



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- تابع  $f(x) = \frac{2x^2 + ax - 5}{x^2 + 3x + b}$  ثابت است. مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳)  $\frac{17}{2}$  (۴)  $\frac{19}{2}$

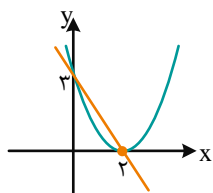
۲- تابع  $f(x) = (7 - 2x)(x + a) + bx^2 + bx + c$  همانی است. مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱)  $-16$  (۲)  $-18$  (۳)  $-24$  (۴)  $-28$

۳-  $f$  تابعی خطی و غیر ثابت است و به ازای هر مقدار حقیقی  $x$ ، تساوی  $f(x^2) - 4f^2(x+1) = 3x + k$  برقرار است. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{15}{16}$  (۲)  $-\frac{17}{16}$  (۳)  $-\frac{41}{4}$  (۴)  $-\frac{43}{4}$

۴- در شکل مقابل، نمودار تابع خطی  $f$  و تابع درجه دوم  $g$  رسم شده است. مقدار  $f(g(4))$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{1}{2}$   
(۲)  $-\frac{3}{2}$   
(۳)  $-\frac{1}{2}$   
(۴)  $-\frac{3}{2}$

۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq a \\ 2x^2 & x < a \end{cases}$  تابع باشد، مجموع مقادیر ممکن  $f(1)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۷ (۳) ۱۰ (۴) ۱۴

۶- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (2m^2 - 4)x + 4 & x \leq 2 \\ -x^2 + (2m^2 + 4)x - 6 & x > 2 \end{cases}$  برابر  $\mathbb{R}$  است. مجموعه مقادیر ممکن  $|m|$  کدام است؟

- (۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $[1, +\infty)$  (۳)  $(0, 1]$  (۴)  $[1, 2]$

محل انجام محاسبات

۷- در کدام یک از رابطه‌های زیر،  $y$  تابعی از  $x$  با دامنه  $\mathbb{R}$  است؟

$$y - [y] = x \quad (1)$$

$$y - \frac{1}{y}[y] = x \quad (2)$$

$$y + \frac{1}{y}[y] = x \quad (3)$$

$$y - 2[y] = x \quad (4)$$

۸- دامنه تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - (m+2)x + 2m} & x \geq 3 \\ \frac{1}{x^2 - (m-2)x - 2m} & x \leq -3 \end{cases}$  برابر  $\mathbb{R} - (-3, 3)$  است.  $m$  چند عدد صحیح می‌تواند باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۹- برد تابع  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$  برابر  $\mathbb{R} - \{a, b\}$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

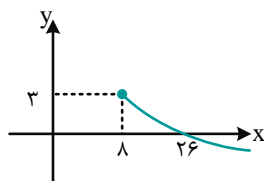
-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = a + b\sqrt{cx-1}$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $f(16)$  کدام است؟



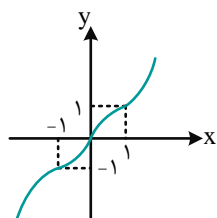
۱ (۱)

 $\frac{3}{2}$  (۲)

۲ (۳)

 $\frac{5}{2}$  (۴)

۱۱- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. مجموعه اعداد صحیحی که در دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{xf(x)-1}$  قرار ندارند، چند



عضوی است؟

صفر (۱)

۱ (۲)

۳ (۳)

(۴) این مجموعه نامتناهی است.

۱۲- اگر  $\left[\frac{2}{3}x\right] = 4$  مجموع مقادیر ممکن برای  $\left[\frac{3}{4}x\right]$  کدام است؟

۳۲ (۴)

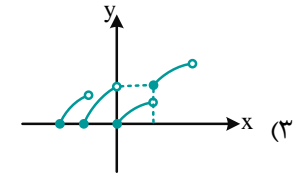
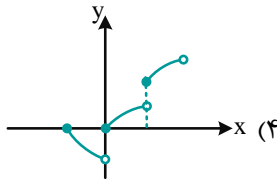
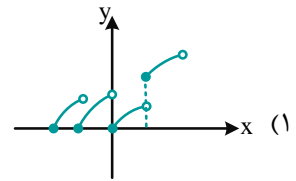
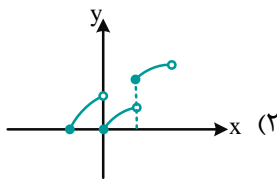
۳۰ (۳)

۲۲ (۲)

۱۹ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2-[x]^2}$  کدام است؟



۱۴- اگر  $f(x) = x - 2[x]$ ، تابع  $g(x) = \frac{f(x-1) + f(x+1)}{f(x-1) - f(x+1)}$  با کدام تابع برابر است؟

(۱)  $-f(x)$       (۲)  $-\frac{1}{2}f(x)$       (۳)  $\frac{1}{2}f(x)$       (۴)  $f(x)$

۱۵- تابع  $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}$  با دامنه  $\{a\} - [2, 6]$  و تابع  $g(x) = \frac{bx+c}{\sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}}$  با هم برابرند. مقدار  $a+b+c$  کدام

است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) -۲

۱۶- تابع  $f(x) = \frac{2x + \sqrt{1-x^2}}{[x] + [-x] + 1}$  با تابع  $g = \{(a, 2), (b, 1), (-1, c)\}$  برابر است. مقدار  $c-a+b$  کدام است؟

(۱) -۲      (۲) -۳      (۳) ۳      (۴) ۲

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 - 3x$  را نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم، سپس طول نقاط نمودار به دست آمده را نصف و عرض

آن‌ها را دو برابر می‌کنیم. اگر نمودار به دست آمده را یک واحد به راست منتقل کنیم، ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده

است، کدام است؟

(۲)  $y = 16x^2 - 4x - 2$

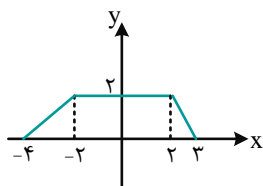
(۱)  $y = 16x^2 - 20x + 4$

(۴)  $y = 16x^2 + 44x + 28$

(۳)  $y = 16x^2 + 28x + 10$

محل انجام محاسبات

۱۸- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. مساحت ناحیه محصور به نمودار تابع  $g(x) = f(2x-1)$  و بالای محور طولها و سمت راست محور عرضها کدام است؟



$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

۱۹- نمودار تابع  $y = \sqrt{4-x}$  را  $k$  واحد به سمت بالا و  $k$  واحد به چپ منتقل می‌کنیم ( $k > 0$ ). اگر نمودار به دست آمده از نقاط  $(\frac{3}{4}, a)$  و  $(a, \frac{3}{4})$  عبور کند، مقدار  $k$  کدام است؟

$$\frac{2 + \sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۲۰- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  را نسبت به محور طولها قرینه می‌کنیم. سپس طول نقاط نمودار به دست آمده را سه برابر می‌کنیم.

نمودار نهایی را چند واحد به سمت بالا منتقل کنیم، تا با نمودار تابع  $f$  فقط یک نقطه مشترک داشته باشد؟

امکان پذیر نیست. (4)

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۲۱- اگر  $A_{3 \times 2} = [2i^2 + j]$  و  $B_{3 \times 2} = [j^2 - j - i^2]$ ، آنگاه مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $A+B$  کدام است؟

$$21 \quad (4)$$

$$22 \quad (3)$$

$$24 \quad (2)$$

$$23 \quad (1)$$

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & 12 & 13 \\ 0 & 4 & 12 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  داشته باشیم  $B = A^2$ ، آنگاه مقدار  $x+y+z$  کدام می‌تواند باشد؟

$$-6 \quad (4)$$

$$-5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۲۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 0 & y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $B \times A$  یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A \times B$  کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۲۴- اگر داشته باشیم  $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}^2 = m \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل  $2m + 5n$  کدام است؟

$$20 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۲۵- مجموع ریشه‌های معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix} = 1$  کدام است؟

- (۱)  $2/5$  (۲)  $-1/5$  (۳)  $1/5$  (۴)  $-2/5$

۲۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر به ازای هر عدد صحیح  $x$ ، مضرب ۶ است؟

- الف:  $x^3 + 5x$     ب:  $x^3 + x$     پ:  $x^5 - x$     ت:  $x^3 - x$
- (۱) ۴    (۲) ۳    (۳) ۲    (۴) ۱

۲۷- کدام دو گزاره هم‌ارز نیستند؟

- (۱)  $a - b < 0 \Leftrightarrow b^5 > a^5$   
 (۲)  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a = 0 \vee b = 0)$   
 (۳)  $4a + 1$  مربع کامل است  $\Leftrightarrow a$  حاصل ضرب دو عدد متوالی است.  
 (۴)  $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 b - b^2 a = 0$

۲۸- اثبات کدام گزاره با برهان خلف امکان پذیر نیست؟

- (۱) اگر  $n$  عددی طبیعی و  $n^2$  مضرب ۳ باشد،  $n$  نیز مضرب ۳ است.  
 (۲) اگر  $n$  عددی گنگ باشد،  $\frac{1}{n}$  نیز گنگ است.  
 (۳) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.  
 (۴) اگر  $m$  گویا و  $n$  گنگ باشد، آن‌گاه  $m + n$  گنگ است.

۲۹- اثبات کدام گزاره فقط بر پایه هم‌ارزی  $(p \vee q \Rightarrow r) \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$  بنا نهاده شده است؟

- (۱) اگر  $a_1$  و  $a_2$  و  $a_3$  سه عدد صحیح و  $b_1$  و  $b_2$  و  $b_3$  همان اعداد با ترتیبی دیگر باشند، عدد  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)(a_3 - b_3)$  زوج است.  
 (۲) اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  هیچ‌کدام مضرب ۳ نباشند، عدد  $a^2 + b^2 + c^2$  مضرب ۳ است.  
 (۳) حاصل ضرب هر چهار عدد طبیعی متوالی به علاوه یک، مربع کامل است.  
 (۴) میانگین هندسی دو عدد نامنفی از میانگین حسابی آن‌ها بیشتر نیست.

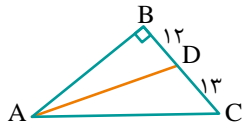
۳۰- در اثبات نامساوی  $-xy \leq x^2 + y^2$  برای هر عدد حقیقی  $x$  و  $y$  به روش بازگشتی، به چند مورد از گزاره‌های همیشه درست زیر

نمی‌توان رسید؟

- الف:  $x^2 + (x - y)^2 + y^2 \geq 0$     ب:  $(x + \frac{y}{2})^2 + \frac{3y^2}{4} \geq 0$     پ:  $\frac{(x + 2y)^2}{4} + \frac{3y^2}{4} \geq 0$
- ت:  $(\frac{x}{2} + y)^2 + \frac{3x^2}{4} \geq 0$     ث:  $x^2 + y^2 + (x + y)^2 \geq 0$
- (۱) ۳    (۲) ۲    (۳) ۱    (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۱- در مثلث قائم الزویه  $\hat{A}BC$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ ) مطابق شکل،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اختلاف اندازه‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$  کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۵  
(۳) ۳/۵  
(۴) ۴/۵

۳۲- در مثلث  $\hat{A}BC$ ، عمود منصف‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$ ، ضلع  $BC$  را به ترتیب در  $N$  و  $M$  قطع می‌کنند. اگر داشته باشیم

$$BC = CM + 12 = BN + 10 = 30$$

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۴ (۴) ۴۶

۳۳- نقطه  $M$  به فاصله ۷ واحد از خط  $\Delta$  قرار دارد. چند نقطه در صفحه موجود است که از  $M$  به فاصله ۹ و از  $\Delta$  به فاصله ۲ قرار داشته باشند؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۳۴- در مثلث متساوی‌الساقین  $\hat{A}BC$  ( $AB = AC = 4\sqrt{5}$ )، فاصله نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها از رأس  $C$  برابر ۶ است. مجموع فواصل نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها از دو ساق مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۶

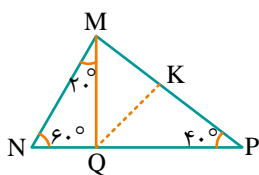
۳۵- در مثلث  $\hat{A}BC$  داریم  $AB = 15$ ،  $AC = 8$  و  $A < 90^\circ$ . کدام گزینه در مورد اندازه ضلع  $BC$  درست است؟

- (۱)  $17 < BC < 23$  (۲)  $7 < BC < 17$  (۳)  $BC < 17$  (۴)  $BC < 23$

۳۶- در مثلث  $\hat{A}BC$  به اضلاع  $AB = 9$  و  $BC = 12$ ، اگر نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب روی اضلاع  $AB$ ،  $AC$  و  $BC$  به گونه‌ای باشند که  $MN \parallel BC$  و  $NP \parallel AB$ ، آن‌گاه محیط متوازی‌الاضلاع  $MNPB$  کدام نمی‌تواند باشد؟

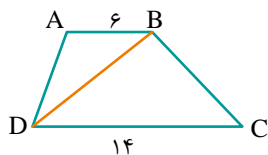
- (۱) ۱۹ (۲) ۲۱/۵ (۳) ۲۳/۵ (۴) ۲۴

۳۷- در مثلث  $\hat{MNP}$ ، مطابق شکل،  $QK$  نیمساز زاویه  $\hat{M}QP$  است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، کدام گزینه نادرست است؟



- (۱)  $NP > MP$   
(۲)  $KQ = KP$   
(۳)  $QP > MQ$   
(۴)  $QK > QM$

محل انجام محاسبات



۳۸- مساحت ذوزنقه ABCD برابر ۴۵ است. مساحت مثلث ABD کدام است؟

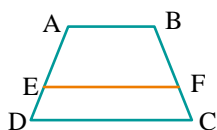
- (۱) ۱۳/۵  
 (۲) ۱۳  
 (۳) ۱۲  
 (۴) ۱۲/۵

۳۹- در مثلث ABC به اضلاع  $AB = 3AC = 75$ ، نقطه P روی ضلع BC طوری قرار دارد که  $\frac{BP}{CP} = \frac{3}{7}$ . اگر از P دو خط به موازات

AB و AC رسم کنیم تا آنها را به ترتیب در M و N قطع کند، محیط چهارضلعی AMPN کدام است؟

- (۱) ۳۲  
 (۲) ۳۴  
 (۳) ۳۶  
 (۴) ۳۸

۴۰- در ذوزنقه شکل زیر،  $EF \parallel AB$ ،  $\frac{AE}{ED} = \frac{5}{3}$  و  $BC = 12$  است. اندازه BF کدام است؟



- (۱) ۷/۴  
 (۲) ۷/۵  
 (۳) ۷/۶  
 (۴) ۷/۸



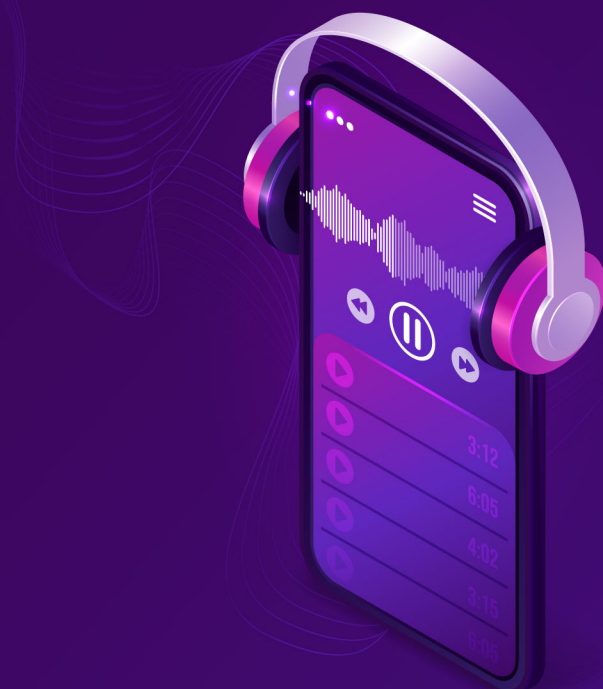


## با پادکست‌های درسی دیجی‌ماز، از تمام لحظه‌ها استفاده کن.

در این پادکست‌ها ساختار و محتوای اصلی هر درس، توسط اساتید ماز براتون روایت میشه تا در هر جایی که هستید بتونید به بهترین شکل از زمانتون استفاده کنید و از شنیدن پادکست‌های دیجی‌ماز لذت ببرید.



[digimaze.org](https://digimaze.org)





کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



## آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱

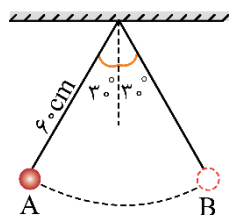
### آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۵۵ سوال ۶۳ دقیقه	۳۳ دقیقه	۶۵	۴۱	۲۵	فیزیک	۱
	۳۰ دقیقه	۹۵	۶۶	۳۰	شیمی	۲

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



۴۱- شکل مقابل گلوله آونگی را نشان می‌دهد که از نقطه A تا B جابه‌جا شده است. در این حرکت، اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابجایی گلوله تقریباً چند سانتی‌متر است؟



(۱) ۲/۸

(۲) ۳/۱۴

(۳) ۶/۲۸

(۴) ۵/۶

۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = t^3 - 3t + 10$  است. در کدام یک از بازه‌های زمانی زیر اندازه سرعت متوسط متحرک کوچک‌تر است؟

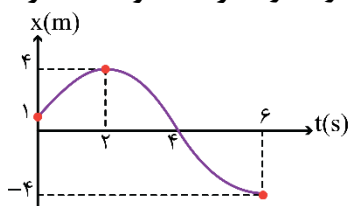
(۱) ثانیه دوم

(۲) از انتهای ثانیه اول تا ابتدای ثانیه چهارم

(۳) از ابتدای ثانیه سوم تا انتهای ثانیه پنجم

(۴) ۲ ثانیه اول

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در ۶ ثانیه اول حرکت، تندی متوسط متحرک در مدتی که در جهت محور X حرکت می‌کند، ..... متر بر ثانیه ..... از اندازه سرعت متوسط متحرک در مدتی است که بردار مکان آن در خلاف جهت محور X است.



(۱) ۰/۵، بیشتر

(۲) ۰/۵، کمتر

(۳) ۱، بیشتر

(۴) ۱، کمتر

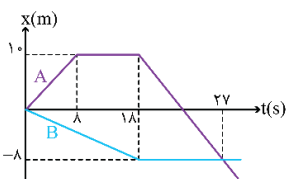
۴۴- متحرکی بر روی محور X در حال حرکت است. بردار سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول و دوم حرکت به ترتیب در SI برابر  $4\vec{i}$  و  $-3\vec{i}$  است. بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه باشد تا سرعت متوسط متحرک در ۲۰ ثانیه اول حرکت در SI برابر  $-2\vec{i}$  باشد؟

(۱)  $2\vec{i}$ (۲)  $4/5\vec{i}$ (۳)  $-4/5\vec{i}$ (۴)  $-3\vec{i}$ 

۴۵- اتومبیلی در خلاف جهت محور X به اندازه ۹۰ متر حرکت می‌کند و سپس، تغییر جهت داده و بخشی از مسیر را بازمی‌گردد. اگر تندی متوسط اتومبیل در کل این حرکت، ۲۵ درصد بیشتر از اندازه سرعت متوسط باشد، بردار جابجایی اتومبیل در کل حرکت در SI کدام است؟

(۱)  $60\vec{i}$ (۲)  $-60\vec{i}$ (۳)  $-100\vec{i}$ (۴)  $-80\vec{i}$ 

۴۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که همزمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در ۲۷ ثانیه اول حرکت صحیح است؟



الف: فاصله دو متحرک به مدت ۱۰ ثانیه ثابت است.

ب: بیشینه فاصله دو متحرک برابر ۱۸ متر است.

ج: در مدتی که متحرک B در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، تندی متوسط متحرک A برابر

 $\frac{1}{25} \frac{m}{s}$  است.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

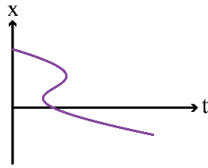
(۴) صفر

۴۷- شناگری نیمی از طول یک استخر را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر را با تندی متوسط  $v_2$  طی می‌کند. سپس در مسیر بازگشت، نیمی از زمان حرکتش را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر را با تندی متوسط  $v_2$  حرکت می‌کند. اگر کل زمان طی کردن مسیر رفت برابر  $t$  و مسیر برگشت برابر  $t'$  باشد، کدام مقایسه صحیح است؟

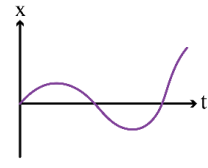
(۱)  $t = t'$ (۲)  $t \leq t'$ (۳)  $t \geq t'$ (۴) برای مقایسه  $t$  و  $t'$ ، باید تندی‌های  $v_1$  و  $v_2$  مشخص باشند.

محل انجام محاسبات

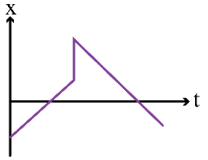
۴۸- کدام یک از نمودارهای زیر، می تواند نمودار مکان - زمان متحرکی باشد که بر روی محور  $x$  حرکت می کند؟



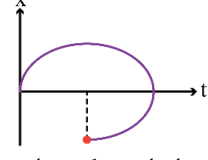
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۴۹- در چه تعداد از حرکت های زیر، سرعت متوسط صفر است؟

الف: حرکت نوک عقربه دقیقه شمار از ساعت ۸ تا ساعت ۱۰

ب: حرکت نوک عقربه ساعت شمار از ساعت ۹ تا ۱۲

ج: یک دور حرکت کامل ماهواره به دور زمین

د:  $90\text{m}$  حرکت به سمت جنوب و سپس  $90\text{m}$  حرکت به سمت شرق

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۰- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می کند، در SI برابر  $x = 12 \cos(t) - 6$  است. بیشترین فاصله متحرک تا مبدأ مکان برابر چند متر است؟

۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

۵۱- نمودار مکان - زمان جسمی که بر روی محور  $x$  حرکت می کند، مطابق شکل است. چند مورد از این عبارات در ۱۴ ثانیه اول حرکت درست می باشند؟

الف: در ۵ ثانیه اول، مسافت طی شده برابر  $12\text{m}$  می باشد.

ب: اختلاف زمان دو عبور متوالی متحرک (بعد از لحظه  $t=0$ ) از مکان اولیه برابر  $4\text{s}$  است.

پ: مدت زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است، ۲ ثانیه بیشتر از مدت زمانی

است که متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

ت: بیشترین طول بردار مکان برابر  $10\text{m}$  است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۲- حلقه ای به شعاع  $50\text{cm}$  مطابق شکل زیر به سمت چپ در حال حرکت است. در مدتی که حلقه از لحظه نشان داده شده به اندازه نیم دور می چرخد، نسبت اندازه سرعت متوسط نقطه  $M$  به تندی متوسط نقطه  $O$  (مرکز حلقه) به کدام گزینه نزدیک تر

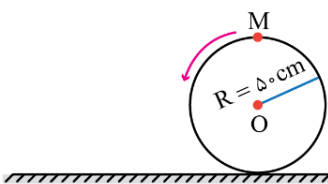
است؟ ( $\pi^2 \approx 10$ )

(۱)  $\sqrt{1/4}$

(۲)  $\sqrt{1/4}$

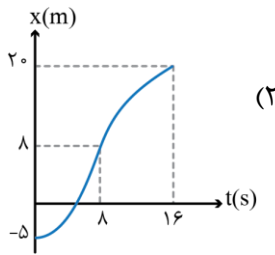
(۳)  $\sqrt{4/4}$

(۴) ۱

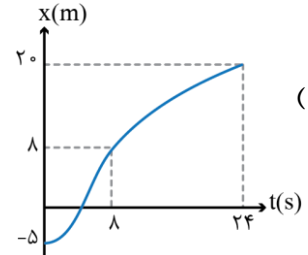


محل انجام محاسبات

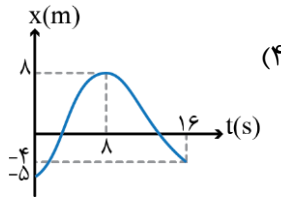
۵۳- متحرکی روی محور  $x$  از نقطه  $A$  در مکان  $x = -5m$  در مدت زمان  $16s$  به نقطه  $B$  در مکان  $x = 8m$  می‌رود. سپس با جابه‌جایی به اندازه  $12$  متر به نقطه  $C$  می‌رود. اگر جهت بردار مکان در جابه‌جایی از نقطه  $B$  به  $C$  تغییر پیدا کند و کل مدت زمان حرکت  $16$  ثانیه باشد، کدام گزینه می‌تواند نمودار مکان - زمان این متحرک باشد؟



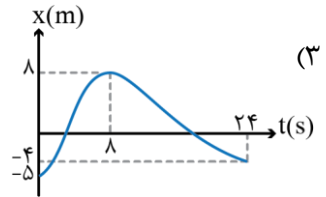
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

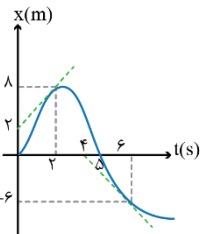
۵۴- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبرو است. تندی آن در لحظه  $t = 2s$ ، چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت آن در لحظه  $t = 6s$  است؟

(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۶

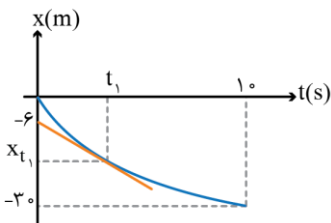
(۴) -۶



۵۵- اگر سرعت متوسط متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند و نمودار مکان-زمان آن به صورت روبرو است، در  $t_1$  ثانیه اول حرکت برابر  $4 \frac{m}{s}$  و تندی متوسط آن در بازه زمانی  $t = t_1$  تا  $t = 10s$  برابر  $2 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت آن در لحظه  $t_1$  چند متر بر ثانیه است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظه  $t_1$  رسم شده است.)

(۱)  $2/8$ (۲)  $3/2$ 

(۳) -۴

(۴)  $-2/4$ 

۵۶- چند مورد از عبارات زیر درست بیان شده است؟

الف: خط‌کشی که تا میلی‌متر مدرج شده، دقیق‌تر از خط‌کشی است که تا سانتی‌متر مدرج شده است.

ب: در مدل‌سازی سقوط یک برگ از درخت، نمی‌توان از تأثیر نیروی مقاومت هوا روی برگ صرف‌نظر کرد.

پ: کمیت‌های طول، شدت روشنایی و جرم از جمله کمیت‌های اصلی هستند که یکای آن‌ها در دستگاه بین‌المللی به ترتیب متر، کندلا و گرم می‌باشد.

ت: مقدار یک ماده  $0.025$  مول می‌باشد که با نمادگذاری علمی به صورت  $2/5 \times 10^{-4}$  مول نوشته می‌شود.

ث: جریان الکتریکی کمیتی اصلی می‌باشد که یکای آن در SI برابر آمپر است. این کمیت برداری می‌باشد.

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

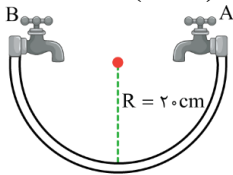
محل انجام محاسبات

۵۷- در رابطه  $v^2 = Ax^2 + Bx$  در SI،  $x$  مکان جسم و  $v$  سرعت جسم می باشد. یکای کمیت  $\sqrt{\frac{B^2}{A}}$  از جنس کدام کمیت است؟  
 (۱) مکان (۲) سرعت (۳) شتاب (۴) جذر شتاب

۵۸- یک کشتی با تندی ثابت ۱۵ گره دریایی فاصله ۳ مایلی بین دو بندر را در چه زمانی طی می کند؟ (هر مایل دریایی برابر با ۱۸۰۰ متر و هر گره دریایی برابر با ۰/۵ متر بر ثانیه می باشد).

(۱) ۱۲ دقیقه (۲) ۱۵ دقیقه (۳)  $\frac{1}{2}$  ساعت (۴)  $\frac{1}{6}$  ساعت

۵۹- در شکل زیر با استفاده از شیرهای آب A و B، می توانیم ظرفی به شکل نیمکره را پر کنیم. شیر A به تنهایی در مدت ۶۴s و شیر B به تنهایی در مدت ۱۲۸s، ظرف را پر می کنند. کدام یک از عبارات زیر صحیح هستند؟ ( $\pi \approx 3$ )  
 الف: اگر هر دو شیر با هم باز شوند، ظرف در مدت ۳۲s پر می شود.  
 ب: شیر A با آهنگ ۰/۲۵ لیتر بر ثانیه، ظرف را پر می کند.

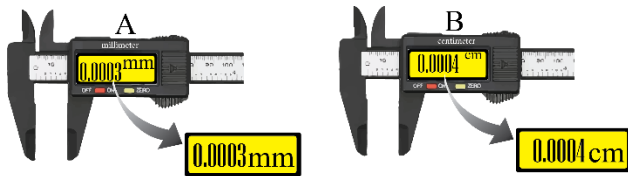


ج: آهنگ خروج آب از شیر B،  $125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  بیشتر از آهنگ خروج آب از شیر A است.

د: هنگامی که ظرف با استفاده از شیر A در حال پر شدن است، آهنگ افزایش ارتفاع سطح مایع در ظرف به تدریج کاهش می یابد.

(۱) فقط «ب» (۲) «ب» و «د» (۳) فقط «ج» (۴) «الف» و «ج»

۶۰- مجموع دقت وسیله اندازه گیری A و دقت وسیله B بر حسب میلی متر و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟ (هر دو وسیله دیجیتال می باشند).



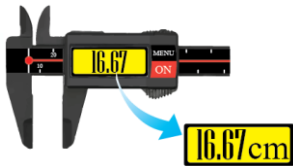
(۱)  $1/1 \times 10^{-4}$

(۲)  $1/1 \times 10^{-3}$

(۳)  $10^{-3}$

(۴)  $10^{-4}$

۶۱- با استفاده از وسیله شکل زیر، اندازه گیری های زیر را انجام داده ایم. نام وسیله و مقدار صحیح گزارش شده بر حسب سانتی متر به ترتیب در کدام گزینه به درستی آمده است؟



شماره اندازه گیری	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار خوانده شده (cm)	۱۶/۶۸	۱۴/۵۱	۱۶/۶۹	۱۶/۹۵	۱۶/۴۱	۱۶/۶۷

(۱) ریزسنج، ۱۶/۶۷

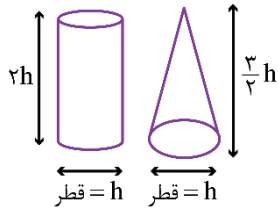
(۲) کولیس، ۱۶/۶۸

(۳) ریزسنج، ۱۶/۶۵

(۴) کولیس، ۱۶/۷۰

محل انجام محاسبات

۶۲- مطابق شکل زیر، چگالی استوانه توپر ۲ برابر چگالی مخروط توپر است. جرم مخروط چند برابر جرم استوانه است؟



(۱) ۸

(۲)  $\frac{1}{4}$ 

(۳) ۴

(۴)  $\frac{1}{8}$ 

۶۳- جعبه‌ای به جرم ۲۰۰ گرم دارای حجم ۱۲۰۰ سانتی‌متر مکعبی است. حداقل چند مکعب ۱۰ گرمی داخل آن قرار بدهیم و در جعبه را محکم ببندیم تا اگر جعبه را داخل ظرفی حاوی روغن قرار دهیم، جعبه کاملاً در روغن فرو رود و ته‌نشین شود؟ (چگالی روغن ۸۰۰ گرم بر لیتر است. فرض کنید روغن به درون جعبه نفوذ نمی‌کند.)

(۴) ۹۷

(۳) ۷۷

(۲) ۷۶

(۱) ۹۶

۶۴- اگر گلوله‌ای فلزی را درون ظرفی لبریز از مایع A ببندیم، ۱۰۰ گرم مایع بیرون می‌ریزد و اگر همین گلوله را درون ظرفی لبریز از مایع B ببندیم، ۱۵۰ گرم مایع بیرون می‌ریزد. ۲۰۰ گرم از مایع A و ۹۰۰ گرم از مایع B را مخلوط می‌کنیم و با مایع به دست آمده، ظرفی را پر می‌کنیم. اگر همان گلوله قبلی را درون این ظرف ببندیم، چند سانتی‌گرم مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟

(۴)  $\frac{155000}{11}$ 

(۳) ۱۳۷۵۰

(۲)  $\frac{1550}{11}$ 

(۱) ۱۳۷/۵

۶۵- فلزی با چگالی ۶ گرم بر میلی‌لیتر را به آرامی در ظرفی استوانه‌ای حاوی روغن با مساحت قاعده  $5\text{cm}^2$  فرو می‌بریم. اگر ۱۶

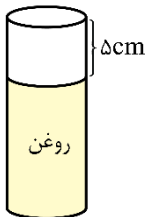
گرم روغن از ظرف بیرون بریزد، جرم فلز چند گرم از جرم روغن موجود در استوانه بیشتر است؟ (در ابتدا  $\frac{1}{13}$  ظرف خالی می‌باشد و چگالی روغن ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد.)

(۱) ۱۳۰

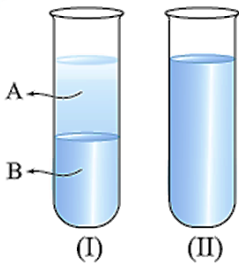
(۲) ۶۰

(۳) ۲۴۰

(۴) ۳۰



محل انجام محاسبات



- ۶۶- با توجه به شکل مقابل، کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟  
 آ: مواد A و B به ترتیب می توانند معادل با نمونه‌هایی از اتیلن گلیکول و آب باشند.  
 ب: اگر A و B معادل با هگزان و آب باشند، یک نمونه چربی در حلال با چگالی کمتر حل می‌شود.  
 پ: مخلوط (I) مانند مخلوطی از برم در هگزان، یک نوع مخلوط ناهمگن به شمار می‌رود.  
 ت: اگر A و B معادل آب و روغن باشند، صابون می‌تواند مخلوط (I) را به مخلوط (II) تبدیل کند.
- (۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) ب و پ (۴) ب و ت

- ۶۷- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار آنیون چنداتیمی ایجاد شده طی انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در آب، چند برابر شمار پیوندهای اشتراکی در نوعی اسید چرب سیرشده است که در ساختار مولکولی خود، مجموعاً ۱۶ اتم کربن دارد؟
- (۱) ۰/۱۶ (۲) ۰/۱۲ (۳) ۰/۲۴ (۴) ۰/۰۸

- ۶۸- مجموع جرم اتم‌های کربن موجود در ساختار نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیرشده، برابر با جرم اتم‌های کربن در ۱/۵ کیلوگرم اوره است. اگر در ساختار آنیون موجود در این صابون ۳۹ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، صابون مورد نظر با چند کیلوگرم محلول کلسیم کلرید که غلظت یون کلرید در آن برابر ۳۵۵۰ ppm است، به طور کامل واکنش می‌دهد؟  
 (  $Cl = ۳۵/۵, O = ۱۶, N = ۱۴, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$  )
- (۱) ۲/۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۶/۲۵

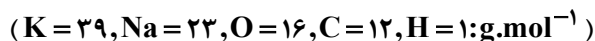
- ۶۹- کدام یک از عبارتهای داده شده نادرست است؟

- (۱) میانگین جهانی شاخص امید به زندگی، بیشتر از مقدار این شاخص در نواحی برخوردار جهان است.  
 (۲) چند هزار سال پیش از میلاد، ساکنین شهر بابل از موادی شبیه به صابون برای نظافت استفاده می‌کردند.  
 (۳) مولکول‌های سازنده عسل، قطبی بوده و در شرایط مناسب، می‌توانند با ذرات استیک اسید وارد واکنش شوند.  
 (۴) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب شایع شده و در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است.

- ۷۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: آب، یک حلال قطبی است و پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند و شربت آبلیمو به شمار می‌رود.  
 ب: نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در آن یکسان است.  
 پ: مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و همانند ذرات وازلین، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.  
 ت: معروف‌ترین صابون سنتی ایران به حالت جامد بوده و بخاطر افزودنی‌های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.
- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) پ و ت

- ۷۱- بر اثر واکنش ۲۴۰ گرم از یک استر سنگین سه عاملی با فرمول مولکولی  $C_{۵۱}H_{۹۲}O_۶$  با مقدار کافی محلول سود سوزآور، چند گرم صابون جامد تولید می‌شود؟ (بازده واکنش صابونی شدن را ۷۵٪ در نظر بگیرید.)



- (۱) ۶۴/۲ (۲) ۱۹۲/۶ (۳) ۶۲/۱ (۴) ۱۸۶/۳

- ۷۲- مقدار ۹۵/۰۴ گرم صابون جامد که در ساختار خود فقط یک پیوند  $C \equiv C$  داشته و تعداد اتم‌های H آن ۰/۵۸ برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در آن است، با ۲۰ لیتر آب سخت حاوی یون  $Ca^{2+}$  با چگالی  $۱ g.mL^{-1}$  به طور کامل واکنش داده و رسوب ایجاد کرده است. برای جلوگیری از رسوب صابون در این نمونه از آب، به چند مول یون فسفات نیاز است و غلظت یون  $Ca^{2+}$  در این نمونه آب بر حسب ppm چقدر است؟ (  $Ca = ۴۰, Na = ۲۳, C = ۱۲, H = ۱: g.mol^{-1}$  )

- (۱) ۶۶۰ ، ۰/۱۱ (۲) ۶۶۰ ، ۰/۲۲ (۳) ۳۳۰ ، ۰/۱۱ (۴) ۳۳۰ ، ۰/۲۲

محل انجام محاسبات



۷۳- چه تعداد از محلول‌های زیر در برخورد با کاغذ pH، رنگ آن را از زرد به آبی تغییر می‌دهند؟

آ: محلول حاصل از انحلال لیتیم اکسید در آب

ب: یک نمونه از محلول سرکه سفید

ت: محلول حاصل از انحلال صابون مایع در آب

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۴- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

(۱) شربت معده، نمونه‌ای از مخلوط‌های ناپایدار بوده و مسیر حرکت نور در یک نمونه از آن مشخص است.

(۲) اسید چرب سازنده استر سه عاملی با فرمول  $C_{57}H_{114}O_6$ ، سیرنشده بوده و در ساختار خود ۱۸ اتم کربن دارد.

(۳) سطح بیرونی قطره‌ای از روغن که به وسیله مولکول‌های صابون به صورت کلوئید درآمده است، بار الکتریکی منفی دارد.

(۴) به منظور افزایش خاصیت ضد عفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی انواع صابون‌ها، به آنها ماده شیمیایی گوگردار اضافه می‌کنند.

۷۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

آ: هر ترکیب شیمیایی که امکان برقرار شدن پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود داشته باشد، محلول در آب است.

ب: چسبندگی چربی به پارچه پلی‌استری کم‌تر از پارچه نخی بوده و ذرات چربی از روی این پارچه راحت‌تر پاک می‌شود.

پ: با گذاشتن مخلوط آب، روغن و صابون در یک محیط ثابت، ذرات صابون موجود در مخلوط به مرور ته‌نشین می‌شوند.

ت: مخلوطی از پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها، یک پاک‌کننده خورنده به شمار می‌رود.

ث: افزودن آنزیم‌های مناسب، همانند افزایش دمای آب، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۶- پاک‌کننده‌ای با ساختار زیر را در نظر بگیرید:



مقدار ۵۸/۴ گرم از این ماده، شامل چند مول اتم اکسیژن در ساختار خود شده و برای تولید این مقدار پاک‌کننده، به چند

میلی‌لیتر محلول سود با غلظت ۰/۲۵ مول بر لیتر نیاز است؟ ( $Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )

۱) ۰/۴ - ۱۲۵۰ ۲) ۰/۴ - ۸۰۰ ۳) ۰/۲ - ۱۲۵۰ ۴) ۰/۲ - ۸۰۰

۷۷- ساختار بخش آنیونی نوعی پاک‌کننده به صورت زیر است:



نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در ساختار این پاک‌کننده کدام است و ذرات این پاک‌کننده پس از ورود به مخلوط آب

و روغن، از چه سمتی به طرف ذرات آب جهت‌گیری پیدا می‌کنند؟

۱) A - ۱/۶۵ ۲) B - ۱/۶۵ ۳) A - ۱/۷۵ ۴) B - ۱/۷۵

۷۸- کدام موارد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

آ: کلوئیدها از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند و کمتر از سوسپانسیون‌ها نور را پخش می‌کنند.

ب: جوهر نمک، همانند سفیدکننده‌ها، علاوه بر ایجاد برهمکنش، با آلاینده‌های موجود در محیط واکنش نیز می‌دهد.

پ: آرنیوس با تحقیق روی رسانایی محلول‌هایی با حلال آبی، یک مبنای علمی برای توصیف اسیدها و بازها ارائه کرد.

ت: همه اکسیدهای نافلزی حاصل از عناصر دوره دوم، اسید آرنیوس به شمار رفته و pH محلول را کاهش می‌دهند.

۱) آ و ب ۲) ب و ت ۳) آ و پ ۴) پ و ت

محل انجام محاسبات

۷۹- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- ۱) اگر جرم برابر سدیم اکسید و لیتیم اکسید را در آب حل کنیم، شمار یون لیتیم در محلول بیشتر از یون سدیم می‌شود.
- ۲) با استفاده از آب مناطق کویری برای شست و شوی لباس‌ها با صابون، لکه‌های سفید بر روی لباس‌ها باقی می‌ماند.
- ۳) پاک‌کننده‌های غیرصابونی با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تولید می‌شوند.
- ۴) اسیدها با همه عناصر فلزی واکنش می‌دهند و در تماس با پوست بدن سوزش ایجاد می‌کنند.

۸۰- برای از بین بردن سختی ۵۰ لیتر آب با چگالی  $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$  که درصد جرمی کلسیم کلرید در آن برابر  $1/11$  درصد و غلظت مولی منیزیم کلرید نیز برابر با  $0/24$  مول بر لیتر است، باید چند مول نمک سدیم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم؟

( $\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5: \text{g.mol}^{-1}$ )

- ۱)  $1/2$       ۲)  $12$       ۳)  $1/8$       ۴)  $18$

۸۱- اگر اختلاف شمار نوترون و الکترون در یک رادیوایزوتوپ پولونیوم ( ${}_{84}\text{Po}$ ) برابر ۴۱ باشد، نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در این رادیوایزوتوپ ..... از  $1/5$  بوده و بعد از گذشت ..... سال،  $93/75$  درصد از یک نمونه  $400$  گرمی آن، تجزیه خواهد شد. (نیم‌عمر رادیوایزوتوپ مورد نظر را معادل با  $2/43 \times 10^9$  ثانیه و هر ماه را معادل  $30$  روز در نظر بگیرید.)

- ۱) کوچک‌تر -  $156/25$       ۲) بزرگ‌تر -  $156/25$   
 ۳) کوچک‌تر -  $312/5$       ۴) بزرگ‌تر -  $312/5$

۸۲- هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ پایدار بوده و شمار نوترون‌های موجود در پایدارترین ایزوتوپ لیتیم، ..... برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته‌ی سنگین‌ترین ایزوتوپ پایدار هیدروژن است.

- ۱)  $4 - 2$       ۲)  $3 - 2$       ۳)  $4 - 3$       ۴)  $3 - 3$

۸۳- کدام موارد از عبارات‌های زیر درست است؟

- آ: پرسش ((هستی چگونه پدید آمده است؟))، پرسشی بنیادی بوده و در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.  
 ب: وویجر ۱، به منظور شناخت بیشتر سامانه خورشیدی ساخته شده و در حال حاضر، در این سامانه قرار دارد.  
 پ: بر اثر انفجار بزرگ یا مه‌بانگ، ابتدا ذرات زیراتمی و پس از آن، عناصر موجود در تناوب اول به وجود آمدند.  
 ت: سیاره زمین، حاوی عناصر فلزی مثل نیکل و کبالت بوده و پس از مشتری، دومین سیاره بزرگ سامانه خورشیدی است.

- ۱) آ و ب      ۲) آ و پ      ۳) ب و ت      ۴) پ و ت

۸۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- آ: مجموعه‌های گازی که کهکشان‌ها و ستاره‌ها را ایجاد می‌کنند، با استفاده از گازهای هیدروژن و هلیوم ساخته شده‌اند.  
 ب: در روند تشکیل عناصر، هیدروژن به هلیوم تبدیل شده و عنصر هلیوم نیز فقط می‌تواند به عناصر فلزی تبدیل شود.  
 پ: شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که یک نمونه از آن، فقط از یک نوع اتم با جرم یکسان تشکیل شده است.  
 ت: عدد اتمی نخستین عنصری که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شده است، بیشتر از عدد اتمی اورانیوم است.  
 ث: تعداد ذرات زیراتمی باردار در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم، ۲ برابر تعداد نوترون‌ها است.

- ۱)  $2$       ۲)  $1$       ۳)  $4$       ۴)  $3$

۸۵- اگر درصد فراوانی ایزوتوپ‌های  ${}^{24}\text{Mg}$ ،  ${}^{25}\text{Mg}$  و  ${}^{26}\text{Mg}$  به ترتیب برابر با  $79$ ،  $10$  و  $11$  درصد باشد، اتم‌های موجود در یک مکعب به ابعاد  $10$  سانتی متر از فلز منیزیم به تقریب دارای چند مول نوترون هستند؟ (جرم هر سانتی متر مکعب از فلز منیزیم را برابر با  $1/824$  گرم در نظر بگیرید.)

- ۱)  $900$       ۲)  $924$       ۳)  $942$       ۴)  $986$

محل انجام محاسبات

۸۶- اگر تفاوت شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در ایزوتوپ  $^{128}\text{A}$ ، دو برابر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون  $^{110}\text{A}^{2+}$  باشد، عنصر A در کدام گروه و دوره از جدول تناوبی قرار دارد؟

- (۱) ۴ - ۱۰ (۲) ۴ - ۱۲ (۳) ۵ - ۱۰ (۴) ۵ - ۱۲

۸۷- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) خواص شیمیایی عناصر وابسته به مقدار Z بوده و بر این اساس، همه ایزوتوپ‌های منیزیم خواص شیمیایی یکسانی دارند.  
 (۲) شمار عناصر طبیعی موجود در جدول دوره‌ای امروزی، بیش از ۳/۵ برابر شمار عناصر ساختگی موجود در آن است.  
 (۳) توده‌های سرطانی بدن، ذرات گلوکز نشان‌دار را با احتمال بیشتری نسبت به ذرات گلوکز معمولی جذب می‌کنند.  
 (۴) مرگ هر ستاره با انفجاری بزرگ همراه بوده و سبب می‌شود عناصر تشکیل شده در آن، در فضا پراکنده شود.

۸۸- کدام موارد از عبارات‌های زیر درست است؟

- آ: چون اندازه یون  $\text{I}^-$  و یون تکنسیم برابر است، یون تکنسیم در تصویربرداری از غده پروانه‌ای شکل جلو گردن کاربرد دارد.  
 ب: درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر موجود در مشتری از درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر موجود در زمین کمتر است.  
 پ: افزایش مقدار ایزوتوپ اورانیوم-۲۳۵ در مخلوط اورانیوم، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است.  
 ت: بخاطر پرتوزایی پسماندهای حاصل از رآکتورهای اتمی، دفع این مواد از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای است.

- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) آ و ت (۴) پ و ت

۸۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- آ: جرم اتمی پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، کمی کمتر از جرم سنگین‌ترین ذره زیراتمی است.  
 ب: جرم مولی اتم عنصری که برای ایجاد مقیاس جرم نسبی سایر اتم‌ها به کار می‌رود، برابر ۱۲amu است.  
 پ: با افزایش عدد اتمی عناصر، شمار خطوط موجود در طیف نشری خطی اتم آن‌ها در ناحیه مرئی افزایش می‌یابد.  
 ت: دوره سوم جدول تناوبی، شامل برخی از عناصر فلزی شده و ۷۵٪ از عناصر موجود در آن، نماد شیمیایی دو حرفی دارند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- کدام یک از عبارات‌های داده شده درست است؟

- (۱) تکنسیم مورد نیاز برای تصویربرداری پزشکی را می‌توان با استفاده از مولدهای هسته‌ای ساخته و ذخیره کرد.  
 (۲) جدول تناوبی امروزی دارای ۸ دوره‌ی مختلف بوده و عناصری با عدد اتمی ۱ تا ۱۱۸ را در خود جا داده است.  
 (۳) کلر، متعلق به تناوب سوم بوده و در همه ایزوتوپ‌های طبیعی آن، شمار نوترون‌ها بیشتر از شمار پروتون‌ها است.  
 (۴) فراوان‌ترین عنصر موجود در زمین، بلافاصله پس از مهبانگ تولید شده و دیگر عناصر موجود در جهان را تولید کرده است.

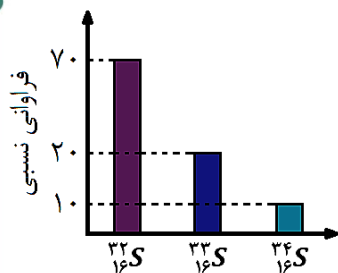
۹۱- همه عبارات‌های زیر درست هستند، بجز .....

- (۱) شمار عناصر موجود در طولانی‌ترین تناوب جدول دوره‌ای، ۸ برابر شمار عناصر موجود در گروه ۱۲ آن است.  
 (۲) هرچه طول موج یک پرتو الکترومغناطیسی کمتر باشد، زاویه انحراف آن پس از عبور از منشور، بیشتر خواهد بود.  
 (۳) اگر مقداری از محلول یک نمک حاوی کاتیون فلزی را با افشانه روی شعله بیاشیم، رنگ و دمای شعله تغییر می‌کند.  
 (۴) فلزها، برخلاف نافلزها، طیف نشری ویژه‌ای داشته و همانند خط نماد(بارکد)، از آن برای شناسایی عنصر استفاده می‌شود.

۹۲- اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در گونه .....، با شماره گروه عنصر X در جدول دوره‌ای برابر بوده و عنصر X، با عنصر ..... در یک دوره مشابه قرار گرفته است.

- (۱)  $^{23}\text{Na}^+$  -  $^{96}\text{Cm}$  (۲)  $^{64}\text{Cu}^{2+}$  -  $^{68}\text{Er}$  (۳)  $^{121}\text{Sb}^{3-}$  -  $^{65}\text{Tb}$  (۴)  $^{28}\text{Si}$  -  $^{90}\text{Th}$

محل انجام محاسبات



۹۳- نمودار مقابل، فراوانی نسبی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از گوگرد را نشان می‌دهد: با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، در یک نمونه‌ی ۶/۴۸ گرمی از اتم‌های گوگرد، چند اتم از ایزوتوپ  $^{33}\text{S}$  وجود خواهد داشت؟

$$2 / 40.8 \times 10^{22} \quad (2)$$

$$2 / 40.8 \times 10^{21} \quad (1)$$

$$1 / 20.4 \times 10^{22} \quad (4)$$

$$1 / 20.4 \times 10^{21} \quad (3)$$

۹۴- شمار الکترون‌های موجود در یون پایدار  $\text{X}^{2-}$ ، نصف تعداد الکترون‌ها در یون  $^{80}\text{Br}^-$  است. اگر تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هر اتم X با هم برابر باشد، یک نمونه ۲/۷ گرمی از ترکیب  $\text{XF}_4$  شامل چند اتم فلئور در ساختار خود می‌شود؟ ( $F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$ )

$$6 / 0.2 \times 10^{22} \quad (4)$$

$$3 / 0.1 \times 10^{22} \quad (3)$$

$$9 / 0.3 \times 10^{22} \quad (2)$$

$$1 / 20.4 \times 10^{23} \quad (1)$$

۹۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: نور خورشید، به رنگ سفید دیده شده و فقط شامل پرتوهایی با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر می‌شود.  
 ب: نور لامپ‌هایی که در طول شب، خیابان‌ها را روشن می‌کنند، به دلیل وجود فلز سدیم مذاب در آنها است.  
 پ: طیف نشری-خطی فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری، در ناحیه‌ی مرئی شامل ۴ پرتو مختلف می‌شود.  
 ت: نوترون، از جمله ذرات زیراتمی است که با نماد  $n$  مشخص شده و جرم هر ذره از آن بیشتر از یک amu است.

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۷/۲۰



## پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۱

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	حسین شفیع زاده	کاظم اجلائی - امیدرضا پورحسینی	رضا قانع - سجاد احمدی
فیزیک	سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده - عباس غریبی کامران ابراهیمی - مجید میرزایی	مهدی باغستانی - محمد جواد سورچی علیرضا ملک حسینی
شیمی	فرشاد هادیان فرد	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی - مهسا بایمانی نژاد	فرهنگ امیری - سجاد سیف‌اللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

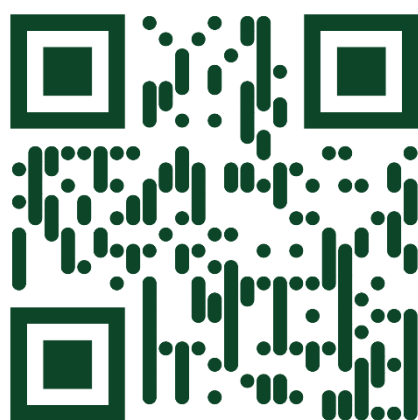
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.  
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه  
نظرسنجی برات باز بشه!  
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/a14915>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا  
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)  
آسان - متوسط - سخت      مفهومی - مساله و ...      مثلاً: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم



# دیجی ماز ، کتابخانه ی دیجیتال ماز

دیجی ماز به پلتفرم الکترونیکی و آموزشی که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .



دیجی ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه ی کتاب هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببریشون



تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه



هزینه ی کتاب های الکترونیکی خیلی کمتر از کتاب های چاپ شده است



یک بار هر کتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب، بهش دسترسی کامل داری!



## سری کتاب های تارگان ماز منتشر شد

کامل ترین سلاح هر کنکوری

تهیه ی **کتاب تارگان ریاضی و فیزیک**،

هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه ی کتاب ها از طریق [سایت digimaze.org](http://digimaze.org)

۱- تابع  $f(x) = \frac{2x^2 + ax - 5}{x^2 + 3x + b}$  ثابت است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

$$\frac{19}{2} \quad (4)$$

$$\frac{17}{2} \quad (3)$$

$$\frac{7}{2} \quad (2)$$

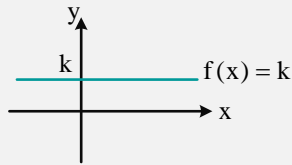
$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

مستقیم بریم سراغ نکته‌مون «تابع ثابت»:

تابعی که به صورت  $f(x) = k$  تعریف شود را تابع ثابت گوئیم.



پاسخ شریعی:

فرض کنید  $f(x) = c$ ، در این صورت، تساوی‌های زیر به ازای هر مقدار در دامنه  $f$  برقرارند.

$$\frac{2x^2 + ax - 5}{x^2 + 3x + b} = c \Rightarrow 2x^2 + ax - 5 = cx^2 + 3cx + bc$$

$$c = 2, a = 3c = 6, -5 = bc \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

بنابراین:

$$a + b = 6 - \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$$

در نتیجه:

## گروه آموزشی ماز

۲- تابع  $f(x) = (7-2x)(x+a) + bx^2 + bx + c$  همانی است. مقدار  $c$  کدام است؟

$$-28 \quad (4)$$

$$-24 \quad (3)$$

$$-18 \quad (2)$$

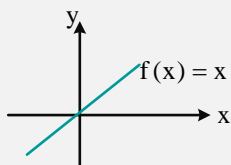
$$-16 \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

خب بعد از تابع ثابت، نوبت «تابع همانی» است.

تابعی که به صورت  $f(x) = x$  تعریف شود را تابع همانی گوئیم.



پاسخ شریعی:

$$f(x) = 7x + 7a - 2x^2 - 2ax + bx^2 + bx + c = (b-2)x^2 + (7-2a+b)x + c + 7a$$

برای این که  $f$  همانی باشد، لازم است که:

$$b-2=0 \Rightarrow b=2$$

$$7-2a+b=1 \Rightarrow 7-2a+2=1 \Rightarrow a=4$$

$$c+7a=0 \Rightarrow c=-7a \Rightarrow c=-28$$

## گروه آموزشی ماز

۳-  $f$  تابعی خطی و غیر ثابت است و به ازای هر مقدار حقیقی  $x$ ، تساوی  $f(x^2) - 4f^2(x+1) = 3x+k$  برقرار است. مقدار  $k$  کدام است؟

$$-\frac{43}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{41}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{17}{16} \quad (2)$$

$$-\frac{15}{16} \quad (1)$$



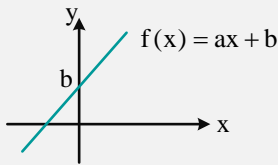
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



**بله بالاخره رسیدیم به «تابع خطی»:**

تابعی که به صورت  $f(x) = ax + b$  تعریف شود را تابع خطی می‌نامیم.



**پاسخ شریعی:**

اگر فرض کنیم  $f(x) = ax + b$ ، آن‌گاه:

$$f(x^2) = ax^2 + b, \quad f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b$$

بنابراین، تساوی‌های زیر به ازای هر مقدار  $x$  برقرارند.

$$ax^2 + b - \varphi(ax + a + b)^2 = 3x + k$$

$$\Rightarrow ax^2 + b - \varphi a^2 x^2 - \varphi(a+b)^2 - \lambda a(a+b)x = 3x + k$$

$$\Rightarrow (a - \varphi a^2)x^2 - \lambda a(a+b)x + b - \varphi(a+b)^2 = 3x + k$$

$$a - \varphi a^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\varphi} \\ a = 0 \text{ غقی} \end{cases}$$

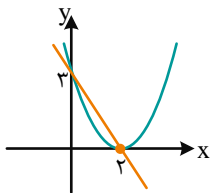
$$-\lambda a(a+b) = 3 \Rightarrow -\lambda \times \frac{1}{\varphi} \left( \frac{1}{\varphi} + b \right) = 3 \Rightarrow \frac{1}{\varphi} + b = -\frac{3}{\varphi} \Rightarrow b = -\frac{4}{\varphi}$$

بنابراین باید داشته باشیم:

$$b - \varphi(a+b)^2 = k \Rightarrow -\frac{4}{\varphi} - \varphi \left( \frac{1}{\varphi} - \frac{4}{\varphi} \right)^2 = k \Rightarrow k = -\frac{43}{\varphi}$$

### گروه آموزشی ماز

۴- در شکل مقابل، نمودار تابع خطی  $f$  و تابع درجه دوم  $g$  رسم شده است. مقدار  $f(g(4))$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{1}{2}$
- (۲)  $-\frac{3}{2}$
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲



**آیامی دانستید «ضابطه تابع درجه دوم با داشتن مختصات رأس سهمی» چگونه است؟**

اگر  $f(x)$  تابعی درجه دوم باشد که مختصات رأس آن به صورت  $S(\alpha, \beta)$  می‌باشد، آن‌گاه ضابطه تابع  $f(x)$  به صورت زیر حساب می‌شود.

$$f(x) = k(x - \alpha)^2 + \beta$$

**پاسخ شریعی:**

شیب خط نمودار تابع  $f$  برابر  $-\frac{3}{4}$  و عرض از مبدأ آن برابر ۳ است. بنابراین:  $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$

با توجه به این که رأس سهمی نمودار تابع  $g$  نقطه  $(2, 0)$  است، ضابطه تابع  $g$  به صورت  $g(x) = a(x-2)^2$  است، چون نمودار  $g$  از نقطه  $(0, 3)$  عبور می‌کند،

پس:

$$g(0) = 3 \Rightarrow 3 = a(0-2)^2 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$g(x) = \frac{3}{4}(x-2)^2$$

$$g(4) = \frac{3}{4}(4-2)^2 = 3$$

$$f(g(4)) = f(3) = -\frac{3}{2} \times 3 + 3 = -\frac{3}{2}$$

بنابراین:

## گروه آموزشی ماز

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq a \\ 2x^2 & x \leq a \end{cases} \text{ اگر } f(1) \text{ ممکن} \text{ کدام است؟}$$

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲



## ایستگاه «بررسی تابع بودن چندضابطه‌ای‌ها»:

اگر رابطه  $f(x)$  چندضابطه‌ای به صورت زیر باشد، زمانی تابع است که شروط زیر را داشته باشد:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) : D_{f_1} \\ f_2(x) : D_{f_2} \\ \vdots \\ f_n(x) : D_{f_n} \end{cases}$$

شروط ۱: هر کدام از  $f_i(x)$  ها در دامنه خود، تابع باشند.

شروط ۲: اگر  $D_{f_j} \cap D_{f_i} \neq \emptyset$  ( $1 \leq i, j \leq n$ ) با هم اشتراکی دارند، آن‌گاه ضابطه‌های  $f_i(x)$  و  $f_j(x)$  در آن قسمت اشتراک از دامنه‌ها، با هم برابر باشند.

مثال: رابطه  $f(x)$  به صورت زیر است. اگر این رابطه بخواهد تابع باشد، مقدار  $b$  چقدر است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x - b & x \geq 0 \end{cases}$$

شروط ۱: برقرار است. هر کدام از ضابطه‌ها در دامنه خود، تابع هستند.

شروط ۲:  $x = 0$  تنها نقطه اشتراک دامنه‌هاست. پس:

$$0^2 = 0 - b \Rightarrow 0 = b$$

## پاسخ تشریحی:

$$a^2 + 4a = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 4a \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 4$$

برای این که  $f$  تابع باشد، باید:اگر  $a = 0$ ، آن‌گاه:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 0 \\ 2x^2 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 1^2 + 4 \times 1 = 5$$

اگر  $a = 4$ ، آن‌گاه:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 4 \\ 2x^2 & x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow f(1) = 2 \times 1^2 = 2$$

بنابراین، مجموع مقادیر ممکن  $f(1)$  برابر ۷ است.

## گروه آموزشی ماز

۶- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + (2m^2 - 4)x + 4 & x \leq 2 \\ -x^2 + (2m^2 + 4)x - 6 & x > 2 \end{cases}$  برابر  $\mathbb{R}$  است. مجموعه مقادیر ممکن  $|m|$  کدام است؟

(۱)  $(0, +\infty)$  (۲)  $[1, +\infty)$  (۳)  $(0, 1]$  (۴)  $[1, 2]$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

در مورد «برد تابع درجه دومی (سهمی)» چه اطلاعاتی داری؟

برای به دست آوردن برد تابع درجه دوم سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به دو چیز نیاز داریم:

(۱) علامت  $a$   
 (۲) مختصات عرض رأس سهمی  $y_S = \frac{-\Delta}{4a}$

حالت A: اگر  $a > 0$ ، آن گاه برد تابع  $f(x)$  به صورت  $[y_S, +\infty)$  است.

حالت B: اگر  $a < 0$ ، آن گاه برد تابع  $f(x)$  به صورت  $(-\infty, y_S]$  است.

ملاحظه! «برد توابع چندضابطه‌ای» می‌باشد!

برد تابع  $f(x)$  به صورت زیر حساب می‌شود:

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) : D_{f_1} \\ f_2(x) : D_{f_2} \\ \vdots \\ f_n(x) : D_{f_n} \end{cases}$$

هر کدام از بردهای ضابطه‌ها را جداگانه حساب می‌کنیم و از آن‌ها اجتماع می‌گیریم:

$$R_f = R_{f_1} \cup R_{f_2} \cup \dots \cup R_{f_n}$$

پاسخ تشریحی:

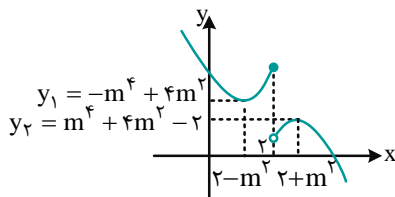
رأس سهمی  $y = x^2 + (2m^2 - 4)x + 4$  را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(2m^2 - 4)}{2 \times 1} = 2 - m^2, \quad y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{16 - (2m^2 - 4)^2}{4 \times 1} = -m^4 + 4m^2$$

رأس سهمی  $y = -x^2 + (2m^2 + 4)x - 6$  را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(2m^2 + 4)}{2(-1)} = 2 + m^2, \quad y = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{24 - (2m^2 + 4)^2}{-4} = m^4 + 4m^2 - 2$$

بنابراین، نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است.



برای این که برد تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  باشد، باید رأس سهمی  $y_1$  بالاتر از رأس سهمی  $y_2$  نباشد. پس:

$$-m^4 + 4m^2 \leq m^4 + 4m^2 - 2 \Rightarrow 2m^2 \geq 2 \Rightarrow m^2 \geq 1 \Rightarrow |m| \geq 1$$

گروه آموزشی ماز

۷- در کدام یک از رابطه‌های زیر،  $y$  تابعی از  $x$  با دامنه  $\mathbb{R}$  است؟

$$y - \frac{1}{y}[y] = x \quad (۲)$$

$$y - [y] = x \quad (۱)$$

$$y - 2[y] = x \quad (۴)$$

$$y + \frac{1}{y}[y] = x \quad (۳)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

**بذار ببینیم «رابطه‌ها چه زمانی تابع هستند؟»**

یک رابطه مانند  $f(x)$  زمانی تابع است که به ازای هر  $x$ ، یک مقدار برای  $f(x)$  پیدا شود.

**بررسی گزینه‌ها:**

در گزینه (۱)، اگر  $x = 0$ ، آن‌گاه:  $y = [y] \Rightarrow y \in \mathbb{Z}$

یعنی زوج‌مرتبه‌هایی که مولفه اول آن‌ها برابر صفر و مولفه دوم آن‌ها هر عدد صحیح دلخواه باشد، عضو رابطه‌اند و در نتیجه رابطه، تابع نیست.

در گزینه (۲)، اگر  $x = \frac{1}{y}$ ، آن‌گاه:

$$y - \frac{1}{y}[y] = \frac{1}{y} \Rightarrow 2y - [y] = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

پس زوج‌مرتبه‌های  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $(1, 1)$  عضو رابطه هستند و رابطه، تابع نیست.

در گزینه (۳)، اگر  $x = -\frac{1}{y}$ ، آن‌گاه:

$$y + \frac{1}{y}[y] = -\frac{1}{y} \Rightarrow 2y + [y] = -1 \Rightarrow y = \frac{-1 - [y]}{2} \Rightarrow y - [y] = \frac{-1 - 3[y]}{2}$$

$$\text{غ قی} \rightarrow -1 < [y] \leq -\frac{1}{y} \Rightarrow -3 < -3[y] < 3 \Rightarrow 1 \leq \frac{-1 - 3[y]}{2} < 1 \Rightarrow 0 \leq y - [y] < 1 \rightarrow \text{می‌دانیم}$$

پس به ازای  $x = -\frac{1}{y}$  مقداری برای  $y$  وجود ندارد و در نتیجه  $y$  نمی‌تواند تابعی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد.

بنابراین گزینه (۴) باید درست باشد و در رابطه  $y - 2[y] = x$  می‌توان ثابت کرد  $y$  تابعی از  $x$  با دامنه  $\mathbb{R}$  است.

### گروه آموزشی ماز

$$۸- \text{دامنهٔ تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - (m+2)x + 2m} & x \geq 3 \\ \frac{1}{x^2 - (m-2)x - 2m} & x \leq -3 \end{cases}$$

برابر  $(-3, 3) - \mathbb{R}$  است.  $m$  چند عدد صحیح می‌تواند باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

**بعد از برد توابع چندضابطه‌ای، حالا «دامنهٔ توابع چندضابطه‌ای» را هم می‌گیریم!**

دامنهٔ تابع چندضابطه‌ای  $f(x)$  برابر است با: اجتماع تمام دامنه‌های ضابطه‌ها

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) : D_{f_1} \\ f_2(x) : D_{f_2} \\ \vdots \\ f_n(x) : D_{f_n} \end{cases}$$

$$D_f = D_{f_1} \cup D_{f_2} \cup \dots \cup D_{f_n}$$

به سری هم به «دامنه توابع به صورت  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ » بزنیم!

اگر  $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ ، آن گاه دامنه آن برابر خواهد بود با:

$$D_f = \{x \in (D_g \cap D_h) \mid h(x) \neq 0\}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا توجه کنید که:

$$x^2 - (m+2)x + 2m = 0 \Rightarrow (x-2)(x-m) = 0 \Rightarrow x = 2, x = m$$

$$x^2 - (m-2)x - 2m = 0 \Rightarrow (x+2)(x-m) = 0 \Rightarrow x = -2, x = m$$

برای این که دامنه تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R} - (-3, 3)$  باشد، هیچ کدام از ریشه‌های مخرج کسرها نباید قابل قبول باشند. پس:

$$m < 3, m > -3 \Rightarrow -3 < m < 3$$

پس  $m$  مقادیر صحیح  $\pm 1, \pm 2, 0$  را می‌تواند داشته باشد.

### گروه آموزشی ماز

۹- برد تابع  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$  برابر  $\mathbb{R} - \{a, b\}$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

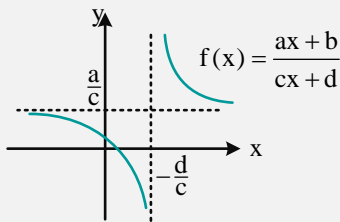
(۱) ۱

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

حالا که صحبت از برد شده، «برد توابع هموگرافیک» رو هم یاد بگیرید.

اگر  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  باشد، به  $f(x)$  تابع هموگرافیک می‌گویند. آن گاه داریم:



$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \quad R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

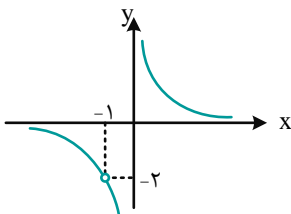
پاسخ تشریحی:

توجه کنید که  $D_f = \mathbb{R} - \{0, -1\}$ . از طرف دیگر:

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$$

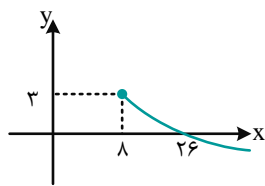
بنابراین نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است و برد آن برابر  $\mathbb{R} - \{0, -2\}$  است.

پس:  $a+b = -2$



### گروه آموزشی ماز

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = a + b\sqrt{cx-1}$  در شکل زیر رسم شده است. مقدار  $f(16)$  کدام است؟



(۱) ۱

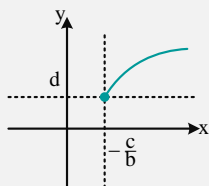
(۲)  $\frac{3}{2}$ 

(۳) ۲

(۴)  $\frac{5}{2}$ 

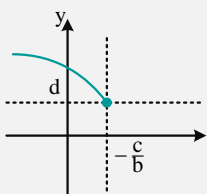
(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

«همه چیز در مورد تابع  $f(x) = a\sqrt{bx+c} + d$ »حالت ۱:  $b > 0, a > 0$ 

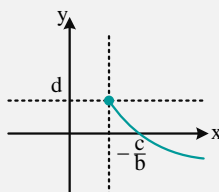
$$D_f = \left[-\frac{c}{b}, +\infty\right)$$

$$R_f = [d, +\infty)$$

حالت ۲:  $b < 0, a > 0$ 

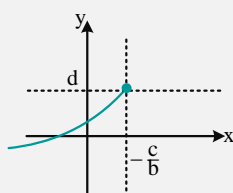
$$D_f = \left(-\infty, -\frac{c}{b}\right]$$

$$R_f = [d, +\infty)$$

حالت ۳:  $b > 0, a < 0$ 

$$D_f = \left[-\frac{c}{b}, +\infty\right)$$

$$R_f = (-\infty, d]$$

حالت ۴:  $b < 0, a < 0$ 

$$D_f = \left(-\infty, -\frac{c}{b}\right]$$

$$R_f = (-\infty, d]$$

پاسخ تشریحی:

دامنه تابع  $f$  بازه  $[8, +\infty)$  است. بنابراین  $x = 8$  باید ریشه عبارت  $cx - 1$  باشد.

$$8c - 1 = 0 \Rightarrow c = \frac{1}{8} \Rightarrow f(x) = a + b\sqrt{\frac{1}{8}x - 1}$$

از طرف دیگر:  $f(8) = 3$ ، پس:

$$f(8) = a + b\sqrt{1-1} = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3 + b\sqrt{\frac{1}{8}x - 1}$$

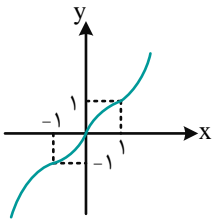
همچنین نمودار از نقطه  $(26, 0)$  عبور کرده است. پس:

$$f(26) = 0 \Rightarrow 3 + b\sqrt{\frac{1}{8} \times 26 - 1} = 0 \Rightarrow 3 = -b\sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow 3 = \frac{-3}{2}b \Rightarrow b = -2$$

$$f(x) = 3 - 2\sqrt{\frac{1}{8}x - 1} \Rightarrow f(16) = 3 - 2\sqrt{\frac{16}{8} - 1} = 1$$

بنابراین:

۱۱- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. مجموعه اعداد صحیحی که در دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{xf(x)} - 1$  قرار ندارند، چند عضوی است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۳

(۴) این مجموعه نامتناهی است.

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

در باب «دامنه توابع به صورت  $f(x) = \sqrt[k]{g(x)}$ »:

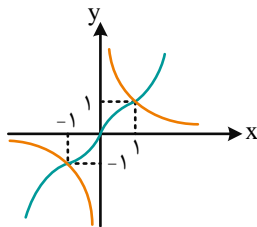
اگر  $f(x) = \sqrt[k]{g(x)}$  که  $k \in \mathbb{N}$ ، آن گاه  $D_f$  برابر است با:

$$D_f = \{x \in D_g \mid g(x) \geq 0\}$$

پاسخ تشریحی:

برای پیدا کردن دامنه تابع  $g$  کافی است نامعادله  $xf(x) - 1 \geq 0$  را حل کنیم.

$$xf(x) \geq 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) \geq \frac{1}{x} & x > 0 \\ f(x) \leq \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$$



اکنون به نمودار تابع‌های  $f$  و  $y = \frac{1}{x}$  توجه کنید.

اگر  $x > 0$ ، آن گاه نمودار تابع  $f$  روی بازه  $(0, 1)$  پایین‌تر از نمودار  $y = \frac{1}{x}$  قرار دارد و در این بازه نامعادله  $f(x) \geq \frac{1}{x}$  جواب ندارد.

اگر  $x < 0$ ، آن گاه نمودار تابع  $f$  روی بازه  $(-1, 0)$  بالاتر از نمودار  $y = \frac{1}{x}$  قرار دارد و در این بازه نامعادله  $f(x) \leq \frac{1}{x}$  جواب ندارد. بنابراین دامنه تابع برابر

$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$  است، پس تنها عدد صحیحی که در دامنه تابع  $g$  قرار ندارد،  $x = 0$  است.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر  $\left[\frac{2}{3}x\right] = 4$  مجموع مقادیر ممکن برای  $\left[\frac{3}{2}x\right]$  کدام است؟

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

۲۲ (۲)

۱۹ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

دعوتتون می‌کنیم به مهمانی «جزء صحیح»:

تابعی است که اگر به آن عددی صحیح بدهیم، همان عدد را برمی‌گرداند و اگر عددی غیرصحیح به آن بدهیم، بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از آن عدد را برمی‌گرداند.

مثال:  $[-3/5] = -4$ ،  $[1/2] = 1$ ،  $[2] = 2$

همچنین:  $[x] = k \Rightarrow k \leq x < k+1$   $k \in \mathbb{Z}$

پاسخ تشریحی:

$$\left[\frac{2}{3}x\right] = 4 \Rightarrow 4 \leq \frac{2}{3}x < 5 \Rightarrow 12 \leq 2x < 15 \Rightarrow 6 \leq x < \frac{15}{2}$$

توجه کنید که:

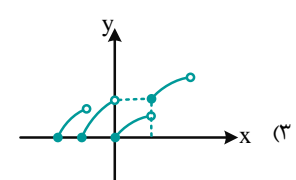
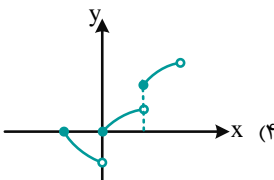
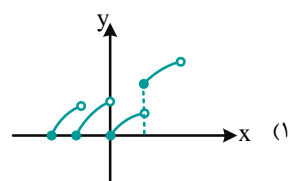
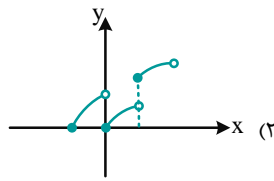
$$6 \times \frac{3}{2} \leq \frac{3}{2}x < \frac{15}{2} \times \frac{3}{2} \Rightarrow 9 \leq \frac{3}{2}x < \frac{45}{2}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \left[\frac{3}{2}x\right] = 9 \text{ یا } 10 \text{ یا } 11$$

بنابراین، مجموع مقادیر ممکن برای  $\left[\frac{3}{2}x\right]$  برابر ۳۰ است.

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2-[x]}$  کدام است؟



(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پسندیده بعدی نمایش، «نامساوی‌های جزء صحیح» هست:

فرض کنیم  $k \in \mathbb{Z}$ ، آن‌گاه داریم:

- ۱)  $[x] \geq k \Rightarrow x \geq k$
- ۲)  $[x] > k \Rightarrow x \geq k+1$
- ۳)  $[x] \leq k \Rightarrow x < k+1$
- ۴)  $[x] < k \Rightarrow x < k$

پاسخ شریعی:

توجه کنید که:  $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$

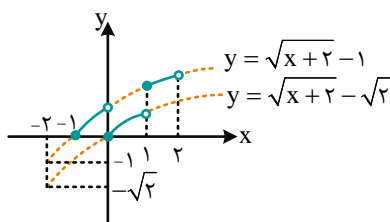
$$2 - [x] \geq 0 \Rightarrow [x] \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq [x] \leq \sqrt{2} \Rightarrow [x] \in \{-1, 0, 1\} \Rightarrow -1 \leq x < 2$$

بنابراین،  $D_f = [-1, 2)$ ، از طرف دیگر:

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+2} - 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{2}$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x+2} - 1$$



بنابراین، نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است.

### گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر  $f(x) = x - 2[x]$ ، تابع  $g(x) = \frac{f(x-1) + f(x+1)}{f(x-1) - f(x+1)}$  با کدام تابع برابر است؟

$f(x)$  (۴)

$\frac{1}{2}f(x)$  (۳)

$-\frac{1}{2}f(x)$  (۲)

$-f(x)$  (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

این نکته رو خیلی دوست داریم، شما چطور؟! «تساوی دو تابع»

دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$  با دو شرط زیر با هم برابر خواهند بود:

(الف)  $D_f = D_g$ ، یعنی دامنه‌های برابر داشته باشند.

(ب)  $f(x) = g(x)$ ، یعنی در آن دامنه‌های برابر، ضابطه‌هایشان نیز برابر است.

نکته زیر رو مواظب باشین از قلم نیفته!

در حالت جمع و تفریق، عدد صحیح را می‌توان به راحتی از جزء صحیح آوردش بیرون یا عدد صحیحی را بردش داخل جزء صحیح، یعنی:

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x \pm k] = [x] \pm k$$



**تذکر:** البته برای حالت ضرب و تقسیم این نکته را نمی‌توانیم به کار ببریم:

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow [kx] \neq k[x]$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left[ \frac{x}{k} \right] \neq \frac{[x]}{k}$$

**پاسخ شریعی:**

توجه کنید که:

$$f(x-1) = x-1-2[x-1] = x-1-2([x]-1) = x-2[x]+1 = f(x)+1$$

$$f(x+1) = x+1-2[x+1] = x+1-2([x]+1) = x-2[x]-1 = f(x)-1$$

$$g(x) = \frac{f(x)+1+f(x)-1}{f(x)+1-(f(x)-1)} = \frac{2f(x)}{2} = f(x)$$

بنابراین:

### گروه آموزشی ماز

۱۵- تابع  $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}$  با دامنه  $[2, 6] - \{4\}$  و تابع  $g(x) = \frac{bx+c}{\sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}}$  با هم برابرند. مقدار  $a+b+c$  کدام است؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) -۲

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ شریعی:**

توجه کنید که برای تعریف شدن  $g(x)$  مخرج آن نباید صفر باشد، پس:

$$\sqrt{x-2} - \sqrt{6-x} = 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} = \sqrt{6-x} \Rightarrow x-2 = 6-x \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow D_g = [2, 6] - \{4\}$$

بنابراین  $D_f = [2, 6] - \{4\}$  و در نتیجه  $a = 4$  از طرف دیگر:

$$g(x) = \frac{bx+c}{\sqrt{x-2} - \sqrt{6-x}} \times \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}}{\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x}} = \frac{(bx+c)(\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x})}{x-2-(6-x)} = \frac{(bx+c)(\sqrt{x-2} + \sqrt{6-x})}{(2x-8)}$$

برای اینکه تساوی  $f(x) = g(x)$  برقرار باشد، لازم است که تساوی  $bx+c = 2x-8$  به ازای هر  $x$  از دامنه  $f$  و  $g$  برقرار باشد. پس:

$$b = 2, c = -8$$

و در نتیجه:  $a+b+c = -2$

### گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع  $f(x) = \frac{2x + \sqrt{1-x^2}}{[x] + [-x] + 1}$  با تابع  $g = \{(a, 2), (b, 1), (-1, c)\}$  برابر است. مقدار  $c-a+b$  کدام است؟

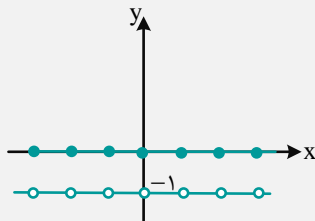
(۱) -۲      (۲) -۳      (۳) ۳      (۴) ۲

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

**یک تابع جذاب: «  $f(x) = [x] + [-x]$  »**

این تابع، دوستان خیلی جذابه. کلاً بردش دو تا عضو داره یا صفره یا منفی یکه، ببینید:



$$f(x) = [x] + [-x] \Rightarrow \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

ابتدا دامنه تابع  $f$  را به دست می آوریم.

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$[x] + [-x] + 1 \neq 0 \Rightarrow [x] + [-x] \neq -1 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow D_f = \{-1, 0, 1\}$$

$$f(-1) = \frac{-2+0}{0+1} = -2$$

از طرف دیگر:

$$f(0) = \frac{0+1}{0+1} = 1$$

$$f(1) = \frac{2+0}{0+1} = 2$$

بنابراین تابع  $f$  به صورت زیر است:

$$f = \{(1, 2), (0, 1), (-1, -2)\}$$

$$f = g \Rightarrow \{(1, 2), (0, 1), (-1, -2)\} = \{(a, 2), (b, 1), (-1, c)\} \Rightarrow a = 1, b = 0, c = -2$$

در نتیجه:

$$c - a + b = -2 - 1 + 0 = -3$$

بنابراین:

## گروه آموزشی ماز

۱۷- نمودار تابع  $f(x) = 2x^2 - 3x$  را نسبت به محور عرض ها قرینه می کنیم، سپس طول نقاط نمودار به دست آمده را نصف و عرض آن ها را دو برابر می کنیم. اگر نمودار به دست آمده را یک واحد به راست منتقل کنیم، ضابطه تابعی که نمودار آن رسم شده است، کدام است؟

$$y = 16x^2 - 4x - 2 \quad (2)$$

$$y = 16x^2 - 20x + 4 \quad (1)$$

$$y = 16x^2 + 44x + 28 \quad (4)$$

$$y = 16x^2 + 28x + 10 \quad (3)$$

متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱

پاسخ: گزینه ۱



به سرزمین «تبدیلات تابع» خوش آمدید!

برای تابع  $f(x)$  داریم:

$$1) f(x+k) \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \text{واحد در جهت افقی به چپ} \\ k < 0 \rightarrow \text{واحد در جهت افقی به راست} \end{cases} |k|$$

$$2) f(x)+k \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \rightarrow \text{واحد در جهت عمودی به بالا} \\ k < 0 \rightarrow \text{واحد در جهت عمودی به پایین} \end{cases} |k|$$

$$3) kf(x) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \text{انبساط عمودی با ضریب } k \\ 0 < k < 1 \rightarrow \text{انقباض عمودی با ضریب } k \end{cases}$$

$$4) -f(x) \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}$$

$$5) f(kx) \Rightarrow \begin{cases} k > 1 \rightarrow \text{انقباض افقی با ضریب } \frac{1}{k} \\ 0 < k < 1 \rightarrow \text{انبساط افقی با ضریب } \frac{1}{k} \end{cases}$$

$$6) f(-x) \rightarrow \text{قرینه نسبت به محور } y \text{ ها}$$

پاسخ تشریحی

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{دو برابر کردن عرض}} y = f(-2x) \xrightarrow{\text{نصف کردن طول نقاط}} y = f(-x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض‌ها}} y = f(x)$$

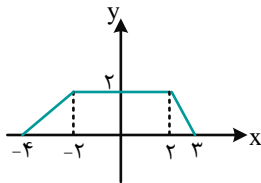
$$\xrightarrow{\text{یک واحد به راست}} y = 2f(-2(x-1)) = 2f(-2x+2)$$

بنابراین ضابطه نمودار نهایی به صورت زیر است:

$$y = 2(2(-2x+2))^2 - 3(-2x+2) = 4(4x^2 - 8x + 4) + 12x - 12 = 16x^2 - 32x + 16 + 12x - 12 = 16x^2 - 20x + 4$$

## گروه آموزشی ماز

۱۸- نمودار تابع  $f$  در شکل مقابل رسم شده است. مساحت ناحیه محصور به نمودار تابع  $g(x) = f(2x-1)$  و بالای محور طول‌ها و سمت راست محور عرض‌ها کدام است؟



$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{7}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

بفرمایید نکته‌ داغ و تازه! «نمودار رسم نمودار تابع  $af(bx+c)+d$ »

برای رسم این تابع، مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

**A:** ابتدا  $f(x+c)$  را رسم می‌کنیم، یعنی اگر  $c > 0$  باشد،  $c$  واحد به چپ برود و اگر  $c < 0$  باشد،  $|c|$  واحد به راست برود.

**B:** حال  $f(bx+c)$  را رسم می‌کنیم، یعنی طول نقاط نمودار  $f(x+c)$  را  $\frac{1}{b}$  می‌کنیم.

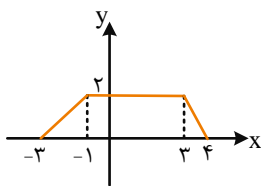
**C:** سپس  $af(bx+c)$  را رسم می‌کنیم، یعنی عرض نقاط نمودار  $f(bx+c)$  را  $a$  برابر می‌کنیم.

**D:** بالاخره  $af(bx+c)+d$  را رسم می‌کنیم، یعنی اگر  $d > 0$  باشد، آن‌گاه نمودار  $af(bx+c)$  را  $d$  واحد به سمت بالا می‌بریم و اگر  $d < 0$  باشد، آن‌گاه نمودار

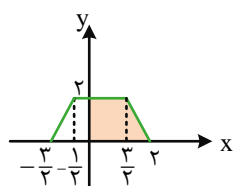
$af(bx+c)$  را  $|d|$  واحد به سمت پایین می‌آوریم.

پاسخ تشریحی

اگر نمودار تابع  $f$  را یک واحد به راست منتقل کنیم، نمودار تابع  $y = f(x-1)$  به دست می‌آید. اگر در نمودار حاصل، طول نقاط را نصف کنیم، نمودار تابع  $y = f(2x-1)$  به دست می‌آید که به صورت زیر است:



$$y = f(x-1)$$



$$y = f(2x-1)$$

مساحت ناحیه هاشور خورده مورد سوال است که برابر است با:

$$S = \frac{(2 + \frac{3}{2}) \times 2}{2} = \frac{7}{2}$$

## گروه آموزشی ماز

۱۹- نمودار تابع  $y = \sqrt{4-x}$  را  $k$  واحد به سمت بالا و  $k$  واحد به چپ منتقل می‌کنیم ( $k > 0$ ). اگر نمودار به دست آمده از نقاط  $(\frac{3}{2}, a)$  و  $(a, \frac{3}{2})$  عبور کند، مقدار  $k$  کدام است؟

$$\frac{2+\sqrt{5}}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### فیله قشنگه این نکته! البته کاربردی!

اگر در صورت سوال بگویید که نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد به سمت بالا می‌بریم، بدون آن که علامت  $k$  را معین کند، منظورش تبدیل  $f(x)$  به  $f(x) + k$  می‌باشد نه  $f(x) + |k|$ .

**تذکر:** به طریق مشابه برای  $k$  واحد به پایین داریم،  $f(x) - k$  و برای  $k$  واحد به راست نیز داریم  $f(x - k)$ .

### پاسخ تشریحی:

ضابطه تابعی که نمودار آن به دست آمده است به صورت زیر است:

$$f(x) = \sqrt{4-(x+k)} + k = \sqrt{-x+4-k} + k$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = a \Rightarrow \sqrt{\frac{5}{2}-k} + k = a, k \leq \frac{5}{2}$$

بنابراین:

$$f(a) = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{-a+4-k} + k = \frac{3}{2} \Rightarrow \sqrt{-a+4-k} = \frac{3}{2} - k$$

$$k \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -a+4-k = \frac{9}{4} - 2k + k^2 \Rightarrow a = -k^2 + 2k + \frac{7}{4}$$

بنابراین:

$$\sqrt{\frac{5}{2}-k} + k = -k^2 + 2k + \frac{7}{4}, 0 < k \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{5}{2}-k} = -k^2 + k + \frac{7}{4} \quad (۱)$$

با توجه به شرط  $0 < k \leq \frac{3}{2}$  واضح است که  $k = 2$  و  $k = \frac{2+\sqrt{5}}{2}$  جواب نیستند. همچنین  $k = 1$  در معادله (۱) صدق نمی‌کند ولی  $k = \frac{3}{2}$  در معادله صدق می‌کند و جواب مسئله است.

$$\sqrt{\frac{5}{2}-\frac{3}{2}} = -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + \frac{7}{4} \Leftrightarrow 1 = 1$$

### گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$  را نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم. سپس طول نقاط نمودار به دست آمده را سه برابر می‌کنیم. نمودار نهایی را چند

واحد به سمت بالا منتقل کنیم، تا با نمودار تابع  $f$  فقط یک نقطه مشترک داشته باشد؟

(۴) امکان پذیر نیست.

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### پاسخ تشریحی:

به تبدیلات زیر توجه کنید:

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول‌ها}} y = -f(x) \xrightarrow{\text{طول نقاط سه برابر}} y = -f\left(\frac{x}{3}\right) \xrightarrow{k \text{ واحد به بالا}} y = -f\left(\frac{x}{3}\right) + k$$

بنابراین می‌خواهیم معادله  $f(x) = -f\left(\frac{x}{3}\right) + k$  فقط یک جواب داشته باشد.

$$\frac{2x-1}{x+1} = -\frac{\frac{2x}{3}-1}{\frac{x}{3}+1} + k \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + \frac{2x-3}{x+3} = k$$

$$(2x-1)(x+3) + (2x-3)(x+1) = k(x+1)(x+3) \Rightarrow 4x^2 + 4x - 6 = kx^2 + 4kx + 3k$$

$$\Rightarrow (k-4)x^2 + 4(k-1)x + 3k+6 = 0 \quad (1)$$

حالت اول: معادله (1) یک جواب مضاعف داشته باشد.

$$\Delta = 16(k-1)^2 - 4(k-4)(3k+6) = 0 \Rightarrow 4k^2 - 8k + 112 = 0$$

معادله بالا جواب ندارد.

حالت دوم: معادله (1) درجه اول باشد. در این صورت، باید ضرب  $x^2$  برابر صفر باشد. پس:  $k = 4$

حالت سوم:  $x = -1$  جواب معادله (1) باشد.

$$k - 4 - 4(k-1) + 3k + 6 = 0 \Rightarrow 6 = 0 \quad \text{غقیق}$$

حالت چهارم:  $x = -3$  جواب معادله (1) باشد.

$$9(k-4) - 12(k-1) + 3k + 6 = 0 \Rightarrow -18 = 0 \quad \text{غقیق}$$

پس تنها جواب مسئله،  $k = 4$  است.

### گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر  $A_{3 \times 2} = [2i^2 + j]$  و  $B_{3 \times 2} = [j^2 - j - i^2]$ ، آن گاه مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $A+B$  کدام است؟

۲۱ (۴)

۲۲ (۳)

۲۴ (۲)

۲۳ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

#### اندر اموات "درایه عمومی ماتریس"

درایه  $i, j$  را درایه عمومی ماتریس  $A_{m \times n}$  می‌نامیم، به طوری که  $1 \leq i \leq m$  و  $1 \leq j \leq n$  تغییر می‌کند. ماتریس  $A$  را با اختصار به صورت  $A = [a_{ij}]$  می‌نویسیم.

#### جمع دو ماتریس که دیگه راحت‌ه اصلاً نکته نمی‌فاد. ولی به خاطر شما آوردمش دیگه!!!

در جمع دو ماتریس هم‌مرتبه، درایه‌های نظیر به نظیر با هم جمع می‌شوند.

$$A + B = [a_{ij}] + [b_{ij}] = [a_{ij} + b_{ij}]$$

#### پاسخ شریقی

ابتدا درایه‌های سطر سوم ماتریس‌های  $A$  و  $B$  را می‌نویسیم:

$$A_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ 19 & 20 \end{bmatrix} \quad B_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$$

اینک دو ماتریس را با هم جمع می‌کنیم:

$$A + B = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ 19-9 & 20-7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - \\ - & - \\ 10 & 13 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $A+B$  برابر است با:  $10+13=23$

### گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ 0 & x & y \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & 12 & 13 \\ 0 & 4 & 12 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  و داشته باشیم  $B = A^2$ ، آن گاه مقدار  $x+y+z$  کدام می‌تواند باشد؟

-۶ (۴)

-۵ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

#### یه توضیح ریز ببینیم از ضرب دو ماتریس!

در ضرب هر ماتریس مربعی در ماتریس هم‌مرتبه‌اش، درایه‌های سطرهای ماتریس اول را در درایه‌های ستون‌های ماتریس دوم ضرب کرده، متناظراً با هم جمع می‌کنیم و در جایگاه سطر و ستون متناظرش می‌نویسیم.

#### چه جالب! ماتریس به توان دو...

$$A^2 = A \times A$$

### 🎯 نکته آخر هم اختصا ص می یابد به "تساوی دو ماتریس"

در تساوی دو ماتریس هم مرتبه، درایه های متناظر دو ماتریس عیناً با هم برابرند.

$$A = B \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}] \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$$

### پاسخ تشریحی:

ابتدا ماتریس  $A^T = A \times A$  را به دست آورده و سپس با ماتریس  $B$  برابر قرار می دهیم:

$$A^T = \begin{bmatrix} x & y & z \\ \cdot & x & y \\ \cdot & \cdot & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y & z \\ \cdot & x & y \\ \cdot & \cdot & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2 & 2xy & 2xz+y^2 \\ \cdot & x^2 & 2xy \\ \cdot & \cdot & x^2 \end{bmatrix} \xrightarrow{B=A^T} \begin{bmatrix} x^2 & 2xy & 2xz+y^2 \\ \cdot & x^2 & 2xy \\ \cdot & \cdot & x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 12 & 13 \\ \cdot & 4 & 12 \\ \cdot & \cdot & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ 2xy = 12 \xrightarrow{x=\pm 2} \pm 4y = 12 \Rightarrow y = \pm 3 \\ 2xz + y^2 = 13 \Rightarrow \pm 4z + 9 = 13 \Rightarrow \pm 4z = 4 \Rightarrow z = \pm 1 \end{cases}$$

اکنون معادلات را نوشته و داریم:

پس مقدار  $x + y + z$  می تواند  $6 = 2 + 3 + 1$  یا  $-6 = -2 - 3 - 1$  باشد، بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ \cdot & y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $B \times A$  یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه های ماتریس  $A \times B$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

### 🎯 دوباره "ضرب دو ماتریس"

در ضرب هر ماتریس مربعی در ماتریس هم مرتبه اش، درایه های سطرهای ماتریس اول را در درایه های ستون های ماتریس دوم ضرب کرده، متناظراً با هم جمع می کنیم و در جایگاه سطر و ستون متناظرش می نویسیم.

### 🎯 اینم از ماتریس قطری!

ماتریس قطری یک ماتریس مربعی است که درایه های خارج قطر اصلی اش همگی صفر هستند.

### پاسخ تشریحی:

ابتدا ماتریس  $B \times A$  را محاسبه کرده و شرط قطری بودن آن را لحاظ می کنیم:

$$B \times A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 2 \\ \cdot & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 2+2y \\ -x & -2+4y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2+2y=0 \\ -x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=0 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ \cdot & -1 \end{bmatrix}$$

و اینک ماتریس  $A \times B$  را به دست می آوریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ \cdot & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 8 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$

پس مجموعه درایه های ماتریس  $A \times B$  برابر است با:  $-2 + 8 + 1 - 4 = 3$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر داشته باشیم  $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}^2 = m \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه حاصل  $2m + 5n$  کدام است؟

۲۰ (۴)

۳ (۳)

صفر (۲)

-۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

### 🎯 دوباره ضرب دو ماتریس هست که!

در ضرب هر ماتریس مربعی در ماتریس هم مرتبه اش، درایه های سطرهای ماتریس اول را در درایه های ستون های ماتریس دوم ضرب کرده، متناظراً با هم جمع می کنیم و در جایگاه سطر و ستون متناظرش می نویسیم.

🎯 **حالا بیاین با هم ضرب عدد حقیقی در ماتریس رو هم ببینیم!**

در ضرب یک عدد حقیقی در یک ماتریس، عدد حقیقی در تمام درایه‌های ماتریس ضرب می‌شود.

$$A = [a_{ij}] \xrightarrow{r \in \mathbb{R}} rA = [ra_{ij}]$$

**پاسخ تشریحی:**

با توجه به نکات و به کمک اطلاعات مسئله، داریم:

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}^2 = m \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m & 3m \\ 2m & -4m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -15 \\ -10 & 22 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m+n & 3m \\ 2m & -4m+n \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3m = -15 \Rightarrow m = -5 \\ -m+n = 7 \Rightarrow 5+n = 7 \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$

پس مقدار  $2m + 5n$  برابر است با:  $2(-5) + 5(2) = 0$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۲۵- مجموع ریشه‌های معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix} = 1$  کدام است؟

۴)  $-2/5$

۳)  $1/5$

۲)  $-1/5$

۱)  $2/5$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

🎯 **ضرب ماتریس سطری در ماتریس ستونی هم از اون نکته‌های آسون و کاربردی!**

در ضرب ماتریس سطری در ماتریس ستونی، درایه‌های متناظر از دو ماتریس در هم ضرب شده و با هم جمع می‌شوند و در نهایت یک ماتریس  $1 \times 1$  حاصل می‌شود که معادل با عددی حقیقی است.

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \end{bmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

مثال:

**پاسخ تشریحی:**

ضرب ماتریس‌ها را انجام می‌دهیم تا به یک معادله جبری برسیم:

$$\begin{bmatrix} x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = 1 \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x+2 & x-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x + 3x - 6 = 1 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

واضح است که مجموع ریشه‌های معادله درجه دوم اخیر برابر است با:

$$\frac{-b}{a} = -\frac{5}{2} = -2/5$$

### گروه آموزشی ماز

۲۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر به ازای هر عدد صحیح  $x$  مضرب ۶ است؟

الف:  $x^3 + 5x$       ب:  $x^3 + x$       پ:  $x^5 - x$       ت:  $x^3 - x$

۴) ۱

۳) ۲

۲) ۳

۱) ۴

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲


 نکته زیر رو در مورد حاصل ضرب ۳ عدد متوالیه، خوب به خاطر بسپار!

به روش اثبات مستقیم ثابت می‌شود که: «حاصل ضرب هر سه عدد صحیح متوالی مضرب ۶ است»، زیرا:

(روش اول):

$$n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2) \times (n-1)(n-2)(n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}{(n-1)(n-2)(n-3) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n+2)! \times 3!}{(n-1)! \times 3!} = \frac{(n+2)}{3} \times 6 = 6k$$

(روش دوم): می‌دانیم از هر سه عدد متوالی یکی مضرب ۳ است و از هر دو عدد متوالی یکی زوج است. پس در هر سه عدد متوالی یک عدد مضرب ۲ و یک عدد مضرب ۳ داریم. پس حاصل ضرب هر سه عدد متوالی مضرب ۶ است.

(روش سوم): به روش افراز مجموعه اعداد صحیح، که در درس ۲ فصل ۱ خواهید خواند.


 پاسخ شریعی:

با استفاده از نکته، هر عدد را به طور جداگانه بررسی می‌کنیم:

پس مورد الف مضرب ۶ است.  $x^3 + 5x = x^3 - x + 6x = x(x^2 - 1) + 6x = (x-1)x(x+1) + 6x = 6k + 6x = 6(k+x) = 6k'$  ✓

حاصل ضرب سه عدد متوالی

ب)  $x^3 + x = x(x^2 + 1)$

این عبارت دیگر قابل تجزیه نیست، ضمن اینکه به ازای  $x=1$  برابر ۲ می‌شود که مضرب ۶ نیست. ✗

پس مورد پ نیز مضرب ۶ است.  $x^5 - x = x(x^4 - 1) = x(x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x-1)x(x+1)(x^2 + 1) = 6k(x^2 + 1) = 6k'$  ✓

حاصل ضرب سه عدد متوالی

مورد ت نیز مضرب ۶ است.  $x^3 - x = x(x^2 - 1) = (x-1)x(x+1) = 6k$  ✓

حاصل ضرب سه عدد متوالی

پس سه مورد از چهار عدد مضرب ۶ است. بنابراین، گزینه ۲ پاسخ است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- کدام دو گزاره هم‌ارز نیستند؟

(۱)  $a - b < 0 \Leftrightarrow b^5 > a^5$

(۲)  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow (a \cdot \sqrt{b} = 0)$

(۳)  $4a+1$  مربع کامل است  $\Leftrightarrow a$  حاصل ضرب دو عدد متوالی است.

(۴)  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2b - b^2a = 0$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۴


 بریم سراغ تعریف "دو گزاره هم‌ارز"

دو گزاره را هم‌ارز گوئیم، هرگاه از هر یک بتوان به دیگری رسید.


 پاسخ شریعی:

با توجه به نکته، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:


 بررسی گزینه‌ها:

$a - b < 0 \Rightarrow a < b \xrightarrow{\text{توان ۵}} a^5 < b^5$  ✓

$a^5 < b^5 \xrightarrow{\text{ریشه پنجم}} a < b \Rightarrow a - b < 0$  ✓

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 \Rightarrow 2ab = 0 \Rightarrow ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$  ✓

$(a = 0 \vee b = 0) \Rightarrow 2ab = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 \Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + b^2$  ✓

$a = k(k+1) = k^2 + k \Rightarrow 4a+1 = 4k^2 + 4k+1 = (2k+1)^2$  ✓

$4a+1 = k^2 \xrightarrow{4a+1} 4a+1 = (2k'+1)^2 \Rightarrow 4a+1 = 4k'^2 + 4k'+1 \Rightarrow 4a = 4k'(k'+1) \Rightarrow a = k'(k'+1)$  ✓

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \xrightarrow{\text{توان ۲}} a+b = a+b+2\sqrt{ab} \Rightarrow 2\sqrt{ab} = 0 \Rightarrow ab = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0 \Rightarrow a^2b - b^2a = 0$  ✓





پاسخ تشریحی:

با توجه به نکته، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

۱) مثال حل شده صفحه ۶ کتاب درسی است که با برهان خلف ثابت می‌شود.

۲) اگر  $a, b, c$  هیچ کدام مضرب ۳ نباشند، به صورت یکی از ۴ حالت زیر خواهند بود:

۱)  $3k+1$  صورت  $a, b, c$ :  $a^2 + b^2 + c^2 = 3k' + 1 + 3k'' + 1 + 3k''' + 1 = 3(k' + k'' + k''') + 3 = 3q$  ✓

۲)  $3k+2$  صورت  $a, b, c$ :  $a^2 + b^2 + c^2 = 3k' + 4 + 3k'' + 4 + 3k''' + 4 = 3(k' + k'' + k''') + 12 = 3q'$  ✓

۳)  $3k+2$  و یکی به صورت  $3k+1$  از  $a, b, c$ :  $a^2 + b^2 + c^2 = 3k' + 1 + 3k'' + 1 + 3k''' + 4 = 3(k' + k'' + k''') + 6 = 3q''$  ✓

۴)  $3k+1$  و یکی به صورت  $3k+2$  از  $a, b, c$ :  $a^2 + b^2 + c^2 = 3k' + 4 + 3k'' + 4 + 3k''' + 1 = 3(k' + k'' + k''') + 9 = 3q'''$  ✓

پس این حکم به روش با در نظر گرفتن همه حالت‌ها اثبات می‌شود.

به روش اثبات مستقیم، داریم:

$$n(n+1)(n+2)(n+3)+1 = (n^2+3n)(n^2+3n+2)+1 = (n^2+3n)^2 + 2(n^2+3n)+1 = (n^2+3n+1)^2 \checkmark$$

۴) مثال حل شده صفحه ۷ کتاب درسی است که به روش بازگشتی اثبات می‌شود.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

## گروه آموزشی ماز

۳۰- در اثبات نامساوی  $-xy \leq x^2 + y^2$  برای هر عدد حقیقی  $x$  و  $y$  به روش بازگشتی، به چند مورد از گزاره‌های همیشه درست زیر نمی‌توان رسید؟

الف:  $x^2 + (x-y)^2 + y^2 \geq 0$     ب:  $(x + \frac{y}{2})^2 + \frac{3y^2}{4} \geq 0$     پ:  $\frac{(x+2y)^2}{4} + \frac{3y^2}{4} \geq 0$

ت:  $(\frac{x}{2} + y)^2 + \frac{3x^2}{4} \geq 0$     ث:  $x^2 + y^2 + (x+y)^2 \geq 0$

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

## روش اثبات‌های بازگشتی رو هم به مرور نکنیم؟

در اثبات برخی نامساوی‌ها یا تساوی‌های ریاضی، ابتدا تساوی یا نامساوی را تا حد امکان ساده می‌کنیم تا به یک عبارت همیشه درست برسیم. آن‌گاه با بازگشت از مسیر طی شده به حکم اولیه می‌رسیم.

پاسخ تشریحی:

از عبارت  $x^2 + xy + y^2 \geq 0$  با سه مسیر به عبارت همیشه درست می‌رسیم:

مسیر اول  $\leftarrow x^2 + y^2 \geq 0 \leftrightarrow (x+y)^2 + x^2 + y^2 \geq 0 \leftrightarrow (x^2 + 2xy + y^2) + x^2 + y^2 \geq 0 \leftrightarrow 2x^2 + 2xy + 2y^2 \geq 0 \xrightarrow{\times 2} x^2 + xy + y^2 \geq 0$

پس به مورد «ث» می‌توان رسید و بدیهی است که به مورد «الف» نمی‌توان رسید.

مسیر دوم  $\leftarrow \frac{3y^2}{4} + (x + \frac{y}{2})^2 \geq 0 \leftrightarrow \frac{3y^2}{4} + x^2 + xy + \frac{y^2}{4} \geq 0 \leftrightarrow x^2 + xy + y^2 \geq 0$

پس به مورد «ب» می‌توان رسید.

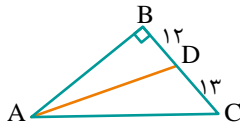
مسیر سوم  $\leftarrow \frac{3x^2}{4} + (y + \frac{x}{2})^2 \geq 0 \leftrightarrow \frac{3x^2}{4} + y^2 + xy + \frac{x^2}{4} \geq 0 \leftrightarrow x^2 + xy + y^2 \geq 0$

پس به موارد «پ» و «ت» نمی‌توان رسید.

پس در مجموع به سه مورد «الف» و «پ» و «ت» نمی‌توان رسید. بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

## گروه آموزشی ماز

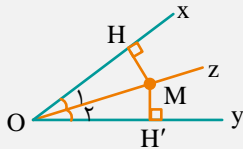
۳۱- در مثلث قائم‌الزاویه  $\hat{A}BC$  ( $\hat{B} = 90^\circ$ ) مطابق شکل،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، اختلاف اندازه‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$  کدام است؟



- (۱) ۴  
(۲) ۵  
(۳) ۳/۵  
(۴) ۴/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

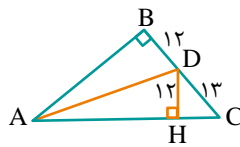


**نیمساز یک ویژگی خیلی مهم داره، اگه گفتید چیه؟**

هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله قرار دارد.

$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \Leftrightarrow MH = MH'$$

پاسخ شریعی



از  $D$  خطی بر  $AC$  عمود می‌کنیم تا آن را در  $H$  قطع کند. با توجه به نکته، داریم:

$$DH = DB = 12$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DHC$  به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

$$CH^2 = DC^2 - DH^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow CH = 5 \quad (1)$$

از طرفی، دو مثلث  $ADH$  و  $ADB$  به حالت وتر و یک ضلع قائمه همنهشت هستند. ( $AD$  مشترک و  $BD = DH$ ) و در نتیجه داریم:

$$AB = AH \quad (2)$$

پس اختلاف دو ضلع  $AB$  و  $AC$  برابر است با:

$$AC - AB = AC - AH = CH = 5$$

بنابراین، گزینه ۲ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۳۲- در مثلث  $\hat{A}BC$ ، عمودمنصف‌های اضلاع  $AB$  و  $AC$ ، ضلع  $BC$  را به ترتیب در  $M$  و  $N$  قطع می‌کنند. اگر داشته باشیم

$$BC = CM + 12 = BN + 10 = 30$$

(۴) ۴۶

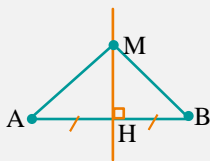
(۳) ۴۴

(۲) ۳۸

(۱) ۳۶

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

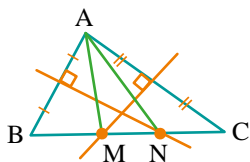


**عمودمنصف هم مثل نیمساز یک ویژگی مهم داره، اینم اگه بگید خیلی عالی میشه...**

هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.

$$\left. \begin{array}{l} AH = BH \\ \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \Leftrightarrow MA = MB$$

پاسخ شریعی



اولاً به کمک اطلاعات مسئله، داریم:

$$BC = 30, \quad CM = 18, \quad BN = 20$$

ثانیاً با توجه به نکته، داریم:

$$AN = BN = 20$$

$$AM = CM = 18$$

ثالثاً با توجه به اندازه‌های شکل، داریم:

$$CN = BC - BN = 30 - 20 = 10$$

$$MN = CM - CN = 18 - 10 = 8$$

$$P_{\triangle AMN} = AM + MN + AN = 18 + 8 + 20 = 46$$

و در نهایت، محیط مثلث  $\triangle AMN$  برابر است با:

بنابراین، گزینه ۴ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۳۳- نقطه  $M$  به فاصله ۷ واحد از خط  $\Delta$  قرار دارد. چند نقطه در صفحه موجود است که از  $M$  به فاصله ۹ و از  $\Delta$  به فاصله ۲ قرار داشته باشند؟

(۴) صفر

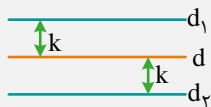
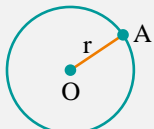
(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



### مکان هندسی دایره هم باید بدونیم چیه دیگه!!!

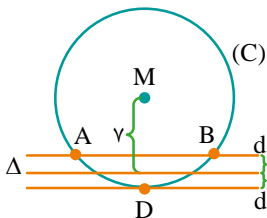
مجموعه نقاطی که از نقطه  $O$  به فاصله  $r$  قرار داشته باشند، دایره‌ای است به مرکز  $O$  و شعاع  $r$ .  
 $OA = r$

مجموعه نقاطی که از خط  $d$  به فاصله  $k$  باشند، دو خط موازی با  $d$  در طرفین  $d$  و به فاصله  $k$  از  $d$  هستند.

### پاسخ سریعی

با توجه به نکات:

- مجموعه نقاطی که از نقطه  $M$  به فاصله ۹ واحد قرار دارند، روی دایره‌ای هستند به مرکز  $M$  و شعاع ۹ مطابق شکل.
- مجموعه نقاطی که از خط  $\Delta$  به فاصله ۲ واحد هستند، روی دو خط  $d_1$  و  $d_2$  قرار دارند، مطابق شکل که به موازات  $\Delta$  و به فاصله ۲ واحد از آن می‌باشند.
- مطابق شکل، همانگونه که مشاهده می‌کنید دایره  $(C)$  و دو خط  $d_1$  و  $d_2$  در سه نقطه  $A$ ،  $B$  و  $D$  مشترکند.



بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۳۴- در مثلث متساوی‌الساقین  $\triangle ABC$  ( $AB = AC = 4\sqrt{5}$ )، فاصله نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از رأس  $C$  برابر ۶ است. مجموع فواصل نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از دو ساق مثلث کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۸

(۲) ۹

(۱) ۱۰

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

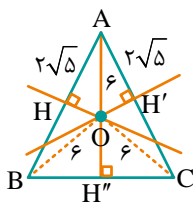
### واکنون یادآوری در مورد "نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها در مثلث"

عمودمنصف‌های هر مثلث هم‌رسند و فاصله نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از سه رأس مثلث با هم برابر است.

### پاسخ سریعی

با توجه به نکته، داریم:

$$OA = OB = OC = 6$$



$$OH = OH'$$

همچنین از همنهشتی دو مثلث  $\triangle OAH$  و  $\triangle OAH'$  داریم:

و به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث  $\triangle OAH$ ، داریم:

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow 36 = OH^2 + 20 \Rightarrow OH^2 = 16 \Rightarrow OH = 4 = OH'$$

و در نهایت مجموع فواصل نقطه O از اضلاع AB و AC برابر است با:  $4 + 4 = 8$ .  
بنابراین، گزینه ۳ پاسخ است.

## گروه آموزشی ماز

۳۵- در مثلث  $\triangle ABC$  داریم  $AB = 15$ ،  $AC = 8$  و  $\angle A < 90^\circ$ . کدام گزینه در مورد اندازه ضلع BC درست است؟

BC < 23 (۴)

BC < 17 (۳)

7 < BC < 17 (۲)

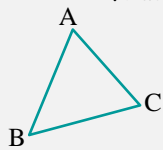
17 < BC < 23 (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

## یه یادی کنیم از نامساوی مثلثی!

در هر مثلث، مجموع اندازه‌های هر دو ضلع از اندازه ضلع سوم بزرگتر است و قدرمطلق تفاضل اندازه‌های هر دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر است.



$$\begin{aligned} AB + AC > BC &\Rightarrow |BC - AC| < AB \\ AB + BC > AC &\Rightarrow |AC - AB| < BC \\ AC + BC > AB &\Rightarrow |AB - BC| < AC \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} |AB - AC| < BC < AB + AC \\ |BC - AC| < AB < BC + AC \\ |BC - AB| < AC < BC + AB \end{cases}$$

## پاسخ تشریحی:

اولاً با توجه به قضیه نامساوی مثلثی در مورد ضلع BC داریم:

$$AB - AC < BC < AB + AC \Rightarrow 15 - 8 < BC < 15 + 8 \Rightarrow 7 < BC < 23 \quad (۱)$$

از طرفی، اگر مثلث  $\triangle ABC$  در رأس A قائمه بود، طبق قضیه فیثاغورس، داشتیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 225 + 64 = 289 \Rightarrow BC = 17$$

$$BC < 17 \quad (۲)$$

$$7 < BC < 17$$

اما از آنجایی که زاویه A حاده است، پس:

از مقایسه روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

بنابراین، گزینه ۲ پاسخ است.

## گروه آموزشی ماز

۳۶- در مثلث  $\triangle ABC$  به اضلاع  $AB = 9$  و  $BC = 12$ ، اگر نقاط M، N و P به ترتیب روی اضلاع AB، AC و BC به گونه‌ای باشند که  $NP \parallel AB$  و  $MN \parallel BC$

آن گاه محیط متوازی‌الاضلاع MNPB کدام نمی‌تواند باشد؟

24 (۴)

23/5 (۳)

21/5 (۲)

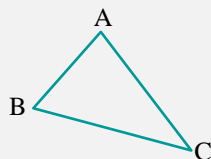
19 (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۴

## ع! اضلاع و زوایای در مثلث مقایسه نکنیم!؟

اگر در مثلثی، دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر و برعکس.



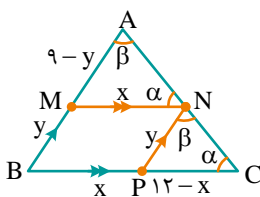
$$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$$

## پاسخ تشریحی:

اولاً با توجه به نکته، داریم:

ثانیاً به کمک قضیه خطوط موازی و مورب، داریم:

$$\triangle ABC: AB < BC \Rightarrow \alpha < \beta$$



$$\hat{A} = \hat{PNC} = \beta$$

$$\hat{C} = \hat{ANM} = \alpha$$

ثالثاً مجدداً با توجه به نکته، داریم:

$$\triangle AMN: \hat{A} > \hat{N} \Rightarrow MN > AM \Rightarrow x > 9 - y \Rightarrow x + y > 9 \quad (1)$$

$$\triangle NPC: \hat{N} > \hat{C} \Rightarrow PC > NP \Rightarrow 12 - x > y \Rightarrow x + y < 12 \quad (2)$$

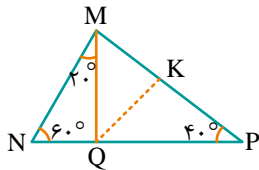
از مقایسه روابط (1) و (2) داریم:

$$9 < x + y < 12 \xrightarrow{\times 2} 18 < 2x + 2y < 24 \Rightarrow 18 < \text{محیط MNPB} < 24$$

بنابراین، گزینه 4 پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

37- در مثلث  $\triangle MNP$ ، مطابق شکل،  $\triangle QKP$  نیمساز زاویه  $\hat{MQP}$  است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، کدام گزینه نادرست است؟



$$NP > MP \quad (1)$$

$$KQ = KP \quad (2)$$

$$QP > MQ \quad (3)$$

$$KQ > QM \quad (4)$$

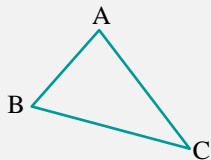
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - 100)

پاسخ: گزینه 4



نکته "مقایسه اضلاع و زوایا در مثلث" روز در می‌ندازیم بیرون از پنجره میاد تو...

اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه مقابل به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه مقابل به ضلع کوچک‌تر و برعکس.



$$\hat{B} > \hat{C} \Leftrightarrow AC > AB$$

پاسخ تشریحی

اولاً با توجه به داده‌های مسئله، داریم:

$$20^\circ + \hat{QMP} = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) \Rightarrow \hat{QMP} = 60^\circ$$

$$\hat{MQK} = \hat{PQK} = \frac{180^\circ - (60^\circ + 40^\circ)}{2} = 40^\circ$$

ثانیاً واضح است که مثلث  $\triangle KQP$  متساوی‌الساقین بوده و داریم:  $KQ = KP$ ، پس گزینه 2 درست است.

ثالثاً با توجه به نکته، داریم:

$$\triangle MQP: \hat{M} > \hat{P} \Rightarrow QP > QM$$

و گزینه 3 نیز درست است.

$$\triangle MNP: \hat{M} > \hat{N} \Rightarrow NP > MP$$

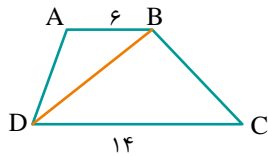
و گزینه 1 نیز درست است.

پس گزینه 4 نادرست است، زیرا:

$$\triangle MQK: \hat{MKQ} = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ > \hat{QMK} \Rightarrow MQ > KQ$$

بنابراین، گزینه 4 پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز



۳۸- مساحت دوزنقه ABCD برابر ۴۵ است. مساحت مثلث ABD کدام است؟

- (۱) ۱۳/۵  
(۲) ۱۳  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۲/۵

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

### نکته زیر رو دریاب!

هرگاه اندازه ارتفاع‌های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با نسبت اندازه قاعده‌هایی که این ارتفاع‌ها بر آن‌ها وارد شده است.

### یه وقت ترکیب در مخرج رو یادمون نره!

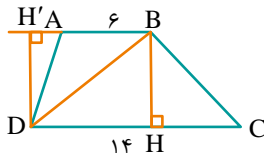
ویژگی ترکیب در مخرج در تناسب به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

### پاسخ شریعی:

از آن جایی که  $AB \parallel DC$ ، پس:  $BH = DH'$

پس با توجه به نکته ۲ داریم:



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{AB}{DC} = \frac{6}{14}$$

و با توجه به نکته ۲، با یک ترکیب در مخرج، داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD} + S_{\triangle ABD}} = \frac{6}{14+6} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{45} = \frac{3}{10} \Rightarrow S_{\triangle ABD} = 13.5$$

بنابراین، گزینه ۱ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز

۳۹- در مثلث ABC به اضلاع  $AB=2AC=7.5$ ، نقطه P روی ضلع BC طوری قرار دارد که  $\frac{BP}{CP} = \frac{3}{7}$ . اگر از P دو خط به موازات AB و AC رسم کنیم تا آن‌ها را به ترتیب در M و N قطع کند، محیط چهارضلعی AMPN کدام است؟

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۴ (۲)

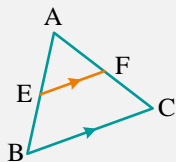
۳۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

### فب دیگه بالاخوره رسیدیم به بحث شیرین قضیه تالس...

در قضیه تالس و تعمیم آن، مطابق شکل داریم:

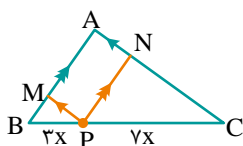


$$EF \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \\ \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \end{cases}$$

### پاسخ شریعی:

از آن جایی که  $\frac{BP}{CP} = \frac{3}{7}$ ، پس مطابق شکل، طول آن‌ها را  $3x$  و  $7x$  در نظر می‌گیریم:

$$BP = 3x, CP = 7x$$



از طرفی، چون  $AM \parallel NP$  و  $AN \parallel MP$ ، پس چهارضلعی AMPN متوازی‌الاضلاع است و اضلاع مقابلش با هم برابرند.

اینک با توجه به قضیه تالس و تعمیم آن، داریم:

$$NP \parallel AB \Rightarrow \frac{CP}{CB} = \frac{NP}{AB} \Rightarrow \frac{7}{10} = \frac{NP}{15} \Rightarrow NP = 10/5$$

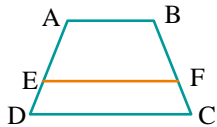
$$MP \parallel AC \Rightarrow \frac{BP}{BC} = \frac{MP}{AC} \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{MP}{25} \Rightarrow MP = 7/5$$

$$2(NP + MP) = 2(10/5 + 7/5) = 36$$

پس محیط چهارضلعی AMPN برابر است با:

### گروه آموزشی ماز

۴۰- در دوزنقه شکل زیر،  $EF \parallel AB$ ،  $\frac{AE}{ED} = \frac{5}{3}$  و  $BC = 12$  است. اندازه  $BF$  کدام است؟



۷/۴ (۱)

۷/۵ (۲)

۷/۶ (۳)

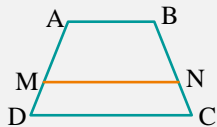
۷/۸ (۴)

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

به قضیه تالس دیگر داریم به نام قضیه تالس در دوزنقه اونم ببینید...

قضیه تالس در دوزنقه مطابق شکل، به صورت زیر است:



$$MN \parallel AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

ع! دوباره ترکیب در مخرج رو یادآوری کنیم براتون!

ویژگی ترکیب در مخرج در تناسب به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

پاسخ تشریحی:

اولاً با توجه به قضیه تالس در دوزنقه، داریم:

$$\frac{BF}{FC} = \frac{AE}{ED} = \frac{5}{3}$$

ثانیاً با توجه به ویژگی ترکیب در مخرج داریم:

$$\frac{BF}{FC+BF} = \frac{5}{3+5} \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{5}{8}$$

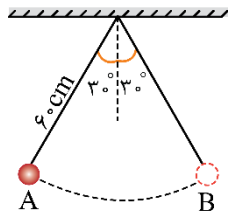
$$\Rightarrow \frac{BF}{12} = \frac{5}{8} \Rightarrow BF = 7/5$$

بنابراین، گزینه ۲ پاسخ است.

### گروه آموزشی ماز



۴۱- شکل مقابل گلوله آونگی را نشان می‌دهد که از نقطه A تا B جابه‌جا شده است. در این حرکت، اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابجایی گلوله تقریباً چند سانتی‌متر است؟



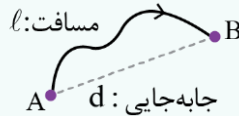
- (۱) ۲/۸  
(۲) ۳/۱۴  
(۳) ۶/۲۸  
(۴) ۵/۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰)

پاسخ: گزینه ۱

### مقایسه مسافت و جابجایی، تندی متوسط و سرعت متوسط

(۱) در شکل زیر، متحرک از مسیر نشان داده شده از A به B می‌رود. در این صورت طول مسیر واقعی برابر مسافت طی شده است و طول پاره‌خطی که A را به B وصل می‌کند برابر اندازه جابجایی متحرک است. به شکل زیر دقت کنید.



(۲) مسافت کمیته نرده‌ای است، در حالی که جابجایی کمیته برداری است و جهت دارد.

(۳) یکای مسافت و جابجایی، هر دو در SI برابر متر (m) است.

(۴) اندازه جابجایی همواره کوچکتر یا مساوی مسافت طی شده است.

$$|\vec{d}| \leq l$$

(۵) در شرایطی جابجایی و مسافت هم‌اندازه هستند که حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت انجام شده باشد.

### مثال: ؟؟

در کدامیک از حرکت‌های زیر، مسافت طی شده برابر اندازه جابجایی متحرک است؟

(الف) اتومبیلی که در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند.

(ب) اتومبیلی که ابتدا در مسیر مستقیم به سمت شمال حرکت می‌کند و سپس در مسیر مستقیم به سمت شرق می‌رود.

(ج) ماهواره‌ای که در مسیر دایره‌ای دور کره زمین می‌چرخد.

(د) شناگری که طول استخر را شنا می‌کند و دوباره به مکان اولیه خود برمی‌گردد.

پاسخ: مطابق نکات فوق، برای آن‌که در حرکتی مسافت طی شده هم‌اندازه جابجایی باشد، حرکت باید بدون هیچ‌گونه تغییر جهتی انجام شود و در مسیر مستقیم باشد. در بین عبارتهای داده شده، فقط در عبارت (الف) متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند.

(۶) با تقسیم مسافت طی شده بر زمان حرکت، تندی متوسط حرکت بدست می‌آید.

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{l}{\Delta t}$$

(۷) با تقسیم جابجایی بر زمان حرکت، سرعت متوسط بدست می‌آید.

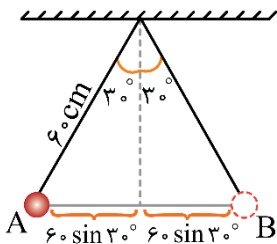
$$\vec{v}_{av} = \frac{\text{بردار جابجایی}}{\text{زمان}} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

(۸) تندی متوسط کمیته نرده‌ای است، در حالی که سرعت متوسط کمیته برداری است.

(۹) اندازه سرعت متوسط همواره کوچکتر یا مساوی تندی متوسط است. هنگامی این دو کمیت هم‌اندازه هستند که متحرک روی مسیر مستقیم بدون تغییر جهت حرکت کند.

### پاسخ تشریحی:

طول خط واصل A به B برابر اندازه جابجایی است.



$$\text{اندازه جابجایی} = 2 \times 6 \times \sin 30^\circ = 6 \text{ cm}$$

طول مسیر واقعی، یعنی  $\frac{1}{6}$  محیط دایره برابر مسافت طی شده است.

$$\text{مسافت طی شده} : l = \frac{1}{6} \times 2\pi R = \frac{1}{6} \times 2 \times 3.14 \times 6 = 6.28 \text{ cm}$$

بنابراین اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابجایی برابر ۲/۸ cm است.

- ۴۲- معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = t^3 - 3t + 10$  است. در کدام یک از بازه‌های زمانی زیر اندازه سرعت متوسط متحرک کوچک تر است؟
- (۱) ثانیه دوم  
 (۲) از انتهای ثانیه اول تا ابتدای ثانیه چهارم  
 (۳) از ابتدای ثانیه سوم تا انتهای ثانیه پنجم  
 (۴) ۲ ثانیه اول

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۱)

### معادله مکان - زمان

در این درسنامه می‌خواهیم اطلاعاتی را که از معادله مکان - زمان قابل استنباط است، بررسی کنیم. برای ساده‌تر شدن فهم موضوع از یک مثال استفاده می‌کنیم و با پاسخ دادن به سؤالات مختلف، معادله مکان - زمان را به طور کامل بررسی می‌کنیم.

### مثال

معادله مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI برابر  $x = t^2 - 6t + 8$  است. به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) مکان متحرک در لحظات  $t_1 = 1s$  و  $t_2 = 6s$  به دست آورید.

با جای‌گذاری زمان‌ها در معادله داریم:

$$t_1 = 1s \rightarrow x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3m$$

$$t_2 = 6s \rightarrow x_2 = 6^2 - (6 \times 6) + 8 = 8m$$

ب) جابه‌جایی متحرک بین لحظات  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 6s$  چند متر است؟

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 3m \\ t_2 = 6s : x_2 = 8m \end{cases} \rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 8 - 3 = 5m$$

ج) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی  $t_1 = 1s$  تا  $t_2 = 6s$  چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{5}{6-1} = 1 \frac{m}{s}$$

د) بردار سرعت متوسط متحرک در ثانیه دوم حرکت در چه جهتی است؟

کافی است ببینیم متحرک در ثانیه دوم در جهت محور x جابه‌جا شده یا در خلاف آن جابه‌جا شده است.

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 1^2 - (6 \times 1) + 8 = 3m \\ t_2 = 2s : x_2 = 2^2 - (6 \times 2) + 8 = 0 \end{cases} \rightarrow \Delta x = 0 - 3 = -3m$$

بنابراین جابه‌جایی و سرعت متوسط در خلاف جهت محور x هستند.

هـ) بردار مکان متحرک در چه لحظاتی تغییر علامت می‌دهد؟

کافی است معادله مکان - زمان را تعیین علامت کنیم. برای این کار ریشه‌های آن را محاسبه می‌کنیم.

$$x = t^2 - 6t + 8 = (t-2)(t-4) \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

t	2	4
x	+	-
	+	+

بنابراین در لحظات  $t = 2s$  و  $t = 4s$ ، جهت بردار مکان عوض می‌شود.

### نکته

در صورتی که علاوه بر معادله مکان - زمان، معادله سرعت - زمان را هم داشته باشیم، می‌توانیم مواردی مثل جهت حرکت، شتاب متوسط، مسافت طی شده، تندی متوسط و لحظات تغییر جهت را هم به دست آوریم که در آزمون‌های بعدی این موارد را به طور کامل بررسی می‌کنیم.

### نکته

(۱) ابتدای ثانیه nام به معنی لحظه  $t = n - 1$  است.

(۲) انتهای ثانیه nام به معنی لحظه  $t = n$  است.

(۳) T ثانیه nام به معنی بازه زمانی بین لحظات  $t_1 = (n-1)T$  تا  $t_2 = nT$  است.

### پاسخ سریعی

ابتدا دقت کنید که در معادله مکان - زمان  $x = t^3 - 3t + 10$ ، عدد ۱۰ مقداری ثابت بوده و در محاسبه جابه‌جایی و سرعت متوسط اثری ندارد، بنابراین

معادله مکان - زمان را به صورت  $x = t^3 - 3t$  در نظر می‌گیریم و در هر یک از بازه‌های زمانی، سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم.

(۱) ثانیه دوم ( $1s < t < 2s$ ):

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 1^3 - (3 \times 1) = -2m \\ t_2 = 2s : x_2 = 2^3 - (3 \times 2) = 2m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 2 - (-2) = 4m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4}{1} = 4 \frac{m}{s}$$

(۲) از انتهای ثانیه اول تا ابتدای ثانیه چهارم ( $1s < t < 3s$ ):

$$\begin{cases} t_1 = 1s : x_1 = 1^3 - (3 \times 1) = -2m \\ t_2 = 3s : x_2 = 3^3 - (3 \times 3) = 18m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 18 - (-2) = 20m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20}{2} = 10 \frac{m}{s}$$

(۳) از ابتدای ثانیه سوم تا انتهای ثانیه پنجم ( $2s < t < 5s$ ):

$$\begin{cases} t_1 = 2s : x_1 = 2^3 - (3 \times 2) = 2m \\ t_2 = 5s : x_2 = 5^3 - (3 \times 5) = 110m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 110 - 2 = 108m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{108}{3} = 36 \frac{m}{s}$$

(۴) دو ثانیه اول ( $0 < t < 2s$ ):

$$\begin{cases} t_1 = 0 : x_1 = 0 - (3 \times 0) = 0 \\ t_2 = 2s : x_2 = 2^3 - (3 \times 2) = 2m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 2 - 0 = 2m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1 \frac{m}{s}$$

بنابراین گزینه (۴) پاسخ این سؤال است.

این سؤال براساس یکی از تست‌های کنکور مجدد تجربی ۱۴۰۱ طرح شده است که به بررسی آن می‌پردازیم.

### تست کنکور مجدد تجربی ۱۴۰۱:

معادله حرکت جسمی در SI به صورت  $x = t^3 - 4t^2 + 2$  است. سرعت متوسط در بازه  $t_1 = 2s$  تا  $t_2 = 4s$  چند متر بر ثانیه است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

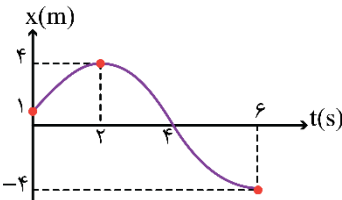
پاسخ: گزینه ۱

برای محاسبه سرعت متوسط به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x = t^3 - 4t^2 + 2 \rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s : x_1 = -6m \\ t_2 = 4s : x_2 = 2m \end{cases} \rightarrow \Delta x = 8m \rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{2} = 4 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۴۳- نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در ۶ ثانیه اول حرکت، تندی متوسط متحرک در مدتی که در جهت محور  $x$  حرکت می‌کند، ..... متر بر ثانیه ..... از اندازه سرعت متوسط متحرک در مدتی است که بردار مکان آن در خلاف جهت محور  $x$  است.



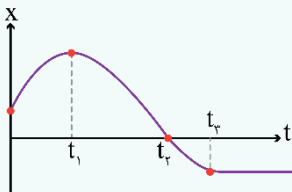
- (۱) ۰٫۵، بیشتر  
(۲) ۰٫۵، کمتر  
(۳) ۱، بیشتر  
(۴) ۱، کمتر

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

### نمودار مکان-زمان

(۱) نمودار مکان - زمان مقابل را در نظر بگیرید.



مطالب زیر از نمودار مکان - زمان قابل استنباط است.

(الف) مکان متحرک در هر لحظه: مکان متحرک در بازه زمانی صفر تا  $t_2$  مثبت و از لحظه  $t_2$  به بعد منفی است. به عبارت دیگر بردار مکان در بازه صفر تا  $t_2$  در جهت محور  $x$  است و از لحظه  $t_2$  به بعد، بردار مکان در خلاف جهت محور  $x$  است.

(ب) لحظات عبور متحرک از مبدأ مکان: هنگامی که نمودار محور افقی را قطع می‌کند، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است. به عنوان مثال در نمودار بالا، در لحظه  $t_2$ ، متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است.

(ج) سرعت حرکت: شیب نمودار مکان - زمان نشان دهنده سرعت متحرک است. در نمودار فوق، در بازه صفر تا  $t_1$ ، سرعت مثبت است، در بازه  $t_1$  تا  $t_2$  منفی است و از  $t_2$  به بعد، سرعت صفر است و متحرک ساکن است.

(د) سرعت متوسط: اگر هر دو نقطه از نمودار را با خط راست به هم وصل کنیم، شیب این خط برابر سرعت متوسط بین این دو لحظه است.

(ه) شتاب حرکت: تقعر نمودار نشان‌دهنده شتاب حرکت است. اگر نمودار به شکل قله‌ای (∪) باشد، شتاب منفی است و اگر به شکل دره‌ای (∩) باشد، شتاب مثبت است.

شتاب را در آزمون‌های بعدی دقیق‌تر بررسی می‌کنیم، زیرا مبحث شتاب جزو برنامه این آزمون نیست.



در ۲ ثانیه اول، شیب نمودار مثبت است و متحرک در حال حرکت در جهت محور  $x$  می‌باشد. در این بازه، متحرک مسافت ۳ متری را طی کرده است و تندی متوسط آن برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{3}{2} = 1.5 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی  $4s < t < 6s$ ،  $x < 0$  است، یعنی بردار مکان در خلاف جهت محور  $x$  است. در این بازه، اندازه سرعت متوسط برابر است با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4 - 0}{2} = -2 \frac{m}{s} \rightarrow |v_{av}| = 2 \frac{m}{s}$$

بنابراین تندی متوسط در ۲ ثانیه اول،  $0.5 \frac{m}{s}$  کمتر از بزرگی سرعت متوسط در بازه  $4s < t < 6s$  است.

### گروه آموزشی ماز

۴۴- متحرکی بر روی محور  $x$  در حال حرکت است. بردار سرعت متوسط در ۵ ثانیه اول و دوم حرکت به ترتیب در  $SI$  برابر  $4\vec{i}$  و  $-3\vec{i}$  است. بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم حرکت چند متر بر ثانیه باشد تا سرعت متوسط متحرک در ۲۰ ثانیه اول حرکت در  $SI$  برابر  $-2\vec{i}$  باشد؟

- (۱)  $2.5\vec{i}$       (۲)  $2\vec{i}$       (۳)  $4/5\vec{i}$       (۴)  $-3\vec{i}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



اگر جابه‌جایی متحرکی در بازه‌های زمانی متوالی  $\Delta t_1$ ،  $\Delta t_2$ ، ... به ترتیب برابر  $\Delta x_1$ ،  $\Delta x_2$ ، ... باشد، آن‌گاه جابه‌جایی کل متحرک برابر  $\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots$

است و سرعت متوسط متحرک در کل حرکت برابر  $v_{av} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$  است.



جابه‌جایی در ۵ ثانیه‌های اول و دوم برابر است با:

$$\Delta x_1 = v_{av_1} \Delta t_1 = 4 \times 5 = 20 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = v_{av_2} \Delta t_2 = -3 \times 5 = -15 \text{ m}$$

از طرفی جابه‌جایی در کل مدت ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$\Delta x_{کل} = v_{av_{کل}} \Delta t_{کل} = -2 \times 20 = -40 \text{ m}$$

جابه‌جایی کل برابر مجموع جابه‌جایی در ۳ مرحله است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x_{کل} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \rightarrow -40 = 20 - 15 + \Delta x_3 \rightarrow \Delta x_3 = -45 \text{ m}$$

بنابراین سرعت متوسط در ۱۰ ثانیه دوم حرکت (مرحله سوم) برابر است با:

$$v_{av_3} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{-45}{10} = -4.5 \frac{m}{s} \rightarrow \vec{v}_{av_3} = -4.5\vec{i}$$

این تست بر اساس یکی از تست‌های کنکور تجربی ۹۸ طرح شده است.

### تست کنکور تجربی سال ۹۸

متحرکی روی محور  $x$  حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان  $x = -40 \text{ m}$  می‌گذرد و در لحظه  $t_1 = 6 \text{ s}$  به مکان  $x_1 = 10 \text{ m}$  می‌رسد و در نهایت در لحظه  $t_2 = 10 \text{ s}$  از مکان  $x_2 = 20 \text{ m}$  می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در  $SI$  در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

- (۱) ۲۲      (۲) ۱۴      (۳) ۶      (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

طبق رابطه محاسبه سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{20 - (-40)}{10} = 6 \frac{m}{s}$$

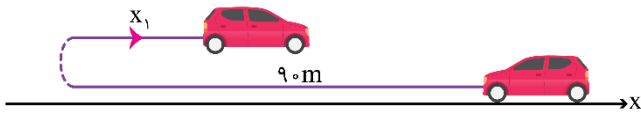
### گروه آموزشی ماز

۴۵- اتومبیلی در خلاف جهت محور  $x$  به اندازه ۹۰ متر حرکت می‌کند و سپس، تغییر جهت داده و بخشی از مسیر را بازمی‌گردد. اگر تندی متوسط اتومبیل در کل این حرکت، ۲۵ درصد بیشتر از اندازه سرعت متوسط باشد، بردار جابه‌جایی اتومبیل در کل حرکت در  $SI$  کدام است؟

- (۱)  $60\vec{i}$       (۲)  $-60\vec{i}$       (۳)  $-100\vec{i}$       (۴)  $-80\vec{i}$



پاسخ سریعی:



شکل مقابل مسیر حرکت اتومبیل را نشان می‌دهد.

$$\left[ \begin{array}{l} \text{اندازه جابه‌جایی: } |\Delta x| = 90 - x_1 \\ \text{مسافت طی شده: } l = 90 + x_1 \end{array} \right. \rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{90 + x_1}{90 - x_1}$$

$$s_{av} = \frac{125}{100} |v_{av}| \rightarrow \frac{90 + x_1}{90 - x_1} = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \rightarrow x_1 = 10 \text{ m}$$

بنابراین متحرک ۹۰m در خلاف جهت محور x حرکت کرده و سپس ۱۰m برگشته است و بردار جابه‌جایی برابر است با:

$$\Delta x = -90 + 10 = -80 \text{ m} \rightarrow \vec{d} = -80 \vec{i}$$

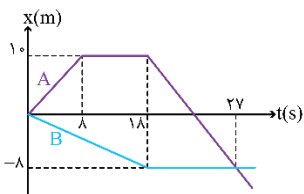
## گروه آموزشی ماز

۴۶- نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که همزمان از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارات زیر در ۲۷

ثانیه اول حرکت صحیح است؟

الف: فاصله دو متحرک به مدت ۱۰ ثانیه ثابت است.

ب: بیشینه فاصله دو متحرک برابر ۱۸ متر است.

ج: در مدتی که متحرک B در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، تندی متوسط متحرک A برابر  $\frac{1}{25} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱



بررسی موارد:

الف) فاصله دو متحرک در ۱۸ ثانیه اول در حال افزایش و در ۹ ثانیه بعدی در حال کاهش است. (×)

ب) در لحظه  $t = 18 \text{ s}$ ، فاصله دو متحرک بیشینه می‌شود و این فاصله برابر  $18 \text{ m} = 10 - (-8)$  است. (✓)

ج) متحرک B در ۱۸ ثانیه اول در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. در این مدت، متحرک A مسافت ۱۰m را طی می‌کند و تندی متوسط آن برابر

$$\frac{10}{18} = \frac{5}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ است. (×)}$$

## گروه آموزشی ماز

۴۷- شناگری نیمی از طول یک استخر را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر را با تندی متوسط  $v_2$  طی می‌کند. سپس در مسیر بازگشت، نیمی از زمانحرکتش را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر را با تندی متوسط  $v_2$  حرکت می‌کند. اگر کل زمان طی کردن مسیر رفت برابر  $t$  و مسیر برگشت برابر  $t'$ 

باشد، کدام مقایسه صحیح است؟

$$t \leq t' \quad (2)$$

$$t = t' \quad (1)$$

۴) برای مقایسه  $t$  و  $t'$ ، باید تندی‌های  $v_1$  و  $v_2$  مشخص باشند.

$$t \geq t' \quad (3)$$

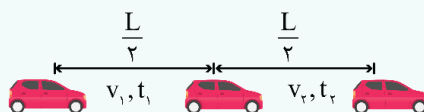


## تندی متوسط در حرکت دو قسمتی

در این درسنامه می‌خواهیم دو حالت را بررسی کنیم.

(۱) متحرک نیمی از مسافت حرکت خود را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر مسافت را با تندی متوسط  $v_2$  طی کند:مطابق شکل مقابل، اگر کل مسیر حرکت L باشد، متحرک  $\frac{L}{2}$  اول را با تندی متوسط  $v_1$  و  $\frac{L}{2}$  آخر را با تندی متوسط  $v_2$  طی کرده است. در این صورت می‌توان

نوشت:



$$\begin{cases} v_1 = \frac{L}{t_1} \rightarrow t_1 = \frac{L}{v_1} \\ v_2 = \frac{L}{t_2} \rightarrow t_2 = \frac{L}{v_2} \end{cases} \rightarrow t_{\text{کل}} = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_1} + \frac{L}{v_2}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{\text{مسافت کل}}{\text{زمان کل}} = \frac{L}{t_{\text{کل}}} = \frac{L}{\frac{L}{v_1} + \frac{L}{v_2}} = \frac{v_1 v_2}{v_1 + v_2} \rightarrow s_{\text{av}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

مثال:

متحرکی نیمی از مسیر حرکت خود را با تندی متوسط  $40 \frac{m}{s}$  و نیمه دیگر را با تندی متوسط  $60 \frac{m}{s}$  طی می‌کند. تندی متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟ مطابق نتیجه قسمت قبل داریم:

$$s_{\text{av}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = \frac{2 \times 40 \times 60}{40 + 60} = 48 \frac{m}{s}$$

رابطه بالا را حفظ نکنید و سعی کنید روش به دست آوردن آن را یاد بگیرید.

۲) متحرک نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط  $v_1$  و نیمه دیگر زمان را با تندی متوسط  $v_2$  طی کند:

مطابق شکل زیر، اگر کل زمان حرکت  $t$  باشد، متحرک  $\frac{t}{2}$  اول را با تندی متوسط  $v_1$  و  $\frac{t}{2}$  آخر را با تندی متوسط  $v_2$  طی کرده است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} v_1 = \frac{L_1}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_1 = v_1 \frac{t}{2} \\ v_2 = \frac{L_2}{\frac{t}{2}} \rightarrow L_2 = v_2 \frac{t}{2} \end{cases} \rightarrow L_{\text{کل}} = L_1 + L_2 = v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}$$

$$s_{\text{av}} = \frac{L_{\text{کل}}}{t} = \frac{L_1 + L_2}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow s_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

مثال:

متحرکی نیمی از زمان حرکت خود را با تندی متوسط  $40 \frac{m}{s}$  و نیمه دیگر زمان را با تندی متوسط  $60 \frac{m}{s}$  طی می‌کند. تندی متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

$$s_{\text{av}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{40 + 60}{2} = 50 \frac{m}{s}$$

برای تمرین بیشتر، سعی کنید حرکت‌های زیر را خودتان بررسی کنید.

الف) متحرک  $\frac{1}{3}$  ابتدایی مسیر را با تندی متوسط  $v_1$ ،  $\frac{1}{3}$  بعدی را با تندی متوسط  $v_2$  و  $\frac{1}{3}$  آخر را با تندی متوسط  $v_3$  طی کند.

ب) متحرک  $\frac{1}{3}$  ابتدایی زمان حرکت را با تندی متوسط  $v_1$ ،  $\frac{1}{3}$  بعدی را با تندی متوسط  $v_2$  و  $\frac{1}{3}$  آخر را با تندی متوسط  $v_3$  طی کند.

پاسخ تشریحی:

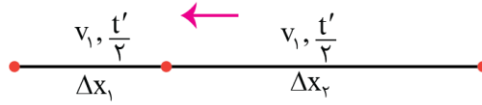
فرض کنیم طول استخر برابر  $L$  باشد، در مسیر رفت با توجه به شکل زیر داریم:

$$\begin{cases} \Delta t_1 = \frac{L}{v_1} = \frac{L}{2v_1} \\ \Delta t_2 = \frac{L}{v_2} = \frac{L}{2v_2} \end{cases}$$

$$\text{زمان رفت: } t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{L(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}$$

در مسیر برگشت هم داریم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = v_1 \frac{t'}{2} \\ \Delta x_2 = v_2 \frac{t'}{2} \end{cases} \rightarrow L = v_1 \frac{t'}{2} + v_2 \frac{t'}{2} = \frac{t'}{2}(v_1 + v_2)$$



$$\text{زمان برگشت: } t' = \frac{2L}{v_1 + v_2}$$

برای مقایسه زمان رفت و برگشت، نسبت  $\frac{t'}{t}$  را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{2L}{v_1 + v_2}}{\frac{L(v_1 + v_2)}{2v_1v_2}} = \frac{4v_1v_2}{(v_1 + v_2)^2}$$

در ادامه ثابت می‌کنیم عبارت فوق کمتر یا مساوی ۱ است.

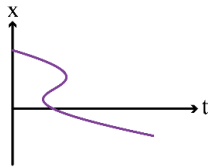
$$(v_1 - v_2)^2 \geq 0 \Rightarrow v_1^2 - 2v_1v_2 + v_2^2 \geq 0 \Rightarrow v_1^2 + 2v_1v_2 + v_2^2 - 4v_1v_2 \geq 0 \Rightarrow (v_1 + v_2)^2 \geq 4v_1v_2$$

$$\Rightarrow \frac{4v_1v_2}{(v_1 + v_2)^2} \leq 1 \Rightarrow \frac{t'}{t} \leq 1$$

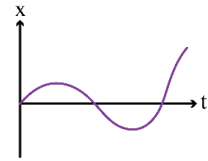
در نتیجه  $\frac{t'}{t} \leq 1$  است، بنابراین  $t \geq t'$  می‌باشد.  
آگه تونستی این سوالو حل کنی، فیلی شفقی!

## گروه آموزشی ماز

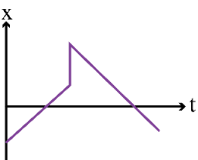
۴۸- کدام یک از نمودارهای زیر، می‌تواند نمودار مکان - زمان متحرکی باشد که بر روی محور x حرکت می‌کند؟



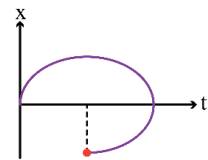
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

(آسان - نموداری - ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

در نمودارهای گزینه‌های (۲)، (۳) و (۴)، لحظاتی وجود دارد که در آن‌ها، متحرک در چند مکان قرار گرفته است که چنین چیزی امکان‌پذیر نیست، بنابراین فقط نمودار گزینه (۱) می‌تواند مربوط به نمودار مکان - زمان یک متحرک باشد.

## گروه آموزشی ماز

۴۹- در چه تعداد از حرکت‌های زیر، سرعت متوسط صفر است؟

الف: حرکت نوک عقربه دقیقه‌شمار از ساعت ۸ تا ساعت ۱۰

ب: حرکت نوک عقربه ساعت‌شمار از ساعت ۹ تا ۱۲

ج: یک دور حرکت کامل ماهواره به دور زمین

د: ۹۰m حرکت به سمت جنوب و سپس ۹۰m حرکت به سمت شرق

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ سبزی

در حرکت‌های (الف) و (ج)، مکان اولیه و نهایی متحرک یکسان است، یعنی جابه‌جایی آن صفر است و در نتیجه سرعت متوسط آن نیز صفر می‌باشد.

## گروه آموزشی ماز

۵۰- معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، در  $SI$  برابر  $x = 12 \cos(t) - 6$  است. بیشترین فاصله متحرک تا مبدأ مکان برابر چند متر است؟

۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۲ (۲)

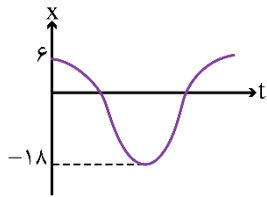
۱۸ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ سبزی



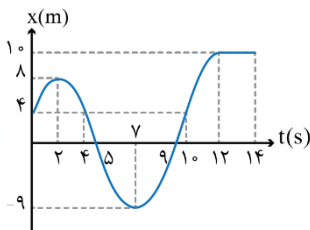
$$x = 12 \cos(t) - 6$$

نمودار مکان - زمان را رسم می‌کنیم.

مطابق نمودار، بیشترین فاصله متحرک تا مبدأ مکان برابر ۱۸m است.

## گروه آموزشی ماز

۵۱- نمودار مکان - زمان جسمی که بر روی محور  $x$  حرکت می‌کند، مطابق شکل است. چند مورد از این عبارات در ۱۴ ثانیه اول حرکت درست می‌باشند؟ الف: در ۵ ثانیه اول، مسافت طی شده برابر ۱۲m می‌باشد.

ب: اختلاف زمان دو عبور متوالی متحرک (بعد از لحظه  $t=0$ ) از مکان اولیه برابر ۴s است.

پ: مدت زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است، ۲ ثانیه بیشتر از مدت زمانی است که متحرک

در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

ت: بیشترین طول بردار مکان برابر ۱۰m است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۲



بررسی موارد

الف) در ۲ ثانیه اول از مکان ۴m به مکان ۸m رفته است (۴m)، سپس در بازه ۲ تا ۵ ثانیه به مبدأ مکان می‌آید (۸m) که در مجموع  $4 + 8 = 12m$  مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت است. این عبارت صحیح است.

ب) مکان اولیه متحرک، در ۴ متر مبدأ مکان است. متحرک پس از شروع حرکت، در لحظات ۴s و ۱۰s از این مکان مجدداً عبور می‌کند، پس اختلاف زمانی دو عبور متوالی  $10 - 4 = 6s$  است.

پس این عبارت نادرست است.

تذکر: اگر گفته می‌شد اختلاف زمانی دو عبور متوالی از مبدأ حرکت (مبدأ مکان) چند ثانیه است، در این صورت  $4s = 9 - 5$  جواب سؤال می‌شد.

پ) متحرک در بازه‌های  $(0-2)s$  و  $(5-7)s$  و  $(9-12)s$  در حال دور شدن از مبدأ مکان است، چون در این بازه‌ها فاصله متحرک از مبدأ مکان در حال افزایش است. در مجموع  $2 + 2 + 3 = 7s$  در حال دور شدن از مبدأ مکان است.

تذکر: متحرک در بازه ۱۲s تا ۱۴s ساکن است و حرکتی ندارد.

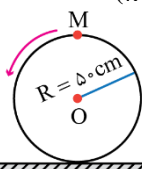
هم‌چنین در بازه‌های  $(2-5)s$  و  $(7-9)s$  متحرک به مبدأ مکان نزدیک می‌شود که در مجموع  $3 + 2 = 5s$  می‌باشد. این عبارت نیز درست می‌باشد.

ت) بردار مکان یعنی برداری که مبدأ محور را به مکان جسم متصل می‌کند و روی نمودار  $x - t$ ، یعنی فاصله عمودی از محور زمان. بیشترین این فاصله در لحظه  $t = 12s$  اتفاق می‌افتد که برابر با ۱۰m است. پس این عبارت نیز درست است.

بنابراین فقط عبارت (ب) نادرست است و ۳ عبارت دیگر درست هستند.

## گروه آموزشی ماز

۵۲- حلقه‌ای به شعاع ۵۰cm مطابق شکل زیر به سمت چپ در حال حرکت است. در مدتی که حلقه از لحظه نشان داده شده به اندازه نیم‌دور می‌چرخد،

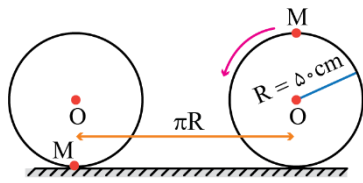
نسبت اندازه سرعت متوسط نقطه M به تندی متوسط نقطه O (مرکز حلقه) به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ ( $\pi^2 \approx 10$ )
 $\sqrt{1/4}$  (۱)

 $\sqrt{14}$  (۲)

 $\sqrt{4/4}$  (۳)

۱ (۴)

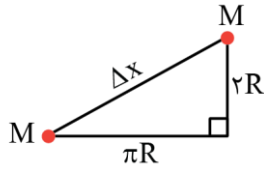




وقتی حلقه نیم دور بزند، مرکز حلقه به اندازه  $\frac{1}{2}(2\pi R) = \pi R$  به سمت چپ حرکت خواهد کرد و نقطه M از بالای حلقه به پایین حلقه جابه جا خواهد شد بنابراین جابه جایی M با استفاده از رابطه فیثاغورس برابر است با:

$$d_M = \sqrt{(\pi R)^2 + (\pi R)^2} = R\sqrt{4+1} = R\sqrt{14}$$

$$v_{av} = \frac{d_M}{\Delta t} = \frac{R\sqrt{14}}{\Delta t}$$



نقطه O هم به اندازه  $\pi R$  به سمت چپ می آید.

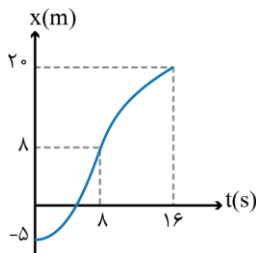
$$L_O = \pi R \rightarrow s_{av} = \frac{L_O}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t}$$

نسبت سرعت متوسط نقطه M به تندی متوسط نقطه O برابر است با:

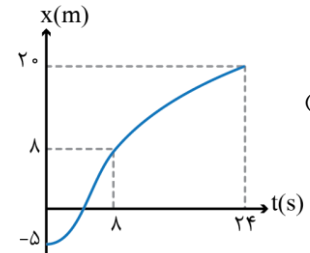
$$\frac{v_{av}}{s_{av}} = \frac{\frac{R\sqrt{14}}{\Delta t}}{\frac{\pi R}{\Delta t}} = \frac{\sqrt{14}}{\pi} = \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{10}} = \sqrt{1.4}$$

### گروه آموزشی ماز

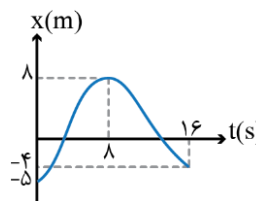
۵۳- متحرکی روی محور x از نقطه A در مکان  $x = -5m$  در مدت زمان  $\Delta t = 8s$  به نقطه B در مکان  $x = 8m$  می رود. سپس با جابه جایی به اندازه ۱۲ متر به نقطه C می رود. اگر جهت بردار مکان در جابه جایی از نقطه B به C تغییر پیدا کند و کل مدت زمان حرکت ۱۶ ثانیه باشد، کدام گزینه می تواند نمودار مکان - زمان این متحرک باشد؟



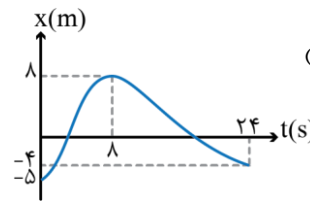
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

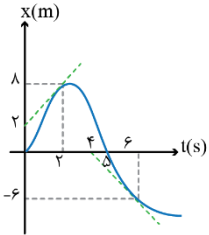
طبق صورت تست متحرک ابتدا در مکان  $-5m$  بوده و سپس در مدت زمان ۸ ثانیه به نقطه B در مکان  $+8m$  می رود. در نقطه B، بردار مکان در جهت محور xها است. وقتی از نقطه B به C می رود، بردار مکان تغییر جهت می دهد، یعنی در خلاف جهت محور xها می شود و به این معنی است که جابجایی در خلاف جهت محور xها است، پس داریم:

$$\Delta x = x_C - x_B \rightarrow -12 = x_C - 8 \rightarrow x_C = -4m$$

پس مکان نهایی آن در  $-4m$  است و زمان کل حرکت هم ۱۶ ثانیه است. بنابراین گزینه ۴ درست است.

### گروه آموزشی ماز

۵۴- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل روبرو است. تندی آن در لحظه  $t = 2s$ ، چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت آن در لحظه  $t = 6s$  است؟



- (۱) ۰  
(۲) ۳  
(۳) ۶  
(۴) -۶

(آسان - نموداری - ۱۲۰۱)

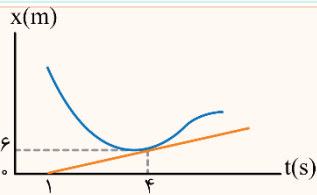
پاسخ: گزینه ۳



## تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای



تندی متحرک در هر لحظه را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر برای تندی لحظه‌ای، جهت در نظر بگیریم، در واقع سرعت لحظه‌ای را توصیف می‌کنیم. سرعت در هر لحظه دلخواه برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان در آن لحظه است.

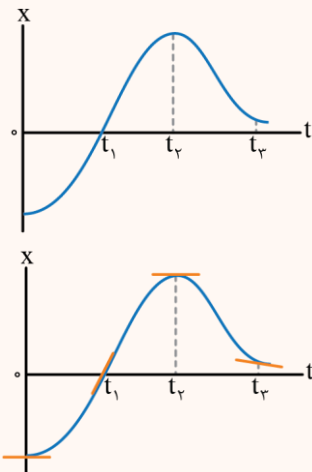


## مثال

سرعت در  $t = 4s$ ، چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ: سرعت در لحظه  $t = 4s$ ، برابر شیب خط مماس در این لحظه است.

$$v_{(t=4s)} = \frac{6-0}{4-1} = 2 \frac{m}{s}$$



## تست کنکور تجربی داخل ۱۴۰۲

نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه نشان داده شده، تندی بیشتر است؟

- (۱)  $t_1$   
(۲)  $t_2$   
(۳)  $t_3$   
(۴)  $t = 0$

پاسخ: گزینه ۱

تندی همان اندازه سرعت است و سرعت برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان است. دیده می‌شود که شیب خط مماس در لحظه  $t_1$  از بقیه بیشتر است پس تندی آن نیز بیشتر است.

## پاسخ تشریحی

تندی در لحظه  $t = 2s$  برابر با اندازه سرعت در  $t = 2s$  است.

$$v_{(t=2s)} = \frac{8-2}{2-0} = 3 \frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه  $t = 6s$  برابر است با:

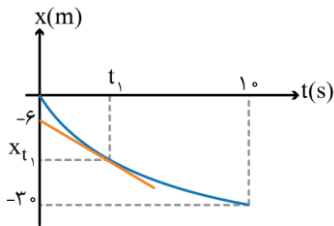
$$v_{(t=6s)} = \frac{-6-0}{6-4} = -3 \frac{m}{s}$$

خواسته سؤال این است:

$$|v_{(t=2s)}| - v_{(t=6s)} = 3 - (-3) = 6 \frac{m}{s}$$

۵۵- اگر سرعت متوسط متحرکی که روی محور  $x$  حرکت می‌کند و نمودار مکان-زمان آن به صورت روبرو است، در  $t_1$  ثانیه اول حرکت برابر  $-4 \frac{m}{s}$  و تندی

متوسط آن در بازه زمانی  $t = t_1$  تا  $t = 10s$  برابر  $2 \frac{m}{s}$  باشد، سرعت آن در لحظه  $t_1$  چند متر بر ثانیه است؟ (خط مماس بر نمودار در لحظه  $t_1$  رسم شده است.)



شده است.

(۱)  $-2/8$

(۲)  $-3/2$

(۳)  $-4$

(۴)  $-2/4$

(متوسط - نموداری - ۱۲۰۱)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی:

طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$0 < t < t_1: v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow -4 = \frac{x_{t_1} - 0}{t_1 - 0} \rightarrow x_{t_1} = -4t_1$$

$$t_1 < t < 10s: s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \xrightarrow{\text{چون تغییر جهت نداریم}} \rightarrow 2 = \frac{x_{t_1} - (-3)}{10 - t_1}$$

$$20 - 2t_1 = x_{t_1} + 3 \xrightarrow{x_{t_1} = -4t_1} \rightarrow 2t_1 = 10 \rightarrow t_1 = 5s \rightarrow x_{t_1} = -20m$$

سرعت در لحظه  $t_1$  در نمودار  $x-t$  برابر با شیب خط مماس بر نمودار  $x-t$  است.

$$v(t=t_1) = \frac{x_{t_1} - (-6)}{t_1 - 0} = \frac{-20 + 6}{5 - 0} = -2/8 \frac{m}{s}$$

### گروه آموزشی ماز

۵۶- چند مورد از عبارات زیر درست بیان شده است؟

الف: خط‌کشی که تا میلی‌متر مدرج شده، دقیق‌تر از خط‌کشی است که تا سانتی‌متر مدرج شده است.

ب: در مدل‌سازی سقوط یک برگ از درخت، نمی‌توان از تأثیر نیروی مقاومت هوا روی برگ صرف‌نظر کرد.

پ: کمیت‌های طول، شدت روشنایی و جرم از جمله کمیت‌های اصلی هستند که یکای آن‌ها در دستگاه بین‌المللی به ترتیب متر، کندلا و گرم می‌باشد.

ت: مقدار یک ماده  $0.025$  مول می‌باشد که با نمادگذاری علمی به صورت  $2/5 \times 10^{-4}$  مول نوشته می‌شود.

ث: جریان الکتریکی کمیتی اصلی می‌باشد که یکای آن در SI برابر آمپر است. این کمیت برداری می‌باشد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - خط به خط کتاب درسی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳



یکاهای کمیت‌ها



(۱) کمیت‌های فیزیکی در سیستم SI به دو گروه اصلی و فرعی تقسیم می‌شوند. هفت کمیت زیر کمیت‌های اصلی هستند و سایر کمیت‌ها، کمیت‌های فرعی می‌باشند.

نماد یکا	نام یکا	کمیت
m	متر	طول
kg	کیلوگرم	جرم
s	ثانیه	زمان
K	کلوین	دما
mol	مول	مقدار ماده
A	آمپر	جریان الکتریکی
cd	گندلا (شمع)	شدت روشنایی

(۲) یکای کمیت‌های اصلی، یکای اصلی نامیده می‌شود و به صورت مستقل از سایر یکاهای تعریف می‌شود. این تعریف باید به گونه‌ای باشد که تغییرناپذیر بوده و قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. در مقابل، یکای کمیت‌های فرعی، یکای فرعی نامیده می‌شود و براساس یکاهای اصلی تعریف می‌شود، بنابراین باید بتوانیم یکاهای فرعی را برحسب یکاهای اصلی بنویسیم.

۳) کمیت‌های فیزیکی علاوه بر اصلی و فرعی بودن، به گونه دیگری نیز تقسیم‌بندی می‌شوند. کمیت‌ها به دو دسته نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند.

نرده‌ای ← برای نمایش آن‌ها فقط به یک عدد و یکای آن‌ها نیاز داریم. جرم، طول، زمان، شدت جریان الکتریکی و فشار نمونه‌هایی از کمیت‌های نرده‌ای هستند.

کمیت‌های فیزیکی

برداری ← علاوه بر مقدار و یکا، جهت نیز دارند و از قوانین جمع برداری پیروی می‌کنند. جابه‌جایی، سرعت، شتاب و ... نمونه‌هایی از کمیت‌های برداری هستند.

### بررسی موارد:

الف) این عبارت درست است.  
دقت وسایل مدرج، کوچک‌ترین درجه‌بندی آن‌ها است. خط‌کش میلی‌متری، کمیته درجه‌بندی‌اش ۱ mm است؛ پس دقت بیشتری از خط‌کش سانتی‌متری دارد و می‌تواند فواصل کمتر از یک سانتی‌متری را با دقت بیشتری اندازه‌گیری کند.  
ب) این عبارت درست است.

چون برگ یک جسم سبک و با سطح زیاد است، پس نیروی مقاومت هوا را نمی‌توان نادیده گرفت. در مدل‌سازی باید اثرهای جزئی را نادیده گرفت. در سقوط برگ، بخاطر کوچک بودن نیروی وزن جسم نسبت به نیروی مقاومت هوا، نمی‌توان از نیروی مقاومت هوا چشم‌پوشی کرد.  
پ) قسمت اول عبارت درست است و هر کمیت اشاره شده از کمیت‌های اصلی می‌باشند، اما یکای جرم نادرست بیان شده و یکای جرم در SI برابر kg است.  
ت) مقدار ماده را با واحد مول نشان می‌دهند.

برای نمادگذاری علمی باید مقدار موردنظر به صورت  $(x \times 10^n)$  که  $10 < x < 1$  و  $n$  عددی صحیح است، نوشته شود.

$$0.0025 \text{ mol} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

این عبارت نادرست است.

ث) قسمت اول عبارت درست است، اما جریان الکتریکی کمیتی نرده‌ای است. این عبارت نادرست است.  
فقط عبارت‌های الف) و ب) صحیح هستند، پس گزینه ۳ جواب تست است.

### گروه آموزشی ماز

۵۷- در رابطه  $v^2 = Ax^2 + Bx$  در SI،  $x$  مکان جسم و  $v$  سرعت جسم می‌باشد. یکای کمیت  $\sqrt{\frac{B^2}{A}}$  از جنس کدام کمیت است؟  
 (۱) مکان (۲) سرعت (۳) شتاب (۴) جذر شتاب

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

### سازگاری یکاها

روابط فیزیکی ارتباط بین کمیت‌های فیزیکی را مشخص می‌کنند. به طور مثال رابطه بین سرعت و شتاب و زمان به صورت  $v = at + v_0$  می‌باشد. یکای کمیت‌ها در دو طرف معادلات فیزیکی باید مشابه باشد تا بتوان این کمیت‌ها را جمع و یا تفریق کرد. به طور مثال نمی‌توان ۱/۵kg را با ۲۰cm جمع کرد، یا نمی‌توان بدون تبدیل یکا ۲atm را با ۲۰Pa جمع کرد.

### پاسخ شریقی:

سمت چپ سرعت به توان دو است؛ یعنی یکای آن  $\left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{m^2}{s^2}$  است، پس سمت راست نیز باید همین یکا را داشته باشیم.

$Ax^2$ :  $x$  دارای یکای متر است و  $x^2$  دارای یکای  $m^2$  است، پس برای اینکه عبارت  $Ax^2$  دارای یکای  $\frac{m^2}{s^2}$  باشد باید  $A$  دارای یکای  $\frac{1}{s^2}$  باشد به همین

ترتیب  $B$  باید دارای یکای  $\frac{m}{s^2}$  باشد. برای تعیین یکای کمیت  $\sqrt{\frac{B^2}{A}}$  می‌توان این کمیت را کمی ساده‌تر کرد و سپس یکای آن را بدست آورد.

$$\sqrt{\frac{B^2}{A}} = \frac{\sqrt{B^2}}{\sqrt{A}} = \frac{B}{\sqrt{A}} \Rightarrow \text{یکای کمیت} = \frac{\frac{m}{s^2}}{\sqrt{\frac{1}{s^2}}} = \frac{m}{s}$$

یکای کمیت برابر  $\frac{m}{s}$  است که یکای سرعت (یا تندی) است.

### گروه آموزشی ماز

۵۸- یک کشتی با تندی ثابت ۱۵ گره دریایی، فاصله ۳ مایلی بین دو بندر را در چه زمانی طی می‌کند؟ (هر مایل دریایی برابر با ۱۸۰۰ متر و هر گره دریایی برابر با ۰/۵ متر بر ثانیه می‌باشد.)

$$\frac{1}{6} \text{ ساعت} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \text{ ساعت} \quad (3)$$

$$15 \text{ دقیقه} \quad (2)$$

$$12 \text{ دقیقه} \quad (1)$$

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۱



## تبدیل نگاه به یکدیگر



در فیزیک باید گاهی یکای کمیت‌ها را به یکاهای دیگر تبدیل کرد، مثلاً cm را به m تبدیل کنیم. برای این کار از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم. در این روش ابتدا باید بین دو یکایی که قرار است به همدیگر تبدیل شوند؛ یک رابطه پیدا کرد. سپس کسری از این رابطه می‌سازیم (به این کسر که برابر با عدد یک است، ضریب تبدیل می‌گویند) و آن را در اندازه کمیت ضرب می‌کنیم.

برای مثال می‌خواهیم ۱۵km را به متر تبدیل کنیم. ابتدا باید بین km و m یک رابطه پیدا کنیم  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  سپس ضریب تبدیل را می‌سازیم. ضریب تبدیل باید

به شکلی نوشته شود که یکای قبلی ساده و یکای جدید جای آن را بگیرد، که در اینجا ضریب تبدیل  $\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$  مناسب است.

$$15 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 15 \times 1000 \text{ m} = 15000 \text{ m}$$

## تست ریاضی داخل ۱۴۰۱:



تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت، معادل چند مایل بر دقیقه است؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید)

$$3/6 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

$$1 \text{ mi} = 1800 \text{ m} = 1/8 \text{ km}$$

$$216 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1/8 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} = \frac{216}{1/8 \times 60} \frac{\text{mi}}{\text{min}} = \frac{216}{7.5} \frac{\text{mi}}{\text{min}} = 28.8 \frac{\text{mi}}{\text{min}}$$



از روش تبدیل زنجیره‌ای کمک می‌گیریم:

$$1 \text{ گره دریایی} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ mi} = 1800 \text{ m}$$

$$\text{فاصله} = 3 \text{ mi} = 3 \text{ mi} \times \frac{1800 \text{ m}}{1 \text{ mi}} = 5400 \text{ m}$$

$$\Delta x = v \Delta t \rightarrow 5400 = 15 \text{ گره} \times \frac{0.5 \text{ m}}{\text{s}} \times \Delta t = 7.5 \Delta t$$

$$\Delta t = \frac{5400}{7.5} \text{ s} = 720 \text{ s} = 12 \text{ min}$$

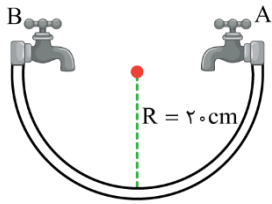
اگر...

اگر سؤال پرسیده بود ۱۵ گره دریایی برابر با چند  $\frac{\text{mi}}{\text{h}}$  است، جواب چه می‌شد؟

$$15 \text{ گره} \times \frac{0.5 \text{ m}}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ mi}}{1800 \text{ m}} \times \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 15 \frac{\text{mi}}{\text{h}}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- در شکل زیر با استفاده از شیرهای آب A و B، می‌توانیم ظرفی به شکل نیمکره را پر کنیم. شیر A به تنهایی در مدت ۶۴s و شیر B به تنهایی در مدت ۱۲۸s ثانیه، ظرف را پر می‌کنند. کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح هستند؟ ( $\pi \approx 3$ )  
الف: اگر هر دو شیر با هم باز شوند، ظرف در مدت ۳۲s پر می‌شود.  
ب: شیر A با آهنگ ۰/۲۵ لیتر بر ثانیه، ظرف را پر می‌کند.



ج: آهنگ خروج آب از شیر B،  $125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  بیشتر از آهنگ خروج آب از شیر A است.

د: هنگامی که ظرف با استفاده از شیر A در حال پر شدن است، آهنگ افزایش ارتفاع سطح مایع در ظرف به تدریج کاهش می‌یابد.

(۴) «الف» و «ج»

(۳) فقط «ج»

(۲) «ب» و «د»

(۱) فقط «ب»

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - ترکیبی - ۱۰۰۱)

### آهنگ تغییرات

آهنگ یک کمیت یعنی تغییرات آن کمیت در واحد زمان

وقتی گفته می‌شود آهنگ خروج آب از یک شلنگ،  $\frac{\Delta \text{Lit}}{\text{s}}$  است یعنی در هر ثانیه، ۰/۵ لیتر آب از شلنگ خارج می‌شود.

### مثال

گیاهی در مدت ۱۵ روز به اندازه  $\frac{3}{6}$  متر رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه برحسب  $\frac{\text{mm}}{\text{h}}$  چقدر است؟

$$\text{آهنگ رشد} = \frac{\text{مقدار رشد}}{\text{زمان رشد}} = \frac{3/6 \text{ m}}{15 \text{ day}} = \frac{3/6 \text{ m}}{15 \text{ day}} \times \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}} \times \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ h}} = 10 \frac{\text{mm}}{\text{h}}$$

### مثال

از یک شیر آب در هر دقیقه ۱۰۰ قطره آب چکه می‌کند. اگر حجم هر قطره آب  $0.2 \text{ cm}^3$  باشد، آهنگ خروج آب از شیر چند  $\frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  است؟

$$\text{حجم آب خارج شده در ۱ دقیقه} = 100 \times 0.2 \text{ cm}^3 = 20 \text{ cm}^3$$

$$\text{آهنگ خروج آب} = \frac{\text{حجم آب}}{\text{زمان}} = \frac{20 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = \frac{1 \text{ cm}^3}{3 \text{ s}}$$

### پاسخ شریعی

حجم نیم کره برابر است با:

$$V_{\text{نیم کره}} = \frac{2}{3} \pi R^3 = 2 \times 20^3 = 16000 \text{ cm}^3$$

شیر A در مدت ۶۴s ظرف را پر می‌کند، پس آهنگ خروجی آب از آن برابر است با:

$$\text{آهنگ خروج آب از A} = \frac{V}{t_A} = \frac{16000}{64} = 250 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 0.25 \frac{\text{Lit}}{\text{s}}$$

شیر B در مدت ۱۲۸s ظرف را پر می‌کند، پس آهنگ خروج آب از آن برابر است با:

$$\text{آهنگ خروج آب از B} = \frac{V}{t_B} = \frac{16000}{128} = 125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 0.125 \frac{\text{Lit}}{\text{s}}$$

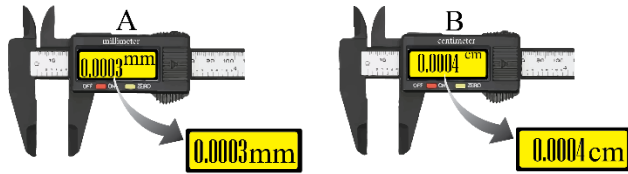
بنابراین آهنگ خروج آب از شیر B،  $0.125 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  کمتر از آهنگ خروج آب از شیر A است.

حال اگر دو شیر را با هم باز کنیم، آب با آهنگ  $250 + 125 = 375 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$  ظرف را پر می‌کند و زمان پر شدن ظرف برابر است با:

$$t = \frac{16000}{375} = \frac{128}{3} \text{ s} \approx 42.67 \text{ s}$$

بنابراین تا این جا فهمیدیم که عبارت (ب) صحیح است و عبارات‌های (الف) و (ج) نادرست هستند. برای عبارت (د)، دقت کنید که به تدریج با پر شدن ظرف و بالا آمدن آب در آن، سطح مقطع ظرف افزایش می‌یابد، بنابراین سطح آب آرام‌تر در ظرف بالا می‌آید و عبارت (د) صحیح است.

۶۰- مجموع دقت وسیله اندازه گیری A و دقت وسیله B بر حسب میلی متر و به صورت نمادگذاری علمی کدام است؟ (هر دو وسیله دیجیتال می باشند).



- (۱)  $1/1 \times 10^{-4}$
- (۲)  $1/1 \times 10^{-3}$
- (۳)  $10^{-3}$
- (۴)  $10^{-4}$

(آسان - مفهومی - ۱۰۰)

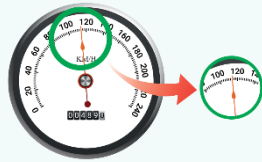
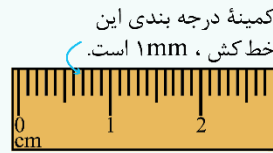
پاسخ: گزینه ۲

## دقت اندازه گیری

وسایل اندازه گیری به دو دسته رقمی (دیجیتال) و مدرج تقسیم می شوند. دقت اندازه گیری این وسایل به صورت زیر تعیین می شود. (۱) وسایل دیجیتال: دقت اندازه گیری آن ها برابر یک واحد از آخرین رقمی است که می خواند. به شکل های زیر دقت کنید.

دقت:  $0.1^{\circ}\text{C}$ دقت:  $0.01\text{ mm}$ 

(۲) وسایل مدرج: دقت اندازه گیری آن ها برابر کمینه درجه بندی وسیله است. به شکل های زیر دقت کنید.

دقت:  $2\text{ km/h}$ دقت:  $1\text{ mm}$ 

## پاسخ تشریحی:

چون وسایل رقمی هستند، دقت آن ها به صورت زیر است.

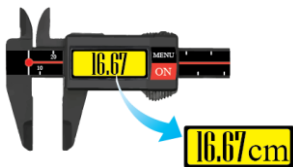
A دقت وسیله  $= 0.0001\text{ mm}$

B دقت وسیله  $= 0.0001\text{ cm} = 0.001\text{ mm}$

A دقت + B دقت  $= 0.0011\text{ mm} = 1.1 \times 10^{-3}\text{ mm}$

## گروه آموزشی ماز

۶۱- با استفاده از وسیله شکل زیر، اندازه گیری های زیر را انجام داده ایم. نام وسیله و مقدار صحیح گزارش شده بر حسب سانتی متر به ترتیب در کدام گزینه به درستی آمده است؟



شماره اندازه گیری	۱	۲	۳	۴	۵	۶
مقدار خوانده شده (cm)	۱۶/۶۸	۱۴/۵۱	۱۶/۶۹	۱۶/۹۵	۱۶/۴۱	۱۶/۶۷

(۱) ریزسنج، ۱۶/۶۷

(۲) کولیس، ۱۶/۶۸

(۳) ریزسنج، ۱۶/۶۵

(۴) کولیس، ۱۶/۷۰

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

## اندازه گیری و دقت وسایل اندازه گیری

عوامل مهم در افزایش دقت اندازه گیری: ۱- دقت وسیله اندازه گیری ۲- مهارت شخص آزمایشگر ۳- تعداد دفعات اندازه گیری برای کاهش خطای اندازه گیری، اندازه گیری ها را چند بار تکرار کرده و میانگین گیری می کنند. اگر داده ای اختلاف زیادی با بقیه داده ها داشته باشد، حذف می شود.

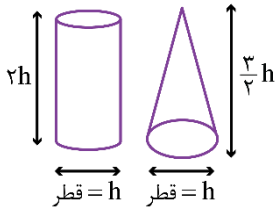
داده شماره (۲) حذف می‌شود چون با بقیه داده‌ها اختلاف زیادی دارد. از ۵ داده باقی‌مانده میانگین می‌گیریم.

$$\text{میانگین} = \frac{۱۶/۶۷ + ۱۶/۴۱ + ۱۶/۹۵ + ۱۶/۶۹ + ۱۶/۶۸}{۵} = \frac{۸۳/۴۰}{۵} = ۱۶/۶۸ \text{cm}$$

نام وسیله اندازه‌گیری نشان داده شده کولیس است.

## گروه آموزشی ماز

۶۲- مطابق شکل زیر، چگالی استوانه توپر ۲ برابر چگالی مخروط توپر است. جرم مخروط چند برابر جرم استوانه است؟



۸ (۱)

 $\frac{1}{4}$  (۲)

۴ (۳)

 $\frac{1}{8}$  (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



## چگالی

جرم واحد حجم جسم را چگالی می‌نامند و از ویژگی‌های یک ماده است و با  $\rho$  نشان می‌دهند.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

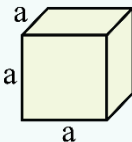
یکای SI چگالی  $\frac{kg}{m^3}$  است اما اغلب از  $\frac{g}{cm^3}$  نیز استفاده می‌شود،  $۱ \frac{g}{cm^3} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}$

برای مقایسه چگالی دو جسم می‌توان از رابطه روبرو استفاده کرد:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{V_1}{V_2}$$

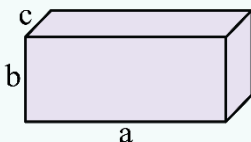
برخی مواقع در مورد چگالی اجسام با شکل هندسی مشخص، مثل کره، مکعب، مخروط و ... سؤال پرسیده می‌شود، به همین دلیل روابط محاسبه حجم اجسام هندسی را به یاد داشته باشید.

مکعب



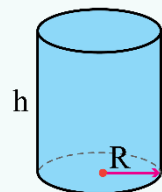
$$V = a^3$$

مکعب مستطیل



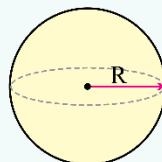
$$V = abc$$

استوانه



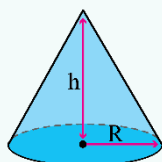
$$V = \pi R^2 h$$

کره



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

مخروط



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$





از رابطه چگالی، می توان جرم را بدست آورد.

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{V_1}{V_2}$$

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

مخروط را جسم (۲) و استوانه را جسم (۱) در نظر می گیریم. طبق صورت سؤال: برای حجم استوانه و مخروط داریم:

$$\text{حجم استوانه } V = \pi R^2 h = \pi \frac{h^2}{4} \times 2h = \frac{\pi}{2} h^3 = V_1$$

$$\text{حجم مخروط } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times \frac{h^2}{4} \times \frac{3}{2} h = \frac{\pi}{8} h^3 = V_2$$

خواسته سؤال نسبت جرم مخروط به جرم استوانه است.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} = \frac{\rho_2}{2\rho_2} \times \frac{\frac{\pi}{8} h^3}{\frac{\pi}{2} h^3} = \frac{1}{8}$$

دقت کنید که چون سطح مقطع مخروط و استوانه هر دو دایره می باشد و قطرهای برابر هستند، می توانستیم نتیجه بگیریم مساحت قاعده برابری دارند.

$$A_1 = A_2$$

### گروه آموزشی ماز

۶۳- جعبه ای به جرم ۲۰۰ گرم دارای حجم ۱۲۰۰ سانتی متر مکعبی است. حداقل چند مکعب ۱۰ گرمی داخل آن قرار بدهیم و در جعبه را محکم ببندیم تا اگر جعبه را داخل ظرفی حاوی روغن قرار دهیم، جعبه کاملاً در روغن فرو رود و ته نشین شود؟ (چگالی روغن ۸۰۰ گرم بر لیتر است. فرض کنید روغن به درون جعبه نفوذ نمی کند.)

۹۷ (۴)

۷۷ (۳)

۷۶ (۲)

۹۶ (۱)

(سخت - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰)

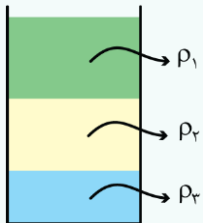
پاسخ: گزینه ۳



#### مقایسه چگالی



اگر چند مایع مخلوط نشده داشته باشیم و آن‌ها را در یک ظرف بریزیم، ماده‌ای که چگالی بیشتری دارد، پایین تر قرار می گیرد. پس در ظرف روپرو چگالی  $\rho_3$  بیشتر از  $\rho_2$  و  $\rho_2$  نیز بیشتر از  $\rho_1$  است.  $\rho_3 > \rho_2 > \rho_1$  به همین ترتیب اگر جسمی چگالی بیشتر از مایع داشته باشد، آن جسم در مایع فرو می رود و اگر چگالی آن‌ها برابر باشد، جسم در مایع غوطه‌ور می ماند.



چون جعبه و مکعب‌های داخل آن قرار است به داخل روغن فرو بروند باید چگالی آن‌ها بیشتر از چگالی روغن باشد. چگالی روغن  $\frac{800}{L}$  است که معادل  $\frac{g}{cm^3}$  می باشد.

$$\rho_{\text{جعبه}} = \frac{m_{\text{مکعب‌ها}} + m_{\text{جعبه}}}{\text{حجم جعبه}} = \frac{200 + (10 \times n)}{1200} > \frac{g}{cm^3} \Rightarrow 200 + 10n > 1200 \times \frac{g}{cm^3} = 960 \rightarrow 10n > 760 \rightarrow n > 76$$

پس حداقل باید ۷۷ عدد مکعب در جعبه گذاشته شود.

اگر...

اگر در سوال پرسیده بود جعبه را از مایعی با چگالی  $\rho$  پر می کنیم تا جعبه در روغن فرو برود، چگالی مایع کدام گزینه بر حسب  $\frac{g}{cm^3}$  می تواند باشد؟

۰/۵ (۴)

۰/۶ (۳)

۰/۶۵ (۲)

۰/۶۳ (۱)

$$\rho_{\text{روغن}} > \rho_{\text{جعبه + مایع داخل آن}} \rightarrow \frac{200 + (\rho_{\text{مایع}} \times 1200)}{1200} > \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{\text{مایع}} \times 1200 > 760 \rightarrow \rho_{\text{مایع}} > \frac{g}{cm^3} \times \frac{760}{1200}$$

بنابراین چگالی مایع می‌تواند برابر  $\frac{g}{cm^3} - \frac{0}{65}$  باشد. (گزینه ۲)

## گروه آموزشی ماز

۶۴- اگر گلوله‌ای فلزی را درون ظرفی لبریز از مایع A بیندازیم، ۱۰۰ گرم مایع بیرون می‌ریزد و اگر همین گلوله را درون ظرفی لبریز از مایع B بیندازیم، ۱۵۰ گرم مایع بیرون می‌ریزد. ۲۰۰ گرم از مایع A و ۹۰۰ گرم از مایع B را مخلوط می‌کنیم و با مایع به دست آمده، ظرفی را پر می‌کنیم. اگر همان گلوله قبلی را درون این ظرف بیندازیم، چند سانتی‌گرم مایع از ظرف بیرون می‌ریزد؟

$$\frac{155000}{11} \quad (4)$$

$$13750 \quad (3)$$

$$\frac{1550}{11} \quad (2)$$

$$137/5 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

## چگالی مخلوط



اگر چند مایع با همدیگر مخلوط شوند به نحوی که تغییر حجمی در حین مخلوط شدن صورت نگیرد، چگالی مخلوط از رابطه  $\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$  بدست می‌آید.

اگر در سؤالی، چگالی و حجم مواد را بدانیم، کافی است از رابطه  $m = \rho V$  در رابطه بالا استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \quad \frac{m_1 = \rho_1 V_1}{m_2 = \rho_2 V_2} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

اگر در سؤالی چگالی و جرم مواد را بدانیم، کافی است از رابطه  $V = \frac{m}{\rho}$  در رابطه بالا استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \quad \frac{V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}}{V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}} \rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

## تست تجربی خارج ۱۴۰۱

درون یک لیتر آب، چند سانتی‌متر مکعب الکل بریزیم تا چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل شود؟ (چگالی آب و الکل به ترتیب  $1 \frac{g}{cm^3}$  و  $0.8 \frac{g}{cm^3}$  است)

$$1800 \quad (4)$$

$$1500 \quad (3)$$

$$1200 \quad (2)$$

$$800 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

چون صحبتی از جرم نشده، پس در رابطه چگالی مخلوط بجای جرم از حاصل ضرب  $\rho V$  استفاده می‌کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

چگالی الکل  $0.8 \frac{g}{cm^3}$  است و چگالی مخلوط باید ۱۰ درصد بیشتر باشد (یعنی  $0.88 \frac{g}{cm^3}$ ).  $(\rho_{\text{مخلوط}} = 1.1 \rho_{\text{الکل}} = 0.88 \frac{g}{cm^3})$

$$V_{\text{آب}} = 1L = 1000 \text{ cm}^3, \quad V_{\text{الکل}} = ?, \quad \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}, \quad \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$$

$$0.88 = \frac{(1 \times 1000) + (0.8 \times V_{\text{الکل}})}{1000 + V_{\text{الکل}}}$$

$$1000 + 0.8 V_{\text{الکل}} = 880 + 0.88 V_{\text{الکل}}$$

$$0.8 V_{\text{الکل}} = 120 \rightarrow V_{\text{الکل}} = 150 \text{ cm}^3$$

## گام اول:

چون گلوله یکسانی را درون مایع‌ها می‌اندازیم، حجم مایع بیرون ریخته شده هم یکسان است، بنابراین چون جرم بیرون ریخته از B، ۱/۵ برابر جرم بیرون ریخته از A است، چگالی مایع B هم ۱/۵ برابر چگالی مایع A است. با توجه به این توضیحات، اگر چگالی A برابر  $\rho_A = \rho$  باشد، چگالی B برابر  $\rho_B = 1/5 \rho$  است.

## گام دوم:

چگالی مخلوط دو مایع برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_B}{\rho_B}} = \frac{200 + 900}{\frac{200}{\rho} + \frac{900}{1/5\rho}} = \frac{11}{8}\rho$$

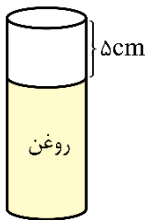
## گام سوم:

برای محاسبه جرم مایع بیرون ریخته شده در حالت سوم، می توان نوشت:

$$m = \rho V \rightarrow \frac{m_{\text{مخلوط}}}{m_A} = \frac{\rho_{\text{مخلوط}}}{\rho_A} \times \frac{V_{\text{گلوله}}}{V_{\text{گلوله}}} \rightarrow \frac{m_{\text{مخلوط}}}{100} = \frac{\frac{11}{8}\rho}{\rho} \times 1 \rightarrow m_{\text{مخلوط}} = 137/5g = 13750 \cdot cg$$

## گروه آموزشی ماز

۶۵- فلزی با چگالی ۶ گرم بر میلی لیتر را به آرامی در ظرفی استوانه‌ای حاوی روغن با مساحت قاعده  $5\text{cm}^2$  فرو می‌بریم. اگر ۱۶ گرم روغن از ظرف بیرون بریزد، جرم فلز چند گرم از جرم روغن موجود در استوانه بیشتر است؟ (در ابتدا  $\frac{1}{13}$  ظرف خالی می‌باشد و چگالی روغن ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد.)



می‌باشد.)

۱۳۰ (۱)

۶۰ (۲)

۲۴۰ (۳)

۳۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

ابتدا چگالی‌ها را به واحد  $\frac{g}{cm^3}$  تبدیل می‌کنیم.

$$\rho_{\text{فلز}} = 6 \frac{g}{mL} = 6 \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_{\text{روغن}} = 800 \frac{kg}{m^3} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$$

چون  $\frac{1}{13}$  ظرف خالی است یعنی ارتفاع کل ظرف برابر با  $13 \times 5\text{cm} = 65\text{cm}$  است، پس  $60\text{cm}$  از ظرف حاوی روغن است. جرم روغن موجود در ظرف را بدست می‌آوریم.

$$m_{\text{روغن}} = \rho V = \rho Ah = 0.8 \times 5 \times 60 = 240 \cdot g$$

برای بدست آوردن جرم فلز، باید حجم آن را بدست آوریم.

برای تعیین حجم فلز باید مشخص شود که چه حجم روغنی جابجا شده است.

چون ۱۶ گرم روغن از ظرف بیرون ریخته شده پس وقتی فلز را داخل ظرف انداخته‌ایم، ابتدا روغن حجم خالی داخل ظرف را پر کرده ( $5 \times 5 = 25\text{cm}^3$ ) و سپس به اندازه  $V'$  بیرون ریخته شده است.

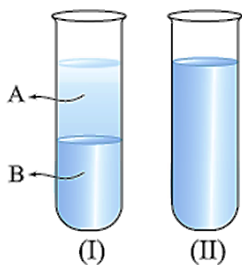
$$V'_{\text{روغن بیرون ریخته شده}} = \frac{m_{\text{روغن بیرون ریخته شده}}}{\rho_{\text{روغن}}} = \frac{16}{0.8} = 20 \cdot \text{cm}^3$$

پس حجم  $25 + 20 = 45\text{cm}^3$  از روغن جابجا شده که این حجم برابر با حجم فلز است.

$$V_{\text{فلز}} = 45\text{cm}^3$$

$$m_{\text{فلز}} = \rho V = 6 \times 45 = 270 \cdot g$$

$$m_{\text{فلز}} - m_{\text{روغن}} = 270 - 240 = 30 \cdot g$$



(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) آ و پ

(۱) آ و ب

۶۶- با توجه به شکل مقابل، کدام موارد از مطالب زیر درست هستند؟

آ: مواد A و B به ترتیب می‌توانند معادل با نمونه‌هایی از اتیلن گلیکول و آب باشند.

ب: اگر A و B معادل با هگزان و آب باشند، یک نمونه چربی در حلال با چگالی کمتر حل می‌شود.

پ: مخلوط (I) مانند مخلوطی از برم در هگزان، یک نوع مخلوط ناهمگن به شمار می‌رود.

ت: اگر A و B معادل آب و روغن باشند، صابون می‌تواند مخلوط (I) را به مخلوط (II) تبدیل کند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۳۰۱)

پاسخ شیمی؟

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد

آ: اتیلن گلیکول دارای گروه عاملی هیدروکسیل بوده و همانند آب، بین ذرات سازنده آن پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود. این ماده، عضوی از خانواده دی‌الکل‌ها (الکل‌های دوعاملی) است. با توجه به یکسان بودن نوع نیروهای بین مولکولی در آب و اتیلن گلیکول، یک نمونه از اتیلن گلیکول در آب حل می‌شود و مخلوط این دو ماده یک مخلوط همگن است، در حالی که شکل (I) یک مخلوط ناهمگن را نشان می‌دهد که از دو ماده مجزا تشکیل شده است. جدول زیر، اطلاعات مهم اتیلن گلیکول را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
اتیلن گلیکول	$\text{CH}_2\text{OHCH}_2\text{OH}$	$\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$	مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

ب: اگر این دو ماده معادل با آب و هگزان (نوعی آلکان ۶ کربنه که گشتاور دوقطبی ذرات سازنده آن تقریباً برابر با صفر بوده و به عنوان حلال مواد ناقطبی کاربرد دارد) باشند، با توجه به چگالی کمتر هگزان، این ماده روی سطح آب قرار می‌گیرد. چون چربی یک ماده ناقطبی است؛ بنابراین در هگزان که چگالی کمتری از آب دارد حل می‌شود.

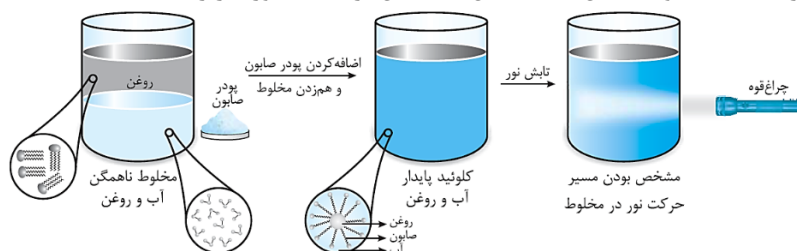
## نکاتی پیرامون آلکان‌ها



آلکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌ها هستند که در آنها هر اتم کربن (C) توسط چهار پیوند اشتراکی یگانه به اتم‌های موجود در اطراف خود (اتم‌های هیدروژن یا کربن) متصل شده و در ساختار آن‌ها هیچ پیوند دوگانه یا سه‌گانه‌ای وجود ندارد. در یک تقسیم‌بندی کلی، آلکان‌ها به دو دسته راست‌زنجیر و شاخه‌دار تقسیم می‌شوند. چون در ساختار آلکان‌ها فقط اتم‌های هیدروژن و کربن وجود دارند، گشتاور دوقطبی (μ) مولکول‌های سازنده این مواد تقریباً برابر با صفر بوده و این مواد ناقطبی به شمار می‌روند. بر این اساس، نوع نیروهای بین‌مولکولی در آلکان‌ها از نوع وان‌دروالسی است.

پ: چون برم همانند هگزان از مولکول‌های ناقطبی ساخته شده است، مخلوط برم در هگزان یک مخلوط همگن به شمار می‌رود. این در حالی است که مخلوط نشان داده شده در شکل دارای دو بخش مجزا بوده و یک مخلوط ناهمگن است.

ت: ترکیب‌هایی مانند صابون که هم در روغن (مخلوطی از استرهای سنگین) و هم در آب حل می‌شوند، می‌توانند مخلوط ناهمگن (I) را که در آن آب و چربی به طور مجزا روی یکدیگر قرار گرفته‌اند به مخلوط همگن (II) تبدیل کنند. این فرایند به صورت زیر است:



هنگامی که صابون وارد آب می‌شود، به کمک سر آب دوست خود در آن حل می‌شود. از سوی دیگر، ذره‌های صابون با بخش چربی‌دوست خود با مولکول‌های چربی جاذبه برقرار می‌کنند. در این مخلوط، مولکول‌های صابون از سمت دم هیدروکربنی خود (بخش ناقطبی مولکول‌های صابون) به طرف مولکول‌های ناقطبی روغن قرار می‌گیرند. گویی مولکول‌های صابون مانند پلی بین مولکول‌های آب و چربی قرار می‌گیرند.

## نکاتی پیرامون قطبیت چربی‌ها:



چرک موجود بر روی لباس و پوست بدن، غالباً از جنس چربی‌ها هستند. چربی‌ها، مخلوطی از اسیدهای چرب (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی و جرم مولکولی زیاد) و استرهای بلندزنجیر (استرهایی با جرم مولی زیاد) هستند. هر یک از مولکول‌های سازنده چربی‌ها، از یک بخش قطبی (آب‌دوست) و یک بخش ناقطبی (چربی‌دوست) و یا آبگریز تشکیل شده است. از آنجا که بخش اعظم این مولکول‌ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول‌های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می‌آیند و در حلال‌های قطبی مانند آب حل نمی‌شوند. به خاطر نامحلول بودن چربی‌ها در حلال‌های قطبی، آب به تنهایی نمی‌تواند چربی‌های موجود بر روی پوست و لباس‌ها را پاک کند و به همین دلیل، برای پاک کردن چربی‌ها باید از سایر پاک‌کننده‌ها کمک بگیریم.

۶۷- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در ساختار آنیون چنداتیمی ایجاد شده طی انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در آب، چند برابر شمار پیوندهای اشتراکی در نوعی اسید چرب سیر شده است که در ساختار مولکولی خود، مجموعاً ۱۶ اتم کربن دارد؟

۰/۰۸ (۴)

۰/۲۴ (۳)

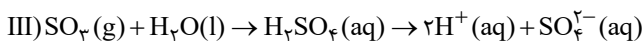
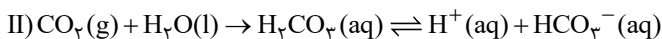
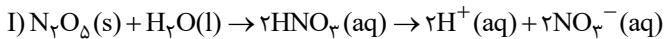
۰/۱۲ (۲)

۰/۱۶ (۱)

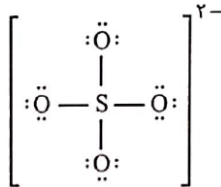
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)



اکسیدهای نافلزی را اکسیدهای اسیدی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروژن در محلول شده و pH محلول را کاهش می‌دهند. به عنوان مثال، دی‌نیتروژن پنتاکسید، کربن دی‌اکسید و گوگرد تری‌اکسید، در دسته اکسیدهای اسیدی قرار دارند و براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:



آنیون چنداتیمی ایجاد شده طی انحلال گاز گوگرد تری‌اکسید در آب، یون سولفات است. ساختار لوویس این یون به صورت زیر خواهد بود:



همانطور که مشخص است، در ساختار این یون چند اتمی ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. فرمول شیمیایی کلی اسیدهای چرب سیر شده به صورت  $\text{C}_n\text{H}_{2n}\text{O}_2$  است. بر این اساس، می‌توان گفت فرمول شیمیایی نوعی اسید چرب سیر شده که در ساختار مولکولی خود مجموعاً ۱۶ اتم کربن دارد به صورت  $\text{C}_{16}\text{H}_{32}\text{O}_2$  است. در ساختار مولکولی این ماده، مجموعاً ۵۰ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است. در این رابطه، داریم:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی} = \frac{(4 \times \text{C}) + (1 \times \text{H}) + (2 \times \text{O})}{2} = \frac{(4 \times 16) + (1 \times 32) + (2 \times 2)}{2} = 50$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در یون سولفات به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در ساختار اسید چرب مورد نظر، برابر با ۰/۲۴ می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۶۸- مجموع جرم اتم‌های کربن موجود در ساختار نوعی صابون جامد با زنجیره هیدروکربنی سیر شده، برابر با جرم اتم‌های کربن در ۱/۵ کیلوگرم اوره است. اگر در ساختار آنیون موجود در این صابون ۳۹ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، صابون مورد نظر با چند کیلوگرم محلول کلسیم کلرید که غلظت یون کلرید در آن برابر ۳۵۵۰ ppm است، به طور کامل واکنش می‌دهد؟

$$(\text{Cl} = 35/5, \text{O} = 16, \text{N} = 14, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

۶/۲۵ (۴)

۱۲/۵ (۳)

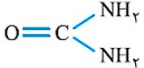
۱/۲۵ (۲)

۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۲۰۱)



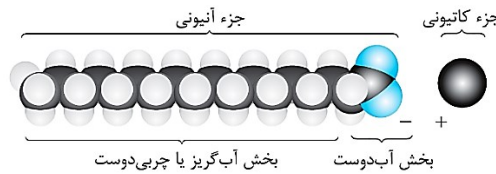
جدول زیر، اطلاعات مربوط به مولکول اوره را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
اوره	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$		مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

جرم مولی اوره برابر با ۶۰ گرم بر مول بوده و در ساختار هر مولکول از این ماده، ۱ اتم کربن وجود دارد. بر این اساس، شمار مول اتم‌های کربن در ۱/۵ کیلوگرم اوره (معادل با ۱۵۰۰ گرم اوره) را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol C} = 1500 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2}{60 \text{ g CO}(\text{NH}_2)_2} \times \frac{1 \text{ mol C}}{1 \text{ mol CO}(\text{NH}_2)_2} = 25 \text{ mol}$$

فرمول شیمیایی کلی صابون‌های جامد با زنجیره هیدروکربنی سیرشده به صورت  $C_nH_{2n-1}O_2Na$  است. توجه داریم که در ساختار این ماده، کاتیون سدیم وجود دارد. ساختار کلی صابون‌های جامد نیز به صورت زیر است:



اگر در ساختار بخش آنیونی موجود در یک صابون جامد ۳۹ اتم هیدروژن وجود داشته باشد، داریم:

$$2n - 1 = 39 \Rightarrow 2n = 40 \Rightarrow n = 20$$

با توجه به مقدار مولفه  $n$ ، فرمول شیمیایی صابون مورد نظر به صورت  $C_{20}H_{39}O_2Na$  می‌شود. با توجه به فرمول شیمیایی این نوع صابون، شمار مول‌هایی از آن که حاوی ۲۵ مول اتم کربن باشد را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } C_{20}H_{39}O_2Na = 25 \text{ mol C} \times \frac{1 \text{ mol } C_{20}H_{39}O_2Na}{20 \text{ mol C}} = 1.25 \text{ mol}$$

نوع و میزان یون‌های موجود در آب، بر قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها تأثیر بسزایی دارد. در صورتی که آب مورد استفاده برای شست‌وشوی لباس‌ها، حاوی کاتیون‌های کلسیم و منیزیم باشد (به چنین آب‌هایی، به اصطلاح آب سخت گفته می‌شود)، قدرت پاک‌کنندگی صابون کاهش پیدا می‌کند. معادله واکنش صابون‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت به صورت زیر است:



توجه داریم که صابون‌های جامد و مایع هر دو با یون‌های کلسیم و منیزیم تشکیل رسوب می‌دهند که به صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. فرمول شیمیایی کلسیم کلرید به صورت  $CaCl_2$  است. هر مول از این ماده، با ۲ مول پاک‌کننده صابونی واکنش داده و به رسوب تبدیل می‌شود. از طرفی، با انحلال هر مول از این ماده در آب، ۲ مول یون کلرید وارد محلول می‌شود. بر این اساس، جرم محلول کلسیم کلرید مورد نیاز برای واکنش با ۱/۲۵ مول از صابون مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kg محلول } = 1.25 \text{ mol } C_{20}H_{39}O_2Na \times \frac{1 \text{ mol } CaCl_2}{2 \text{ mol } C_{20}H_{39}O_2Na} \times \frac{2 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } CaCl_2} \times \frac{35.5 \text{ g } Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} \times \frac{100 \text{ g محلول}}{355.0 \text{ g } Cl^-} \times \frac{1 \text{ kg محلول}}{1000 \text{ g محلول}} = 12.5 \text{ kg}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۱۲/۵ کیلوگرم محلول کلسیم کلرید مصرف شده است.

### استراتژی حل مسائل شیمی



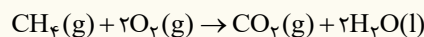
یکی از مهم‌ترین و چالشی‌ترین بخش‌ها از سوالات درس شیمی در کنکور سراسری، سوالاتی است که در حیطه مسائل مطرح می‌شوند. در کنکور چند سال اخیر، بیش از ۳۵ تا ۵۰ درصد سوالات شیمی کنکور از حیطه مسائل مطرح شده و این بخش، از جمله بخش‌های بسیار تأثیرگذار بر نتیجه نهایی داوطلبان کنکور بوده است. برای حل مسائل شیمی کنکور و گرفتن درصد بالا از این حیطه، باید چند مرحله مهم در ذهن شما به صورت زنجیره‌وار انجام شود. این مراحل، به شرح زیر هستند:

- ۱- مطالعه درست متن (صورت) سوال
- ۲- تحلیل اطلاعات ارائه شده در صورت سوال
- ۳- پیدا کردن مبحثی که سوال مربوط به آن است
- ۴- چیدن استراتژی درست برای حل سوال
- ۵- نوشتن معادله واکنش‌های مورد نیاز برای حل سوال
- ۶- انجام مراحل محاسباتی برای حل سوال

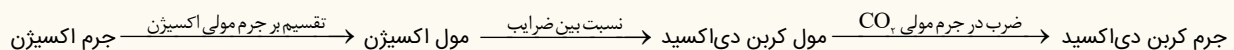
برای مثال، فرض کنید در یک سوال بسیار ساده، به شما گفته شده که در واکنش سوختن کامل مقداری از گاز متان، ۳۲ گرم گاز اکسیژن مصرف شده و در نهایت، جرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش از شما خواسته شده است. بعد از مطالعه متن سوال، باید اطلاعات داده شده را تحلیل کرده و اطلاعات خواسته شده را مشخص کنید. برای مثال، در رابطه با این سوال داریم:

جرم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده: اطلاعات خواسته شده      جرم اکسیژن مصرف شده: اطلاعات داده شده

با توجه به اطلاعات داده شده و خواسته شده در این سوال، متوجه می‌شویم که این سوال مربوط به مبحث استوکیومتری بوده و متعلق به تیپ جرمی-جرمی است. در سوالات مربوط به این تیپ، ابتدا باید جرم ماده داده شده را به مول تبدیل کرده و پس از تبدیل مول مواد به یکدیگر، مقدار مول ماده تولید شده را به جرم آن تبدیل کنیم. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، استراتژی مربوط به حل سوال را مشخص کرده و به صورت زیر می‌نویسیم:



در قدم آخر، با توجه به استراتژی چیده شده برای حل سوال مورد نظر، محاسبات عددی خود را انجام می‌دهیم. برای مثال، مراحل حل سوال گفته شده به صورت زیر است:

$$32 \text{ g } O_2 \xrightarrow{\div 32} 1 \text{ mol } O_2 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 0.5 \text{ mol } CO_2 \xrightarrow{\times 44} 22 \text{ g } CO_2$$

پس از مشخص کردن استراتژی حل سوال، حتی با استفاده از روش ضریب تبدیل نیز می‌توان مقدار نهایی را محاسبه کرد. برای مثال، داریم:

$$? \text{ g CO}_2 = 32 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol O}_2} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 22 \text{ g}$$

برای حل همان سوال به روش تناسب یا کسر پیش‌ساخته، داریم:

$$\frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{ضریب} \times \text{مولی جرم}} = \frac{\text{جرم کربن دی‌اکسید}}{\text{ضریب} \times \text{مولی جرم}} \Rightarrow \frac{32 \text{ g O}_2}{32 \times 2} = \frac{x \text{ g CO}_2}{44 \times 1} \Rightarrow x = 22 \text{ g}$$

مراحل طی شده برای حل هر مساله را به طور خلاصه می‌توان به صورت زیر نشان داد:

مطالعه متن سوال	چیدن استراتژی برای حل سوال	یافتن معادله واکنش‌ها
تشخیص مبحث سوال	تشخیص تیپ سوال	انجام مراحل محاسباتی
پیدا کردن داده‌های سوال	پیدا کردن خواسته‌های سوال	یافتن پاسخ نهایی سوال

توجه داشته باشید که اگر استراتژی حل یک سوال را به درستی درک کنید، برای حل مسائل شیمی دیگر درگیر انتخاب روش‌های مختلف از جمله تناسب، ضریب تبدیل، کسر طلایی و ... نبوده و مراحل حل هر سوالی را به سادگی درک خواهید کرد. البته، دقت داشته باشید که برای حل سوالات امتحان نهایی، فقط باید از روش ضریب تبدیل استفاده کنید!

### گروه آموزشی ماز

#### ۶۹- کدام یک از عبارتهای داده شده نادرست است؟

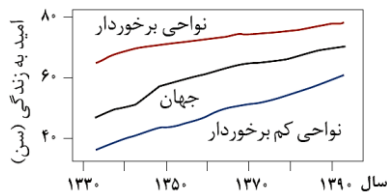
- ۱) میانگین جهانی شاخص امید به زندگی، بیشتر از مقدار این شاخص در نواحی برخوردار جهان است.
- ۲) چند هزار سال پیش از میلاد، ساکنین شهر بابل از موادی شبیه به صابون برای نظافت استفاده می‌کردند.
- ۳) مولکول‌های سازنده عسل، قطبی بوده و در شرایط مناسب، می‌توانند با ذرات استیک اسید وارد واکنش شوند.
- ۴) وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب شایع شده و در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۱)



پاسخ سریعی!

نمودار زیر، روند تغییر شاخص امید به زندگی در مناطق مختلف جهان را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، میانگین جهانی شاخص امید به زندگی حدوداً برابر با ۶۵ سال است؛ در حالی که شاخص امید به زندگی در مناطق برخوردار جهان بیشتر از ۷۵ سال است. بر این اساس، می‌توان گفت در حال حاضر میانگین جهانی شاخص امید به زندگی کمتر از مقدار این شاخص در نواحی برخوردار جهان است.

#### امید به زندگی:



شاخص امید به زندگی نشان می‌دهد با توجه به خطراتی که انسان‌ها در طول زندگی با آن مواجه هستند، به طور میانگین چند سال در این جهان زندگی می‌کنند. امید به زندگی شاخصی است که در کشورهای گوناگون و حتی در شهرهای یک کشور نیز با هم تفاوت دارد، زیرا این شاخص به عوامل گوناگونی بستگی دارد. مقدار این شاخص در سطح جهان، در حال حاضر تقریباً برابر با ۶۵ سال است.

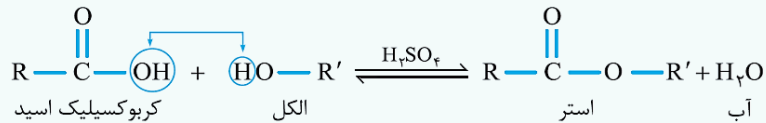
#### بررسی سایر گزینه‌ها:

یکی از دلایل اسکان انسان در کنار رودها و رودخانه‌ها، این بود که با دسترسی به آب، بدن خود را بشوید و ابزار، ظروف و محیط زندگی خود را تمیز کند. حفاری‌های باستانی از شهر بابل نشان می‌دهد که چند هزار سال پیش از میلاد، انسان‌ها به همراه آب از موادی شبیه به صابون امروزی برای نظافت و پاکیزگی خود استفاده می‌کردند. نیاکان ما نیز به تجربه پی‌بردند که اگر ظرف‌های چرب را به خاکستر آغشته کنند و سپس با آب گرم شست‌وشو دهند، این ظروف آسان‌تر تمیز می‌شوند. در واقع، خاکستر حاوی برخی از عناصر فلزی بوده و بخاطر خاصیت بازی خود، زدودن چربی‌ها را تسهیل می‌کند.

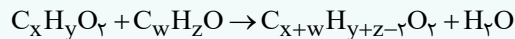
عسل از مولکول‌هایی با ساختار قطبی تشکیل شده است که در ساختار آن‌ها شمار زیادی گروه هیدروکسیل ( $-OH$ ) یا همان گروه‌های الکلی وجود دارد. این گروه‌های هیدروکسیل با کربوکسیلیک اسیدها واکنش داده و عامل استری را ایجاد می‌کنند.

### استرها و نحوه تشکیل آن‌ها:

استرها، گروهی از ترکیب‌های آلی اکسیژن‌دار هستند. استرها را می‌توان از واکنش میان الکل‌ها ( $R'-OH$ ) و کربوکسیلیک اسیدها ( $R-COOH$ ) بدست آورد. فرایند انجام شده به صورت زیر است:



این واکنش، اصطلاحاً استری شدن نام دارد. با توجه به معادله نشان داده شده، کاتالیزگر واکنش مورد نظر سولفوریک اسید ( $H_2SO_4$ ) است. استرها طی یک واکنش برگشت‌پذیر تولید شده و در شرایط مناسب می‌توانند به اسید و الکل سازنده خود تجزیه شوند. به واکنش استرها با مولکول‌های آب که منجر به تجزیه این مواد به الکل و اسید سازنده آن‌ها می‌شود، اصطلاحاً واکنش آب‌کافت گفته می‌شود. معادله کلی تولید یک ترکیب استری از یک اسید با فرمول شیمیایی  $C_xH_yO_2$  و یک الکل با فرمول شیمیایی  $C_wH_zO$  به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، در این واکنش آب به عنوان فرآورده تولید می‌شود.

بیماری وبا که یک بیماری واگیردار است، به دلیل آلوده شدن آب‌ها و نبودن بهداشت در جامعه، بارها در جهان همه‌گیر شده است و جان میلیون‌ها انسان را گرفته است. این بیماری هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه‌ای تهدیدکننده باشد. ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از این بیماری، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

### گروه آموزشی ماز

۷۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: آب، یک حلال قطبی است و پاک‌کننده مناسبی برای لکه‌های شیرینی مانند آب قند و شربت آبلیمو به شمار می‌رود.  
 ب: نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی در اوره، با نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر در آن یکسان است.  
 پ: مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و همانند ذرات وازلین، از دو بخش قطبی و ناقطبی تشکیل شده‌اند.  
 ت: معروف‌ترین صابون سنتی ایران به حالت جامد بوده و بخاطر افزودنی‌های مناسب، در شستن موی چرب کاربرد دارد.
- (۱) آ و ب                      (۲) ب و پ                      (۳) آ و ت                      (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

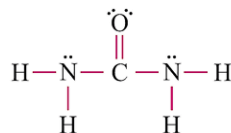
### پاسخ شریعی:

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

### بررسی موارد:

آ: آب قند و شربت آبلیمو، حاوی مولکول‌های بسیار قطبی گلوکز ( $C_6H_{12}O_6$ )، شکر ( $C_{12}H_{22}O_{11}$ ) و سایر مواد قندی هستند که هر یک حاوی چندین گروه عاملی هیدروکسیل است. گروه هیدروکسیل موجود در مولکول‌های سازنده این مواد، با ذرات آب پیوند هیدروژنی برقرار خواهد کرد؛ در نتیجه آب قند و شربت آبلیمو، همانند عسل به راحتی در آب حل می‌شوند.

ب: در ساختار اوره با فرمول شیمیایی  $CO(NH_2)_2$ ، نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی و همچنین نسبت شمار اتم‌ها به شمار عناصر برابر  $\frac{8}{4} = 2$  است. شکل زیر، ساختار اوره را نشان می‌دهد:

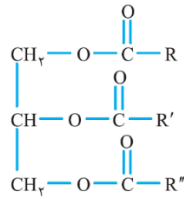


اوره از جمله مواد قطبی بوده و در آب حل می‌شود. جدول زیر، اطلاعات مربوط به چند ترکیب مختلف را نشان می‌دهد:

نام ماده	فرمول شیمیایی	نوع ساختار ماده	محلول در آب	محلول در هگزان
اتیلن گلیکول (ضدیخ)	$CH_2OHCH_2OH$	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
نمک خوراکی	NaCl	یونی	✓	×
بنزین	$C_8H_{18}$	ناقطبی	×	✓
اوره	$CO(NH_2)_2$	قطبی (دارای پیوند هیدروژنی)	✓	×
روغن زیتون	$C_{57}H_{104}O_6$	ناقطبی	×	✓
وازلین	$C_{25}H_{52}$	ناقطبی	×	✓



**پ:** مولکول‌های روغن زیتون، نامحلول در آب بوده و از دو بخش قطبی (گروه‌های عاملی استری) و ناقطبی (زنجیره‌های هیدروکربنی موجود در انتهای مولکول) تشکیل شده‌اند. ساختار روغن زیتون به صورت زیر است:



این درحالی است که وازلین نوعی هیدروکربن سیرشده از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است. گریس نیز همانند وازلین، نوعی هیدروکربن از خانواده آلکان‌ها بوده و کل مولکول آن از قسمت‌های ناقطبی تشکیل شده است.

**ت:** صابون طبیعی معروف به صابون مراغه، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این صابون، پیه گوسفند و سود سوزآور را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون حالت جامد داشته و از آنجا که فاقد افزودنی شیمیایی بوده و خاصیت بازی مناسبی دارد، از آن برای شست و شوی موهای چرب استفاده می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۷۱- بر اثر واکنش ۲۴۰ گرم از یک استر سنگین سه عاملی با فرمول مولکولی  $\text{C}_{51}\text{H}_{92}\text{O}_6$  با مقدار کافی محلول سود سوزآور، چند گرم صابون جامد تولید می‌شود؟ (بازده واکنش صابونی شدن را ۷۵٪ در نظر بگیرید.)

( $\text{K} = 39, \text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۸۶/۳ (۴)

۶۲/۱ (۳)

۱۹۲/۶ (۲)

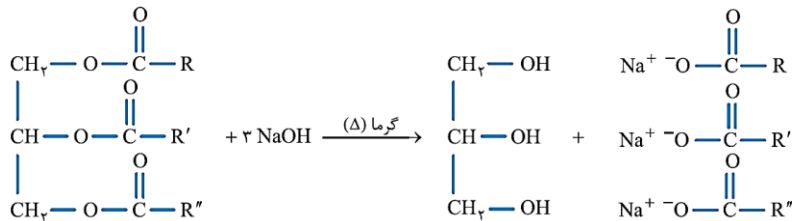
۶۴/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۳۰۱)



پاسخ تشریحی

بر اثر واکنش یک مول استر سنگین سه عاملی یا مقدار کافی محلول سود سوزآور، سه مول صابون جامد تولید می‌شود:



برای پیدا کردن فرمول آنیون صابون،  $\text{C}_3\text{H}_5$  را از فرمول مولکولی استر سنگین کم کرده و آن را بر سه تقسیم می‌کنیم:

$$\text{فرمول مولکولی } \text{RCOO}^- \text{ در صابون} = \frac{\text{فرمول مولکولی استر سنگین} - \text{C}_3\text{H}_5}{3} = \frac{\text{C}_{51}\text{H}_{92}\text{O}_6 - \text{C}_3\text{H}_5}{3} = \text{C}_{16}\text{H}_{29}\text{O}_2^-$$

بنابراین فرمول مولکولی صابون به صورت  $\text{C}_{16}\text{H}_{29}\text{O}_2\text{Na}$  بوده و جرم مولی آن برابر خواهد بود با:

$$\text{جرم مولی صابون} = 276 \text{ g.mol}^{-1} = (16 \times 12) + (29 \times 1) + (2 \times 16) + 23$$

در نهایت حساب می‌کنیم بر اثر واکنش موردنظر چند گرم صابون تولید می‌شود:

$$\text{صابون g} = \frac{240 \text{ g استر} \times \frac{75}{100} \times \frac{1 \text{ mol استر}}{[(51 \times 12) + (92 \times 1) + (6 \times 16)] \text{ g استر}} \times \frac{3 \text{ mol صابون}}{1 \text{ mol استر}} \times \frac{276 \text{ g صابون}}{1 \text{ mol صابون}}}{800} = 186/3 \text{ g صابون}$$

برای محاسبه جرم صابون تولید شده با استفاده از روش تناسب نیز به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم استر سنگین} \times \frac{R_a}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم صابون}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{240 \times \frac{75}{100}}{1 \times 800} = \frac{x}{3 \times 276} \Rightarrow x = 186/3 \text{ g صابون}$$

### گروه آموزشی ماز

۷۲- مقدار ۹۵/۰۴ گرم صابون جامد که در ساختار خود فقط یک پیوند  $\text{C} \equiv \text{C}$  داشته و تعداد اتم‌های  $\text{H}$  آن ۵۸/۰ برابر تعداد پیوندهای اشتراکی در آن

است، با ۲۰ لیتر آب سخت حاوی یون  $\text{Ca}^{2+}$  با چگالی  $1 \text{ g.mL}^{-1}$  به طور کامل واکنش داده و رسوب ایجاد کرده است. برای جلوگیری از رسوب صابون

در این نمونه از آب، به چند مول یون فسفات نیاز است و غلظت یون  $\text{Ca}^{2+}$  در این نمونه آب برحسب ppm چقدر است؟

( $\text{Ca} = 40, \text{Na} = 23, \text{C} = 12, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$ )

۳۳۰ ، ۰/۲۲ (۴)

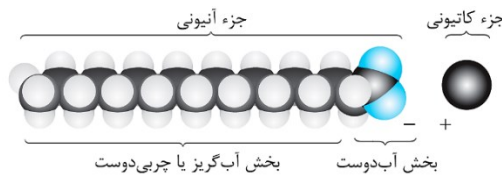
۳۳۰ ، ۰/۱۱ (۳)

۶۶۰ ، ۰/۲۲ (۲)

۶۶۰ ، ۰/۱۱ (۱)



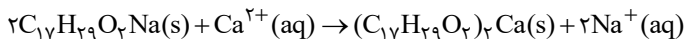
شکل زیر ساختار کلی یک پاک‌کننده صابونی با زنجیره هیدروکربنی سیرشده را نشان می‌دهد:



فرمول شیمیایی یک پاک‌کننده صابونی جامد سیرشده به صورت  $C_nH_{2n-1}O_2Na$  است. این پاک‌کننده صابونی یک پیوند سه‌گانه  $C \equiv C$  در ساختار بخش آنیونی خود دارد و به ازای این پیوند، ۴ اتم هیدروژن از آن کم می‌شود، بنابراین فرمول شیمیایی آن به صورت  $C_nH_{2n-5}O_2Na$  است و فرمول اسید چرب سازنده آن نیز به صورت  $C_nH_{2n-4}O_2$  است. تعداد پیوندهای اشتراکی در اسید چرب سازنده این پاک‌کننده برابر  $3n$  است. پاک‌کننده‌های صابونی ۱ پیوند اشتراکی کمتر از اسید چرب سازنده خود دارند. بنابراین تعداد پیوندهای اشتراکی در این پاک‌کننده برابر  $3n-1$  است. نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به تعداد پیوندهای اشتراکی در این پاک‌کننده برابر  $0/58$  است. بنابراین داریم:

$$\frac{2n-5}{3n-1} = 0/58 \Rightarrow n = 17$$

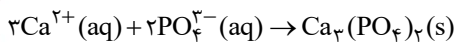
فرمول شیمیایی این پاک‌کننده صابونی به صورت  $C_{17}H_{29}O_2Na$  است. واکنش صابون با آب سخت حاوی یون کلسیم به صورت زیر است:



تعداد مول کلسیم مورد نیاز برای واکنش با  $95/04$  گرم از این پاک‌کننده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } Ca^{2+} = 95/04 \text{ g } C_{17}H_{29}O_2Na \times \frac{1 \text{ mol } C_{17}H_{29}O_2Na}{288 \text{ g } C_{17}H_{29}O_2Na} \times \frac{1 \text{ mol } Ca^{2+}}{2 \text{ mol } C_{17}H_{29}O_2Na} = 0/165 \text{ mol}$$

مقدار  $0/165$  مول یون کلسیم در  $20$  لیتر از این نمونه آب سخت وجود دارد. کلسیم با یون فسفات واکنش می‌دهد و یون فسفات مانع از رسوب صابون می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:



مقدار یون فسفات مورد نیاز برای جلوگیری از رسوب صابون را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } PO_4^{3-} = 0/165 \text{ mol } Ca^{2+} \times \frac{2 \text{ mol } PO_4^{3-}}{3 \text{ mol } Ca^{2+}} = 0/111 \text{ mol}$$

برای محاسبه غلظت یون کلسیم، باید جرم یون کلسیم موجود در محلول اولیه را محاسبه کنیم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } Ca^{2+} = 0/165 \text{ mol } Ca^{2+} \times \frac{40 \text{ g } Ca^{2+}}{1 \text{ mol } Ca^{2+}} = 6/6 \text{ g}$$

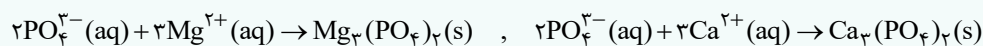
در قدم بعد، غلظت یون کلسیم بر حسب ppm را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل‌شونده (g)}}{\text{جرم محلول (g)}} \times 10^6 = \frac{6/6}{20000} \times 10^6 = 330$$

### تاثیر یون فسفات بر افزایش قدرت پاک‌کنندگی:



افزودن نمک‌های فسفات به مواد شوینده، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $Ca^{2+}$  بر اساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:



طی این واکنش‌ها، یون‌های  $Mg^{2+}$  و  $Ca^{2+}$  به شکل رسوب درآمده و از محلول خارج می‌شوند. با خارج شدن این کاتیون‌ها، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. هر چند که اضافه کردن مواد افزودنی خواص ویژه‌ای را به شوینده‌ها می‌دهد، اما باید توجه داشت که هر چه شوینده‌های مواد شیمیایی بیشتری به همراه خود داشته باشد، احتمال ایجاد عوارض جانبی توسط آن بیشتر می‌شود.

- ۷۳- چه تعداد از محلول‌های زیر در برخورد با کاغذ pH، رنگ آن را از زرد به آبی تغییر می‌دهند؟  
 آ: محلول حاصل از انحلال لیتیم اکسید در آب  
 ب: یک نمونه از محلول جوهر نمک  
 پ: یک نمونه از محلول سرکه سفید  
 ت: محلول حاصل از انحلال پودر آهک در آب
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

تغییر رنگ کاغذ pH، معیاری برای تشخیص اسیدی یا بازی بودن محلول‌ها است. در واقع می‌توان با رنگی که این کاغذ درون یک محلول به خود می‌گیرد، مقدار pH تقریبی آن محلول را تعیین کرد. جدول زیر، رنگ کاغذ pH و گل ادریسی در محیط‌های مختلف را نشان می‌دهد:

محیط بازی	محیط اسیدی	
رنگ آبی	رنگ قرمز	کاغذ pH
رنگ قرمز	رنگ آبی	گل ادریسی

لیتیم اکسید و آهک (کلسیم اکسید)، از جمله اکسیدهای بازی بوده و با انحلال در آب، یون هیدروکسید تولید می‌کنند، پس محلول حاصل از انحلال این مواد در آب خاصیت بازی دارد. صابون نیز یک ماده بازی بوده و با انحلال در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهد. این در حالی است که محلول سرکه سفید (محلول آبی استیک اسید با غلظت ۵٪ جرمی) و جوهر نمک (هیدروکلریک اسید)، از جمله مواد اسیدی به شمار می‌روند.

## گروه آموزشی ماز

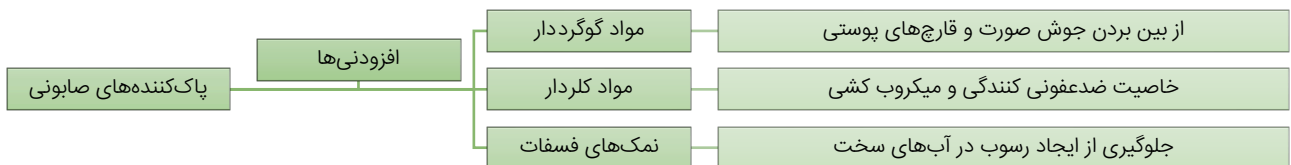
۷۴- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

- (۱) شربت معده، نمونه‌ای از مخلوط‌های ناپایدار بوده و مسیر حرکت نور در یک نمونه از آن مشخص است.  
 (۲) اسید چرب سازنده استر سه عاملی با فرمول  $C_{57}H_{114}O_6$ ، سیرنشده بوده و در ساختار خود ۱۸ اتم کربن دارد.  
 (۳) سطح بیرونی قطره‌ای از روغن که به وسیله مولکول‌های صابون به صورت کلوئید درآمده است، بار الکتریکی منفی دارد.  
 (۴) به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی انواع صابون‌ها، به آنها ماده شیمیایی گوگردار اضافه می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

نمودار زیر، نقش افزودنی‌های مختلف را در پاک‌کننده‌های صابونی نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا، به منظور افزایش خاصیت ضدعفونی‌کنندگی و میکروب‌کشی صابون‌ها، به آن‌ها مواد و ترکیب‌های شیمیایی کلردار (نه خود عنصر کلر!) اضافه می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ جدول زیر، برخی از ویژگی‌های کلوئیدها و مخلوط‌های همگن و ناهمگن را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد.

ویژگی	مخلوط ناهمگن (سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
ظاهر	ناهمگن	همگن	همگن
همگن بودن	ناهمگن	ناهمگن	همگن
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذرها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها یا مولکول‌ها

شربت معده، نوعی سوسپانسیون است. سوسپانسیون‌ها نمونه‌ای از مخلوط‌های ناپایدار بوده و به مرور زمان ته‌نشین می‌شوند. توجه داریم که مسیر حرکت نور در یک نمونه از سوسپانسیون‌ها مشخص است.

### ضداسیدها و عملکرد آن‌ها:



برای مقابله با مقدار اضافی از اسید موجود در معده افرادی که به بیماری‌های معده‌ای دچار هستند، از داروهایی به نام ضداسید استفاده می‌کنند. این داروها خاصیت بازی داشته و با ورود به معده، سبب خنثی‌کردن اسید معده و افزایش pH محتویات معده می‌شوند. مواد مؤثر موجود در ضداسیدهای مختلف، شامل منیزیم هیدروکسید، آلومینیم هیدروکسید و سدیم هیدروژن کربنات (جوش شیرین) می‌شود. برای مثال، شیر منیزی یکی از رایج‌ترین ضداسیدهای مورد استفاده به شمار می‌رود که ماده مؤثر موجود در آن، منیزیم هیدروکسید است.

ترکیبی با فرمول مولکولی  $C_{57}H_{114}O_4$ ، مربوط به یک استر سه عاملی مثل روغن زیتون است که الکل سازنده آن معادل با  $C_4H_8O_3$  بوده و در ساختار مولکولی آن، ۳ پیوند دوگانه  $C=O$  در گروه‌های عاملی استری قرار گرفته است. تعداد اتم‌های کربن و هیدروژن اسید چرب سازنده این ترکیب استری از دو رابطه زیر به دست می‌آید:

مجموع شمار اتم‌های کربن در سه اسید چرب + شمار اتم‌های کربن الکل = شمار اتم‌های کربن استر

$$57 = 3 + (3 \times x) \rightarrow x = 18$$

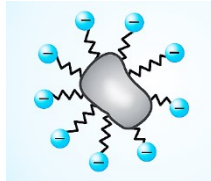
مجموع شمار اتم‌های هیدروژن سه اسید چرب + شمار اتم‌های هیدروژن در الکل = مجموع اتم‌های هیدروژن سه مولکول آب + شمار اتم‌های هیدروژن استر

$$104 + 6 = 8 + (3 \times y) \rightarrow y = 34$$

فرمول مولکولی اسید چرب سیرشده به صورت  $C_nH_{2n}O_2$  است، بنابراین در اسید چرب سازنده این استر نسبت  $\frac{34}{18} < 2$  برقرار بوده و این ماده یک

اسید چرب سیر نشده خواهد بود. در واقع در ساختار این ماده یک پیوند  $C=C$  بین اتم‌های کربن وجود دارد.

مولکول‌های صابون از طرف بخش ناقطبی خود (دم هیدروکربنی قرار گرفته در ساختار بخش آنیونی صابون) با مولکول‌های روغن جاذبه برقرار می‌کنند؛ بنابراین بخش ناقطبی صابون داخل قطره روغن قرار دارد و بخش قطبی آن که بار منفی دارد، با مولکول‌های آب موجود در محیط اطراف جاذبه برقرار می‌کند و در نتیجه سطح بیرونی قطره دارای بار منفی است. ساختار این قطرات، به صورت زیر خواهد بود:



### گروه آموزشی ماز

۷۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: هر ترکیب شیمیایی که امکان برقرار شدن پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود داشته باشد، محلول در آب است.  
 ب: چسبندگی چربی به پارچه پلی‌استری کمتر از پارچه نخی بوده و ذرات چربی از روی این پارچه راحت‌تر پاک می‌شود.  
 پ: با گذاشتن مخلوط آب، روغن و صابون در یک محیط ثابت، ذرات صابون موجود در مخلوط به مرور ته‌نشین می‌شوند.  
 ت: مخلوطی از پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده‌ها، یک پاک‌کننده خورنده به شمار می‌رود.  
 ث: افزودن آنزیم‌های مناسب، همانند افزایش دمای آب، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی صابون‌ها می‌شود.
- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

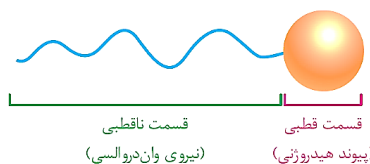
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

### پاسخ تشریحی:

عبارتهای (ت) و (ث) درست هستند.

### بررسی موارد:

آ: هر ترکیب شیمیایی که امکان برقرار شدن پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آن وجود داشته باشد، الزاماً محلول در آب نیست. برای مثال، بین مولکول‌های سازنده الکل‌هایی که زنجیره کربنی بلندی دارند و یا بین مولکول‌های سازنده اسیدهای چرب، امکان برقرار شدن پیوند هیدروژنی وجود دارد اما چون بخش ناقطبی مولکول‌های سازنده این مواد (قسمت هیدروکربنی مولکول‌ها) به بخش قطبی این مولکول‌ها (گروه‌های عاملی هیدروکسیل و یا کربوکسیل) غلبه می‌کند، این مواد به طور کلی ناقطبی بوده و در حلال‌های قطبی مثل آب حل نمی‌شوند. برای مثال، تصویر زیر ساختاری از یک اسید چرب و اجزای سازنده مولکول آن را نشان می‌دهد:



**ب:** پلی استر، یکی از انواع الیاف مصنوعی است، درحالی که پارچه نخی با استفاده از الیاف طبیعی سلولزی تهیه می شود. صابون لکه چربی را از روی پارچه نخی بهتر از پارچه پلی استری پاک می کند، زیرا میزان چسبندگی چربی به الیاف سازنده پارچه نخی کم تر از پارچه پلی استری است.

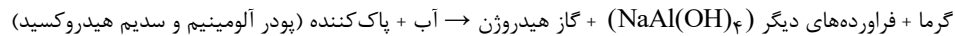
### تاثیر نفت بر صنعت نساجی:



با توجه به محدود بودن منابع طبیعی تولید الیاف از جمله پنبه و پشم، الیاف طبیعی تولید شده در گذر زمان پاسخگوی نیاز صنایع نساجی و جامعه نبود. در این زمان، شیمی دان ها وارد میدان شده و با استفاده از نفت، الیاف جدیدی تولید کرده و راهی شرکت های نساجی کردند. با گذشت زمان و تلاش شیمی دان ها، انواع گوناگونی از الیاف ساختگی بر پایه نفت شناسایی و تولید شد؛ به طوری که این الیاف جایگزین الیاف طبیعی شده و امروزه بخش عمده پوشاک مورد نیاز بشر را تشکیل می دهند.

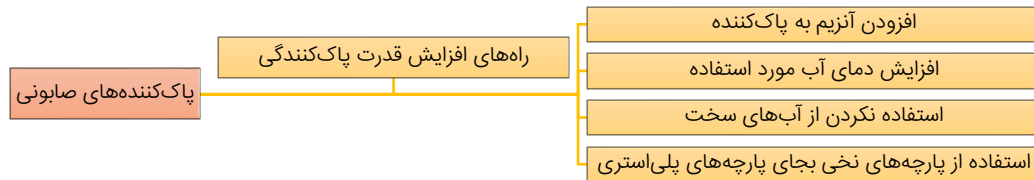
**پ:** مخلوط آب، روغن و صابون، یک کلوئید است. کلوئیدها جزو مخلوط های پایدار بوده و بر این اساس، با قرار دادن آن ها در یک مکان ثابت، اجزای موجود در آن ها ته نشین نمی شوند.

**ت:** مخلوطی از پودر آلومینیم و سدیم هیدروکسید، همانند سفیدکننده ها، جوهر نمک و محلول سود، یک پاک کننده خورنده به شمار می رود. این مخلوط جامد بر اساس معادله زیر با آب واکنش می دهد:



گرما و گاز هیدروژن آزاد شده در این واکنش، موجب تخریب ساختار آلاینده ها شده و قدرت پاک کنندگی این مخلوط را افزایش می دهد.

**ث:** صابون های مختلف، همه لکه های موجود بر روی پارچه ها را به یک اندازه از بین نمی برند. در واقع، هرچقدر که یک پاک کننده صابونی بتواند مقدار بیشتری از آلاینده ها و چربی های روی لباس را بزدايد، قدرت پاک کنندگی بیشتری دارد. افزودن آنزیم های مناسب، استفاده از پارچه های نخی بجای پارچه های پلی استری، افزایش دمای آب، افزایش مقدار صابون و کاهش درجه سختی آب مورد استفاده برای شست و شو، از جمله عواملی هستند که موجب افزایش قدرت پاک کنندگی صابون ها می شوند.



### گروه آموزشی ماز

۷۶- پاک کننده ای با ساختار زیر را در نظر بگیرید:



مقدار ۵۸/۴ گرم از این ماده، شامل چند مول اتم اکسیژن در ساختار خود شده و برای تولید این مقدار پاک کننده، به چند میلی لیتر محلول سود با

غلظت ۰/۲۵ مول بر لیتر نیاز است؟ (Na = ۲۳, O = ۱۶, C = ۱۲, H = ۱: g.mol<sup>-1</sup>)

$$۸۰۰ - ۰/۲ (۴)$$

$$۱۲۵۰ - ۰/۲ (۳)$$

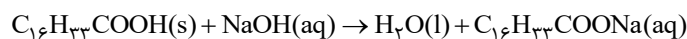
$$۸۰۰ - ۰/۴ (۲)$$

$$۱۲۵۰ - ۰/۴ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۲۰۱)



پاک کننده های صابونی را از واکنش میان اسیدهای چرب، استرهای سنگین (چربی ها و روغن ها) و یا استرهای تک عاملی با محلول سدیم هیدروکسید (محلول سود) می توان بدست آورد. فرمول شیمیایی پاک کننده مورد نظر به صورت  $\text{C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}$  است. واکنش تولید این ماده با استفاده از اسیدهای چرب، به صورت زیر است:



بر این اساس، مقدار محلول سدیم هیدروکسید مصرف شده را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ L محلول} = ۵۸ / ۴ \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa} \times \frac{۱ \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}}{۲۹۲ \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{۱ \text{ mol NaOH}}{۱ \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{۱ \text{ L محلول}}{۰/۲۵ \text{ mol NaOH}} = ۰/۸ \text{ L}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند ۰/۸ لیتر محلول سود، معادل با ۸۰۰ میلی لیتر از این محلول مصرف شده است. در قدم بعد، مقدار مول اتم های اکسیژن موجود در این ترکیب یونی را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ mol O} = ۵۸ / ۴ \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa} \times \frac{۱ \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}}{۲۹۲ \text{ g C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} \times \frac{۲ \text{ mol O}}{۱ \text{ mol C}_{16}\text{H}_{33}\text{COONa}} = ۰/۴ \text{ mol}$$

### گروه آموزشی ماز

۷۷- ساختار بخش آنیونی نوعی پاک کننده به صورت زیر است:



نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در ساختار این پاک کننده کدام است و ذرات این پاک کننده پس از ورود به مخلوط آب و روغن، از چه سمتی به طرف ذرات آب جهت گیری پیدا می کنند؟

B - ۱/۷۵ (۴)

A - ۱/۷۵ (۳)

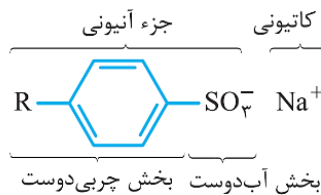
B - ۱/۶۵ (۲)

A - ۱/۶۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ شریعی

تصویر زیر، نمایی از ساختار یک پاک کننده غیرصابونی را نشان می دهد:



با ورود این ماده به مخلوطی از آب و روغن، ذرات سازنده آن از سمت دم هیدروکربنی (بخش ناقطبی) به سمت مولکول‌های روغن و از سمت بخش اکسیژن دار (بخش قطبی) خود نیز به طرف مولکول‌های آب جهت گیری پیدا می کنند. فرمول شیمیایی چنین پاک کننده‌ای به صورت  $RC_6H_4SO_3Na$  است. اگر بخش R از مولکول این پاک کننده یک زنجیره کربنی سیر شده باشد، فرمول مولکولی این ماده به صورت  $C_nH_{2n+1}C_6H_4SO_3Na$  می شود. در پاک کننده داده شده در صورت سوال نیز یک دم هیدروکربنی ۱۴ کربنه سیر شده به حلقه بنزنی متصل است، پس فرمول شیمیایی این پاک کننده غیرصابونی به صورت  $C_{14}H_{29}C_6H_4SO_3Na$  یا  $C_{20}H_{33}SO_3Na$  می شود. پاک کننده‌های غیرصابونی، با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تولید می شوند. این مواد در مقایسه با صابون‌ها قدرت پاک کنندگی بیشتری داشته و کارایی خود را در حضور آب‌های سخت نیز از دست نمی دهند. در رابطه با این ترکیب شیمیایی داریم:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن}}{\text{شمار اتم‌های کربن}} = \frac{۳۳}{۲۰} = ۱/۶۵$$

### گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- آ: کلوئیدها از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند و کمتر از سوسپانسیون‌ها نور را پخش می کنند.  
 ب: جوهر نمک، همانند سفید کننده‌ها، علاوه بر ایجاد برهمکنش، با آلاینده‌های موجود در محیط واکنش نیز می دهد.  
 پ: آرنیوس با تحقیق روی رسانایی محلول‌هایی با حلال آبی، یک مبنای علمی برای توصیف اسیدها و بازها ارائه کرد.  
 ت: همه اسیدهای نافلزلی حاصل از عناصر دوره دوم، اسید آرنیوس به شمار رفته و pH محلول را کاهش می دهند.

(۴) پ و ت

(۳) آ و پ

(۲) ب و ت

(۱) آ و ب

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ شریعی

عبارتهای (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد

آ: کلوئیدها از توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت تشکیل شده‌اند و اندازه ذرات موجود در ساختار آن‌ها کوچک‌تر از سوسپانسیون‌ها است و از این رو کم‌تر از سوسپانسیون‌ها نور را پخش می کنند. اندازه و ویژگی‌های سطحی ذرات سازنده کلوئیدها به گونه‌ای است که این ذرات با گذشت زمان ته‌نشین نمی شوند؛ در نتیجه می توان گفت که کلوئیدها، همانند محلول‌ها، از جمله مواد پایدار هستند. انواع رنگ‌ها (مانند رنگ‌های پوششی) و چسب‌ها، سرامیک‌ها، شیر، ژله و سس مایونز نمونه‌هایی از کلوئیدها و شربت معده و آب گل آلود نیز نمونه‌هایی از سوسپانسیون‌ها هستند.

ب: پاک کننده‌های صابونی و غیرصابونی، با مولکول‌ها و ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی نشده و فقط براساس برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، سبب پاک شدن آلودگی‌ها می شوند. گروه دیگری از پاک کننده‌ها نیز وجود دارند که با ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی شده و در کنار برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، از این طریق نیز سبب پاک شدن آلودگی‌ها می شوند. به این دسته از انواع شوینده‌ها، به اصطلاح پاک کننده‌های خورنده گفته می شود. در واقع، پاک کننده‌های خورنده، گروهی از پاک کننده‌ها هستند که بر مبنای واکنش میان اسیدها و بازها عمل می کنند. در هنگام استفاده از این مواد، شوینده موردنظر

با آلودگی‌ها وارد واکنش شده و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کند. شوینده‌های خورنده را بر مبنای کاربرد آن‌ها، می‌توان به دو دسته اسیدی و بازی تقسیم‌بندی کرد. سفیدکننده‌ها، جوهر نمک و محلول سود، انواعی از پاک‌کننده‌های خورنده هستند.

**پ:** سوانت آرنیوس، نخستین کسی بود که اسیدها و بازها را بر یک مبنای علمی توصیف کرد. آرنیوس با تحقیق بر روی رسانایی الکتریکی محلول‌های آبی (نه محلول‌هایی با حلال‌های آلی) توانست یک مبنای علمی برای توصیف اسیدها و بازها ارائه کند. توجه داریم که محلول‌های آلی اغلب رسانایی الکتریکی ندارند و بر اساس مدل آرنیوس، نمی‌توان درباره آن‌ها اظهار نظر کرد.

**ت:** اغلب اکسیدهای نافلزی بر اثر حل شدن در آب یون هیدرونیوم آزاد می‌کنند و اسید آرنیوس به شمار می‌روند، اما برخی از این اکسیدها مانند گاز CO و یا نیتروژن مونوکسید، با آب واکنش نداده و از جمله اکسیدهای خنثی هستند و در هنگام حل شدن در آب هیچ یونی را در محلول ایجاد نمی‌کنند. توجه داریم که کربن، همانند نیتروژن، نافلزی از دوره دوم جدول تناوبی است. تصویر زیر، نمایی از عناصر موجود در دوره دوم را نشان می‌دهد:

3 Li Lithium 6.94	4 Be Beryllium 9.01	5 B Boron 10.81	6 C Carbon 12.01	7 N Nitrogen 14.01	8 O Oxygen 16.00	9 F Fluorine 19.00	10 Ne Neon 20.18
----------------------------	------------------------------	--------------------------	---------------------------	-----------------------------	---------------------------	-----------------------------	---------------------------

## گروه آموزشی ماز

۷۹- کدام یک از عبارتهای داده شده نادرست است؟

- اگر جرم برابر سدیم اکسید و لیتیم اکسید را در آب حل کنیم، شمار یون لیتیم در محلول بیشتر از یون سدیم می‌شود.
- با استفاده از آب مناطق کویری برای شست و شوی لباس‌ها با صابون، لکه‌های سفید بر روی لباس‌ها باقی می‌ماند.
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی با استفاده از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تولید می‌شوند.
- اسیدها با همه عناصر فلزی واکنش می‌دهند و در تماس با پوست بدن سوزش ایجاد می‌کنند.

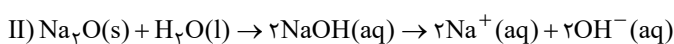
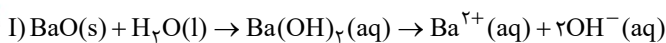
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۱)

پاسخ سریعی:

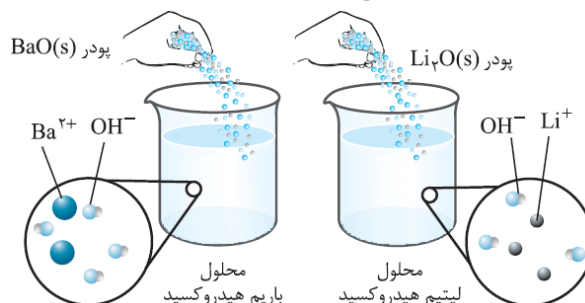
اسیدها با اغلب فلزها واکنش می‌دهند و در تماس با پوست بدن، بخاطر خاصیت خورندگی خود احساس سوزش ایجاد می‌کنند. برای نمونه دلیل سوزش معده که درد شدیدی در ناحیه سینه ایجاد می‌کند، برگشت مقداری از محتویات اسیدی معده به لوله مری است. در حالی که بازها در سطح پوست همانند صابون، احساس لیزی ایجاد می‌کنند اما به آن نیز آسیب می‌رسانند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اکسیدهای فلزی را اکسیدهای بازی می‌نامند. این مواد طی واکنش با آب، سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید در محلول شده و pH محلول را افزایش می‌دهند. به عنوان مثال، باریم اکسید، سدیم اکسید و لیتیم اکسید، براساس معادله‌های زیر با آب واکنش می‌دهند:

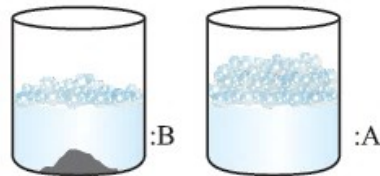


تصویر زیر، نمایی از فرایند انحلال این مواد بازی در آب را نشان می‌دهد:



با توجه به کمتر بودن جرم مولی لیتیم اکسید در مقایسه با سدیم اکسید، اگر جرم برابر سدیم اکسید و لیتیم اکسید را در اختیار داشته باشیم، شمار مول‌های لیتیم اکسید بیشتر از سدیم اکسید خواهد بود. با توجه به بیشتر بودن شمار مول‌های لیتیم اکسید، این ماده شمار کاتیون‌های بیشتری را در مقایسه با سدیم اکسید وارد محلول می‌کند.

۲ آب‌های مناطق کویری محتوی یون‌های کلسیم و منیزیم است و به همین خاطر، صابون‌ها در این آب‌ها به خوبی کف نکرده و سبب باقی‌ماندن لکه‌های سفید بر روی لباس‌ها می‌شوند. تصویر زیر، اضافه کردن مقداری صابون به آب مقطر (ظرف A) و محلول کلسیم کلرید (ظرف B) را نشان می‌دهد.



همانطور که مشخص است، ارتفاع کف ایجاد شده در ظرف حاوی آب مقطر بیشتر بوده و در ظرف B نیز مقداری رسوب تشکیل شده است.

۳) پاک‌کننده‌های غیرصابونی، از مواد پتروشیمیایی (بنزن و دیگر مواد اولیه) و طی واکنش‌های پیچیده در صنعت تولید می‌شوند. در ساختار این مواد، حلقه بنزنی یافت می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۸۰- برای از بین بردن سختی ۵۰ لیتر آب با چگالی  $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$  که درصد جرمی کلسیم کلرید در آن برابر  $1/11$  درصد و غلظت مولی منیزیم کلرید نیز برابر با  $0/24$  مول بر لیتر است، باید چند مول نمک سدیم فسفات را به محلول مورد نظر اضافه کنیم؟

( $\text{Ca} = 40, \text{Cl} = 35/5: \text{g.mol}^{-1}$ )

۱۸ (۴)

۱/۸ (۳)

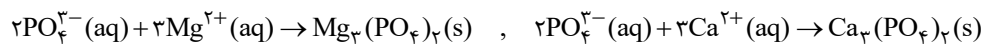
۱۲ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی

افزودن نمک‌های فسفات به شوینده، موجب افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها در آب‌های سخت می‌شود. یون فسفات موجود در این دسته از شوینده‌ها، با یون‌های  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  براساس معادله‌های زیر واکنش می‌دهد:



طی این واکنش‌ها، یون‌های  $\text{Ca}^{2+}$  و  $\text{Mg}^{2+}$  به شکل رسوب درآمده و از محلول مورد نظر خارج می‌شوند. با خارج شدن این کاتیون‌های مزاحم، دیگر اختلالی در کار مولکول‌های صابون ایجاد نمی‌شود و صابون به خوبی کف می‌کند. به عبارت دیگر، می‌توان گفت از واکنش‌های بالا برای از بین بردن سختی آب استفاده می‌شود. برای محاسبه مقدار یون فسفات مورد نیاز، ابتدا باید مجموع مقدار مول کاتیون‌های موجود در محلول را پیدا کنیم. برای این منظور، در قدم اول باید غلظت مولی یون‌های منیزیم و کلسیم را در محلول اولیه بدست بیاوریم:

$$\text{جرم کلرید کلسیم} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 100}{\text{جرم مولی}} = \frac{10 \times 1/11 \times 1/2}{111} = 0/12 \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow [\text{Ca}^{2+}] = 0/12 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{جرم کلرید منیزیم} = 0/24 \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow [\text{Mg}^{2+}] = 0/24 \text{ mol.L}^{-1}$$

### روش‌های مختلف محاسبه غلظت:



هر محلول از دو قسمت حلال و حل‌شونده تشکیل شده است. درصد جرمی، همانند مولاریته و ppm، از جمله روش‌های محاسبه غلظت محلول‌ها به شمار می‌رود. غلظت، مولفه‌ای است که برای نشان دادن مقدار غلیظ بودن و یا رقیق بودن محلول‌های مختلف کاربرد دارد. درصد جرمی هر محلول، معادل با مقدار حل‌شونده موجود در ۱۰۰ گرم از آن محلول است. درصد جرمی حل‌شونده در یک محلول، با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم حل‌شونده} + \text{جرم حلال}} \times 100 \quad \text{یا} \quad \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100$$

توجه داریم که در صورت و مخرج رابطه فوق، باید از یکای یکسان (مثل گرم، میلی‌گرم و یا کیلوگرم) استفاده شود. در تعداد بسیار زیادی از سوالات بخش محلول‌ها، باید درصد جرمی یک محلول را به غلظت مولی آن محلول تبدیل کنیم. برای تبدیل درصد جرمی یک محلول به غلظت مولی آن، از رابطه کلی زیر استفاده می‌شود:

$$M = \frac{10 \cdot ad}{\text{جرم مولی}} \quad \text{یا} \quad \text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times 100}{\text{جرم مولی}}$$

۳ مول از کاتیون‌های منیزیم و یا کلسیم، با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت اگر نماد کلی این کاتیون‌ها را به صورت  $X^{2+}$  نشان بدهیم، هر ۳ مول کاتیون  $X^{2+}$  با ۲ مول یون فسفات واکنش داده و از محلول خارج می‌شود. از طرفی، می‌دانیم که مجموع غلظت مولی کاتیون‌های منیزیم و کلسیم در محلول مورد نظر برابر با  $0/36$  مول بر لیتر است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol PO}_4^{3-} = 50 \text{ L محلول} \times \frac{0/36 \text{ mol } X^{2+}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{2 \text{ mol PO}_4^{3-}}{3 \text{ mol } X^{2+}} = 12 \text{ mol}$$

پس می‌توان گفت برای از بین بردن سختی نمونه ۵۰ لیتری از محلول مورد نظر، به ۱۲ مول یون فسفات نیاز داریم.



این یون، در ساختار ترکیب سدیم فسفات وجود دارد، پس داریم:

$$? \text{ mol Na}_3\text{PO}_4 = 12 \text{ mol PO}_4^{3-} \times \frac{1 \text{ mol Na}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol PO}_4^{3-}} = 12 \text{ mol}$$

### گروه آموزشی ماز

۸۱- اگر اختلاف شمار نوترون و الکترون در یک رادیوایزوتوپ پولونیوم ( $^{210}\text{Po}$ ) برابر ۴۱ باشد، نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌ها در این رادیوایزوتوپ

..... از ۱/۵ بوده و بعد از گذشت ..... سال، ۹۳/۷۵ درصد از یک نمونه ۴۰۰ گرمی آن، تجزیه خواهد شد. (نیم‌عمر رادیوایزوتوپ موردنظر را معادل با  $2/43 \times 10^9$  ثانیه و هر ماه را معادل ۳۰ روز در نظر بگیرید.)

(۱) کوچک‌تر - ۱۵۶/۲۵ (۲) بزرگ‌تر - ۱۵۶/۲۵ (۳) کوچک‌تر - ۳۱۲/۵ (۴) بزرگ‌تر - ۳۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مساله - ۱۰۰۱)



در قدم اول، شمار نوترون‌ها و پروتون‌های موجود در این رادیوایزوتوپ را حساب می‌کنیم. با توجه به داده‌های سوال داریم:

$$\begin{cases} (1) n - e = 41 \\ (2) Z = e = 84 \end{cases} \rightarrow n = 41 + e = 41 + 84 = 125$$

در نتیجه نسبت موردنظر برابر با  $1/48 \approx 125/84$  بوده و از ۱/۵ کوچک‌تر است.

### اتم‌های ناپایدار:

نوترون‌ها و پروتون‌ها، از جمله ذرات زیراتمی موجود در هسته اتم هستند. اغلب هسته‌هایی که نسبت شمار نوترون‌ها به پروتون‌های آن‌ها برابر یا بیش از ۱/۵ باشد، ناپایدار هستند. بر این اساس، داریم:

$$A = Z + N \text{ عدد جرمی} \quad \frac{N}{Z} \geq 1/5 \xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم}]{\text{به دو طرف نامساوی}} \frac{N}{Z} + 1 \geq 2/5 \Rightarrow \frac{N+Z}{Z} \geq 2/5 \Rightarrow \frac{A}{Z} \geq 2/5$$

با توجه به محاسبات بالا، می‌توان گفت در اغلب ایزوتوپ‌های ناپایدار، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی برابر یا بیشتر از ۲/۵ است. البته، در برخی از ایزوتوپ‌های ناپایدار، نسبت عدد جرمی به عدد اتمی کوچک‌تر از ۲/۵ است. به عنوان مثال، در ساختار اتم تکنسیم ( $^{99}\text{Tc}$ )، مقدار نسبت گفته شده تقریباً برابر با ۲/۳ است، در حالی که تکنسیم از جمله عناصر رادیواکتیو بوده و نیم‌عمر بسیار کوتاهی دارد.

رادیوایزوتوپ‌ها، به مرور زمان دچار واپاشی شده و جرم آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. با واپاشی رادیوایزوتوپ‌ها، مقدار زیادی انرژی به همراه برخی از ذرات تولید می‌شوند. نیم‌عمر هر رادیوایزوتوپ، معادل با بازه زمانی است که نیمی از آن ماده دچار واپاشی شده و نیمی از آن باقی می‌ماند. جرم رادیوایزوتوپ باقی‌مانده از رابطه زیر بدست می‌آید که در آن  $n$  تعداد نیم‌عمرهای سپری شده و  $m$  جرم اولیه رادیوایزوتوپ است. بر این اساس، داریم:

$$m = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times m_0 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 50 = \left(\frac{1}{2}\right)^n \times 50 \rightarrow \frac{6/25}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow \frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^n \rightarrow n = 4$$

اما نیم‌عمر رادیوایزوتوپ موردنظر بر حسب سال برابر خواهد بود با:

$$? \text{ year} = (2/43 \times 10^9) \text{ s} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ month}}{30 \text{ day}} \times \frac{1 \text{ year}}{12 \text{ month}} = 78/125 \text{ year}$$

در نهایت، زمان موردنیاز برای تجزیه نمونه موردنظر را بدست می‌آوریم:

$$n = \frac{t}{T} \rightarrow t = n \times T = 4 \times 78/125 = 312/5 \text{ year}$$

### گروه آموزشی ماز

۸۲- هیدروژن دارای ..... ایزوتوپ پایدار بوده و شمار نوترون‌های موجود در پایدارترین ایزوتوپ لیتیم، ..... برابر شمار نوترون‌های موجود در هسته سنگین‌ترین ایزوتوپ پایدار هیدروژن است.

(۱) ۴ - ۲ (۲) ۳ - ۲ (۳) ۴ - ۳ (۴) ۳ - ۳

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

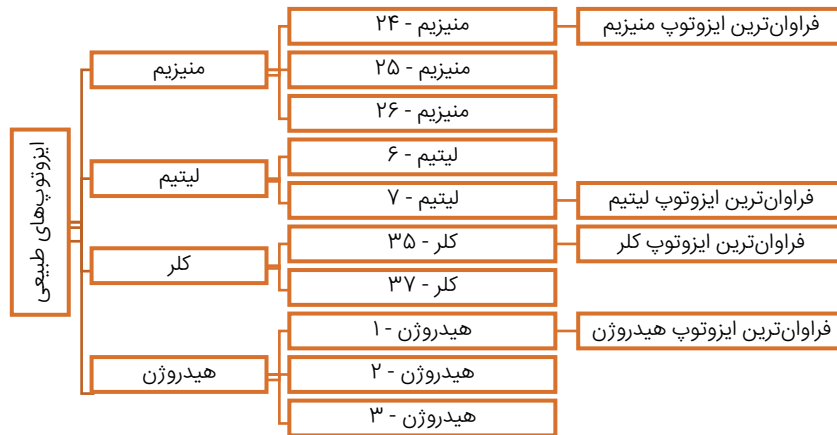


هیدروژن دارای دو ایزوتوپ پایدار  $^1\text{H}$  و  $^2\text{H}$  است. در هسته ایزوتوپ  $^1\text{H}$  هیچ نوترونی وجود ندارد؛ اما در هسته ایزوتوپ  $^2\text{H}$  یک نوترون و یک پروتون در کنار هم قرار گرفته‌اند. لیتیم با عدد اتمی ۳، اولین عنصر از تناوب دوم جدول دوره‌ای و اولین عنصر فلزی موجود در جدول دوره‌ای است.

تصویر زیر ایزوتوپ‌های طبیعی لیتیم را نشان می‌دهد:



از آنجا که فراوانی ایزوتوپ‌های مختلف با میزان پایداری این ایزوتوپ‌ها رابطه مستقیم دارد، می‌توان گفت پایداری ایزوتوپ  ${}^7\text{Li}$  بیشتر از ایزوتوپ  ${}^6\text{Li}$  است. در هسته هر اتم  ${}^7\text{Li}$ ، ۴ نوترون و ۳ پروتون در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نمودار زیر، نمایی از ایزوتوپ‌های مختلف برخی از عناصر را نشان می‌دهد:



### گروه آموزشی ماز

۸۳- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: پرسش ((هستی چگونه پدید آمده است؟))، پرسشی بنیادی بوده و در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد.  
 ب: وویجر ۱، به منظور شناخت بیشتر سامانه خورشیدی ساخته شده و در حال حاضر، در این سامانه قرار دارد.  
 پ: بر اثر انفجار بزرگ یا مهبانگ، ابتدا ذرات زیراتمی و پس از آن، عناصر موجود در تناوب اول به وجود آمدند.  
 ت: سیاره زمین، حاوی عناصر فلزی مثل نیکل و کبالت بوده و پس از مشتری، دومین سیاره بزرگ سامانه خورشیدی است.
- (۱) آ و ب (۲) آ و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

پاسخ شیمی:

عبارتهای (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

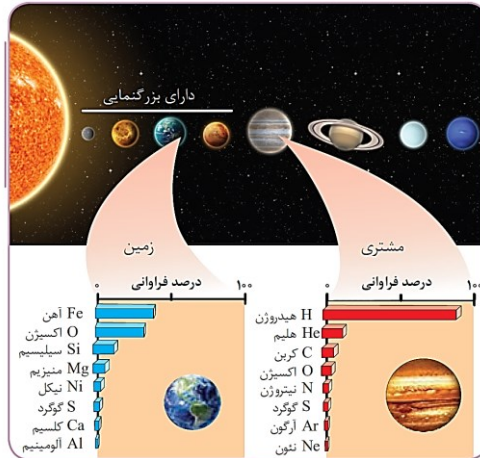
آ: پرسش ((هستی چگونه پدید آمده است؟))، پرسشی بنیادی بوده و در قلمرو علوم تجربی نمی‌گنجد و آدمی تنها با مراجعه به چارچوب اعتقادی و بینش خویش، در پرتو آموزه‌های الهی می‌تواند به پاسخی جامع برای آن دست‌یابد. در نقطه مقابل، پرسش‌های ((جهان کنونی چگونه شکل گرفته است؟)) و ((پدیده‌های طبیعی چگونه و چرا رخ می‌دهند؟)) در چارچوب علم تجربی قرار گرفته و سبب شدند تا دانش ما درباره جهان مادی افزایش یابد. انسان برای یافتن پاسخ این پرسش‌ها تلاش زیادی کرده است.

ب: فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲، به منظور شناخت بیشتر سامانه خورشیدی ساخته شده و به سمت فضا پرتاب شده‌اند. توجه داریم که فضاپیمای وویجر ۱ آخرین عکس خود پیش از خروج از سامانه خورشیدی را گرفته و در حال حاضر، در این سامانه قرار ندارد. توجه داریم که دو فضاپیمای وویجر مأموریت داشتند با گذر از کنار سیاره‌های مشتری، زحل، اورانوس و نپتون، شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن‌ها را تهیه کنند و بفرستند. این شناسنامه‌ها می‌تواند حاوی اطلاعاتی مانند نوع عنصرهای سازنده، ترکیب‌های شیمیایی در اتمسفر آن‌ها و ترکیب درصد این مواد باشد.

پ: بر اثر انفجار بزرگ یا مهبانگ، ابتدا ذرات زیراتمی مثل الکترون، پروتون و نوترون تولید شدند و در مرحله بعد، عناصر ساده مثل هیدروژن و هلیوم از کنار هم قرار گرفتن این ذرات زیراتمی تشکیل شدند.

ت: سیاره زمین، حاوی عناصر فلزی مثل روی، آهن و نیکل است. علاوه بر فلزها، در ساختار زمین عناصر نافلزی و شبه‌فلزی نیز یافت می‌شوند. توجه داریم که پس از سیاره مشتری، زحل دومین سیاره بزرگ سامانه خورشیدی است.

تصویر زیر نمایی از سیاره‌های موجود در سامانه خورشیدی به همراه عناصر فراوان موجود در دو مورد از سیاره‌ها را نشان می‌دهد:



توجه داریم که در تصویر فوق، چهار سیاره داخلی دارای بزرگنمایی بوده و اندازه آن‌ها نسبت به واقعیت کمی بزرگ‌تر نشان داده شده است.

### گروه آموزشی ماز

۸۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: مجموعه‌های گازی که کهکشان‌ها و ستاره‌ها را ایجاد می‌کنند، با استفاده از گازهای هیدروژن و هلیوم ساخته شده‌اند.  
 ب: در روند تشکیل عناصر، هیدروژن به هلیوم تبدیل شده و عنصر هلیوم نیز فقط می‌تواند به عناصر فلزی تبدیل شود.  
 پ: شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که یک نمونه از آن، فقط از یک نوع اتم با جرم یکسان تشکیل شده است.  
 ت: عدد اتمی نخستین عنصری که در واکنشگاه هسته‌ای ساخته شده است، بیشتر از عدد اتمی اورانیم است.  
 ث: تعداد ذرات زیراتمی باردار در فراوان‌ترین ایزوتوپ طبیعی منیزیم، ۲ برابر تعداد نوترون‌ها است.

۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)



پاسخ تشریحی:

عبارتهای (آ) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: سر آغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده که طی آن انرژی عظیمی آزاد شده است. در آن شرایط، ابتدا ذره‌های زیراتمی مانند الکترون، پروتون و نوترون، به وجود آمده و پس از آن، عنصرهای هیدروژن و هلیوم با به عرصه جهان گذاشتند. با گذشت زمان و کاهش دما، گازهای هیدروژن و هلیوم تولید شده در مرحله اول، متراکم شده و مجموعه‌های گازی به نام سحابی را ایجاد کرد. بعدها این سحابی‌ها سبب پیدایش ستاره‌ها و کهکشان‌ها شدند.

ب: درون ستاره‌ها همانند خورشید در دماهای بسیار بالا، واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد. واکنش‌های هسته‌ای، واکنش‌هایی هستند که در آن‌ها از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آیند. در روند تشکیل عناصر، اتم‌های هیدروژن طی واکنش‌های هسته‌ای به هلیوم تبدیل می‌شوند. در مرحله بعد، عنصر هلیوم می‌تواند به عناصر فلزی مثل لیتیم و یا به عناصر نافلزی مثل کربن تبدیل شود. تصویر زیر، روند تولید عناصر مختلف طی واکنش‌های هسته‌ای را نشان می‌دهد:

هیدروژن

هلیوم

عناصر سبک مثل لیتیم و کربن

عناصر سنگین مثل آهن و طلا

پ: شیمی‌دان‌ها ماده‌ای را عنصر می‌نامند که یک نمونه از آن، فقط از یک نوع اتم با عدد اتمی (Z) یکسان تشکیل شده باشد. توجه داریم که برخی از اتم‌های موجود در هر نمونه از یک عنصر، جرم اتمی متفاوتی داشته و نسبت به یکدیگر ایزوتوپ نامیده می‌شوند. ایزوتوپ‌های یک عنصر عدد اتمی مشابه و عدد جرمی متفاوتی دارند.

ت: تکنسیم، نخستین عنصری است که در واکنش‌گاه هسته‌ای به وجود آمده است. عدد اتمی این عنصر برابر با ۴۳ بوده و همانطور که می‌دانیم، این مقدار کمتر از عدد اتمی اورانیم (۹۲) است.

ث: منیزیم دارای ۳ ایزوتوپ  $^{24}\text{Mg}$ ،  $^{25}\text{Mg}$  و  $^{26}\text{Mg}$  است. از بین این ایزوتوپ‌ها، ایزوتوپ  $^{24}\text{Mg}$  دارای بالاترین درصد فراوانی در نمونه‌های طبیعی است. در ساختار این ایزوتوپ، مجموعاً ۲۴ ذره زیراتمی باردار (الکترون و پروتون) و ۱۲ ذره زیراتمی بدون بار (نوترون) وجود دارد.

### گروه آموزشی ماز

- ۸۵- اگر درصد فراوانی ایزوتوپ‌های  $^{24}\text{Mg}$ ،  $^{25}\text{Mg}$  و  $^{26}\text{Mg}$  به ترتیب برابر با ۷۹، ۱۰ و ۱۱ درصد باشد، اتم‌های موجود در یک مکعب به ابعاد ۱۰ سانتی متر از فلز منیزیم به تقریب دارای چند مول نوترون هستند؟ (جرم هر سانتی متر مکعب از فلز منیزیم را برابر با  $1/824$  گرم در نظر بگیرید.)
- ۹۰۰ (۱) ۹۲۴ (۲) ۹۴۲ (۳) ۹۸۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

با توجه به فراوانی ایزوتوپ‌های منیزیم، جرم اتمی میانگین این عنصر را محاسبه می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{79 \times 24 + 10 \times 25 + 11 \times 26}{100} = 24/32 \text{ amu}$$

در گام نخست، تعداد مول اتم‌های منیزیم بدون توجه به نوع ایزوتوپ‌های آن را بدست می‌آوریم. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol Mg} = 1000 \text{ cm}^3 \text{ Mg} \times \frac{1/824 \text{ g Mg}}{1 \text{ cm}^3 \text{ Mg}} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24/32 \text{ g Mg}} = 75 \text{ mol}$$

برای ادامه حل تست دو راه داریم. در راه اول، درصد فراوانی هر یک از ایزوتوپ‌ها را در ۷۵ ضرب می‌کنیم تا تعداد مول هر یک از آن‌ها به تفکیک بدست آید. سپس هر یک از اعداد بدست آمده را در تعداد نوترون‌های موجود در ساختار هسته این ایزوتوپ‌ها (۱۲، ۱۳ و یا ۱۴) ضرب می‌کنیم تا تعداد نوترون هر ایزوتوپ بدست آید و نهایتاً نتایج را باهم جمع می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$$\begin{cases} 75 \times \frac{79}{100} \times 12 = 711 \text{ mol n} \\ 75 \times \frac{10}{100} \times 13 = 97/5 \text{ mol n} \Rightarrow 924 \text{ mol n} \\ 75 \times \frac{11}{100} \times 14 = 115/5 \text{ mol n} \end{cases}$$

راه دوم: تعداد نوترون میانگین را همانطور که جرم اتمی میانگین را محاسبه می‌کنیم، بدست می‌آوریم! برای محاسبه جرم اتمی میانگین ایزوتوپ‌های یک عنصر از رابطه زیر می‌توانیم بهره ببریم:

$$\bar{M} = M_1 + F_2(M_2 - M_1) + F_3(M_3 - M_1) + \dots + F_n(M_n - M_1)$$

بر این اساس تعداد نوترون میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{N} = N_1 + F_2(N_2 - N_1) + F_3(N_3 - N_1) + \dots + F_n(N_n - N_1) \rightarrow \bar{N} = 12 + 0/1(13 - 12) + 0/11(14 - 12) = 12/32$$

از ضرب  $12/32$  در تعداد مول منیزیم، تعداد میانگین کل نوترون‌ها را بدست می‌آوریم. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ mol نوترون} = 75 \text{ mol Mg} \times \frac{12/32 \text{ mol نوترون}}{1 \text{ mol Mg}} = 924 \text{ mol}$$

## گروه آموزشی ماز

- ۸۶- اگر تفاوت شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در ایزوتوپ  $^{128}\text{A}$ ، دو برابر تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در یون  $^{110}\text{A}^{2+}$  باشد، عنصر A در کدام گروه و دوره از جدول تناوبی قرار دارد؟

۴ - ۱۰ (۱) ۴ - ۱۲ (۲) ۵ - ۱۰ (۳) ۵ - ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

برای هر دو گونه از نماد A استفاده شده است، پس می‌توان گفت این دو گونه متعلق به یک عنصر واحد بوده و شمار پروتون‌های موجود در هسته آن‌ها با هم برابر است. با توجه به اطلاعات مسأله می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\text{تفاوت شمار پروتون‌ها و نوترون‌ها در } ^{128}\text{A}}{\text{تفاوت شمار الکترون‌ها و نوترون‌ها در } ^{110}\text{A}^{2+}} = \frac{n_1 - Z}{n_2 - (Z - 2)} = 2 \rightarrow n_1 - Z = 2n_2 - 2Z + 4 \rightarrow (1) \quad n_1 = 2n_2 - Z + 4$$

$$(2) \quad n_1 + Z = 128 \quad \text{و} \quad (3) \quad n_2 + Z = 110$$

از طرفی، داریم:

از جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$(4) \quad n_1 = 2(110 - Z) - Z + 4 = 220 - 2Z - Z + 4 = 224 - 3Z \rightarrow n_1 + 3Z = 224$$

$$(128 - Z) + 3Z = 224 \rightarrow 2Z = 96 \rightarrow Z = 48$$

در نهایت رابطه (۲) را در رابطه (۴) جایگزین می‌کنیم:

با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب موجود در انتهای دوره چهارم (۳۶ Kr) و دوره پنجم (۵۴ Xe)، می‌توان گفت عنصر A در دوره پنجم جدول تناوبی و در گروه  $12 = 36 - 48$  قرار دارد. نمودار زیر، عدد اتمی گازهای نجیب موجود در جدول تناوبی را نشان می‌دهد:

گاز نجیب	عدد اتمی	شماره تناوب
هلیوم	۲	۱
نئون	۱۰	۲
آرگون	۱۸	۳
کریپتون	۳۶	۴
زنون	۵۴	۵
رادون	۸۶	۶
اوگانسون	۱۱۸	۷

## گروه آموزشی ماز

۸۷- کدام یک از عبارات‌های داده شده نادرست است؟

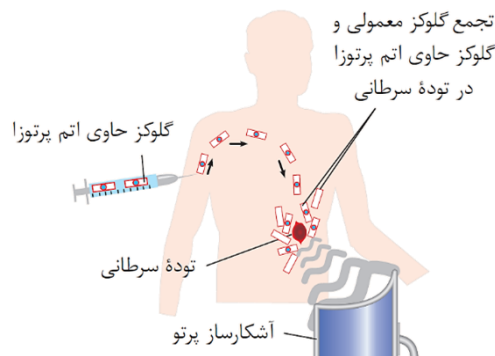
- خواص شیمیایی عناصر وابسته به مقدار  $Z$  بوده و بر این اساس، همه ایزوتوپ‌های منیزیم خواص شیمیایی یکسانی دارند.
- شمار عناصر طبیعی موجود در جدول دوره‌های امروزی، بیش از  $3/5$  برابر شمار عناصر ساختگی موجود در آن است.
- توده‌های سرطانی بدن، ذرات گلوکز نشان‌دار را با احتمال بیشتری نسبت به ذرات گلوکز معمولی جذب می‌کنند.
- مرگ هر ستاره با انفجاری بزرگ همراه بوده و سبب می‌شود عناصر تشکیل شده در آن، در فضا پراکنده شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)



پاسخ تشریحی:

می‌دانیم که به گلوکز حاوی اتم پرتوزا، گلوکز نشان‌دار می‌گویند. توده سرطانی، گلوکز معمولی و گلوکز نشان‌دار را با احتمال یکسان جذب می‌کند. این توده‌ها مولکول‌های گلوکز معمولی و نشان‌دار را در مقایسه با سایر سلول‌های بدن با سرعت بیشتری جذب می‌کنند. تصویر زیر، فرایند تشخیص موقعیت این توده‌های غیرطبیعی در بدن را نشان می‌دهد:

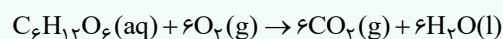


سلول‌های سرطانی، سلول‌هایی با رشد سریع هستند؛ در نتیجه میزان سوخت و ساز و میزان مصرف گلوکز در ناحیه تقسیم آن‌ها زیاد است. با تزریق گلوکز نشان‌دار به بدن یک فرد، علاوه بر ذرات گلوکز معمولی، ذرات گلوکز نشان‌دار نیز به میزان بیشتری در ناحیه سلول‌های سرطانی تجمع می‌یابد؛ در نتیجه به وسیله آشکارساز می‌توان پرتوهای آزاد شده از اتم‌های پرتوزا را شناسایی کرد و محل ایجاد توده سرطانی در بدن را مشخص کرد.

## نکاتی پیرامون گلوکز:



گلوکز، یک ترکیب قندی با فرمول مولکولی  $C_6H_{12}O_6$  است که در جریان خون وجود داشته و انرژی و ماده اولیه مورد نیاز سلول‌های بدن انسان را تامین می‌کند. اکسایش این ماده در سلول‌های سازنده بدن، با آزاد شدن انرژی و تولید آب و کربن دی‌اکسید همراه است. معادله واکنش اکسایش مولکول‌های گلوکز به صورت زیر است:



توجه داریم که در یک مولکول گلوکز پرتوزا، فقط برخی از اتم‌ها رادیواکتیو (پرتوزا) بوده و بقیه اتم‌ها عادی هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) خواص شیمیایی عناصر از جمله مقدار واکنش‌پذیری آن‌ها، نوع آنیون و کاتیون تشکیل شده توسط آن‌ها و تنوع عدد اکسایش آن‌ها، وابسته به عدد اتمی و یا همان  $Z$  آن‌ها بوده و بر این اساس، می‌توان گفت همه اتم‌های یک عنصر مستقل از عدد جرمی خود، خواص شیمیایی یکسانی دارند. توجه داریم که

ایزوتوپ‌ها، اتم‌های یک عنصر هستند که در شمار نوترون‌ها با یکدیگر تفاوت دارند. چون جرم اتمی این ایزوتوپ‌ها با هم متفاوت است، برخی از خواص فیزیکی وابسته به جرم آن‌ها از جمله چگالی، با هم متفاوت خواهد بود.

۲ از ۱۱۸ عنصر موجود در جدول دوره‌های امروزی، ۹۲ عنصر به صورت طبیعی وجود داشته و ۲۶ عنصر به صورت ساختگی تولید شده‌اند. بر این اساس، می‌توان گفت شمار عناصر طبیعی موجود در جدول دوره‌های امروزی، بیش از  $\frac{3}{5}$  برابر شمار عناصر ساختگی موجود در آن است.

۴ ستاره‌ها متولد می‌شوند، رشد می‌کنند و زمانی می‌میرند. مرگ ستاره با یک انفجار بزرگ همراه است که سبب می‌شود عنصرهای تشکیل شده در آن در فضا پراکنده شود. درون ستاره‌ها در دماهای بسیار بالا و ویژه، واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد. در این واکنش‌ها، از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر مثل آهن، اورانیم و ... پدید می‌آید.

### گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: چون اندازه یون  $I^-$  و یون تکنسیم برابر است، یون تکنسیم در تصویربرداری از غده پروانه‌ای شکل جلو گردن کاربرد دارد.  
 ب: درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر موجود در مشتری از درصد فراوانی فراوان‌ترین عنصر موجود در زمین کمتر است.  
 پ: افزایش مقدار ایزوتوپ اورانیم-۲۳۵ در مخلوط اورانیم، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است.  
 ت: بخاطر پرتوزایی پسماندهای حاصل از رآکتورهای اتمی، دفع این مواد از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای است.
- (۱) آ و ب      (۲) ب و پ      (۳) آ و ت      (۴) پ و ت

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

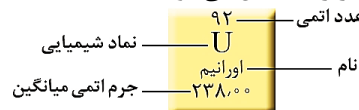
عبارتهای (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: عنصر تکنسیم با نماد  $^{99}Tc$  نشان داده می‌شود. این عنصر در تناوب پنجم و گروه هفتم جدول دوره‌ای قرار داشته و یک فلز واسطه محسوب می‌شود. تکنسیم، از جمله عناصر پرتوزای موجود در جدول دوره‌ای است. از تکنسیم در تصویربرداری از غده تیروئید (غده پروانه‌ای شکل جلو گردن که وظیفه ترشح برخی از انواع هورمون‌ها را بر عهده دارد) استفاده می‌شود؛ چرا که یون یدید ( $I^-$ ) با یون چنداتمی که حاوی اتم تکنسیم است، اندازه مشابهی دارد و تیروئید هنگام جذب یون یدید از خون، این یون چنداتمی را نیز جذب می‌کند. نکته مهم در این رابطه آن است که غده تیروئید خود تکنسیم را به طور مستقیم جذب نمی‌کند، بلکه یونی را جذب می‌کند که از لحاظ اندازه، مشابه به اندازه یون یدید بوده و اتم‌های تکنسیم نیز در آن وجود دارند.

ب: در ساختار سیاره مشتری، اتم‌های حاصل از عناصر فلزی یافت نمی‌شود. فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری هیدروژن است که بیش از ۵۰ درصد از عناصر سازنده این سیاره را تشکیل می‌دهد. این در حالی است که فراوان‌ترین عنصر سازنده کره زمین، آهن می‌باشد که درصد فراوانی آن کمتر از ۵۰ درصد است. پس از آهن، اکسیژن و سیلیسیم، دومی و سومین عنصر فراوان در زمین هستند.

پ: اورانیم، عنصر شماره ۹۲ جدول تناوبی بوده و به صورت زیر، مشخص می‌شود:



این عنصر شناخته شده‌ترین فلز پرتوزا بوده و یکی از ایزوتوپ‌های آن که با نماد  $^{235}U$  نشان داده می‌شود، اغلب به عنوان سوخت در رآکتورهای اتمی به کار می‌رود. ایزوتوپ مورد نظر، دارای ۱۴۳ نوترون در ساختار هسته خود است. فراوانی این ایزوتوپ در مخلوط طبیعی اورانیم کمتر از ۰/۷ درصد (کمتر از ۷ اتم در هر ۱۰۰۰ اتم اورانیم) است. دانشمندان هسته‌ای ایران با تلاش بسیار موفق شدند مقدار این ایزوتوپ را در مخلوط ایزوتوپ‌های این عنصر افزایش دهند. به این فرایند، غنی سازی ایزوتوپی گفته می‌شود. این فرایند، یکی از مراحل مهم چرخه تولید سوخت هسته‌ای است. با انجام فرایند غنی‌سازی، درصد فراوانی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از اورانیم دچار تغییر می‌شود.

ت: مواد پرتوزا، مواد ناپایداری هستند که به مرور زمان دچار واپاشی می‌شوند. پسماند رآکتورهای اتمی، همانند مواد مصرف شده در آن‌ها، خاصیت پرتوزایی داشته و خطرناک هستند. به همین خاطر، دفع این مواد از جمله چالش‌های صنایع هسته‌ای به شمار می‌آید.

### گروه آموزشی ماز

۸۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: جرم اتمی پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، کمی کمتر از جرم سنگین ترین ذره زیراتمی است.  
 ب: جرم مولی اتم عنصری که برای ایجاد مقیاس جرم نسبی سایر اتمها به کار می رود، برابر ۱۲amu است.  
 پ: با افزایش عدد اتمی عناصر، شمار خطوط موجود در طیف نشری خطی اتم آنها در ناحیه مرئی افزایش می یابد.  
 ت: دوره سوم جدول تناوبی، شامل برخی از عناصر فلزی شده و ۷۵٪ از عناصر موجود در آن، نماد شیمیایی دو حرفی دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ شریعی

فقط عبارت (ت) درست است.

بررسی موارد:

آ: پایدارترین رادیوایزوتوپ هیدروژن، معادل با  ${}^1_1\text{H}$  بوده و این ایزوتوپ، جرمی معادل با ۱۲amu دارد. توجه داریم که سنگین ترین ذره زیراتمی نیز نوترون بوده و جرمی معادل با ۱/۰۰۸۷amu دارد. جدول زیر، اطلاعات مربوط به ایزوتوپهای هیدروژن را نشان می دهد:

ایزوتوپ	${}^1_1\text{H}$	${}^2_1\text{H}$	${}^3_1\text{H}$	${}^4_1\text{H}$	${}^5_1\text{H}$	${}^6_1\text{H}$	${}^7_1\text{H}$
نیم عمر	پایدار	پایدار	۱۲/۳۲ سال	$1/4 \times 10^{-22}$ ثانیه	$9/1 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/9 \times 10^{-22}$ ثانیه	$2/3 \times 10^{-23}$ ثانیه
درصد فراوانی در طبیعت	۹۹/۹۸۸۵ (طبیعی)	۰/۰۱۱۴ (طبیعی)	ناچیز (طبیعی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)	۰ (ساختگی)

ب: اتمی که به عنوان مقیاس جرم نسبی سایر اتمها به کار می رود،  ${}^{12}_6\text{C}$  است. این اتم، جرمی معادل با ۱۲amu داشته ولی جرم مولی آن (جرم یک مول از آن) برابر با  $12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  است. از این موضوع می توان نتیجه گرفت که جرم اتمی (جرم یک اتم)، از نظر عددی با جرم مولی (جرم یک مول از آن اتم) برابر است ولی این دو مقدار، یکای متفاوتی دارند. یکای جرم اتمی، amu و یکای جرم مولی  $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$  است.

پ: خطوط ایجاد شده در طیف نشری خطی اتم هر عنصر، نشان دهنده بازگشت الکترون از لایه های الکترونی بالاتر به لایه های الکترونی پایین تر است. بعضی از این انتقالات در ناحیه مرئی امواج الکترومغناطیس قرار می گیرند. طیف نشری خطی اتم هر عنصر به عدد اتمی آن عنصر بستگی دارد ولی رابطه ای بین تعداد خطوط مرئی و عدد اتمی وجود ندارد. برای مثال تعداد خطوط رنگی در طیف نشری خطی دو اتم لیتیم و هیدروژن برابر با ۴ است؛ در حالی که اعداد اتمی این دو عنصر متفاوت هستند. تصویر زیر، نمایی از طیف نشری-خطی لیتیم در ناحیه مرئی را نشان می دهد:



پرانرژی ترین پرتو موجود در این طیف، پرتو آبی رنگ و کم انرژی ترین پرتو موجود در آن نیز پرتو قرمز رنگ است.

Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar

ت: عنصرهای موجود در دوره سوم جدول تناوبی عبارتند از:

$$\text{درصد عناصر با نماد دو حرفی} = \frac{6}{8} \times 100 = 75\%$$

از هشت عنصر این دوره، شش عنصر نماد شیمیایی دو حرفی دارند، پس داریم:

توجه داریم که سه عنصر اول موجود در تناوب سوم، فلز بوده و چهار عنصر آخر موجود در این تناوب نیز نافلز هستند. سیلیسیم نیز در قسمت میانی این تناوب قرار داشته و یک شبه فلز است.

### گروه آموزشی ماز

۹۰- کدام یک از عبارتهای داده شده درست است؟

- ۱) تکنسیم مورد نیاز برای تصویربرداری پزشکی را می توان با استفاده از مولدهای هسته ای ساخته و ذخیره کرد.
- ۲) جدول تناوبی امروزی دارای ۸ دوره مختلف بوده و عناصری با عدد اتمی ۱ تا ۱۱۸ را در خود جا داده است.
- ۳) کلر، متعلق به تناوب سوم بوده و در همه ایزوتوپهای طبیعی آن، شمار نوترون ها بیشتر از شمار پروتون ها است.
- ۴) فراوان ترین عنصر موجود در زمین، بلافاصله پس از مهبانگ تولید شده و دیگر عناصر موجود در جهان را تولید کرده است.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

یک نمونه از گاز کلر، شامل دو ایزوتوپ طبیعی  $^{35}\text{Cl}$  و  $^{37}\text{Cl}$  می‌شود که هر کدام از آن‌ها دارای ۱۷ پروتون در هسته خود هستند. در هسته ایزوتوپ  $^{35}\text{Cl}$ ، ۱۸ نوترون و در هسته ایزوتوپ  $^{37}\text{Cl}$  نیز ۲۰ نوترون وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در همه ایزوتوپ‌های طبیعی عنصر کلر، شمار نوترون‌های موجود در هسته بیشتر از شمار پروتون‌ها است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) رادیوایزوتوپ‌ها اگرچه بسیار خطرناک هستند، اما پیشرفت دانش و فناوری، بشر را موفق به مهار و بهره‌گیری از آنها کرده است؛ به طوری که از آن‌ها در پزشکی، کشاورزی و سوخت در نیروگاه‌های اتمی استفاده می‌شود. تکنسیم ( $^{99}\text{Tc}$ ) نخستین عنصری است که در واکنشگاه (راکتور) هسته‌ای تولید شده است. تکنسیم متعلق به دسته d از تناوب پنجم جدول دوره‌ای بوده و یک عنصر فلزی است. از این عنصر در تصویربرداری غده تیروئید انسان استفاده می‌شود. از آنجا که نیم‌عمر این عنصر کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی ذخیره و نگهداری کرد، بسته به نیاز، آن را با یک مولد هسته‌ای تولید و بلافاصله مصرف می‌کنند. در واقع، همه تکنسیم موجود در جهان باید به طور مصنوعی و با استفاده از واکنش‌های هسته‌ای ساخته شود.

۲) جدول تناوبی امروزی دارای ۷ دوره (ردیف افقی) و ۱۸ گروه (ستون عمودی) است. عناصری با عدد اتمی ۱ (هیدروژن) تا ۱۱۸ (اوغانسون) در جدول تناوبی امروزی جای گرفته‌اند. عناصری با عدد اتمی بزرگ‌تر از ۱۱۸، در ساختار جدول دوره‌ای امروزی قرار ندارند و برای دسته‌بندی آن‌ها باید از جداول جدیدتری مثل جدول ژانت استفاده کنیم. شمار عناصر موجود در هر گروه از جدول دوره‌ای به شرح زیر است:

شماره گروه	۱	۲	۳	۴ تا ۱۲	۱۳ تا ۱۷	۱۸
شمار عناصر موجود در هر گروه	۷	۶	۳۲	۴	۶	۷

۴) آهن، فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین است. این عنصر، پس از به وجود آمدن ذرات زیراتمی حاصل از مه‌بانگ و به وجود آمدن عناصر سبک، شروع به تولید شدن کرده است. پس فرآورده‌های مستقیم مه‌بانگ را می‌توان ذرات زیر اتمی دانست.

## گروه آموزشی ماز

۹۱- همه عبارت‌های زیر درست هستند، بجز .....

- شمار عناصر موجود در طولانی‌ترین تناوب جدول دوره‌ای، ۸ برابر شمار عناصر موجود در گروه ۱۲ آن است.
- هرچه طول موج یک پرتو الکترومغناطیسی کم‌تر باشد، زاویه انحراف آن پس از عبور از منشور، بیشتر خواهد بود.
- اگر مقداری از محلول یک نمک حاوی کاتیون فلزی را با افشانه روی شعله بیاشیم، رنگ و دمای شعله تغییر می‌کند.
- فلزها، برخلاف نافلزها، طیف نشری ویژه‌ای داشته و همانند خط نماد (بارکد)، از آن برای شناسایی عنصر استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

هر عنصر (چه فلز باشد و چه نافلز!) طیف نشری خطی ویژه خود را دارد و تعداد خطوط، محل قرارگیری خطها و طول موج هر نوار (و در نتیجه رنگ خطوط)، برای آن عنصر منحصر به فرد است. به عنوان مثال، هیدروژن و هلیوم دو عنصر نافلزی هستند که طیف نشری-خطی مخصوص به خود را داشته و از این طیف، برای شناسایی عناصر مورد نظر استفاده می‌شود. برای مثال، طیف نشری-خطی هلیوم در ناحیه مرئی به صورت زیر است:



طبق این تصویر، در طیف نشری-خطی عنصر هلیوم ۶ خط مرئی وجود دارد که طول موج آن‌ها بین ۴۰۰ تا ۷۵۰ نانومتر قرار گرفته است.

نور و کاربردهای آن:

دانشمندان با دستگاهی به نام طیف‌سنج، می‌توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، اطلاعات ارزشمندی درباره آن‌ها به دست آورند. درون ستاره‌های مختلف، همانند خورشید، در دماهای بسیار بالا واکنش‌های هسته‌ای رخ می‌دهد. واکنش‌هایی که در آن‌ها از عنصرهای سبک‌تر، عنصرهای سنگین‌تر پدید می‌آیند. با استفاده از نور گسیل شده از ستاره‌ها، می‌توان اطلاعات زیر را دریافت کرد:





برای پی بردن به نوع عناصر موجود در یک ستاره، نور حاصل از آن ستاره را از یک منشور عبور داده و طیف نشری-خطی ایجاد شده را به طور دقیق بررسی می‌کنند. هر عنصری که در ستاره مورد نظر وجود داشته باشد، خط‌های مربوط به طیف آن در طیف نشری-خطی ایجاد شده وجود خواهد داشت. برای پی بردن به دمای سطحی ستاره‌ها نیز از رنگ نور گسیل شده از آن‌ها استفاده می‌شود. هرچقدر که پرتوهای نوری گسیل شده از ستاره مورد نظر انرژی بیشتر و طول موج کوتاه‌تری داشته باشد، آن ستاره دمای سطحی بالاتری خواهد داشت. برای مثال، ستاره‌های آبی رنگ در مقایسه با ستاره‌های زرد رنگ دمای سطحی بالاتری دارند.

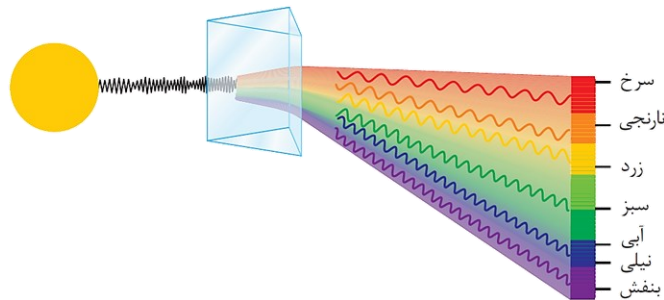
### بررسی سایر تئیه‌ها:

۱) شمار عناصر موجود در تناوب‌های مختلف جدول دوره‌ای به شرح زیر است:

شماره تناوب	تعداد عناصر	دسته‌های عناصر	گاز نجیب موجود در انتهای تناوب	عدد اتمی گاز نجیب
۱	۲	s	هلیوم	۲
۲	۸	s-p	نئون	۱۰
۳	۸	s-p	آرگون	۱۸
۴	۱۸	s-p-d	کریپتون	۳۶
۵	۱۸	s-p-d	زنون	۵۴
۶	۳۲	s-p-d-f	رادون	۸۶
۷	۳۲	s-p-d-f	اوگانسون	۱۱۸

همانطور که مشخص است، در هر یک از تناوب‌های ۶ و ۷ جدول دوره‌ای ۳۲ عنصر وجود دارند. گروه ۱۲ جدول دوره‌ای نیز آخرین گروه از دسته d این جدول است که در آن ۴ عنصر فلزی مختلف قرار گرفته‌اند.

۲) پرتوهای مرئی نور، در هنگام عبور از منشور دچار شکست می‌شوند. هرچه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، میزان انحراف آن در منشور نیز بیشتر خواهد بود. به عبارت دیگر، میزان انحراف پرتوها در منشور، با انرژی آن‌ها رابطه مستقیم دارد. مطابق شکل زیر، با کاهش طول موج (افزایش انرژی) پرتوها، زاویه انحراف آن‌ها پس از عبور از منشور، افزایش پیدا می‌کند.



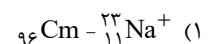
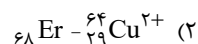
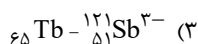
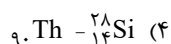
۳) اگر مقداری از محلول یک نمک حاوی کاتیون فلزی را با افشانه روی شعله بپاشیم، اتم‌های سازنده فلز مورد نظر دچار برانگیختگی شده و طی این فرایند رنگ شعله مورد نظر را تغییر می‌دهند. با تغییر رنگ شعله، دمای شعله نیز تغییر می‌کند. جدول زیر، رنگ شعله حاصل از برخی از عناصر فلزی و ترکیب‌های حاصل از آن‌ها را نشان می‌دهد:

سرخ	زرد	سبز
لیتیم نیترات	سدیم نیترات	مس (II) نیترات
لیتیم سولفات	سدیم سولفات	مس (II) سولفات
فلز لیتیم	فلز سدیم	فلز مس

بجز عناصر مطرح شده در جدول بالا، در سایر قسمت‌های کتاب درسی رنگ شعله فلزهای آهن و منیزیم نیز مطرح شده است. رنگ شعله فلزهای آهن و منیزیم، به ترتیب نارنجی و سفید است.

### گروه آموزشی ماز

۹۲- اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در گونه .....، با شماره گروه عنصر X ۸۴ در جدول دوره‌ای برابر بوده و عنصر X، با عنصر ..... در یک دوره مشابه قرار گرفته است.



پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

رادون ( $Rn$ ، ۸۶)، گاز نجیب موجود در انتهای دوره ششم جدول دوره‌ای است. عدد اتمی عنصر  $X$  برابر با ۸۴ بوده و دو واحد کمتر از عدد اتمی گاز نجیب رادون است؛ در نتیجه عنصر  $X$  در گروه شانزده و دوره ششم جدول دوره‌ای جای دارد.

اگر شمار نوترون‌ها را با  $n$  و شمار الکترون‌ها را با  $e$  نمایش دهیم، اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها را در هریک از گونه‌های داده شده به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\text{در یون سدیم: } n = 12 \text{ و } e = 10 \Rightarrow n - e = 2$$

$$\text{در یون مس: } n = 27 \text{ و } e = 27 \Rightarrow n - e = 0$$

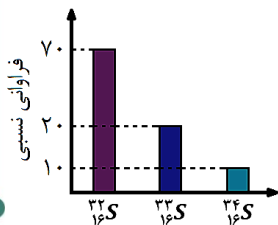
$$\text{در یون آنتیموان: } n = 70 \text{ و } e = 54 \Rightarrow n - e = 16$$

$$\text{در اتم سیلیسیم: } n = 14 \text{ و } e = 14 \Rightarrow n - e = 0$$

همانطور که مشخص است، اختلاف شمار نوترون‌ها و الکترون‌ها در یون  ${}^{121}_{51}\text{Sb}^{3-}$  برابر با ۱۶ بوده و این عدد با شماره گروه عنصر  $X$  برابر است. عنصری با عدد اتمی ۶۵ نیز در گروه شماره ۳ از تناوب ششم قرار گرفته است.

## گروه آموزشی ماز

۹۳- نمودار مقابل، فراوانی نسبی ایزوتوپ‌ها در یک نمونه از گوگرد را نشان می‌دهد:



با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، در یک نمونه ۶/۴۸ گرمی از اتم‌های گوگرد، چند اتم از ایزوتوپ  ${}^{33}_{16}\text{S}$  وجود خواهد داشت؟

$$(۲) \quad 2 / 40.8 \times 10^{22}$$

$$(۴) \quad 1 / 20.4 \times 10^{22}$$

$$(۱) \quad 2 / 40.8 \times 10^{21}$$

$$(۳) \quad 1 / 20.4 \times 10^{21}$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

گوگرد، یکی از عناصر نافلزاتی موجود در تناوب سوم است که به حالت آزاد (عنصری) در طبیعت یافت می‌شود. با توجه به نمودار داده شده، می‌توان گفت در یک نمونه ۱۰۰ اتمی از عنصر گوگرد، ۷۰ اتم از ایزوتوپ  ${}^{32}_{16}\text{S}$ ، ۲۰ اتم از ایزوتوپ  ${}^{33}_{16}\text{S}$  و ۱۰ اتم از ایزوتوپ  ${}^{34}_{16}\text{S}$  وجود دارد. با توجه به فراوانی نسبی این ایزوتوپ‌ها، جرم اتمی میانگین گوگرد را محاسبه می‌کنیم.

برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$100 + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{فراوانی نسبی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{فراوانی نسبی ایزوتوپ اول}) = \text{جرم اتمی میانگین}$$

مجموع فراوانی نسبی ایزوتوپ‌های مختلف

برای محاسبه جرم اتمی میانگین یک عنصر به کمک درصد فراوانی ایزوتوپ‌های آن، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$100 + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ دوم} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ دوم}) + (\text{جرم اتمی ایزوتوپ اول} \times \text{درصد فراوانی ایزوتوپ اول}) = \text{جرم اتمی میانگین}$$

۱۰۰

$$\text{جرم اتمی میانگین گوگرد} = \frac{(70 \times 32) + (20 \times 33) + (10 \times 34)}{100} = 32 / 4 \text{ amu}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، جرم اتمی میانگین گوگرد برابر با ۳۲/۴ amu است؛ پس جرم هر مول گوگرد برابر با ۳۲/۴ گرم می‌شود. بر این اساس، شمار اتم‌های گوگرد در یک نمونه ۶/۴۸ گرمی از این عنصر را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ atom S} = 6 / 48 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 / 4 \text{ g S}} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} \text{ atom S}}{1 \text{ mol S}} = 1 / 20.4 \times 10^{23} \text{ atom}$$

با توجه به نمودار سوال، در هر ۱۰۰ اتم گوگرد، ۲۰ اتم از ایزوتوپ  ${}^{33}_{16}\text{S}$  وجود دارد؛ پس داریم:

$$? \text{ atom } {}^{33}_{16}\text{S} = 1 / 20.4 \times 10^{23} \text{ atom S} \times \frac{20 \text{ atom } {}^{33}_{16}\text{S}}{100 \text{ atom S}} = 2 / 40.8 \times 10^{22} \text{ atom}$$

بر این اساس، در نمونه مورد نظر  $2 / 40.8 \times 10^{22}$  اتم از ایزوتوپ  ${}^{33}_{16}\text{S}$  وجود دارد.

## گروه آموزشی ماز

۹۴- شمار الکترون‌های موجود در یون پایدار  $X^{2-}$ ، نصف تعداد الکترون‌ها در یون  $Br^{+8}$  است. اگر تعداد پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هر اتم  $X$  با هم برابر باشد، یک نمونه  $2/7$  گرمی از ترکیب  $XF_4$  شامل چند اتم فلئور در ساختار خود می‌شود؟

( $F = 19 \text{ g.mol}^{-1}$ )

۶/۰۲ × ۱۰<sup>۲۲</sup> (۴)

۳/۰۱ × ۱۰<sup>۲۲</sup> (۳)

۹/۰۳ × ۱۰<sup>۲۲</sup> (۲)

۱/۲۰۴ × ۱۰<sup>۲۳</sup> (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی

برم، عنصری از جدول دوره‌ای با عدد اتمی ۳۵ بوده و در ساختار اتم خنثای آن ۳۵ الکترون وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت در ساختار یون برمیید ( $Br^{2-}$ )، مجموعاً ۳۶ الکترون وجود دارد. تصویر زیر، نمایی از عناصر موجود در تناوب چهارم را نشان می‌دهد:

19 K Potassium 39.10	20 Ca Calcium 40.08	21 Sc Scandium 44.96	22 Ti Titanium 47.88	23 V Vanadium 50.94	24 Cr Chromium 51.99	25 Mn Manganese 54.94	26 Fe Iron 55.85	27 Co Cobalt 58.93	28 Ni Nickel 58.69	29 Cu Copper 63.55	30 Zn Zinc 65.38	31 Ga Gallium 69.72	32 Ge Germanium 72.63	33 As Arsenic 74.92	34 Se Selenium 78.97	35 Br Bromine 79.90	36 Kr Krypton 84.80
-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	-------------------------------	------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	---------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	---------------------------	------------------------------	--------------------------------	------------------------------	-------------------------------	------------------------------	------------------------------

طبق فرض سوال، شمار الکترون‌های موجود در یون پایدار  $X^{2-}$ ، نصف تعداد الکترون‌ها در یون  $Br^{+8}$  است، پس می‌توان گفت در ساختار یون  $X^{2-}$ ، مجموعاً ۱۸ الکترون وجود دارد. با توجه به توضیحات داده شده، اتم خنثای  $X$  دارای ۱۶ الکترون در ساختار خود بوده و عدد اتمی آن برابر با ۱۶ است. چون در اتم  $X$  تعداد نوترون‌ها و پروتون‌ها با هم برابر است، پس عدد جرمی این عنصر برابر با ۳۲ بوده و جرم مولی آن نیز برابر با ۳۲ گرم می‌شود. بر این اساس، در رابطه با  $XF_4$  داریم:

$$XF_4 \text{ جرم مولی} = X \text{ جرم مولی} + 4 \times (F \text{ جرم مولی}) = 32 + 4 \times 19 = 108 \text{ g.mol}^{-1}$$

بر این اساس، داریم:

$$? \text{ atom F} = \frac{2}{7} \text{ g } XF_4 \times \frac{1 \text{ mol } XF_4}{108 \text{ g } XF_4} \times \frac{4 \text{ mol F}}{1 \text{ mol } XF_4} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom F}}{1 \text{ mol F}} = 6/02 \times 10^{22} \text{ atom}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، نمونه مورد نظر شامل  $6/02 \times 10^{22}$  اتم فلئور می‌شود.

### گروه آموزشی ماز

۹۵- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟

آ: نور خورشید، به رنگ سفید دیده شده و فقط شامل پرتوهایی با طول موج ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر می‌شود.

ب: نور لامپ‌هایی که در طول شب، خیابان‌ها را روشن می‌کنند، به دلیل وجود فلز سدیم مذاب در آنها است.

پ: طیف نشری-خطی فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری، در ناحیه مرئی شامل ۴ پرتو مختلف می‌شود.

ت: نوترون، از جمله ذرات زیراتمی است که با نماد  $n$  مشخص شده و جرم هر ذره از آن بیشتر از یک  $\text{amu}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی

فقط عبارت (پ) درست است.

بررسی موارد

آ: نور خورشید، اگرچه سفید به نظر می‌رسد اما با عبور از یک منشور و یا قطره‌های آب موجود در هوا، تجزیه شده و گستره‌ای پیوسته از رنگ‌ها را ایجاد می‌کند. این گستره رنگی، شامل بی نهایت طول موج از رنگ‌های گوناگون می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که نور خورشید، شامل گستره بسیار بزرگ‌تری از این پرتوها است. پرتوهایی که از نوع پرتوهای الکترومغناطیسی بوده و با خود انرژی حمل می‌کنند؛ به طوری که هر چه طول موج این پرتوها کوتاه‌تر باشد، انرژی بیشتری با خود حمل می‌کنند. نمودار زیر، انواع امواج مرئی را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد:

کم‌ترین سطح انرژی

قرمز

نارنجی

زرد

سبز

آبی

نیلی

بنفش

بیشترین سطح انرژی

ب: نور زرد لامپ‌هایی که شب هنگام، آزادراه‌ها، بزرگراه‌ها و خیابان‌ها را روشن می‌سازد، به دلیل وجود بخار سدیم (سدیم در حالت گازی) در این لامپ‌ها است. در واقع، الکترون موجود در اتم‌های سدیم، در حضور ولتاژ بالا برانگیخته شده و به هنگام بازگشت به لایه‌های پایین‌تر، نور زرد رنگ از خود گسیل می‌کند. این نور زرد، مشابه به رنگ شعله فلز سدیم است.

تصویر زیر، نمایی از لامپ‌های زرد موجود در بزرگراه‌ها را نشان می‌دهد:



**پ:** فراوان‌ترین عنصر موجود در سیاره مشتری، هیدروژن است. طیف نشری-خطی هیدروژن در ناحیه مرئی، شامل ۴ پرتو مختلف می‌شود. البته، توجه داریم که طیف نشری-خطی هیدروژن در ناحیه غیرمرئی مثل فرورسرخ و فرابنفش نیز شامل تعدادی طول موج مختلف می‌شود.

**ت:** جدول زیر، نماد ذرات زیراتمی مختلف را نشان می‌دهد:

نام ذره	نماد	بار الکتریکی نسبی	جرم (amu)	جرم (g)
الکترون	${}_{-1}e$	-1	0/0005	$9/109 \times 10^{-28}$
پروتون	${}_{+1}p$	+1	1/0073	$1/673 \times 10^{-24}$
نوترون	${}_{0}n$	0	1/0087	$1/675 \times 10^{-24}$

با توجه به اطلاعات داده شده در این جدول، پروتون با نماد  ${}_{+1}p$  مشخص شده و همانند نوترون، جرم هر ذره از آن بیشتر از یک amu است. به طور کلی، نماد ذرات زیراتمی به صورت  $X$  جرم ذره بار ذره نشان داده می‌شود.

سلام به همه دوستان خوبم!

در اولین آزمون اصلی سالیانه ماز شرکت کردین و از ته قلبم امیدوارم که نتیجه دلخواهتون رو گرفته باشید! یادتون باشه که هدف از شرکت کردن در این آزمون و هر آزمون آزمایشی دیگه‌ای، فقط سنجش دانسته‌ها و کیفیت برنامه مطالعاتی شما هست. بعد از شرکت در هر آزمون، سعی کنید خیلی دقیق اون آزمون رو تحلیل کنید و علت هرکدام از پاسخ‌های غلط و نژده خودتون رو پیدا کنید. در این حالت که به مرور اشکالات شما رفع میشه و به تدریج تراز شما افزایش پیدا می‌کنه و می‌تونید موقعیت بهتری پیدا کنید. الان، اول این مسیر قرار گرفتن و اگر درست، منطقی و با پشتکار جلو برین، شک نکنید که چیزی جز موفقیت در انتظار شما نخواهد بود. این آزمون به طور کلی در درس شیمی سطح متوسطی داشت و بجز چند مورد از سوالات، شما در صورت مطالعه دقیق کتاب درسی می‌تونستید بقیه سوالات رو به راحتی جواب بدید! درصد خوب برای بچه‌هایی که از ابتدای تابستان شروع به مطالعه کردن، بالای 70 و برای بچه‌هایی که کمی دیرتر وارد رقابت کنکور شدن، 60 هست. دقت کنید که سوالات سخت در هر آزمونی وجود داره و شما باید یاد بگیرید که پس از پاسخ دادن به سوالات آسان و متوسط، برید سراغ حل کردن سوالات سخت‌تر آزمون! قطعاً یکی از مهارت‌های مهم آزمون دادن، توانایی شما در تشخیص همین سوالات سخت و اولویت‌بندی منطقی برای حل کردن اون‌ها هست. مراحل بعدی از آزمون‌های ماز، ممکنه به طور کلی دشوارتر و یا ساده‌تر از این آزمون باشن و هدف ما از سطح‌بندی متفاوت آزمون‌ها اینه که در نهایت شما رو برای مواجه شدن با هر چیزی در کنکور آماده کنیم!

پرتلاش و با انرژی درس بخونید و شک نکنید که یک روز، نتیجه همه زحمات خودتون رو می‌بینید!

موفق باشید!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد

مسئول دپارتمان شیمی گروه آموزشی ماز