

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۹/۰۸/۱۴۰۲



آزمون‌های سراسری

گاج

گزینه درسته را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

# سوالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا				
۸۵ دقیقه	۱	۱۰	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۱۱	۲۰		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۲۱	۳۰		۱۰	هندسه ۳	
	۳۱	۳۵		۵	ریاضی ۱	
	۳۶	۴۰		۵	حسابان ۱	
	۴۱	۴۵		۵	هندسه ۱	
	۴۶	۵۵		۱۰	آمار و احتمال	



DriQ.com

## ریاضیات

## حسابان (۲)

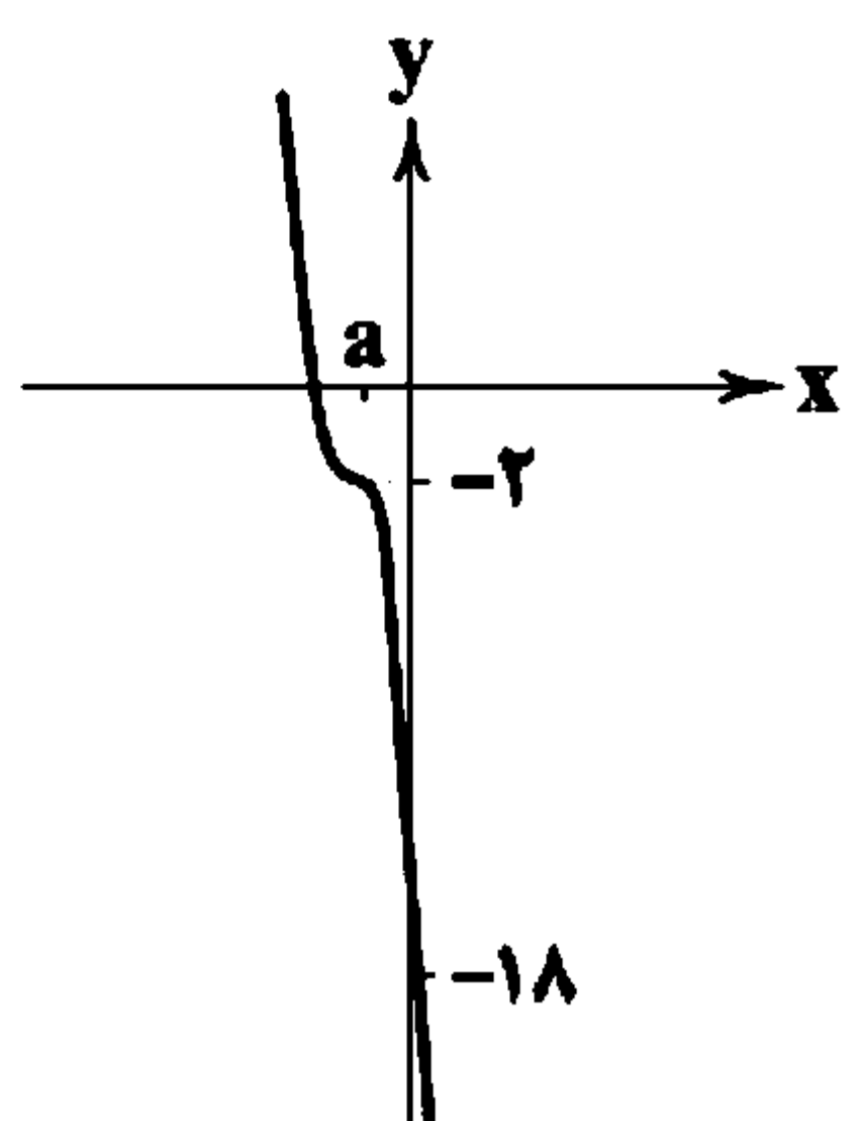
۱- اگر  $f(x)$  اکیداً صعودی و  $g(x) = f(-x) - f(x)$  باشد و دامنه تابع  $h(x) = \sqrt{g^{-1}(|2x-1|)} - g^{-1}(|x+1|)$  به صورت  $D_h = [a, b]$  باشد، حداکثر مقدار  $b-a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x^2 - 2x & x \leq a \\ -x^2 + 2x - 2 & x > a \end{cases}$  اکیداً یکنوا باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $[1, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 2]$  (۳)  $[1, 2]$  (۴)  $[2, +\infty)$

۳- اگر نمودار تابع  $f(x) = -2x^3 - 3mx^2 + 4nx - 2k$  به صورت زیر باشد، مقدار  $m+n+k$  کدام است؟



- (۱) ۱  
(۲) ۵  
(۳) ۷  
(۴) ۹

۴- اگر  $f(x) = -2|-x+1|+2$  و  $g(x) = 2\sin x$ ، تابع  $(f \circ g)(x)$  در کدام بازه نزولی اکید است؟

- (۱)  $[0, \frac{\pi}{6}]$  (۲)  $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$  (۳)  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$  (۴)  $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}]$

۵- اگر تابع  $f(3-x)$  اکیداً صعودی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد و از نقاط  $(-2, 0)$  و  $(0, 2)$  بگذرد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{(x^2-4)f(x-1)}$  چند عدد طبیعی را شامل می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) بی‌شمار

۶- باقی‌مانده تقسیم تابع چندجمله‌ای درجه سوم  $f(x)$  بر  $x^2+x$  برابر ۳ می‌باشد. اگر تابع  $f^{-1}(x-2)-1$  بر  $x-9$  بخش پذیر باشد، نمودار

تابع  $y = f(x) + 4x - 6x^2$  از کدام ناحیه محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۷- اگر باقی‌مانده تقسیم  $2x^{18} + m$  بر  $x^2+1$  برابر ۴ باشد، باقی‌مانده تقسیم خارج‌قسمت این تقسیم بر  $x+1$  چقدر است؟

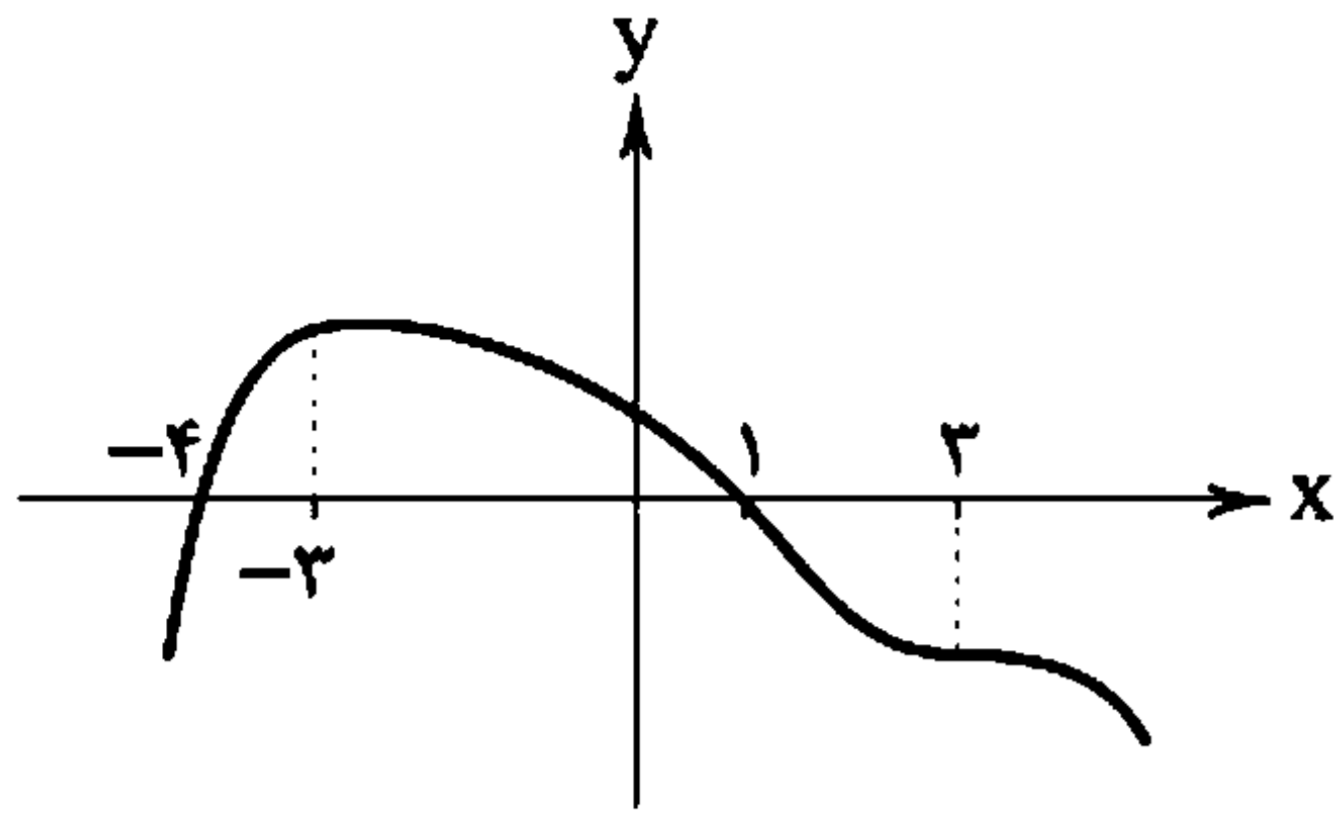
- (۱) -۹ (۲) -۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۸- باقی‌مانده تقسیم  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6) + 20$  بر عبارت  $(x-8)(x+1) + 10$  کدام است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۳۸۰ (۳) ۳۴۰ (۴) ۳۲۰

محل انجام محاسبات

۹- اگر نمودار تابع چندجمله‌ای  $y = 2f\left(3 - \frac{3x}{4}\right)$  به شکل زیر باشد، چندجمله‌ای  $-3f(3-2x)$  بر کدام عبارت بخش پذیر است؟



$$16x^2 + 18x - 9 \quad (1)$$

$$16x^2 - 18x + 9 \quad (2)$$

$$18x^2 + 16x + 9 \quad (3)$$

$$18x^2 - 16x + 9 \quad (4)$$

۱۰- اگر  $f(x) = x^2 + 3x - k + 1$  باشد و تابع  $(f \circ f)(x)$  بر  $x-1$  بخش پذیر باشد، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای  $k$  کدام است؟

$$41 \quad (4)$$

$$39 \quad (3)$$

$$22 \quad (2)$$

$$24 \quad (1)$$

### کسسته

۱۱- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی، دو عدد  $9n+4$  و  $11n-3$  نسبت به هم اول نیستند؟

$$13 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$11 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

۱۲- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد طبیعی برابر ۱۹ و تفاضل مربعات این دو عدد ۴۶۹۳ می‌باشد. اگر این دو عدد مضرب هم نباشند،

میانگین حسابی آن‌ها کدام است؟

$$124 \quad (4)$$

$$123/5 \quad (3)$$

$$123 \quad (2)$$

$$122/5 \quad (1)$$

۱۳- اگر  $(a, 480) = 24$  باشد، به جای  $a$  چند عدد سه رقمی می‌توان قرار داد؟

$$18 \quad (4)$$

$$17 \quad (3)$$

$$16 \quad (2)$$

$$15 \quad (1)$$

۱۴- در یک عمل تقسیم، مقسوم ۶۲۷ و خارج قسمت ۱۴ است. مقسوم‌علیه چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۱۵- باقی‌مانده تقسیم عدد  $A = 1^{60} + 2^{60} + 3^{60} + \dots + 60^{60}$  بر عدد ۱۳ کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۱۶- رقم یکان  $A = (57)^{1!} + (57)^{2!} + (57)^{3!} + \dots + (57)^{253!}$  کدام است؟

$$8 \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۱۷- باقی‌مانده تقسیم عدد  $A$  بر سه عدد ۱۵، ۱۸ و ۲۰ به ترتیب برابر ۱۱، ۱۴ و ۱۶ است. مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی  $A$  کدام است؟

$$14 \quad (4)$$

$$13 \quad (3)$$

$$12 \quad (2)$$

$$11 \quad (1)$$

۱۸- اگر  $p$  عددی اول باشد، به ازای چند مقدار  $p$ ، هر دو عدد  $4p-1$  و  $5p+2$  اول هستند؟

$$4 \text{ بی‌شمار} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۱۹- اگر دو عدد سه رقمی  $\overline{fab}$  و  $\overline{6b2}$  متعلق به یک زیرمجموعه از افزاز مجموعه اعداد صحیح به ۹ مجموعه باشند، باقی‌مانده تقسیم عدد

شش رقمی  $\overline{5b37a2}$  بر ۱۱ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

۲۰- ۲۰ مهر ماه در یک سال غیرکبیسه، دوشنبه است. ۱۷ خرداد سال بعد چند شنبه است؟

$$4 \text{ سه‌شنبه} \quad (4)$$

$$3 \text{ دوشنبه} \quad (3)$$

$$2 \text{ یک‌شنبه} \quad (2)$$

$$1 \text{ شنبه} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

## هندسه (۳)

۲۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های وارون  $A^2 + 5A^{-1}$  کدام است؟

$\frac{11}{34}$  (۴)

$\frac{7}{17}$  (۳)

$\frac{9}{34}$  (۲)

$\frac{7}{34}$  (۱)

۲۲- اگر ماتریس وارون پذیر  $A$ ، ماتریس ضرایب دستگاه دو معادله  $\begin{cases} ax+by=3 \\ cx+dy=2 \end{cases}$  باشد و  $A = \begin{bmatrix} |A| & 2|A| \\ |A| & |A| \end{bmatrix}$ ، مقدار  $x+y$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

۲۳- اگر ماتریس ضرایب دستگاه  $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+5y=12 \end{cases}$  برابر  $(I-2A)^{-1}$  و ماتریس  $B$  به صورت  $B = \begin{bmatrix} |A| & -|A| \\ -1 & 3|A|^2 \end{bmatrix}$  باشد، درایه سطر دوم و ستون

اول ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

۲۴- اگر در دستگاه  $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=5 \end{cases}$  داشته باشیم  $ad-bc=5$ ، مقدار  $x+y$  کدام است؟

$b-a+\frac{c-d}{5}$  (۴)

$a-b+\frac{d-c}{5}$  (۳)

$5a-5b+d-c$  (۲)

$a-b+d-c$  (۱)

۲۵- اگر  $A^2 + 2A - 4I = \bar{O}$ ، وارون  $A+5I$  کدام است؟

$-\frac{1}{14}(A+2I)$  (۴)

$-\frac{1}{6}(A-2I)$  (۳)

$\frac{1}{14}(A+2I)$  (۲)

$\frac{1}{6}(A-2I)$  (۱)

۲۶- اگر  $A^2 + 2A + I = \bar{O}$ ، مجموع درایه‌های وارون  $A+A^{-1}$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۴)

-۲ (۳)

-۳ (۲)

-۶ (۱)

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های  $(ABA^{-1})^6$  کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۸- اگر  $\begin{cases} ax+2y=2 \\ a^2x+(a+2)y=5 \end{cases}$  جواب نداشته باشد، حاصل ضرب مقادیر برای  $a$  کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۲۹- اگر  $A^2 = A \neq \bar{O}$  و  $kA+I$  وارون ماتریس  $I-2A$  باشد،  $k$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

-۱ (۳)

$-\frac{3}{2}$  (۲)

-۳ (۱)

۳۰- اگر  $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=4 \end{cases}$  و وارون ماتریس ضرایب به صورت  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $-3x+y$  کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

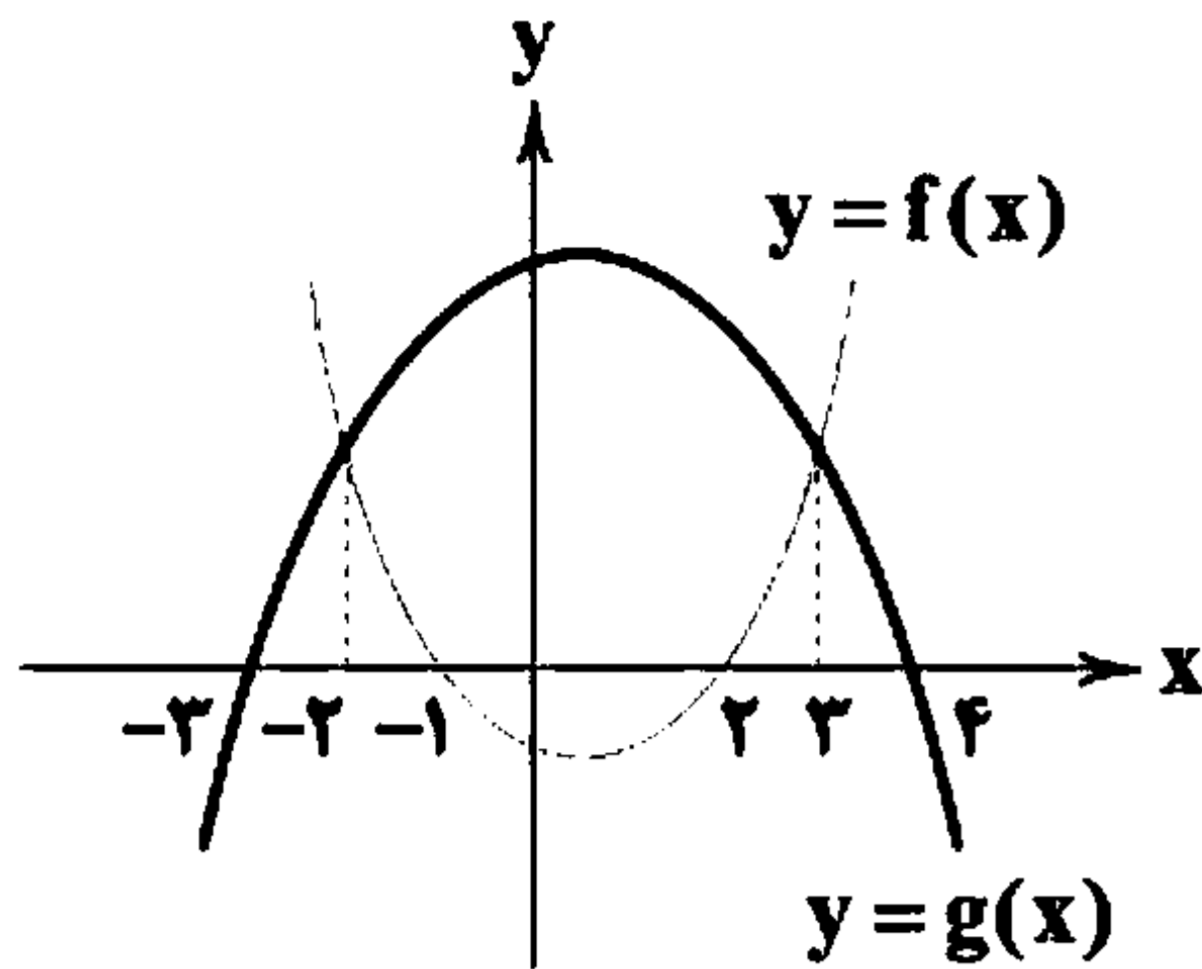
۲ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات

## ریاضی (۱)

۲۱- اگر نمودار توابع  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  به صورت شکل زیر باشند، آن گاه مجموع جواب‌های صحیح نامعادله  $f(x) \times g(x) - g^2(x) \geq 0$  برابر است با:



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۲- مجموعه جواب نامعادله  $(x^2 - x - 1)(x^2 - x - 7) \leq -5$  شامل چند عدد صحیح است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۲۳- اگر  $a, b \in \mathbb{N}$  و  $a > b$  و  $a + b = 8$  و مجموعه جواب‌های مشترک نامعادلات  $(x - a)(x + 2a) < 0$  و  $(x - b)(x + 2b) > 0$  شامل ۱۶ عدد

صحیح باشند، آن گاه مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

۲۴- به ازای چه مقادیر  $x$  نمودار تابع  $f(x) = \frac{2}{x} - x + 1$  در بالای محور  $x$ ها قرار دارد؟

 $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$  (۴) $(-\infty, -1) \cup (0, 2)$  (۳) $(0, 1) \cup (2, +\infty)$  (۲) $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$  (۱)

۲۵- اگر مجموعه جواب‌های نامعادلات  $|x - 1| \leq 2$ ،  $(x^2 + ax)(x^2 + bx) \leq 0$ ، برابر باشند، آن گاه  $a \times b$  برابر است با:

-۴ (۴)

-۳ (۳)

+۳ (۲)

+۴ (۱)

## حسابان (۱)

۲۶- اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{2x - a - 1}$  بازه  $[2, +\infty)$  باشد، آن گاه  $f^{-1}(a+1)$  برابر است با:

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

۲۷- اگر  $f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) = x^2 + 3$ ، آن گاه  $f^{-1}(30)$  برابر است با:

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۲۸- فاصله نقطه تلاقی نمودار تابع  $f(x) = x^3 + x + 8$  و تابع معکوس آن از نیمساز ناحیه دوم و چهارم محورهای مختصات کدام است؟

 $\sqrt{2}$  (۴) $2\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۹- اگر  $f(x) = 3 + 2^{x+a}$  و  $(f \circ (3f^{-1}))(\frac{1}{5}) = 35$ ، آن گاه مقدار  $a$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

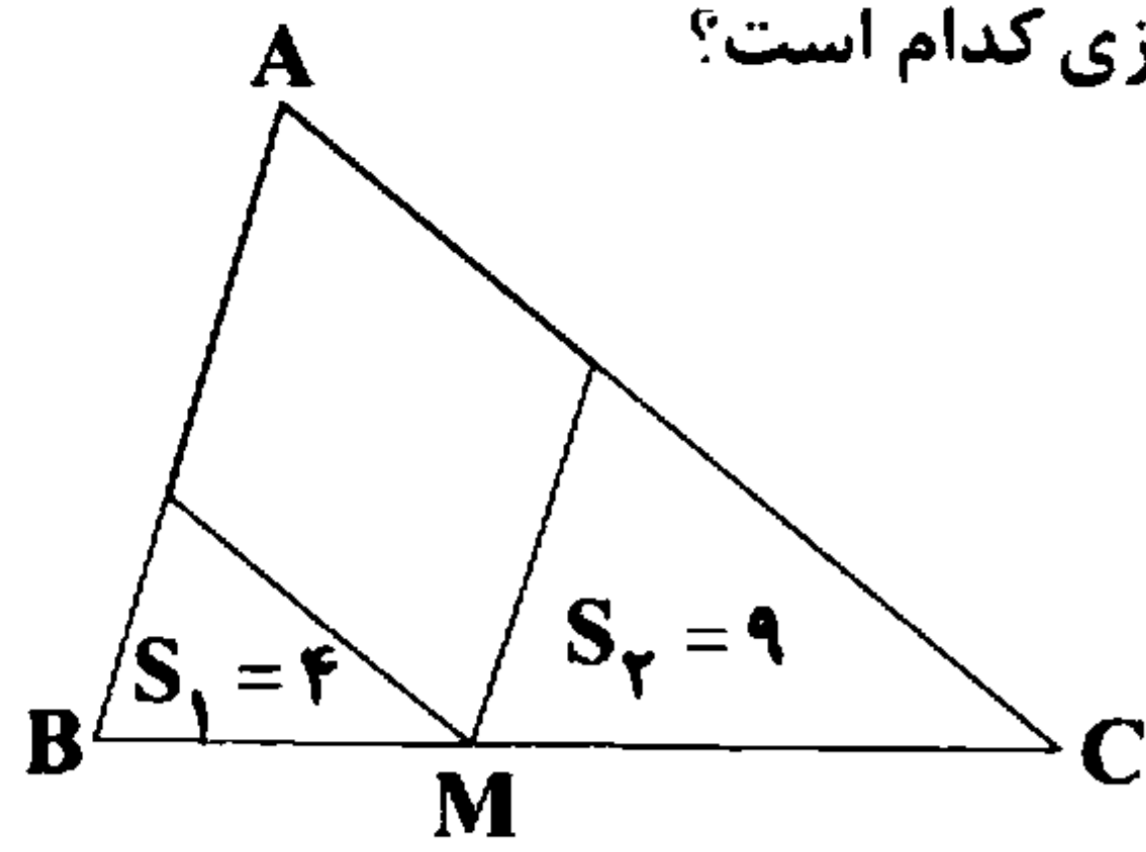
۴۰- اگر  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  و  $(f \circ g)(x) = \frac{x}{2x-1}$ ، آن گاه  $g^{-1}(\sin^2 x)$  برابر است با:

 $-\cot^2 x$  (۴) $\cot^2 x$  (۳) $-\tan^2 x$  (۲) $\tan^2 x$  (۱)

محل انجام محاسبات

**هندسه (۱)**

۴۱- در شکل زیر یک لوزی در مثلث  $ABC$  محاط شده است. با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت لوزی کدام است؟



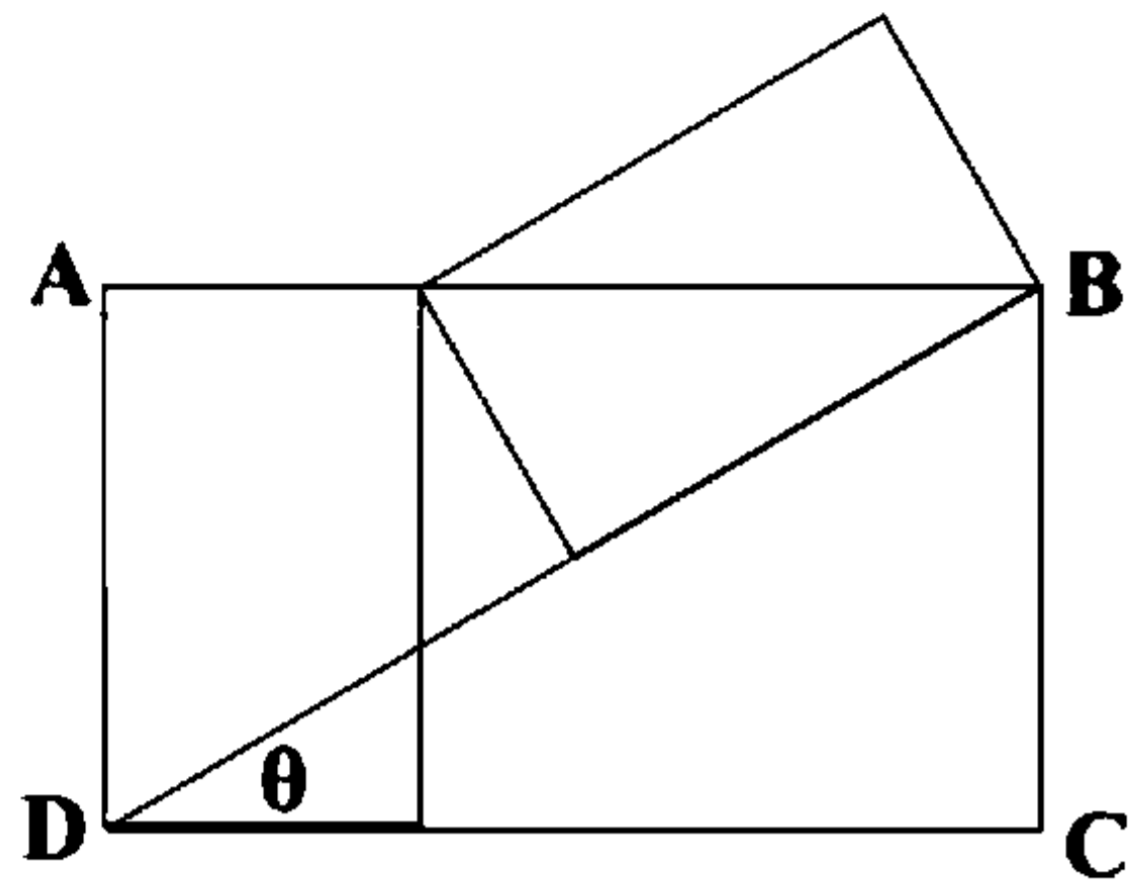
۱۳ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۱۸ (۴)

۴۲- در شکل زیر  $ABCD$  مستطیل است و دو مستطیل کوچک‌تر با هم هم‌نهشت هستند. زاویه  $\theta$  کدام است؟



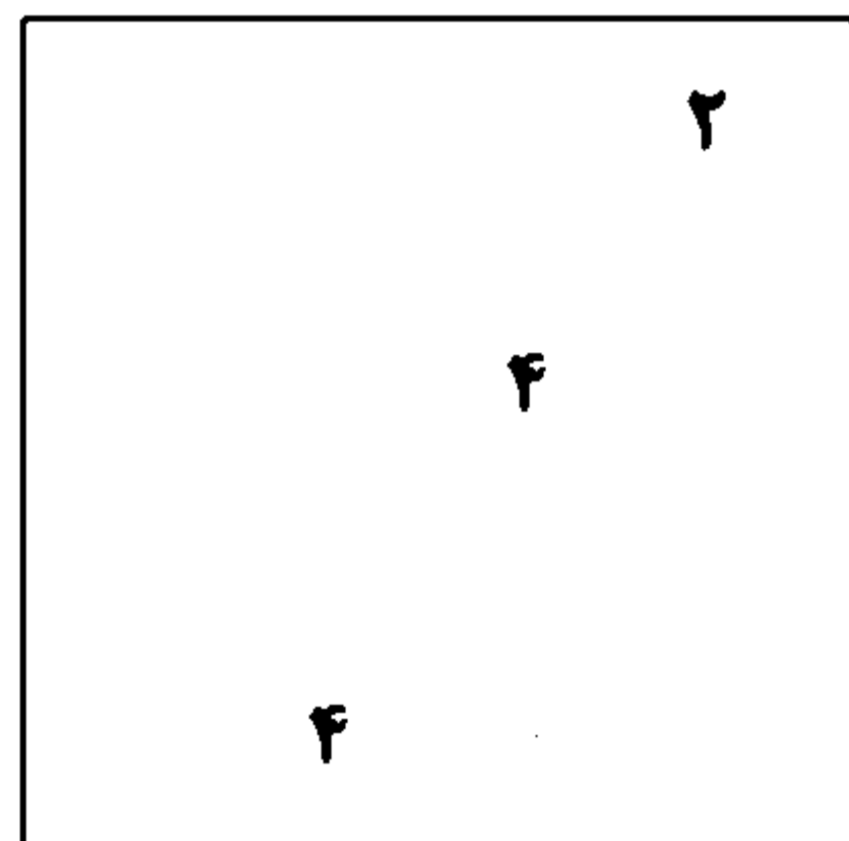
۱۵° (۱)

۲۲/۵° (۲)

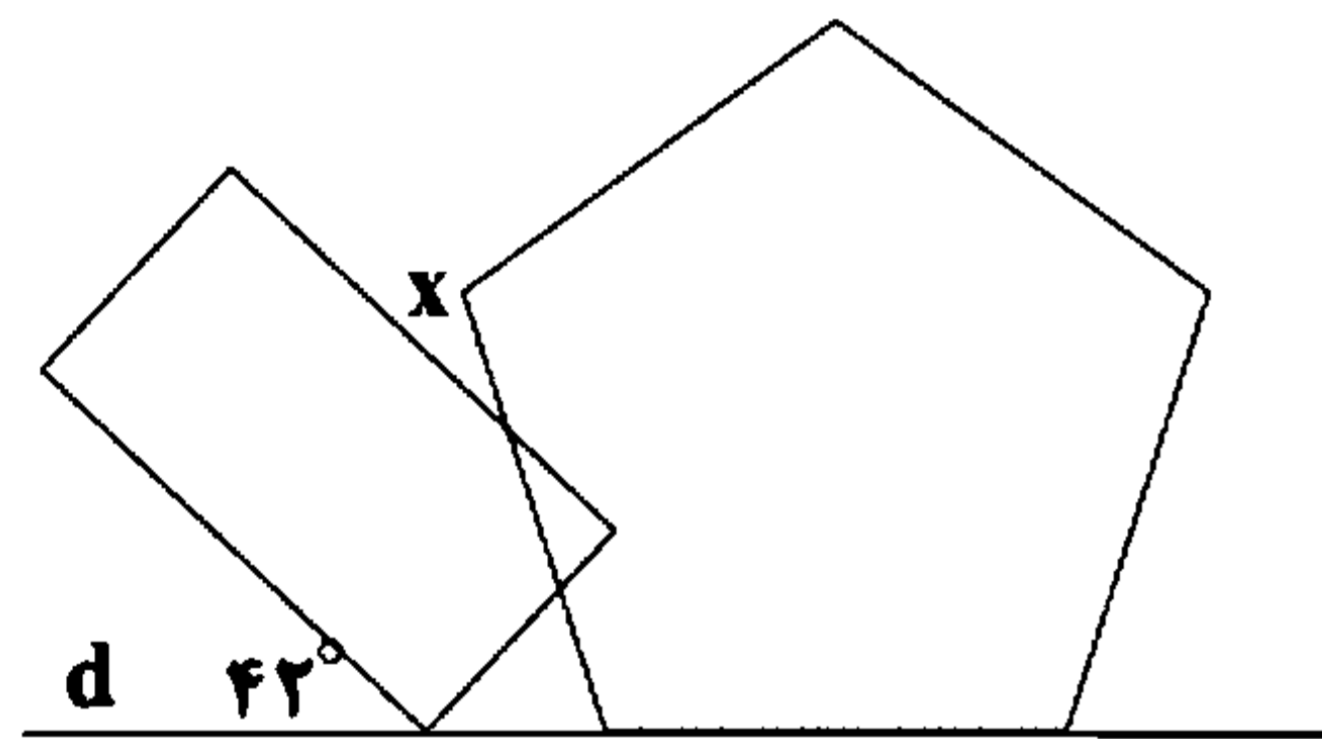
۳۰° (۳)

۳۶° (۴)

۴۳- طول ضلع مربع شکل زیر کدام است؟

 $\sqrt{26}$  (۱) $2\sqrt{5}$  (۲) $2\sqrt{6}$  (۳) $\sqrt{30}$  (۴)

۴۴- مستطیل و پنج‌ضلعی منتظم مطابق شکل رسم شده است. زاویه  $X$  کدام است؟



۳۲° (۱)

۲۶° (۲)

۴۸° (۳)

۳۰° (۴)

۴۵- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، اگر  $AB = 3AD$ ، آن‌گاه مساحت مستطیل حاصل از رسم نیمسازهای داخلی، چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

 $\frac{3}{4}$  (۴) $\frac{2}{3}$  (۳) $\frac{1}{4}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱)**آمار و احتمال**

۴۶- اگر  $A = [1, 4]$  و  $B = [3, 7]$  و  $C = [-1, 2]$  و  $D = [3, 5]$  باشد، مساحت  $A \times B - C \times D$  کدام است؟

۸ (۴)

۹ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۴۷- بازه  $A_n = (-3n+1, 2n+1)$  مفروض است و مساحت  $A_{n-1} \times A_{n+1}$  برابر است با ۲۰۰. در این صورت مساحت مجموعه  $B \times B$  با فرض  $B = [n-1, n+5]$  کدام است؟

۲ (۴)

۴ (۳)

۹ (۲)

۳۶ (۱)

محل انجام محاسبات

۴۸- اگر  $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  و  $B = \{1, 2, 3, 4, 7, 8\}$  باشند، مجموعه  $A \times B$  و  $B \times A$  چند عضو مشترک دارند؟

- (۱) ۹ (۲) ۲۵ (۳) ۱۶ (۴) ۳۶

۴۹- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف)  $A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset, B = \emptyset$   
 (ب)  $A \cap B \subseteq A \cup B, A \cup B \subseteq A, B$   
 (ج)  $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$   
 (د) اگر  $A \times B = B \times A$  آن‌گاه  $A = B$  یا  $A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲

۵۰- اگر  $B \subseteq C$  باشد، حاصل متمم  $((A' \cup B) \cap B) \cap (B' \cup C)$  کدام است؟

- (۱) A (۲) B' (۳) B (۴) C

۵۱- مجموعه  $A_n = [-n, n+2]$  مفروض است. طول بازه  $\bigcap_{i=1}^{1402} A_i$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۲

۵۲- دو زوج مرتب  $(2^{2x-4} + 5, 3^{y+2} + 4)$  و  $(31, 21)$  باهم برابرند. حاصل ضرب دکارتی  $A \times B$  با فرض  $A = [\log_{\Delta}(x+y), \log_{\Delta}(\Delta x + \Delta y)]$

و  $B = [\log_{\Delta} y, 2 \log_{\Delta}(x+y)]$  کدام است؟

- (۱) مستطیلی به مساحت ۲ واحد مربع  
 (۲) مستطیلی به مساحت ۳ واحد مربع  
 (۳) خطوط افقی به طول ۳  
 (۴) خطوط قائم به طول ۲

۵۳- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$  باشند،  $A \times B - B \times A$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۹ (۴) ۱۷

۵۴- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف)  $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$   
 (ب)  $(A \cup B) \cap (C - A)' = A \cup (B - C)$   
 (ج)  $(A - B) \cap C = (A \cap C) - B$

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۵۵- در یک کلاس ۴۰ نفری، ۲۷ نفر در آزمون‌های مدرسه ثبت نام کرده‌اند و ۱۷ نفر از کتاب‌های کمک‌درسی استفاده می‌کنند و ۷ نفر هم در

آزمون‌های مدرسه ثبت نام کرده‌اند و هم از کتاب‌های کمک‌درسی استفاده می‌کنند. چند نفر از این کلاس نه آزمون مدرسه را می‌دهند و نه از کتاب‌های کمک‌درسی استفاده می‌کنند؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۱

آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۸/۱۹



# آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

## سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
				۸۱	۹۰	
				۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
				۱۱۶	۱۲۵	
				۱۲۶	۱۳۵	





DriQ.com

## فیزیک

۵۶- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت  $x = t^2 - 6t + 8$  است. تندی متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

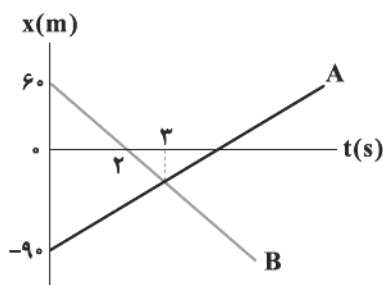
۲/۶ (۴)

۱/۶ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۷- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور X در حال حرکت می‌باشند، مطابق زیر است. در چه بازه زمانی برحسب ثانیه فاصله دو متحرک از یکدیگر کم‌تر از ۵۰ متر است؟



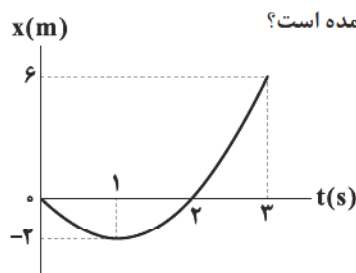
۱ &lt; t &lt; ۵ (۱)

۲ &lt; t &lt; ۷ (۲)

۲ &lt; t &lt; ۴ (۳)

۱ &lt; t &lt; ۷ (۴)

۵۸- شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور X با شتاب ثابت در حال حرکت است. نسبت سرعت متحرک در لحظه  $t = 3s$  به سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3s$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟



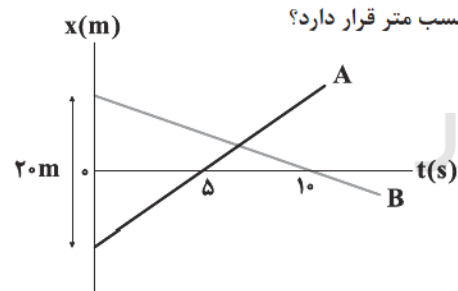
۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۲ (۴)

۵۹- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور X حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر شیب نمودار A، ۲ برابر شیب نمودار B باشد، در لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ مکان عبور می‌کند، متحرک B در چه مکانی برحسب متر قرار دارد؟



۲ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۶۰- سنگی از ارتفاع ۲۰ متری سطح سیاره شماره (۱) رها شده و با تندی  $20 \frac{m}{s}$  به سطح این سیاره برخورد می‌کند. اگر همان سنگ و از همان

ارتفاع در سطح سیاره شماره (۲) رها شود، با تندی  $10 \frac{m}{s}$  به سطح سیاره برخورد می‌کند، اندازه شتاب گرانش سیاره (۱) به اندازه شتاب

گرانش سیاره (۲) چقدر است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

 $\frac{1}{2}$  (۴)

۴ (۳)

 $\frac{1}{4}$  (۲)

۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۱- گلوله A از ارتفاع بلندی نسبت به سطح زمین رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد گلوله B از همان ارتفاع رها می‌شود. اگر فاصله بین دو گلوله، ۴ ثانیه پس از رها شدن گلوله A برابر  $d_1$  و ۶ ثانیه پس از رها شدن گلوله A برابر  $d_2$  باشد، نسبت  $d_2$  به  $d_1$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{4}{10}$  (۳)  $\frac{6}{10}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۶۲- گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع  $h$  رها می‌شود و سرعتش در لحظه برخورد به زمین  $v$  است. در چه ارتفاعی از سطح زمین، سرعت گلوله  $\frac{1}{6}v$  است؟

(۱)  $\frac{1}{16}h$  (۲)  $\frac{15}{16}h$  (۳)  $\frac{25}{36}h$  (۴)  $\frac{1}{36}h$

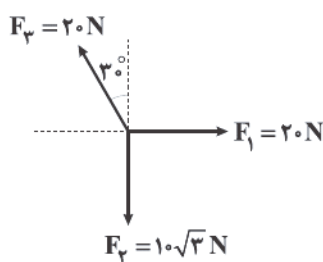
۶۳- توپ‌ی را از ارتفاع ۱۲۵ متری سطح زمین رها می‌کنیم. سرعت متوسط توپ در دو ثانیه دوم حرکتش چند برابر سرعت متوسط آن در ثانیه آخر حرکتش است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s^2}$  و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{9}{8}$

۶۴- وقتی یک دروازه‌بان با پای خود به توپ ضربه می‌زند، نیروی پای او بر توپ یک نیروی تماسی است. پس چرا بعد از جدا شدن توپ از پای بازیکن و قطع آن نیرو، توپ به سمت جلو حرکت می‌کند؟

- (۱) به دلیل عکس‌العمل نیروی پای بازیکن  
(۲) به دلیل خاصیت لختی در توپ  
(۳) به دلیل نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ  
(۴) به دلیل نیروی گرانشی وارد بر توپ

۶۵- مطابق شکل زیر، در یک صفحه افقی بدون اصطکاک، سه نیروی افقی  $\vec{F}_1$ ،  $\vec{F}_2$  و  $\vec{F}_3$  در مبدأ زمان به طور هم‌زمان به جسم ساکنی به جرم  $2 \text{ kg}$  وارد می‌شوند و جسم را به حرکت درمی‌آورند. اندازه سرعت این جسم پس از چند متر جابه‌جایی به  $\frac{m}{s}$  می‌رسد؟ ( $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ )



- (۱)  $2/4$   
(۲)  $1/8$   
(۳)  $3/6$   
(۴)  $1/2$

۶۶- نیروی خالصی به بزرگی  $F$  به جسمی به جرم  $m_1$  شتاب  $\frac{m}{s^2}$  و به جسمی به جرم  $m_2$  شتاب  $\frac{m}{s^2}$  می‌دهد. نیروی خالصی به بزرگی  $3F$  به جسمی به جرم  $m_1 + 2m_2$  چه شتابی بر حسب متر بر مجذور ثانیه می‌دهد؟

- (۱)  $0/6$  (۲)  $2/4$  (۳)  $0/9$  (۴)  $0/3$

۶۷- متحرکی به جرم  $400 \text{ g}$  در جهت مثبت محور  $x$  در حال حرکت است. اگر نیروی خالص وارد بر متحرک از رابطه  $F_{\text{net}} = 8t - 20$  در SI قابل محاسبه باشد، در چه لحظه‌ای شتاب متحرک، صفر می‌شود؟

- (۱)  $2/5$  (۲)  $4$  (۳)  $0/25$  (۴)  $0/4$

۶۸- دو نیروی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به جسمی به جرم  $400 \text{ g}$  به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند. اگر حداقل و حداکثر اندازه شتاب جسم  $\frac{m}{s^2}$  و  $10 \frac{m}{s^2}$  باشند، بزرگی شتابی که نیروی  $\vec{F}_1$  به جسمی به جرم  $800 \text{ g}$  می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱)  $3/2$  (۲)  $4$  (۳)  $2/4$  (۴)  $8$

محل انجام محاسبات



۶۹- مطابق شکل زیر، دو نیروی افقی  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  به صورت همزمان به جعبه‌ای به جرم  $4\text{ kg}$  وارد می‌شوند و جسم در جهت نیروی  $\vec{F}_1$  حرکت می‌کند.

سرعت جعبه در مدت زمان  $3\text{ s}$  از  $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  به  $18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  می‌رسد. نیروی  $\vec{F}_1$  را حداکثر چند نیوتون و چگونه تغییر دهیم تا سرعت جسم کاهش نیابد؟



۹ (۲) - کاهش

۱۶ (۱) - کاهش

۹ (۴) - افزایش

۱۶ (۳) - افزایش

۷۰- سه نیروی  $F_1 = 12\text{ N}$ ،  $F_2 = 20\text{ N}$  و  $F_3 = 24\text{ N}$  در صفحه افقی به صورت همزمان به جسمی به جرم  $6\text{ kg}$  وارد می‌شوند و جسم با سرعت

ثابت روی سطح افقی حرکت می‌کند. اگر در یک لحظه اندازه نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  برابر  $\frac{1}{4}$  و جهت نیروی  $\vec{F}_3$  قرینه شود و بزرگی آن  $50\%$  درصد افزایش یابد، بزرگی شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟

۵ (۴)

۷ (۳)

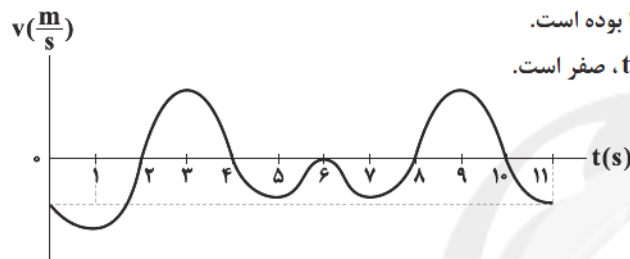
۴ (۲)

۲ (۱)

۷۱- نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟  
الف) جهت نیروی خالص وارد بر متحرک،  $7$  بار تغییر کرده است.

ب) در کل  $5\text{ s}$  جهت نیروی خالص وارد بر متحرک در جهت محور  $x$ ها بوده است.

ج) نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک در بازه زمانی  $t=0$  تا  $t=11\text{ s}$ ، صفر است.



۱ (۴)

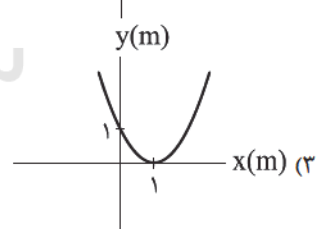
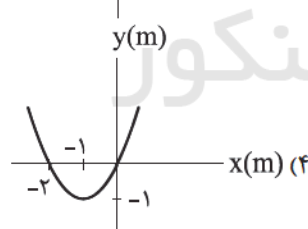
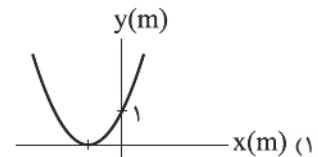
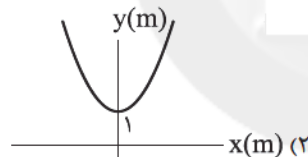
۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

۷۲- سه نیروی  $\vec{F}_1 = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ ،  $\vec{F}_2 = -5\vec{i} + 4\vec{j}$ ،  $\vec{F}_3 = 9\vec{i} + \beta\vec{j}$  در دستگاه SI به صورت همزمان به جسمی ساکن به جرم  $2\text{ kg}$  اثر کرده و آن

را به حرکت درآورده و به آن شتاب  $3\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  می‌دهند. نمودار تابع  $y = x^2 + \beta x + 1$ ، در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۷۳- بر روی دو ریل موازی و مستقیم، دو قطار با طولهای  $L_A = 210\text{ m}$  و  $L_B = 240\text{ m}$  با تندیهای ثابت  $v_A = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  و  $v_B = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  در حال

حرکت به سمت هم هستند. از زمانی که ابتدای دو قطار به هم دیگر می‌رسد، لوکوموتیوران قطار  $A$ ، چند ثانیه قطار  $B$  را در کنار خود می‌بیند؟

۷ (۴)

۸ (۳)

۱۴ (۲)

۱۵ (۱)

۷۴- معادله مکان - زمان متحرکی به صورت  $x = 4t^2 - bt + c$  است. در ثانیه‌های متوالی، تندیه متوسط این متحرک را اندازه می‌گیریم و مشاهده

می‌کنیم که تندیه متوسط آن در ثانیه سوم، کمینه است. بزرگی سرعت متوسط این متحرک در  $2$  ثانیه سوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۲۰ (۴)

۲۵ (۳)

۱۵ (۲)

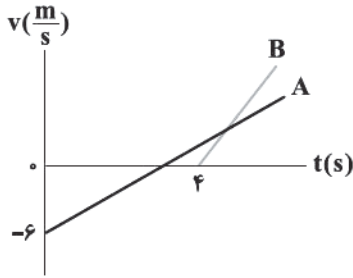
۱۲/۵ (۱)

محل انجام محاسبات



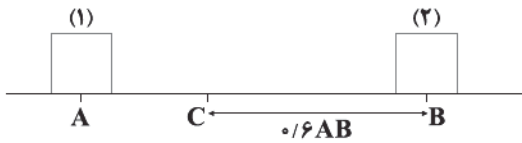
## فیزیک | ۵

۷۵- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در یک مسیر مستقیم و از یک نقطه به ترتیب با شتاب‌های ثابت  $a$  و  $a+2$  (برحسب SI) شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. اگر پس از شروع حرکت متحرک B، حداقل فاصله دو متحرک از هم ۷ متر باشد، در لحظه  $t=10s$  فاصله آن‌ها از یکدیگر چند متر است؟



- (۱) ۳۲  
(۲) ۲۴  
(۳) ۱۶  
(۴) صفر

۷۶- مطابق شکل زیر، دو متحرک (۱) و (۲) که با سرعت‌های ثابتی روی مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، هم‌زمان از نقاط A و B می‌گذرند و در نقطه C از کنار هم عبور می‌کنند. اگر متحرک (۲) در مدت‌زمان ۲۰s از نقطه C به نقطه A برسد، چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک (۱) از نقطه C به نقطه B برسد؟

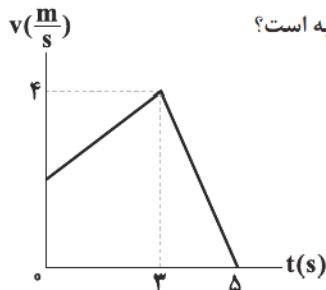


- (۱) ۳۰  
(۲) ۱۵  
(۳) ۴۵  
(۴) ۷۵

۷۷- بردار سرعت متحرکی که روی محور X در حال حرکت است، در لحظات  $t_1=4s$ ،  $t_2=10s$  و  $t_3=14s$  به ترتیب برابر با  $\vec{v}_1 = -8\vec{i}(\frac{m}{s})$ ،  $\vec{v}_2 = 12\vec{i}(\frac{m}{s})$  و  $\vec{v}_3 = 8\vec{i}(\frac{m}{s})$  می‌باشد. بردار شتاب متوسط این متحرک در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_3$  برحسب SI در کدام گزینه به درستی آمده است؟

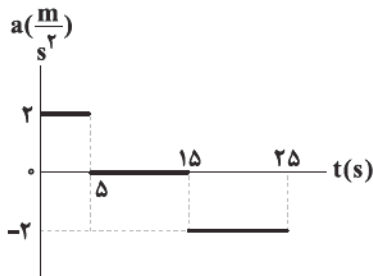
- (۱) صفر  
(۲)  $1/6\vec{i}$   
(۳)  $1/2\vec{i}$   
(۴)  $-1/2\vec{i}$

۷۸- متحرکی در امتداد محور X در حال حرکت است و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر است. اگر اندازه شتاب متوسط این متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر  $4 \frac{m}{s^2}$  باشد، سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۲  
(۲) ۱  
(۳) ۴  
(۴) ۳

۷۹- نمودار شتاب - زمان متحرکی که با تندی اولیه  $72 \frac{km}{h}$  در جهت منفی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ۲۵ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه نوع حرکت، تندشونده است؟



- (۱) صفر  
(۲) ۵  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۰

محل انجام محاسبات



۸۰- دو متحرک A و B به ترتیب با تندی‌های  $v_A = 12 \frac{m}{s}$  و  $v_B = 10 \frac{m}{s}$  در یک راستا به طرف هم در حال حرکت هستند. در لحظه‌ای که فاصله آن‌ها از هم برابر ۸۴m است، متحرک A با شتاب  $3 \frac{m}{s^2}$  حرکت خود را کند می‌کند تا بایستد. اندازه شتاب کندشونده متحرک B از این لحظه به بعد چند متر بر مربع ثانیه باشد تا دو متحرک به هم برخورد نکنند؟

- (۱) بزرگ‌تر از  $\frac{5}{6}$  (۲) کوچک‌تر از ۳ (۳) کوچک‌تر از  $\frac{6}{5}$  (۴) بزرگ‌تر از  $\frac{1}{3}$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

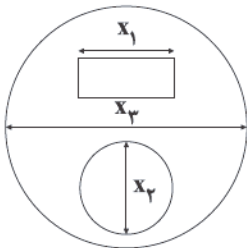
## زوج درس ۱

## فیزیک ۱ (سوالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- اگر دمای جسمی در مقیاس کلونین، ۴ برابر دمای آن برحسب فارنهایت باشد، دمای جسم چند درجه سلسیوس است؟

- (۱) ۲۰/۱۴ (۲) ۲۳/۳۸ (۳) ۴۶/۷۶ (۴) ۵۵/۶۹

۸۲- در شکل زیر، یک صفحه فلزی دایره‌ای شکل حاوی دو حفره دایره‌ای و مستطیلی نشان داده شده است. در اثر کاهش دما، فواصل  $x_1$ ،  $x_2$  و  $x_3$  به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



- (۱) کاهش - افزایش - افزایش  
(۲) افزایش - کاهش - افزایش  
(۳) کاهش - کاهش - کاهش  
(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۸۳- دمای یک مکعب فلزی توپر را که دارای چگالی اولیه  $8 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$  است، به میزان ۳۰۰ کلونین کاهش می‌دهیم. چگالی مکعب چند واحد SI تغییر خواهد کرد؟ ( $\alpha_{\text{فلز}} = 12 \times 10^{-5} K^{-1}$ )

- (۱) -۲۸۸ (۲) ۵۷۶ (۳) ۸۶۴ (۴) -۸۶۴

۸۴- ضریب انبساط طولی یک قطعه فلز برابر با  $5 \times 10^{-4} K^{-1}$  می‌باشد. دمای اولیه صفحه‌ای ساخته شده از این فلز، ۳۲۳ کلونین است، اگر دمای این صفحه را به ۶۸ درجه فارنهایت برسانیم، مساحت آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۱/۵ - افزایش (۲) ۳ - کاهش (۳) ۱/۵ - کاهش (۴) ۳ - افزایش

۸۵- شکل زیر، یک بالن شیشه‌ای با ظرفیت ۲ لیتر را نشان می‌دهد. اگر در دمای ۱۲ درجه سلسیوس، این بالن را با اتانول کاملاً پر کنیم و سپس دما مجموعه بالن و اتانول را به ۵۲ درجه سلسیوس برسانیم، چند میلی‌لیتر اتانول از بالن به بیرون می‌ریزد؟

$$(\alpha_{\text{شیشه}} = 4 \times 10^{-6} K^{-1}, \beta_{\text{اتانول}} = 1/1 \times 10^{-3} K^{-1})$$

- (۱) ۴۳/۵۲ (۲) ۶۵/۲۸ (۳) ۸۷/۰۴ (۴) ۱۰۸/۸

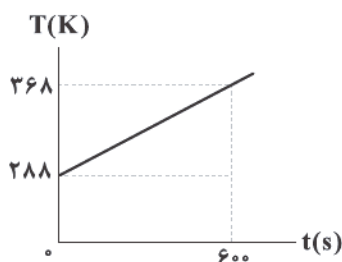


۸۶- جعبه فلزی به جرم ۴۰ کیلوگرم در دمای ۹۵ درجه فارنهایت موجود است. اگر به میزان ۱۸۷۲ کیلوژول گرما به این جعبه داده شود، دمای نهایی آن به چند درجه سلسیوس خواهد رسید؟ ( $c_{\text{فلز}} = ۶۵۰ \frac{J}{kg \cdot K}$ ) و از اتلاف گرما صرف نظر کنید.

- (۱) ۳۷ (۲) ۴۵ (۳) ۱۰۷ (۴) ۱۳۵

محل انجام محاسبات

۸۷- درون یک سماور برقی، ۵ کیلوگرم آب می‌ریزیم و آن را روشن می‌کنیم. اگر نمودار تغییرات دمای آب با گذشت زمان، مطابق شکل زیر باشد،



توان سماور چند کیلووات است؟ ( $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ )

- ۱/۴ (۱)  
۱/۸ (۲)  
۲/۶ (۳)  
۲/۸ (۴)

۸۸- توان یک المنت اجاق گاز برقی برابر با ۱۲۰۰ وات می‌باشد. اگر ۲۵ درصد از انرژی مصرفی این المنت هدر برود (تلف شود)، پس از گذشت ۴

دقیقه، تغییرات دمای یک کیلوگرم مایع درون قابلمه واقع بر روی این اجاق گاز، چند درجه فارنهایت خواهد بود؟ ( $c_{\text{مایع}} = 4000 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$  و از

تبخیر سطحی مایع چشم‌پوشی کنید.)

- ۱۲۹/۶ (۴)      ۹۷/۲ (۳)      ۷۲ (۲)      ۵۴ (۱)

۸۹- اگر ۳۰۰ گرم متانول در دمای  $5^{\circ}\text{C}$  را روی ۸۰۰ گرم متانول در دمای  $28^{\circ}\text{C}$  بریزیم، در نهایت دمای تعادل مجموعه چند درجه فارنهایت خواهد شد؟ (از هر گونه اتلاف انرژی چشم‌پوشی کنید.)

- ۹۳/۲ (۴)      ۳۷/۴ (۳)      ۹۹/۳ (۲)      ۳۴ (۱)

۹۰- درون یک ظرف، ۱۱ کیلوگرم آب در دمای  $2^{\circ}\text{C}$  موجود است. یک مکعب فلزی توپیر به جرم ۱۰ kg و دمای  $12^{\circ}\text{C}$  را درون این آب می‌اندازیم. با فرض این‌که ۴۰ درصد از گرمایی که فلز از دست می‌دهد، به محیط منتقل شود و نوع دیگری از تلفات حرارتی موجود نباشد،

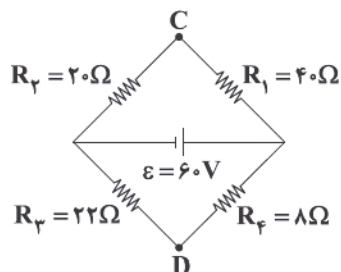
دمای تعادل مجموعه به  $5^{\circ}\text{C}$  می‌رسد. جرم آب چند کیلوگرم است؟ ( $c_{\text{فلز}} = 1200 \frac{\text{J}}{\text{kg.C}}$ ،  $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.C}}$ )

- ۸ (۴)      ۶ (۳)      ۴ (۲)      ۲ (۱)

## زوج درس ۲

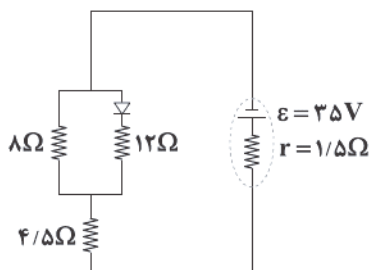
## فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- در مدار شکل زیر،  $V_C - V_D$  چند ولت است؟ (باتری را آرمانی فرض کنید.)



- ۸ (۱)  
۱۶ (۲)  
۲۴ (۳)  
۳۲ (۴)

۹۲- در مدار شکل زیر، جریان الکتریکی عبوری از مقاومت ۴/۵ اهمی برابر چند آمپر است؟

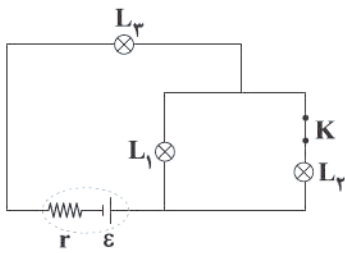


- ۲/۵ (۱)  
۵ (۲)  
۳/۲۵ (۳)  
۷/۵ (۴)

محل انجام محاسبات

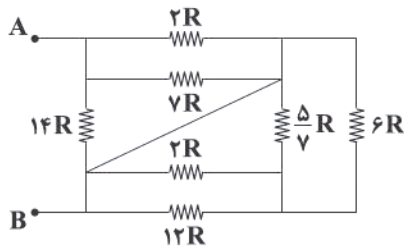


۹۳- در شکل زیر، لامپ‌ها مشابه هستند. اگر کلید  $K$  را باز کنیم، نور لامپ‌های  $L_1$  و  $L_2$  به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییری خواهد کرد؟



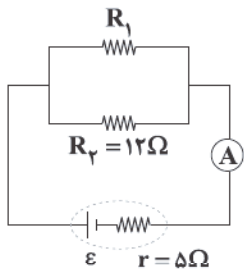
- (۱) کاهش - کاهش
- (۲) افزایش - کاهش
- (۳) کاهش - افزایش
- (۴) افزایش - افزایش

۹۴- در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطه  $A$  و  $B$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟



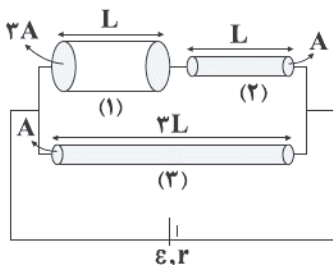
- (۱)  $\frac{7}{5}R$
- (۲)  $\frac{5}{7}R$
- (۳)  $\frac{12}{5}R$
- (۴)  $\frac{5}{12}R$

۹۵- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت  $R_1$  را از  $24\Omega$  به  $8\Omega$  برسانیم، توان خروجی باتری چگونه تغییر می‌کند؟ (آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



- (۱) همواره افزایش می‌یابد.
- (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
- (۳) همواره کاهش می‌یابد.
- (۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

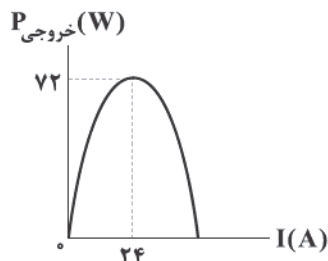
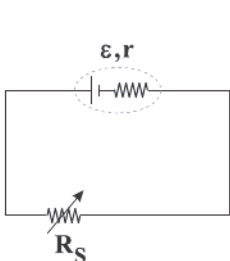
۹۶- در شکل زیر، سه رسانای مسی توپر استوانه‌ای شکل، با سطح مقطع و طول مشخص شده در مدار قرار گرفته‌اند. نسبت  $\frac{I_1}{V_1}$  و  $\frac{I_2}{V_2}$  به ترتیب



از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱)  $\frac{1}{3} - \frac{4}{9}$
- (۲)  $\frac{4}{9} - \frac{1}{3}$
- (۳)  $\frac{9}{4} - \frac{1}{3}$
- (۴)  $\frac{1}{3} - \frac{9}{4}$

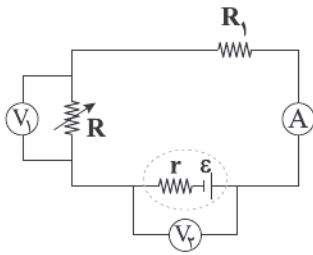
۹۷- نمودار توان خروجی باتری برحسب جریانی که از آن می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. مقاومت رئوستا چند اهم باشد تا توان خروجی باتری بیشینه شود؟



- (۱) ۱
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۰/۲۵
- (۴) ۰/۱۲۵

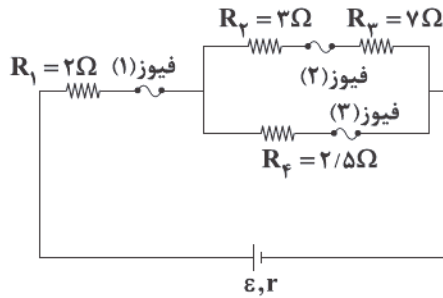
محل انجام محاسبات

۹۸- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت  $R$ ، اعدادی که ولت‌سنج  $V_p$  و هم‌چنین آمپرسنج نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟ (ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج را آرمانی در نظر بگیرید.)



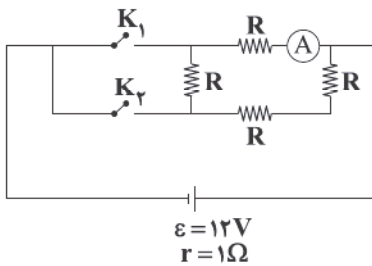
- (۱) افزایش - افزایش  
(۲) افزایش - کاهش  
(۳) کاهش - کاهش  
(۴) کاهش - افزایش

۹۹- هریک از فیوزهای مدار شکل زیر با جریان بیش از  $10\text{A}$  می‌پزند. حداکثر جریانی که می‌تواند از مقاومت  $R_f$  عبور کند تا هیچ فیوزی نپزد چند آمپر است؟



- (۱) ۱۰  
(۲) ۲  
(۳) ۸  
(۴) ۴

۱۰۰- در شکل زیر، اگر کلید  $K_1$  بسته شود و کلید  $K_2$  باز باشد، آمپرسنج ایده‌آل عدد  $3\text{A}$  را نشان می‌دهد. حال اگر هر دو کلید بسته شوند، آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



- (۱)  $\frac{72}{25}$   
(۲)  $\frac{36}{25}$   
(۳)  $\frac{108}{25}$   
(۴) ۱

سایت کنکور





DriQ.com



۱۰۱- مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید نوعی پاک‌کننده است. چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با این پاک‌کننده و واکنش آن با آب درست است؟

(در واکنش مورد نظر یک ترکیب یونی با فرمول  $\text{NaAl(OH)}_2$  و یک گاز تولید می‌شود.)

• این پاک‌کننده همانند جوهرنمک، سفیدکننده‌ها و پاک‌کننده‌های غیرصابونی، جزو پاک‌کننده‌های خورنده به شمار می‌آیند.

• ترکیب یونی  $\text{NaAl(OH)}_2$  به خوبی در آب حل می‌شود.

• مجموع ضرایب اجزای واکنش پس از موازنه برابر ۱۵ است.

• این واکنش گرماده بوده و سطح انرژی فرآورده‌ها پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.

• در صورتی که گاز تولیدشده به طریقی از محیط حذف شود، قدرت پاک‌کنندگی پاک‌کننده افزایش می‌یابد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۰۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در آب گازدار، غلظت یون‌های هیدرونیوم بیشتر از غلظت یون‌های هیدروکسید است.

• اگر غلظت یون هیدرونیوم در محلولی به اندازه  $M$  مولار بیشتر شود، غلظت یون هیدروکسید  $M$  مولار کاهش می‌یابد.

•  $\text{pH}$  یک محلول آبی می‌تواند عددی منفی یا حتی بزرگ‌تر از ۱۴ باشد.

• با تعریف علمی آرنیوس درباره اسیدها و بازها، دانشمندان پس از او موفق شدند نشان دهند که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• آب خالص فاقد رسانایی الکتریکی است و برای این‌که جریان برق را از خود عبور دهد می‌توان مقدار کمی الکترولیت به آن اضافه کرد.

• رسانایی الکتریکی مخلوطی شامل ۱ مول  $\text{N}_2\text{O}_5$  و ۱ لیتر آب، به تقریب برابر با مخلوطی شامل ۱ مول  $\text{Li}_2\text{O}$  و ۱ لیتر آب است.

• مطابق مدل آرنیوس، اتانول و اتیلن گلیکول جزو بازهای ضعیف طبقه‌بندی می‌شوند.

• در شرایط یکسان،  $\text{pH}$  محلول مولار هیدروفلوئوریک اسید، کم‌تر از  $\text{pH}$  محلول مولار هیدروسیانیک اسید است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- اگر ۲ گرم اسید ضعیف  $\text{HX}$  در چهار دسی‌لیتر آب خالص حل شود،  $\text{pH}$  آب به اندازه  $1/1$  تغییر می‌کند، ثابت یونش اسید  $\text{HX}$  کدام است؟

(از تغییر حجم در اثر اضافه کردن اسید، چشم‌پوشی کنید.) ( $\text{HX} = 50 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱)  $1/56 \times 10^{-11}$  (۲)  $1/56 \times 10^{-9}$  (۳)  $6/25 \times 10^{-11}$  (۴)  $6/25 \times 10^{-9}$

۱۰۵- در دمای  $25^\circ\text{C}$ ،  $1/2$  گرم باز ضعیف  $\text{DOH}$  در  $25^\circ$  میلی‌لیتر آب مقطر حل می‌شود. اگر درصد یونش باز برابر  $20$  باشد، کدام مورد

نادرست است؟ ( $\text{DOH} = 80 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱)  $[\text{H}^+]$  این محلول به تقریب برابر  $8/3 \times 10^{-13}$  است.

(۲)  $[\text{OH}^-]$  در این محلول با  $[\text{H}^+]$  در  $125$  میلی‌لیتر از محلول اسید قوی  $\text{HA}$  با غلظت  $0.12\%$  مولار برابر است.

(۳) اگر  $0.8\%$  گرم باز  $\text{DOH}$  به این محلول اضافه شود، بدون تغییر حجم،  $\text{pH}$  محلول کم‌تر از  $0.2\%$  واحد افزایش می‌یابد.

(۴) محلول حاصل از مخلوط کردن  $50$  میلی‌لیتر از این محلول با همین حجم از محلول  $\text{HCl}$  با غلظت  $0.2\%$  مولار، خاصیت اسیدی دارد.

محل انجام محاسبات



۱۰۶- چه تعداد از موارد پیشنهاد شده برای کامل کردن عبارت زیر مناسب هستند؟

«اگر حجم یک محلول ..... را با افزودن آب مقطر، تا دو برابر افزایش دهیم، .....»

- باز قوی - pH محلول بازی ۰/۳ کاهش می یابد.
- اسید قوی - درجه یونش اسید تغییری نمی کند.
- باز ضعیف - pH محلول بازی ۰/۱۵ کاهش می یابد.
- اسید ضعیف - ثابت یونش اسید تغییری نمی کند.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۱۰۷- مخلوطی از سدیم اکسید و باریوم اکسید به جرم ۳/۳۷ گرم با ۲۰۰ میلی لیتر محلول اسید قوی HA با  $\text{pH} = 0.6$  خنثی می شود. چند

درصد از شمار مول های اسید توسط سدیم اکسید خنثی شده است؟ ( $\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{Ba} = 137; \text{g.mol}^{-1}$ )

۳۰ (۱)      ۱۰ (۲)      ۲۰ (۳)      ۴۰ (۴)

۱۰۸- از انحلال ۵/۸۷۵ گرم نیترواسید در آب  $25^\circ \text{C}$  محلولی با  $\text{pH} = 1.6$  به دست می آید. حجم محلول در این شرایط به تقریب چند لیتر بوده و به

تقریب چند گرم دیگر نیترواسید باید به این محلول اضافه شود تا pH به میزان ۰/۴۵ تغییر کند؟ (از تغییر حجم محلول چشم پوشی کنید).

( $\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16; \text{g.mol}^{-1}$ ) ( $K_a = 5 \times 10^{-4}$ )

۴۳, ۰/۲ (۱)      ۴۳, ۰/۱ (۲)      ۴۰, ۰/۲ (۳)      ۴۰, ۰/۱ (۴)

۱۰۹- با توجه به شکل های زیر که فرایند یونش محلول دو اسید HA و HX (با حجم، دما و غلظت یکسان) را نشان می دهد، چه تعداد از

عبارت های پیشنهاد شده درست است؟



• ثابت یونش اسیدهای HA و HX به ترتیب می تواند  $4 \times 10^{-5}$  و  $2 \times 10^{-2}$  باشد.

• اگر X و A هالوژن باشند، به یقین واکنش پذیری X از A کم تر است.

• درجه یونش محلول HA،  $\frac{1}{4}$  درجه یونش محلول HX است.

• برای خنثی کردن یک مول سدیم هیدروکسید، مقدار HA لازم، باید بیشتر از مقدار HX باشد.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      صفر

۱۱۰- در دمای ثابت، درصد یونش اسید HA، نصف درصد یونش اسید HX با pH برابر ۴/۳ و غلظت آغازین  $2 \times 10^{-4}$  مولار است. اگر ثابت

یونش HA برابر  $4 \times 10^{-5}$  باشد، غلظت مولی آغازین HA کدام است؟

۱ (۱)  $1.96 \times 10^{-3}$       ۲ (۲)  $2.24 \times 10^{-3}$       ۳ (۳)  $2.56 \times 10^{-3}$       ۴ (۴)  $6.4 \times 10^{-3}$

۱۱۱- در چه تعداد از موارد زیر رابطه  $[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-]$  برقرار است؟

- محلول شیشه پاک کن
- خون انسان
- محتویات روده کوچک
- خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ سرخ درمی آید.
- مخلوط جوش شیرین و آب

۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۱۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- واکنش  $H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_2O(l)$  مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌هاست.
- فرآورده واکنش میان اسید چرب و سدیم هیدروکسید، خود نوعی پاک‌کننده است که در آب حل می‌شود.
- در محلول آمونیاک، افزون بر مقدار کمی از یون‌های آب پوشیده، شمار بسیاری از مولکول‌های آمونیاک نیز یافت می‌شود.
- برای بازکردن لوله‌ها و مجاری باید از محلول غلیظ یک باز قوی مانند سدیم هیدروکسید استفاده کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۳- در نمونه‌ای از عصاره گوجه‌فرنگی، غلظت یون هیدرونیوم  $4 \times 10^6$  برابر غلظت یون هیدروکسید است. pH آن کدام و در صورتی که pH آن

برابر ۵/۱ شود، غلظت یون هیدرونیوم، چند برابر غلظت یون هیدروکسید است؟

۱ (۱) ۳/۷ (۲) ۳۶۰۰ (۳) ۴/۳ (۴) ۶۴۰۰ (۴) ۴/۳ (۴) ۳۶۰۰

۱۱۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با معده و اسید معده درست است؟

- معده برای گوارش غذا به اسید نیاز دارد و خوردن غذا سبب می‌شود که غده‌های موجود در دیواره معده، کلریک اسید ترشح کنند.
- در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیره معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود  $0.02M$  است.
- درون معده یک محیط بسیار اسیدی است و حتی می‌تواند فلز روی را در خود حل کند.
- در زمان استراحت، pH معده برابر ۵/۷ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۵- به تقریب ۸/۸ گرم از اسید ضعیف HX با درصد یونش ۸ را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را به ۶ لیتر می‌رسانیم. اگر pH محلول

به دست آمده ۳/۴ باشد، اسید HX کدام است؟ ( $H=1, C=12, N=14, O=16: g.mol^{-1}$ )

۱) نیتریک اسید ۲) نیترو اسید ۳) هیدروسیانیک اسید ۴) کربنیک اسید

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

### زوج درس ۱

### شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- چه تعداد از مطالب زیر درست است؟

- شمار اتم‌ها در هر واحد فرمولی از مس (II) سولفید، نصف شمار اتم‌ها در مولکول فسفر تری‌کلرید است.
- ترکیب حاصل از سیلیسیم با عنصرهای اکسیژن و برم به ترتیب شامل ۳ و ۴ اتم است.
- یکی از فرآورده‌های سوختن زغال سنگ را می‌توان از دهانه آتشفشان‌های فعال نیز جمع‌آوری کرد.
- هیچ‌کدام از سه عنصر آهن، آلومینیم و سیلیسیم به حالت آزاد در طبیعت یافت نمی‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- ویژگی مشترک هر کدام از آلاینده‌های سوخت‌های فسیلی که از آگروز خودروها خارج می‌شوند، حضور اتم اکسیژن در آنها است.
- در ۱۰۰ سال گذشته، میانگین جهانی دمای سطح زمین در هر سال، نسبت به سال قبل بیشتر بوده است.
- طول موج نور حاصل از شعله سوختن فلز سدیم، بلندتر از شعله سوختن گوگرد است.
- با انجام واکنش تولید اوزون تروپوسفری در حضور نور خورشید، از شدت رنگ قهوه‌ای کلانشهرها کاسته می‌شود.

۱ (۲) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

محل انجام محاسبات



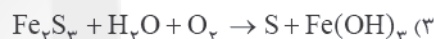
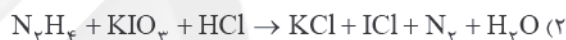
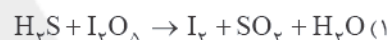
۱۱۸- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

- (آ) هر تغییر شیمیایی را می‌توان با یک معادله شیمیایی (نمادی) نشان داد.  
 (ب) منظور از سوختن کامل گوگرد، تبدیل این نافلز به گاز گوگرد تری‌اکسید است.  
 (پ) از آهک می‌توان برای کنترل میزان اسیدی بودن آب دریاچه‌ها و تبدیل گاز  $\text{CO}_2$  به مواد معدنی استفاده کرد.  
 (ت) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره و بخش عمده‌ای از این پرتوها به وسیله زمین جذب می‌شود.  
 (۱) «آ»، «پ» و «ت» (۲) «ب»، «پ» و «ت» (۳) «پ»، «ت» (۴) «آ»، «ب»

۱۱۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- ساختار لوویس گونه‌های  $\text{NO}_2^+$  و  $\text{N}_3^-$ ، مشابه است.
- در یون  $\text{SO}_4^{2-}$  برخلاف  $\text{NO}_3^-$ ، اتم مرکزی یک جفت الکترون ناپیوندی دارد.
- در مولکول  $\text{N}_2\text{O}_3$  برخلاف  $\text{N}_2\text{O}_5$ ، پیوند نیتروژن - نیتروژن وجود دارد.
- ساختار لوویس  $\text{Cl}_2\text{O}$  و  $\text{SO}_2$  با هم تفاوت دارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۰- در کدام یک از واکنش‌های زیر، پس از موازنه با کوچک‌ترین ضرایب صحیح، ضریب  $\text{H}_2\text{O}$  عدد بزرگ‌تری است؟

۱۲۱- در کدام یک از گونه‌های زیر، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی، عدد کوچک‌تری است؟



۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با کربن مونوکسید درست است؟

- گازی بی‌رنگ و بی‌بو است و هر گرم از آن در مقایسه با هر گرم از هوا، حجم بیشتری اشغال می‌کند.
- از راه خون و به واسطه مسمومیت، سامانه عصبی بدن را فلج می‌کند.
- یکی از فراورده‌های حاصل از سوختن ناقص سوخت‌های فسیلی است که به دلیل ناخالص بودن اکسیژن در محیط، تولید می‌شود.
- میل ترکیبی آن با هموگلوبین خون بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر اکسیژن است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۳- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

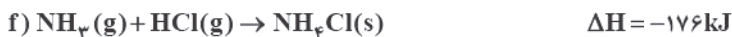
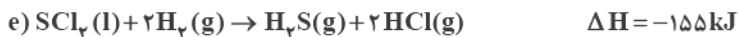
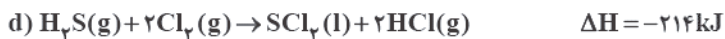
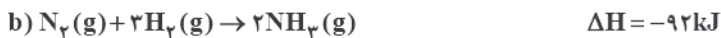
- از سوختن گاز هیدروژن برخلاف سوختن سوخت‌های فسیلی، نور تولید نمی‌شود.
- بخش اعظم لایه استراتوسفر توسط گاز اوزون اشغال شده است.
- در ساختار پلاستیک‌های سبز به جای کربن، اکسیژن وجود دارد و در نتیجه زیست تخریب پذیرند.
- اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به  $8^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات



۱۳۰- با توجه به اطلاعات ترمودینامیکی داده شده،  $\Delta H$  برای واکنش زیر (با کوچک ترین ضرایب صحیح) چند کیلوژول است؟



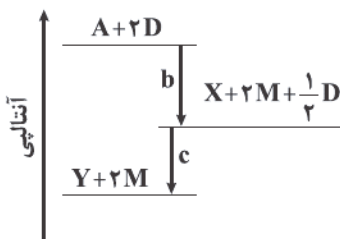
-۲۲۷۵ (۴)

-۱۵۴۱ (۳)

-۲۸۲۱ (۲)

-۳۱۹۵ (۱)

۱۳۱- درباره نمودار داده شده که سطح انرژی مواد را در یک واکنش گرمایشیمیایی گازی انجام شده در یک سامانه نشان می دهد، کدام مورد درست است؟



(۱) واکنش کلی همانند واکنش فتوسنتز یک واکنش گرماده است.

(۲) شرایط انجام واکنش مرحله اول (b) دشوارتر از واکنش مرحله دوم (c) است.

(۳) با انجام واکنش:  $X + 2M \rightarrow A + \frac{3}{4}D$ ، دمای سامانه افزایش می یابد.

(۴) آنتالپی واکنش:  $X + \frac{1}{4}D \rightarrow Y$ ، می تواند  $-4 \text{ kJ}$  باشد.

۱۳۲- کدام مطالب زیر درست است؟

(آ) نقطه جوش هر الکل، بالاتر از نقطه جوش اتری است که با آن ایزومر می باشد.

(ب) ساده ترین مولکول کتون در مقایسه با ساده ترین مولکول آلدهید، دو اتم کربن بیشتر دارد.

(پ) در ساختار کتون موجود در میخک،  $\gamma$  پیوند  $C-C$  وجود دارد.

(ت) طعم و بوی رازیانه به طور عمده وابسته به یک ترکیب آلی حلقوی (فاقد حلقه بنزنی) و دارای گروه اتری است.

«ت»، «ب»، «ت» (۴)

«پ»، «ب»، «ت» (۳)

«آ»، «آ»، «پ» (۲)

«آ»، «آ»، «ب» (۱)

۱۳۳- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• انرژی حاصل از اکسایش نیم گرم چربی، بیشتر از انرژی حاصل از اکسایش یک گرم پروتئین است.

• آنتالپی سوختن گاز مرداب در مقایسه با مقدار (قدرمطلق) آنتالپی سوختن هر هیدروکربن دیگر، کم تر است.

• برای اندازه گیری  $\Delta H$  واکنش تولید متان از گرافیت و گاز هیدروژن، روش مستقیم (گرماسنجی) به هیچ وجه توصیه نمی شود.

• شیمی دان ها واکنشی طراحی کرده اند تا گازهای آلاینده  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$  که از اگزوز خودروها خارج می شوند به گازهایی پایدارتر و بدون آلودگی تبدیل شوند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۴- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با هیدروژن پراکسید و هیدرازین درست است؟

• در ساختار هر دو ترکیب، تمامی پیوندها یگانه است.

• مقایسه سطح انرژی هیدروژن پراکسید با آب، مشابه مقایسه سطح انرژی هیدرازین با آمونیاک است.

• برای تعیین  $\Delta H$  واکنش تولید هیدروژن پراکسید از گازهای  $\text{H}_p$  و  $\text{O}_p$  همانند واکنش تولید هیدرازین از گازهای  $\text{H}_p$  و  $\text{N}_p$  باید از روش های غیرمستقیم استفاده کرد.

• واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن، همانند واکنش تبدیل هیدرازین به آمونیاک، با کاهش سطح انرژی مواد همراه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات



۱۳۵- اگر آنتالپی سوختن نخستین عضو خانواده آلکن‌ها برابر  $1410$  کیلوژول بر مول باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟ (دما را

ثابت و برابر  $25^\circ\text{C}$  در نظر بگیرید.) ( $\text{C}=12, \text{H}=1, \text{O}=16: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

- آنتالپی سوختن اتانول می‌تواند  $1468$  کیلوژول بر مول باشد.
- ارزش سوختی اتین می‌تواند  $50\%$  کیلوژول بر گرم باشد.
- بر اثر سوختن  $6$  گرم اتان، بیش از  $302$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود.
- مقدار گرمای حاصل از سوختن نیم مول پروپین و نیم مول پروپین به ترتیب می‌تواند  $1030$  و  $970$  کیلوژول باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



سایت کنکور



آزمون شماره ۱۰

جمعه ۱۴۰۲/۰۸/۱۹

# آزمون‌های سراسری کاج

گزینه درسه را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

## پاسخنامه تشریحی دفترچه شماره (۳)

### پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

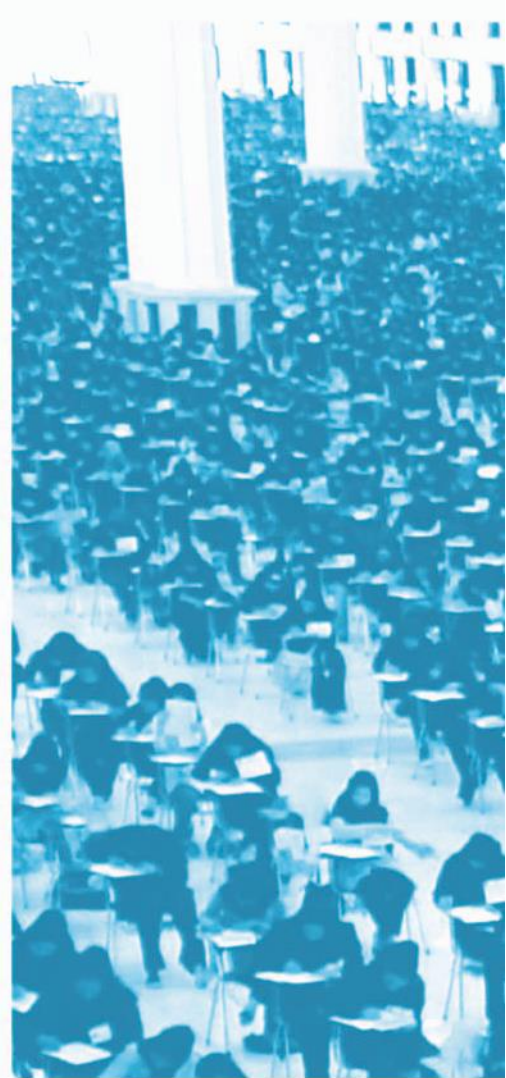
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱	۵	هندسه ۱	
۴۵ دقیقه	۵۵	۴۶	۱۰	آمار و احتمال	۲
	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
۲۵ دقیقه	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲	۳
	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲	



# آزمون‌های سراسر گاج

دروس	طراحان	ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری - محمدرضا سیاح حسین نادری - علی ایمانی مجید فرهمندپور - خشایار خاکی سید محمدرضا حسینی فرد	محدثه کارگرفرد - مهدی وارسته ندا فرهختی - مینا نظری
فیزیک	مسئول درس: مروارید شاه‌حسینی ارسلان رحمانی - امین برزگر امیرحسین رستگار - شهاب نصیری امیررضا خوئینی‌ها	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
شیمی	پویا الفتی	ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب  
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

## آماده‌سازی آزمون

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

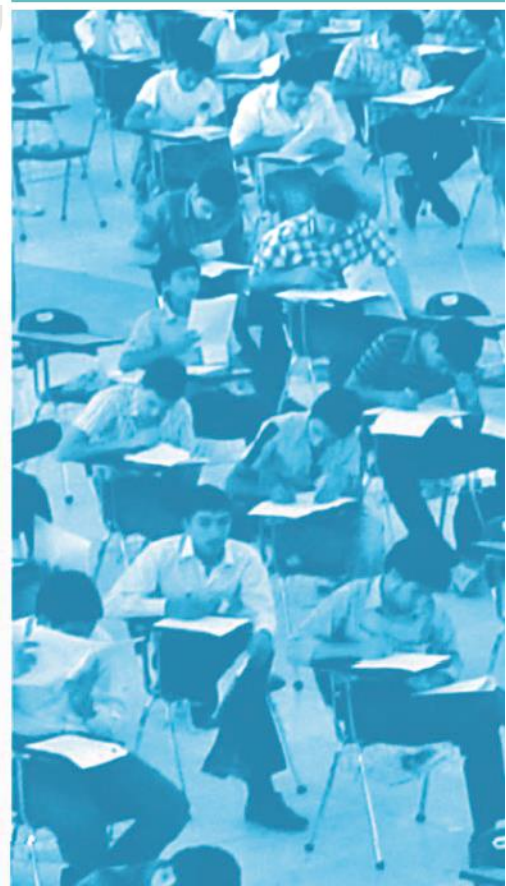
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - مریم علیپور

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - حدیث فیض‌الهی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - فاطمه میرزایی - سحر فاضلی

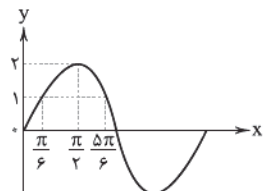


$$\Rightarrow f(x) = -2(x+2)^3 - 2 = -2x^3 - 12x^2 - 24x - 18$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3m = -12 \Rightarrow m = 4 \\ 4n = -24 \Rightarrow n = -6 \Rightarrow m+n+k = 7 \\ -2k = -18 \Rightarrow k = 9 \end{cases}$$

۴ نکته: اگر  $f$  و  $g$  هر دو صعودی اکید یا هر دو نزولی اکید باشند،  $f \circ g$  صعودی اکید است.

اگر  $f$  و  $g$  یکی صعودی اکید و دیگری نزولی اکید باشد،  $f \circ g$  نزولی اکید است. تابع  $f(x)$  در  $(-\infty, 1)$  اکیداً صعودی و در  $[1, +\infty)$  اکیداً نزولی است. با توجه به نمودار تابع  $g(x) = 2\sin x$  داریم:



بررسی گزینه‌ها:

(۱) در  $[0, \frac{\pi}{6}]$  تابع  $g$  اکیداً صعودی است و  $R_g = [0, 1]$  و در این بازه  $f$  اکیداً صعودی است. پس  $f \circ g$  اکیداً صعودی است.

(۲) در  $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$  تابع  $g$  ابتدا اکیداً صعودی و سپس اکیداً نزولی است و  $R_g = [1, 2]$  و در این بازه  $f$  اکیداً نزولی است. پس  $f \circ g$  ابتدا اکیداً نزولی، سپس اکیداً صعودی است، یعنی غیریکنوا است.

(۳) در  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$  تابع  $g$  اکیداً صعودی است و  $R_g = [1, 2]$  و در این بازه تابع  $f$  اکیداً نزولی است، یعنی  $f \circ g$  اکیداً نزولی است.

(۴) در  $[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}]$  تابع  $g$  اکیداً نزولی است و  $R_g = [1, 2]$  و در این بازه تابع  $f$  اکیداً نزولی است، پس  $f \circ g$  اکیداً صعودی است.

۵ تابع  $f(3-x)$  از نقطه  $(-2, 0)$  می‌گذرد، بنابراین داریم:

$$f(3 - (-2)) = 0 \Rightarrow f(5) = 0$$

از طرفی تابع  $f(3-x)$  اکیداً صعودی است، بنابراین تابع  $f(x-1)$  اکیداً نزولی خواهد بود و از نقطه  $(6, 0)$  می‌گذرد. برای تعیین دامنه تابع  $g(x)$  داریم:

x	$-\infty$	$-2$	$2$	$6$	$+\infty$
$x^3 - 4$		+	-	+	+
$f(x-1)$		+	+	+	-
$(x^3 - 4)f(x-1)$		+	-	+	-

$$(x^3 - 4)f(x-1) \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [2, 6]$$

دامنه تابع  $g(x)$  شامل پنج عدد طبیعی است.

۶ تابع  $f^{-1}(x-2) - 1$  بر  $x-9$  بخش پذیر است، پس داریم:

$$x-9 = 0 \Rightarrow x=9 \Rightarrow f^{-1}(9-2) - 1 = 0 \Rightarrow f^{-1}(7) = 1 \Rightarrow f(1) = 7$$

از طرفی تابع  $f(x)$  از درجه سوم است و خارج قسمت آن بر  $x^3 + x$  یک عدد است. اگر این عدد را  $m$  فرض کنیم، داریم:

$$f(x) = m(x^3 + x) + 3$$

$$f(1) = 7 \Rightarrow m(2) + 3 = 7 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow f(x) = 2x^3 + 2x + 3$$

برای رسم تابع  $y = f(x) + 4x - 6x^2$  داریم:

$$y = 2x^3 + 2x + 3 + 4x - 6x^2 = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3$$

$$= 2x^3 - 6x^2 + 6x - 2 + 5 = 2(x-1)^3 + 5$$

## ریاضیات

۱ تابع  $f(x)$  اکیداً صعودی است، بنابراین:

الف)  $f(-x)$  و  $-f(x)$  اکیداً نزولی هستند، بنابراین  $g(x)$  اکیداً نزولی است.

ب)  $g(x)$  اکیداً نزولی است، بنابراین  $g^{-1}(x)$  نیز اکیداً نزولی است.

برای تعیین دامنه  $h(x)$  داریم:

$$g^{-1}(|2x-1|) - g^{-1}(|x+1|) \geq 0 \Rightarrow g^{-1}(|2x-1|) \geq g^{-1}(|x+1|)$$

$$\xrightarrow{g^{-1} \text{ اکیداً نزولی}} |2x-1| \leq |x+1|$$

$$\Rightarrow (2x-1+x+1)(2x-1-x-1) \leq 0$$

$$\Rightarrow (3x)(x-2) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{h(x)} = [0, 2]$$

$$\max(b-a) = 2-0 = 2$$

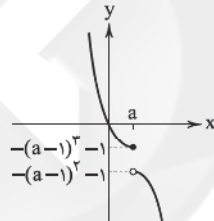
۲  $f(x)$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-1)^3 - 1 & x \leq a \\ -(x-1)^2 - 1 & x > a \end{cases}$$

تابع  $y = -(x-1)^3 - 1$  اکیداً نزولی است. برای آن‌که  $f(x)$  اکیداً یکنوا باشد، باید داشته باشیم:

الف) تابع  $-(x-1)^2 - 1$  در بازه  $x > a$  اکیداً نزولی باشد، برای همین باید داشته باشیم  $a \geq 1$ .

ب) با مشاهده نمودار تقریبی  $f(x)$  برای اکیداً نزولی بودن  $f(x)$  داریم:



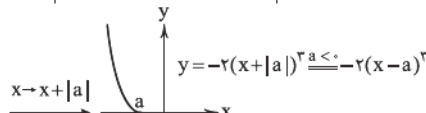
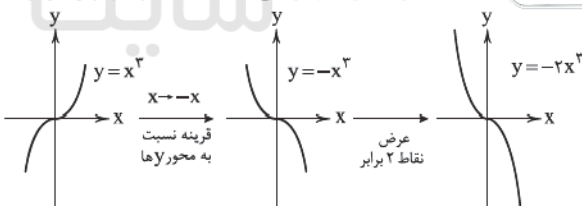
$$-(a-1)^3 - 1 \geq -(a-1)^2 - 1 \Rightarrow (a-1)^3 \leq (a-1)^2$$

$$\Rightarrow a-1 \leq 1 \Rightarrow a \leq 2$$

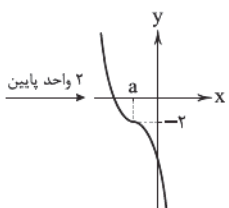
$$[1, +\infty) \cap (-\infty, 2] = [1, 2]$$

بنابراین خواهیم داشت:

۳ با استفاده از انتقال نمودار تابع  $y = x^3$  با مراحل زیر داریم:



به اندازه  $|a|$  سمت چپ



$$y = -2(x-a)^3 - 2$$

از طرفی می‌دانیم  $f(0) = -18$  و داریم:

$$-18 = -2(-a)^3 - 2 \Rightarrow (-a)^3 = 8 \Rightarrow a = -2$$



## ریاضیات | ۳

$$\Rightarrow 25 - 10k + k^2 + 15 - 3k - k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 14k + 41 = 0 \Rightarrow k_1 k_2 = \frac{c}{a} = 41$$

۱۱) اگر  $d = (11n - 3, 9n + 4)$  باشد، آنگاه باید  $d \neq 1$  باشد تا دو عدد نسبت به هم اول نباشند.

$$\begin{cases} d | 11n - 3 \Rightarrow d | -99n + 27 \\ d | 9n + 4 \Rightarrow d | 99n + 44 \end{cases} \Rightarrow d | 71 \xrightarrow{d \in \mathbb{N}} \begin{cases} d = 1 \text{ (غ ق ق)} \\ d = 71 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 71 | 11n - 3 \Rightarrow 71 | -44n + 12 \\ 71 | 9n + 4 \Rightarrow 71 | 45n + 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 71 | n + 32 \Rightarrow n + 32 = 71k \Rightarrow n = 71k - 32$$

$$1000 \leq n < 10000 \Rightarrow 1000 \leq 71k - 32 < 10000 \Rightarrow 1322 \leq 71k < 10032$$

$$\Rightarrow 1/85 \leq k < 14/52 \Rightarrow k \in \{2, 3, 4, \dots, 14\}$$

بنابراین ۱۳ مقدار برای عدد  $n$  وجود دارد.

۱۲) ۳

$$(a, b) = d = 19 \Rightarrow \begin{cases} a = a'd = 19a' \\ b = b'd = 19b' \end{cases}$$

$$a^2 - b^2 = 4693 \Rightarrow (a'd)^2 - (b'd)^2 = 4693$$

$$\Rightarrow 361(a'^2 - b'^2) = 4693$$

$$\Rightarrow a'^2 - b'^2 = 13 \Rightarrow (a' - b')(a' + b') = 1 \times 13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a' - b' = 1 \\ a' + b' = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 7 \\ b' = 6 \end{cases}$$

$$a = a'd = 7 \times 19 = 133 \text{ و } b = b'd = 6 \times 19 = 114$$

$$\frac{a+b}{2} = \frac{133+114}{2} = \frac{247}{2} = 123\frac{1}{2}$$

۱۳) ۱

یعنی  $a'$  عامل ۲ و ۵ ندارد.  $(a', 20) = 1 \Rightarrow (a', 20) = 1 \xrightarrow{+24} (a', 480) = 24 \Rightarrow a = a'd = 24a'$

$$1000 \leq a < 10000 \Rightarrow 1000 \leq 24a' < 10000 \Rightarrow \frac{1000}{24} \leq a' < \frac{10000}{24}$$

$$\Rightarrow a' \in \{7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41\}$$

بنابراین به ازای ۱۵ مقدار، این رابطه برقرار است.

۱۴) اگر در یک تقسیم  $a$  مقسوم و  $b$  برابر مقسوم علیه و  $q$  خارج قسمت باشد.

$$q = \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor \Rightarrow 14 = \left\lfloor \frac{627}{b} \right\rfloor \Rightarrow 14 \leq \frac{627}{b} < 15 \Rightarrow 14b \leq 627 < 15b$$

$$\begin{cases} 14b \leq 627 \Rightarrow b \leq 44\frac{1}{7} \\ 15b > 627 \Rightarrow b > 41\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow b \in \{42, 43, 44\}$$

بنابراین برای مقسوم علیه، ۳ مقدار می توان قرار داد.

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \quad \text{نکته: اگر } p \text{ عدد اول و } (a, p) = 1 \text{ داریم:} \quad \text{۱۵) ۲}$$

اگر  $a$  یکی از اعداد مجموعه  $\{13, 26, 39, 52\}$  نباشد آنگاه  $(a, 13) = 1$  و داریم:

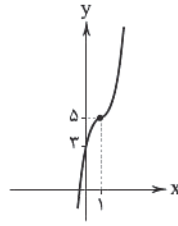
$$a^{12} \equiv 1 \pmod{13} \xrightarrow{\text{توان ۵}} a^6 \equiv 1 \pmod{13}$$

ولی چنان چه  $a$  یکی از اعداد مجموعه  $\{13, 26, 39, 52\}$  باشد:

$$a \equiv 0 \pmod{13} \xrightarrow{\text{توان ۵}} a^6 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$A \equiv \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{56 \text{ تا}} + 0+0+0+0 \equiv 56 \equiv 4 \pmod{13} \quad \text{بنابراین داریم:} \quad \text{۱۳) ۴}$$

نمودار این تابع به صورت زیر خواهد بود و این تابع از ناحیه ۴ محورهای مختصات نمی گذرد.



$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \text{۲) ۷}$$

عبارت  $x^2 = -1$  را در عبارت  $2x^{18} + m$  قرار داده و باقی مانده را برابر ۴ قرار می دهیم.

$$2x^{18} + m = 2(x^2)^9 + m = 2(-1)^9 + m = -2 + m = 4 \Rightarrow m = 2$$

اگر خارج قسمت تقسیم را  $Q(x)$  بنامیم، باقی مانده تقسیم  $Q(x)$  بر  $x+1$  برابر  $Q(-1)$  خواهد بود.

برای یافتن  $Q(-1)$  ابتدا رابطه تقسیم را برای تقسیم اصلی می نویسیم.

$$2x^{18} + 2 = (x^2 + 1)Q(x) + 4$$

$$\Rightarrow 2x^{18} - 2 = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow 2[(x^2)^9 - 1] = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow 2[(x^2 + 1)(x^{15} - x^{12} + x^9 - x^6 + x^3 - 1)] = (x^2 + 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow Q(x) = 2(x^{15} - x^{12} + x^9 - x^6 + x^3 - 1)$$

$$\Rightarrow Q(-1) = 2(-1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1) = 2(-6) = -12$$

عبارت  $f(x)$  را به صورت زیر می نویسیم: ۳) ۸

$$f(x) = (x^2 - 7x + 6)(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 12) + 20$$

مقسوم علیه را برابر صفر قرار داده و داریم:

$$(x-8)(x+1) + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 8 + 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x = -2$$

با قرار دادن  $x^2 - 7x = -2$  در عبارت مقسوم، باقی مانده به صورت زیر به دست می آید:

$$R = (-2+6)(-2+10)(-2+12) + 20$$

$$= 4 \times 8 \times 10 + 20 = 320 + 20 = 340$$

۹) ۱) صفرهای تابع  $y = 2f(3 - \frac{3x}{4})$  اعداد  $x = 1$  و  $x = -4$  هستند، بنابراین صفرهای تابع  $y = f(x)$  را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$\begin{cases} 3 - \frac{3}{4}(-4) = 3 + 3 = 6 \\ 3 - \frac{3}{4}(1) = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 - \frac{3}{4}(1) = \frac{9}{4} \\ 3 - \frac{3}{4}(-4) = 6 \end{cases}$$

بنابراین صفرهای تابع  $-3f(3-2x)$  به صورت زیر خواهند بود.

$$\begin{cases} \frac{6-3}{-2} = -\frac{3}{2} \\ \frac{9-3}{4} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{9-3}{4} = \frac{3}{4} \\ \frac{6-3}{-2} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

بنابراین تابع  $-3f(3-2x)$  بر  $x + \frac{3}{4}$  و  $x - \frac{3}{2}$  بخش پذیر است. یعنی

تابع  $-3f(3-2x)$  بر عبارت های  $2x+3$  و  $8x-3$  و در نتیجه بر عبارت  $-9-18x+16x^2 = (2x+3)(8x-3)$  بخش پذیر خواهد بود.

۱۰) ۴) تابع  $(fof)(x)$  بر  $x-1$  بخش پذیر است، بنابراین داریم:

$$(fof)(1) = 0 \Rightarrow f(5-k) = 0$$

$$\Rightarrow (5-k)^2 + 3(5-k) - k + 1 = 0$$

۱ ۲۱

$$\begin{cases} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} \\ A^{-1} = \frac{1}{3+2} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A^2 + 5A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 8 \\ -4 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ -3 & 8 \end{bmatrix} \\ (A^2 + 5A^{-1})^{-1} = \frac{1}{16+18} \begin{bmatrix} 8 & -6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \\ \text{مجموع درایدها} = \frac{1}{34}(\lambda - 6 + 3 + 2) = \frac{7}{34} \end{cases}$$

۲ ۲۲

$$\begin{aligned} |A| &= |A|^2 - 2|A|^2 \Rightarrow |A|^2 + |A| = 0 \Rightarrow |A|(|A| + 1) = 0 \\ \Rightarrow |A| = 0 \text{ یا } |A| = -1 &\xrightarrow[\text{واریون یذیر}]{\frac{A}{|A| \neq 0}} |A| = -1 \\ A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{cases} -x - 2y = 3 \\ -x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow x + y = -2 \end{aligned}$$

۴ ۲۳

$$\begin{aligned} (I - 2A)^{-1} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow I - 2A = \frac{1}{\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}} \\ I - 2A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = 2A \\ \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} &\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, |A| = -1 \\ B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} &\Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-3+1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ B^{-1} &= \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

درایه سطر ۲ و ستون ۱

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{1}{\Delta}(d - \delta b)$$

$$y = \frac{1}{\Delta}(-c + \delta a)$$

$$x + y = \frac{1}{\Delta}(\delta a - \delta b + d - c) = a - b + \frac{d - c}{\Delta}$$

$$(A + \delta I)(A - \delta I) = A^2 + \delta A - \delta A - \delta^2 I = -\delta^2 I$$

$$\Rightarrow (A + \delta I)^{-1} = -\frac{1}{\delta^2}(A - \delta I)$$

۳ ۲۴

$$A^2 + \delta A = -I \Rightarrow A(A + \delta I) = -I \Rightarrow A^{-1} = -A - \delta I$$

$$A + A^{-1} = A - A - \delta I = -\delta I = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(A + A^{-1})^{-1} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌ها =  $-\frac{2}{3}$ 

۳ ۲۵

۴ ۲۶

۱ ۱۶

$$\begin{aligned} \text{می‌دانیم: } \begin{cases} a^{4k+r} \stackrel{!}{=} a^r \\ 1 \leq r \leq 4 \end{cases} \\ A = (\delta V)^{1!} + (\delta V)^{2!} + (\delta V)^{3!} + \dots + (\delta V)^{252!} \\ \stackrel{!}{=} V^1 + V^2 + V^3 + \dots + V^{252} \\ \Rightarrow A \stackrel{!}{=} \underbrace{V^1 + V^2 + V^3 + \dots + V^{25}}_{25} + \underbrace{V^{26} + V^{27} + \dots + V^{252}}_{250} \Rightarrow A \stackrel{!}{=} 5 \end{aligned}$$

۴ ۱۷ نکته:

$$\begin{cases} m \\ a \equiv b \\ n \\ a \equiv b \end{cases} \Rightarrow a \equiv b \pmod{[m, n]}$$

$$\begin{cases} A \equiv 11 \Rightarrow A \equiv -4 \\ A \equiv 18 \Rightarrow A \equiv -4 \\ A \equiv 20 \Rightarrow A \equiv -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A \equiv [20, 18, 15] \pmod{-4} \Rightarrow A \equiv 180 \pmod{-4} \Rightarrow A = 180k - 4$$

 $k=1 \Rightarrow A = 180 - 4 = 176$  کوچک‌ترین عدد طبیعی

 $A$  مجموع ارقام  $= 1+7+6=14$ 
۲ ۱۸ نکته: اگر  $p$  یک عدد اول و  $p > 3$  باشد، آنگاه به یکی از دوصورت  $p = 6k + 1$  یا  $p = 6k - 1$  نوشته می‌شود.

برای حل این تمرین، ۳ حالت داریم:

$$p=2 \Rightarrow \begin{cases} 4p-1=7 \\ 5p+2=12 \end{cases} \times \quad \text{حالت ۱:}$$

$$p=3 \Rightarrow \begin{cases} 4p-1=11 \\ 5p+2=17 \end{cases} \quad \text{حالت ۲: هر دو عدد اول هستند.}$$

حالت ۳: اگر  $p > 3$  و  $p = 6k - 1$ :

$$5p+2 = 5(6k-1)+2 = 30k-3 = 3(10k-1)$$

غیر اول اگر  $p > 3$  و  $p = 6k + 1$ :

$$4p-1 = 4(6k+1)-1 = 24k+3 = 3(8k+1)$$

غیر اول پس فقط برای  $p=3$  برقرار است.

$$\overline{4a3} \equiv \overline{6b2} \Rightarrow 4+a+3 = 6+b+2 \Rightarrow a-b=1 \quad ۱ \quad ۱۹$$

$$\overline{\delta b r v a r} \equiv \overline{2-a+v-3+b-\delta} \equiv 1-(a-b) \equiv 1-1 \equiv 0$$

$$20 \text{ مهر} \equiv 6(31) + 20 \equiv 6(3) - 1 \equiv 17 \equiv 3 \quad ۳ \quad ۲۰$$

$$29 \text{ اسفند} \equiv 365 \equiv 1$$

بنابراین ۲۹ اسفند ۲ روز عقب‌تر و شنبه است، پس سال جدید از یکشنبه

$$\text{آغاز می‌شود.} \quad 1 \text{ فروردین} \equiv 1$$

$$17 \text{ خرداد} \equiv 2(31) + 17 \equiv 2(3) + 3 \equiv 9 \equiv 2$$

پس ۱۷ خرداد یک روز جلوتر از یکشنبه است بنابراین دوشنبه می‌شود.



ریاضیات | ۵

$|x-1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x-1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$  ۳ ۲۵

$x(x+a)x(x+b) \leq 0 \Rightarrow x^2(x+a)(x+b) \leq 0$   
 $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \end{cases}$  یا  $\begin{cases} b=1 \\ a=-3 \end{cases} \Rightarrow a \times b = -3$  ۲ ۲۶

$2x - a - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{a+1}{2} = 2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = \sqrt{2x-4}$   
 $f^{-1}(a+1) = f^{-1}(4) = \alpha \Rightarrow A \begin{vmatrix} 4 \\ \alpha \end{vmatrix} \in f^{-1} \Rightarrow A \begin{vmatrix} \alpha \\ 4 \end{vmatrix} \in f$   
 $\Rightarrow 4 = \sqrt{2\alpha-4} \Rightarrow \alpha = 10$  ۴ ۲۷

$f\left(\frac{2x+1}{x-2}\right) = x^2 + 3 \Rightarrow f^{-1}(x^2+3) = \frac{2x+1}{x-2}$   
 $\frac{x^2+3=3}{x-2} \rightarrow f^{-1}(3) = 2$  ۳ ۲۸

$x^2 + x + 8 = x \Rightarrow x = -2 \Rightarrow (A \text{ نقطه تلاقی}) \begin{vmatrix} -2 \\ -2 \end{vmatrix}, x+y=0$   
 $\Rightarrow AH = 2\sqrt{2}$  ۱ ۲۹

$f(x) = 2 + 2^{x+a} \Rightarrow f^{-1}(x) = -a + \log_2(x-2)$   
 $\Rightarrow f^{-1}(5) = -a + 1$   
 $(f \circ f^{-1})(5) = 5 \Rightarrow f(2^{-a+1}) = 5 \Rightarrow 2 + 2^{-a+1} = 5 \Rightarrow 2^{-a+1} = 3 \Rightarrow -a+1 = \log_2 3 \Rightarrow a = 1 - \log_2 3$  ۲ ۴۰

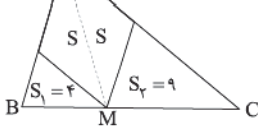
$f(g(x)) = \frac{x}{2x-1}$   
 $f(g(x)) = \frac{g(x)}{g(x)+1}$   
 $\Rightarrow \frac{g(x)}{g(x)+1} = \frac{x}{2x-1} \Rightarrow g(x) = \frac{x}{x-1}$   
 $\Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(\sin^2 x) = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x - 1}$   
 $\Rightarrow g^{-1}(\sin^2 x) = -\tan^2 x$  ۳ ۴۱

در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها با مجذور نسبت اضلاع متناظر برابر است:

$\frac{BM}{MC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \frac{2}{3}$

با رسم AM، دو مثلث ABM و ACM ارتفاع‌های برابر دارند و نسبت مساحت‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است:

$\Rightarrow \frac{S_{AMB}}{S_{AMC}} = \frac{BM}{MC} = \frac{2}{3}$



AM قطر لوزی است و مساحت آن را نصف می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:  
 $\Rightarrow \frac{4+S}{9+S} = \frac{2}{3} \Rightarrow 12+3S = 18+2S \Rightarrow S = 6$   
 پس مساحت لوزی برابر ۱۲ = ۲S است.

$B^2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow B^2 = I$   
 $(ABA^{-1})^6 = AB^6 A^{-1} = AIA^{-1} = I$   
 مجموع درایه‌ها = ۲ ۲ ۲۷

دستگاه جواب ندارد  $\Rightarrow \frac{a}{a^2} = \frac{3}{a+2} \neq \frac{2}{5}$   
 $\Rightarrow 3a^2 = a^2 + 2a \Rightarrow 2a^2 - 2a = 0 \Rightarrow a = 0$  یا  $1$   
 $1 \times 0 = 0$  که هر دو جواب قابل قبول است. ۴ ۲۸

$(I - 2A)(kA + I) = I \Rightarrow kA + I - 2kA - 2A = I$   
 $\Rightarrow kA - 2kA - 2A = 0 \Rightarrow -kA - 2A = 0$   
 $\Rightarrow (-k-2)A = 0 \xrightarrow{A \neq 0} k = -2$  ۲ ۲۹

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$   
 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 20 \end{bmatrix} \Rightarrow -3x + y = 2$  ۲ ۳۰

$f(x) \times g(x) - g^2(x) \geq 0 \Rightarrow g(x)(f(x) - g(x)) \geq 0$  ۲ ۳۱

	$-\infty$	$-3$	$-2$	$3$	$4$	$+\infty$
$g(x)$	-	+	+	+	-	-
$f(x) - g(x)$	+	+	-	+	+	+
	-	+	+	-	+	-

$x \in [-3, -2] \cup [3, 4]$   
 مجموع جواب‌های صحیح =  $-3 - 2 + 3 + 4 = 2$

$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 \leq 0$   
 $\Rightarrow (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) \leq 0$   
 $\Rightarrow (x-3)(x+2)(x-2)(x+1) \leq 0$   

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$2$	$3$	$+\infty$
	+	+	-	+	-	+

۲ ۳۲

$x \in [-2, -1] \cup [2, 3] \Rightarrow$  جواب‌های صحیح:  $-2, -1, 2, 3$  ۱ ۳۳

$x$	$-\infty$	$-2a$	$-2b$	$b$	$a$	$+\infty$
$(x-a)(x+2a)$	+	-	-	-	+	+
$(x-b)(x+2b)$	+	+	-	+	+	+
		جواب		جواب		

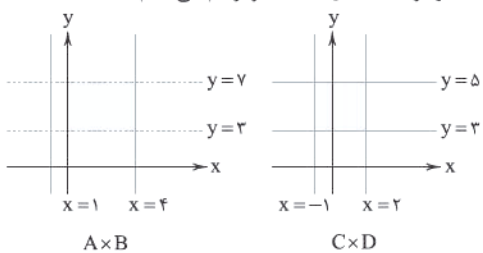
$x \in (-2a, -2b) \cup (b, a) \Rightarrow -2b + 2a - 1 + a - b - 1 = 16$   
 $\Rightarrow 3a - 2b = 18 \Rightarrow \begin{cases} a-b=6 \\ a+b=8 \end{cases} \Rightarrow a=7$  ۳ ۳۴

$f(x) = \frac{2-x^2+x}{x} > 0 \Rightarrow \frac{x^2-x-2}{x} < 0$   

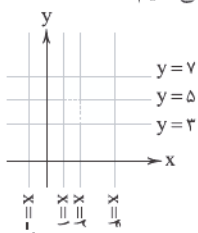
$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
	-	+	+	-	+
		ن		ن	

  
 $x \in (-\infty, -1) \cup (0, 2)$

۴۶ ابتدا نمودار  $A \times B$  و  $C \times D$  را رسم می‌کنیم:



حال این دو نمودار را در یک دستگاه مختصات نشان می‌دهیم:



ناحیه رنگ شده حاصل  $A \times B - C \times D$  می‌باشد.

$S = 3 \times 4 - 1 \times 2 = 10$

مساحت آن برابر است با:

$A_{n-1}$  طول هر بازه  $(2(n-1)+1) - (-2(n-1)+1)$  ۴۷

$= (2n-1) - (-2n+4) = 4n-5$

$A_{n+1}$  طول هر بازه  $(2(n+1)+1) - (-2(n+1)+1)$

$= (2n+3) - (-2n-2) = 4n+5$

$A_{n-1} \times A_{n+1}$  مساحت  $= (\text{طول بازه } A_{n-1}) \times (\text{طول بازه } A_{n+1})$

$= (4n-5) \times (4n+5)$

$= 16n^2 - 25$

$\Rightarrow n^2 - 1 = 8 \Rightarrow n = 3$

$\Rightarrow B = [2, 8] \Rightarrow B \times B$  مساحت  $= (B \text{ طول بازه})^2 = (6)^2 = 36$

$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$  می‌دانیم: ۴۸

$A \cap B = \{3, 4, 7\}$

$\Rightarrow n[(A \cap B) \times (B \cap A)] = n(A \cap B) \times n(B \cap A) = 3 \times 3 = 9$

۴۹ «الف» نادرست است و درست آن به شکل زیر است:

$A \times B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$  یا  $B = \emptyset$

$A, B \subseteq A \cup B$

«ب» نادرست است زیرا:

$[(A \cup B) \cap B] \cap (B' \cup C)' = [B \cap (B' \cup C)]'$  ۵۰

$= [(B \cap B') \cup (B \cap C)]' = [B]' = B'$

$\emptyset \quad B$

۵۱

$A_1 = [-1, 3]$   
 $A_2 = [-2, 4]$   
 $A_3 = [-3, 5]$   
 $\vdots$   
 $A_{1402} = [-1402, 1404]$

$3y+2 + 4 = 31 \Rightarrow 3y+2 = 27 = 3^3$

$\Rightarrow y+2=3 \Rightarrow y=1$

$2^{2x-4} + 5 = 21 \Rightarrow 2^{2x-4} = 16 = 2^4 \Rightarrow 2x-4=4 \Rightarrow x=4$

$A = [\log_5(x+y), \log_5 \Delta(x+y)] = [\log_5 \Delta, \log_5 2\Delta] = [1, 2]$

$B = [\log_5 y, 2 \log_5(x+y)] = [\log_5 1, 2 \log_5 \Delta] = [0, 2]$

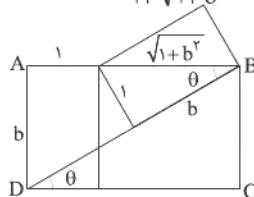
$A \times B$  یک مستطیل به مساحت ۲ واحد مربع ( $S_{A \times B} = 1 \times 2 = 2$ ) خواهد بود.

۵۲

۴۲ در مستطیل کوچک تر عرض را برابر ۱ و طول را برابر b در نظر می‌گیریم.

با توجه به زاویه  $\theta$  در دو مستطیل داریم:

$\tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{b}{1 + \sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b^2 = 1 + \sqrt{1+b^2}$



$\Rightarrow b^2 - 1 = \sqrt{1+b^2}$

$\Rightarrow b^4 - 2b^2 + 1 = 1 + b^2$

$\Rightarrow b^4 - 3b^2 = 0 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$

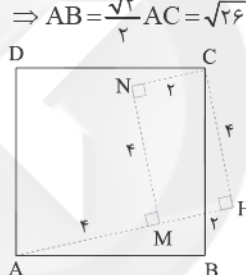
۴۳ اگر AM را امتداد داده و از C بر آن عمود رسم کنیم

چهارضلعی MNCH مستطیل است و داریم:

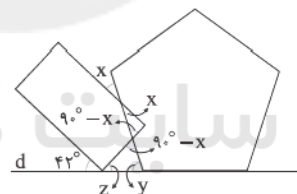
$MH = 2, CH = 4$

$\Rightarrow AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$

$\Rightarrow AB = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = \sqrt{26}$



۴۴



زوایای داخلی پنج‌ضلعی منظم برابر  $108^\circ$  و زاویه‌های خارجی آن برابر  $72^\circ$

$y = 72^\circ, z = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

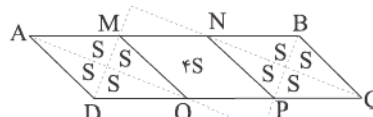
است. پس:

$\Rightarrow 72^\circ + 48^\circ + (90^\circ - x) = 180^\circ$

$\Rightarrow x = 30^\circ$

۴۵ با رسم نیمسازها مطابق شکل داریم:

$AD = AM, BC = BN \Rightarrow MN = AD = \frac{1}{3} AB$



یعنی نقاط M و N ضلع بزرگ‌تر را به ۳ قسمت برابر تقسیم می‌کنند و با

رسم  $NP$  و  $MQ$  متوازی‌الاضلاع به سه لوزی هم‌نهشت تقسیم می‌شود. در

لوزی‌های  $AMQD$  و  $BCPN$  قطرها رسم شده‌اند و مثلث‌های ایجاد شده

قائم‌الزاویه و هم‌نهشت و هم‌مساحت هستند، پس:

$\frac{\text{مساحت مستطیل}}{\text{مساحت متوازی‌الاضلاع}} = \frac{AS}{12S} = \frac{2}{3}$

فاصله دو متحرک از یکدیگر کم‌تر از ۵۰m باشد، بنابراین:

$$|x_A - x_B| < 50 \Rightarrow |(20t - 90) - (-30t + 60)| < 50$$

$$\Rightarrow |50t - 150| < 50 \Rightarrow -50 < 50t - 150 < 50$$

$$\Rightarrow 100 < 50t < 200 \Rightarrow 2 < t < 4$$

بنابراین در بازه زمانی  $2s < t < 4s$  فاصله دو متحرک از یکدیگر کم‌تر از ۵۰ متر است.

با توجه به نمودار داده شده، معادله مکان-زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\begin{cases} t=1s: -2 = \frac{a}{2} + v_0 \Rightarrow a + 2v_0 = -4 \\ t=2s: 2a + 2v_0 = 0 \Rightarrow a + v_0 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}, a = 4 \frac{m}{s^2}$$

معادله سرعت - زمان متحرک برابر است با:  $v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4$   
حال با توجه به معادله سرعت - زمان، سرعت متحرک را در لحظه  $t = 3s$  به دست می‌آوریم:

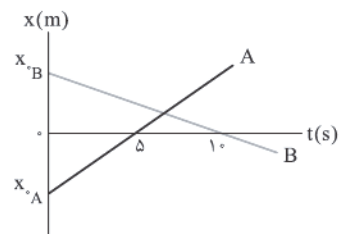
$$v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3s} v_3 = 8 \frac{m}{s}$$

حال سرعت متوسط متحرک را در بازه زمانی  $t_1 = 0$  تا  $t_2 = 3s$  به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 - 0}{3} = 2 \frac{m}{s}$$

نسبت خواسته شده برابر است با:  $\frac{v_3}{v_{av}} = \frac{8}{2} = 4$

شیب نمودار A، ۲ برابر شیب نمودار B است، بنابراین:



$$\frac{x_{0A}}{\Delta} = 2 \left( \frac{-x_{0B}}{1.0} \right) \Rightarrow x_{0A} = -2x_{0B} \quad (*)$$

از طرفی با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$x_{0B} - x_{0A} = 20m \xrightarrow{(*)} x_{0B} - (-2x_{0B}) = 20$$

$$\Rightarrow 2x_{0B} = 20 \Rightarrow x_{0B} = 10m, x_{0A} = -10m$$

حال سرعت متحرک B را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{avB} = v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{1.0} = -10 \frac{m}{s}$$

متحرک A در لحظه  $t = 5s$  از مبدأ مکان عبور می‌کند و با توجه به این‌که متحرک B با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \Rightarrow x_B = -10 \times 5 + 10 = -5m$$

به کمک رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت سقوط آزاد داریم:

$$\begin{cases} v_1^2 = 2g_1 \Delta y \Rightarrow (20)^2 = 2g_1 \times 20 \\ v_2^2 = 2g_2 \Delta y \Rightarrow (10)^2 = 2g_2 \times 20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{(20)^2}{(10)^2} = \frac{400}{100} = 4$$

$$|A \times B - B \times A| = |A \times B| - |A \cap B|^2$$

$$= |A| \times |B| - |A \cap B|^2 = 4 \times 5 - (2)^2 = 16$$

هر سه مورد درست هستند و به صورت زیر اثبات می‌شوند:

$$\text{الف) } (A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C')$$

$$= [(B' \cap C') \cap A] \cup [(B' \cap C') \cap B]$$

$$= [(B' \cap C') \cap A] \cup \underbrace{[(B' \cap B) \cap C']}_{\emptyset} = [(B' \cap C') \cap A]$$

$$= (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$$

$$\text{ب) } (A \cup B) \cap (C - A)' = A \cup (B - C)$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap (C \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup C')$$

$$= A \cup (B \cap C') = A \cup (B - C)$$

$$\text{ج) } (A - B) \cap C = (A \cap C) - B$$

$$\Rightarrow (A - B) \cap C = (A \cap B') \cap C = (A \cap C) \cap B' = (A \cap C) - B$$

$$\left. \begin{array}{l} |A| = 27 \text{ (آزمون های مدرسه)} \\ |B| = 17 \text{ (کتاب های کمک درسی)} \\ |A \cap B| = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \\ = 27 + 17 - 7 = 37 \end{array}$$

$$|A' \cap B'| = |A \cup B| = |S| - |A \cup B| = 40 - 37 = 3$$

## فیزیک

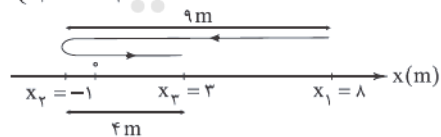
معادله مکان - زمان داده شده درجه ۲ است، بنابراین متحرک با

شتاب ثابت حرکت کرده است و ممکن است در بازه زمانی داده شده متحرک تغییر جهت داده باشد، پس لحظه تغییر جهت برابر است با:

$$t = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2} = 3s$$

بنابراین مکان متحرک در لحظه  $t = 0$ ،  $t = 3s$  و  $t = 5s$  را به دست می‌آوریم و سپس مسافت طی شده را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = 0: x_1 = 0 - 6 \times 0 + 8 = 8m \\ t_2 = 3: x_2 = 3^2 - 6 \times 3 + 8 = 9 - 18 + 8 = -1m \\ t_3 = 5: x_3 = 5^2 - 6 \times 5 + 8 = 25 - 30 + 8 = 3m \end{cases}$$



بنابراین تندی متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{9+4}{5} = 2.6 \frac{m}{s}$$

نمودار مکان - زمان داده شده خط راست است، بنابراین حرکت دو

متحرک از نوع سرعت ثابت است، از طرفی می‌دانیم شیب خط نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک است، در نتیجه:

$$v_B = \tan \alpha = \frac{-60}{2} = -30 \frac{m}{s}$$

معادله مکان - زمان دو متحرک برابر است با:

$$x = vt + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = v_A t - 90 \\ x_B = -30t + 60 \end{cases}$$

حال دو متحرک در لحظه  $t = 3s$  به هم رسیده‌اند، بنابراین:

$$x_A = x_B \Rightarrow v_A \times 3 - 90 = -30 \times 3 + 60$$

$$\Rightarrow 3v_A - 90 = -90 + 60 \Rightarrow v_A = 20 \frac{m}{s}$$

۶۵ ۳ ابتدا نیروی  $\vec{F}_P$  را در راستای X و Y تجزیه می‌کنیم:

$$F_{Py} = F_P \times \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

$$F_{Px} = F_P \times \cos 60^\circ = 10 \text{ N}$$

$$F_1 = 20 \text{ N}$$

$$F_P = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_{Px}$  با هم خنثی می‌شوند. در نهایت داریم:

$$F_{\text{net}} = 10 \text{ N}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:  $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 10 = 2a \Rightarrow a = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 6^2 = 2 \times 5 \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 3.6 \text{ m}$$

۶۶ ۱ از قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F = m_1 \times 1/2 \\ F = m_2 \times 0/6 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} 1 = \frac{m_1}{m_2} \times 2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_2 = 2m_1$$

حال جرم جسم  $m_1 + 4m_1$  را برحسب  $m_1$  محاسبه می‌کنیم:

$$M = m_1 + 4m_1 \xrightarrow{m_2 = 2m_1} M = 6m_1$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$\begin{cases} F = m_1 \times 1/2 \\ 3F = 6m_1 \times a \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{1/2}{a} \Rightarrow a = 0/6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۷ ۱ از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{\text{net}}}{m}$$

$$\Rightarrow a = \frac{8t - 20}{40 \times 10^{-3}} \Rightarrow a = 20t - 50$$

حال با جایگذاری  $a = 0$  می‌توانیم زمان را به دست بیاوریم.

$$0 = 20t - 50 \Rightarrow 20t = 50 \Rightarrow t = \frac{5}{2} = 2.5 \text{ s}$$

۶۸ ۲ حداقل شتاب، زمانی به دست می‌آید که نیروها در خلاف

جهت هم باشند، بنابراین:

$$F_{\text{min}} = ma_{\text{min}} \Rightarrow F_1 - F_2 = ma_{\text{min}} \Rightarrow F_1 - F_2 = 0/4 \times 6 \Rightarrow F_1 - F_2 = 2/4 \text{ N} \quad (1)$$

حداکثر شتاب، زمانی حاصل می‌شود که نیروها هم‌جهت باشند، بنابراین:

$$F_{\text{max}} = ma_{\text{max}} \Rightarrow F_1 + F_2 = ma_{\text{max}}$$

$$\Rightarrow F_1 + F_2 = 0/4 \times 10 \Rightarrow F_1 + F_2 = 4 \text{ N} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} F_1 - F_2 = 2/4 \\ F_1 + F_2 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2F_1 = 6/4 \Rightarrow F_1 = 3/2 \text{ N}, F_2 = 0/8 \text{ N}$$

اگر نیروی  $\vec{F}_1$  به جسمی به جرم  $g = 80^\circ$  وارد شود، آن‌گاه طبق قانون دوم

$$F_1 = ma \Rightarrow 3/2 = 80 \times 10^{-3} \times a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۶۹ ۱ ابتدا شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{18 - 6}{3} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

در حالت اول داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_1 - F_2 = ma \Rightarrow F_1 - F_2 = 4 \times 4 \Rightarrow F_1 - F_2 = 16 \text{ N} \quad (1)$$

۶۱ ۳ معادله مکان - زمان دو گلوله را می‌نویسیم:

$$y_A = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$y_B = -\frac{1}{2}g(t-2)^2$$

حال فاصله دو گلوله را در لحظات  $t_1 = 4 \text{ s}$  و  $t_2 = 6 \text{ s}$  را به دست می‌آوریم:

$$\text{فاصله دو گلوله} = y_B - y_A = 2gt - 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4 \text{ s} \Rightarrow d_1 = 2 \times 10 \times 4 - 2 \times 10 = 60 \text{ m} \\ t_2 = 6 \text{ s} \Rightarrow d_2 = 2 \times 10 \times 6 - 2 \times 10 = 100 \text{ m} \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{60}{100} = \frac{6}{10}$$

۶۲ ۴ با استفاده از رابطه  $v = \sqrt{2gh}$  سرعت را برای دو لحظه

برخورد به زمین و ارتفاع مورد نظر داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \xrightarrow{v_0 = 0} v^2 = 2gh$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \frac{1/6 v}{v} = \sqrt{\frac{h'}{h}} \Rightarrow \sqrt{\frac{h'}{h}} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{36} \Rightarrow h' = \frac{1}{36}h$$

ارتفاع گلوله از سطح زمین در این حالت برابر است با:

$$h - h' = h - \frac{1}{36}h = \frac{35}{36}h$$

۶۳ ۱ جهت رو به پایین را مثبت فرض می‌کنیم و با استفاده از

رابطه  $y = \frac{1}{2}gt^2$  داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 25 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$$

دو ثانیه دوم حرکت، یعنی بازه زمانی  $t = 2 \text{ s}$  تا  $t = 4 \text{ s}$  و ثانیه آخر حرکت، یعنی

بازه زمانی  $t = 4 \text{ s}$  تا  $t = 5 \text{ s}$ ، بنابراین با استفاده از رابطه  $v = gt + v_0$  داریم:

$$v = gt + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \text{ s}: v_2 = 10 \times 2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_2 = 4 \text{ s}: v_4 = 10 \times 4 = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t_3 = 5 \text{ s}: v_5 = 10 \times 5 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

سرعت متوسط در بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$\begin{cases} v_{\text{av}} = \frac{v_2 + v_4}{2} = \frac{20 + 40}{2} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v'_{\text{av}} = \frac{v_4 + v_5}{2} = \frac{40 + 50}{2} = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{\text{av}}}{v'_{\text{av}}} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

۶۴ ۲ هنگامی که بازیکن با پای خود به توپ ضربه می‌زند، به توپ

انرژی جنبشی اولیه می‌دهد. پس از جدا شدن توپ از پای بازیکن، اگر

مقاومت هوا را اندک فرض کنیم، می‌توان گفت تقریباً نیروی خالص در

راستای حرکت توپ بر آن وارد نمی‌شود؛ در نتیجه طبق خاصیت لختی در

توپ که ناشی از قانون اول نیوتون است، توپ هم‌چنان حالت حرکت رو به

جلوی خود را حفظ می‌کند.



۷۳ ۳ از لحظه‌ای که ابتدای دو قطار در کنار هم قرار می‌گیرد تا لحظه‌ای که انتهای قطار B به ابتدای قطار A می‌رسد، لوکوموتیوران قطار A، قطار B را در کنار خود می‌بیند، بنابراین مجموع اندازه جابه‌جایی‌های قطارهای A و B باید برابر با طول قطار B شود، بنابراین داریم:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 240 \Rightarrow 14t + 16t = 240 \Rightarrow 30t = 240 \Rightarrow t = 8s$$

۷۴ ۴ حرکت متحرک با شتاب ثابت انجام می‌شود و در نتیجه نمودار مکان - زمان آن به صورت یک سهمی است. با توجه به این‌که در نزدیکی رأس سهمی، تندی حرکت کم است، می‌توان نتیجه گرفت که چون در ثانیه سوم (2s < t < 3s) تندی متوسط کمینه شده است، رأس سهمی در لحظه t = 2/5s قرار دارد.

$$x = ct^2 - bt + c \Rightarrow t_{\text{رأس}} = \frac{b}{2 \times c} = \frac{2}{5} \Rightarrow b = 2$$

بنابراین سرعت متوسط در ۲ ثانیه سوم حرکت برابر است با:

$$x = ct^2 - 2t + c \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4s: x_1 = 4 \times 4^2 - 2 \times 4 + c = -16 + c \\ t_2 = 6s: x_2 = 4 \times 6^2 - 2 \times 6 + c = 24 + c \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{24 + c - (-16 + c)}{2} = \frac{40}{2} = 20 \frac{m}{s}$$

۷۵ ۱ با توجه به نمودار سرعت - زمان، متحرک A ابتدا در خلاف جهت محور X شروع به حرکت کرده و سپس در جهت محور X به حرکت خود ادامه داده است. متحرک B هم با ۴ ثانیه تأخیر از حال سکون در جهت محور X شروع به حرکت کرده است. از طرفی، چون پس از شروع حرکت متحرک B، حداقل فاصله آن‌ها از هم ۷ متر شده است، پس متحرک A پس از لحظه صفر، نتوانسته به

متحرک B برسد، بنابراین داریم:

$$x_A = \frac{1}{2} a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A}$$

$$a_A = a, v_{0A} = -6 \frac{m}{s}, x_{0A} = 0 \Rightarrow x_A = \frac{1}{2} a t^2 - 6t$$

$$x_B = \frac{1}{2} a_B (t-4)^2 + v_{0B} (t-4) + x_{0B}$$

$$a_B = a + 2, v_{0B} = 0, x_{0B} = 0 \Rightarrow x_B = \frac{(a+2)}{2} (t-4)^2$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{(a+2)}{2} t^2 - 4(a+2)t + 8(a+2)$$

حالا باید معادله  $x_B - x_A$  را تشکیل داده و کم‌ترین مقدار آن را به دست آوریم:

$$x_B - x_A = t^2 + (-4a-2)t + 8(a+2) \xrightarrow{\text{یک سهمی رو به بالا است.}}$$

$$(x_B - x_A)_{\min} = \frac{-\Delta}{4(1)} = \frac{-(-4a-2)^2 - 32(a+2)}{4}$$

$$\Rightarrow (x_B - x_A)_{\min} = -\frac{16a^2 - 16a - 60}{4} \Rightarrow -4a^2 + 4a + 15 = 7$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 4a - 8 = 0 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \xrightarrow{a > 0} a = 2 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین فاصله دو متحرک از یکدیگر در لحظه t = 1s برابر است با:

$$x_B - x_A = t^2 - 1 \cdot t + 32$$

$$\xrightarrow{t=1s} x_B - x_A = 100 - 100 + 32 = 32m$$

۷۶ ۳ تا رسیدن به نقطه C، زمان سپری‌شده برای دو متحرک یکسان است.

$$\frac{|\Delta x_{AC}|}{|\Delta x_{BC}|} = \frac{|v_1| t}{|v_2| t} \Rightarrow \frac{0.4AB}{0.6AB} = \frac{|v_1|}{|v_2|} \Rightarrow \frac{|v_1|}{|v_2|} = \frac{2}{3} \quad (*)$$

در ادامه، پس از عبور دو متحرک از کنار هم می‌توان نوشت:

$$\frac{|\Delta x_{CA}|}{|\Delta x_{CB}|} = \frac{|v_2| t_2}{|v_1| t_1} \xrightarrow{(*)} \frac{0.4AB}{0.6AB} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{t_1} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{t_1}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} = \frac{2}{t_1} \Rightarrow t_1 = 4.5s$$

در حالت دوم، اگر سرعت جسم کاهش نیابد، باید جسم با تندی ثابت حرکت کند، یعنی  $a = 0$  است:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F'_1 - F_2 = 0 \Rightarrow F'_1 = F_2 \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:  $F_1 - F'_1 = 16N \Rightarrow F'_1 - F_1 = -16N$  یعنی باید ۱۶N کاهش یابد.

۷۰ ۳ ابتدا سرعت، ثابت است، پس  $a = 0$  است، بنابراین:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

بزرگی نیروی  $\vec{F}_3$ ، ۵۰ درصد افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$F'_3 = F_3 + \frac{50}{100} F_3 = \frac{3}{2} F_3 = \frac{3}{2} \times 24 = 36N$$

در یک لحظه اندازه نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  برابر و نیروی  $\vec{F}_3$  قریب می‌شود و اندازه آن ۵۰ درصد کاهش می‌یابد، یعنی  $\vec{F}'_3$  با برابری نیروهای  $\vec{F}_1$  و  $\vec{F}_2$  (که برابر  $\vec{F}_3 = 24N$ ) هم‌جهت می‌شود، بنابراین:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 + \vec{F}'_3 \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = \frac{1}{4} \vec{F}_1 + \frac{1}{4} \vec{F}_2 + \vec{F}'_3$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = \frac{1}{4} F_2 + F'_3 = (\frac{1}{4} \times 24) + 36 = 42N$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:  $F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 42 = 6a \Rightarrow a = 7 \frac{m}{s^2}$

۷۱ ۳ بررسی عبارت‌ها:

الف) تغییر جهت نیروی خالص همان تغییر جهت شتاب است که در قله‌ها و دره‌ها رخ می‌دهد و تعداد آن ۶ بار است. (\*)

ب) در نمودار سرعت - زمان، شیب خط بیان‌گر شتاب حرکت متحرک است و از طرفی علامت شتاب، همان علامت نیروی خالص می‌باشد. اگر نیرو در جهت محور X باشد، باید شیب خط قاطع بین دو نقطه از نمودار سرعت - زمان، مثبت باشد. در بازه‌های زمانی  $t=1s$  تا  $t=3s$ ،  $t=5s$  تا  $t=6s$  و  $t=7s$  تا  $t=9s$  شتاب حرکت متحرک، مثبت بوده و در نتیجه در این بازه‌های زمانی، نیروی خالص وارد بر متحرک در جهت محور Xها است، بنابراین در کل به مدت ۵s نیروی خالص در جهت محور Xها بوده است. (✓)

ج)  $\Delta v$  در این بازه زمانی، صفر است، پس شتاب متوسط و در نتیجه نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک، صفر است. (✓)

۷۲ ۲ بردار برابری نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (2 + (-5) + 9)\vec{i} + (2 + 4 + \beta)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = 6\vec{i} + (\beta + 6)\vec{j} \quad (N)$$

در ابتدا شتاب را روی محور X که تمام اطلاعات آن را داریم به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}_x} = ma_x \Rightarrow 6 = 2a_x \Rightarrow a_x = 3 \frac{m}{s^2}$$

اندازه شتاب کل متحرک برابر با  $3\sqrt{2} \frac{m}{s^2}$  است، پس می‌توان نوشت:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \Rightarrow 3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 + a_y^2} \Rightarrow a_y = 3 \frac{m}{s^2}$$

پس بردار شتاب در راستای عمودی برابر است با:

$$\vec{a}_y = \pm 3\vec{j} \quad (N)$$

هر یک از مقادیر فوق برای شتاب،  $\beta$  متفاوتی را می‌دهد:

$$F_{\text{net}_y} = ma_y \Rightarrow \begin{cases} 6 + \beta_1 = 2 \times (-2) \Rightarrow \beta_1 = -12 \\ 6 + \beta_2 = 2 \times (3) \Rightarrow \beta_2 = 0 \end{cases}$$

پس معادله تابع داده‌شده به صورت زیر است:

$$y_1 = x^2 + \beta_1 x + 1 = x^2 - 12x + 1$$

$$y_2 = x^2 + \beta_2 x + 1 = x^2 + 1$$

۸۱) با توجه به رابطه بین مقیاس‌های سلسیوس و کلونین و رابطه بین مقیاس سلسیوس و فارنهایت داریم:

$$\begin{cases} T = \theta + 273 \\ F = 1.8\theta + 32 \end{cases} \xrightarrow{T=4F} \theta + 273 = 4 \times (1.8\theta + 32)$$

$$\Rightarrow \theta + 273 = 7.2\theta + 128 \Rightarrow 6.2\theta = 145 \Rightarrow \theta = 23.38^\circ C$$

۸۲) تغییر فاصله‌ها در هر سطحی، به هر شکلی و دارای هر نوع حفره‌ای به گونه‌ای است که با افزایش دما، تمام فواصل افزایش می‌یابند. و با کاهش دما، تمام فواصل کاهش می‌یابند.

۸۳) رابطه تغییرات چگالی، مشابه رابطه تغییرات حجم است. با این تفاوت که چون جرم ثابت است و حجم تغییر می‌کند، علامت منفی در رابطه مشاهده می‌شود، پس داریم:

$$\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta\theta \Rightarrow \Delta\rho = -\rho_1(\alpha)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\rho = -1.8 \times 10^{-3} \times (3 \times 12 \times 10^{-5}) \times (-300) \Rightarrow \Delta\rho = 1.64 \frac{kg}{m^3}$$

۸۴) ضریب انبساط طولی داده شده است، بنابراین ضریب انبساط سطحی برابر است با:

صفحه فلزی در ابتدا در دمای  $323$  درجه کلونین قرار داشته و سپس به دمای  $68$  درجه فارنهایت رسیده است. در تبدیل دمای ثانویه به کلونین داریم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=90+32} 90 = \frac{9}{5}\theta + 32$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}\theta = 90 - 32 = 36 \Rightarrow \theta = \frac{36 \times 5}{9} = 20^\circ C$$

$$\theta_p = 20^\circ C \rightarrow T_p = 273 + 20 = 293K$$

درصد تغییرات مساحت فلز، طبق رابطه انبساط سطحی برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = \frac{A_1 \times 2\alpha \times \Delta\theta}{A_1} \times 100 = (2\alpha\Delta\theta) \times 100$$

$$= 2 \times 5 \times 10^{-4} \times (293 - 323) \times 100$$

$$= -2 \times 5 \times 10^{-2} \times 30 = -3\%$$

پس مساحت صفحه فلزی  $3$  درصد کاهش می‌یابد.

۸۵) تغییرات حجم بالن و اتانول را به صورت جداگانه حساب می‌کنیم. حجم اولیه هر دو و هم‌چنین تغییرات دمای آن‌ها کاملاً یکسان است.

$$\begin{cases} \Delta V_{\text{اتانول}} = V_1\beta\Delta\theta \\ \Rightarrow \Delta V_{\text{اتانول}} = 2 \times 1.1 \times 10^{-3} \times (52 - 12) = 0.088L \\ \Delta V_{\text{بالن}} = V_1\beta_{\text{شیشه}}\Delta\theta = V_1(\alpha)\Delta\theta \\ \Rightarrow \Delta V_{\text{بالن}} = 2 \times 3 \times 4 \times 10^{-6} \times (52 - 12) = 9.6 \times 10^{-4}L \end{cases}$$

حجم اتانول سرریز شده، معادل اختلاف تغییرات حجم اتانول و بالن است، بنابراین:

$$\text{حجم اتانول بیرون ریخته شده} = \Delta V_{\text{اتانول}} - \Delta V_{\text{بالن}} = 0.088 - 9.6 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \text{حجم اتانول بیرون ریخته شده} = 0.08704L = 87.04mL$$

۸۶) طبق رابطه گرما می‌توان نوشت:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 1872 \times 10^3 = 40 \times 650 \times \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{1872 \times 10^3}{40 \times 650} = 72^\circ C$$

از طرفی دمای اولیه جعبه را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم:

$$F_1 = 95^\circ F = 1.8\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = \frac{95 - 32}{1.8} = 35^\circ C$$

بنابراین دمای ثانویه جعبه برابر است با:  $\Delta\theta = 72 = \theta_p - 35 \Rightarrow \theta_p = 107^\circ C$

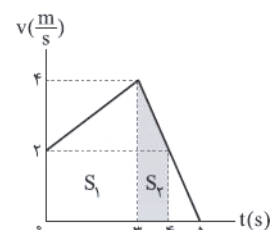
۷۷) بردار شتاب متوسط در بازه زمانی خواسته شده برابر است با:

$$\bar{a}_{av} = \frac{\Delta\bar{v}}{\Delta t} = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{\Delta t} = \frac{1\bar{i} - (-1\bar{i})}{14 - 4} = \frac{16\bar{i}}{10} = 1.6\bar{i} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

۷۸) با توجه به این که در  $5s$  اول، سرعت نهایی از سرعت اولیه متحرک کمتر است، پس شتاب متوسط، منفی است، بنابراین:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow -\frac{4}{10} = \frac{0 - v_1}{5} \Rightarrow v_1 = 2 \frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار سرعت - زمان، سرعت متوسط متحرک در  $4s$  اول برابر است با:



$$\begin{cases} S_1 = \frac{4+2}{2} \times 2 = 6m \\ S_2 = \frac{4+2}{2} \times 1 = 3m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{9+3}{4} = 3 \frac{m}{s}$$

۷۹) با توجه به این که شیب نمودار سرعت - زمان برابر شتاب است، با

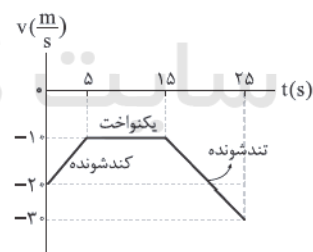
رسم نمودار سرعت - زمان، به راحتی مدت زمان حرکت تندشونده را می‌توان به دست آورد. از طرفی سرعت اولیه متحرک برابر با  $2 \frac{m}{s}$  است و می‌دانیم

مساحت زیر نمودار  $a-t$  برابر با تغییرات سرعت است، بنابراین:

$$t = 5s \text{ تا } t = 0 \Rightarrow \Delta v_1 = 10 \frac{m}{s}$$

$$t = 1.5s \text{ تا } t = 5s \Rightarrow \Delta v_2 = 0 \text{ (سرعت ثابت)}$$

$$t = 2.5s \text{ تا } t = 1.5s \Rightarrow \Delta v_3 = -20 \frac{m}{s}$$



بنابراین حرکت متحرک فقط در بازه زمانی  $t = 1.5s$  تا  $t = 2.5s$  تندشونده بوده است.

۸۰) شکل زیر وضعیت دو متحرک را نشان می‌دهد.

$$\begin{matrix} a_A = -3 \frac{m}{s^2} & a_B \\ v_A = 12 \frac{m}{s} & v_B = -10 \frac{m}{s} \end{matrix}$$

A                      84m                      B

ابتدا مسافتی که متحرک A طی می‌کند تا متوقف شود را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (12)^2 = 2 \times (-3) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x_A = 24m$$

پس متحرک B مسافتی کمتر از  $84 - 24 = 60m$  را می‌تواند طی کند.

$$B \text{ برای } v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 10^2 = 2 \times a_B \times (-60) \Rightarrow a_B = \frac{5}{6} \frac{m}{s^2}$$

بنابراین اندازه شتاب متحرک B باید بزرگ‌تر از  $\frac{5}{6} \frac{m}{s^2}$  باشد تا دو متحرک

به هم برخورد نکنند.

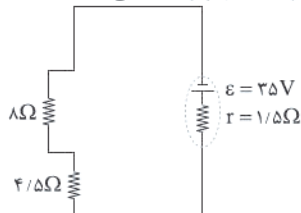


حرکت از نقطه C به سمت نقطه D به صورت ساعتگرد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر اجزاء مولد را با هم جمع جبری می‌کنیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$V_C - R_1 I_1 + R_2 I_2 = V_D \Rightarrow V_C - 4 \times 1 + 8 \times 2 = V_D \\ \Rightarrow V_C - V_D = 4 - 16 = -12 \text{ V}$$

می‌دانیم جریان از پایانه مثبت باتری خارج می‌شود، بنابراین به صورت پادساعتگرد در مدار جاری می‌شود.

ورود جریان از قسمت بالای شاخه سمت چپ مدار انجام خواهد شد، اما دیود از عبور جریان جلوگیری می‌کند، پس مدار به شکل زیر ساده می‌شود.



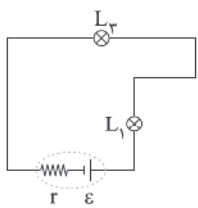
مقاومت‌های  $8 \Omega$  و  $4/5 \Omega$  متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = 8 + 4/5 = 12/5 \Omega$$

جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{35}{12/5 + 1/5} \Rightarrow I = \frac{35}{13} = 2/5 \text{ A}$$

با باز کردن کلید K، لامپ  $L_2$  از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد و مدار به شکل زیر ساده می‌شود:



طبق رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان عبوری از

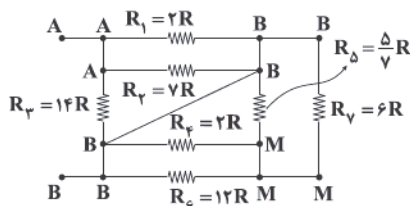
باتری کاهش یافته و نور لامپ  $L_2$  کاهش می‌یابد.

اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ  $L_1$  را با  $V_1$  و دو سر لامپ  $L_2$  را با  $V_2$  نشان دهیم، آن‌گاه مجموع اختلاف پتانسیل این دو لامپ برابر با اختلاف پتانسیل باتری است که با توجه به رابطه  $\varepsilon = rI + V_1 + V_2$  به دست می‌آید، بنابراین با کاهش I، اختلاف پتانسیل دو سر باتری افزایش می‌یابد.

هم‌چنین با کاهش جریان عبوری از لامپ  $L_2$  طبق قانون اهم ( $R_2 = \frac{V_2}{I}$ )،

اختلاف پتانسیل دو سر لامپ  $L_2$  نیز کاهش می‌یابد، در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر لامپ  $L_1$  باید افزایش یابد.

ابتدا مدار را نقطه‌یابی می‌کنیم تا ترتیب متوالی یا موازی بودن مقاومت‌ها به دست آید:



اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت‌های  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  برابر است، پس موازی هستند، مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{7R} + \frac{1}{14R} = \frac{5}{7R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{7}{5} R$$

به کمک رابطه گرما و اطلاعات موجود بر روی نمودار، داریم:

$$\Delta T = T_p - T_1 = 368 - 288 = 80 \text{ K}$$

$$Q = mc\Delta\theta = 5 \times 4200 \times 80 = 1/68 \times 10^6 \text{ J} \Rightarrow Q = 1/68 \times 10^3 \text{ kJ}$$

توان سماور برابر است با:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{1/68 \times 10^3}{60} = 2800 \text{ W} \Rightarrow P = 2/8 \text{ kW}$$

۲۵ درصد از انرژی مصرفی المنت هدر می‌رود، یعنی ۷۵

درصد یا  $\frac{3}{4}$  توان مصرفی آن، صرف گرم کردن مایع درون قابلمه می‌شود،

بنابراین:

- با فرض آن‌که یک کیلوگرم مایع درون قابلمه باشد، سؤال را حل می‌کنیم:

$$P_{\text{مصرفی}} = 1200 \text{ W} \xrightarrow{P_{\text{مصرفی}} = \frac{3}{4} P_{\text{مفید}}} P_{\text{مفید}} = \frac{3}{4} \times 1200 = 900 \text{ W}$$

در نتیجه انرژی گرمایی مفیدی که به مایع داده می‌شود، برابر است با:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = P_{\text{مفید}} \times \Delta t = 900 \times 4 \times 60 = 2/16 \times 10^5 \text{ J}$$

از رابطه گرما داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{2/16 \times 10^5}{1 \times 4000} \Rightarrow \Delta\theta = 54^\circ \text{ C}$$

حال تغییرات دمایی مایع را برحسب درجه فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta\theta \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \times 54 = 97/2^\circ \text{ F}$$

با توجه به این‌که هر دو مایع از یک جنس هستند و فقط

تفاوت دما دارند، دمای تعادل مجموعه برابر است با:

$$\theta_e = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \quad c_1 = c_2 \rightarrow \theta_e = \frac{m_1 \theta_1 + m_2 \theta_2}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{(300 \times 50) + (800 \times 28)}{300 + 800} = \frac{15000 + 22400}{1100} \Rightarrow \theta_e = 34^\circ \text{ C}$$

حال دمای تعادل را برحسب درجه فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$F = 1/8\theta + 32 \Rightarrow F = 93/2^\circ \text{ F}$$

۴۰ درصد از حرارت فلز تلف می‌شود، بنابراین ۶۰ درصد آن

برای به تعادل رسیدن با آب استفاده می‌شود، بنابراین:

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow 0/6 [mc\Delta\theta]_{\text{آب}} + [mc\Delta\theta]_{\text{فلز}} = 0$$

$$\Rightarrow 0/6 \times [10 \times 1200 \times (50 - 120)] + [m \times 4200 \times (50 - 20)] = 0$$

$$\Rightarrow -504000 + 126000m = 0 \Rightarrow m = \frac{504000}{126000} = 4 \text{ kg}$$

مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  متوالی هستند، در نتیجه مقاومت

معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 40 + 20 = 60 \Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_{1,2}$  برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری است،

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{1,2}} = \frac{60}{60} = 1 \text{ A} \quad \text{بنابراین جریان عبوری از شاخه بالایی برابر است با:}$$

دو مقاومت  $R_3$  و  $R_4$  نیز متوالی هستند، بنابراین مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 22 + 8 = 30 \Omega$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_{3,4}$  برابر با اختلاف پتانسیل دو سر باتری

است، بنابراین:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{3,4}} = \frac{60}{30} = 2 \text{ A}$$

با توجه به قانون اهم و نحوه به هم بسته شدن مقاومت‌ها داریم:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = \frac{\rho L}{rA} + \frac{\rho L}{A} = \frac{4\rho L}{rA}$$

$$V = RI \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1 I_1}{R_2 I_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho \frac{L}{rA}}{\rho \frac{L}{A}} = \frac{1}{r}$$

از مقاومت‌های متوالی،  
جریان یکسان می‌گذرد.

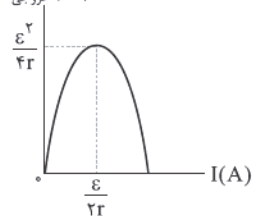
مقاومت‌های  $R_1$ ،  $R_2$  و  $R_3$  موازی هستند، بنابراین:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{R_{eq}}{R_3}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_{eq}}{R_3} = \frac{\frac{4\rho L}{rA}}{\frac{4\rho L}{A}} = \frac{4}{r}$$

در مقاومت‌های موازی  
 $V_2 = V_1$

$P_{خروجی}$  (W)



۹۷ ۴ نمودار توان خروجی باتری  
برحسب جریان عبوری از آن در حالت کلی  
به شکل زیر است:

با مقایسه نمودار بالا و نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{\epsilon^2}{4r} = \frac{\epsilon}{2r} \times \frac{\epsilon}{r} = \frac{\epsilon^2}{2r} \Rightarrow \frac{\epsilon}{2r} = \frac{\epsilon}{r} \Rightarrow \frac{\epsilon}{r} = 24$$

$$\Rightarrow 12\epsilon = 72 \Rightarrow \epsilon = \frac{72}{12} = 6V$$

$$\frac{\epsilon}{2r} = 24 \Rightarrow \epsilon = 48r \Rightarrow \epsilon = 6V \Rightarrow r = \frac{6}{48} = \frac{1}{8} = 0.125\Omega$$

برای این که توان خروجی باتری، بیشینه شود، باید مقاومت روستا برابر مقاومت داخلی باتری باشد، پس:

۹۸ ۲ با افزایش مقاومت  $R$  بدون توجه به جایگاهش، مقاومت معادل مدار

افزایش می‌یابد، بنابراین طبق رابطه  $I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r}$ ، جریان اصلی مدار (جریان

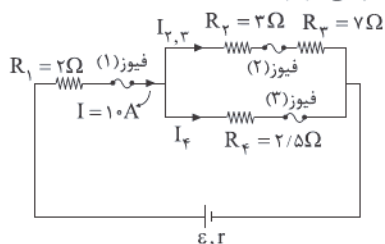
خروجی از باتری)، کاهش می‌یابد و آمپرسنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد.

طبق رابطه  $V_p = \epsilon - Ir$ ، با کاهش جریان خروجی از باتری، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری افزایش می‌یابد، بنابراین عددی که ولت‌سنج  $V_p$  نمایش می‌دهد، افزایش می‌یابد.

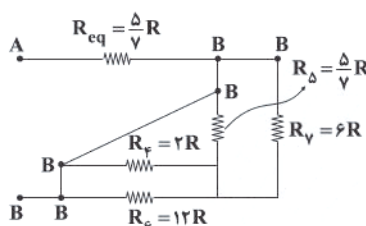
ولت‌سنج  $V_1$ ، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مقاومت  $R$  را نشان می‌دهد، بنابراین با افزایش مقاومت  $R$  و کاهش جریان عبوری از آن طبق رابطه  $V_1 = RI$ ، بنابراین عددی که ولت‌سنج  $V_1$  نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

۹۹ ۳ ابتدا مشخص می‌کنیم از کدام فیوز بیشترین جریان می‌گذرد.

از فیوز (۱) بیشترین جریان عبور می‌کند، زیرا جریان کل مدار از آن می‌گذرد، پس جریان آن را از  $10A$  در نظر می‌گیریم.

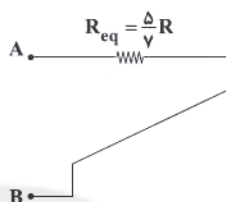


شکل ساده‌ای از مدار رسم می‌کنیم:



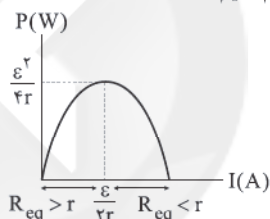
با توجه به مدار ساده‌تر، چون اختلاف پتانسیل الکتریکی دو طرف مقاومت‌های  $R_\Delta$ ،  $R_\gamma$ ،  $R_\phi$  و  $R_\Delta$  صفر است، بنابراین این مقاومت‌ها حذف می‌شوند (اتصال کوتاه می‌شوند).

شکل نهایی مدار به صورت زیر خواهد شد:



۹۵ ۴ می‌دانیم توان خروجی باتری از رابطه  $P = \epsilon I - rI^2$  به دست

می‌آید. اگر بخواهیم چگونگی تغییرات توان خروجی برحسب شدت جریان در یک مدار تک حلقه را به دست آوریم، می‌توانیم نمودار توان خروجی ( $P$ ) بر حسب جریان ( $I$ ) که یک سهمی است را رسم کنیم.



با توجه به نمودار، مشاهده می‌شود که با افزایش شدت جریان از صفر، ابتدا توان خروجی باتری افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد.

می‌دانیم زمانی توان خروجی، بیشینه است که مقدار مقاومت معادل خارجی برابر با مقاومت درونی باتری باشد که در این حالت  $I = \frac{\epsilon}{r+r}$  می‌شود.

اگر در این سؤال،  $R_1 = 24\Omega$  باشد، مقاومت معادل دو مقاومت موازی  $R_{1,2}$  و  $R_1$  برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{24 \times 12}{24 + 12} = \frac{288}{36} = 8\Omega$$

اگر  $R_1 = 8\Omega$  باشد، مقاومت معادل مقاومت‌های خارجی برابر خواهد بود با:

$$R_{eq} = \frac{8 \times 12}{8 + 12} = \frac{96}{20} = 4.8\Omega$$

مشاهده شد که با تغییر  $R_1$  از  $24\Omega$  به  $8\Omega$ ، مقاومت معادل از  $8\Omega$  ( $R_{eq} > r$ ) به  $4.8\Omega$  ( $R_{eq} < r$ ) کاهش می‌یابد که در این حالت توان خروجی باتری ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۹۶ ۱ می‌دانیم مقاومت سیم رسانا برحسب مشخصات ساختمانی آن

از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  محاسبه می‌شود.

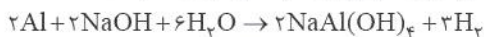
با جای‌گذاری اطلاعات موجود برای هر مقاومت در رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  خواهیم داشت: ( $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$ : جنس هر سه یکسان است)

$$\begin{cases} R_1 = \rho \frac{L}{rA} \\ R_2 = \rho \frac{L}{A} \\ R_3 = \rho \frac{2L}{A} \end{cases}$$

## شیمی

۱۰۱ ۲

به جز عبارتهای اول و آخر، سایر عبارتها درست هستند.



## بررسی عبارتهای نادرست:

- پاککنندههای غیرصابونی جزو پاککنندههای خورنده به شمار نمی آیند.
- گاز  $H_2$  تولیدشده با تولید فشار، قدرت پاککنندگی را افزایش می دهد.

عبارتهای اول و سوم درست هستند.

۱۰۲ ۳

## بررسی عبارتهای نادرست:

- با توجه به رابطه  $[H^+], [OH^-] = 10^{-14}$ ، اگر غلظت یون  $H^+$  در محلولی افزایش یابد، غلظت یون  $OH^-$  به همان نسبت (نه همان مقدار) کاهش می یابد.
- آرنیوس بر روی رسانایی الکتریکی محلولهای آبی کار می کرد. یافتههای تجربی او نشان داد که محلول اسیدها و بازها رسانای برق هستند.

عبارتهای دوم و چهارم درست هستند.

۱۰۳ ۲

## بررسی عبارتهای نادرست:

- آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.
- مطابق مدل آرنیوس، اتانول و اتیلن گلیکول نه خاصیت اسیدی و نه خاصیت بازی دارد.

۱۰۴ ۱

$$pH = 7 - 11 = 5/9 \Rightarrow [H^+] = 10^{-5/9} = 10^{-5} \times 10^{-9/9}$$

$$= 10^{-5} \times \frac{1}{(10^{9/3})^3} = 10^{-5} \times \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1}{10^8} \times 10^{-5}$$

$$[HX] = \frac{\frac{2g}{50g \cdot mol^{-1}}}{0/4L} = 0/1 mol \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][X^-]}{[HX]} = \frac{\left(\frac{1}{10^8} \times 10^{-5}\right)^2}{0/1} = 1/5625 \times 10^{-11}$$

۱۰۵ ۴

$$[DOH] = \frac{1/2}{0/25} = 6 \times 10^{-2} mol \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{1/2}{100} \times 6 \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

## بررسی گزینهها:

$$1) [H^+] = \frac{10^{-14}}{12 \times 10^{-3}} = 8/3 \times 10^{-13} mol \cdot L^{-1}$$

$$2) [H^+] = [HA] = 12 \times 10^{-3} mol \cdot L^{-1}$$

$$3) pH_{\text{محلول اولیه}} = 14 - pOH$$

$$pOH = -\log(12 \times 10^{-3}) = -[\log 12 + \log 10^{-3}]$$

$$= -[\log 3 + \log 2^2 - 3] = -[0/5 + 2(0/3) - 3] = 1/9$$

$$pH = 12/1$$

با اضافه کردن باز، درجه یونش تغییر می کند ولی  $K_b$  ثابت است:

$$[DOH] = \frac{1/2 + 0/8}{0/25} = 0/1$$

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{[DOH] - [OH^-]} = \frac{(0/12)^2}{0/06 - 0/12} = 3 \times 10^{-3}$$

مقاومت های  $R_p$  و  $R_p$  متوالی هستند، پس مقاومت معادل آنها برابر است با:

$$R_{p,3} = R_p + R_p = 2\Omega + 7\Omega = 10\Omega$$

در مقاومت های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومتها تقسیم می شود، بنابراین:

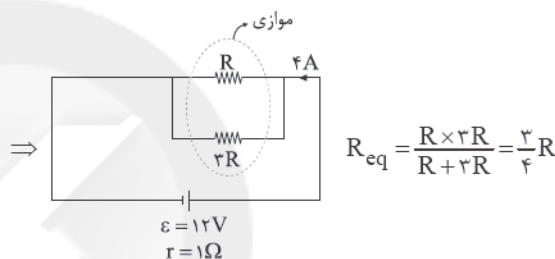
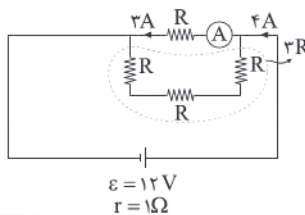
$$\frac{I_{p,3}}{I_f} = \frac{R_f}{R_{p,3}} \Rightarrow \frac{I_{p,3}}{I_f} = \frac{2/5}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow I_f = 5I_{p,3} (*)$$

از طرفی داریم:

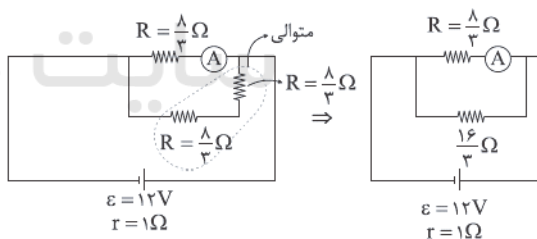
$$I_{p,3} + I_f = 10A \xrightarrow{(*)} I_{p,3} + 5I_{p,3} = 10$$

$$\Rightarrow 6I_{p,3} = 10 \Rightarrow I_{p,3} = 2A \Rightarrow I_f = 8A$$

اگر کلید بسته شود، مدار مطابق شکل زیر خواهد شد.

مقاومت های  $R$  و  $2R$  موازی هستند. از طرفی می دانیم در مقاومت های موازی، جریان به نسبت عکس مقاومتها تقسیم می شود، بنابراین جریان عبوری از مقاومت  $2R$  برابر  $1A$  می شود، بنابراین جریان اصلی مدار برابر  $4A$  می شود، در نتیجه:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow 4 = \frac{12}{\frac{2}{3}R + 1} \Rightarrow 2R + 4 = 12 \Rightarrow R = \frac{8}{3}\Omega$$

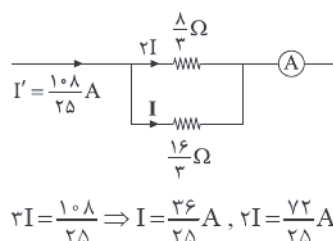
حال اگر هر دو کلید بسته شوند، مقاومت  $R$  سمت چپ اتصال کوتاه شده و داریم:

$$R'_{eq} = \frac{\frac{8}{3} \times \frac{16}{3}}{\frac{8}{3} + \frac{16}{3}} = \frac{8 \times 16}{24} = \frac{8 \times 16}{8 \times 3} = \frac{16}{3}\Omega$$

$$I' = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{12}{\frac{16}{3} + 1} = \frac{10 \cdot 8}{25} A$$

جریان اصلی مدار برابر است با:

به کمک تقسیم جریان بین مقاومت های موازی، جریان عبوری از آمپرسنج برابر است با:



$$2I = \frac{10 \cdot 8}{25} \Rightarrow I = \frac{36}{25} A, 2I = \frac{72}{25} A$$

با اضافه کردن اسید، pH کاهش می‌یابد و مطابق داده‌های سؤال به ۱/۱۵ می‌رسد.

$$\text{pH} = 1/15 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/15} = 10^{0/85} \times 10^{-2}$$

$$= 7 \times 10^{-2} = 0/07$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HNO}_2]} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} = \frac{(0/07)^2}{[\text{HNO}_2]} \Rightarrow [\text{HNO}_2] \approx 9/8 \text{ M}$$

$$? \text{ g HNO}_2 = 0/1 \text{ L} \times 9/8 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times \frac{47 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 46/06 \text{ g HNO}_2$$

$$46/06 - 5/875 = 40/185 \text{ g HNO}_2$$

۱۰۹ مطابق شکل یونش HA به طور جزئی و یونش HX به طور کامل انجام شده است. بنابراین HA یک اسید ضعیف و HX یک اسید قوی است.

### بررسی عبارتها:

- ثابت یونش اسیدهای قوی مانند HX بسیار بزرگتر از یک است.
  - در بین هیدروکسیدها، فقط HF یک اسید ضعیف بوده و واکنش پذیری F نیز از سایر هالوژن‌ها بیشتر است.
  - درجه یونش محلول HA برابر ۰/۲ و درجه یونش محلول HX برابر یک است.
  - برای خنثی کردن یک مول سدیم هیدروکسید، به مقدار برابری از دو اسید نیاز است.
- به این ترتیب فقط عبارت دوم درست است.

۲ ۱۱۰

$$\text{pH}_{\text{HX}} = 4/3 \Rightarrow [\text{H}^+]_{\text{HX}} = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4/3} = 10^{-1/3} \times 10^{-1}$$

$$= \frac{1}{10^{1/3}} \times 10^{-1} = \frac{1}{10} \times 10^{-1} = 5 \times 10^{-5}$$

$$\alpha_{\text{HX}} = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HX}]} = \frac{5 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4}} = 0/25$$

$$\alpha_{\text{HA}} = \frac{1}{2} \alpha_{\text{HX}} = 0/125$$

$$K_{\text{HA}} = \frac{\alpha^2 M}{1 - \alpha} \Rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{(0/125)^2 M}{1 - 0/125} \Rightarrow M = 2/24 \times 10^{-3}$$

۴ ۱۱۱ برای موارد بازی رابطه  $[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-]$  برقرار است.

تمام موارد اشاره شده، خاصیت بازی دارند.

۳ ۱۱۲ به جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

اگر موادی که سبب گرفتگی لوله‌ها و مجاری شده باشند، خاصیت بازی داشته باشند، برای بازکردن چنین لوله‌ها و مجاری باید از محلول غلیظ هیدروکلریک اسید استفاده کرد.

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = 4 \times 10^6, [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 1 \times 10^{-14} \quad 1 \quad 113$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^6 [\text{OH}^-] \times [\text{OH}^-] = 1 \times 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-]^2 = \frac{1}{4} \times 10^{-20} \Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{2} \times 10^{-10}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 4 \times 10^6 \times \frac{1}{2} \times 10^{-10} = 2 \times 10^{-4}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log(2 \times 10^{-4}) = -(\log 2 + \log 10^{-4})$$

$$= -(0/3 - 4) = 3/7$$

$$\text{pH} = 5/1 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5/1} = 10^{-5} = (10^{0/3})^2 \times 10^{-6}$$

$$= 2^2 \times 10^{-6} = 4 \times 10^{-6}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] \times [\text{OH}^-] = 10^{-14} \Rightarrow 4 \times 10^{-6} [\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{4} \times 10^{-8} \Rightarrow \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{OH}^-]} = \frac{4 \times 10^{-6}}{\frac{1}{4} \times 10^{-8}} = 64 \times 10^2$$

$$3 \times 10^{-3} = \frac{[\text{OH}^-]^2}{0/1 - [\text{OH}^-]}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-]^2 + 3 \times 10^{-3} [\text{OH}^-] - 3 \times 10^{-4} = 0$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = 16 \times 10^{-3}, \text{pOH} = -\log(16 \times 10^{-3}) = 1/8$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 12/2$$

$$4) n_{\text{اسید}} = 0/02 \times 5 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ mol}$$

$$n_{\text{باز}} = 0/06 \times 5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^{-3}$$

چون شمار مول‌های باز بیشتر است، پس محلول خاصیت بازی دارد.

۴ ۱۰۶ هر چهار مورد پیشنهاد شده برای کامل کردن عبارت مورد نظر

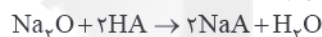
مناسب هستند.

### بررسی موارد:

- اگر حجم یک مول باز قوی تا ۲ برابر افزایش یابد، pH به اندازه  $\log 2$  یعنی معادل ۰/۳ کاهش می‌یابد.
- درجه یونش اسیدهای قوی برابر ۱ است.
- اگر حجم یک محلول باز ضعیف تا ۲ برابر افزایش یابد، pH به اندازه  $\frac{1}{2} \log 2$  یعنی معادل ۰/۱۵ کاهش می‌یابد.
- ثابت یونش اسیدها فقط تابع دما است.

۳ ۱۰۷ جرم  $\text{BaO}$  و  $\text{Na}_2\text{O}$  در مخلوط ۳/۳۷ گرمی را به ترتیب

«a» و «a-۳/۳۷» گرم در نظر می‌گیریم.



$$\text{pH} = 0/6 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0/6} = 10^{-0/3} \times 10^{-0/3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0/25 \text{ M}$$

$$\Rightarrow [\text{HA}] = 0/25 \text{ M}$$

$$? \text{ mol HA} = 0/25 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0/2 \text{ L} = 0/05 \text{ mol HA}$$

$$a \text{ g Na}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{O}}{62 \text{ g Na}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol Na}_2\text{O}} = x \text{ mol HA}$$

$$\Rightarrow a = 31x \text{ (I)}$$

$$(3/37 - a) \text{ g BaO} \times \frac{1 \text{ mol BaO}}{153 \text{ g BaO}} \times \frac{2 \text{ mol HA}}{1 \text{ mol BaO}} = 0/05 - x \text{ mol HA}$$

$$\Rightarrow 6/74 - 2a = 7/65 - 153x \Rightarrow 0/91 + 2a = 153x$$

$$\Rightarrow 0/91 + 2(31x) = 153x \Rightarrow 0/91 = 91x$$

$$\Rightarrow x = 0/01 \Rightarrow \text{درصد HA در واکنش اول} = \frac{0/01}{0/05} \times 100 = 20\%$$

۴ ۱۰۸

$$5/875 \text{ g HNO}_2 \times \frac{1 \text{ mol HNO}_2}{47 \text{ g HNO}_2} = 0/125 \text{ mol HNO}_2$$

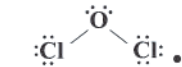
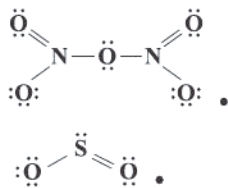
$$\text{pH} = 1/6 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1/6} = 10^{-1} \times 10^{-0/3} \times 10^{-0/3}$$

$$= 10^{-1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0/25$$

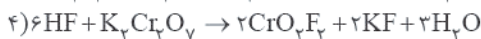
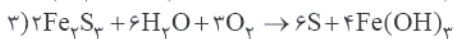
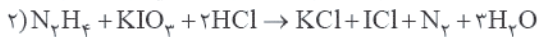
$$K_a = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{HNO}_2]} \Rightarrow 5 \times 10^{-4} = \frac{(0/25)^2}{[\text{HNO}_2]}$$

$$\Rightarrow [\text{HNO}_2] = 1/25 \text{ mol.L}^{-1}$$

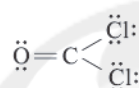
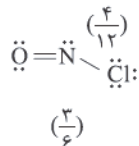
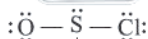
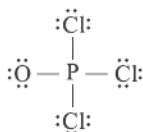
$$[\text{HNO}_2] = \frac{\text{مول}}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow 1/25 = \frac{0/125}{V(L)} \Rightarrow V(L) = 0/1 \text{ L}$$



معادله موازنه شده هر چهار واکنش در زیر آمده است:



ساختار لوویس هر چهار گونه و نسبت مورد نظر در زیر آمده است:



به جز عبارت سوم، سایر عبارات درست هستند.

نوع فرآورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد. به طوری که اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز CO به همراه دیگر فرآورده‌های سوختن کامل، تولید خواهد شد.

هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

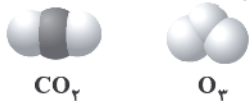
#### بررسی عبارات‌ها:

- بر اثر سوختن گاز هیدروژن، گرما و نور تولید می‌شود.
- مقدار اوزون در تمامی لایه‌های هواکره ناچیز است.
- در ساختار پلاستیک‌های سبز، هر دو عنصر کربن و اکسیژن وجود دارند.
- اگر لایه‌ی هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره‌ی زمین به  $18^\circ\text{C}$  کاهش می‌یافت.

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

#### بررسی عبارات‌ها نادرست:

• مدل فضا پرکن اوزون و کربن دی‌اکسید در زیر آمده است:



• هنگامی که تابش فرابنفش به مولکول  $O_3$  می‌رسد به یک اتم O و یک مولکول  $O_2$  تبدیل می‌شود.

گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز طبیعی، از سوختن یک گرم بنزین و نیز سوختن یک گرم زغال‌سنگ، بیشتر است.

فرمول مولکولی ۲-هپتانول به صورت  $C_7H_{14}O$  است.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H_{\text{آنتالپی سوختن}}|}{\text{جرم مولی}} = \frac{4438 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}}{114 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} \approx 38.9 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1} \quad (25^\circ\text{C})$$

بر اثر سوختن کامل هر مول ۲-هپتانول، ۷ مول  $H_2O$  تولید می‌شود.

تفاوت آنتالپی سوختن ۲-هپتانول در دماهای  $25^\circ\text{C}$  و  $10^\circ\text{C}$  مربوط به آنتالپی تبخیر ۷ مول آب است:  $(-4438) - (-4130) = 308 \text{ kJ}$

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{308 \text{ kJ}}{7 \text{ mol } H_2O} = 2.44 \text{ kJ}$$

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

#### بررسی عبارات‌ها نادرست:

• با خوردن غذا، غده‌های موجود در دیواره معده، هیدروکلریک اسید ترشح می‌کنند.

• در زمان استراحت، pH معده برابر ۳/۷ است.

۱۱۵ ۳

$$\text{pH} = 3/4 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3/4} = 10^{-4+0/6} = 10^{-4} \times 10^{0/3} \times 10^{0/3} = 4 \times 10^{-4} \text{ M}$$

$$[H^+] = \alpha [HX] \Rightarrow 4 \times 10^{-4} = \alpha \times 10^{-2} \times [HX]$$

$$\Rightarrow [HX] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$? \text{ mol HX} = 6 \text{ L} \times 5 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0.03 \text{ mol HX}$$

$$\text{مول} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 0.03 = \frac{0.8}{M_w} \Rightarrow M_w = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

جرم مولی  $HNO_3$ ،  $HCN$  و  $H_2CO_3$  به ترتیب ۶۲ و ۲۷، ۴۷ و ۶۲ گرم بر مول است. نیتریک اسید نیز یک اسید قوی است.

به جز عبارت دوم، سایر عبارات درست هستند.

۱۱۶ ۳

#### بررسی عبارات‌ها:

- هر واحد فرمولی از مس (II) سولفید ( $CuS$ ) و هر مولکول از فسفر تری‌کلرید ( $PCl_3$ ) به ترتیب شامل ۲ و ۴ اتم است.
- ترکیب‌های مورد نظر  $SiO_2$  و  $SiBr_4$  هستند که به ترتیب شامل ۳ و ۵ اتم هستند.

• گاز  $SO_2$  که یکی از فرآورده‌های سوختن زغال‌سنگ است، از دهانه آتشفشان‌های فعال نیز قابل جمع‌آوری است.

• فلزهای Fe و Al به همراه شبه‌فلز Si به صورت ترکیب در طبیعت یافت می‌شوند که اغلب آن‌ها اکسید هستند.

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

۱۱۷ ۱

#### بررسی عبارات‌ها:

- یکی از آلانده‌های حاصل از سوختن سوخت‌های فسیلی که از آگروز خودروها خارج می‌شود، هیدروکربن‌های نسوخته ( $C_xH_y$ ) است.
- هر چند به طور کلی میانگین جهانی دمای سطح زمین روند افزایشی داشته است، اما در برخی سال‌ها، این روند نزولی بوده است.

• رنگ شعله حاصل از سوختن سدیم و گوگرد به ترتیب زرد و آبی است.

• معادله واکنش مورد نظر به صورت  $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$  است. با انجام این واکنش و مصرف گاز قهوه‌ای رنگ  $NO_2$ ، از شدت رنگ قهوه‌ای کلانشهرها کاسته می‌شود.

#### بررسی عبارات‌ها نادرست:

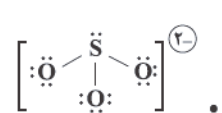
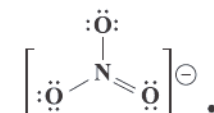
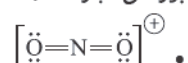
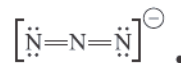
(آ) هر تغییر شیمیایی می‌تواند شامل یک یا چند واکنش شیمیایی باشد که هر یک از آن‌ها را با یک معادله نشان می‌دهند.

(ب) سوختن (کامل) گوگرد تبدیل این نافلز به گاز گوگرد دی‌اکسید است.

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

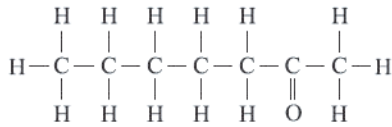
۱۱۹ ۴

#### بررسی عبارات‌ها:

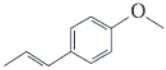


## ۱ ۱۲۲ بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در ساختار کتون موجود در میخک ( $C_7H_{14}O$ )، ۶ پیوند  $C-C$  وجود دارد.

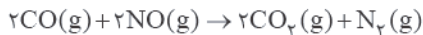


ت) طعم و بوی رازیانه به طور عمده وابسته به یک ترکیب آلی حلقوی (دارای حلقه بنزنی) و دارای گروه اتری است:



۳ ۱۲۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

گازهای آلاینده مانند  $CO$  و  $NO$  از آگروز خودروها به هواکره وارد می‌شوند. شیمی‌دان‌ها انجام واکنش زیر را برای تبدیل این آلاینده‌ها به گازهایی پایدارتر و با آلودگی کم‌تر طراحی کرده‌اند:



۴ ۱۲۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

• ساختارهای هیدروژن پراکسید ( $H_2O_2$ ) و هیدرازین ( $N_2H_4$ ) در زیر آمده است:



• سطح انرژی هیدروژن پراکسید بالاتر از آب و سطح انرژی هیدرازین نیز بالاتر از آمونیاک است.

•  $\Delta H$  واکنش‌های تولید  $H_2O_2$  و  $N_2H_4$  از عنصرهای سازنده آن‌ها، در دسترس نیست و باید از روش‌های غیرمستقیم استفاده کرد.  
• هر دو واکنش مورد نظر، جزو واکنش‌های گرماده ( $\Delta H < 0$ ) هستند و سطح انرژی مواد در آن‌ها کاهش می‌یابد.

۳ ۱۲۵ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

## بررسی عبارت‌ها:

• گرمای حاصل از سوختن یک مول اتن (نخستین عضو خانواده آلکن‌ها) بیشتر از گرمای حاصل از سوختن یک مول اتانول است.  
• ارزش سوختی اتن ( $C_2H_2$ ) برابر است با:

$$\frac{141 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}}{28 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 50/35 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

ارزش سوختی اتن بیشتر از ارزش سوختی اتین است.

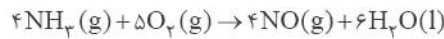
• بر اثر سوختن ۶ گرم اتن،  $30/2/1 = 3 \times 50/35 = 6 \times 50/35$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود. با توجه به این‌که ارزش سوختی اتان بیشتر از اتن است، درستی این عبارت تأیید می‌شود.  
• آنتالپی سوختن پروپن از پروپین، بیشتر (منفی‌تر) و آنتالپی سوختن هر دوی آن‌ها از اتن، بیشتر (منفی‌تر) است. به این ترتیب درستی این عبارت بدیهی است.

۲ ۱۲۷ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

## بررسی عبارت‌های نادرست:

• سطح انرژی و پایداری دو ترکیبی که با هم ایزومرند، متفاوت است.  
• واکنش تبدیل گرافیت به الماس، برخلاف واکنش تبدیل اوزون به اکسیژن، یک واکنش گرماگیر است.

۱ ۱۲۸ معادله واکنش هدف به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید:

✓ ضرایب واکنش  $c$  را در عدد ۴ ضرب کرد.  
✓ واکنش  $a$  را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۳ ضرب کرد.  
✓ واکنش  $b$  را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کرد.  
سپس این واکنش‌ها را با هم جمع کنیم:

$$\Delta H(\text{هدف}) = 4\Delta H_c - 3\Delta H_a - 2\Delta H_b = 4(-380) - 3(-110)$$

$$-2(-140) = -910 \text{ kJ}$$

$$4NH_3 + 5O_2 \sim 910 \text{ kJ}$$

$$\frac{1008 \text{ L}}{(4+5) \times 22/4} = \frac{Q}{910 \text{ kJ}} \Rightarrow Q = 455 \text{ kJ}$$

۴ ۱۲۹

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش دهنده‌ها} \right] - \left[ \text{مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها} \right]$$

$$-440 = [6\Delta H(N-H) + 3\Delta H(Cl-Cl)] - [\Delta H(N \equiv N)$$

$$+ 6\Delta H(H-Cl)]$$

$$\Rightarrow -440 = [6\Delta H(N-H) + 3(240)] - [2/4\Delta H(N-H) + 6(430)]$$

$$\Rightarrow -440 - 3(240) + 6(430) = 3/6\Delta H(N-H)$$

$$\Rightarrow \Delta H(N-H) = 394 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۴ ۱۳۰ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



برای رسیدن به واکنش هدف، باید تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم:

✓ واکنش  $a$  را وارونه کنیم.

✓ ضرایب واکنش  $f$  را در عدد ۱۲ ضرب کنیم.

✓ واکنش  $c$  را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۶ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش  $d$  را در عدد ۳ ضرب کنیم.

✓ ضرایب واکنش  $e$  را در عدد ۳ ضرب کنیم.

✓ واکنش  $b$  را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۲ ضرب کنیم.

$$\Delta H(\text{هدف}) = (+460) + 12(-176) + 6(+50) + 3(-214)$$

$$+ 3(-155) + 2(92) = -2275 \text{ kJ}$$

۴ ۱۳۱ واکنش  $X + \frac{1}{2}D \rightarrow Y$  یک واکنش گرماده بوده و  $\Delta H$  آن

کوچک‌تر از صفر است.

## بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) واکنش فتوسنتز یک واکنش گرماگیر ( $\Delta H > 0$ ) است.

(۲) از روی نمودار آنتالپی نمی‌توان در ارتباط با شرایط انجام واکنش، اظهار نظر کرد.

(۳) با انجام واکنش:  $X + 2M \rightarrow A + \frac{3}{2}D$  که یک واکنش گرماگیر است،

دمای سامانه کاهش می‌یابد.