



مرکز آموزشی مآرت

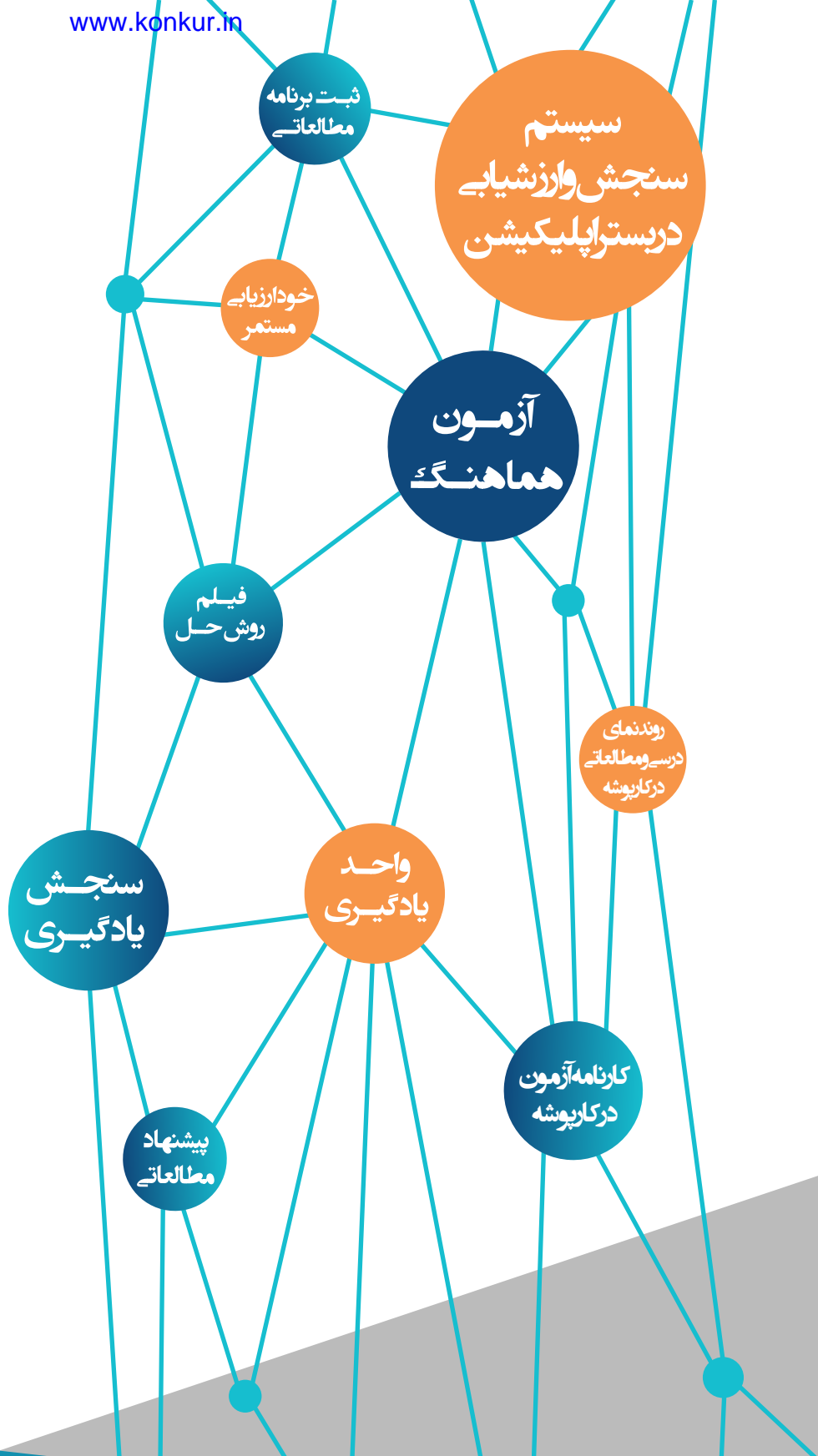
سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون

هماهنگ

شماره
۲

دفترچه سوال و پاسخ
دوازدهم ریاضی



ردیف	مواد آزمون	تعداد سوال	محتوای آزمون دوازدهم	محتوای آزمون دهم و یازدهم
۱	حسابان	۱۸	فصل ۱ و فصل ۲ (درس ۱)	ریاضی ۱: فصل ۲ حسابان ۱: فصل ۴ (درس‌های ۱ تا ۳)
۲	هندسه	۱۱	فصل ۱	هندسه ۱: فصل ۳
۳	ریاضیات گسسته	۱۱	فصل ۱ (درس‌های ۱ و ۲)	آمار و احتمال: فصل ۲ (درس‌های ۱ و ۲)
۴	فیزیک	۳۵	فصل ۱ و فصل ۲ (تا ابتدای تکانه)	فیزیک ۱: فصل ۳ و فصل ۴ (تا ابتدای گرما)
۵	شیمی	۳۰	فصل ۱	شیمی ۱: فصل ۲ (از ابتدای واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم تا پایان فصل)



۱. اگر دو تابع f و g با دامنه‌های $D_f = [-3, 5]$ و $D_g = [-2, 4]$ مفروض باشند، دامنه تابع $f(2x-1) \times g(\frac{x}{2}-1)$ کدام است؟

① $[-1, 3]$

② $[-2, 14]$

③ $[-4, 12]$

④ $[1, 3]$

پاسخ

۱

میدانید

دامنه هر تابع، محدوده x در آن تابع است که با تغییرات x می‌تواند تغییر کند ولی محدوده ورودی تابع یعنی عبارتی که در داخل پرانتز مقابل تابع نوشته می‌شود، همواره ثابت است.

$$D_{f(x)} = [-3, 5] \Rightarrow (f \text{ ورودی تابع } f) x \in [-3, 5]$$

$$D_{g(x)} = [-2, 4] \Rightarrow (g \text{ ورودی تابع } g) x \in [-2, 4]$$

$$D_{f(2x-1)}: -3 \leq 2x-1 \leq 5 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

ورودی

$$D_{g(\frac{x}{2}-1)}: -2 \leq \frac{x}{2}-1 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 10$$

حال برای دامنه ضرب، باید اشتراک دامنه‌ها را محاسبه کنیم:

$$\text{دامنه نهایی} = [-1, 3]$$

فیلم پاسخ



فصل ۱: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

تبدیل نمودار تابع

مقدماتی

۲. با فرض $y = f(x - 1)$ ، نمودار $y = \frac{1}{4}f(-2x + 1)$

نسبت به نمودار تابع اول چه تغییراتی دارد؟

دو واحد به راست منتقل و سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منبسط و نسبت به محور x ها قرینه و در راستای محور y ها، دو برابر منبسط می کنیم.

۳) دو واحد به چپ منتقل و سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منبسط و نسبت به محور y ها قرینه و در راستای محور y ها، دو برابر منبسط می کنیم.

دو واحد به راست منتقل و سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منقبض و نسبت به محور y ها قرینه و در راستای محور y ها، دو برابر منقبض می کنیم.

دو واحد به چپ منتقل و سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منقبض و نسبت به محور y ها قرینه و در راستای محور y ها، دو برابر منقبض می کنیم.

۴) باید به جای x مقادیری قرار دهیم تا به تابع جدید برسیم:

$$f(x - 1) \xrightarrow{x \rightarrow x+2} f(x + 1) \xrightarrow{x \rightarrow 2x} f(2x + 1)$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow -x} f(-2x + 1) \xrightarrow{f(x) \times \frac{1}{4}} \frac{1}{4} f(-2x + 1)$$

ابتدا تابع را دو واحد به چپ منتقل کرده و سپس در راستای محور x ها، ۲ برابر منقبض و سپس نسبت به محور y ها قرینه کرده و در راستای محور y ها، ۲ برابر منقبض می کنیم.

فیلم پاسخ



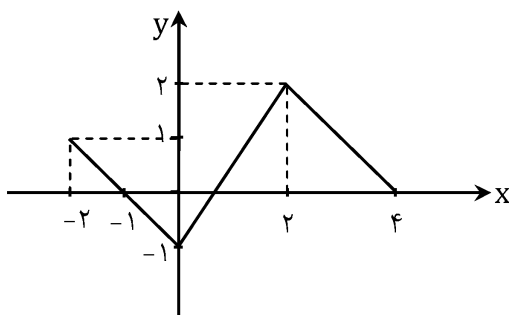
فصل ۱: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

تبدیل نمودار تابع

پیشرفته

۳. نمودار تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر، داده شده است. معادله $|f(\frac{x}{p}) - 1| = m$ به ازای کدام مقدار m ، دارای ۳ ریشه است؟



$$m = 0$$

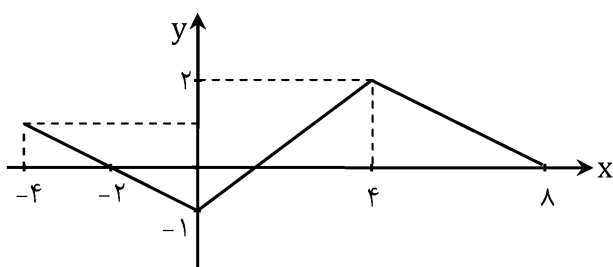
$$m = \frac{1}{2}$$

$$m = 1$$

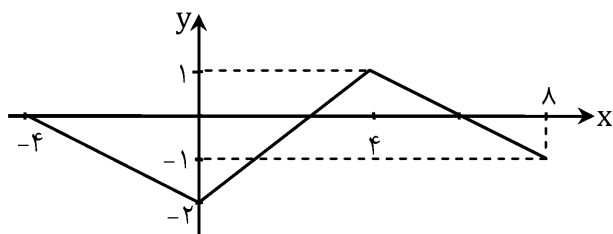
$$m = \frac{3}{2}$$

۱ ابتدا نمودار $f(\frac{x}{p})$ و سپس $f(\frac{x}{p}) - 1$ را رسم می‌کنیم.

برای رسم $f(\frac{x}{p})$ باید نمودار در راستای محور x ها، دو برابر منبسط شود:



حال باید نمودار را در راستای محور y ها یک واحد به پایین منتقل کنیم:



حال $|f(\frac{x}{p}) - 1| = m$ را رسم می‌کنیم:

فیلم پاسخ

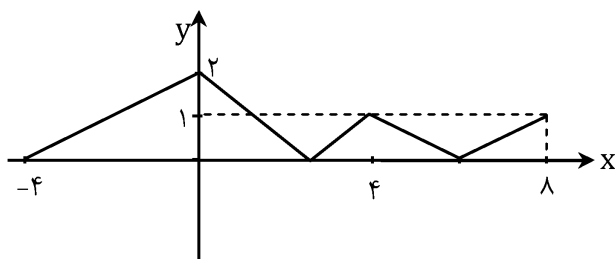


فصل ۱: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

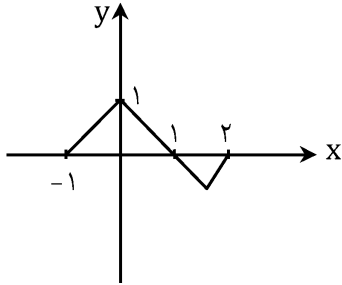
تبدیل نمودار تابع

پیشرفته



برای اینکه این تابع، خط $y = m$ را در ۳ نقطه قطع کند، باید $m = ۰$ باشد.

۴. اگر نمودار $y = f(2x + 1)$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $\sqrt{xf(x-1)}$ برابر با کدام گزینه است؟



$$[0, 4] \cup \{6\}$$

$$[-1, 0] \cup [4, 6]$$

$$[0, 1] \cup \{-1, 2\}$$

$$[0, 2] \cup \{3\}$$

۱ شرط دامنه آنست که: $xf(x-1) \geq 0$

حال باید نمودار $f(x-1)$ را رسم کنیم. اگر x تابع اولیه را I در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$x \in I \Rightarrow \underbrace{2x+1}_{\text{ورودی}} \in 2I+1$$

محدوده ورودی f ثابت است، پس داریم:

$$x-1 \in 2I+1 \Rightarrow x \in 2I+2$$

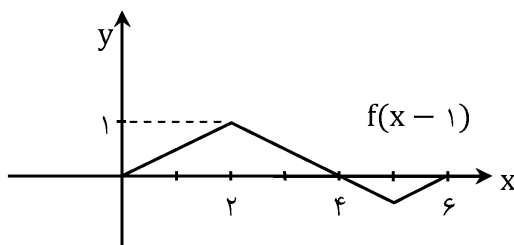
پس x جدید بر حسب x قدیم (یعنی I) بدست آمده است. حال متناظر نقاط اصلی را بدست می آوریم:

$$(-1, 0) \rightarrow (0, 0)$$

$$(0, 1) \rightarrow (2, 1)$$

$$(1, 0) \rightarrow (4, 0)$$

$$(2, 0) \rightarrow (6, 0)$$



فیلم پاسخ



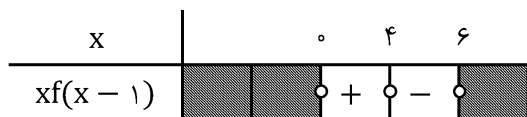
فصل ۱: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

تبدیل نمودار تابع

پیشرفته

حال تعیین علامت را انجام می‌دهیم:

پس دامنه، برابر با $\{6\} \cup [0, 4]$ خواهد بود.

فصل ۱: تابع

درس ۲: تابع درجه سوم و چندجمله‌ای

تابع درجه سوم و چندجمله‌ای

مقدماتی

۵ با فرض $f(x) = -x^3$ ، نمودار $y = af(x + b) + c$ با کدام

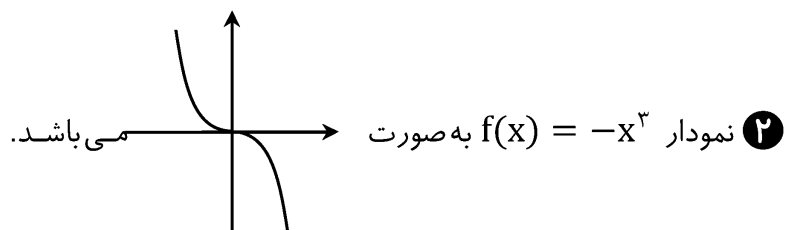
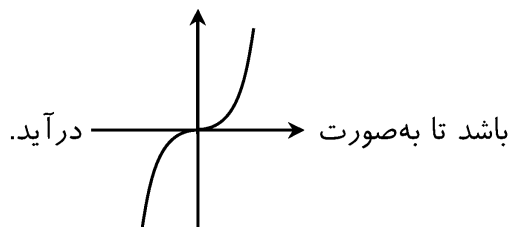
شرط فقط از نواحی اول و سوم عبور می‌کند؟

$$c = ab^3$$

$$a < 0, c = ab^3$$

$$a, b, c < 0$$

$$a, c < 0$$

برای اینکه نمودار جدید از ناحیه اول و سوم عبور کند باید $a < 0$ 

و چون تابع جدید اکیداً صعودی است، کافیسست که از مبدأ عبور کند یعنی:

$$(0, 0) \in \text{تابع} : 0 = af(b) + c \Rightarrow -ab^3 + c = 0$$

فیلم پاسخ



فصل ۱: تابع

درس ۲: بخش پذیری و تقسیم

محاسبه خارج قسمت

مقدماتی

۶ اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + ax + b$ بر عبارت $(x + 3)$ و $(x - 1)$ بخش پذیر باشد، $p(x)$ بر کدام عبارت زیر بخش پذیر است؟

$x + 1$

$x + 2$ Ⓐ

$x - 2$ Ⓑ

$x - 3$ Ⓒ

۳

میدانید

اگر چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x - a$ بخش پذیر باشد، باید داشته باشیم

$$p(a) = 0$$

در اینجا داریم:

$$\begin{cases} p(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0 \\ p(-3) = 0 \Rightarrow -27 - 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -7, b = 6$$

$$\Rightarrow p(x) = x^3 - 7x + 6$$

از طرفی $p(x)$ بر $(x + 3)(x - 1)$ بخش پذیر است پس از تقسیم $p(x)$ بر عبارت اخیر داریم:

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 7x + 6 & x^2 + 2x - 3 \\ \hline x^3 + 2x^2 - 3x & x - 2 \\ \hline -2x^2 - 4x + 6 & \\ -2x^2 - 4x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

بنابراین عبارت $p(x)$ بر $x - 2$ بخش پذیر است.

فیلم پاسخ



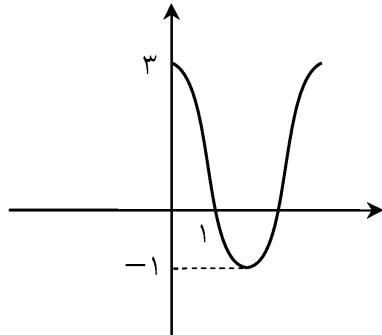
فصل ۲: مثلثات

درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی)

نمودارهای متناوب

پیشرفته

۷. قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \sin(bx + \frac{\pi}{2}) + c$ مطابق شکل زیر است. مقدار $a + \frac{3b}{\pi} + c$ کدام است؟



- ۱
 $\frac{1}{2}$
 ۵
 $\frac{5}{2}$

۳ ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = a \cos bx + c$$

حال با توجه به نمودار، داریم:

$$\begin{cases} |a| + c = 3 & (1) \\ -|a| + c = -1 & (2) \\ f(1) = 0 \rightarrow a \cos b + c = 0 & (3) \end{cases}$$

چون نمودار بعد از صفر از نظر یکنوایی مشابه $\cos x$ است، پس a

باید مثبت باشد و داریم:

$$\begin{cases} a + c = 3 \\ -a + c = -1 \end{cases} \rightarrow c = 1, a = 2$$

$$(3): 2 \cos b + 1 = 0 \Rightarrow \cos b = -\frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow a + \frac{3b}{\pi} + c = 2 + 2 + 1 = 5$$

فیلم پاسخ

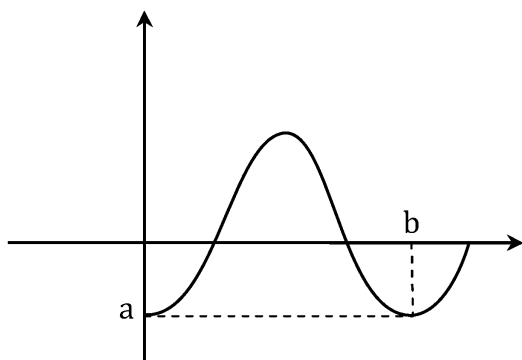


فصل ۲: مثلثات

درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی)

نمودارهای متناوب

پیشرفته

۸ قسمتی از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ بهصورت زیر رسم شده است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$1 + \pi$

$-1 + \pi$

$2 + \pi$

$-2 + \pi$

۲ ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = -\cos 2x$$

$$a = f(0) = -1$$

$$f(b) = a = -1 \Rightarrow -\cos 2b = -1 \Rightarrow \cos 2b = 1$$

$$\Rightarrow 2b = 2\pi \Rightarrow b = \pi$$

$$a + b = -1 + \pi$$

فیلم پاسخ

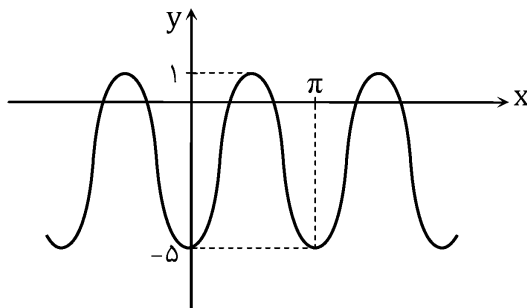


درس ۱: تناوب (ماکسیمم و مینیمم توابع مثلثاتی)

نمودارهای متناوب

مقدماتی

۹. ضابطهٔ مربوط به نمودار زیر، برابر با کدام گزینه است؟



$$y = 3\cos 2x - 8 \quad \text{①}$$

$$y = -3\cos 2x - 2$$

$$y = 3\cos \frac{x}{2} - 8$$

$$y = -3\cos \frac{x}{2} - 2$$

۲. دورهٔ تناوب تابع π است، پس باید ضریب x برابر ۲ باشد.

ماکزیمم تابع ۱ و مینیمم آن -5 است، پس:

$$|a| + c = 1$$

$$-|a| + c = -5$$

و در نتیجه $c = -2$ و $|a| = 3$ خواهد بود؛ امّا چون نمودار در

$x = 0$ برابر -5 است، پس $a = -3$ خواهد بود.

$$y = -3\cos 2x - 2$$

فیلم پاسخ



فصل ۲: مثلثات

درس ۱: (تانژانت)

تانژانت

مقدماتی

۱۰. خط $y = \frac{1}{3}$ نمودار تابع $f(x) = \tan x$ در بازه $(-\pi, a)$ را در

۴ نقطه قطع می‌کند. مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

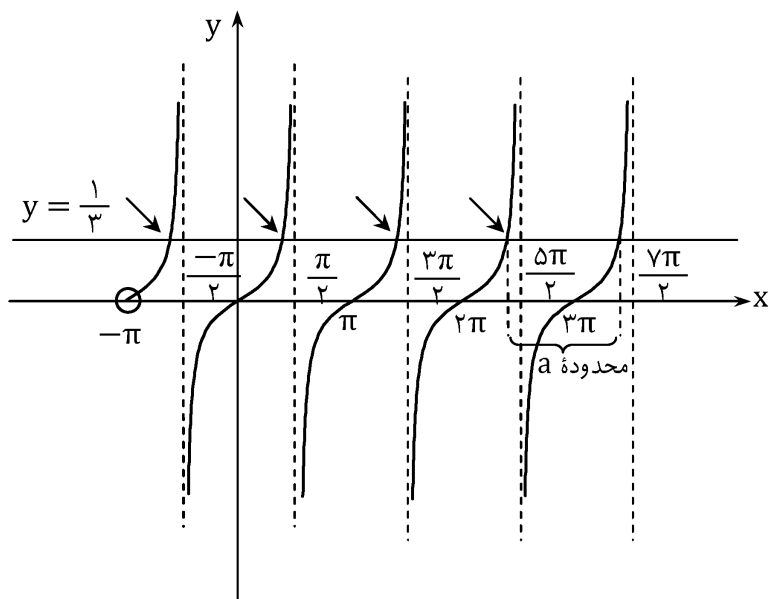
$$\frac{3\pi}{2}$$

$$2\pi$$

$$3\pi \quad \text{ج}$$

$$\frac{7\pi}{2} \quad \text{د}$$

۳. ابتدا نمودار $f(x) = \tan x$ را رسم می‌کنیم:

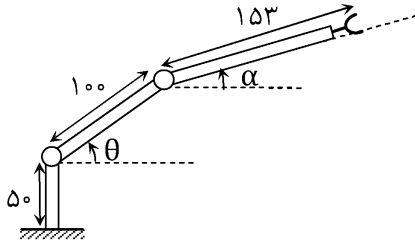


۴ نقطه برخورد بعد از $-\pi$ را مشخص کرده‌ایم، پس a باید بعد از نقطه چهارم و قبل از نقطه پنجم باشد، بنابراین می‌بینیم، از بین گزینه‌های بالا، a فقط می‌تواند 3π باشد.

فیلم پاسخ



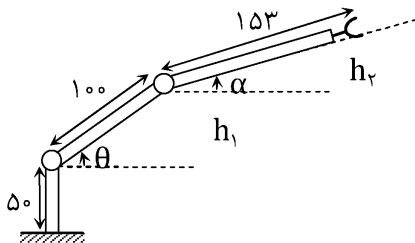
۱۱. در طراحی روبات‌های صنعتی، دو مفصل مکانیکی برای بازوی آن مطابق شکل در نظر می‌گیرند. اگر این روبات برای گرفتن یک شیء در ارتفاع $۲۳/۵$ ، مفصل خود را در حالت $\alpha = -۳۰^\circ$ قرار دهد، زاویه θ در این حالت چند درجه است؟



صفر

 ۳۰° ۴۵° ۶۰°

۲



مطابق شکل ارتفاع روبات از سطح زمین برابر $۵۰ + h_1 + h_2$ خواهد بود و داریم:

$$\sin\theta = \frac{h_1}{100} \Rightarrow h_1 = 100 \sin\theta$$

$$\sin\alpha = \frac{h_2}{153} \Rightarrow h_2 = 153 \sin\alpha$$

$$\text{ارتفاع} = ۵۰ + 100 \sin\theta + 153 \sin\alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha = -30^\circ} \text{ارتفاع} = ۵۰ + 100 \sin\theta - \frac{153}{2} = ۲۳/۵$$

$$\sin\theta = \frac{۵۰}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = ۳۰^\circ$$

فیلم پاسخ



فصل ۴: مثلثات

درس ۱: رادیان

مساحت قطاع دایره

مقدماتی

۱۲. در دایره‌ای به شعاع ۶، مساحت قطاعی از دایره که طول کمان

آن 11π باشد، چقدر است؟

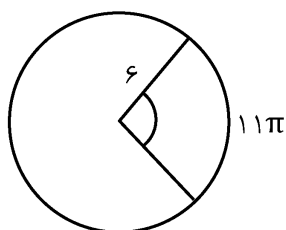
33π

30π

27π

24π

۱ با توجه به دایره زیر، داریم:



مساحت دایره محیط دایره

$\pi \times 36$

$2\pi \times 6$

?

11π

$$? = \frac{11\pi \times 36\pi}{12\pi} = 33\pi$$

فیلم پاسخ



۱۳. حاصل عبارت $\frac{\tan 40.5^\circ + \sin 24.0^\circ}{\cos 58.5^\circ - \sin 13.5^\circ}$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{8}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{8}-\sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{8}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{8}}{-4}$$

فصل ۴: مثلثات

درس ۲: نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا

نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم / قرینه / مکمل

پیشرفته

۱ باید زاویه‌ها را به صورت $\frac{k\pi}{p} \pm \alpha$ که در آن زاویه α حاده است، بنویسیم:

$$\frac{\tan(2\pi+45^\circ)+\sin(\frac{3\pi}{2}-30^\circ)}{\cos(3\pi+45^\circ)-\sin(\pi-45^\circ)} = \frac{\tan 45^\circ - \cos 30^\circ}{-\cos 45^\circ - \sin 45^\circ}$$

$$= \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{-2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{6}}{-4}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{8}}{4}$$

فیلم پاسخ



۱۴. معادله $x - 3\sin x = 0$ چند ریشه دارد؟

صفر

۱

۲

۳

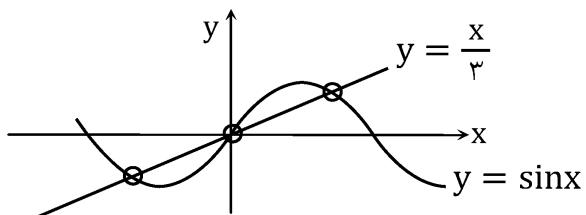
فصل ۴: مثلثات

درس ۳: توابع مثلثاتی

رسم توابع سینوس و کسینوس

مقدماتی

۴. معادله را از روش هندسی حل می‌کنیم:



$$x - 3\sin x = 0 \Rightarrow x = 3\sin x \Rightarrow \frac{x}{3} = \sin x$$

از نمودار پیداست که معادله ۳ ریشه دارد.

فیلم پاسخ



فصل ۴: مثلثات

درس ۳: توابع مثلثاتی

نمودار توابع سینوس و کسینوس

مقدماتی

۱۵. چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $\cos 3 < \cos 5$

ب) در بازه $5 < x < 7$ ، تابع $\sin x$ افزایشی است.پ) $x = 3\pi$ صفر تابع $\cos x$ می‌باشد.

ن صفر

۱ ۲

۲ ۳

۳ ۴

۳ الف) زوایا ۳ و ۵ رادیان هستند. ۳ رادیان کمی کمتر از π یعنیدر ربع دوم و ۵ رادیان کمی کمتر از $\frac{5\pi}{3}$ یعنی در ربع چهارم است.پس $\cos 5$ از $\cos 3$ بیشتر است.ب) ۵ رادیان در ربع چهارم (کمی کمتر از $\frac{5\pi}{3}$) و ۷ رادیان در ربعاول کمی کمتر از $\frac{7\pi}{3}$ می‌باشد و سینوس در ناحیه چهارم و اول

افزایشی است.

پ) $\cos 3\pi$ برابر -1 می‌باشد، پس 3π صفر تابع $\cos x$ نیست.

فیلم پاسخ



۱۶. ساده شده $\frac{1+\sin 2^\circ}{\cos 2^\circ} - \frac{\cos 2^\circ}{1-\sin 2^\circ}$ کدام است؟

$$\cos 2^\circ$$

$$\sin 2^\circ$$

$$\sin 2^\circ \cos 2^\circ$$

۲. صفر

فصل ۲: مثلثات

درس ۳: روابط بین نسبت‌های مثلثاتی

اتحادهای مثلثاتی

مقدماتی

۴. بین دو کسر مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{(1+\sin 2^\circ)(1-\sin 2^\circ) - \cos 2^\circ \times \cos 2^\circ}{\cos 2^\circ(1-\sin 2^\circ)} = \frac{1 - \sin^2 2^\circ - \cos^2 2^\circ}{\cos 2^\circ(1-\sin 2^\circ)}$$

$$= \frac{1 - (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ)}{\cos 2^\circ(1-\sin 2^\circ)} = 0$$

فیلم پاسخ



۱۷. علامت هر یک از مقادیر $\sin(190^\circ)$ و $\cos(130^\circ)$ به

ترتیب از راست به چپ کدام است؟

مثبت، منفی

منفی، منفی

مثبت، مثبت

منفی، مثبت

[دهم] فصل ۲: مثلثات

[دهم] درس ۲: دایره مثلثاتی

[دهم] تغییرات نسبت‌های مثلثاتی

مقدماتی

۲

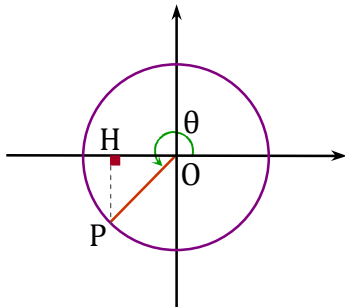
$$180^\circ < 190^\circ < 270^\circ \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \sin(190^\circ) < 0$$

$$90^\circ < 130^\circ < 180^\circ \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cos(130^\circ) < 0$$

فیلم پاسخ



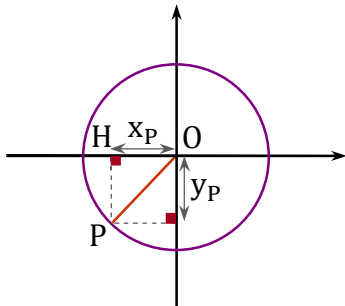
۱۸. در دایره مثلثاتی زیر، طول نقطه P برابر $-\frac{\sqrt{5}}{3}$ می‌باشد. مقدار $\tan\theta + \cot\theta$ برابر با کدام گزینه است؟



- ۱ $\frac{9\sqrt{5}}{10}$
- ۲ $\frac{11\sqrt{5}}{10}$
- ۳ $\frac{7\sqrt{5}}{10}$
- ۴ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

پاسخ

۱ در مثلث OHP می‌توانیم از رابطه فیثاغورس استفاده کنیم:



$$x_P^2 + y_P^2 = 1 \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 + y_P^2 = 1 \Rightarrow y_P^2 = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_P = \frac{2}{3} \\ y_P = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{(نقطه P در ربع سوم قرار دارد)}$$

بنابراین مختصات نقطه P به صورت $P\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{cases} \cot\theta = \frac{x}{y} = \frac{-\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \\ \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{\sqrt{5}}{3}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \tan\theta + \cot\theta = \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{4}{2\sqrt{5}} + \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{10}$$

فیلم پاسخ



۱۹. A و B دو ماتریس مربعی هم مرتبه هستند. اگر $A^2 = 2A$ و

$A - 3B = I$ باشد، وارون ماتریس B^{10} کدام است؟

۱) $2^{10}I$

۲) 2^5I

۳) 3^5I

۴) $3^{10}I$

پاسخ

۴

$$A - 3B = I \Rightarrow 3B = A - I \Rightarrow (3B)^2 = (A - I)^2$$

$$= A^2 - 2A + I \xrightarrow{A^2=2A} (3B)^2 = I$$

$$B^2 = \frac{1}{3^2}I \Rightarrow B^{10} = (B^2)^5 = \frac{1}{3^{10}}I$$

$$\Rightarrow (B^{10})^{-1} = 3^{10}I$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: ماتریس و کاربردها

واحد یادگیری

درس ۲: وارون ماتریس

زیرواحد یادگیری

وارون یک ماتریس

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۰. برای ماتریس مربعی A رابطه $A^2 = 3A$ برقرار است. ماتریس

$A(A - I)^5$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ $16(A + I)$

۲ $32I$

۳ $32A$

۴ $16(A - I)$

پاسخ

۳

$$A^2 = 3A$$

$$A(A - I) = A^2 - A = 3A - A = 2A$$

$$\begin{aligned} A(A - I)^2 &= A(A - I) \times (A - I) \\ &= 2A(A - I) = 4A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(A - I)^3 &= A(A - I)^2 \times (A - I) \\ &= 4A(A - I) = 8A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(A - I)^4 &= A(A - I)^3 \times (A - I) \\ &= 8A(A - I) = 16A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(A - I)^5 &= A(A - I)^4 \times (A - I) \\ &= 16A(A - I) = 32A \end{aligned}$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: ماتریس و کاربردها

واحد یادگیری

درس ۱: ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها

زیرواحد یادگیری

ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۲۱. اگر برای ماتریس مربعی A داشته باشیم $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = A(A - 2I)^{-1}$ ،
آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{5}{2}$
۳) $\frac{9}{2}$
۴) 5

۳

$$\begin{aligned} A(A - 2I)^{-1} &= ((A - 2I) + 2I)(A - 2I)^{-1} \\ &= (A - 2I)(A - 2I)^{-1} + 2I(A - 2I)^{-1} \\ &= I + 2(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2(A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow (A - 2I)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - 2I = \left(\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$$

$$A \text{ حاصل جمع درایه‌های } = \frac{9}{2}$$



$$۲۲. \text{ از تساوی } \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۱ & -۱ \\ x & ۳ & ۰ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۱ & ۱ \\ x & ۳ & ۰ \end{vmatrix} \text{ مقدار } x \text{ چقدر}$$

است؟

- ۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۴}{۲}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

پاسخ

۳) کافی است دترمینانها را براساس سطر یا ستونی که در دو ماتریس متفاوت است، بسط دهیم:

$$\begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۱ & -۱ \\ x & ۳ & ۰ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر ۲}} = ۱(-۱)^{۲+۱} \begin{vmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & ۰ \end{vmatrix} + ۱(-۱)^{۲+۲} \begin{vmatrix} ۱ & ۳ \\ x & ۰ \end{vmatrix} \\ + (-۱)(-۱)^{۲+۳} \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ x & ۳ \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ ۱ & ۱ & ۱ \\ x & ۳ & ۰ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر ۲}} = ۱(-۱)^{۲+۱} \begin{vmatrix} ۲ & ۳ \\ ۳ & ۰ \end{vmatrix} + ۱(-۱)^{۲+۲} \begin{vmatrix} ۱ & ۳ \\ x & ۰ \end{vmatrix} \\ + ۱(-۱)^{۲+۳} \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ x & ۳ \end{vmatrix}$$

اگر دو عبارت حاصل را مساوی قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$-۱(-۱)^{۲+۳} \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ x & ۳ \end{vmatrix} = ۱(-۱)^{۲+۳} \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ x & ۳ \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} ۱ & ۲ \\ x & ۳ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

فصل

فصل ۱: ماتریس و کاربردها

واحد یادگیری

درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن

زیرواحد یادگیری

دترمینان و کاربرد آن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۳. در ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۴ & ۱ \end{bmatrix}$ رابطه $A^{-۱} = \alpha A + \beta I$ برقرار است. $\alpha + \beta$ کدام است؟

- ۱ $\frac{۱}{۳}$
 ۲ $\frac{۲}{۵}$
 ۳ $-\frac{۱}{۵}$
 ۴ $-\frac{۲}{۴}$

پاسخ

۳

میدانید

اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$A^2 - (a + d)A + (ad - bc)I = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ \\ ۴ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - (۲ + ۱)A + (۲ - ۱۲)I = 0$$

$$\Rightarrow A^2 - ۳A - ۱۰I = 0 \Rightarrow A^2 - ۳A = ۱۰I$$

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} A - ۳I = ۱۰A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = \frac{۱}{۱۰}A - \frac{۳}{۱۰}I$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{۱}{۱۰} - \frac{۳}{۱۰} = -\frac{۱}{۵}$$

فیلم پاسخ



۲۴. برای ماتریس مربعی A رابطه $A^4 = 5I$ برقرار است. وارون

ماتریس $A - I$ کدام است؟

① $\frac{1}{2}(A^2 + A + I)$

② $\frac{1}{4}(A^2 + A + I)$

③ $\frac{1}{4}(A^3 + A^2 + A + I)$

④ $\frac{1}{2}(A^3 + A^2 + A + I)$

پاسخ

۳

$$A^4 - I = 4I \Rightarrow (A - I)(A^3 + A^2 + A + I) = 4I$$

$$\Rightarrow (A - I)^{-1} = \frac{1}{4}(A^3 + A^2 + A + I)$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: ماتریس و کاربردها

واحد یادگیری

درس ۲: وارون ماتریس

زیرواحد یادگیری

وارون یک ماتریس

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۵. مقدار دترمینان ماتریس $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & |A| & -1 \\ 1 & -1 & |A| \end{bmatrix}$ چقدر است؟

۱) $\frac{-1}{2}$

۲) صفر

۳) $\frac{1}{2}$

۴) ۲

۲

پاسخ

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & |A| & -1 \\ 1 & -1 & |A| \end{vmatrix} \\ &= -1(|A| + 1) - 1(-1 - |A|) = 0 \\ \Rightarrow |A| &= 0 \end{aligned}$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: ماتریس و کاربردها

واحد یادگیری

درس ۲: دترمینان و کاربردهای آن

زیرواحد یادگیری

دترمینان و کاربرد آن

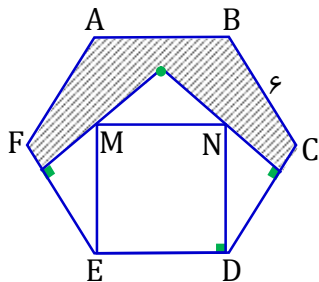
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۶. مطابق شکل روی ضلع ED از یک شش ضلعی منتظم مربعی بنا کرده‌ایم. مساحت قسمت هاشورخورده چقدر است؟



۱) $۱۲\sqrt{۳}$

۲) $۱۲\sqrt{۳} + ۲۷$

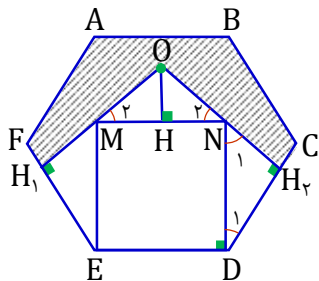
۳) $۴۲\sqrt{۳} - ۳۶$

۴) $۴۲\sqrt{۳} - ۲۷$

پاسخ

۳) اندازه هر زاویه شش ضلعی منتظم برابر است با:

$$\widehat{D} = \frac{(۶-۲) \times ۱۸۰}{۶} = ۱۲۰^\circ$$



$$\begin{cases} ND = ED = ۶ \\ \widehat{D}_1 = ۳۰^\circ \\ \widehat{N}_1 = ۶۰^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow NH_1 = \frac{1}{2} ND = ۳, DH_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} ND = ۳\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle NDH_1} = S_{\triangle MH_1E} = \frac{1}{2} (۳ \times ۳\sqrt{3}) = \frac{۹\sqrt{3}}{۲}$$

$$\widehat{N}_1 = \widehat{M}_1 = ۳۰^\circ$$

$$\frac{OH}{HN} = \tan \widehat{N}_1 \Rightarrow \frac{OH}{۳} = \frac{\sqrt{3}}{۳} \Rightarrow OH = \sqrt{3}$$

$$S_{\triangle OMN} = \frac{1}{2} OH \times MN = ۳\sqrt{3}$$

فیلم پاسخ



= مساحت هاشورخوردده

$$\text{مساحت شش ضلعی} - (S_{MNDE} + S_{\triangle OMN} + S_{\triangle MHE} + S_{\triangle NHD})$$

$$= 6\left(\frac{6^2\sqrt{3}}{4}\right) - (6 \times 6 + 3\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{3}}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{2})$$

$$= 54\sqrt{3} - (36 + 12\sqrt{3}) = 42\sqrt{3} - 36$$

ریاضیات

فصل

فصل ۳: چندضلعی‌ها

واحد یادگیری

درس ۱: چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آنها

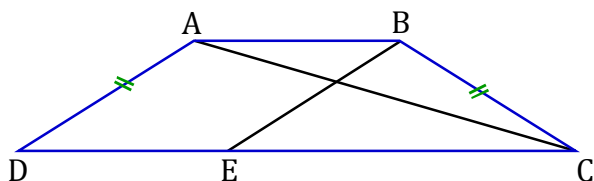
زیرواحد یادگیری

چندضلعی محدب و تعداد قطرهای آن

حیطه شناختی

مقدماتی

۲۷. در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه متساوی الساقین و $ABED$ لوزی است. اگر $\widehat{D} = 32^\circ$ باشد، اندازه زاویه ACD چقدر است؟



۱) 14°

۲) 16°

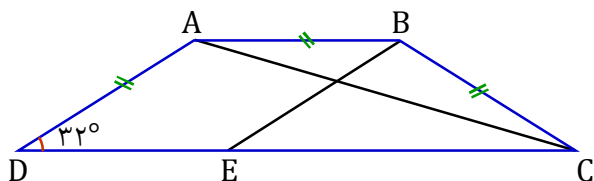
۳) 18°

۴) 24°

پاسخ

۲ در دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ داریم:

$$\widehat{ABC} + \widehat{D} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 148^\circ$$



$$\begin{cases} AB = AD \\ AD = BC \end{cases} \Rightarrow AB = BC$$

$$\Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{BCA} = \frac{180^\circ - 148^\circ}{2} = 16^\circ$$

$$\xrightarrow{\widehat{D} = \widehat{BCD}} \widehat{BCA} + \widehat{ACD} = 32^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = 16^\circ$$



۲۸. مثلث قائم‌الزاویه‌ای دارای اضلاع قائمه ۶ و ۸ می‌باشد. فاصله

محل هم‌رسی میانه‌های مثلث از ضلع بزرگتر کدام است؟

۱/۶ ①

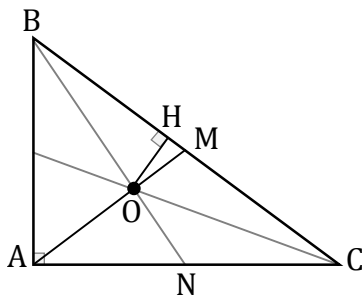
۱/۴ ②

۲/۴ ③

۲/۲ ④

پاسخ

۱ فرض O محل هم‌رسی میانه‌ها باشد داریم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

$$S_{\triangle BOM} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \times 24 = 4$$

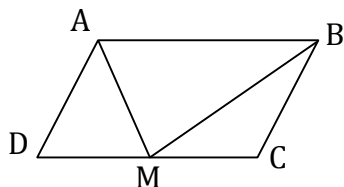
$$BC = 10 \Rightarrow BM = 5 \Rightarrow S_{\triangle OBM} = \frac{1}{2} OH \cdot BM$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times OH \times 5 \Rightarrow OH = \frac{4}{5} = 1/6$$

فیلم پاسخ



۲۹. مطابق شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های A و B از متوازی‌الاضلاع $ABCD$ یک‌دیگر را در نقطه M روی ضلع CD قطع می‌کنند. اگر $AM = 6$ و $CM = 5$ باشد، طول MB کدام است؟



۱) ۵

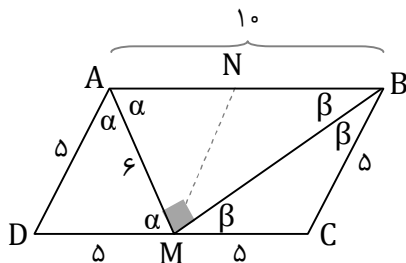
۲) ۱۰

۳) ۸

۴) ۶

پاسخ

۳ با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب و همچنین نیمساز بودن AM از $B\hat{A}M = A\hat{M}D = M\hat{A}D$ نتیجه می‌شود که مثلث ADM متساوی‌الساقین است.



پس $AD = DM = 5$

$$AB = DC = 5 + 5 = 10$$

در مثلث قائم‌الزاویه AMB ضلع MB به کمک رابطه فیثاغورس به دست خواهد آمد: $MB = 8$ (توجه کنید که $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ در نتیجه $\alpha + \beta = 90^\circ$ و خواهیم داشت $\hat{A}MB = 90^\circ$)

فیلم پاسخ



۳۰. به ازای چند مقدار طبیعی b ، در تقسیم عدد ۵۱۹ بر b خارج قسمت برابر ۸ است؟

- ۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱

$$519 = b(8) + r \xrightarrow{0 \leq r < |b|} 0 \leq 519 - 8b < b$$

$$\Rightarrow 57/6 < b \leq 64/8$$

$$\Rightarrow b = 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

قضیه تقسیم

حیطه شناختی

مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



۳۱. چند عدد طبیعی دو رقمی مانند a می‌توان یافت به طوری که

$$(a, 20) = 5$$

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

پاسخ

۲) چون بزرگترین عامل مشترک a و ۲۰ برابر ۵ است، پس a مضرب ۵ بوده و زوج نیست:

$$A_2 = \text{مضرب } 2 \text{ باشد} \Rightarrow |A_5 \cap A'_2| = |A_5| - |A_5 \cap A_2|$$

$$A_5 = \text{مضرب } 5 \text{ باشد}$$

$$|A_5| = 5 \text{ مضارب } 5: 9 < 5k \leq 99 \Rightarrow k = 2, 3, \dots, 19$$

$$\Rightarrow |A_5| = 18$$

$$|A_5 \cap A_2| = 10 \text{ مضارب } 10: 9 < 10k \leq 99$$

$$\Rightarrow k = 1, 2, \dots, 9 \Rightarrow |A_2 \cap A_5| = 9$$

$$|A_5 \cap A'_2| = 18 - 9 = 9$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش‌پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۳۲. چند نقطه با مختصات صحیح روی منحنی به معادله $y = \frac{4x+3}{x-1}$

قرار دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۴

$$y = \frac{4x+3}{x-1} = 4 + \frac{7}{x-1} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x-1 \mid 7 \Rightarrow x-1 = \pm 1, \pm 7$$

به ازای $x = -6, 0, 2, 8$ نقاط با مختصات صحیح روی منحنی خواهیم داشت.

ریاضیات

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش‌پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

ویژگی‌های رابطه عاد کردن

حیطه شناختی

مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



۳۳. با کدام استدلال می‌توان ثابت کرد «معادله $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ برای

اعداد طبیعی و فرد x و y جواب ندارد»؟

- ۱ اثبات مستقیم
- ۲ اثبات بازگشتی
- ۳ اشباع
- ۴ برهان خلف

پاسخ

۴ با برهان خلف ثابت می‌کنیم. اگر x و y را اعدادی فرد فرض کنیم آنگاه:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \Rightarrow x + y = xy$$

$x + y$ عددی زوج و xy عددی فرد است که این تناقض است.

ریاضیات

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۱: استدلال ریاضی

زیرواحد یادگیری

اثبات غیرمستقیم (برهان خلف)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۴. بیشترین مقدار صحیح a که در هر دو رابطه $(a, 286) = 13$

و $[a, 15] = 1365$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۱۳۶۵

۲) ۱۴۳۰

۳) ۲۶۷۸

۴) ۱۳۰۰

پاسخ

۱

$$\begin{cases} 286 = 2 \times 11 \times 13 \\ 1365 = 3 \times 5 \times 7 \times 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (a, 2 \times 11 \times 13) = 13 \\ [a, 3 \times 5] = 3 \times 5 \times 7 \times 13 \end{cases}$$

از رابطه $(a, 2 \times 11 \times 13) = 13$ نتیجه می‌گیریم که a مضرب ۱۳ است، ولی مضرب ۲ و ۱۱ نیست.

از رابطه $[a, 3 \times 5] = 3 \times 5 \times 7 \times 13$ نتیجه می‌گیریم که توان ۳ و ۵ و ۷ و ۱۳ در تجزیه a ، حداکثر برابر با ۱ می‌باشد و a عامل اول دیگری در تجزیه ندارد. بنابراین داریم:

$$a \text{ حداکثر مقدار} = 3 \times 5 \times 7 \times 13 = 1365$$

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش‌پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

کوچک‌ترین مضرب مشترک

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۵. به ازای چند مقدار طبیعی و دو رقمی n دو عدد $۱۱n + ۳$ و

$۷n - ۲$ نسبت به هم اول نیستند؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) چنین عددی وجود ندارد.

پاسخ

۲

$$\begin{aligned} (۷n - ۲, ۱۱n + ۳) &= (۷n - ۲, ۱۱n + ۳ - (۷n - ۲)) \\ &= (۷n - ۲, ۴n + ۵) = (۷n - ۲ - (۴n + ۵), ۴n + ۵) \\ &= (۳n - ۷, ۴n + ۵) = (۳n - ۷, ۴n + ۵ - (۳n - ۷)) \\ &= (۳n - ۷, n + ۱۲) = (۳n - ۷ - ۳(n + ۱۲), n + ۱۲) \\ &= (-۴۳, n + ۱۲) = ۱ یا ۴۳ \end{aligned}$$

اگر $(۷n - ۲, ۱۱n + ۳)$ نسبت به هم اول نباشند آنگاه:

$$\begin{aligned} ۴۳ | n + ۱۲ &\rightarrow n = ۴۳k - ۱۲ \\ \xrightarrow{۹ < n \leq ۹۹} & ۹ < ۴۳k - ۱۲ \leq ۹۹ \\ &\rightarrow k = ۱, ۲ \end{aligned}$$

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۳۶. اگر به ازای عدد صحیح a داشته باشیم $۷|۵a + ۹$ آنگاه به

ازای کدام مقدار k رابطه $۴۹|۲۵a^۲ + ۶a + k$ برقرار است؟

۱۸ ①

۳۲ ②

۱۹ ③

صفر ④

پاسخ

۱

$$\begin{aligned} ۷|۵a + ۹ &\stackrel{\text{توان } ۲}{\implies} ۷^۲|(۵a + ۹)^۲ = ۲۵a^۲ + ۹۰a + ۸۱ \\ ۴۹|۲۵a^۲ + ۹۰a + ۸۱ \\ ۷|۵a + ۹ &\stackrel{\times ۷}{\implies} ۴۹|۳۵a + ۶۳ \\ ۴۹|۲۵a^۲ + ۹۰a + ۸۱ - (۳۵a + ۶۳) &= ۲۵a^۲ + ۵۵a + ۱۸ \\ \stackrel{۴۹|۴۹a}{\implies} ۴۹|۲۵a^۲ + ۵۵a + ۱۸ - (۴۹a) \\ \implies ۴۹|۲۵a^۲ + ۶a + ۱۸ \end{aligned}$$

ریاضیات

فصل

فصل ۱: آشنایی با نظریه اعداد

واحد یادگیری

درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح

زیرواحد یادگیری

ویژگی‌های رابطه عاد کردن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: احتمالواحد یادگیری
درس ۱: مبانی احتمالزیرواحد یادگیری
احتمال مقدماتیحیطه شناختی
مقدماتی

۳۷. در یک هتل ۶۵ درصد مسافران، مسافر داخلی هستند و ۴۰ درصد مسافران، بیمه مسافرتی دارند. اگر ۲۰ درصد مسافران خارجی و دارای بیمه مسافرتی باشند، احتمال اینکه مسافری داخلی یا بیمه مسافرتی نداشته باشد کدام است؟

۱) $۰/۷۵$

۲) $۰/۸$

۳) $۰/۹$

۴) $۰/۹۵$

پاسخ

۲

$$\text{مسافر داخلی} = A \Rightarrow P(A) = ۰/۶۵$$

$$\Rightarrow \text{مسافر خارجی} = P(A') = ۱ - P(A) \Rightarrow P(A') = ۰/۳۵$$

$$\text{بیمه مسافرتی} = B \Rightarrow P(B) = ۰/۴$$

$$\Rightarrow \text{بیمه مسافرتی ندارد} = P(B') = ۱ - P(B) = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶$$

$$\text{مسافران خارجی و بیمه مسافرتی} \Rightarrow P(A' \cap B) = P(B - A)$$

$$= P(B) - P(A \cap B) = ۰/۲۰$$

$$\Rightarrow ۰/۴ - P(A \cap B) = ۰/۲ \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۲$$

$$\text{مسافر داخلی یا بیمه مسافرتی ندارد} \Rightarrow P(A \cup B')$$

$$= P(A) + P(B') - P(A \cap B')$$

$$= ۰/۶۵ + ۰/۶ - (P(A) - P(A \cap B))$$

$$= ۰/۶۵ + ۰/۶ - (۰/۶۵ - ۰/۲) = ۰/۸$$

فیلم پاسخ



فصل
فصل ۲: احتمالواحد یادگیری
درس ۱: مبانی احتمالزیرواحد یادگیری
جبر پیشامدهاحیطه شناختی
مقدماتی

۳۸. A و B دو زیرمجموعه از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A \cap B) = ۰/۳۵$ و $P(A' \cup B) = ۰/۷$ باشد، مقدار $P(A)$

کدام است؟

۱) $۰/۷$

۲) $۰/۶۵$

۳) $۰/۶$

۴) $۰/۵۵$

پاسخ

۲

$$A' \cup B = (A \cap B)'$$

$$\Rightarrow P(A' \cup B) = ۱ - P(A \cap B) = ۰/۷$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = ۰/۳$$

دو مجموعه $A \cap B$ ، $A \cap B'$ ناسازگارند بنابراین داریم:

$$A = A \cap (B \cup B')$$

$$\Rightarrow A = (A \cap B) \cup (A \cap B')$$

$$\Rightarrow P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

$$\Rightarrow P(A) = ۰/۳۵ + ۰/۳ = ۰/۶۵$$

فیلم پاسخ



۳۹. ۱۱ فوتبالیست به ترتیب (و به تصادف) وارد زمین فوتبال می‌شوند. با چه احتمالی بازیکنان شماره‌های ۷ و ۱۰ پشت سر هم وارد زمین می‌شوند؟

- ۱ $\frac{1}{7}$
- ۲ $\frac{1}{7!}$
- ۳ $\frac{2}{11}$
- ۴ $\frac{2}{11!}$

پاسخ

۳ چون ترتیب وارد شدن به زمین دو بازیکن شماره‌های ۷ و ۱۰ گفته نشده است، پس به $2 = 2 \times 1$ حالت پشت سر هم وارد زمین می‌شوند و در کنار ۹ نفر دیگر به $10!$ حالت، کل بازیکنان به ترتیب وارد زمین خواهند شد. بنابراین داریم:

$$\text{احتمال مورد نظر} = \frac{10! \times 2}{11!} = \frac{2}{11}$$

ریاضیات

فصل

فصل ۲: احتمال

واحد یادگیری

درس ۱: مبانی احتمال

زیرواحد یادگیری

احتمال مقدماتی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۰. درون یک کیسه ۳ مهره سفید، ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی قرار دارد. به تصادف ۳ مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی در بین مهره‌های خارج شده مهره سفید نیست یا مهره قرمز نیست؟

- ۱) $\frac{3}{5}$
 ۲) $\frac{13}{22}$
 ۳) $\frac{18}{25}$
 ۴) $\frac{19}{25}$

۲

پاسخ

$$A = \text{مهره سفید نیست}$$

$$B = \text{مهره قرمز نیست}$$

$$P(A) = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{21}{55}$$

$$P(B) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{14}{55}$$

$$P(A \cap B) = P(\text{مهره‌ها آبی هستند}) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{22}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{21}{55} + \frac{14}{55} - \frac{1}{22} = \frac{13}{22}$$

فیلم پاسخ



۴۱. متحرکی در لحظه $t = 0$ ثانیه در جهت محور x شروع به حرکت کرده و در 5 ثانیه اول حرکت سرعت متوسط متحرک برابر $2 \vec{i} \text{ m/s}$ بوده و سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی 5 s تا 8 s برابر $-3 \vec{i} \text{ m/s}$ است. اگر متحرک در لحظه $t = 8 \text{ s}$ در مکان $x = 6 \text{ m}$ قرار داشته باشد، در آغاز حرکت بردار مکان آن کدام گزینه خواهد بود؟

۱) $-5 \vec{i} (\text{m})$

۲) $+5 \vec{i} (\text{m})$

۳) $-1 \vec{i} (\text{m})$

۴) $+1 \vec{i} (\text{m})$

پاسخ

۲

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} x_5 - x_0 = 2 \times 5 = 10 \text{ m} \\ x_8 - x_5 = -3 \times 3 = -9 \text{ m} \end{cases}$$

جمع دو رابطه

$$\longrightarrow x_8 - x_0 = 1 \Rightarrow x_0 = x_8 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$\Rightarrow \vec{x}_0 = +5 \vec{i} (\text{m})$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

شناخت حرکت

زیرواحد یادگیری

مفاهیم اساسی / تندى و سرعت متوسط /

تندى و سرعت لحظه‌ای / شتاب و شتاب

متوسط

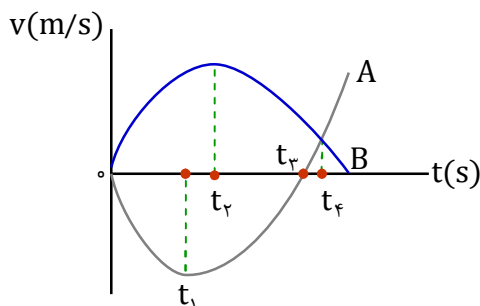
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۲. دو متحرک A و B روی یک خط راست همزمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند و نمودار سرعت - زمان آنها مطابق شکل است. در کدام لحظه فاصله دو متحرک از هم به بیشترین مقدار می‌رسد؟



- ۱) t_1
 ۲) t_2
 ۳) t_3
 ۴) t_4

پاسخ

۴۱- تا لحظه t_3 دو متحرک در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند (سرعت متحرک B مثبت و سرعت متحرک A منفی است)، پس فاصله آنها به صورت مداوم از هم در حال زیاد شدن، است.
 ۲- از لحظه t_3 تا t_4 سرعت هر دو متحرک مثبت بوده بنابراین هم جهت حرکت می‌کنند اما چون هنوز سرعت متحرک A کمتر از B است به فاصله آنها افزوده می‌شود.
 ۳- از لحظه t_4 به بعد که سرعت متحرک A بیشتر از B می‌گردد، فاصله دو متحرک شروع به کم شدن می‌کند. بنابراین در لحظه t_4 ، فاصله دو متحرک از هم بیشینه است.

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

شناخت حرکت

زیرواحد یادگیری

نمودارهای حرکت (مکان - زمان) / (سرعت -

زمان) / (شتاب - زمان)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۳. متحرکی فاصله دو نقطه را روی یک خط به این ترتیب طی می‌کند: «ابتدا نصف طول مسیر را با سرعت ثابت 20 m/s می‌پیماید. سپس 20 s با سرعت 10 m/s حرکت کرده و در نهایت 20 s با سرعت 25 m/s حرکت می‌کند تا به مقصد برسد.» سرعت متوسط این متحرک در طول مسیر حرکت چند m/s است؟

۱) $22/5$

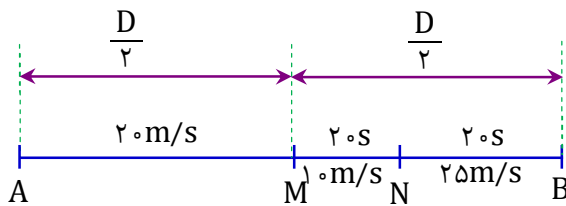
۲) 15

۳) $\frac{50}{3}$

۴) $\frac{56}{3}$

پاسخ

۴. ابتدا اطلاعات مسئله را برای تجسم بهتر روی یک شکل پیاده کنید.



روش اول:

(الف)

$$MB = (20 \times 10) + (20 \times 25) = 700 \text{ m}$$

$$\Rightarrow MB = \frac{D}{2} \Rightarrow D = 1400 \text{ m}$$

(ب)

$$(v_{av})_{AB} = \frac{D}{t_{AM} + t_{MN} + t_{NB}} = \frac{1400}{\frac{700}{20} + 20 + 20}$$

$$= \frac{1400}{75} = \frac{56}{3} \text{ m/s}$$

روش دوم:

(الف)

$$(v_{av})_{MB} = \frac{20 \times 10 + 20 \times 25}{20 + 20} = \frac{35}{2} \text{ m/s}$$

(ب)

فیلم پاسخ



$$(v_{av})_{AB} = \frac{D}{\frac{D}{20} + \frac{D}{35}} = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{35}} = \frac{35 \times 40}{35 + 40} = \frac{56}{3} \text{ m/s}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با سرعت ثابت

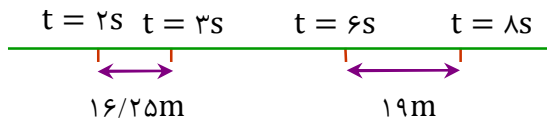
زیرواحد یادگیری

حرکت‌های چندمرحله‌ای / چند متحرک

حیطه شناختی

پیشرفته

۴۴. مطابق شکل جسمی روی خط راست با شتاب ثابت در حال حرکت است. سرعت اولیه (v_0) و شتاب این جسم به ترتیب در SI کدامند؟



$$1 \quad a = 3, v_0 = 5/75$$

$$2 \quad a = -3, v_0 = 5/75$$

$$3 \quad a = -1/5, v_0 = 20$$

$$4 \quad a = 1/5, v_0 = 20$$

پاسخ

۳ برای حل ساده‌تر و سریع‌تر این تست به بدانید زیر به خوبی

دقت کنید:

بدانید

محاسبه جابه‌جایی در ثانیه t م در حرکت با شتاب ثابت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \Delta x_{\text{ثانیه } t \text{م}} = x_t - x_{t-1}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{\text{م } t} = \frac{1}{2}a(2t - 1) + v_0$$

اگر متوجه نکته بالا شده‌اید، به سادگی مشخص است که در تست جابه‌جایی در ثانیه سوم و مجموع جابه‌جایی در ثانیه‌های هفتم و هشتم داده شده است.

$$\Delta x_{\text{م } t} = \frac{1}{2}a(2t - 1) + v_0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x_{\text{سوم}} = 2/5a + v_0 \\ \Delta x_{\text{هفتم}} + \Delta x_{\text{هشتم}} = (6/5a + v_0) + (7/5a + v_0) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 16/25 = 2/5a + v_0 \\ 19 = 14a + 2v_0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 16/25 = 2/5a + v_0 \\ 19 = 14a + 2v_0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 13/5 = -9a \Rightarrow a = -1/5 \text{ m/s}^2, v_0 = 20 \text{ m/s}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری

مفهوم و روابط اصلی / نمودارها / روش‌های

تکمیلی

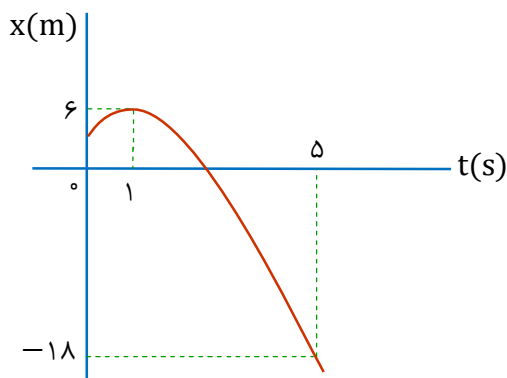
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۵. نمودار مکان-زمان یک متحرک به شکل سهمی نشان داده شده است. بردار مکان این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟



۱) ۲

۲) ۳

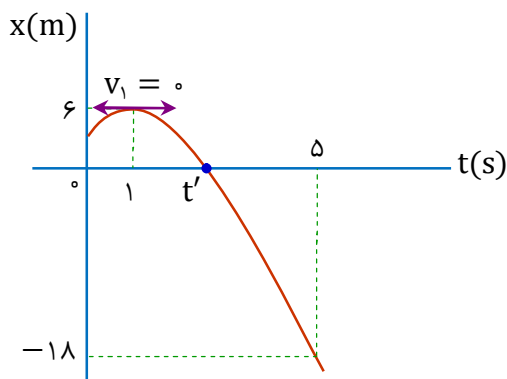
۳) ۳/۵

۴) ۴

پاسخ

۲) ۱- توجه کنید بنابر تعریف بردار مکان (یعنی برداری که مبدأ را در هر لحظه به مکان متحرک وصل می‌کند)، لحظه تغییر جهت بردار مکان، همان لحظه عبور از مبدأ است. (یعنی لحظه t')

۲- اگر بازه زمانی ۱ تا ۵ ثانیه را انتخاب کنیم، خواهیم داشت:



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_1 t$$

$$\Rightarrow x_5 - x_1 = \frac{1}{2} a(\Delta t)^2 + v_1(\Delta t)$$

$$\xrightarrow{v_1=0} -18 - 6 = \frac{1}{2} a \times 16 \Rightarrow a = -3 \text{ m/s}^2$$

۳- حالا که شتاب محاسبه شد بین دو لحظه $t_1 = 1$ و t' خواهیم داشت.

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری

مفهوم و روابط اصلی / نمودارها / روش‌های

تکمیلی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



$$x_{t'} - x_1 = \frac{1}{2} a (t' - 1)^2 + v_1 (t' - 1)$$

$$\xrightarrow{v_1=0} 0 - 6 = \frac{1}{2} (-3)(t' - 1)^2 \Rightarrow t' - 1 = 2 \Rightarrow t' = 3s$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری

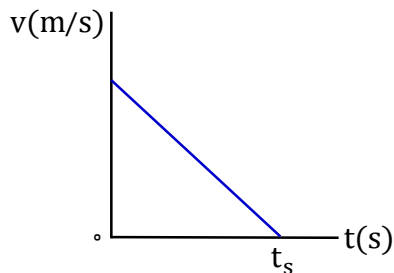
مفهوم و روابط اصلی / نمودارها / روش‌های

تکمیلی

حیطه شناختی

پیشرفته

۴۶. نمودار سرعت- زمان حرکت جسمی در مسیر مستقیم مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت ۱۵m و در ۲ ثانیه آخر حرکت خود ۳m را پیموده باشد، چند ثانیه است؟ (متحرک از لحظه t_s به بعد ساکن است.)



۹ ①

۱۲ ②

۶ ③

۸ ④

پاسخ

۳ ①- اگر سرعت نهایی در بازه زمانی t برابر v باشد، می‌توانیم از فرمول زیر جابه‌جایی را به دست آوریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

با استفاده از این فرمول برای ۲ ثانیه آخر داریم:

$$3 = -\frac{1}{2}a(2)^2 \Rightarrow a = -1/5 \text{ m/s}^2$$

۲- حال برای ۲ ثانیه اول داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} \times (-1/5) \times 2^2 + 2v_0$$

$$\Rightarrow v_0 = 9 \text{ m/s}$$

-۳

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=9]{v_{t_s}=0} 0 = -1/5 t_s + 9 \Rightarrow t_s = 45 \text{ s}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

حرکت با شتاب ثابت

زیرواحد یادگیری

مفهوم و روابط اصلی / نمودارها / روش‌های

تکمیلی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۷. گلوله‌ای در شرایط خلأ از فاصله ۴۵m سطح زمین رها می‌شود. اگر تندی حرکت گلوله در زمانی که $\frac{1}{3}$ ابتدای مسیر سقوط را طی کرده است، برابر v_1 و هنگامی که $\frac{1}{3}$ زمان کل حرکت از لحظه رها شدن برابر v_2 باشد، $\frac{v_1}{v_2}$ چند است؟
($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۱ (۱)

۳ (۲)

 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

-۱ (۴)

$$v_1^2 = 2g\left(\frac{h}{3}\right) \Rightarrow v_1 = \sqrt{20 \times \frac{45}{3}} = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$$

(۲- الف)

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow T_{\text{کل}} = \sqrt{\frac{2\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = 3 \text{ s}$$

(ب)

$$v_2 = gt = g \frac{T}{3} = 10 \times \frac{3}{3} = 10 \text{ m/s}$$

-۳

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$$

فیزیک

فصل

فصل ۱: حرکت بر خط راست

واحد یادگیری

سقوط آزاد

زیرواحد یادگیری

بررسی قطعاتی از حرکت / چند متحرک در

سقوط آزاد

حیطه شناختی

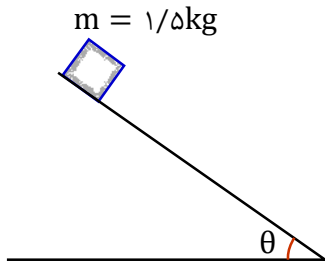
مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



۴۸. مطابق شکل جسمی که روی سطح شیب‌دار قرار دارد با تندی ثابت به سمت پایین سطح می‌لغزد. نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون و به کدام سمت است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)



- ۱) ۱۵ و بالاسو
 ۲) $15 \cos \theta$ و عمود بر سطح شیب‌دار
 ۳) $15 \sin \theta$ و بالاسو
 ۴) $\frac{15}{\cos \theta}$ و عمود بر سطح شیب‌دار

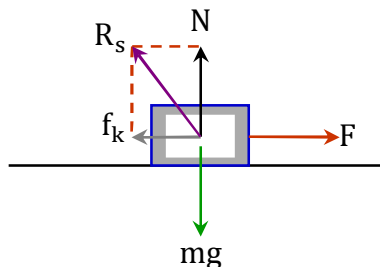
پاسخ

۱

میدانید

۱- در هر اندرکنش بین دو جسم یک نیرو رد و بدل می‌شود. یعنی سطح تنها یک نیرو به جسم و جسم هم متقابلاً تنها یک نیرو به سطح وارد می‌کند. نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند را R_S می‌نامیم.

۲- ممکن است R_S را بسته به نیاز به دو مؤلفه سازنده‌اش در امتداد سطح (بنام نیروی اصطکاک) و عمود بر سطح (بنام نیروی عمودی سطح) تجزیه کنیم.



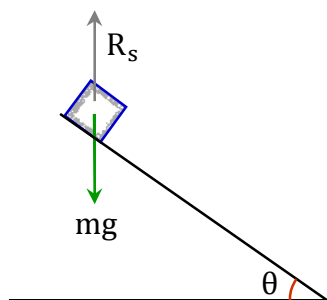
به جسم تنها دو نیرو اثر می‌نماید. وزن و عکس‌العمل سطح! چون جسم روی خط راست با سرعت ثابت حرکت می‌کند، برآیند نیروهای وارد به جسم صفر است. (قانون اول نیوتون)

فیلم پاسخ



$$\vec{R}_s + \vec{W} = 0 \Rightarrow R_s = mg = 15N$$

(R_s باید به سمت بالا باشد.)



۴۹. اگر اندازه نیروی خالص وارد بر یک جسم 15N کاهش یابد، اندازه شتاب جسم $1/2\text{m/s}^2$ تغییر می‌کند. جرم این جسم چند کیلوگرم است؟

۱) $4/5$

۲) 5

۳) $12/5$

۴) 6

پاسخ

۳) (به روش حل دقت کنید)

$$F_{\text{net}} = ma \xrightarrow{m \text{ ثابت}} \Delta F_{\text{net}} = m\Delta a$$

$$\Rightarrow m = \frac{\Delta F_{\text{net}}}{\Delta a} = \frac{-15}{-1/2} = 12/5\text{kg}$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

قوانین حرکت نیوتون

زیرواحد یادگیری

قانون دوم نیوتون

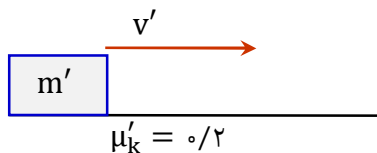
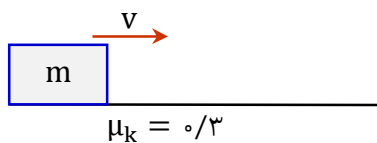
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۰ مطابق شکل، دو جسم که روی سطح افقی حرکت می‌کنند با سرعت‌های \vec{v} و $\vec{v}' = 2\vec{v}$ وارد سطوح دارای اصطکاکی که ضرایب اصطکاک جنبشی آنها به ترتیب $0/3$ و $0/2$ است شده و متوقف می‌شوند. اگر مسافتی که m تا توقف کامل روی سطح طی می‌کند برابر l و مسافتی که m' تا توقف کامل روی سطح طی می‌کند برابر l' باشد، $\frac{l'}{l}$ چقدر است؟



۱ ۶

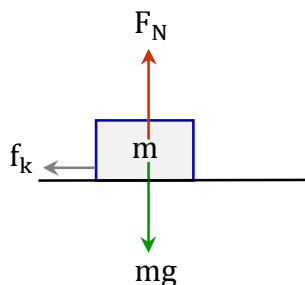
۲ ۴

۳ ۳

۴ ۲

پاسخ

۱- توجه کنید ابتدا شتاب حرکت اجسام روی سطح افقی که تنها نیروی مؤثر وارد بر آن اصطکاک جنبشی است را تعیین می‌کنیم:



$$F_{\text{net}} = f_k = ma \Rightarrow a = \frac{f_k}{m} = \frac{\mu_k F_N}{m} = \frac{\mu_k mg}{m} = \mu_k g$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت

(تعادل و حرکت اجسام)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



کاملاً مشخص است در این شرایط شتاب کاهنده سرعت، تابع جرم جسم نیست. بنابراین شتاب جسم m ، برابر $\mu_k g = 0/3g$ و شتاب جسم m' ، برابر $\mu_k g = 0/2g$ است.

-۲

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad \xrightarrow{v=0}$$

$$\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{\ell'}{\ell} = \frac{\frac{(2v)^2}{0/2g}}{\frac{v^2}{0/3g}} = 4 \times \frac{3}{2} = 6$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت

(تعادل و حرکت اجسام)

حیطه شناختی

پیشرفته

۵۱ در یک مسیر مستقیم جسمی به جرم 1 kg روی یک سطح افقی قرار دارد و نیروی افقی و ثابت \vec{F} در لحظه $t = 0$ به آن اثر می‌کند، به طوری که آهنگ تغییر سرعت جسم 3 m/s^2 می‌گردد. اگر پس از 4 s نیروی F قطع شود، جسم 4 s پس از قطع نیروی F متوقف می‌شود. اندازه نیروی F چند نیوتون بوده است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)

۱) ۳

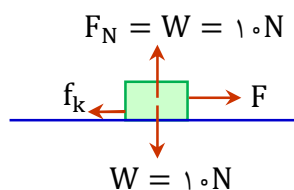
۲) ۴/۵

۳) ۹

۴) ۶

پاسخ

۴-۱ بررسی جسم در حالی که به آن نیروی \vec{F} اثر کرده است: (توجه دارید که آهنگ تغییر سرعت همان شتاب حرکت است.)



$$a_1 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - f_k}{m} \Rightarrow F - f_k = 1 \times 3 = 3 \quad (\text{رابطه I})$$

۲- بررسی جسم در حالتی که نیروی F قطع شده است: (الف) سرعت جسم: (سرعت اولیه جسم در این فاز سرعت نهایی جسم در فاز قبل از قطع F است.)

$$v = a_1 t = 3 \times 4 = 12\text{ m/s}$$

(ب)

$$a_2 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{4} = -3\text{ m/s}^2$$

(پ)

$$a_2 = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{-f_k}{m} \Rightarrow f_k = 3 \times 1 = 3\text{ N}$$

۳- با قراردادن مقدار f_k در رابطه I داریم:

$$F - f_k = 3 \xrightarrow{f_k = 3\text{ N}} F = 6\text{ N}$$

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت (تعادل و حرکت اجسام)

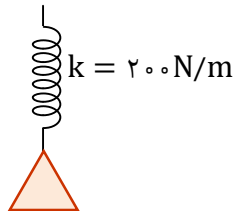
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۲ مطابق شکل کفه‌ای به جرم m را به انتهای فنر قائمی می‌بندیم. طول فنر به ۲۴cm می‌رسد. اگر همین مجموعه با شتابی به اندازه ۲m/s^2 به صورت کندشونده به سمت بالا حرکت کند، طول فنر ۲۲cm می‌شود. جرم کفه چند کیلوگرم است؟
($g = ۱۰\text{m/s}^2$)



۱) ۰/۲

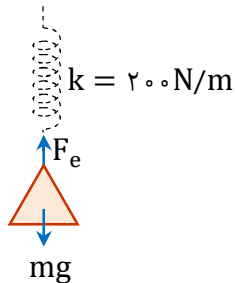
۲) ۰/۳

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۳-۱ در حالت اول مجموعه تعادل دارد، بنابراین داریم: (طول آزاد فنر را ℓ_0 در نظر گرفته‌ایم.)



$$F_e = m_{\text{کفه}} \times g \Rightarrow k \frac{(۲۴ - \ell_0)}{۱۰۰} = ۱۰m \xrightarrow{k=۲۰۰\text{N/m}}$$

$$۲۴ - \ell_0 = ۵m \quad (\text{I})$$

۲- در حالت دوم، چون حرکت جسم کندشونده به سمت بالاست، شتاب حرکت به سمت پایین است. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow F_e - mg = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow k \frac{(۲۲ - \ell_0)}{۱۰۰} - ۱۰m = m(-۲)$$

$$\Rightarrow k \frac{(۲۲ - \ell_0)}{۱۰۰} = ۸m \xrightarrow{k=۲۰۰\text{N/m}} ۲۲ - \ell_0 = ۴m \quad (\text{II})$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش

ریسمان

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



-۳

$$\text{معادلات (I) و (II) } \begin{cases} 24 - \ell = 5m \\ 22 - \ell = 4m \end{cases}$$

$$\Rightarrow m = 2 \text{ kg}, \ell = 14 \text{ cm}$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش

ریسمان

حیطه شناختی

مقدماتی

۵۳ دو گلوله هم اندازه A و B ($m_A > m_B$) را در هوا به طور هم زمان و با سرعت های یکسان در امتداد قائم به سمت بالا پرتاب می کنیم. اگر نیروی مقاومت هوای وارد به دو گلوله با هم برابر باشد، کدام گزینه در مورد حرکت آنها درست است؟

① ارتفاع اوج A کمتر از ارتفاع اوج B بوده اما در زمان بیشتری به آن می رسد.

② ارتفاع اوج و زمان رسیدن به آن برای گلوله A کوچکتر از B است.

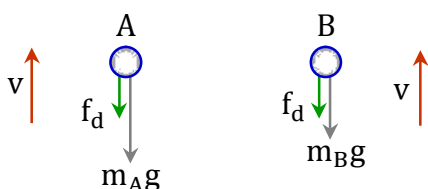
③ ارتفاع اوج A بیشتر از ارتفاع اوج B بوده اما در زمان کمتری به آن می رسد.

④ ارتفاع اوج و زمان رسیدن به آن برای گلوله A بزرگتر از B است.

پاسخ

۴ ۱- چون جرم گلوله A بیشتر از گلوله B است، اندازه شتاب کاهنده آن کمتر از اندازه شتاب کاهنده B خواهد بود.

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} : \begin{cases} a_A = \frac{m_A g + f_d}{m_A} = g + \frac{f_d}{m_A} \\ a_B = \frac{m_B g + f_d}{m_B} = g + \frac{f_d}{m_B} \end{cases} \xrightarrow{m_A > m_B} a_A < a_B$$



۲- ارتفاع اوج:

$$v_{\text{اوج}}^2 - v_0^2 = 2ah \Rightarrow h = \left| \frac{v_0^2}{2a} \right| \xrightarrow{a_A < a_B} h_A > h_B$$

۳- زمان رسیدن به نقطه اوج:

$$v_{\text{اوج}} = at + v_0 \Rightarrow t = \left| \frac{v_0}{a} \right| \xrightarrow{a_A < a_B} t_A > t_B$$

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

وزن / مقاومت هوا و تندی حدی

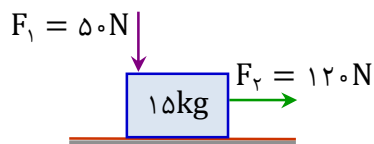
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



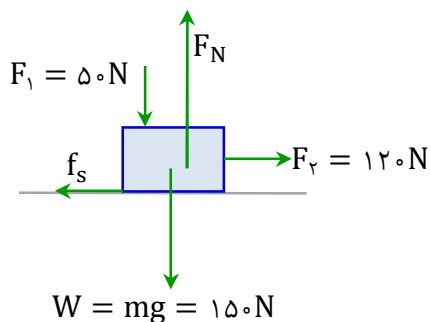
۵۴ در شکل زیر جسم با جرم 15kg ساکن است. چنانچه نیروی F_1 را قطع کنیم، جسم با شتاب 4m/s^2 شروع به حرکت می‌کند. اختلاف ضریب اصطکاک ایستایی با ضریب اصطکاک جنبشی سطح چقدر است؟ ($g = 10\text{m/s}^2$)



- ① حداکثر ۰/۱
 ② حداقل ۰/۱
 ③ حداکثر ۰/۲
 ④ حداقل ۰/۲

پاسخ

۴-۱ در این تست بایستی به یک نکته در ابتدا دقت کنید، وقتی می‌گوییم جسم ساکن است، اصطکاک آن ایستایی بوده که حد اصطکاک ایستایی برابر $f_{s,\max} = \mu_s F_N$ است. با این نگاه در ابتدا سکون جسم را بررسی می‌کنیم:



الف) تعادل در راستای قائم:

$$F_N = F_1 + W = 50 + 150 = 200\text{N}$$

ب) تعادل در راستای افقی:

$$F_2 = f_s \Rightarrow f_s = 120\text{N}$$

پ)

$$f_s \leq f_{s,\max} \Rightarrow 120 \leq \mu_s F_N$$

$$\Rightarrow \mu_s \geq \left(\frac{120}{200} = 0/6\right)$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک /

نیروی عکس‌العمل سطح

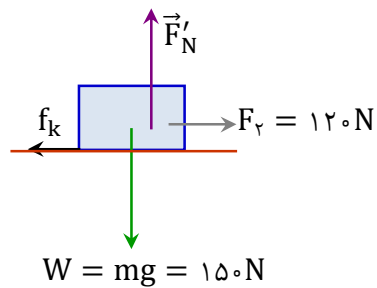
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲- با قطع نیروی F_1 جسم می‌لغزد، بنابراین اصطکاک وارد بر آن از نوع جنبشی است.



الف) در راستای قائم:

$$F'_N = mg = 150\text{N}$$

ب) در راستای افقی:

$$F_\gamma - f_k = ma \Rightarrow f_k = F_\gamma - ma = 120 - 60 = 60\text{N}$$

پ)

$$f_k = \mu_k F'_N \Rightarrow \mu_k = \frac{60}{150} = 0.4$$

$$\mu_s - \mu_k \geq 0.2$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

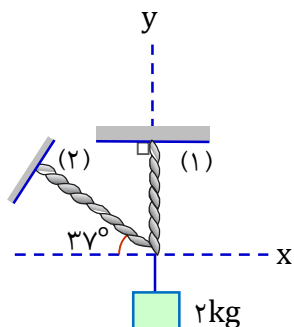
نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک /

نیروی عکس‌العمل سطح

حیطه شناختی

مقدماتی

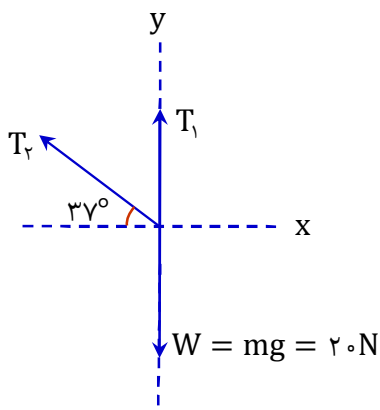
۵۵ مطابق شکل جسمی به جرم ۲kg به دو ریسمان آویخته شده و تعادل دارد، اختلاف اندازه کشش دو ریسمان (۱) و (۲) چند نیوتون است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶, g = ۱۰\text{m/s}^۲)$



- ۱) ۲۰
۲) ۱۲
۳) ۱۶
۴) ۴

پاسخ

۱ اگر دقت کنید با مسئله بسیار ساده‌ای مواجه هستیم. دو نیروی وزن و کشش ریسمان (۱) یعنی T_1 در امتداد هم بوده و نیروی T_2 در امتداد دیگری است. چون هیچ نیرویی وجود ندارد تا بتواند مؤلفه افقی نیروی T_2 را خنثی کند و با توجه به تعادل جسم، نیروی T_2 باید برابر صفر بوده، بنابراین T_1 با وزن جسم برابر است.



$$\begin{cases} T_1 = mg = ۲۰\text{N} \\ T_2 = ۰ \end{cases} \Rightarrow T_1 - T_2 = ۲۰\text{N}$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

نیروی فنر (کشسانی فنر) / نیروی کشش

ریسمان

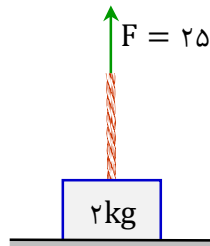
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۶ جسمی به جرم ۲kg روی سطح زمین قرار دارد. به این جسم ریسمان بدون جرم و قائمی بسته و با نیروی $F = ۲۵\text{N}$ آن را می کشیم. اگر ریسمان پس از ۴ ثانیه پاره شود، حداکثر فاصله جسم تا سطح زمین چند متر خواهد شد؟ ($g = ۱۰\text{m/s}^2$ و از مقاومت هوا در برابر حرکت صرف نظر کنید).



۲۵ (۱)

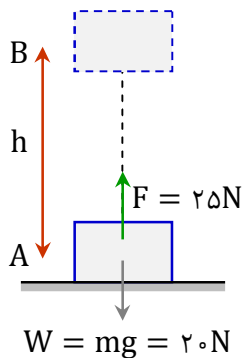
۳۰ (۲)

۳۲ (۳)

۳۷/۵ (۴)

پاسخ

۱- تحلیل حرکت جسم پیش از پاره شدن ریسمان:



(الف)

$$a = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{F - W}{m} = \frac{25 - 20}{2} = 2.5 \text{ m/s}^2$$

(ب)

$$v_B = at = 2.5 \times 4 = 10 \text{ m/s}$$

(پ)

$$h = \frac{v_B^2}{2a} = \frac{10^2}{2 \times 2.5} = 20 \text{ m}$$

۲- پس از پاره شدن ریسمان، حرکت جسم کندشونده خواهد بود.

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت

(تعادل و حرکت اجسام)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ

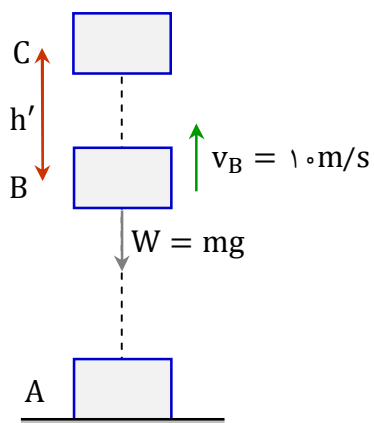


$$a' = \frac{F_{\text{net}}}{m} = \frac{-W}{m} = -g = -10 \text{ m/s}^2$$

$$v_C^2 - v_B^2 = 2a'h' \xrightarrow{v_C=0} -100 = -20 \times h'$$

$$\Rightarrow h' = 5 \text{ m}$$

$$H_{\text{اج}} = h + h' = 20 + 5 = 25 \text{ m}$$



(الف)

(ب)

-۳

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

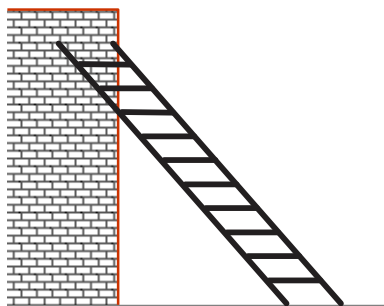
استفاده از قوانین نیوتون در تحلیل حرکت

(تعادل و حرکت اجسام)

حیطه شناختی

پیشرفته

۵۷ در شکل زیر نردبانی به دیواره قائم بدون اصطکاکی تکیه داده و در آستانه سرخوردن بر روی سطح افقی است. در این صورت نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند برابر نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)
 $\mu_s = 0/4$ در سطح افقی)



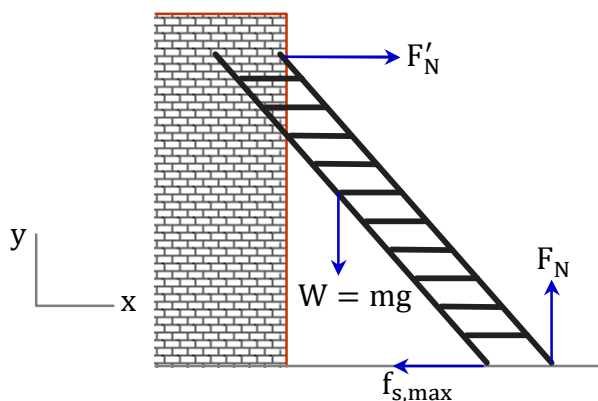
۱) $0/4$

۲) $\frac{2\sqrt{29}}{29}$

۳) $2/5$

۴) $\frac{\sqrt{29}}{2}$

۲



۱- با توجه به اینکه نردبان ساکن است، در راستای محور y داریم:

$$\vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_N = mg = 10m$$

۲- در تست ذکر شده جسم در آستانه سرخوردن قرار دارد، بنابراین:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N = 0/4 \times mg = 4m$$

۳- در راستای x هم باید برابری نیروها صفر شود:

$$\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F'_N = f_{s,max} = 4m$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک /

نیروی عکس‌العمل سطح

حیطه شناختی

مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



۴- از طرف دیوار قائم فقط نیروی F'_N به نردبان اثر می‌کند. اما از طرف سطح افقی دو نیرو به نردبان اثر می‌کند. داریم:

(الف)

$$R_s = \sqrt{F_N'^2 + f_{s,\max}^2} = m\sqrt{10^2 + 4^2} \\ = 2m\sqrt{29}$$

(ب)

$$\frac{F'_N}{R_s} = \frac{4m}{2m\sqrt{29}} = \frac{2\sqrt{29}}{29}$$

فیزیک

فصل

فصل ۲: دینامیک

واحد یادگیری

معرفی برخی از نیروهای خاص

زیرواحد یادگیری

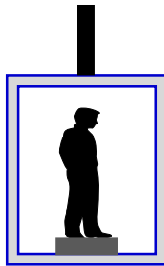
نیروی عمود بر سطح / نیروی اصطکاک /

نیروی عکس‌العمل سطح

حیطه شناختی

مقدماتی

۵۸ مطابق شکل فردی به جرم 75kg روی یک ترازوی فنری ایستاده است و آسانسور با تندی ثابت $2/2\text{m/s}$ در حال پایین آمدن است که کابل آسانسور پاره می‌شود. اعدادی که ترازو قبل از پاره شدن کابل و پس از آن نشان می‌دهد، به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون هستند؟ ($g = 9/8\text{m/s}^2$)



۱) ۷۳۵، صفر

۲) ۹۰۰، صفر

۳) ۱۴۷۰، ۷۳۵

۴) ۱۴۷۰، ۹۰۰

پاسخ

۱- به صورت تست خوب دقت کنید. در حالت اول تندی حرکت آسانسور در راستای قائم ثابت است، یعنی شتاب حرکت صفر است، بنابراین با توجه به قانون اول داریم:



$$a = 0 \Rightarrow F_{\text{net}} = 0$$

$$\Rightarrow F_N = mg = 75 \times 9/8 = 735\text{N}$$

۲- با پاره شدن کابل، آسانسور و تمام اشیاء داخل آن با شتاب g سقوط می‌کنند.

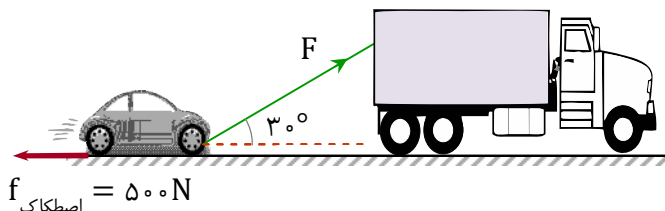
$$a = g \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a} \Rightarrow F_N - mg = m(-g)$$

$$\Rightarrow F_N = 0$$

فیلم پاسخ



۵۹ در شکل زیر، کامیونت با نیروی $F = 5000\text{N}$ خودروی 1200 کیلوگرمی را در یک مسیر افقی به اندازه $2/0\text{km}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی F ، اصطکاک و وزن در این جابه‌جایی به ترتیب، چند کیلوژول است؟ ($\cos 30^\circ = 0/85$)



۱) 10000 ، 1000 و 2400

۲) 8500 ، -1000 و -2400

۳) 8500 ، -1000 و صفر

۴) 10000 ، 1000 و صفر

پاسخ

۳ بر اساس تعریف کار؛ $W = (F\cos\theta)d$ ، کار هر یک از نیروها را به دست می‌آوریم:

$$W_F = (F\cos 30^\circ)d$$

$$= (5000\text{N} \times 0/85)(2/0 \times 10^3\text{m}) = 8500\text{kJ}$$

$$W_{f_{\text{اصطکاک}}} = (f_{\text{اصطکاک}} \cos 180^\circ)d$$

$$= (500\text{N} \times (-1))(2/0 \times 10^3\text{m}) = -1000\text{kJ}$$

$$W_{mg} = ((mg)\cos 90^\circ)d = 0$$

فیزیک

فصل

[دهم] فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

[دهم] انرژی جنبشی / کار انجام شده توسط

نیروی ثابت / کار و انرژی جنبشی

زیرواحد یادگیری

[دهم] کار نیروی ثابت / کار نیروهای خاص

(وزن و ...)

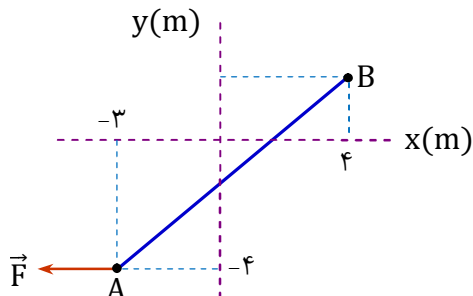
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۰ مطابق شکل جسم تحت تأثیر نیروی ثابت F به بزرگی ۱۵N از نقطه A به B جابه‌جا شده است. کار این نیرو در این جابه‌جایی چند ژول است؟



۱) ۱۰۵

۲) -۱۰۵

۳) -۱۲۰

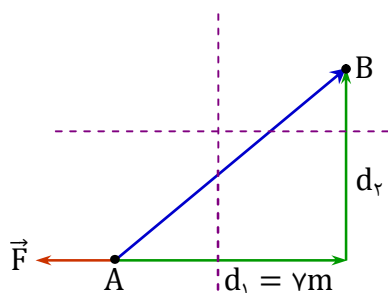
۴) مفروضات ناقص است.

پاسخ

۲ توجه کنید:

کافی است جابه‌جایی تجزیه شود به دو مؤلفه (مطابق شکل زیر)، مؤلفه‌ای که در امتداد نیرو است، و مؤلفه‌ای که عمود بر نیرو است. نیروی F در جابه‌جایی d_{\parallel} کار انجام نمی‌دهد، چون بر آن عمود است.

$$W_F = Fd_{\parallel} \cos\theta = ۱۵ \times ۷ \times (-۱) = -۱۰۵\text{J}$$



فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

انرژی جنبشی / کار انجام شده توسط نیروی

ثابت / کار و انرژی جنبشی

زیرواحد یادگیری

کار نیروی ثابت / کار نیروهای خاص (وزن و

(...)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۱. می‌خواهیم با خودرویی به جرم 800 kg از تندی 5 m/s به تندی 10 m/s برسیم. اگر هر گرم بنزین پس از سوختن 50 kJ انرژی آزاد کند و 30% درصد از انرژی حاصل از سوختن بنزین به انرژی جنبشی تبدیل شود، در این صورت باید چند لیتر بنزین بسوزانیم؟ ($\rho_{\text{بنزین}} = 0.8 \text{ g/cm}^3$)

۱) ۲

۲) $2/5$ ۳) 2×10^{-3} ۴) $2/5 \times 10^{-3}$

پاسخ

۴) ۱- ابتدا تغییر انرژی جنبشی خودرو را حساب می‌کنیم:

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 800 \times (10^2 - 5^2) \\ = 400 \times 75 = 30 \text{ kJ}$$

۲- این تغییر انرژی جنبشی، 30% درصد انرژی حاصل از سوختن بنزین است. پس داریم:

$$\Delta K = \frac{30}{100} (\text{انرژی سوختن}) \\ \Rightarrow \text{انرژی سوختن} = \frac{100}{30} \times 30 \text{ kJ} = 100 \text{ kJ}$$

۳- پس جرم بنزین مورد نیاز برابر است با:

$$m = \frac{\text{انرژی سوختن}}{\text{انرژی هر گرم بنزین پس از سوختن}} = \frac{100 \text{ kJ}}{50 \text{ kJ}} = 2 \text{ g}$$

۴- حجم بنزین مورد نیاز برابر خواهد بود با:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{2}{0.8} = 2.5 \text{ cm}^3 = 2/5 \times 10^{-3} \text{ L}$$

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

انرژی جنبشی / کار انجام شده توسط نیروی

ثابت / کار و انرژی جنبشی

زیرواحد یادگیری

انرژی جنبشی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۲. جسمی به جرم ۵kg با نیروی عمودی F با شتاب ۴m/s^2 رو به بالا حرکت می‌کند. نسبت کار نیروی F به تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن چقدر است؟ ($g = ۱۰\text{N/kg}$)

- ① $\frac{۵}{۷}$
 ② $\frac{۷}{۵}$
 ③ $\frac{۴}{۵}$
 ④ $\frac{۵}{۴}$

پاسخ

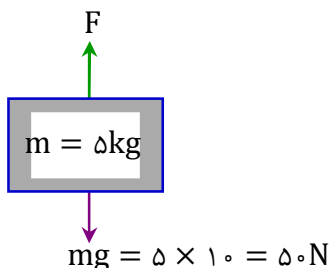
۲

میدانید

طبق قانون دوم نیوتون، برابری نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$F_{\text{net}} = ma$$

۱- ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون F را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{\text{net}} = F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a)$$

$$\Rightarrow F = ۵(۱۰ + ۴) = ۷۰\text{N}$$

۲- با توجه به اینکه $\Delta U = mgh$ و $W_F = Fh \cos 0^\circ$ ، پس

داریم:

$$\frac{W_F}{\Delta U} = \frac{Fh}{mgh} = \frac{F}{mg} = \frac{۷۰}{۵۰} = \frac{۷}{۵}$$

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی پتانسیل / پایستگی انرژی

مکانیکی

زیرواحد یادگیری

قضیه کار و انرژی مکانیکی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۳ جسمی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین با تندی v رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر تندی جسم در ارتفاع ۲۵ متری سطح زمین 20 m/s باشد، v چند m/s است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) و از اثر نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.

۱) 10

۲) $10\sqrt{2}$

۳) $10\sqrt{3}$

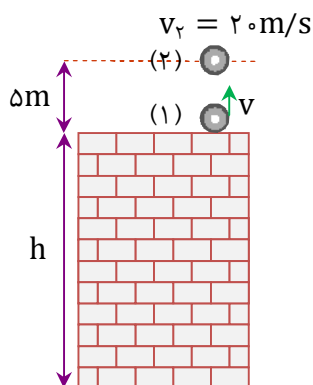
۴) $10\sqrt{5}$

پاسخ

۴ -۱ در ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\frac{h_1=20}{v_1=v} 20 \cdot m + \frac{1}{2}mv^2$$



۲- در ارتفاع ۲۵ متری سطح زمین، انرژی مکانیکی جسم برابر است با:

$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\frac{h_2=25}{v_2=20} 25 \cdot m + 200m = 450m$$

۳- با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow 200m + \frac{1}{2}mv^2 = 450m$$

$$\Rightarrow v^2 = 500 \Rightarrow v = 10\sqrt{5} \text{ m/s}$$

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی پتانسیل / پایستگی انرژی

مکانیکی

زیرواحد یادگیری

پایستگی انرژی مکانیکی

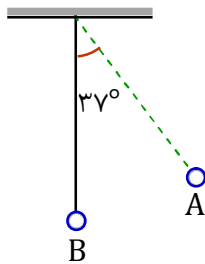
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۴ مطابق شکل یک آونگ را از وضعیت تعادل به اندازه 37° منحرف کرده و رها می‌کنیم. اگر طول ریسمان آونگ برابر L و جرم گلوله آن m و مقاومت در برابر حرکت ناچیز باشد، تندی گلوله در لحظه‌ای که ریسمان در امتداد قائم قرار می‌گیرد، چقدر بوده و کار نیروی کشش ریسمان در جابه‌جایی از A تا B چقدر است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)



$$W_T = 0, v_B = 2\sqrt{L} \quad \text{①}$$

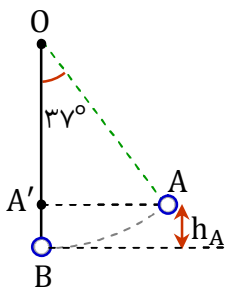
$$W_T = 0, v_B = \sqrt{2L} \quad \text{②}$$

$$W_T = 2mL, v_B = 2\sqrt{L} \quad \text{③}$$

$$W_T = 2mL, v_B = \sqrt{2L} \quad \text{④}$$

پاسخ

۱- با توجه به ناچیز بودن مقاومت از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:



(الف)

$$h_A = OB - OA' = L - L \cos 37^\circ = 0.2L$$

(ب)

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2} mv_B^2 \Rightarrow v_B = 2\sqrt{L}$$

۲- نیروی کشش ریسمان در هر لحظه بر مسیر حرکت عمود بوده بنابراین کار آن برابر صفر است.

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی پتانسیل / پایستگی انرژی

مکانیکی

زیرواحد یادگیری

پایستگی انرژی مکانیکی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۵ بازده ماشین A برابر ۶۰ درصد و بازده ماشین B برابر ۳۰ درصد است. همچنین توان خروجی (مفید) ماشین A برابر ۵۰ وات و توان خروجی ماشین B برابر ۲۰۰ وات است. اگر به هر دو ماشین [۱۰۰] انرژی وارد شود

- ① ماشین A، ۱۵ ژول کمتر از B کار انجام داده و ماشین B کار را ۰/۴۵S کندتر انجام می‌دهد.
- ② ماشین A، ۱۵ ژول کمتر از B کار انجام داده و ماشین B کار را ۰/۰۵S کندتر انجام می‌دهد.
- ③ ماشین A، ۳۰ ژول بیشتر از B کار انجام داده و ماشین B کار را ۰/۹S سریع‌تر انجام می‌دهد.
- ④ ماشین A، ۳۰ ژول بیشتر از B کار انجام داده و ماشین B کار را ۱/۰۵S سریع‌تر انجام می‌دهد.

پاسخ

④ ۱- انرژی ورودی (کل) برای هر دو ماشین یکسان است. کار انجام شده (مفید) هر ماشین را با توجه به بازده حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{کار مفید}}{\text{انرژی کل}} \Rightarrow \begin{cases} W_A = 0.6 \times 100 = 60 \text{ J} \\ W_B = 0.3 \times 100 = 30 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow$$

ماشین A، ۳۰ ژول بیشتر از B کار انجام می‌دهد.

۲- با توجه به توان خروجی زمان انجام کار برای هر ماشین را حساب می‌کنیم:

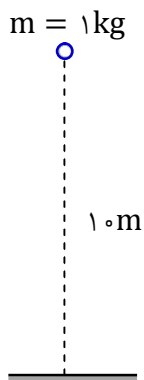
$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow \begin{cases} t_A = \frac{W_A}{P_A} = \frac{60}{50} = 1.2 \text{ s} \\ t_B = \frac{W_B}{P_B} = \frac{30}{200} = 0.15 \text{ s} \end{cases} \Rightarrow$$

ماشین B کار را ۱/۰۵ ثانیه سریع‌تر انجام می‌دهد.

فیلم پاسخ



۶۶ گلوله‌ای از فاصله 10 m زمین رها شده و پس از برخورد به سطح زمین 5 cm در آن فرورفته تا متوقف شود. اگر نیروی مقاومت هوا ثابت و برابر 2 N باشد و نیروی وارد از طرف سطح در مدت برخورد با زمین تا توقف در آن را ثابت فرض کنیم، این نیرو چند نیوتون است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



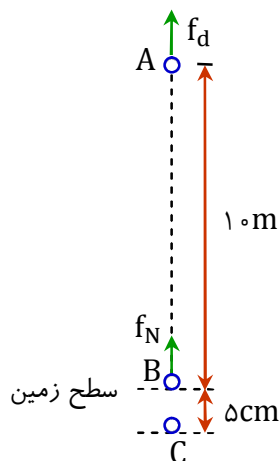
۱ ۱۶۰۰

۲ ۱۶۱۰

۳ ۲۰۰۰

۴ ۲۰۲۰

۲



$$\Delta E = W_{\text{نیروی مقاوم}}$$

$$\Rightarrow E_C - E_A = (W_{\text{مقاومت هوا}})_{AB} + (W_{\text{نیروی سطح}})_{BC}$$

$$\Rightarrow 0 - 1 \times 10 \times (10 + 0.05) = -2 \times 10 - f_N \times 0.05$$

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی درونی / توان

زیرواحد یادگیری

انرژی درونی و قانون پایستگی انرژی

حیطه شناختی

مقدماتی

پاسخ

فیلم پاسخ



$$\Rightarrow 100/5 = 20 + \frac{5}{100} f_N \Rightarrow f_N = 1610 \text{ N}$$

فیزیک

فصل

فصل ۳: کار، انرژی و توان

واحد یادگیری

کار و انرژی درونی / توان

زیرواحد یادگیری

انرژی درونی و قانون پایستگی انرژی

حیطه شناختی

مقدماتی

۶۷. دمای یک جسم در مقیاس سلسیوس را ۲ برابر می‌کنیم، در این صورت دمای آن در مقیاس کلونین $\frac{^{\circ}\text{F}}{9}$ برابر می‌شود. دمای جسم در مقیاس فارنهایت چقدر است؟

۱) $113/9$

۲) $195/8$

۳) $359/6$

۴) $523/4$

پاسخ

۱

میدانید

بین دما در مقیاس‌های مختلف روابط زیر برقرار است:

$$T = 273 + \theta$$

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

۱- ابتدا دمای جسم در مقیاس سلسیوس را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} T_1 = 273 + \theta_1 & T_2 = \frac{9}{5}T_1 \\ T_2 = 273 + \theta_2 & \theta_2 = 2\theta_1 \end{cases} \rightarrow \frac{9}{5}(273 + \theta_1) = 273 + 2\theta_1$$

$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{273}{6} = 45/5^{\circ}\text{C}$$

۲- حال دمای جسم در مقیاس فارنهایت برابر است با:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta=45/5^{\circ}\text{C}}$$

$$F = \frac{9}{5} \times 45/5 + 32 = 113/9^{\circ}\text{F}$$

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

دما و دماسنجی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۶۸ طول میله‌ای فلزی با ضریب انبساط طولی α با تغییر دمای $\Delta\theta$ ، ۳ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای جسمی از همین فلز را $3\Delta\theta$ تغییر دهیم، حجم آن چند برابر خواهد شد؟

- ① $1/03$
 ② $1/09$
 ③ $1/27$
 ④ $1/81$

پاسخ

۳

بدانید

اگر دمای جسمی به اندازه $\Delta\theta$ تغییر کند، درصد تغییر طول، درصد تغییر مساحت و درصد تغییر حجم جسم برابر خواهند بود با:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = 100\alpha\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 200\alpha\Delta\theta$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 300\alpha\Delta\theta$$

با توجه به این که $3 = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100$ ؛ بنابراین داریم:

$$100\alpha\Delta\theta = 3 \Rightarrow \alpha\Delta\theta = 3 \times 10^{-2}$$

تغییر حجم ثانویه جسم برابر است با:

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha \times 3\Delta\theta = 9V_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow{\alpha\Delta\theta = 3 \times 10^{-2}}$$

$$\Delta V = 27 \times 10^{-2}V_1$$

بنابراین حجم ثانویه جسم برابر است با:

$$V_2 = V_1 + \Delta V = 1/27V_1$$

بنابراین $\frac{V_2}{V_1}$ برابر است با:

$$\frac{V_2}{V_1} = 1/27$$

فصل

[دهم] فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

[دهم] دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

[دهم] انبساط طولی، سطحی، حجمی و

تغییر چگالی / نکات مربوط به انبساط (ابعاد

ظاهری، اجسام توپر و خالی و درصد

تغییرات)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۹ دمای مقدار معینی آب خالص را از دمای ۲۷۵K تا دمای ۵۰°F به تدریج تغییر می‌دهیم. چگالی آب، در این بازه دمای چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱ پیوسته افزایش می‌یابد.
- ۲ پیوسته کاهش می‌یابد.
- ۳ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- ۴ ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

پاسخ

۳

میدانید

آب در بازه صفر تا ۴°C رفتار غیرعادی دارد و با افزایش دما به جای افزایش حجم، با کاهش حجم مواجه می‌شود و در نتیجه طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ با افزایش چگالی روبه‌رو خواهد شد.

$$T = 275K \Rightarrow T = \theta + 273 \Rightarrow \theta_1 = 2^\circ C$$

$$F = 50^\circ F \Rightarrow F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \theta_2 = (50 - 32) \times \frac{5}{9} = 10^\circ C$$

بنابراین از دمای ۲°C تا ۴°C با افزایش چگالی و از ۴°C تا ۱۰°C با کاهش چگالی مواجه خواهد بود.

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

انبساط غیرعادی آب

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۰. در یک سفر هوایی اختلاف دمای مقصد تا مبدا سفر برابر 36°F است. در این صورت اختلاف دمای این دو نقطه برحسب کلونین

چقدر است؟

۱) ۳۶

۲) ۲۰

۳) $337/8$

۴) ۲۹۳

پاسخ

۲ -۱ به رابطه مقیاس فارنهایت و سلسیوس توجه کنید.

$$F = 1/8\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = 1/8\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 36 = 1/8\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 290^{\circ}\text{C}$$

۲- با توجه به رابطه کلونین و سلسیوس داریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \Delta T = \Delta\theta = 290$$

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

دما و مقیاس‌های دما

حیطه شناختی

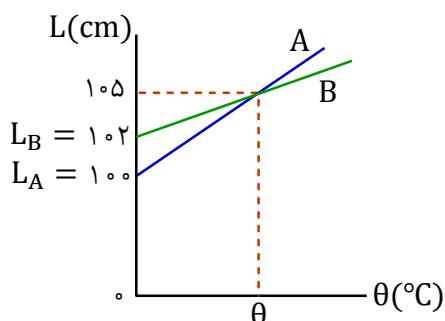
مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۱. ضریب انبساط طولی میله A و B، α_A و α_B است. با توجه به

نمودار طول دو میله بر حسب دمای آنها، نسبت $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ کدام است؟



- ۱ (۱)
 $\frac{34}{33}$ (۲)
 $\frac{17}{10}$ (۳)
 $\frac{26}{25}$ (۴)

پاسخ

۳

۱- ابتدا تغییر طول هر دو میله را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta L_B = 105 - 102 = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta L_A = 105 - 100 = 5 \text{ cm}$$

۲- از طرفی تغییر طول دو میله از رابطه $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ را نیز

محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta L_B = L_B \alpha_B (\theta - 0) \Rightarrow 3 = 102 \alpha_B \theta \Rightarrow \alpha_B = \frac{3}{102 \theta}$$

$$\Delta L_A = L_A \alpha_A (\theta - 0) \Rightarrow 5 = 100 \alpha_A \theta \Rightarrow \alpha_A = \frac{5}{100 \theta}$$

۳- بنابراین نسبت $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}$ برابر است با:

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{\frac{5}{100 \theta}}{\frac{3}{102 \theta}} = \frac{510}{300} = \frac{17}{10}$$

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

انبساط طولی، سطحی، حجمی و تغییر

چگالی / نکات مربوط به انبساط (ابعاد

ظاهری، اجسام توپر و توخالی و درصد

تغییرات)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۲. دمای جسم جامدی را 100°C افزایش داده‌ایم و چگالی آن

$1/8$ درصد کاهش می‌یابد. ضریب انبساط حجمی این جسم در

SI کدام است؟

۱ $1/8 \times 10^{-5}$

۲ $1/8 \times 10^{-4}$

۳ $3/6 \times 10^{-5}$

۴ $3/6 \times 10^{-4}$

۲

$$\rho_2 = \rho_1(1 - \beta\Delta\theta) \Rightarrow \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} = -\beta\Delta\theta$$

$$\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \times 100 = -1/8 \Rightarrow \beta\Delta\theta = \frac{1/8}{100}$$

$$\Rightarrow \beta \times 100 = \frac{1/8}{100} \Rightarrow \beta = 1/8 \times 10^{-4} \frac{1}{\text{K}}$$

پاسخ

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

انبساط طولی، سطحی، حجمی و تغییر

چگالی / نکات مربوط به انبساط (ابعاد

ظاهری، اجسام توپر و توخالی و درصد

تغییرات)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۳. در مورد دماسنج ترموکوپل کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) کمیت دماسنجی در دماسنج ترموکوپل ولتاژ است.
- ۲) این دماسنج جزء دماسنج‌های معیار بوده اما نسبت به سایر دماسنج‌های معیار دقت کمتری دارد.
- ۳) گستره دمایی دماسنج ترموکوپل از 270°C تا 1372°C است.
- ۴) دماسنج ترموکوپل خیلی سریع با دستگاہی که دمای آن را اندازه‌گیری می‌کند به تعادل گرمایی می‌رسد.

پاسخ

- ۲ با توجه به توضیحات کتاب درسی سه گزینه «۱»، «۳» و «۴» درست و برگرفته از متن کتاب درسی هستند. اما می‌دانیم امروزه دماسنج ترموکوپل جزء دماسنج‌های معیار نیست.

فیلم پاسخ



۷۴. یک پل در پایین‌ترین دمای منطقه‌ای، طولی برابر 1200 m دارد. فرض کنید حداقل دما در این منطقه 263 K باشد. در این صورت در دمای 40°C طول این پل چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟

$$(\alpha_{\text{پل}} = 1/2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}})$$

۱/۴۴ (۱)

۰/۷۲ (۲)

۱۴۴ (۳)

۷۲ (۴)

-۱ (۴)

-۲

$$T = \theta + 273$$

$$\Rightarrow \theta = T - 273 = 263 - 273 = -10^\circ\text{C}$$

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$$

$$= 1/2 \times 10^{-5} \times (1200 \times 10^2) \times (40 - (-10))$$

$$= 72\text{ cm}$$

پاسخ

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

انبساط طولی، سطحی، حجمی و تغییر

چگالی / نکات مربوط به انبساط (ابعاد

ظاهری، اجسام توپر و توخالی و درصد

تغییرات)

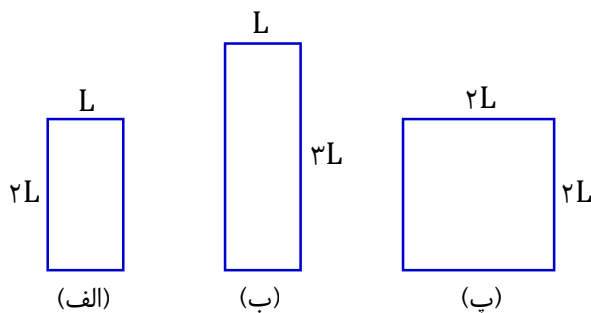
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۵. در شکل سه صفحه فلزی هم جنس در یک دما نشان داده شده است. اگر دمای همه آنها را به یک اندازه افزایش دهیم، مساحت صفحه کمترین افزایش را داشته و افزایش قطر صفحه در نهایت از همه صفحات بیشتر خواهد بود. (به ترتیب از راست به چپ)



۱ الف - ب

۲ الف - پ

۳ پ - ب

۴ پ - پ

پاسخ

- ۱- با توجه به رابطه $\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$ و اینکه (2α) و ΔT برای هر سه صفحه یکسان است، صفحه‌ای که بزرگ‌ترین مساحت را دارد، یعنی صفحه (پ) بیشترین افزایش سطح و صفحه (الف) کمترین افزایش سطح را خواهد داشت.
- ۲- در مورد قطر که فرمول $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ مورد استفاده قرار می‌گیرد، صفحه (ب) که قطر آن از سایر صفحات بیشتر است $(\sqrt{10}L)$ ، بیشترین افزایش قطر را خواهد داشت.

فیزیک

فصل

فصل ۴: دما و گرما

واحد یادگیری

دما و دماسنجی / انبساط گرمایی

زیرواحد یادگیری

انبساط طولی، سطحی، حجمی و تغییر

چگالی / نکات مربوط به انبساط (ابعاد

ظاهری، اجسام توپر و توخالی و درصد

تغییرات)

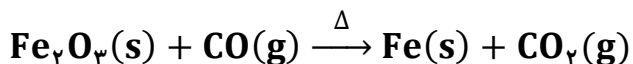
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۶. براساس واکنش زیر، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟



(آ) مجموع ضریب‌های مواد پس از موازنه، برابر با ۸ است.

(ب) پس از موازنه، تعداد مولکول‌های موجود در دو طرف معادله

واکنش با هم برابر است.

(پ) واکنش‌دهنده‌ها بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

(ت) افزایش مقدار یکی از فراورده‌ها در هواکره، باعث گرم‌تر

شدن کره زمین می‌شود.

۱ (۱)

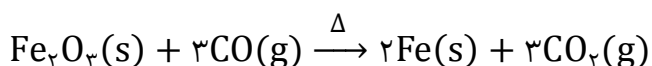
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۳ عبارتهای «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

(آ) ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم:



مجموع ضریب‌های مواد برابر با ۹ است.

(ب) در سمت واکنش‌دهنده‌ها ۳ مولکول CO و در سمت فراورده‌ها

۳ مولکول CO₂ وجود دارد. توجه کنید که Fe₂O₃ یک ماده یونی

است و Fe دارای اتم‌های فلزی است و ماده‌ای مولکولی محسوب

نمی‌شود.

(پ) علامت «Δ» بر روی «→» نشان‌دهنده این است که واکنش‌دهنده‌ها

بر اثر گرم شدن واکنش می‌دهند.

(ت) افزایش مقدار گاز CO₂ در هواکره باعث گرم‌تر شدن کره زمین

می‌شود.

فیلم پاسخ



۷۷. در استفاده از سوخت‌های مختلف و تولید انرژی، کدام مورد

نادرست است؟

- ۱) سوخت سبز از پسماندهای گیاهی مثل سویا، نیشکر و دانه‌های روغنی به دست می‌آید.
- ۲) در میان سوخت‌های فسیلی، بیش‌ترین گرمای آزاد شده به ازای یک گرم سوخت، مربوط به هیدروژن است.
- ۳) گوگرد دی‌اکسید از جمله فراورده‌های آلاینده‌ای است که از سوختن زغال سنگ تولید می‌شود.
- ۴) فراورده‌های سوختن بنزین و گاز طبیعی یکسان است.

پاسخ

- ۲) هیدروژن سوخت فسیلی محسوب نمی‌شود؛ اما نسبت به سوخت‌های فسیلی گرمای بیش‌تری آزاد می‌کند.

شیمی

فصل

فصل ۲: ردّپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای /

شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره /

اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره

زیرواحد یادگیری

شیمی سبز / سوخت‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۸. به مخلوطی از روغن و آب، پودر صابون اضافه می‌کنیم و خوب بهم می‌زنیم. چه تعداد از ویژگی‌های زیر در این مخلوط وجود دارد؟
- پایدار
 - همگن
 - نور را پخش می‌کند و مسیر عبور نور در آن مشخص می‌شود.
 - روغن بالاتر از آب قرار می‌گیرد.
 - نوعی سوسپانسیون است.
 - اندازه ذرات آن از محلول قند در آب، کوچکتر است.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

- ۳) با اضافه شدن پودر صابون به مخلوط، نوعی کلویید حاصل می‌شود و مانند دیگر کلوییدها پایدار است و نور را پخش می‌کند و مسیر عبور نور دیده می‌شود.
- کلوییدها ناهمگن بوده اندازه ذرات درون آنها، از ذرات حل شونده محلول‌هایی مثل آب قند بزرگتر است.

فیلم پاسخ

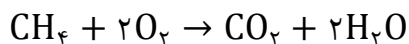


۷۹. برای سوختن کامل ۲۰ گرم از کدام یک از گازهای زیر در شرایط استاندارد، لیتر هوای بیشتری مورد نیاز است؟ (فرض کنید ۲۰ درصد حجم هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد.)
(C = ۱۲, H = ۱: g. mol⁻¹)

- CH_۴ ①
C_۲H_۶ ②
C_۳H_۸ ③
C_۴H_{۱۰} ④

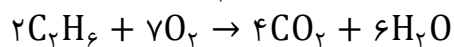
پاسخ

۱



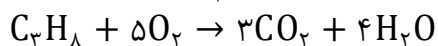
$$? \text{ L هوا} = 20 \text{ g CH}_4 \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{16 \text{ g CH}_4} \times \frac{2 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ LO}_2} = 280 \text{ L هوا}$$



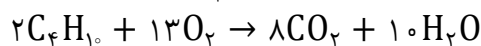
$$? \text{ L هوا} = 20 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{7 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ LO}_2} = 261.33 \text{ L هوا}$$



$$? \text{ L هوا} = 20 \text{ g C}_3\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{44 \text{ g C}_3\text{H}_8} \times \frac{5 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ LO}_2} = 254.54 \text{ L هوا}$$



$$? \text{ L هوا} = 20 \text{ g C}_4\text{H}_{10} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}}{58 \text{ g C}_4\text{H}_{10}} \times \frac{13 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol C}_4\text{H}_{10}} \times \frac{22.4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol O}_2}$$

$$\times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ LO}_2} = 251.03 \text{ L هوا}$$

شیمی

فصل

فصل ۲: ردیابی گازها در زندگی

واحد یادگیری

رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

زیر واحد یادگیری

استوکیومتری حجمی در گازها

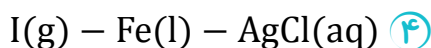
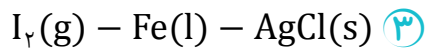
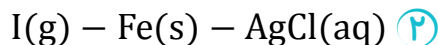
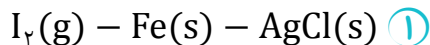
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۸۰ در معادله نمادی واکنش، تشکیل رسوب نقره کلرید، تولید آهن به حالت مذاب و تولید مولکول I_2 به حالت بخار، به ترتیب چگونه نشان داده می‌شوند؟



پاسخ

③ در معادله‌های واکنش، رسوب حالت جامد (s) دارد: $AgCl(s)$ مذاب حالت مایع دارد: $Fe(l)$ و مولکول I_2 اتمی بوده در حالت بخار به شکل گاز $I_2(g)$ نشان داده می‌شود.

شیمی

فصل

فصل ۲: ردّپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

واکنش‌های شیمیایی و قانون پایستگی جرم / موازنه کردن معادله واکنش‌های شیمیایی

زیرواحد یادگیری

معادله نوشتاری و نمادی و قانون پایستگی جرم

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای /

شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره /

اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره

اوزون در هواکره

پیشرفته

۸۱. چه تعداد از ویژگی‌های زیر در مورد اکسیژن از اوزون بیشتر است؟

- شدت رنگ در حالت مایع
- نقطه جوش
- تعداد جفت الکترون ناپیوندی
- فراوانی در لایه اوزون
- جرم مولی
- واکنش پذیری

۱ ۱

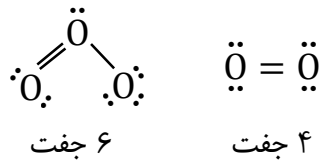
۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

پاسخ

۱ فراوانی اکسیژن در تمامی لایه‌های هواکره از اوزون بیشتر است. در لایه اوزون، بیشترین تراکم اوزون وجود دارد؛ ولی مقدار اکسیژن از اوزون بیشتر است.



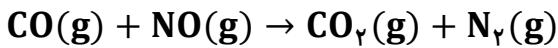
با توجه به شکل کتاب درسی، اوزون در حالت مایع رنگ آبی پررنگ‌تری نسبت به اکسیژن دارد. نقطه جوش، جرم مولکولی و تعداد جفت الکترون ناپیوندی بیشتری هم دارد. و از نظر واکنش‌پذیری هم از اکسیژن واکنش‌پذیرتر است.

فیلم پاسخ



۸۲. ۳/۳۶ لیتر گاز نیتروژن مونوکسید در شرایط STP دارای چند اتم است و در واکنش با کربن مونوکسید مطابق معادله زیر، چند گرم کربن دی‌اکسید تولید می‌کند؟

$$(C = ۱۲, O = ۱۶: g. mol^{-1})$$



(معادله واکنش موازنه شود.)

۱ $۶/۶ - ۱/۸ \times ۱۰^{۲۳}$

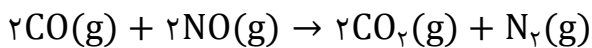
۲ $۶/۶ - ۹ \times ۱۰^{۲۲}$

۳ $۱۳/۲ - ۱/۸ \times ۱۰^{۲۳}$

۴ $۱۳/۲ - ۹ \times ۱۰^{۲۲}$

پاسخ

۱ معادله موازنه شده:



$$\begin{aligned} \text{اتم} \text{ NO} = ۳/۳۶L \text{ NO} \times \frac{۱ \text{ mol NO}}{۲۲/۴L \text{ NO}} \times \frac{۲ \text{ mol اتم}}{۱ \text{ mol NO}} \\ \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ اتم}}{۱ \text{ mol اتم}} = ۱/۸ \times ۱۰^{۲۳} \text{ اتم} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g CO}_2 = ۳/۳۶L \text{ NO} \times \frac{۱ \text{ mol NO}}{۲۲/۴L \text{ NO}} \times \frac{۲ \text{ mol CO}_2}{۲ \text{ mol NO}} \\ \times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۶/۶ \text{ g CO}_2 \end{aligned}$$

شیمی

فصل

فصل ۲: ردپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید

آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

زیر واحد یادگیری

شرایط STP گازها / قانون آووگادرو

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۸۳

چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد نیتروژن نادرست است؟

- در پر کردن تایر خودروها استفاده از نیتروژن نسبت به هوا مزیت دارد.
- واکنش پذیری ناچیزی دارد و به جو بی‌اثر شهرت دارد.
- آمونیاک یکی از مهمترین مواد شیمیایی است که از نیتروژن تهیه می‌شود.
- در دما و فشار اتاق با هیدروژن واکنش نمی‌دهد.
- با توجه به نقطه جوش آن، با سرد کردن مخلوط واکنش در روش هابر جداسازی می‌شود.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ صفر

پاسخ

۱ فقط عبارت پنجم نادرست است.

در روش هابر با سرد کردن مخلوط واکنش، گاز آمونیاک به صورت مایع جدا می‌شود و نیتروژن باقی مانده بازگردانی و مجدداً استفاده می‌شود.

فیلم پاسخ



۸۴. در کاربرد هیدروژن به‌عنوان سوخت کدام گزینه نادرست بیان شده است؟

۱) فراوان‌ترین عنصر در جهان است و مانند سوخت‌های فسیلی می‌تواند بسوزد و نور و گرما تولید کند.

۲) ۵۰ گرم از آن می‌تواند ۷۱۵۰ کیلوژول گرما تولید کند. (هر مول

هیدروژن در اثر سوختن ۲۸۶ کیلوژول گرما تولید می‌کند.

$$(H = 1 \text{ g. mol}^{-1})$$

۳) تولید، حمل و نگهداری آن بسیار پرهزینه است و از نظر شیمی سبز صرفه اقتصادی ندارد.

۴) قیمت آن به ازای هر گرم، از بنزین، زغال‌سنگ و گاز طبیعی بیشتر است.

پاسخ

۳) از نظر شیمی سبز، هر چند هیدروژن به‌عنوان سوخت هزینه زیادی دارد؛ اما از نظر کل هزینه‌هایی که سوخت‌های فسیلی بر اقتصاد کشورها تحمیل می‌کنند؛ مصرف آن مقرون به صرفه است و برخی کشورها برای تولید آن سرمایه‌گذاری‌های هنگفتی می‌کنند. گزینه «۲» درست است:

$$? \text{ kJ} = 50 \text{ gH}_2 \times \frac{1 \text{ molH}_2}{2 \text{ gH}_2} \times \frac{286 \text{ kJ}}{1 \text{ molH}_2} = 7150 \text{ kJ}$$

فیلم پاسخ



۸۵ مقدار عددی جرم کدام نمونه بیشتر است؟

① گاز کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن ۱۶۰ گرم متان

$$(O = ۱۶, H = ۱, C = ۱۲ \text{g. mol}^{-۱})$$

② $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۵}$ مولکول گوگرد تری‌اکسید

$$(S = ۳۲, O = ۱۶ \text{g. mol}^{-۱})$$

③ مخلوط ۲ مول نئون و ۲ مول هیدروژن

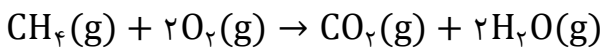
$$(H = ۱, Ne = ۲۰ \text{g. mol}^{-۱})$$

④ ۵/۶ لیتر گاز اوزون در شرایط STP

$$(O = ۱۶ \text{g. mol}^{-۱})$$

پاسخ

② (۱) ابتدا معادله واکنش را نوشته و موازنه می‌کنیم.



$$\begin{aligned} ? \text{ g CO}_2 &= ۱۶۰ \text{ g CH}_4 \times \frac{۱ \text{ mol CH}_4}{۱۶ \text{ g CH}_4} \times \frac{۱ \text{ mol CO}_2}{۱ \text{ mol CH}_4} \\ &\times \frac{۴۴ \text{ g CO}_2}{۱ \text{ mol CO}_2} = ۴۴۰ \text{ g CO}_2 \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} ? \text{ g SO}_3 &= ۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۵} \text{ مولکول} \times \frac{۱ \text{ mol SO}_3}{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ مولکول}} \\ &\times \frac{۸۰ \text{ g SO}_3}{۱ \text{ mol SO}_3} = ۴۰۰۰ \text{ g SO}_3 \end{aligned} \quad (۳)$$

$$? \text{ g Ne} = ۲ \text{ mol Ne} \times \frac{۲۰ \text{ g Ne}}{۱ \text{ mol Ne}} = ۴۰ \text{ g Ne}$$

$$? \text{ g H}_2 = ۲ \text{ mol H}_2 \times \frac{۲ \text{ g H}_2}{۱ \text{ mol H}_2} = ۴ \text{ g H}_2$$

$$\Rightarrow ۴۰ + ۴ = ۴۴ \text{ g}$$

(۴)

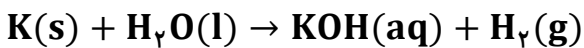
$$? \text{ g O}_3 = ۵/۶ \text{ L O}_3 \times \frac{۱ \text{ mol O}_3}{۲۲/۴ \text{ L O}_3} \times \frac{۴۸ \text{ g O}_3}{۱ \text{ mol O}_3} = ۱۲ \text{ g O}_3$$

فیلم پاسخ



۴۶ ۷۸ گرم فلز پتاسیم با مقدار کافی آب واکنش می‌دهد. چند لیتر گاز هیدروژن با چگالی $0.08 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ تولید می‌شود؟

$$(K = 39, H = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$$



(معادله واکنش را موازنه کنید.)

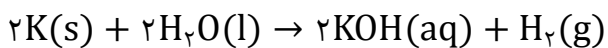
۱/۲۵ (۱)

۲/۵ (۲)

۵ (۳)

۵/۲ (۴)

(۲)



$$? LH_2 = 78 \text{ g K} \times \frac{1 \text{ mol K}}{39 \text{ g K}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol K}} \times \frac{2 \text{ g H}_2}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{1 \text{ L H}_2}{0.08 \text{ g H}_2} = 2.5 \text{ L H}_2$$

پاسخ

شیمی

فصل

فصل ۲: ردپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

رفتار گازها / از هر گاز چقدر؟ / تولید آمونیاک، کاربردی از واکنش گازها در صنعت

زیرواحد یادگیری

استوکیومتری حجمی در گازها

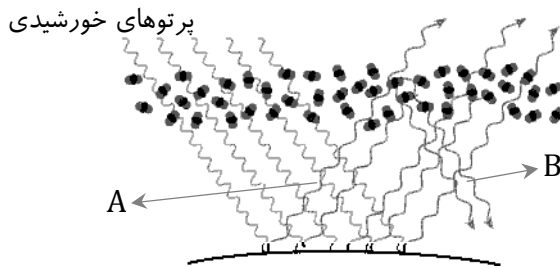
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۸۷. با توجه به شکل زیر کدام گزینه نادرست است؟



- ۱) شکل، عملکرد مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای در برابر تابش خورشیدی را نشان می‌دهد.
- ۲) پرتوهای A و B هر دو از یک جنس هستند.
- ۳) با افزایش مقدار مولکول‌های گازی که در شکل دیده می‌شود، دمای زمین هم بالاتر می‌رود.
- ۴) بخش عمده پرتوهای خورشیدی در این فرایند به وسیله هواکره جذب می‌شود.

پاسخ

- ۴) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شوند.
- A و B هر دو پرتوهای فروسرخ هستند. A پرتوهای فروسرخ گسیل‌شده از زمین و B پرتوهای فروسرخ بازتابش‌شده از مولکول‌های CO_2 است.
- میدانید
- CO_2 مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای است.

فصل

فصل ۲: ردپای گازها در زندگی

واحد یادگیری

چه بر سر هواکره می‌آوریم؟ / اثر گلخانه‌ای /

شیمی سبز، راهی برای محافظت از هواکره /

اوزون، دگرشکلی از اکسیژن در هواکره

زیرواحد یادگیری

اثر گلخانه‌ای

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۸ هنگامی که صابون وارد آب می‌شود، به کمک سر در آن حل می‌شود. مولکول‌های مانند پلی بین مولکول‌های قرار می‌گیرند.

- ۱ آب‌دوست - آب - چربی و صابون
- ۲ آب‌گریز - چربی - صابون و آب
- ۳ آب‌دوست - صابون - آب و چربی
- ۴ آب‌گریز - صابون - آب و چربی

پاسخ

۳ هنگامی که صابون وارد آب می‌شود؛ به کمک سر آب‌دوست خود در آن حل می‌شود. مولکول‌های صابون، مانند پلی بین مولکول‌های آب و چربی قرار می‌گیرند.

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

مقدمه / پاکیزگی محیط با مولکول‌ها

زیرواحد یادگیری

پاکیزگی محیط با مولکول‌ها / مواد محلول

در آب

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۸۹. براساس قانون آووگادرو

- ① در دما و فشار یکسان، حجم یک مول از هر گاز برابر $22/4$ لیتر است.
- ② در دما و فشار یکسان، گازهای متفاوت با نسبت‌های حجمی معینی با یکدیگر واکنش می‌دهند.
- ③ در دما و فشار یکسان، یک مول از گازهای مختلف حجم ثابت و برابر دارند.
- ④ در دما و فشار یکسان، گازها با نسبت‌های جرمی معینی با یکدیگر واکنش می‌دهند.

پاسخ

- ③ گزینه «۱» نادرست است. در شرایط STP حجم یک مول از هر گاز برابر $22/4$ L است.
- گزینه «۲» نادرست است. جمله بیان درستی دارد اما مربوط به قانون آووگادرو نمی‌باشد.
- گزینه «۴» نادرست است. گازها با نسبت‌های حجمی معینی با یکدیگر واکنش می‌دهند.



۹۰. دربارهٔ آمونیاک و محلول آن کدام عبارت نادرست است؟

- ۱) در آب به صورت عمده به شکل مولکولی و به کمک پیوند هیدروژنی حل می‌شود.
- ۲) محلول یک مولار آن در دمای یکسان، pH و $[H_3O^+]$ کمتری نسبت به محلول یک مولار سود سوزآور دارد.
- ۳) در واکنش با آب، برخی مولکول‌های NH_3 به یون NH_4^+ و OH^- تبدیل می‌شوند.
- ۴) به کار بردن محلول آن برای لوله بازکن مناسب نمی‌باشد.

پاسخ

۲) آمونیاک نسبت به NaOH باز ضعیف‌تری است و $[OH^-]$ در محلول آن نسبت به $[OH^-]$ در محلول NaOH (با غلظت‌های یکسان)، کمتر و در نتیجه $[H_3O^+]$ در محلول آمونیاک بیشتر است.

فیلم پاسخ



۹۱. در مقایسه پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی چند مورد از جمله‌های زیر درست است؟

• یک پاک‌کننده غیرصابونی محلول در آب در حضور یون $\text{Ca}^{2+}(\text{aq})$ رسوب نمی‌دهد.

• ساختار بخش ناقطبی در پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با یکدیگر مشابه است.

• اگر یک پاک‌کننده غیرصابونی زنجیره آلکیل سیرشده آن ۱۴ اتم کربن داشته باشد فرمول مولکولی $\text{C}_{14}\text{H}_{33}\text{SO}_3\text{Na}$ دارد.

• پاک‌کننده‌های غیرصابونی هم مانند پاک‌کننده‌های صابونی براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

۴ ۱

۳ ۲

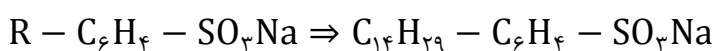
۲ ۳

۱ ۴

پاسخ

۲. جمله اول درست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب سخت نیز کف می‌کنند و قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ کرده رسوب نمی‌کنند.

جمله دوم نادرست است. در پاک‌کننده‌های صابونی این بخش شامل یک زنجیره هیدروکربنی است اما پاک‌کننده‌های غیرصابونی علاوه بر آن دارای یک حلقه بنزنی هم می‌باشند. جمله سوم درست است.



جمله چهارم درست است. هر دو پاک‌کننده براساس برهم‌کنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

فیلم پاسخ



۹۲. نوعی پاک‌کننده که به شکل پودر عرضه می‌شود شامل مخلوط سدیم هیدروکسید و پودر آلومینیم است. کدام ویژگی ذکر شده در مورد عملکرد این پاک‌کننده نادرست است؟

- ۱) این پودر نوعی پاک‌کننده صابونی است و برای باز کردن لوله‌هایی با تجمع چربی‌های جامد مسدود شده‌اند مناسب است.
- ۲) سدیم هیدروکسید موجود در این پودر با چربی‌ها واکنش داده صابون تولید می‌کند که در آب محلول است.
- ۳) واکنش این پودر با آب گرماده است و بالا رفتن دمای مخلوط باعث افزایش قدرت پاک‌کنندگی می‌شود.
- ۴) گاز هیدروژن در عملکرد این پودر تولید می‌شود و قدرت پاک‌کنندگی مخلوط را افزایش می‌دهد.

پاسخ

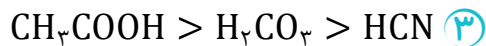
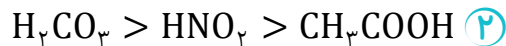
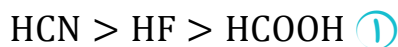
- ۱) مخلوط این پاک‌کننده باز قوی و خورنده است و یک پاک‌کننده صابونی نمی‌باشد.
- پاک‌کننده‌های اسیدی قوی، بازی قوی و سفیدکننده‌ها از جمله پاک‌کننده‌های خورنده به شمار می‌آیند.

فیلم پاسخ



۹۳. کدام مقایسه در مورد قدرت اسیدی و مقدار ثابت یونش

اسیدهای داده شده، به درستی انجام شده است؟



پاسخ

۳ با توجه به جدول صفحه ۲۳ کتاب درسی و تمرین بعد از آن که مقدار K_a مربوط به کربنیک اسید در آن تمرین داده شده است، مقایسه قدرت اسیدی اسیدهای داده شده در کتاب درسی انجام می‌شود. توصیه می‌شود مقایسه قدرت اسیدی اسیدهایی که در کتاب آمده به شکل کلی به خاطر سپرده شود.



قدرت اسیدی:



فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

ثابت تعادل و قدرت اسیدی

زیرواحد یادگیری

ثابت یونش اسیدها و قدرت اسیدی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۴. در مورد میزان رسانایی الکتریکی سه محلول زیر که در دمای یکسان قرار دارند، کدام مقایسهٔ نسبی زیر به درستی صورت گرفته است؟

- (آ) محلول ۰/۵ مولار سدیم کلرید
 (ب) محلول ۰/۷ مولار هیدروکلریک اسید
 (پ) محلول ۰/۴ مولار کلسیم کلرید

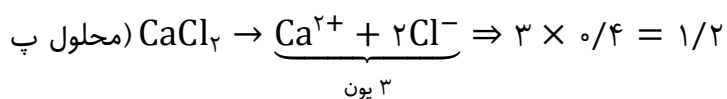
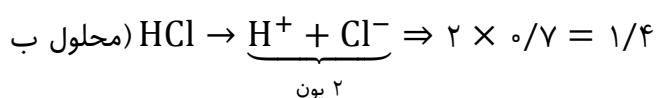
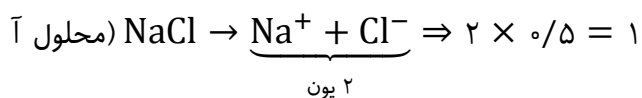
- ۱) آ < ب < پ
 ۲) ب < پ < آ
 ۳) پ < ب < آ
 ۴) پ < آ < ب

پاسخ

۲

بدانید

در محلول‌های الکترولیت قوی میزان رسانایی الکتریکی محلولی بیشتر است که مقدار حاصل ضرب غلظت مولی محلول در تعداد یون‌های حاصل از تفکیک یونی ترکیب، بیشتر باشد.



محلول ب < محلول پ < محلول آ

فیلم پاسخ



۹۵. یک صابون مایع که نمک پتاسیم اسید چرب است، در زنجیره هیدروکربنی متصل به بخش آبدوست خود، دارای یک پیوند دوگانه می‌باشد و در آن ۱۸ اتم کربن وجود دارد. نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به اکسیژن، در ساختار این صابون کدام است؟

۱۸ (۱)

۱۷/۵ (۲)

۱۶ (۳)

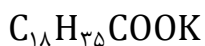
۱۶/۵ (۴)

پاسخ

۲

میدانید

صابون‌های مایع، نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب هستند و فرمول آن‌ها را می‌توان به صورت RCOONH_4 , RCOOK نشان داد. وجود یک پیوند دوگانه باعث می‌شود ۲ اتم هیدروژن از ساختار R که به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n+1}$ است؛ کم شود. پس R به صورت $\text{C}_n\text{H}_{2n-1}$ در می‌آید:



$$\frac{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}}{\text{تعداد اتم‌های اکسیژن}} = \frac{35}{2} = 17/5$$

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

مقدمه / پاکیزگی محیط با مولکول‌ها

زیرواحد یادگیری

چربی‌ها، اسیدهای چرب و استرهای سنگین

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۶. کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(آ) هر چه ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد، قدرت بازی آن کمتر است.

(ب) محلول جوش شیرین در آب دارای pH کمتر از ۷ است.

(پ) در واکنش محلول هیدروکلریک اسید با محلول سود، یون‌های Na^+ و Cl^- دست‌نخورده باقی می‌مانند.

(ت) افزودن جوش شیرین به شوینده‌ها، قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها را افزایش می‌دهد.

۱ آ و ب

۲ ب و ت

۳ آ و پ

۴ پ و ت

پاسخ

۱ آ) نادرست است. هر چه (K_b) یا ثابت یونش یک باز بزرگ‌تر باشد میزان یونش و $[\text{OH}^-]$ در آن بیشتر و باز قوی‌تر می‌باشد.
 ب) نادرست است. جوش شیرین یک خنثی‌کننده اسید است و دارای خاصیت بازی می‌باشد و محلول آن pH بزرگ‌تر از ۷ دارد.

فیلم پاسخ



۹۷. در دمای 25°C در محلولی، غلظت $[\text{OH}^-]$ ، 8×10^{-3} برابر غلظت یون هیدرونیوم است. در 100 میلی‌لیتر از این محلول به تقریب چند مول یون هیدرونیوم وجود دارد؟ $(\sqrt{5} \approx 2/2)$

۱) 11×10^{-11}

۲) 11×10^{-10}

۳) 15×10^{-11}

۴) 15×10^{-10}

پاسخ

۱

$$\begin{cases} [\text{H}^+]. [\text{OH}^-] = 10^{-14} \\ [\text{OH}^-] = 8 \times 10^{-3} [\text{H}^+] \end{cases}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] \times 8 \times 10^{-3} \cdot [\text{H}^+] = 10^{-14}$$

$$[\text{H}^+]^2 = \frac{10^{-14}}{8 \times 10^{-3}} = 125 \times 10^{-20}$$

$$[\text{H}^+] = \sqrt{125 \times 10^{-20}} = \sqrt{125} \times 10^{-10}$$

$$= 5\sqrt{5} \times 10^{-10} = 11 \times 10^{-10} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{x \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 11 \times 10^{-10}$$

$$x = 11 \times 10^{-11} \text{ mol H}^+$$

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن

زیرواحد یادگیری

محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۹۸. کدام گزینه درست است؟

- ۱) اگر مقدار اسید معده بیش از اندازه باشد، جهت کاهش pH، ضداسید تجویز می‌شود.
- ۲) شیر منیزی یک ضداسید است که باعث می‌شود مقداری از اسید معده خنثی شود.
- ۳) جوش شیرین می‌تواند باعث اسیدی‌تر شدن محیط معده و التهاب دیواره داخلی آن شود.
- ۴) دیواره داخلی معده توانایی جذب یون‌های هیدرونیوم به هر مقداری را دارد.

پاسخ

۲) بررسی گزینه‌های نادرست:

- ۱) ضد اسیدها برای خنثی کردن مقدار اضافه اسید معده تجویز می‌شوند. با این کار pH معده افزایش می‌یابد و اسید اضافه خنثی می‌شود.
- ۳) جوش شیرین (NaHCO_3) نوعی باز است که به عنوان یک ضد اسید به کار می‌رود و نمی‌تواند محیط معده را اسیدی‌تر کند.
- ۴) اگر مقدار اسید معده بیش از اندازه باشد سبب درد، التهاب و گاهی خونریزی می‌شود. دیواره معده نمی‌تواند به هر مقداری یون‌های هیدرونیوم را جذب کند.

فیلم پاسخ



۹۹. اگر با اضافه کردن آب مقطر به یک محلول بازی، حجم آن را در دمای ثابت ۱۰۰ برابر کنیم، pH محلول واحد می‌یابد.

- ۱) ۲- کاهش
- ۲) ۲- افزایش
- ۳) ۰/۵- کاهش
- ۴) ۰/۵- افزایش

پاسخ

۱) با ۱۰۰ برابر کردن حجم یک محلول بازی، غلظت یون OH^- به یک صدم مقدار قبلی کاهش می‌یابد و غلظت H^+ نیز ۱۰۰ برابر می‌شود. پس با توجه به لگاریتمی بودن مقیاس pH، مقدار آن ۲ واحد کم می‌شود.

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن

زیرواحد یادگیری

محاسبه‌های pH و مسائل عددی آن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۰۰. ۸ گرم گوگرد تری‌اکسید را در مقداری آب حل کرده حجم محلول را به ۵۰۰ میلی‌لیتر می‌رسانیم. pH محلول حاصل کدام است و برای خنثی کردن این محلول چند مول یون هیدروکسید مصرف می‌شود؟

$$(\log 2 = 0.3)$$

$$(S = 32, O = 16 \text{ g. mol}^{-1})$$

$$0.4 - 0.4 \quad \textcircled{1}$$

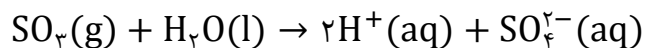
$$0.2 - 0.4 \quad \textcircled{2}$$

$$0.2 - 0.7 \quad \textcircled{3}$$

$$0.7 - 0.7 \quad \textcircled{4}$$

پاسخ

۲



$$\begin{aligned} ? \text{ mol H}^+ &= 8 \text{ g SO}_3 \times \frac{1 \text{ mol SO}_3}{80 \text{ g SO}_3} \times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol SO}_3} \\ &= 0.2 \text{ mol H}^+ \end{aligned}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{0.2 \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} = 4 \times 10^{-1} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 1 - \log 4 = 0.4$$

برای خنثی کردن H^+ باید به تعداد مول‌های آن OH^- مصرف شود یعنی به ۰/۲ مول OH^- نیاز داریم.

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

pH، مقیاسی برای تعیین میزان اسیدی بودن

زیرواحد یادگیری

محاسبات pH و مسائل عددی آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۱. اختلاف pH دو محلول (آ) و (ب) کدام است؟

(آ) محلولی از هیدروفلوئوریک اسید با غلظت $4 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$

و درصد یونش $2/5$ درصد

(ب) 100 میلی‌لیتر محلول سدیم هیدروکسید که شامل 0.2%

مول NaOH است.

($\log 2 = 0.3, \log 5 = 0.7$)

۱) $6/3$

۲) $7/3$

۳) $8/3$

۴) $9/3$

۴

پاسخ

(محلول آ) $[H^+] = M_a \cdot \alpha$

$$[H^+] = \underbrace{4 \times 10^{-3}}_{M_a} \times \underbrace{2/5 \times 10^{-2}}_{\alpha} = 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log[H^+] = -\log 10^{-4} = 4$$

(محلول ب) $[OH^-] = \frac{0.2 \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 2 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$

$$[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{2 \times 10^{-1}} = 0.5 \times 10^{-13} = 5 \times 10^{-14}$$

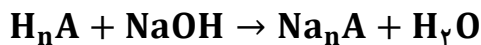
$$\text{pH} = -\log(5 \times 10^{-14}) = 14 - \underbrace{\log 5}_{0.7} = 13.3$$

$$\text{اختلاف pH دو محلول} = 13.3 - 4 = 9.3$$

فیلم پاسخ



۱۰۲. ۸۰ میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید ۰/۰۵ مولار، ۰/۳۲ گرم از اسید H_nA با جرم مولی 160 g mol^{-1} را کاملاً خنثی می کند. (n) کدام است؟



(معادله واکنش را موازنه کنید.)

۱ (۱)

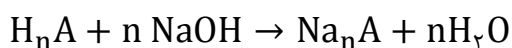
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ

۲ معادله موازنه شده:



$$0.32 \text{ g } H_nA \times \frac{1 \text{ mol } H_nA}{160 \text{ g } H_nA} \times \frac{n \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol } H_nA}$$

$$\times \frac{1 \text{ L NaOH}}{0.05 \text{ mol NaOH}} \times \frac{1000 \text{ mL NaOH}}{1 \text{ L NaOH}} = 80 \text{ mL NaOH}$$

$$0.32 \times n \times 1000 = 160 \times 0.05 \times 80 \Rightarrow n = 2$$

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکولها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

شوینده‌های خورنده چگونه عمل می‌کنند؟

زیرواحد یادگیری

واکنش خنثی شدن اسید و باز

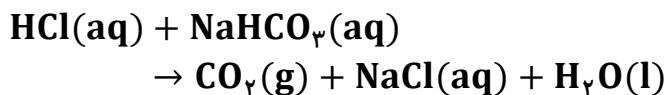
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۳. از واکنش ۳۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مول بر لیتر هیدروکلریک اسید، با مقدار کافی از سدیم هیدروژن کربنات مطابق واکنش زیر، چند میلی‌لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP تولید می‌شود؟



۱) ۱۱۲۰۰

۲) ۶۷۲۰

۳) ۱۵۶۷

۴) ۱۳۴۴

پاسخ

۴

$$\begin{aligned} ? \text{ mL CO}_2 &= 300 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L HCl}}{1000 \text{ mL HCl}} \times \frac{0.2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \\ &\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL CO}_2}{1 \text{ L CO}_2} \\ &= 1344 \text{ mL CO}_2 \end{aligned}$$

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

شوینده‌های خورنده چگونه عمل می‌کنند؟

زیرواحد یادگیری

واکنش خنثی شدن اسید و باز

حیطه شناختی

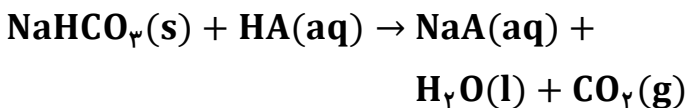
پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۴. ۵۰ میلی‌لیتر از اسید HA با $\text{pH} = ۴$ و درصد یونش ۱۰ درصد با چند میلی‌گرم از یک نمونه ۸۰ درصد خالص جوش شیرین خنثی می‌شود؟

$$(\text{Na} = ۲۳, \text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱ \text{ g. mol}^{-۱})$$



۱) ۰/۰۸۴

۲) ۰/۸۴

۳) ۰/۵۲۵

۴) ۵/۲۵

پاسخ

۴

$$[\text{H}^+] = ۱۰^{-\text{pH}} = ۱۰^{-۴}$$

$$\text{Ma. } \alpha = [\text{H}^+] \Rightarrow \text{Ma} = \frac{۱۰^{-۴}}{\frac{۱۰}{۱۰۰}} = ۱۰^{-۳} \text{ mol. L}^{-۱}$$

$$? \text{ mgNaHCO}_3 = ۰/۰۵ \text{ LHA} \times \frac{۱۰^{-۳} \text{ molHA}}{۱ \text{ LHA}}$$

$$\times \frac{۱ \text{ molNaHCO}_3}{۱ \text{ molHA}} \times \frac{۸۴ \text{ gNaHCO}_3}{۱ \text{ molNaHCO}_3} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ mg}}{۱ \text{ gNaHCO}_3} \times \frac{۱۰۰}{۸۰}$$

$$= ۵/۲۵ \text{ mgNaHCO}_3$$

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

شوینده‌های خورنده چگونه عمل می‌کنند؟

زیرواحد یادگیری

پاک‌کننده‌های خورنده / ضداسیدهای معده

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۱۰۵. با وارد کردن چه تعداد از اکسیدهای زیر در آب کافی مطابق مدل آرنیوس یک اسید با ثابت یونش «بسیار بزرگ» ایجاد می‌شود؟

- باریم اکسید
- گوگرد دی‌اکسید
- کربن دی‌اکسید
- لیتیم اکسید
- گوگرد تری‌اکسید
- دی‌نیتروژن پنتا اکسید

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

پاسخ

۱

- از انحلال لیتیم اکسید (Li_2O) و باریم اکسید (BaO) که اکسیدهای فلزی هستند، باز تولید می‌شود.
از انحلال SO_2 و CO_2 اسیدهای ضعیف H_2SO_3 و H_2CO_3 که K کوچک دارند، تولید می‌شود.
- تنها SO_2 و N_2O_5 هستند که اسید قوی می‌سازند که در میان آنها فقط H_2SO_4 حاصل از انحلال SO_3 در آب K بسیار بزرگ دارند.

شیمی

فصل

فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی

واحد یادگیری

ثابت تعادل و قدرت اسیدی

زیرواحد یادگیری

ثابت تعادل (K) و مسائل مربوط به آن

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ

