



آزمون

۵

پایه

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۸/۱۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۳	فصل ۲ (درس ۲)
هندسه	—	فصل ۱ (درس‌های ۱ و ۲)	فصل ۲ (درس ۲)
گسسته	—	—	فصل ۲ (تاسر دور و مسیر) (صفحه ۳۲ تا ۳۸) فصل ۳ (بخش شمارش تا صفحه ۶۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

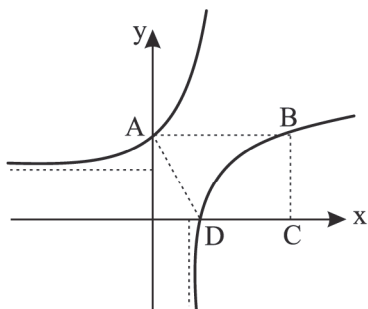
۱- اگر $f(x) = a + b\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$ به طوری که وارون تابع از مبدأ مختصات و نقطه $A(2, -1)$ عبور کند. مقدار $f^{-1}(3)$ چه عددی است؟

- ۱) -3 ۲) -2 ۳) 4 ۴) 1

۲- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $\log_5(4 + 4^x) = x + \log_5 5$ باشند، حاصل $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- ۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۳- در شکل زیر، نمودار تابع $y = \log_2(3x - 2)$ و وارون آن رسم شده است. مساحت ذوزنقه $ABCD$ چقدر است؟



۱) $\frac{5}{6}$

۲) $\frac{5}{3}$

۳) $\frac{7}{6}$

۴) $\frac{7}{3}$

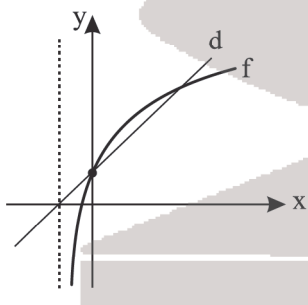
۴- وارون تابع $f(x) = 2^{x-1} + 2^{x+1}$ به صورت $f^{-1}(x) = a + \log_2(bx)$ است. مقدار $b \times 2^a$ چقدر است؟

- ۱) $0/1$ ۲) $0/2$ ۳) $0/8$ ۴) $0/4$

۵- اگر $m > 0$ و $\log_b a = m$ و $\log_{ab} a^3 b^2 = k$ مقدار $[k]$ چه عددی است؟ ($[]$ نماد جزء صحیح است)

- ۱) 1 ۲) 2 ۳) 3 ۴) 4

۶- در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = \log_2(4x + 2)$ و خط d رسم شده است. طول نقطه برخورد نمودار f و خط d در ناحیه اول کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$

۲) 1

۳) 2

۴) $\frac{1}{4}$

محل انجام محاسبه

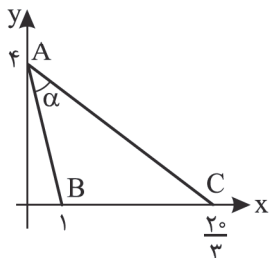
۷- قیمت کلایی سالانه دوازده درصد افزایش می یابد. بعد از چند سال قیمت کالا هفت برابر می شود؟ ($\log 2 = 0,3$, $\log 7 = 0,85$)

- ۲۱ (۱) ۱۹ (۲) ۱۷ (۳) ۱۵ (۴)

۸- اگر $a = \frac{\pi}{12} - 2b$ و $\tan(2a + 6b) = 2$ باشد، مقدار $\tan(a)$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴)

۹- مثلث ABC در ناحیه اول محورهای مختصات واقع شده است. مقدار $\cot(2\alpha - \frac{\pi}{8})$ چه عددی است؟



$\sqrt{2} + 1$ (۱)

$\sqrt{2} - 1$ (۲)

$2 - \sqrt{3}$ (۳)

$2 + \sqrt{3}$ (۴)

۱۰- جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x \cdot \tan(x + \frac{\pi}{3}) = \cos 2x$ کدام است؟

- $x = \frac{2k\pi}{3} - \frac{\pi}{18}$ (۱) $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$ (۲) $x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18}$ (۳) $x = \frac{k\pi}{3} - \frac{\pi}{18}$ (۴)

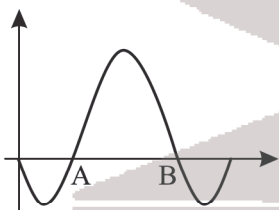
۱۱- مجموع ریشه های معادله $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} = 8$ در بازه $(0, \pi)$ چند برابر کوچک ترین ریشه آن در همین بازه است؟

- ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴)

۱۲- تعداد جواب های $\tan 2x + \tan(\frac{\pi}{4} + x) = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چه عددی است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۳- قسمتی از نمودار تابع $y = 1 - 2\cos(ax + \frac{\pi}{3})$ به صورت زیر است. اگر طول پاره خط AB برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد، مقدار a کدام است؟



۲ (۱)

-۲ (۲)

۴ (۳)

-۴ (۴)

محل انجام محاسبه

۱۴- اگر α و β دو ریشه متوالی معادله مثلثاتی $1 - 2\cos x + \tan x - 2\sin x = 0$ باشند، بیشترین فاصله α تا β کدام است؟

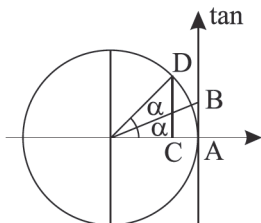
(۴) $\frac{4\pi}{3}$

(۳) $\frac{11\pi}{12}$

(۲) $\frac{7\pi}{6}$

(۱) $\frac{13\pi}{12}$

۱۵- در دایره مثلثاتی شکل زیر اندازه پاره‌خط‌های AB و DC به ترتیب برابر a و b است. اگر $2b = 3a$ باشد، مقدار $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟



(۱) $2\sqrt{2} - 1$

(۲) $1 + \sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3} + 1$

(۴) $2 + \sqrt{3}$

۱۶- در دایره $C'(O, \frac{4}{\pi})$ ، طول کمان \widehat{CD} برابر کدام است؟

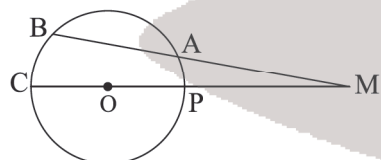
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{8}{3}$

۱۷- در دایره $C'(O, R)$ شکل زیر، $MA = R$ و $\angle BMC = 10^\circ$ است. نسبت زاویه \widehat{BCM} به زاویه‌ای که از امتداد دو وتر PA و CB ساخته می‌شود، چقدر است؟



(۱) $\frac{15}{4}$

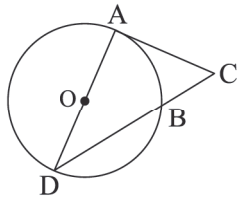
(۲) $\frac{15}{2}$

(۳) $\frac{15}{19}$

(۴) $\frac{2}{3}$

محل انجام محاسبه

۱۸- در شکل زیر، پاره خط AC بر دایره مماس است. اگر $\frac{AC}{BC} = \sqrt{3}$ و AD قطر دایره باشد آنگاه طول وتر AB برابر کدام است؟



$$(DC = 6)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3\sqrt{3} \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۹- دو دایره برون از هم $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ که کمترین فاصله نقاط محیط دو دایره ۲ واحد می باشد را در نظر بگیرید. اگر تفاضل

طول شعاع‌ها برابر ۳ و طول مماس مشترک خارجی $6\sqrt{2}$ باشد، $\frac{R}{R'}$ کدام است؟ ($R > R'$)

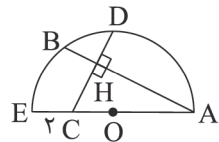
$$3/5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$2/5 \quad (1)$$

۲۰- در نیم دایره $C(O, R)$ شکل زیر، وتر AB بر پاره خط CD عمود است. اگر $CH = HD = \frac{R}{3}$ ، مقدار BH چقدر است؟ ($AC = 6$)



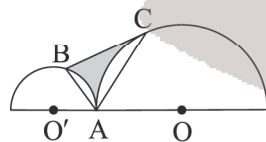
$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4}\sqrt{2} \quad (4)$$

۲۱- در شکل زیر دو نیم دایره به شعاع‌های ۴ و ۸ رسم شده است. اگر $AC = 8$ و $AB = 4$ باشند، مساحت قسمت رنگ شده چقدر است؟



$$12\sqrt{3} - 10\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$44\sqrt{3} - \frac{40\pi}{3} \quad (2)$$

$$28\sqrt{3} - \frac{40\pi}{3} \quad (3)$$

$$28\sqrt{3} - \frac{10\pi}{3} \quad (4)$$

محل انجام محاسبه

۲۲- مساحت دایره $2x^2 - my^2 + 3x - (m+5)y = 1 - m$ چند برابر π است؟

- (۱) $\frac{11}{4}$ (۲) $\frac{21}{8}$ (۳) $\frac{21}{16}$ (۴) $\frac{11}{8}$

۲۳- دایره به مرکز $O(1, 2)$ و مماس بر خط $4x + 3y + 5 = 0$ ، محور y ها را با کدام عرض می‌تواند قطع کند؟

- (۱) $-2\sqrt{2} - 2$ (۲) $\sqrt{2} - 2$ (۳) $-2\sqrt{2} + 2$ (۴) $2\sqrt{2} - 2$

۲۴- نقطه $A(5, 7)$ روی دایره‌ای به مرکز $(2, -2)$ قرار دارد. خط مماس بر دایره در نقطه A محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) ۲۶ (۲) -۱۶ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{22}{3}$

۲۵- از نقاط $A(2, -1)$ ، $B(3, 5)$ ، $C(-3, 6)$ و $D(a, 0)$ دایره‌ای عبور می‌کند. مجموع مقادیر ممکن برای a برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۶- وضعیت نسبی مبدأ مختصات نسبت به دایره‌ای که معادله خطوط شامل قطرهای آن به صورت $(m-2)x + my - 4 = 0$ بوده و بر خط $6x + 8y + 6 = 0$ مماس است، چگونه است؟

- (۱) بیرون دایره (۲) درون دایره (۳) روی دایره (۴) مرکز دایره

۲۷- دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 14 = 0$ و $x^2 + y^2 + x + 2y - 11 = 0$ یکدیگر را در نقاط M و N قطع می‌کنند. طول پاره خط MN برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۸- دایره $C: x^2 + y^2 - 4x = 0$ با دایره C' که مرکز آن روی قسمت مثبت محور طولها و شعاع آن یک می‌باشد، مماس برون است. مساحت ناحیه‌ای که امتداد مماس مشترک خارجی با محورهای مختصات می‌سازد چقدر است؟

- (۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $32\sqrt{2}$ (۳) $16\sqrt{2}$ (۴) $64\sqrt{2}$

۲۹- در چند جایگشت از حروف «abadaniii» هیچ دو حرفی از سه حرف a ، b و d مجاور نیستند؟

- (۱) ۷۰۰ (۲) ۴۲۰۰ (۳) ۱۴۰۰ (۴) ۲۱۰۰

۳۰- در ۶ رشته ورزشی و در هر رشته ۶ نفر داوطلب داریم. به چند حالت ۳ نفر می توان انتخاب کرد که دقیقاً از ۲ رشته ورزشی انتخاب شده باشند؟

- (۱) ۲۷۰۰ (۲) ۱۳۵۰ (۳) ۸۱۰۰ (۴) ۴۰۵۰

۳۱- در گراف جهت دار G با مجموعه رئوس $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4\}$ اگر $E(G) = \{(V_i, V_j) \mid (i, j) = 1, i \neq j\}$ باشد، این گراف چند یال دارد؟ (ب.م.م $i, j = 1, 2, 3, 4$)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۲- گراف G با مجموعه رئوس $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}$ به صورتی که همسایگی بسته هر رأس آن ۳ عضو دارد، تعریف شده است. این گراف چند زیرگراف از مرتبه ۴ دارد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۳۳- در گراف ساده ای، $pq = ۱۲$ باشد، تعداد رئوس از درجه ۲ کدام نمی تواند باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- گراف G منتظم است و $\sum_{i=1}^p |N(V_i)| = ۲۴$ می باشد. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۳۵- در گرافی از مرتبه ۱۱ و اندازه ۵۲، بین بیشترین و کمترین درجه گراف رابطه $\Delta = \delta + 1$ برقرار است. تعداد رأس های از درجه کوچک تر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۶- در گراف G ، همسایگی بسته تمام رئوس با هم برابر است و $pq = ۵۰$ می باشد. حاصل $p + q$ کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۳۷- به چند روش می توان ۶ مسافر را در ۳ ماشین پراید سوار کرد به طوری که در هر ماشین ۲ مسافر سوار شود؟ (جابه جایی مسافران داخل ماشین مهم نیست.)

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۵ (۳) ۶! (۴) ۲۴

محل انجام محاسبه

۳۸- چه تعداد گراف با مجموعه رئوس $\{a, b, c, d, e\}$ می توان ساخت که حداکثر ۲ یال داشته باشد؟

- ۵۵ (۱) ۵۶ (۲) ۴۵ (۳) ۱۰۲۴ (۴)

۳۹- در گراف G از مرتبه ۸، $\Delta(G) = ۷$ و $\Delta(\bar{G}) = ۴$ می باشد حاصل $q_{\max}(G) + q_{\max}(\bar{G})$ کدام است؟

- ۳۳ (۱) ۲۳ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴)

۴۰- در گراف G ، $\delta = ۵$ و $q = ۳۹$ می باشد. این گراف حداقل چند رأس دارد؟

- ۸ (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴)





آزمون

۵



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۵ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۸/۱۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۵۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۰	۴۱	۷۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۷۱	۹۵	۲۵ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	فصل ۵	—	فصل ۲
شیمی	—	فصل ۱ (از ابتدای فصل تا صفحه ۲۸)	فصل ۱ (از صفحه ۲۴ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

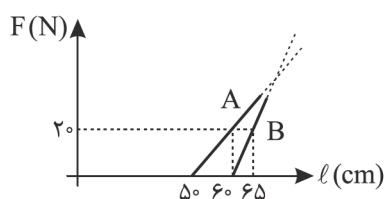
۴۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) بردار نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در یک بازه زمانی در جهت بردار تغییرات سرعت در آن بازه زمانی است.
 (ب) نیروی پیشران موشک، عکس‌العمل نیرویی است که گاز خروجی از انتهای موشک به آن وارد می‌کند.
 (ج) در هنگام راه رفتن نیروی اصطکاک بین کفش‌ها و سطح زمین از نوع جنبشی است.
 (د) اگر جسم در حال حرکت باشد، قطعاً در جهت نیروی خالص وارد بر آن به حرکت خود ادامه می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۲- نمودار نیروی کشسانی دو فنر A و B بر حسب طول آنها مطابق شکل است. اگر فنرها را از سقف آویزان کنیم، می‌بایست وزنه چند

کیلوگرمی به انتهای هر یک از فنرها ببندیم، تا در حالت تعادل طول نهایی فنرها یکسان شود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



(۱) ۳

(۲) ۳/۵

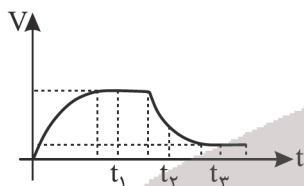
(۳) ۴

(۴) ۴/۵

۴۳- شکل زیر نمودار سرعت - زمان چتربازی را که از یک ارتفاع بسیار بلند بدون تندی اولیه حرکت خود را شروع می‌کند و در نهایت به

زمین می‌رسد را نشان می‌دهد. اگر نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت چترباز در لحظه t_1 برابر با $1500 N$ باشد، نیروی مقاومت هوا در

لحظه t_1 و t_3 به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟



(۱) بیشتر از $1500 N$ - $1500 N$

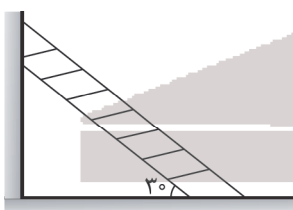
(۲) کمتر از $1500 N$ - $1500 N$

(۳) $1500 N$ - کمتر از $1500 N$

(۴) $1500 N$ - بیشتر از $1500 N$

۴۴- در شکل زیر، نردبانی به جرم $10 kg$ روی دیوار قائم بدون اصطکاک در آستانه لغزش قرار دارد. برابند نیروهایی که دیوار قائم و سطح

افقی زمین به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۱۰۰

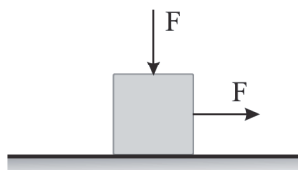
(۲) ۵۰

(۳) $50\sqrt{3}$

(۴) باید ضریب اصطکاک سطح افقی با نردبان معلوم باشد.

محل انجام محاسبه

۴۵- در اثر اعمال نیروهای شکل زیر، تندی جسم با جرم ۴ کیلوگرم که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، در مدت ۳ ثانیه به $\frac{6}{5} \frac{m}{s}$ می‌رسد. اگر هر یک از دو نیروی افقی و قائم F به میزان ۱۰ نیوتون کاهش یابند، جسم با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

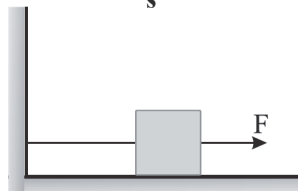


ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۰/۱ (۱) ۰/۲ (۲)

۰/۴ (۳) ۰/۵ (۴)

۴۶- در شکل زیر، جرم جسم ۵ کیلوگرم و ضریب اصطکاک ایستایی جسم با سطح افقی ۰/۴ است. اگر نیروی افقی $F = 16N$ باشد، نیروی کشش نخ متصل به دیوار برابر T و اگر نیروی افقی $F = 28N$ باشد، نیروی کشش نخ T' است. $(T' - T)$ چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



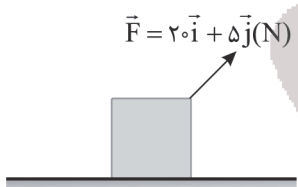
۱۲ (۱)

۱۰ (۲)

۸ (۳)

۴ (۴)

۴۷- مطابق شکل زیر، اگر نیروی $\vec{F} = 20\vec{i} + 5\vec{j}$ در SI بر جسمی ساکن به جرم $4/5 \text{ kg}$ اثر می‌کند. شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟ ($\mu_k = 0/2, \mu_s = 0/4, g = 10 \frac{N}{kg}$)



صفر (۱)

$\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۳)

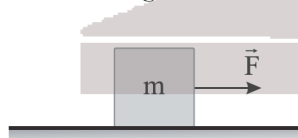
$\frac{1}{3}$ (۴)

۴۸- شخصی بر جعبه‌ای که روی سطح افقی است، نیروی افقی $100N$ به سمت راست وارد می‌کند و جعبه ساکن می‌ماند. در این حالت نیروی اصطکاک وارد بر جعبه و نیروی اصطکاک وارد بر شخص از طرف زمین است.

(۱) $100N$ به طرف چپ - $100N$ به طرف راست (۲) $100N$ به طرف چپ - $100N$ به طرف چپ

(۳) $100N$ به طرف چپ - کمتر از $100N$ به طرف راست (۴) $100N$ به طرف راست - کمتر از $100N$ به طرف چپ

۴۹- مطابق شکل قطعه چوبی به جرم ۳۰۰ گرم با نیروی افقی $F = 4N$ از حال سکون به حرکت درمی‌آید و پس از ۳s که سرعت آن $10 \frac{m}{s}$ می‌شود، نیروی F را قطع می‌کنیم. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا توقف کامل طی می‌کند، چند متر است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبه

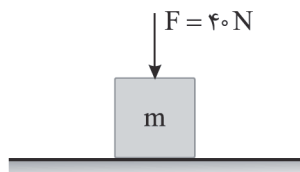
۵۰- به فنی که آزادانه از سقف آویزان است، جسمی به جرم m را می‌بندیم. در حالت تعادل طول فنر نسبت به طول طبیعی ۶ سانتی‌متر افزایش می‌یابد. اگر جرم m را ۱۰۰ گرم افزایش دهیم و توسط همین فنر روی سطح افقی دارای ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۴ با شتاب

$$2 \frac{m}{s^2} \text{ بکشیم، طول فنر نسبت به طول طبیعی } 4/8 \text{ سانتی‌متر افزایش می‌یابد. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

۵۱- مطابق شکل زیر، جسمی با جرم 2 kg روی سطح افقی با تندی اولیه $v_0 = 12 \frac{m}{s}$ به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت $14/4$ متر

متوقف می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی با جسم کدام است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) و نیروی قائم F در تمام مدت حرکت به جسم



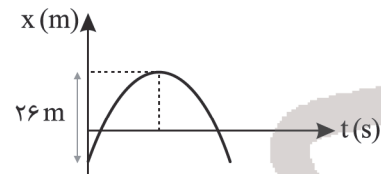
وارد می‌شود.

(۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۵۲- نمودار مکان - زمان متحرکی به جرم 4 kg که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل و به صورت سهمی است. اگر جسم در

$t = 8 \text{ s}$ از نقطه شروع حرکتش عبور کند، تغییر تکانه متحرک در این مدت چند واحد است؟



(۱) صفر

(۲) -10.4

(۳) -52

(۴) -26

۵۳- معادله تکانه - زمان جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $P = t^2 + 4t - 1$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر

این جسم در بازه زمانی $t_1 = 1 \text{ s}$ تا $t_2 = 4 \text{ s}$ چند نیوتون است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۲۷

۵۴- شعاع و چگالی سیاره A، ۳ برابر شعاع و چگالی سیاره B است. اگر شعاع سیاره A برابر R باشد، وزن یک جسم روی سطح سیاره B با

وزن همان جسم در چه ارتفاعی از سطح سیاره A برابر است؟

- (۱) $\frac{R}{2}$ (۲) R (۳) $\frac{3R}{2}$ (۴) $2R$

۵۵- در ارتفاع h از سطح زمین وزن یک فضاورد ۷۵٪ کمتر از سطح زمین است. h چند برابر شعاع زمین است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

۵۶- اتومبیلی یک پیچ افقی مسطحی به شعاع 50 متر را بدون لغزش با تندی $54 \frac{km}{h}$ دور می‌زند. نیروی اصطکاک وارد بر اتومبیل چند

برابر وزن اتومبیل است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) $0/9$ (۲) $0/45$ (۳) $0/6$ (۴) $0/3$

محل انجام محاسبه

۵۷- دو ماهواره به جرم‌های m_A و $m_B = \frac{m_A}{4}$ به ترتیب در فاصله‌های $4R_e$ و x از سطح زمین به دور آن در حال چرخش هستند. اگر تکانه دو ماهواره با هم برابر باشد، x چند برابر R_e است؟ (R_e شعاع زمین است.)

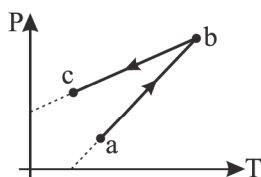
$$1) \frac{1}{4} \quad 2) \frac{1}{4} \quad 3) 1 \quad 4) 4$$

۵۸- تندی ماهواره‌ای که در مدار دایره‌ای و در ارتفاع $h = 3R_e$ به دور زمین می‌چرخد، چند $\frac{m}{s}$ است؟

($R_e = 6400 \text{ km}$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$ شعاع زمین)

$$1) \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 10^3 \quad 2) 8 \times 10^3 \quad 3) 4\sqrt{3} \times 10^3 \quad 4) 4 \times 10^3$$

۵۹- شکل زیر، نمودار فشار - دما را برای یک گاز کامل نشان می‌دهد. در فرایند abc حجم گاز چگونه تغییر کرده است؟



۱) کاهش یافته است.

۲) افزایش یافته است.

۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.

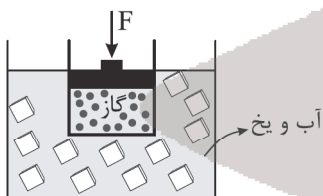
۶۰- در کیسولی به حجم ۲۰۰ لیتر، مقداری گاز اکسیژن در فشار ۱۲ اتمسفر و دمای 27°C موجود است و بیشترین فشار قابل تحمل توسط کیسول $13/5$ اتمسفر است. اگر دمای گاز داخل کیسول به 102°C برسد، حداقل چند گرم، گاز باید از کیسول خارج شود تا کیسول

آسیبی نبیند؟ ($M_{O_2} = 32 \text{ g}$, $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$, $R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

$$1) 160 \quad 2) 250 \quad 3) 320 \quad 4) 500$$

۶۱- مطابق شکل مقداری گاز کامل درون یک سیلندر که در مجاورت منبع گرما (مخلوط آب و یخ) محبوس است. فشار گاز محبوس با هوای محیط یکسان است. اگر نیروی عمودی F به آرامی به سطح پیستون به مساحت 20 cm^2 وارد شود، حجم گاز ۲۰ درصد کاهش

می‌یابد. F چند نیوتون است؟ ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ و جرم پیستون ناچیز است.)



۱) ۴۰

۲) ۵۰

۳) ۱۰۰

۴) ۲۵۰

۶۲- حجم مقداری گاز کامل طی سه فرایند هم‌فشار، بی‌دررو و هم‌دما از V_1 به V_2 افزایش می‌یابد. چه تعداد از جملات زیر درست است؟

الف) اندازه کار انجام شده توسط گاز روی محیط، در فرایند بی‌دررو کمتر از بقیه فرایندهاست.

ب) فقط در فرایند هم‌فشار، انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

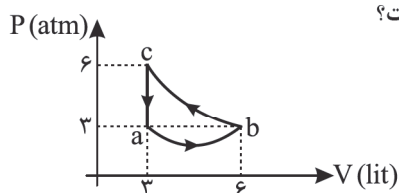
ج) گرمای داده شده به گاز طی فرایند هم‌دما بیشتر از فرایند هم‌فشار است.

د) دمای گاز طی فرایند هم‌فشار، افزایش و طی فرایند بی‌دررو کاهش یافته است.

$$1) 1 \quad 2) 2 \quad 3) 3 \quad 4) 4$$

محل انجام محاسبه

۶۳- مقداری گاز کامل، چرخه‌ای مطابق شکل را طی می‌کند. انرژی درونی گاز در وضعیت C، ۱۲۰۰ ژول و گرمای داده شده به گاز در فرایند ab، ۱۰۰۰ ژول است. کار انجام شده توسط دستگاه روی محیط در فرایند ab، چند ژول است؟



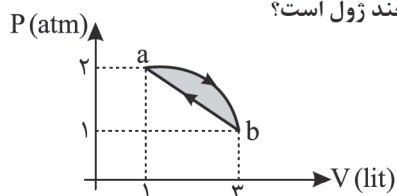
(۱) ۴۰۰

(۲) -۴۰۰

(۳) ۱۶۰۰

(۴) -۱۶۰۰

۶۴- مطابق شکل گاز کاملی چرخه ترمودینامیکی زیر را طی می‌کند. انرژی درونی گاز در وضعیت a برابر ۲۴۰ ژول و مساحت ناحیه هاشورخورده، ۱۰۰ واحد SI است. گرمای مبادله شده بین دستگاه و محیط در فرایند ab چند ژول است؟



(۱) -۴۲۰

(۲) ۴۲۰

(۳) -۵۲۰

(۴) ۵۲۰

۶۵- در مراحل کار موتور درون سوز بنزینی کدام فرایندها را می‌توان بدون مبادله گرما در نظر گرفت؟

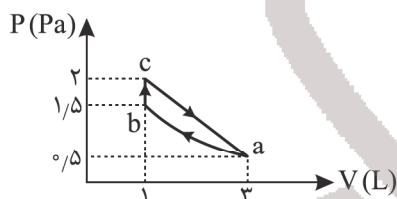
(۱) ضربه تراکم - آتش گرفتن

(۲) ضربه تراکم - ضربه قدرت

(۳) آتش گرفتن - تخلیه

(۴) آتش گرفتن - ضربه قدرت

۶۶- نمودار P-V مقداری گاز کامل آرمانی مطابق شکل است. گرمایی که گاز در فرایند bca با محیط مبادله می‌کند، چند ژول است؟



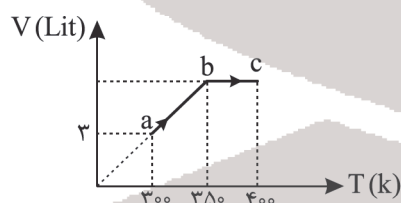
(۱) ۱۲۵

(۲) ۲۵۰

(۳) ۵۲۵

(۴) ۳۷۵

۶۷- نمودار V-T، V=۰٫۲، مول گاز آرمانی مطابق شکل است. اگر انرژی درونی گاز در حالت a برابر ۱۵۰ ژول باشد، گرمایی که گاز در کل فرایند abc با محیط مبادله کرده است، چند ژول است؟ ($R = 8 \frac{J}{mol.K}$)



(۱) ۳۰

(۲) ۸۰

(۳) ۱۳۰

(۴) ۱۶۰

۶۸- در یک فرایند انبساطی گاز آرمانی، گاز ۵۰ ژول کار روی محیط انجام می‌دهد و انرژی درونی گاز ۷۰ ژول کاهش می‌یابد. در این فرایند.....

(۱) گاز ۲۰ ژول گرما پس می‌دهد.

(۲) گاز ۲۰ ژول گرما می‌گیرد.

(۳) گاز ۱۲۰ ژول گرما می‌گیرد.

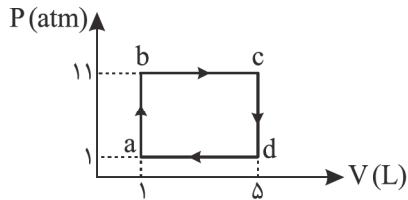
(۴) گاز ۱۲۰ ژول گرما پس می‌دهد.

محل انجام محاسبه

۶۹- یک ماشین گرمایی با بازده ۲۵ درصد در مدت ۱ ثانیه، ۱۰ چرخه را طی می‌کند و در هر چرخه ۱g سوخت با گرمای $5 \times 10^2 \frac{J}{g}$ مصرف می‌کند. توان خروجی ماشین چند وات است؟

- (۱) ۱۲۵۰۰۰ (۲) ۱۲۵۰۰ (۳) ۱۲۵۰ (۴) ۱۲۵

۷۰- چرخه فشار - حجم یک ماشین گرمایی مطابق شکل است. اگر طی فرایندهای ab و bc، این ماشین گرمایی 10^4 ژول گرما دریافت کند، بازده ماشین چقدر است؟



- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵
(۳) ۳۰
(۴) ۴۰

شیمی

۷۱- کدام موارد از عبارتهای زیر، جمله داده شده را به درستی تکمیل نمی‌کند؟

«در جدول دوره‌های عنصرها»

- (آ) چیدمان عنصرها براساس عدد اتمی آنها به گونه‌ای است که الگوهای پنهان در رفتار آنها را آشکار می‌کند.
(ب) همه عناصر موجود در یک گروه آرایش الکترونی لایه ظرفیت مشابه دارند.
(پ) اختلاف شمار دوره‌ها و گروه‌ها با تعداد الکترون‌های ظرفیت آخرین عنصر واسطه دوره چهارم برابر است.
(ت) در میان عناصر با عدد اتمی ۱۱ تا ۳۶، تمایل به تشکیل آنیون در عنصر X بیشتر از سایر عناصر است.
- (۱) ب، پ و ت (۲) ب و ت (۳) آ، ب و پ (۴) آ و ت

۷۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- خواص ماده با نوع عنصرهای سازنده آن ارتباط دارد و افزودن مواد به یکدیگر می‌تواند سبب بهبود خواص شود.
- با وجود اینکه همه مواد ساختگی و طبیعی از کره زمین به دست می‌آید، جرم کل مواد در کره زمین به تقریب ثابت است.
- بیشتر عنصرهای جدول دوره‌های چکش خوار و رسانا هستند و همچنین سطح آنها براق است.
- در یک دوره از چپ به راست خاصیت نافلزی افزایش یافته و S موجود در طبیعت نسبت به P موجود در طبیعت واکنش پذیری بیشتری دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۳- عبارت بیان شده در کدام گزینه در ارتباط با عناصر گروه ۱۴ جدول تناوبی نادرست است؟

- (۱) نخستین عنصر این گروه دارای سطح تیره است و پس از گاز نجیب، در میان عناصر دوره دوم کمترین واکنش پذیری را دارد.
(۲) عناصر این گروه شامل فلز، نافلز و شبه‌فلز هستند که همگی دارای رسانایی جریان الکتریسیته می‌باشند.
(۳) نخستین شبه‌فلز این گروه بر خلاف عنصری که در لایه ظرفیت خود دارای زیرلایه $5p^2$ است، رسانای گرما است.
(۴) عناصر موجود در دوره‌های ۲ تا ۴ این گروه، در اثر ضربه خرد می‌شوند و در واکنش‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

محل انجام محاسبه

۷۷- عبارت بیان شده در کدام گزینه از نظر درستی و نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

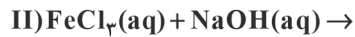
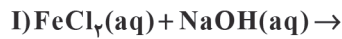
(۱) تنها فلزی که به شکل رگه‌ها یا کلوخه‌های زرد رنگ لابه‌لای خاک یافت می‌شود، نرم و چکش‌خوار است و واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

(۲) فلز حاصل از واکنش ترمیت، همواره در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

(۳) واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز از جمله واکنش‌هایی است که در فرایند تهیه سوخت سبز رخ می‌دهد.

(۴) کاتیون حاصل از اغلب فلزات واسطه برخلاف فلزات اصلی به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد.

۷۸- با توجه به معادله واکنش‌های داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



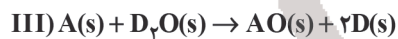
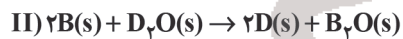
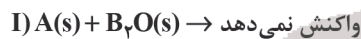
(۱) برای شناسایی یون‌های آهن موجود در یک محلول، می‌توان از یون هیدروکسید استفاده کرد.

(۲) محلول آهن (III) کلرید مصرفی در واکنش (II) زرد رنگ است.

(۳) رسوب حاصل از واکنش (II) قرمز رنگ است و به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

(۴) به ازای مصرف NaOH یکسان در هر یک از دو واکنش، مقدار مول رسوب تولیدی در واکنش (I) بیشتر از واکنش (II) است.

۷۹- با توجه به معادله واکنش‌های فرضی داده شده، عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟



(۱) مقایسه واکنش‌پذیری عناصر به صورت: $B > A > D$ است.

(۲) اگر B عنصر سدیم باشد، A و D به ترتیب می‌توانند عناصر نقره و روی باشند.

(۳) استخراج فلز B نسبت به سایر فلزها دشوارتر است.

(۴) در واکنش‌های (II) و (III)، واکنش‌پذیری و پایداری فرآورده‌ها به ترتیب از واکنش‌دهنده‌ها کمتر و بیشتر است.

۸۰- آهن در طبیعت به صورت کانه هماتیت یافت می‌شود. اگر درصد خلوص این کانه برابر ۷۵ درصد باشد، با استفاده از ۷۲ کیلوگرم از این

کانه، چند کیلوگرم فلز آهن خالص می‌توان تهیه کرد؟

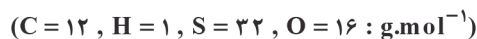
($\text{Fe} = 56, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

۶۷/۲ (۱) ۵۴ (۲) ۴۸/۱ (۳) ۳۷/۸ (۴)

۸۱- از سوختن کامل مخلوطی از گاز متان ناخالص و گاز اکسیژن خالص به جرم ۱۷/۸ گرم، ۱۱ لیتر گاز CO_2 با چگالی 0.8 g.L^{-1} تولید

شده است. درصد خلوص گاز متان اولیه برابر کدام است و اگر H_2O تولیدی در این واکنش با مقدار کافی SO_3 وارد واکنش شود و

تولید ۳۷/۲۴ گرم اسید H_2SO_4 کند، بازده فرایند تولید اسید برابر کدام است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید)



۹۲ - ۶۴ (۱) ۹۲ - ۷۲ (۲) ۹۵ - ۷۲ (۳) ۹۵ - ۶۴ (۴)

محل انجام محاسبه

۸۲- در اثر تجزیه m گرم پتاسیم نیترات مطابق واکنش زیر با بازدهی ۶۰ درصد، $(m + ۵)$ گرم فراورده جامد با خلوص ۵۰ درصد تهیه می‌شود، m برابر کدام است؟

($K = ۳۹$, $O = ۱۶$, $N = ۱۴$: g.mol^{-1})



۳۶۰ (۴)

۵۰۵ (۳)

۲۵۵ (۲)

۴۸۰ (۱)

۸۳- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

● در اعماق دریا کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از عناصر واسطه گروه‌های هفتم تا یازدهم در دوره چهارم جدول دوره‌ای یافت می‌شود.

● غلظت منابع فلزی موجود در کف اقیانوس‌ها کمتر از ذخایر زمینی آنها است.

● بازده فرایند استخراج فلزات که منابعی تجدیدپذیر محسوب می‌شوند، از سنگ معدن آنها، پایین است.

● با توجه به شکل زیر، فرایند x ، ردپای CO_2 و سرعت گرمایش جهانی را کاهش داده و به توسعه پایدار کشور کمک می‌کند.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۴- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز.....

(۱) رنگ کاغذ pH درون محلول‌های آبی، pH تقریبی آنها را نشان می‌دهد.

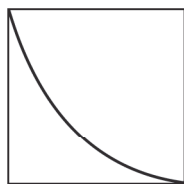
(۲) بیشترین $[\text{H}^+]$ در محلول‌های آبی و در دمای اتاق برابر یک مولار می‌باشد.

(۳) شیر ترش شده برخلاف آب گازدار خاصیت اسیدی دارد.

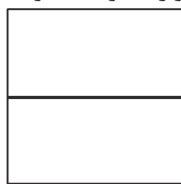
(۴) در محلول‌هایی که در آنها رابطه: $[\text{H}^+] = [\text{OH}^-]$ برقرار است، کاغذ pH تغییر رنگ نمی‌دهد.

محل انجام محاسبه

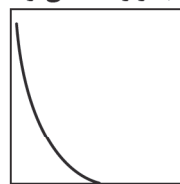
۸۵- نمودارهای (۱) تا (۳) به ترتیب از راست می‌تواند بیانگر موارد ذکر شده در کدام گزینه باشد؟



(۱)



(۲)



(۳)

(۱) pH محلول آبی بر حسب $[H^+]$ - $[OH^-] \times [H^+]$ بر حسب دمای محلول - $[OH^-]$ بر حسب $[H^+]$ در محلول‌های آبی در دمای اتاق

(۲) $[OH^-]$ بر حسب $[H^+]$ در محلول‌های آبی در دمای اتاق - $[OH^-] \times [H^+]$ بر حسب حجم محلول - pH محلول آبی بر حسب $[OH^-]$

(۳) $[OH^-]$ بر حسب $[H^+]$ در محلول‌های آبی در دمای اتاق - $[OH^-] \times [H^+]$ بر حسب حجم محلول - pH محلول آبی بر حسب $[H^+]$

(۴) $[OH^-]$ بر حسب $[H^+]$ در محلول‌های آبی در دمای اتاق - $[OH^-] \times [H^+]$ بر حسب دمای محلول - pH محلول آبی بر حسب $[H^+]$

۸۶- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- محلول یک مولار اغلب اسیدهای شناخته شده pH برابر صفر دارد.
- در خاکی که غلظت یون هیدرونیوم 4×10^{-4} برابر غلظت یون هیدروکسید است، گل ادریسی به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.
- همواره برای آب و محلول‌های آبی رابطه $[OH^-][H^+] = 10^{-14} \text{ mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$ برقرار است.
- در محلول آمونیاک مقایسه غلظت به صورت $[NH_4^+] < [NH_3]$ برقرار است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۸۷- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) واکنش $H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_2O(l)$ ، مبنایی برای کاربرد شوینده‌ها و پاک‌کننده‌ها است.
- (۲) در اثر واکنش محلول HCl با مواد بازی که سبب گرفتگی لوله‌ها می‌شود، فرآورده‌های محلول در آب یا جامد تولید می‌شود.
- (۳) هیدروکسید نخستین فلز گروه ۱۳ جدول تناوبی ماده‌ای مؤثر در افزایش pH معده است.
- (۴) در بدن انسان بالغ روزانه ۲ تا ۳ لیتر شیره معده با غلظت 3×10^{-3} مولار ترشح می‌شود.

۸۸- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- لوله‌بازکن محلول هیدروکسید نخستین فلز گروه اول جدول تناوبی است.
- کاتیون نمک حاصل از واکنش میان اسیدها و بازها متعلق به اسید و آنیون آن متعلق به باز است.
- در اثر واکنش ماده مؤثر در رایج‌ترین ضداسید با اسید معده، مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها برابر است.
- سدیم هیدروژن کربنات ماده‌ای است که برای افزایش قدرت پاک کردن چربی‌ها به شوینده‌ها افزوده می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبه

۸۹- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (آ) خاصیت اسیدی محلول براساس $[H^+]$ بررسی می‌شود و در نتیجه محلول‌های اسیدی فاقد یون هیدروکسید هستند.
 (ب) در محلول با بیشترین خاصیت بازی در دمای اتاق، غلظت یون هیدرونیوم 10^{-14} برابر غلظت یون هیدروکسید است.
 (پ) پتانس سوزآور خورنده بوده و محلول مولار آن دارای $pH = 14$ است.
 (ت) pH آب خالص در دمای $0^\circ C$ ، برابر $6/2$ است، در نتیجه این آب اسیدی است.

(۱) آ و ت (۲) ب و پ (۳) آ و ب (۴) ب و ت

۹۰- ۴ گرم سدیم هیدروکسید و ۱۰ گرم گاز هیدروژن فلوئورید را به طور مجزا در یک لیتر آب خالص حل می‌کنیم. اگر pH دو محلول حاصل به اندازه $10/3$ واحد با هم تفاوت داشته باشد، K_a محلول هیدروفلوئوریک در شرایط مورد نظر کدام است؟

($Na = 23, O = 16, H = 1, F = 19 : g.mol^{-1}$)

(۱) 5×10^{-6} (۲) 4×10^{-6} (۳) $1/25 \times 10^{-5}$ (۴) 8×10^{-6}

۹۱- در محلول $0/2$ مولار باز یک ظرفیتی AOH در دمای $25^\circ C$ ، غلظت یون هیدروکسید 40000 برابر غلظت یون هیدرونیوم است. به ترتیب از راست به چپ، pH و ثابت یونش این محلول برابر کدام است؟

(۱) $9/3 - 10^{-8}$ (۲) $10/4 - 10^{-8}$ (۳) $9/3 - 10^{-7}$ (۴) $10/4 - 10^{-7}$

۹۲- برای اینکه pH آب خالص از ۷ به ۳ برسد، به هر لیتر آن $16/2$ میلی‌گرم هیدروبرمیک اسید و m میلی‌گرم نیتریک اسید اضافه شده

است. m برابر کدام است؟ ($H = 1, Br = 80, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۶۳ (۲) $50/4$ (۳) $48/2$ (۴) $36/5$

۹۳- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) شیشه‌پاک‌کن حاوی ماده‌ای است که در آب به طور عمده به شکل مولکولی حل می‌شود.
 (۲) فراورده حاصل از واکنش لوله‌بازکن با اسیدهای چرب، خود نوعی پاک‌کننده است.
 (۳) اگر محلول‌های HCl و HF در دمای یکسان، pH برابر داشته باشند، غلظت اولیه محلول HF نسبت به HCl قطعاً بیشتر است.
 (۴) با افزودن اندکی HCl به محلول باز ضعیف BOH ، ثابت یونش باز افزایش می‌یابد.

۹۴- برای تهیه 500 میلی‌لیتر محلول دارای $pH = 12$ ، چند میلی‌گرم K_2O 94 درصد خالص باید به $0/5$ لیتر آب اضافه شود و برای خنثی

کردن کامل این محلول چند میلی‌لیتر محلول HCl $7/3$ درصد جرمی لازم است؟ (چگالی محلول اسید را $1/25 g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید و از کاهش حجم آب، صرف‌نظر کنید.)

($K = 39, Cl = 35/5, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)

(۱) $1/8 - 250$ (۲) $2 - 220$ (۳) $2 - 250$ (۴) $1/8 - 220$

۹۵- به V میلی‌لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = 2$ مقدار $2V$ میلی‌لیتر محلول $0/5$ مولار باریم هیدروکسید در دمای اتاق اضافه

می‌کنیم. pH محلول حاصل کدام است؟ ($\log 19 \approx 1/3, \log 3 \approx 0/5$)

(۱) $13/3$ (۲) $4/3$ (۳) $10/7$ (۴) $12/8$



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۵
۱۲ آبان ۱۴۰۲

دوازدهم
ریاضی

پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	سجاد دواطلب - سینا پرهیزکار	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمدبیگی	مهرداد شریف - نیما اشرف نیا
۳	گسسته	رضا توکلی	سوگند روشنی - مسعود طایفه	داریوش امیری - نیما اشرف نیا
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	نصرالله افاضل - مهدی داداشی	محمد رضا خادمی - سینا پرهیزکار
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - هادی مهدی زاده	محمد مهدی صوفیان - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
 زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



حسابان

۱. گزینه ۲ صحیح است.

$$O(0, 0) \in f^{-1} \Rightarrow O(0, 0) \in f \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{4}\right)^1 = 0 \Rightarrow 2a + b = 0$$

$$A(2, -1) \in f^{-1} \Rightarrow A'(-1, 2) \in f$$

$$f(-1) = 2 \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{4}\right)^2 = 2 \Rightarrow a + \frac{b}{4} = 2$$

$$\begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + \frac{b}{4} = 2 \end{cases} \Rightarrow 2a = -b \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$f(x) = 4 - 8\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x} \Rightarrow f(x) = 4 - 8 \times 2^{x-1}$$

$$f^{-1}(2) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 2 \Rightarrow 4 - 8 \times 2^{\alpha-1} = 2$$

$$\Rightarrow 8 \times 2^{\alpha-1} = 2 \Rightarrow 2^{\alpha-1} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow \alpha = -2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

۲. گزینه ۲ صحیح است.

$$\log_2(\delta + \delta^x) = x + \log_2 \delta = \log_2 \delta^x + \log_2 \delta = \log_2(\delta \times \delta^x)$$

$$\Rightarrow \delta + \delta^x = \delta \times \delta^x \Rightarrow \delta^x - \delta \times \delta^x + \delta = 0$$

$$\Rightarrow (\delta^x - 1)(\delta^x - \delta) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \delta^x - 1 = 0 \Rightarrow \delta^x = 1 \Rightarrow x = 0 \\ \delta^x - \delta = 0 \Rightarrow \delta^x = \delta \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{0 + 2}{1 - 0} = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۰)

۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$y = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 1 \Rightarrow x_D = y_A = 1$$

$$y = 1 \Rightarrow \log_2(2x - 2) = 1 \Rightarrow 2x - 2 = 2 \Rightarrow x_B = x_C = \frac{4}{2}$$

$$S = \frac{\left(\frac{4}{2} - 1\right) + \frac{4}{2}}{2} \times 1 = \frac{5}{6}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{4} \times 2^x + 2 \times 2^x = \frac{5}{4} \times 2^x = 5 \times 2^{x-1}$$

$$\text{وارون: } x = 5 \times 2^{y-1} \Rightarrow y - 1 = \log_2 \frac{x}{5} \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \log_2 \frac{x}{5}$$

$$\Rightarrow 1 + \log_2 \frac{x}{5} = a + \log_2(bx)$$

$$\Rightarrow 2^a \times b = \frac{x}{5} = \frac{1}{5} x$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۵. گزینه ۲ صحیح است.

چون $\log_b a = m$ آنگاه $a = b^m$ پس عبارت $\log_{ab} a^m b^2$ را ساده

$$\log_{b^m \times b} b^m \cdot b^2 = \log_{b^{m+1}} b^{m+2} = \frac{m+2}{m+1} \quad \text{می‌کنیم.}$$

$$\Rightarrow k = \frac{m+2}{m+1} = 2 - \frac{1}{m+1} \quad m > 0$$

$$2 - \frac{1}{m+1} < 2 \Rightarrow [k] = 2$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۶)

۶. گزینه ۱ صحیح است.

نقطه برخورد خط با محور xها:

$$\begin{cases} 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \\ x = 0 \Rightarrow f(0) = 1 \end{cases}$$

خط d از نقاط $(0, 1)$ و $(-\frac{1}{4}, 0)$ عبور می‌کند پس معادله آن به صورت $y = 2x + 1$ است.

$$\text{تقاطع: } 2x + 1 = \log_2(4x + 2)$$

$$\Rightarrow 2^{2x+1} = 4x + 2 \Rightarrow 2^{2x+2} = (4x + 2)^2 \Rightarrow 4x + 2 = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۴)

۷. گزینه ۳ صحیح است.

$$v\alpha = \alpha(1, 1/2)^n \Rightarrow \log_{1,1/2} v = n$$

$$n = \frac{\log v}{\log 1,1/2} = \frac{\log v}{\log 1,1/2 - 2} = \frac{\frac{\Delta 5}{100}}{4 \log 2 + \log v - 2}$$

$$n = \frac{\frac{\Delta 5}{100}}{\frac{120}{100} + \frac{\Delta 5}{100} - \frac{200}{100}} = \frac{\Delta 5}{5} = 17$$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۸. گزینه ۳ صحیح است.

$$3a = \frac{\pi}{4} - 6b \Rightarrow 3a + 6b = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \tan(3a + 6b) = \tan\left(a + \frac{\pi}{4}\right) = 2 \Rightarrow \frac{1 + \tan a}{1 - \tan a} = 2 \Rightarrow \tan a = \frac{1}{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

شیب خط AB برابر -4 و شیب خط AC برابر $-\frac{3}{5}$ است.

$$\tan \alpha = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{-4 + \frac{3}{5}}{1 + \frac{12}{5}} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$\cot(2\alpha - \frac{\pi}{8}) = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = \tan \frac{\pi}{8}$$

$$= \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{1 + \cos \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۳)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\cos 2x}{\sin 2x} \Rightarrow \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cot 2x$$

$$\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Rightarrow x + \frac{\pi}{3} = k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{18} \quad k \in \mathbb{Z}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۱. گزینه ۲ صحیح است.

مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} = 8$$

$$8 \sin^2 x \cdot \cos^2 x = 1 \Rightarrow 2 \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

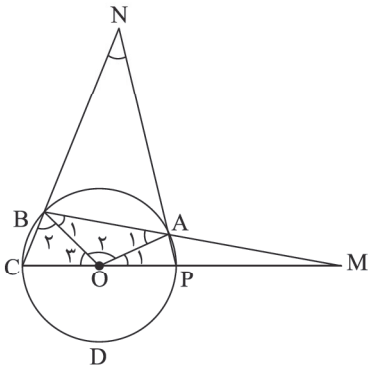
$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = 2\pi \Rightarrow \text{نسبت} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{8}} = 16$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۷)



۱۷. گزینه ۱ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} \widehat{BMC} &= 10^\circ \\ MA = OA = R \Rightarrow \widehat{OAM} & \text{ متساوی الساقین} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{O_1} = 10^\circ$$

$$\widehat{OAM}: \widehat{A_1} = \widehat{O_1} + \widehat{BMC} = 10^\circ + 10^\circ = 20^\circ$$

$$OA = OB = R \Rightarrow \widehat{B_1} = 20^\circ$$

$$\widehat{OBM}: \widehat{O_2} = \widehat{B_1} + \widehat{BMC} = 20^\circ + 10^\circ = 30^\circ$$

$$OB = OC = R \Rightarrow \widehat{B_2} = \widehat{B_1} = 20^\circ$$

$$\widehat{OCB} = 180^\circ - 30^\circ - 20^\circ = 130^\circ$$

$$\widehat{O_2} = \widehat{AB} = 180^\circ - (\widehat{O_1} + \widehat{O_2}) = 180^\circ - (10^\circ + 30^\circ) = 140^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ$$

$$\widehat{N}: \widehat{N} = \frac{\widehat{PDC} - \widehat{AB}}{2} = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$\frac{\widehat{BCM}}{\widehat{N}} = \frac{75^\circ}{20^\circ} = \frac{15}{4}$$

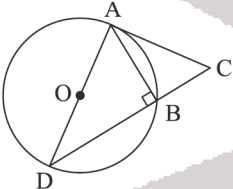
(هندسه یازدهم، صفحه ۱۷)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.

با استفاده از رابطه طولی در دایره می نویسیم:

$$CA^2 = CB \times CD \xrightarrow{AC = \sqrt{2}BC} 3BC^2 = BC \times 6 \Rightarrow BC = 2$$

$$\Rightarrow BD = 4$$



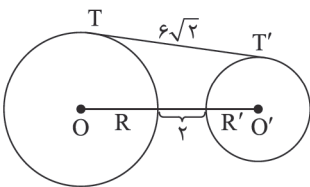
از طرف دیگر قطر AD بر مماس AC در نقطه A عمود است. پس مثلث ADC قائم الزاویه است.

در ضمن زاویه B محاطی روبه رو به قطر بوده پس قائمه است. بنابراین:

$$AB^2 = BD \times BC = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

۱۹. گزینه ۱ صحیح است.



می دانیم طول مماس مشترک خارجی برابر است با:

$$TT' = \sqrt{(OO')^2 - (R - R')^2}$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{2} = \sqrt{(OO')^2 - (R - R')^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 72 = OO'^2 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow (OO')^2 = 81$$

$$OO' = 9 \Rightarrow R + R' + 2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} R + R' = 7 \\ R - R' = 3 \end{cases} \Rightarrow R = 5, R' = 2$$

$$\frac{R}{R'} = \frac{5}{2} = 2,5$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۱)

۱۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} + \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = 1 \quad \tan x = A$$

$$\frac{2A}{1 - A^2} + \frac{1 + A}{1 - A} = 1 \Rightarrow \frac{2A + A^2 + 2A + 1}{1 - A^2} = 1$$

$$4A + A^2 + 1 = 1 - A^2 \Rightarrow 4A + 2A^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ A = -2 \end{cases}$$

$$A = 0 \Rightarrow \tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \text{جواب } 2: 0, \pi, 2\pi$$

$$A = -2 \Rightarrow \tan x = -2 \Rightarrow \text{جواب } 2$$

پس در کل ۵ جواب در بازه $[0, 2\pi]$ داریم.

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۳. گزینه ۴ صحیح است.

تابع در همسایگی راست مبدأ نزولی اکید است پس $a < 0$ و

$$y = 0 \Rightarrow \cos(ax + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$ax + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{5\pi}{3}$$

$$ax = 0, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{6\pi}{3}$$

$$x = 0, -\frac{2\pi}{3a}, -\frac{6\pi}{3a} \Rightarrow AB = |x_B - x_A| \Rightarrow AB = \left| \frac{-6\pi}{3a} + \frac{2\pi}{3a} \right|$$

$$\Rightarrow \left| \frac{4\pi}{3a} \right| = \frac{\pi}{3} \Rightarrow (|a| = 4, a < 0) \Rightarrow a = -4$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۳۸)

۱۴. گزینه ۳ صحیح است.

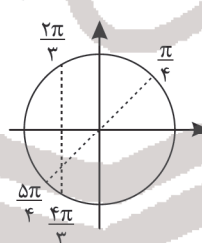
$$2(\sin x - \cos x) = 1 - \tan x \Rightarrow 2(\sin x - \cos x) = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x}$$

$$\begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \tan x = 1 \\ \frac{1}{\cos x} = -2 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

اگر جوابها را بر روی دایره مثلثاتی مشخص کنیم، داریم:

بیشترین فاصله $\frac{\pi}{4}$ تا $-\frac{7\pi}{3}$ است یعنی

$$\max \text{ فاصله} = \frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{3} = \frac{11\pi}{12}$$



(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۴)

۱۵. گزینه ۴ صحیح است.

$$\begin{cases} AB = a = \tan \alpha \Rightarrow 2 \tan \alpha = 2 \sin 2\alpha \\ DC = b = \sin 2\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha} = 4 \sin \alpha \cos \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۴۲)

هندسه

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا اندازه زاویه ای کمان CD را به دست می آوریم.

$$\widehat{C}: \widehat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow 25^\circ = \frac{\widehat{AB}}{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 50^\circ$$

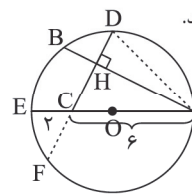
$$85^\circ = \frac{\widehat{CD} + \widehat{AB}}{2} \Rightarrow 170^\circ = \widehat{CD} + 50^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 120^\circ$$

$$\text{طول کمان CD} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi R = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \left(\frac{4}{\pi}\right) = \frac{8}{3}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۲)



۲۰. گزینه ۴ صحیح است.



نیم دایره را کامل کرده، یک دایره به وجود می آید.
پاره خط CD را امتداد داده تا دایره را
در F قطع کند.

با توجه به اعداد داده شده قطر دایره برابر ۸
و شعاع ۴ است.

$$DH = CH = \frac{1}{2}R = \frac{1}{2}(4) = 2$$

بنابراین:

از طرفی چون AH عمود منصف DC است، پس:

$$\triangle DHA : AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \quad (1)$$

برای نقطه C رابطه طولی در دایره ها را می نویسیم.

$$DC \times FC = EC \times AC \Rightarrow 4 \times y = 2 \times 6 \Rightarrow y = 2 \quad (2)$$

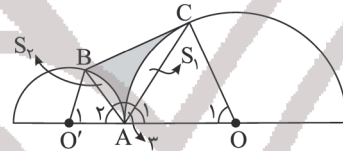
حال رابطه طولی برای نقطه H می نویسیم.

$$DH \times HF = BH \times AH \xrightarrow{(1), (2)} 2 \times (2 + 2) = x \times 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{2\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{5}{4}\sqrt{2}$$

(هندسه یازدهم، صفحه های ۱۸ و ۲۳)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.



متساوی الاضلاع $\triangle AOC \Rightarrow OA = OC = AC = R$

پس $\hat{O}_1 = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ و به طریق مشابه $\hat{O}'_1 = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$

می دانیم مساحت مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a برابر است با: $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

از طرفی $\hat{A}_r = 180^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{A}_r) = 60^\circ$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \quad (1)$$

$$S_1 = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{4}{2})^2 \quad (2)$$

$$S_r = S_{\triangle AOB'} - S_{\triangle AOB'} = \frac{1}{2}(\frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{4}{2})^2 \quad (3)$$

از رابطه های (۱) و (۲) و (۳) مساحت رنگ شده به دست می آید.

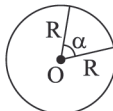
$$S_{\text{رنگ شده}} = S_{\triangle ABC} - (S_1 + S_r)$$

$$= 4\sqrt{3} - \left(\frac{1}{2}(\frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{4}{2})^2 + \frac{1}{2}(\frac{\pi}{3}) - \frac{\sqrt{3}}{4}(\frac{4}{2})^2 \right)$$

$$= 4\sqrt{3} - \left(\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3} \right) = 2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

دقت! مساحت قطاع به شعاع R و زاویه α (رادیان)

برابر است با: $\frac{1}{2}R^2\alpha$



(هندسه یازدهم، صفحه ۲۳)

۲۲. گزینه ۲ صحیح است.

در معادله دایره ضرایب x^2 و y^2 برابرند پس $m = -2$ است. بنابراین
معادله دایره به صورت زیر است:

$$2x^2 + 2y^2 + 2x - 2y = 3 \xrightarrow{+2} x^2 + y^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y - \frac{3}{2} = 0$$

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{9}{4} + 6} = \frac{\sqrt{42}}{2} = \frac{\sqrt{42}}{2}$$

پس: مساحت دایره $= \pi R^2 = \pi \times \frac{42}{4} = \frac{21}{2}\pi$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۲)

۲۳. گزینه ۳ صحیح است.

فاصله مرکز O تا خط مماس برابر شعاع دایره است. پس:

$$\text{فاصله } O \text{ تا خط} = \frac{|4 + 6 + 5|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\text{معادله دایره: } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$$

$$\xrightarrow{\text{برخورد با محور } y} \Rightarrow 1 + (y-2)^2 = 9$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} y-2 = 2\sqrt{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} + 2 \\ y-2 = -2\sqrt{2} \Rightarrow y = -2\sqrt{2} + 2 \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۴. گزینه ۱ صحیح است.

شیب خط مماس در نقطه A، عکس و قرینه شیب OA است.

$$m_{OA} = \frac{y+2}{5-2} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow \text{شیب خط مماس} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{معادله خط مماس: } (y-7) = -\frac{1}{3}(x-5)$$

$$\xrightarrow{\text{برخورد با محور } x} -7 = -\frac{1}{3}(x-5)$$

$$\Rightarrow (x-5) = 21 \Rightarrow x = 26$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۵)

۲۵. گزینه ۱ صحیح است.

توجه کنید!

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{5+1}{3-2} = 6 \\ m_{AC} &= \frac{6+1}{-3-2} = -\frac{7}{5} \\ m_{BC} &= \frac{6-5}{-3-3} = -\frac{1}{6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{m_{BC}} \Rightarrow AB \perp BC$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

بنابراین مثلث ABC در رأس B قائمه است. بنابراین AC قطر دایره
گذرنده از نقاط A و B و C است. بنابراین:

$$O = \frac{A+C}{2} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right), R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{25+49}}{2} = \frac{\sqrt{74}}{2}$$

در نتیجه معادله دایره به صورت زیر است:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{74}{4}$$

نقطه D در معادله این دایره صدق می کند.

$$\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{74}{4} \Rightarrow \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} = \frac{74}{4}$$

$$\Rightarrow \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow a + \frac{1}{2} = \pm \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow a = 3 \\ a + \frac{1}{2} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

مجموع مقادیر ممکن برای a برابر -1 است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۶. گزینه ۱ صحیح است.

ابتدا باید معادله دایره را بنویسیم. وقتی معادله قطره های دایره داده
شده، به ازای دو m مختلف می توان مرکز دایره را پیدا کرد.

$$(m-2)x + my - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=0 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \\ m=2 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

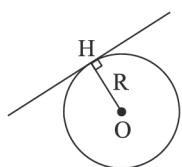
مرکز دایره: $O(-2, 2)$

خط $6x + 8y + 6 = 0$ بر دایره مماس

است، پس:

$$R = \frac{|-12 + 16 + 6|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\text{معادله دایره: } (x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$$





ریاضیات گسسته

بنابراین:

۲۹. گزینه ۲ صحیح است.

ابتدا حروف a و i را در یک ردیف می‌چینیم و با توجه به
 i, i, i, a, a, a این کار به $\frac{6!}{3!3!}$ امکان پذیر است و در نهایت هفت
 جای خالی برای حروف b, d و n وجود دارد که سه تای آنها را انتخاب
 کرده و جایگشت سه حرف را نیز حساب می‌کنیم.

$$\frac{6!}{3!3!} \times \binom{7}{3} \times 3! = 20 \times 35 \times 6 = 4200$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۰. گزینه ۱ صحیح است.

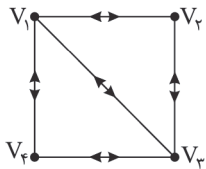
چون دقیقاً دو رشته ورزشی مطلوب است ابتدا ۲ رشته را انتخاب می‌کنیم و
 سپس از یک رشته دو نفر و از رشته دیگر ۱ نفر انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{6}{2} \binom{6}{2} \binom{6}{1} \times 2! = 15 \times 15 \times 12 = 2700$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۱. گزینه ۴ صحیح است.

گراف جهت‌دار در صورت سوال به صورت زیر است:



(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۴)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

گراف داده‌شده، گرافی ۲-منتظم از مرتبه ۵ است که به صورت زیر می‌باشد.



برای زیرگراف از مرتبه ۴ ابتدا ۴ رأس را انتخاب می‌کنیم: $\binom{5}{4} = 5$
 و هر یالی که بین این ۴ رأس است (۳ یال) حالت انتخاب دارد:

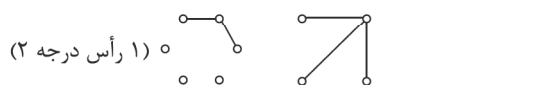
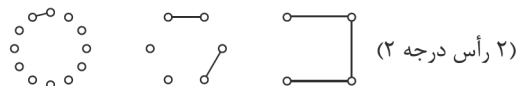
$$5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

۳۳. گزینه ۴ صحیح است.

این گراف به یکی از صورت‌های زیر است:

P	۱۲	۶	۴
q	۱	۲	۳



(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۲)

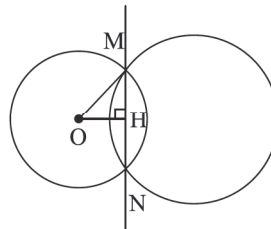
$$f(x, y) = (x+2)^2 + (y-2)^2 - 1$$

$$\Rightarrow f(0, 0) = 4 + 4 - 1 > 0 \text{ دایره بیرون دایره}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۶)

۲۷. گزینه ۳ صحیح است.

ابتدا با مساوی قرار دادن
 معادله‌های دو دایره معادله وتر
 مشترک آنها را پیدا می‌کنیم.



$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 14 = x^2 + y^2 + x + 2y - 11 \Rightarrow 3x + 4y + 3 = 0$$

اکنون طول وتر مشترک MN را به دست می‌آوریم.

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 14 = 0 \Rightarrow O(1, 1), R = \frac{\sqrt{4+4+56}}{2} = 4$$

$$OH = \frac{|3+4+3|}{\sqrt{9+16}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Delta OMH: MH^2 = OM^2 - OH^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow MH = 2\sqrt{3}$$

بنابراین:

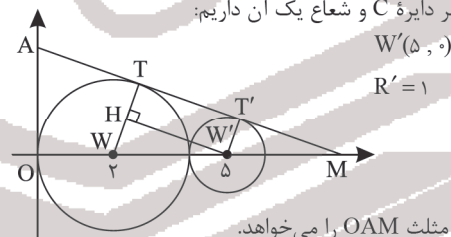
$$MN = 2MH = 4\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$C: x^2 + y^2 - 4x = 0 \Rightarrow W(2, 0), R = \frac{\sqrt{4^2 + 0}}{2} = 2$$

با رسم شکل می‌توان مرکز دایره C' را به دست آورد. با توجه به مماس
 بودن دایره C' بر دایره C و شعاع یک آن داریم:



مسأله، مساحت مثلث OAM را می‌خواهد.

$$WT \parallel W'T' \xrightarrow{\text{تالس جزء به کل}} \frac{W'M}{WM} = \frac{W'T'}{WT} \Rightarrow \frac{W'M}{W'M+2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2W'M = W'M + 2 \Rightarrow W'M = 2 \Rightarrow OM = 2 + 5 = 8 \quad (1)$$

از W' بر WT عمود می‌کنیم پس: $WH = 2 - 1 = 1$. از طرفی طول
 مماس مشترک خارجی:

$$TT' = \sqrt{(WW')^2 - (R - R')^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2} \Rightarrow W'H = 2\sqrt{2}$$

$$\Delta WHW' (H = 90^\circ): \tan(\widehat{HW'W}) = \frac{WH}{W'H} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

با توجه به اینکه W'H با TT' موازی است، پس:

$$\widehat{AMO} = \widehat{HW'W}$$

$$\tan \widehat{AMO} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \Delta OAM (O = 90^\circ): \tan \widehat{AMO} = \frac{OA}{OM}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{OA}{8} \Rightarrow OA = \frac{8}{2\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

بنابراین مساحت مثلث OAM برابر است با:

$$S_{\Delta OAM} = \frac{OA \times OM}{2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{2}} \times 8}{2} = \frac{16}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 8\sqrt{2}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ و ۴۶)



$$q_{\min} : \frac{7 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3}{1} \Rightarrow q_{\min}(G) = 14$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{8}{2} - 14 = 14$$

$$q_{\max}(G) + q_{\max}(\bar{G}) = 24 + 14 = 38 \quad \text{پس:}$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۲)

۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{می دانیم } q \leq \delta + \binom{p-1}{2} \text{ پس داریم:}$$

$$39 \leq \delta + \binom{p-1}{2} \Rightarrow \binom{p-1}{2} \geq 34 \Rightarrow p-1 \geq 9 \Rightarrow p \geq 10$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

فیزیک

۴۱. گزینه ۱ صحیح است.

الف) درست، طبق رابطه $\vec{F}_{\text{net}} = m\vec{a}_{\text{av}} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ ، نیروی خالص متوسط در جهت $\Delta \vec{v}$ است.

ب) نادرست، نیروی پیش‌ران موشک، عکس‌العمل نیرویی است که از طرف موشک به گازهای خروجی از انتهای آن وارد می‌شود.

ج) نادرست، در هنگام راه رفتن نیروی اصطکاک بین جسم و سطح ایستایی است.

د) نادرست، جسم لزوماً در جهت نیروی برآیند حرکت نمی‌کند، مثلاً در ترمز کردن اتومبیل، جهت حرکت اتومبیل رو به جلو و برآیند نیروها (اصطکاک) رو به عقب است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵)

۴۲. گزینه ۳ صحیح است.

روش اول: گام اول: با توجه به اینکه شیب نمودار نیروی کشسانی بر حسب طول (یا بر حسب تغییر طول) فنر برابر ثابت فنر است، ثابت فنرها را حساب می‌کنیم:

$$F = kx \Rightarrow k_A = \frac{20}{60-50} = 2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$k_B = \frac{20}{65-60} = 4 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

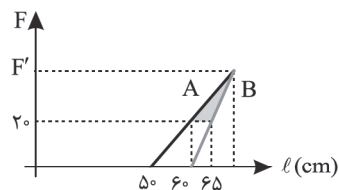
گام دوم: اکنون از رابطه $F = k(l-l_0)$ استفاده می‌کنیم و به ازای طول نهایی و وزنه یکسان برای آنها، جرم وزنه را حساب می‌کنیم:

$$mg = 2(l_A - 50) \Rightarrow l_A = \frac{mg + 100}{2}$$

$$mg = 4(l_B - 60) \Rightarrow l_B = \frac{mg + 240}{4}$$

$$l_A = l_B \Rightarrow \frac{mg + 100}{2} = \frac{mg + 240}{4} \xrightarrow{g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} m = 4 \text{ kg}$$

روش دوم: نمودارها را ادامه می‌دهیم تا یکدیگر را قطع کنند. از تشابه مثلث هاشورخورده با مثلث بزرگ می‌توان نوشت:



$$\frac{F'}{F' - 20} = \frac{60 - 50}{65 - 60} \Rightarrow F' = 40 \text{ N} \Rightarrow F' = mg = 40 \text{ N} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

روش سوم: چون به ازای هر 10 cm و طول 20 N در A ، و طول 5 cm در B ، 40 N در B ، برای اینکه اختلاف طول آنها (یعنی 10 cm) به صفر برسد، باید $40 = 2 \times 20$ نیوتون به هر یک از فنرها وارد شود.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۳۴. گزینه ۲ صحیح است.

گراف منتظم است و از طرفی ۱۲ یال دارد.

$$\sum N(V_i) = 2q = 24 \Rightarrow q = 12$$

در هر گراف منتظم $2q - 24$ در نتیجه $2p - 24$ و p و r می‌توانند عددهای زیر باشند:

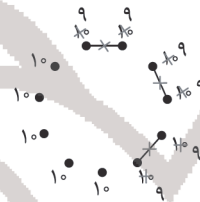
r	p
۱	۲۴
۲	۱۲
۳	۸
۴	۶

در نتیجه حداقل رئوس گراف $p = 6$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۵ و ۳۷)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

گراف کامل مرتبه ۱۱ همواره $q = \frac{11 \times 10}{2} = 55$ یال دارد. در نتیجه گراف مطلوب سوال، گراف کاملی است که ۳ یال آن حذف شده است و با توجه به $\Delta = \delta + 1$ ، کمترین و بیشترین درجه دو عدد متوالی هستند و فقط رأس‌هایی از درجه ۹ و ۱۰ داریم:



(ریاضیات گسسته، صفحه ۳۸)

۳۶. گزینه ۳ صحیح است.

تعریف گفته شده در صورت سوال، تعریف گراف کامل است و با توجه به اینکه حاصلضرب مرتبه و اندازه آن 50 است، گراف کامل مرتبه ۵ با 10 یال است و $p + q = 15$ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۳۷. گزینه ۲ صحیح است.

برای هر ماشین ۲ مسافر انتخاب می‌کنیم $\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}$ اما چون ماشین‌ها یکسان است به $3!$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = \frac{15 \times 6}{3!} = 15$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

۳۸. گزینه ۲ صحیح است.

با ۵ رأس حداکثر $\binom{5}{2} = 10$ یال داریم، پس تعداد گزاره‌ها:

$$\binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} = 56$$

۳۹. گزینه ۳ صحیح است.

چون $\Delta(\bar{G}) = 4$ پس $\delta(G) = 3$ می‌باشد. حال $q_{\max}(G)$ و $q_{\min}(\bar{G})$ را محاسبه می‌کنیم. دنباله درجات گراف G را طوری انتخاب می‌کنیم که حداقل و حداکثر q به دست آید. دقت کنید حداکثر ۳ رأس گراف G می‌تواند از درجه ۷ باشد.

$$q_{\max} : \frac{7 \ 7 \ 7 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 3}{1} \Rightarrow q_{\max}(G) = 24$$

$$\Rightarrow q(\bar{G}) = \binom{8}{2} - 24 = 4$$



گام چهارم: از قانون دوم نیوتون شتاب جسم را حساب می‌کنیم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow 20 - 8 = 4/5 a \Rightarrow a = \frac{12}{4/5} = \frac{15}{1} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

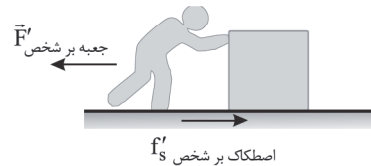
۴۸. گزینه ۱ صحیح است.

چون جعبه ساکن است نیروی خالص وارد بر آن صفر است و داریم:

$$F - f_s = 0 \Rightarrow f_s = 100 \text{ N}$$



چون شخص ساکن است واکنش نیروی شخص بر جعبه نیرویی است که از طرف جعبه بر شخص به طرف چپ وارد می‌شود، پس چون شخص ساکن است، نیروی اصطکاک ایستایی وارد بر شخص باید به طرف راست باشد.



$$F' - f'_s = 0$$

$$F = f'_s \Rightarrow 100 - f'_s = 0 \Rightarrow f'_s = 100 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۴۹. گزینه ۴ صحیح است.

در مدتی که نیروی F بر جسم وارد می‌شود، شتاب جسم را حساب می‌کنیم و همچنین مسافت طی شده را نیز از رابطه $\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t$ حساب می‌کنیم:

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{10 - 0}{3} = \frac{10}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta x = \frac{10 + 0}{2} \times 3 = 15 \text{ m}$$

در این مدت نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند و آن را حساب می‌کنیم:

$$F - f_k = ma \Rightarrow 4 - f_k = 0.3 \times \frac{10}{3} \Rightarrow f_k = 3 \text{ N}$$

گام چهارم: از لحظه‌ای که نیروی F قطع می‌شود، فقط نیروی اصطکاک بر جسم اثر می‌کند و شتاب و مسافت طی شده توسط جسم تا توقف آن را به صورت زیر حساب می‌کنیم:

$$-f_k = ma' \Rightarrow -3 = 0.3 a' \Rightarrow a' = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a' \Delta x' \Rightarrow 0 - 100 = 2(-10) \Delta x'$$

$$\Delta x' = 5 \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = 15 + 5 = 20 \text{ m}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۳)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$\text{حالت اول: } F_{\text{فنر}} = mg \Rightarrow k \times \frac{6}{100} = m \times 10 \Rightarrow m = \frac{6k}{100}$$

$$\text{حالت دوم: } F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{فنر}} - f_k = (m + 0.1) a$$

$$\Rightarrow k \times \frac{4/8}{100} - 0.4 \times (m + 0.1) \times 10 = (m + 0.1) \times 2$$

$$\frac{48k}{1000} - 4(m + 0.1) = 2(m + 0.1) \Rightarrow \frac{48k}{1000} = 6(m + \frac{1}{10})$$

$$\frac{8k}{1000} = \frac{6k}{1000} + \frac{1}{10} \Rightarrow k = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۴۳. گزینه ۱ صحیح است.

در لحظه t_1 چتر باز به تندی حدی رسیده است، پس در لحظه t_1 نیروی مقاومت هوا برابر وزن یعنی 150 N است. چون در لحظه t_1 هم به تندی حدی رسیده است، پس در لحظه t_1 هم نیروی مقاومت هوا 150 N است. در لحظه t_2 چتر باز، چتر خود را باز کرده ولی به تندی حدی نرسیده است، پس در لحظه t_2 نیروی مقاومت هوا از وزن یعنی 150 N بیشتر است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۴۴. گزینه ۱ صحیح است.

چون نردبان ساکن است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر نردبان صفر است. بنابراین برآیند نیروهای دیوار قائم (F_{R1}) ، سطح افقی (F_{R2}) و وزن (mg) صفر است.

$$F_{R1} + F_{R2} + mg = 0 \Rightarrow F_{R1} + F_{R2} = -mg$$

بنابراین برآیند اندازه نیروهایی که سطوح افقی و قائم به نردبان وارد می‌کنند، برابر با وزن نردبان می‌باشد و گزینه ۱ صحیح است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$v = at + v_0 \Rightarrow 6 = 3a + 0 \Rightarrow a = \frac{2 \text{ m}}{\text{s}^2}$$

$$F_{\text{net}} = ma$$

$$(1) F - \mu_k (mg + F) = ma \Rightarrow F - \mu_k (40 + F) = 4 \times 2 = 8$$

$$(2) F - 10 - \mu_k (mg + F - 10) = 0 \Rightarrow \frac{F - \mu_k (40 + F) - 10 + 10 \mu_k}{8} = 0$$

$$\Rightarrow \mu_k = 0.2, F = 20 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴۶. گزینه ۳ صحیح است.

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N = 0.4 \times 50 = 20 \text{ N}$$

در حالت اول، چون $f_s < f_{s_{\text{max}}}$ است، پس $f_s = F = 16 \text{ N}$ است و در نتیجه هیچ نیرویی به نخ وارد نمی‌شود.

$$(1) F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F - f_s - T = 0 \Rightarrow 16 - 16 - T = 0 \Rightarrow T = 0$$

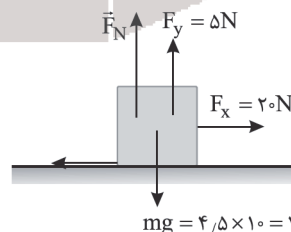
$$(2) F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F - f_{s_{\text{max}}} - T' = 0 \Rightarrow 28 - 20 - T' = 0 \Rightarrow T' = 8 \text{ N}$$

$$\Rightarrow T' - T = 8 \text{ N}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵)

۴۷. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: نیروی عمودی سطح بر جسم را حساب می‌کنیم:



$$F_N + 5 - 45 = 0 \Rightarrow F_N = 40 \text{ N}$$

گام دوم: بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی را حساب می‌کنیم:

$$f_{s_{\text{max}}} = \mu_s F_N$$

$$f_{s_{\text{max}}} = 0.4 \times 40 = 16 \text{ N}$$

گام سوم: چون نیروی محرک که در راستای موازی سطح است برابر $F_x = 20 \text{ N}$ و بیشتر از بیشینه نیروی اصطکاک ایستایی است نتیجه می‌گیریم جسم شروع به حرکت می‌کند و در حال حرکت نیروی اصطکاک جنبشی بر جسم اثر می‌کند و مقدار آن برابر است با:

$$f_k = \mu_k F_N = 0.2 \times 40 = 8 \text{ N}$$



۵۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 12^2 = 2a \times 14/4 \Rightarrow a = -5 \frac{m}{s^2}$$

$$f_k = \mu_k \cdot F_N \Rightarrow f_k = \mu_k \times (mg + F) = 6 \cdot \mu_k$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = -6 \cdot \mu_k = 2 \times (-5) \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{6}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: با توجه به اینکه پس از ۸s جسم دوباره از مکان اولیه‌اش عبور می‌کند، نتیجه می‌گیریم در مدت زمان ۴s سرعت جسم به صفر می‌رسد و از معادله مستقل از شتاب استفاده می‌کنیم و سرعت اولیه جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \times t \Rightarrow 26 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = 13 \frac{m}{s}$$

گام دوم: در حرکت با شتاب ثابت مکان و سرعت نسبت به لحظه توقف و تغییر جهت جسم فریادند، پس نتیجه می‌گیریم در لحظه $t = 8s$ سرعت

متحرک برابر $v = -13 \frac{m}{s}$ است و تغییر تکانه جسم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \Rightarrow \Delta \vec{p} = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 \Rightarrow \Delta p = 4(-13 - (13))$$

$$\Delta p = -4 \times 26 = -104 \frac{kg \cdot m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$p = t^2 + 4t - 1$$

$$\vec{F}_{net,av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$-1 = 1s \Rightarrow \vec{p}_1 = 1 + 4 - 1 = 4 N \cdot s$$

$$-1 = 4s \Rightarrow \vec{p}_2 = 16 + 16 - 1 = 31$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = 31 - 4 = 27 N \cdot s$$

$$\vec{F}_{net,av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{27}{3} = 9 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow m_A = 81 m_B$$

برای آنکه وزن دو جسم با هم برابر باشد، باید شتاب گرانش در آن

$$\text{نقاط طبق رابطه } g = \frac{GM}{(R+h)^2} \text{ یکسان باشد.}$$

$$g_A = g_B \Rightarrow \frac{Gm_A}{(R+h)^2} = \frac{Gm_B}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} \Rightarrow \frac{81}{(R+h)^2} = \frac{9}{R^2} \Rightarrow h = 2R$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

گام اول: نسبت وزن فضاورد به ارتفاع h به وزن او در سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$\frac{W' - W}{W} = \frac{-75}{100} \Rightarrow \frac{W' - W}{W} = \frac{-3}{4} \Rightarrow \frac{W'}{W} = \frac{1}{4}$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $\frac{W'}{W} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2$ نسبت $\frac{h}{R_e}$ را حساب

می‌کنیم:

$$\frac{1}{4} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow h = R_e$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

نیروی اصطکاک وارد بر اتومبیل همان نیروی مرکزگرا است.

$$f_s = F_c = \frac{mv^2}{r}$$

$$\frac{f_s}{W} = \frac{\frac{mv^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{Rg} = \frac{15 \times 15}{50 \times 10} = \frac{3 \times 3}{20} = 0.45$$

۵۷. گزینه ۲ صحیح است.

تکانه ماهواره‌ها $p = mv$ است.

$$p_A = p_B \Rightarrow m_A v_A = m_B v_B \xrightarrow{m_B = \frac{m_A}{2}} \frac{v_A}{v_B} = \frac{1}{2}$$

تندی چرخش ماهواره‌ها به دور زمین با جذر شعاع چرخش آنها رابطه عکس دارد.

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{R_e + x}{R_e + 4R_e}} \Rightarrow x = \frac{R_e}{4}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۸. گزینه ۴ صحیح است.

$$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = \sqrt{\frac{gR_e^2}{r}} = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$r = R_e + h \Rightarrow v = R_e \sqrt{\frac{g}{R_e + h}}$$

$$v = 6400 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{10}{(6400 + 3 \times 6400) \times 10^3}} \Rightarrow v = \frac{64 \times 10^5}{2 \times 8 \times 10^2}$$

$$= 4 \times 10^3 \frac{m}{s}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۹. گزینه ۱ صحیح است.

سه خطچین مبدأ گذر که از نقاط a و b و c

عبور می‌کند را رسم می‌کنیم. شیب این

خطها با حجم رابطه عکس دارد. در فرایند

ab شیب نمودار زیاد شده، پس حجم در

حال کاهش است. همچنین در فرایند

bc شیب نمودار باز هم زیاد شده، پس در

فرایند bc هم حجم کم شده است.

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT}$$

$$\Rightarrow n_1 = \frac{12 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-3}}{8 \times 300} = 100 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{13.5 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-3}}{8 \times 375} = 90 \text{ mol}$$

$$\Delta n = n_1 - n_2 = 10 \text{ mol}$$

$$\Delta m = 10 \times 22 = 220 \text{ g}$$

۶۱. گزینه ۲ صحیح است.

اگر فرآیند در مجاورت چشمه گرمایی (برای مثال مخلوط آب و یخ) انجام شود، دمای گاز ثابت می‌ماند.

$$T \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 \times V_1 = (P_1 + \frac{F}{A}) \times 0.8 V_1$$

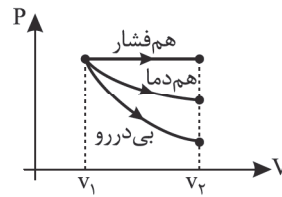
$$10^5 = 0.8(10^5 + \frac{F}{A}) \Rightarrow 0.2 \times 10^5 = 0.8 \times \frac{F}{A}$$

$$10^5 = 4 \times \frac{F}{20 \times 10^{-4}} \Rightarrow F = \frac{200}{4} = 50 N$$

(فیزیک دهم، صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۳۸)



۶۲. گزینه ۳ صحیح است.



الف) درست، کمترین مساحت زیر نمودار $P-V$ متعلق به فرایند بی دررو است.

ب) درست، با توجه به اینکه دمای نهایی فرایند بی دررو کمتر از فرایند هم دما و در فرایند هم فشار بیشتر از هم دماست، داریم:

$$\Delta U_{\text{هم دما}} = 0$$

$$\Delta U_{\text{هم فشار}} > 0, \Delta U_{\text{بی دررو}} < 0$$

ج) نادرست، گرمای فرایند بی دررو صفر است.

$$Q_{\text{هم دما}} = -W_{\text{هم دما}} \left\{ \begin{array}{l} \Delta U_{\text{هم فشار}} > 0 \\ |W_{\text{هم فشار}}| > |W_{\text{هم دما}}| \end{array} \right. \rightarrow Q_{\text{هم فشار}} > Q_{\text{هم دما}}$$

د) درست، زیرا نقطه پایانی فرایند هم فشار، بالاتر و نقطه پایانی فرایند بی دررو پایین تر از نقطه پایانی فرایند هم دماست.

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۳۶ تا ۱۳۸)

۶۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{U_c}{U_a} = \frac{P_c V_c}{P_a V_a} = \frac{6 \times 3}{3 \times 3} = 2 \Rightarrow U_a = \frac{120}{2} = 60 \text{ J}, U_b = U_c = 120 \text{ J}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta U_{ab} = U_b - U_a = 600 \text{ J} \\ Q_{ab} = 1000 \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow W_{ab} = \Delta U_{ab} - Q_{ab} = -400 \text{ J}$$

$$W'_{ab} = -W_{ab} = +400 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۶۴. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{U_a}{U_b} = \frac{P_a V_a}{P_b V_b} = \frac{2}{3} \Rightarrow U_b = \frac{3}{2} U_a = \frac{3}{2} \times 240 = 360 \text{ J}$$

$$W_{ba} = (P-V \text{ مساحت زیر نمودار}) = \frac{(2+1) \times 2}{2} \times 10^5 \times 10^{-2} = 300 \text{ J}$$

$$W_{ab} = -(W_{ba} + \text{ناحیه رنگ شده}) = -400$$

$$Q_{ab} = \Delta U_{ab} - W_{ab} = (U_b - U_a) - W_{ab} = (360 - 240) - (-400) = 520 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

فرایندهای ضربه تراکم و ضربه قدرت با سرعت بالایی رخ می دهند. پس می توان آنها را بی دررو در نظر گرفت و از مبادله گرما در آنها صرف نظر کرد. (فیزیک دهم، صفحه ۱۴۳)

۶۶. گزینه ۲ صحیح است.

گام اول: چون $P_a V_a = P_b V_b$ است، پس دمای نقاط a و b یکسان می باشد و $\Delta U_{ab} = 0$ است.

گام دوم: برای چرخه می توان نوشت:

$$\Delta U_{\text{چرخه}} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} + \Delta U_{ca} = 0 \Rightarrow \Delta U_{ab} = 0$$

$$Q_{bc} + Q_{ca} + W_{bc} + W_{ca} = 0 \Rightarrow \frac{W_{bc}}{\text{هم حجم}} Q_{bca} = -W_{ca}$$

مساحت محصور نمودار ca با محور V را حساب می کنیم و W_{ca} را به دست می آوریم:

$$W_{ca} = -S_{ca} = -\frac{(2+0.5)}{2} \times 2 \times 10^2 = -250 \text{ J}$$

گام سوم: گرمای Q_{bca} را حساب می کنیم:

$$Q_{bca} = -(-250) = 250 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۳۷ تا ۱۳۹)

۶۷. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: می دانیم انرژی درونی گاز آرمانی متناسب با دمای مطلق گاز است پس انرژی درونی گاز در دمای 40°K را حساب می کنیم:

$$\frac{U_a}{U_c} = \frac{T_a}{T_c} \Rightarrow \frac{150}{400} = \frac{300}{400} \Rightarrow U_c = 200 \text{ J}$$

گام دوم: فرایند bc هم حجم است و کار در این فرایند صفر است و کار دستگاه در فرایند ab را که هم فشار است، از رابطه $W = -nR\Delta T$ حساب می کنیم:

$$W_{ab} = -0.2 \times 8.31 \times (250 - 300) = -80 \text{ J}$$

گام سوم: از رابطه $\Delta U = Q + W$ استفاده کرده و Q_{abc} را حساب می کنیم:

$$\Delta U_{abc} = Q_{abc} + W_{abc} \Rightarrow 200 - 150 = Q_{abc} + (-80)$$

$$\Rightarrow Q_{abc} = 130 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۰)

۶۸. گزینه ۱ صحیح است.

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک گرمای مبادله شده را حساب می کنیم:

$$W'_{(گاز)} = 50 \text{ J} \Rightarrow W_{\text{محیط}} = -50 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow -70 = -50 + Q \Rightarrow Q = -20 \text{ J}$$

(فیزیک دهم، صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۲)

۶۹. گزینه ۳ صحیح است.

گام اول: گرمای دریافتی ماشین را در هر چرخه حساب می کنیم:

$$Q_H = 5 \times 10^2 \times 1 = 500 \text{ J}$$

گام دوم: کار ماشین را حساب می کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{25}{500} = \frac{|W|}{500} \Rightarrow |W| = 125 \text{ J}$$

گام سوم: در 10 چرخه کار ماشین برابر $125 \times 10 = 1250$ ژول می شود و توان خروجی ماشین را از رابطه $P = \frac{W}{t}$ حساب می کنیم:

$$t = 1 \text{ s} \Rightarrow P = \frac{1250}{1} = 1250 \text{ W}$$

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$Q_H = Q_{ab} + Q_{bc}$$

کار ماشین برابر با مساحت داخل چرخه است و داریم:

$$W_{abcd} = -S = -10 \times 4 \times 10^2 = -4000 \text{ J}$$

بازده ماشین را حساب می کنیم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{4000}{10000} = 0.4 = 40\%$$

شیمی

۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت های (ب)، (پ) و (ت) نادرست هستند؛

بررسی عبارت های نادرست:

(ب) He با اینکه در گروه ۱۸ جدول دوره ای جای دارد، اما آرایش الکترونی لایه ظرفیت آن با دیگر گازهای نجیب متفاوت است.

(پ) جدول دوره ای دارای ۱۸ گروه و ۷ دوره است که اختلاف آنها برابر ۱۱ است. آخرین عنصر واسطه دوره چهارم، 30Zn است که دارای ۱۲

الکترون ظرفیتی است. $30\text{Zn} = [18\text{Ar}]3d^10 4s^2$

(ت) در میان این عناصر بیشترین خاصیت نافلزگی مربوط به 17Cl است.

(شیمی یازدهم، صفحه های ۹، ۱۵ و ۱۶)



۷۲. گزینه ۳ صحیح است.

تنها عبارت چهارم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد سوم: بیشتر عنصرهای جدول دوره‌ای را فلزها تشکیل می‌دهند که دارای خواص ذکر شده می‌باشند.

مورد چهارم: این عبارت همواره صحیح نیست؛ زیرا فسفر سفید به اندازه‌ای واکنش‌پذیر است که آن را زیر آب نگهداری می‌کنند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۴ تا ۸، ۹)

۷۳. گزینه ۳ صحیح است.

عناصر این گروه به ترتیب شامل کربن (نافلز)، سیلیسیم و ژرمانیم (شبه‌فلز) و قلع و سرب (فلز) هستند.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر C با صرف نظر از گاز نجیب کمترین واکنش‌پذیری را در میان عناصر دوره دوم دارد.

(۳) Si همانند Sn رسانای گرما است.

(۴) عناصر C، Si و Ge در اثر ضربه خرد می‌شوند و در واکنش‌ها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷ تا ۹)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

عناصر A تا G به ترتیب Na, Mg, Al, Si, P, S و Cl هستند.

عبارت‌های (A) و (پ) درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) عناصر Na, Mg و Al رسانایی گرمایی و الکتریکی بالایی دارند زیرا فلز هستند اما عنصر Si شبه‌فلز بوده و رسانایی الکتریکی کمی دارد. عنصر F (گوگرد) جامد زرد رنگ و عنصر G (کلر) گازی زرد رنگ است. (ت) بیشترین اختلاف شعاع میان دو عنصر متوالی مربوط به عناصر Al و Si است که هر دو متعلق به دسته p هستند.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷، ۸ و ۱۳)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

عنصر F حتی در دمای $200^\circ C$ نیز به سرعت با گاز H_2 واکنش می‌دهد؛ در نتیجه در ماه‌های بالاتر نیز می‌تواند با این گاز واکنش شود.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶ و ۱۸)

۷۶. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد سوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: عناصر نافلزی $(X)_8, (N)_7$ و $(S)_6$ به شکل آزاد در طبیعت وجود دارند.

مورد دوم: D عنصر کربن است که می‌تواند در استخراج فلز Fe مورد استفاده قرار گیرد.

مورد سوم: فرایند گیاه‌پالایی برای استخراج فلز Zn (مقرن به صرفه نیست).

مورد چهارم: Y (K_{19}) نسبت به L (Na_{11}) خاصیت فلزی و واکنش‌پذیری بیشتری دارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۲، ۱۸، ۲۱ و ۲۵)

۷۷. گزینه ۲ صحیح است.

گزینه ۲ برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

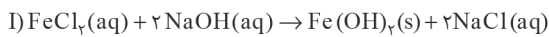
(۱) فلز طلا تنها فلزی است که به شکل رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود.

(۲) فلز آهن اغلب در طبیعت به شکل اکسید یافت می‌شود.

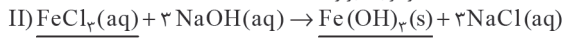
(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۶ تا ۲۰، ۲۳ و ۲۴)

۷۸. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده به صورت زیر است:



رسوب سبز رنگ



محلول زرد رنگ

رسوب قرمز رنگ

بررسی گزینه‌ها:

(۱) زیرا یون OH^- با یون‌های آهن تشکیل رسوب می‌دهد و به کمک رنگ رسوب می‌توان نوع کاتیون آهن را شناسایی کرد.

(۲) Fe_2O_3 به عنوان رنگ قرمز در نقاشی به کار می‌رود.

(۴) اگر a مول $NaOH$ در هر یک از دو واکنش مصرف شود، مول رسوب تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$I) \text{واکنش} \rightarrow ? \text{ mol } Fe(OH)_3 = a \text{ mol } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_3}{2 \text{ mol } NaOH}$$

$$= \frac{a}{2} \text{ mol } Fe(OH)_3$$

$$II) \text{واکنش} \rightarrow ? \text{ mol } Fe(OH)_3 = a \text{ mol } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_3}{2 \text{ mol } NaOH}$$

$$= \frac{a}{2} \text{ mol } Fe(OH)_3$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۹ و ۲۵)

۷۹. گزینه ۲ صحیح است.

مقایسه واکنش‌پذیری با توجه به واکنش (I) به صورت $B > A$ ، واکنش (II)، $B > D$ است. در نتیجه مقایسه کلی به صورت $B > A > D$ می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

(۲) با توجه به مقایسه واکنش‌پذیری عناصر، اگر B عنصر سدیم باشد، عناصر A و D به ترتیب می‌توانند عنصر روی و نقره باشند.

(۳) هرچه واکنش‌پذیری فلزی بیشتر باشد، استخراج آن دشوارتر است.

(۴) در هر واکنش شیمیایی که به طور طبیعی انجام می‌شود، واکنش‌پذیری فرآورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها کمتر است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

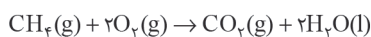
۸۰. گزینه ۴ صحیح است.

$$? \text{ kg } Fe = 72 \text{ kg } \text{هماتیت} \times \frac{72 \text{ kg } Fe_2O_3}{100 \text{ kg } \text{هماتیت}} \times \frac{100 \text{ g } Fe_2O_3}{1 \text{ kg } Fe_2O_3} \times \frac{1 \text{ mol } Fe_2O_3}{160 \text{ g } Fe_2O_3} \times \frac{2 \text{ mol } Fe}{1 \text{ mol } Fe_2O_3} \times \frac{56 \text{ g } Fe}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{1 \text{ kg } Fe}{100 \text{ g } Fe} = 37.8 \text{ kg } Fe$$

(شیمی یازدهم، صفحه ۲۳)

۸۱. گزینه ۴ صحیح است.

قسمت اول: معادله موازنه شده واکنش سوختن گاز CH_4 به صورت زیر است:



با توجه به حجم گاز CO_2 تولیدی، جرم گاز CH_4 خالص و مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } O_2 = 11 \text{ L } CO_2 \times \frac{8 \text{ g } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = 12.8 \text{ g } O_2$$

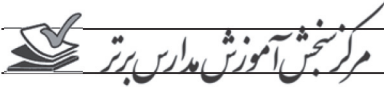
$$? \text{ g } CO_2 = 11 \text{ L } CO_2 \times \frac{8 \text{ g } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } CO_2}$$

$$\times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 3.2 \text{ g } CH_4$$

اکنون با توجه به جرم مخلوط کل، جرم نمونه CH_4 ناخالص را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{جرم گاز } O_2 - \text{جرم کل مخلوط} = \text{جرم } CH_4 \text{ ناخالص}$$

$$\Rightarrow \text{جرم } CH_4 \text{ ناخالص} = 12.8 - 3.2 = 9.6 \text{ g}$$



۸۶. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های دوم و چهارم صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اغلب اسیدهای شناخته شده ضعیف هستند و در نتیجه $[H^+]$ در محلول یک مولار آنها، کمتر از یک مولار و pH آنها بزرگ‌تر از صفر است.

عبارت دوم: با توجه به اینکه $[H^+] < [OH^-]$ است، خاک بازی بوده و گل ادریسی در آن به رنگ سرخ شکوفا می‌شود.

عبارت سوم: این رابطه فقط در دمای اتاق برقرار است.

عبارت چهارم: زیرا آمونیاک یک باز ضعیف است و مقدار کمی از آن یونیده می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۶، ۲۹، ۳۳ و ۳۴)

۸۷. گزینه ۲ صحیح است.

در این فرایند فرآورده‌های محلول در آب یا گازی تولید می‌شود که سبب جرم‌گیری در لوله‌ها می‌شود.

بررسی گزینه ۳: $Al(OH)_3$ نوعی ضداسید است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۸۸. گزینه ۲ صحیح است.

موارد اول و دوم نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: لوله‌بازکن محلول NaOH است.

مورد دوم: کاتیون نمک حاصل متعلق به باز و آنیون آن متعلق به اسید است. مورد سوم: شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدها است که شامل منیزیم هیدروکسید است. این ماده اسید معده را مطابق واکنش: $2HCl(aq) + Mg(OH)_2(s) \rightarrow MgCl_2(aq) + 2H_2O(l)$ می‌کند.

مورد چهارم: زیرا سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین) خاصیت بازی دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۸۹. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) در محلول‌های اسیدی نیز یون هیدروکسید وجود دارد اما غلظت آن از یون هیدرونیوم کمتر است.

(ب) محلول با بیشترین خاصیت بازی در دمای اتاق دارای $pH = 14$ و

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = 10^{-14} = 10^{-14} \text{ است؛ در نتیجه } [OH^-] = 1 \text{ بوده و } [H^+] = 10^{-14}$$

می‌باشد.

(پ) پتاس (KOH) یک باز قوی است.

(ت) آب خالص در هر دمایی خنثی است اما فقط در دمای اتاق دارای $pH = 7$ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۹۰. گزینه ۴ صحیح است.

ابتدا pH محلول NaOH را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } OH^- = 4 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol } OH^-}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.1 \text{ mol } OH^-$$

$$[OH^-] = \frac{\text{mol } OH^-}{V(L)} = \frac{0.1}{1} = 0.1 \text{ mol } L^{-1}$$

$$\frac{[H^+][OH^-] = 10^{-14}}{[OH^-] = 0.1} \rightarrow [H^+] = 10^{-13} \text{ mol } L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 10^{-13} = 13$$

اکنون درصد خلوص گاز متان را محابه می‌کنیم:

$$\%64 = \frac{3/2 \text{ g}}{5 \text{ g}} \times 100 = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 = \text{درصد خلوص}$$

قسمت دوم: معادله موازنه شده تولید H_2SO_4 به صورت زیر است:



ابتدا مقدار مول H_2O تولیدی از واکنش سوختن متان را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H_2O = 11 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } CO_2} = 0.4 \text{ mol } H_2O$$

اکنون با توجه به مقدار عملی H_2SO_4 تولیدی، بازده درصدی واکنش تولید اسید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } H_2SO_4 \text{ (عملی)} = 0.4 \text{ mol } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{98 \text{ g } H_2SO_4}{1 \text{ mol } H_2SO_4}$$

$$\times \frac{R}{100} = 37.24 \Rightarrow R = \%95$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۲. گزینه ۳ صحیح است.

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به مقدار KNO_3 مصرفی، جرم KNO_2 ناخالص تولیدی را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } KNO_2 \text{ (ناخالص)} = m \text{ g } KNO_2 \times \frac{1 \text{ mol } KNO_2}{101 \text{ mol } KNO_2} \times \frac{2 \text{ mol } KNO_2}{2 \text{ mol } KNO_3}$$

$$\times \frac{85 \text{ g } KNO_2}{1 \text{ mol } KNO_2} \times \frac{60}{100} \times \frac{100}{5} = (m + 5) \text{ g} \Rightarrow m = 50.5 \text{ g}$$

درصد خلوص بازده درصدی

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

۸۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های اول و چهارم صحیح هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در اعماق دریاها کلوخه‌ها و پوسته‌هایی غنی از فلزاتی مانند منگنز، کبالت، آهن، نیکل و مس یافت می‌شود.

عبارت دوم: غلظت منابع فلزی موجود در کف اقیانوس نسبت به ذخایر زمینی آنها بیشتر است.

عبارت سوم: فلزات منابعی تجدیدنپذیر هستند.

عبارت چهارم: فرایند x نشان دهنده بازیافت فلز است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۸۴. گزینه ۳ صحیح است.

شیر ترش شده همانند آب گازدار دارای خاصیت اسیدی است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) کمترین میزان pH برای محلول‌های آبی، در دمای اتاق برابر صفر است و در نتیجه بیشترین غلظت یون H^+ برابر یک مولار است.

(۴) کاغذ pH در محلول‌های خنثی تغییر رنگ نمی‌دهد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

حاصل ضرب غلظت یون‌های H^+ و OH^- در دمای اتاق و در محلول‌های آبی برابر 10^{-14} است، در نتیجه غلظت این دو یون با یکدیگر رابطه معکوس دارد.

حاصل ضرب $[OH^-] \times [H^+]$ تنها به دما وابسته است و به حجم محلول بستگی ندارد.

pH محلول‌های آبی با $[H^+]$ رابطه وارون و با $[OH^-]$ رابطه مستقیم دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ و ۳۴)

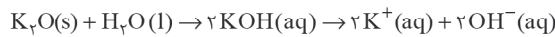


۳) HF اسید ضعیف است و برای اینکه $[H^+]$ موجود در محلول آن با $[H^+]$ موجود در محلول HCl برابر شود، باید در ابتدا غلظت HF بیشتر از HCl باشد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۲۸، ۲۹ و ۳۱)

۹۴. گزینه ۳ صحیح است.

قسمت اول: در اثر انحلال K_2O در آب، باز قوی KOH مطابق معادله زیر حاصل می‌شود:



با توجه به pH محلول، جرم K_2O ناخالص مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = 12 \Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \text{ mol/L} \quad [H^+][OH^-] = 10^{-14} \rightarrow$$

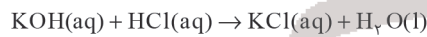
$$[OH^-] = 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$? \text{ mg } K_2O \text{ (ناخالص)} = \frac{10^{-2} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{2 \text{ mol OH}^-}$$

$$\times \frac{94 \text{ g } K_2O}{1 \text{ mol } K_2O} \times \frac{100}{94} \times \frac{100 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 25 \text{ mg}$$

درصد خلوص

قسمت دوم: معادله موازنه شده واکنش خنثی شدن به صورت:



است. حجم محلول اسید مصرفی برابر است با:

$$? \text{ mL HCl محلول} = \frac{10^{-2} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول باز}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol OH}^-}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{36.5 \text{ g HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{100 \text{ g محلول اسید}}{7.3 \text{ g HCl}} \times \frac{1 \text{ mL محلول اسید}}{1.25 \text{ g محلول اسید}}$$

= 2 mL HCl محلول

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۳۰)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

مقدار مول H^+ حاصل از محلول اسید HCl برابر است با:

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-2} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$[H^+] = \frac{\text{mol } H^+}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow \text{mol } H^+ = 10^{-2} \times V \times 10^{-3} = 10^{-5} V$$

مقدار مول OH^- حاصل از محلول باز $Ba(OH)_2$ برابر است با:

$$[OH^-] = M.n = 0.05 \times 2 = 0.1 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$[OH^-] = \frac{\text{مول } OH^-}{\text{حجم (L)}} \Rightarrow \text{mol } OH^- = 0.1 \times 2V \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-4} V$$

با توجه به اینکه مقدار مول OH^- از H^+ بیشتر است، محلول نهایی بازی است.

$$[OH^-]_{\text{نهایی}} = \frac{\text{مول } OH^- - \text{مول } H^+}{\text{مجموع حجم محلول ها}} = \frac{2 \times 10^{-4} V - 10^{-5} V}{(V + 2V) \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{19}{3} \times 10^{-5} \text{ mol/L}^{-1}$$

اکنون می‌توان $[H^+]$ و pH محلول نهایی را محاسبه کرد:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \rightarrow [H^+] \times \frac{19}{3} \times 10^{-5} = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{3}{19} \times 10^{-12} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log \frac{3}{19} \times 10^{-12}$$

$$= -(\log 3 - \log 19 + \log 10^{-12}) = 12.8$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۳۰)

در نتیجه pH محلول HF برابر $2.7(10^{-3} - 13)$ است. حال با محاسبه

$[H^+]$ و غلظت اولیه این اسید می‌توان K_a آن را محاسبه نمود:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2.7} = 10^{-2} \times 10^{-0.7} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}$$

$$? \text{ mol HF} = 10 \text{ g HF} \times \frac{1 \text{ mol HF}}{70 \text{ g HF}} = 0.14 \text{ mol HF}^{-1}$$

$$[HF] = \frac{\text{mol HF}}{V(L)} = \frac{0.14}{1} = 0.14 \text{ mol/L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H^+][F^-]}{[HF]} = \frac{(2 \times 10^{-3})(2 \times 10^{-3})}{0.14} = 2.8 \times 10^{-6} \text{ mol/L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵، ۲۸ و ۲۹)

۹۱. گزینه ۱ صحیح است.

معادله یونش این باز در آب به صورت زیر است.



ابتدا با توجه به رابطه $[H^+] \times [OH^-] = 10^{-14}$ غلظت یون OH^- را تعیین می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} [H^+][OH^-] &= 10^{-14} \\ [OH^-] &= 4 \times 10^{-4} [H^+] \end{aligned} \right\} \Rightarrow [H^+] \times 4 \times 10^{-4} [H^+] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [H^+] = 5 \times 10^{-10}, [OH^-] = 2 \times 10^{-5} \text{ mol/L}^{-1}$$

حال pH محلول و K_b آن را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log 5 \times 10^{-10} = -(\log 5 + \log 10^{-10}) = -(0.7 - 10) = 9.3$$

$$K_b = \frac{[A^+][OH^-]}{[AOH]} = \frac{(2 \times 10^{-5})(2 \times 10^{-5})}{2 \times 10^{-2}} = 2 \times 10^{-8} \text{ mol/L}^{-1}$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴، ۲۵ و ۲۹)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

با توجه به مقدار نهایی pH، غلظت و مول یون هیدرونیوم موجود در محلول نهایی را محاسبه می‌کنیم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3} \text{ mol/L}^{-1}, [H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{V(L)}$$

$$\Rightarrow 10^{-3} = \frac{\text{مول } H^+}{1} \Rightarrow \text{مول } H^+ = 10^{-3}$$

این مقدار یون هیدرونیوم در اثر حل کردن HNO₃ و HBr در آب پدید آمده است. با توجه به جرم HBr مول H^+ حاصل از آن را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } H^+ = 16.2 \times 10^{-2} \text{ g HBr} \times \frac{1 \text{ mol HBr}}{81 \text{ g HBr}} \times \frac{1 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol HBr}}$$

$$= 0.2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

در نتیجه $10^{-3} - 0.2 \times 10^{-3} = 0.8 \times 10^{-3} \text{ mol } H^+$ در اثر انحلال نیتریک اسید به وجود آمده است؛ بنابراین جرم نیتریک اسید مصرفی برابر است با:

$$? \text{ mg HNO}_3 = 0.8 \times 10^{-3} \text{ mol } H^+ \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol } H^+} \times \frac{63 \text{ g HNO}_3}{1 \text{ mol HNO}_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mg}}{10^{-3} \text{ g}} = 50.4 \text{ mg HNO}_3$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۹۳. گزینه ۴ صحیح است.

ثابت یونش یک باز تنها به دما بستگی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) شیشه‌پاک‌کن حاوی آمونیاک است که یک باز ضعیف محسوب می‌شود. در این واکنش RCOONa تولید می‌شود که یک پاک‌کننده صابونی است.