



آزمون ۴ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله دوم (۱۴۰۲/۰۸/۱۹)

### علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

#### مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

 @sanjesheducationgroup

 @sanjeshserv

کانال‌های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

## ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

ابتدا دو طرف تساوی را طرفین وسطین می‌کنیم:

$$3 \cos^2 x - 2 \sin^2 x + 1 = -4 \cos^2 x + 6 \sin^2 x + 2$$

$$\Rightarrow 7 \cos^2 x - 8 \sin^2 x = 1 \Rightarrow 7(1 - \sin^2 x) - 8 \sin^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 x = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{5} \Rightarrow \cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{2}$$

۲. گزینه ۴ درست است.

مقادیر هر یک از نسبت‌های مثلثاتی را پیدا می‌کنیم:

$$\cos \frac{11\pi}{6} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{7\pi}{3} = \sin(2\pi + \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan \frac{5\pi}{4} = \tan(\pi + \frac{\pi}{4}) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan \frac{5\pi}{3} = \tan(2\pi - \frac{\pi}{3}) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

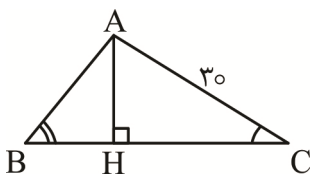
$$\cot \frac{17\pi}{6} = \cot(2\pi - \frac{\pi}{6}) = -\cot \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3}$$

$$\sin \frac{7\pi}{2} = \sin(3\pi + \frac{\pi}{2}) = -\sin \frac{\pi}{2} = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = (\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}) + m = m + \frac{3}{4} \\ B = (-\sqrt{3})(-\sqrt{3}) + m = m + 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{m + \frac{3}{4}}{m + 3} = \frac{4m + 3}{4m + 12} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow 40m + 30 = 4m + 12 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

۳. گزینه ۱ درست است.



$$\cos \hat{C} = \frac{CH}{AC} \Rightarrow 0,8 = \frac{CH}{30} \Rightarrow CH = 24$$

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{900 - 576} = \sqrt{324} = 18$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} \Rightarrow 1,5 = \frac{18}{BH} \Rightarrow BH = 12 \Rightarrow BC = BH + CH = 36$$

مساحت مثلث برابر  $\frac{1}{2} CA \times CB \times \sin \hat{C}$  است؛ پس:

$$S = \frac{1}{2} \times 30 \times 36 \times 0,6 = 324$$

۴. گزینه ۳ درست است.

فرض کنید  $p = \sin a \cos a$  است؛ در این صورت:

$$\tan a + \cot a = \frac{1}{\sin a \cos a} = \frac{1}{p}$$

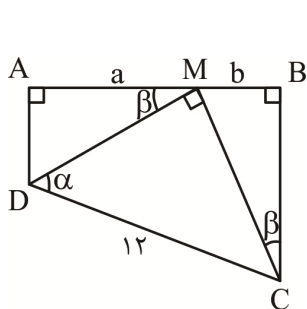
$$2 \text{ به توان } 2: \tan^2 a + \cot^2 a + 2 = \frac{1}{p^2} \Rightarrow \tan^2 a + \cot^2 a = \frac{1}{p^2} - 2$$

$$2 \text{ به توان } 2: \underbrace{\tan^2 a + \cot^2 a}_{47} + 2 = \left(\frac{1}{p^2} - 2\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{p^2} - 2\right)^2 = 49$$

$$\Rightarrow \frac{1}{p^2} - 2 = 7 \Rightarrow p^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow p = \pm \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1 - 3 \sin^2 a \cos^2 a = 1 - 3p^2 = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

۵. گزینه ۲ درست است.



$$\begin{cases} DM = DC \cdot \cos \hat{\alpha} = 12 \cos \hat{\alpha} \\ a = AM = DM \cos \hat{\beta} = 12 \cos \hat{\alpha} \cos \hat{\beta} \\ MC = DC \cdot \sin \hat{\alpha} = 12 \sin \hat{\alpha} \\ b = BM = MC \cdot \sin \hat{\beta} = 12 \sin \hat{\alpha} \sin \hat{\beta} \end{cases}$$

$$\Rightarrow ab = 12 \cos \hat{\alpha} \cos \hat{\beta} \times 12 \sin \hat{\alpha} \sin \hat{\beta}$$

$$= 6 \times 6 (\sin 2\hat{\alpha}) (\sin 2\hat{\beta}) = 36 \times \sin 15^\circ \times \sin 45^\circ = 36 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}$$

۶. گزینه ۲ درست است.

طول AB برابر ۲T یعنی دو برابر دوره تناوب است و ارتفاع مثلث برابر ماکزیمم تابع، یعنی ۴ است.

$$S = \frac{1}{2} h_c \times AB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\pi = 8\pi$$

۷. گزینه ۲ درست است.

$$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

نکته ۱:

$$y = c + a \cos bx \Rightarrow \begin{cases} \max = c + |a| \\ \min = c - |a| \\ T = \frac{2\pi}{|b|} \end{cases}$$

نکته ۲:

$$y = 4 - \left(1 + \cos \frac{2\pi}{a} x\right) = 3 - \cos \frac{2\pi}{a} x$$

$$T = \max \Rightarrow \frac{2\pi}{\left|\frac{2\pi}{a}\right|} = 3 + 1 \Rightarrow |a| = 4$$

محور تقارن‌های نمودار کسینوس، از نقاط max و min عبور می‌کنند.

$$\cos \frac{2\pi}{a} x = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi}{a} x = k\pi \xrightarrow{|a|=4} x = 2k$$

فقط گزینه ۲ به صورت  $x = 2k$  است. ( $k \in \mathbb{Z}$ )

۸. گزینه ۴ درست است.

نمودار، از مبدأ عبور می‌کند؛ پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow 2 + a \cos \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow a = -4$$

نمودار  $\cos x$  ابتدا به سمت چپ می‌رود و سپس به اندازه  $|b|$  در راستای افقی منقبض می‌شود و چون  $a < 0$  است، پس  $b < 0$  است. (شیب نمودار در  $x = 0$  منفی است.)

$X = \frac{4\pi}{3}$  سومین نقطه برخورد نمودار با محور Xها، در سمت راست محور Yها است.

$$f(x) = 2 - 4 \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos\left(-bx - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{سومین جواب}} -bx - \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow -b\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b = -6$$

۹. گزینه ۱ درست است.

با فرض  $x \neq \frac{k\pi}{2}$  رابطه  $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$  برقرار است:

$$f(x) = 2\left(\frac{2}{\tan ax + \cot ax}\right) = 2 \sin 2ax$$

$$T = \pi a = \frac{2\pi}{2a} \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

توجه: چون  $f$  در همسایگی مبدأ صعودی است، پس  $a > 0$  است.

$$\Rightarrow f(x) = 2 \sin 2x \Rightarrow f\left(\frac{17\pi}{12}\right) = 2 \sin \frac{17\pi}{6} = 2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

۱۰. گزینه ۳ درست است.

فرض کنید  $t = \sin^2 x$  باشد:

$$81 \sin^2 x + 81^{1-\sin^2 x} = 30 \Rightarrow t + \frac{81}{t} = 30 \Rightarrow t^2 - 30t + 81 = 0 \Rightarrow (t - 27)(t - 3) = 0$$

$$۱) t = 27 \Rightarrow 81 \sin^2 x = 27 \Rightarrow 3^4 \sin^2 x = 3^3 \Rightarrow 4 \sin^2 x = 3 \Rightarrow \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{چهار جواب دارد.}$$

$$۲) t = 3 \Rightarrow 81 \sin^2 x = 3 \Rightarrow 3^4 \sin^2 x = 3^1 \Rightarrow 4 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2}$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$\sin x + \sin x \cos x + \cos x + 1 = 0$$

$$\sin x(1 + \cos x) + (\cos x + 1) = 0$$

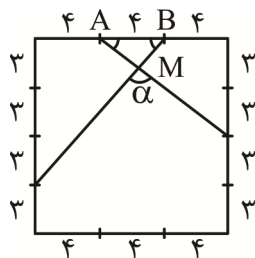
$$(1 + \cos x)(\sin x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{جمع} = \frac{5\pi}{2}$$

۱۲. گزینه ۴ درست است.

طول ضلع مربع را ۱۲ واحد فرض می‌کنیم:

در مثلث ABM شکل مقابل،  $\tan \hat{A} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  و  $\tan \hat{B} = \frac{9}{8}$  است.



$$\hat{\alpha} = \pi - (\hat{A} + \hat{B}) \Rightarrow \tan \hat{\alpha} = -\tan(\hat{A} + \hat{B})$$

$$\Rightarrow \tan \hat{\alpha} = -\frac{\tan \hat{A} + \tan \hat{B}}{1 - \tan \hat{A} \tan \hat{B}} = -\frac{\frac{3}{4} + \frac{9}{8}}{1 - (\frac{3}{4} \times \frac{9}{8})} = \frac{-60}{32 - 27} = -12$$

۱۳. گزینه ۱ درست است.

نمودار تابع، صعودی است؛ پس  $a > 0$  است.

$$T = \frac{\pi}{a} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}T = \frac{\pi}{2a}$$

$$y = 0 \Rightarrow \tan ax = -1 \Rightarrow ax_A = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow x_A = -\frac{\pi}{4a} \Rightarrow x_B - x_A = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{2a} + \frac{\pi}{4a} = \pi \Rightarrow \frac{3\pi}{4a} = \pi \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

۱۴. گزینه ۱ درست است.

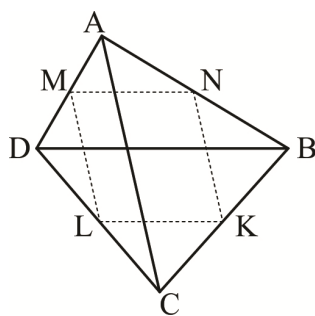
فرض کنیم قطر  $A_1A_7$  از  $20$  ضلعی مقابل رسم شده است. اگر تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی برابر  $14$  باشد، پس:

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \Rightarrow n(n-3) = 28 = 7 \times 4 \Rightarrow n = 7$$

پس یکی از این دو چندضلعی پدیدآمده، هفتضلعی است که  $A_1A_7$  ضلعی از آن است؛ یعنی  $6$  ضلع از  $20$  ضلعی استفاده شده و  $14 - 6 = 14$  ضلع از آن باقی مانده که همراه با ضلع مشترک  $A_1A_7$ ، روی هم یک  $15$  ضلعی را می‌سازند. در نتیجه تعداد قطرهای این

$$\frac{15 \times (15-3)}{2} = \frac{15 \times 12}{2} = 90 = 90$$

۱۵. گزینه ۴ درست است.



بنابر تمرین ۷ صفحه ۶۴ کتاب هندسه ۱، می‌دانیم که از به هم وصل کردن وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی دلخواه، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید که محیط آن، برابر با مجموع اندازه‌های دو قطر چهارضلعی است (اندازه هر قطر، برابر جمع اندازه‌های دو ضلع روبه‌روی متوازی‌الاضلاع)؛ یعنی در چهارضلعی  $ABCD$ ، اگر نقاط  $M, N, K, L$  و وسط ضلع‌ها باشند، داریم:

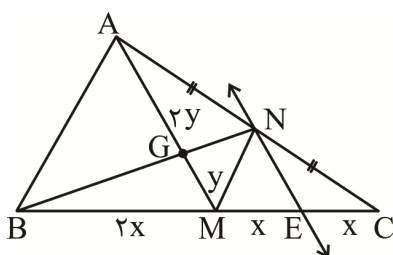
$P_{MKNL} = AC + DB$ . در اینجا با توجه به اینکه شکل پدیدآمده یک لوزی است و در لوزی اندازه همه ضلع‌ها با هم برابر است، پس مجموع اندازه هر دو ضلع روبه‌روی لوزی باید برابر با اندازه یک قطر چهارضلعی باشد که نتیجه می‌دهد: قطرهای چهارضلعی مورد نظر هم‌اندازه‌اند.

توجه: سایر گزینه‌ها نیز می‌توانند تحت شرایطی، درست باشند، اما چون در متن سؤال واژه «همواره» قید شده است، پس لزوماً باید قطرهای چهارضلعی هم‌اندازه باشند و گزینه‌های دیگر، الزامی و همیشگی نیستند.

۱۶. گزینه ۳ درست است.

اگر از  $N$  به  $M$  وصل کنیم، مساحت مثلث  $MNC$ ، برابر با  $\frac{1}{4}$  مساحت کل  $\triangle ABC$  خواهد بود و  $NE$  این مساحت را نصف کرده است (بنابر متن فعالیت صفحه ۶۷ کتاب هندسه ۱)

یعنی اگر فرض کنیم  $S = S_{\triangle ABC}$ ، آنگاه  $S_{\triangle NEC} = \frac{1}{8}S$  و چون  $S_{\triangle BGC} = \frac{S}{3}$ ، پس



$$S_{\Delta BGM} = \frac{1}{2} \times \frac{S}{3} = \frac{S}{6}$$

در نتیجه:

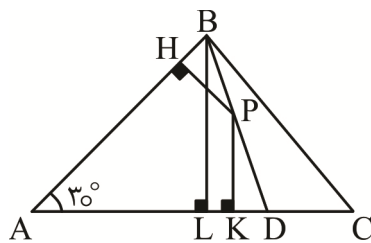
$$\frac{S}{6} - \frac{S}{8} = 4 \Rightarrow \frac{4S - 3S}{24} = 4 \Rightarrow S = 96$$

بنابراین، درست مانند مساحت مثلث BGC، مساحت مثلث AGB نیز،  $\frac{1}{3}$  مساحت کل است:

$$S_{\Delta AGB} = \frac{1}{3} \times 96 = 32$$

۱۷. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم مجموع فاصله‌های هر نقطه روی قاعده مثلث متساوی‌الساقین از ساق‌ها، برابر اندازه ارتفاع وارد بر ساق است. مثلث ABD متساوی‌الساقین است؛ اگر ارتفاع BL را رسم کنیم، آنگاه:



$$PH + PK = BL \Rightarrow BL = 5 + 7 = 12$$

از طرفی در مثلث ABL داریم:

$$\Delta ABL : \hat{A} = 30^\circ \Rightarrow BL = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2 \times 12 = 24$$

$$\Rightarrow AD = AB = 24$$

با توجه به فرض  $AD = 2CD$  است؛ پس:

$$CD = BL = \frac{AD}{2} = 12 \Rightarrow S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} BL \cdot CD = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$$

۱۸. گزینه ۲ درست است.

با توجه به فرض،  $b = i$  است. طبق فرمول بیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{i}{2} + i - 1 = \frac{3}{2}i - 1 \Rightarrow S + 1 = \frac{3}{2}i \Rightarrow 2(S + 1) = 3i$$

پس  $2(S + 1)$  بر ۳ بخش پذیر است. از آنجا که  $21 = 20 + 1$  بر ۳ بخش پذیر است،  $S$  می‌تواند ۲۰ باشد (که به‌ازای  $i = b = 14$  به‌دست می‌آید) و گزینه‌های دیگر این ویژگی را ندارند.

۱۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به درایه عمومی  $a_{ij} = \begin{cases} -1 & i \geq j \\ j-i & i < j \end{cases}$  داریم:  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ . اکنون  $A^2$  را به‌دست می‌آوریم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$$

$$A^{100} = (A^4)^{25} = (-4I)^{25} = (-2^2 I)^{25} = -2^{50} I$$

و بدیهی است که مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{100}$  برابر است با:  $2 \times (-2^{50}) = -2^{51}$

۲۰. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ و } B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 0+2 & 1+2 & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

ماتریس B دارای دو سطر برابر است (سطرهای یکم و سوم) و بنابراین تمرین ۴ از صفحه ۳۰ کتاب هندسه ۳ داریم:  $|B| = 0$  و در نتیجه  $|B^T| = |B| = 0$ ؛ پس باید تنها دترمینان A را به دست آوریم. با بسط نسبت به سطر سوم A خواهیم داشت:

$$|A| = -1 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = -(2 \times 4 - 1 \times 5) - (2 \times -3 - 5 \times 3) = -3 - (-21) = 18$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x & -2 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2x & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow AB = \begin{bmatrix} 1+2x^2 & 6+x \\ 9-2x & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |AB| = 4(1+2x^2) - ((9-2x)(6+x)) = 4 + 8x^2 - (54 - 3x - 2x^2) = 10x^2 + 3x - 50$$

می‌دانیم حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  که در آن  $a \neq 0$ ، برابر با  $\frac{c}{a}$  است؛ پس در اینجا خواهیم داشت:

$$|AB| = 0 \Rightarrow 10x^2 + 3x - 50 = 0 \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-50}{10} = -5$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.

$$\text{فرض می‌کنیم } A - B = C = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

از سمت راست در عبارت به دست آمده، خواهیم داشت:

$$B^{-1}(A - B)A^{-1} = B^{-1}CA^{-1} \Rightarrow B^{-1}AA^{-1} - B^{-1}BA^{-1} = B^{-1}CA^{-1}$$

$$\xrightarrow{B^{-1}B=I=AA^{-1}} B^{-1} - A^{-1} = B^{-1}CA^{-1} \Rightarrow |B^{-1} - A^{-1}| = |B^{-1}| |C| |A^{-1}|$$

$$\Rightarrow |B^{-1} - A^{-1}| = \frac{|C|}{|B||A|} \quad (|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{؛ تمرین ۷ صفحه ۳۱ هندسه ۳})$$

حال با بسط نسبت به سطر سوم ماتریس C و به کمک  $|AB| = |A||B|$  می‌توانیم بنویسیم:

$$|C| = -2 \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -2(2+9) - (12+12) + 2(18-4) = -18$$

$$\Rightarrow |B^{-1} - A^{-1}| = \frac{|C|}{|BA|} = \frac{-18}{-6} = 3$$

۲۳. گزینه ۱ درست است.

می‌توان از طریق برهان خلف ثابت کرد که مجموع و تفاضل یک تابع پیوسته و یک تابع ناپیوسته در نقطه‌ای مانند  $x = a$ ، ناپیوسته است. از طرفی f و g در  $x = a$  ناپیوسته و  $f + g$  پیوسته است؛ بنابراین:

$$2f + 2g = 2(f + g) = 2 \times \text{تابع پیوسته} = \text{تابع پیوسته}$$

$$2f + 3g = 2(f + g) + g = \text{تابع ناپیوسته} + \text{تابع پیوسته} = \text{تابع ناپیوسته}$$

$$2f - 3g = 2f + 2g - 5g = 2(f + g) - 5g = \text{تابع پیوسته} - \text{تابع ناپیوسته} = \text{تابع ناپیوسته}$$

پس بین ۳ تابع داده شده، تنها یک تابع پیوسته است.

۲۴. گزینه ۳ درست است.

گزاره‌های «الف» و «ب» نادرست هستند؛ زیرا کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، عددی طبیعی است؛ بنابراین با توجه به اینکه  $b \in \mathbb{Z}$  و  $a$  فرض شده‌اند، اگر  $a | b$  آنگاه  $[a, b] = |b|$ .

همچنین باید در گزاره «ب» شرط  $b \neq 0$  بیان می‌شد؛ زیرا می‌دانیم  $3 | 0$ ، ولی  $3 \nmid 0$ . گزاره‌های «ج» و «د» درست هستند که به صورت زیر ثابت می‌شوند:

$$a | b \Rightarrow b = aq \xrightarrow{\times m} bm = amq \Rightarrow ma | mb$$

$$(a, p) = d \Rightarrow \begin{cases} d | p \xrightarrow{\text{اول}} d = 1 \text{ یا } d = p \\ d | a \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{اگر } d = p \xrightarrow{(1)} p | a \text{ (و این با فرض } p \nmid a \text{ تناقض دارد)} \Rightarrow d = 1 \Rightarrow (a, p) = 1$$

۲۵. گزینه ۲ درست است.

می‌دانیم که اگر  $x | y$ ، آنگاه برای هر  $m \in \mathbb{Z}$  نتیجه می‌شود  $x | my$ ؛ پس داریم:

$$\begin{cases} 11 | 3a - 3b + 1 \xrightarrow{\times 4} 11 | 12a - 12b + 4 \\ 11 | 4a + 7b + k \xrightarrow{\times 3} 11 | 12a + 21b + 3k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل سمت راست}} 11 | 33b + 3k - 4 \xrightarrow{11 | 33b} 11 | 3k - 4$$

$$\Rightarrow k = 5 \text{ (زیرا } 11 | 3 \times 5 - 4 = 11 \text{ کوچک‌ترین مقدار طبیعی } k \text{)}$$

۲۶. گزینه ۲ درست است.

اگر اعداد مطلوب را  $b$  بنامیم، آنگاه بنابر قضیه تقسیم و طبق فرض خواهیم داشت:

$$100 = b \times 6 + r, \quad 0 \leq r < b$$

بنابراین:

$$100 = 6b + r \Rightarrow r = 100 - 6b$$

$$\xrightarrow{\text{شرط باقی مانده}} \begin{cases} 0 \leq r \Rightarrow 0 \leq 100 - 6b \Rightarrow 6b \leq 100 \Rightarrow b \leq 16 \\ r < b \Rightarrow 100 - 6b < b \Rightarrow 100 < 7b \Rightarrow 15 \leq b \end{cases}$$

$$15 \leq b \leq 16 \Rightarrow b = 15, 16$$

۲۷. گزینه ۴ درست است.

نکته: عدد طبیعی  $p$  را اول می‌گوییم؛ هرگاه غیر از یک و خودش هیچ مقسوم‌علیه دیگری نداشته باشد.

$$p + 27 = n \Rightarrow p = n^3 - 27 \Rightarrow p = n^3 - 3^3 \Rightarrow p = (n - 3)(n^2 + 3n + 9)$$

از آنجا که  $p$  عددی اول است، دو حالت داریم:

$$\text{الف) } \begin{cases} n - 3 = p \\ n^2 + 3n + 9 = 1 \Rightarrow n^2 + 3n + 8 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} n - 3 = 1 \Rightarrow n = 4 \\ n^2 + 3n + 9 = p \Rightarrow p = 4^2 + 3(4) + 9 = 37 \end{cases}$$

$$p - n = 37 - 4 = 33$$

۲۸. گزینه ۳ درست است.

در تقسیم عدد  $a$  بر  $6$  طبق قضیه تقسیم، عدد  $a$  به یکی از صورت‌های  $6k$ ،  $6k+1$ ،  $6k+2$ ،  $6k+3$ ،  $6k+4$  و



$6k + 5$  است، ولی طبق فرض،  $a$  زوج است و مضرب ۶ نیز نیست؛ در نتیجه  $a = 6k + 2$  یا  $a = 6k + 4$  و لذا:

$$a^2 - 7 = (6k + 2)^2 - 7 = 36k^2 + 24k + 4 - 7$$

$$\Rightarrow a^2 - 7 = 12(3k^2 + 2k) - 3 \Rightarrow a^2 - 7 = 12(3k^2 + 2k) - 12 + 9$$

$$\Rightarrow a^2 - 7 = 12 \underbrace{(3k^2 + 2k - 1)}_{=t} + 9$$

و به ازای  $a = 6k + 4$  نیز، با محاسبه‌ای مشابه، همین نتیجه به دست می‌آید.

بنابراین باقی‌مانده تقسیم  $a^2 - 7$  بر ۱۲ برابر ۹ است.

توجه: به راحتی می‌توان با یک مثال مناسب، مانند  $a = 4$  نیز به گزینه درست رسید!

$$a = 4 \Rightarrow a^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

۲۹. گزینه ۱ درست است.

$a$  یک عدد فرد و در نتیجه  $a + 2$  نیز عددی فرد است و چون  $b | a + 2$ ، پس  $b$  هم یک فرد است. می‌دانیم که مربع هر عدد فرد به صورت  $8k + 1$  است (صفحه ۱۵ و ۱۶ کتاب ریاضیات گسسته) که در آن  $k \in \mathbb{Z}$  و از این رو می‌توانیم بنویسیم:

$$a^2 + b^2 - 4 = (8k + 1) + (8k' + 1) - 4 = 8 \underbrace{(k + k')}_{=q} - 2 = 8q - 2 = 8q - 8 + 8 - 2 = 8(q - 1) + 6$$

پس باقی‌مانده برابر ۶ است.

۳۰. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

$$(135, 315) = (45 \times 3, 45 \times 7) = 45 \underbrace{(3, 7)}_{=1} = 45$$

$$\Rightarrow [(135, 315), 84] = [45, 84] = [3 \times 15, 3 \times 28] = 3[15, 28]$$

و چون  $(15, 28) = 1$ ، پس  $[15, 28] = 15 \times 28$  است و در نتیجه داریم:

$$[(135, 315), 84] = 3 \times 15 \times 28 = 4 \times 9 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 2 + 2 + 1 + 1 = 6$$

روش دوم (نکته): اگر تجزیه دو عدد طبیعی  $a$  و  $b$  به عامل‌های اول، به صورت  $a = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$  و

$b = p_1^{\beta_1} \times p_2^{\beta_2} \times \dots \times p_n^{\beta_n}$  باشد ( $p_1, p_2, \dots, p_n$  و  $\alpha_i$  ها و  $\beta_i$  ها اعداد حسابی‌اند)،

آنگاه داریم:

$$(a, b) = p_1^{\min(\alpha_1, \beta_1)} \times p_2^{\min(\alpha_2, \beta_2)} \times \dots \times p_n^{\min(\alpha_n, \beta_n)}$$

$$[a, b] = p_1^{\max(\alpha_1, \beta_1)} \times p_2^{\max(\alpha_2, \beta_2)} \times \dots \times p_n^{\max(\alpha_n, \beta_n)}$$

در اینجا با توجه به اینکه  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ،  $135 = 3^3 \times 5$  و  $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ ، پس می‌توان نوشت:

$$[(135, 315), 84] = \left[ \underbrace{(3^3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7)}, 2^2 \times 3 \times 7 \right] = \left[ \underbrace{3^3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7} \right] = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

$$\Rightarrow a + b + c + d = 6$$

### فیزیک

۳۱. گزینه ۱ درست است.

ابتدا فاصله قائم دو نقطه B و C را می‌یابیم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h_{BC}}{60} \Rightarrow h_{BC} = 60 \sin 30^\circ = 60 \times \frac{1}{2} = 30 \text{ cm}$$

فشار جیوه بر حسب cmHg برابر است با:

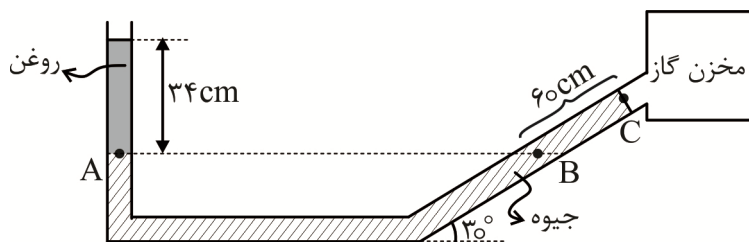
$$P_{\text{جیوه}} = 30 \text{ cmHg}$$

حال فشار حاصل از روغن را بر حسب cmHg به دست می‌آوریم:

$$(p_h)_{\text{روغن}} = (\rho' h')_{\text{جیوه}} \Rightarrow 0.8 \times 34 = 13.6 \times h' \Rightarrow h' = 2 \text{ cmHg}$$

پس فشار حاصل از روغن ۲cmHg است.

طبق نقاط هم‌تراز (اصل هم‌فشاری مایعات) داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow 2 \text{ cmHg} + P_0 = 30 + P_g \Rightarrow P_g - P_0 = -28 \text{ cmHg}$$

پس فشار پیمانه گاز -۲۸cmHg است.

۳۲. گزینه ۱ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) نادرست است؛ زیرا هر جسمی که درون شاره‌ای قرار گیرد، به دلیل اختلاف فشار بالا و پایین جسم از طرف شاره، نیروی شناوری بر جسم به طرف بالا وارد می‌شود.

(ب) نادرست است؛ زیرا برای جسمی که توخالی باشد و چگالی‌اش بیشتر از چگالی شاره باشد، می‌تواند جسم در شاره غوطه‌ور یا شناور باشد.

(ج) درست است.

(د) نادرست است؛ زیرا بر گلوله‌ای که ته ظرف است، علاوه بر نیروی شناوری، نیروی عمودی سطح بر گلوله نیز وارد می‌شود و چون گلوله در حال تعادل دینامیکی است، نیروی وزن برابر مجموع نیروی عمودی سطح و نیروی شناوری است.

۳۳. گزینه ۱ درست است.

گام ۱: ابتدا حجم اتاق را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 3 \times 5 \times 8 = 120 \text{ m}^3$$

گام ۲: بر اساس معادله پیوستگی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} A_1 v_1 = A_2 v_2 \\ v_2 = \frac{l_2}{t} \end{cases} \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 \frac{\overbrace{l_2}^{\text{حجم}}}{t} \Rightarrow A_1 \times 2 = \frac{120}{20 \times 60} \Rightarrow A_1 = \frac{1}{20} \text{ m}^2 = 500 \text{ cm}^2$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\left. \begin{array}{l} m_2 = 4500 \text{ kg} \\ v_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \text{ و سپس } \left. \begin{array}{l} m_1 = 5000 \text{ kg} \\ v_1 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{array} \right\} \text{ طبق فرض، ابتدا}$$

است. اینک از روش نسبت بهره می‌گیریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow K_2 = \frac{16}{10}K_1 \xrightarrow[\times 100]{\text{تبدیل به}} K_2 = \%160 K_1$$

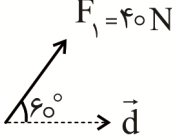
که به معنای  $\%60$  افزایش انرژی جنبشی است.

توجه کنید که اعداد ثابت (در اینجا ضریب  $\frac{1}{2}$ ) در روش نسبت، تأثیر ندارند.

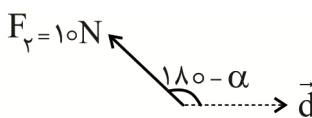
۳۵. گزینه ۳ درست است.

گام اول: کار نیروی  $\vec{F}_1$  را به دست می آوریم:

$$W_1 = F_1 d \cos \alpha = 40 \times d \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow W_1 = 20d$$


گام دوم: کار نیروی  $\vec{F}_2$  را به دست می آوریم:

$$W_2 = F_2 d \cos(180^\circ - \alpha) \Rightarrow W_2 = -10d \cos \alpha$$


گام سوم: طبق صورت سؤال می دانیم نسبت کار نیروی  $\vec{F}_2$  به کار نیروی  $\vec{F}_1$  برابر  $-\frac{3}{10}$  است؛ پس:

$$\frac{W_2}{W_1} = -\frac{3}{10} \Rightarrow \frac{-10d \cos \alpha}{20d} = -\frac{3}{10} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5} = 0.6 \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

۳۶. گزینه ۳ درست است.

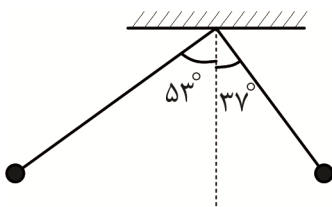
از لحظه ای که شخص گلوله را از روی زمین برمی دارد تا لحظه ای که پرتاب می کند، نیروی شخص و نیروی وزن، بر گلوله کار انجام می دهند. از قضیه کار و انرژی جنبشی  $W_T = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$  استفاده می کنیم تا کار شخص را حساب کنیم. توجه کنید که کار نیروی وزن بر جسمی که در راستای قائم به اندازه  $\Delta h$  جابه جا می شود، از رابطه  $W_g = -mg\Delta h$  حساب می شود.

$$W_{\text{شخص}} + W_{\text{وزن}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_{\text{شخص}} + (-2 \times 10 \times 1/5) = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 - 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 55J$$

۳۷. گزینه ۲ درست است.

برای محاسبه تغییر ارتفاع در مسیرهای دایره ای توجه کنید که فاصله عمودی گلوله تا راستای آویز در هر وضعیت، برابر  $L \cdot \cos \alpha$  آن است که در این رابطه،  $\alpha$  زاویه با راستای قائم است؛ پس می توان گفت:



$$|\Delta h| = L(\cos \alpha - \cos \beta) \text{ (بزرگ تر - کوچک تر)}$$

$$|\Delta h| = L(\cos 37^\circ - \cos 53^\circ)$$

$$|\Delta h| = 2(0.8 - 0.6)$$

$$|\Delta h| = 0.4m$$

جسم در مجموع بالا رفته است و کار نیروی وزن روی گلوله، منفی است:

$$W_{mg} = -mg\Delta h$$

$$W_{mg} = -0.5 \times 10 \times 0.4 = -2J$$

۳۸. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: اندازه  $U_{e \max}$  را در حالت حداقل طول فنر بر حسب انرژی جنبشی جسم تعیین می کنیم:

$$U_{e\max} = \frac{1}{10} K_1 = \frac{1}{10} \left( \frac{1}{2} m (v)^2 \right) \Rightarrow U_{e\max} = \frac{9}{20} m$$

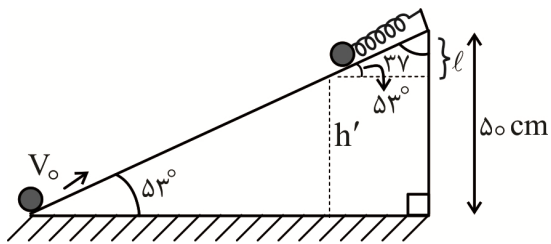
گام ۲: بر اساس اصل پایستگی انرژی مکانیکی، ارتفاع جسم از سطح زمین در لحظه بیشترین فشردگی فنر ( $h'$ ) را به دست می آوریم:

$$E_1 - E_2 = W_f$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - U_{e\max} - mgh' = \frac{20}{1000} \left( \frac{1}{2} m v_0^2 \right)$$

$$\frac{1}{2} m (9) - \frac{9}{20} m - 10 m h' = \frac{9}{10} m \Rightarrow h' = \frac{63}{200} m = 31.5 \text{ cm}$$

گام ۳: با توجه به شکل، طول فنر (حداکثر فشردگی فنر)  $x$  برابر است با:



$$l = h - h' = 50 - 31.5 = 18.5 \text{ cm}$$

$$\sin 53^\circ = \cos 37^\circ = \frac{1}{x}$$

$$0.8 = \frac{18.5}{x} \Rightarrow x = 23.1 \text{ cm}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (نقطه ۲ (سطح مقطع  $A_2$ ) را مبدأ پتانسیل در نظر می گیریم.)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\xrightarrow[\text{طرفین تقسیم بر } m]{gh_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{1}{2} v_2^2}$$

$$\Rightarrow 10 \times 4.8 + \frac{1}{2} \times 2^2 = \frac{1}{2} v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 100 \Rightarrow v_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow A_1 \times 2 = A_2 \times 10 \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{5}$$

۴۰. گزینه ۴ درست است.

پس از پرتاب، نیروی اصطکاک بر جسم کار انجام می دهد و کار نیروی اصطکاک سبب افزایش انرژی درونی جسم و محیط آن می شود؛ پس از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده می کنیم و جابه جایی جسم را حساب می کنیم:

$$W_T = \Delta K \xrightarrow[\text{بر } W_T = W_f]{K_2 = 0} W_f = -\frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow W_f = -\frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 \Rightarrow W_f = -200 \text{ J}$$

برای محاسبه جابه جایی می توان نوشت:

$$d = \frac{200}{25} = 8 \text{ m}$$

۴۱. گزینه ۴ درست است.

لازم است بدانید که اندازه نیروی مقاومت هوا به تندی حرکت جسم نیز وابسته بوده و به همین علت اندازه آن در مسیر رفت و برگشت متفاوت است. ابتدا با بررسی کل رفت و برگشت گلوله، کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر را محاسبه کرده و سپس

طبق فرض،  $\frac{2}{3}$  آن را به مسیر رفت اختصاص می دهیم:

$$E_1 - |W_f| = E_2 \Rightarrow K_1 - |W_f| = K_2$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 - |W_f| = \frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2$$

$$\text{کل } |W_f| = 84J \Rightarrow \text{در مسیر رفت } |W_f| = \frac{2}{3} \times 84 = 56J$$

اینک قانون پایستگی انرژی را در مسیر رفت بررسی می‌کنیم:

$$E_1 - |W_f| = E_2 \Rightarrow K_1 - |W_f| = U_{g2}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2 - 56 = 2 \times 10 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 2,2m$$

۴۲. گزینه ۳ درست است.

می‌توان انرژی تولیدی گرمایی را در نظر گرفت و بازده هریک از سیستم‌های انتقال یا دستگاه‌های مصرف‌کننده را در انرژی خروجی ضرب کرد.

$$\underbrace{40 \times 10^6 V}_{\text{گرمای حاصل از سوخت}} \times \underbrace{\frac{45}{100}}_{\text{بازده نیروگاه}} \times \underbrace{\frac{90}{100}}_{\text{بازده انتقال}} \times \underbrace{\frac{20}{100}}_{\text{بازده مصرف‌کننده‌ها}} = \underbrace{10 \times 10^5 \times 9 \times 360}_{\text{مصرف کل سوخت برحسب ژول}}$$

$$V = 10^4 L$$

۴۳. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: با استفاده از رابطه  $t = \frac{-b}{2a}$ ، لحظه اکسترمم تابع را به دست می‌آوریم:

$$t = -\frac{b}{2a} \Rightarrow t = -\frac{4}{-2} = 2s$$

لحظه تغییر جهت متحرک

گام ۲: با استفاده از  $t$  به دست آمده، جابه‌جایی متحرک و بردار سرعت متوسط آن را می‌توانیم تعیین کنیم:

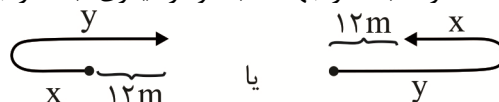
$$t = 2s \Rightarrow x = -(2)^2 + 4(2) + 4 = 8m$$

$$\Delta x = x - x_0 \Rightarrow \Delta x = 8 - 4 = 4m$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{v} = 2 \frac{m}{s}, \quad \vec{v} = 2\vec{i}$$

۴۴. گزینه ۲ درست است.

عدم برابری مسافت طی شده و جابه‌جایی متحرک نشان می‌دهد این متحرک تغییر جهت داده است. برای تحقق فرض تست، دو حالت ممکن است که در یکی از آن‌ها، متحرک ابتدا در جهت مثبت و در دیگری، ابتدا در جهت منفی محور  $x$  حرکت می‌کند.



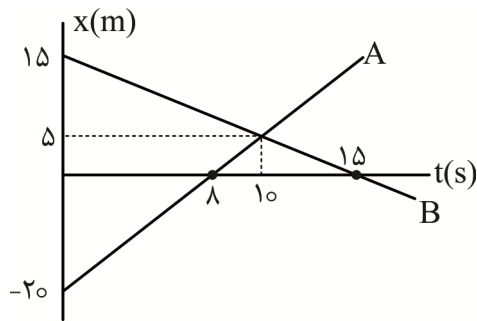
$$\text{فرض: } L = 3 \times \Delta x \Rightarrow y + x = 3(y - x) \Rightarrow 2y = 4x \Rightarrow y = 2x$$

$$\text{در هر دو حالت } \left. \begin{array}{l} y - x = 12m \\ y = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 12m \\ y = 24m \end{cases}$$

در حالت اول، در مکان  $-x$  یعنی  $x = -12m$  تغییر جهت داده و در حالت دوم، در مکان  $+y$  یعنی  $x = +24m$  تغییر جهت داده است.

۴۵. گزینه ۱ درست است.

گام اول: سرعت A را حساب می‌کنیم:



$$v_A = \frac{0 - (-20)}{8} = 2.5 \frac{m}{s}$$

گام دوم: معادله حرکت A را می‌نویسیم و مکان آن را در لحظه  $t = 10s$  به دست می‌آوریم:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 2.5t - 20 \xrightarrow{t=10s} x_A = 5m$$

گام سوم: سرعت B را حساب می‌کنیم و معادله آن را می‌نویسیم:

$$v_B = \frac{5 - 15}{10 - 0} = -1 \frac{m}{s}, \quad x_B = -t + 15$$

گام چهارم: لحظه‌ای که مکان B به صفر می‌رسد را حساب می‌کنیم:

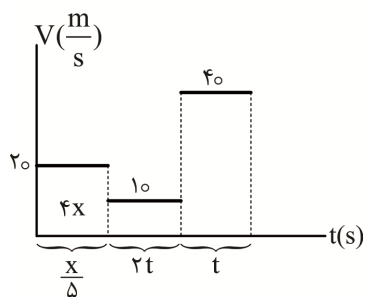
$$x_B = 0 \Rightarrow t = 15s$$

گام پنجم: بین دو لحظه  $t_1 = 8s$  تا  $t_2 = 15s$  بردار مکان هر دو متحرک، مثبت و هم‌جهت‌اند؛ پس مدت‌زمان موردنظر برابر  $\Delta t = 15 - 8 = 7s$  است.

۴۶. گزینه ۳ درست است.

به‌منظور سادگی در محاسبات، کل فاصله را  $10X$  فرض می‌کنیم. و بدین ترتیب  $40\%$  کل فاصله برابر  $4X$  و ادامه مسیر برابر  $6X$  خواهد بود.

برای حل تست از نمودار سرعت - زمان بهره می‌گیریم که در آن سطح زیر نمودار بیانگر جابه‌جایی است:



$$10 \times 2t + 40 \times t = 6X \Rightarrow t = \frac{X}{10}$$

به این ترتیب زمان‌ها در نمودار برحسب X قابل بیان هستند:

$$\text{کل } t = \frac{X}{5} + 2\left(\frac{X}{10}\right) + \frac{X}{10} = \frac{5X}{10} = \frac{X}{2}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t} = \frac{10X}{\left(\frac{X}{2}\right)} = 20 \frac{m}{s}$$

۴۷. گزینه ۴ درست است.

معادله مکان - زمان متحرک به‌صورت زیر است:

$$x = vt$$

اگر متحرک مسیر  $360$  متری را در مدت  $t$  بپیماید، پس:

$$360 = vt \quad (I)$$

اگر متحرک  $6 \frac{m}{s}$  به سرعت خود بیفزاید،  $3s$  زودتر به پایان مسیر می‌رسد، پس:

$$360 = (v + 6)(t - 3) \quad (II)$$

با توجه به معادله (I) و (II) داریم:

$$vt = (v + 6)(t - 3) \Rightarrow vt = vt - 3v + 6t - 18 \Rightarrow 3v = 6t - 18 \rightarrow v = 2t - 6 \quad (*)$$

حال رابطه (\*) را در رابطه (I) جایگذاری می‌کنیم:

$$(I): 360 = vt \xrightarrow{(*)} 360 = (2t - 6)(t) \Rightarrow 360 = 2t^2 - 6t \Rightarrow 2t^2 - 6t - 360 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 3t - 180 = 0 \Rightarrow (t - 15)(t + 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 15s \\ t = -12s \end{cases}$$

اینک سرعت متحرک (v) را محاسبه می‌کنیم:

$$360 = vt \Rightarrow 360 = 15v \Rightarrow v = 24 \frac{m}{s}$$

با توجه به معادله مکان - زمان متحرک، مسافت متحرک را در مدت زمان ۵s به دست می‌آوریم:

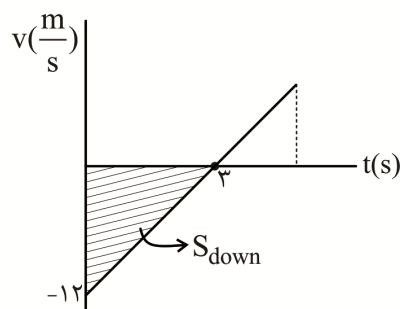
$$x = vt \Rightarrow x = 24t \xrightarrow{t=5s} x_{5s} = 120m$$

$$\frac{x(5s)}{x_{کل}} = \frac{120}{360} = \frac{1}{3}$$

۴۸. گزینه ۲ درست است.

گام اول: متحرک با شتاب ثابت در حال حرکت است. معادله سرعت - زمان متحرک را نوشته، سپس نمودار سرعت - زمان آن را رسم می‌کنیم:

$$x = 2t^2 - 12t + 16 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -12 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 12$$



گام دوم: در مدت  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3s$  حرکت متحرک، کندشونده است. می‌دانیم سطح زیر نمودار سرعت - زمان برابر است با جابه‌جایی متحرک؛ پس در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3s$  داریم:

$$\Delta x = S_{up} - S_{down} = 0 - \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = -18m$$

$$|V_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{18}{3} = 6 \frac{m}{s}$$

گام سوم: در نهایت داریم:

۴۹. گزینه ۱ درست است.

گام اول: خط مماس بر نمودار متحرک B در لحظه ۱۲s منطبق بر نمودار متحرک A است؛ پس سرعت متحرک B در لحظه

$$t = 12s \text{ برابر } 10 \frac{m}{s} \text{ است.}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{t=12s} 10 = 2 \times 12 + v_{0B} \Rightarrow v_{0B} = -14 \frac{m}{s}$$

گام دوم: معادله مکان - زمان دو متحرک A و B را می‌نویسیم. متحرک A با سرعت ثابت و متحرک B با شتاب ثابت در حرکت هستند؛ پس:

$$x_A = v_A t + x_{0A} \Rightarrow x_A = 10t + x_{0A}$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 - 14t + 34 \Rightarrow x_B = t^2 - 14t + 34$$

گام سوم: در لحظه  $t = 12s$ ، مکان دو متحرک با هم برابر است، پس:

$$x_A = 10t + x_{0A} \xrightarrow{t=12s} x_A = 120 + x_{0A}$$

$$x_B = t^2 - 14t + 34 \xrightarrow{t=12s} x_B = (12)^2 - 14(12) + 34 = 10 \text{ m}$$

$$\xrightarrow{t=12s} 120 + x_{0A} = 10 \Rightarrow x_{0A} = -110 \text{ m}$$

$$x_A = x_B$$

گام چهارم: حال مکان متحرک A و B را در لحظه  $t = 5s$  به دست می آوریم:

$$x_A = 10t - 110 \xrightarrow{t=5s} x_A = 10(5) - 110 = -60 \text{ m}$$

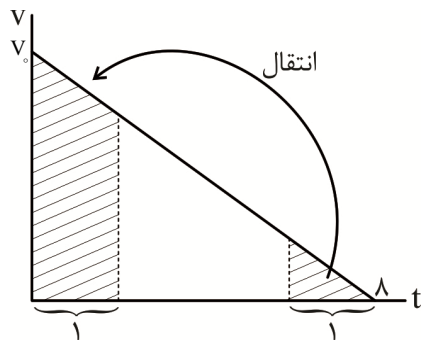
$$x_B = t^2 - 14t + 34 \xrightarrow{t=5s} x_B = (5)^2 - 14(5) + 34 = -11 \text{ m}$$

گام پنجم: فاصله دو متحرک را به دست می آوریم:

$$|x_A - x_B| = 49 \text{ m}$$

۵۰. گزینه ۱ درست است.

برای حل تست از نمودار  $v-t$  بهره می گیریم: مشاهده می کنید که با انتقال مثلث جابه جایی در ثانیه آخر به دوزنقه جابه جایی ثانیه اول، یک مستطیل حاصل می شود:



$$v_0 \times 1 = 10 \Rightarrow v_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

جابه جایی کل، همان سطح زیر کل نمودار است:

$$\Delta x = \frac{10 \times 8}{2} = 40 \text{ m}$$

۵۱. گزینه ۳ درست است.

گام ۱: سرعت متحرک را پس از طی مسافت  $8\text{m}$  و  $32\text{m}$  محاسبه می کنیم:

$$a = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v = ? \quad a' = +4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x_0 \xrightarrow{\Delta x = 8\text{m}} x_A \xrightarrow{\Delta x = 32} x_B$$

$$x_0 = 0 \quad x_1 = 8\text{m} \quad x_2 = 40\text{m}$$

با استفاده از معادله مستقل از زمان (معادله سرعت - مکان) می توان سرعت  $v$  و  $v'$  تعیین کرد:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v = \sqrt{2a\Delta x + v_0^2}$$

$$v = \sqrt{2(-4) \times 8 + 64} = 0$$

$$v'^2 - v^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow v' = \sqrt{2a'\Delta x' + v^2}$$

$$v' = \sqrt{2(4) \times 32 + 0} \Rightarrow v' = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام ۲: حرکت متحرک از مکان  $8$  متری مبدأ تا  $40$  متری مبدأ تندشونده بوده است.

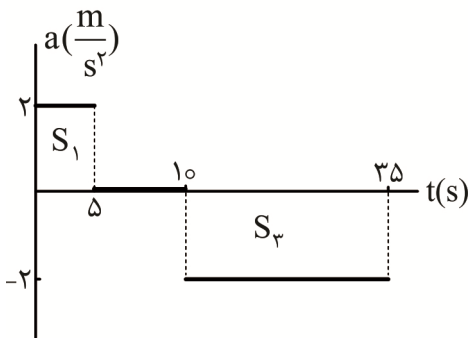


با توجه به ثابت بودن شتاب، می‌توان از رابطه  $v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$  برای محاسبه سرعت متوسط استفاده کرد:

$$v_{av} = \frac{16 + 0}{2} = 8 \frac{m}{s^2}$$

۵۲. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: مساحت زیر نمودار  $(a-t)$  برابر تغییرات سرعت  $(\Delta v)$  است. بنابراین می‌توانیم سرعت متحرک را در لحظه‌های  $t = 5s$  و  $t = 35s$  به دست می‌آوریم:



$$S_1 = 5 \times 2 = 10 \frac{m}{s} \quad \Delta v_1 = S_1 = 10 \frac{m}{s}$$

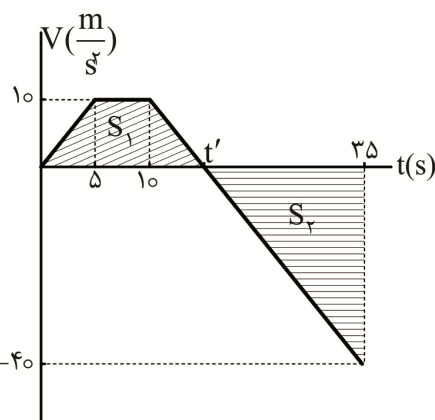
$$v_{5s} = \Delta v_1 + v_0 \Rightarrow v_{5s} = 10 \frac{m}{s}$$

$$S_2 = (35 - 5) \times (-2) = -50 \frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = S_2 = -50 \frac{m}{s}$$

$$v_{35s} = \Delta v_2 + v_{5s} = -50 + 10 = -40 \frac{m}{s}$$

گام ۲: نمودار  $(v-t)$  را رسم می‌کنیم. مساحت زیر این نمودار برابر جابه‌جایی است. جابه‌جایی و مسافت طی شده را در مدت ۳۵s اول به دست می‌آوریم و سپس نسبت آن‌ها را تعیین می‌کنیم. ابتدا اندازه  $t'$  را با استفاده از تشابه مثلث‌ها تعیین می‌کنیم:



$$\frac{35 - t'}{t' - 10} = \frac{40}{10} \Rightarrow t' = 15s$$

$$S_1 = \frac{(15 + 5) \times 10}{2} = 100m$$

$$S_2 = \frac{(35 - 15) \times (-40)}{2} = -400m$$

$$\frac{1}{\Delta x} = \frac{100 + |-400|}{100 + (-400)} = \frac{5}{3}$$

۵۳. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با استفاده از معادله سرعت - زمان و مستقل از شتاب در مرحله اول و مرحله آخر حرکت، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

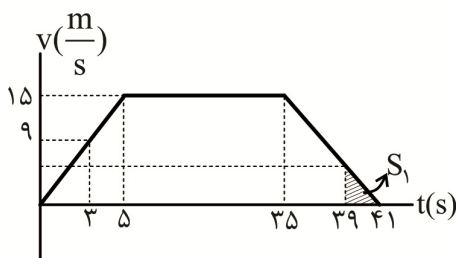
$$v = at + v_0 \Rightarrow 15 = a \times 5 \Rightarrow a = 3 \frac{m}{s^2}$$

در قسمت سوم حرکت داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 45 = \frac{15 + 0}{2} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 6s$$

پس لحظه توقف متحرک برابر  $35 + 6 = 41s$  است.

گام دوم: اکنون سرعت متحرک را در لحظه  $t = 35s$  و  $t = 39s$  حساب می‌کنیم:



$$v = 3t + 0 \xrightarrow{t=3s} v_{3s} = 9 \frac{m}{s}$$

گام سوم: می‌توانیم از تشابه دو مثلث  $S_1$  و مثلث بزرگ آن استفاده کرد و سرعت در لحظه  $t = 39$  را حساب کرد.

$$\frac{15}{41-35} = \frac{v}{41-39} \Rightarrow v_{39s} = 5 \frac{m}{s}$$

$$av = \frac{v_{39s} - v_{32}}{39-32} = \frac{5-9}{36} = \frac{-4}{36} = -\frac{1}{9} \frac{m}{s^2}$$

گام آخر: شتاب متوسط متحرک را حساب می‌کنیم:

۵۴. گزینه ۲ درست است.

از معادله جابه‌جایی در  $t$  ثانیه  $n$  ام استفاده می‌کنیم و برای ۳ ثانیه اول و ۲ ثانیه  $n$  ام آن را می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}gt^2(2n-1)$$

$$\Delta x \text{ اول ثانیه } 3 = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 \times (2 \times 1 - 1) = 45m$$

$$\Delta x \text{ } n \text{ ام ثانیه } 2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 \times (2n-1) = 20(2n-1)m$$

اکنون اختلاف جابه‌جایی‌های آن‌ها را در نظر می‌گیریم و  $n$  را حساب می‌کنیم:

$$20(2n-1) - 45 = 95m$$

پس مدت‌زمان سقوط برابر  $4 \times 2 = 8s$  است و سرعت متحرک در لحظه برخورد ( $n = 4$ ) به زمین برابر است با:

$$v = gt = 10 \times 8 = 80 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{0 + 80}{2} = 40 \frac{m}{s}$$

و با توجه به رابطه  $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$  در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان نوشت:

۵۵. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

گام ۱: حداکثر فاصله وقتی است که گلوله  $A$  به سطح زمین رسیده باشد. با استفاده از رابطه  $y = -\frac{1}{2}gt^2$ ، زمان رسیدن

$$y_A = -\frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow 180 = -\frac{1}{2}(10)t_A^2 \Rightarrow t_A = 6s$$

این گلوله به سطح زمین را به‌دست می‌آوریم:

گام ۲: با توجه به حداکثر فاصله بین دو گلوله، زمان حرکت گلوله دوم ( $B$ ) را محاسبه می‌کنیم:

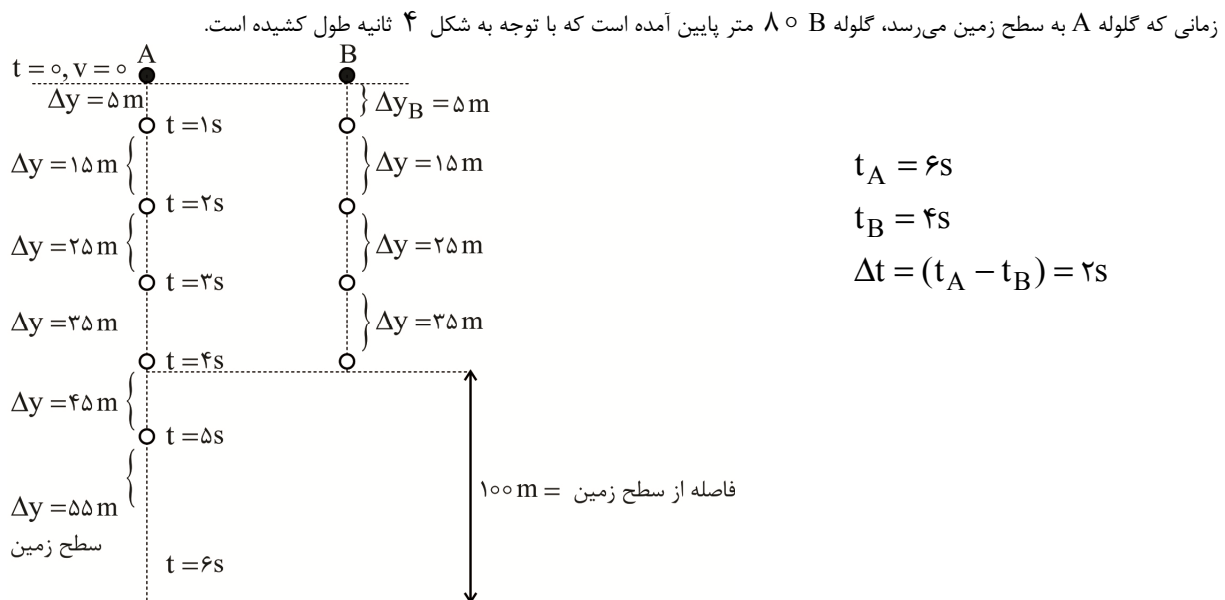
$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow -(180-100) = -\frac{1}{2}(10)t_B^2 \Rightarrow t_B = 4s$$

گام ۳: اختلاف زمانی حرکت دو گلوله که در واقع تأخیر زمانی گلوله  $B$  برای رها کردن است را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta t = 6 - 4 = 2s$$

روش دوم: در بازه‌های زمانی یکسان  $T$ ، جابه‌جایی جسم یک دنباله حسابی تشکیل می‌دهند که قدرنسبت آن  $d = gT^2$

است. به‌ازای  $T = 1s$  دنباله حسابی سقوط آزاد به شکل زیر است و می‌توان تأخیر زمانی را به‌دست آورد.



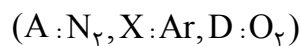
## شیمی

۵۶. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول: نادرست است؛ زیرا نمودار داده شده تغییرات دمای هواکره برحسب کلوین را نشان می‌دهد زیرا اگر برحسب سیلسیوس بود، در ناحیه‌هایی باید دمای منفی را نشان می‌داد.  
 عبارت دوم: نادرست است؛ زیرا بعد از ارتفاع D (لایه چهارم) آنیون وجود ندارد.  
 عبارت سوم: درست است؛ با افزایش ارتفاع در هواکره، فشار هواکره کاهش می‌یابد.  
 عبارت چهارم: نادرست است؛ زیرا حدود ۷۵ درصد از جرم کل هواکره در لایه اول قرار دارد. (دهم - فصل دوم، ص ۴۹)

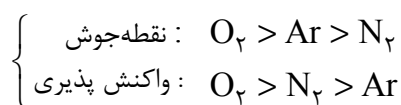
۵۷. گزینه ۲ درست است.

با افزایش دمای هوای مایع، ابتدا گاز  $N_2$  ( $-196^\circ C$  = نقطه جوش)، سپس گاز  $Ar$  ( $-186^\circ C$  = نقطه جوش) و در نهایت گاز  $O_2$  ( $-183^\circ C$  = نقطه جوش) جدا می‌شود:



عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند. بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: نادرست است؛ با هم ببینیم:



عبارت دوم: نادرست است؛ زیرا عنصر اکسیژن در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود. (دهم - فصل دوم، ص ۵۲)

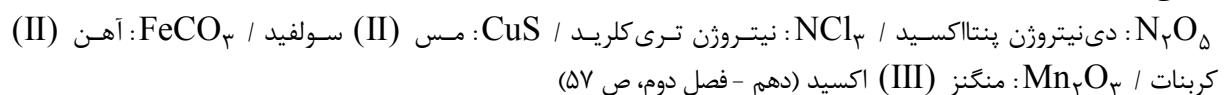
۵۸. گزینه ۳ درست است.

فشار گاز اکسیژن در سطح زمین (ارتفاع صفر کیلومتر) حدود ۰/۲ اتمسفر است. (رد گزینه‌های ۱ و ۲). همچنین رابطه فشار گاز اکسیژن و ارتفاع از سطح زمین غیرخطی است. (رد گزینه ۴) (دهم - فصل دوم، ص ۵۴)

۵۹. گزینه ۱ درست است.

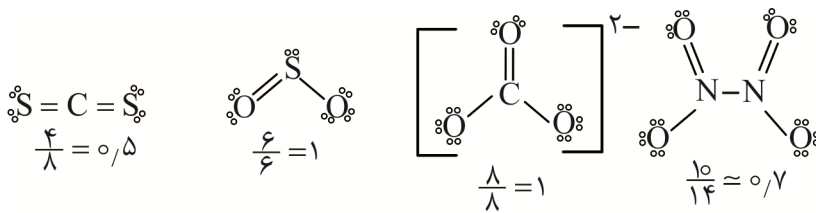
فقط نام  $SF_6$  (گوگرد هگزا فلئورید) به درستی بیان شده است.

بررسی سایر ترکیبات:



۶۰. گزینه ۱ درست است.

نسبت خواسته شده در کربن دی سولفید نسبت به سایر گونه‌ها کوچک تر است:



(دهم - فصل دوم، ص ۵۸)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

مورد اول: نادرست است؛ زیرا مجموع تعداد مولکول‌ها در دو طرف واکنش لزوماً یکسان نیست.

مورد دوم: درست است.

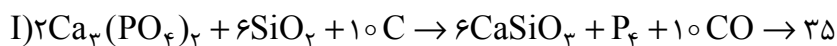
مورد سوم: درست است.

مورد چهارم: نادرست است؛ زیرا مجموع جرم مولی مواد در دو طرف واکنش لزوماً یکسان نیست.

مورد پنجم: نادرست است؛ زیرا در واکنش‌ها می‌توان از بین رفتن مولکول‌های واکنش دهنده و به وجود آمدن مولکول‌های فرآورده را مشاهده کرد. (دهم - فصل دوم، ص ۶۳)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

اختلاف مجموع ضرایب در دو معادله داده شده برابر ۲۳ است:



(دهم - فصل دوم، ص ۶۵)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

به غیر از مساحت برف در نیمکره شمالی، سایر موارد به‌طور کلی افزایش یافته‌اند. (دهم - فصل دوم، ص ۶۷)

۶۴. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: شواهد نشان می‌دهند که فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته، در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

گزینه ۳: اگر گازهای گلخانه‌ای وجود نداشتند، میانگین دمای کره زمین به  $-18^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

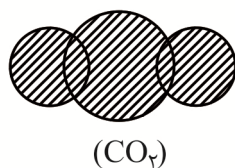
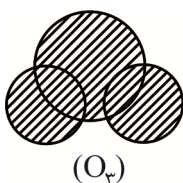
گزینه ۴: بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی بازتابیده شده و به فضا برمی‌گردد. (دهم - فصل دوم، ص ۶۹)

۶۵. گزینه ۲ درست است.

موارد «الف» و «ج» درست‌اند. بررسی سایر عبارت‌ها:

ب: هنگامی که تابش فرابنفش به مولکول اوزون می‌رسد، پیوند اشتراکی بین دو اتم اکسیژن می‌شکند.

د: مدل فضا پرکن اوزون و کربن دی‌اکسید متفاوت است:



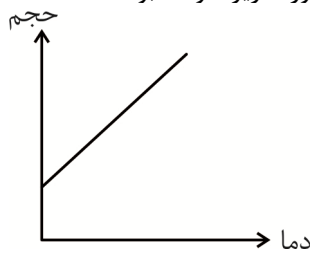
(دهم - فصل دوم، صفحات ۷۳، ۷۴ و ۷۵)

۶۶. گزینه ۳ درست است.

عبارت‌های «دوم» و «چهارم» نادرست‌اند:

عبارت دوم: با افزایش فشار یک گاز در دمای ثابت، حجم نمونه گاز کاهش می‌یابد.

عبارت چهارم: در دمای  $273\text{K}$  حجم گازها صفر لیتر نخواهد بود و نمودار درست به صورت زیر خواهد بود:



(دهم - فصل دوم صفحات ۷۶، ۷۷ و ۷۸)

۶۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا چگالی  $XCl_2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$d_{XCl_2} = \frac{2 \cdot 0.3 \text{ g}}{\left(\frac{1}{4}\right) \text{ L}} = 2.4 \text{ g.L}^{-1}$$

حال جرم مولی  $XXl_2$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{d_{CO_2}}{d_{XCl_2}} = \frac{\text{جرم مولی } CO_2}{\text{جرم مولی } XCl_2} \Rightarrow \frac{1.76}{2.4} = \frac{44}{(X + 71)}$$

$$X + 71 = 203 \rightarrow X = 132 \text{ g.mol}^{-1}$$

(دهم - فصل دوم، صفحات ۷۶، ۷۷ و ۷۸)

۶۸. گزینه ۳ درست است.



معادله موازنه شده به صورت روبه‌رو است:

ابتدا جرم آب تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی } X \text{ ضرب}}{\text{گرم } KClO_3} = \frac{\text{جرم مولی } X \text{ ضرب}}{\text{گرم } H_2O}$$

$$\frac{4 \times 122.5}{73.5 \text{ g}} = \frac{2 \times 18}{x \text{ g}} \Rightarrow X = 5.4 \text{ g } H_2O$$

حال حجم گاز اکسیژن تولیدی در شرایط STP را به دست می‌آوریم:

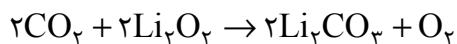
$$\frac{\text{جرم مولی } X \text{ ضرب}}{\text{گرم } KClO_3} = \frac{22.4 \times \text{ضرب}}{\text{حجم } O_2}$$

$$\frac{4 \times 122.5}{73.5 \text{ g}} = \frac{1 \times 22.4}{y \text{ L}} \Rightarrow y = 3.36 \text{ L } O_2$$

(دهم - فصل دوم، صفحات ۷۹ و ۸۰)

۶۹. گزینه ۱ درست است.

ابتدا واکنش‌های داده شده را موازنه می‌کنیم و سپس ضریب ماده مشترک (یعنی  $CO_2$ ) را یکسان خواهیم کرد:



حال با استفاده از چگالی گاز اکسیژن، حجم این گاز را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{گرم NaHCO}_3} = \frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{چگالی } \times \text{حجم O}_2}$$

$$\frac{4 \times 84}{50 / 4g} = \frac{1 \times 32}{X \times 1,2} \Rightarrow X = 4 \text{ Lit O}_2$$

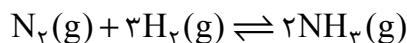
(دهم - فصل دوم، صفحات ۷۹ و ۸۰)

۷۰. گزینه ۲ درست است.

(۲) نادرست است؛ زیرا برای جداسازی  $\text{NH}_3$ ، مخلوط واکنش را تا مایع شدن آمونیاک سرد می‌کنیم. بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فلز آهن است که از آن در طبیعت دو اکسید  $\text{FeO}$  و  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  شناخته شده است.

(۳) گاز A همان گاز نیتروژن بوده که به علت نقطه جوش پایین‌تر نسبت به آمونیاک، دشوارتر از آن مایع می‌شود.



(۴) درست است؛ با هم ببینیم:

(دهم - فصل دوم، ص ۸۲)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

به‌جز عبارت‌های «دوم» و «چهارم»، سایر عبارت‌ها درست‌اند.

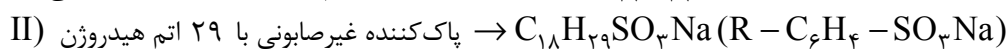
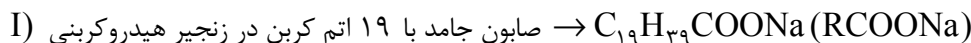
عبارت دوم: شربت معده، مخلوطی از نوع سوسپانسیون است.

عبارت چهارم: اندازه ذرات سازنده سوسپانسیون‌ها از سایر انواع مخلوط‌ها بزرگ‌تر است.

(دهم - فصل اول، ص ۷)

۷۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا اجزای مخلوط را تعیین می‌کنیم:



در ادامه با استفاده از جرم گوگرد، جرم پاک‌کننده غیرصابونی را محاسبه می‌کنیم:

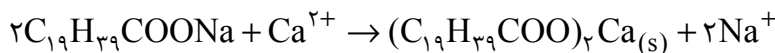


$$\frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{جرم S}} = \frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{جرم پاک‌کننده}} \Rightarrow \frac{1 \times 32}{12,8g} = \frac{1 \times 348}{X_g} \rightarrow X = 139,2g$$

حال جرم صابون را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{صابون}} \rightarrow 339,6 - 139,2 = 200,4g$$

در این مخلوط، صابون با یون  $\text{Ca}^{2+}$  موجود در آب سخت واکنش می‌دهد:



حال می‌توان جرم رسوب تولیدی را محاسبه کرد:

$$\frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{جرم صابون}} = \frac{\text{جرم مولی } \times \text{ضریب}}{\text{جرم رسوب}} \Rightarrow \frac{2 \times 334}{200,4g} = \frac{1 \times 662}{y_g} \rightarrow y = 198,6g$$

(دوازدهم - فصل اول، ص ۹)

۷۳. گزینه ۳ درست است.

(۳) لیتیم‌اکسید ( $\text{Li}_2\text{O}$ ) اکسید فلزی بوده و باز آرنیوس به‌شمار می‌رود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) آرنیوس نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را با یک مبنای علمی طبقه‌بندی کرد.

(۲) محلول همه اسیدها و بازهای آرنیوس، رسانای جریان برق‌اند.

(۴) اغلب اکسیدهای نافلزی، اسید آرنیوس هستند.

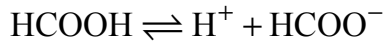
(دوازدهم - فصل اول، صفحات ۱۴ و ۱۵)

۷۴. گزینه ۳ درست است.

عبارت‌های دوم و چهارم نادرست هستند:

عبارت دوم: در یک سامانه تعادلی، غلظت گونه‌های موجود در محلول ثابت است.

عبارت چهارم: از آنجایی که اطلاعاتی درباره غلظت محلول دو اسید نداریم، نمی‌توانیم pH محلول‌های موردنظر را مقایسه کنیم. در رابطه با عبارت پنجم به روابط زیر دقت کنید:



$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} \quad [\text{H}^+] = [\text{HCOO}^-] \rightarrow K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HCOOH}]}$$

$$[\text{HCOOH}] = \frac{[\text{H}^+]^2}{K_a}$$

(دوازدهم - فصل اول صفحات ۲۰، ۲۱ و ۲۲)

۷۵. گزینه ۲ درست است.

میانگین pH محتویات روده کوچک نسبت به سایر موارد بیشتر است. (دوازدهم - ص ۲۴)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

۳ نادرست است؛ زیرا در سامانه‌های خنثی، غلظت یون هیدرونیوم با غلظت یون هیدروکسید برابر است. (دوازدهم - فصل اول، ص ۲۶)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

X ماده یا محلولی اسیدی است و می‌توان آن را به دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید و جوهرنمک نسبت داد. (دوازدهم - فصل اول، ص ۲۶)

۷۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا غلظت مولار اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$M_{\text{HBr}} = \frac{\left( \frac{4,05 \times 10^{-3} \text{ g}}{81} \right) \text{ mol}}{0,1 \text{ L}} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

حال غلظت  $\text{H}^+$  را به دست می‌آوریم:

$$[\text{H}^+] = M \cdot \alpha \xrightarrow[\alpha=1]{\text{اسید قوی است}} [\text{H}^+] = 5 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$

می‌توان pH محلول را محاسبه کرد:

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+] \rightarrow \text{pH} = -\log(5 \times 10^{-4})$$

$$\text{pH} = -(\log 5 - 4) = 3,3$$

در ادامه باید غلظت  $\text{OH}^-$  را محاسبه کنیم:

$$[\text{H}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow 5 \times 10^{-4} \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-11} \text{ mol.L}^{-1}$$

در انتها نسبت خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} = \frac{2 \times 10^{-11}}{5 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-8}$$

(دوازدهم - فصل اول، ص ۲۵)





شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور



تشریحی

# برگزاری آزمایشی شبیه امتحانات نهایی

## دروس عمومی و اختصاصی پایه دوازدهم



برگزاری آزمون تشریحی  
قبل از امتحانات نهایی کسوری

- ✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعه کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛
- ✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش آموزان؛

sanjsheducationgroup

صدای داوطلب ۰۲۱-۴۲۹۶۶

sanjshserv

ثبت نام گروهی دبیرستان ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳

www.sanjshserv.ir