vec{j}$  نیروی که  $q_1$  به  $q_2$  وارد می‌کند

## گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل مقابل، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_4$  تقریباً برابر  $\vec{F} = (1.0\text{N})\vec{i}$  است. بار  $q_3$  تقریباً چند میکروکولن است؟



$$\left( \sqrt{2} = 1/\sqrt{2}, k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2} \right)$$

$$-3/5 \quad (1)$$

$$3/5 \quad (2)$$

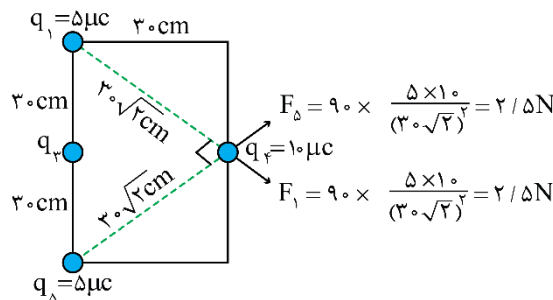
$$6/5 \quad (3)$$

$$-6/5 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که نیروهایی که بارهای  $q_2$  و  $q_4$  به  $q_4$  وارد می‌کنند هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند، پس اثر یکدیگر را خنثی می‌کنند و نیازی به در نظر گرفتن بارهای  $q_2$  و  $q_4$  نیست.



برآیند نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  در جهت  $\vec{i}$  است و برابر است با:

$$\vec{F}_D \text{ و } \vec{F}_1 \text{ برآیند } \vec{F}_1 \sqrt{2} \vec{i} = 2/5 \sqrt{2} \vec{i} \approx 3/5 \vec{i}$$

با توجه به این که نیروی خالص وارد بر  $q_4$  برابر  $(1.0\text{N})\vec{i}$  است و برآیند  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_3$  برابر  $(3/5\text{N})\vec{i}$  می‌باشد، بار  $q_3$  باید نیروی  $(6/5\text{N})\vec{i}$  را به  $q_4$  وارد کند، بنابراین داریم:

$$F_3 = 90 \cdot \frac{|q_3| \times 10^{-6}}{30^2} \Rightarrow 6/5 = \frac{90 \cdot |q_3|}{900} \Rightarrow |q_3| = 6/5 \mu\text{C}$$

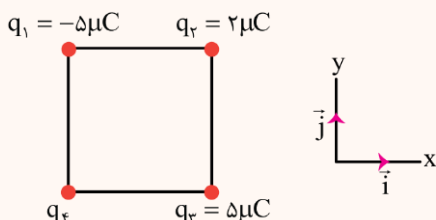
دقت کنید با توجه به جهت نیرو،  $q_3$  باید مثبت باشد.

این تست بر اساس یکی از تست‌های کنکور تجربی ۱۴۰۲ طرح شده است که به بررسی آن می‌پردازیم:

### کنکور تجربی ۱۴۰۲

چهار ذره باردار مطابق شکل، در رأس‌های مربعی به ضلع  $10\text{cm}$  قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار  $q_2$ ،  $\vec{F} = (-1.8\text{N})\vec{i}$  باشد، بار  $q_4$  چند میکروکولن

$$\text{است؟} \quad (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$$



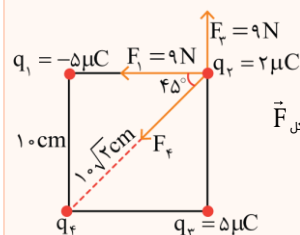
$$10 \quad (1)$$

$$-10 \quad (2)$$

$$10\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-10\sqrt{2} \quad (4)$$

پاسخ: نیروهای وارد بر بار  $q_2$  به صورت شکل مقابل است.



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow -1.8\vec{i} = -9\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_3 = -9\vec{i} - 9\vec{j}$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_3| = 9\sqrt{2}\text{N}$$

$$\begin{cases} F_1 = K \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{90 \times 5 \times 2}{10^2} = 9\text{N} \\ F_3 = K \frac{|q_3 q_2|}{r_{32}^2} = \frac{90 \times 5 \times 2}{10^2} = 9\text{N} \end{cases}$$

بنابراین بار  $q_4$  باید برابر باشد با:

$$F_4 = \frac{k|q_2 q_4|}{r^2} \Rightarrow 9\sqrt{2} = 9.0 \times \frac{2|q_4|}{(1.0\sqrt{2})^2}$$

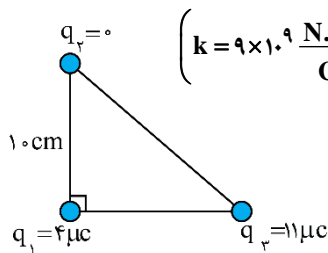
$$\Rightarrow |q_4| = 1.0\sqrt{2} \mu\text{C}$$

$$\xrightarrow{q_4 < 0} q_4 = -1.0\sqrt{2} \mu\text{C}$$

با توجه به جهت نیروی  $q_4$  بر  $q_2$  درمی‌یابیم بار  $q_4$  منفی است

### گروه آموزشی ماز

۴۹- در شکل مقابل، سه گوی کوچک، فلزی و مشابه باردار در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار گرفته‌اند. اگر سه گوی را به هم تماس



داده و دوباره در جای خود قرار دهیم، اندازه نیروی الکتریکی خالص وارد بر گوی (۱) چند نیوتون می‌شود؟  $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$

۲۲/۵ (۱)

۲۲/۵√۲ (۲)

۳۹/۶ (۳)

۳۹/۶√۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۱)

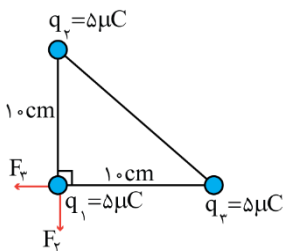
گام اول:

بار هر یک از گوی‌ها پس از تماس برابر می‌شود با:

$$q = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3} = \frac{4 + 4 + 11}{3} = 5 \mu\text{C}$$

گام دوم:

بنابراین نیروی الکتریکی خالص وارد بر گوی (۱) برابر می‌شود با:



$$F_1 = F_2 = 9.0 \times \frac{5 \times 5}{1.0^2} = 22.5 \text{ N} \Rightarrow F_{\text{کل}} = F_1 \sqrt{2} = 22.5 \sqrt{2} \text{ N}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۰- می‌دانیم ثابت کولن از رابطه  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$  بدست می‌آید که در این رابطه،  $\epsilon_0$  ضریب گذردهی الکتریکی خلأ است. یکای  $\epsilon_0$  در SI کدام است؟

(۲) مترمربع کولن  
مترمربع نیوتون

(۱) مترمربع نیوتون  
مربع کولن

(۴) مترمربع  
مربع کولن نیوتون

(۳) مربع کولن نیوتون  
مترمربع

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

ابتدا یکای  $k$  را بدست می‌آوریم:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow \text{نیوتون} = (k \text{ یکای}) \times \frac{(\text{کولن})^2}{(\text{متر})^2} \Rightarrow k \text{ یکای} = \frac{(\text{متر})^2 \times \text{نیوتون}}{(\text{کولن})^2}$$

طبق رابطه  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ، یکای  $\epsilon_0$  معکوس یکای  $k$  است و می‌توان نوشت:

$$\epsilon_0 \text{ یکای} = \frac{1}{k \text{ یکای}} = \frac{(\text{کولن})^2}{\text{مترمربع نیوتون}} \Rightarrow \epsilon_0 \text{ یکای} = \frac{\text{مترمربع کولن}}{\text{مترمربع نیوتون}}$$



۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) تمام عناصر موجود در طبیعت تا به امروز شناسایی و کشف شده‌اند.
- ۲) پیشرفت صنعت الکترونیک بر شناخت ویژگی‌ها و دسترسی به فلزها متکی است.
- ۳) تشکیل رسوب و خروج گاز از سامانه واکنش، نشانه‌هایی از تغییر شیمیایی هستند.
- ۴) انسان‌ها پیش از استخراج فلزها از مواد طبیعی مانند چوب و سنگ استفاده می‌کردند.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

گسترش فناوری به میزان دسترسی به مواد مناسب وابسته است؛ به طوری که کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچم‌دار توسعه فناوری است. گسترش صنعت خودروه به دلیل شناخت و دسترسی به فولاد و پیشرفت صنعت الکترونیک، مادیون موادی به نام نیمه‌رساناها است. فلزها مواد رسانا هستند. (منظور از مواد نیمه‌رسانا موادی مانند شبه‌فلزها خصوصاً سیلیسیم و ترکیبات شبه‌فلزها است.)

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) تا به حال ۱۱۸ عنصر در مجموع شناخته شده است و به نظر می‌رسد که عناصر جدیدتر تنها در آزمایشگاه‌های مدرن به وجود می‌آیند؛ پس به نظر می‌رسد عنصر ناشناخته‌ای در طبیعت و محیط پیرامون ما باقی نمانده باشد. در واقع همه عناصر با عدد اتمی بیشتر از ۹۲ و همچنین عنصر پرتوزای تکنسیم به صورت طبیعی وجود ندارند و در آزمایشگاه ساخته می‌شوند.
- ۲) هر یک از موارد تولید نور، آزاد سازی گرما، تشکیل رسوب و خروج گاز می‌توانند نشان‌دهنده انجام یک تغییر شیمیایی باشند. هر چه شدت این نشانه‌ها در واکنش مورد نظر بیشتر باشد، شدت و سرعت واکنش بیشتر بوده است و واکنش‌دهنده‌ها، فعالیت شیمیایی یا همان واکنش‌پذیری بیشتری دارند.
- ۳) انسان‌های پیشین در ابتدا تنها از مواد طبیعی مانند سنگ، چوب، خاک، پشم و مو برای گذراندن زندگی استفاده می‌کردند. پس از مدتی انسان‌ها با تغییر در مواد طبیعی توانستند مواد ساختگی مانند سفال را تولید و فلزها را استخراج کنند و از آن‌ها بهره ببرند.

### گروه آموزشی ماز

۵۲- کدام یک از ویژگی‌های زیر میان دو عنصر کربن و گوگرد یکسان نیست؟

- ۱) حالت فیزیکی و سطح کدر آن‌ها در دمای اتاق
- ۲) به دست آوردن الکترون در واکنش با فلزها
- ۳) شمار زیرلایه‌های دو الکترونی در آرایش الکترونی
- ۴) تولید اسید از انحلال اکسیدهای این دو عنصر در آب

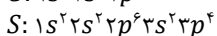
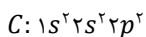
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

کربن و گوگرد دو نافلز جامد هستند. عنصر زردرنگ گوگرد در دوره سوم و گروه ۱۶ جدول تناوبی قرار دارد. در حالی که جایگاه عنصر سیاه‌رنگ کربن در جدول دوره‌های عناصر، تناوب دوم و گروه ۱۴ است.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) حالت فیزیکی این دو عنصر در دمای اتاق جامد است و با توجه به نافلز بودن هر دو عنصر، سطح این دو کدر است.
- ۲) نافلزها در واکنش با فلزها، از فلزها الکترون گرفته و خود به یون منفی و فلز را به یون مثبت تبدیل می‌کنند. گازهای نجیب به علت داشتن آرایش الکترونی پایدار و هشت‌تایی توانایی تشکیل یون پایدار و گرفتن الکترون را ندارند. همچنین عنصر کربن به عنوان تنها عنصر نافلزی گروه ۱۴ جدول تناوبی، برای گرفتن الکترون از فلزها و رسیدن به آرایش هشت‌تایی باید یونی با بار ۴- تشکیل دهد که پایدار نیست و این عنصر توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار را ندارد. پس کربن و گازهای نجیب برخلاف سایر نافلزها توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار را ندارند.
- ۳) آرایش الکترونی این دو عنصر به صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است در هر دو عنصر ۳ زیرلایه دو الکترونی دیده می‌شود.

- ۴) از انحلال اکسید نافلزها در آب، محلول اسیدی ایجاد می‌شود که  $pH < 7$  دارند. هر دو عنصر کربن و گوگرد نافلز هستند و دو اکسید این دو، کربن دی‌اکسید و گوگرد دی‌اکسید است.

## چند نکته، برگرفته از شکل‌ها و مفاهیم کتاب درسی یازدهم:



- کربن سطحی تیره داشته و سیاه رنگ است.
- رسانایی الکتریکی سیلیسیم و ژرمانیم کم است؛ اما این دو عنصر شبه‌فلزی نارسانا نیستند.
- احتمال خرد شدن عناصر گروه چهاردهم در اثر ضربه‌ی چکش، از بالا به پایین کاهش می‌یابد.
- گوگرد جامدی زردرنگ با سطحی کدر است. کلر نیز عنصری زردرنگ است که در دمای اتاق به حالت گازی یافت می‌شود.
- فسفر سفید را در آزمایشگاه در ظرف شفاف زیر آب نگاه‌داری می‌کنند؛ اما فسفر قرمز را در هوای آزاد نیز می‌توان نگه داشت.
- عنصرهای لیتیم، سدیم و پتاسیم، در واکنش با گاز کلر نور تولید می‌کنند که رنگ این نورها به ترتیب قرمز، زرد و بنفش است.
- در گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، از بالا به پایین تمایل به تشکیل یون افزایش و تمایل به تشکیل پیوند کووالانسی کاهش می‌یابد.

## گروه آموزشی ماز

۵۳- کدام یک از مطالب زیر در مورد جدول تناوبی درست است؟

- الف: عنصری با عدد اتمی ۱۲۱، در این جدول برخلاف جدول ژانت قرار نمی‌گیرد.  
 ب: در یک گروه برخلاف یک دوره، عدد اتمی فلزها قطعاً بیشتر از نافلزها است.  
 پ: تمام ۱۲۰ خانه موجود در جدول تناوبی با عناصر مربوطه اشغال شده‌اند.  
 ت: کمتر از ۳۰ درصد عناصر موجود در این جدول متعلق به دسته p هستند.

(۴) (پ) و (ت)

(۳) (ب) و (پ)

(۲) (الف) و (ت)

(۱) (الف) و (ب)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰)



## پاسخ شیمی:

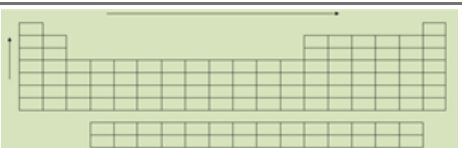
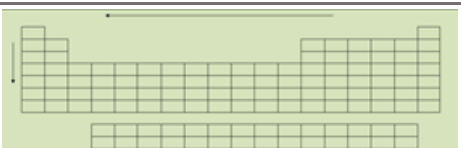
جدول تناوبی عناصر، نوعی تقسیم‌بندی از عناصر است که بر مهمترین ویژگی عنصر، یعنی عدد اتمی یا همان شمار پروتون‌ها استوار است. عبارت‌های (الف) و (ب) در مورد این جدول درست هستند.

## بررسی موارد:

**الف)** در این جدول ۱۱۸ خانه وجود دارد که همگی پر هستند و اگر عنصری با عدد اتمی ۱۲۱ کشف و شناسایی شود، در این تقسیم‌بندی جایگاهی ندارد. یکی از تقسیم‌بندی‌های جایگزین جدول تناوبی با توجه به احتمال کشف عناصر جدید، جدول شارل ژانت است که مبتنی بر آرایش الکترونی عناصر می‌باشد.  
**ب)** فلزها پایین و سمت چپ جدول تناوبی را اشغال کرده‌اند و نافلزها در بالا و سمت راست حضور دارند. در میان این دو دسته، عناصر شبه‌فلز با خواص مشترک با این دو گروه دیده می‌شوند. در یک گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین و با افزایش عدد اتمی خصلت فلزی افزایش و خصلت نافلزی کاهش می‌یابد؛ پس در یک گروه عدد اتمی فلز بیشتر از نافلز است. این در حالی است که در یک دوره با افزایش عدد اتمی از چپ به راست، خصلت فلزی کاهش و خصلت نافلزی عناصر افزایش می‌یابد و نافلزها عدد اتمی بزرگ‌تری در مقایسه با فلزها دارند.

## روند تغییرات برخی از خواص عنصرهای جدول تناوبی:



خواصی که از چپ به راست و یا از پایین به بالا افزایش می‌یابد.	خواصی که از راست به چپ و یا از بالا به پایین افزایش می‌یابد.
 <p>خصلت نافلزی تمایل به تشکیل آنیون (تمایل به گرفتن الکترون) واکنش‌پذیری عناصر نافلز (شدت واکنش نافلزها) شکندگی عناصر گروه چهاردهم در اثر ضربه</p>	 <p>شعاع اتمی خصلت فلزی تمایل به تشکیل کاتیون (تمایل به از دست دادن الکترون) واکنش‌پذیری عناصر فلزی (شدت واکنش فلزها) نیروهای بین مولکولی هالوژن‌ها و نقطه جوش آن‌ها</p>

(پ) در جدول تناوبی عناصر، ۱۱۸ جایگاه وجود دارد که همگی پر هستند.

(ت) در جدول تناوبی، عناصر دسته p در ۶ گروه و ۶ دوره حضور دارند و شامل ۳۶ عنصر هستند. پس درصد این عناصر در جدول تناوبی برابر است با:

$$A = \frac{36}{118} \times 100 = 30.5 \text{ درصد}$$

درصد این عناصر در جدول تناوبی اندکی بیش از ۳۰ درصد است.

## گروه آموزشی ماز

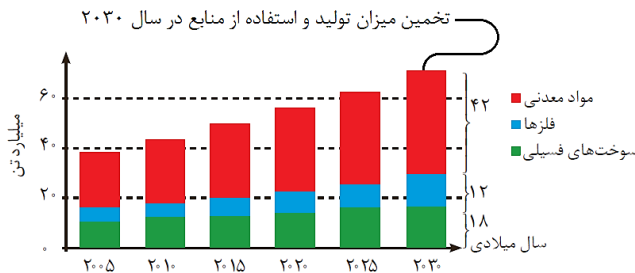
۵۴- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) هر چه شعاع اتمی یک نافلز بزرگتر باشد، واکنش پذیری آن بیشتر است.
- (۲) روبیدیم در مقایسه با استرانسیم در واکنش با نافلزها آسان تر به یون  $M^{2+}$  تبدیل می شود.
- (۳) برای محاسبه شعاع اتمی عناصر از کروی نبودن اتم بر اساس مدل کوانتومی، چشم پوشی می کنیم.
- (۴) در سال های اخیر مصرف مواد معدنی از مجموع مصرف فلزها و سوخت های فسیلی بیشتر بوده است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

بر اساس نمودار زیر، در طول سال های اخیر، میزان تولید و مصرف مواد معدنی در جهان بیشتر از مجموع میزان تولید و مصرف فلزها و سوخت های فسیلی بوده است و در آینده نیز انتظار می رود به همین صورت ادامه پیدا کند؛ به گونه ای که در سال ۲۰۳۰، میزان مصرف مواد معدنی از مجموع میزان مصرف سوخت های فسیلی و فلزها ۱۲ میلیارد تن بیشتر باشد.



بررسی سایر گزینه ها:

- ۱) واکنش پذیری نافلزها را می توان معادل توانایی آن ها در تشکیل آنیون دانست. هر چه شعاع اتمی یک نافلز کمتر باشد، فاصله الکترون وارد شده به لایه ظرفیت اتم با هسته اتم کمتر بوده و نیروی وارده به الکترون های لایه آخر بیشتر بوده و یون پایدارتر است و همچنین واکنش پذیری آن نافلز بیشتر خواهد بود. در مقابل واکنش پذیری فلزها را نیز می توان معادل توانایی تشکیل یون مثبت دانست. هر چه شعاع یک فلز بیشتر باشد، فاصله هسته از الکترون های لایه ظرفیت بیشتر بوده و نیروی وارده از سوی هسته کمتر است و این الکترون ها راحت تر جدا می شوند؛ پس واکنش پذیری آن فلز بیشتر خواهد بود.
- ۲) روبیدیم یکی از اجزا فلزهای قلیایی و استرانسیم فلز قلیایی خاکی هم دوره روبیدیم است. واکنش پذیری فلزهای قلیایی از فلزهای قلیایی خاکی بیشتر است و در واکنش با نافلزها آسان تر به کاتیون تبدیل می شود. بار کاتیون فلزهای قلیایی و فلزهای قلیایی خاکی به ترتیب به صورت  $1+$  و  $2+$  است.
- ۳) مطابق مدل کوانتومی، اتم را مانند کره ای در نظر می گیرند که الکترون های پیرامون هسته در لایه های الکترونی در حال حرکت هستند. بنابراین برای هر اتم، شعاعی در نظر گرفته شده و می توان آن را اندازه گیری کرد. معمولاً شعاع اتمی را برحسب پیکومتر اندازه گیری می کنند.

## گروه آموزشی ماز

۵۵- با توجه به شکل مقابل که بخشی از جدول تناوبی است، کدام یک از مطالب زیر درست است؟ ( $Te$  نماد یک عنصر است.)

	$D$	$E$
$A$		
$X$		$Te$

- (۱) عنصر  $A$  بیشترین خصلت فلزی را میان عناصر مشخص شده دارد.
- (۲) بار یون تک اتمی عنصر  $D$  دو برابر بار یون تک اتمی عنصر  $E$  است.
- (۳) از واکنش فلز قلیایی هم دوره عنصر  $E$  با گاز کلر، نور قرمز ساطع می شود.
- (۴) عنصر  $A$  همانند عنصر  $D$  در واکنش با اکسیژن، الکترون به اشتراک می گذارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

شکل زیر عناصر موجود در بخش مورد نظر از جدول تناوبی را نشان می دهد:

14 Si Silicon 28.09	15 P Phosphorus 30.97	16 S Sulfur 32.06
32 Ge Germanium 72.63	33 As Arsenic 74.92	34 Se Selenium 78.97
50 Sn Tin 118.71	51 Sb Antimony 121.76	52 Te Tellurium 127.6

عنصر ژرمانیم دومین شبه فلز گروه ۱۴ جدول تناوبی است. شبه فلزها رفتار شیمیایی مشابه با عناصر نافلزی دارند. این عناصر در واکنش با سایر عناصر توانایی تشکیل پیوند کووالانسی را دارند. نافلزها علاوه بر این شیوه، در واکنش با فلزها، یون تشکیل می دهند؛ اما هم شبه فلزها و هم نافلزها در واکنش با سایر عناصر نافلزی الکترون به اشتراک می گذارند و از طریق پیوند کووالانسی یا همان پیوند اشتراکی، ترکیب های خود را ایجاد می کنند.

### خواص فیزیکی عناصر شبه فلزی، بیشتر شبیه فلزها است:

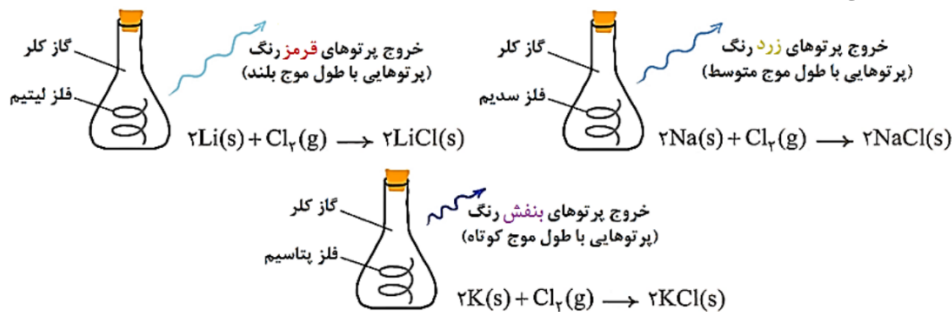
- ✓ رسانایی الکتریکی کمی دارند (برخلاف فلزها) ولی رسانایی گرمایی قابل توجهی دارند. (همانند فلزها)
  - ✓ جامدایی شکننده هستند و در اثر ضربه خرد می شوند. (برخلاف فلزها)
  - ✓ سطحی صیقلی و براق دارند. (همانند فلزها)
- خواص شیمیایی شبه فلزها، مشابه نافلزها است؛ به گونه ای که در واکنش با دیگر اتمها الکترون به اشتراک می گذارند (همانند نافلزها) و نمی توانند به یون تک اتمی تبدیل شوند. (برخلاف نافلزها)

### بررسی سایر گزینه ها:

۱ در جدول تناوبی و از بالا به پایین و از راست به چپ خصلت فلزی افزایش پیدا می کند پس در میان عناصر مشخص شده، عنصر قلع یا همان X بیشترین خصلت فلزی را دارد.

۲ عنصر فسفر و گوگرد به ترتیب عضو گروه ۱۵ و ۱۶ جدول تناوبی هستند و به هنگام تشکیل یون و به منظور رسیدن به آرایش هشت تایی به ترتیب ۳ و ۲ الکترون دریافت می کنند؛ پس بار یون تک اتمی گوگرد -۲ و بار یون تک اتمی فسفر -۳ بوده و نسبت مطرح شده در سوال برابر ۱/۵ است.

۳ فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم در واکنش با گاز کلر به ترتیب نور قرمز، زرد و بنفش خیره کننده تولید می کنند. شکل زیر واکنش فلزهای لیتیم، سدیم و پتاسیم را با گاز کلر نمایش می دهد:



فلز قلیایی هم دوره گوگرد، سدیم است.

### گروه آموزشی ماز

۵۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف: در هر دوره از جدول تناوبی کمترین واکنش پذیری از ویژگی های یک عنصر گازی است.  
 ب: با دانستن جرم اتم یک عنصر و به کمک جدول تناوبی می توان خواص آن عنصر را حدس زد.  
 پ: تشکیل یون تک اتمی با آرایش الکترونی هشت تایی از ویژگی های مشترک همه فلزهای قلیایی است.  
 ت: نسبت شمار آنیون به کاتیون در اکسید فلزهای دوره سوم جدول تناوبی با افزایش واکنش پذیری فلز افزایش می یابد.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

### پاسخ تشریحی:

تنها عبارتهای (الف) درست است.

### بررسی موارد:

الف) در هر دوره از جدول تناوبی کمترین واکنش پذیری متعلق به گروه ۱۸ جدول تناوبی یا همان گازهای نجیب هستند که به علت داشتن آرایش الکترونی پایدار و هشت تایی (به جز هلیم) تمایلی به شرکت در واکنش های شیمیایی و ایجاد ترکیب ندارند. این عناصر نافلزی در دمای اتاق حالت گازی دارند.

ب) جرم یک اتم علاوه بر تعداد پروتون یا همان عدد اتمی، به تعداد نوترون ها نیز بستگی دارد و به کمک آن نمی توان جایگاه آن عنصر را در جدول تناوبی مشخص کرد. اگر جایگاه یک عنصر در جدول تناوبی مشخص باشد، می توان خواص آن عنصر را به کمک خواص سایر هم گروهی های آن عنصر حدس زد. (عملی) که مندلیف برای حدس زدن ویژگی های برخی از عناصر کشف نشده در زمان خود انجام داد و غالب این پیش بینی ها درست بود.

پ) اگر چه همه فلزهای قلیایی برای تشکیل یون تک اتمی، یک الکترون خود را از دست می دهند تا به آرایش الکترونی گاز نجیب پیش از خود برسند، اما در این میان تنها لیتیم به آرایش الکترونی هشت تایی نمی رسد؛ زیرا عنصر نجیب پیش از آن نیز آرایش هشت تایی ندارد و لیتیم به آرایش پایدار این گاز نجیب می رسد.

### بررسی خواص فلزهای قلیایی:

گروه اول جدول تناوبی (به جز عنصر هیدروژن) را فلزهای قلیایی می نامند که از بالا به پایین شامل لیتیم ( $Li$ )، سدیم ( $Na$ )، پتاسیم ( $K$ )، روبیدیم ( $Rb$ )، سزیم ( $Cs$ ) و فرانسیم ( $Fr$ ) هستند.  
 برخی از ویژگی های فلزهای قلیایی به شرح زیر است:  
 - همه آن ها در واکنش با گاز کلر، نور تولید می کنند. شدت و انرژی نور تولید شده در این گروه از بالا به پایین، افزایش می یابد.  
 - با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی از بالا به پایین، این عناصر راحت تر الکترون از دست می دهند؛ بنابراین، با افزایش عدد اتمی خصلت فلزی و واکنش پذیری آن ها افزایش می یابد.  
 - این عناصر با از دست دادن یک الکترون و تشکیل یون تک اتمی  $M^+$ ، به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود می رسند. در واقع، همه این یون ها به آرایش هشت تایی می رسند؛ به جز یون لیتیم ( $Li^+$ ) که به آرایش  $He$  در می آید.  
 - سدیم، دومین عضو فلزهای قلیایی، فلزی نرم است که با چاقو بریده می شود. به علت واکنش این عنصر با اکسیژن موجود در هوا، سطح آن در مجاورت هوا کدر می شود.

ت) اکسید فلزهای دوره سوم جدول تناوبی به ترتیب  $MgO$ ،  $Na_2O$ ،  $Al_2O_3$  هستند. واکنش پذیری سدیم از منیزیم و آن هم از آلومینیم بیشتر است. با افزایش واکنش پذیری فلز، در اکسید این فلزها نسبت شمار یون اکسید به شمار یون فلز کاهش می یابد. همچنین نسبت مورد نظر در این ترکیب های  $Na_2O$ ،  $MgO$  و  $Al_2O_3$  به ترتیب برابر  $1/5$ ،  $1$  و  $1/5$  است.

### نوشتن فرمول شیمیایی ترکیبات یونی:

فرمول شیمیایی یک ترکیب یونی از یون های  $A^{x-}$  و  $M^{n+}$  به صورت  $M_xA_n$  است. البته اگر بتوان  $x$  و  $n$  را ساده کرد، باید کمترین نسبت را انتخاب کرد. به عنوان مثال ترکیب یونی حاصل از اکسیژن ( $O^{2-}$ ) و منیزیم ( $Mg^{2+}$ ) به صورت  $MgO$  است.

## گروه آموزشی ماز

۵۷- تفاوت شعاع اتمی کدام دو عنصر بیشتر از سایر گزینه ها است؟

(۴)  ${}_{25}Z$  و  ${}_{21}Y$

(۳)  ${}_{18}G$  و  ${}_{19}E$

(۲)  ${}_{15}X$  و  ${}_{33}M$

(۱)  ${}_{16}D$  و  ${}_{20}A$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

### پاسخ شریعی:

در جدول تناوبی از چپ به راست و از پایین به بالا، شعاع اتمی کاهش می یابد. در هر دوره از جدول تناوبی کوچک ترین شعاع اتمی متعلق به گاز نجیب و بزرگ ترین شعاع اتمی متعلق به فلز قلیایی است. پس در میان عناصر دوره سوم و چهارم جدول تناوبی بزرگ ترین شعاع اتمی در فلز قلیایی دوره چهارم یا همان پتاسیم با عدد اتمی ۱۹ و همچنین کوچک ترین شعاع اتمی در گاز نجیب دوره سوم یا همان آرگون با عدد اتمی ۱۸ دیده می شود؛ بنابراین بیشترین اختلاف میان شعاع اتمی دو عنصر از تناوب سوم و چهارم جدول دوره های عناصر، میان دو عنصر با اعداد اتمی ۱۸ و ۱۹ است.

### شعاع اتمی:

بر اساس مدل کوانتومی، اتم را مانند کروی در نظر می گیریم که الکترون ها پیرامون هسته و در لایه های الکترونی در حال حرکت هستند. بنابراین می توان برای هر اتم شعاعی در نظر گرفت و آن را اندازه گیری کرد. شعاع اتم های مختلف یکسان نبوده و هرچه شعاع يك اتم بزرگ تر باشد، اندازه ی آن اتم نیز بزرگ تر خواهد شد. در یک تناوب از جدول دوره های، با حرکت از چپ به راست، شمار پروتون ها و بار الکتریکی هسته اتم ها افزایش پیدا می کند در حالی که شمار لایه های الکترونی موجود در اطراف هسته ثابت باقی می ماند. در چنین شرایطی، الکترون های سطحی (ظرفیتی) با قدرت بیشتری توسط هسته جذب شده و به دنبال آن، شعاع اتمی این عناصر نیز کاهش پیدا می کند. جدول زیر، شعاع اتمی عناصر موجود در تناوب سوم را در مقایسه با یکدیگر نشان می دهد:

عنصر	${}_{17}Cl$	${}_{16}S$	${}_{15}P$	${}_{14}Si$	${}_{13}Al$	${}_{12}Mg$	${}_{11}Na$
آرایش الکترونی	$[Ne]3s^23p^5$	$[Ne]3s^23p^4$	$[Ne]3s^23p^3$	$[Ne]3s^23p^2$	$[Ne]3s^23p^1$	$[Ne]3s^2$	$[Ne]3s^1$
تعداد لایه الکترونی	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
شعاع اتمی (pm)	۹۹	۱۰۳	۱۱۰	۱۱۸	۱۴۳	۱۶۰	۱۸۶

## گروه آموزشی ماز

۵۸- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) آهن برخلاف سدیم، محکم است و از آن برای ساختن انواع درها و پنجره های فلزی استفاده می شود.
- ۲) فلزهای دسته S برخلاف همه فلزهای دسته p به هنگام تشکیل یون به آرایش گاز نجیب می رسند.
- ۳) فلزها در عین داشتن ویژگی های مشترک، تفاوت های قابل توجهی میان رفتارهای خود دارند.
- ۴) با گذشت زمان سدیم و آهن برخلاف طلا در هوای مرطوب جلای خود را از دست می دهند.



پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ سریعی:

همه فلزهای دسته  $s$  و یکی از فلزهای دسته  $p$  یعنی آلومینیم به هنگام تشکیل یون تک اتمی به آرایش گاز نجیب می‌رسند. این درحالی است که سایر فلزهای دسته  $p$  برای تشکیل یون با آرایش گاز نجیب باید تعداد زیادی الکترون از دست بدهند و یون به وجود آمده پایدار نیست. همچنین برخی از فلزهای واسطه توانایی تشکیل یونی با آرایش الکترونی گازهای نجیب را دارند. اما اکثر فلزها این توانایی را ندارند و آرایش الکترونی یون‌های آن‌ها به گازهای نجیب شبیه نیست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ سدیم، دومین عضو فلزهای قلیایی، فلزی نرم است که با چاقو بریده می‌شود. سطح این فلز در هوا، به سرعت با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد و تیره می‌شود. آهن نیز که یک فلز واسطه است، فلزی محکم بوده و از آن برای ساختن انواع درها و پنجره‌های فلزی استفاده می‌شود.
- ۲ اگرچه همه فلزها در حالت‌های کلی رفتارهای مشابهی دارند، اما در میان فلزها تفاوت‌های قابل توجهی وجود دارد. برای مثال همه فلزها سطح درخشان دارند و رسانای جریان الکتریکی و گرما هستند. همچنین این عناصر در واکنش‌های شیمیایی الکترون از دست می‌دهند. اما هر یک از این فلزها ویژگی‌های خاص خود را دارند، مثل بریده شدن فلز سدیم با چاقو یا عدم واکنش طلای روی گنبد‌های معماری اسلامی با گاز اکسیژن و حفظ جلای فلزی آن.
- ۳ سدیم نه تنها در هوای مرطوب بلکه به سرعت در مواجهه با هوای اتاق، جلای فلزی خود را از دست می‌دهد و تیره می‌شود. همچنین آهن در هوای مرطوب به آهستگی زنگ می‌زند و سطح آن جلای خود را از دست خواهد داد. در مقابل طلا با وجود رطوبت بالای هوا و همچنین گذشت چندین سال، جلای خود را حفظ می‌کند.

## گروه آموزشی ماز

۵۹- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

- ۱) در کودهای شیمیایی مورد استفاده برای سبزیجات، دو عنصر از گروه ۱۵ جدول تناوبی وجود دارد.
- ۲) در لامپ چراغ جلوی خودروها از عنصری با ۷ الکترون در بیرونی‌ترین زیرلایه استفاده می‌شود.
- ۳) عناصر در کره زمین به طور یکسانی توزیعی نشده و موجب پیدایش تجارت جهانی شده‌اند.
- ۴) گسترش تمدن امروزی همانند توسعه فناوری در گرو کشف و شناخت مواد جدید است.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ سریعی:

در لامپ چراغ جلوی خودروها از هالوژن‌ها استفاده می‌شود. لایه ظرفیت هالوژن‌ها به صورت مقابل است:

$$ns^2 np^5$$

در آرایش الکترونی این عناصر، در لایه آخر ( $np^5$ ) هفت الکترون وجود دارد؛ اما در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی ( $np^5$ ) پنج الکترون دیده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در کودهای شیمیایی مورد استفاده برای سبزیجات، سه عنصر مهم پتاسیم، نیتروژن و فسفر وجود دارند. نیتروژن و فسفر به ترتیب اولین و دومین عضو گروه ۱۵ جدول تناوبی هستند.

## نکته‌های مهم درباره کودهای شیمیایی:

نیتروژن، فسفر و پتاسیم، از جمله عناصر مورد نیاز گیاهان هستند که از طریق خاک جذب می‌شوند. با افزودن مواد و ترکیباتی که حاوی این عناصر هستند به کودهای شیمیایی، می‌توان این مواد را به انواع گیاهان رساند. به عنوان مثال، از شیمی دهم به یاد داریم که کشاورزان انواع کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار را به خاک می‌افزایند. یکی از این کودهای شیمیایی، آمونیاک ( $NH_3$ ) است که به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

۲) در کره زمین، منابع شیمیایی و عناصر به صورت یکسان توزیع نشده‌اند. همین پراکندگی منابع و نیاز به تبادل آن‌ها است که موجب پیدایش تجارت جهانی شده است.

۳) شکوه و گسترش تمدن امروزی بشر تا حدود زیادی مدیون مواد جدیدی است که از شیشه، پلاستیک، فلز، الیاف، سرامیک و... ساخته می‌شوند. همچنین کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچم‌دار توسعه فناوری است.

## گروه آموزشی ماز

۶۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- الف: هر چه عنصری در لایه ظرفیت خود، الکترون بیشتری داشته باشد، واکنش پذیری بیشتری دارد.  
 ب: همه عناصر دسته  $s$  و  $d$  برخلاف برخی از عناصر دسته  $p$ ، توانایی تشکیل یون پایدار دارند.  
 پ: در همه گروه‌های جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر هستند.  
 ت: همه عناصر با شمار الکترون‌های ظرفیت برابر، در یک گروه از جدول تناوبی قرار دارند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

تمام عبارتهای مطرح شده نادرست هستند.

بررسی موارد:

- الف) تعداد الکترون‌های لایه ظرفیت عنصر ارتباطی با واکنش‌پذیری آن ندارد. به عنوان مثال واکنش‌پذیری هالوژن‌ها با  $\gamma$  الکترون ظرفیتی، از سایر نافلزها بیشتر است در حالی که شمار الکترون‌های ظرفیت گازهای نجیب از آن‌ها بیشتر و عناصر گروه شانزدهم از آن‌ها کمتر می‌باشد. همچنین واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی خاکی با  $\gamma$  الکترون ظرفیتی از فلزهای قلیایی با یک الکترون ظرفیتی کمتر است.  
 ب) توانایی تشکیل یون تک اتمی پایدار از ویژگی‌های فلزها و نافلزها هستند. در این میان تنها عنصری که توانایی تشکیل یون را ندارند، شبه‌فلزها، کربن و گازهای نجیب هستند که همه جز عناصر دسته  $p$  هستند به جز هلیم که تنها گاز نجیب دسته  $s$  است. پس از میان عناصر دسته  $s$ ، هلیم (و همچنین بریلیم) یون تک اتمی پایدار ندارد.  
 پ) در همه گروه‌های جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیت عناصر با یکدیگر برابر است به جز در گروه گازهای نجیب که شمار الکترون‌های لایه ظرفیت هلیم برابر دو و باقی عناصر ۸ است.  
 ت) عناصر گروه ۴ و ۱۴ جدول تناوبی هر دو ۴ الکترون ظرفیت دارند، اما در یک گروه قرار ندارند. همچنین هلیم با ۲ الکترون ظرفیتی با عناصر گروه دوم جدول تناوبی که دو الکترون در لایه ظرفیت دارند، هم‌گروه نیست.

### لایه ظرفیت و الکترون‌های ظرفیتی:

- الکترون‌های ظرفیتی الکترون‌هایی هستند که در واکنش‌های شیمیایی شرکت کرده و موجب تشکیل پیوندهای کووالانسی یا ایجاد کاتیون تک اتمی در عناصر فلزی می‌شوند. برای محاسبه شمار این الکترون‌ها در یک عنصر می‌توان از شماره گروه ( $n$ ) آن عنصر در جدول تناوبی استفاده کرد:
- ✓ شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه اول تا یازدهم برابر  $n$  است.
  - ✓ شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه دوازدهم، برابر با ۲ است.
  - ✓ شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه سیزدهم تا هجدهم (به غیر از هلیم) برابر  $(n - 10)$  است.
  - ✓ شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر هلیم، برابر با ۲ است.

### گروه آموزشی ماز

۶۱- در میان عناصر رسانای جریان الکتریکی گروه چهاردهم جدول دوره‌ای، چند درصد از عناصر در اثر ضربه خرد می‌شوند؟

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۳۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

رسانایی الکتریکی و گرمایی از ویژگی‌های مشترک فلزها و شبه‌فلزها است با این تفاوت که شبه‌فلزها رسانای ضعیف جریان الکتریکی هستند. همچنین نافلزها در برابر گرما و جریان الکتریکی عایق هستند، تنها استثنا این قاعده کربن است که رسانایی الکتریکی دارد. پس هر ۶ عنصر گروه ۱۴ جدول تناوبی رسانای جریان الکتریکی هستند. در این گروه یک عنصر نافلزی، دو عنصر شبه‌فلزی و سه عنصر فلزی وجود دارد. خورد شدن یک عنصر در حالت جامد یا همان چکش‌خوار نبودن، از ویژگی‌های مشترک شبه‌فلزها و نافلزها هستند. پس از میان این ۶ عنصر رسانای جریان الکتریکی، ۳ عنصر (معادل ۵۰ درصد) در اثر ضربه خورد می‌شوند.

جدول زیر اطلاعاتی را در مورد عناصر گروه ۱۴ نمایش می‌دهد:

نام عنصر	شماره تناوب	آرایش الکترونی	رسانایی الکتریکی	رسانایی گرمایی	سطح صیقلی	چکش خواری	تمایل به دادن، گرفتن یا اشتراک الکترون
کربن یا گرافیت (C)	۲	$[\text{He}] 2s^2 2p^2$	دارد	ندارد	ندارد	ندارد	اشتراک
سیلیسیم (Si)	۳	$[\text{Ne}] 3s^2 3p^2$	دارد	دارد	دارد	ندارد	اشتراک
ژرمانیم (Ge)	۴	$[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^2$	دارد	دارد	دارد	ندارد	اشتراک
قلع (Sn)	۵	-	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد
سرب (Pb)	۶	-	دارد	دارد	دارد	دارد	الکترون می‌دهد

### گروه آموزشی ماز

۶۲- اگر شمار نوترون در یون  ${}^{74}\text{A}^{2+}$ ، ۸ عدد بیشتر از شمار الکترون‌ها باشد، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- در یون پایدار عنصر A، نسبت شمار نوترون به الکترون برابر  $1/0.8$  است.
- در عنصر A شمار الکترون‌هایی با  $n + l = 5$  برابر ۱۴ است.
- در آرایش الکترونی این یون، ۱۶ الکترون با  $l = 1$  وجود دارد.
- این عنصر در دمای اتاق جامد بوده و چکش‌خوار است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)



ابتدا عدد اتمی یا همان شمار پروتون‌های عنصر مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$${}^{74}\text{A}^{2+} \begin{cases} n + p = 74 \\ n - e = 8 \xrightarrow{e=p-2} n - (p - 2) = 8 \Rightarrow n - p + 2 = 8 \Rightarrow n - p = 6 \\ \Rightarrow (n + p) - (n - p) = 74 - 6 \Rightarrow 2p = 68 \Rightarrow p = 34 \end{cases}$$

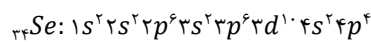
پس عنصر مورد نظر سلنیم است که در دوره چهارم و گروه شانزدهم جدول تناوبی قرار دارد.



۱- یون پایدار این عنصر  $\text{Se}^{2-}$  است که ۳۶ الکترون دارد. همچنین شمار نوترون این یون مساوی شمار نوترون عنصر و برابر ۴۰ است. پس نسبت خواسته شده برابر است با:

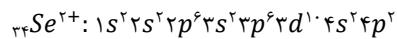
$$B = \frac{40}{36} = \frac{10}{9} = 1/11$$

۲- آرایش الکترونی این عنصر به صورت مقابل است:



در این عنصر زیرلایه‌های  $3d$  ( $n = 3$  و  $l = 2$ ) و  $4p$  ( $n = 4$  و  $l = 1$ )،  $n + l = 5$  دارند. در این دو زیرلایه در مجموع، چهارده الکترون حضور دارد.

۳- آرایش الکترونی یون  $\text{Se}^{2+}$  به صورت مقابل است:



در این یون ۱۴ الکترون در زیرلایه‌های  $(l = 1)p$  دیده می‌شود.

۴- در جدول تناوبی گازهای نجیب، هیدروژن، نیتروژن، اکسیژن، فلورون و کلر حالت گازی دارند. (۱۲ عنصر) همچنین دو عنصر جیوه و برم حالت مایع و باقی عناصر (۱۰۴ عنصر) حالت جامد دارند. سلنیم یک نافلز جامد است و در اثر ضربه چکش خرد می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۶۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- در جدول تناوبی علاوه بر خواص شیمیایی، خواص فیزیکی نیز، دوره‌ای تکرار می‌شود.
- برای پیشرفت علم شیمی مهمترین گام یافتن داده‌های بیشتر و دقیق‌تر از خواص مواد است.
- علم شیمی علاوه بر رفتارهای شیمیایی به رفتارهای فیزیکی عناصر نیز توجه دارد.
- قابلیت مفقوت شدن از ویژگی‌های فیزیکی فلزها است که در شبه‌فلزها دیده نمی‌شود.



پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

شیمی دان‌ها با مشاهده مواد و انجام آزمایش‌های گوناگون، به دنبال یافتن اطلاعات بیش‌تر و دقیق‌تر درباره ویژگی‌ها و خواص مواد هستند؛ اما برقراری ارتباط میان این داده‌ها و اطلاعات، همچنین یافتن الگوها و روندها گامی مهم‌تر و مؤثرتر در پیشرفت علم شیمی به شمار می‌آید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ هم خواص فیزیکی و هم خواص شیمیایی عنصرها در جدول تناوبی به صورت دوره‌ای تکرار می‌شود که به قانون دوره‌ای عناصر معروف است.
- ۲ علم شیمی را می‌توان مطالعه هدف‌دار، منظم و هوشمندانه رفتار عنصرها و مواد برای یافتن روندها و الگوهای رفتار فیزیکی و شیمیایی آن‌ها دانست.
- ۳ قابلیت مفتول شدن و ورقه‌ای شدن معادل شکل‌پذیری، چکش‌خواری و خرد نشدن در اثر ضربه است؛ که از ویژگی‌های منحصر به فرد فلزها می‌باشد و در شبه‌فلزها و نافلزها دیده نمی‌شود. رفتارهای فیزیکی فلزها شامل داشتن جلا، رسانایی الکتریکی و گرمایی، خاصیت چکش‌خواری، شکل‌پذیری و ... است. در حالی که رفتارهای شیمیایی فلزها، به میزان توانایی اتم آن‌ها به از دست دادن الکترون (خصلت فلزی) وابسته است.

## گروه آموزشی ماز

۶۴- با توجه به جدول مقابل، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

	گروه ۲	گروه ۱۳	گروه ۱۵	گروه ۱۷
دوره دوم		X	D	A
دوره سوم	Q		E	
دوره چهارم	L	Y	G	M

الف: چهار عنصر مشخص شده در این جدول، نماد دو حرفی دارند.

ب: نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر در عنصر M بیشتر از عنصر Y است.

پ: شعاع اتمی عنصر E از عنصر A بیشتر و واکنش‌پذیری آن از عنصر D کمتر است.

ت: عنصر A همانند عنصر بعدی خود در جدول تناوبی، کوچک‌ترین شعاع اتمی را در گروه خود دارد.

(۴) (ب)، (پ) و (ت)

(۳) (ب) و (پ)

(۲) (پ) و (ت)

(۱) (الف) و (ب)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

عناصر مطرح‌شده در جدول به صورت زیر هستند:

	گروه ۲	گروه ۱۳	گروه ۱۵	گروه ۱۷
دوره دوم		B	N	F
دوره سوم	Mg		P	
دوره چهارم	Ca	Ga	As	Br

عبارت‌ها (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

- الف) ۵ عنصر مشخص شده در این جدول، نماد دو حرفی دارند.
- ب) در یک دوره از جدول تناوبی از چپ به راست با افزایش بار مثبت هسته و ثابت ماندن شمار لایه‌های الکترونی، نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر افزایش می‌یابد و شعاع اتمی کاهش می‌یابد. پس نیروی جاذبه هسته بر الکترون‌های لایه آخر در عنصر برم بیشتر از عنصر گالیم است.
- پ) در جدول تناوبی با حرکت به سمت بالا و سمت راست، شعاع اتمی کوچک‌تر می‌شود. پس فلوئور شعاع کوچک‌تری نسبت به فسفر دارد. همچنین واکنش‌پذیری نافلزها در یک گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین کاهش می‌یابد، پس واکنش‌پذیری فسفر از نیتروژن کمتر است.
- ت) در یک گروه از جدول تناوبی از بالا به پایین، با افزایش شمار لایه‌های الکترونی، شعاع اتمی افزایش می‌یابد؛ پس اولین عضو هر گروه در جدول تناوبی، کمترین شعاع را میان عناصر آن گروه دارد. فلوئور اولین عضو گروه هالوژن‌ها است اما نئون دومین گاز نجیب بوده و شعاع اتمی آن از هلیوم بزرگ‌تر است.

## گروه آموزشی ماز

۶۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی، تمام زیرلایه‌های الکترونی اشغال شده هفت عنصر، پر شده‌اند.
- (۲) هر چه واکنش پذیری یک عنصر فلزی بیشتر باشد، اتم‌های آن فلز سخت‌تر الکترون از دست می‌دهند.
- (۳) در جدول شارل ژانت، عناصر دسته  $g$  شامل ۱۶ گروه خواهند بود که از دوره هشتم دیده می‌شوند.
- (۴) در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی شعاع اتمی ۳ عنصر کمتر از عناصر قبل و بعد خود است.

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

در یک دوره جدول تناوبی شعاع اتمی عناصر با افزایش عدد اتمی کاهش می‌یابد. پس در طول یک دوره از جدول تناوبی، شعاع اتمی یک عنصر کمتر از عناصر قبل و بیشتر از عنصر بعد خود است، مگر در ابتدا و انتهای دوره. در ابتدای دوره یعنی فلزهای قلیایی، شعاع اتمی فلز از عنصر بعد و قبل از خود بزرگ‌تر است. همچنین در انتهای دوره نیز شعاع اتمی گاز نجیب از هالوژن قبل از خود و فلز قلیایی پس از خود کمتر است. در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی ۳ گاز نجیب دیده می‌شوند و این ویژگی را دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) در آرایش الکترونی عناصر گروه دوم و هجدهم جدول تناوبی تمام زیرلایه‌های الکترونی دارای الکترون، پر شده‌اند. در میان ۲۰ عنصر اول جدول تناوبی، ۳ گاز نجیب و ۳ فلز قلیایی خاکی حضور دارند که شرط مطرح شده در سوال را دارند.
- ۲) واکنش پذیری عناصر فلزی، توانایی تشکیل کاتیون و خصلت فلزی معادل یکدیگر هستند. هر چه اتم‌های یک فلز راحت‌تر الکترون از دست دهند، آسان‌تر به یون تبدیل شده و در واکنش شیمیایی شرکت می‌کنند. پس هر چه واکنش پذیری یک فلز بیشتر باشد، آن فلز آسان‌تر الکترون از دست داده و کاتیون تشکیل می‌دهد.
- ۳) زیرلایه  $g$  از لایه پنجم شروع می‌شود و ۱۸ الکترون در خود جای می‌دهد که معادل شمار گروه‌های این دسته در جدول ژانت است.  $n + l$  برای زیرلایه  $g$  برابر ۹ است و این لایه با توجه به اصل آفا بعد از زیرلایه  $8s$  و پیش از زیرلایه  $6f$  پر می‌شود. به همین علت عناصر دسته  $g$  از دوره هشتم وارد جدول خواهند شد.

### گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام یک از گزینه‌های زیر عبارت ((در میان عناصر دوره سوم جدول تناوبی، ..... عنصر .....)) به درستی تکمیل نمی‌کند.

- ۱) ۳- در واکنش با نافلزها، یون پایدار با شمار الکترون‌های برابر تشکیل می‌دهند.
- ۲) ۶- در واکنش با سایر عناصر به آرایش الکترونی گاز نجیب می‌رسند.
- ۳) ۴- در حالت جامد سطحی با جلای فلزی و درخشان دارند.
- ۴) ۳- در حالت جامد رسانای قوی جریان الکتریکی هستند.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

عناصر دوره سوم جدول تناوبی به صورت زیر هستند:

۱۱ Na سدیم ۲۲/۹۹	۱۲ Mg منیزیم ۲۴/۳۱	۱۳ Al آلومینیم ۲۶/۹۸	۱۴ Si سیلیسیم ۲۸/۰۹	۱۵ P فسفر ۳۰/۹۷	۱۶ S گوگرد ۳۲/۰۷	۱۷ Cl کلر ۳۵/۴۵	۱۸ Ar آرگون ۳۹/۹۵
---------------------------	-----------------------------	-------------------------------	------------------------------	--------------------------	---------------------------	--------------------------	----------------------------

در این دوره ۳ عنصر اول فلز، سیلیسیم شبه‌فلز و ۴ عنصر آخر نافلز هستند.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) سه عنصر فلزی این دوره در واکنش با نافلزها، یون‌های  $Na^+$ ،  $Mg^{2+}$  و  $Al^{3+}$  تشکیل می‌دهند که هر ۳ یون ۱۰ الکترون در آرایش خود دارند و به آرایش  $1s^2 2s^2 2p^6$  گاز نجیب نئون رسیده‌اند. آرایش الکترونی این یون‌ها به صورت مقابل است:
- ۲) تمام عناصر این دوره به جز گاز نجیب آرگون در واکنش با سایر عناصر به آرایش الکترونی یک گاز نجیب می‌رسند. ۶ عنصر فلزی و نافلزی با تشکیل یون به این مهم می‌رسند در حالی که سیلیسیم به عنوان شبه‌فلز و نافلزها با اشتراک گذاشتن الکترون‌ها به آرایش گاز نجیب آرگون می‌رسند.

۳) عناصر فلزی و سیلیسیم شبه فلز در دمای اتاق سطحی درخشان و با جلای فلزی دارند.

۴) عناصر فلزی این دوره، رسانای قوی جریان الکتریکی هستند؛ در حالی که سیلیسیم رسانای ضعیف این جریان است.

### گروه آموزشی ماز

۶۷- کدام یک از مقایسه‌های انجام شده نادرست است؟

(۲) تمایل به تشکیل آنیون:  ${}_{14}Z < {}_{34}Y < {}_9X$

(۱) تمایل به تشکیل کاتیون:  ${}_{31}G < {}_{20}D < {}_{55}A$

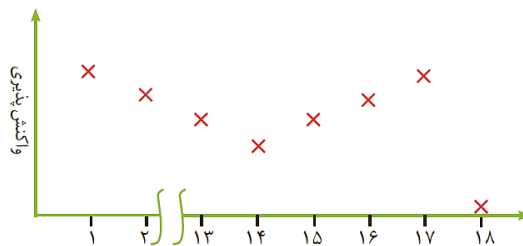
(۴) هر سه مقایسه درست هستند.

(۳) واکنش پذیری:  ${}_{18}Q > {}_{15}L > {}_8M$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

نمودار زیر، واکنش پذیری عناصر دوره دوم جدول تناوبی را بر حسب شماره گروه نشان می‌دهد.



واکنش پذیری اکسیژن از نیتروژن و بور بیشتر بوده و واکنش پذیری این دو عنصر در یک سطح است. همچنین با توجه به هم‌گروه بودن دو عنصر نافلزی نیتروژن و فسفر، واکنش پذیری فسفر که در جدول تناوبی پایین‌تر از نیتروژن بوده، از این عنصر کمتر است. پس واکنش پذیری فسفر از هر دو عنصر اکسیژن و بور کمتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تمایل به تشکیل کاتیون در عناصر فلزی، در یک دوره، از راست به چپ و در یک گروه از بالا به پایین (با افزایش خصلت فلزی) افزایش می‌یابد. پس سزیم از کلسیم و آن هم از گالیم تمایل بیشتری به تشکیل کاتیون دارد.

۲) بدون در نظر گرفتن گازهای نجیب، تمایل به تشکیل آنیون یا همان خصلت نافلزی در جدول تناوبی از بالا به پایین و از راست به چپ کاهش می‌یابد. پس فلئور واکنش پذیرترین نافلز است. همچنین شبه‌فلز سیلیسیم برخلاف سلنیم تمایلی به تشکیل یون ندارد.

### گروه آموزشی ماز

۶۸- کدام یک از مطالب زیر در مورد هالوژن‌ها درست است؟

(۱) با از دست دادن یک الکترون به یون هالید با آرایش الکترونی گاز نجیب بعد از خود تبدیل می‌شوند.

(۲) در هر دوره از جدول تناوبی بزرگ‌ترین شعاع اتمی را میان عناصر همان دوره دارند.

(۳) با افزایش شعاع اتمی در این گروه جدول تناوبی، نقطه جوش آن‌ها کاهش می‌یابد.

(۴) در دمای اتاق تنها هالوژن‌های گازی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۱)

پاسخ تشریحی:

هالوژن‌ها عناصر گروه ۱۷ جدول تناوبی هستند. جدول زیر، برخی از خواص هالوژن‌ها و شرایط واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن را نشان می‌دهد:

نام هالوژن	واکنش با گاز هیدروژن	حالت فیزیکی در دمای اتاق	تعداد الکترون لایه ظرفیت	شعاع اتمی (نانومتر)
فلوئور	حتی در دمای ${}^{\circ}\text{C} - 200$ هم به سرعت واکنش می‌دهد.	گاز	۷	۷۱
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.	گاز	۷	۹۹
برم	در دمای ${}^{\circ}\text{C} 200$ واکنش می‌دهد.	مایع	۷	۱۱۴
ید	در دمای بالاتر از ${}^{\circ}\text{C} 400$ واکنش می‌دهد.	جامد	۷	۱۴۰

مطابق این جدول تنها دو هالوژن گازی فلوئور و کلر، در دمای اتاق با گاز هیدروژن واکنش می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عناصر این گروه همانند سایر نافلزها برای رسیدن به آرایش گاز نجیب، یا یک الکترون می‌گیرند و یا با به اشتراک گذاشتن الکترون در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت می‌کنند.

۲ در هر دوره از جدول تناوبی بزرگ‌ترین شعاع اتمی متعلق به عناصر گروه اول جدول تناوبی است. در یک دوره از جدول تناوبی از چپ به راست شعاع اتمی کاهش می‌یابد.

۳ در یک گروه از بالا به پایین شعاع اتمی افزایش می‌یابد. همچنین در این گروه از بالا به پایین و با افزایش جرم و حجم مولکول‌های هالوژن، نیروی بین‌مولکولی افزایش یافته و نقطه جوش این عناصر را افزایش می‌دهد. به گونه‌ای که دو عنصر اول این گروه گاز، عنصر سوم مایع و باقی عناصر جامد هستند.

## گروه آموزشی ماز

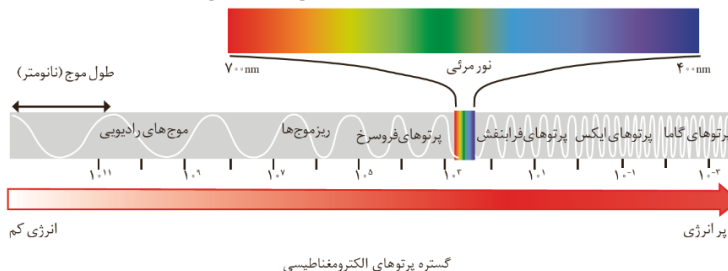
۶۹- اگر در واکنش میان عناصر موجود در گزینه‌های زیر، نور ساطع شود، طول موج نور کدام واکنش بیشتر است؟

- (۱) سدیم و گوگرد (۲) پتاسیم و اکسیژن (۳) پتاسیم و گوگرد (۴) سدیم و اکسیژن

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ تشریحی

در یک گروه فلزی مانند فلزهای قلیایی از بالا به پایین و با افزایش عدد اتمی، خصلت فلزی افزایش یافته و عناصر فلزی پایین‌تر با شدت بیشتری با عناصری نافلز واکنش می‌دهند. (واکنش‌پذیری پتاسیم بیشتر از سدیم است). همچنین در یک گروه نافلزی مانند گروه ۱۶، از پایین به بالا، خصلت نافلزی افزایش یافته و عناصر نافلزی بالاتر با شدت بیشتری با عناصر فلزی واکنش می‌دهند. (واکنش‌پذیری اکسیژن بیشتر از گوگرد است). هر چه واکنش‌پذیری دو ماده کمتر باشد، شدت واکنش میان آن‌ها کمتر و هر چه واکنش‌پذیری دو ماده بیشتر باشد، واکنش میان آن‌ها شدیدتر است. پس شدیدترین واکنش میان دو عنصر اکسیژن و پتاسیم و کم‌شدت‌ترین واکنش میان گوگرد و سدیم انجام می‌شود. از طرفی می‌دانیم هرچه طول موج یک پرتو الکترومغناطیسی بیشتر باشد، انرژی آن کمتر است. پس در واکنش مورد نظر، باید کمترین انرژی آزاد شده باشد تا طول موج نور ساطع شده بیشتر از سایر پرتوها باشد.



گستره پرتوهای الکترومغناطیسی

## گروه آموزشی ماز

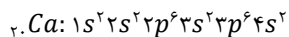
۷۰- اگر یک فلز قلیایی خاکی به هنگام تشکیل یون پایدار ۲۵ درصد از الکترون‌های خود با  $l = 0$  را از دست بدهد، کدام یک از مطالب زیر در مورد این فلز نادرست است؟

- در آرایش الکترونی یون پایدار این عنصر همه لایه‌های الکترونی اشغال شده، پر نیستند.
- واکنش‌پذیری این فلز از فلز قلیایی پیش و پس از خود در جدول دوره‌ای کمتر است.
- عنصر هم دوره این فلز قلیایی خاکی از گروه چهاردهم جدول تناوبی، فلز است.
- در آرایش الکترونی این فلز و یون آن هیچ الکترونی با  $l = 2$  دیده نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰)

پاسخ تشریحی

فلزهای قلیایی خاکی به هنگام تشکیل یون پایدار دو الکترون از زیرلایه  $ns^2$  از دست می‌دهند. پس اگر فلز قلیایی خاکی برای تشکیل یون ۲۵ درصد از الکترون‌های زیرلایه‌های  $s$  (زیرلایه‌هایی با  $l = 0$ ) خود را از دست دهد، این عنصر در کل ۸ الکترون در این زیرلایه‌ها دارد و کلسیم از دوره چهارم است. آرایش الکترونی این عنصر به صورت مقابل است:



## بررسی فلزهای قلیایی خاکی:

در گروه دوم جدول دوره‌ای، عناصر برلییم ( $Be$ )، منیزیم ( $Mg$ )، کلسیم ( $Ca$ )، استرانسیم ( $Sr$ )، باریم ( $Ba$ ) و رادیم ( $Ra$ ) وجود دارند. این عناصر به فلزهای قلیایی خاکی معروف هستند. با افزایش عدد اتمی عناصر موجود در گروه فلزهای قلیایی خاکی، شعاع اتمی این عناصر افزایش یافته و به دنبال آن، واکنش‌پذیری این فلزها نیز بیشتر می‌شود. ترتیب واکنش‌پذیری این عناصر فلزی به صورت زیر است:



توجه داریم که آرایش الکترونی فلزهای قلیایی خاکی به زیرلایه‌ی  $ns^2$  ختم می‌شود. اتم‌های سازنده‌ی این عناصر با از دست دادن دو الکترون به آرایش الکترونی گاز نجیب قبل از خود رسیده و یون پایدار  $X^{2+}$  را تولید می‌کنند. از آنجا که در جدول دوره‌ای فلزهای قلیایی خاکی در سمت راست فلزهای قلیایی قرار می‌گیرند، فعالیت شیمیایی این عناصر در مقایسه با فلزهای قلیایی هم‌تناوب با خود با کمتر خواهد بود.

## بررسی نکته‌ها:

- ۱ آرایش الکترونی یون پایدار این عنصر به صورت مقابل است:  
 $Ca^{2+}: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$   
 در آرایش الکترونی این گونه، زیرلایه  $3d$  از لایه سوم الکترونی پر نیست و این لایه پر نمی‌باشد.
- ۲ واکنش پذیری فلزهای قلیایی خاکی از فلزهای قلیایی هم دوره خود کمتر است. همچنین با توجه به افزایش واکنش پذیری فلزهای قلیایی از بالا به پایین، واکنش پذیری این فلز از فلز قلیایی بعد از خود نیز کمتر می‌باشد.
- ۳ این عنصر در دوره چهارم جدول تناوبی وجود دارد و عنصر هم‌دوره آن در گروه چهاردهم، عنصر ژرمانیم شبه‌فلزی است.
- ۴ در آرایش الکترونی این فلز و یون آن که به صورت بالا هستند، هیچ الکترونی با  $l = 2$  (الکترون‌های زیرلایه  $d$ ) وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز