



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۸/۱۹

آزمون
پنجم
حضورى

دترچه شماره ۱



سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل اول: ماتریس و کاربردها صفحه ۹ تا ۳۱</p> <p>هندسه دهم هندسه (۱): فصل دوم: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن (تا ابتدای تشابه مثلثها) صفحه ۹ تا ۳۷</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای درس ۲ تا ابتدای هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها) صفحه ۹ تا ۱۷</p> <p>آمار و احتمال فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات (از ابتدای مجموعه - زیرمجموعه تا پایان فصل) صفحه ۱۹ تا ۳۸</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله (تا ابتدای الگو و دنباله) صفحه ۱ تا ۱۳</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل اول: تابع صفحه ۱ تا ۲۲</p> <p>حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل اول: جبر و معادله (درس ۲ و ۳) + فصل دوم: تابع صفحه ۷ تا ۲۲ و ۳۷ تا ۷۰</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل چهارم: معادله و نامعادله‌ها + فصل پنجم: تابع صفحه ۶۹ تا ۱۱۷</p>

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

حسابان (۲): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

۱- تابع وارون پذیر f مفروض است. با اعمال کدام تبدیل‌ها بر روی تابع $y = \frac{1}{3}f^{-1}(2+x)$ ، وارون تابع $y = f(2x)$ به دست می‌آید؟

- (۱) انبساط افقی و انتقال عمودی
(۲) انقباض افقی و انتقال عمودی
(۳) انقباض عمودی و انتقال افقی
(۴) انبساط عمودی و انتقال افقی

۲- تابع $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ مفروض است. دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - f^{-1}(2x)}$ کدام است؟

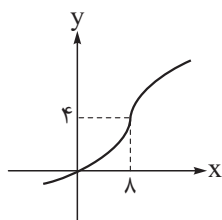
- (۱) $[1, 3]$
(۲) $[0, 3]$
(۳) $[3, +\infty)$
(۴) $[2, +\infty)$

۳- نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را نسبت به خطوط $x=2$ و $y=0$ قرینه می‌کنیم و سپس k واحد به بالا انتقال می‌دهیم.

اگر نمودار نهایی بر وارون خود منطبق باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۶
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

۴- نمودار تابع $f(x) = a\sqrt[3]{x+b} + 2a$ به صورت زیر است. باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $ax + b$ بر $ax + f^{-1}(x)$ کدام است؟



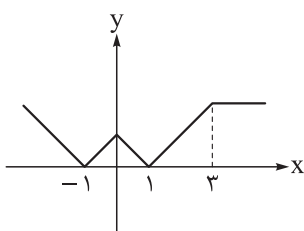
(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۴

(۴) ۶

۵- نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر $y = f(|x| + k)$ تابعی ثابت باشد. حدود k کدام است؟

(۱) $k \geq 3$ (۲) $0 \leq k < 3$ (۳) $-3 \leq k \leq 0$ (۴) $k \leq -3$

محل انجام محاسبات



۶- تابع $f(x) = x^2 - 6x + \sqrt{-x}$ مفروض است. چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله $f(x^2 - 4) < f(x^2 + 4x)$ وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ بی‌شمار

۷- باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - 2x - 3$ برابر $2x + 3$ است. باقی‌مانده تقسیم $2xf(2x+1) + f(2-x)$ بر $x+1$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -۷

۸- اگر $(x^3 + 1)p(x) = x^{24} - 1$ ، باقی‌مانده تقسیم عبارت $p(x-3) - 3xp(x-1)$ بر $x-2$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) -۸

۹- اگر f و g دو تابع با دامنه \mathbb{R} باشند، به طوری که $y = f + 2g$ صعودی اکید و $y = 2g + 3f$ نزولی اکید باشد، کدام تابع قطعاً صعودی اکید است؟

- ۱ (۱) $f \circ f$ ۲ (۲) $f + g$

- ۳ (۳) g^2 ۴ (۴) f^2

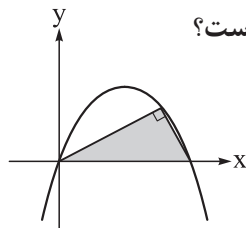
حسابان (۱): صفحه‌های ۷ تا ۲۲ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۶۹ تا ۱۱۷

۱۰- معادله درجه دوم $x^2 + 2mx + 12 - m = 0$ دو ریشه منفی دارد. برای ریشه‌های معادله $(3-m)x^2 + 2mx + 12 - m = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ (۱) دو ریشه مثبت دارد. ۲ (۲) دو ریشه منفی دارد.
۳ (۳) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد. ۴ (۴) فاقد ریشه حقیقی است.

۱۱- در یک سهمی به معادله $f(x) = (x+a-1)(x-b+1)$ عرض رأس سهمی برابر -8 است. اختلاف صفرهای تابع f چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۶ ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) $4\sqrt{2}$



۱۲- در شکل مقابل، نمودار سهمی $y = 6x - x^2$ رسم شده است. مساحت مثلث رنگی چه قدر است؟

- ۱ (۱) ۴/۵

- ۲ (۲) ۹

- ۳ (۳) ۳

- ۴ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

۱۳- ریشه‌های کدام معادله زیر، از ریشه‌های معادله $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2-x} = 2$ دو واحد کم‌تر است؟

$$9x^2 - 10x + 1 = 0 \quad (1)$$

$$9x^2 - 10x - 1 = 0 \quad (3)$$

$$9x^2 + 10x + 1 = 0 \quad (2)$$

$$9x^2 + 10x - 1 = 0 \quad (4)$$

۱۴- بازه (a, b) بزرگ‌ترین بازه‌ای است که زیرمجموعه مجموعه جواب نامعادله $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} < -3$ است. نقطه میانی این بازه کدام است؟

$$1 \quad (1) \qquad 2 \quad (2) \qquad \frac{1}{2} \quad (3) \qquad \frac{3}{2} \quad (4)$$

۱۵- مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax-2}{3x-b} > 4$ ، بازه $(2, +\infty)$ است. مجموعه جواب $\frac{x-a}{2b-x} < 0$ کدام است؟

$$\mathbb{R} - \{1, 2\} \quad (1)$$

$$\mathbb{R} - [6, 12] \quad (3)$$

$$\mathbb{R} \quad (2)$$

$$\emptyset \quad (4)$$

۱۶- دو کارگر A و B با هم، کاری را در ۱۲ روز تمام می‌کنند. کارگر A به تنهایی ۱۸ روز دیرتر از کارگر B کار را تمام می‌کند. از ابتدا چند کارگر هم‌سرعت با A اضافه کنیم تا کار توسط همگی کارگرها در طی یک روز تمام شود؟

$$16 \quad (1) \qquad 34 \quad (2) \qquad 18 \quad (3) \qquad 33 \quad (4)$$

۱۷- توابع $f(x) = [x-3] + [-x]$ و $g(x) = a + |x|$ مفروض است. اگر برد توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ یکسان باشد، مقدار $\left[\frac{-a}{3}\right]$ کدام است؟

$$-4 \quad (1) \qquad -3 \quad (2) \qquad 3 \quad (3) \qquad 4 \quad (4)$$

۱۸- فرض کنید $f = \{(2, 1), (-1, 2), (1, 4)\}$ باشد. اگر $f \circ \frac{1}{f} = \frac{1}{g} \circ f^{-1}$ باشد، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \qquad -1 \quad (2) \qquad \frac{1}{4} \quad (3) \qquad \frac{1}{2} \quad (4)$$



ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۹ تا ۱۷، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۹ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳

۱۹- در یک کلاس ۶۰ نفری، ۲۵ نفر عینکی‌اند و ۱۵ نفر چپ‌دست هستند. ۲۷ نفر نه عینکی‌اند و نه چپ‌دست. به چند حالت می‌توان گروهی شامل حداقل یک دانش‌آموز آموزش تشکیل داد که تمام آن‌ها هم عینکی باشند و هم چپ‌دست؟

(۱) ۷ (۲) ۶۳ (۳) ۱۲۷ (۴) ۳۱

۲۰- اگر $A = \{0, x, y\}$ و $B = \{1, x+1, z\}$ دو مجموعه باشند به طوری که $A \cap B = A$ و $B \times A \subseteq A^2$ ، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای $x+y+z$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۱- تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه A که فاقد یک عضو خاص از آن هستند، ۵ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی A می‌باشد که شامل یک عضو خاص‌اند. مجموعه A را به چند حالت می‌توان به مجموعه‌های دو‌عضوی و سه‌عضوی افزایش کرد؟

(۱) ۲۱۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۲۸۰ (۴) صفر

۲۲- یک مجموعه n عضوی دارای k زیرمجموعه دو‌عضوی است. اگر k^2 مضرب ۴ باشد، m حالت برای n ‌های سه‌رقمی وجود دارد. مجموع ارقام m کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۳- اگر $A_n = (-\frac{2}{n}, \frac{2n-1}{n})$ باشد، مساحت ناحیه $(A_1 \times A_2) \cap (A_3 \times A_4)$ کدام است؟

(۱) $\frac{10}{3}$ (۲) $\frac{13}{3}$ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۲۴- اگر $3a+4 \mid x$ و $4a+3 \mid x$ ، چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۵- اگر $5 \mid a+5$ و $11 \mid a-1$ ، آن‌گاه بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی a ، k واحد از کوچک‌ترین عدد دورقمی a بزرگ‌تر خواهد بود. کدام گزینه در رابطه با k نادرست است؟

(۱) $9 \mid k^2 - 1$ (۲) $7 \mid k^2 - 2$ (۳) $6 \mid k+1$ (۴) $4 \mid k-1$

۲۶- کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، ۶ برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌هاست. اگر عدد بزرگ‌تر بر عدد کوچک‌تر بخش‌پذیر نباشد، مجموع این دو عدد چند مقدار سه‌رقمی دارد؟

(۱) ۱۸۹ (۲) ۱۷۹ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۹۰

محل انجام محاسبات



۲۷- اگر k ، برابر باشد با مجموع مربعات n عدد اول متوالی که از ۲ شروع می‌شوند و $k \mid 24$ ، آن گاه میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد چهاررقمی برای n کدام است؟

- (۱) ۵۵۲۰ (۲) ۵۵۰۱ (۳) ۵۵۰۴ (۴) ۵۵۰۹

۲۸- نقطه $A(\alpha, \beta)$ با مختصات صحیح، روی منحنی $y = \frac{2x-11}{x+3}$ قرار دارد و $\alpha\beta > 0$. اگر باقی‌مانده تقسیم عدد زوج

n بر $\alpha - \beta$ برابر ۹ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{n}{4}$ بر $\alpha - \beta$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

هندسه (۳): صفحه‌های ۹ تا ۳۱، هندسه (۱): صفحه‌های ۹ تا ۳۷

۲۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن گاه ماتریس A^{-1} کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 0/1 & 0/3 \\ -0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -0/1 & -0/3 \\ 0/2 & -0/4 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -0/4 & 0/2 \\ -0/3 & -0/1 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0/4 & -0/2 \\ 0/3 & 0/1 \end{bmatrix}$

۳۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه دترمینان ماتریس $I + \frac{1}{4}A$ کدام است؟

- (۱) $-2/75$ (۲) $-0/25$ (۳) $2/75$ (۴) $0/25$

۳۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^3 - A^2 = mA + nI$ ، آن گاه دوتایی مرتب (m, n) کدام است؟

- (۱) $(19, 5)$ (۲) $(13, 3)$ (۳) $(19, -5)$ (۴) $(13, -3)$

۳۲- ماتریس ضرایب، $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس مقادیر معلوم و $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات یک دستگاه دو معادله

دومجهولی است. مجموع درایه‌های ماتریس $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} [b \quad 1-a]^{1402}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) 1402 (۳) 2^{1402} (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۳۳- اگر A یک ماتریس 2×2 باشد، به طوری که $A^2 = 9I$ ، آن گاه ماتریس $(A - 2I)^{-1} - A^2$ برابر با کدام است؟

(۱) $-2(A + 2I)$

(۳) $-2(A + I)$

۳۴- اگر A و X دو ماتریس باشند، به طوری که $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} 2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $XA = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ 0 & 2|A| \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس X کدام است؟

(۱) $0/5$

(۲) 1

(۳) $1/5$

(۴) 2

۳۵- اگر A یک ماتریس اسکالر 3×3 باشد، به طوری که $A^3 - A = A^2 + A$ ، آن گاه حاصل دترمینان ماتریس A کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) -1

(۲) 2

(۳) 8

(۴) صفر

۳۶- اگر $m = \begin{vmatrix} 1 & 2a & 9a^2 \\ 1 & 2b & 4b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$ و $n = \begin{vmatrix} 2bc & 1 & 3a \\ 3ac & 1 & 2b \\ 6ab & 1 & c \end{vmatrix}$ ، آن گاه با فرض $n \neq 0$ ، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

(۱) 1

(۲) abc

(۳) -1

(۴) $-abc$

۳۷- اگر $\frac{a}{a+3} = \frac{2b}{2b+1}$ و c واسطه هندسی a و b باشد، آن گاه $\frac{c}{b}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$

(۲) 6

(۳) $\sqrt{1/5}$

(۴) $1/5$

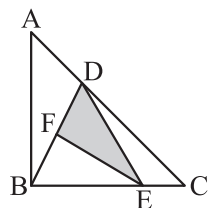
۳۸- مطابق شکل، اگر $\frac{AD}{CD} = \frac{CE}{BE} = \frac{BF}{BD} = \frac{1}{2}$ ، آن گاه مساحت مثلث ABC ، چند برابر مساحت مثلث DEF است؟

(۱) 4

(۲) $4/5$

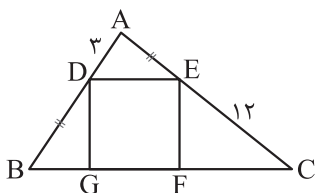
(۳) 5

(۴) 6



محل انجام محاسبات

۳۹- مطابق شکل، مربعی درون مثلث ABC محاط شده است. اگر $AE = BD$ ، آن گاه با توجه به اندازه‌های روی شکل، نسبت مساحت این مربع به مساحت مثلث ABC کدام است؟



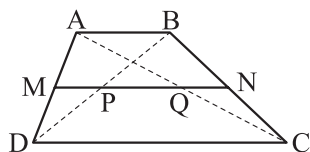
$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

۴۰- مطابق شکل، قطرهای دوزنقه $ABCD$ رسم شده‌اند و MN با قاعده‌های آن موازی است. اگر $\frac{\Delta MP}{PQ} = \frac{CD}{AB} = 2$ ، آن گاه نسبت $\frac{BN}{NC}$ کدام است؟



$$1/75 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$2/25 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۰۸/۱۹

آزمون
پنجم
حضورى

دترچه شماره ۲



تجربى | رياضى | انسانى

سال تحصیلى
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p>شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل اول: مولکول‌ها در خدمت تندرستی (تا ابتدای بازها محلول‌هایی با $14 < pH < 7$) صفحه ۱ تا ۲۸ شیمی دهم شیمی (۱): فصل دوم: ردپای گازها در زندگی صفحه ۴۵ تا ۸۴</p>	<p>فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل اول: حرکت بر خط راست (از ابتدای حرکت با شتاب ثابت تا پایان فصل) صفحه ۱۵ تا ۲۸ فیزیک دهم فیزیک (۱): فصل دوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد + فصل سوم: کار، انرژی و توان (تا ابتدای کار و انرژی پتانسیل) صفحه ۲۳ تا ۶۴</p>

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



فیزیک (۳): صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸

۴۱- متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x در حال حرکت است، در لحظه‌ای با سرعت $\vec{v}_1 = (8 \text{ m/s}) \vec{i}$ از مکان

$x = 17 \text{ m}$ عبور می‌کند و ۴s بعد، با سرعت \vec{v}_2 به مکان $x = -23 \text{ m}$ می‌رسد. \vec{v}_2 بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

- (۱) $12 \vec{i}$ (۲) $-12 \vec{i}$ (۳) $28 \vec{i}$ (۴) $-28 \vec{i}$

۴۲- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در ابتدا و انتهای ۲ ثانیه دوم حرکتش، به

ترتیب \vec{i} (۳۰ m/s) و \vec{i} (۲۰ m/s) است. تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیه دوم، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) ۶/۵ (۳) ۵ (۴) ۱۳

۴۳- سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب $\vec{v}_1 = (2 \text{ m/s}) \vec{i}$ و

$\vec{v}_2 = (-4 \text{ m/s}) \vec{i}$ است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 اندازه جابه‌جایی متحرک ۳m باشد. مسافت طی شده توسط آن

در این بازه زمانی چند متر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۹

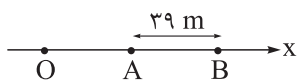
۴۴- معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 2t - 8$ است. در

لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، بردار شتاب آن بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

- (۱) $6 \vec{i}$ (۲) $2 \vec{i}$ (۳) $-6 \vec{i}$ (۴) $-2 \vec{i}$

۴۵- در شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند و سرعت آن در نقاط O و B به ترتیب 4 m/s و

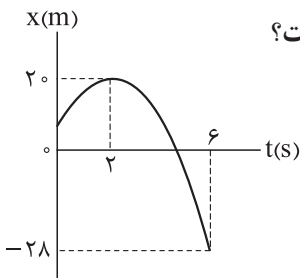
16 m/s است. اگر متحرک فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت ۳s طی کند، فاصله دو نقطه O و A چند متر است؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۱ (۴) ۴۲

۴۶- نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط

متحرک در بازه زمانی‌ای که طول بردار مکان آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $2\sqrt{15}$ (۳) ۵ (۴) ۵/۵

محل انجام محاسبات



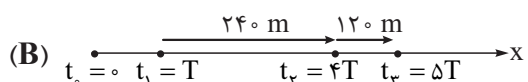
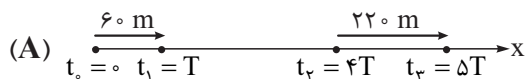
۴۷- معادله سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، در SI به صورت $v = -2t + 8$ است. اگر جهت بردار سرعت متحرک در مکان $x = 25 \text{ m}$ تغییر کند، جهت بردار مکان آن در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تغییر می کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۸- متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x در حال حرکت است. اگر اندازه جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌های دوم و چهارم برابر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در ثانیه سوم چند برابر مسافت طی شده توسط آن در ثانیه اول است؟

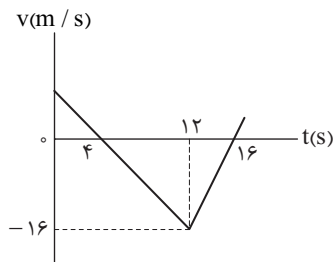
- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۴۹- دو متحرک A و B با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت هستند. شکل‌های زیر، بردارهای جابه‌جایی این دو متحرک را در بازه‌های زمانی معین نشان می‌دهند. اندازه شتاب متحرک B چند برابر اندازه شتاب متحرک A است؟

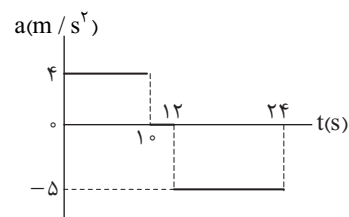


- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۵۰- نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در مبدأ زمان، متحرک در مکان $x = 72 \text{ m}$ قرار داشته باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی ای که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) ۲
(۲) $0/75$
(۳) $8/8$
(۴) $0/8$

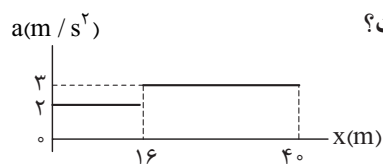


۵۱- نمودار شتاب - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل مقابل است. اگر در لحظه $t = 20 \text{ s}$ جهت حرکت متحرک تغییر کند، تندی متوسط آن در ۲۴ ثانیه اول چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲

محل انجام محاسبات

۵۲- نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر متحرک از مبدأ مکان با تندی 6 m/s عبور کند، تندی متحرک در مکان $x = 32 \text{ m}$ چند متر بر ثانیه است؟



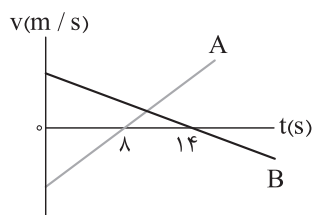
۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۵۳- نمودار سرعت - زمان دو متحرک که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می کنند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک A ، برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد و دو متحرک در مبدأ زمان، در یک مکان قرار داشته باشند، در چه لحظه ای بر حسب ثانیه دو متحرک مجدداً به هم می رسند؟



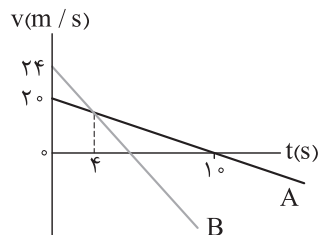
۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

۲۰ (۳)

۵۴- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می کنند، به شکل زیر است. اگر در مبدأ زمان متحرک B در مکان $x = 2 \text{ m}$ و متحرک A در مبدأ مکان باشد، در بازه زمانی ای که دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می کنند، فاصله آن ها از یکدیگر چند متر تغییر می کند؟



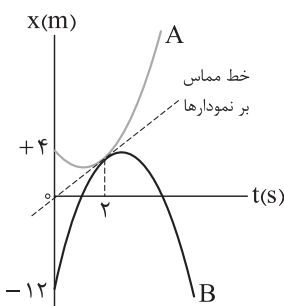
۶ (۲)

۱۲ (۱)

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۵۵- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هر دو با شتاب ثابتی با بزرگی یکسان حرکت می کنند، به شکل زیر است. بزرگی شتاب هر یک از متحرک ها چند متر بر مربع ثانیه است؟ (دو نمودار در لحظه $t = 2 \text{ s}$ بر هم مماس هستند.)



۲ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

محل انجام محاسبات

۵۶- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی متوسط گلوله در آخرین ثانیه حرکت خود تا رسیدن به سطح زمین برابر 20 m/s باشد، h برابر چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) $31/25$ (۴) $62/5$

۵۷- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از یک بلندی رها می‌شود. اگر اندازه جابه‌جایی گلوله در T ثانیه اول برابر d باشد، اندازه جابه‌جایی آن در بازه زمانی $t_1 = 3T$ تا $t_2 = 5T$ چند برابر d است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۵۸- در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع $72/8$ متری سطح زمین رها می‌شود. گلوله در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب از ارتفاع‌های ۴۴ متری و ۸ متری سطح زمین عبور می‌کند. تندی متوسط گلوله در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

- (۱) ۱۸ (۲) ۳۶ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

۵۹- در مبدأ زمان، گلوله A از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین و در لحظه $t = 2s$ ، گلوله B از ارتفاع ۷۰ متری سطح زمین رها می‌شوند. چند ثانیه بعد از رها شدن گلوله B فاصله آن‌ها از یکدیگر 20 m می‌شود؟ (نیروی مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \text{ m/s}^2$ است.)

- (۱) $1/25$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $1/5$

۶۰- در شرایط خلأ، گلوله A از ارتفاع ۴۵ متری سطح زمین و پس از $1/5 \text{ s}$ ، گلوله B از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. بیشینه h چند متر باشد تا از لحظه رها شدن گلوله B ، فاصله دو گلوله پیوسته در حال کاهش باشد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

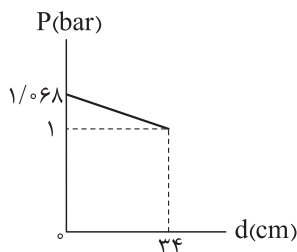
- (۱) $6/25$ (۲) $11/25$ (۳) $22/5$ (۴) $33/75$

فیزیک (۱): صفحه‌های ۲۳ تا ۶۴

۶۱- وضعیت مایعی در تماس با یک سطح شیشه‌ای افقی و تمیز به شکل زیر است. اگر یک لوله موئین شیشه‌ای تمیز را، به طور قائم، وارد مقداری از این مایع کنیم، سطح مایع درون لوله به صورت کدام شکل خواهد بود؟



محل انجام محاسبات



۶۲- درون ظرفی مقداری مایع به ارتفاع 34 cm ریخته شده است. نمودار فشار بر حسب فاصله از کف ظرف به شکل مقابل است. در عمق $20/4\text{ cm}$ از مایع، فشار ناشی از مایع چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\text{ g/cm}^3$, $g = 10\text{ N/kg}$)

(۱) ۵

(۲) ۲/۵

(۳) ۲

(۴) ۳

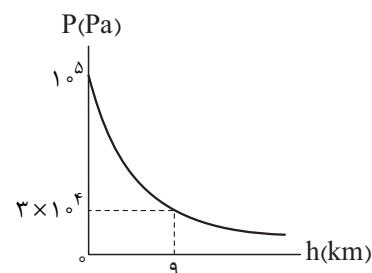
۶۳- درون ظرفی استوانه‌ای که مساحت قاعده آن 20 cm^2 است، 544 cm^3 آب ریخته‌ایم. چند سانتی‌متر مکعب روغن به آن اضافه کنیم تا فشار سنج‌های در کف ظرف 5 cmHg شود؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6\text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{روغن}} = 0/8\text{ g/cm}^3$)

(۱) ۵۱۰

(۲) ۶۸۰

(۳) ۸۱۶

(۴) ۱۰۲۰



۶۴- نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین به شکل مقابل است. اگر یک ستون فرضی هوا از سطح زمین تا بالاترین قسمت جو به سطح مقطع 100 cm^2 در نظر بگیریم، در این ستون، جرم هوا از سطح زمین تا ارتفاع 9 km از سطح زمین چند کیلوگرم است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

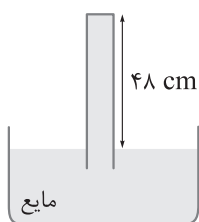
(۱) ۳۰

(۲) ۷۰

(۳) ۹۰

(۴) ۱۰۰

۶۵- در شکل زیر، فشار هوا 76 cmHg ، سطح مقطع لوله وارون فرورفته در ظرف 5 cm^2 و چگالی مایع $1/7\text{ g/cm}^3$ است. بزرگی نیروی وارد بر انتهای بسته لوله چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و چگالی جیوه $13/6\text{ g/cm}^3$ است.)



(۱) ۴۷/۶

(۲) ۴/۷۶

(۳) ۴۰/۸

(۴) ۴/۰۸

محل انجام محاسبات



۶۶- در شکل زیر، قطر مقطع مخزن استوانه‌ای پر از آب، 60 cm و قطر مقطع لوله متصل به آن 2 cm است. اگر به مایع درون لوله، 270 g آب اضافه کنیم، کدام یک از موارد زیر رخ می‌دهد؟ ($\pi = 3, g = 10\text{ N/kg}$)



الف) اندازه نیرویی که مایع به سطح بالایی مخزن وارد می‌کند، 2430 N افزایش می‌یابد.

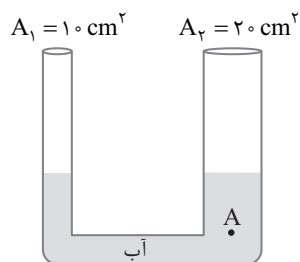
ب) فشار پیمانه‌ای در کف مخزن 10 kPa افزایش می‌یابد.

پ) اندازه نیرویی که مایع به کف مخزن استوانه‌ای وارد می‌کند، $2/7\text{ N}$ افزایش می‌یابد.

ت) اندازه نیرویی که مخزن استوانه‌ای به سطح افقی وارد می‌کند، $2/7\text{ N}$ افزایش می‌یابد.

۱) ب و پ ۲) ب و ت ۳) الف و ت ۴) الف و پ

۶۷- در شکل زیر اگر به شاخه سمت چپ 17 L از نوعی روغن اضافه شود، فشار در نقطه A چند میلی‌متر جیوه تغییر می‌کند؟ ($\rho_{\text{Hg}} = 13/6\text{ g/cm}^3, \rho_{\text{آب}} = 1\text{ g/cm}^3, \rho_{\text{روغن}} = 0/6\text{ g/cm}^3, g = 10\text{ m/s}^2$)



۱) ۳۴۰

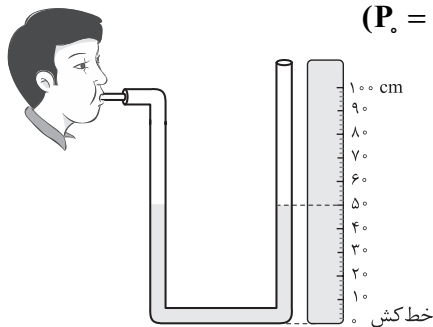
۲) ۳۴

۳) ۲/۵

۴) ۰/۲۵

۶۸- یک مانومتر حاوی مایعی به چگالی 8 g/cm^3 است و فردی مطابق شکل هوای دم و بازدم خود را وارد مانومتر می‌کند. در این عمل حداکثر و حداقل ارتفاع مایع در لوله سمت راست به ترتیب بر روی اعداد ۴۰ و ۶۵ قرار می‌گیرد.

اختلاف فشار دم و بازدم این فرد چند پاسکال است؟ ($P_0 = 10^5\text{ Pa}, g = 10\text{ m/s}^2$)



۱) ۸۰۰۰

۲) ۲۰۰۰۰

۳) ۴۰۰۰۰

۴) ۴۰۰۰

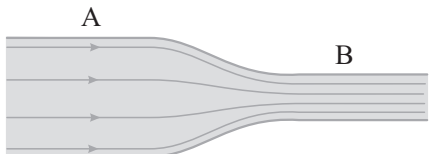
محل انجام محاسبات



۶۹- چگالی جسمی کم تر از چگالی یک شاره است. اگر این جسم را به آرامی روی سطح این شاره قرار دهیم، جسم در چه وضعیتی قرار می گیرد و رابطه بین بزرگی نیروهای شناوری (F_b) و وزن جسم (W) مطابق کدام گزینه است؟

- (۱) شناور، $F_b < W$
 (۲) شناور، $F_b = W$
 (۳) غوطه‌ور، $F_b < W$
 (۴) غوطه‌ور، $F_b = W$

۷۰- در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام یک از موارد زیر درست است؟



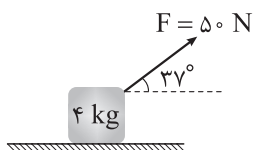
- (الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.
 (ب) تندی شاره در قسمت B، ۴ برابر تندی شاره در قسمت A است.
 (پ) آهنگ شارش شاره در قسمت B، ۴ برابر آهنگ شارش شاره در قسمت A است.

- (ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.
 (۱) ب و ت
 (۲) الف و پ
 (۳) ت
 (۴) ب

۷۱- ماهواره‌ای به جرم 220 kg با تندی ثابت 9000 km/h به دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی این ماهواره چند مگاژول است؟

- (۱) $6/25$
 (۲) $6/875$
 (۳) 625
 (۴) $687/5$

۷۲- در شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم 4 kg که روی سطح افقی قرار دارد، نیروی F وارد می‌شود. اگر اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم 15 N باشد، تندی جسم پس از 2 m جابه‌جایی، به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($\cos 37^\circ = 0/8$)



- (۱) ۵
 (۲) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $2\sqrt{5}$
 (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۷۳- متحرکی روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در نقطه‌های A و B از مسیر حرکتش، یکسان باشد، کدامیک از موارد زیر الزاماً درست است؟

- (الف) در طول مسیر از نقطه A تا نقطه B، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است.
 (ب) در طول مسیر از نقطه A تا نقطه B، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر نیست.
 (پ) کار کل انجام‌شده بر روی جسم در طی جابه‌جایی آن از نقطه A تا نقطه B برابر صفر است.
 (ت) کار کل انجام‌شده بر روی جسم در طی جابه‌جایی آن از نقطه A تا نقطه B برابر صفر نیست.
- (۱) الف و پ (۲) ب و پ (۳) پ (۴) ت

۷۴- شخصی یک گلوله برفی به جرم 150 g را از روی زمین برمی‌دارد و در راستای قائم تا ارتفاع 180 cm بالا می‌برد و سپس در همان ارتفاع، آن را با تندی 12 m/s پرتاب می‌کند. کار انجام‌شده توسط شخص روی گلوله برف چند ژول است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

- (۱) $13/5$ (۲) $10/8$ (۳) $8/1$ (۴) $24/3$

۷۵- از سطح زمین، جسمی به جرم 4 kg با تندی 20 m/s در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا ارتفاع بیشینه گلوله 200 J - باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)، اندازه نیروی مقاومت هوا را در تمام مسیر ثابت در نظر بگیرید.

- (۱) 10 (۲) $10\sqrt{3}$ (۳) 20 (۴) $10\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

۷۶- تفاوت جرم مولی اسید چرب و الکل سازنده ترکیب زیر، چند برابر جرم مولی اوره است؟

 $(H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$

$CH_2OC(CH_2)_{16}CH_3$	۱/۹ (۱)
$CHOC(CH_2)_{16}CH_3$	۲/۴ (۲)
$CH_2OC(CH_2)_{16}CH_3$	۳/۲ (۳)
$CH_2OC(CH_2)_{16}CH_3$	۳/۷ (۴)

۷۷- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) اگر به مخلوط آب و روغن، مقداری صابون اضافه کرده و آن را هم بزنی، مخلوطی پایدار و همگن ایجاد می‌شود.
 (۲) مخلوط اتیلن گلیکول در آب برخلاف شیر و ژله، نور را پخش نمی‌کند.
 (۳) رفتار کلوئیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت.
 (۴) مخلوط خاکشیر در آب همانند شربت معده، از نوع سوسپانسیون است.
- ۷۸- چند مورد از مواد زیر، اسید یا باز آرنیوس محسوب می‌شود و بر اثر انحلال مول‌های برابر از کدام دو ترکیب در دو نمونه آب مقطر با حجم یکسان، محلول‌هایی با رسانایی الکتریکی به تقریب یکسان حاصل می‌شود؟ (از تغییر حجم آب، صرف نظر کنید.)

 $SO_3 \cdot CH_3COOH \cdot N_2O_5 \cdot NH_3 \cdot HBr \cdot NO \cdot K_2O \cdot C_2H_5OH \cdot BaO$
BaO و N_2O_5 ، ۸ (۲) CH_3COOH و NH_3 ، ۸ (۱) N_2O_5 و K_2O ، ۷ (۴) NH_3 و HBr ، ۷ (۳)

۷۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت اسیدی، برای موهای چرب استفاده می‌شود.
- تشکیل کف کم، هنگام استفاده از پاک‌کننده‌های صابونی در آب اهواز، یک شاهد عینی برای سختی پایین آب آشامیدنی این شهر محسوب می‌شود.
- همه اتم‌های اکسیژن در ساختار صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی هستند.
- برای جلوگیری از ایجاد لکه بر روی لباس‌ها در هنگام شست‌وشوی آن‌ها در آب سخت، می‌توان نمک‌های فسفات‌دار را به شوینده‌های صابونی اضافه کرد.

(۴) یک

(۳) چهار

(۲) سه

(۱) دو

محل انجام محاسبات



۸۰- با توجه به داده‌های جدول زیر که در دمای اتاق اندازه‌گیری شده‌اند، درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

اسید	K_a
HA	بسیار بزرگ
HB	بزرگ
HC	$1/8 \times 10^{-5}$
HD	$1/8 \times 10^{-4}$

- در غلظت یکسان، مقایسه سرعت واکنش ۴ قطعه نوار منیزیم یکسان با محلول ۴ اسید به صورت $HA > HB > HC > HD$ است.
- اگر HD فورمیک اسید باشد، HC را می‌توان استیک اسید در نظر گرفت.
- در دمای اتاق، در محلول‌هایی با pH یکسان، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HC، ۱۰ برابر غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HD است.
- در حجم و غلظت یکسان محلول‌ها، در دمای اتاق، حجم گاز تولیدشده پس از پایان واکنش m گرم فلز منیزیم با محلول ۴ اسید، یکسان است.

- (۱) نادرست - درست - درست - درست (۲) درست - نادرست - نادرست - نادرست
(۳) نادرست - درست - نادرست - درست (۴) درست - نادرست - درست - نادرست

۸۱- هر مولکول از یک استر سنگین سه‌عاملی دارای ۱۵۵ اتم است. نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در فرمول مولکولی این ترکیب کدام است و فرمول صابون مایع حاصل از این استر، کدام می‌تواند باشد؟ (زنجیرهای هیدروکربنی استر را یکسان و سیرشده در نظر بگیرید.)



۸۲- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- به موادی مانند اتانول و شکر که انحلال آن‌ها در آب به صورت مولکولی است، غیرالکترولیت و به محلول آن‌ها، محلول غیرالکترولیت گفته می‌شود.
- معادله انحلال یونی آلومینیم نیترات در آب به صورت $Al(NO_3)_3(s) \rightarrow Al^{3+}(l) + 3NO_3^-(l)$ است.
- فلزها و گرافیت، رسانای الکترونی هستند و رسانایی آن‌ها برخلاف محلول آبی سدیم کلرید، توسط الکترون‌ها انجام می‌شود.
- اگر در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول A کم‌تر از محلول B باشد، به یقین شمار یون‌ها در محلول A کم‌تر از شمار یون‌ها در محلول B است.

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) صفر

۸۳- با توجه به جدول داده‌شده در دمای $25^\circ C$ ، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

سامانه	pH	$[H^+]$
شیره معده	۱/۳	-
شیر ترش شده	۲/۷	-
پرتقال	-	5×10^{-3}
بزاق دهان	-	2×10^{-6}
شربت معده	۱۰/۳	-

- الف) غلظت مولی یون هیدرونیوم در شیره معده، ۲۵ برابر غلظت این یون در شیر ترش شده است.
- ب) تنها در یکی از سامانه‌های داده‌شده، $[OH^-]$ بیشتر از $[H^+]$ است.
- پ) pH بزاق دهان، به تقریب ۴ برابر pH پرتقال است.
- ت) غلظت یون هیدروکسید در شربت معده، ۱۰ برابر غلظت یون هیدرونیوم در بزاق دهان است.

- (۱) ب - ت (۲) الف - ب (۳) پ - ت (۴) الف - پ

محل انجام محاسبات

۸۴- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

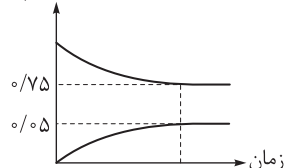
- در واکنش‌های برگشت پذیر، همه واکنش دهنده (ها) به فرآورده (ها) تبدیل نمی‌شود.
- در محلول هیدروفلوئوریک اسید، در یک گستره زمانی معین، شمار مولکول‌های اسید یونیده شده با شمار مولکول‌های اسید تولید شده از پیوستن یون‌های هیدرونیوم و فلئورید به یکدیگر، برابر است.
- در واکنش در حال تعادل $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$ ، سرعت مصرف واکنش دهنده با سرعت مصرف فرآورده برابر است.
- خواص و ویژگی‌های ظاهری یک سامانه تعادلی با گذشت زمان تغییر می‌کند.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

غلظت (mol.L^{-1})

۸۵- نمودار مقابل غلظت گونه‌های موجود در محلول اسیدی HA را پس از یونش، نشان می‌دهد. ثابت یونش اسید کدام است و اگر حجم محلول را با افزودن آب مقطر ۴ برابر کنیم، درجه یونش اسید در محلول رقیق شده چه مقدار خواهد شد؟ (دما را ثابت در نظر بگیرید.)

$$0.125 - 3/125 \times 10^{-3} \quad (2)$$

$$0.25 - 3/125 \times 10^{-3} \quad (1)$$

$$0.25 - 3/333 \times 10^{-3} \quad (4)$$

$$0.125 - 3/333 \times 10^{-3} \quad (3)$$

۸۶- چند گرم هیدروژن کلرید در ۲ لیتر آب مقطر ۲۵ درجه سلسیوس حل شود تا pH آن به ۲/۳ برسد و در این محلول، غلظت مولی یون هیدرونیوم چند برابر یون هیدروکسید است؟ (از تغییر حجم آب چشم‌پوشی شود؛ $H=1, Cl=35.5; \text{g.mol}^{-1}$)

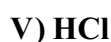
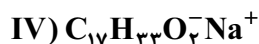
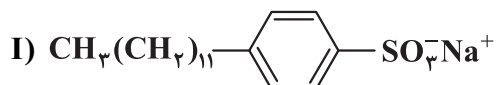
$$2/5 \times 10^8 - 3/65 \quad (2)$$

$$2/5 \times 10^9 - 3/65 \quad (1)$$

$$2/5 \times 10^9 - 0/365 \quad (4)$$

$$2/5 \times 10^8 - 0/365 \quad (3)$$

۸۷- چه تعداد از مطالب داده شده، درباره مواد زیر درست است؟



• نام ترکیب‌های (II) و (V) به ترتیب سود سوزآور و جوهرنمک است که از نظر شیمیایی فعال هستند و خاصیت خوردگی دارند.

• از واکنش مواد (II) و (III) می‌توان ماده (IV) را تهیه کرد و فرآورده دیگر این واکنش، مولکول متانول است.

• (I) و (IV) به ترتیب پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی هستند که ردپای کربن دی‌اکسید در فرایند تولید (I) از (IV) بیشتر است.

• مواد (I) و (IV) براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند، اما مواد (II) و (V) افزون بر این برهم‌کنش، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند.

• مخلوط آلومینیم و ترکیب (II) که به شکل محلول عرضه می‌شود، برای بازکردن مجاری مسدود شده در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

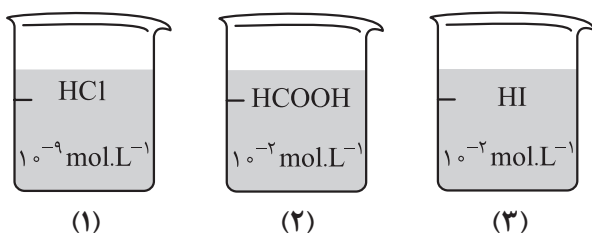
محل انجام محاسبات

۸۸- در دمای معین، در محلول اسید ضعیف HB، به ازای حل شدن ۴۰۰ مولکول از این اسید در آب، نسبت شمار یون‌های ایجادشده به شمار مولکول‌های یونیده‌نشده برابر $\frac{2}{19}$ است. در این دما، در محلول ۰/۰۱ مولار این اسید، درجه یونش اسید و pH محلول به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) ۰/۰۵ - ۳/۳ (۲) ۰/۰۵ - ۴/۷ (۳) ۰/۱۲ - ۳/۳ (۴) ۰/۱۲ - ۴/۷

۸۹- جرم یکسان از دو اسید قوی HA و HX را به ترتیب در ۲۰۰ و ۴۰۰ میلی لیتر آب مقطر حل می‌کنیم. اگر pH محلول HA، ۰/۷ واحد بزرگ‌تر از pH محلول HX باشد، جرم مولی HA چند برابر جرم مولی HX است؟ (حجم محلول‌ها را با حجم آب مقطر، برابر در نظر بگیرید.)

(۱) ۰/۴ (۲) ۲/۵ (۳) ۰/۵ (۴) ۱۰



۹۰- با توجه به شکل‌های مقابل که محلول‌های اسیدی با غلظت معین و حجم مشخص (۱ دسی لیتر) را در دمای 25°C نشان می‌دهند، چند مورد از مطالب زیر درست است؟
 • اگر یک pH سنج دیجیتال را در محلول شماره ۱ قرار دهیم، عدد ۹ روی صفحه نمایشگر آن مشاهده می‌شود.

• اگر با افزودن آب مقطر، حجم محلول‌های ۲ و ۳ به ۱۰۰۰ میلی لیتر برسد، pH هر دو محلول، یک واحد افزایش می‌یابد.
 • pH محلول و درجه یونش اسید در ظرف ۱ بیشتر از ظرف ۲ است.
 • رسانایی الکتریکی مخلوط ظرف ۱ و ۲ از ظرف ۳ بیشتر بوده و تعداد یون‌های چنداتی در ظرف ۲ از بقیه بیشتر است.

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

شیمی دهم: صفحه‌های ۴۵ تا ۸۴

۹۱- اگر زیروندها در فرمول شیمیایی ترکیبی از O و N همانند زیروندها در سولفیدی از آهن با بالاترین ظرفیت باشد، نام ترکیب بوده و اگر مجموع زیروندها در فرمول شیمیایی فسفید فلز مس با پایین‌ترین ظرفیت با مجموع زیروندها در اکسیدی از گوگرد برابر باشد، نام ترکیب است.

(۱) دی‌نیتروژن تری‌اکسید - گوگرد دی‌اکسید
 (۲) نیتروژن مونوکسید - گوگرد تری‌اکسید
 (۳) نیتروژن مونوکسید - گوگرد دی‌اکسید
 (۴) دی‌نیتروژن تری‌اکسید - گوگرد تری‌اکسید

۹۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) از گاز نجیب با بیشترین درصد فراوانی در هواکره، برای خنک‌کردن قطعات در تصویربرداری‌های پزشکی استفاده می‌شود.

(ب) از گاز نجیب تهیه‌شده در پتروشیمی شیراز در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌شود.
 (پ) از گاز با بیشترین درصد مولی در ترکیب هوای مایع، در صنعت برای گندزدایی و انجماد میوه‌ها استفاده می‌شود.
 (ت) بر اثر شرجی شدن هوا، درصد حجمی گاز اکسیژن نسبت به گاز کریپتون، کاهش بیشتری پیدا می‌کند.

(۱) الف - ت (۲) الف - پ (۳) ب - پ (۴) ب - ت

محل انجام محاسبات

۹۳- در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، نسبت جرمی آب تولیدشده به گلوکز مصرفشده کدام است و در این فرایند، به ازای چند مول گاز اکسیژن، $79/2$ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۱) $1/8 - 0/1$ (۲) $0/3 - 0/1$ (۳) $1/8 - 0/6$ (۴) $0/3 - 0/6$

۹۴- چند مورد از موارد زیر، درست است؟

- رنگ شعله حاصل از سوختن گوگرد با رنگ شعله سوختن کامل گاز طبیعی یکسان است.
- گاز دواتمی که از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها حاصل می‌شود، سبک‌تر از هواست.
- نوع فرآورده‌ها در سوختن کامل یا ناقص هیدروکربن‌ها به دمای انجام واکنش بستگی دارد.
- در فرایند سوختن زغال‌سنگ، فقط بخار آب و کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۵- در مخلوطی از آلومینیم و آمونیوم پرکلرات (NH_4ClO_4)، واکنش زیر انجام شده و این دو ماده به طور کامل مصرف می‌شوند. به تقریب چند درصد از جرم نمونه جامد در این فرایند، کاسته می‌شود؟

($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16, Al = 27, Cl = 35/5: g.mol^{-1}$)

(معادله واکنش موازنه شود.) $Al(s) + NH_4ClO_4(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + AlCl_3(s) + H_2O(g) + N_2(g)$

(۱) $8/6$ (۲) $30/8$ (۳) 52 (۴) 80

۹۶- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در مراحل جداسازی اجزای هواکره، ترکیب‌ها زودتر از عناصر جدا می‌شوند.
- درصد حجمی هلیوم در گاز طبیعی، حدود 1400 برابر درصد حجمی آن در هواکره ($0/0005$ درصد) است.
- همه اجزای هواکره، در اثر تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع در ستون تقطیر جداسازی می‌شوند.
- در اثر تقطیر جزءبه‌جزء هوای مایع، گاز اکسیژن به صورت خالص به دست می‌آید.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۹۷- چند مورد از عبارات‌های داده‌شده، جمله زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«مطابق قانون پایستگی جرم، در یک واکنش شیمیایی موازنه‌شده،

(الف) مجموع شمار اتم‌های سمت راست با مجموع شمار اتم‌های سمت چپ واکنش برابر است

(ب) هیچ مولکولی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید

(پ) مجموع شمار مول‌های مواد واکنش‌دهنده با مجموع شمار مول فرآورده‌ها برابر است

(ت) ضرایب استوکیومتری همه مواد شرکت‌کننده در واکنش، نمی‌تواند برابر یک باشد

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۸- با توجه به واکنش: $S_2Cl_2(l) + NH_3(g) \rightarrow S_2N_4(s) + S_8(s) + NH_4Cl(s)$ ، کدام مطلب نادرست است؟ (معادله واکنش موازنه شود).

- ۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها و مجموع ضرایب مواد گوگرددار موجود در معادله، برابر ۶ است.
 - ۲) مجموع ضرایب استوکیومتری ترکیب‌های مولکولی دوتایی موجود در معادله واکنش، کم‌تر از نصف شمار الکترون‌های ظرفیتی یکی از دگرشکل‌های گوگرد در واکنش است.
 - ۳) به ازای تشکیل ۰/۰۶۲۵ مول S_2N_4 ، معادل عدد آووگادرو، مولکول آمونیاک مصرف می‌شود.
 - ۴) در مخلوطی از واکنش‌دهنده‌ها با نسبت‌های مولی برابر، شمار پیوندهای اشتراکی در S_2Cl_2 بیشتر از آمونیاک است.
- ۹۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- ردپای کربن دی‌اکسید در تولید مقدار معینی برق با استفاده از انرژی خورشید، کم‌تر از گرمای زمین است.
- اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به ۲۵۵ کلوین کاهش می‌یافت.
- در شیمی سبز، فرایندها و فراورده‌هایی جست‌وجو می‌شوند که بتوان به کمک آن‌ها کیفیت زندگی را افزایش داد و از طبیعت محافظت کرد.
- بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین گسیل می‌شوند، به وسیله مولکول‌های گازی به فضا برمی‌گردند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۰- کدام مطلب نادرست است؟

- ۱) مقدار گاز اوزون در لایه‌های هواکره از جمله تروپوسفر و استراتوسفر ناچیز است.
- ۲) علت سستی و خطرناک بودن اوزون تروپوسفری را می‌توان به واکنش پذیر بودن آن نسبت داد.
- ۳) رنگ قهوه‌ای روشن هوای آلوده کلان‌شهرها به دلیل وجود گاز دی‌نیتروژن اکسید است.
- ۴) گاز اکسیژن به طور مستقیم و گاز نیتروژن به طور غیرمستقیم در تشکیل اوزون تروپوسفری نقش دارند.

۱۰۱- در یک سیلندر با پیستون متحرک، یک نمونه گاز AB وجود دارد که بر اثر گرما مطابق واکنش $AB(g) \rightarrow A_2(g) + B_2(g)$ تجزیه می‌شود. اگر دما در مقیاس کلوین را در فشار ثابت، دو برابر کنیم، کدام تغییر روی می‌دهد؟ (معادله موازنه شود).

- ۱) حجم پیستون نصف می‌شود.
- ۲) حجم پیستون دو برابر می‌شود.
- ۳) حجم پیستون کم‌تر از دو برابر می‌شود.
- ۴) حجم پیستون بیشتر از دو برابر می‌شود.

۱۰۲- در یک شهر، سالانه ۳ میلیون لیتر بنزین (C_8H_{18}) توسط خودروها سوزانده می‌شود. جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده در اثر سوختن کامل این مقدار بنزین در یک سال به تقریب چند تن است و برای از بین بردن ردپای کربن دی‌اکسید ناشی از سوخت این خودروها، چند درخت تنومند لازم است؟ (چگالی بنزین 0.76 g.mL^{-1} و یک درخت تنومند سالانه حدود ۵۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید مصرف می‌کند، $O = 16, C = 12, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

۱ (۱) - ۷۰۴۰ - ۱۴۰۸۰۰ ۲ (۲) - ۷۴۰۰ - ۱۴۸۰۰۰ ۳ (۳) - ۷۰۴۰ - ۱۴۸۰۰۰ ۴ (۴) - ۷۴۰۰ - ۱۴۰۸۰۰

محل انجام محاسبات

۱۰۳- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) برگشت پذیر بودن تبدیل اوزون به اکسیژن، باعث ثابت ماندن مقدار اوزون در لایه تروپوسفر می شود.
 (ب) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع اکسیژن و اوزون را به تدریج افزایش دهیم، اکسیژن دیرتر از مخلوط جدا می شود.
 (پ) از بین رفتن جانداران ذره بینی درون آب با اوزون و سالم ماندن جانداران ذره بینی در مجاورت اکسیژن را می توان به تفاوت ساختار O_3 و O_2 نسبت داد.
 (ت) نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی به تعداد اتم ها در مولکول اوزون بیشتر از گاز اکسیژن است.
 (ث) در چرخه تشکیل اوزون در استراتوسفر، در هنگام تبدیل گاز اکسیژن به اوزون، پرتو فرسرخ آزاد می شود.
- (۱) الف - پ - ث (۲) الف - ب - ت (۳) پ - ت (۴) پ - ث

۱۰۴- نمونه هایی از $CaCO_3(s)$ و $KClO_3(s)$ با نسبت مولی ۲ به ۱، مطابق واکنش های زیر تجزیه می شوند. اگر اختلاف جرم فرآورده های جامد برابر ۵ / ۳۷ گرم باشد، مجموع حجم گازهای تولید شده در دو واکنش در شرایط STP، چند لیتر است؟

$$(Ca = 40, K = 39, Cl = 35.5, O = 16 : g.mol^{-1})$$



$$78 / 44$$



$$67 / 24$$

$$39 / 24$$

$$33 / 6$$

۱۰۵- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) آمونیاک تولید شده در فرایند هابر با رسیدن دما و فشار به شرایط بهینه، به آسانی قابل جداسازی است.
 (ب) هابر، دما و فشار مناسب در مجاورت کاتالیزگر آهن را به عنوان شرایط بهینه تولید آمونیاک در نظر گرفت.
 (پ) مقایسه نقطه جوش مواد شرکت کننده در فرایند هابر به صورت $N_2 > H_2 > NH_3$ است.
 (ت) در شرایط بهینه فرایند هابر، نمی توان تمام هیدروژن و نیتروژن شرکت کننده در واکنش را به آمونیاک تبدیل کرد.
- (۱) الف - ب - پ (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) ب - پ - ت



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳
۱۴۰۲/۰۸/۱۹

دفترچه
پاسخ
آزمون پنجم
حضور
علوم ریاضی و فنی

خدیجه
آزمون
تجربہ | ریاضی | انسانی
سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - کیوان صارمی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی - محسن میراسلامی
فیزیک	محسن توانا - علیرضا جباری - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمد جواد سورچی - نوید شاهی - احسان مطلبی - حامد نبی منصور
شیمی	اسلام آبروشن - مهدی براتی - یاسر راش - عرفان دالوند - اکبر فروزان فر - یاسر عبداللهی - هادی مهدی زاده - محمد وحیدی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	محمد حسین رحیمی	مهدی خوشنویس - شقایق راهبریان - ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	محمد حسین رحیمی	مهدی خوشنویس - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	محمد حسین رحیمی	زهرا جالی نوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جباری	مهدی بابائی - محمد رضا فضلی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی - کسری منتظری - ابوالفضل ناصری
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	علی طهانی	محمد مرادی	علی حیدری - هومن زندی - سید علی حسین زاده

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۲): صفحه‌های ۱ تا ۲۲

تست و پاسخ ۱

تابع وارون پذیر f مفروض است. با اعمال کدام تبدیل‌ها بر روی تابع $y = \frac{1}{3}f^{-1}(2+x)$ ، وارون تابع $y = f(2x)$ به دست می‌آید؟

- (۱) انبساط افقی و انتقال عمودی
 (۲) انقباض افقی و انتقال عمودی
 (۳) انقباض عمودی و انتقال افقی
 (۴) انبساط عمودی و انتقال افقی

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا وارون تابع $y = f(2x)$ را به دست بیاورید.

درس نامه •• انتقال، انبساط و انقباض نمودارهای توابع

نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی	اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.
انتقال	a واحد راست	$f(x-a)$ به جای x ها، $x-a$ می‌گذاریم.
	a واحد چپ	$f(x+a)$ به جای x ها، $x+a$ می‌گذاریم.
	b واحد بالا	$f(x)+b$ تا به ضابطه اضافه می‌کنیم.
	b واحد پایین	$f(x)-b$ تا از ضابطه کم می‌کنیم.
انبساط و انقباض افقی	انبساط با ضریب ۲	$f(\frac{x}{2})$ به جای x ها، $\frac{x}{2}$ می‌گذاریم.
	انقباض با ضریب $\frac{1}{2}$	$f(2x)$ به جای x ها، $2x$ می‌گذاریم.
انبساط و انقباض عمودی	انبساط با ضریب ۲	$2f(x)$ کل ضابطه ضربدر ۲ می‌شود.
	انقباض با ضریب $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}f(x)$ کل ضابطه ضربدر $\frac{1}{2}$ می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: وارون تابع $y = f(2x)$ را به دست می‌آوریم، به طوری که ابتدا x را تنها می‌کنیم و سپس جای x و y را عوض می‌کنیم.

$$y = f(2x) \xrightarrow{f^{-1}} f^{-1}(y) = 2x \Rightarrow x = \frac{1}{2}f^{-1}(y) \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} y = \frac{1}{2}f^{-1}(x)$$

گام دوم: حالا باید از تابع $y = \frac{1}{3}f^{-1}(2+x)$ ، تابع $y = \frac{1}{2}f^{-1}(x)$ را به دست بیاوریم:

$$y = \frac{1}{3}f^{-1}(x+2) \xrightarrow{\text{تابع را در } \frac{3}{2} \text{ ضرب می‌کنیم. (انبساط عمودی)}} y = \frac{1}{2}f^{-1}(x+2)$$

$$\xrightarrow{\text{تابع را ۲ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. (انتقال افقی)}} y = \frac{1}{2}f^{-1}(x-2+2) = \frac{1}{2}f^{-1}(x)$$

بنابراین با تبدیل‌های انبساط عمودی و انتقال افقی، تبدیل خواسته شده در سؤال انجام می‌شود.

تست و پاسخ ۲

تابع $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ مفروض است. دامنه تابع $y = \sqrt{f(x) - f^{-1}(2x)}$ کدام است؟

- (۱) $[1, 3]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[3, +\infty)$ (۴) $[2, +\infty)$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره در این نوع سوالات، محدودیت‌های خود توابع f و f^{-1} را در دامنه و برد در نظر بگیرید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام اول: ابتدا دامنه و برد تابع f را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = 2 + \sqrt{3-x} \xrightarrow{\text{دامنهٔ تابع}} 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_f = (-\infty, 3] \quad (1)$$

$$\xrightarrow{\text{برد تابع}} \sqrt{3-x} \geq 0 \Rightarrow 2 + \sqrt{3-x} \geq 2 \Rightarrow R_f = [2, +\infty) = D_{f^{-1}}$$

گام دوم: حالا دامنهٔ $f^{-1}(2x)$ را به کمک برد تابع f به دست می‌آوریم:

$$R_f = [2, +\infty) \Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty) \Rightarrow 2x \geq 2 \Rightarrow x \geq 1 \quad (2)$$

محدودهٔ x در $f^{-1}(2x)$ به صورت $[1, +\infty)$ است.

$$1) \quad x \in [1, 3]$$

گام سوم: اولین محدودیت در مورد تابع y از اشتراک (1) و (2) به دست می‌آید:

$$2) \quad f(x) - f^{-1}(2x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq f^{-1}(2x) \quad (3) \quad \text{گام چهارم: به سراغ تابع } y = \sqrt{f(x) - f^{-1}(2x)} \text{ می‌رویم:}$$

در این مرحله باید تابع f^{-1} را به دست بیاوریم و در نامعادلهٔ (3) قرار بدهیم. داریم:

$$y = 2 + \sqrt{3-x} \Rightarrow y - 2 = \sqrt{3-x} \xrightarrow{\text{به توان 2 می‌رسانیم}} (y-2)^2 = 3-x \Rightarrow x = 3 - (y-2)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} y = 3 - (x-2)^2 \Rightarrow f^{-1}(x) = 3 - (x-2)^2, \quad x \geq 2$$

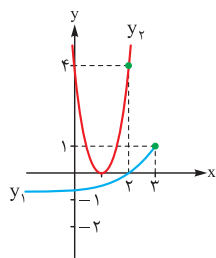
گام پنجم: تابع $f^{-1}(2x)$ را به دست می‌آوریم. دقت کنید که دامنهٔ این تابع از $2x \geq 2$ به دست می‌آید:

$$f^{-1}(2x) = 3 - (2x-2)^2, \quad x \geq 1$$

گام ششم: توابع را در نامعادلهٔ (3) قرار می‌دهیم:

$$f(x) \geq f^{-1}(2x) \Rightarrow 2 + \sqrt{3-x} \geq 3 - (2x-2)^2 \Rightarrow \underbrace{1 - \sqrt{3-x}}_{y_1} \leq \underbrace{(2x-2)^2}_{y_2} \quad (*)$$

برای حل نامعادلهٔ (*) از رسم دو تابع y_1 و y_2 استفاده می‌کنیم:



می‌بینیم که همواره به ازای $x \geq 1$ ، رابطهٔ $y_2 \geq y_1$ است؛ پس با اشتراک (1) و (2) دامنهٔ تابع y

به صورت $[1, 3]$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳

نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را نسبت به خطوط $x=2$ و $y=0$ قرینه می‌کنیم و سپس k واحد به بالا انتقال می‌دهیم. اگر نمودار نهایی بر وارون

خود منطبق باشد، مقدار k کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۴

درس نامه •• قرینه‌یابی

نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی	اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.
قرینه نسبت به محور x ها	$-f(x)$	به جای y ها، $-y$ می‌گذاریم.
قرینه نسبت به محور y ها	$f(-x)$	به جای x ها، $-x$ می‌گذاریم.
قرینه نسبت به مبدأ	$-f(-x)$	هر دو کار بالا با هم!
قرینه نسبت به خط $x = k$	$f(2k-x)$	به جای x ها، $2k-x$ می‌گذاریم.
قرینه نسبت به خط $y = k$	$2k-f(x)$	به جای y ها، $2k-y$ می‌گذاریم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



نکته در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ اگر رابطه $a+d=0$ را داشته باشیم، آن گاه $f^{-1}(x) = f(x)$. (خودتان اثبات کنید).

پاسخ تشریحی گام اول: تابع f را نسبت به خطوط گفته شده، قرینه می کنیم:

$$f(x) = \frac{2x}{x-1} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به خط } x=2]{\text{قرینه نسبت به خط}} g(x) = f(2 \times 2 - x) = f(4-x) = \frac{2(4-x)}{4-x-1} = \frac{8-2x}{3-x}$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به خط } y=0]{\text{قرینه نسبت به خط}} h(x) = 2 \times 0 - g(x) = -g(x) = \frac{2x-8}{3-x}$$

گام دوم: حالا نمودار $h(x)$ به دست آمده را k واحد به بالا انتقال می دهیم.

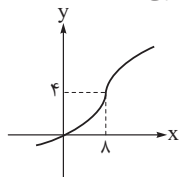
$$y = h(x) + k = \frac{2x-8}{3-x} + k = \frac{2x-8+3k-kx}{3-x} = \frac{(2-k)x+3k-8}{-x+3} \quad (*)$$

گام سوم: وارون تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، به صورت $y = \frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

برای آن که این دو تابع بر هم منطبق باشند، طبق درس نامه باید $a+d=0$ باشد؛ بنابراین در رابطه (*) داریم: $2-k+3=0 \Rightarrow k=5$

تست و پاسخ ۴

نمودار تابع $f(x) = a\sqrt[3]{x+b} + 2a$ به صورت زیر است. باقی مانده تقسیم چندجمله ای $ax + f^{-1}(x)$ بر $ax + b$ کدام است؟



۱۶ (۲)

۸ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا از روی نمودار، مقادیر a و b را پیدا کنید.

درس نامه ..

● **قضیه تقسیم برای چندجمله ای ها:** اگر $f(x)$ و $p(x)$ توابع چندجمله ای باشند و درجه $p(x)$ از صفر بزرگ تر باشد، آن گاه توابع چندجمله ای منحصربه فرد $q(x)$ و $r(x)$ وجود دارند، به طوری که:

$$f(x) = p(x)q(x) + r(x)$$

که در آن $r(x) = 0$ است یا درجه $r(x)$ از درجه $p(x)$ کم تر است.

● به دست آوردن باقی مانده تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر $ax + b$: ابتدا ریشه مقسوم علیه را به دست می آوریم $(x = \frac{-b}{a})$ و سپس ریشه را در f قرار می دهیم تا باقی مانده به دست آید:

$$R = f\left(\frac{-b}{a}\right)$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار داده شده، مقادیر a و b را در تابع f پیدا می کنیم:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a\sqrt[3]{0+b} + 2a = 0 \xrightarrow{a \neq 0} \sqrt[3]{b} = -2 \Rightarrow b = -8$$

پس $f(x) = a\sqrt[3]{x-8} + 2a$ است.

$$f(8) = 4 \Rightarrow a\sqrt[3]{8-8} + 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: از طرفی $f(8) = 4$ است؛ پس:

گام سوم: تابع f به فرم $f(x) = 2\sqrt[3]{x-8} + 4$ می شود.

گام چهارم: باقی مانده تقسیم چندجمله ای $ax + f^{-1}(x) = 2x + f^{-1}(x)$ را بر $ax + b = 2x - 8$ به دست می آوریم:

$$2x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow R = 8 + f^{-1}(4)$$

گام پنجم: در گام دوم دیدیم که $f(8) = 4$ ، پس $f^{-1}(4) = 8$ می شود؛ در نتیجه $R = 8 + f^{-1}(4) = 8 + 8 = 16$ می شود.

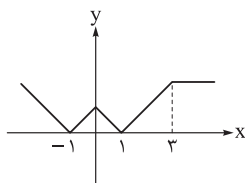


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۵

نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. اگر تابعی ثابت باشد. حدود k کدام است؟



$$0 \leq k < 3 \quad (2)$$

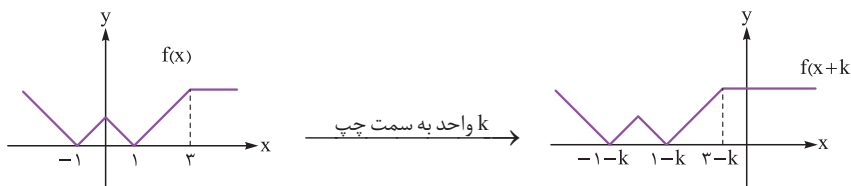
$$k \geq 3 \quad (1)$$

$$k \leq -3 \quad (4)$$

$$-3 \leq k \leq 0 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

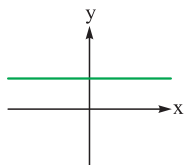
پاسخ تشریحی گام اول: از روی تابع f داده شده، تابع $y = f(|x| + k)$ را به دست می آوریم:



نمودار (۱)

نمودار (۲)

حالا قسمتی از نمودار که مربوط به $x < 0$ است را حذف می کنیم و قسمت باقی مانده را نیز نسبت به محور y ها قرینه می کنیم تا تابع $f(|x| + k)$ به دست بیاید:



گام دوم: نمودار بالا یک تابع ثابت را نشان می دهد. برای آن که این نمودار به دست بیاید، باید در نمودار دوم، $0 \leq 3 - k$ باشد، پس $k \geq 3$ است.

تست و پاسخ ۶

تابع $f(x) = x^2 - 6x + \sqrt{-x}$ مفروض است. چند عدد صحیح در مجموعه جواب نامعادله $f(x^2 - 4) < f(x^2 + 4x)$ وجود دارد؟

(۴) بی شمار

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره یکنوایی تابع f را تعیین کنید.

درس نامه •• توابع یکنوا

وضعیت یکنوایی	صعودی	نزولی	اکیداً صعودی	اکیداً نزولی
شرط	$a \geq b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$	$a \geq b \Leftrightarrow f(a) \leq f(b)$	$a > b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$	$a > b \Leftrightarrow f(a) < f(b)$
مثال نموداری				

نکته به تابعی که در یک بازه فقط صعودی یا فقط نزولی باشد، یکنوا می گوئیم.

پاسخ تشریحی گام اول: دامنه تابع f ، به صورت $[-\infty, 0]$ است. در این بازه، عبارت $\sqrt{-x}$ در تابع f ، اکیداً نزولی است. در مورد عبارت

$x^2 - 6x$ نیز ضریب x^2 مثبت و طول رأس سهمی برابر با $3 = \frac{-(-6)}{2}$ است و دهانه سهمی رو به بالاست؛ پس برای $x \in (-\infty, 3]$

این عبارت اکیداً نزولی است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پس نتیجه می‌گیریم که تابع f در دامنه خود، تابعی اکیداً نزولی است.

گام دوم: در مورد توابع اکیداً نزولی می‌توان گفت که $f(x_1) < f(x_2) \Leftrightarrow x_1 > x_2$ ؛ پس داریم:

$$f(x^2 - 4) < f(x^2 + 4x) \Rightarrow x^2 - 4 > x^2 + 4x \Rightarrow 4x < -4 \Rightarrow x < -1 \quad (I)$$

گام سوم: مقادیر $x^2 - 4$ و $x^2 + 4x$ باید در دامنه تابع f قرار بگیرند، پس:

$$\begin{cases} x^2 - 4 \leq 0 \\ x^2 + 4x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ -4 \leq x \leq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 \leq x \leq 0 \quad (II)$$

گام چهارم: با اشتراک (I) و (II)، جواب نامعادله به صورت $-2 \leq x < -1$ می‌شود که فقط یک عدد صحیح یعنی (-2) را شامل می‌شود.

تست و پاسخ ۷

باقی مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x)$ بر $x^2 - 2x - 3$ برابر $2x + 3$ است. باقی مانده تقسیم $f(2x + 3) + f(2 - x)$ بر $x + 1$ کدام است؟

$$-5 \quad (1) \qquad 5 \quad (2) \qquad 7 \quad (3) \qquad -7 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: با توجه به درس نامه سؤال ۳، داریم:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 2x - 3)Q(x) + (2x + 3)}{(x-3)(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} (I): x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1-3)(-1+1)Q(-1) + (-2+3) = 1 \\ (II): x = 3 \Rightarrow f(3) = (3-3)(3+1)Q(3) + (2 \times 3 + 3) = 9 \end{cases}$$

گام دوم: حالا باقی مانده تقسیم عبارت داده شده را بر $x + 1$ پیدا می‌کنیم:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow R = 2(-1)f(2(-1) + 1) + f(2 - (-1)) = -2f(-1) + f(3)$$

با توجه به گام اول، $R = -2 \times 1 + 9 = 7$ می‌شود.

تست و پاسخ ۸

اگر $x^{24} - 1 = (x^3 + 1)p(x)$ ، باقی مانده تقسیم عبارت $p(x-3) - 3xp(x-1)$ بر $x - 2$ کدام است؟

$$-8 \quad (2) \qquad 8 \quad (1) \\ 2 \quad (4) \qquad -14 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1}) \quad \text{درس نامه} \bullet \bullet \text{ تجزیه عبارت } x^n - a^n$$

$$x^n + a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + a^2x^{n-3} - \dots - a^{n-2}x + a^{n-1}) \quad \text{اگر } n \text{ فرد باشد، آن گاه:}$$

$$x^n - a^n = (x + a)(x^{n-1} - ax^{n-2} + \dots + a^{n-2}x - a^{n-1}) \quad \text{اگر } n \text{ زوج باشد، آن گاه:}$$

پاسخ تشریحی: گام اول: می‌خواهیم باقی مانده تقسیم عبارت $p(x-3) - 3xp(x-1)$ را بر $x - 2$ پیدا کنیم. در عبارت داده شده، ریشه

$$x - 2 = 0 \text{ را قرار می‌دهیم:}$$

$$x = 2 \Rightarrow R = p(2-3) - 3 \times 2p(2-1) = p(-1) - 6p(1) \quad (*)$$

گام دوم: باید مقادیر $p(1)$ و $p(-1)$ را به دست بیاوریم. ابتدا از عبارت داده شده، $p(x)$ ساده شده را پیدا می‌کنیم:

$$x^{24} - 1 = (x^3 + 1)p(x) \Rightarrow p(x) = \frac{x^{24} - 1}{x^3 + 1} = \frac{(x+1)(x^{23} - x^{22} + \dots + x - 1)}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{x^{23} - x^{22} + \dots + x - 1}{x^2 - x + 1}$$

گام سوم: حالا مقادیر $p(1)$ و $p(-1)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$p(1) = 0$$

$$p(-1) = \frac{-1 \times 24}{3} = -8$$

$$R = -8 - 6 \times 0 = -8$$

گام چهارم: مقادیر به دست آمده را در (*) جای گذاری می‌کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۹

اگر f و g دو تابع با دامنه \mathbb{R} باشند، به طوری که $y = f + 2g$ صعودی اکید و $y = 2g + 3f$ نزولی اکید باشد، کدام تابع قطعاً صعودی اکید است؟

$$f + g \quad (1) \quad f \circ f \quad (2)$$

$$f^2 \quad (3) \quad g^2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

- اگر $f(x)$ تابعی صعودی (نزولی) باشد، آن گاه $-f(x)$ تابعی نزولی (صعودی) است.
- اگر هر دو تابع f و g هر دو صعودی یا هر دو نزولی باشند، آن گاه ترکیب دو تابع، صعودی خواهد بود و اگر یکی صعودی و دیگری نزولی باشد، ترکیب آن‌ها نزولی خواهد بود.
- اگر $f(x)$ تابعی صعودی (نزولی) باشد، آن گاه به ازای $k > 0$ ، تابع $kf(x)$ صعودی (نزولی) است و اگر $k < 0$ ، آن گاه $kf(x)$ نزولی (صعودی) می‌شود.
- جمع دو تابع اکیداً صعودی، اکیداً صعودی است و جمع دو تابع اکیداً نزولی، اکیداً نزولی است.

پاسخ تشریحی گام اول: از آن جایی که تابع $y_1 = 2g + 3f$ نزولی اکید است، قرینه این تابع یعنی $y_2 = -2g - 3f$ صعودی اکید می‌شود.

گام دوم: تابع $y_3 = f + 2g$ صعودی اکید است. از طرفی جمع دو تابع صعودی اکید، صعودی اکید می‌شود؛ پس دو تابع y_2 و y_3 را با هم جمع می‌کنیم:

گام سوم: از نتیجه گام دوم، می‌فهمیم که تابع f نزولی اکید است. طبق $2g = y_2 - (-3f)$ ؛ نتیجه می‌گیریم که تابع $2g$ نیز صعودی اکید می‌شود و در نتیجه تابع g نیز صعودی اکید است.

گام چهارم: با توجه به گزینه‌ها، تابع $f \circ f$ ، صعودی اکید می‌شود.

در مورد g^2 نمی‌توانیم بگوییم که حتماً صعودی اکید است؛ مثلاً تابع $g(x) = x^2 - 6x$ با دامنه $x \geq 3$ را در نظر بگیرید.

حسابان (۱): صفحه‌های ۷ تا ۲۲ و ۳۷ تا ۷۰، ریاضی (۱): صفحه‌های ۶۹ تا ۱۱۷

تست و پاسخ ۱۰

معادله درجه دوم $x^2 + 2mx + 12 - m = 0$ دو ریشه منفی دارد. برای ریشه‌های معادله $(3 - m)x^2 + 2mx + 12 - m = 0$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) دو ریشه مثبت دارد.

(۲) دو ریشه منفی دارد.

(۳) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد.

(۴) فاقد ریشه حقیقی است.

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه

ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$

وضعیت ریشه‌ها	$\Delta = b^2 - 4ac$	$S = \frac{-b}{a}$	$P = \frac{c}{a}$
ریشه نداشته باشد.	$\Delta < 0$	—	—
ریشه مضاعف داشته باشد.	$\Delta = 0$	$S > 0$ یا $S < 0$	$P > 0$
یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد.	$\Delta > 0$	$S > 0$ یا $S < 0$	$P < 0$
دو ریشه مثبت داشته باشد.	$\Delta > 0$	$S > 0$	$P > 0$
دو ریشه منفی داشته باشد.	$\Delta > 0$	$S < 0$	$P > 0$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: معادله درجه دوم $x^2 + 2mx + 12 - m = 0$ دو ریشه منفی دارد؛ پس شرط زیر برای این معادله، برقرار است:

$$1) \Delta > 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(12 - m) > 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(12 - m) > 0 \Rightarrow m^2 + m - 12 > 0$$

$$\Rightarrow (m + 4)(m - 3) > 0 \Rightarrow m > 3 \text{ یا } m < -4$$

$$2) S = \frac{-b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{-(2m)}{1} < 0 \Rightarrow m > 0$$

$$3) P = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{12 - m}{1} > 0 \Rightarrow m < 12$$

گام دوم: با اشتراک ۳ شرط گام اول، $3 < m < 12$ می‌شود.

گام سوم: برای معادله دوم داده شده، ابتدا Δ را به دست می‌آوریم:

$$(3 - m)x^2 + 2mx + 12 - m = 0 \Rightarrow \Delta = (2m)^2 - 4(12 - m)(3 - m) = 4m^2 - 4(36 - 12m - 3m + m^2)$$

$$= -144 + 60m \xrightarrow{3 < m < 12} 180 < 60m < 720 \Rightarrow 36 < 60m - 144 < 576$$

پس دلتای معادله مثبت است و معادله ۲ ریشه دارد. (حذف ۴)

گام چهارم: مقادیر S و P معادله را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-2m}{3 - m} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

m	0	3
-2m	+	-
3 - m	+	-
S	+	-

به ازای $3 < m < 12$ علامت S مثبت است.

$$P = \frac{c}{a} = \frac{12 - m}{3 - m} \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

m	3	12
12 - m	+	-
3 - m	+	-
P	+	-

به ازای $3 < m < 12$ علامت P منفی است.

پس نتیجه می‌گیریم که معادله داده شده، یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد (اندازه ریشه مثبت بزرگتر از اندازه ریشه منفی است).

تست و پاسخ ۱۱

در یک سهمی به معادله $f(x) = (x + a - 1)(x - b + 1)$ عرض رأس سهمی برابر ۸- است. اختلاف صفرهای تابع f چه قدر است؟

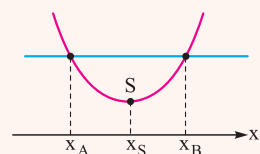
$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴



درس نامه ●●
اگر دو نقطه x_A و x_B در یک سهمی، هم‌عرض باشند، طول رأس سهمی از رابطه $x_S = \frac{x_A + x_B}{2}$ به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به صفرهای تابع f، طول رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (x + a - 1)(x - b + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - a \\ x_2 = b - 1 \end{cases} \quad (I) \Rightarrow x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1 - a + b - 1}{2} = \frac{b - a}{2}$$

گام دوم: حالا طول رأس سهمی را در معادله تابع f جای گذاری می‌کنیم تا عرض رأس سهمی به دست بیاید:

$$f\left(\frac{b - a}{2}\right) = \left(\frac{b - a}{2} + a - 1\right)\left(\frac{b - a}{2} - b + 1\right) = -8 \Rightarrow \left(\frac{b - a + 2a - 2}{2}\right)\left(\frac{b - a - 2b + 2}{2}\right) = -8$$

$$\Rightarrow (a + b - 2)(-a - b + 2) = -32 \Rightarrow (a + b - 2)^2 = 32 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} |a + b - 2| = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \quad (II)$$



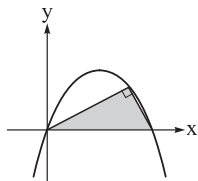
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: اختلاف صفرهای تابع را با توجه به (I)، به دست می‌آوریم: $|x_1 - x_2| = |1 - a - (b - 1)| = |1 - a - b + 1| = |a + b - 2|$
پس با توجه به (II)، اختلاف صفرهای تابع برابر با $4\sqrt{2}$ است.

تست و پاسخ ۱۲

در شکل زیر، نمودار سهمی $y = 6x - x^2$ رسم شده است. مساحت مثلث رنگی چه قدر است؟



۹ (۲)

۴/۵ (۱)

۶ (۴)

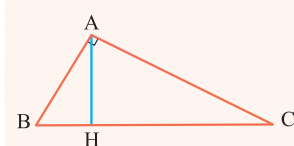
۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• خاصیت واسطه هندسی در مثلث قائم‌الزاویه

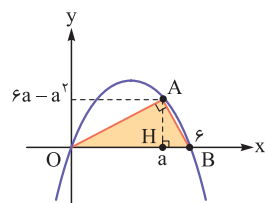
در مثلث قائم‌الزاویه ABC رابطه واسطه هندسی بین ارتفاع وارد بر وتر و پاره‌خط‌های به وجود آمده توسط این ارتفاع بر روی وتر، برقرار است:

$$AH^2 = BH \times CH$$



پاسخ تشریحی گام اول: در شکل داده‌شده، رأس قائمه در مثلث قائم‌الزاویه بر روی سهمی قرار

دارد؛ بنابراین:



گام دوم: با مشخص کردن مقادیر بر روی شکل، در مثلث قائم‌الزاویه، از خاصیت گفته‌شده در درس نامه استفاده می‌کنیم:

$$(AH)^2 = HO \times BH \Rightarrow (6a - a^2)^2 = a(6 - a) \Rightarrow (6a - a^2)^2 = (6a - a^2) \Rightarrow 6a - a^2 = 1 = AH$$

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} AH \times BO = \frac{1}{2} \times 1 \times 6 = 3$$

گام سوم: مساحت مثلث رنگی برابر است با:

تست و پاسخ ۱۳

ریشه‌های کدام معادله زیر، از ریشه‌های معادله $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2-x} = 2$ دو واحد کم‌تر است؟

$$9x^2 + 10x + 1 = 0 \quad (۲)$$

$$9x^2 - 10x + 1 = 0 \quad (۱)$$

$$9x^2 + 10x - 1 = 0 \quad (۴)$$

$$9x^2 - 10x - 1 = 0 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا معادله داده‌شده را به فرم معادله درجه ۲ تبدیل کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله داده‌شده را مرتب کرده و به توان ۲ می‌رسانیم تا رادیکال از بین برود:

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{2-x} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 2 - \sqrt{2-x} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x-1 = 4 - 4\sqrt{2-x} + (2-x)$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{2-x} = 7 - 3x \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 16(2-x) = (7-3x)^2 = 49 - 42x + 9x^2 \Rightarrow 9x^2 - 26x + 17 = 0 \quad (*)$$

گام دوم: ریشه‌های معادله جدید، ۲ واحد از ریشه‌های معادله (*) کم‌تر است؛ پس در معادله (*)، اگر x را تبدیل به $x+2$ کنیم، معادله جدید به دست می‌آید:

$$9(x+2)^2 - 26(x+2) + 17 = 0 \Rightarrow 9(x^2 + 4x + 4) - 26x - 52 + 17 = 0 \Rightarrow 9x^2 + 36x + 36 - 26x - 35 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 10x + 1 = 0$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۴

بازه (a, b) بزرگ‌ترین بازه‌ای است که زیرمجموعه مجموعه جواب نامعادله $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} < -3$ است. نقطه میانی این بازه کدام است؟

$\frac{a+b}{2} = ?$ ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: نامعادله داده شده را حل می‌کنیم:

$$\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} < -3 \Rightarrow \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} + 3 < 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{4x - (x-3) + 3x(x-3)}{x(x-3)} < 0 \Rightarrow \frac{4x - x + 3 + 3x^2 - 9x}{x(x-3)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 6x + 3}{x(x-3)} < 0 \Rightarrow \frac{3(x-1)^2}{x(x-3)} < 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} \begin{cases} (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

گام دوم: نامعادله به دست آمده را تعیین علامت می‌کنیم:

x	0	1	3
$(x-1)^2$	+	+	+
x	-	+	+
$x-3$	-	-	+
عبارت	+	-	+

$$\Rightarrow x \in (0, 1) \cup (1, 3)$$

گام سوم: بزرگ‌ترین بازه‌ای که زیرمجموعه بازه به دست آمده برای x است و به صورت (a, b) می‌باشد، بازه $(1, 3)$ است که نقطه میانی آن $\frac{1+3}{2} = 2$ است.

تست و پاسخ ۱۵

مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax-2}{3x-b} > 4$ ، بازه $(2, +\infty)$ است. مجموعه جواب $\frac{x-a}{2b-x} < 0$ کدام است؟

\emptyset (۴) $\mathbb{R} - [6, 12]$ (۳) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - \{12\}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: نامعادله داده شده را مرتب می‌کنیم:

$$\frac{ax-2}{3x-b} > 4 \Rightarrow \frac{ax-2}{3x-b} - 4 > 0 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{ax-2-4(3x-b)}{3x-b} > 0 \Rightarrow \frac{(a-12)x + 4b-2}{3x-b} > 0 \quad (I)$$

گام دوم: مجموعه جواب نامعادله (I) به صورت بازه $(2, +\infty)$ است؛ پس نتیجه می‌گیریم که باید ضریب x در صورت برابر با صفر باشد تا صورت، ریشه‌ای نداشته باشد. ریشه مخرج هم ابتدای بازه را مشخص می‌کند:

$$\text{ریشه مخرج: } 3x - b = 0 \xrightarrow{(x=2)} x = \frac{b}{3} = 2 \Rightarrow b = 6$$

در واقع نامعادله به صورت $\frac{22}{3x-6} > 0$ می‌شود که مجموعه جواب آن، به صورت $(2, +\infty)$ است.

گام سوم: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-a}{2b-x} < 0$ را به دست می‌آوریم:

همواره برقرار است. $\frac{x-12}{12-x} < 0 \Rightarrow \frac{x-12}{-(x-12)} < 0 \xrightarrow{x \neq 12} -1 < 0$. پس مجموعه جواب به صورت $x \in \mathbb{R} - \{12\}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۱۶

دو کارگر A و B با هم، کاری را در ۱۲ روز تمام می‌کنند. کارگر A به تنهایی ۱۸ روز دیرتر از کارگر B کار را تمام می‌کند. از ابتدا چند کارگر هم‌سرعت با A اضافه کنیم تا کار توسط همگی کارگرها در طی یک روز تمام شود؟

۳۳ (۴) ۱۸ (۳) ۳۴ (۲) ۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره فرض کنید کارگر B، کار را در X روز تمام می کند.

پاسخ تشریحی گام اول: اگر کارگر B، کار را در X روز تمام کند، کارگر A، این کار را در X+18 روز انجام می دهد.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+18} = \frac{1}{12} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک می گیریم.}} \frac{x+18+x}{x(x+18)} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2x+18}{x(x+18)} = \frac{1}{12}$$

گام دوم: معادله را تشکیل می دهیم:

$$\Rightarrow 24x + 216 = x^2 + 18x \Rightarrow x^2 - 6x - 216 = 0 \Rightarrow (x-18)(x+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=18 & \text{قق} \\ x=-12 & \text{غقق} \end{cases}$$

پس کارگر A به تنهایی کار را در 36 روز تمام می کند و کارگر B همین کار را به تنهایی در 18 روز تمام می کند.

گام سوم: حالا کار باید در طی یک روز توسط همه کارگرها انجام شود. فرض کنیم n کارگر هم سرعت با A اضافه کنیم. در این صورت معادله

$$\frac{1}{18} + \frac{1}{36} + \frac{n}{36} = 1 \Rightarrow \frac{n+1}{36} = \frac{17}{18} \Rightarrow n+1 = 34 \Rightarrow n = 33$$

روبه رو را خواهیم داشت:

تست و پاسخ ۱۷

توابع $f(x) = [x-3] + [-x]$ و $g(x) = a + |x|$ مفروض است. اگر برد توابع fog و gof یکسان باشد، مقدار $[\frac{-a}{3}]$ کدام است؟

۳ (۲)

۴ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره توابع fog و gof را به دست بیاورید.

درس نامه

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & , x \in \mathbb{Z} \\ -[x]-1 & , x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{همواره } [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & , x \in \mathbb{Z} \\ -1 & , x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{زیرا:}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تابع fog را تشکیل می دهیم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = [g(x)-3] + [-g(x)] = [g(x)] + [-g(x)] - 3$$

$$f(g(x)) = -3 \text{ یا } -4 \quad \text{از طرفی می دانیم که همواره } [g(x)] + [-g(x)] \text{ برابر با صفر یا } -1 \text{ است؛ پس:}$$

گام دوم: حالا تابع gof را تشکیل می دهیم:

$$(gof)(x) = g(f(x)) = a + |[x-3] + [-x]| = a + |[x] + [-x] - 3| = \begin{cases} a + |0-3| = a+3 \\ \text{یا} \\ a + |-1-3| = a+4 \end{cases}$$

$$\{-3, -4\} = \{a+3, a+4\} \Rightarrow 1) \begin{cases} a+3 = -3 \\ \text{و} \\ a+4 = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ \text{و} \\ a = -8 \end{cases} \quad \text{غقق}$$

گام سوم: برد توابع fog و gof با هم برابر است؛ پس:

$$2) \begin{cases} a+3 = -4 \\ \text{و} \\ a+4 = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -7$$

گام چهارم: مقدار $[\frac{-a}{3}]$ برابر با $[\frac{-(-7)}{3}] = [3/5] = 3$ می شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۸

فرض کنید $f = \{(2,1), (-1,2), (1,4)\}$ باشد. اگر $f^{-1} \circ f = \frac{1}{g}$ باشد، مقدار $g(-1)$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤال‌های تابع وارون و تابع مرکب در کنکور سال‌های اخیر، بایکدیگر ترکیب شده‌اند.

نکته مهم این‌جاست که $f(b) = a \leftrightarrow f^{-1}(a) = b$.

خودت حل کنی بهتره در رابطه داده‌شده، از $f^{-1}(x) = -1$ مقدار x را به دست آورید و در رابطه قرار دهید.

پاسخ تشریحی

گام اول: از آن جایی که مقدار $g(-1)$ خواسته شده، باید در معادله $f(\frac{1}{f(x)}) = \frac{1}{g(f^{-1}(x))}$ مقدار $f^{-1}(x) = -1$ را قرار دهیم؛ بنابراین:

$$f^{-1}(x) = -1 \xrightarrow{f(x)=y \Leftrightarrow x=f^{-1}(y)} x = f(-1) = 2$$

گام دوم: در رابطه داده‌شده، $x = 2$ را قرار می‌دهیم: $f(\frac{1}{f(2)}) = \frac{1}{g(f^{-1}(2))} \Rightarrow f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{g(-1)} \Rightarrow 4 = \frac{1}{g(-1)} \Rightarrow g(-1) = \frac{1}{4}$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۹ تا ۱۷، آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۹ تا ۳۸، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱ تا ۱۳

تست و پاسخ ۱۹

در یک کلاس ۶۰ نفری، ۲۵ نفر عینکی‌اند و ۱۵ نفر چپ‌دست هستند. ۲۷ نفر نه عینکی‌اند و نه چپ‌دست. به چند حالت می‌توان گروهی شامل حداقل یک دانش‌آموز آموزش تشکیل داد که تمام آن‌ها هم عینکی باشند و هم چپ‌دست؟

۷ (۱) ۶۳ (۲) ۱۲۷ (۳) ۳۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره تقریباً هر سال در کنکور سراسری یک سؤال از مجموعه‌ها داریم. خبر خوب این است که عموماً سوالات مجموعه‌ها در کنکور سراسری ساده هستند و به راحتی می‌توانید به آن‌ها پاسخ دهید.

خودت حل کنی بهتره تعداد گروه‌های شامل حداقل یک دانش‌آموز که تمام اعضای آن گروه هم عینکی و هم چپ‌دست باشند، یعنی تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی افرادی که هم عینکی و هم چپ‌دست‌اند.

درس نامه

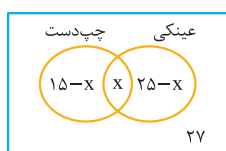
(۱) قوانین تعداد اعضای مجموعه‌ها:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

(۲) تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی 2^n تا است و تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی یک مجموعه n عضوی $2^n - 1$ می‌شود.

(۳) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی برابر $\binom{n}{k}$ است.



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فرض می‌کنیم تعداد افرادی که هم عینکی و هم چپ‌دست‌اند، X تا باشد، در این صورت تعداد افرادی که عینکی‌اند ولی چپ‌دست نیستند، $25 - X$ و تعداد افرادی که چپ‌دست‌اند ولی عینکی نیستند، $15 - X$ می‌شود.

گام دوم: نمودار ون را رسم می‌کنیم و اطلاعات به دست آمده را در آن وارد می‌کنیم:

$$(15 - X) + X + (25 - X) + 27 = 60 \Rightarrow X = 7$$

گام سوم: تعداد کل افراد ۶۰ نفر است؛ پس:

$$2^7 - 1 = 127$$

گام چهارم: حالا تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی افرادی که هم عینکی و هم چپ‌دست‌اند را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۲۰

اگر $A = \{0, x, y\}$ و $B = \{1, x+1, z\}$ دو مجموعه باشند به طوری که $A \cap B = A$ و $B \times A \subseteq A^2$ ، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای $x + y + z$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره با توجه به شروط مسئله نتیجه می‌شود که $A = B$ است، حالا با در نظر گرفتن حالت‌های مختلف، مقادیر $x + y + z$ را می‌توانیم به دست آوریم.

درس نامه

نکات

$$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$$

$$A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$$

$$\left. \begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq A \end{array} \right\} \Leftrightarrow A = B$$

$$A \times B = B \times A \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$$

$$A \times B \subseteq C \times D \Leftrightarrow A \subseteq C \cap B \subseteq D$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: $A \cap B = A$ است؛ پس $A \subseteq B$ می‌باشد.

گام دوم: $B \times A \subseteq A^2 \Rightarrow B \times A \subseteq A \times A \Rightarrow B \subseteq A$

گام سوم: $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ ؛ پس $A = B$ می‌شود.

گام چهارم: A و B دو مجموعه مساوی هستند؛ پس اعضای آن‌ها باید با هم مساوی باشند، حالا دقت کنید، در A عضو صفر داریم؛ پس در B

هم باید عضو صفر را داشته باشیم، پس یا Z برابر صفر می‌شود یا $X + 1$:

حالت اول: اگر $Z = 0$ باشد، در مجموعه A باید یک عضو 1 داشته باشیم، بنابراین یا X باید برابر 1 باشد یا Y .

الف) اگر $Z = 0$ و $X = 1$ باشد، دو مجموعه به شکل $A = \{0, 1, Y\}$ و $B = \{1, 2, 0\}$ درمی‌آیند؛ پس $Y = 2$ است و $X + Y + Z = 3$ می‌شود.

ب) اگر $Z = 0$ و $Y = 1$ باشد، دو مجموعه به شکل $A = \{0, X, 1\}$ و $B = \{1, X + 1, 0\}$ درمی‌آیند که دو مجموعه تنها در حالتی برابر خواهند بود که $X = 0$ باشد؛ پس $X + Y + Z = 1$ است.

حالت دوم: اگر $X + 1$ برابر صفر باشد، $X = -1$ و دو مجموعه به صورت $A = \{0, -1, Y\}$ و $B = \{1, 0, Z\}$ درمی‌آیند؛ پس $Z = -1$ و $Y = 1$

است؛ پس $X + Y + Z = -1$ می‌شود.

گام پنجم: مجموع مقادیر $X + Y + Z$ برابر $3 + 1 - 1 = 3$ است.

تست و پاسخ ۲۱

تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه A که فاقد یک عضو خاص از آن هستند، ۵ تا بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی A می‌باشد

که شامل یک عضو خاص اند. مجموعه A را به چند حالت می‌توان به مجموعه‌های دوعضوی و سه‌عضوی افزایش داد؟

- (۱) $21 \cdot 0$ (۲) $1 \cdot 05$
(۳) $28 \cdot 0$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه چند نکته دربارهٔ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی

(۱) تعداد کل زیرمجموعه‌ها $\leftarrow 2^n$

(۲) تعداد زیرمجموعه‌های ناتهی $\leftarrow 2^n - 1$

(۳) تعداد زیرمجموعه‌ها شامل a عضو خاص و فاقد b عضو خاص $\leftarrow 2^{n-a-b}$

(۴) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی $\leftarrow \binom{n}{k}$

(۵) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی فاقد a عضو خاص $\leftarrow \binom{n-a}{k}$ (باید k عضو از بین $n-a$ عضو باقی‌مانده انتخاب کنیم.)

(۶) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی شامل a عضو خاص $\leftarrow \binom{n-a}{k-a}$ (عضو a که برداشتیم، حالا باید $k-a$ عضو دیگر از بین $n-a$ عضو باقی‌مانده برداریم.)

(۷) تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی شامل a عضو خاص و فاقد b عضو خاص $\leftarrow \binom{n-a-b}{k-a}$

روش پیدا کردن تعداد افزایش

فرض کنید می‌خواهیم ۴ نفر را به دو گروه دو نفره A و B تقسیم کنیم. ابتدا به $\binom{4}{2} = 6$ حالت ۲ نفر از ۴ نفر را برای گروه A انتخاب

می‌کنیم و دو نفر باقی‌مانده به گروه B می‌روند. این ۶ حالت به صورت زیر هستند: (۴ نفر را با a, b, c و d نمایش می‌دهیم. واضح است که جایگشت افراد درون یک گروه اهمیتی ندارد!)

$A \ B \ / \ A \ B \ / \ A \ B \ / \ A \ B \ / \ A \ B \ / \ A \ B$
 $(ab \ cd) \ (cd \ ab) \ (ac \ bd) \ (bd \ ac) \ (ad \ bc) \ (bc \ ad)$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حالا فرض کنید می‌خواهیم این ۴ نفر را در دو گروه بدون اسم تقسیم‌بندی کنیم. در این جا برای مثال، دو حالت $A B / A B$ یکسان

$$\{ab, cd, cd, ab\}$$

می‌شوند، چون اسم گروه‌ها دیگر اهمیتی ندارد؛ پس این کار را به ۳ حالت می‌توانیم انجام دهیم. به این کار افزایش کردن می‌گوییم، افزایش یعنی



تقسیم کردن تعدادی آدم، شیء یا ... در چند گروه به طوری که گروه‌ها اسم ندارند. ما برای راحتی کار افزایشها را با $\{ \dots \}$ نمایش می‌دهیم. برای مثال $\{ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \}$ یعنی افزایش ۴ نفر در دو گروه دونفره یا $\{ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \}$ یعنی افزایش ۵ نفر در یک گروه ۳ نفره و دو گروه یک‌نفره.

حالا تعداد افزایشها را چطوری بشماریم؟

ابتدا به روش معمولی شروع به انتخاب کنید، برای مثال فرض کنید می‌خواهیم تعداد افزایشها به شکل $\{ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \}$ را بشماریم که ابتدا

$$\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$$

می‌شود، حالا مثل جایگشت با تکرار، حاصل را بر تعداد گروه‌های با تعداد عضو یکسان تقسیم می‌کنیم؛ پس جواب $\binom{5}{3} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$

دو گروه ۱ نفره

$$\binom{9}{3} \binom{6}{3} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$$

می‌شود. یا به عنوان مثال آخر، تعداد افزایشها به شکل $\{ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \}$ برابر با $\binom{9}{3} \binom{6}{3} \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$ سه گروه یک‌نفره $\rightarrow \binom{3}{1} \binom{2}{1} \binom{1}{1}$ دو گروه ۳ نفره می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می‌کنیم مجموعه A ، n عضو داشته باشد؛ پس تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی فاقد یک عضو خاص برابر

$$\binom{n-1}{3} \text{ و تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی شامل یک عضو خاص برابر } \binom{n-1}{2} \text{ می‌شود.}$$

گام دوم:

$$\binom{n-1}{3} = \binom{n-1}{2} + 5 \Rightarrow \frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{6} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 5$$

$$\xrightarrow{\times 6} (n-1)(n-2)(n-3) = 3(n-1)(n-2) + 30 \Rightarrow (n-1)(n-2)(n-3) - 3(n-1)(n-2) = 30$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-2)(n-3-3) = 30 \Rightarrow (n-1)(n-2)(n-6) = 30 \Rightarrow n = 7 \text{ (حدس می‌زنیم)}$$

گام سوم: حالا می‌خواهیم یک مجموعه ۷ عضوی را به مجموعه‌های ۲ و ۳ عضوی افزایش کنیم که تنها حالت $\{ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \}$ می‌شود:

$$\frac{\binom{7}{2} \binom{5}{2} \binom{3}{3}}{2!} = \frac{21 \times 10}{2} = 105$$

تست و پاسخ ۲۲

یک مجموعه n عضوی دارای k زیرمجموعه دو عضوی است. اگر k^2 مضرب ۴ باشد، m حالت برای n های سه‌رقمی وجود دارد. مجموع ارقام m کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۱۸ (۲)

۱۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$k = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

پاسخ تشریحی گام اول: تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی یک مجموعه n عضوی برابر است با:

گام دوم: k^2 وقتی مضرب ۴ می‌شود که k زوج باشد؛ بنابراین:

$$k = 2t \Rightarrow 2t = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = 4t$$

گام سوم: $n-1$ و n دو عدد متوالی‌اند (نسبت به هم اول‌اند) که حاصل ضرب آنها مضرب ۴ است؛ پس یا n باید مضرب ۴ باشد یا $n-1$:

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4t \\ n-1 = 4t \Rightarrow n = 4t+1 \end{cases}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: حالا تعداد n های سهرقمی را می‌خواهیم:

$$1000 \leq n \leq 9999 \Rightarrow \begin{cases} 1000 \leq 4t \leq 9999 \Rightarrow t = 25, 26, \dots, 249 \Rightarrow 249 - 25 + 1 = 225 \\ 1000 \leq 4t + 1 \leq 9999 \Rightarrow 999 \leq 4t \leq 9998 \Rightarrow t = 25, 26, \dots, 249 \Rightarrow 225 \text{ تا } 225 \end{cases}$$

بنابراین تعداد n های سهرقمی برابر $225 + 225 = 450$ می‌شود.

گام پنجم: مجموع ارقام $450 = 0 + 5 + 4$ می‌شود.

تست و پاسخ ۲۳

اگر $A_n = \left(-\frac{2}{n}, \frac{2n-1}{n}\right)$ باشد، مساحت ناحیه $(A_1 \times A_7) \cap (A_3 \times A_4)$ کدام است؟

$$\frac{8}{3} \quad (4) \qquad \frac{7}{3} \quad (3) \qquad \frac{13}{3} \quad (2) \qquad \frac{10}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مجموعه‌های بازه‌ای جزء سوالات پرتکرار در کنکور نظام قدیم بودند، اما هنوز هم احتمال طرح شدن سؤال از آن‌ها وجود دارد.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از نکته $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$ به راحتی می‌توانید سؤال را حل کنید.

درس نامه

نکات

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

۱

۲ مساحت ناحیه محدود به $A \times B$ برابر طول بازه A ضرب در طول بازه B می‌باشد.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا A_1 تا A_7 را به دست می‌آوریم:

$$A_1 = (-2, 1) \quad A_7 = \left(-1, \frac{3}{7}\right) \quad A_3 = \left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right) \quad A_4 = \left(-\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$$

$$(A_1 \times A_7) \cap (A_3 \times A_4) = (A_1 \cap A_3) \times (A_7 \cap A_4) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right) \times \left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{7}\right) \quad \text{گام دوم:}$$

گام سوم: طول بازه $\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$ برابر $\frac{5}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$ و طول بازه $\left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{7}\right)$ برابر $\frac{3}{7} - \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{2}{7}$ است؛ پس جواب برابر $\frac{10}{7} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{7}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۲۴

اگر $x \mid 3a + 4$ و $x \mid 4a + 3$ ، چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

$$6 \quad (4) \qquad 4 \quad (3) \qquad 3 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره کافیه با استفاده از قوانین عاد کردن، کاری کنید که a از سمت راست حذف بشه.

درس نامه برای به دست آوردن مقادیر m از دو رابطه $m \mid ax + b$ و $m \mid cx + d$ ، باید x را از سمت راست حذف کنیم:

$$\begin{cases} m \mid ax + b \xrightarrow{-xc} m \mid acx + bc \\ m \mid cx + d \xrightarrow{-xa} m \mid acx + ad \end{cases} \xrightarrow{\ominus} m \mid bc - ad$$

پاسخ تشریحی

$$\begin{cases} x \mid 3a + 4 \xrightarrow{-x^4} x \mid 12a + 16 \\ x \mid 4a + 3 \xrightarrow{-x^3} x \mid 12a + 9 \end{cases} \xrightarrow{\ominus} x \mid 7 \Rightarrow x = \pm 1, \pm 7$$

بنابراین x می‌تواند ۴ مقدار صحیح داشته باشد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۵

اگر $5|a-1$ و $11|a+5$ ، آن گاه بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی a ، k واحد از کوچک‌ترین عدد دورقمی a بزرگ‌تر خواهد بود. کدام گزینه در رابطه با k نادرست است؟

۴) $k-1$

۳) $k+1$

۲) k^2-2

۱) k^2-1

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

نکات ۱) از $a|b$ می‌توانیم بگوییم که $b=at$ است.

۲) اگر $a=bt+r$ و $a=b't'+r$ باشند، می‌توانیم بگوییم $a=[b,b']t''+r$ است.

پاسخ تشریحی راه اول: گام اول: $11|a+5$ ؛ پس $a+5=11t$ و $a=11t-5$ می‌شود.

گام دوم: $5|a-1$ ؛ پس $a-1=5t'$ و $a=5t'+1$ می‌شود.

گام سوم: حالا در رابطه $a=11t-5$ باید 11 تا 11 تا به عبارت اضافه یا کم کنیم و در $a=5t'+1$ باید 5 تا 5 تا اضافه یا کم کنیم تا باقی‌مانده دو عبارت برابر شود:

$$\begin{cases} a=11t-5 \xrightarrow{-4 \times 11} a=11t-49 \\ a=5t'+1 \xrightarrow{-1 \times 5} a=5t'-49 \end{cases} \Rightarrow a=55t''-49$$

گام چهارم: حالا باید بزرگ‌ترین مقدار سه‌رقمی و کوچک‌ترین مقدار دورقمی a را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} a \leq 999 \Rightarrow 55t''-49 \leq 999 \Rightarrow 55t'' \leq 1048 \Rightarrow t'' \leq 19 \Rightarrow a=55 \times 19-49=996 \\ 10 \leq a \Rightarrow 10 \leq 55t''-49 \Rightarrow 59 \leq 55t'' \Rightarrow 2 \leq t'' \Rightarrow a=55 \times 2-49=61 \end{cases}$$

گام پنجم: بزرگ‌ترین مقدار سه‌رقمی a برابر 996 و کوچک‌ترین مقدار دورقمی a برابر 61 است که $k=996-61=935$ می‌شود.

گام ششم: حالا باید گزینه‌ها را امتحان کنیم:

۱) $9|k^2-1 \Rightarrow 9|935^2-1 \Rightarrow 9|(935-1)(935+1) \Rightarrow 9|934 \times 936$ ✓
مضرب ۹

۲) $7|k^2-2 \Rightarrow 7|935^2-2$ ✓

باقی‌مانده 935 بر 7 برابر 4 است، پس باقی‌مانده 935^2 بر 7 برابر باقی‌مانده $16=4^2$ بر 7 یعنی 2 می‌شود؛ بنابراین 935^2 در تقسیم به 7 باقی‌مانده 2 دارد و 935^2-2 مضرب 7 می‌شود.

۳) $6|k+1 \Rightarrow 6|936$ ✓

۴) $4|k-1 \Rightarrow 4|934$ ✗

$$11|a+5 \Rightarrow a+5 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv -5 \xrightarrow{-4 \times 11} a \equiv -49$$

$$\Rightarrow a \equiv -49 \pmod{11,5}$$

راه دوم: از همنهستی استفاده می‌کنیم:

$$5|a-1 \Rightarrow a-1 \equiv 0 \Rightarrow a \equiv 1 \xrightarrow{-1 \times 5} a \equiv -49$$

$$\Rightarrow a \equiv -49 \pmod{55} \Rightarrow a=55t-49$$

ادامه مانند راه اول است.

تست و پاسخ ۲۶

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، 6 برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن‌هاست. اگر عدد بزرگ‌تر بر عدد کوچک‌تر بخش‌پذیر نباشد، مجموع این دو عدد چند مقدار سه‌رقمی دارد؟

۴) 190

۳) 180

۲) 179

۱) 189

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره متباین سازی جزء مباحثی است که اکثر دانش آموزان با آن مشکل دارند، ولی تا به حال در کنکور سراسری نظام جدید دو بار از آن سؤال طرح شده است؛ پس درس نامه زیر را به خوبی مطالعه کنید تا روش حل این تیپ سؤالات را به خوبی یاد بگیرید.

درس نامه •• متباین سازی

متباین سازی یعنی سؤالاتی که در آن‌ها با معادله‌ای مواجه هستیم که در آن ب.م.م یا ک.م.م حضور دارد. برای حل سؤالات متباین سازی ابتدا فرض می‌کنیم $(a, b) = d$ باشد، در این صورت $d | a$ و $d | b$ ، پس به جای a و b به ترتیب قرار می‌دهیم da_1 و db_1 . شرطی که باید حواستان به آن باشد این است که $(a_1, b_1) = 1$ است، هم‌چنین $[a, b] = da_1b_1$ می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: فرض می‌کنیم دو عدد a و b باشند، در این صورت:

$$[a, b] = 6(a, b)$$

گام دوم: معادله‌ای داریم که در آن ب.م.م و ک.م.م حضور دارند؛ پس از متباین سازی استفاده می‌کنیم:

$$(a, b) = d \text{ و } a = da_1 \text{ و } b = db_1 \text{ و } [a, b] = da_1b_1$$

$$[a, b] = 6(a, b) \Rightarrow da_1b_1 = 6d \Rightarrow a_1b_1 = 6$$

گام سوم: a_1 و b_1 دو عددی هستند که نسبت به هم اول‌اند و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۶ شده؛ پس دو حالت داریم:

حالت اول: $a_1 = 2$ و $b_1 = 3$ باشد که در این صورت:

$$a + b = da_1 + db_1 = d(a_1 + b_1) = d(2 + 3) = 5d$$

مقادیر سه رقمی $a + b$ را می‌خواهیم؛ پس:

$$100 \leq a + b \leq 999 \Rightarrow 100 \leq 5d \leq 999 \Rightarrow d = 20, 21, \dots, 199 \rightarrow 199 - 20 + 1 = 180 \text{ مقدار}$$

(دقت کنید در حالت $a_1 = 3$ و $b_1 = 2$ هم جواب همین می‌شود!)

حالت دوم: $a_1 = 1$ و $b_1 = 6$ باشد که این حالت غیر قابل قبول است، زیرا در این صورت $a = da_1 = d$ و $b = db_1 = 6d$ می‌شود و دو عدد به هم بخش پذیر می‌شوند، ولی در صورت سؤال گفته شده که دو عدد به هم بخش پذیر نیستند.

تست و پاسخ ۲۷

اگر k برابر باشد با مجموع مربعات n عدد اول متوالی که از ۲ شروع می‌شوند و $k | 24$ ، آن‌گاه میانگین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد چهاررقمی برای n کدام است؟

$$5501 \quad (2)$$

$$5520 \quad (1)$$

$$5509 \quad (4)$$

$$5504 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴**درس نامه** ••

نکته مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ در تقسیم بر ۲۴ باقی‌مانده ۱ دارد، به عبارت دیگر اگر a عددی اول باشد، $a^2 = 24t + 1$ می‌شود.

پاسخ تشریحی

$$k = 2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + \dots$$

از این‌جا به بعد همه $24t + 1$ می‌شوند.

$$k = 2^2 + 3^2 + (n-2)(24t+1) = 13 + (n-2)24t + n - 2 = n + 11 + (n-2)24t \quad \text{گام دوم: تعداد کل اعداد } n \text{ تا است؛ پس:}$$

$$24 | k \Rightarrow 24 | n + 11 + \underbrace{(n-2)24t}_{\text{مضرب } 24} \Rightarrow 24 | n + 11$$

گام سوم: k مضرب ۲۴ است:

$$\Rightarrow n + 11 = 24m \Rightarrow n = 24m - 11$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: میانگین بزرگترین و کوچکترین عدد ۴ رقمی n را می‌خواهیم: $1000 \leq n \leq 9999 \Rightarrow 1000 \leq 24m - 11 \leq 9999$

$$\Rightarrow 1011 \leq 24m \leq 10010 \Rightarrow 43 \leq m \leq 417$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} \min(n) &= 24 \times 43 - 11 \\ \max(n) &= 24 \times 417 - 11 \end{aligned} \xrightarrow{\text{میانگین}} \frac{24 \times 43 - 11 + 24 \times 417 - 11}{2} = \frac{24 \times 460 - 22}{2} = 12 \times 460 - 11 = 5509$$

تست و پاسخ ۲۸

نقطه $A(\alpha, \beta)$ با مختصات صحیح، روی منحنی $y = \frac{2x-11}{x+3}$ قرار دارد و $\alpha\beta > 0$. اگر باقی‌مانده تقسیم عدد زوج n بر $\alpha - \beta$ برابر ۹ باشد، باقی‌مانده تقسیم $\frac{n}{3}$ بر $\alpha - \beta$ کدام است؟

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره شمارش تعداد نقاط با مختصات صحیح روی یک منحنی، جزء سوالات پرتکرار کنکور سراسری است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا $y = \frac{2x-11}{x+3}$ را به معادله عادکردنی تبدیل کنید تا مقادیر β و α به دست آیند؛ سپس الگوریتم تقسیم n بر $\alpha - \beta$ را بنویسید و با توجه به زوج بودن آن، کاری کنید تا باقی‌مانده زوج شود و در آخر معادله به دست آمده را به ۲ تقسیم کنید تا جواب حاصل شود.

درس نامه •• معادله عادکردنی

یک مدل بسیار پرتکرار در مسائل بخش پذیری سؤال‌هایی مثل این هستند که به ازای چند مقدار x ، رابطه $x - 2 \mid 3x + 4$ برقرار است؟ این مدل سؤال‌ها را معادله عادکردنی می‌نامیم. روش اصلی پاسخ‌گویی به این نوع سؤال‌ها این است که x را از سمت راست حذف کنیم، برای مثال برای حل $x - 2 \mid 3x + 4$ ، ابتدا معادله کمکی $x - 2 \mid x - 2$ را می‌نویسیم و سپس x را از سمت راست حذف می‌کنیم:

$$\begin{cases} x - 2 \mid x - 2 \xrightarrow{\times 3} x - 2 \mid 3x - 6 \\ x - 2 \mid 3x + 4 \rightarrow x - 2 \mid 3x + 4 \end{cases} \xrightarrow{\ominus} x - 2 \mid 10$$

$$\Rightarrow x - 2 = \pm 1, \pm 2, \pm 5, \pm 10$$

حالا مقادیر x را به دست می‌آوریم. دقت کنید که مقادیر به دست آمده را باید در معادله اولیه، یعنی $x - 2 \mid 3x + 4$ چک کنید، برای مثال $x = 10$ در این رابطه صدق نمی‌کند!

روش تستی حل معادله عادکردنی

یک راه ساده‌تر برای حل معادله عادکردنی این است که اگر عبارت سمت چپ درجه ۱ باشد، می‌توانیم ریشه آن را در عبارت سمت راست قرار دهیم. برای مثال در معادله عادکردنی بالا، $x = 2$ ریشه عبارت سمت چپ است که با جای‌گذاری آن دو عبارت سمت راست به $x - 2 \mid 10$ می‌رسیم. به همین راحتی!

یک تکنیک فوری برای یک تیپ سؤال سخت!

اگر در سؤالی الگوریتم تقسیم $a = bq + r$ را داشته باشیم و به ما بگویند که a مضرب m است و باقی‌مانده $\frac{a}{m}$ بر b را از ما بخواهند، کاری که باید بکنیم این است که مضارب b را به باقی‌مانده اضافه یا کم کنیم تا باقی‌مانده مضرب m شود، حالا باقی‌مانده به دست آمده را به m تقسیم می‌کنیم تا جواب حاصل شود! برای مثال فرض کنید در الگوریتم تقسیم $a = 7q + 2$ به ما بگویند که a مضرب ۵ است و باقی‌مانده $\frac{a}{5}$ به 7 را از ما بخواهند، ما این‌گونه عمل می‌کنیم:

$$a = 7q + 2 \xrightarrow{+(4 \times 7)} a = 7q' + 30 \Rightarrow \frac{a}{5} = 7q'' + 6$$

باقی‌مانده
مضرب ۵ شد.

بنابراین باقی‌مانده $\frac{a}{5}$ به 7 برابر 6 می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: A نقطه‌ای با مختصات صحیح روی $y = \frac{2x-11}{x+3}$ است، پس هم X صحیح است و هم y؛ بنابراین $\frac{2x-11}{x+3}$ صحیح است و می‌توانیم آن را به معادله عادکردنی تبدیل کنیم:

$$\Rightarrow x+3 \mid 2x-11 \xrightarrow[\text{روش تستی}]{\text{ریشه عبارت چپ در عبارت راست}} x+3 \mid 2(-3)-11 \Rightarrow x+3 \mid -17$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+3=1 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y=-15 \Rightarrow \begin{cases} \alpha=-2 \\ \beta=-15 \end{cases} \Rightarrow \alpha-\beta=13 \\ x+3=-1 \Rightarrow x=-4 \Rightarrow y=19 \text{ نمی‌شود} < \alpha\beta \\ x+3=17 \Rightarrow x=14 \Rightarrow y=1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha=14 \\ \beta=1 \end{cases} \Rightarrow \alpha-\beta=13 \\ x+3=-17 \Rightarrow x=-20 \Rightarrow y=3 \text{ نمی‌شود} < \alpha\beta \end{cases}$$

گام دوم: باقی‌مانده n بر $\alpha-\beta=13$ برابر 9 است؛ یعنی:

$$n = 13q + 9$$

گام سوم: n زوج است یعنی مضرب 2 است؛ پس باید کاری کنیم باقی‌مانده هم مضرب 2 شود:

$$n = 13q + 9 \xrightarrow{+13} n = 13q' + 22 \Rightarrow \frac{n}{2} = 13q'' + 11 \Rightarrow \text{جواب برابر 11 می‌شود.}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه (۳): صفحه‌های ۹ تا ۳۱، هندسه (۱): صفحه‌های ۹ تا ۳۷

تست و پاسخ ۲۹

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه ماتریس A^{-1} کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0/1 & 0/3 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0/4 & 0/2 \\ 0/3 & 0/1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

وارون ماتریس مربعی $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ از رابطه‌ی مقابل پیدا می‌شود:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی

داریم $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ؛ حالا با توجه به درس‌نامه ماتریس A^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1 \times 4 - 2 \times (-3)} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/4 & 0/2 \\ 0/3 & 0/1 \end{bmatrix}$$

تست و پاسخ ۳۰

اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس $I + \frac{1}{5}A$ کدام است؟

$$\begin{matrix} -2/75 & (1) \\ 2/75 & (3) \\ 0/25 & (4) \\ -0/25 & (2) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۲

گام اول (پیدا کردن ماتریس $I + \frac{1}{5}A$): برای این که بتوانیم ماتریس I را با ماتریس $\frac{1}{5}A_{3 \times 3}$ جمع کنیم، این دو ماتریس

باید هم‌مرتبه باشند؛ پس $I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ است. حالا ماتریس $I + \frac{1}{5}A$ را پیدا می‌کنیم:

$$I + \frac{1}{5}A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0/5 & -1 & 1/5 \\ 1 & 0 & 0/5 \\ 1/5 & 2 & -0/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/5 & -1 & 1/5 \\ 1 & 1 & 0/5 \\ 1/5 & 2 & 0/5 \end{bmatrix}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): در آخر با بسط حول سطر دوم، دترمینان ماتریس $I + \frac{1}{5}A = \begin{bmatrix} 1/5 & -1 & 1/5 \\ 1 & 1 & 0/5 \\ 1/5 & 2 & 0/5 \end{bmatrix}$ را حساب می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} 1/5 & -1 & 1/5 \\ 1 & 1 & 0/5 \\ 1/5 & 2 & 0/5 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} -1 & 1/5 \\ 2 & 0/5 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1/5 & 1/5 \\ 1/5 & 0/5 \end{vmatrix} - 0/5 \begin{vmatrix} 1/5 & -1 \\ 1/5 & 2 \end{vmatrix} = -1(-0/5 - 3) + 1(0/5 - 2/25) - 0/5(3 + 1/5) \\ = 3/5 - 1/5 - 2/25 = -0/25$$

تست و پاسخ ۳۱

اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^3 - A^2 = mA + nI$ ، آن‌گاه دوتایی مرتب (m, n) کدام است؟

- (۱) $(19, 5)$ (۲) $(13, 3)$ (۳) $(19, -5)$ (۴) $(13, -3)$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول به کمک رابطه «کیلی - همیلتون»، ماتریس A^2 را برحسب A و I بنویسید. در ادامه به کمک ضرب طرفین تساوی، A^3 را برحسب A^2 و I بنویسید.

درس نامه

(۱) رابطه کیلی - همیلتون) مربع هر ماتریس مربعی 2×2 مثل $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ را می‌توانیم به صورت زیر برحسب خودش و I بنویسیم:

$$A^2 = (a + d)A - \underbrace{(ad - bc)}_{|A|}I$$

(۲) طرفین یک تساوی ماتریسی را می‌توانیم در یک ماتریس دلخواه ضرب کنیم، چیزی که این‌جا اهمیت دارد این است که ماتریس مورد نظر را باید از یک سمت در طرفین تساوی ضرب کنیم.

مثلاً اگر بخواهیم ماتریس C را در طرفین تساوی $A = B$ ضرب کنیم یا باید بنویسیم $AC = BC$ (هر دو طرف را از راست تو ضرب کردیم) یا $CA = CB$ (هر دو طرف را از چپ تو ضرب کردیم)؛ اما در حالت کلی هیچ‌وقت نمی‌توانیم بنویسیم $AC = CB$.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه ماتریس A^2 برحسب A و I): ابتدا به کمک مورد (۱) درس‌نامه، ماتریس A^2 را برحسب A و I می‌نویسیم:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = (2+2)A - ((2)(2) - (1)(5))I \Rightarrow A^2 = 4A + I \quad (1)$$

گام دوم (محاسبه ماتریس A^3 برحسب A و I): حالا طرفین تساوی $A^2 = 4A + I$ را در A ضرب می‌کنیم (یا از راست یا از چپ) تا ماتریس

$$A^2 = 4A + I \xrightarrow{\times A} A^2 \times A = 4A \times A + I \times A \Rightarrow A^3 = 4A^2 + A$$

هم برحسب A و I پیدا شود:

$$\xrightarrow{A^2=4A+I} A^3 = 4(4A + I) + A = 17A + 4I \quad (2)$$

گام سوم (پیدا کردن خواسته سؤال): حالا رابطه‌های (۱) و (۲) را در تساوی $A^3 - A^2 = mA + nI$ جای‌گذاری می‌کنیم تا مقادیر m و n پیدا شوند:

$$A^3 - A^2 = mA + nI \xrightarrow{(1), (2)} (17A + 4I) - (4A + I) = mA + nI \Rightarrow 13A + 3I = mA + nI$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 13 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow (m, n) = (13, 3)$$



تست و پاسخ ۳۲

ماتریس ضرایب، $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات یک دستگاه دو معادله دو مجهولی است. مجموع درایه‌های ماتریس $^{1402}A = (b \ 1-a) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) 1402 (۳) 2^{1402} (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● (۱) هر دستگاه دو معادله دو مجهول مثل $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ را می‌توانیم به صورت ماتریسی هم بنویسیم:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$$

در تساوی بالا به ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب، به $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات و به $\begin{bmatrix} c \\ c' \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم می‌گوییم.

(۲) برای محاسبه توان بزرگ یک ماتریس مثل A ، اول توان‌های کوچک آن را به دست بیاورید. منظور از توان کوچک، توان‌های دوم، سوم و چهارم است. احتمالاً در یکی از این توان‌ها به یک ماتریس خاص می‌رسیم. این ماتریس خاص به یکی از صورت‌های زیر ظاهر می‌شود:

● ماتریس I یا kI ● ماتریس A یا kA

بعد از رسیدن به یکی از ماتریس‌های بالا، می‌توانید توان‌های بزرگ را محاسبه کنید. در صورتی که به ماتریس خاصی برخوردید، باید از روی A, A^2, A^3, \dots, A^n را حدس بزنید.

پاسخ تشریحی گام اول (تشکیل دستگاه دو معادله دو مجهول و محاسبه مقادیر a و b):

با توجه به این که ماتریس $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب، ماتریس $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ ماتریس مقادیر معلوم و ماتریس $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ ماتریس مجهولات دستگاه دو معادله دو مجهول ما است؛ می‌توانیم بگوییم این دستگاه به صورت زیر باید باشد:

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 1 \\ 5a - 3b = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = b = 1$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): اول ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & 1-a \end{bmatrix}$ را محاسبه می‌کنیم: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

حالا می‌رویم سراغ ماتریس A^{1402} . طبق مورد (۲) درس‌نامه، اول باید توان‌های کوچک این ماتریس را به دست بیاوریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A$$

همان‌طور که می‌بینید خوشبختانه به حالت خاص $A^2 = A$ رسیدیم. از این رابطه نتیجه می‌گیریم که:

$$A^2 = A \xrightarrow{\times A} A^3 = \underbrace{A^2}_{A} \Rightarrow A^3 = A \Rightarrow \dots \Rightarrow A^{1402} = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر می‌شود: $1+1+0+0=2$.

تست و پاسخ ۳۳

اگر A یک ماتریس 2×2 باشد، به طوری که $A^3 = 9I$ ، آن‌گاه ماتریس $A^2 - (A - 2I)^{-1}$ برابر با کدام است؟

(۱) $-2(A + 2I)$ (۲) $2(A + 2I)$ (۳) $-2(A + I)$ (۴) $2(A + I)$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مشابه این سؤال را در کنکورهای قبل داشته‌ایم. حواستان باشد هر وقت درایه‌های یک ماتریس را نداشتیم و در سؤال صحبت از وارون آن ماتریس بود، باید با رابطه‌ای که سؤال به ما داده است، یک تساوی ایجاد کنیم که حاصل ضرب آن ماتریس در یک ماتریس دیگر، بشود ماتریس I .

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره تساوی $A^3 = 9I$ را به این شکل بنویسید $A^3 - 9I = I$.

درس نامه (۱) ماتریس I که عضو بی اثر عمل ضرب ماتریس هاست، ماتریس همانی نامیده می شود و یک ماتریس اسکالر است که تمام درایه های قطر اصلی آن یک هستند؛ این که می گوییم I عضو بی اثر عمل ضرب ماتریس هاست، یعنی نقش I در ضرب ماتریس ها، مثل نقش عدد یک در ضرب اعداد حقیقی است؛ پس اگر A ماتریسی هم مرتبه با I باشد، داریم $AI = IA = A$ و همچنین $I^n = I$. این ویژگی ها سبب می شود که برای I و A ، اتحادهای جبری همواره برقرار باشد.

$$(A + I)^2 = A^2 + 2 \underbrace{AI}_{A} + \underbrace{I^2}_{I}$$

مثلاً داریم:

$$A^3 - 9I = A^3 - (2I)^3 = (A - 2I)(A^2 + 2 \underbrace{AI}_{A} + \underbrace{4I^2}_{4I})$$

(۲) اگر X و Y دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند، به طوری که $XY = I$ ، آن گاه X و Y را وارون هم می نامیم و می نویسیم: $Y^{-1} = X$ و $X^{-1} = Y$.

پاسخ تشریحی گام اول (ایجاد تغییر مناسب در فرض سؤال):

ما برای حل سؤال نیاز به محاسبه ماتریس $(A - 2I)^{-1}$ داریم، پس باید با استفاده از تساوی $A^3 = 9I$ ، یک تساوی به فرم $(A - 2I) \cdot \square = I$ ایجاد کنیم. داریم:

$$A^3 - 9I = I \Rightarrow A^3 - (2I)^3 = I \xrightarrow{\text{اتحاد چاق ولاغر}} (A - 2I)(A^2 + 2 \underbrace{AI}_{A} + \underbrace{4I^2}_{4I}) = I$$

$$\Rightarrow (A - 2I)(A^2 + 2A + 4I) = I \quad (*)$$

گام دوم (محاسبه $(A - 2I)^{-1}$ و خواسته سؤال):

$$(A - 2I)^{-1} = A^2 + 2A + 4I$$

از تساوی (*) و با توجه به قسمت (۲) درس نامه، داریم:

$$A^2 - (A - 2I)^{-1} = A^2 - (A^2 + 2A + 4I) = -(2A + 4I) = -2(A + 2I)$$

پس خواسته سؤال برابر است با:

تست و پاسخ ۳۴

اگر A و X دو ماتریس باشند، به طوری که $XA = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ 0 & 2|A| \end{bmatrix}$ و $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ که $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ تساوی $X = B$ را برقرار است؛ آن گاه مجموع درایه های سطر اول ماتریس X کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۰/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه (۱) اگر دو ماتریس مربعی برابر باشند، دترمینان هایشان هم برابر خواهد بود؛ این یعنی هر وقت $A = B$ و A و B ماتریس های مربعی هستند) باشد، تساوی $|A| = |B|$ هم برقرار است؛ به عبارت دیگر از طرفین یک تساوی ماتریسی می توانیم دترمینان بگیریم (البته به شرطی که طرفین تساوی ماتریس های مربعی باشند).

(۲) دترمینان، عدد پشت ماتریس را به توان مرتبه همان ماتریس می رساند و پشت خودش منتقل می کند؛ این یعنی در دنیای دترمینان ها تساوی $|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$ همیشه برقرار است.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

(۳) وارون یک ماتریس مربعی 2×2 مثل $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ از رابطه مقابل پیدا می شود:

(۴) برای پیدا کردن ماتریس X در تساوی $AX = B$ کافی است طرفین تساوی را از سمت چپ در A^{-1} ضرب کنیم؛ ببینید:

$$AX = B \Rightarrow \underbrace{A^{-1}A}_I X = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

به همین ترتیب اگر $XA = B$ می توانیم بگوییم $X = BA^{-1}$ است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه $|A|$ و خود A):

اول ضربی که در سمت راست تساوی $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ هست را انجام می‌دهیم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |A|-4+4 & 0-3+4 \\ 0+8+0 & 0+6+0 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

حالا طبق مورد (۱) درس‌نامه، می‌توانیم از طرفین تساوی $2A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ دترمینان بگیریم:

$$|2A_{3 \times 3}| = \begin{vmatrix} |A| & 1 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{طبق مورد (۲) درس‌نامه} \\ |2A_{3 \times 3}| = 2^3 |A|}} \frac{2^3 |A|}{4} = 6|A| - 8 \Rightarrow 2|A| = 8 \Rightarrow |A| = 4$$

در ادامه $|A| = 4$ را در تساوی $2A = \begin{bmatrix} |A| & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$ جای‌گذاری می‌کنیم تا خود ماتریس A هم به دست بیاید:

$$2A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 0/5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا که هم $|A|$ و هم خود A را داریم، می‌توانیم با جای‌گذاری‌شان در تساوی $XA = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ 0 & 2|A| \end{bmatrix}$ ، ماتریس X را هم به دست بیاوریم:

$$XA = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ 0 & 2|A| \end{bmatrix} \Rightarrow X \begin{bmatrix} 2 & 0/5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{طبق مورد (۴) درس‌نامه}} X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0/5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{6-2} \begin{bmatrix} 3 & -0/5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -0/5 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0/5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

بنابراین جمع درایه‌های سطر اول ماتریس X می‌شود: $1 + 0/5 = 1/5$.

تست و پاسخ ۳۵

اگر A یک ماتریس اسکالر 3×3 باشد، به طوری که $A^2 - A = A^2 + A$ ، آن‌گاه حاصل دترمینان ماتریس A کدام نمی‌تواند باشد؟

$$A = kI_{3 \times 3}$$

۲ (۲)

صفر (۴)

-۱ (۱)

۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره فرض کن $A = kI$ باشد.

درس‌نامه ۱۰۰ (۱) به ماتریس مربعی‌ای که دو ویژگی زیر را داشته باشد، ماتریس اسکالر می‌گوییم:

(الف) همه درایه‌های قطر اصلی‌اش، برابر باشند. (ب) همه درایه‌های غیر واقع بر قطر اصلی‌اش صفر باشند.

مثلاً ماتریس $A = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر است.

بنابراین فرم کلی یک ماتریس اسکالر به صورت $A = \begin{bmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & k \end{bmatrix}$ است. واضح است که در این ماتریس اگر از k فاکتور بگیریم، می‌توانیم

به رابطه $A = kI_{3 \times 3}$ برسیم؛ این یعنی در حالت کلی اگر $A_{n \times n}$ یک ماتریس اسکالر باشد، می‌توانیم فرض کنیم $A_{n \times n} = kI_{n \times n}$ است.

(۲) دترمینان، عدد پشت ماتریس را به توان مرتبه همان ماتریس می‌رساند و پشت خودش منتقل می‌کند؛ این یعنی در دنیای دترمینان‌ها تساوی $|kA_{n \times n}| = k^n |A_{n \times n}|$ همیشه برقرار است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن فرم کلی ماتریس A): چون A یک ماتریس اسکالر 3×3 است، پس طبق مورد (1) درس نامه می توانیم فرض کنیم $A = kI_{3 \times 3}$ باشد.

گام دوم (محاسبه مقادیر ممکن برای k): حالا $A = kI_{3 \times 3}$ را در تساوی $A^3 - A = A^2 + A$ جای گذاری می کنیم:

$$A^3 - A = A^2 + A \xrightarrow{A=kI} (kI)^3 - (kI) = (kI)^2 + (kI) \xrightarrow{I^3=I^2=I} k^3I - kI = k^2I + kI$$

$$\Rightarrow (k^3 - k^2 - 2k)I = \vec{0} \Rightarrow k^3 - k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k(k^2 - k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow (k-2)(k+1) = 0 \Rightarrow k = 2, -1 \\ k = 0 \end{cases}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال مقادیر مختلف دترمینان ماتریس $A = kI_{3 \times 3}$ یعنی $|kI_{3 \times 3}|$ را می خواهد. طبق مورد (2) درس نامه برای $|kI_{3 \times 3}|$ می توانیم بنویسیم:

$$|A| = |kI_{3 \times 3}| = k^3 |I_{3 \times 3}| = k^3 \xrightarrow{K=0 \text{ یا } -1 \text{ یا } 2} |A| = 0 \text{ یا } -1 \text{ یا } 8$$

بنابراین دترمینان ماتریس A نمی تواند عدد گفته شده در (2) باشد.

تست و پاسخ ۳۶

$$\text{اگر } m = \begin{vmatrix} 1 & 3a & 9a^2 \\ 1 & 2b & 4b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \text{ و } n = \begin{vmatrix} 2bc & 1 & 3a \\ 3ac & 1 & 2b \\ 6ab & 1 & c \end{vmatrix} \text{ . آن گاه با فرض } n \neq 0 \text{ ، حاصل } \frac{m}{n} \text{ کدام است؟}$$

$$\begin{matrix} abc & 1(1) \\ -abc & -1(3) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ●● ضرب پشت یک دترمینان را می توانیم به داخلش ببریم. برای این کار کافی است آن ضرب را فقط در یکی از سطرها یا ستون های آن ماتریس ضرب کنیم.

برای درک بهتر این موضوع تساوی مقابل را ببینید:

$$k \begin{vmatrix} a & a' & a'' \\ b & b' & b'' \\ c & c' & c'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka & a' & a'' \\ kb & b' & b'' \\ kc & c' & c'' \end{vmatrix} \text{ یا } \begin{vmatrix} a & a' & a'' \\ kb & kb' & kb'' \\ c & c' & c'' \end{vmatrix} \text{ یا } \dots$$

ضرب k را در سطر دوم ضرب k را در ستون اول ضرب کردیم.

حالا اگر تساوی بالا را از راست به چپ ببینیم متوجه می شویم که در دترمینان ها می توانیم از یک سطر یا ستون فاکتور بگیریم و آن را به عنوان ضرب به پشت دترمینان منتقل کنیم.

پاسخ تشریحی روش اول: گام اول (تعیین استراتژی حل):

$$\text{خوب به سطرهای دو ماتریس } m = \begin{vmatrix} 1 & 3a & 9a^2 \\ 1 & 2b & 4b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \text{ و } n = \begin{vmatrix} 2bc & 1 & 3a \\ 3ac & 1 & 2b \\ 6ab & 1 & c \end{vmatrix} \text{ نگاه کنید. همان طور که می بینید اگر سطر اول تا سوم ماتریس } n$$

به ترتیب در $3a$ ، $2b$ و c ضرب شوند، دو ماتریس تا حدودی به هم نزدیک می شوند؛ پس طبق درس نامه از قابلیت ضرب و فاکتور در دترمینان ها استفاده می کنیم.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\begin{pmatrix} 2bc & 1 & 3a \\ 3ac & 1 & 2b \\ 6ab & 1 & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6abc & 3a & 9a^2 \\ 6abc & 2b & 4b^2 \\ 6abc & c & c^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3a & 9a^2 \\ 1 & 2b & 4b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix}$$

$(6abc)n = (6abc)m$

گام دوم (اجرای فرایند شبیه‌سازی دو ماتریس):
طبق درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

از رابطه $(6abc)n = (6abc)m$ نتیجه می‌گیریم که $n = m$ و در نتیجه $\frac{m}{n} = 1$ است.

روش دوم: می‌توانیم به کمک عددگذاری هم مسئله را حل کنیم؛ مثلاً بیا فرض کنیم که $a = b = 1$ و $c = 0$ باشند، در این حالت n و m برابر می‌شوند با:

$$m = \begin{vmatrix} 1 & 3a & 9a^2 \\ 1 & 2b & 4b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 0 - 0 = 1(12 - 18) = -6$$

حول همین سطر بسط می‌دهیم (پون صفراش بیشتره).

$$n = \begin{vmatrix} 2bc & 1 & 3a \\ 3ac & 1 & 2b \\ 6ab & 1 & c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \end{vmatrix} = +0 - 0 + 6 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6(2 - 3) = -6$$

حول همین ستون بسط می‌دهیم (پون صفراش بیشتره).

همان‌طور که می‌بینید باز هم $\frac{m}{n} = \frac{-6}{-6} = 1$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۷

اگر $\frac{a}{a+3} = \frac{2b}{2b+1}$ و c واسطه هندسی a و b باشد، آن‌گاه $\frac{c}{b}$ کدام است؟

$1/5 (4)$

$\sqrt{1/5} (3)$

$6 (2)$

$\sqrt{6} (1)$

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره به کمک تفصیل در مخرج، عبارت‌های مشترک صورت و مخرج را از بین ببرید.

درس‌نامه

(۱) یکی از ویژگی‌های تناسب‌ها تفصیل در مخرج است. این ویژگی می‌گوید اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد، تناسب $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$ هم برقرار است.

(۲) اگر c واسطه هندسی a و b باشد، می‌توانیم بگوییم $c = \sqrt{ab}$.

پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن رابطه بین a و b):

خوب به تناسب $\frac{a}{a+3} = \frac{2b}{2b+1}$ نگاه کنید. همان‌طور که می‌بینید دقیقاً همان چیزی که در صورت‌ها وجود دارند در مخرج‌ها هم هستند، پس تفصیل

$$\frac{a}{a+3} = \frac{2b}{2b+1} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج}} \frac{a}{(a+3)-a} = \frac{2b}{(2b+1)-2b} \Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{2b}{1} \Rightarrow a = 6b$$

در مخرج انتخاب خوبی است:

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): به گفته سؤال، c واسطه هندسی a و b است، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم $c = \sqrt{ab}$ است.

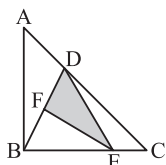
از طرفی در گام اول فهمیدیم $a = 6b$ است، بنابراین نسبت $\frac{c}{b}$ برابر می‌شود با:

$$\frac{c}{b} = \frac{\sqrt{ab}}{b} \xrightarrow{a=6b} \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{6b \times b}}{b} = \frac{b\sqrt{6}}{b} = \sqrt{6}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۸



مطابق شکل، اگر $\frac{AD}{CD} = \frac{CE}{BE} = \frac{BF}{BD} = \frac{1}{2}$ ، آن گاه مساحت مثلث ABC ، چند برابر مساحت مثلث DEF است؟

$$۴/۵ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

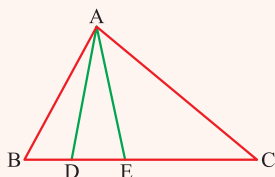
$$۶ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ۱ اگر طول ارتفاع های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت هایشان برابر نسبت قاعده هایی است که ارتفاع های برابر بر آن ها وارد می شود. به مثلث های این چنینی مثلث های هم ارتفاع می گوئیم.

نکته هر وقت یک رأس مثلث را به نقاط مختلفی که روی ضلع مقابلش قرار دارد وصل کنیم، همه مثلث هایی که ایجاد می شوند هم ارتفاع اند. مثلاً در شکل زیر همه مثلث های ABC ، ADE ، ADB و ... هم ارتفاع هستند، پس نسبت مساحت هایشان برابر می شود با:



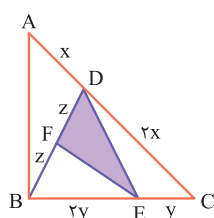
$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADE}} = \frac{BD}{DE}, \quad \frac{S_{ADE}}{S_{AEC}} = \frac{DE}{EC}, \dots$$

$$\frac{a}{b} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow a = ۴k, b = ۵k$$

(۲) از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ می توانیم نتیجه بگیریم که $a = ck$ و $b = dk$ است. مثلاً:

پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن طول قطعات AD ، DC ، BF ، FD ، BE و EC روی شکل):

ابتدا به کمک تساوی $\frac{AD}{CD} = \frac{CE}{BE} = \frac{BF}{BD} = \frac{1}{2}$ معادل قطعات AD ، DC ، BF ، FD ، BE و EC را به دست می آوریم:



$$\frac{AD}{CD} = \frac{CE}{BE} = \frac{BF}{BD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AD}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = x, CD = 2x \text{ (روی شکل می نویسیم.)} \\ \frac{CE}{BE} = \frac{1}{2} \Rightarrow CE = y, BE = 2y \text{ (روی شکل می نویسیم.)} \\ \frac{BF}{BD} = \frac{1}{2} \Rightarrow BF = z, FD = \frac{BD}{2} - BF = z \text{ (روی شکل می نویسیم.)} \end{cases}$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): خوب به مثلث های DEF و BEF نگاه کنید. طبق مورد (۱)

درس نامه این دو مثلث هم ارتفاع اند، پس نسبت مساحت هایشان برابر می شود با:

$$\frac{S_{DEF}}{S_{BEF}} = \frac{DF}{BF} = 1 \Rightarrow S_{DEF} = A, S_{BEF} = A$$

و در ادامه به مثلث های DEC و DBE نگاه کنید. این مثلث ها هم ارتفاع اند، پس می توانیم بنویسیم:

$$\frac{S_{DEC}}{S_{DBE}} = \frac{EC}{BE} \Rightarrow \frac{S_{DEC}}{\sqrt{2}A} = \frac{y}{2y} \Rightarrow S_{DEC} = A$$

در آخر برای مثلث های هم ارتفاع ABD و BDC داریم:

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}} = \frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{S_{ABD}}{\sqrt{2}A} = \frac{x}{2x} \Rightarrow S_{ABD} = \frac{1}{2}A = \frac{1}{5}A$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

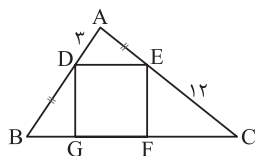
ریاضیات

حالا که مساحت قسمت‌های مختلف شکل را بر حسب A داریم، می‌توانیم نسبت مساحت مثلث ABC به مثلث DEF را به دست بیاوریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{A + A + A + 1/5A}{A} = \frac{4/5A}{A} = 4/5$$

تست و پاسخ ۳۹

مطابق شکل، مربعی درون مثلث ABC محاط شده است. اگر $AE = BD$ ، آن‌گاه با توجه به اندازه‌های روی شکل، نسبت مساحت این مربع به مساحت مثلث ABC کدام است؟



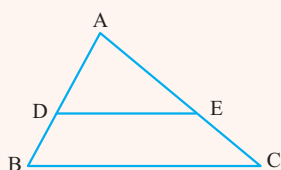
$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴



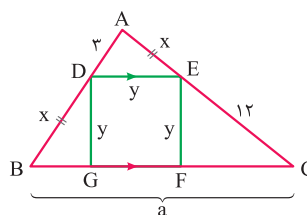
درس نامه ••• طبق قضیه تالس اگر مطابق شکل مقابل، خطی موازی یک ضلع مثلث رسم بشود، روی دو ضلع دیگر قطعه‌هایی با طول‌های متناسب می‌سازد. این تناسب را به دو روش می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \quad (\text{ب) جزء به کل:}$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad (\text{الف) جزء به جزء:}$$

پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن طول AE و BD) چون طول پاره‌های AE و BD برابرند، پس مطابق شکل طول هر دو را برابر x

در نظر می‌گیریم.



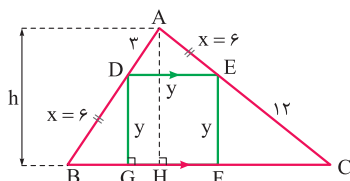
می‌دانیم در مربع، ضلع‌های مقابل موازی‌اند پس در مربع DEFG ضلع‌های DE و GF موازی‌اند؛ این یعنی، $DE \parallel BC$ بوده و می‌توانیم در مثلث ABC از تالس استفاده کنیم:

$$\text{جزء به جزء: } \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x}{3-x} = \frac{x}{12-x} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

گام دوم (محاسبه $\frac{y}{a}$): حالا به کمک تالس جزء به کل در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{3+x} = \frac{y}{a} \xrightarrow{x=6} \frac{6}{9} = \frac{y}{a} \Rightarrow \frac{y}{a} = \frac{1}{3}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): ارتفاع وارد بر قاعده BC را رسم می‌کنیم.



از آنجایی که AH و DG هر دو بر ضلع BC عمودند، می‌توانیم بگوییم $AH \parallel DG$ است؛ پس می‌توانیم در مثلث ABH از تالس استفاده کنیم:

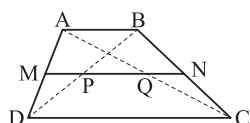
$$\text{ABH در مثلث در جزء به کل: } \frac{BD}{BA} = \frac{DG}{AH} \Rightarrow \frac{6}{6+3} = \frac{y}{h} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{y}{h} \Rightarrow \frac{y}{h} = \frac{2}{3}$$

پس داریم:

$$\frac{S_{DEFG}}{S_{ABC}} = \frac{y^2}{\frac{1}{2}ah} = 2\left(\frac{y}{a}\right)\left(\frac{y}{h}\right) = 2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$$

تست و پاسخ ۴۰

مطابق شکل، قطرهای دوزنق ABCD رسم شده‌اند و MN با قاعده‌های آن موازی است. اگر $\frac{CD}{AB} = 2$ ، آن‌گاه نسبت $\frac{BN}{NC} = \frac{MP}{PQ}$ کدام است؟



$$1/75 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$2/25 \quad (4)$$

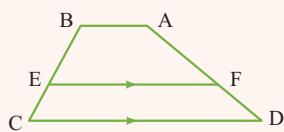
$$2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●● اول درس نامه سؤال قبل را بخوانید؛ بعدش بروید سراغ دو مورد زیر:



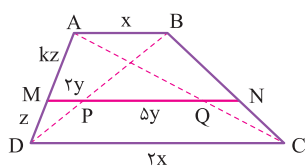
(۱) قضیه تالس در دوزنقه هم برقرار است؛ این یعنی اگر در یک دوزنقه خطی موازی با قاعده‌های دوزنقه رسم شود، روی ساق‌های آن قطعه‌های متناسب درست می‌شود. این موضوع را برای دوزنقه مقابل ببینید:

$$EF \parallel AB \parallel CD \Rightarrow \frac{BE}{EC} = \frac{AF}{FD}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{5} \Rightarrow a = 4k, b = 5k$$

(۲) از تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $a = ck$ و $b = dk$ است. مثلاً:

پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن اطلاعات لازم روی شکل):

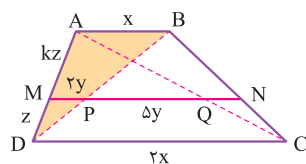


از رابطه $\frac{\Delta MP}{PQ} = \frac{CD}{AB} = 2$ به دو تناسب $\frac{CD}{AB} = \frac{2}{1}$ و $\frac{\Delta MP}{PQ} = 2$ می‌رسیم. طبق مورد (۲)

درس‌نامه برای این دو تناسب می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} \frac{CD}{AB} = \frac{2}{1} \Rightarrow CD = 2x, AB = x & \text{این رابطه‌ها را روی شکل بالا می‌نویسیم;} \\ \frac{\Delta MP}{PQ} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{MP}{PQ} = \frac{2}{5} \Rightarrow MP = 2y, PQ = 5y & \text{این رابطه‌ها را روی شکل بالا می‌نویسیم;} \end{cases}$$

سؤال نسبت $\frac{NB}{NC}$ را می‌خواهد. طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌دانیم $\frac{NB}{NC} = \frac{AM}{MD}$ است. بیا فرض کنیم $\frac{AM}{MD} = \frac{k}{1}$ باشد، در این صورت می‌توانیم بگوییم $AM = kz$ و $MD = z$ است (این دو رابطه رو هم تو شکل بالا می‌نویسیم).



گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا یک بار در مثلث ABD (مثلث زرد رنگ شکل مقابل) و بار دیگر در مثلث ADC (مثلث سبز رنگ شکل زیر) قضیه تالس را می‌نویسیم:

$$\Delta ABD \text{ در جزء کل در } \frac{DM}{DA} = \frac{MP}{AB} \Rightarrow \frac{z}{z+kz} = \frac{2y}{x} \Rightarrow \frac{1}{2(1+k)} = \frac{y}{x} \quad (1)$$

$$\Delta ADC \text{ در جزء کل در } \frac{AM}{AD} = \frac{MQ}{DC} \Rightarrow \frac{kz}{kz+z} = \frac{2y+5y}{2x} \Rightarrow \frac{2k}{2(k+1)} = \frac{y}{x} \quad (2)$$

همان‌طور که می‌بینید سمت راست رابطه‌های (۱) و (۲) برابرند، پس سمت چپشان هم باید برابر باشد:

$$\frac{1}{2(1+k)} = \frac{2k}{2(k+1)} \xrightarrow{\text{می‌توانیم } (k+1) \text{ را از طرفین بزنیم.}} \frac{1}{2(1+k)} = \frac{2k}{2(k+1)} \Rightarrow 1 = 4k \Rightarrow k = \frac{1}{4} = 1/4$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک (۳): صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸

تست و پاسخ (۴۱)

متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x در حال حرکت است، در لحظه‌ای با سرعت $\vec{v}_1 = (8 \text{ m/s}) \vec{i}$ از مکان $x = 17 \text{ m}$ عبور می‌کند و 4 s بعد، با سرعت \vec{v}_2 به مکان $x = -23 \text{ m}$ می‌رسد. \vec{v}_2 بر حسب متر بر ثانیه کدام است؟

- (۱) $12 \vec{i}$ (۲) $-12 \vec{i}$ (۳) $28 \vec{i}$ (۴) $-28 \vec{i}$

پاسخ: گزینه (۴)

خودت حل کنی بهتره رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت روی محور x را بنویسید و با استفاده از آن، اندازه و جهت \vec{v}_2 را به دست آورید.

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t$$

درس نامه ●●● رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت روی محور x

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \text{جاب‌جایی (m)}$$

$$x_1 = \text{مکان متحرک در لحظه } t_1 \text{ (m)}$$

$$v_1 = \text{سرعت متحرک در لحظه } t_1 \text{ (m/s)}$$

پاسخ تشریحی رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت روی محور x را می‌نویسیم:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \quad \frac{\Delta x = x_2 - x_1 = -23 - 17 = -40 \text{ m}}{v_1 = 8 \text{ m/s}, \Delta t = 4 \text{ s}} \rightarrow -40 = \frac{8 + v_2}{2} \times 4 \Rightarrow -20 = 8 + v_2 \Rightarrow v_2 = -28 \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_2 = (-28 \text{ m/s}) \vec{i}$$

تست و پاسخ (۴۲)

لحظه‌های $t_1 = 2 \text{ s}$ و $t_2 = 4 \text{ s}$

سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در ابتدا و انتهای 2 ثانیه دوم حرکتش، به ترتیب $(30 \text{ m/s}) \vec{i}$ و $(20 \text{ m/s}) \vec{i}$ است. تندی متوسط متحرک در 5 ثانیه دوم، چند متر بر ثانیه است؟

بازه زمانی $t_1 = 10 \text{ s}$ و $t_2 = 5 \text{ s}$

- (۱) $2/5$ (۲) $6/5$ (۳) 5 (۴) 13

پاسخ: گزینه (۲)

مشاوره رسم نمودار سرعت-زمان و استفاده از ویژگی‌های شاخص آن در حل تست‌های حرکت‌شناسی، بسیار کارآمد است.

خودت حل کنی بهتره ابتدا شتاب حرکت و سپس سرعت در لحظه‌های $t = 5 \text{ s}$ و $t = 10 \text{ s}$ را به دست آورید. در ادامه، نمودار سرعت-زمان را رسم کنید و با استفاده از سطح زیر این نمودار، مسافت و تندی متوسط را حساب کنید.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

درس نامه ●●● شتاب در حرکت با شتاب ثابت از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = \text{تغییر سرعت (m/s)}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \text{بازه زمانی (s)}$$

$$a = \text{شتاب (m/s}^2\text{)} \quad v_1 = \text{سرعت متحرک در لحظه } t_1 \text{ (m/s)} \quad v_2 = \text{سرعت متحرک در لحظه } t_2 \text{ (m/s)}$$

(۲) قدرمطلق مساحت سطح بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان، مسافت پیموده‌شده در بازه زمانی مورد نظر را نشان می‌دهد.

(۳) رابطه تندی متوسط:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \rightarrow \text{مسافت (m)} \leftarrow \text{تندی متوسط (m/s)}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: دو ثانیه دوم یعنی $t_2 = 2s$ تا $t_4 = 4s$ ؛ پس رابطه شتاب حرکت را بین این دو لحظه می نویسیم و شتاب را پیدا می کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_4 - v_2}{t_4 - t_2} \xrightarrow{v_4 = 20 \text{ m/s}, v_2 = 30 \text{ m/s}, t_4 = 4 \text{ s}, t_2 = 2 \text{ s}} a = \frac{20 - 30}{4 - 2} \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

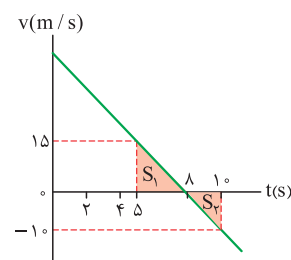
گام دوم: سرعت در لحظه $t_5 = 5s$ را حساب می کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_4}{t_5 - t_4} \xrightarrow{a = -5 \text{ m/s}^2, v_4 = 20 \text{ m/s}, t_5 = 5 \text{ s}, t_4 = 4 \text{ s}} -5 = \frac{v_5 - 20}{5 - 4} \Rightarrow v_5 = 15 \text{ m/s}$$

گام سوم: سرعت در لحظه $t_{10} = 10s$ را حساب می کنیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{10} - v_5}{t_{10} - t_5} \xrightarrow{a = -5 \text{ m/s}^2, v_5 = 15 \text{ m/s}, t_{10} = 10 \text{ s}, t_5 = 5 \text{ s}} -5 = \frac{v_{10} - 15}{10 - 5} \Rightarrow v_{10} = -10 \text{ m/s}$$

گام چهارم: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. برای این کار باید لحظه‌ای را پیدا کنیم که سرعت متحرک در آن لحظه صفر می شود، یعنی همان لحظه‌ای که نمودار محور t را قطع می کند:



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_5}{t - t_5} \xrightarrow{v = 0, v_5 = 15 \text{ m/s}, a = -5 \text{ m/s}^2, t_5 = 5 \text{ s}} -5 = \frac{0 - 15}{t - 5} \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

گام پنجم: با استفاده از سطح زیر نمودار سرعت - زمان، مسافت پیموده شده در بازه زمانی $5s$ تا $10s$ را به دست می آوریم:

$$\ell = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{(8-5)15}{2} \right| + \left| \frac{(10-8)(-10)}{2} \right| = 22.5 + 10 = 32.5 \text{ m}$$

گام ششم: تندی متوسط در 5 ثانیه دوم حرکت را حساب می کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = 32.5 \text{ m}, \Delta t = 10 - 5 = 5 \text{ s}} s_{av} = \frac{32.5}{5} = 6.5 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۳

سرعت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می کند، در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب $\vec{v}_1 = (2 \text{ m/s})\vec{i}$ و $\vec{v}_2 = (-4 \text{ m/s})\vec{i}$ است. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 اندازه جابه‌جایی متحرک 3 m باشد، مسافت طی شده توسط آن در این بازه زمانی چند متر است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

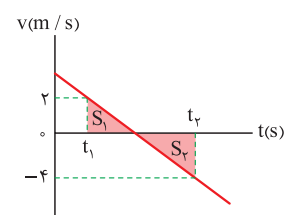
۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار، مسافت طی شده بین t_1 تا t_2 را به دست آورید.

درس نامه ●● اگر بین دو مثلث متشابه، نسبت تشابه، برابر k باشد نسبت مساحت‌های آن‌ها k^2 است.

گام اول: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می کنیم. سطح زیر این نمودار، جابه‌جایی



متحرک و قدرمطلق این سطح، مسافت طی شده را نشان می دهد. با توجه به نمودار، نسبت تشابه بین دو مثلث S_1 و S_2 را به دست می آوریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = k^2 \xrightarrow{k = \frac{-(-4)}{2-0} = 2} \frac{S_2}{S_1} = 2^2 = 4$$

گام دوم: چون S_2 (مساحت سطح پایین محور) بزرگ‌تر از S_1 (مساحت سطح بالای محور) و $S = |\Delta x|$ است، پس جابه‌جایی متحرک در این بازه زمانی منفی است:

$$S_1 - S_2 = \Delta x \xrightarrow{\Delta x = -3 \text{ m}} S_1 - S_2 = -3 \text{ m} \xrightarrow{S_2 = 4S_1} S_1 - 4S_1 = -3 \text{ m} \Rightarrow S_1 = 1 \text{ m} \xrightarrow{S_2 = 4S_1} S_2 = 4 \text{ m}$$

$$\ell = S_1 + S_2 = 1 + 4 = 5 \text{ m}$$

مسافت طی شده در بازه زمانی t_1 تا t_2 به دست می آید:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۴

معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 2t - 8$ است. در لحظه‌ای که بردار مکان

متحرک تغییر جهت می‌دهد، بردار شتاب آن بر حسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

- (۱) $6\vec{i}$ (۲) $2\vec{i}$
(۳) $-6\vec{i}$ (۴) $-2\vec{i}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره معادله مکان - زمان داده شده را با شکل کلی معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت مطابقت دهید و شتاب حرکت را پیدا کنید.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

درس نامه معادله مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت به صورت روبه‌رو است:

$$x = \text{مکان متحرک در لحظه } t \text{ (m)} \quad a = \text{شتاب (m/s}^2\text{)}$$

$$t = \text{زمان (s)} \quad v_0 = \text{سرعت اولیه (m/s)} \quad x_0 = \text{مکان اولیه در لحظه } t=0 \text{ (m)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: معادله مکان - زمان داده شده را با شکل کلی معادله مکان - زمان مطابقت می‌دهیم:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x &= t^2 - 2t - 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

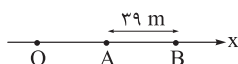
گام دوم: معادله مکان - زمان از درجه دوم و شتاب حرکت، ثابت است. سپس در تمام لحظه‌ها شتاب متحرک، ثابت و مثبت است؛ یعنی:

$$a = (2 \text{ m/s}^2)\vec{i}$$

تست و پاسخ ۴۵

در شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند و سرعت آن در نقاط O و B به ترتیب 4 m/s و 16 m/s است. اگر

متحرک فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت 3 s طی کند، فاصله دو نقطه O و A چند متر است؟

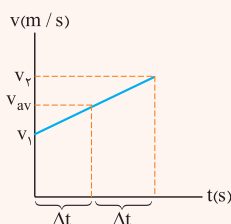


- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰
(۳) ۲۱ (۴) ۴۲

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره بین نمودارهای مختلف در حرکت‌شناسی، نمودار سرعت - زمان بیشترین کاربرد را در حل تست‌ها دارد. روی این نمودار و ویژگی‌های آن کاملاً مسلط شوید.

خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و با استفاده از مساحت سطح زیر این نمودار، فاصله OA را پیدا کنید.



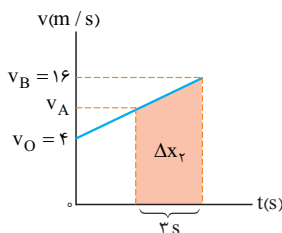
درس نامه رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$v_2 - v_{av} = v_{av} - v_1$$

توجه v_{av} = سرعت متوسط بین دو سرعت لحظه‌ای v_1 و v_2 (m/s)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

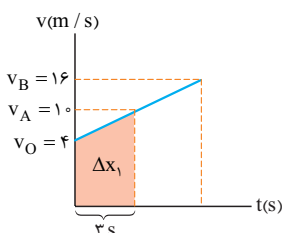


پاسخ تشریحی گام اول: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت سطح زیر این نمودار در ۳ ثانیه آخر حرکت، سرعت متحرک در نقطه A را پیدا می‌کنیم:

$$\Delta x_2 = \frac{v_A + v_B}{2} \times \Delta t \quad \frac{\Delta x_2 = 39 \text{ m}}{\Delta t = 3 \text{ s}, v_B = 16 \text{ m/s}} \rightarrow 39 = \frac{v_A + 16}{2} \times 3 \Rightarrow v_A = 10 \text{ m/s}$$

گام دوم: با توجه به درس‌نامه و این که سرعت متحرک در نقطه A دقیقاً میانگین سرعت‌های v_0 و v_B است، بازه زمانی حرکت از O تا A نیز ۳ ثانیه است. با استفاده از سطح زیر نمودار داریم:

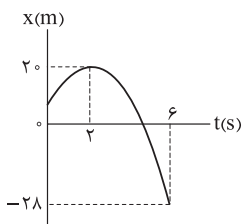
$$\Delta x_1 = \frac{v_0 + v_A}{2} \times \Delta t \quad \frac{v_0 = 4 \text{ m/s}, v_A = 10 \text{ m/s}}{\Delta t = 3 \text{ s}} \rightarrow \Delta x_1 = \frac{4 + 10}{2} \times 3 = 21 \text{ m}$$



تست و پاسخ ۴۶

نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در بازه زمانی ای که طول بردار مکان آن در حال کاهش است، چند متر بر ثانیه است؟

از لحظه $t = 2 \text{ s}$ تا لحظه‌ای که نمودار x - t محور t را قطع می‌کند.



- (۱) $\sqrt{15}$
 (۲) $2\sqrt{15}$
 (۳) ۵
 (۴) $5/5$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره همیشه در نمودارهای حرکت‌شناسی در ابتدا نقاطی را که در آن‌ها $x = 0$ و $v = 0$ می‌شوند، شناسایی کنید. سپس به نقاط و ویژگی‌های دیگر نمودار بپردازید.

خودت حل کنی بهتره با استفاده از معادله جابه‌جایی - زمان، شتاب متحرک و زمانی را که متحرک از مبدأ محور می‌گذرد، به دست آورید. سپس تندی متوسط را از لحظه $t = 2 \text{ s}$ تا لحظه عبور از محور حساب کنید.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

درس‌نامه معادله جابه‌جایی - زمان در حرکت با شتاب ثابت

$$a = \text{شتاب (m/s}^2\text{)}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \text{جابه‌جایی (m)}$$

$$v_0 = \text{سرعت اولیه (m/s)}$$

$$t = \text{زمان (s)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: معادله جابه‌جایی - زمان را در بازه زمانی ۲ تا ۶ ثانیه می‌نویسیم و شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. در لحظه $t = 2 \text{ s}$ که رأس سهمی است، شیب خط مماس بر منحنی و سرعت در این لحظه صفر است.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \quad \frac{\Delta x = -28 - 20 = -48 \text{ m}}{t = 6 - 2 = 4 \text{ s}, v_0 = 0} \rightarrow -48 = \frac{1}{2} a (4)^2 \Rightarrow a = -6 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: معادله جابه‌جایی - زمان را در بازه زمانی ۲s تا لحظه t که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد ($x = 0$) و آن را Δt می‌نامیم، می‌نویسیم. در این بازه زمانی، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ محور بوده و طول بردار مکان کاهش می‌یابد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2 + v_0 (\Delta t) \quad \frac{\Delta x = 0 - 20 = -20 \text{ m}, a = -6 \text{ m/s}^2}{v_0 = 0} \rightarrow -20 = \frac{1}{2} (-6) (\Delta t)^2 \Rightarrow (\Delta t)^2 = \frac{20}{3} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{20}{3}} = \frac{2}{3} \sqrt{15} \text{ s}$$

گام سوم: تندی متوسط در بازه زمانی Δt را به دست می‌آوریم: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{\frac{2}{3} \sqrt{15}} = \frac{30}{\sqrt{15}} = 2\sqrt{15} \text{ m/s}$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۷

معادله سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -2t + 8$ است. اگر جهت بردار سرعت متحرک در مکان $x = 25 \text{ m}$ تغییر کند، جهت بردار مکان آن در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه تغییر می‌کند؟

در مکان $x = 25 \text{ m}$ متحرک تغییر جهت می‌دهد. ← (۲) ۴
 لحظه‌ای که متحرک از مکان $x = 0$ می‌گذرد. ← (۳) ۸ (۴) ۹

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در این تست یکبار دیگر اهمیت و کارآمد بودن نمودار سرعت-زمان را می‌بینید.

خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و با استفاده از مساحت سطح زیر آن در ۴ ثانیه اول حرکت، مکان اولیه را به دست آورید. سپس در معادله مکان، x را برابر صفر قرار دهید و زمان مربوط به آن را حساب کنید.

$$v = at + v_0$$

درس نامه معادله سرعت زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$\text{شتاب } (m/s^2) = a \quad \text{سرعت متحرک } (m/s) = v$$

$$\text{سرعت اولیه } (m/s^2) = v_0 \quad \text{زمان } (s) = t$$

پاسخ تشریحی گام اول: در حرکت روی خط راست، در لحظه‌ای که جهت بردار سرعت تغییر کند، $v = 0$ است.
 $\begin{cases} x = 25 \text{ m} \\ v = 0 \end{cases}$

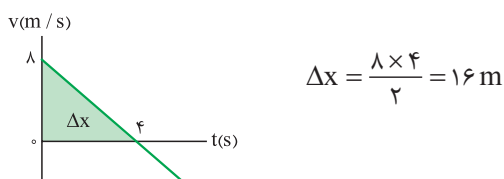
از سوی دیگر با استفاده از شکل کلی معادله سرعت - زمان و مطابقت آن با معادله صورت سؤال، داریم:

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ v = -2t + 8 \end{cases} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2, v_0 = 8 \text{ m/s}$$

هم‌چنین با استفاده از معادله سرعت - زمان، لحظه‌ای را که در آن $v = 0$ می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$v = -2t + 8 \xrightarrow{v=0} 0 = -2t + 8 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

گام دوم: نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم و با استفاده از سطح زیر نمودار، جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:



حالا مکان اولیه متحرک را حساب می‌کنیم:
 $\Delta x = x - x_0 \xrightarrow{\substack{\Delta x = 16 \text{ m} \\ x = 25 \text{ m}}} 16 = 25 - x_0 \Rightarrow x_0 = 9 \text{ m}$

گام سوم: جهت بردار مکان در لحظه‌ای تغییر می‌کند که متحرک از مبدأ محور بگذرد؛ یعنی $x = 0$ باشد. پس در معادله مکان - زمان متحرک، x را

برابر صفر قرار می‌دهیم و زمان مربوطه را حساب می‌کنیم:
 $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{\substack{x=0, a=-2 \text{ m/s}^2 \\ v_0=8 \text{ m/s}, x_0=9 \text{ m}}} 0 = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 8t + 9$

$$\Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow (t-9)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 9 \text{ s} \text{ ق ق} \\ t = -1 \text{ s} \text{ غ ق} \end{cases}$$

تست و پاسخ ۴۸

متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x در حال حرکت است. اگر اندازه جابه‌جایی متحرک در ثانیه‌های دوم و چهارم برابر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در ثانیه سوم چند برابر مسافت طی شده توسط آن در ثانیه اول است؟

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴) $\frac{1}{9}$

پاسخ: گزینه ۱

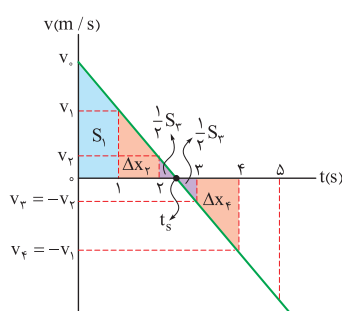
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید و لحظه‌ای را که در آن، سرعت متحرک صفر می‌شود، به دست آورید. سپس سرعت اولیه را برحسب شتاب بنویسید و با استفاده از مساحت زیر نمودار، نسبت مسافت طی‌شده در ثانیه سوم به مسافت طی‌شده در ثانیه اول را حساب کنید.

درس نامه (۱) در حرکت با شتاب ثابت روی محور x ، وقتی جابه‌جایی‌های متحرک در دو بازه زمانی یکسان با هم برابر می‌شوند، یعنی در این فاصله سرعت متحرک صفر شده و با توجه به خطی بودن نمودار سرعت - زمان، در طرفین لحظه توقف تقارن برقرار است. (۲) اگر در معادله سرعت - زمان حرکت با شتاب ثابت، v را برابر صفر قرار دهیم، زمان توقف t_s به دست می‌آید:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t=t_s]{v=0} 0 = at_s + v_0 \Rightarrow t_s = -\frac{v_0}{a}$$



پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به درس‌نامه، باید جابه‌جایی‌ها در ثانیه‌های دوم و چهارم حرکت (سطح زیر نمودار در بالا و پایین نمودار سرعت - زمان) به صورت متقارن قرار گیرند. نمودار سرعت - زمان را با فرض $v_0 > 0$ رسم می‌کنیم:

$$\Delta x_2 = |\Delta x_1| \Rightarrow t_s = \frac{2+2}{2} = 2/\Delta s$$

$$t_s = -\frac{v_0}{a} \xrightarrow[t_s=2/\Delta s]{} 2/\Delta s = -\frac{v_0}{a} \Rightarrow v_0 = -2/\Delta s a$$

گام دوم: نسبت مسافت طی‌شده در ثانیه سوم به مسافت طی‌شده در ثانیه اول را با استفاده از سطح زیر نمودار سرعت - زمان به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_3}{S_1} = \frac{v_0(2/\Delta s - 2) \times 2}{2} = \frac{v_0}{v_0 + v_1} \xrightarrow[v_1 = a \times 2 + v_0]{v_0 = a \times 2/\Delta s} \frac{S_3}{S_1} = \frac{2a + v_0}{2v_0 + a} \xrightarrow[v_0 = -2/\Delta s a]{} \frac{S_3}{S_1} = \frac{2a - 2/\Delta s a}{-2a + a} = \frac{-2/\Delta s a}{-a} = \frac{1}{8}$$

تست و پاسخ ۴۹

دو متحرک A و B با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت هستند. شکل‌های زیر، بردارهای جابه‌جایی این دو متحرک را در بازه‌های زمانی معین نشان می‌دهند. اندازه شتاب متحرک B چند برابر اندازه شتاب متحرک A است؟

(A) $\frac{1}{5}$ (۴)

(B) $\frac{1}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مبحث دنباله‌های عددی (حسابی) نیز مانند بسیاری از مطالب دیگر ریاضی، در فیزیک کاربرد دارند.

خودت حل کنی بهتره از جابه‌جایی‌های متحرک در حرکت با شتاب ثابت به صورت دنباله عددی استفاده کنید و با استفاده از قدرنسبت این دنباله، شتاب هر متحرک را به دست آورید و با هم مقایسه کنید.

درس نامه در حرکت با شتاب ثابت روی محور x ، جابه‌جایی‌های متحرک در T ثانیه‌های متوالی تشکیل یک دنباله عددی می‌دهند که قدرنسبت آن $d = aT^2$ است.

$$a = \text{شتاب حرکت (m/s}^2\text{)} \quad T = \text{بازه زمانی (s)}$$

مثلاً در یک حرکت تندشونده که جابه‌جایی آن در T ثانیه اول حرکت، Δx_1 است، داریم:

$$\frac{\Delta x_1}{T} \rightarrow \frac{\Delta x_1 + d}{T} \rightarrow \frac{\Delta x_1 + 2d}{T} \rightarrow \frac{\Delta x_1 + 3d}{T} \rightarrow \frac{\Delta x_1 + 4d}{T} \rightarrow \dots$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به درس نامه، قدر نسبت مربوط به حرکت متحرک A را به دست می آوریم:

$$\Delta x_{\text{ثانیه پنجم}} = \Delta x_{\text{ثانیه اول}} + \Delta d_A \Rightarrow 220 = 60 + 4d_A \Rightarrow d_A = 40 \text{ m}$$

گام دوم: قدر نسبت مربوط به حرکت متحرک B را نیز حساب می کنیم: (A) $\Delta x_{\text{ثانیه پنجم}} = \Delta x_{\text{ثانیه اول}} + \Delta d_B \Rightarrow 120 = \Delta x_1 + 4d_B$

$$\Delta x_{t_1 \text{ تا } t_2} = (\Delta x_1 + d_B) + (\Delta x_1 + 2d_B) + (\Delta x_1 + 3d_B) = 3\Delta x_1 + 6d_B \Rightarrow 240 = 3\Delta x_1 + 6d_B \quad (B)$$

$$240 = 3(120 - 4d_B) + 6d_B \Rightarrow 240 = 360 - 6d_B \Rightarrow d_B = 20 \text{ m}$$

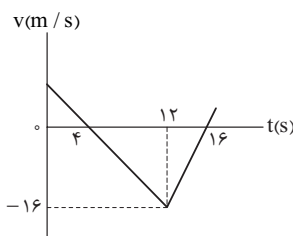
از ترکیب دو معادله (A) و (B) داریم:

$$\frac{d_B}{d_A} = \frac{a_B T^2}{a_A T^2} \xrightarrow{\substack{d_B=20 \text{ m} \\ d_A=40 \text{ m}}} \frac{a_B}{a_A} = \frac{1}{2}$$

گام سوم: نسبت شتاب دو متحرک را به دست می آوریم:

تست و پاسخ ۵۰

نمودار سرعت - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند، به شکل زیر است. اگر در مبدأ زمان، متحرک در مکان $x = 72 \text{ m}$ قرار داشته باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی ای که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۲ (۱)

۰ / ۷۵ (۲)

۸ / ۸ (۳)

۰ / ۸ (۴)

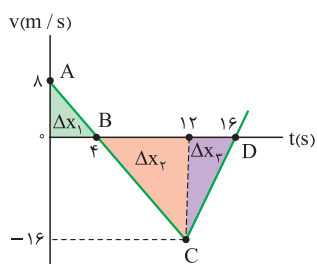
پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره مسیر حرکت متحرک را رسم کنید و اطلاعات مربوط به حرکت را روی آن نشان دهید. سپس بازه زمانی نزدیک شدن متحرک به مبدأ مکان را به دست آورده و شتاب متوسط در این بازه را حساب کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه تالس و تشابه مثلثها، سرعت اولیه متحرک را به دست می آوریم:

$$\frac{v_0}{4-0} = \frac{16}{12-4} \Rightarrow v_0 = \frac{4 \times 16}{8} = 8 \text{ m/s}$$

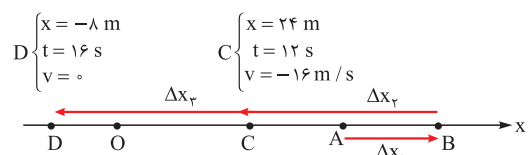
سپس با استفاده از مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان، جابه جاییهای متحرک را در هر بازه زمانی به دست می آوریم و اطلاعات آن را روی مسیر حرکت نشان می دهیم.



$$\Delta x_1 = \frac{8 \times 4}{2} = 16 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{8 \times (-16)}{2} = -64 \text{ m}$$

$$\Delta x_3 = \frac{4 \times (-16)}{2} = -32 \text{ m}$$



$$\begin{cases} x = 72 \text{ m} \\ t = 0 \\ v = 8 \text{ m/s} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 88 \text{ m} \\ t = 4 \text{ s} \\ v = 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-16)}{16 - 12} = 4 \text{ m/s}^2$$

گام دوم: شتاب حرکت را در فاصله C تا D به دست می آوریم:

سپس زمان حرکت از C تا O را با استفاده از معادله جابه جایی - زمان محاسبه می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t \xrightarrow{\substack{a=4 \text{ m/s}^2, \Delta x=0-24=-24 \text{ m} \\ v_0=v_C=16 \text{ m/s}}} -24 = \frac{1}{2} \times 4 t^2 - 16 t \Rightarrow 2t^2 - 16t + 24 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \begin{cases} t = 2 \text{ s} \text{ قق} \Rightarrow \Delta t_{CO} = 2 \text{ s} \\ t = 6 \text{ s} \text{ غق} \end{cases}$$

کل بازه زمانی CD، ۴ ثانیه است؛ پس بازه زمانی CO نمی تواند بیش از ۴ ثانیه باشد.

گام سوم: سرعت متحرک را هنگام عبور از مبدأ مکان (نقطه O) محاسبه می کنیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\substack{v=v_O, a=4 \text{ m/s}^2 \\ t=2 \text{ s}, v_0=v_C=-16 \text{ m/s}}} v_0 = 4 \times 2 - 16 = -8 \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: بازه زمانی Δt_{BO} را که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است، پیدا کرده و شتاب متوسط در این بازه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta t_{BO} = \Delta t_{BC} + \Delta t_{CO} = (12 - 4) + 2 = 10 \text{ s}$$

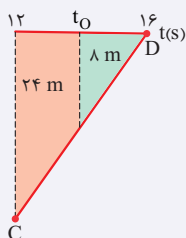
$$a_{av} = \frac{\Delta v_{BO}}{\Delta t_{BO}} = \frac{v_O - v_B}{\Delta t_{BO}} = \frac{-8 - 0}{10} = -0.8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a_{av}| = 0.8 \text{ m/s}^2$$

تذکر به جای گام دوم و بعد از آن، می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

نمودار سرعت - زمان متحرک را در فاصله C تا D در نظر بگیرید. اگر متحرک در لحظه t_0 به مبدأ مکان برسد، با استفاده از نسبت مساحت‌های مثلث‌ها داریم:

$$\frac{8}{24 + 8} = \left(\frac{16 - t_0}{16 - 12}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{16 - t_0}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{16 - t_0}{4} \Rightarrow t_0 = 14 \text{ s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v_{BO}}{\Delta t_{BO}} = \frac{v_O - v_B}{\Delta t_{BO}} = \frac{-8 - 0}{10} = -0.8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow |a_{av}| = 0.8 \text{ m/s}^2$$



تست و پاسخ (۵۱)

نمودار شتاب - زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. اگر در لحظه $t = 20 \text{ s}$ جهت حرکت متحرک تغییر کند، تندی متوسط آن در ۲۴ ثانیه اول چند متر

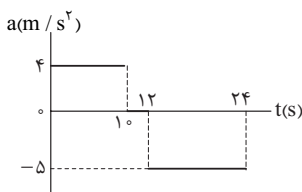
بر ثانیه است؟

۱۰ (۱)

۲۰ (۳)

۱۱ (۲)

۲۲ (۴)



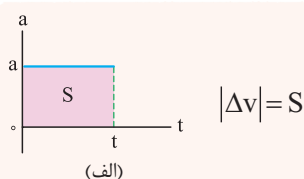
سرعت متحرک در این لحظه صفر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

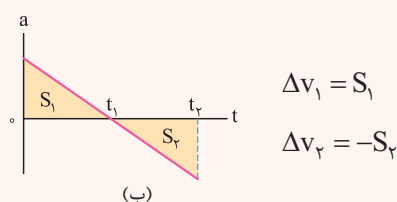
مشاوره توی این سؤال می‌تونن کلی نکته از نمودار شتاب- زمان و سرعت زمان یاد بگیرید. پیشنهاد می‌کنم تحلیلشو از دست ندین!

خودت حل کنی بهتره ابتدا تغییرات سرعت متحرک را به کمک نمودار شتاب - زمان از لحظه صفر تا 20 s به دست آورید. سپس سرعت اولیه متحرک را به دست آورده و نمودار $v-t$ حرکت را رسم کنید. در نهایت مسافت طی شده در بازه زمانی صفر تا 24 s و پس از آن تندی متوسط متحرک در این بازه را به دست آورید.

درس نامه (۱) مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور t برابر با اندازه تغییرات سرعت است. (شکل «الف»)



(۲) اگر نمودار شتاب - زمان بالای محور t باشد، علامت تغییرات سرعت، مثبت و اگر پایین محور t باشد، علامت تغییرات سرعت، منفی است. (شکل «ب»)



(۳) معادله سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، به صورت زیر است:

شتاب متحرک (m/s^2)

$$\text{سرعت اولیه متحرک (m/s)} \rightarrow v = a t + v_0 \leftarrow \text{سرعت متحرک در لحظه t (m/s)}$$

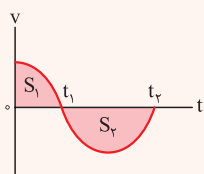
زمان (s)



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

محاسبه جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط متحرک به کمک نمودار سرعت - زمان ($v-t$)



(۱) محاسبه جابه‌جایی: مساحت محصور بین نمودار و محور t در هر بازه زمانی بیانگر اندازه جابه‌جایی متحرک در آن بازه زمانی است. اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی متحرک، مثبت و اگر نمودار زیر محور t باشد، جابه‌جایی متحرک، منفی است. برای مثال در نمودار بالا داریم:

نمودار بالای محور t

$$\Delta x_1 = +S_1 \Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = S_1 - S_2$$

$$\Delta x_2 = -S_2$$

نمودار پایین محور t

(۲) محاسبه مسافت طی شده: مسافت طی شده توسط متحرک همواره مثبت است؛ بنابراین در نمودار $v-t$ داریم:

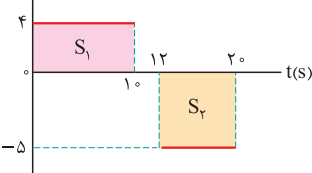
$$l_1 = +S_1 \Rightarrow l = l_1 + l_2 = S_1 + S_2$$

$$l_2 = +S_2$$

پاسخ تشریحی

گام اول: به کمک نمودار شتاب - زمان، تغییر سرعت متحرک از $t = 0$ s تا $t = 20$ s

$a(m/s^2)$



$$\Delta v = S_1 - S_2 \Rightarrow \Delta v_{(0-20)} = (4 \times 10) - (5 \times (20 - 10)) = 40 - 50 = -10$$

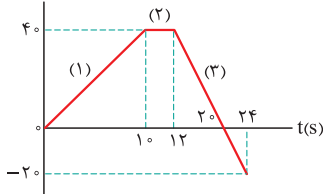
را به دست می‌آوریم:

گام دوم: در لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند، سرعت آن صفر می‌شود. بر این اساس سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta v_{(0-20)} = 0 \Rightarrow v_{20} - v_0 = 0 \xrightarrow{v_{20}=0} v_0 = 0$$

گام سوم: با داشتن سرعت اولیه (v_0) و نمودار شتاب - زمان، نمودار $v-t$ حرکت را رسم می‌کنیم.

$v(m/s)$



$$a_1 = 4 m/s^2 \Rightarrow \Delta v_1 = 4 \times 10 = 40 m/s$$

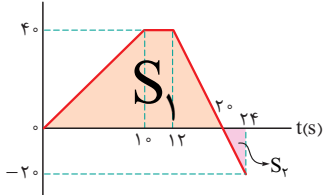
$$a_2 = 0 \Rightarrow \Delta v_2 = 0$$

$$a_3 = -5 m/s^2 \Rightarrow \Delta v_3 = -5 \times 12 = -60 m/s$$

گام چهارم: به کمک مساحت محصور نمودار $v-t$ با محور t ، مسافت طی شده و پس از آن تندی

متوسط متحرک را در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 24$ s به دست می‌آوریم:

$v(m/s)$



$$l = S_1 + |S_2| \Rightarrow l = \frac{(20+2) \times 40}{2} + \left(\frac{4 \times 20}{2}\right) = 440 + 40 = 480 m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow s_{av} = \frac{480}{24} = 20 m/s$$

تست و پاسخ ۵۲

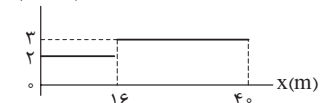
$x = 0$

نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر متحرک از مبدأ مکان با تندی $6 m/s$ عبور کند، تندی

متحرک در مکان $x = 32 m$ چند متر بر ثانیه است؟

حواست باشه با شتاب - زمان اشتباه نگیری.

$a(m/s^2)$



۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره اینو بدون یکی از تکیه‌گاه‌های بزرگت بر ای حل سوالاتی نمودار شتاب-مکان اینده که روی معادله مستقل از زمان تسلط داشته باشی.

خودت حل کنی بهتره به کمک معادله مستقل از زمان، ابتدا تندی متحرک در مکان $x = 16\text{m}$ و سپس تندی متحرک در مکان $x = 32\text{m}$ را به دست آورید.

درس نامه ●● رابطه مستقل از زمان: اگر متحرکی بر روی مسیر مستقیم و با شتاب ثابت a حرکت کند و با سرعت v_1 از مکان x_1 و با سرعت v_2 از مکان x_2 عبور کند، آن‌گاه رابطه زیر برقرار است (به این رابطه، مستقل از زمان می‌گویند، چون زمان توی رابطه نیست):

مکان اولیه شتاب متحرک سرعت ثانویه

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

(m/s) (m/s^2) (m)
 \uparrow \uparrow \uparrow
 $v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$
 \downarrow \downarrow
 مکان ثانویه سرعت اولیه
 (m) (m/s)

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به این که از مبدأ مکان $x = 0$ تا مکان $x = 16\text{m}$ متحرک با شتاب ثابت 2m/s^2 حرکت کرده است؛ بنابراین تندی متحرک در مکان $x = 16\text{m}$ را به کمک معادله مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - (0)^2 = 2 \times 2 \times 16 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow |v| = 10\text{m/s}$$

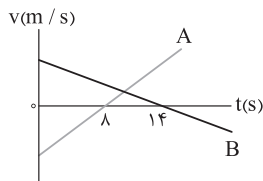
گام دوم: با توجه به این که از مکان $x = 16\text{m}$ تا مکان $x = 40\text{m}$ نیز حرکت با شتاب ثابت 2m/s^2 انجام شده است؛ بنابراین تندی متحرک در مکان $x = 32\text{m}$ را نیز به کمک معادله مستقل از زمان به دست می‌آوریم:

$$v'^2 - v^2 = 2a'\Delta x' \Rightarrow v'^2 - 100 = 2 \times 2 \times (32 - 16) \Rightarrow v'^2 = 196 \Rightarrow |v'| = 14\text{m/s}$$

$$|a_A| = 2|a_B|$$

تست و پاسخ ۵۳

نمودار سرعت - زمان دو متحرک که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متحرک A ، برابر بزرگی شتاب متحرک B باشد و دو متحرک در مبدأ زمان، در یک مکان قرار داشته باشند، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دو متحرک مجدداً



$x_A = x_B$ دو متحرک یکسان است.

مکان دو متحرک با

هم برابر می‌شود.

$$(x_A = x_B)$$

به هم می‌رسند؟

۱۰ (۱)

۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مشابه این سؤال به صورت نمودار مکان-زمان توی کنکور تجربی ۱۴۰۰ بوده، سعی کن با نکات هندسی از روی شیب یا تشابه از

پس این سؤال بر بیایی.

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک نمودار سرعت - زمان و نسبت شتاب دو متحرک، سرعت اولیه و شتاب را بر حسب شتاب متحرک B به دست آورید. سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را با هم برابر قرار دهید و لحظه یکسان بودن مکان دو متحرک را به دست آورید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** با توجه به نمودار $v-t$ دو متحرک و به کمک نسبت بزرگی شتاب دو متحرک، نسبت سرعت اولیه دو متحرک

$$|a_A| = 2|a_B| \xrightarrow{a_A > 0, a_B < 0} a_A = -2a_B$$

$$a_A = \frac{0 - v_{0A}}{14 - 0} = \frac{-v_{0A}}{14} \Rightarrow v_{0A} = -14a_A \xrightarrow{a_A = -2a_B} v_{0A} = 16a_B$$

$$a_B = \frac{0 - v_{0B}}{14 - 0} = \frac{-v_{0B}}{14} \Rightarrow v_{0B} = -14a_B$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

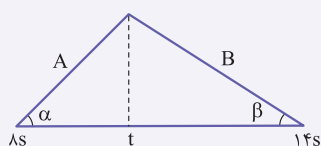
گام دوم: معادله مکان - زمان دو متحرک را بر حسب شتاب متحرک B به دست آورده و با هم برابر قرار می‌دهیم، تا لحظه عبور مجدد دو متحرک از کنار یکدیگر را به دست آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_A = x_B} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}(-2a_B)t^2 + (16a_B)t = -a_Bt^2 + 16a_Bt \\ x_B = \frac{1}{2}(a_B)t^2 + (-14a_B)t = \frac{1}{2}a_Bt^2 - 14a_Bt \end{cases}$$

$$x_A = x_B \Rightarrow -a_Bt^2 + 16a_Bt = \frac{1}{2}a_Bt^2 - 14a_Bt \Rightarrow -\frac{3}{2}a_Bt^2 + 30a_Bt = 0 \Rightarrow t(-\frac{3}{2}a_Bt + 30a_B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20s \end{cases}$$

بنابراین در لحظه $t = 20s$ دو متحرک مجدداً به هم می‌رسند.

تکنیک در حرکت با شتاب ثابت، وقتی دو متحرک هم‌زمان از یک مکان می‌گذرند و T ثانیه بعد در یک مکان دیگر دوباره به هم می‌رسند، در طول مسیر در لحظه $t = \frac{T}{2}$ (در واقع چون جابه‌جایی نسبی دو متحرک صفر است، در لحظه وسط حرکت آن‌ها سرعت نسبی آن‌ها صفر می‌شود) سرعت آن‌ها یکسان می‌شود.



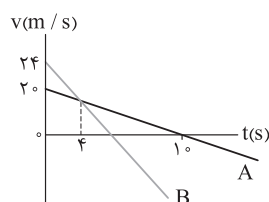
$$a_A = 2|a_B| \Rightarrow \tan \alpha = 2 \tan \beta \Rightarrow 14 - t = 2(t - 8) \Rightarrow t = 10s$$

$$T = 2t = 20s$$

$$x_{0B} = 2m$$

تست و پاسخ ۵۴

نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر در مبدأ زمان متحرک B در مکان $x = 2m$ و متحرک A در مبدأ مکان باشد، در بازه زمانی ای که دو متحرک در خلاف جهت یکدیگر حرکت می‌کنند، فاصله آن‌ها از یکدیگر چند متر تغییر می‌کند؟



از لحظه تغییر جهت متحرک B
تا تغییر جهت متحرک A

- $x_{0A} = 0$
- ۱۲ (۱)
 - ۶ (۲)
 - ۸ (۳)
 - ۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به کمک نمودار سرعت - زمان دو متحرک، ابتدا معادله سرعت - زمان، سپس معادله مکان - زمان دو متحرک را به دست آورید؛ سپس به کمک معادله سرعت - زمان دو متحرک، بازه‌های را که در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند، پیدا کنید و در پایان، به کمک معادله مکان - زمان دو متحرک اختلاف فاصله دو متحرک را به دست آورید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا به کمک نمودار سرعت - زمان متحرک A، معادله سرعت - زمان متحرک A و پس از آن با داشتن x_{0A}

معادله مکان - زمان متحرک A را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_{0A} = 20 \text{ m/s} \\ a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{10 - 0} = -2 \text{ m/s}^2 \\ x_{0A} = 0 \end{cases} \xrightarrow{v=at+v_0, x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0} \begin{cases} v_A = -2t + 20 \\ x_A = -t^2 + 20t \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به نقطه تلاقی نمودار $v-t$ دو متحرک در لحظه $t = 4s$ و معادله $v-t$ متحرک A، معادله‌های سرعت - زمان و مکان - زمان

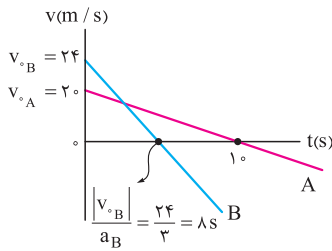
متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$v_A = v_B \xrightarrow{\frac{v_B = a_Bt + v_{0B}}{v_A = -2t + 20}} -2t + 20 = a_Bt + v_{0B} \xrightarrow{\frac{v_{0B} = 24 \text{ m/s}}{t = 4s}} -2(4) + 20 = 4a_B + 24$$

$$\Rightarrow 12 = 4a_B + 24 \Rightarrow 4a_B = -12 \Rightarrow a_B = -3 \text{ m/s}^2$$

$$\begin{cases} v_{0B} = 24 \text{ m/s} \\ a_B = -3 \text{ m/s}^2 \\ x_{0B} = 2m \end{cases} \xrightarrow{v=at+v_0, x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0} \begin{cases} v_B = -3t + 24 \\ x_B = -\frac{3}{2}t^2 + 24t + 2 \end{cases}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



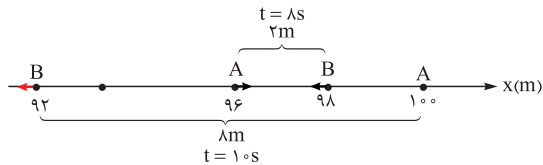
گام سوم: به کمک نمودار و معادله $v - t$ دو متحرک، بازه زمانی ای که دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می کنند را به دست می آوریم:

همان طور که در نمودار بالا ملاحظه می شود، بازه زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 10s$ متحرک A در جهت محور X و متحرک B در خلاف جهت محور X حرکت می کنند.

گام چهارم: به کمک معادله مکان - زمان دو متحرک، فاصله دو متحرک را در دو لحظه $t_1 = 8s$ و $t_2 = 10s$ مقایسه می کنیم:

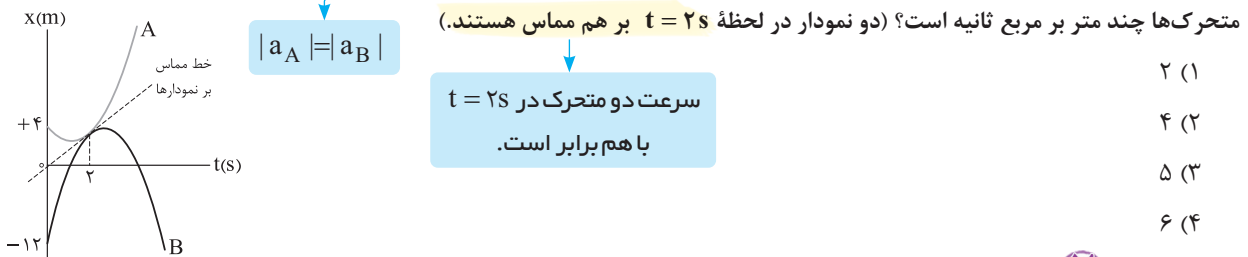
$$\begin{cases} x_A = -t^2 + 20t \\ x_B = -\frac{3}{2}t^2 + 24t + 2 \end{cases} \xrightarrow{t=8s} \begin{cases} x_A = -(8^2) + 20(8) = 96 \text{ m} \\ x_B = -\frac{3}{2}(8^2) + 24(8) + 2 = 98 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |x_A - x_B| = 2 \text{ m} \\ \Rightarrow 8 - 2 = 6 \text{ m}$$

$$\begin{cases} x_A = -t^2 + 20t \\ x_B = -\frac{3}{2}t^2 + 24t + 2 \end{cases} \xrightarrow{t=10s} \begin{cases} x'_A = -(10^2) + 20(10) = 100 \text{ m} \\ x'_B = -\frac{3}{2}(10^2) + 24(10) + 2 = 92 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow |x'_A - x'_B| = 8 \text{ m}$$



تست و پاسخ ۵۵

نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هر دو با شتاب ثابتی با بزرگی یکسان حرکت می کنند، به شکل زیر است. بزرگی شتاب هر یک از



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حتماً به نمودار و یا شکل سؤال دقت کن، چون کلید حل سؤال توی همون شکل نهفته شده.

خودت حل کنی بهتره با توجه به نمودار مکان - زمان و به کمک برابری سرعت و مکان متحرک در لحظه $t = 2s$ و حرکت نسبی دو متحرک، بزرگی شتاب هر یک از متحرکها را به دست آورید.

درس نامه ●● (۱) معادله مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی مسیری مستقیم حرکت می کند، به صورت زیر است:

مکان متحرک (m)	زمان (s)	مکان اولیه متحرک (m)		مکان اولیه متحرک (m)
↑	↑	↑		↑
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$				
↑	↑	↑	↓	↓
جابجایی متحرک (m)	سرعت اولیه متحرک (m/s)	شتاب متحرک (m/s ²)		جابجایی متحرک (m)



۲) در حرکت دو متحرک با شتاب ثابت، می توان یکی را ساکن و دیگری را با سرعت و شتاب نسبی فرض کرد.

$$\begin{cases} x_{\text{نسبی}} = x_B - x_A \\ v_{\text{نسبی}} = v_B - v_A \\ a_{\text{نسبی}} = a_B - a_A \end{cases} \Rightarrow x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} a_{\text{نسبی}} t^2 + v_{\text{نسبی}} t + x_{\text{نسبی}}$$

اگر در حرکت دو متحرک A و B، متحرک A را ساکن فرض کنیم.

پاسخ تشریحی با توجه به نمودار مکان - زمان دو متحرک درمی یابیم که شتاب متحرک A در جهت محور X (تقعر رو به بالا) و شتاب و متحرک B در خلاف جهت محور X (تقعر رو به پایین) است. از طرفی با توجه به مکان اولیه دو متحرک و برابر شدن سرعت دو متحرک در لحظه $t = 2s$ می توانیم به کمک حرکت نسبی، شتاب نسبی و پس از آن بزرگی شتاب هریک از متحرک ها را به دست آوریم:

$$A \begin{cases} x_A = 4m \\ v_A \\ a_A = a \end{cases}, B \begin{cases} x_B = -12m \\ v_B \\ a_B = -a \end{cases}$$

$$\text{حرکت نسبی متحرک B (A ساکن فرض شود):} \begin{cases} x_{\text{نسبی}} = 4 - (-12) = 16m \\ v_{\text{نسبی}} \\ a_{\text{نسبی}} = a - (-a) = 2a \end{cases}$$

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{1}{2} a_{\text{نسبی}} t^2 + v_{\text{نسبی}} t \xrightarrow{v = at + v_0 \rightarrow 0 = 2a_{\text{نسبی}} t + v_{\text{نسبی}} \rightarrow v_{\text{نسبی}} = -2a_{\text{نسبی}}} -16 = \frac{1}{2} \times a_{\text{نسبی}} \times (2^2) + (-2a_{\text{نسبی}} \times 2)$$

$$\Rightarrow -16 = 2a_{\text{نسبی}} - 4a_{\text{نسبی}} \Rightarrow 2a_{\text{نسبی}} = 16 \Rightarrow a_{\text{نسبی}} = 8 \text{ m/s}^2 \xrightarrow{a_{\text{نسبی}} = 2a} 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$$

بنابراین بزرگی شتاب هریک از متحرک ها 4 m/s^2 است.

تست و پاسخ ۵۶

سقوط آزاد

در شرایط خلأ، گلوله ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می شود. اگر تندی متوسط گلوله در آخرین ثانیه حرکت خود تا رسیدن به سطح

بازده زمانی ۱s

زمین برابر 20 m/s باشد، h برابر چند متر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

در این سؤال همان مقدار سرعت متوسط است.

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

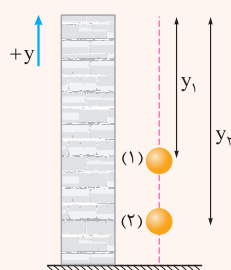
۶۲/۵ (۴)

۳۱/۲۵ (۳)

ارتفاع رهاشدن (مقدار جابه جایی در کل حرکت)

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره ابتدا تندی گلوله، هنگام برخورد به زمین را حساب کنید. سپس ارتفاع h را به کمک معادله مستقل از زمان به دست آورید.



درس نامه ۰۰۱ اگر جسمی را در شرایط خلأ از یک بلندی رها کنیم، به دلیل نیروی گرانش با شتاب ثابت g به سمت سطح زمین سقوط می کند. در شکل مقابل، اگر سرعت جسم هنگام عبور از نقطه (۱) برابر با v_1 و هنگام عبور از نقطه (۲) برابر با v_2 باشد، آن گاه رابطه زیر برقرار است. به این رابطه مستقل از زمان می گوییم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g(y_2 - y_1)$$

$$v = -gt$$

۲) معادله سرعت - زمان جسمی که در حال سقوط آزاد است، به صورت روبه رو است:

۳) جسمی که در حال سقوط آزاد است، با شتاب ثابت g به سمت سطح زمین حرکت می کند؛ بنابراین سرعت متوسط آن در یک بازه زمانی مشخص برابر با میانگین سرعت های ابتدایی و انتهایی است.

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: تندی گلوله هنگام برخورد به زمین را به دست می آوریم:

با توجه به این که سقوط گلوله در خلأ یک حرکت با شتاب ثابت و با بزرگی شتاب $g = 10 \text{ m/s}^2$ است و این که گلوله در شرایط سقوط آزاد تغییر جهت نمی دهد، می توان نوشت:

$$S_{av} = |v_{av}| = 20 \text{ m/s} \xrightarrow{v_{av} < 0} v_{av} = -20 \text{ m/s} \xrightarrow{v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t}} -20 = \frac{\Delta y}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 1s} \Delta y = -20 \text{ m}$$

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \xrightarrow{a = -g = -10 \text{ m/s}^2, \Delta y = -20 \text{ m}} -20 = \frac{1}{2}(-10)(1^2) + v_0(1) \Rightarrow v_0 = -15 \text{ m/s}$$

بنابراین سرعت در یک ثانیه قبل از برخورد به زمین برابر با -15 m/s است. از طرفی طبق رابطه $v = at + v_0$ ، با توجه به شتاب $a = -10 \text{ m/s}^2$ درمی یابیم که سرعت در لحظه برخورد برابر با $v = -10(1) - 15 = -25 \text{ m/s}$ است.

گام دوم: به کمک معادله مستقل از زمان h را به دست می آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v = -25 \text{ m/s}, v_0 = 0, a = -10 \text{ m/s}^2, \Delta y = -h} (-25)^2 - 0 = 2(-10)(-h) \Rightarrow h = 31/25 \text{ m}$$

تست و پاسخ ۵۷

در شرایط خلأ، گلوله ای از یک بلندی رها می شود. اگر اندازه جابه جایی گلوله در T ثانیه اول برابر d باشد، اندازه جابه جایی آن در بازه زمانی

$t_1 = 3T$ تا $t_2 = 5T$ چند برابر d است؟

بازه زمانی از $t_1 = 0$ تا $t_2 = T$

۱۲ (۲)

۹ (۱)

سقوط آزاد

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره هر وقت توی سوالاتی حرکت شتابدار به بن بست خوردی، نمودار $v - t$ بکش، خودش باهات حرف می زنه!

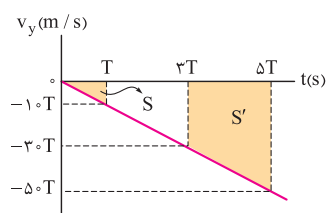
خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه جابه جایی در t ثانیه n در سقوط آزاد یا به کمک رسم نمودار $v - t$ ، نسبت مورد نظر را به دست آورید.

درس نامه

نکته اگر جسمی در حال سقوط آزاد باشد، جابه جایی آن در t ثانیه n از رابطه روبه رو به دست می آید:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}g(2n-1)t^2$$

پاسخ تشریحی با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار سرعت - زمان رسم می کنیم:



$$v_0 = 0, a = -g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v_y = -10t$$

$$(0 \Rightarrow T): |\Delta y| = S \xrightarrow{|\Delta y| = d} d = \left(\frac{T \times 10T}{2}\right) = 5T^2$$

$$(3T \Rightarrow 5T): |\Delta y'| = S' \Rightarrow |\Delta y'| = \frac{(30T + 50T)(5T - 3T)}{2} = \frac{80T \times 2T}{2} = 80T^2 \Rightarrow |\Delta y'| = 16 \times 5T^2 \xrightarrow{5T^2 = d} |\Delta y'| = 16d$$

تکنیک در حرکت با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه، جابه جایی های متحرک در T ثانیه های متوالی به صورت زیر تشکیل یک دنباله

حسابی می دهند:

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & T & 2T & 3T & 4T & 5T & \\ \hline 0/5aT^2 & & 3/5aT^2 & & 4/5aT^2 & & \end{array} \quad \frac{3/5aT^2 + 4/5aT^2}{0/5aT^2} = \frac{7}{0/5} = 16$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۵۸

در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع ۷۲ / ۸ متری سطح زمین رها می‌شود. گلوله در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب از ارتفاع‌های ۴۴ متری و ۸ متری سطح زمین عبور می‌کند. **تندی متوسط** گلوله در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

در سقوط آزاد منظور همان مقدار سرعت متوسط است.

۳۶ (۲)

۱۸ (۱)

۳۰ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک معادله مستقل از زمان، سرعت گلوله در لحظات t_1 و t_2 را به دست آورده، سپس تندی متوسط را در این بازه زمانی به دست آورید.

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک معادله مستقل از زمان در سقوط آزاد، سرعت گلوله در لحظات t_1 و t_2 را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \xrightarrow{v_0=0} v^2 = 2ad \xrightarrow{a=-g=-10 \text{ m/s}^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (0 \Rightarrow t_1): v_1^2 = 2(-10)(44 - 72/8) = 576 \Rightarrow v_1 = -24 \text{ m/s} \\ (0 \Rightarrow t_2): v_2^2 = 2(-10)(8 - 72/8) = 1296 \Rightarrow v_2 = -36 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

با توجه به این که جهت حرکت رو به پایین است، v_1 و v_2 را منفی در نظر می‌گیریم.

گام دوم: تندی متوسط را در بازه زمانی t_1 تا t_2 به دست می‌آوریم:

(می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط برابر با میانگین سرعت‌های اول و آخر بازه زمانی مورد نظر است.)

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow v_{av} = \frac{-24 + (-36)}{2} = -30 \text{ m/s}$$

$$s_{av} = |v_{av}| \Rightarrow s_{av} = 30 \text{ m/s}$$

از طرفی چون در بازه زمانی t_1 تا t_2 تغییر جهت نداریم، می‌توان گفت:

تست و پاسخ ۵۹

در مبدأ زمان، گلوله A از ارتفاع ۱۰۰ متری سطح زمین و در لحظه $t = 2s$ ، گلوله B از ارتفاع ۷۰ متری سطح زمین رها می‌شوند. چند ثانیه بعد از رها شدن گلوله B فاصله آن‌ها از یکدیگر ۲۰ m می‌شود؟ (نیروی مقاومت هوا ناچیز و $g = 10 \text{ m/s}^2$ است.)

۱ / ۵ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ / ۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره جدیداً طراحی کنکور خیلی به این مدل سؤال‌ها علاقه‌مند شدن. حتماً جدی بگیرید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا مکان هر دو گلوله را در لحظه رها شدن گلوله B به دست آورید. سپس سرعت گلوله A در آن لحظه و معادله مکان - زمان دو گلوله را در لحظه رها شدن گلوله B پیدا کنید. در نهایت اختلاف مکان دو گلوله را ۲۰ متر در نظر گرفته و لحظه‌ای را که در فاصله ۲۰ متری قرار دارند، به دست آورید.

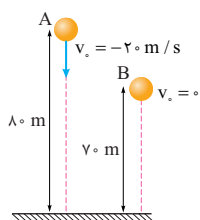
درس نامه معادله جابه‌جایی - زمان یک جسم در سقوط آزاد به صورت $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$ است. اگر جسم رها شده باشد، $v_0 = 0$ بوده و معادله فوق به صورت $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$ به کار می‌رود.

پاسخ تشریحی گام اول: مکان هر دو گلوله را دو ثانیه پس از رها شدن گلوله A به دست می‌آوریم:

$$d_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{v_0=0} d_A = -5t^2 \xrightarrow{t=2s} d_A = -5(2^2) = -20 \text{ m}$$

بنابراین گلوله A از لحظه رها شدن تا $t = 2s$ ، ۲۰ متر رو به پایین حرکت می‌کند و به ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین می‌رسد. در همین لحظه گلوله B از ارتفاع ۷۰ متری سطح زمین رها می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: سرعت گلوله A را دو ثانیه پس از رها شدن به دست می آوریم:

$$v_A = at + v_0 \xrightarrow[v_0=0]{a=-g=-10\text{m/s}^2} v_A = -10t \xrightarrow{t=2\text{s}} v_A = -20\text{m/s}$$

گام سوم: معادله مکان - زمان حرکت در راستای قائم را برای دو متحرک از لحظه رها شدن گلوله B به دست می آوریم:

$$y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + y_0 \xrightarrow[t=0]{\text{لحظه رها شدن گلوله B}} \begin{cases} y_A = -5t^2 - 20t + 8 \\ y_B = -5t^2 + 7 \end{cases}$$

گام چهارم: لحظه ای که فاصله دو متحرک از همدیگر 20m می شود را به دست می آوریم:

$$|y_A - y_B| = 20\text{m} \begin{cases} y_A - y_B = 20 \Rightarrow -20t + 10 = 20 \Rightarrow -20t = 10 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}\text{s} \\ y_B - y_A = 20 \Rightarrow 20t - 10 = 20 \Rightarrow 20t = 30 \Rightarrow t = 1.5\text{s} \end{cases}$$

تست و پاسخ ۶۰

در شرایط خلأ، گلوله A از ارتفاع 45 متری سطح زمین و پس از 1/5 s، گلوله B از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می شوند. بیشینه h چند

متر باشد تا از لحظه رها شدن گلوله B، فاصله دو گلوله پیوسته در حال کاهش باشد؟ ($g = 10\text{m/s}^2$)

هر دو گلوله با هم به زمین برخورد کنند.

$$11/25 \quad (2)$$

$$6/25 \quad (1)$$

$$33/75 \quad (4)$$

$$22/5 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

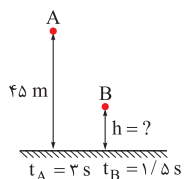
مشاوره سعی کنید برای فهم بهتر این سوال، یک شکل ساده از آن را برای خودتان رسم کنید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا لحظه برخورد گلوله A به زمین را به دست آورید. سپس بیشترین مقدار ممکن برای h را در حالتی که هر

دو گلوله با هم به زمین برخورد کنند، به دست آورید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا لحظه برخورد گلوله A به زمین را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[v_0=0, \Delta y=-45\text{m}]{a=-g=-10\text{m/s}^2} -45 = \frac{1}{2}(-10)t^2 + 0 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3\text{s}$$



گام دوم: بیشترین مقدار h برای این که فاصله دو گلوله پیوسته در حال کاهش باشد، حالتی است که دو گلوله در یک

لحظه به زمین برخورد کنند (یعنی 3s پس از رها شدن گلوله A). بنابراین چون گلوله B، 1/5s پس از گلوله A رها

می شود، بنابراین مدت زمان سقوط آزاد گلوله B تا برخورد به زمین، 1/5s است. حال ارتفاع h را به دست می آوریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[v_0=0, t=1/5\text{s}]{\Delta y=-h, a=-g=-10\text{m/s}^2} -h = \frac{1}{2}(-10)(1/5)^2 \Rightarrow h = 11/25\text{m}$$

فیزیک (۱): صفحه های ۲۳ تا ۶۴

تست و پاسخ ۶۱

وضعیت مایعی در تماس با یک سطح شیشه ای افقی و تمیز به شکل زیر است. اگر یک لوله موئین شیشه ای تمیز را، به طور قائم، وارد مقداری

از این مایع کنیم، سطح مایع درون لوله به صورت کدام شکل خواهد بود؟



پاسخ: گزینه ۲



مشاوره شکل‌های کتاب درسی را احتمالاً مورد بررسی قرار دهید، مثلاً شکل ریزسنج در کنکور سراسری ۱۴۰۰، به‌طور مستقیم مطرح شد.

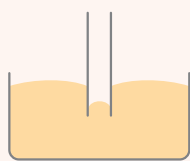
درس نامه ●●

(۱) وقتی دو ماده مختلف در تماس با یکدیگر قرار می‌گیرند، نیروی جاذبه‌ای بین مولکول‌های سطح آن‌ها ظاهر می‌شود که به آن نیروی دگرچسبی می‌گوییم. هم‌چسبی و دگرچسبی دو نیروی بین مولکولی هستند و فرق آن‌ها این است که هم‌چسبی، جاذبه بین مولکول‌های همسان و دگرچسبی جاذبه بین مولکول‌های ناهمسان است.

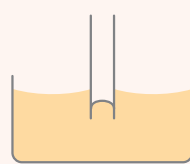
(۲) **اثر موینگی:** لوله‌هایی را که قطر داخلی آن‌ها حدود یک دهم میلی‌متر است، لوله موین (مانند مو) می‌نامند. مایع درون لوله موین بالاتر یا پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف قرار می‌گیرد. به این بالا یا پایین رفتن مایع درون لوله‌های موین، اثر موینگی می‌گوییم. از بین مایع‌ها، رفتار آب و جیوه در لوله موین را باید بلد باشیم.



(الف)



(ب)

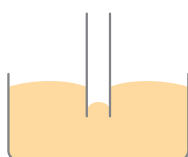


(پ)

الف) رفتار آب در لوله موین: ظرف پر از آبی مانند شکل «الف» را در نظر بگیرید. اگر لوله موین تمیزی را داخل این ظرف کنیم، آب از داخل لوله موین بالا می‌رود و بالاتر از سطح آب ظرف می‌ایستد. هم‌چنین چون نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیواره لوله موین از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بیشتر است، پس سطح آب در لوله موین و دیواره‌های ظرف به صورت فرورفته (کاو) است.

ب) رفتار جیوه در لوله موین: ظرفی پر از جیوه مانند شکل «ب» را در نظر بگیرید. اگر لوله موین تمیزی را داخل این ظرف کنیم، سطح جیوه در لوله موین پایین‌تر از سطح جیوه ظرف می‌ایستد. هم‌چنین چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و دیواره لوله موین بیشتر است، پس سطح جیوه در لوله موین و دیواره‌های ظرف به صورت برآمده (کوژ) است.

نکته اگر سطح داخلی لوله موین شکل «الف» را چرب کنیم، نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیواره‌های لوله موین را کاهش می‌دهیم؛ بنابراین نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و دیواره داخلی لوله موین می‌شود و آب مانند جیوه، پایین‌تر از سطح آب درون ظرف می‌ایستد و سطح آن به صورت برآمده (کوژ) می‌شود. (شکل «پ»)

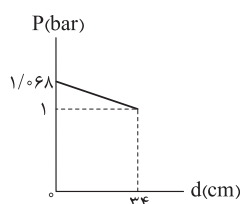


پاسخ تشریحی گام اول: همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینیم، به دلیل قطره‌ای شدن مایع روی سطح شیشه، نتیجه می‌گیریم نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه بیشتر است. **گام دوم:** بیشتر بودن نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه، باعث می‌شود که سطح مایع در لوله موین به صورت برآمده باشد و سطح آن پایین‌تر از سطح مایع درون ظرف قرار گیرد که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است.

تست و پاسخ ۶۲

درون ظرفی مقداری مایع به ارتفاع 34 cm ریخته شده است. نمودار فشار برحسب فاصله از کف ظرف به شکل مقابل است. در عمق $20/4\text{ cm}$ از مایع، فشار ناشی از مایع چند سانتی‌متر جیوه است؟

$$(\rho = 13/6\text{ g/cm}^3, g = 10\text{ N/kg})$$



$$2/5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

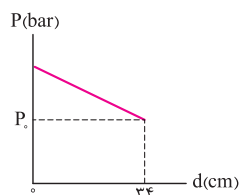


خودت حل کنی بهتره ابتدا فشار هوا (P_0) را به کمک نمودار به دست آورید، سپس فشار کل در عمق $20/4 \text{ cm}$ را حساب کنید و در

نهایت با محاسبه فشار نسبی ($P - P_0$)، آن را به کمک رابطه $P_{\text{cmHg}} = \frac{P_{\text{Pa}}}{\rho_{\text{جیوه}} \times g}$ برحسب سانتی متر جیوه به دست آورید.

پاسخ تشریحی

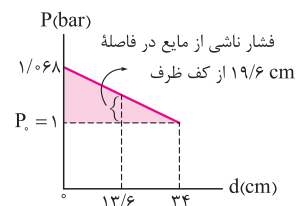
گام اول: در این نمودار، d فاصله از کف ظرف است، با توجه به این که ارتفاع مایع 34 cm است، در فاصله 34 cm از کف ظرف (پای که فبرری از مایع نیست)، فشار، تنها ناشی از هوا است.



$$P_0 = 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

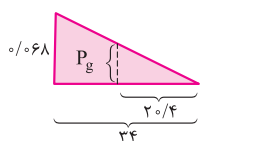
حال با توجه به نمودار، معلوم می شود که فشار 1 bar همان P_0 است:

گام دوم: از آن جا که ارتفاع مایع 34 cm است و فشار در عمق $h = 20/4 \text{ cm}$ خواسته شده، فشار در این نقطه معادل $d = 34 - 20/4 = 13/6 \text{ cm}$ از کف ظرف است.



گام سوم: به کمک نمودار، فشار ناشی از مایع (فشار پیمانه ای) را در فاصله $13/6 \text{ cm}$ از کف ظرف،

به دست می آوریم:



به کمک تشابه دو مثلث رنگی در نمودار داریم:

$$\Rightarrow \frac{0.068}{34} = \frac{P_g}{20/4} \rightarrow \text{فشار ناشی از مایع در فاصله } 13/6 \text{ cm از کف ظرف}$$

$$P_g = 0.0408 \text{ bar} = 4080 \text{ Pa}$$

گام چهارم: فشار ناشی از مایع در فاصله $13/6 \text{ cm}$ از کف (عمق $20/4 \text{ cm}$) را به cmHg تبدیل می کنیم.

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{P_{\text{Pa}}}{\rho_{\text{Hg}} \times g} = \frac{4080}{13600 \times 10} = 0.03 \text{ mHg} = 3 \text{ cmHg}$$

تست و پاسخ ۶۳

درون ظرفی استوانه ای که مساحت قاعده آن 20 cm^2 است، 544 cm^3 آب ریخته ایم. چند سانتی متر مکعب روغن به آن اضافه کنیم تا فشار

سنجه ای در کف ظرف 5 cmHg شود؟ ($\rho_{\text{روغن}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \text{ g/cm}^3$ ، $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

$$1020 \quad (4) \qquad 816 \quad (3) \qquad 680 \quad (2) \qquad 510 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: ارتفاع آب درون ظرف را به دست می آوریم: $V_{\text{آب}} = A \times h_{\text{آب}} \Rightarrow 544 = 20 \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 27/2 \text{ cm}$

گام دوم: فشار ستون $27/2 \text{ cm}$ آب با چگالی $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را برحسب سانتی متر جیوه به دست می آوریم:

$$P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{1 \times 27/2}{13.6} = 2 \text{ cmHg}$$

گام سوم: فشار سنجه ای (همون فشار پیمانه ای نمودار!) در کف ظرف که ناشی از آب و روغن است، برابر 5 cmHg است، حال فشار ناشی از

روغن را به دست می آوریم: $P_{\text{روغن}} + P_{\text{آب}} = P_{\text{ناشی از روغن و آب}}$

$$\Rightarrow 5 \text{ cmHg} = 2 \text{ cmHg} + P_{\text{روغن}} \Rightarrow P_{\text{روغن}} = 3 \text{ cmHg}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام چهارم: فشار ناشی از ستون روغن برابر 3 cmHg است، ارتفاع روغن را به کمک رابطه $P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{روغن}} h}{\rho_{\text{جیوه}}}$ به دست می‌آوریم:

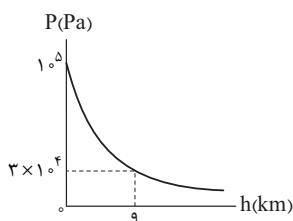
$$P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{روغن}} h}{\rho_{\text{جیوه}}} \Rightarrow 3 = \frac{0.8 \times h}{13.6} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 51 \text{ cm}$$

$$V = Ah = 20 \times 51 = 1020 \text{ cm}^3$$

گام پنجم: حجم روغن اضافه شده برابر است با:

حواستون باشه منظور از فشار سنجهای، فشار پیمانه‌ای است که در کتاب درسی هم به آن اشاره شده است.

تست و پاسخ ۶۴



نمودار فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین به شکل مقابل است. اگر یک ستون فرضی هوا از سطح زمین تا بالاترین قسمت جو به سطح مقطع 100 cm^2 در نظر بگیریم، در این ستون، جرم هوا از سطح زمین تا ارتفاع 9 km از سطح زمین چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)

۷۰ (۲)

۳۰ (۱)

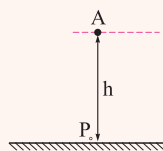
۱۰۰ (۴)

۹۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره به کمک رابطه $P_0 - P = \rho_{\text{av}} g h$ چگالی متوسط هوا تا ارتفاع 9 km سطح زمین را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه $m = \rho_{\text{av}} V$ جرم هوا به دست می‌آید.

درس نامه هرچه از سطح زمین دورتر شویم، فشار هوا کاهش می‌یابد؛ مثلاً اگر فشار هوا در سطح زمین برابر با P_0 باشد، فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین (شکل زیر) از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$P_A = P_0 - \rho_{\text{av}} g h$$

چگالی متوسط هوا (kg/m^3) فشار هوا در سطح زمین (Pa)
 ارتفاع از سطح زمین (m) ← فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین (Pa)
 شتاب گرانش زمین (N/kg)

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق نمودار، فشار هوا در ارتفاع $h = 0$ (سطح آزاد دریا) برابر 10^5 Pa و فشار هوا در ارتفاع 9 km ، $3 \times 10^4 \text{ Pa}$ است. چگالی متوسط هوا را در این محدوده به دست می‌آوریم:

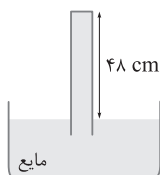
$$P_0 - P = \rho_{\text{av}} g h \Rightarrow 10^5 - 3 \times 10^4 = \rho_{\text{av}} \times 100 \times 9 \times 10^3 \Rightarrow 10 - 3 = 9 \rho_{\text{av}} \Rightarrow \rho_{\text{av}} = \frac{7}{9} \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: جرم ستون هوا را از رابطه $m = \rho_{\text{av}} V$ تا ارتفاع 9 km سطح زمین به دست می‌آوریم:

$$m = \rho_{\text{av}} V = \rho_{\text{av}} (Ah) = \frac{7}{9} \times (100 \times 10^{-4} \times 9 \times 10^3) = 70 \text{ kg}$$

تست و پاسخ ۶۵

در شکل زیر، فشار هوا 76 cmHg ، سطح مقطع لوله وارون فرورفته در ظرف 5 cm^2 و چگالی مایع $1/7 \text{ g/cm}^3$ است. بزرگی نیروی وارد بر انتهای بسته لوله چند نیوتون است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و چگالی جیوه 13.6 g/cm^3 است).



۴/۷۶ (۲)

۴۷/۶ (۱)

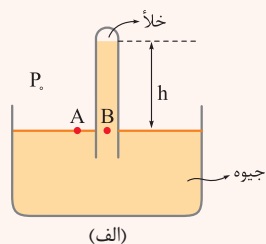
۴/۰۸ (۴)

۴۰/۸ (۳)

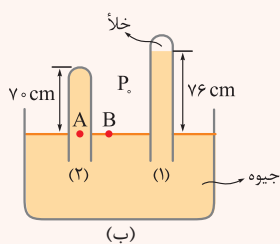
پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره به کمک نقاط هم‌تراز در یک مایع، فشار وارد بر انتهای لوله را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه $F = PA$ نیروی وارد بر انتهای لوله را محاسبه کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



(الف)



(ب)

درس نامه •• بارومتر: وسیله‌ای است که برای اندازه‌گیری فشار هوا به کار می‌رود. این وسیله از یک لولهٔ شیشه‌ای بلند که یک سر آن بسته است، تشکیل شده است. این لوله را پر از جیوه کرده و داخل ظرف محتوی جیوه به طور وارون قرار می‌دهند (شکل «الف»). چون دو نقطهٔ A و B هم ترازند، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = \rho gh$$

فرض کنید بارومتر را در محیطی قرار دهیم که فشار هوا در آن محیط برابر ۷۶ cmHg است. اگر طول لوله به اندازهٔ کافی بلند باشد، ارتفاع جیوهٔ درون آن به ۷۶ cm می‌رسد. اما اگر طول لوله کوتاه باشد، به طوری که ارتفاع جیوهٔ درون آن به ۷۶ cm نرسد، جیوه به انتهای لوله فشار وارد می‌کند؛ به عنوان مثال شکل «ب» را در نظر بگیرید. چون فشار هوا برابر ۷۶ cmHg است، پس جیوهٔ درون لولهٔ (۱) به اندازهٔ ۷۶ cm بالا می‌رود. اما چون طول لولهٔ (۲) برابر با ۷۰ cm است، پس جیوه به اندازهٔ ۷۰ cm در آن بالا می‌رود و در نتیجه فشاری برابر با ۶ cmHg به انتهای لولهٔ (۲) وارد می‌کند. زیرا:

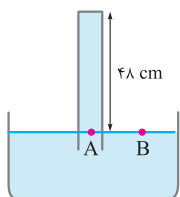
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} + P_{\text{انتهای لوله}} = P_0 \Rightarrow \frac{P_0 = 76 \text{ cmHg}}{P_{\text{جیوه}} = 70 \text{ cmHg}} \times 70 + P_{\text{انتهای لوله}} = 76 \Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} = 6 \text{ cmHg}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** مطابق شکل، فشار دو نقطهٔ A و B به دلیل هم‌تراز بودن در مایع، برابر است؛ بنابراین داریم:

$$P_A = P_B$$

$$\Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} + \rho_{\text{مایع}} gh = P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} + 10^3 \times 10 \times 0.48 = P_0$$



گام دوم: فشار هوا را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم: $P_0 = \rho_{\text{جیوه}} gh = 13.6 \times 10^3 \times 10 \times 0.76 = 1.0336 \times 10^5 \text{ Pa}$

گام سوم: فشار وارد بر انتهای لوله را حساب می‌کنیم: $P_{\text{انتهای لوله}} + 4.8 \times 10^3 = 1.0336 \times 10^5$

$$\Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} = 1.0336 \times 10^5 - 4.8 \times 10^3 = 9.856 \times 10^4 \text{ Pa}$$

گام چهارم: نیروی وارد بر انتهای لوله را به دست می‌آوریم: $F_{\text{انتهای لوله}} = P_{\text{انتهای لوله}} \times A = 9.856 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-4} = 49.28 \text{ N}$

تست و پاسخ ۶۶

در شکل زیر، قطر مقطع مخزن استوانه‌ای پر از آب، ۶۰ cm و قطر مقطع لولهٔ متصل به آن ۲ cm است. اگر به مایع درون لوله، ۲۷۰ g آب اضافه کنیم، کدام یک از موارد زیر رخ می‌دهد؟ ($\pi = 3, g = 10 \text{ N/kg}$)

(الف) اندازهٔ نیرویی که مایع به سطح بالایی مخزن وارد می‌کند، ۲۴۳۰ N افزایش می‌یابد.

(ب) فشار پیمانه‌ای در کف مخزن ۱۰ kPa افزایش می‌یابد.

(پ) اندازهٔ نیرویی که مایع به کف مخزن استوانه‌ای وارد می‌کند، ۲/۷ N افزایش می‌یابد.

(ت) اندازهٔ نیرویی که مخزن استوانه‌ای به سطح افقی وارد می‌کند، ۲/۷ N افزایش می‌یابد.

(۲) ب و ت

(۱) ب و پ

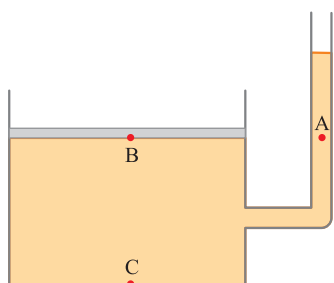
(۴) الف و پ

(۳) الف و ت

پاسخ: گزینهٔ ۳

پاسخ تشریحی **گام اول:** مطابق شکل مقابل زمانی که در داخل لوله آب می‌ریزیم، فشار در نقطهٔ A

به اندازهٔ ΔP_A افزایش می‌یابد و طبق اصل پاسکال، فشار در تمام مایع (مانند B و C) نیز به همین اندازه افزایش می‌یابد، بنابراین داریم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$\Delta P_A = \Delta P_B = \Delta P_C \Rightarrow \frac{F_A}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} = \frac{F_C}{A_C} \Rightarrow \frac{W_{\text{آب}}}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} = \frac{F_C}{A_C}$$

$$\xrightarrow{A_B=A_C \Rightarrow F_B=F_C} \frac{W_{\text{آب}}}{A_A} = \frac{F_B}{A_B} \Rightarrow \frac{0.27 \times 10}{3 \times (1)^2} = \frac{F_B}{3 \times (30)^2} \Rightarrow F_B = 2430 \text{ N}$$

پس، نیرویی که مایع به سطح بالایی مخزن استوانه‌ای وارد می‌کند (F_B) و نیرویی که مایع به کف مخزن استوانه‌ای وارد می‌کند (F_C)، به اندازه 2430 N افزایش می‌یابد. (درستی گزاره الف و نادرستی گزاره پ)

گام دوم: با افزودن 270 g آب درون لوله، تغییرات ارتفاع آب را به دست می‌آوریم:

$$m = \rho V \Rightarrow 270 = 1 \times (Ah) \Rightarrow 270 = 1 \times (3 \times 10^2)(h) \Rightarrow h = 90 \text{ cm}$$

گام سوم: تغییرات فشار پیمانه‌ای در کف مخزن ناشی از 90 cm آب برابر است با:

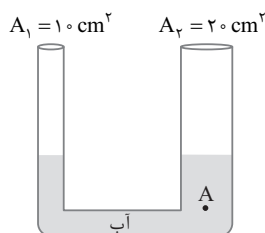
$$P_{\text{نسبی آب}} = \rho gh = 10^3 \times 10 \times 0.9 = 9000 \text{ Pa} \quad (\text{نادرستی ب})$$

گام چهارم: اندازه نیرویی که مخزن استوانه‌ای به سطح افقی وارد می‌کند، ناشی از نیروی وزن ظرف و مایع است که با اضافه شدن 270 g آب، وزن آب به اندازه $W = mg = 0.27 \times 10 = 2.7 \text{ N}$ ، افزایش می‌یابد. (درستی عبارت ت)

تست و پاسخ ۶۷

در شکل زیر اگر به شاخه سمت چپ 17 L از نوعی روغن اضافه شود، فشار در نقطه A چند میلی‌متر جیوه تغییر می‌کند؟

$$(\rho_{\text{Hg}} = 13.6 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{روغن}} = 0.6 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$



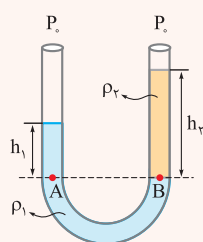
۳۴۰ (۱)

۳۴ (۲)

۲/۵ (۳)

۰/۲۵ (۴)

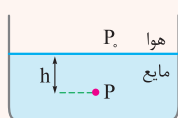
پاسخ: گزینه ۳



درس نامه ۱ در شکل مقابل، درون لوله U شکل دو مایع مخلوط‌نشده قرار دارند. با توجه به این که فشار در نقاط هم‌تراز در یک مایع با هم برابر است، می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \xrightarrow{P = \rho gh + P_0} \rho_1 gh_1 + P_0 = \rho_2 gh_2 + P_0 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

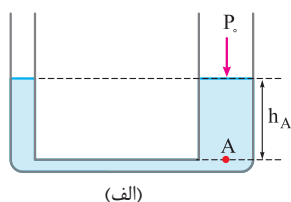
فشار کل در عمق h از سطح یک مایع که سطح آزاد آن در تماس با هواست، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$P = P_0 + \rho g h$$

فشار هوا در شتاب گرانش (m/s^2) سطح مایع (Pa) ← فشار کل (Pa) → عمق (m) چگالی مایع (kg/m^3)

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با توجه به شکل «الف»، فشار در نقطه A را قبل از اضافه کردن روغن به دست می‌آوریم:



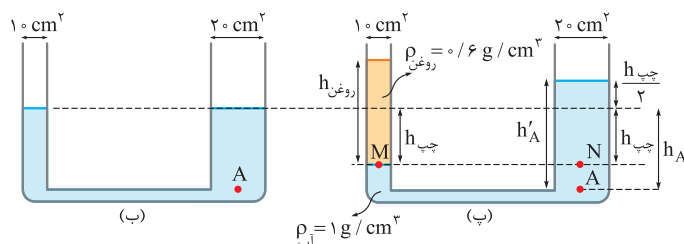
$$P_A = \rho_{\text{آب}} gh_A + P_0$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: وقتی مقداری روغن به شاخه سمت چپ اضافه می‌کنیم، حجم آب در شاخه سمت چپ به اندازه V پایین می‌آید و به همان اندازه (V) در شاخه سمت راست بالا می‌رود. به عبارت دیگر، حجم آب جابه‌جاشده در دو شاخه، با هم برابر است؛ پس می‌توانیم بنویسیم:

$$V_{\text{چپ}} = V_{\text{راست}} \xrightarrow{V=Ah} A_{\text{چپ}} h_{\text{چپ}} = A_{\text{راست}} h_{\text{راست}} \xrightarrow{\frac{A_{\text{چپ}}=10\text{ cm}^2}{A_{\text{راست}}=20\text{ cm}^2}} 10 h_{\text{چپ}} = 20 h_{\text{راست}} \Rightarrow h_{\text{راست}} = \frac{h_{\text{چپ}}}{2}$$



فب! این یعنی چی؟! یعنی وقتی در شاخه سمت چپ مقداری روغن می‌ریزیم، ارتفاع آب در شاخه چپ به اندازه $h_{\text{چپ}}$ پایین می‌آید و به اندازه $\frac{h_{\text{چپ}}}{2}$ در شاخه راست بالا می‌رود. بنابراین با اضافه کردن روغن در شاخه چپ، از شکل (ب) به شکل (پ) می‌رسیم.

ارتفاع روغن ($h_{\text{روغن}}$) را می‌توانیم با استفاده از حجم روغن و مساحت شاخه به دست آوریم:

$$V_{\text{روغن}} = A_{\text{چپ}} h_{\text{روغن}} \xrightarrow{\frac{V_{\text{روغن}}=0.17L=0.17 \times 10^{-3}\text{ cm}^3}{A_{\text{چپ}}=10\text{ cm}^2}} 0.17 \times 10^{-3} = 10 h_{\text{روغن}} \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 17\text{ cm}$$

گام سوم: حالا با توجه به شکل «پ» و یکسان بودن فشار در نقاط هم‌تراز M و N در یک مایع می‌توانیم بنویسیم:

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} \xrightarrow{\frac{\rho_{\text{روغن}}=0.6\text{ g/cm}^3, h_{\text{روغن}}=17\text{ cm}}{\rho_{\text{آب}}=1\text{ g/cm}^3, h_{\text{آب}}=\frac{3h_{\text{چپ}}}{2}}} 0.6 \times 17 = 1 \times \frac{3h_{\text{چپ}}}{2} \Rightarrow h_{\text{چپ}} = 6/8\text{ cm}$$

گام چهارم: فشار در نقطه A پس از اضافه کردن روغن، برابر است با:

$$P'_A = \rho_{\text{آب}} g h'_A + P_0 \xrightarrow{h'_A = h_A + \frac{h_{\text{چپ}}}{2}} P'_A = \rho_{\text{آب}} g \left(h_A + \frac{h_{\text{چپ}}}{2} \right) + P_0$$

حالا می‌توانیم تغییرات فشار در نقطه A را پس از اضافه کردن روغن به دست آوریم:

$$\Delta P_A = P'_A - P_A = \rho_{\text{آب}} g \left(h_A + \frac{h_{\text{چپ}}}{2} \right) + P_0 - \rho_{\text{آب}} g h_A - P_0 \Rightarrow \Delta P_A = \rho_{\text{آب}} g \frac{h_{\text{چپ}}}{2}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}}=1\text{ g/cm}^3=10^{-3}\text{ kg/m}^3}{h_{\text{چپ}}=6/8 \times 10^{-2}\text{ m}, g=10\text{ m/s}^2} \rightarrow \Delta P_A = 10^{-3} \times 10 \times \frac{6/8 \times 10^{-2}}{2} = 34\text{ Pa}$$

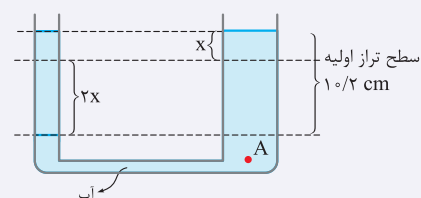
گام پنجم: بیاد بگه واقعا آفرشه! 😊 پس فهمیدیم که فشار نقطه A پس از اضافه کردن روغن به اندازه 34 Pa افزایش می‌یابد. سؤال از ما این فشار را برحسب میلی‌متر جیوه خواسته است. برای این که این فشار را برحسب میلی‌متر جیوه (mmHg) به دست آوریم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$P = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \xrightarrow{\frac{P=34\text{ Pa}, g=10\text{ m/s}^2}{\rho_{\text{جیوه}}=13/6\text{ g/cm}^3=13600\text{ kg/m}^3}} 340 = 13600 \times 10 h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{1}{400}\text{ m} = 2/5 \times 10^{-3}\text{ m} \text{ یا } h_{\text{جیوه}} = 2/5\text{ mm}$$

بنابراین با اضافه کردن روغن در شاخه سمت چپ، فشار در نقطه A به اندازه $2/5\text{ mmHg}$ افزایش می‌یابد.

تکنیک می‌توانیم به جای روغن اضافه‌شده، معادل آن آب در نظر بگیریم و مسئله را ساده‌تر حل کنیم:



$$V_{\text{روغن}} = Ah \xrightarrow{\frac{V=0.17L=170\text{ cm}^3}{A=10\text{ cm}^2}} 170 = 10 h \Rightarrow h_{\text{روغن}} = 17\text{ cm}$$

$$\rho_{\text{روغن}} \times h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} \times h_{\text{آب}} \Rightarrow 0.6 \times 17 = 1 \times h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 10/2\text{ cm}$$

$$3x = 10/2 \Rightarrow x = 3/4\text{ cm}$$

افزایش فشار در نقطه A به اندازه فشار ناشی از ستونی از آب به ارتفاع $3/4\text{ cm}$ است.

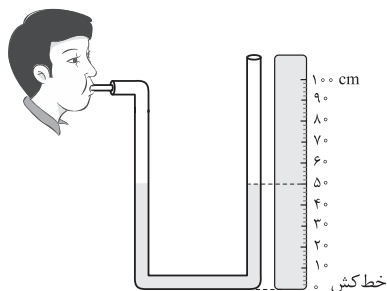
$$P_{\text{cmHg}} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{جیوه}}} \times h = \frac{1}{13/6} \times 3/4 = 0.25\text{ cmHg} = 2/5\text{ mmHg}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۶۸



یک مانومتر حاوی مایعی به چگالی 8 g/cm^3 است و فردی مطابق شکل هوای دم و بازدم خود را وارد مانومتر می‌کند. در این عمل حداکثر و حداقل ارتفاع مایع در لوله سمت راست به ترتیب بر روی اعداد 40 و 65 قرار می‌گیرد. اختلاف فشار دم و بازدم این فرد چند پاسکال است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

(۲) ۲۰۰۰۰

(۱) ۸۰۰۰

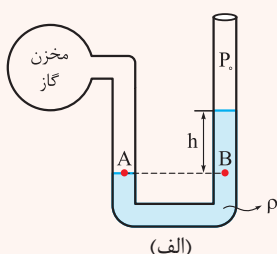
(۴) ۴۰۰۰

(۳) ۴۰۰۰۰

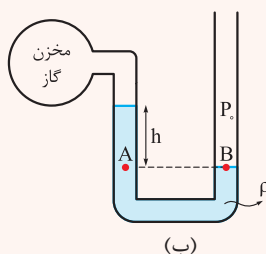
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۱۵ فصل دوم کتاب درسی فیزیک (۱) است.

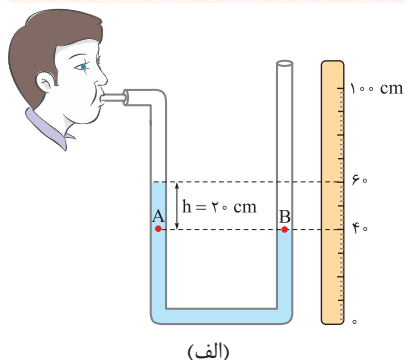
درس نامه ●● مانومتر: لوله‌های U شکل «الف» و «ب» را در نظر بگیرید. شاخه سمت چپ آن به مخزن گاز وصل است و شاخه سمت راست آن با هوا در تماس است و داخل این لوله U شکل مایعی با چگالی ρ قرار دارد. به این مجموعه مانومتر می‌گوییم. در شکل‌های «الف» و «ب»، نقاط A و B در یک مایع قرار دارند و هم‌ترازند، پس فشار آن‌ها با هم برابر است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} = \rho gh + P_0$$



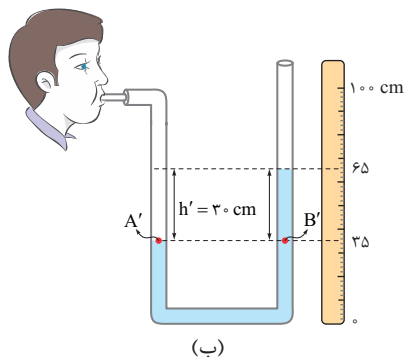
$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P_0$$



(الف)

در شکل «الف»، نقاط A و B در یک مایع هستند و هم‌ترازند؛ بنابراین فشار آن‌ها با هم برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{دم}} + \rho gh = P_0 \xrightarrow[g=10 \text{ m/s}^2, h=20 \text{ m}]{\rho=8 \text{ g/cm}^3=8 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3} P_{\text{دم}} = P_0 - 8 \times 10^{-3} \times 10 \times 20 / 2 \Rightarrow P_{\text{دم}} = P_0 - 16 \times 10^{-3}$$



(ب)

گام دوم: از طرفی وقتی این فرد بازگوش! هوای بازدم را وارد لوله می‌کند، ارتفاع مایع در لوله سمت راست به 65 cm می‌رسد؛ یعنی مایع در لوله سمت راست به اندازه 15 cm نسبت به حالت عادی بالا آمده و به اندازه 15 cm در لوله چپ پایین می‌رود. در این حالت، شکل مانومتر به صورت شکل «ب» می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



در شکل «ب» هم نقاط A' و B' در یک مایع هستند و هم ترازند؛ پس فشار آن‌ها با هم برابر است و می‌توانیم بنویسیم:

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_{\text{بازدم}} = \rho gh' + P_0 \xrightarrow[\substack{\rho = 8 \text{ g/cm}^3 = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ g = 10 \text{ m/s}^2, h' = 0.3 \text{ m}}]{\rho = 8 \text{ g/cm}^3 = 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3} P_{\text{بازدم}} = 8 \times 10^3 \times 10 \times 0.3 + P_0 = 24 \times 10^3 + P_0$$

گام سوم: حالا می‌توانیم اختلاف فشار دم و بازدم این فرد کتک‌کاو را به دست آوریم:

$$P_{\text{بازدم}} - P_{\text{دم}} = (24 \times 10^3 + P_0) - (P_0 - 16 \times 10^3) = 40 \times 10^3 \text{ Pa}$$

تست و پاسخ ۶۹

چگالی جسمی کم‌تر از چگالی یک شاره است. اگر این جسم را به آرامی روی سطح این شاره قرار دهیم، جسم در چه وضعیتی قرار می‌گیرد و رابطه بین بزرگی نیروهای شناوری (F_b) و وزن جسم (W) مطابق کدام گزینه است؟

$$F_b < W, \text{ شناور, (۱)}$$

$$F_b < W, \text{ غوطه‌ور, (۳)}$$

$$F_b = W, \text{ شناور, (۲)}$$

$$F_b = W, \text{ غوطه‌ور, (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۲

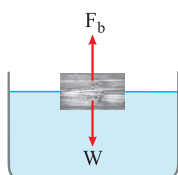
پاسخ تشریحی

با توجه به این‌که چگالی جسم کم‌تر از چگالی شاره است، پس این جسم بر روی سطح شاره شناور می‌ماند.

(رد ۳ و ۴). از طرفی چون جسم بر روی سطح شاره، شناور و در حال تعادل مانده است؛ پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که

$$F_b = W = mg$$

نیروی شناوری وارد بر جسم، هم اندازه نیروی وزن آن است.



تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر، شاره تراکم‌ناپذیری که حجم لوله را پر کرده است، در راستای افقی جاری است و شعاع مقطع لوله در قسمت A دو برابر شعاع مقطع لوله در قسمت B است. کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف) تندی شاره در قسمت B، ۲ برابر تندی شاره در قسمت A است.

ب) تندی شاره در قسمت B، ۴ برابر تندی شاره در قسمت A است.

پ) آهنگ شارش شاره در قسمت B، ۴ برابر آهنگ شارش شاره در قسمت A است.

ت) فشار شاره در قسمت B، بیشتر از فشار شاره در قسمت A است.

(۱) ب و ت

(۲) الف و پ

(۳) ت

(۴) ب



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در سؤال‌های چندموردی، مشابه این سؤال، ابتدا سراغ عبارتهایی بروید که بلد هستید و با توجه به آن‌ها، گزینه‌های

نادرست را حذف کنید.

پاسخ تشریحی عبارتهای را بررسی می‌کنیم:

«الف» و «ب»: برای این‌که نسبت تندی شاره در قسمت B به تندی آن در قسمت A را به دست آوریم، کافی است از معادله پیوستگی استفاده

کنیم. برای این کار داریم:

$$A_A v_A = A_B v_B \xrightarrow{A = \pi r^2} \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B \xrightarrow{r_A = 2r_B} (2r_B)^2 v_A = r_B^2 v_B$$

$$\Rightarrow 4 r_B^2 v_A = r_B^2 v_B \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = 4$$

پس «الف» غلطه و «ب» درسته!

پ) آهنگ شارش حجمی درون یک لوله، به صورت نسبت حجم شاره جابه‌جا شده به مدت زمان تعریف می‌شود. در حالت پایا و در مدت زمان

یکسان برای شاره تراکم‌ناپذیر، جرم و حجم یکسانی از هر مقطع لوله عبور می‌کند. پس آهنگ شارش حجمی شاره در قسمت B برابر با آهنگ

شارش حجمی شاره در قسمت A است. ✗

ت) با توجه به اصل برنولی، چون تندی شاره در قسمت B بیشتر از تندی آن در قسمت A است، پس فشار شاره در قسمت B کم‌تر از فشار

آن در قسمت A است. ✗



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۷۱

ماهواره‌ای به جرم 220 kg با تندی ثابت 9000 km/h به دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی این ماهواره چند مگاژول است؟

۶۸۷ / ۵ (۴)

۶۲۵ (۳)

۶ / ۸۷۵ (۲)

۶ / ۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره به وقت فکر نکنین از این جور سؤال‌ها توی کنکور نمیداد! اتفاقاً این سؤال مشابه کنکور تجربی ۱۴۰۲ و تمرین ۳-۱ کتاب درسی است.

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

تندی جسم (m/s) \rightarrow انرژی جنبشی (J)
جرم جسم (kg) \rightarrow

درس نامه •• انرژی جنبشی

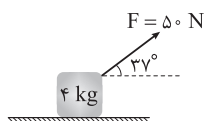
انرژی جنبشی جسمی با جرم m که با تندی v در حال حرکت است، از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

پاسخ تشریحی کافی است از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ استفاده کنیم. (فقط تبدیل واحد یادت نره!)

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow[v=9000 \text{ km/h} \xrightarrow{\times \frac{10}{36}} v=2500 \text{ m/s}}{m=220 \text{ kg}} K = \frac{1}{2} (220)(2500)^2 \Rightarrow K = 6875 \times 10^5 \text{ J} \text{ یا } K = 687.5 \text{ MJ}$$

تست و پاسخ ۷۲

در شکل زیر، به جسم ساکنی به جرم 4 kg که روی سطح افقی قرار دارد، نیروی F وارد می‌شود. اگر اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم 15 N باشد، تندی جسم پس از 2 m جابه‌جایی، به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



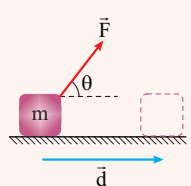
$$\frac{5\sqrt{2}}{2} \quad (۲)$$

۵ (۱)

$$10 \quad (۴)$$

$$2\sqrt{5} \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه ••• ۱) به شکل زیر نگاه کنید. اگر به جسم نیروی F را وارد کنیم و جسم به اندازه d بر روی سطح افقی

جابه‌جا شود، آن‌گاه کاری که نیروی F انجام می‌دهد، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_F = F d \cos \theta \rightarrow \text{زاویه بین نیروی } F \text{ و جابه‌جایی } d \text{ (rad)}$$

جابه‌جایی (m) نیرو (N)
کار نیروی F (J)

$$W_t = W_1 + W_2 + \dots$$

(۲) کار کل: به جمع جبری کار تک‌تک نیروهای وارد بر جسم، کار کل می‌گوییم.

قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام‌شده بر روی جسم (کار نیروی خالص وارد بر جسم) برابر با تغییرات انرژی جنبشی جسم است.

$$W_t = \Delta K$$

پاسخ تشریحی با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_{F_N}} + W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

نیروی وزن و نیروی عمودی سطح بر جابه‌جایی عمود هستند ($\theta = 90^\circ$)؛ پس کار این دو نیرو صفر است.

$$W_F + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[W_{f_k} = f_k d \cos 18^\circ, v_1 = 0 \text{ m/s}]{W_F = F d \cos 37^\circ, m = 4 \text{ kg}} F d \cos 37^\circ + f_k d \cos 18^\circ = \frac{1}{2} \times 4 v_2^2$$

$$\xrightarrow[d=2 \text{ m}, f_k=15 \text{ N}]{\cos 37^\circ = 0.8, F=50 \text{ N}} 50 \times 2 \times 0.8 + 15 \times 2 \times (-1) = 2 v_2^2 \Rightarrow 50 = 2 v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{25} = 5 \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۳

متحرکی روی یک سطح افقی در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در نقطه‌های A و B از مسیر حرکتش، یکسان باشد، کدام یک از موارد زیر الزاماً درست است؟

- (الف) در طول مسیر از نقطه A تا نقطه B، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر است.
 (ب) در طول مسیر از نقطه A تا نقطه B، نیروی خالص وارد بر جسم برابر صفر نیست.
 (پ) کار کل انجام شده بر روی جسم در طی جابه‌جایی آن از نقطه A تا نقطه B برابر صفر است.
 (ت) کار کل انجام شده بر روی جسم در طی جابه‌جایی آن از نقطه A تا نقطه B برابر صفر نیست.

(۱) الف و پ (۲) ب و پ (۳) پ (۴) ت

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{\Delta K = K_B - K_A}{K = \frac{1}{2}mv^2} \rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow{v_A = v_B} W_t = 0$$

بنابراین کار کل انجام شده بر روی جسم در طی جابه‌جایی آن از نقطه A تا نقطه B صفر است. (درستی پ و نادرستی ت) اما نیروی خالص وارد بر جسم در طول مسیر حرکتش ممکن است صفر باشد یا ممکن است صفر نباشد؛ پس نمی‌توانیم درباره نیروی خالص وارد بر جسم در طول مسیر حرکتش به طور قطعی نتیجه بگیریم. (رد الف و ب)

تست و پاسخ ۷۴

شخصی یک گلوله برفی به جرم ۱۵۰ g را از روی زمین برمی‌دارد و در راستای قائم تا ارتفاع ۱۸۰ cm بالا می‌برد و سپس در همان ارتفاع، آن را با تندی ۱۲ m/s پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلوله برف چند ژول است؟ (g = ۱۰ N/kg)

- (۱) ۱۳/۵ (۲) ۱۰/۸ (۳) ۸/۱ (۴) ۲۴/۳

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی در این جا شخص دو کار جداگانه انجام می‌دهد، یکی آن که گلوله را از سطح زمین تا ارتفاع ۱۸۰ cm بالا بیاورد. دوم آن که روی گلوله کار انجام دهد تا انرژی جنبشی پیدا کند.

$$W_1 = -W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$

$$W_2 = K - K_0 = K$$

$$W = W_1 + W_2 = mgh + K = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{m=150g=0.15kg, g=10N/kg, h=180cm=1.8m}{v=12m/s} \rightarrow W = \frac{15}{100} \times 10 \times 1.8 + \frac{1}{2} \times \frac{15}{100} \times (12)^2 = 2.7 + 10.8 = 13.5 J$$

تست و پاسخ ۷۵

از سطح زمین، جسمی به جرم ۴ kg با تندی ۲۰ m/s در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا ارتفاع بیشینه گلوله ۲۰۰ J باشد، تندی گلوله در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ (g = ۱۰ N/kg، اندازه نیروی مقاومت هوا را در تمام مسیر ثابت در نظر بگیرید.)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰√۳ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰√۲

پاسخ: گزینه ۴

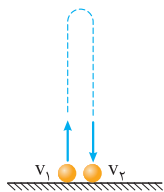


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجا که اندازه نیروی مقاومت هوا در تمام مسیر ثابت فرض شده است، نتیجه می‌گیریم که کار این نیرو در مسیر برگشت، مانند مسیر رفت برابر 200 J است؛ پس کار نیروی مقاومت هوا در کل مسیر برابر است با:

$$f_{D_{\text{کل}}} = f_{D_{\text{رفت}}} + f_{D_{\text{برگشت}}} = (-200) + (-200) = -400 \text{ J}$$



گام دوم: قضیه کار - انرژی جنبشی را برای کل مسیر می‌نویسیم. با توجه به این که جابه‌جایی گلوله صفر است، کار کل، فقط با کار نیروی مقاومت هوا برابر می‌شود و داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{f_D}} W_{f_D} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \xrightarrow{v_1 = 20 \text{ m/s}, m = 4 \text{ kg}} -400 = \frac{1}{2} \times 4 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2$$

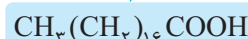
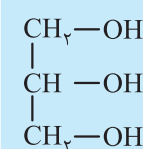
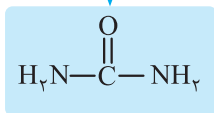
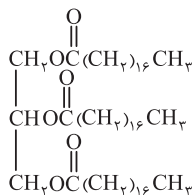
$$\Rightarrow 400 = 2v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 200 \Rightarrow v_2 = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۲۸

تست و پاسخ ۷۶

تفاوت جرم مولی اسید چرب و الکل سازنده ترکیب زیر، چند برابر جرم مولی اوره است؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$)

۱/۹ (۱)

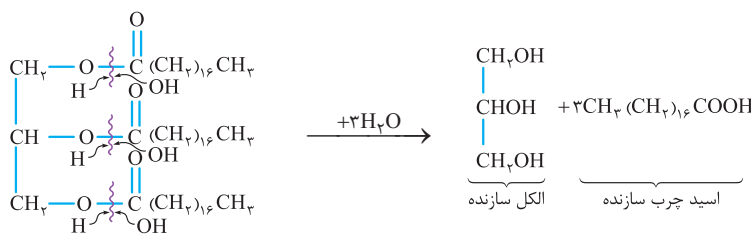
۲/۴ (۲)

۳/۲ (۳)

۳/۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول: برای تشخیص اسید چرب و الکل سازنده این استر سنگین سه‌عاملی باید پیوند یگانه بین گروه C و اکسیژن موجود

در هر سه گروه استری ($-\text{O}-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-$) را شکسته و به کربن، OH اضافه کنیم تا اسید اولیه به دست آید و همچنین به اکسیژن، H اضافه کنیم تا الکل اولیه حاصل شود. در واقع باید واکنش آبکافت این استر سه‌عاملی را بنویسیم.گام دوم: حالا با داشتن فرمول شیمیایی اسید چرب ($\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2$) و الکل سازنده استر ($\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2$)، اختلاف جرم مولی این دو ترکیب را به دست می‌آوریم:

$$\text{C}_{18}\text{H}_{36}\text{O}_2 - \text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2 = \text{C}_{11}\text{H}_{22} - \text{O} = \frac{15(12)}{15(10+2)} + 22(1) - 16 = 150 + 22 - 16 = 156 \text{ g}$$

گام سوم: جرم مولی اوره با فرمول شیمیایی $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{CO}(\text{NH}_2)_2 \text{ جرم مولی} = 1(12) + 1(16) + 2(14) + 4(1) = 60 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

گام چهارم: نسبت خواسته شده در صورت سؤال را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\text{اختلاف جرم مولی اسید چرب و الکل سازنده استر}}{\text{جرم مولی اوره}} = \frac{156}{60} = \frac{3}{2}$$

تست و پاسخ ۷۷

کدام مطلب نادرست است؟

(۱) اگر به مخلوط آب و روغن، مقداری صابون اضافه کرده و آن را هم بزنی، مخلوطی پایدار و همگن ایجاد می‌شود.

(۲) مخلوط اتیلن گلیکول در آب برخلاف شیر و ژله، نور را پخش نمی‌کند. **کلونید**(۳) رفتار کلونیدها را می‌توان رفتاری بین سوسپانسیون‌ها و محلول‌ها در نظر گرفت. **محلول**

(۴) مخلوط خاکشیر در آب همانند شربت معده، از نوع سوسپانسیون است.

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی با اضافه کردن صابون به مخلوط آب و روغن، یک کلونید ایجاد می‌شود. کلونیدها مخلوط‌هایی پایدار، ولی ناهمگن هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) مخلوط اتیلن گلیکول در آب، محلول است. محلول‌ها توانایی پخش نور را ندارند و فقط نور را از خود عبور می‌دهند، ولی شیر و ژله هر دو

کلونید هستند و کلونیدها نور را پخش می‌کنند.

(۳) درسته، مگه شک دارین؟

(۴) هر دو مخلوط ناپایدارند و با گذشت زمان ته‌نشین می‌شوند؛ بنابراین هر دو سوسپانسیون هستند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۷۸

چند مورد از مواد زیر، اسید یا باز آرنیوس محسوب می‌شود و بر اثر انحلال مول‌های برابر از کدام دو ترکیب در دو نمونه آب مقطر با حجم یکسان، محلول‌هایی با رسانایی الکتریکی به تقریب یکسان حاصل می‌شود؟ (از تغییر حجم آب، صرف نظر کنید).



(۱) ۸، NH_3 و CH_3COOH (۲) ۸، N_2O_5 و BaO (۳) ۷، HBr و NH_3 (۴) ۷، K_2O و N_2O_5

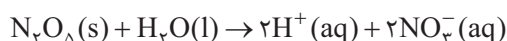
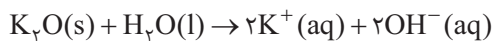
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی در بین مواد داده شده BaO ، K_2O ، NH_3 و باز آرنیوس و HBr ، N_2O_5 ، CH_3COOH و SO_3 ، اسید آرنیوس به شمار می‌روند؛ یعنی ۷ مورد. (رد ۱ و ۲)

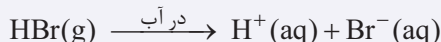
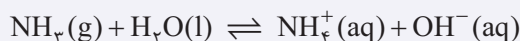
نکته ۱ لزوماً هر اکسید نافلزی، اکسید اسیدی نیست؛ به طور مثال گازهای CO ، NO و N_2O در آب به صورت مولکولی حل می‌شوند و خاصیت اسیدی ندارند.

نکته ۲ دقت کنید که الکل‌ها (ROH) به صورت مولکولی در آب حل می‌شوند و یون تولید نمی‌کنند؛ *یه وقت به اشتباه اون‌ها رو باز آرنیوس در نظر نگیرین!*

برای این که رسانایی الکتریکی دو محلول یکسان شود، باید مجموع غلظت یون‌ها در دو محلول برابر باشد. بر اثر انحلال هر مول از الکترولیت‌های قوی K_2O و N_2O_5 در آب، ۴ مول یون حاصل می‌شود؛ بنابراین رسانایی الکتریکی محلول‌های حاصل از انحلال مول‌های برابر از این دو الکترولیت، در حجم یکسان آب، به تقریب با هم برابر است.



توجه ۳ در مورد NH_3 که یک الکترولیت و باز ضعیف است و بیشتر به صورت مولکولی در آب حل می‌شود، ولی HBr یک الکترولیت و اسید قوی است و به طور کامل در آب به یون تبدیل می‌شود؛ بنابراین در محلول‌هایی با غلظت اولیه یکسان از باز و اسید مورد نظر، رسانایی الکتریکی دو محلول، یکسان نخواهد بود.



تست و پاسخ ۷۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- صابون مراغه افزودنی شیمیایی ندارد و به دلیل خاصیت اسیدی، برای موهای چرب استفاده می‌شود.
- تشکیل کف کم، هنگام استفاده از پاک‌کننده‌های صابونی در آب اهواز، یک شاهد عینی برای سختی پایین آب آشامیدنی این شهر محسوب می‌شود.
- همه اتم‌های اکسیژن در ساختار صابون‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، دارای ۳ جفت الکترون ناپیوندی هستند.
- برای جلوگیری از ایجاد لکه بر روی لباس‌ها در هنگام شست‌وشوی آن‌ها در آب سخت، می‌توان نمک‌های فسفات‌دار را به شوینده‌های صابونی اضافه کرد.

(۴) یک

(۳) چهار

(۲) سه

(۱) دو

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

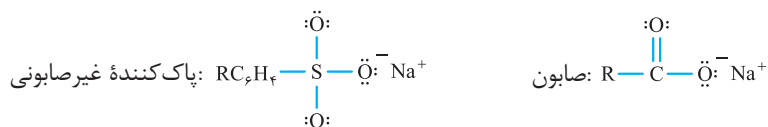
عبارت اول: صابون مراغه خاصیت بازی دارد (نه اسیدی!) و به همین دلیل برای موهای چرب استفاده می‌شود.

عبارت دوم: سختی بالای آب به دلیل وجود مقدار زیاد یون‌های کلسیم و منیزیم، سبب تشکیل رسوب صابونی و در نتیجه کم‌شدن قدرت پاک‌کنندگی صابون و کاهش مقدار کف می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت سوم: یکی از اکسیژن‌های گروه CO_3^- در پاک‌کننده صابونی، دارای دو پیوند اشتراکی و دو جفت الکترون ناپیوندی است.



عبارت چهارم: با افزودن نمک‌های فسفات به شوینده‌های صابونی، به جای صابون، این نمک‌ها با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} در آب سخت واکنش می‌دهند؛ بنابراین *دیگه فبری از رسوب‌های صابونی* $(\text{RCOO})_2\text{Ca}$ و $(\text{RCOO})_2\text{Mg}$ و ایجاد لکه روی لباس‌ها نیست.

تست و پاسخ ۸۰

با توجه به داده‌های جدول زیر که در دمای اتاق اندازه‌گیری شده‌اند، درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب کدام است؟

اسید	K_a
HA	بسیار بزرگ
HB	بزرگ
HC	$1/8 \times 10^{-5}$
HD	$1/8 \times 10^{-4}$

• در غلظت یکسان، مقایسه سرعت واکنش ۴ قطعه نوار منیزیم یکسان با محلول ۴ اسید به صورت $\text{HA} > \text{HB} > \text{HC} > \text{HD}$ است.

• اگر HD فورمیک اسید باشد، HC را می‌توان استیک اسید در نظر گرفت.

• در دمای اتاق، در محلول‌هایی با pH یکسان، غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HC، ۱۰ برابر غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HD است.

• در حجم و غلظت یکسان محلول‌ها، در دمای اتاق، حجم گاز تولیدشده پس از پایان واکنش m گرم فلز منیزیم با محلول ۴ اسید، یکسان است.

(۱) نادرست - درست - درست - نادرست

(۲) درست - درست - درست - نادرست

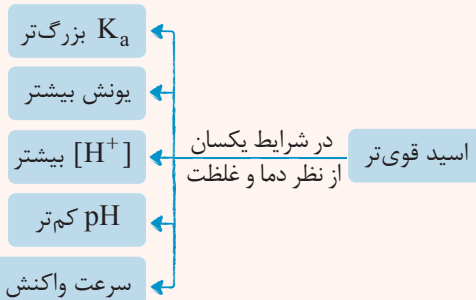
(۳) نادرست - درست - نادرست - نادرست

(۴) درست - درست - درست - نادرست

پاسخ: گزینه ۱

عبارت اول نادرست و بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

درس نامه



• اغلب فلزها با محلول اسیدها واکنش می‌دهند و گاز هیدروژن آزاد می‌کنند. سرعت این واکنش‌ها به غلظت یون هیدرونیوم موجود در محلول بستگی دارد. هر چه اسید قوی‌تر باشد، غلظت یون هیدرونیوم در محلول آن بیشتر و در نتیجه سرعت واکنش آن با فلز بیشتر خواهد بود.

• معادله واکنش فلز منیزیم با محلول اسیدهای تک‌پروتون‌دار را می‌توان به صورت زیر نشان داد. اگر جرم نوار منیزیم و حجم و غلظت محلول‌های اسیدی یکسان باشد، با توجه به استوکیومتری واکنش می‌شه فهمید که در پایان واکنش، جرم و حجم گاز H_2 آزادشده در واکنش‌ها بدون در نظر گرفتن قدرت اسیدی اسیدها، یکسان خواهد بود.

$\text{Mg} + 2\text{HA} \rightarrow \text{MgA}_2 + \text{H}_2$

با توجه به واکنش، چه اسید قوی باشد، چه ضعیف، به ازای مصرف ۱ مول Mg و یا ۲ مول اسید یک‌ظرفیتی، در نهایت ۱ مول گاز H_2 تولید می‌شود. هر چند تا قبل از پایان واکنش، سرعت تولید گاز در ظرف حاوی اسید قوی‌تر، بیشتر است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

• با توجه به جدول، ترتیب ثابت یونش اسیدها به صورت $\text{HA} > \text{HB} > \text{HD} > \text{HC}$ است؛ بنابراین سرعت واکنش نوار منیزیم با محلول HD بیشتر از HC است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

● فورمیک اسید (HCOOH)، اسیدی قوی‌تر از استیک اسید (CH₃COOH) بوده و K_a آن از K_a استیک اسید بزرگ‌تر است؛ پس این عبارت **درسته!**

● وقتی pH دو محلول یکسان است، یعنی [H⁺] در دو محلول یکسان می‌باشد؛ بنابراین با توجه به مقادیر K_a دو اسید و رابطه ثابت تعادل آن‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{K_a(\text{HD})}{K_a(\text{HC})} = \frac{\frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HD}]_{\text{تعادلی}}}}{\frac{[\text{H}^+]^2}{[\text{HC}]_{\text{تعادلی}}}} \Rightarrow \frac{1/8 \times 10^{-4}}{1/8 \times 10^{-5}} = \frac{[\text{HC}]_{\text{تعادلی}}}{[\text{HD}]_{\text{تعادلی}}}$$

غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HC، ۱۰ برابر غلظت مولکول‌های یونیده‌نشده HD است. \Rightarrow تعادلی [HD] = ۱۰ تعادلی [HC]

● با توجه به این که جرم فلز منیزیم (m گرم) یکسان و غلظت و حجم و در نتیجه مول هر ۴ اسید تک‌ظرفیتی با هم برابر است، پس از پایان واکنش (و بدون توجه به سرعت واکنش‌ها)، حجم گاز هیدروژن تولیدشده در واکنش‌ها برابر خواهد بود؛ زیرا با توجه به معادله کلی واکنش فلز منیزیم با اسیدهای تک‌ظرفیتی، به ازای مصرف ۱ مول Mg، ۲ مول اسید (HX) مصرف شده و ۱ مول H₂ تولید می‌شود.



تکنیک با مشخص شدن نادرستی عبارت اول، ۲ و ۴؛ پُر! تفاوت ۱ و ۳ در درست یا نادرست بودن عبارت سوم است؛ پس در ادامه، فقط با بررسی عبارت سوم می‌تونی گزینه صحیح رو پیدا کنی و اصلاً نیازی نیست عبارت‌های دوم و چهارم رو بررسی کنی.

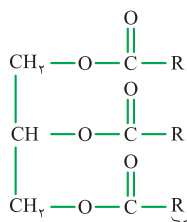
تست و پاسخ ۸۱

هر مولکول از یک استر سنگین سه‌عاملی دارای ۱۵۵ اتم است. نسبت شمار اتم‌های کربن به اکسیژن در فرمول مولکولی این ترکیب کدام است و فرمول صابون مایع حاصل از این استر، کدام می‌تواند باشد؟ (زنجیرهای هیدروکربنی استر را یکسان و سیرشده در نظر بگیرید.)



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی می‌تونیم خیلی راحت از طریق رسم ساختار کلی استر سنگین سه‌عاملی به جواب برسیم.



بخش مشابه در همه استرهای سه‌عاملی ۱۷ اتم (۶ اتم کربن)

$$\text{R} = \text{C}_n\text{H}_{2n+1} \quad \text{R} : \text{C}_n\text{H}_{2n+1} \Rightarrow n + 2n + 1 = 3n + 1 = 46 \Rightarrow n = 15$$

گام اول: به دست آوردن فرمول گروه‌های آلکیل:

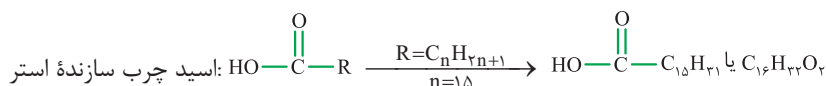
$$\begin{aligned} \text{تعداد اتم‌ها در ۳ گروه آلکیل} &= \text{تعداد اتم‌های بخش مشابه در همه استرها} - \text{تعداد کل اتم‌ها در ساختار} \\ &= 155 - 17 = 138 \Rightarrow \text{مجموع شمار اتم‌ها در هر گروه R} = \frac{138}{3} = 46 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{شمار اتم‌های C}}{\text{شمار اتم‌های O}} = \frac{\overbrace{(3 \times 15)}^{\text{شمار اتم‌های C در بخش مشابه}} + 6}{6} = \frac{51}{6} = 8.5$$

گام دوم: محاسبه خواسته قسمت اول سؤال:

قسمت دوم سؤال: گام اول: صابون، نمک اسید چرب است؛ پس برای به دست آوردن فرمول صابون، ابتدا باید فرمول اسید چرب سازنده این

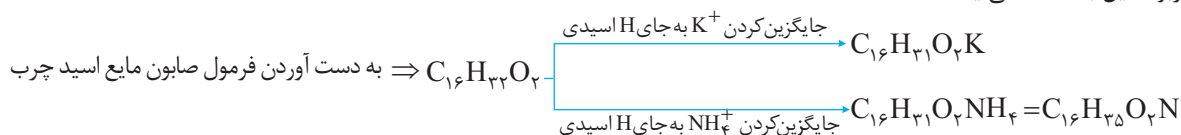
استر سنگین را به دست آوریم. خیلی راحت با شکستن پیوند (—O—C(=O)—) در ساختار استر و اتصال گروه OH به کربن، اسید چرب سازنده استر به دست می‌آید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: صابون مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسید چرب است که فرمول آن از جایگزین کردن کاتیون های K^+ و NH_4^+ به جای هیدروژن گروه کربوکسیل به دست می آید.



تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- به موادی مانند اتانول و شکر که انحلال آن‌ها در آب به صورت مولکولی است، غیرالکترولیت و به محلول آن‌ها، محلول غیرالکترولیت گفته می‌شود.
- معادله انحلال یونی آلومینیم نیترات در آب به صورت $Al(NO_3)_3(s) \rightarrow Al^{3+}(l) + 3NO_3^-(l)$ است.
- فلزها و گرافیت، رسانای الکترونی هستند و رسانایی آن‌ها برخلاف محلول آبی سدیم کلرید، توسط الکترون‌ها انجام می‌شود.
- اگر در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول A کم‌تر از محلول B باشد، به یقین شمار یون‌ها در محلول A کم‌تر از شمار یون‌ها در محلول B است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۱

۱) ۲

پاسخ: گزینه ۲

فقط عبارت دوم نادرست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: درست! به موادی که در آب، به صورت کاملاً مولکولی حل شده و بر اثر انحلال، یون تولید نمی‌کنند، غیرالکترولیت و به محلول آبی آن‌ها، محلول غیرالکترولیت می‌گویند؛ مثل اتانول و شکر.

عبارت دوم: بر اثر انحلال ترکیب یونی $Al(NO_3)_3$ در آب، یون‌های سازنده شبکه بلور یونی، تفکیک و آب پوشیده (aq) می‌شوند؛ بنابراین معادله درست انحلال آلومینیم نیترات در آب به صورت مقابل می‌باشد:

$$Al(NO_3)_3(s) \rightarrow Al^{3+}(aq) + 3NO_3^-(aq)$$

عبارت سوم: علت رسانایی فلزها و گرافیت، حرکت الکترون‌ها و علت رسانایی محلول‌های الکترولیت (مانند محلول آبی سدیم کلرید) حرکت آزادانه یون‌هاست. عبارت چهارم: در شرایط یکسان، هر چه شمار یون‌های موجود در یک محلول بیشتر باشد، رسانایی الکتریکی آن محلول بیشتر است.

تست و پاسخ ۸۳

با توجه به جدول داده شده در دمای $25^\circ C$ ، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

(الف) غلظت مولی یون هیدرونیوم در شیره معده، ۲۵ برابر غلظت این یون در شیر ترش شده است.

(ب) تنها در یکی از سامانه‌های داده شده، $[OH^-]$ بیشتر از $[H^+]$ است.

(پ) pH بزاق دهان، به تقریب ۴ برابر pH پرتقال است.

(ت) غلظت یون هیدروکسید در شربت معده، ۱۰ برابر غلظت یون هیدرونیوم در بزاق دهان است.

۲) الف - ب

۱) ب - ت

۴) الف - پ

۳) پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

$$pH_{\text{شیره معده}} = 1/3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-1/3} = 10^{-2} \times 10^{0/3} \xrightarrow{\log 5 = 0/7} \frac{10^{-2} \times 10^{0/7}}{10^{0/7} = 1} = 5 \times 10^{-2} \quad (\text{الف})$$

$$pH_{\text{شیر ترش شده}} = 2/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2/7} = 10^{-3} \times 10^{0/3} \xrightarrow{\log 2 = 0/3} \frac{10^{-3} \times 10^{0/3}}{10^{0/3} = 1} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \frac{[H^+]_{\text{شیره معده}}}{[H^+]_{\text{شیر ترش شده}}} = \frac{5 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}} = 25$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

ب) به طور کلی در دمای 25°C داریم:

$\text{pH} < 7$	$[\text{H}^+] > 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ $[\text{OH}^-] < 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$	در محلول‌های اسیدی $[\text{H}^+] > [\text{OH}^-]$
$\text{pH} = 7$	$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$	در آب خالص و محلول‌های خنثی
$\text{pH} > 7$	$[\text{H}^+] < 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$ $[\text{OH}^-] > 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$	در محلول‌های بازی $[\text{OH}^-] > [\text{H}^+]$

بنابراین در بین سامانه‌های داده‌شده، تنها شربت معده محلول بازی است و در آن $[\text{H}^+] < [\text{OH}^-]$ است.

$$[\text{H}^+]_{\text{بزاز دهان}} = 2 \times 10^{-6} \xrightarrow{\text{pH} = -\log[\text{H}^+]} \text{pH}_{\text{بزاز دهان}} = -\log 2 \times 10^{-6} = 6 - \log 2 = 6 - 0.3 = 5.7 \quad (\text{پ})$$

$$[\text{H}^+]_{\text{پرتقال}} = 5 \times 10^{-3} \Rightarrow \text{pH}_{\text{پرتقال}} = -\log 5 \times 10^{-3} = 3 - \log 5 = 3 - 0.7 = 2.3$$

$$\Rightarrow \frac{\text{pH}_{\text{بزاز دهان}}}{\text{pH}_{\text{پرتقال}}} = \frac{5.7}{2.3} < 4$$

$$\text{pH}_{\text{شربت معده}} = 10/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10/3} = 10^{-11} \times 10^{1/3} \xrightarrow{\frac{\log 5 = 0.7}{10^{1/3} = 5}} = 5 \times 10^{-11} \quad (\text{ت})$$

$$\frac{[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}}{\Rightarrow} [\text{OH}^-]_{\text{شربت معده}} = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-11}} = \frac{1}{5} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{OH}^-]_{\text{شربت معده}}}{[\text{H}^+]_{\text{بزاز دهان}}} = \frac{2 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-6}} = 100$$

تست و پاسخ ۸۴

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- در واکنش‌های برگشت پذیر، همه واکنش دهنده (ها) به فرآورده (ها) تبدیل نمی‌شود.
- در محلول هیدروفلوئوریک اسید، در یک گستره زمانی معین، شمار مولکول‌های اسید یونیده شده با شمار مولکول‌های اسید تولید شده از پیوستن یون‌های هیدرونیوم و فلئورید به یکدیگر، برابر است.
- در واکنش در حال تعادل $\text{A(g)} \rightleftharpoons 2\text{B(g)}$ ، سرعت مصرف واکنش دهنده با سرعت مصرف فرآورده برابر است.
- خواص و ویژگی‌های ظاهری یک سامانه تعادلی با گذشت زمان تغییر می‌کند.

۴ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: در هنگام تعادل، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است، نه الزاماً سرعت مصرف واکنش دهنده (ها) و فرآورده (ها) با هم. سرعت واکنش‌های رفت یا برگشت از تقسیم سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش بر ضریب استوکیومتری آن‌ها به دست می‌آید. در واکنش تعادلی $\text{A(g)} \rightleftharpoons 2\text{B(g)}$ ، ضرایب استوکیومتری مواد با هم برابر نیست؛ بنابراین برای این واکنش در هنگام تعادل، داریم:

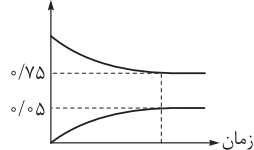
$$\left. \begin{array}{l} \bar{R}_{\text{واکنش رفت}} = \frac{\bar{R}_A \text{ مصرف}}{1} = \frac{\bar{R}_B \text{ تولید}}{2} \\ \bar{R}_{\text{واکنش برگشت}} = \frac{\bar{R}_B \text{ مصرف}}{2} = \frac{\bar{R}_A \text{ تولید}}{1} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{در هنگام تعادل}} \bar{R}_{\text{رفت}} = \bar{R}_{\text{برگشت}} \Rightarrow \frac{\bar{R}_A \text{ مصرف یا تولید}}{1} = \frac{\bar{R}_B \text{ تولید یا مصرف}}{2}$$

عبارت چهارم: در هنگام تعادل سرعت واکنش‌های رفت و برگشت با هم برابر است و به همین دلیل خواص ظاهری (ماکروسکوپی) سامانه از جمله غلظت، رنگ و ... ثابت می‌ماند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۸۵

غلظت (mol.L⁻¹)

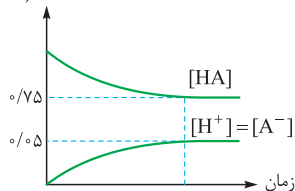
نمودار مقابل غلظت گونه‌های موجود در محلول اسیدی HA را پس از یونش، نشان می‌دهد. ثابت یونش اسید کدام است و اگر حجم محلول را با افزودن آب مقطر ۴ برابر کنیم، درجه یونش اسید در محلول رقیق‌شده چه مقدار خواهد شد؟ (دما را ثابت در نظر بگیرید.)

$$(1) \quad 0.25 - 3/125 \times 10^{-3} \quad (2) \quad 0.125 - 3/125 \times 10^{-3} \quad (3) \quad 0.125 - 3/333 \times 10^{-3} \quad (4) \quad 0.25 - 3/333 \times 10^{-3}$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

برای قسمت اول سؤال، با توجه به نمودار می‌توان دریافت که غلظت تعادلی هر یک از یون‌های H⁺ و A⁻ در محلول برابر ۰/۵ مولار و غلظت تعادلی اسید HA برابر ۰/۷۵ مولار است؛ بنابراین خواهیم داشت:

غلظت (mol.L⁻¹)

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]_{\text{تعادلی}}} = \frac{0.5 \times 0.5}{0.75} = \frac{25 \times 10^{-4}}{75 \times 10^{-2}} = \frac{1}{3} \times 10^{-2} = 0.3333 \times 10^{-2} = 3/333 \times 10^{-3}$$

برای قسمت دوم سؤال، با توجه به این که دما ثابت است، مقدار K_a تغییر نمی‌کند (K_{a1} = K_{a2}) و هم‌چنین با ۴ برابر کردن حجم محلول، غلظت اولیه اسید (با توجه به فرمول $\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \text{غلظت مولار}$)، برابر می‌شود، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$M_1 = [\text{HA}]_{\text{تعادلی}} + [\text{H}^+] = 0.75 + 0.5 = 0.8 \text{ mol.L}^{-1} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{[\text{H}^+]_1}{M_1} = \frac{0.5}{0.8} = \frac{5}{8} \\ K_{a1} &= K_{a2} \Rightarrow M_1 \alpha_1^2 = M_2 \alpha_2^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\frac{M_2}{M_1} = \frac{1}{4}} \left(\frac{5}{8}\right)^2 = \frac{1}{4} \times \alpha_2^2 \Rightarrow \alpha_2 = \sqrt{4 \times \left(\frac{5}{8}\right)^2} = 2 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{4} = \frac{1}{8} = 0.125$$

نکته با کاهش غلظت محلول اسیدهای ضعیف، درجه یونش آن‌ها در محلول افزایش می‌یابد.

$$K_a = \frac{M}{\alpha^2} \quad \text{یا} \quad \alpha^2 \propto \frac{1}{M} \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \right)$$

↑ افزایش ↓ کاهش ثابت

تست و پاسخ ۸۶

چند گرم هیدروژن کلرید در ۲ لیتر آب مقطر ۲۵ درجه سلسیوس حل شود تا pH آن به ۲/۳ برسد و در این محلول، غلظت مولی یون هیدرونیوم چند برابر یون هیدروکسید است؟ (از تغییر حجم آب چشم‌پوشی شود؛ $\text{H} = 1, \text{Cl} = 35/5; \text{g.mol}^{-1}$)

$$(1) \quad 2/5 \times 10^9 - 3/65 \quad (2) \quad 2/5 \times 10^8 - 3/65 \quad (3) \quad 2/5 \times 10^8 - 0/365 \quad (4) \quad 2/5 \times 10^9 - 0/365$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره برای قسمت اول سؤال، از روی pH محلول، [H⁺] و بعد غلظت اولیه اسید (M) رو به دست بیار. با داشتن

غلظت (M) و حجم (V) محلول HCl، مول HCl و جرم اون رو حساب کن. برای قسمت دوم سؤال هم، با توجه به این که در دمای ۲۵°C، حاصل ضرب غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید در آب و محلول‌های آبی برابر ۱۰^{-۱۴} است، خیلی راحت با داشتن [H⁺] محلول، [OH⁻] و بعد نسبت خواسته‌شده رو به دست بیار.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا از روی pH غلظت یون هیدرونیوم را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{pH} = 2/3 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2/3} = 10^{-3} \times 10^{0/7} \xrightarrow{\frac{\log 5 = 0/7}{10^{0/7} = 5}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

گام دوم: حالا غلظت اولیه اسید (همان M) را حساب می‌کنیم. HCl یک اسید قوی ($\alpha = 1$) تک پروتون دار است؛ بنابراین:

$$[\text{H}^+] = M \Rightarrow M = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

گام سوم: برای به دست آوردن مقدار جرم HCl، ابتدا شمار مول آن را به دست آورده و با استفاده از کسر تبدیل به جرم آن می‌رسیم.

$$\text{مول HCl} = 10^{-2} \text{ mol HCl} \Rightarrow \text{مول HCl} = \frac{\text{مول HCl}}{2} = 5 \times 10^{-3} = \frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \text{غلظت مولار}$$

$$10^{-2} \text{ mol HCl} \times \frac{36/5 \text{ gHCl}}{1 \text{ mol HCl}} = 0/365 \text{ gHCl}$$

گام چهارم: با استفاده از $[\text{H}^+]$ و فرمول زیر، می‌توانیم $[\text{OH}^-]$ و بعد خواسته مسئله را به دست آوریم.

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-3}} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow \frac{[\text{H}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-12}} = 2/5 \times 10^9$$

تست و پاسخ ۸۷

چه تعداد از مطالب داده شده، درباره مواد زیر درست است؟

<p>I) $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{11}\text{SO}_3^- \text{Na}^+$</p> <p>پاک‌کننده غیرصابونی</p>	<p>II) NaOH</p> <p>سود سوز آور (دارای خاصیت خوردگی)</p>
<p>III) $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{16}\text{COOH}$</p> <p>اسید چرب</p>	<p>IV) $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{O}_2^- \text{Na}^+$</p> <p>صابون</p>
	<p>V) HCl</p> <p>جوهرنمک (دارای خاصیت خوردگی)</p>

• نام ترکیب‌های (II) و (V) به ترتیب سود سوز آور و جوهرنمک است که از نظر شیمیایی فعال هستند و خاصیت خوردگی دارند.

• از واکنش مواد (II) و (III) می‌توان ماده (IV) را تهیه کرد و فرآورده دیگر این واکنش، مولکول متانول است.

• (I) و (IV) به ترتیب پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی هستند که ردپای کربن دی‌اکسید در فرایند تولید (I) از (IV) بیشتر است.

• مواد (I) و (IV) براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند، اما مواد (II) و (V) افزون بر این برهم‌کنش، با آلاینده‌ها واکنش نیز می‌دهند.

• مخلوط آلومینیم و ترکیب (II)، که به شکل محلول عرضه می‌شود برای باز کردن مجاری مسدود شده در صنعت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی: ترکیب (I) یک پاک‌کننده غیرصابونی است. ترکیب (II) سدیم هیدروکسید یا سود سوز آور است که بازی قوی بوده و از نظر

شیمیایی فعال و خوردنده است. ترکیب (III) یک اسید چرب و ترکیب (IV)، یک پاک‌کننده صابونی است. ترکیب (V) نیز هیدروکلریک اسید

یا جوهرنمک است که اسیدی قوی بوده و خوردنده است.

بررسی عبارت‌های دوم، سوم و پنجم:

عبارت دوم: از واکنش اسید چرب با سدیم هیدروکسید، صابون و آب تولید می‌شود (نه متانول!)، در ضمن صابون حاصل از واکنش مواد II و III

۱۸ کربنه است، نه ۱۷ کربنه! و فرمول شیمیایی آن $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{O}_2^- \text{Na}^+$ (یا $\text{C}_{17}\text{H}_{35}\text{COONa}$) می‌باشد.

عبارت سوم: پاک‌کننده صابونی منشأ گیاهی یا جانوری دارد، ولی پاک‌کننده غیرصابونی از واکنش مواد پتروشیمیایی (از جمله بنزن) طی

واکنش‌های پیچیده به دست می‌آید؛ بنابراین ردپای کربن دی‌اکسید در تولید پاک‌کننده‌های غیرصابونی بیشتر است.

عبارت پنجم: مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید به شکل پودر عرضه می‌شود و نه محلول!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۸۸

در دمای معین، در محلول اسید ضعیف HB، به ازای حل شدن ۴۰۰ مولکول از این اسید در آب، نسبت شمار یون‌های ایجاد شده به شمار مولکول‌های یونیده نشده برابر $\frac{2}{19}$ است. در این دما، در محلول ۰/۰۱ مولار این اسید، درجه یونش اسید و pH محلول به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$۴/۷ - ۰/۱۲ \quad (۴) \quad ۳/۳ - ۰/۱۲ \quad (۳) \quad ۴/۷ - ۰/۰۵ \quad (۲) \quad ۳/۳ - ۰/۰۵ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به معادله یونش اسید HB در آب، اگر از ۴۰۰ مولکول اولیه، X مولکول آن یونیده شود، X ذره H^+ و X ذره B^- تولید می‌شود؛ بنابراین شمار یون‌های ایجاد شده برابر ۲X و شمار مولکول‌های یونیده نشده اسید برابر $400 - X$ خواهد بود.



قبل از یونش اسید	۴۰۰	۰	۰
تغییر:	-X	+X	+X

پس از یونش اسید (تعادلی)	$400 - X$	X	X
--------------------------	-----------	---	---

گام دوم: مطابق فرض سؤال نسبت داده شده را نوشته و مقدار X را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{شمار یون‌های ایجاد شده}}{\text{شمار مولکول‌های یونیده نشده}} = \frac{2}{19} \Rightarrow \frac{2X}{400 - X} = \frac{2}{19} \Rightarrow 19X = 400 - X$$

$$\Rightarrow 20X = 400 \Rightarrow X = 20$$

گام سوم: اولین خواسته سؤال، درجه یونش اسید است که با استفاده از فرمول، آن را حساب می‌کنیم.

$$\alpha = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده اسید}}{\text{شمار کل مولکول‌های حل شده اسید}} = \frac{20}{400} = 0/05$$

گام چهارم: برای خواسته دوم سؤال هم، $[H^+]$ را به دست آورده و از روی آن مقدار pH را محاسبه می‌کنیم.

$$[H^+] = M\alpha = 0/01 \times 0/05 = 5 \times 10^{-4}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 5 \times 10^{-4} = 4 - \log 5 = 4 - 0/7 = 3/3$$

تست و پاسخ ۸۹

جرم یکسان از دو اسید قوی HA و HX را به ترتیب در ۲۰۰ و ۴۰۰ میلی‌لیتر آب مقطر حل می‌کنیم. اگر pH محلول HA، ۰/۷ واحد بزرگ‌تر از pH محلول HX باشد، جرم مولی HA چند برابر جرم مولی HX است؟ (حجم محلول‌ها را با حجم آب مقطر، برابر در نظر بگیرد.)

$$۱۰ \quad (۴) \quad ۰/۵ \quad (۳) \quad ۲/۵ \quad (۲) \quad ۰/۴ \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی pH محلول اسید HA، ۰/۷ واحد بزرگ‌تر از pH محلول اسید HX است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$pH_{HA} - pH_{HX} = 0/7 \Rightarrow -\log[H^+]_{HA} - (-\log[H^+]_{HX}) = 0/7$$

$$\Rightarrow \log \frac{[H^+]_{HX}}{[H^+]_{HA}} = 0/7 \Rightarrow \frac{[H^+]_{HX}}{[H^+]_{HA}} = 10^{0/7} = 5$$

$$\frac{[H^+]_{HX}}{[H^+]_{HA}} = 5 \Rightarrow \frac{M_{HX}}{M_{HA}} = 5$$

با توجه به این که هر دو اسید، قوی و تک‌پروتون دار هستند، پس:

با توجه به فرمول غلظت مولار (مول‌حل شونده / حجم محلول) می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{mol HX}}{\text{L HX(aq)}} = 5 \Rightarrow \frac{\text{mol HX} \times 0/2}{\text{mol HA} \times 0/4} = 5 \Rightarrow \frac{\text{mol HX}}{\text{mol HA}} = 10$$



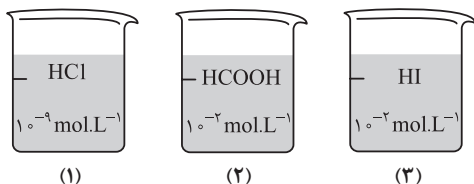
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

با استفاده از فرمول $(\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \text{مول})$ و با توجه به این که جرم اسید HA و HX یکسان است، خواهیم داشت: جرم HA = جرم HX

$$\Rightarrow \text{جرم مولی HA} \times \text{مول HA} = \text{جرم مولی HX} \times \text{مول HX} \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی HA}}{\text{جرم مولی HX}} = \frac{\text{مول HX}}{\text{مول HA}} = 10$$

تست و پاسخ ۹۰



با توجه به شکل‌های مقابل که محلول‌های اسیدی با غلظت معین و حجم مشخص (۱ دسی لیتر) را در دمای 25°C نشان می‌دهند، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

• اگر یک pH سنج دیجیتال را در محلول شماره ۱ قرار دهیم، عدد ۹ روی صفحه نمایشگر آن مشاهده می‌شود.

• اگر با افزودن آب مقطر، حجم محلول‌های ۲ و ۳ به ۱۰۰۰ میلی لیتر برسد، pH هر دو محلول، یک واحد افزایش می‌یابد.

• pH محلول و درجه یونش اسید در ظرف ۱ بیشتر از ظرف ۲ است.

• رسانایی الکتریکی مخلوط ظرف ۱ و ۲ از ظرف ۳ بیشتر بوده و تعداد یون‌های چنداتی در ظرف ۲ از بقیه بیشتر است.

۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

نکته pH محلول اسیدها نمی‌تواند بالاتر از ۷ باشد و در محلول‌های اسیدی بسیار رقیق که غلظت یون هیدرونیومشان، کم‌تر از غلظت یون هیدرونیوم در آب خالص است ($[\text{H}^+] < 10^{-7} \text{ mol.L}^{-1}$)؛ برای محاسبه $[\text{H}^+]$ ، از مقدار غلظت یون هیدرونیوم آب نباید صرف نظر کرد.

غلظت یون هیدرونیوم اسید برابر 10^{-9} و غلظت یون هیدرونیوم آب برابر 10^{-7} است؛ پس $[\text{H}^+]$ موجود در محلول (۱) کمی بیشتر از 10^{-7} بوده و pH محلول کمی کم‌تر از ۷ است.

عبارت دوم:

نکته تغییرات pH محلول اسیدهای قوی و ضعیف با رقیق کردن آن‌ها:

۱) اگر محلول یک اسید قوی را رقیق کنیم (حجم آن را از V_1 به V_2 برسانیم)، pH افزایش یافته و به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\Delta\text{pH} = \log(\text{چند مرتبه رقیق شدن}) = \log \frac{V_2}{V_1}$$

۲) اگر محلول یک اسید ضعیف ($\alpha < 0.05$ یا $K_a < 10^{-5}$) را رقیق کنیم (حجم آن را از V_1 به V_2 برسانیم)، pH افزایش یافته و

به صورت مقابل تغییر می‌کند:

$$\Delta\text{pH} = \frac{1}{n} \log(\text{چند مرتبه رقیق شدن}) = \frac{1}{n} \log \frac{V_2}{V_1}$$

فقط برای اسیدهای قوی (مثل HI) با n برابر رقیق شدن، pH به اندازه $\log n$ افزایش می‌یابد. برای اسیدهای ضعیف (مثل HCOOH)، pH به اندازه $\frac{1}{n} \log n$ افزایش می‌یابد.

$$(۳) \Rightarrow \Delta\text{pH} = \log \frac{V_2}{V_1} = \log \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ dL}} = \log \frac{1 \text{ L}}{0.1 \text{ L}} = \log 10 = 1$$

$$(۲) \Rightarrow \Delta\text{pH} = \frac{1}{2} \log \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2} \log \frac{1}{0.1} = \frac{1}{2} \log 10 = \frac{1}{2} = 0.5$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

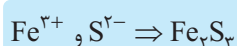


عبارت سوم: غلظت یون هیدرونیوم در محلول ظرف ۱ بسیار پایین بوده و در نتیجه pH آن بیشتر است. از طرفی اسید ظرف (۱)، قوی تر از اسید ظرف (۲) است؛ بنابراین درجه یونش اسید ظرف (۱) نیز بیشتر است.
عبارت چهارم: رسانایی الکتریکی محلول ظرف ۳ از دو ظرف دیگر و از مخلوط آن‌ها نیز بیشتر است. غلظت یون هیدرونیوم نیز که یون چنداتی است، در ظرف ۳ از بقیه بیشتر است.

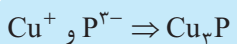
توجه هر چند یون متانوات (HCOO^-) موجود در ظرف ۲، یون چنداتی به شمار می‌آید، اما به دلیل ثابت یونش پایین متانواتیک اسید، تعداد یون‌های چنداتی ظرف ۲ کم‌تر از ظرف ۳ است.

شیمی دهم: صفحه‌های ۴۵ تا ۸۴

تست و پاسخ ۹۱



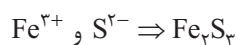
اگر زیروندها در فرمول شیمیایی ترکیبی از O و N همانند زیروندها در سولفیدی از آهن با بالاترین ظرفیت باشد، نام ترکیب بوده و اگر مجموع زیروندها در فرمول شیمیایی فسفید فلز مس با پایین‌ترین ظرفیت با مجموع زیروندها در اکسیدی از گوگرد برابر باشد، نام ترکیب است.



- (۱) دی‌نیتروژن تری‌اکسید - گوگرد دی‌اکسید
(۲) نیتروژن مونوکسید - گوگرد تری‌اکسید
(۳) نیتروژن مونوکسید - گوگرد دی‌اکسید
(۴) دی‌نیتروژن تری‌اکسید - گوگرد تری‌اکسید

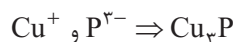
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی با توجه به این که آهن دارای دو یون Fe^{2+} و Fe^{3+} است، فرمول سولفیدی از آن با بالاترین ظرفیت فلز، به صورت Fe_7S_8 است:



بنابراین فرمول اکسید نیتروژن به صورت N_4O_3 بوده و نام آن دی‌نیتروژن تری‌اکسید است.

با توجه به این که مس دارای دو یون Cu^+ و Cu^{2+} است، فرمول فسفیدی از آن با پایین‌ترین ظرفیت فلز، به صورت Cu_3P است:



$$4 = 3 + 1 = \text{مجموع زیروندها}$$

گوگرد دارای دو اکسید معروف به فرمول‌های SO_2 و SO_3 است که فقط در گوگرد تری‌اکسید (SO_3)، مجموع زیروندها برابر ۴ است.

تست و پاسخ ۹۲

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

گاز آرگون

(الف) از گاز نجیب با بیشترین درصد فراوانی در هواکره، برای خنک کردن قطعات در تصویربرداری‌های پزشکی استفاده می‌شود.

گاز آرگون

(ب) از گاز نجیب تهیه‌شده در پتروشیمی شیراز در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌شود.

گاز نیتروژن

(پ) از گاز با بیشترین درصد مولی در ترکیب هوای مایع، در صنعت برای گندزدایی و انجماد میوه‌ها استفاده می‌شود.

(ت) بر اثر شرجی شدن هوا، درصد حجمی گاز اکسیژن نسبت به گاز کریپتون، کاهش بیشتری پیدا می‌کند.

افزایش رطوبت هوا
(افزایش درصد حجمی بخار آب در هوا)

(۲) الف - پ

(۴) ب - ت

(۱) الف - ت

(۳) ب - پ

پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) فراوان‌ترین گاز نجیب هواکره آرگون است، اما از هلیوم برای خنک کردن قطعات دستگاه‌های تصویربرداری پزشکی استفاده می‌شود، نه آرگون!

(ب) گاز آرگون با خلوص بالا در پتروشیمی شیراز از تقطیر جزء به جزء هوای مایع تهیه می‌شود. از این گاز در ساخت لامپ‌های رشته‌ای استفاده می‌شود.

(پ) با توجه به قوانین مربوط به گازها، می‌دانیم که در دما و فشار معین، درصد حجمی یک گاز در یک مخلوط با درصد مولی آن برابر است.

نیتروژن بیشترین درصد حجمی و در نتیجه بیشترین درصد مولی هوای مایع را تشکیل می‌دهد، اما در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها استفاده می‌شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(ت) درصد حجمی O_2 در هوای پاک و خشک (21٪) است، خیلی خیلی بیشتر از کریپتون (0.0001٪) است. اضافه شدن بخار آب به هوای پاک و خشک، درصد حجمی O_2 را به میزان بیشتری نسبت به کریپتون کم می‌کند.

$$A \text{ درصد حجمی گاز} = \frac{\text{حجم گاز A}}{\text{حجم مخلوط گازی}} \times 100 \quad \left(\begin{array}{l} \text{شرجی شدن هوا (افزایش رطوبت هوا)} \\ \text{افزایش حجم مخلوط گازی هوا} \end{array} \right)$$

$$A \text{ درصد حجمی گاز} \downarrow = \frac{\text{حجم گاز A (ثابت)}}{\text{حجم مخلوط گازی} \uparrow} \times 100$$

هر چه درصد حجمی گاز A در مخلوط گازی بیشتر باشد، با تغییر (افزایش) حجم مخلوط گازی، درصد حجمی گاز A بیشتر تغییر (کاهش) می‌یابد.

تست و پاسخ ۹۳

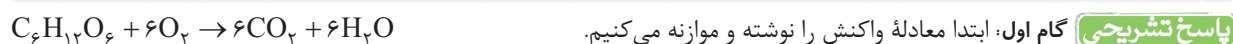
در واکنش اکسایش گلوکز در بدن، نسبت جرمی آب تولیدشده به گلوکز مصرف شده کدام است و در این فرایند، به ازای چند مول گاز اکسیژن،

$$79/2 \text{ گرم گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؟ (H = 1, C = 12, O = 16: g.mol}^{-1}\text{)}$$

$$1/8 - 0/1 \quad 0/3 - 0/1 \quad 1/8 - 0/1 \quad 0/3 - 0/6 \quad 1/8 - 0/6 \quad 0/3 - 0/6$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره برای حل کردن این سؤال، نیازه که شما به فرمول‌های شیمیایی و واکنش‌های کتاب درسی مخصوصاً واکنش‌های سوختن و اکسایش مسلط باشید! در واکنش اکسایش ترکیب‌های آلی اکسیژن دار مثل گلوکز ($C_6H_{12}O_6$)، CO_2 و H_2O تولید می‌شوند.



نکته نسبت جرم تولید یا مصرف شده دو ماده در یک واکنش (A و B)، همواره مقدار ثابتی است و از روی نسبت مولی آن‌ها در معادله

$$\text{موازنه شده به دست می‌آید.} \quad \text{جرم مولی} \times \frac{A}{B} = \frac{\text{جرم مولی}}{B} \times \frac{A}{B} \Rightarrow \text{جرم مولی} \times \text{مول} = \text{جرم} \Rightarrow \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{مول}}{B}$$

گام دوم: در این جا، با توجه به ضرایب H_2O و $C_6H_{12}O_6$ ، می‌توان گفت نسبت مول H_2O تولیدی به $C_6H_{12}O_6$ مصرفی، برابر $\frac{6}{1}$ است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم مولی } H_2O \times \text{مول تولیدی}}{\text{جرم مولی } C_6H_{12}O_6 \times \text{مول مصرفی}} = \frac{6}{1} \Rightarrow \frac{18 \times 6}{180 \times 1} = \frac{6}{1} \Rightarrow 0/6$$

گام سوم: برای قسمت دوم سؤال، از روی جرم کربن دی‌اکسید به شمار مول‌های اکسیژن می‌رسیم.

$$\text{روش اول: استفاده از کسر تناسب:} \quad \frac{\text{مول}}{O_2} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{CO_2} \Rightarrow \frac{x}{6 \times 1} = \frac{79/2}{6 \times 44} \Rightarrow x = \frac{19/8}{11} = 1/8 \text{ mol } O_2$$

$$79/2 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{6 \text{ mol } O_2}{6 \text{ mol } CO_2} = 1/8 \text{ mol } O_2 \quad \text{روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:}$$

تست و پاسخ ۹۴

چند مورد از موارد زیر، درست است؟

- رنگ شعله حاصل از سوختن گوگرد با رنگ شعله سوختن کامل گاز طبیعی یکسان است. آبی ←
- گاز دواتمی که از سوختن ناقص هیدروکربن‌ها حاصل می‌شود، سبک‌تر از هواست. CO ←
- نوع فراورده‌ها در سوختن کامل یا ناقص هیدروکربن‌ها به دمای انجام واکنش بستگی دارد.
- در فرایند سوختن زغال سنگ، فقط بخار آب و کربن دی‌اکسید تولید می‌شود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

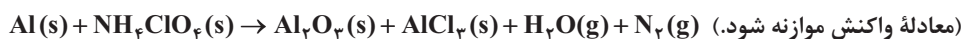


پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: رنگ شعله حاصل از سوختن گوگرد همانند رنگ شعله سوختن کامل گاز طبیعی، آبی است.
عبارت دوم: کربن مونوکسید (CO) گاز دواتمی حاصل از سوختن ناقص هیدروکربن‌هاست که چگالی آن کم‌تر از هوا بوده و سبک‌تر از هواست.
عبارت سوم: نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن هیدروکربن‌ها، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد، اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، سوختن ناقص انجام شده و گاز CO همراه با دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد.
عبارت چهارم: زغال سنگ در حضور اکسیژن می‌سوزد و افزون بر تولید گازهای CO، CO₂ و بخار آب (H₂O)، گاز SO₂ نیز تولید می‌کند.

تست و پاسخ ۹۵

در مخلوطی از آلومینیم و آمونیوم پرکلرات (NH₄ClO₄)، واکنش زیر انجام شده و این دو ماده به طور کامل مصرف می‌شوند. به تقریب چند درصد از جرم نمونه جامد در این فرایند، کاسته می‌شود؟ (H = ۱, C = ۱۲, N = ۱۴, O = ۱۶, Al = ۲۷, Cl = ۳۵ / ۵ : g.mol⁻¹)



۸۰ (۴)

۵۲ (۳)

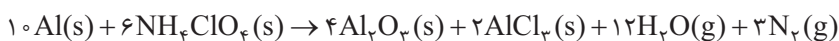
۳۰ / ۸ (۲)

۸ / ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره با توجه به این که کاهش جرم ایجاد شده مربوط به فراورده‌های گازی شکل است، بعد از موازنه واکنش، براساس ضرایب استوکیومتری، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های جامد و مجموع جرم فراورده‌های گازی رو به دست بیار و نسبت جرم گازهای حاصل به جامد اولیه رو محاسبه کن و درصد بگیر.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش رو موازنه می‌کنیم.



گام دوم: مجموع جرم واکنش‌دهنده‌های جامد را با توجه به ضرایب استوکیومتری به دست می‌آوریم. جرم آلومینیم

$$= 10 \times 27 = 270 \text{ g}$$

$$= 6 \times (1(14) + 4(1) + 1(35/5) + 4(16)) = 6 \times 117/5 = 705 \text{ g}$$

گام سوم: کاهش جرم ایجاد شده به علت خروج فراورده‌های گازی است. اکنون باید مجموع جرم این فراورده‌های گازی را نیز با توجه به ضرایب

$$= 12 \times (2(1) + 1(16)) = 12 \times 18 = 216 \text{ g}$$

$$= 3 \times (2(14)) = 3 \times 28 = 84 \text{ g}$$

گام چهارم: درصد کاهش جرم نمونه جامد در این واکنش، از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\text{کاهش جرم مخلوط}}{\text{جرم نمونه جامد}} \times 100 = \frac{300}{975} \times 100 \xrightarrow{\times \frac{4}{4} \text{ (جهت راحت‌تر شدن محاسبات)}} = \frac{4}{4} \times \frac{300}{975} \times 100 = \frac{12000}{3900} \times 100 = 30.77 \approx 30.77\%$$

$$\Rightarrow \approx \frac{12}{40} \times 100 = 30$$

درصد کاهش جرم نمونه جامد اندکی از ۳۰٪ بیشتر است که می‌شه (۲).

تست و پاسخ ۹۶

Ar و O₂, N₂H₂O و CO₂

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• در مراحل جداسازی اجزای هواکره، ترکیب‌ها زودتر از عناصر جدا می‌شوند.

• درصد حجمی هلیوم در گاز طبیعی، حدود ۱۴۰۰ برابر درصد حجمی آن در هواکره (۰/۰۰۰۵ درصد) است. $\approx 7\%$

• همه اجزای هواکره، در اثر تقطیر جزء به جزء هوای مایع در ستون تقطیر جداسازی می‌شوند.

• در اثر تقطیر جزء به جزء هوای مایع، گاز اکسیژن به صورت خالص به دست می‌آید.

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

فقط عبارت اول درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در فرایند جداسازی اجزای هواکره، با سرد کردن هوا، قبل از رسیدن به دمای -200°C و تشکیل هوای مایع، به ترتیب H_2O و CO_2 (ترکیب‌های هواکره) به حالت جامد درمی‌آیند و از هوا جدا می‌شوند.
عبارت دوم: ۷ درصد حجمی گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد که ۱۴۰۰۰ برابر درصد حجمی آن در هواکره است.

$$\frac{\text{درصد حجمی He در گاز طبیعی}}{\text{درصد حجمی He در هواکره}} = \frac{7}{0.0005} = 14000$$

عبارت سوم: نه کی گفته؟! مثلاً H_2O و CO_2 طی فرایند سرد کردن هوا، به شکل جامد قبل از مایع شدن هوا از مخلوط گازی جدا می‌شوند.
عبارت چهارم: به دلیل تفاوت بسیار کم نقطه جوش Ar و O_2 ، جداسازی آن‌ها از هم، کامل نبوده و تهیه اکسیژن صد در صد خالص در این فرایند دشوار است.

تست و پاسخ ۹۷

چند مورد از عبارت‌های داده شده، جمله زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«مطابق قانون پایستگی جرم، در یک واکنش شیمیایی موازنه شده،»

(الف) مجموع شمار اتم‌های سمت راست با مجموع شمار اتم‌های سمت چپ واکنش برابر است

(ب) هیچ مولکولی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید

(پ) مجموع شمار مول‌های مواد واکنش دهنده با مجموع شمار مول فراورده‌ها برابر است

(ت) ضرایب استوکیومتری همه مواد شرکت کننده در واکنش، نمی‌تواند برابر یک باشد

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

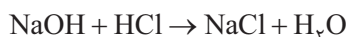
۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

فقط عبارت «الف» درست است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

(الف) در واکنش‌های شیمیایی، اتمی از بین نمی‌رود و به وجود هم نمی‌آید، بنابراین بدیهی است که مجموع شمار اتم‌های سمت راست با مجموع شمار اتم‌های سمت چپ واکنش برابر باشد. (ب) در یک واکنش شیمیایی، ممکن است مولکول (های) واکنش دهنده تجزیه شده و یا در اثر انجام واکنش، مولکول‌های جدید با خواص متفاوت تولید شوند. (پ) لزوماً تعداد مول‌های مواد واکنش دهنده و فراورده با هم برابر نیست؛ مثلاً در واکنش $2\text{NH}_3 \rightarrow \text{N}_2 + 3\text{H}_2$ ، مجموعاً ۴ مول واکنش دهنده به ۲ مول فراورده تبدیل می‌شود. (ت) در یک واکنش شیمیایی موازنه شده، ضریب استوکیومتری همه مواد شرکت کننده در واکنش می‌تواند برابر یک باشد؛ مانند واکنش مقابل:



تست و پاسخ ۹۸

با توجه به واکنش: $\text{S}_2\text{Cl}_2(\text{l}) + \text{NH}_3(\text{g}) \rightarrow \text{S}_2\text{N}_4(\text{s}) + \text{S}_8(\text{s}) + \text{NH}_4\text{Cl}(\text{s})$ ، کدام مطلب نادرست است؟ (معادله واکنش موازنه شود).

(۱) تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها و مجموع ضرایب مواد گوگردار موجود در معادله، برابر ۶ است.

(۲) مجموع ضرایب استوکیومتری ترکیب‌های مولکولی دوتایی موجود در معادله واکنش، کم‌تر از نصف شمار الکترون‌های ظرفیتی یکی از دگرشکل‌های گوگرد در واکنش است.

(۳) به ازای تشکیل ۰/۰۶۲۵ مول S_2N_4 ، معادل عدد آووگادرو، مولکول آمونیاک مصرف می‌شود.

(۴) در مخلوطی از واکنش دهنده‌ها با نسبت‌های مولی برابر، شمار پیوندهای اشتراکی در S_2Cl_2 بیشتر از آمونیاک است.

یعنی یک مول آمونیاک

(مولکول $\text{NH}_3 \times 10^{23} \times 0.2 = 6 \times 10^{22}$ mol)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره توی کنکورهای اخیر، طراح‌ها علاقه زیادی به موازنه، به خصوص موازنه واکنش‌هایی با تعداد مواد شرکت کننده زیاد، پیدا کردن! پس موازنه واکنش‌های شلوغ و سخت رو تا جایی که ممکنه تمرین کن!

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



معادله موازنه شده واکنش این پوریاست:

بررسی گزینه‌ها:

۱) مجموع ضرایب استوکیومتری فراورده‌ها برابر ۱۴ و مجموع ضرایب مواد گوگردار (یعنی S_2Cl_2 ، S_4N_4 و S_8) برابر ۸ است: $14 - 8 = 6$

۲) دگرشکل گوگرد در واکنش، S_8 است که شمار الکترون‌های ظرفیتی آن برابر ۴۸ است ($S_8 = 8(6) = 48$)؛ همچنین مجموع ضرایب استوکیومتری ترکیب‌های مولکولی دوتایی (یعنی S_2Cl_2 ، NH_3 و S_4N_4) برابر ۲۳ می‌باشد؛ بنابراین مقایسه صورت گرفته درست است، یعنی $23 < \frac{48}{2}$.

$$\left(\frac{1}{16} = 0.0625\right)$$

$$0.0625 \text{ mol } S_4N_4 \times \frac{16 \text{ mol } NH_3}{1 \text{ mol } S_4N_4} = 1 \text{ mol } NH_3 = 6 / 0.2 \times 10^{23} NH_3 \text{ مولکول}$$

۳) روش اول: رسم ساختار لوویس: در هر مولکول از S_2Cl_2 ، ۳ پیوند اشتراکی ($\begin{array}{c} \text{Cl} \\ | \\ \text{S} - \text{S} \\ | \\ \text{Cl} \end{array}$) و در هر مولکول NH_3 نیز ۳ پیوند

اشتراکی ($\begin{array}{c} \text{N} \\ | \\ \text{H} - \text{N} - \text{H} \\ | \\ \text{H} \end{array}$) وجود دارد؛ بنابراین در نسبت‌های مولی برابر از این دو ماده، شمار پیوندهای اشتراکی یکسان وجود دارد.

روش دوم:

نکته بدون رسم ساختار لوویس مولکول‌هایی که از قاعده هشت تایی پیروی می‌کنند، می‌توان شمار پیوندهای اشتراکی موجود در ساختار

آن‌ها را به دست آورد: $\frac{\text{مجموع تعداد الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای آنها}}{2} = \text{شمار کل پیوندهای اشتراکی در یک مولکول}$

$$= \frac{(4 \times \text{تعداد C یا بقیه عنصرهای گروه 14}) + (2 \times \text{تعداد N یا بقیه عنصرهای گروه 15}) + (2 \times \text{تعداد O یا بقیه عنصرهای گروه 16}) + (1 \times \text{تعداد H یا اتم عنصرهای گروه 17})}{2}$$

$$S_2Cl_2 \text{ در پیوندها} = \frac{(2 \times 2) + (2 \times 1)}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad NH_3 \text{ در پیوندها} = \frac{(1 \times 3) + (3 \times 1)}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

تست و پاسخ ۹۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- رد پای کربن دی‌اکسید در تولید مقدار معینی برق با استفاده از انرژی خورشید، کم‌تر از گرمای زمین است. $255K = -18^\circ C$
- اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به ۲۵۵ کلوین کاهش می‌یافت.
- در شیمی سبز، فرایندها و فراورده‌هایی جست‌وجو می‌شوند که بتوان به کمک آن‌ها کیفیت زندگی را افزایش داد و از طبیعت محافظت کرد.
- بخش عمده‌ای از پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین گسیل می‌شوند، به وسیله مولکول‌های گازی به فضا برمی‌گردند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: میزان کربن دی‌اکسید تولیدشده با استفاده از انرژی خورشید بیشتر از گرمای زمین است.

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغال‌سنگ > ترتیب رد پای کربن دی‌اکسید منابع تولید برق

عبارت چهارم: بخش عمده پرتوهای خورشیدی که به سمت زمین

گسیل می‌شوند، به وسیله زمین جذب می‌شوند.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۱۰۰

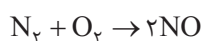
کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) مقدار گاز اوزون در لایه‌های هواکره از جمله تروپوسفر و استراتوسفر ناچیز است.
- (۲) علت سمی و خطرناک بودن اوزون تروپوسفری را می‌توان به واکنش پذیر بودن آن نسبت داد.
- (۳) رنگ قهوه‌ای روشن هوای آلوده کلان‌شهرها به دلیل وجود گاز دی‌نیتروژن اکسید است.
- (۴) گاز اکسیژن به طور مستقیم و گاز نیتروژن به طور غیرمستقیم در تشکیل اوزون تروپوسفری نقش دارند.

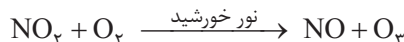
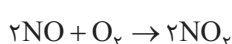
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

- (۱) درسته که به منطقه مشخصی از استراتوسفر که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد، لایه اوزون می‌گویند؛ اما این به این معنی نیست که مقدار اوزون در استراتوسفر زیاده. در کل مقدار اوزون در هواکره ناپیژه!
- (۲) کاملاً درسته، اوزون (O_3) از اکسیژن (O_2) واکنش‌پذیرتر است و به همین علت، این ماده، آلاینده‌ای سمی و خطرناک به شمار می‌آید.
- (۳) علت رنگ قهوه‌ای هوای آلوده کلان‌شهرها، وجود گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) در هواکره است. در ضمن نام درست دی‌نیتروژن اکسید، دی‌نیتروژن مونوکسید (N_2O) است.



(۴) واکنش‌های منجر به تولید اوزون تروپوسفری عبارت‌اند از:



همان‌طور که می‌بینید گاز نیتروژن فقط در واکنش اول حضور دارد، پس به صورت غیرمستقیم در تولید اوزون تروپوسفری (واکنش سوم) نقش دارد، اما اکسیژن، اولاً در همه مراحل هست و ثانیاً به عنوان یکی از مواد اولیه در واکنش تولید اوزون تروپوسفری (واکنش سوم) حضور دارد؛ بنابراین اکسیژن نقش مستقیم دارد!

تست و پاسخ ۱۰۱

در یک سیلندر با پیستون متحرک، یک نمونه گاز AB وجود دارد که بر اثر گرما مطابق واکنش $AB(g) \rightarrow A_2(g) + B_2(g)$ ، تجزیه می‌شود. اگر دما در مقیاس کلون را در فشار ثابت، دو برابر کنیم، کدام تغییر روی می‌دهد؟ (معادله موازنه شود.)

- (۱) حجم پیستون نصف می‌شود.
- (۲) حجم پیستون دو برابر می‌شود.
- (۳) حجم پیستون کم‌تر از دو برابر می‌شود.
- (۴) حجم پیستون بیشتر از دو برابر می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی معادله موازنه‌شده واکنش به صورت $2AB(g) \rightarrow A_2(g) + B_2(g)$ است و بر اثر تجزیه دو مول گاز AB، دو مول گاز هم تولید می‌شود؛ یعنی با انجام واکنش، تعداد مول‌های گازی تغییری نمی‌کند؛ از طرفی فشار نیز ثابت است. مطابق قانون گازها، در فشار ثابت، حجم گاز با دمای آن بر حسب کلون رابطه مستقیم دارد، پس خواهیم داشت:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = 2 \Rightarrow \text{حجم پیستون دو برابر می‌شود.}$$

تست و پاسخ ۱۰۲

در یک شهر، سالانه ۳ میلیون لیتر بنزین (C_8H_{18}) توسط خودروها سوزانده می‌شود. جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده در اثر سوختن کامل این مقدار بنزین در یک سال به تقریب چند تن است و برای از بین بردن ردپای کربن دی‌اکسید ناشی از سوخت این خودروها، چند درخت تنومند لازم است؟ (چگالی بنزین 0.76 g.mL^{-1} و یک درخت تنومند سالانه حدود ۵۰ کیلوگرم کربن دی‌اکسید مصرف می‌کند،



$$1408000 - 74000 \quad (4)$$

$$1480000 - 70400 \quad (3)$$

$$1480000 - 74000 \quad (2)$$

$$1408000 - 70400 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره اول از همه، معادله سوختن بنزین رو بنویس و موازنه کن و از لیتر بنزین، جرم CO_2 تولیدی رو به دست بیار. برای قسمت دوم هم فقط کافیه جرم CO_2 برحسب kg رو به 50° تقسیم کنی.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله سوختن کامل بنزین را می نویسیم و موازنه می کنیم: $\text{C}_8\text{H}_{18}(\text{l}) + \frac{25}{2}\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 8\text{CO}_2(\text{g}) + 9\text{H}_2\text{O}(\text{g})$

توجه لازم نبود که معادله واکنش رو کامل بنویسیم و موازنه کنیم! در واکنش سوختن کامل هیدروکربن ها، اگر ضریب هیدروکربن را یک بگیریم، ضریب CO_2 برابر زیروند کربن در اون هیدروکربن می شه؛ یعنی $1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18} \sim 8 \text{ mol CO}_2$

گام دوم: حالا از لیتر بنزین به جرم CO_2 می رسیم.

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{C}_8\text{H}_{18}} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{CO}_2} \Rightarrow \frac{114 \times 1}{128 \times 8} = \frac{x}{8 \times 44}$$

$$\Rightarrow x = 20 \times 8 \times 44 \times 10^6 \text{ g} \xrightarrow{1 \text{ g} = 10^{-6} \text{ ton}} = 7040 \text{ ton CO}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$3 \times 10^6 \text{ L C}_8\text{H}_{18} \times \frac{10^3 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ L C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}}{1 \text{ mL C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{8 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ ton CO}_2}{10^6 \text{ g CO}_2} = 7040 \text{ ton CO}_2$$

گام سوم: در یک سال 7040 تن (معادل $7,040,000$ کیلوگرم) کربن دی اکسید توسط خودروها تولید می شود. هر درخت توانایی حذف 50 kg کربن دی اکسید را در سال دارد، پس:

$$7040000 \text{ kg CO}_2 \times \frac{1 \text{ درخت}}{50 \text{ kg CO}_2} = 140800 \text{ درخت}$$

تست و پاسخ ۱۰۳

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) برگشت پذیر بودن تبدیل اوزون به اکسیژن، باعث ثابت ماندن مقدار اوزون در لایه تروپوسفر می شود.
 (ب) اگر دمای ظرفی حاوی مخلوط مایع اکسیژن و اوزون را به تدریج افزایش دهیم، اکسیژن دیرتر از مخلوط جدا می شود.
 (پ) از بین رفتن جانداران ذره بینی درون آب با اوزون و سالم ماندن جانداران ذره بینی در مجاورت اکسیژن را می توان به تفاوت ساختار O_3 و O_2 نسبت داد.

(ت) نسبت تعداد پیوندهای اشتراکی به تعداد اتمها در مولکول اوزون بیشتر از گاز اکسیژن است.

(ث) در چرخه تشکیل اوزون در استراتوسفر، در هنگام تبدیل گاز اکسیژن به اوزون، پرتو فروسرخ آزاد می شود.

(۱) الف - پ - ث (۲) الف - ب - ث (۳) پ - ث (۴) پ - ث

پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «پ» و «ث» درست هستند.

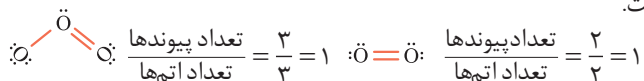
پاسخ تشریحی بررسی همه عبارت ها:

(الف) واکنش برگشت پذیر تبدیل اوزون به اکسیژن مربوط به لایه استراتوسفر است، نه تروپوسفر!

(ب) نقطه جوش اکسیژن کم تر از اوزون است. در مخلوط های مایع بر اثر افزایش تدریجی دما، گونه ای که نقطه جوش کم تری دارد (گاز اکسیژن) زودتر از مخلوط خارج می شود.

(پ) از بین رفتن جانداران ذره بینی توسط اوزون و سالم ماندن آن ها در مجاورت اکسیژن، نشان دهنده واکنش پذیری بیشتر اوزون نسبت به اکسیژن است که این امر به تفاوت در ساختارشان برمی گردد.

(ت) با توجه به ساختارهای رسم شده، این نسبت برای هر دو، برابر است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



(ث) چرخه اوزون در لایه استراتوسفر شامل دو مرحله مقابل است:



تست و پاسخ ۱۰۴

نمونه‌هایی از $CaCO_3(s)$ و $KClO_3(s)$ با نسبت مولی ۲ به ۱، مطابق واکنش‌های زیر تجزیه می‌شوند. اگر اختلاف جرم فراورده‌های جامد برابر ۳۷/۵ گرم باشد، مجموع حجم گازهای تولیدشده در دو واکنش در شرایط STP، چند لیتر است؟

$$(Ca = 40, K = 39, Cl = 35.5, O = 16 : g.mol^{-1})$$



$$78 / 4 (4)$$

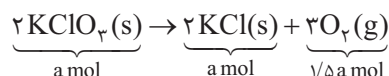
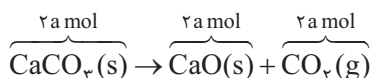
$$67 / 2 (3)$$

$$39 / 2 (2)$$

$$33 / 6 (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: اگر شمار مول‌های $KClO_3$ را برابر a در نظر بگیریم، طبق فرض سؤال، شمار مول‌های $CaCO_3$ برابر $2a$ خواهد بود. از آن جایی که در یک واکنش مواد متناسب با ضریب استوکیومتری‌شان تولید یا مصرف می‌شوند، پس می‌توانیم بنویسیم:



گام دوم: طبق فرمول $(\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \text{مول})$ ، مقدار جرم فراورده‌های جامد هر واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم } CaO = \text{مول } CaO \times \text{جرم مولی } CaO = 2a \times 56 = 112a \text{ g}$$

$$\text{جرم } KCl = \text{مول } KCl \times \text{جرم مولی } KCl = a \times 74.5 = 74.5a \text{ g}$$

$$112a - 74.5a = 37.5 \Rightarrow a = 1$$

گام سوم: اختلاف جرم فراورده‌های جامد برابر ۳۷/۵ گرم است، پس داریم:

گام چهارم: در مجموع در این دو واکنش $3/5a$ که برابر $3/5$ مول است، گاز تولید می‌شود (۲ مول CO_2 و $1/5$ مول O_2) که با استفاده از فرمول $(\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی}} = \text{مول})$ مقدار حجم گازها را به دست می‌آوریم (در شرایط STP حجم مولی گازها برابر 22.4 L.mol^{-1} است).

$$\text{حجم گازها} = \text{مجموع مول} \times \text{حجم مولی} = 3/5 \times 22.4 = 78.4 / 4 \text{ L}$$

تست و پاسخ ۱۰۵

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) آمونیاک تولیدشده در فرایند هابر با رسیدن دما و فشار به شرایط بهینه، به آسانی قابل جداسازی است.

(ب) هابر، دما و فشار مناسب در مجاورت کاتالیزگر آهن را به عنوان شرایط بهینه تولید آمونیاک در نظر گرفت.

(پ) مقایسه نقطه جوش مواد شرکت‌کننده در فرایند هابر به صورت $N_2 > H_2 > NH_3$ است.

(ت) در شرایط بهینه فرایند هابر، نمی‌توان تمام هیدروژن و نیتروژن شرکت‌کننده در واکنش را به آمونیاک تبدیل کرد.

(۴) ب - ب - پ - ت

(۳) پ - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ب - پ - ت

پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌های «الف» و «ت»:

(الف) در فرایند هابر، پس از ایجاد شرایط بهینه، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود، ولی همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نمی‌شود و در ظرف واکنش، هر سه گاز N_2 و H_2 واکنش نداده NH_3 تولیدی، وجود دارند. در این مرحله با سرد کردن مخلوط واکنش تا دمای کمی کم‌تر از نقطه جوش NH_3 ، آمونیاک به شکل مایع از مخلوط جدا می‌شود.

(ت) در فرایند هابر، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود، اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهند شد، زیرا این واکنش $(N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3)$ برگشت‌پذیر است.