

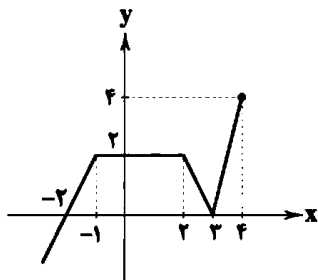


DriQ.com

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع $y = -2f(3x-1) - 1$ به شکل زیر باشد، تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ در کدام بازه هم صعودی است و هم نزولی؟



(۱) $[-4, 5]$

(۲) $[-1, 5]$

(۳) $[-4, \frac{5}{2}]$

(۴) $[-1, \frac{5}{2}]$

۲- اگر مجموع جواب‌های معادله $2f(2x-1) = 3g(-x+2)$ برابر عدد ۱۰ باشد در صورتی که این معادله دارای ۵ جواب باشد، مجموع

جواب‌های معادله $f(3x-2) = \frac{2}{3}g(\frac{-3x+5}{2})$ کدام است؟

(۱) $\frac{20}{3}$

(۲) $\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{25}{3}$

(۴) ۵

۳- اگر تابع $f(x)$ اکیداً نزولی با دامنه \mathbb{R} و $f(-1) = 0$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{(x^2-x)f(-x+2)}{f(x+2)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) ۱

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) بی‌شمار

۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (2a-4)x^2 - 2 & x \leq 1 \\ ax^2 - 2x + 3 & x > 1 \end{cases}$ اکیداً صعودی باشد، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد صحیح قابل قبول برای a کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۵- اگر $Q(x)$ خارج قسمت تقسیم $x^3 + 3x^2 + 1$ بر $x^2 + 1$ باشد، باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ ها بر $x^2 + 1$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) -۶

(۳) ۱۲

(۴) -۱۲

۶- اگر $f(x)$ چندجمله‌ای درجه ۴ و $f(6) = 720$ باشد، در صورتی که $f(x)$ در رابطه $(x-2)f(x+2) = (x+2)f(x+1)$ صدق کند، باقی‌مانده

تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 3$ کدام است؟

(۱) $x + 2$

(۲) $-x - 2$

(۳) ۶

(۴) -۶

۷- اگر دوره تناوب توابع $f(x) = \frac{\tan^3 x - \tan x}{\tan^4 x + 2 \tan^2 x + 1}$ و $g(x) = \frac{3}{\tan kx + \cot kx}$ با هم برابر باشند، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای k

کدام است؟

(۱) -۴

(۲) -۹

(۳) -۱۶

(۴) -۲۵

۸- اگر تابع $f(x) = -2 \tan(3x - \frac{\pi}{6}) + 1$ در بازه $(-\frac{\sqrt{\pi}}{9}, 2m\pi)$ اکیداً نزولی باشد، حداکثر مقدار m کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{9}$

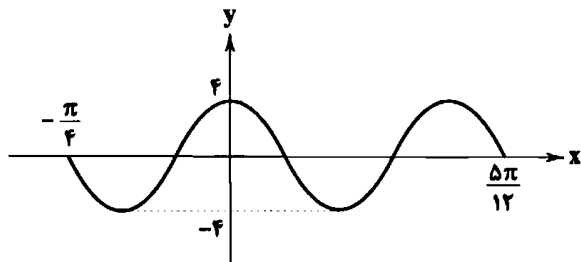
(۲) $-\frac{2}{9}$

(۳) $-\frac{5}{6}$

(۴) $-\frac{1}{6}$

محل انجام محاسبات

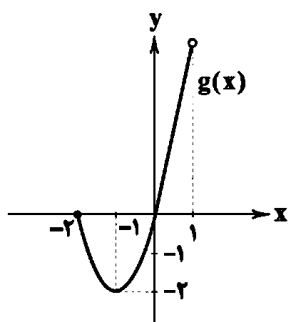
۹- شکل زیر قسمتی از تابع $f(x) = \frac{a \sin(bx - \frac{\pi}{4}) - a \cos(bx - \frac{\pi}{4})}{\sqrt{2}} + c$ می باشد. حاصل $a + b + c$ کدام می تواند باشد؟



- (۱) ۴
(۲) ۱۰
(۳) -۴
(۴) -۱۰

۱۰- توابع $f(x)$ و $g(x)$ متناوب با دوره تناوب $T=3$ می باشند که در بازه $(-2, 1)$ مقادیر خروجی تابع $f(x)$ از ضابطه $f(x) = x|x| + |x|$ و

در این بازه تابع $g(x)$ قسمتی از یک سهمی به شکل زیر است. مقدار $f(-21/5) + g(21/5)$ کدام است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱/۵
(۳) ۲/۵
(۴) ۳/۵

ریاضیات هگستنه

۱۱- اگر n یک عدد ۲ رقمی باشد، عدد $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ با چه احتمالی زوج است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{23}{45}$
(۳) $\frac{24}{45}$
(۴) $\frac{22}{45}$

۱۲- کدام یک از گزینه های زیر مثال نقض مناسبی برای عبارت «اگر x عددی گنگ باشد آن گاه $4x^3 - 24x^2 + 48x + 12$ نیز همواره عددی گنگ است» خواهد بود؟

- (۱) $5\sqrt{3} - 2$
(۲) $4\sqrt{5} + 3$
(۳) $5\sqrt{2} - 3$
(۴) $4\sqrt{5} + 2$

۱۳- چند زوج مرتب (x, y) از اعداد طبیعی وجود دارد که $\frac{y}{x} - \frac{120}{xy} = 2$ باشد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۱۶
(۴) ۳۲

۱۴- به ازای چند عدد دورقمی طبیعی مانند a رابطه $17|3a+1$ برقرار است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

۱۵- اگر برای دو عدد طبیعی a و b داشته باشیم $(a, b) = \sqrt{12} + \sqrt{[a, b]} + \sqrt{12} - \sqrt{[a, b]}$ ، حاصل $a+b$ کدام است؟ (a و b بر هم بخش پذیر نیستند).

- (۱) ۴۲
(۲) ۴۸
(۳) ۶۶
(۴) ۷۲

۱۶- اگر $10b + 1 - 5b^2$ آن گاه $[a, 5b]$ کدام است؟

- (۱) $2|ab|$
(۲) $|ab|$
(۳) $5|ab|$
(۴) $5b^2|a|$

محل انجام محاسبات

۱۷- اگر p یک عدد اول باشد و داشته باشیم $p \mid 17^{p-1} + 29$ ، چند مقدار متفاوت برای عدد p وجود دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸- باقی مانده تقسیم $8^{52!} + 7^{52!}$ بر عدد ۵۶ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۹- دو عدد ۱۳۵ و ۲۷۹ در پیمانه m همنهشت هستند. m چند مقدار متمایز می تواند داشته باشد؟ ($m > 1$)

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۰- باقی مانده تقسیم $3x^2 + 5x + 15$ بر عدد ۱۷ برابر ۶ است. مجموع ارقام بزرگ ترین عدد ۲ رقمی x کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

هندسه (۲)

۲۱- در دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & z \end{bmatrix}$ ، اگر AB ماتریس اسکالر شود، حاصل $x+y+z$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) -۶

۲۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت مجموع درایه های A^{100} کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۲۳- مجموع معکوس مربعات ریشه های معادله $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{y}{4}$ (۲) $\frac{y}{5}$ (۳) $\frac{y}{2}$ (۴) $\frac{y}{3}$

۲۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $AX = 2A - 4I$ ، مجموع درایه های قطر اصلی ماتریس X^T کدام است؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۱۴ (۴) ۱۱۶

۲۵- اگر $f(\alpha) = \begin{vmatrix} \cos^2 \alpha - 1 & \tan \alpha \\ 0 & 0 \\ \cot \alpha & -2 \end{vmatrix}$ ، حاصل $f\left(\frac{\pi}{12}\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 0 & 1 \\ 1 & |A| & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع مقادیر ممکن برای $|2(A^{-1})^3|$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{4}{25}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{4}{75}$

۲۷- اگر $A = \begin{bmatrix} \log 2 & \log 5 \\ \log 5 & \log 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 10|A| & 4|A| \\ 5|A| & 10.2|A| \end{bmatrix}$ مقدار $|\frac{5}{3}B|$ کدام است؟

- (۱) $2/1$ (۲) $2/2$ (۳) $-2/1$ (۴) $-2/2$

۲۸- اگر $A+B = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix}$ و $|AB|=3$ باشد، آن گاه $|A^{-1}+B^{-1}|$ کدام است؟

- (۱) 12 (۲) 10 (۳) 11 (۴) 14

۲۹- اگر $A^{-1} = \begin{bmatrix} i^2 & -j \\ j^2 & i^2 \end{bmatrix}$ و $A^T = \alpha A + \beta I$ حاصل $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $-\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۳۰- اگر دستگاه $\begin{cases} 2x+my=m-2 \\ (3m+1)x+y=3m-4 \end{cases}$ بی شمار جواب داشته باشد، $\frac{1}{3}m^2$ کدام است؟

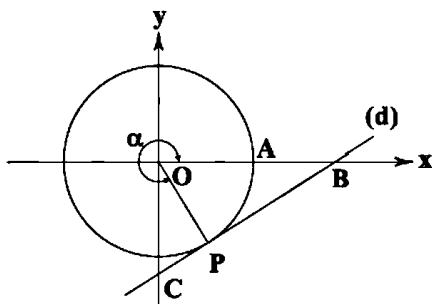
- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

ریاضی (۱)

۳۱- اگر $\alpha \in (15^\circ, 30^\circ)$ و $\sin 2\alpha = x$ و $\cos 2\alpha = y$ و $\tan 2\alpha = z$ باشد، آن گاه:

- (۱) $x < y < z$ (۲) $x < z < y$ (۳) $y < x < z$ (۴) $y < z < x$

۳۲- اگر در شکل زیر خط (d) در نقطه P بر دایره مثلثاتی مماس بوده و زاویه AOP برابر α باشد، آن گاه طول پاره خط CP برابر است با:



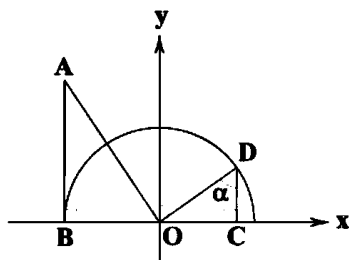
(۱) $-\tan \alpha$

(۲) $-\cot \alpha$

(۳) $\frac{1}{3}(\cos \alpha - \tan \alpha)$

(۴) $\frac{1}{3}(\sin \alpha + \cos \alpha)$

۳۳- در شکل زیر شعاع نیم دایره برابر یک واحد است اگر $\angle ODC = \alpha$ آن گاه نسبت مساحت مثلث OAB به مساحت مثلث OCD برابر است با:



(۱) $\tan^2 \alpha$

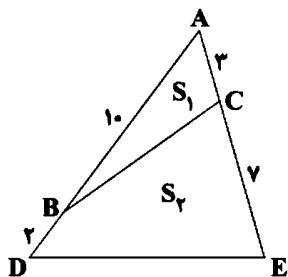
(۲) $\cot^2 \alpha$

(۳) $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$

(۴) $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$

محل انجام محاسبات

۳۴- با توجه به شکل زیر اگر مساحت مثلث ABC برابر S_1 و مساحت چهارضلعی BCED برابر S_2 باشد، آن گاه $\frac{S_1}{S_2}$ برابر است با:



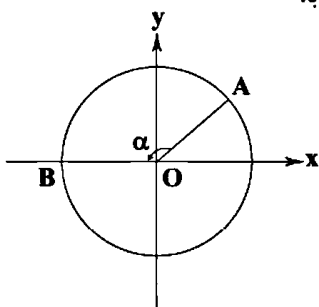
۱(۱)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۳۵- اگر x زاویه‌ای حاده و $2 = \frac{1 + \tan x}{\cot x} \times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x}$ آن گاه $\sin x$ برابر است با:

 $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)**حسابان (۱)**

۳۶- اگر نقطه $A(\frac{2}{\sqrt{13}}, k)$ روی دایرهٔ مثلثاتی و اندازه زاویه AOB برابر α باشد، آن گاه $\sin 2\alpha$ برابر است با:

 $\frac{12}{13}$ (۱) $-\frac{12}{13}$ (۲) $\frac{6}{13}$ (۳) $-\frac{6}{13}$ (۴)

۳۷- اگر $a = \sin 16^\circ$ و $b = \tan 105^\circ$ و $c = \tan 23^\circ$ آن گاه:

 $a < b < c$ (۴) $b < c < a$ (۳) $b < a < c$ (۲) $a > b > c$ (۱)

۳۸- اگر $a = \cos 36^\circ$ آن گاه حاصل $\frac{\sin^2 18^\circ + \cos^2 18^\circ - \cos^2 144^\circ}{\tan 24^\circ \times \cot 24^\circ + \cos 216^\circ}$ کدام است؟

 $a^2 + 1$ (۴) $a^2 - 1$ (۳) $1 - a$ (۲) $1 + a$ (۱)

۳۹- اگر $4x + 3y + z = 180^\circ$ ، $\tan x = 2$ و $\tan y = 3$ ، آن گاه $\tan(7x + 5y + 2z)$ برابر است با:

۱(۴)

-۱(۳)

-۵(۲)

۵(۱)

۴۰- اگر $\tan x = -3$ آن گاه حاصل $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})}$ برابر است با:

۱(۴)

۲(۳)

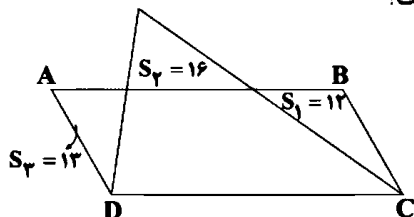
۳(۲)

۴(۱)

محل انجام محاسبات

هندسه (۱)

۴۱- در شکل زیر، با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD چقدر است؟



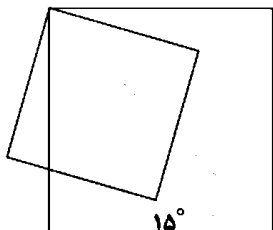
(۱) ۱۱۶

(۲) ۱۰۴

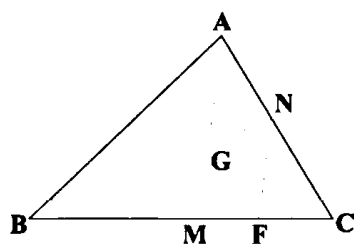
(۳) ۸۶

(۴) ۹۰

۴۲- در شکل زیر، نسبت مساحت دو مربع چقدر است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۴۳- در شکل زیر، نقطه G مرکز ثقل مثلث ABC است. مساحت مثلث AGB چه کسری از مساحت ذوزنقه MGNF است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{9}{5}$ ۴۴- نقطه M درون مثلث متساوی‌الاضلاع به مساحت $12\sqrt{3}$ قرار دارد. اگر فاصله M تا اضلاع AB و AC به ترتیب برابر ۱ و ۲ باشد، آن‌گاه فاصله M تا ضلع BC چقدر است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۴۵- مساحت یک ۵ ضلعی شبکه‌ای برابر ۵ است، مجموع مقادیر ممکن برای تعداد نقاط درونی آن چقدر است؟

(۴) نادرستی فرض

(۳) ۱۰

(۲) ۶

(۱) ۳

آمار و احتمال

۴۶- با حروف کلمه Roshana چند جایگشت سه حرفی می‌توان ساخت؟

(۴) ۱۶۵

(۳) ۱۵۰

(۲) ۱۳۵

(۱) ۱۲۰

۴۷- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت که دقیقاً سه رقم فرد داشته باشد؟

(۴) $5^2 \times 3^1$ (۳) $4^3 \times 5^2$ (۲) 5×2^{11} (۱) $4^2 \times 5^3$ ۴۸- با حروف عبارت «تقریر حقیقت و تقلیل مرارت» اگر تعداد جایگشت‌هایی که با «مرارت» آغاز و به «حقیقت» پایان می‌یابد برابر $\frac{n!}{m^p}$ باشد، حاصل $m+n+p$ کدام است؟

(۴) ۱۹

(۳) ۱۸

(۲) ۱۷

(۱) ۱۶

محل انجام محاسبات

۴۹- با حروف کلمه «دوریجان» اگر تعداد جایگشت‌های ۷ حرفی که حروف پشت سر هم تکراری نباشد به صورت $D^i R^j O^k$ باشد. $D+R+O$ کدام است؟ (D, R, O اعداد اول متمایزند).

۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۵۰- با حروف کلمه «بیدآباد» چند کلمه ۷ حرفی داریم که حروف نقطه‌دار و بی نقطه یک در میان باشند؟

۱۴۴ (۱) ۷۲ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

۵۱- اگر تعداد زیرمجموعه $2k$ عضوی از یک مجموعه Ω عضو شامل عضو خاص a برابر تعداد زیرمجموعه‌های $k+3$ عضوی از همان مجموعه و فاقد عضو خاص a باشد، تعداد زیرمجموعه‌های $3k+3$ عضوی این مجموعه کدام می‌تواند باشد؟

۱ (۱) ۱۵ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴)

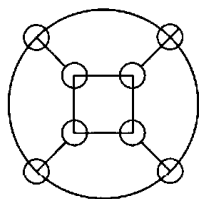
۵۲- از ۳ منطقه A, B و C به ترتیب ۱۰، ۱۰ و ۵ نفر جهت مسابقات ریاضی شرکت کرده‌اند. به چند طریق می‌توان ۲ نفر انتخاب کرد که هم منطقه‌ای نباشند؟

۱۵۰ (۱) ۲۰۰ (۲) ۲۵۰ (۳) ۳۰۰ (۴)

۵۳- اگر از هر کدام از مناطق ۱ تا ۵، ۵ نفر برای مسابقه اعلام آمادگی کرده باشند و بخواهیم تیمی متشکل از ۵ نفر از سه منطقه تشکیل دهیم، به چند طریق این کار میسر است؟

۷۵۰۰ (۱) ۱۵۰۰۰ (۲) ۲۰۰۰۰ (۳) ۲۲۵۰۰ (۴)

۵۴- ۷ نفر به چند طریق می‌توانند دور میز گردی به شکل زیر قرار گیرند؟



۱۰۰۸۰ (۱)

۲۵۲۰ (۲)

۷۲۰ (۳)

۴۸۰ (۴)

۵۵- با حروف «سوسنگرد» چند کلمه ۷ حرفی می‌توان ساخت که حرف «و» بین دو حرف «س» باشد؟

$7 \times 5!$ (۱) $\frac{7 \times 5!}{2}$ (۲) $7 \times 6!$ (۳) $\frac{7 \times 6!}{2}$ (۴)

آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۹/۰۳

آزمون‌های سرانگ گاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

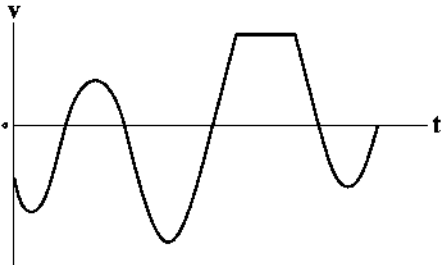
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی		ردیف
	از	تا			فیزیک	شیمی	
۴۵ دقیقه	۵۶	۸۰	اجاری	۲۵	فیزیک ۳	۱	
	۸۱	۹۰	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱		
	۹۱	۱۰۰		۱۰	فیزیک ۲		
۲۵ دقیقه	۱۰۱	۱۱۵	اجاری	۱۵	شیمی ۳	۲	
	۱۱۶	۱۲۵	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱		
	۱۲۶	۱۳۵		۱۰	شیمی ۲		



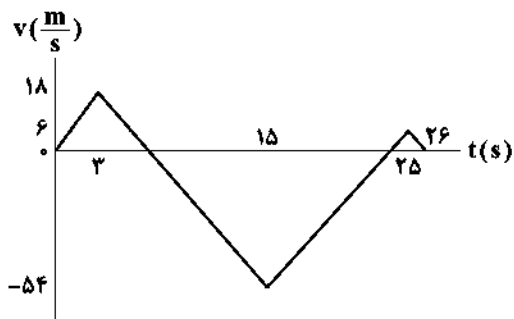
فیزیک

۵۶- نمودار سرعت - زمان یک متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. در طول این حرکت، جهت بردار شتاب متحرک و جهت حرکت متحرک به ترتیب از راست به چپ چند بار تغییر کرده‌اند؟



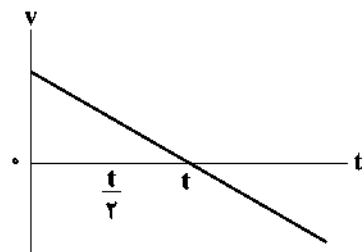
- (۱) ۵-۵
(۲) ۴-۵
(۳) ۵-۴
(۴) ۴-۴

۵۷- نمودار سرعت - زمان یک متحرک که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر حرکت تقریباً چند واحد SI است؟



- (۱) $-16/4$
(۲) $-24/6$
(۳) $16/4$
(۴) $24/6$

۵۸- نمودار سرعت - زمان یک متحرک که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



- (۱) در بازه زمانی صفر تا t ، بزرگی سرعت متوسط متحرک، کوچک‌تر از سرعت اولیه آن است.
(۲) در لحظه t ، جهت سرعت متحرک تغییر می‌کند و جهت شتاب متحرک ثابت می‌ماند.
(۳) شتاب متحرک همواره منفی است.
(۴) در لحظه t ، جهت بردار مکان متحرک عوض شده است.

۵۹- متحرکی $\frac{h}{\lambda}$ از مسیر خود را با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ و باقی مسیر را با شتاب ثابت و به صورت کندشونده طی می‌کند و در نهایت متوقف می‌شود. سرعت متوسط متحرک در کل مسیر تقریباً چند واحد SI است؟

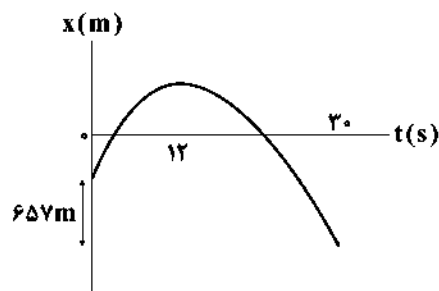
- (۱) $3/65$ (۲) $7/2$ (۳) $4/25$ (۴) $9/5$

۶۰- یک خودرو و یک موتورسیکلت به ترتیب با تندی‌های ثابت $144 \frac{km}{h}$ و $82/8 \frac{km}{h}$ در حال حرکت هستند. اگر در ابتدا فاصله آن‌ها از یکدیگر برابر با $3150m$ بوده و از حال سکون حرکت کرده باشند و موتورسیکلت از مکان $x = 3300$ بر حسب متر و در خلاف جهت محور x ها شروع به حرکت کرده باشد، در چه مکانی بر حسب متر دو متحرک به یکدیگر خواهند رسید؟

- (۱) 10750 (۲) 2150 (۳) 2265 (۴) 1025

محل انجام محاسبات

۶۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t=7s$ تا $t=25s$ چند واحد SI است؟



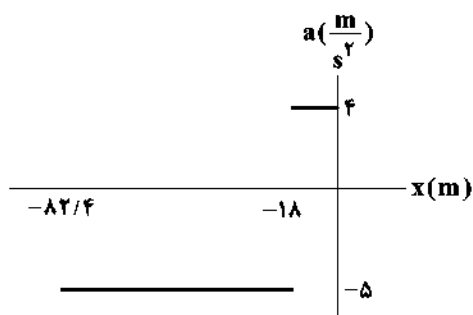
(۱) $-29/2$

(۲) $29/2$

(۳) -6

(۴) $+6$

۶۲- نمودار شتاب - مکان کامیونی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در مبدأ زمان، متحرک با سرعت $-20 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی که حرکت آن تندشونده است، چند واحد SI می‌باشد؟



(۱) 16

(۲) 23

(۳) 36

(۴) 46

۶۳- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x(t) = -3t^2 + \alpha t + 20$ می‌باشد. سرعت متوسط متحرک در 5 ثانیه اول حرکتش، در جهت محور x است. محدوده α در SI کدام است؟

(۱) $\alpha < 15$

(۲) $\alpha > 20$

(۳) $\alpha > 15$

(۴) $\alpha > 20$

۶۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ روی خط راست، شروع به حرکت می‌کند. بزرگی بردار مکان این متحرک در پایان ثانیه پنجم حرکت نسبت به بزرگی بردار مکان این متحرک در ابتدای ثانیه پنجم حرکت، $\frac{1}{p}$ برابر می‌شود و متحرک در بازه زمانی مذکور، از مبدأ مکان عبور کرده است. تندی متحرک در لحظه عبور از مکان $x = 38/4 m$ چند واحد SI می‌باشد؟

(۱) 12

(۲) 18

(۳) 8

(۴) 24

۶۵- گلوله توپری را در شرایط خلأ از بالای یک برج مسکونی به ارتفاع H رها می‌کنیم. تندی گلوله در ارتفاع 45 متری از سطح زمین، $\frac{1}{p}$ برابر تندی بیشینه گلوله است. ارتفاع برج چند متر می‌باشد؟

(۱) 48

(۲) 69

(۳) 90

(۴) 144

۶۶- گلوله‌ای به جرم $2 kg$ را در شرایط خلأ از بالای یک برج به ارتفاع h رها می‌کنیم و گلوله پس از t ثانیه به سطح زمین برخورد می‌کند. اگر کار کل انجام شده بر روی گلوله از لحظه‌ای که رها می‌شود تا سه ثانیه پیش از برخورد با سطح زمین برابر $1600 J$ باشد، کل زمان سقوط (t) و ارتفاع برج (h) برحسب SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

(۱) 125 و 5

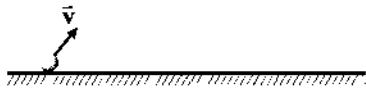
(۲) 170 و 5

(۳) 7 و 245

(۴) 7 و 310

محل انجام محاسبات

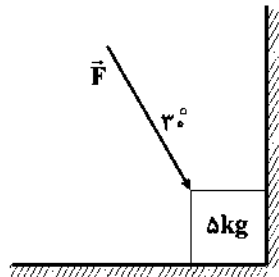
۶۷- مطابق شکل زیر، گلوله از سطح زمین پرتاب می‌شود. در بالاترین نقطه مسیر حرکتش، بزرگی شتاب گلوله برابر با $12/5 \frac{m}{s^2}$ و بزرگی نیروی



مقاومت هوای وارد بر آن $6N$ می‌شود. جرم گلوله چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۱۲۵
(۲) ۸۰۰
(۳) ۱۲۵۰
(۴) ۸۰

۶۸- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 5 کیلوگرم توسط نیروی \vec{F} به بزرگی $200N$ بین دیوار عمودی و زمین ثابت نگه داشته شده است. بزرگی نیروی عمودی سطح از طرف زمین چند برابر بزرگی نیروی عمودی سطح از طرف دیوار است؟ (دیوار عمودی و زمین بدون اصطکاک در نظر



گرفته شوند و $g = 10 \frac{N}{kg}$ ، $\sin 60^\circ = 0.85$)

(۱) $\frac{3}{2}$

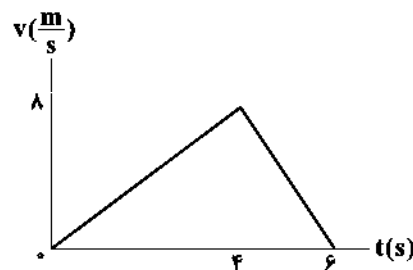
(۲) $\frac{11}{5}$

(۳) $\frac{6}{5}$

(۴) ۱

۶۹- وزنه‌ای توسط یک نیروسنج از سقف یک آسانسور آویزان است و نمودار سرعت - زمان آسانسور در طی یک حرکت رو به بالا مطابق شکل

زیر است. اگر در 4 ثانیه اول، نیروسنج عدد F_1 و در دو ثانیه سوم، نیروسنج عدد F_2 را نشان دهد، نسبت $\frac{F_2}{F_1}$ در کدام گزینه به درستی



آمده است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{5}{6}$

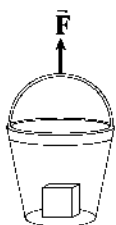
۷۰- چتربازی با تندی حدی $4 \frac{m}{s}$ و جسمی بدون سرعت اولیه از ارتفاع 20 متری سطح زمین در یک لحظه سقوط می‌کنند. اگر مقاومت هوا در

برابر حرکت جسم ناچیز باشد، چند ثانیه پس از برخورد جسم با زمین، چترباز به زمین می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۵
(۲) ۳
(۳) ۲
(۴) ۱

۷۱- در شکل زیر، درون سطلی به جرم $1/5 kg$ ، وزنه‌ای به جرم $1 kg$ گذاشته شده و با نیروی قائم و ثابت \vec{F} به سمت بالا حرکت داده می‌شود.

اگر اندازه نیرویی که از سوی وزنه به کف سطل وارد می‌شود، برابر $12N$ باشد، اندازه نیروی \vec{F} چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



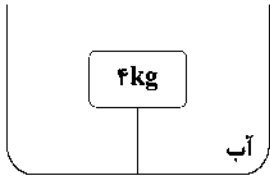
(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۷۲- مطابق شکل زیر، به کمک یک ریسمان، جسمی به جرم 4 kg را در طرف آب ثابت نگه داشته‌ایم و بزرگی نیروی کشش ریسمان برابر 8 N است. اگر ناگهان ریسمان قطع شود، جسم با شتاب چند متر بر مجذور ثانیه به حرکت در می‌آید؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و از جرم ریسمان صرف نظر کنید.)



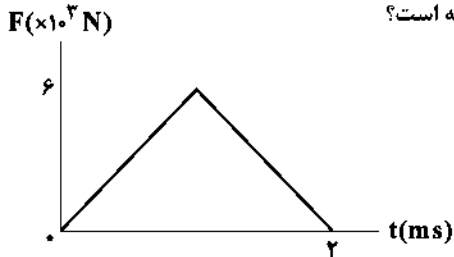
(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) صفر

(۴) ۱

۷۳- توپیی به جرم 800 g با تندی ثابت v به دیوار قائمی برخورد کرده و با همان تندی باز می‌گردد. اگر نمودار بزرگی نیروی خالص وارد بر توپ بر حسب زمان در مدت زمان برخورد توپ با دیوار مطابق شکل زیر باشد، v چند متر بر ثانیه است؟



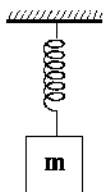
(۱) ۱۵

(۲) ۳/۷۵

(۳) صفر

(۴) ۷/۵

۷۴- مطابق شکل زیر، جسمی را به وسیله فنری از سقف آویخته‌ایم. کدام گزینه نادرست است؟



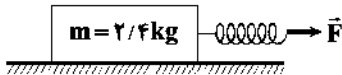
(۱) واکنش نیروی فنر، نیرویی است که از طرف جسم به فنر وارد می‌شود.

(۲) واکنش نیروی وزن، نیرویی است که از طرف جسم به زمین وارد می‌شود.

(۳) نیروی فنر و وزن، کنش و واکنش هستند.

(۴) هیچ‌کدام

۷۵- مطابق شکل زیر، به وسیله یک فنر با جرم ناچیز و ثابت $400 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ جعبه را با سرعت ثابت روی سطح افقی می‌کشیم. اگر بزرگی نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، 26 N باشد، تغییر طول فنر چند سانتی‌متر خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۲) ۲/۵

(۱) ۱/۲۵

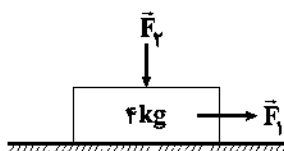
(۴) ۴/۵

(۳) ۵

۷۶- جعبه‌ای به جرم 3 kg با سرعت اولیه v_0 روی سطح افقی دارای اصطکاک به حرکت درآمده و پس از طی مسافت d متوقف می‌شود. اگر 5 kg وزنه داخل جعبه قرار دهیم و بر روی همان سطح با سرعت اولیه $3v_0$ به حرکت درآوریم، پس از طی چه مسافتی بر حسب d متوقف می‌شود؟

(۴) $9d$ (۳) $\frac{3d}{5}$ (۲) $4d$ (۱) $\frac{8d}{5}$

۷۷- مطابق شکل زیر، دو نیروی عمود بر هم متغیر با زمان $\vec{F}_1 = 4t + 8$ و $\vec{F}_2 = 4t - 16$ (در SI) از لحظه $t = 0$ به جعبه ساکنی به جرم 4 kg که روی سطح افقی قرار دارد به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. در لحظه $t = 12\text{ s}$ سرعت جعبه چند متر بر ثانیه است؟ ($\mu_k = 0/4$, $\mu_s = 0/5$, $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) ۶/۹

(۲) ۲۰/۳

(۳) ۱۵/۸

(۴) ۳۸

محل انجام محاسبات

۷۸- نیروی $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ (در SI) به جسمی به جرم 2kg وارد می‌شود. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح برابر 0.5 باشد، مقدار x چند نیوتون باشد تا جسم بتواند حرکت افقی کند؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۱) حداقل ۳ نیوتون

(۲) حداکثر $7/5$ نیوتون

(۳) حداقل ۶ نیوتون

(۴) حداقل ۳ نیوتون و حداکثر $7/5$ نیوتون

۷۹- معادلهٔ تکانه - زمان متحرکی با جرم 2kg که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $p = 4t - 6$ می‌باشد. نوع حرکت متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکتش چگونه و اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکتش چند متر بر مجذور ثانیه است؟

(۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده - ۱

(۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده - ۴

(۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده - ۴

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده - ۱

۸۰- اگر انرژی جنبشی جسمی به جرم $2/5\text{kg}$ را 19 درصد کاهش دهیم، اندازهٔ تکانه‌اش 8 واحد SI کاهش می‌یابد. تکانهٔ اولیه و انرژی جنبشی این جسم به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) $8 - 12/8$

(۲) $80 - 1280$

(۳) $8 - 25/6$

(۴) $80 - 2560$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شمارهٔ ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شمارهٔ ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- مقدار گرمای لازم برای به جوش آوردن مقداری آب با دمای 20°C در سطح دریا برابر با Q و در قلهٔ کوه برابر با $\frac{3}{4}Q$ می‌باشد. با فرض ثابت بودن گرمای ویژهٔ آب و صرف‌نظر کردن از تغییرات آن، اختلاف دمای جوش آب در دو مکان چند درجهٔ سلسیوس است؟

(۱) 10

(۲) 80

(۳) 20

(۴) 60

۸۲- چه تعداد از عبارات زیر در خصوص روش‌های انتقال گرما صحیح نیست؟

(الف) انتقال گرما به روش همرفت در جامدات انجام نمی‌شود.

(ب) انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن و همچنین گرم شدن فضای اتاق به وسیلهٔ شوفاژ، همرفت طبیعی هستند که از طریق امواج الکترومغناطیس صورت می‌گیرند.

(ج) در روش رسانش، در فلزات تنها ارتعاش اتم‌ها سبب انتقال گرما می‌شود.

(د) انتقال گرما در خلأ، به دو روش تابش و همرفت قابل انجام است.

(ه) تابش گرمایی در محدودهٔ دمایی کم‌تر از 273 کلوین، عمدتاً به صورت تابش فروسرخ است.

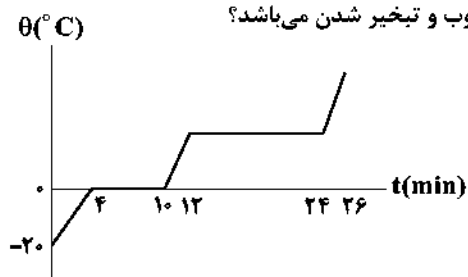
(۱) 4

(۲) 3

(۳) 2

(۴) 1

۸۳- به 1kg از یک ماده با دمای اولیهٔ 20°C - به وسیلهٔ یک گرم‌کن برقی با آهنگ ثابت گرما داده می‌شود. اگر نمودار تغییرات دمای این ماده برحسب زمان، مطابق شکل زیر باشد، به ترتیب در کدام بازه‌های زمانی، ماده در حال ذوب و تبخیر شدن می‌باشد؟



(۱) ۲ دقیقه دوم - ۲ دقیقه سیزدهم

(۲) ۲ دقیقه اول - ۲ دقیقه ششم

(۳) ۴ دقیقه دوم - ۴ دقیقه چهارم

(۴) ۴ دقیقه دوم - ۵ دقیقه پنجم

محل انجام محاسبات

۸۴- در فشار یک اتمسفر، حداقل چند کیلوگرم یخ با دمای صفر درجه سلسیوس لازم است تا دمای $2/5$ کیلوگرم آب با دمای 30°C به 10°C برسد؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

$$\frac{5}{9} (1) \quad \frac{9}{5} (2) \quad \frac{3}{2} (4) \quad \frac{5}{9} (3)$$

۸۵- در فشار یک اتمسفر، 3 کیلوگرم یخ، دورن یک ظرف با مقداری آب در حالت تعادل قرار دارد. اگر توسط یک گرم‌کن برقی، به این مخلوط 840 kJ گرما بدهیم، حجم مخلوط چند لیتر و چگونه تغییر می‌کند؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $\rho_{\text{یخ}} = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

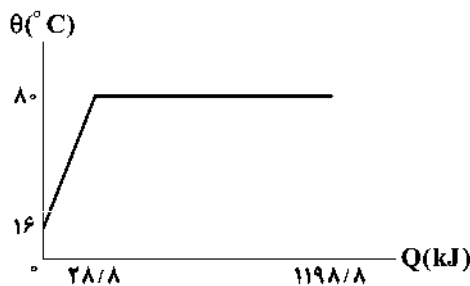
$$\frac{5}{18} (1) - \text{افزایش می‌یابد.} \quad \frac{2}{9} (2) - \text{کاهش می‌یابد.} \quad \frac{5}{18} (3) - \text{کاهش می‌یابد.} \quad \frac{2}{9} (4) - \text{افزایش می‌یابد.}$$

۸۶- در یک روز سرد زمستانی، روی سطح آب یک استخر کشاورزی به طول 50 متر و عرض 30 متر، لایه‌ای از یخ به ضخامت 60 سانتی‌متر تشکیل شده است. اگر این لایه یخ با آهنگ $24 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ گرما دریافت کند، پس از گذشت چند ساعت، کل لایه یخ ذوب خواهد

شد؟ ($L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

$$\frac{2}{75} (1) \quad \frac{2}{95} (2) \quad \frac{3}{15} (3) \quad \frac{2}{5} (4)$$

۸۷- به مایعی با دمای اولیه 16°C گرما داده می‌شود. اگر نمودار تغییرات دمای مایع بر حسب گرمای داده‌شده به آن، مطابق شکل زیر باشد،



گرمای نهان تبخیر این مایع چند کیلوژول بر کیلوگرم است؟ ($c_{\text{مایع}} = 1500 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

- (1) 39
(2) 390
(3) 26
(4) 260

۸۸- در فشار یک اتمسفر، مقدار گرمایی که 2 کیلوگرم بخار آب 100°C از دست می‌دهد تا به طور کامل به آب 10°C تبدیل شود، تقریباً چند کیلوگرم یخ صفر درجه سلسیوس را کاملاً ذوب می‌کند و آب حاصل از آن را به دمای 5°C می‌رساند؟

($L_V = 2260 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

$$\frac{6}{26} (1) \quad \frac{12}{52} (2) \quad \frac{18}{78} (3) \quad \frac{13}{29} (4)$$

۸۹- چگالی یک گاز کامل در دمای $80/6$ درجه فارنهایت و فشار 5 اتمسفر برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده

است؟ ($1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$, $M_{\text{گاز}} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$)

$$\frac{20}{3} (1) \quad \frac{10}{3} (2) \quad \frac{200}{3} (3) \quad \frac{100}{3} (4)$$

۹۰- دو مخزن در اختیار داریم. در مخزن (۱)، گاز اکسیژن و در مخزن (۲)، گاز نیتروژن موجود است. فشار مخزن (۱)، 3 برابر فشار مخزن (۲) است و در مخزن (۱)، 45×10^3 مولکول اکسیژن و در مخزن (۲) 30×10^3 مولکول نیتروژن موجود است. دمای مخزن (۱)، 113°C و دمای

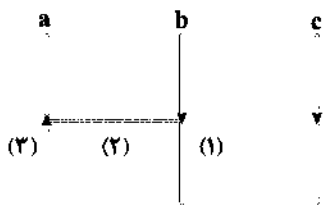
مخزن (۲)، 207°C است. حجم مخزن (۲) چند برابر حجم مخزن (۱) است؟

$$\frac{1}{3} (1) \quad \frac{1}{6} (2) \quad 3 (3) \quad \frac{1}{3} (4)$$

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

زوج درس ۲

۹۱- مطابق شکل زیر، دو میله حامل جریان با یک طناب نازک به یکدیگر متصل شده‌اند. طناب واصل در آستانه پارگی قرار دارد. قرار دادن میله سوم حامل جریان در کدام ناحیه، احتمال پارگی طناب را افزایش نمی‌دهد؟



(۱) (۱)

(۲) (۲)

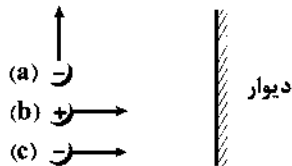
(۳) (۳)

(۴) (۲) و (۳)

۹۲- دو عقربه مغناطیسی با سرعت‌های مختلف حول آهنربایی در حال چرخش هستند. اگر عقربه مغناطیسی اول در مدت‌زمان ۱۵ ثانیه، 360° درجه و عقربه مغناطیسی دوم در مدت‌زمان ۲۵ ثانیه، 720° درجه دوران کند، نسبت تندی حرکت عقربه مغناطیسی دوم به تندی حرکت عقربه مغناطیسی اول چقدر است و بعد از گذشت ۲ دقیقه عقربه سریع‌تر چند دور کامل حول آهنربا می‌چرخد؟

(۴) $5 - 0/83$ (۳) $4 - 0/82$ (۲) $4 - 1/2$ (۱) $5 - 1/2$

۹۳- سه ذره باردار را در حضور میدان مغناطیسی و دیواری در سمت راست با سرعت یکسان شلیک کردیم. کدام ذره در کدام میدان امکان برخورد به بالای ناحیه شلیک‌شده خود بر روی دیوار را دارد؟



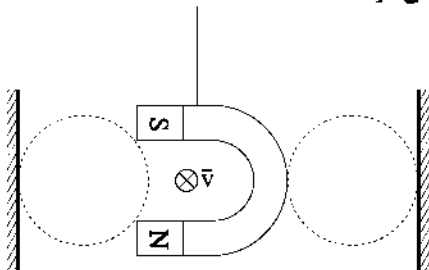
(۱) ذره a در یک میدان مغناطیسی برون‌سو

(۲) ذره b در یک میدان مغناطیسی درون‌سو

(۳) ذره c در یک میدان مغناطیسی درون‌سو

(۴) گزینه‌های (۱) و (۳) درست هستند.

۹۴- یک آهنربای نعلی شکل مانند شکل زیر از یک سیم مسی آویزان است. برای جلوگیری از برخورد به دیواره‌ها پوسته کروی نرمی در دو طرف آهنربا قرار گرفته است. یک ذره باردار با جرم ناچیز با سرعت \vec{v} در جهت نشان داده‌شده به داخل آهنربا پرتاب می‌شود و در همین حین در پوسته سمت راست، حفره ایجاد می‌شود. ذره دارای چه باری است و به کدام سمت منحرف می‌شود؟



(۱) منفی -

(۲) منفی -

(۳) مثبت -

(۴) مثبت -

۹۵- ذره‌ای با بار مثبت با سرعت $30 \frac{m}{s}$ مطابق شکل زیر، عمود بر میدان مغناطیسی \vec{B} به بزرگی $500 G$ شلیک می‌شود. میدان الکتریکی

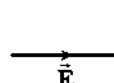
یکنواخت \vec{E} با اندازه $\frac{1}{5} \frac{N}{C}$ را چگونه قرار دهیم تا اندازهٔ نیروی وارد بر ذره (F_{eq}) در راستای x در بازه $0 < F_{eq} \leq F_B$ قرار گیرد؟



(ج)



(پ)



(الف)

(۴) «الف» و «ب»

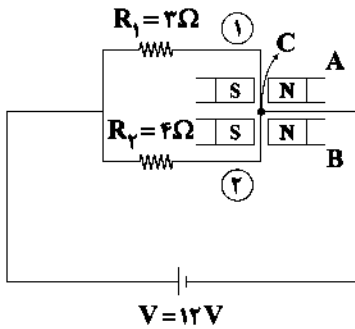
(۳) «ب» و «ج»

(۲) «الف» و «ج»

(۱) «الف»

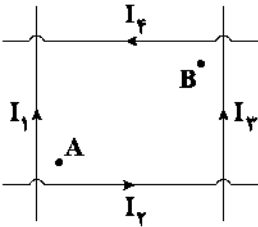
محل انجام محاسبات

۹۶- در مدارهای مطابق شکل زیر، دو جفت آهنربا قرار دادیم که میدان مغناطیسی یکنواخت بر سیم اعمال می‌کنند. اگر عرض جفت قطب‌های آهنربای A برابر با ۱۵ cm و بزرگی میدان حاصل از آن برابر ۳ T و هم‌چنین عرض جفت قطب‌های آهنربای B برابر با ۱۰ cm و بزرگی میدان حاصل از آن برابر ۲ T باشد، برآیند نیروهای وارد بر نقطه C چند نیوتون است؟



- (۱) ۲۴
(۲) ۱۸
(۳) ۱۲
(۴) ۶

۹۷- چهار سیم بلند مشابه حامل جریان داریم به گونه‌ای که $I_4 < I_3 < I_2 < I_1$ است. اگر چهار سیم را مطابق شکل زیر در کنار یکدیگر قرار دهیم به گونه‌ای که یکدیگر را قطع نکنند، برآیند میدان‌های مغناطیسی حاصل از چهار سیم با حرکت از نقطه A به نقطه B چگونه تغییر می‌کند؟ (سیم‌های موازی در فاصله خیلی دور از یکدیگر قرار دارند.)



- (۱) جهت میدان از درون سو به برون سو تغییر می‌کند.
(۲) جهت میدان از برون سو به درون سو تغییر می‌کند.
(۳) جهت میدان از درون سو به صفر رسیده و دوباره درون سو می‌شود.
(۴) جهت میدان از برون سو به صفر رسیده و دوباره برون سو می‌شود.

۹۸- اگر شعاع پیچه را $\frac{1}{3}$ برابر و طول آن را ۲ برابر کنیم، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از آن در مرکز آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) ۱۸ (۳) $\frac{1}{18}$ (۴) $\frac{9}{2}$

۹۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) مواد دارای دوقطبی‌های مغناطیسی ذاتی به سه دسته فرو مغناطیسی، پارامغناطیسی و دیامغناطیسی تقسیم‌بندی می‌شوند.

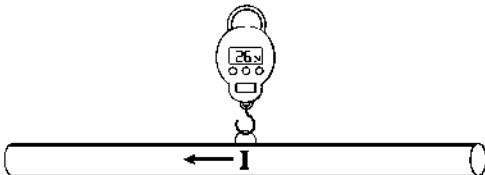
(ب) حوزه مغناطیسی، بخش‌هایی در ابعاد کوچک‌تر از میلی‌متر است که درون آن همه دوقطبی‌ها در یک جهت قرار می‌گیرند.

(ج) اورانیم، پلاتین و آلومینیم از جمله مواد پارامغناطیسی هستند.

(د) مواد دیامغناطیسی با حضور میدان مغناطیسی خارجی دارای دوقطبی‌های مغناطیسی موقت می‌شوند که هم‌جهت با میدان مغناطیسی خارجی هستند.

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۰- برای به‌دست آوردن درصد خطای اندازه‌گیری یک نیروسنج، نیروسنج را به میله‌ای رسانا به طول ۶۳ cm متصل کردیم و آن را در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی ۱/۵ T قرار می‌دهیم. قبل از برقراری جریان، نیروسنج عدد ۲۷ N را نشان می‌دهد. هنگامی که جریان ۲ A درون میله برقرار می‌شود، نیروسنج عدد ۲۶ N را نشان می‌دهد، جهت میدان و درصد خطای توازو (تقریباً) در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) برون سو - ۳۵
(۲) برون سو - ۶۴
(۳) درون سو - ۳۵
(۴) درون سو - ۶۴

محل انجام محاسبات



DriQ.com



شیمی

۱۰۱- در فرمول ساختاری پاک‌کننده غیرصابونی A، ۵ پیوند دوگانه و در غرمول شیمیایی آن ۳۳ اتم هیدروژن وجود دارد. نسبت درصد جرمی

کربن به درصد جرمی اکسیژن در این پاک‌کننده کدام است؟ ($C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

۴/۷۵ (۱) ۵/۲۵ (۲) ۵ (۳) ۵/۵ (۴)

۱۰۲- غلظت یون هیدرونیوم در محلولی از استیک اسید برابر 6×10^{-5} مول بر لیتر است. برای خنثی کردن کامل ۲/۵ لیتر از این محلول به چند

میلی‌گرم پتاس نیاز است؟ ($KOH=56 g.mol^{-1}, K_a \approx 2 \times 10^{-5}$)

۳۳۶ (۱) ۱۳۴۴ (۲) ۳۳/۶ (۳) ۱۳۴/۴ (۴)

۱۰۳- pH محلول $7/2 \times 10^{-3} M$ اسید ضعیف HA، ($K_a = 3/6 \times 10^{-4}$) به تقریب کدام است؟ ($\log 3 = 0/48$)

۳/۱۲ (۱) ۲/۴۴ (۲) ۲/۸۴ (۳) ۲/۷۲ (۴)

۱۰۴- ۲۵۰ گرم از یک صابون جامد را درون ۲۰ کیلوگرم محلول منیزیم کلرید می‌اندازیم. اگر جرم نمک خوراکی پس از جداسازی و خشک کردن

برابر با ۴۶/۸ گرم باشد، غلظت منیزیم کلرید در محلول اولیه چند ppm بوده است؟

($C=12, H=1, O=16, Na=23, Mg=24, Cl=35/5: g.mol^{-1}$)

۱۵۲۰ (۱) ۳۸۰۰ (۲) ۷۶۰۰ (۳) ۱۹۰۰ (۴)

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با اوره و اتیلن‌گلیکول درست است؟ ($C=12, H=1, O=16, N=14: g.mol^{-1}$)

• شمار اتم‌ها در هر گرم اوره بیشتر از شمار اتم‌ها در هر گرم اتیلن‌گلیکول است.

• تفاوت فرمول مولکولی اتیلن‌گلیکول و اتیلن در دو گروه عاملی هیدروکسیل است.

• گشتاور دوقطبی هر کدام از این دو ترکیب بزرگ‌تر از گشتاور دوقطبی روغن زیتون است.

• انحلال‌پذیری اوره در آب، بیشتر از انحلال‌پذیری اتیلن‌گلیکول در آب است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۶- چند میلی‌لیتر محلول هیدرویدیک اسید با $pH=3/1$ باید به ۶۰۰ میلی‌لیتر از محلول همان اسید با $pH=4/7$ اضافه شود تا pH به ۴/۴

تغییر کند؟

۲۰/۰ (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۵/۸ (۳) ۱۷/۲ (۴)

۱۰۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• اگر در محلولی غلظت یون هیدرونیوم 10^{-7} مولار باشد، می‌توان نتیجه گرفت آن محلول خنثی است.

• با توجه به مفاهیم مدل آرنیوس می‌توان توجیه کرد که نیترو اسید، برخلاف نیتریک اسید، یک اسید ضعیف است.

• هیدروکسید دومین فلز قلیایی خاکی با این‌که در آب نامحلول است، اما خاصیت بازی دارد.

• اگر در دمای یکسان، pH محلول HCl با محلول HF برابر باشد، نتیجه می‌شود که رسانایی الکتریکی دو محلول برابر بوده و محلول HF

غلظت‌تر است.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۰۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• اگر حجم یک باز قوی (یک ظرفیتی یا دو ظرفیتی) با افزودن آب مقطر، ۱۰ برابر شود، pH آن یک واحد کاهش می‌یابد.

• با توجه به قوی‌تر بودن اسید HCl در مقایسه با فورمیک اسید، pH محلولی از هیدروکلریک اسید، کوچک‌تر از فورمیک اسید است.

• در ضد اسیدهای شامل آلومینیم هیدروکسید، به طور معمول از منیزیم هیدروکسید با جوش شیرین نیز استفاده می‌شود.

• در واکنش محلول غلیظ سدیم هیدروکسید (لوله‌بازکن) و جوهرنمک (هیدروکلریک اسید) یون‌های Na^+ و Cl^- دست‌نخورده باقی می‌مانند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰۹- غلظت هیدروکلریک اسید در اسید معده فردی تقریباً 0.3 mol.L^{-1} است. اگر یک قرص ضد اسید با 420 میلی لیتر از اسید معده این فرد به طور کامل واکنش دهد، جرم تقریبی قرص چند میلی گرم بوده است؟ (قرص ضد اسید دارای 29% منیزیم هیدروکسید، 63% سدیم

هیدروژن کربنات و 8% سدیم کلرید است.) ($\text{Mg}=24, \text{H}=1, \text{O}=16, \text{C}=12, \text{Na}=23; \text{g.mol}^{-1}$)

۶۰۰ (۱) ۷۲۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۹۶۰ (۴)

۱۱۰- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش میان تیغه روی و محلول مس (II) سولفات درست است؟ ($\text{Cu}=64, \text{Zn}=65; \text{g.mol}^{-1}$)

- بی رنگ شدن محلول، به طور تقریبی زمان پایان واکنش را نشان می دهد.
- با فرض این که تمام فلز تولید شده بر سطح تیغه رسوب کند، جرم تیغه به مرور افزایش می یابد.
- فراورده های واکنش، پایدارتر از واکنش دهنده ها هستند.
- می توان این واکنش را به گونه ای انجام داد تا از الکترون های داد و ستد شده برای ایجاد جریان الکتریکی استفاده کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۱- مجموعه ای از آزمایش های شیمیایی بر روی چهار فلز X, A, D و E انجام شد و نتایج زیر به دست آمد:

- اگر فلز D به محلول حاوی یون های سایر فلزهای فوق اضافه شود، X, A و E به صورت اتم های فلزی تشکیل می شوند.
- اگر تیغه ای از جنس فلز A را در محلولی از نیترات فلز E قرار دهیم، به تدریج مخلوط واکنش، گرم تر می شود.
- A با محلول 5 مولار نیتریک اسید واکنش می دهد، در حالی که X در چنین واکنشی شرکت نمی کند.

در کدام گزینه قدرت کاهندگی چهار فلز به درستی مقایسه شده است؟

۱ (۱) $E < A < X < D$ ۲ (۲) $D < E < X < A$ ۳ (۳) $D < A < X < E$ ۴ (۴) $E < X < A < D$

۱۱۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- فلز روی در مقایسه با هر کدام از فلزهای مس و طلا، کاهنده تر است.
- در واکنش $\text{Zn}(s) + 2\text{V}^{3+}(aq) \rightarrow \text{Zn}^{2+}(aq) + 2\text{V}^{2+}(aq)$ ، یون وانادیم (III) گونه اکسند است.
- هر کدام از فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و اکسایش یابند.
- ماده ای که با گرفتن الکترون سبب کاهش گونه دیگر می شود، اکسند نام دارد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۳- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- هم طرز کار سلول سوختی و هم تهیه سوخت آن ها جزو قلمروهای الکتروشیمی محسوب می شوند.
- یکی از ویژگی های مهم باتری این است که تمام انرژی شیمیایی مواد موجود در آن، قابل تبدیل به انرژی الکتریکی است.
- با یک تیغه مسی و تیغه ای دیگر مانند روی و با مخلوطی شامل آب و یک ماده قطبی مانند اتانول می توان نوعی باتری ساخت.
- در الکتروشیمی می توان به کمک انرژی شیمیایی، مواد جدید تولید کرد و هم زمان اصول شیمی سبز را نیز پیاده کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در گذشته برای عکاسی از سوختن منیزیم به عنوان منبع نور استفاده می شد.
- اگر یک فلز با محلول یک اسید واکنش دهد، گاز تولید شده هیدروژن است.
- در هر کدام از واکنش های اکسایش - کاهش، افزون بر دادوستد الکترون، انرژی نیز آزاد می شود.
- فلز سدیم همانند فلز منیزیم در اکسیژن می سوزد و نور و گرما تولید می کند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- فراورده نیم واکنش کاهش مربوط به واکنش فلز روی با گاز اکسیژن، یون $\text{O}^{2-}(g)$ است.
- در نیم واکنش ها برخلاف واکنش ها، الکترون (e^-) یکی از اجزای فرایند است که در معادله نشان داده می شود.
- در هر واکنش شیمیایی هنگامی که بار الکتریکی یک گونه (اتم، مولکول یا یون) مثبت تر می شود، آن گونه اکسایش یافته است.
- در هر واکنش اکسایش - کاهش، فرایندهای اکسایش و کاهش به طور هم زمان روی می دهند.

۲ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

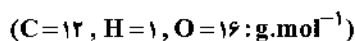
محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سوالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- نمونه‌ای از گلوکز به جرم ۳۳ گرم اکسایش می‌یابد. اگر افزایش جرم مواد در این واکنش برابر ۸/۶۴ گرم باشد، m کدام است؟



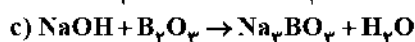
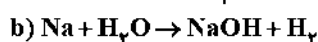
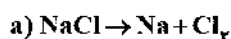
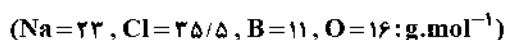
۹/۹ (۴)

۷/۳ (۳)

۹/۲ (۲)

۸/۱ (۱)

۱۱۷- با توجه به واکنش‌های متوالی زیر می‌توان از سدیم کلرید، ترکیب بونی Na_3BO_3 را به دست آورد. به ازای مصرف ۳۵/۱ گرم سدیم کلرید، حداکثر چند گرم Na_3BO_3 به دست می‌آید؟ (واکنش‌ها موازنه نیستند.)



۲۵/۶ (۴)

۲۰/۵ (۳)

۳۲ (۲)

۴۰ (۱)

۱۱۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

- اگر در شرایطی حجم مولی یک گاز برابر ۲۲/۴ لیتر باشد، لزوماً آن شرایط، استاندارد (STP) نیست.
- اگر در دما و حجم ثابت، فشار گاز A، دو برابر فشار گاز X باشد، به این معنا است که شمار اتم‌های گاز A دو برابر گاز X است.
- هر مولکول از چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر، شامل ۶ اتم اکسیژن است.
- واکنش میان گازهای N_2 و H_2 که منجر به تولید آمونیاک می‌شود در دما و فشار اتاق، سرعت کمی دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۹- اگر دو دسی‌لیتر محلول ۲M سدیم سولفات به چهار دسی‌لیتر محلول ۳M سدیم فسفات اضافه شود، غلظت نهایی یون سدیم چند مولار خواهد بود؟

۴/۴۴ (۴)

۵/۵۵ (۳)

۶/۶۶ (۲)

۷/۷۷ (۱)

۱۲۰- برای تهیهٔ چهار دسی‌لیتر محلول ۳۰ درصد جرمی کلسیم برمید با چگالی $1.25 g.mL^{-1}$ ، چند میلی‌لیتر از محلول ۸ مولار آن را باید با مقدار کافی آب مخلوط کرد؟ ($Ca=40, Br=80: g.mol^{-1}$)

۱۲۷/۷۵ (۴)

۸۲/۲۵ (۳)

۱۱۷/۲۵ (۲)

۹۳/۷۵ (۱)

۱۲۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- ممکن است در یک محلول، جرم حلال کم‌تر از جرم حل‌شونده باشد.
- در شیمی، غلظت مولی (مولار) پرکاربردتر از درصد جرمی است.
- غلظت بسیاری از محلول‌ها در صنعت، پزشکی، داروسازی، کشاورزی و زندگی روزانه با درصد جرمی بیان می‌شود.
- محلولی با غلظت ۲۰۰۰ppm معادل ۰/۰۲ درصد جرمی است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۲- چند گرم آب خالص را باید به ۴۹۰ گرم محلول ۲ درصد جرمی کلسیم کربنات اضافه کنیم تا غلظت یون کلسیم به ۲۰۰۰ppm برسد؟



۲۲۰۵ (۴)

۱۹۶۰ (۳)

۱۴۷۰ (۲)

۲۴۵۰ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲۳- دو دسی لیتر محلول ۱۵/۶ درصد جرمی باریم کلرید با چگالی $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ با چند کیلوگرم محلول ۴۲۶ ppm سدیم سولفات به طور کامل

واکنش می دهد؟ ($\text{Ba} = 137, \text{Cl} = 35.5, \text{Na} = 23, \text{S} = 32, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

۶۰ (۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۲۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- برای حذف و جداسازی یونهای کلسیم موجود در یک محلول می توان از یونهای فسفات استفاده کرد.
- در هر کدام از یونهای چنداتی، حداقل یک پیوند کووالانسی وجود دارد، اما شماری از این یونها فقط از یک عنصر تشکیل شده اند.
- گلوکومتر، میلی گرم گلوکز را در هر لیتر از خون نشان می دهد.
- برای تهیه منیزیم از آب دریا، یونهای Mg^{2+} را به یک ماده جامد و نامحلول (رسوب) تبدیل کرده و سپس جریان برق را از رسوب تولیدشده عبور می دهند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نسبت شمار کاتیونها به شمار آنیونها در آلومینیم فسفات بزرگتر از همین نسبت در اسکاندیم سولفات است.
- (۲) مجموع شمار اتمها در یک مول آمونیوم نیترات، بیشتر از مجموع شمار اتمها در یک مول منیزیم سولفات است.
- (۳) نسبت شمار اتمها به شمار عنصرها در آمونیوم سولفید دو برابر همین نسبت در سدیم هیدروژن کربنات است.
- (۴) در هر واحد فرمولی از سدیم نیترات، یک پیوند یونی و سه پیوند کووالانسی (شامل دو پیوند یگانه و یک پیوند دوگانه) وجود دارد.

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سوالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- ۱۲ مول گاز آمونیاک را وارد ظرفی سر بسته به حجم ۵ لیتر می کنیم تا در شرایط مناسب به گازهای هیدروژن و نیتروژن تجزیه شود. اگر در دمای ثابت، پس از گذشت ۴۵ دقیقه از آغاز واکنش، فشار گازهای درون ظرف، ۱۰٪ بیشتر از آغاز واکنش باشد، سرعت متوسط تولید گاز هیدروژن چند مول بر لیتر بر ساعت است؟

۰/۴۸ (۱) ۰/۳۶ (۲) ۰/۲۲ (۳) ۰/۹۶ (۴)

۱۲۷- یک تیغه آلومینیومی به جرم ۱۲۰ گرم را وارد ظرفی شامل محلول مولار مس (II) سولفات می کنیم. اگر پس از ۹۰ دقیقه، جرم تیغه ۲۵٪ افزایش پیدا کند، سرعت متوسط تولید فلز مس چند مول بر ساعت بوده است؟ (۷۵ درصد از مس تولیدشده بر سطح تیغه آلومینیومی

رسوب می کند.) ($\text{Al} = 27, \text{Cu} = 64: \text{g.mol}^{-1}$)

۰/۸۰ (۱) ۰/۶۷ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۰/۵۰ (۴)

۱۲۸- داده های جدول زیر، مربوط به دو ماده از اجزای واکنش سوختن کربن دی سولفید است. اگر سرعت متوسط واکنش در ۵ ثانیه دوم واکنش،

12 mol.min^{-1} و در ثانیه ۱۰م واکنش مجموع شمار مولهای فرآورده ها، برابر با شمار مولهای O_2 باشد، کدام است؟

t(s)	۰	۵	۱۰	۱۵
مول				
A	۱۵	m	n	۵/۱
B	۰	a	b	۶/۶

۱/۲۴ (۱)

۰/۷۲ (۲)

۱/۱۲ (۳)

۰/۸۴ (۴)

۱۲۹- در یک سامانه بسته، ۱۲۰۰ گرم سیلیسی به همراه آهن (II) سولفید و گاز اکسیژن (به نسبت های

استوکیومتری) قرار داده شده تا واکنش زیر انجام شود. اگر پس از گذشت ۵ دقیقه، ۸۴ لیتر از حجم گازهای درون سامانه کاسته شود، سرعت متوسط واکنش چند mol.h^{-1} بوده و با فرض سرعت ثابت، چند دقیقه دیگر لازم است تا واکنش کامل شود؟ (حجم مولی گازها در

شرایط آزمایش 28 L.mol^{-1} و $16: \text{g.mol}^{-1}$ و 28) ($\text{Si} = 28, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

$\text{FeS}(s) + \text{SiO}_2(s) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{SO}_2(g) + \text{FeSiO}_3(s)$

۱۲ - ۲۴ (۴)

۲ - ۲۴ (۳)

۱۲ - ۳۶ (۲)

۲ - ۳۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۲۰- اگر پس از گذشت ۱۳۵ ثانیه از واکنش سوختن کامل اتان، $13/2$ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شود، سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در

این مدت چند مول بر دقیقه است؟ ($C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

- ۰/۲۹۱ (۱) ۰/۲۳۳ (۲) ۰/۴۳۷ (۳) ۰/۳۵۰ (۴)

۱۳۱- برای افزایش سرعت واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، چه تعداد از روش‌های زیر کارایی دارد؟

- افزایش دما
- افزایش فشار
- افزودن مقداری آب مقطر به واکنش‌دهنده
- استفاده از چند قطره محلول I_2

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۲- اگر سرعت متوسط واکنش زیر $0.004 mol.L^{-1}.s^{-1}$ باشد، پس از گذشت ۲ دقیقه از آغاز واکنش، شمار مول‌های درون ظرف کدام است؟ (واکنش در یک ظرف دربسته ۵ لیتری و با $6/4$ مول واکنش‌دهنده آغاز شده است.)

(اکسیژن + نیتروژن دی‌اکسید \rightarrow دی‌نیتروژن پنتوکسید)

- ۱۳/۶ (۱) ۱۲/۸ (۲) ۱۲/۰ (۳) ۱۴/۴ (۴)

۱۳۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با بنزوئیک اسید، درست است؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)

- تفاوت جرم مولی آن با جرم مولی آشتاترین عنصر خانواده کربوکسیلیک اسیدها برابر 63 گرم است.
- اضافه کردن آن به مواد غذایی سبب افزایش زمان ماندگاری و کیفیت مواد غذایی می‌شود.
- نوعی طعم‌دهنده است که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد.

• یک کربوکسیلیک اسید آروماتیک بوده و نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن برابر $4/5$ است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۴- کدام مطالب زیر درست هستند؟

- (آ) اگر گونه شیمیایی A محتوی اتم یا اتم‌هایی باشد که از قاعده هشت تایی پیروی نمی‌کنند، گونه A را رادیکال می‌نامند.
(ب) سهم تولید گاز CO_2 در رد پای غذا به تقریب برابر با سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.
(پ) قند موجود در جوانه گندم، مالتوز نام دارد و مقایسه میان شمار اتم‌های مولکول آن به صورت $H > C > O$ است.
ت) کلسترول یک الکل سیرنشده با یک گروه عاملی هیدروکسیل و یک پیوند دوگانه کربن - کربن است.

- ۱) «آ»، «ب» ۲) «آ»، «ت» ۳) «پ»، «ت» ۴) «ب»، «پ»

۱۳۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با لیکوپن درست است؟

- نقش آن در بدن، مشابه نقش خاک باغچه در سوختن قند است.
- یک ترکیب قرمز رنگ بوده و در هندوانه و گوجه‌فرنگی یافت می‌شود.
- نوعی هیدروکربن شاخه‌دار بوده و تمام شاخه‌های آن متیل هستند.
- نوعی هیدروکربن سیرنشده بوده و در ساختار آن سه نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)



آزمون شماره ۱۱

جمعه ۱۴۰۲/۰۹/۰۳



گزینه درسدرا انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

پاسخنامه تشریحی

دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۵ دقیقه	۱	۱۰	۱۰	حسابان ۲	۱
	۱۱	۲۰	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۲۱	۳۰	۱۰	هندسه ۳	
	۳۱	۳۵	۵	ریاضی ۱	
	۳۶	۴۰	۵	حسابان ۱	
	۴۱	۴۵	۵	هندسه ۱	
	۴۶	۵۵	۱۰	آمار و احتمال	
۴۵ دقیقه	۵۶	۸۰	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۸۱	۹۰	۱۰	فیزیک ۱	
	۹۱	۱۰۰	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۰۱	۱۱۵	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۱۶	۱۲۵	۱۰	شیمی ۱	
	۱۲۶	۱۳۵	۱۰	شیمی ۲	

آزمون‌های سراسر گاج

ویزاستاران علمی	طراحان	دروس
محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته ندا فرهختی - مینا نظری	سیروس نصیری - محمدرضا سیاح حسین نادری - مجید فرهمندپور مفید ابراهیم‌پور - سید محمدرضا حسینی فرد علی ایمانی	ریاضیات
مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی	مستول درس مرواریدشاه‌حسینی ارسلان رحمانی - امین بزرگر امیرحسین رستگار - شهاب نصیری پویا هدایتی - ابراهیم مقتصدی	فیزیک
ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی	پویا الفتی	شیمی



شوشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نمش بازارچه کتاب

تلفن: ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی: www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
 برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری
 بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی
 ویزاستاران فنی: ساناز اتلاچی - مروارید شاه‌حسینی - مریم یارسانیان - سپیده‌سادات شریفی - مریم علیپور
 سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
 صفحه‌آرا: فرهاد عبیدی
 طراح شکل: آرزو گلفر
 حروف‌نگاران: مینا عباسی - حدیث فیض‌الهی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - فاطمه میرزایی - سحر فاضلی



ریاضیات

۳ تابع $f(-x+2)$ اکیداً صعودی خواهد بود و از نقطه $(3, 0)$ می‌گذرد.

تابع $f(x+2)$ اکیداً نزولی خواهد بود و از نقطه $(-3, 0)$ می‌گذرد.

برای تعیین دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x(x^3-1)f(-x+2)}{f(x+2)}}$ جدول تعیین علامت را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم:

	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$
x	-	-	0	+	+	+
$x^3 - 1$	-	-	-	-	+	+
$f(-x+2)$	-	-	-	-	-	+
$f(x+2)$	+	+	-	-	-	-
عبارت زیر رادیکال	-	+	+	-	+	-

بنابراین دامنه تابع $g(x)$ به صورت زیر خواهد بود:

$$D_g = (-3, 0] \cup [1, 3]$$

و در این بازه اعداد صحیح $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ یعنی ۶ عدد صحیح قرار دارند.

۴ تابع دو ضابطه‌ای که دارای پرش در نقطه مرزی است برای آن‌که اکیداً صعودی باشد، باید ۳ شرط زیر برقرار باشد:

(۱) قبل پرش اکیداً صعودی باشد. برای این‌کار باید تابع

$$y = (2a-4)x^3 - 2$$

در بازه $x \leq 1$ اکیداً صعودی باشد:

$$2a - 4 > 0 \Rightarrow a > 2$$

یعنی باید داشته باشیم:

(۲) بعد پرش اکیداً صعودی باشد:

یعنی سهمی $y = ax^2 - 2x + 3$ در بازه $x > 1$ اکیداً صعودی باشد. برای

این‌کار دو شرط لازم است:

(الف) $a > 0$ باشد تا شاخه سهمی در $x > 1$ اکیداً صعودی باشد.

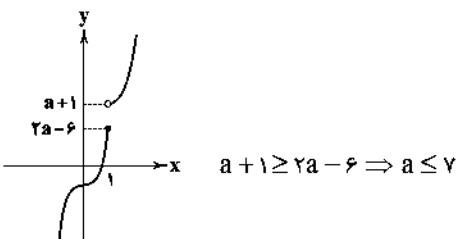
(ب) طول رأس یعنی $\frac{1}{a}$ (همان $X = -\frac{b}{2a}$) از عدد یک بزرگتر نباشد یعنی:

$$\frac{1}{a} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{a} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{1-a}{a} \leq 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a \geq 1$$

اشتراک شرطهای (الف) و (ب) به صورت $a \geq 1$ خواهد بود.

(۳) پرش اکیداً صعودی باشد.

به شکل تقریبی زیر دقت کنید. برای آن‌که در نقطه پرش تابع رفتار نزولی نداشته باشد باید داشته باشیم:



از اشتراک شرطهای (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow 2 < a \leq 7$$

بزرگترین عدد صحیح برای a عدد ۷ و کوچکترین عدد ۳ می‌باشد و اختلاف این دو عدد برابر $7 - 3 = 4$ خواهد بود.

۱ تابع $y = -2f(3x-1) - 1$ در بازه $[-1, 2]$ ثابت است

یعنی هم صعودی و هم نزولی است بازه متناظر آن را در

$$\text{تابع } y = \frac{f(3-2x)-1}{5} \text{ به دست می‌آوریم.}$$

ابتدا بازه متناظر را در تابع $f(x)$ به صورت زیر می‌یابیم:

$$[3(-1)-1, 3(2)-1] = [-4, 5]$$

حال این بازه را به بازه متناظر در تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ تبدیل می‌کنیم

به صورت زیر:

$$\left[\frac{5-3}{-2}, \frac{-4-3}{-2}\right] = \left[-1, \frac{7}{2}\right]$$

یعنی تابع $y = \frac{f(3-2x)-1}{5}$ در بازه $\left[-1, \frac{7}{2}\right]$ هم صعودی است و هم نزولی.

۲ برای آن‌که ورودی $2x-1$ به ورودی $3x-2$ و

ورودی $-x+2$ به ورودی $\frac{-3x+5}{2}$ تبدیل شوند داریم:

$$\begin{cases} 2x-1 = 3t-2 \Rightarrow x = \frac{3t-1}{2} \\ -x+2 = \frac{-3t+5}{2} \Rightarrow -x = \frac{-3t+1}{2} \Rightarrow x = \frac{3t-1}{2} \end{cases}$$

یعنی برای آن‌که معادله $2f(2x-1) = 3g(-x+2)$ به

معادله $f(3x-2) = \frac{3}{2}g\left(\frac{-3x+5}{2}\right)$ تبدیل شود باید از

تبدیل $x \rightarrow \frac{3x-1}{2}$ استفاده کنیم. یعنی هر یک از ریشه‌های معادله داده

شده به ترتیب در ۲ ضرب می‌شوند، سپس به علاوه یک می‌شوند و در آخر بر ۳ تقسیم می‌شوند تا تبدیل به ریشه معادله جدید شوند.

اگر X_1, X_2, \dots, X_5 ریشه‌های معادله داده شده باشند داریم:

$$X_1 + X_2 + \dots + X_5 = 10$$

اگر X'_1, X'_2, \dots, X'_5 ریشه‌های معادله جدید باشند داریم:

$$\begin{cases} X'_1 = \frac{2X_1+1}{3} \\ X'_2 = \frac{2X_2+1}{3} \\ \vdots \\ X'_5 = \frac{2X_5+1}{3} \end{cases}$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

$$X'_1 + X'_2 + \dots + X'_5 = \frac{2X_1+1}{3} + \frac{2X_2+1}{3} + \dots + \frac{2X_5+1}{3}$$

$$= \frac{2}{3}(X_1 + X_2 + \dots + X_5) + 5\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}(10) + \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$$

از آنجا که دوره تناوب تابع $y = a \sin bx$ برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ می‌باشد، دوره تناوب تابع $f(x)$ برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

برای تابع $g(x)$ داریم:

$$g(x) = \frac{2}{\sin 2kx} = \frac{2}{2} \sin 2kx \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|2k|} = \frac{\pi}{|k|}$$

با مساوی قرار دادن دوره تناوب دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ داریم:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|k|} \Rightarrow |k| = 2 \Rightarrow k = \pm 2 \Rightarrow k_1 k_2 = -4$$

۸. تابع $y = \tan x$ در بازه‌هایی یکنواست که در آن بازه مجانب قائم نداشته باشیم. یعنی برای یکنوایی تابع $\tan x$ ، بازه X باید بین دو نقطه تعریف نشده متوالی، محدود شود. از طرفی مجانب‌های قائم یا نقاط تعریف نشده در تابع $\tan x$ به صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ خواهد بود. بنابراین برای یافتن مجانب‌های قائم یا نقاط تعریف نشده تابع $f(x)$ داریم:

$$3x - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9}$$

$$\frac{k\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} = -\frac{7\pi}{9} \Rightarrow \frac{k\pi}{3} = -\pi \Rightarrow k = -3$$

بنابراین نقطه تعریف شده بعد از $\frac{-7\pi}{9}$ به ازای $k = -2$ به دست می‌آید و داریم:

$$2m\pi = \frac{-2\pi}{3} + \frac{2\pi}{9} \Rightarrow 2m\pi = \frac{-4\pi}{9} \Rightarrow m = -\frac{2}{9}$$

یعنی بیشترین مقدار برای m که تابع در بازه موردنظر اکیداً نزولی باشد عدد $-\frac{2}{9}$ خواهد بود.

۹. از رابطه $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - \frac{\pi}{4})$ را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{a[(\sqrt{2} \sin(bx - \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}))]}{\sqrt{2}} + c$$

$$= a \sin(bx - \frac{\pi}{2}) + c = -a \cos(bx) + c$$

از روی نمودار سؤال داریم:

$$T + \frac{T}{4} = \frac{5\pi}{12} \Rightarrow \frac{5T}{4} = \frac{5\pi}{12} \Rightarrow T = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |b| = 6 \Rightarrow b = \pm 6$$

بیشترین و کم‌ترین مقدار تابع ۴ و -۴ هستند و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} |-a| + c = 4 \\ -|-a| + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ |a| = 4 \Rightarrow a = \pm 4 \end{cases}$$

۵. ابتدا باقی‌مانده تقسیم $x^{12} + 3x^2 + 1$ بر $x^2 + 1$ را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$$

$$\Rightarrow (x^2)^6 + 3 = (-1)^6 + 3 = 1 + 3 = 4$$

رابطه تقسیم را به صورت زیر می‌نویسیم و $Q(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$x^{12} + 3 = (x^2 + 1)Q(x) + 4 \Rightarrow x^{12} - 1 = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x^2)^6 - 1 = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x^2 + 1)(x^{10} - x^8 + x^6 - x^4 + x^2 - 1) = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow Q(x) = x^{10} - x^8 + x^6 - x^4 + x^2 - 1$$

برای یافتن باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x^2 + 1$ داریم:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$$

$$\Rightarrow R = (-1)^{10} - (-1)^8 + (-1)^6 - (-1)^4 + (-1)^2 - 1$$

$$= 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 = -6$$

با عددگذاری در رابطه $(x-2)f(x+2) = (x+2)f(x+1)$ داریم:

$$x = -2 \Rightarrow -4f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0$$

$$x = -1 \Rightarrow -3f(1) = f(0) = 0 \Rightarrow f(1) = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow -2f(2) = 2f(1) = 0 \Rightarrow f(2) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow -f(3) = 3f(2) = 0 \Rightarrow f(3) = 0$$

در نتیجه $f(x)$ بر $x-2$ ، $x-1$ ، x ، $x-3$ بخش‌پذیر است و داریم:

$$f(x) = kx(x-1)(x-2)(x-3)$$

از طرفی داریم $f(6) = 720$ و می‌توان نوشت:

$$720 = k \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \Rightarrow k = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$\Rightarrow f(x) = 2[x(x-3)][(x-1)(x-2)]$$

$$= 2(x^2 - 3x)(x^2 - 3x + 2)$$

برای یافتن باقی‌مانده $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 3$ داریم:

$$x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x = -3$$

$$\Rightarrow R = 2(-3)(-1) = 6$$

از روابط $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$ و $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$

استفاده کرده ابتدا ضابطه دو تابع را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{-\tan x(1 - \tan^2 x)}{(\tan^2 x + 1)^2} = -\frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

$$= -\frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x = -\frac{1}{4} \sin 4x$$

۲ ۱۳

$$\frac{3}{x} - \frac{120}{xy} = 2 \xrightarrow{\times xy} 3y - 120 = 2xy \Rightarrow y(3 - 2x) = 120$$

$$\Rightarrow y = \frac{120}{3 - 2x}$$

بنابراین $(3 - 2x)$ باید مقسوم‌علیه عدد ۱۲۰ باشد

$$x > 0 \Rightarrow -2x < 0 \Rightarrow 3 - 2x < 3$$

$$3 - 2x = 2 \Rightarrow 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ غرق}$$

$$3 - 2x = 1 \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1, y = 120$$

بنابراین مسئله فقط یک جواب دارد.

۳ ۱۴

$$\left. \begin{aligned} 17|3a+1 &\Rightarrow 17|18a+6 \\ 17|17 &\Rightarrow 17|-17a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 17|a+6 \Rightarrow a+6=17k \Rightarrow a=17k-6$$

$$10 \leq a < 100 \Rightarrow 10 \leq 17k - 6 < 100 \Rightarrow 16 \leq 17k < 106$$

$$\Rightarrow \frac{16}{17} \leq k < \frac{106}{17} \Rightarrow k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

مسئله ۶ جواب دارد.

۱۵ ۳ اگر $[a, b] - c, (a, b) - d$ فرض نمود
داریم: $(d, c \in \mathbb{N})$

$$\sqrt{12+\sqrt{c}} + \sqrt{12-\sqrt{c}} = d \xrightarrow{\text{توان } 2} 24 + 2\sqrt{144-c} = d^2$$

$$c > 0 \Rightarrow 144 - c < 144 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{144-c} < 12$$

$$\Rightarrow 24 \leq 24 + 2\sqrt{144-c} < 48 \Rightarrow 24 \leq d^2 < 48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d^2 = 25 \Rightarrow d = 5 \\ d^2 = 36 \Rightarrow d = 6 \end{cases}$$

چون ۲۴ و $2\sqrt{144-c}$ هر دو زوج هستند پس $24 + 2\sqrt{144-c}$ هم زوج است بنابراین $d = 6$ خواهد بود.

$$24 + 2\sqrt{144-c} = 36 \Rightarrow 2\sqrt{144-c} = 12 \Rightarrow \sqrt{144-c} = 6$$

$$\Rightarrow 144 - c = 36 \Rightarrow c = 108$$

$$\begin{cases} a = a'd \\ b = b'd \end{cases} \Rightarrow (a', b') = 1$$

$$\Rightarrow [a, b] = 108 \Rightarrow [a'd, b'd] = 108 \xrightarrow{d=6} 6[a', b'] = 108$$

$$\xrightarrow{[a', b'] = a'b'} 6a'b' = 108 \Rightarrow a'b' = 18$$

چون $(a', b') = 1$ و a' و b' بر هم بخش‌پذیر نیستند، پس $a' = 2$ و $b' = 9$

$$a + b = a'd + b'd = d(a' + b') = 6 \times 11 = 66$$

از آن‌جا که شروع تابع کسینوس در $X = 0$ به صورت نزولی است بنابراین ضریب کسینوس باید مثبت باشد یعنی داریم:

$$-a > 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -4$$

بنابراین برای مقدار $a + b + c$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a + b + c = -4 + 6 + 0 = 2 \\ a + b + c = -4 - 6 + 0 = -10 \end{cases}$$

۱۰ ابتدا ضابطه تابع $g(x)$ در بازه $[-2, 1]$ را با استفاده از

مشخصات سهمی می‌نویسیم:

$$\text{رأس } (-1, -2) \Rightarrow y = a(x+1)^2 - 2$$

این سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد بنابراین داریم:

$$0 = a(0+1)^2 - 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x+1)^2 - 2$$

از طرفی توابع f و g متناوب با دوره تناوب ۳ هستند بنابراین برای هر دو تابع به ازای هر مقدار صحیح k داریم:

$$\begin{cases} f(x+3k) = f(x) \\ g(x+3k) = g(x) \end{cases}$$

یعنی در این دو تابع می‌توان هر ضرب صحیحی از ۳ را به ورودی اضافه یا کم کرد تا ورودی هر یک از دو تابع در بازه $[-2, 1]$ قرار بگیرند. بنابراین داریم:

$$f(-21/5) = f(-21/5 + 21) = f(-0/5)$$

$$= (-0/5)[(-0/5) + | -0/5 |] = (-0/5)(-1) + 0/5 = 0/5 + 0/5 = 1$$

$$g(21/5) = g(21/5 - 21) = g(-0/5)$$

$$= 2(0/5 + 1)^2 - 2 = 2(2/5) - 2 = 4/5 - 2 = 2/5$$

$$f(-21/5) + g(21/5) = 1 + 2/5 = 3/5$$
 و در نتیجه خواهیم داشت:

۱۱

$$A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

اگر عدد A زوج باشد، جذر آن هم زوج است پس $\frac{n(n+1)}{2}$ هم زوج است وچون n و $(n+1)$ دو عدد متوالی هستند حتماً یکی زوج و دیگری فرد است.

$$\frac{n(n+1)}{2} = 2k \Rightarrow n(n+1) = 4k \Rightarrow \begin{cases} n = 4k \\ n = 4k - 1 \end{cases}$$

$$n = 4k \Rightarrow n \in \{12, 16, 20, \dots, 96\} \Rightarrow \text{حالت ۲۲}$$

$$n = 4k - 1 \Rightarrow n \in \{11, 15, 19, \dots, 99\} \Rightarrow \text{حالت ۲۳}$$

پس $n(A) = 45$ است و چون n عدد دورقمی است $n(S) = 90$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$$

۱۲

$$4x^3 - 24x^2 + 48x + 13 = 4x^3 - 24x^2 + 48x - 32 + 45$$

$$= 4(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) + 45 = 4(x-2)^3 + 45$$

چنانچه عدد x به صورت $(\sqrt[3]{b} + 2)$ انتخاب شود، حاصل یک عدد گویا خواهد شد.

$$\begin{cases} 17k+3 < 100 \\ 17k+1 < 100 \end{cases} \Rightarrow k \leq 5 \Rightarrow k_{\max} = 5$$

$$k_{\max} = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = 88 \\ x = 86 \end{cases}$$

بنابراین بزرگترین مقدار x برابر ۸۸ است که مجموع ارقام آن ۱۶ است.

۲ ۲۱

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+2y & x+2z \\ -6+y & -3x+z \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} -6+y=0 \Rightarrow y=6 \\ 2+2y=-3x+z \xrightarrow{y=6} 14=-3x+z \\ x+2z=0 \Rightarrow x=-2z \end{cases}$$

$$14 = -3(-2z) + z \Rightarrow z = 2 \Rightarrow x = -4$$

$$x+y+z = -4+6+2 = 4$$

۲ ۲۲ برای محاسبه ماتریس A^n ، ابتدا ماتریس A^2 یا در صورت

نیاز A^3 را می‌یابیم سپس ماتریس A^n را حدس می‌زنیم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

⋮

$$A^n = \begin{bmatrix} n+1 & n \\ -n & -n+1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 2$$

۱ ۲۳

$$\begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+2 & 2x+2 & x+1 \\ x+2 & 2x+2 & x+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 4 = 0 \Rightarrow \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{(\alpha\beta)^2} = \frac{S^2 - 2P}{P^2}$$

$$\frac{S = \frac{-b}{a} = -6}{P = \frac{c}{a} = 4} \Rightarrow \frac{(-6)^2 - 2(4)}{16} = \frac{28}{16} = \frac{7}{4}$$

۳ ۲۴

$$AX = 3A - 4I \Rightarrow A^{-1}AX = A^{-1}(3A - 4I)$$

$$\Rightarrow X = 3I - 4A^{-1}, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 4 \times \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$X^2 = \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 10 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 65 & 0 \\ 0 & 49 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه‌های قطر اصلی} = 65 + 49 = 114$$

۳ ۱۶

$$a | \Delta b^2 - 10b + 1 \Rightarrow a | \Delta b \left(\frac{b-2}{k} \right) + 1 \Rightarrow a | \Delta kb + 1$$

می‌دانیم هر دو عدد متوالی نسبت به هم اول هستند، پس:

$$\begin{cases} (\Delta kb + 1, \Delta kb) = 1 \\ \Delta b | \Delta kb \Rightarrow (a, \Delta b) = 1 \Rightarrow [a, \Delta b] = \Delta | ab \\ a | \Delta kb + 1 \end{cases}$$

۲ ۱۷ چون p یک عدد اول است، اگر $p \neq 17$ ، طبق قضیه فرما داریم

$$17^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \quad (1)$$

$$p | 17^{p-1} + 29 \Rightarrow 17^{p-1} + 29 \equiv 0 \pmod{p} \Rightarrow 17^{p-1} \equiv -29 \pmod{p} \quad (2)$$

از رابطه (۱) و (۲) داریم:

$$1 \equiv -29 \pmod{p} \Rightarrow 30 \equiv 0 \pmod{p} \Rightarrow p = 2 \text{ یا } p = 3 \text{ یا } p = 5$$

۱۷ اگر $p = 17$ باشد، داریم:

$$17 \nmid 17^{16} + 29$$

بنابراین برای p سه مقدار وجود دارد.

۱ ۱۸ می‌دانیم $(a+b)^n \equiv a^n + b^n \pmod{ab}$ ، با فرض $a=7$ و $b=8$ و

و $n = 52!$ داریم:

$$7^{52!} + 8^{52!} \equiv 15^{52!} \pmod{56}$$

$$15^2 \equiv 1 \pmod{56} \Rightarrow (15^2)^{\frac{52!}{2}} \equiv 1 \pmod{56} \Rightarrow 15^{52!} \equiv 1 \pmod{56}$$

۲ ۱۹

$$279 \equiv m \pmod{135} \Rightarrow m | 279 - 135 \Rightarrow m | 144$$

بنابراین m یک مقسوم‌علیه طبیعی بزرگ‌تر از ۱ عدد ۱۴۴ است.

$$144 = 2^4 \times 3^2$$

$$144 \text{ تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی } = 5 \times 3 = 15$$

پس در $(14-1=15)$ پیمانه همنهشت هستند.

۴ ۲۰

$$3x^2 + 5x + 15 \equiv 6 \pmod{17} \Rightarrow 3x^2 + 5x + 9 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow 3x^2 + 5x - 8 \equiv 0 \pmod{17}$$

$$\Rightarrow (3x+8)(x-1) \equiv 0 \pmod{17}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+8 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow 3x \equiv -8 \pmod{17} \Rightarrow 3x \equiv 9 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{17} \\ x-1 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow x = 17k+1 \end{cases}$$

$$A^r = \left(\frac{r}{3}A - \frac{1}{3}I\right)^r = \frac{r}{9}A^r - \frac{r}{9}A + \frac{1}{9}I$$

$$= \frac{r}{9}\left(\frac{r}{3}A - \frac{1}{3}I\right) - \frac{r}{9}A + \frac{1}{9}I = \frac{r^2}{27}A - \frac{r}{27}I - \frac{r}{9}A + \frac{1}{9}I$$

$$= \frac{-r}{27}A - \frac{1}{27}I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{-r}{27} \\ \beta = \frac{-1}{27} \end{cases} \Rightarrow \beta - \alpha = \frac{1}{9}$$

۲۰ برای این که دستگاه بی شمار جواب داشته باشد باید:

$$\frac{r}{3m+1} = \frac{m}{1} = \frac{m-r}{3m-4}$$

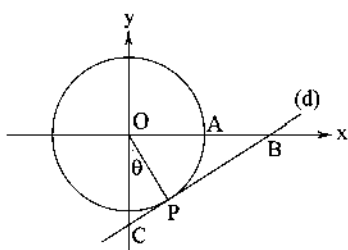
$$\Rightarrow \begin{cases} 3m^2 + m - r = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{r}{3} \end{cases} \quad (1) \\ 3m^2 - 4m + r = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{r}{3} \end{cases} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow m = \frac{r}{3} \Rightarrow \frac{m^2}{r} = \frac{\frac{r}{3}}{r} = \frac{1}{3}$$

۲۱ اگر $15^\circ < \alpha < 30^\circ$ باشد آنگاه:

$$\xrightarrow{\alpha = 2^\circ \text{ فرض می کنیم}} \begin{cases} x = \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y = \cos 6^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow y < x < z \\ z = \tan 6^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

ضمناً در نیمه دوم ربع اول همواره $\tan \alpha > \sin \alpha > \cos \alpha$ خواهد بود.



$$\alpha = 27^\circ + \theta \Rightarrow \theta = \alpha - 27^\circ$$

$$\Delta OCP: \tan \theta = \frac{CP}{OP} \Rightarrow CP = \tan \theta$$

$$CP = \tan(\alpha - 27^\circ) \Rightarrow CP = -\cot \alpha$$

$$(C\hat{D}O = B\hat{O}A = \alpha) \Rightarrow OC = \sin \alpha, DC = \cos \alpha, AB = \tan \alpha$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث } OAB}{\text{مساحت مثلث } OCD} = \frac{\frac{1}{2} \times BO \times BA}{\frac{1}{2} \times OC \times CD} = \frac{1 \times \tan \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

۲۵ چون دو صفر در سطر دوم داریم، بهتر است نسبت به سطر دوم بسط دهیم:

$$f(\alpha) = 1 \times (-1)^{+2r} \begin{vmatrix} \cos^r \alpha - 1 & \tan \alpha \\ \cot \alpha & -2 \end{vmatrix} = (-1) \times (-2 \cos^r \alpha + 2 - 1)$$

$$= 2 \cos^r \alpha - 1 = \cos 2\alpha$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲۶ نکته:

$$|(A^{-1})^r| = |A^{-1}|^r = \frac{1}{|A|^r}$$

از طرفین دترمینان می‌گیریم. برای محاسبه دترمینان نسبت به سطر اول بسط می‌دهیم:

$$|A| = |A|(|A| - 2) + 1(2) \Rightarrow |A|^r - 2|A|^r + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}|2(A^{-1})^r| = \frac{1}{3} \times 2^r \times \frac{1}{|A|^r} = \frac{2^r}{3} \\ |A| = 2 \Rightarrow \frac{1}{3}|2(A^{-1})^r| = \frac{2^r}{3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{مجموع مقادیر ممکن} = 4 + \frac{1}{3} = 4\frac{1}{3}$$

$$|A| = (\log 2)^r - (\log 5)^r = (\log 2 - \log 5)(\log 2 + \log 5) = \log \frac{2}{5}$$

$$|B| = 1 \cdot {}^2|A| - 1 \cdot |A| = 1 \cdot |A| (1 \cdot {}^2|A| - 1)$$

$$= 1 \cdot \log \frac{2}{5} (1 \cdot {}^2 \log \frac{2}{5} - 1) = \frac{2}{5} \left(\frac{4}{25} - 1\right) = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{21}{25}\right) = -\frac{42}{125}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{\Delta}{3}B\right| = \frac{2\Delta}{3}|B| = \frac{2\Delta}{3} \times \left(-\frac{42}{125}\right) = -\frac{21}{10} = -2\frac{1}{10}$$

۲۸ نکته:

$$|A^{-1} + B^{-1}| = \frac{|A+B|}{|AB|}$$

اثبات:

$$|A^{-1} + B^{-1}| = t \Rightarrow |A(A^{-1} + B^{-1})| = |A|t$$

$$\Rightarrow |I + AB^{-1}| = |A|t \Rightarrow |(I + AB^{-1})B| = |A||B|t$$

$$\Rightarrow |A+B| = t|AB| \Rightarrow t = \frac{|A+B|}{|AB|} = \frac{42}{3} = 14$$

۲۹

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} \frac{r}{3} & \frac{1}{3} \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

نکته:

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ باشد، آنگاه } A^r = (a+d)A - |A|I \text{ بنابراین:}$$

$$A^r = \frac{r}{3}A - \frac{1}{3}I$$

۴ ۲۹

$$\begin{aligned} \tan(\gamma x + \delta y + \epsilon z) &= \tan((\lambda x + \epsilon y + \epsilon z) - (x + y)) \\ &= \tan(36^\circ - (x + y)) \\ &= -\tan(x + y) \\ &= -\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} = -\frac{2 + 3}{1 - 2 \times 3} = 1 \end{aligned}$$

۳ ۴۰

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} &= \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4}}{\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \\ &= \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = \frac{-3 - 1}{-3 + 1} = 2 \end{aligned}$$

۴ ۴۱ از نقطه C خطی موازی با DM رسم می‌کنیم، تا امتداد AB

را در N قطع کند، CDMN متوازی‌الاضلاع است و داریم:

$$S_{BCN} = S_{ADM} = 13$$

دو مثلث MTP و PCN متشابهند. پس نسبت مساحت‌ها مجذور نسبت

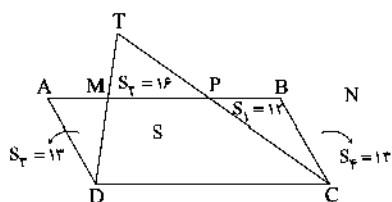
اضلاع است:

$$\Delta MTP \sim \Delta PCN \Rightarrow \frac{TP}{PC} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\Delta MTP \sim \Delta TDC \Rightarrow \left(\frac{TP}{TC}\right)^2 = \frac{S_T}{S + S_T} \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{16}{S + 16} \Rightarrow S = 65$$

بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD به صورت زیر به دست می‌آید.

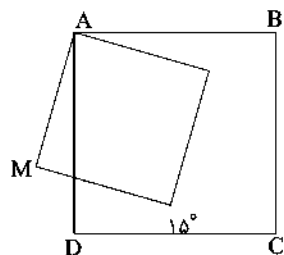
$$S_{ABCD} = S + S_1 + S_2 = 65 + 12 + 13 = 90$$



۲ ۴۲ قطر AC را رسم می‌کنیم:

$$\widehat{ACM} = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \sin 30^\circ \Rightarrow \frac{AM}{\sqrt{2}AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{S}{S'} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2}$$



۳ ۲۴ با فرضی $\hat{A} = \alpha$ داریم:

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times 10 \times 3 \times \sin \alpha}{\frac{1}{2} \times 12 \times 10 \times \sin \alpha} \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + S_2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + S_2 - S_1} = \frac{1}{4 - 1} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$$

۲ ۲۵

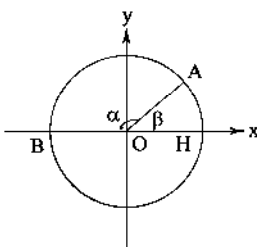
$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} \times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin x (\sin x + \cos x)}{\cos^2 x} \times \frac{\sin x - \cos x}{\sin x} = 2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = 3 \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = 3 \Rightarrow \tan x = \sqrt{3} \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲ ۲۶



$$A\left(\frac{r}{\sqrt{13}}, k\right) \in \text{دایره مثلثاتی} \Rightarrow \left(\frac{r}{\sqrt{13}}\right)^2 + (k)^2 = 1 \Rightarrow k = \frac{r}{\sqrt{13}}$$

$$\Delta OAH: \sin \beta = \frac{r}{\sqrt{13}}, \cos \beta = \frac{r}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\alpha + \beta = 180^\circ}$$

$$\sin \alpha = \frac{r}{\sqrt{13}}, \cos \alpha = -\frac{r}{\sqrt{13}}, \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{12}{13}$$

۲ ۲۷

$$\begin{cases} a = \sin 16^\circ = \sin 2^\circ < 1 \\ b = \tan 105^\circ = -\tan 75^\circ < 0 \Rightarrow b < a < c \\ c = \tan 23^\circ = \tan 5^\circ > 1 \end{cases}$$

۱ ۲۸

$$\sin^2 18^\circ + \cos^2 18^\circ = 1, \tan 24^\circ \times \cot 24^\circ = 1$$

$$\cos 144^\circ = -\cos 36^\circ = -a, \cos 216^\circ = -\cos 36^\circ = -a$$

$$\text{عبارت} = \frac{1 - a^2}{1 - a} = 1 + a$$

۴۸ ۳ کافی است تعداد جایگشت‌های حروف «تقریر و تقلیل» را به دست آوریم که تعداد آن برابر است با:

$$\frac{11!}{2!2!2!2!} = \frac{11!}{2^4} = \frac{n!}{m} \Rightarrow m+n+p=2+11+5=18$$

۴۹ ۲ اگر جایگاه‌ها را به صورت ۷ اتاق کنار هم در نظر بگیریم.

$$76666666 = 7 \times 6^6 = 7 \times 2^6 \times 3^6$$

$$D+R+O=7+2+3=12$$

۵۰ ۴ اگر حروف نقطه‌دار را با N و بی نقطه را با B نمایش دهیم، حرف «ی» باید نقطه‌دار باشد تا بتوان یک در میان نوشت. پس تعداد نقطه‌دارها باید ۳ و بی نقطه‌ها ۴ باشد و نمایش حروف به صورت زیر خواهد بود.

B N B N B N B

که تعداد کل حالت‌های آن برابر:

$$\frac{4!}{2!2!} \times \frac{3!}{2!} = 6 \times 3 = 18$$

۵۱ ۱

$$\begin{aligned} \binom{n}{rk} &\xrightarrow{\text{شامل عضو } a} \binom{n-1}{rk-1} \\ \binom{n}{k+r} &\xrightarrow{\text{فاقد عضو } b} \binom{n-1}{k+r} \Rightarrow \binom{n-1}{rk-1} = \binom{n-1}{k+r} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} rk-1+k+r=n-1 \Rightarrow rk+r=n \Rightarrow \binom{n}{rk+r}=1 \\ \text{یا} \\ rk-1=k+r \Rightarrow k=4 \end{cases}$$

۵۲ ۲ ابتدا باید ۲ منطقه انتخاب کرد که این کار سه حالت دارد

$$\begin{cases} A, B \Rightarrow \binom{10}{1} \binom{10}{1} = 100 \\ A, C \Rightarrow \binom{10}{1} \binom{5}{1} = 50 \Rightarrow 100+50+50=200 \text{ حالات کل} \\ B, C \Rightarrow \binom{10}{1} \binom{5}{1} = 50 \end{cases}$$

۵۳ ۴ حالت‌های انتخاب ۵ نفر از سه منطقه به صورت‌های ۱+۱+۳ یا ۱+۲+۲ است.

که هر کدام را به صورت جداگانه حساب کرده و جمع می‌کنیم.

$$1+1+3 \Rightarrow \binom{5}{2} \binom{3}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{3} = 10 \times 3 \times 25 \times 10 = 7500$$

$$1+2+2 \Rightarrow \binom{5}{2} \binom{3}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{2} = 10 \times 3 \times 5 \times 10 \times 10 = 15000$$

$$\Rightarrow 7500 + 15000 = 22500$$

۴۲ ۲ میانه‌ها ۶ مثلث هم‌مساحت می‌سازند که هر کدام را با S نمایش می‌دهیم. بنابراین:

$$S_{AGB} = 2S$$

هم‌چنین طبق قضیه تالس F وسط CM است:

$$\frac{\Delta}{CNF} \sim \frac{\Delta}{AMC} \Rightarrow S_{CNF} = \frac{1}{4} S_{AMC} = \frac{1}{4} (2S) = \frac{1}{2} S$$

$$\Rightarrow S_{GMFN} = \frac{\Delta}{4} S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{GMFN}} = \frac{2S}{\frac{\Delta}{4} S} = \frac{8}{\Delta}$$

۴۴ ۳ مجموع فاصله‌های یک نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع تا سه ضلع آن برابر ارتفاع مثلث است. اگر ضلع مثلث را a فرض کنیم، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 12\sqrt{3} \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع} = \frac{\sqrt{3}}{2} a = 6$$

پس مجموع فاصله‌ها باید برابر ۶ باشد، اگر فاصله M تا ضلع BC را x در نظر بگیریم آن‌گاه:

$$1+2+x=6 \Rightarrow x=3$$

۴۵ ۲ اگر b نقاط مرزی و ۱ نقاط درونی باشد، با توجه به ۵ ضلعی شبکه‌ای داریم.

b ≥ ۵ پس می‌توان نوشت:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 5 = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 6 = \frac{b}{2} + i$$

بنابراین حالت‌های $\begin{cases} b=12 \\ i=0 \end{cases}$ ، $\begin{cases} b=10 \\ i=1 \end{cases}$ ، $\begin{cases} b=8 \\ i=2 \end{cases}$ ، $\begin{cases} b=6 \\ i=3 \end{cases}$ امکان‌پذیر است.

مجموع مقادیر ممکن برای نقاط درونی $6 = 0 + 1 + 2 + 3$ است.

۴۶ ۲ اگر از حرف a دوبار استفاده کنیم، جایگشت ۳ حرفی به صورت aax خواهد بود. که حرف x یکی از ۵ حرف باقی‌مانده است پس تعداد حالت‌ها برابر:

$$\binom{5}{1} \times 3 = 15$$

اما اگر فرض کنیم یک حرف a وجود دارد که می‌تواند در جایگشت ۳ حرفی Roshan باشد یا نباشد.

تعداد جایگشت‌های ۳ حرفی برابر $6 \times 5 \times 4 = 120$ حالت است که تعداد کل حالات برابر:

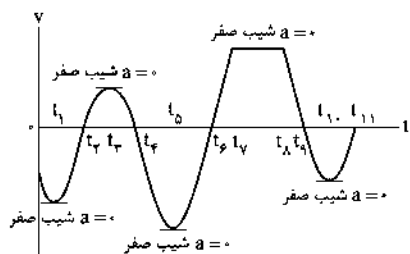
$$120 + 15 = 135$$

۴۷ ۲ کافی است برای ارقام فرد سه جایگاه از ۵ جایگاه انتخاب کرد و سایر جایگاه‌ها برای ارقام زوج است. هر جایگاه برای ارقام فرد و زوج ۴ حالت دارد.

$$\binom{5}{3} \times 4^5 = 10 \times 4^5 = 5 \times 2 \times 2^10 = 5 \times 2^{11}$$

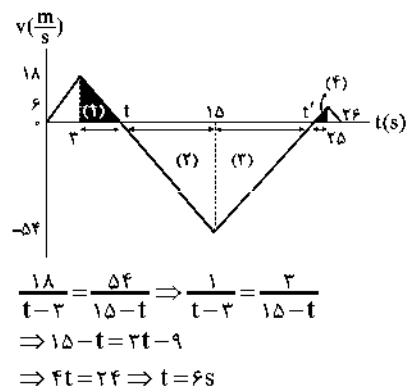
فیزیک

۵۶ ۲ می‌دانیم در نمودار سرعت - زمان، جهت شتاب همان شیب نمودار است و با تغییر شیب نمودار، جهت شتاب عوض می‌شود. هم‌چنین وقتی سرعت متحرک (جهت حرکت متحرک) از ناحیه منفی محور عمودی به ناحیه مثبت محور عمودی عبور کند یا بالعکس، جهت سرعت نیز تغییر می‌کند.



بنابراین جهت بردار شتاب متحرک در لحظه‌های $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$ و t_{11} تغییر می‌کند و هم‌چنین جهت حرکت متحرک (جهت بردار سرعت) در لحظه‌های $t_2, t_4, t_6, t_8, t_{10}$ تغییر می‌کند.

۵۷ ۱ با استفاده از تشابه دو مثلث (۱) و (۲) داریم:

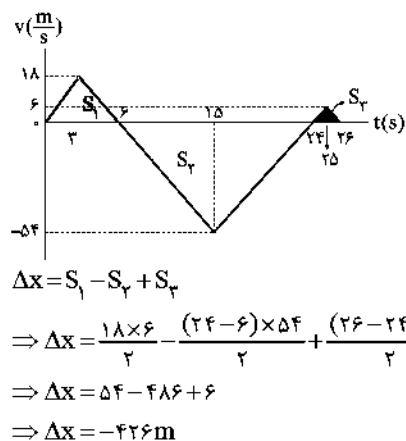


با استفاده از تشابه دو مثلث (۳) و (۴) داریم:

$$\frac{54}{t'-15} = \frac{6}{25-t'} \Rightarrow \frac{9}{t'-15} = \frac{1}{25-t'}$$

$$\Rightarrow 225-9t' = t'-15 \Rightarrow t' = 24s$$

مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان، معادل جابه‌جایی متحرک است، بنابراین:



سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-426}{26} = -16.4 \frac{m}{s}$$

۵۴ ۱ ابتدا ۴ نفر برای میز داخلی انتخاب کرده و سپس کنار هم قرار می‌دهیم.

$$\binom{8}{4} \times 3! \times 4! = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4!} \times 3! \times 4! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 6 = 10080$$

۵۵ ۱ جابه‌جایی‌های حروف «س و» ۳ حالت است که یکی از آن حالت‌ها مدنظر سؤال است.

تعداد کل حالات که برابر $\frac{7!}{3!}$ است را در $\frac{1}{3}$ ضرب می‌کنیم که به صورت زیر است.

$$\frac{7!}{3!} \times \frac{1}{3} = \frac{7!}{6} = 7 \times 5!$$

پارامترهای مربوط به خودرو را با اندیس C و پارامترهای مربوط به موتورسیکلت را با اندیس b نمایش می‌دهیم. هم‌چنین سرعت هر دو را برحسب واحد SI به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_c = 144 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{+3/6} v_c = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_b = 82.8 \frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow{+3/6} v_b = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

هر دو متحرک با سرعت ثابت در حال حرکت هستند، پس معادله مکان - زمان دو متحرک برابر است با:

$$\begin{cases} x_c = v_c t + x_{c_0} & \begin{cases} v_c = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ x_{c_0} = 150 \text{m} \end{cases} \\ x_b = v_b t + x_{b_0} & \begin{cases} v_b = -23 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ x_{b_0} = 330 \text{m} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_c = 40t + 150 \\ x_b = -23t + 330 \end{cases}$$

در لحظه‌ای که هم رسیدن خودرو و موتورسیکلت، مکان آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود، بنابراین:

$$40t + 150 = -23t + 330 \Rightarrow 40t + 23t = 330 - 150$$

$$\Rightarrow 63t = 180 \Rightarrow t = 50 \text{ s}$$

پس در لحظه $t = 50 \text{ s}$ به هم می‌رسند. با جایگذاری در یکی از معادلات داریم:

$$x_c = x_b = -23 \times (50) + 330 = 215 \text{ m}$$

۶۱) نمودار مکان - زمان داده شده در سؤال، یک سهمی است، بنابراین متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار در لحظه $t = 12 \text{ s}$ صفر است، پس سرعت متحرک در این لحظه صفر است، در نتیجه:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = a \times 12 + v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = -12a \quad (*)$$

طبق نمودار مکان - زمان داده شده در سؤال، در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 30 \text{ s}$ متحرک ۶۵۷ متر در خلاف جهت محور X جابه‌جا شده است. با استفاده از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0 = -12a, t = 30 \text{ s}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (30)^2 + (-12a) \times 30$$

$$\Rightarrow \Delta x = 450a - 360a = 90a \xrightarrow{\Delta x = -657 \text{ m}} -657 = 90a$$

$$\Rightarrow a = -7.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = -12 \times (-7.3) = 87.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

با استفاده از معادله سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\begin{matrix} a = -7.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_0 = 87.6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}} v = -7.3t + 87.6$$

۵۸) ۴) در لحظه t جهت سرعت متحرک از مثبت به منفی تغییر می‌کند ولی لزوماً جهت بردار مکان تغییر نمی‌کند. ممکن است متحرک در فاصله‌ای مشخص از مبدأ دور زده باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) حرکت با شتاب ثابت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک برابر است با:

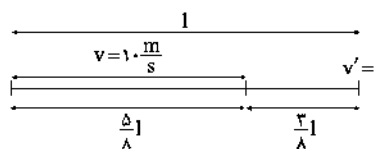
$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} = \frac{v_0}{2}$$

بنابراین در بازه زمانی صفر تا t بزرگی سرعت متوسط متحرک از بزرگی سرعت اولیه آن کم‌تر است.

۲) جهت سرعت از مثبت به منفی تغییر کرده و جهت شتاب که شیب نمودار سرعت - زمان است، ثابت می‌باشد.

۳) شیب نمودار سرعت - زمان که برابر شتاب است، همواره منفی است.

۵۹) ۲) ابتدا شکلی از شرایط سؤال رسم می‌کنیم:



در مرحله اول، متحرک با سرعت ثابت حرکت کرده است، بنابراین:

$$\Delta x = v \Delta t \xrightarrow{\begin{matrix} \Delta x = \frac{1}{16} \\ v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{matrix}} \frac{1}{16} = 10 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{160} \quad (1)$$

در مرحله دوم، متحرک با شتاب ثابت حرکت کرده است، بنابراین:

$$v_{av} = \frac{v + v'}{2} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

$$\Rightarrow \Delta x' = \frac{(v + v') \Delta t'}{2}$$

$$\frac{\Delta x' = \frac{1}{16}}{v' = 0, v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{(10 + 0) \Delta t'}{2} \Rightarrow \Delta t' = \frac{1}{40} \quad (2)$$

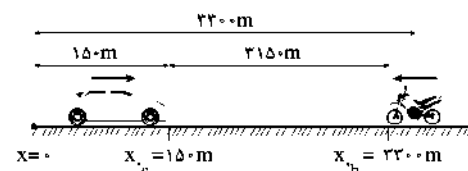
با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1}{\Delta t + \Delta t'} = \frac{1}{\frac{1}{160} + \frac{1}{40}} = \frac{1}{\frac{11}{160}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{160}{11} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 14.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۰) ۲) ابتدا شکلی از شرایط سؤال رسم می‌کنیم:

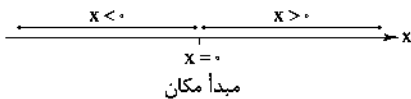


$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 20 \text{ m} \\ x_f = -75 + 5\alpha + 20 = 5\alpha - 55 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta \bar{x} = x_f - x_1 = 5\alpha - 55 - 20 = 5\alpha - 75 \text{ (m)}$$

با توجه به این که سرعت متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت در جهت محور X است، بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی در جهت محور X است،
در نتیجه داریم: $\Delta \bar{x} > 0 \Rightarrow 5\alpha - 75 > 0 \Rightarrow 5\alpha > 75 \Rightarrow \alpha > 15$

۶۴ با توجه به توضیحات، در نیمه ثانیه پنجم، متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند. می‌دانیم در لحظه عبور از مبدأ مکان، علامت بردار مکان تغییر می‌کند، یعنی:



$$\frac{x_\Delta}{x_f} = -\frac{1}{4} \quad \text{بنابراین طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:}$$

از معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{v_0=0} x = -2t^2 + x_0$$

$$\begin{cases} x_\Delta = -2(\Delta)^2 + x_0 \\ x_f = -2(\Delta)^2 + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_\Delta = -50 + x_0 \\ x_f = -32 + x_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x_\Delta}{x_f} = \frac{-50 + x_0}{-32 + x_0} = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4 \times (-50 + x_0) = (-1) \times (-32 + x_0)$$

$$\Rightarrow -200 + 4x_0 = 32 - x_0$$

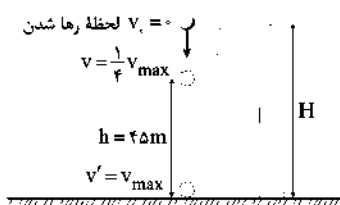
$$\Rightarrow 5x_0 = 200 + 32 = 232 \Rightarrow x_0 = 46.4 \text{ m}$$

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

$$\xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2 \times (-4) \times (38.4 - 46.4) \Rightarrow v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۵ می‌دانیم در حرکت سقوط آزاد با گذشت زمان، تندی حرکت گلوله به طور مداوم افزایش پیدا می‌کند، به گونه‌ای که در لحظه برخورد با سطح زمین، بیشترین تندی را خواهیم داشت، بنابراین:



با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت سقوط آزاد داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2gH$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 - 0 = 2gH$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}}^2 = 2gH \quad (i)$$

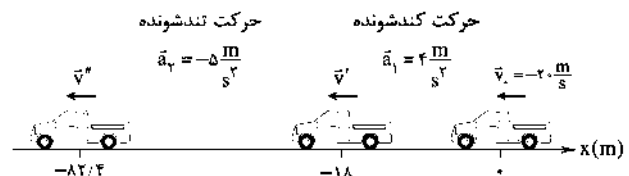
حال سرعت متحرک را در دو لحظه $t = 25 \text{ s}$ و $t = 75 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 75 \Rightarrow v_1 = (-7/3 \times 7) + 87/6 = 36/5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_f = 25 \Rightarrow v_f = (-7/3 \times 25) + 87/6 = -94/9 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

بنابراین سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_f}{2} = \frac{36/5 + (-94/9)}{2} = -29/3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۲ متحرک در مبدأ زمان، با سرعت منفی، یعنی در خلاف جهت محور X از مبدأ مکان عبور می‌کند، بنابراین:



به کمک معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برای $x = 0$ تا $x = -18 \text{ m}$ داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\substack{v_0 = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ \Delta x = -18 \text{ m}}} v^2 - (-2)^2 = 2 \times 4 \times (-18)$$

$$v^2 - (-2)^2 = 2 \times 4 \times (-18)$$

$$\Rightarrow v^2 - 4 = -144 \Rightarrow v^2 = 256 \Rightarrow v = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \vec{v}' = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

معادله سرعت جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت را برای $x = -18 \text{ m}$ تا $x = -82/4 \text{ m}$ می‌نویسیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{\substack{v_0 = -16 \frac{\text{m}}{\text{s}}, a = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \Delta x = -64/4 \text{ m}}} v^2 - (-16)^2 = 2 \times (-5) \times (-64/4)$$

$$v^2 - (-16)^2 = 2 \times (-5) \times (-64/4)$$

$$\Rightarrow v^2 - 256 = 64$$

$$\Rightarrow v^2 = 900 \Rightarrow v = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \vec{v}'' = -30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

در جابه‌جایی از مکان $x = -18 \text{ m}$ تا $x = -82/4 \text{ m}$ حرکت، تندشونده و روی خط راست است، بنابراین جابه‌جایی متحرک با مسافت طی شده توسط آن برابر است، بنابراین:

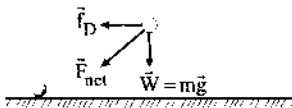
$$s_{\text{av}} = v_{\text{av}} = \frac{|(v'' + v')|}{2} = \frac{|(-30 - 16)|}{2} \Rightarrow s_{\text{av}} = 23 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

دقت کنید: بین مکان‌های $x = -82/4 \text{ m}$ ، $x = -18 \text{ m}$ با توجه به این که شتاب، منفی است و هم‌چنین سرعت اولیه نیز منفی است، در نتیجه حرکت، تندشونده است.

۶۳ جابه‌جایی متحرک را در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 5 \text{ s}$ به دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + \alpha t + 20 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = -2(0)^2 + \alpha(0) + 20 \\ t_f = 5 \Rightarrow x_f = -2(\Delta)^2 + \alpha(\Delta) + 20 \end{cases}$$

از طرفی \vec{F}_{net} برابری نیروهای وزن و مقاومت هوا است، بنابراین:



$$F_{net} = \sqrt{f_D^2 + W^2}$$

$$\Rightarrow F_{net}^2 = f_D^2 + W^2$$

$$\xrightarrow{(*)} (12/\Delta m)^2 = 36 + (10m)^2$$

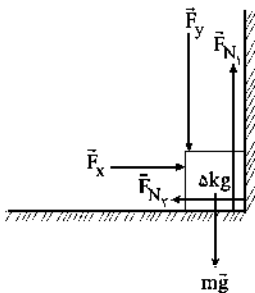
$$\Rightarrow 156/25\Delta m^2 = 36 + 100m^2$$

$$\Rightarrow 56/25\Delta m^2 = 36 \xrightarrow{\text{حذر}} 7/\Delta m = 6$$

$$\Rightarrow m = 0.11\text{kg} \xrightarrow{\times 10^3} m = 110\text{g}$$

۶۸ ابتدا نیروی \vec{F} را در راستای افقی و عمودی تجزیه می‌کنیم و

کل نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_y = F \sin 60^\circ = 200 \times 0.866 = 173.2\text{N}$$

$$F_x = F \cos 60^\circ = 200 \times 0.5 = 100\text{N}$$

حال شرط تعادل را در راستای افقی و عمودی می‌نویسیم:

$$\text{راستای افقی: } F_{N_y} = F_x \Rightarrow F_{N_y} = 100\text{N}$$

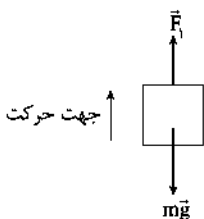
$$\text{راستای عمودی: } F_{N_x} = F_y + mg \Rightarrow F_{N_x} = 173.2 + 50 = 223.2\text{N}$$

بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{F_{N_x}}{F_{N_y}} = \frac{223.2}{100} = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$$

۶۹ در بازه زمانی $t=0$ تا $t=4\text{s}$ ، نیروسنج عدد F_1 را نشان

می‌دهد، بنابراین:



$$\begin{cases} a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{1-0}{4} = \frac{1}{4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ F_{net} = ma_1 \Rightarrow F_1 - mg = ma_1 \Rightarrow F_1 = 12\text{m} \end{cases}$$

دوباره با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت سقوط آزاد داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2g \Delta y$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}v_{max}\right)^2 - 0 = 2g \Delta y$$

$$\Rightarrow \frac{1}{16}v_{max}^2 = 2g \Delta y \Rightarrow v_{max}^2 = 32g \Delta y \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$32g \Delta y = 2gH \Rightarrow H = 16\Delta y \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\Delta y + h = H \xrightarrow{h=4\Delta m} \Delta y + 4\Delta m = 16\Delta y$$

$$\Rightarrow 15\Delta y = 4\Delta m \Rightarrow \Delta y = \frac{4}{15}m$$

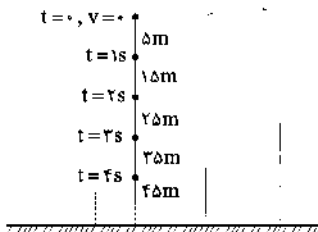
پس ارتفاع برج برابر است با:

$$H = \Delta y + h \Rightarrow H = \frac{4}{15}m + 4m = 4.27m$$

۶۶ می‌دانیم در هر حرکت سقوط آزاد (حرکت در خلأ که فاقد

نیروی مقاومت هوا می‌باشد)، مسافتی که گلوله در هر ثانیه طی می‌کند،

تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهد، بنابراین:



تنها نیرویی که بر گلوله اثر می‌کند، نیروی وزن است که کار آن برابر خواهد بود با:

$$W = mgh \leftarrow \frac{m=2\text{kg}, g=10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{W=1600\text{J}} \quad 1600 = 2 \times 10 \times h$$

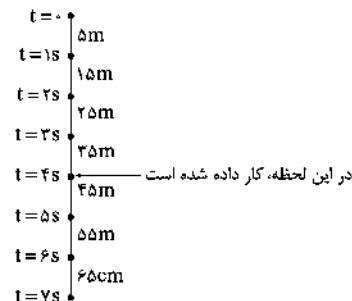
$$\Rightarrow h = \frac{1600}{2 \times 10} = 80\text{m}$$

در ارتفاع ۸۰ متری از نقطه رها شدن گلوله (بالای ساختمان) کار انجام شده بر

روی گلوله برابر با ۱۶۰۰ J بوده است. این لحظه معادل $t=3$ ثانیه است.

یعنی $t=4\text{s}$ پس مدت زمان کل سقوط برابر با ۷ s است.

در نتیجه ارتفاع برج برابر است با:



$$h = \Delta + 4\Delta + 9\Delta + 16\Delta + 25\Delta + 36\Delta + 49\Delta$$

$$\Rightarrow h = 112\Delta m$$

۶۷ با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه نیروی خالص وارد بر

گلوله را در بالاترین نقطه از مسیر حرکتش به دست می‌آوریم:

$$F_{net} = ma = 12/\Delta m \quad (*)$$

در حالتی که ریسمان قطع شود، دیگر نیروی کشش ریسمان (\vec{T}) نداریم. تا وقتی که جسم به طور کامل در آب قرار دارد، نیروی شناوری آن ثابت است، بنابراین:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_b - mg = ma$$

$$\Rightarrow 48 - 40 = 4a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۷۳ ۲ مساحت سطح محصور بین نمودار و محور زمان در نمودار $F-t$ برابر با تغییرات تکانه توپ (Δp) است، بنابراین:

$$\Delta p = \frac{6 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2}}{2} = 6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

توپ با سرعت $\vec{v}_1 = v$ به دیوار برخورد می‌کند و با سرعت $\vec{v}_2 = -v$ باز می‌گردد، بنابراین:

$$\Delta \vec{v} = -\vec{v} - \vec{v} = -2\vec{v} \Rightarrow \Delta v = 2v$$

با استفاده از رابطه تکانه داریم:

$$\Delta p = m \Delta v \Rightarrow 6 = 0.08 \times \Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{6}{0.08} = 75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

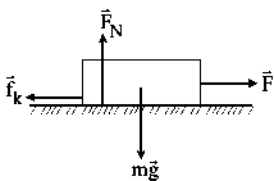
بنابراین:

$$\Delta v = 2v \Rightarrow 75 = 2v \Rightarrow v = \frac{75}{2} = 37.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۴ ۳ بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نیروی فنر، نیرویی است که از طرف فنر بر جسم اثر می‌کند. در این صورت واکنش آن از طرف جسم به فنر وارد می‌شود.
- (۲) نیروی وزن، نیرویی است که از طرف زمین بر جسم وارد می‌شود و واکنش آن از طرف جسم به زمین وارد می‌شود.
- (۳) نیروی فنر و وزن، نیروی کشش و واکنش نیستند.

۷۵ ۲ نیروهای وارد بر جعبه را رسم می‌کنیم:



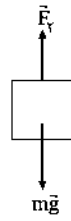
توجه شود که جعبه با سرعت ثابت در حال حرکت است، پس به آن نیروی اصطکاک جنبشی (\vec{f}_k) وارد می‌شود.

از طرفی چون جعبه با سرعت ثابت حرکت می‌کند، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است، در نتیجه داریم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F = f_k$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N = mg \Rightarrow F_N = 24 \text{ N}$$

دربازه زمانی $t = 4 \text{ s}$ تا $t = 6 \text{ s}$ نیروستج عدد F_p را نشان می‌دهد، بنابراین:



$$\begin{cases} a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t_y} = \frac{0 - 8}{2} = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ F_{\text{net}} = ma_y \Rightarrow F_p - mg = ma_y \Rightarrow F_p = 6 \text{ m} \end{cases}$$

$$\frac{F_p}{F_1} = \frac{6 \text{ m}}{12 \text{ m}} = \frac{1}{2} \quad \text{نسبت خواسته شده برابر است با:}$$

۷۰ ۲ حرکت چترباز با تندی حدی (سرعت ثابت) و حرکت جسم، سقوط آزاد است. با نوشتن معادله مکان - زمان هر کدام می‌توانیم مدت زمان به زمین رسیدن آن‌ها را محاسبه کنیم:

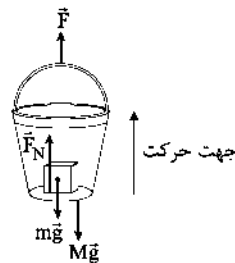
$$\Delta y_{\text{چترباز}} = v \text{ چترباز } t \Rightarrow 20 = 4t \Rightarrow t_{\text{چترباز}} = 5 \text{ s}$$

$$\Delta y_{\text{جسم}} = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \Rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t_{\text{جسم}} = 2 \text{ s}$$

خواسته سؤال، اختلاف زمانی برخورد چترباز و جسم به زمین است، بنابراین:

$$\Delta t = t_{\text{چترباز}} - t_{\text{جسم}} = 3 \text{ s}$$

۷۱ ۳ ابتدا نیروهای وارد بر جسم و کل مجموعه را رسم می‌کنیم:



با توجه به قانون دوم نیوتون برای وزنه داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow 12 - 10 = 1 \times a \Rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون برای مجموعه داریم:

$$\begin{aligned} F_{\text{net}} &= (m+M)a \Rightarrow F - (m+M)g = (m+M)a \\ \Rightarrow F - (1+1/5) \times 10 &= (1+1/5) \times 2 \Rightarrow F = 30 \text{ N} \end{aligned}$$

۷۲ ۱ جسم در حالت اول ثابت مانده است، یعنی نیروهای وارد بر جسم، متوازن هستند، در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} \vec{F}_b & \\ \vec{m}\vec{g} & \vec{T} \\ F_b &= T + mg \\ \Rightarrow F_b &= 8 + (4 \times 10) = 48 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N = mg + F_y \Rightarrow F_N = 4 \times 10 + 4t - 16$$

$$\Rightarrow F_N = 4t + 24 (*)$$

بزرگی نیروی اصطکاک بین جعبه و سطح برابر است با:

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = 0.5 \times (4t + 24) = 2t + 12$$

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_1 = f_{s, \text{max}} \Rightarrow 4t + 8 = 2t + 12$$

$$\Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2s$$

یعنی جعبه در لحظه $t = 2s$ در آستانه حرکت قرار می‌گیرد، پس در بازه زمانی $0 < t < 2s$ جعبه حرکت نمی‌کند و در $t > 2s$ جعبه حرکت می‌کند، پس شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$t > 2s \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow 4t + 8 - \mu_k F_N = ma$$

$$\xrightarrow{(*)} 4t + 8 - 0.4 \times (4t + 24) = 4a \Rightarrow 2/4t - 1/6 = 4a$$

$$\xrightarrow{t=2s} 4/8 - 1/6 = 4a \Rightarrow a = 0.1/8 \frac{m}{s^2}$$

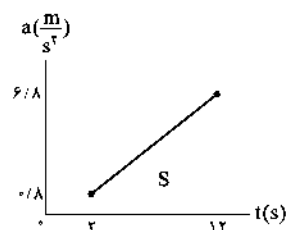
شتاب جعبه را در لحظه $t = 12s$ به دست می‌آوریم:

$$t = 12s \Rightarrow F_1 = 4 \times 12 + 8 = 56N$$

$$F_1 - f_k = ma \Rightarrow F_1 - \mu_k F_N = ma \Rightarrow 56 - 0.4 \times (4t + 24) = 4a$$

$$\Rightarrow 56 - 1/6t - 9/6 = 4a \xrightarrow{t=12s} a = 6/8 \frac{m}{s^2}$$

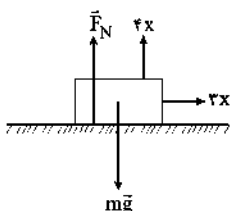
حال نمودار شتاب - زمان را رسم می‌کنیم:



$$\Delta v = S \Rightarrow \Delta v = \left(\frac{0.1/8 + 6/8}{2} \right) \times 10 = 3.1 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_{12} - v_2 = 3.1 \xrightarrow{v_2=0} v_{12} = 3.1 \frac{m}{s}$$

۴ ۷۸ برای این که جسم بتواند حرکت افقی کند باید $F > f_{s, \text{max}}$ باشد، پس ابتدا نیروی عمودی تکیه‌گاه را می‌یابیم:



$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_N - mg + fx = 0 \Rightarrow F_N = mg - fx$$

$$f_{s, \text{max}} = \mu_s F_N = \mu_s (mg - fx)$$

بزرگی نیرویی که سطح به جعبه وارد می‌کند برابر با $26N$ است، بنابراین:

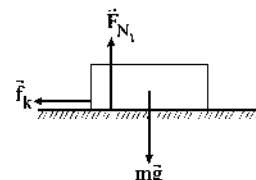
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \Rightarrow 26 = \sqrt{(24)^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k = 10N$$

از طرفی داریم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F = f_k \Rightarrow k\Delta x = f_k$$

$$\Rightarrow 40 \cdot \Delta x = 10 \Rightarrow \Delta x = \frac{10}{40} m \xrightarrow{\times 100} \Delta x = 2/5 \text{ cm}$$

۴ ۷۶ در حالت اول، جعبه با سرعت اولیه v_0 به حرکت در آمده است، بنابراین شتاب حرکت جعبه در این حالت برابر است با:



$$F_{\text{net}_1} = m_1 a_1 \Rightarrow -f_k = m_1 a_1 \Rightarrow -\mu_k F_{N_1} = m_1 a_1$$

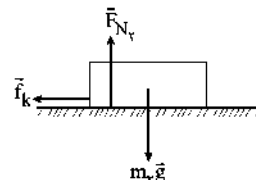
$$F_{N_1} = m_1 g \xrightarrow{\text{---}} -\mu_k m_1 g = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = -\mu_k g \quad (1)$$

در این حالت مسافتی که جعبه طی می‌کند تا متوقف شود، برابر است با:

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1 \Delta x_1 \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a_1 d \xrightarrow{(1)} -v_0^2 = 2 \times (-\mu_k g) d$$

$$\Rightarrow d = \frac{v_0^2}{2\mu_k g}$$

در حالت دوم جرم جعبه به اندازه Δk اضافه شده است اما این افزایش جرم تأثیری در حل سؤال ندارد، پس:



$$F_{\text{net}_2} = m_2 a_2 \Rightarrow -f_k = m_2 a_2 \Rightarrow -\mu_k F_{N_2} = m_2 a_2$$

$$F_{N_2} = m_2 g \xrightarrow{\text{---}} -\mu_k m_2 g = m_2 a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = -\mu_k g \quad (2)$$

در این حالت مسافتی که جعبه طی می‌کند تا متوقف شود، برابر است با:

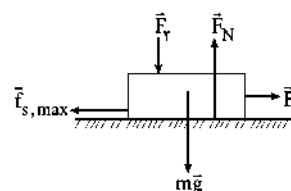
$$v^2 - v_0^2 = 2a_2 \Delta x_2 \xrightarrow{(2)} 0 - (3v_0)^2 = 2 \times (-\mu_k g) \times d'$$

$$\Rightarrow d' = \frac{9v_0^2}{2\mu_k g}$$

$$d' = 9d$$

بنابراین:

۴ ۷۷ ابتدا محاسبه می‌کنیم که جعبه در چه لحظه‌ای شروع به حرکت می‌کند. برای این که جعبه شروع به حرکت کند باید نیروی \vec{F}_1 از $f_{s, \text{max}}$ بزرگ‌تر باشد.



۸۱. ۳ اگر دمای جوش آب در سطح دریا برابر 0 و دمای جوش آب در قله کوه برابر با θ' باشد، آن گاه داریم:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \\ \frac{3}{4}Q = mc\Delta\theta' \end{cases} \Rightarrow \frac{Q}{\frac{3}{4}Q} = \frac{mc(0-20)}{mc(\theta'-20)} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{0-20}{\theta'-20}$$

دمای جوش در سطح دریا $\rightarrow \theta' - 20 = 240$
برابر یا 100°C است.

$$\Rightarrow \theta' = 220 \Rightarrow \theta' = 80^\circ\text{C}$$

اختلاف دمای جوش آب در دو مکان برابر است با: $\theta - \theta' = 20^\circ\text{C}$

۸۲. ۲ عبارتهای «الف» و «ب» درست هستند.

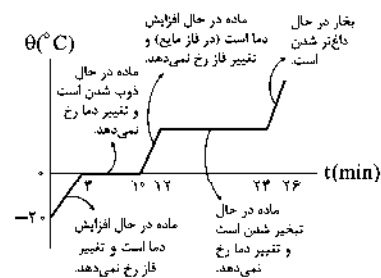
بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) در روش همرفت، انتقال گرما از طریق انتقال ماده صورت میگیرد.

(ج) علاوه بر ارتعاش اتمها، الکترونهای آزاد هم در انتقال گرما سهم دارند.

(د) در خلأ تنها به کمک روش تابش می توان گرما را انتقال داد.

۸۳. ۳



با توجه به نمودار بالا، تنها گزینه (۳) صحیح است.

۸۴. ۱ دمای تعادل برابر با 10°C است، بنابراین:

$$\begin{aligned} 30^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_3} 10^\circ\text{C} \xleftarrow{Q_2} 0^\circ\text{C} \xrightarrow{Q_1} 10^\circ\text{C} \text{ یخ} \\ \Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \\ \Rightarrow m' L_F + m' c' \Delta\theta_2 + mc\Delta\theta_3 = 0 \\ \Rightarrow (m' \times 236 \times 10^3) + (m' \times 4200 \times 10) + (2/5 \times 4200 \times (10 - 30)) = 0 \\ \Rightarrow 236 \times 10^3 m' + 42 \times 10^3 m' + (-210 \times 10^3) = 0 \Rightarrow m' = \frac{2}{9} \text{ kg} \end{aligned}$$

۸۵. ۳ ابتدا محاسبه می کنیم که گرمای داده شده توسط گرمکن چه جرمی از یخ موجود در ظرف را ذوب می کند.

$$Q = mL_F \rightarrow \frac{Q = 840 \text{ kJ}}{L_F = 236 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} \rightarrow m = \frac{Q}{L_F} = \frac{840}{236} = 2/5 \text{ kg}$$

در نتیجه $2/5$ کیلوگرم از کل 3 کیلوگرم یخ موجود در ظرف ذوب شده و به آب تبدیل شده است، بنابراین با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_{\text{یخ}} = \frac{2/5}{900} m^3 \xrightarrow{\times 1000} V_{\text{یخ}} = \frac{2}{9} \text{ L} \\ V_{\text{آب}} = \frac{2/5}{1000} m^3 \xrightarrow{\times 1000} V_{\text{آب}} = 2/5 \text{ L} \end{cases}$$

برای این که جسم حرکت کند، داریم:

$$2x > f_{s, \text{max}} \Rightarrow 2x > \mu_s (mg - 4x)$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{mg - 4x} > \mu_s \Rightarrow \frac{mg - 4x}{2x} < \frac{1}{\mu_s}$$

$$\frac{\mu_s = 0/5}{m = 2 \text{ kg}} \frac{30 - 4x}{2x} < 2 \Rightarrow \frac{30}{2x} - \frac{4x}{2x} < 2$$

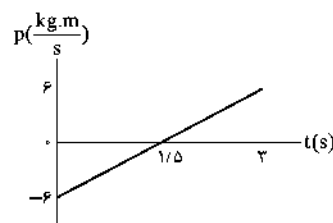
$$\Rightarrow \frac{30}{2x} - 2 < 2 \Rightarrow \frac{30}{2x} < 2 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{30}{2x} < \frac{1}{3} \Rightarrow 30x > 90 \Rightarrow x > 3 \text{ N}$$

هم چنین باید نیروی $4x$ کم تر از mg باشد، چون حرکت افقی تبدیل به

حرکت عمودی نشود، بنابراین: $4x < mg \Rightarrow 4x < 30 \Rightarrow x < 7/5 \text{ N}$

۸۶. ۴ نمودار تکانه برحسب زمان را برای این متحرک در 3 ثانیه اول حرکتش رسم می کنیم.



نمودار $p-t$ رفتاری کاملاً مشابه با نمودار $v-t$ در حرکت شناسی دارد.

از روی نمودار مشخص است که حرکت در بازه زمانی $t=0$ و $t=1/5 \text{ s}$ کندشونده است و پس از لحظه $t=1/5 \text{ s}$ تندشونده است.

تغییرات تکانه متحرک در بازه زمانی $t=0$ تا $t=2 \text{ s}$ برابر است با:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow p_1 = -6 \left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \right) \\ t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow p_2 = 2 \left(\frac{\text{kg.m}}{\text{s}} \right) \end{cases} \Rightarrow \Delta p = 2 - (-6) = 8 \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

بنابراین تغییرات سرعت متحرک در این بازه برابر است با:

$$\Delta p = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{8}{4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

اندازه شتاب متوسط متحرک در این بازه برابر است با:

$$a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۸۷. ۲ با استفاده از رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ داریم:

$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{1/5 K_1}{K_1} = \left(\frac{p_1 - \lambda}{p_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{p_1 - \lambda}{p_1} \Rightarrow 5p_1 = 5p_1 - \lambda \Rightarrow p_1 = \lambda = \frac{\text{kg.m}}{\text{s}}$$

انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{p_1^2}{2m} \Rightarrow K_1 = \frac{(\lambda)^2}{2 \times 2/5} = 12.5 \text{ J}$$

$$\Rightarrow 4520 = (m \times 240) + (m \times 4/2 \times (5-0))$$

$$\Rightarrow m = \frac{4520}{240+21} = \frac{4520}{261} = 12/52 \text{ kg}$$

۸۹. (۱) به کمک قانون گاز کامل می توان نوشت:

$$PV = nRT \xrightarrow{M=\frac{m}{n}} PV = \frac{m}{M} RT$$

$$\Rightarrow PM = \frac{m}{V} RT \Rightarrow PM = \rho RT \quad (i)$$

از طرفی طبق اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} P = \Delta atm = 5 \times 10^5 \text{ Pa} \\ F_1 = 80/6^\circ \text{ F} \xrightarrow{F=1/180+32} 80/6 = 1/180+32 \\ \Rightarrow 0 = 27^\circ \text{ C} \xrightarrow{T=0+273} T = 27+273 = 300 \text{ K} \quad (2) \end{cases}$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$5 \times 10^5 \times 322 = \rho \times 18 \times 300 \Rightarrow \rho = \frac{2 \times 10^4}{3} \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = \frac{20}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۹۰. (۱) با استفاده از قانون گاز کامل داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow R = \frac{PV}{nT} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \xrightarrow{n = \frac{\text{تعداد مولکول}}{\text{عدد آووگادرو}} = \frac{N}{N_A}}$$

$$\frac{P_1 V_1}{N_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{N_2 T_2}$$

$$P_1 = 2P_2, N_1 = 45 \times 10^{20}, T_1 = -113 + 273 = 160 \text{ K}$$

$$N_2 = 30 \times 10^{20}, T_2 = 207 + 273 = 480 \text{ K}$$

$$\frac{2P_2 \times V_1}{45 \times 10^{20} \times 160} = \frac{P_2 \times V_2}{30 \times 10^{20} \times 480} \Rightarrow \frac{2V_1}{3 \times 10^4} = \frac{V_2}{2 \times 10^4}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{V_2}{6} \Rightarrow V_2 = 6V_1$$

۹۱. (۳) دو سیم یا میله حامل جریان هم جهت، یکدیگر را می ربایند و

دو سیم یا میله حامل جریان خلاف جهت یکدیگر را دفع می کنند.

دو سیم a و b در حال دفع یکدیگر هستند، اگر سیم c را در ناحیه (۱) قرار

دهیم به علت هم جهت بودن با b آن را جذب می کند، پس احتمال پارگی

طناب افزایش می یابد.

اگر سیم c را در ناحیه (۳) قرار دهیم به علت خلاف جهت بودن با سیم a آن

را دفع می کند و هم جهت بودن با b آن را جذب می کند، پس احتمال پارگی

طناب کاهش می یابد.

اگر سیم c را در ناحیه (۲) قرار دهیم به علت هم جهت بودن با b آن را جذب

و خلاف جهت بودن با a آن را دفع می کند، بنابراین نمی توانیم با یقین بگوییم

که احتمال پارگی طناب کاهش می یابد و یا افزایش.

بنابراین پس از ذوب کردن ۲/۵ kg یخ، حجم یخ داخل مخلوط از ۲۵/۹ لیتر

به ۲/۵ لیتر خواهد رسید، در نتیجه داریم:

$$\Delta V = V_{\text{یخ}} - V_{\text{آب}} = \frac{25}{9} - \frac{25}{10} \Rightarrow \Delta V = \frac{10 \times 25 - 9 \times 25}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18} \text{ L}$$

پس حجم مخلوط ۵/۱۸ لیتر کاهش می یابد.

۸۶. (۳) ابتدا حجم یخ را محاسبه می کنیم:

$$V = 50 \times 30 \times 0/6 = 900 \text{ m}^3$$

با استفاده از رابطه چگالی، جرم یخ را محاسبه می کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = 900 \times 900 = 8/1 \times 10^5 \text{ kg}$$

مقدار گرمایی که باید به ۸/۱ × ۱۰^۵ کیلوگرم یخ بدهیم تا کامل ذوب شود برابر

$$Q = mL_F = 8/1 \times 10^5 \times 336 = 2/7216 \times 10^8 \text{ kJ} \quad \text{است:}$$

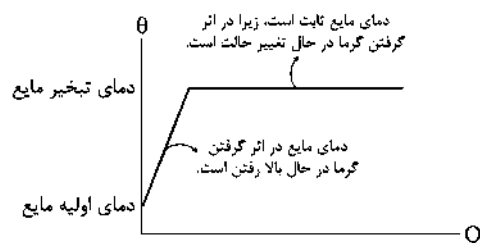
در نتیجه مدت زمان ذوب شدن یخ برابر است با:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{P}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{2/7216 \times 10^{11}}{24 \times 10^6} = 11340 \text{ s} \xrightarrow{\div 60} \Delta t = 189 \text{ min}$$

$$\xrightarrow{\div 60} \Delta t = 3/15 \text{ h}$$

۸۷. (۲) نمودار داده شده، به شکل زیر قابل شرح است.



مایع در ابتدا در دمای ۱۶°C قرار داشته و سپس به دمای ۸۰°C رسیده

است، بنابراین:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 288000 = m \times 150 \times (80 - 16)$$

$$\Rightarrow 288000 = m \times 150 \times 64 \Rightarrow m = 3 \text{ kg}$$

در ادامه فرایند، مایع در حال تبخیر شدن است، بنابراین با جذب گرما، دمای

آن تغییری نمی کند، در نتیجه داریم:

$$Q' = mL_V \Rightarrow 1198/8 - 28/8 = 3 \times L_V \Rightarrow L_V = 390 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

۸۸. (۲) مقدار گرمایی که لازم است تا ۲ کیلوگرم بخار آب ۱۰۰°C از

دست بدهد تا به آب ۱۰۰°C تبدیل شود، برابر است با:

$$Q_1 = mL_V = 2 \times 2260 = 4520 \text{ kJ}$$

این ۴۵۲۰ کیلوژول باید جرم مشخصی از یخ را ابتدا به طور کامل ذوب کند (Q_p)

و سپس دمای آب حاصل از این فرایند را به ۵°C برساند (Q_p)، بنابراین:

$$Q_1 = Q_p + Q_r \Rightarrow Q_1 = mL_F + mc\Delta\theta$$

اندازه دو نیروی وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

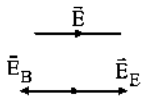
$$\begin{cases} F_E = E|q| = 1/5|q| \\ F_B = |q|vB\sin\alpha = |q| \times 3 \times (\Delta \times 10^{-4}) \times \sin 90^\circ = 1/5q \end{cases}$$

$$F_B = F_E$$

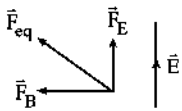
بنابراین:

بررسی موارد:

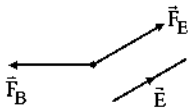
الف) در این حالت نیروی الکتریکی و مغناطیسی در خلاف جهت یکدیگر هستند، در نتیجه با توجه به هم‌اندازه بودن آن‌ها برآیند آن‌ها صفر می‌شود.



ب) نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل زیر هستند، بنابراین برآیند نیروها در راستای افقی، هم‌اندازه با نیروی \vec{F}_B است.



ج) نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل زیر هستند:



با تجزیه نیروی \vec{F}_E و با توجه به هم‌اندازه بودن نیروهای \vec{F}_B و \vec{F}_E در نتیجه مؤلفه افقی نیروی \vec{F}_E کوچک‌تر از نیروی \vec{F}_B است، بنابراین اندازه برآیند نیروها در راستای افقی کوچک‌تر از \vec{F}_B است.

۹۶) ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12} \Rightarrow R_{eq} = \frac{12}{7} \Omega$$

با استفاده از قانون اهم، جریان خروجی از باتری را به دست می‌آوریم:

$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{12}{12} = 1A$$

می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow 3I_1 = 4I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{4}{3}I_2$$

$$I_1 + I_2 = 1A \Rightarrow \frac{4}{3}I_2 + I_2 = 1 \Rightarrow \frac{7}{3}I_2 = 1 \Rightarrow I_2 = \frac{3}{7}A$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{4}{7}A \Rightarrow I_1 = \frac{4}{7}A$$

اندازه نیروی واردشده به سیم (۱) را محاسبه می‌کنیم.

از آن جایی که عرض قطب‌های آهنربای A برابر 15cm است و میدان مغناطیسی، یکنواخت است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که 15cm از سیم در میدان حاصل از آهنربای A قرار دارد.

$$F_1 = I_1 l_1 B_1 \sin\theta_1 \Rightarrow F_1 = \frac{4}{7} \times (15 \times 10^{-2}) \times 3 \times \sin 90^\circ = 1.8N$$

۹۲) با هر دور چرخیدن از قطب S به N (180° درجه) عقربه مغناطیسی 36° درجه می‌چرخد و با چرخیدن به اندازه یک دور کامل (360° درجه) عقربه 72° درجه می‌چرخد، سرعت را بر حسب زاویه بین قطب S تا N محاسبه می‌کنیم:

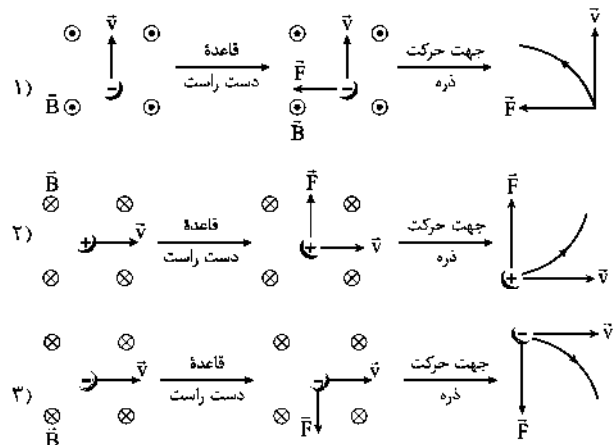
$$\begin{cases} v_1 = \frac{180}{15} \\ v_2 = \frac{360}{25} \end{cases} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5} = 1.6$$

عقربه مغناطیسی اول سریع‌تر است، پس داریم:

$$v_1 = \frac{180}{15} \times \frac{60}{1 \text{min}} = \frac{720}{\text{min}}$$

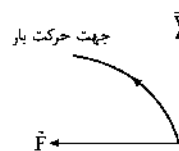
در هر دقیقه 72° می‌چرخد، پس در دو دقیقه، 144° درجه حول آهنربا می‌چرخد، در نتیجه ۴ دور کامل حول آهنربا می‌چرخد.

۹۲) بررسی گزینه‌ها:



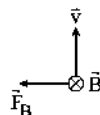
۹۴) پوسته سمت راست دچار تغییر شده است، در نتیجه نیروی

آهنربا به سمت راست بوده است و طبق قانون عمل و عکس‌العمل، نیروی وارد بر ذره به سمت چپ بوده است، با توجه به این‌که میدان از قطب N به قطب S می‌باشد و جهت سرعت و با استفاده از قاعده دست راست نتیجه می‌گیریم که بار موردنظر منفی بوده است.



۹۵) با توجه به این‌که بار ذره، مثبت است، نیروی وارد بر ذره از

طرف میدان الکتریکی، هم‌جهت با میدان الکتریکی است، پس اگر میدان الکتریکی از سمت چپ به راست امتداد یابد، نیرو نیز به سمت راست خواهد بود. از طرفی جهت نیروی مغناطیسی نیز با استفاده از قاعده دست راست به دست می‌آید، بنابراین:



۹۹ ۳ عبارتهای «ب» و «ج» درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

الف) مواد دارای دوقطبیهای مغناطیسی ذاتی به دو دسته فرومغناطیسی و پارامغناطیسی تقسیم می‌شوند.

د) در مواد دیامغناطیسی، دوقطبیهای مغناطیسی موقت در خلاف جهت با میدان مغناطیسی خارجی ایجاد می‌شوند.

۱۰۰ ۲ با توجه به کم شدن وزن اندازه‌گیری شده توسط نیروسنج پس از برقراری جریان، نتیجه می‌گیریم که نیرو وارد شده به میله حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی به سمت بالا بوده است. با استفاده از قاعده دست راست و جهت جریان نتیجه می‌گیریم که میدان مغناطیسی برون‌سو بوده است. اندازه نیروی وارد بر میله حامل جریان از طرف میدان را محاسبه می‌کنیم:

$$F_B = BIl \sin \theta \Rightarrow F_B = 1/5 \times 3 \times (63 \times 10^{-2}) \times \sin 90^\circ = 2/835 \text{ N}$$

قبل از برقراری جریان، نیروسنج، وزن میله را نشان می‌دهد و پس از برقراری جریان، اندازه برایند نیروی وزن و نیروی وارد بر میله از طرف میدان را نشان می‌دهد، بنابراین اندازه نیروی وارد بر میله از طرف میدان برابر است با:

$$F'_B = F_1 - F_2 = 27 - 26 = 1 \text{ N}$$

درصد خطای اندازه‌گیری نیروسنج برابر است با:

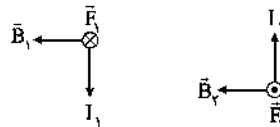
$$\frac{|F'_B - F_B|}{F_B} \times 100 = \frac{|1 - 2/835|}{2/835} \times 100 = 764$$

اندازه نیروی وارد شده بر سیم (۲) را محاسبه می‌کنیم.

از آنجایی که عرض قطب‌های آهنربای B برابر با 10° cm است و میدان مغناطیسی، یکنواخت است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که 10° cm از سیم در میدان حاصل از آهنربای B قرار دارد.

$$F_2 = I_2 l_2 B_2 \sin \theta_2 \Rightarrow F_2 = 3 \times (100 \times 10^{-2}) \times 2 \times \sin 90^\circ = 6 \text{ N}$$

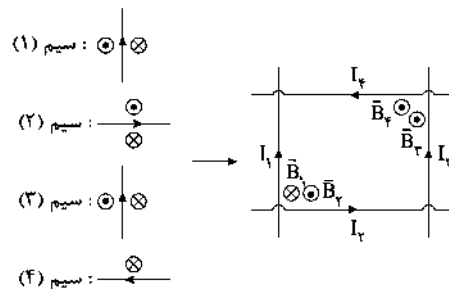
با استفاده از قاعده دست راست، جهت نیروهای وارد بر سیم‌های (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:



پس اندازه برایند نیروها در نقطه C برابر است با:

$$F = F_1 - F_2 = 18 - 6 = 12 \text{ N}$$

۹۷ ۱ با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر کدام از سیم‌های حامل جریان را به دست می‌آوریم:



با توجه به این‌که سیم‌های موازی در فاصله‌های خیلی دور از هم قرار دارند، بنابراین در نقطه A میدان‌های مغناطیسی حاصل از جریان‌های I_1 و I_2 تأثیرگذار هستند و در نقطه B میدان‌های مغناطیسی حاصل از جریان‌های I_3 و I_4 تأثیرگذار هستند.

با توجه به این‌که $I_1 > I_2$ است، بنابراین برایند میدان‌های حاصل از جریان‌های I_1 و I_2 در نقطه A درون‌سو است و برایند میدان‌های حاصل از جریان‌های I_3 و I_4 در نقطه B برون‌سو است، در نتیجه با حرکت از نقطه A به نقطه B جهت برایند میدان‌ها از درون‌سو به برون‌سو تغییر می‌کند.

۹۸ ۲ بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز بیجه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

بنابراین:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{R_1}{R_2} \quad N = \frac{L}{2\pi R}$$

$$\Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{R_1}{R_2} \times \frac{R_1}{R_2} = 2 \times 2 \times 2 = 18$$

شیمی

- با توجه به فرمول مولکولی اتیلن (C_2H_4)، درستی این عبارت بدیهی است.
- اوره و اتیلن گلیکول جزو مواد قطبی هستند، در حالی که روغن زیتون رفتاری شبیه به مواد ناقطبی دارد.
- با توجه به این که اتیلن گلیکول به هر نسبتی در آب حل می‌شود، این عبارت نمی‌تواند درست باشد.

۱۰۶) رابطه زیر برای مخلوط کردن محلول دو اسید قوی به کار می‌رود:

$$10^{-pH}(V_1+V_2)=(10^{-pH_1} \times V_1)+(10^{-pH_2} \times V_2)$$

$$\Rightarrow 10^{-4/4}(V_1+600)=(10^{-3/1} \times V_1)+(10^{-4/7} \times 600)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10^{-4/4} = 10^{0/6-5} = (10^{0/3})^2 \times 10^{-5} = 4 \times 10^{-5} \\ 10^{-3/1} = 10^{0/9-4} = (10^{0/3})^3 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4} \\ 10^{-4/7} = 10^{0/3-5} = 2 \times 10^{-5} \end{cases}$$

$$4 \times 10^{-5}(V_1+600) = (8 \times 10^{-4} \times V_1) + (2 \times 10^{-5} \times 600)$$

$$\Rightarrow 10^{-5}[4(V_1+600)] = (8 \times 10^{-4} V_1) + (12000)$$

$$\Rightarrow 4V_1 + 24000 = 800V_1 + 12000 \Rightarrow 12000 = 76V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = 15/8 \text{ mL}$$

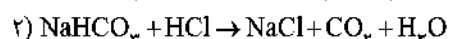
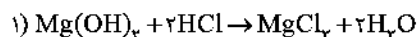
۱۰۷) به جز عبارت نخست، سایر عبارتها درست هستند.

تنها در دمای 25°C می‌توان ادعا کرد که اگر در محلولی غلظت یون هیدرونیوم 10^{-7} مولار باشد، آن محلول خنثی است، زیرا در این صورت غلظت یون هیدروکسید نیز 10^{-7} مولار بوده و با غلظت یون هیدرونیوم برابر است.

۱۰۸) به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

pH محلول‌ها به غلظت یون H^+ موجود در محلول بستگی دارد. با توجه به این که از غلظت اسیدهای HCl و HCOOH اطلاعی نداریم، نمی‌توان در مورد pH آن‌ها اظهار نظر کرد.

۱۰۹) جرم قرص ضد اسید را m گرم در نظر می‌گیریم.



$$\text{واکنش ۱: } \frac{m \times \frac{29}{100}}{1 \times 58} = \frac{xL \times 0.02 \text{ mol.L}^{-1}}{2} \Rightarrow m = 2x$$

$$\text{واکنش ۲: } \frac{m \times \frac{63}{100}}{1 \times 84} = \frac{yL \times 0.02 \text{ mol.L}^{-1}}{1} \Rightarrow 0.75m = 3y$$

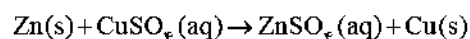
از طرفی مطابق داده‌های سؤال $x+y=0.42$ است.

$$\begin{cases} 0.75m = 3y \\ 0.75m = 2/25x \end{cases} \Rightarrow 3y = 2/25x$$

$$2x + 2/25x = 2(0.42) \Rightarrow x = 0.24 \Rightarrow m = 0.72 \text{ g} = 720 \text{ mg}$$

۱۱۰) به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

مطابق معادله واکنش که در زیر آمده است، به ازای مصرف یک مول روی (65 g Zn)، یک مول فلز مس (64 g Cu) تولید شده و جرم تیغه به مرور کاهش می‌یابد.



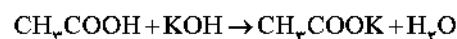
۱۰۱) مطابق داده‌های سؤال در زنجیر هیدروکربنی پاک‌کننده غیرصابونی مورد نظر، دو پیوند $C=C$ و در حلقه بنزنی آن، سه پیوند $C=C$ وجود دارد. به این ترتیب فرمول کلی پاک‌کننده A به صورت $C_nH_{2n-3}C_6H_4SO_3Na$ خواهد بود.

با توجه به متن سؤال می‌توان نوشت: $(2n-3)+4=33 \Rightarrow n=16$

$$\frac{\%C}{\%O} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{12(n+6)}{16(3)} = \frac{12(16+6)}{16(3)} = 5/5$$

$$K_a = \frac{(\alpha)(\alpha M)}{1-\alpha} \Rightarrow 2 \times 10^{-5} = \frac{\alpha \times 6 \times 10^{-5}}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha = 0.25$$

$$[H^+] = \alpha M \Rightarrow 6 \times 10^{-5} = 0.25M \Rightarrow M = 2/4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\frac{2/4 \times 10^{-4} \times 2/5}{1} = \frac{x}{1 \times 56} \Rightarrow x = 0.0326 \text{ g} \approx 32/6 \text{ mg}$$

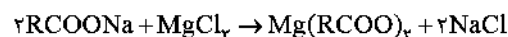
$$K_a = \frac{\alpha^2 M}{1-\alpha} \Rightarrow 3/6 \times 10^{-4} = \frac{\alpha^2 \times 7/2 \times 10^{-3}}{1-\alpha} \Rightarrow \alpha = 0.2$$

$$[H^+] = \alpha M = 0.2 \times 7/2 \times 10^{-3} = 144 \times 10^{-5}$$

$$\text{pH} = -\log[H^+] = -\log(144 \times 10^{-5})$$

$$= -[\log 144 + \log 10^{-5}] = -[\log 16 + \log 9 + \log 10^{-5}]$$

$$= -[4 \log 2 + 2 \log 3 + (-5)] = -[4(0.3) + 2(0.48) - 5] = 2/84$$



$$\frac{\text{جرم سدیم کلرید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم منیزیم کلرید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{x \text{ g MgCl}_2}{1 \times 95} = \frac{46/8 \text{ g NaCl}}{2 \times 58/5} \Rightarrow x = 38 \text{ g MgCl}_2$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم منیزیم کلرید}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow \text{ppm} = \frac{38 \text{ g}}{20000 \text{ g}} \times 10^6 = 1900$$

۱۰۵) عبارتهای دوم و سوم درست هستند.

فرمول مولکولی اوره و اتیلن گلیکول به ترتیب به صورت $\text{CO(NH}_2)_2$ و $\text{C}_2\text{H}_4(\text{OH})_2$ است.

بررسی هر چهار عبارت:

$$\bullet \text{ شمار اتم هادر هر گرم اوره} = 1 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}} \times \frac{N_A \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{4 \text{ atm}}{1 \text{ molecule}}$$

$$= \frac{2}{15} N_A \text{ atom}$$

$$\bullet \text{ شمار اتم ها در هر گرم اتیلن گلیکول} = 1 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{62 \text{ g}} \times \frac{N_A \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{10 \text{ atom}}{1 \text{ molecule}}$$

$$= \frac{2}{12/4} N_A \text{ atom}$$

۱۱۹ • شمار مول‌های یون سدیم (Na^+) در 0.2L محلول Na_2SO_4 با غلظت 2M برابر است با:

$$2 \times 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.2\text{L} = 0.8\text{mol}$$

• شمار مول‌های یون سدیم در 0.4L محلول Na_3PO_4 با غلظت 3M برابر است با:

$$3 \times 3 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.4\text{L} = 3.6\text{mol}$$

• غلظت نهایی یون سدیم برابر است با:

$$M_{\text{Na}^+} = \frac{(0.8 + 3.6)\text{mol}}{(0.2 + 0.4)\text{L}} = 7.33\text{mol.L}^{-1}$$

۱۲۰ • ابتدا از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم:

$$\text{جرم مولی } \text{CaBr}_2 \text{ (درصد جرمی)} = \frac{100}{M_p} \text{ مولاریته محلول نهایی } (M_p)$$

$$= \frac{100 \times 20 \times 1/25}{200} = 1/875\text{mol.L}^{-1}$$

اکنون از رابطه معروف $M_1 V_1 = M_2 V_2$ استفاده می‌کنیم:

$$8 \times V_1 = 1/875 \times 400 \Rightarrow V_1 = 93/75\text{mL}$$

۱۲۱ • به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

محلولی به غلظت 2000ppm معادل 0.2% درصد جرمی است.

۱۲۲ • ابتدا جرم یون کلسیم در محلول اولیه را حساب می‌کنیم:

$$? \text{g Ca}^{2+} = 490\text{g CaCO}_3(\text{aq}) \times \frac{2\text{g CaCO}_3}{100\text{g CaCO}_3(\text{aq})}$$

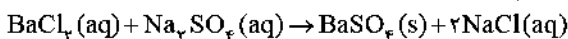
$$\times \frac{1\text{mol CaCO}_3}{100\text{g CaCO}_3} \times \frac{1\text{mol Ca}^{2+}}{1\text{mol CaCO}_3} \times \frac{40\text{g Ca}^{2+}}{1\text{mol Ca}^{2+}} = 3/92\text{g Ca}^{2+}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 2000 = \frac{3/92\text{g Ca}^{2+}}{x\text{g محلول}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow x = 1960\text{g محلول}$$

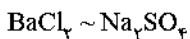
$$1960 - 490 = 1470\text{g H}_2\text{O}$$

۱۲۳ • معادله موازنه شده واکنش موردنظر به صورت زیر است:



ابتدا غلظت مولی محلول BaCl_2 را به دست می‌آوریم:

$$M = \frac{10 \times 15/6 \times 1/2}{208} = 0.9\text{mol.L}^{-1}$$



$$0.9\text{mol.L}^{-1} \times 0.2\text{L} = \frac{x\text{g}}{1 \times 142} \Rightarrow x = 25/56\text{g Na}_2\text{SO}_4$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{گرم حل شونده}}{\text{گرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 426 = \frac{25/56\text{g}}{y\text{g}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow y = 6 \times 10^4\text{g} \equiv 60\text{kg}$$

۱۲۴ • عبارتهای اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• گلوکومتر، میلی‌گرم گلوکز را در هر دسی‌لیتر از خون نشان می‌دهد.

• برای تهیه منیزیم از آب دریا، ابتدا یون‌های Mg^{2+} را به $\text{Mg}(\text{OH})_2$ رسوب می‌دهند. سپس رسوب تولیدشده را به MgCl_2 تبدیل می‌کنند. در پایان، جریان برق را از MgCl_2 عبور می‌دهند و منیزیم به دست می‌آید.

۱۱۱ • **بررسی نتایج آزمایش‌ها:**

• آزمایش اول نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی D از سه فلز دیگر بیشتر است. تا این جا گزینه‌های (۲) و (۳) حذف می‌شوند.
• آزمایش دوم نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی A بیشتر از E است.
• آزمایش سوم نشان می‌دهد که قدرت کاهندگی A از X نیز بیشتر است. به این ترتیب گزینه (۱) نیز حذف می‌شود.
۱۱۲ • عبارتهای اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• اغلب فلزها در واکنش با نافلزها تمایل دارند یک یا چند الکترون خود را به نافلزها داده و ضمن اکسایش به کاتیون تبدیل شوند.
• ماده‌ای که با گرفتن الکترون، سبب اکسایش گونه دیگر می‌شود، اکسنده نام دارد.
۱۱۳ • به جز عبارت نخست، سایر عبارتها نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

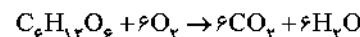
• در باتری بخشی از انرژی شیمیایی مواد موجود در آن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.
• اتانول غیرالکترولیت بوده و با آن نمی‌توان باتری موردنظر را ساخت.
• در الکتروشیمی به کمک انرژی الکتریکی، مواد جدید تولید می‌کنند.

۱۱۴ • عبارتهای اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• اغلب فلزها در واکنش با محلول اسیدها، گاز H_2 تولید می‌کنند.
• در شماری از واکنش‌های اکسایش - کاهش، انرژی مصرف می‌شود.
۱۱۵ • به جز عبارت نخست، سایر عبارتها درست هستند.
فرآورده نیم‌واکنش کاهش مربوط به واکنش فلز روی با گاز اکسیژن یون جامد اکسید (O^{2-} (s)) است.

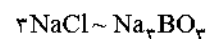
۱۱۶ • مطابق قانون پایستگی ماده، افزایش جرم مواد در واکنش اکسایش گلوکز، معادل جرم اکسیژن مصرفی است:



$$? \text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = 8/64\text{g O}_2 \times \frac{1\text{mol O}_2}{32\text{g O}_2} \times \frac{1\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{6\text{mol O}_2}$$

$$\times \frac{180\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1\text{mol C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 8/1\text{g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

۱۱۷ • از آن جا که هیچ اتم سدیمی در این واکنش‌ها از دست نمی‌رود، ضریب مولی NaCl باید ۳ برابر ضریب مولی Na_3BO_3 باشد:



$$\frac{35/1\text{g NaCl}}{3 \times 58/5} = \frac{x\text{g Na}_3\text{BO}_3}{1 \times 128} \Rightarrow x = 25/6\text{g Na}_3\text{BO}_3$$

۱۱۸ • عبارتهای اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• اگر در دما و حجم ثابت، فشار گاز A، دو برابر فشار گاز X باشد، به این معناست که شمار مول‌ها و مولکول‌های گاز A، دو برابر گاز X است. در صورتی که هر دو گاز A و X، تک‌اتمی یا دواتمی باشند، می‌توان نتیجه گرفت که شمار اتم‌های گاز A، دو برابر گاز X است.
• واکنش مربوط به فرایند هابر در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

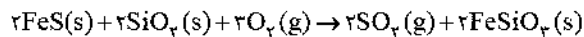
$$x = 2/5 \Rightarrow \begin{cases} b = 2x = 2(2/5) = 4/5 \\ 15 - n = 2(x) = 4/5 \Rightarrow n = 14/5 \end{cases}$$

$$m - n = 3 \Rightarrow m = n + 3 = 14/5 + 3 = 10/5$$

$$b - a = 2 \Rightarrow a = b - 2 = 4/5 - 2 = -6/5$$

$$\frac{m.a}{n.b} = \frac{10/5 \times 3}{14/5 \times 5} = 0.84$$

۱۲۹. معادله موازنه شده واکنش داده شده به صورت زیر است:



به ازای مصرف ۳ مول واکنش دهنده گازی شکل (O_2)، دو مول فراورده گازی شکل (SO_2) تولید شده و یک مول از گازهای درون سامانه کاسته می شود که معادل $1 \times 28 = 28$ لیتر است.

$$\left[\begin{array}{cc} \text{کاهش حجم (L) مول } O_2 & \\ 3 & 28 \\ x & 84 \end{array} \right] \Rightarrow x = 9 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{9 \text{ mol}}{\left(\frac{\Delta}{60}\right)h} = 108 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{1}{3} \bar{R}_{O_2} = \frac{1}{3} \times 108 = 36 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$\bar{R}_{SiO_2} = \frac{2}{3} \bar{R}_{O_2} = \frac{2}{3} \times 108 = 72 \text{ mol.h}^{-1}$$

$$72 \frac{\text{mol}}{h} = \frac{1200 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{60 \text{ g}}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta}{18} h = 17 \text{ min}$$

مدت زمان برای کامل شدن واکنش از آغاز برابر ۱۷ دقیقه بوده که پس از گذشت ۵ دقیقه به ۱۲ دقیقه دیگر نیاز است.

۱۳۰. معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل اتان (C_2H_6) به صورت مقابل است:

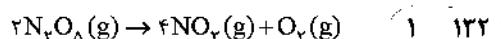
$$2C_2H_6(g) + 7O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 6H_2O(g)$$

$$\frac{x \text{ mol } O_2}{7} = \frac{13/2 \text{ mol } CO_2}{4 \times 44} \Rightarrow x = 0.525 \text{ mol } O_2$$

$$\bar{R}_{O_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} = \frac{0.525 \text{ mol}}{\left(\frac{120}{60}\right) \text{ min}} = 0.2625 \text{ mol.min}^{-1}$$

۱۳۱. با افزایش دما سرعت تمامی واکنش ها (چه گرماده، چه گرماگیر) افزایش می یابد.

- افزودن مقداری آب مقطر به واکنش دهنده، موجب کاهش غلظت آن شده و سرعت تجزیه آن را کم می کند.
- افزایش فشار تنها بر روی سرعت واکنش هایی مؤثر است که حداقل شامل یک واکنش دهنده گازی شکل باشد.
- کاتالیزگر این واکنش محلول KI است.



آغاز واکنش: $6/4 \quad 0 \quad 0$
پس از ۲ دقیقه: $6/4 - 2x \quad 4x \quad x$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{O_2} = \frac{\Delta n(O_2)}{V \cdot \Delta t}$$

$$0.04 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{\Delta n(O_2)}{\Delta L \times (2 \times 60) \text{ s}} \Rightarrow \Delta n(O_2) = 2/4 \text{ mol } O_2$$

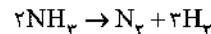
$$\text{مجموع شمار مول های درون ظرف} = 6/4 - 2x + 4x + x = 6/4 + 3x = 6/4 + 3(2/4) = 13/4$$

۱۲۵. فرمول شیمیایی آمونیوم سولفید و سدیم هیدروژن کربنات به همراه نسبت شمار اتمها به شمار عنصرهای آنها در زیر آمده است:

$$(NH_4)_2S: \frac{2(1+4)+1}{3} = \frac{11}{3}$$

$$NaHCO_3: \frac{1+1+1+3}{4} = \frac{3}{2}$$

۱۲۶. معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



آغاز واکنش: $12 \quad 0 \quad 0$
پس از ۴۵: $12 - 2x \quad x \quad 3x$

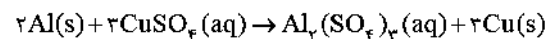
مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$\frac{(12-2x)+x+3x}{12} = \frac{100+10}{100} \Rightarrow \frac{12+2x}{12} = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow 122 = 120 + 20x \Rightarrow 12 = 20x \Rightarrow x = 0.6 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{H_2} = \frac{\Delta n(H_2)}{V \cdot \Delta t} = \frac{3(0.6)}{\Delta \times \frac{45}{60}} = \frac{1/8}{2/75} = 0.48 \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{h}^{-1}$$

۱۲۷. معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



با مصرف ۲ مول Al یعنی ۵۴ گرم آلومینیم، ۳ مول فلز Cu یعنی ۱۹۲ گرم مس، تولید شده و جرم تیغه با فرض این که تمام مس تولید شده بر سطح تیغه آلومینیومی رسوب کند، ۱۳۸ گرم افزایش می یابد. اگر مطابق داده ها فقط ۷۵٪ از Cu بر سطح تیغه رسوب کند، افزایش جرم تیغه برابر است با:

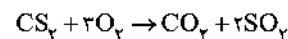
$$(3 \times 64 \times \frac{75}{100}) - (2 \times 27) = 90 \text{ g}$$

اکنون می توان از یک تناسب ساده استفاده کرد:

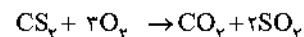
$$\left[\begin{array}{cc} \text{مول مس تولید شده افزایش جرم تیغه (g)} & \\ 90 & 3 \\ \frac{25}{100} \times 120 & x \end{array} \right] \Rightarrow x = 1 \text{ mol Cu}$$

$$\bar{R}_{Cu} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1 \text{ mol}}{\frac{90}{60} h} = 0.67 \text{ mol.h}^{-1}$$

۱۲۸. ۴



واضح است که A و B به ترتیب واکنش دهنده و فراورده هستند. از آن جا که تغییرات مول در A در ۱۵ ثانیه برابر با ۹/۹ و برای B در همین مدت برابر با ۶/۶ مول است، می توان نتیجه گرفت که ضریب A باید برابر B باشد و در نتیجه A و B به ترتیب O_2 و SO_2 هستند.



$$A-x \quad 15-3x \quad x \quad 2x$$

$$\text{ثانیه } 10: (x+2x) = (15-3x) \Rightarrow x = 2/5 \text{ mol}$$

$$\bar{R}_{O_2} = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 2(12) = 24 \text{ mol.min}^{-1}$$

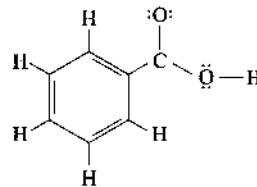
$$\Rightarrow \frac{m-n}{\Delta} = 24 \Rightarrow m-n = 2$$

$$\bar{R}_{SO_2} = 2\bar{R}_{\text{واکنش}} \Rightarrow 2(12) = \frac{b-a}{\Delta} \Rightarrow b-a = 2$$

۱۳۳ ۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- تفاوت جرم مولی بنزوئیک اسید ($C_7H_6O_2$) با اثناترین اسید آلی یعنی استیک اسید ($C_2H_4O_2$) برابر با جرم مولی C_5H_2 یعنی ۶۲ گرم است.
- بنزوئیک اسید نوعی نگهدارنده است.
- نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی مولکول بنزوئیک اسید برابر با $\frac{19}{4} = 4.75$ است.



۱۳۴ ۳ بررسی عبارت‌های نادرست:

- ا) هر چند رادیکال‌ها محتوی اتم یا اتم‌هایی است که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند (زیرا الکترون جفت نشده دارند)، اما عکس این مطلب درست نیست.
- ب) سهم تولید گاز CO_2 در ردپای غذا به مراتب بیش از سوختن سوخت‌ها در خودروها، کارخانه‌ها و ... است.

۱۳۵ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

- لیکوپن نوعی بازدارنده است، در حالی که در واکنش سوختن قند، خاک باغچه به عنوان کاتالیزگر عمل می‌کند. ساختار لیکوپن به صورت زیر است:

