

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲ و ریاضی پایه	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۱	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۲		۵۱	۶۰	

با آزمون مشابه پارسال آشنا شوید

از روز سه‌شنبه قبل از آزمون اصلی می‌توانید در آزمون مشابه پارسال شرکت کنید. این آزمون فرصتی برای آمادگی بهتر در آزمون اصلی روز جمعه است. آزمون مشابه پارسال را به‌طور کامل تحلیل کنید.
برای شرکت در آزمون مشابه پارسال به صفحه شخصی خود در سایت کانون بروید و وارد بخش آزمون‌های غیر حضوری شوید.



آزمون «۱۹ آبان ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
ریاضی پایه	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
		۵۱-۶۰	۱۵'
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی - امیرمحمد باقری نصرآبادی - مسعود برملا - عادل حسینی - فرشاد صدیقی فر - رضا طاری - پویان طهرانیان حمید عزیزاده - کامیار علییون - جهانبخش نیکنام	
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - جواد ترکمن - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی محمد صحت کار - هومن عقیلی - مهرداد ملوندی	
ریاضیات گسسته	جواد ترکمن - افشین خاصه خان - کیوان دارابی - سوگند روشنی - محمد صحت کار	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	کاظم اجلائی	محمد صحت کار کیوان دارابی	محمد صحت کار کیوان دارابی
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رنگه های برتر	سهیل تقی زاده مهدی بحر کاظمی	مهدی خالئی	مهدی خالئی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

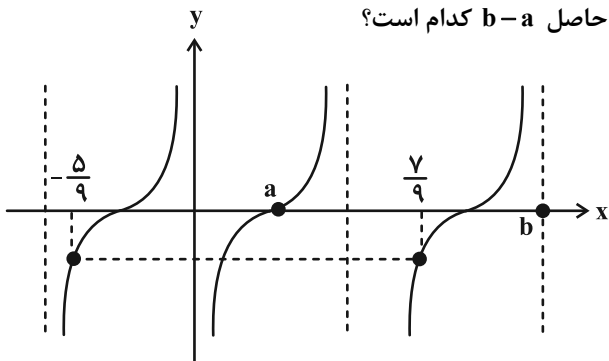
گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۴ / ریاضی ۱: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۶ / حسابان ۱: صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۹

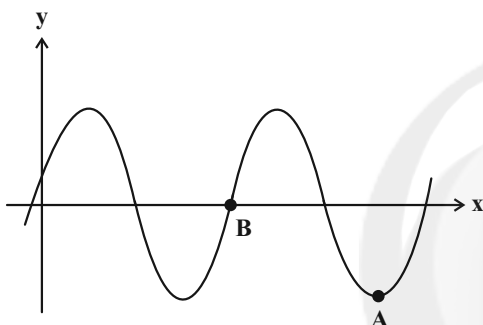
۱- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \tan(mx + n)$ مطابق شکل زیر است. حاصل $b - a$ کدام است؟

(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۱

(۴) $\frac{2}{3}$

۲- شکل زیر بخشی از نمودار تابع $y = 2 \cos \pi(x - \frac{1}{3})$ را نشان می‌دهد. اندازه پاره خط AB کدام است؟

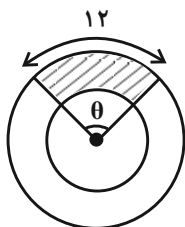
(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۵

۳- در شکل زیر، دو دایره هم‌مرکز هستند و شعاع دایره بزرگ‌تر ۲ برابر شعاع دایره کوچک‌تر است. اگر مساحت قسمت

هاشورخورده ۵۴ باشد، اندازه زاویه θ بر حسب درجه کدام است؟

(۲) $\frac{180}{\pi}$

(۴) $\frac{90}{\pi}$

(۱) $\frac{360}{\pi}$

(۳) $\frac{120}{\pi}$

۴- اگر $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - \cos(\pi - \alpha)}{2 \sin(\pi + \alpha) - \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)} = 4$ ، مقدار $\tan(\alpha - \frac{3\pi}{2})$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) ۲

۵- حاصل $\frac{\cos(-\frac{179\pi}{6}) + \sin(-\frac{46\pi}{3})}{\tan \frac{5\pi}{8} \cot \frac{11\pi}{8}}$ کدام است؟

(۴) $-\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۲) ۱

(۱) -۱

محل انجام محاسبات

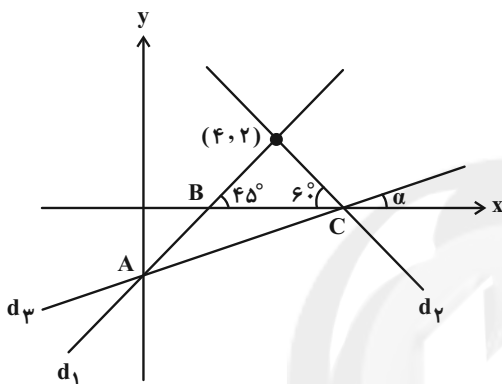
۶- اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x+4$ برابر ۲ باشد، باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $p(x)-4x^3$ بر $x+2$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۸

۷- چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + ax + 1$ بر $x-1$ بخش پذیر است. اگر خارج قسمت این تقسیم $Q(x)$ باشد، باقی مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x-1$ کدام است؟

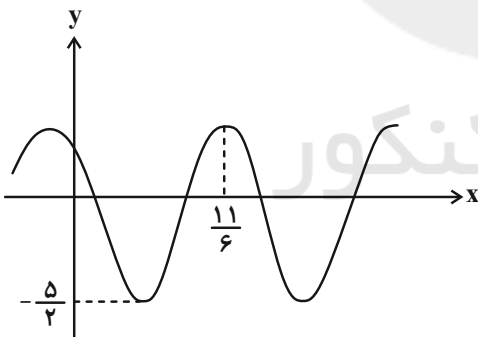
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) صفر

۸- در شکل زیر، مقدار $\tan \alpha$ کدام است؟



- (۱) $\frac{6-\sqrt{3}}{11}$
 (۲) $\frac{6+\sqrt{3}}{11}$
 (۳) $\frac{6-\sqrt{3}}{13}$
 (۴) $\frac{6+\sqrt{3}}{13}$

۹- نمودار تابع $f(x) = a \sin((x+b)\pi) - 1$ در شکل زیر رسم شده است. کمترین مقدار مثبت ab کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) ۱
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{5}{2}$

۱۰- چند عدد طبیعی شش رقمی در دامنه تابع $f(x) = \tan(\pi \log_{10} x)$ وجود ندارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، جبر و معادله، ریاضی: ۱. صفحه‌های ۲۷ تا ۴۷ تا ۶۷ - حسابان: ۱. صفحه‌های ۱ تا ۶

۱۱- اگر $A = (-3, 2]$ و $B = [-2, 3)$ ، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ با کدام مجموعه برابر است؟

(۱) $(-3, 3) - [-2, 2]$ (۲) $(-3, 3) - (-2, 2)$

(۳) $(-3, 3) - (-2, 2]$ (۴) $(-3, 3) - [-2, 2)$

۱۲- ساده شده عبارت $A = \sqrt[4]{2}\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt[4]{2}\sqrt[4]{2}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$

(۳) ۲ (۴) ۴

۱۳- بین جملات سوم و هفتم دنباله $a_n = 6(3)^{2-n}$ ، سه واسطه قرار می‌دهیم، به طوری که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله حسابی

دهند. مجموع این واسطه‌ها کدام است؟

(۱) $\frac{82}{9}$ (۲) $\frac{41}{27}$

(۳) $\frac{41}{9}$ (۴) $\frac{82}{27}$

۱۴- حاصل عبارت $\frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x}+1)(x\sqrt[3]{x}+1+\sqrt[3]{x^2})}{x^3-3x^2+3x-1}$ به ازای $x = \sqrt{2} + 1$ کدام است؟

(۱) $0/5(2+\sqrt{2})$ (۲) $0/4(2+\sqrt{2})$

(۳) $0/5(2-\sqrt{2})$ (۴) $0/4(2-\sqrt{2})$

۱۵- اگر $a = \sqrt{5-2\sqrt{6}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}}$ باشد، حاصل $[a^2, a^3] - [a^4, a^5]$ کدام است؟

(۱) $[a^4, a^5]$ (۲) $[a, a^3] \cup (a^4, a^5]$

(۳) $[a, a^3)$ (۴) \emptyset

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $A = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{18} - 3}\sqrt{3+2\sqrt{2}}}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{1-A^{-1}} - \sqrt{1+A^{-1}}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $-\sqrt{2}$

۱۷- دنباله $\dots, 15+b, 3a+1, 7, a_n$ حسابی است و اعداد $15+a, 3b+1$ و 7 به ترتیب از راست به چپ جملات دوم، هشتم و

چهاردهم دنباله حسابی b_n هستند. مجموع قدرنسبت‌های دو دنباله کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۸

(۳) ۶ (۴) ۷

۱۸- جملات دنباله $a_n = 3n - 1$ را به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم، به طوری که تعداد اعضای هر دسته برابر مجموع اعداد دسته

$\{2\}, \{5, 8\}, \dots$

قبل است. عدد اول دسته پنجم کدام است؟

(۱) ۱۱۷۸ (۲) ۱۱۸۱

(۳) ۱۱۸۴ (۴) ۱۱۸۷

۱۹- مجموع m جمله اول دنباله هندسی $\dots, 128, 64, 32$ از مجموع m جمله اول دنباله هندسی $\dots, 3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}$ بیشتر است.

حداکثر مقدار m کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷

(۳) ۸ (۴) ۹

۲۰- اگر $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-4b} = 5b^2$ و $\sqrt{a^3+a^2b} - \sqrt{a^3-4a^2b} = 8$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ کدام است؟ ($a, b > 0$)

(۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[3]{2}$

(۳) ۳ (۴) ۵

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۶

۲۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ و $mA^{-1} = A + nI$ ، آن گاه $m - n$ کدام است؟

- (۱) ۷
 (۲) ۲
 (۳) -۷
 (۴) -۲

۲۲- اگر $A \neq \bar{O}$ و $A^2 = A$ و وارون ماتریس $I + 3A$ به صورت ماتریس $I + KA$ باشد، K کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{2}{3}$
 (۴) $\frac{3}{4}$

۲۳- اگر A ماتریسی مربعی باشد به طوری که $A^2 = I$ و وارون ماتریس $I - 2A$ ، ماتریس $\alpha A + \beta I$ باشد، آن گاه حاصل $\alpha\beta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{2}{3}$
 (۳) $\frac{4}{9}$
 (۴) $\frac{2}{9}$

۲۴- A و B دو ماتریس وارون پذیر و $A^3 = 2A$ و $B^5 = 3B$ هستند. حاصل ماتریس $(A^{-1})^2 + (B^{-1})^4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}I$
 (۲) $\frac{5}{6}I$
 (۳) $5I$
 (۴) I

۲۵- اگر $-5A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} - A \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۵
 (۲) -۵
 (۳) -۱۰
 (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل جمع تمام درایه‌های ماتریس $(BAB^{-1})^8$ کدام است؟

۲۳ (۲) ۲۶ (۱)

۳۲ (۴) ۲۹ (۳)

۲۷- اگر A ماتریسی وارون پذیر باشد به طوری که $A(A+2I)^{-1} = \frac{1}{5}I$ ، آنگاه کدام نتیجه‌گیری درست است؟

$A^{-1} = \frac{1}{4}A$ (۲) $A^{-1} = \frac{1}{2}A$ (۱)

$A^{-1} = 4A$ (۴) $A^{-1} = 2A$ (۳)

۲۸- وارون ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ dx+ey=11 \end{cases}$ برابر $\begin{bmatrix} 4 & -11 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ است. اگر $x=3$ باشد، مقدار y کدام است؟

۳ (۲) ۴ (۱)

۱ (۴) ۲ (۳)

۲۹- اگر ماتریس $A_{2 \times 2}$ ، ماتریس ضرایب دستگاه $\begin{cases} ax+by=12 \\ a'x+b'y=8 \end{cases}$ باشد و $2A = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{bmatrix}$ ، حاصل $x+y$ چقدر است؟

۱۴ (۲) ۱۲ (۱)

۱۸ (۴) ۱۵ (۳)

۳۰- اگر دستگاه $\begin{cases} (m-1)x+(m+2)y=5 \\ (m+2)x+(m^2-2)y=m+6 \end{cases}$ بیشمار جواب داشته باشد و ماتریس ضرایب این دستگاه را A بنامیم، آنگاه

دترمینان ماتریس $A+I$ کدام است؟

۱۶ (۲) ۱۸ (۱)

۱۲ (۴) ۱۴ (۳)

ریاضیات گسسته: آشنایی با نظریه اعداد (از ابتدای قضیه تقسیم تا پایان ویژگی ۷ هم‌نهشتی): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۲ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۳۱- چند عدد صحیح مانند a وجود دارد که در تقسیم بر ۳۷، باقی‌مانده تقسیم از مربع خارج قسمت، ۲۳ واحد بیشتر باشد؟

۶ (۱) ۷ (۲)

۸ (۳) ۵ (۴)

۳۲- باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر ۹۱ برابر با ۵۳ است. باقی‌مانده تقسیم a بر ۳۹ کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱ (۱) ۱۴ (۲)

۲۷ (۳) ۲۱ (۴)

۳۳- اگر p و q دو عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشند به طوری که $p - q = 2$ ، آن‌گاه $pq + 13$ همواره بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟

۱۲ (۱) ۱۵ (۲)

۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۳۴- باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی a بر b برابر با ۱ و باقی‌مانده تقسیم عدد طبیعی b بر a برابر با ۷ است. رقم یکان کوچک‌ترین

عدد ۳ رقمی a کدام است؟

۶ (۱) ۵ (۲)

۷ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۵- از رابطه هم‌نهشتی $20a \equiv 28b$ (پیمانه ۷۰) چند تا از نتیجه‌گیری‌های زیر نادرست است؟

(ب) $5a \equiv 7b$ (پیمانه ۸۰)

(الف) $5a \equiv 42b$ (پیمانه ۳۵)

(ت) $b \equiv 0$ (پیمانه ۷)

(پ) $a \equiv 0$ (پیمانه ۷)

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۳۶- اگر $a \equiv 3b$ و $a \equiv 3$ (پیمانه ۲۴) ، آن‌گاه a کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

(۲) $8k+1$

(۱) $24k+3$

(۴) $24k+5$

(۳) $8k+7$

۳۷- دو عدد ۱۴۸ و ۲۳۱ به یک کلاس هم‌نهشتی به پیمانه m تعلق دارند. باقی‌مانده تقسیم $(m-2)!$ بر عدد ۸۲ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۷۹

(۳) ۸۱

۳۸- باقی‌مانده تقسیم $3^{1403} + 11^{1403}$ بر ۴۰ برابر با کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۳۹

(۳) ۳۸

۳۹- اگر $5^k + 7$ بر ۱۱ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند k بر ۱۱ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۱۰

(۳) ۹

۴۰- مجموعه همه اعداد زوج متعلق به مجموعه $[2]_5 \cap [1]_3$ ، با کدام مجموعه برابر است؟

(۲) $[7]_{15}$

(۱) $[22]_3$

(۴) $[2]_{15}$

(۳) $[2]_3$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: چندضلعی‌ها + تجسم فضایی: صفحه‌های ۶۵ تا ۹۶

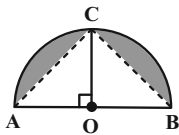
توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- کدام مورد درست است؟

(۱) اگر خط d موازی صفحه P و عمود بر صفحه Q باشد آن‌گاه $P \perp Q$.(۲) اگر دو خط موازی از صفحه P با دو خط موازی از صفحه Q با هم موازی باشند، آن‌گاه $P \parallel Q$.(۳) اگر خطی از صفحه P بر فصل مشترک صفحات P و Q عمود باشد، آن‌گاه $P \perp Q$.(۴) خط d عمود بر صفحه P و نقطه A خارج خط d قرار دارد، در این صورت فقط یک صفحه گذرا از A و عمود بر صفحه P و موازیخط d می‌توان رسم کرد.۴۲- نیم‌دایره زیر را حول شعاع OC (عمود بر قطر AB) دوران می‌دهیم. نسبت حجم ناحیه رنگی به حجم یک کره به قطر AB

چقدر است؟

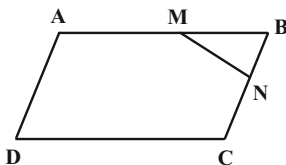


(۲) $\frac{\pi}{12}$

(۱) $\frac{\pi}{8}$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

۴۳- در متوازی‌الاضلاع زیر $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NB} = 3$ ، مساحت مثلث MBN چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

(۱) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{1}{16}$

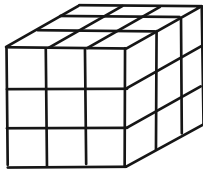
(۳) $\frac{1}{24}$

(۴) $\frac{1}{32}$

محل انجام محاسبات

۴۴- مکعب زیر را به سه رنگ سبز، سفید و قرمز طوری رنگ آمیزی کرده‌ایم که وجه‌های مقابل به هم هم‌رنگ باشند. اگر n تعداد مکعب‌هایی باشد که فقط رنگ قرمز و سبز دارند و m تعداد مکعب‌هایی باشد که هیچ رنگی ندارند، در این صورت $m+n$ برابر

کدام است؟



۵ (۱)

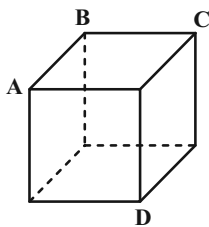
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۳ (۴)

۴۵- طول اضلاع مکعب زیر برابر واحد است. صفحه‌ای گذرا از رئوس A و D طوری با مکعب برخورد می‌کند که از رئوس B و C به

یک فاصله است. سطح مقطع این صفحه با مکعب چند واحد مربع است؟



$\frac{5}{2}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{9}{4}$ (۳)

$\frac{9}{8}$ (۴)

۴۶- هیچ سه نقطه‌ای از نقاط A ، B ، C و D روی یک خط قرار ندارند. اگر بدانیم فقط یک صفحه گذرنده از نقطه A موجود است

که سه نقطه B ، C و D به فاصله یکسان از آن صفحه‌اند، در این صورت چند مورد زیر درست است؟

(الف) هر چهار نقطه هم‌صفحه‌اند.

(ب) نقاط A ، B ، C و D از بیشمار صفحه فاصله یکسانی دارند.

(پ) در صفحه مثلث BCD حداکثر یک خط گذرا از A می‌توان رسم کرد که از سه نقطه دیگر فاصله یکسانی داشته باشد.

۲ (۲)

۳ (۱)

هیچ (۴)

۱ (۳)

۴۷- مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای برابر ۱۸ است. اختلاف بین حداکثر و حداقل مساحت ممکن برای این

چندضلعی کدام است؟

(۱) $\frac{6}{5}$

(۲) $\frac{7}{5}$

(۳) $\frac{8}{5}$

(۴) $\frac{9}{5}$

۴۸- نقطه O درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارد. اگر فاصله این نقطه از اضلاع AB، AC و BC به ترتیب ۱، ۲ و $\sqrt{3}$ باشد، مساحت مثلث OBC کدام است؟

باشد، مساحت مثلث OBC کدام است؟

(۱) $3 - \sqrt{3}$

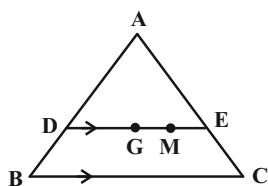
(۲) $2(1 + \sqrt{3})$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $3 + \sqrt{3}$

۴۹- در شکل زیر G نقطه هم‌رسمی میانه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۳ است. از نقطه G پاره‌خط DE را موازی

ضلع BC رسم می‌کنیم. اگر $GM = ME$ باشد، مجموع فواصل نقطه M از اضلاع AB و AC کدام است؟



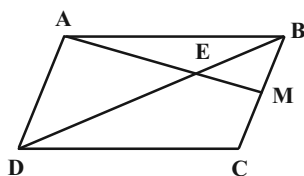
(۱) ۲

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۵۰- در متوازی‌الاضلاع ABCD، نقطه M وسط ضلع BC است. نسبت مساحت مثلث ABE به مساحت چهارضلعی EMCD کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۴) $\frac{4}{9}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۱ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- اگر حاصل ضرب اضلاع یک مثلث، ۱۰ برابر عدد مساحت آن باشد، اندازه شعاع دایره محیطی این مثلث برابر کدام است؟

۲/۵ (۲)	۲ (۱)
---------	-------

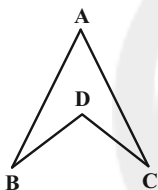
۵ (۴)	۴ (۳)
-------	-------

۵۲- در مثلث ABC طول ضلع BC برابر ۶ و طول نیمساز AD برابر $2\sqrt{6}$ است. اگر نسبت طول‌های دو ضلع دیگر برابر ۲ باشد،

طول میانه AM کدام است؟

$4\sqrt{2}$ (۲)	$\sqrt{31}$ (۱)
-----------------	-----------------

۵ (۴)	$2\sqrt{7}$ (۳)
-------	-----------------

۵۳- در شکل مقابل، $BD = DC = AB = AC$ ، حاصل $\cos \hat{D}$ برابر با کدام است؟

$3 - 4 \cos \hat{A}$ (۱)

$4 \cos \hat{A} - 3$ (۲)

$2 - 4 \cos \hat{A}$ (۳)

$4 \cos \hat{A} - 2$ (۴)

۵۴- مثلث ABC به طول اضلاع $AB = 7$ و $BC = 9$ مفروض بوده و نقطه P قرینه رأس C نسبت به رأس B است. اگر نیمسازهای

داخلی و خارجی زاویه B در مثلث ABC، ضلع AC و پاره خط AP را در نقاط M و N قطع کند، آن‌گاه طول پاره خط MN

کدام است؟

$\frac{33}{4}$ (۲)	$\frac{31}{4}$ (۱)
--------------------	--------------------

$\frac{65}{8}$ (۴)	$\frac{63}{8}$ (۳)
--------------------	--------------------

۵۵- شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر ۳ و محیط این مثلث برابر ۶ واحد است. حاصل $\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}$ کدام است؟

۲ (۲)	$\frac{1}{2}$ (۱)
-------	-------------------

۱ (۴)	$\frac{3}{2}$ (۳)
-------	-------------------

محل انجام محاسبات

۵۶- در مثلث ABC به طول اضلاع ۴، ۶ و ۸، فاصله محل هم‌رسی میانه‌های مثلث از ضلع بزرگ‌تر مثلث، چند برابر $\sqrt{15}$ است؟

$$\frac{1}{8} \quad (1) \quad \frac{1}{6} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (4)$$

۵۷- در مثلثی به طول اضلاع ۱۱، ۱۳ و ۲۰، سینوس زاویه بین دو ضلع کوچک‌تر مثلث کدام است؟

$$\frac{12}{13} \quad (1) \quad \frac{5}{13} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3) \quad \frac{3}{5} \quad (4)$$

۵۸- در مثلث ABC ، $A = 120^\circ$ و $AB = 2AC$ است. اگر طول نیمساز داخلی AD برابر ۲ واحد باشد، طول ضلع BC کدام است؟

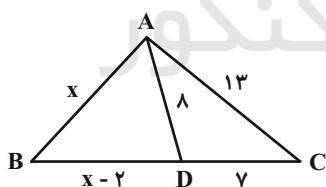
$$3\sqrt{7} \quad (1) \quad 3\sqrt{6} \quad (2) \quad 3\sqrt{5} \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۵۹- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = 4$ و $BC = 2$ ، نقطه G محل تلاقی میانه‌های مثلث است. اگر نقطه M وسط

ضلع AB باشد، محیط مثلث BMG کدام است؟

$$2(1 + \sqrt{6}) \quad (1) \quad 2 + \sqrt{6} \quad (2) \quad 4 + \frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

۶۰- در مثلث ABC شکل زیر، مقدار x کدام است؟



$$6 \quad (1)$$

$$7 \quad (2)$$

$$8 \quad (3)$$

$$9 \quad (4)$$

یک روز، یک درس، روزهای شنبه، دوشنبه و چهارشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس ریاضیات اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها نمونه سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس ریاضیات را از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه مقطع خود دریافت کنید.

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
۳۰ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	فیزیک ۳	۱
۱۵ دقیقه	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	۲
	۱۰۰	۹۱		فیزیک ۲	
۱۰ دقیقه	۱۱۰	۱۰۱	۱۰	شیمی ۳	۳
۱۰ دقیقه	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱	۴
	۱۳۰	۱۲۱		شیمی ۲	



آزمون «۱۹ آبان ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سؤال

مدت پاسخ‌گویی: ۶۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
فیزیک	مهران اسماعیلی - عبدالرضا امینی نسب - امیرحسین برادران - علی بزرگر - علیرضا جباری - مثمیم دشتیان - دانیال راستی - سیدمحمد رضا روحانی - مریم شیخ‌موم - شیلا شیرزادی - پوریا علاقه‌مند - مصطفی کیانی - محمود منصوری - امیراحمد میرسعید سیده‌ملیحه میرصالحی - مجتبی نکونیان - محمد نهاوندی‌مقدم	
شیمی	علی افخمی‌نیا - امیرعلی آقاسی‌زاده - محمدرضا پورچاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی‌مجد - حمید ذیحی - روزبه رضوانی - علی رفیعی - امیرمحمد سعیدی - رضا سلیمانی - هانی سوری - نازنین صدیقی - امیرحسین طیبی - محمد عظیمیان‌زواره - روح‌اله‌علیزاده - حسن عیسی‌زاده - کارو محمدی - رضا مسکن - نورا نوروزی - سیدرحیم هاشمی‌دهکردی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت‌نیا
بازبینی نهایی رئیس‌های برتر	کیارش صناعی حسین بصیرترکمپور	ماهان زواری احسان پنجه‌شاهی
مسئول درس مسئول سازی	امیرحسین برادران علیرضا همایون‌خواه	ایمان حسین نژاد سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: حرکت بر خط راست: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۸

۶۱- معادله سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = 2t - 4$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان از

مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان متحرک در لحظه t مطابق کدام گزینه است؟

(۱) $(2t^2 - 4t)\vec{i}$

(۲) $(4t - 2t^2)\vec{i}$

(۳) $(4t - t^2)\vec{i}$

(۴) $(t^2 - 4t)\vec{i}$

۶۲- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد متحرکی که بر روی خط راست در حال حرکت است، درست می‌باشد؟

(۱) اگر تندی متحرک افزایش یابد، الزاماً بزرگی شتاب آن نیز افزایش خواهد یافت.

(۲) اگر شتاب متحرک مثبت باشد، الزاماً نوع حرکت متحرک تندشونده است.

(۳) اگر سرعت متحرک منفی باشد، الزاماً نوع حرکت متحرک کندشونده است.

(۴) اگر متحرک از حال سکون حرکت کند، جهت حرکت به علامت شتاب بستگی دارد.

۶۳- معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 6$ است. این متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت خود چه مسافتی را برحسب متر

طی می‌کند؟

(۲) ۸

(۱) ۱۶

(۴) ۱۲

(۳) ۶

۶۴- متحرکی با شتاب ثابت در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x در حال حرکت است. اگر تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی

۴s تا ۱۲s برابر $10 \frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در همین بازه زمانی $8 \frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازه

زمانی ۵s تا ۸s چند متر است؟

(۲) ۶

(۱) ۲

(۴) ۱۰

(۳) ۸

محل انجام محاسبات

۶۵- اتومبیلی با سرعت ثابت $۷۲ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حرکت است. راننده مانعی را در مقابل خود می بیند. اگر زمان واکنش راننده برای ترمز

گرفتن، ۱ ثانیه و بزرگی شتاب ترمز اتومبیل $۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، حداقل فاصله اتومبیل با مانع در لحظه دیدن آن توسط راننده چند

متر باشد تا اتومبیل به مانع برخورد نکند؟

۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

۶۶- متحرکی با شتاب ثابت و با سرعت $۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در مبدأ زمان از مکان $x = -۲\text{m}$ عبور می کند و در لحظه $t = ۵\text{s}$ به مکان $x = ۱۸۸\text{m}$

می رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه چند متر بر ثانیه است؟

۸۱ (۱)

۷۶ (۲)

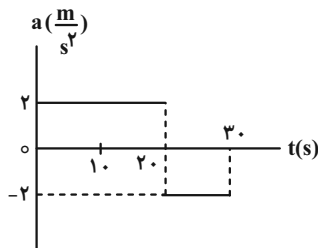
۷۱ (۳)

۶۶ (۴)

۶۷- نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل است. اگر در لحظه $t = ۲۴\text{s}$ ، سرعت متحرک

$\vec{v} = ۱۲ \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = ۱۰\text{s}$ تا $t_2 = ۳۰\text{s}$ کدام است؟

$۶۵ \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$ (۱)



$۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$ (۲)

$-۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$ (۳)

$-۶۵ \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{i}$ (۴)

۶۸- معادله مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $x = -t^2 + ۴t + ۵$ است. تندی متوسط متحرک،

از لحظه ای که جهت بردار مکان آن عوض می شود تا ۵ ثانیه پس از آن چند متر بر ثانیه است؟

۵ (۱)

۸ (۲)

۱۱ (۳)

۱۶ (۴)

۶۹- متحرکی با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در T ثانیه اول حرکت، $\frac{1}{5}$ برابر بزرگی

جابه‌جایی آن در بازه زمانی $t_1 = T$ تا $t_2 = 3T$ باشد، تندی متحرک در لحظه $t_3 = 5T$ چند برابر تندی متحرک در مبدأ زمان

است؟ (جهت حرکت متحرک ثابت است.)

۶ (۲)

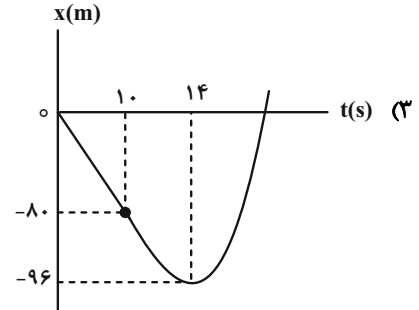
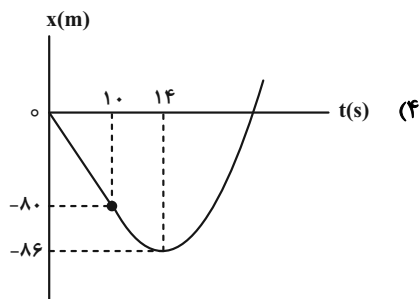
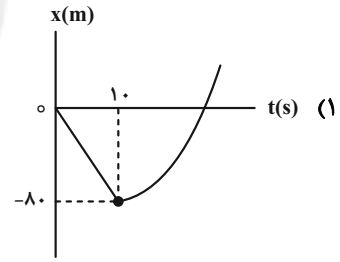
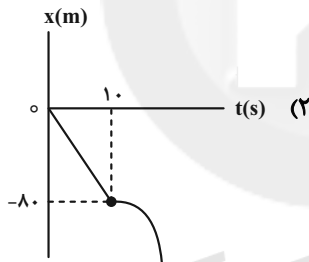
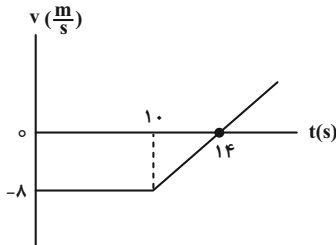
 $\frac{13}{2}$ (۱)

۵ (۴)

۱۱ (۳)

۷۰- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. این متحرک در لحظه $t = 0$ از مبدأ مکان

می‌گذرد. کدام گزینه نمودار مکان- زمان آن را به درستی نشان می‌دهد؟



محل انجام محاسبات

۷۱- در یک مسیر مستقیم، کامیونی ۱۷۵ متر جلوتر از یک خودروی پلیس قرار دارد. اگر کامیون ۱۰s زودتر از خودروی پلیس با

شتاب $\frac{m}{s^2}$ و از حال سکون شروع به حرکت کند خودروی پلیس با چه شتابی برحسب متر بر مجذور ثانیه در همان جهت و

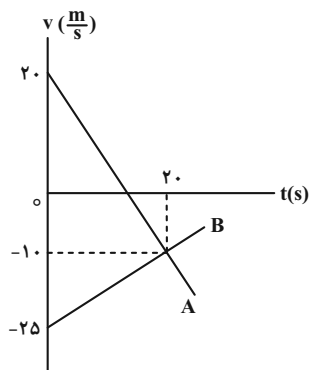
از حال سکون به حرکت درآید تا ۲۰s پس از شروع حرکت خود به کامیون برسد؟

۱ (۱) $1/5$ (۲)

۲ (۳) ۳ (۴)

۷۲- نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B که روی محور x ها حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در

جهت محور x حرکت می کند، جابه جایی متحرک B چند متر است؟



۱ (۱) $\frac{800}{3}$

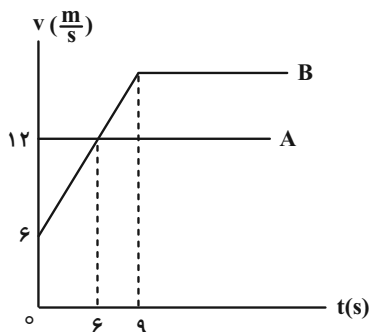
۲ (۲) $-\frac{800}{3}$

۳ (۳) $\frac{400}{3}$

۴ (۴) $-\frac{400}{3}$

۷۳- دو متحرک A و B هم زمان و در جهت محور x از مبدأ مکان می گذرند. اگر نمودار سرعت- زمان آن ها به صورت زیر باشد،

چند ثانیه پس از مبدأ زمان، این دو متحرک به هم می رسند؟



۱ (۱) $9/9$

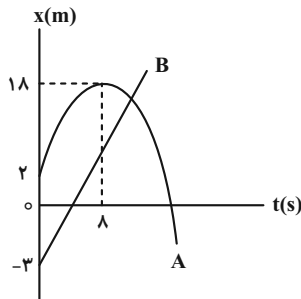
۲ (۲) $10/5$

۳ (۳) $12/9$

۴ (۴) $13/5$

۷۴- نمودار مکان- زمان حرکت دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک در

مکان $x = 17m$ از کنار هم عبور کنند، تندی متحرک B چند متر بر ثانیه است؟ (متحرک A با شتاب ثابت حرکت می کند).



(۱) ۲

(۲) ۲/۱

(۳) ۲/۲

(۴) ۲/۴

۷۵- معادله مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 10t + 12$ می باشد. مسافت طی

شده در ثانیه سوم حرکت چند متر است؟

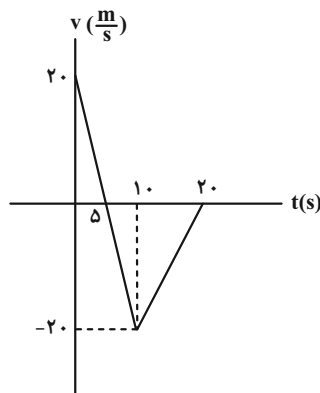
(۲) ۲

(۱) صفر

(۴) ۴

(۳) ۱

۷۶- با توجه به نمودار مقابل چند مورد از عبارتهای زیر صحیح است؟



(الف) متحرک در طول مسیر یکبار در لحظه $t = 10s$ تغییر جهت داده است.

(ب) متحرک ابتدا در خلاف جهت محور X و سپس در جهت محور X حرکت کرده است.

(پ) نوع حرکت متحرک در بازه زمانی (۱۰s تا ۱۵s) تندشونده است.

(ت) نوع حرکت متحرک در بازه زمانی (۵s تا ۱۰s) کندشونده است.

(ث) شتاب متحرک در ۵ ثانیه اول حرکت خلاف جهت محور X است.

(ج) شتاب متوسط در ۵ ثانیه اول با شتاب متوسط در ۵ ثانیه دوم برابر است.

(چ) اندازه شتاب در لحظه $t_1 = 8s$ ، برابر اندازه شتاب در لحظه $t_2 = 12s$ است.

(۲) ۳

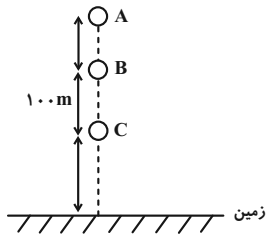
(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۷۷- گلوله‌ای در شرایط خلأ از نقطه A رها می‌شود و ۴ ثانیه طول می‌کشد تا فاصله بین دو نقطه B و C را طی کند. اگر گلوله ۳

ثانیه قبل از رسیدن به زمین، از ارتفاع ۱۲۰ متری عبور کند، فاصله نقطه C تا سطح زمین چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۵۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۲۰

(۴) ۹۰

۷۸- جسمی از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. سرعت این جسم در ارتفاع $\frac{h}{9}$ چند برابر سرعت آن در ارتفاع $\frac{3}{4}h$ است؟

(شرایط را خلا در نظر بگیرید.)

(۲) $\frac{4}{9}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۴) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

۷۹- جسمی از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود. چند ثانیه بعد جسم دیگری را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین رها کنیم تا

هر دو جسم، همزمان به زمین برسند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

(۲) ۶

(۱) ۸

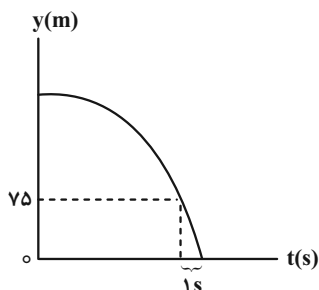
(۴) ۲

(۳) ۴

۸۰- نمودار مکان-زمان گلوله A که در مبدأ زمان از ارتفاع h و در شرایط خلأ رها می‌شود، مطابق شکل زیر است. ۳ ثانیه بعد،

گلوله B از نقطه‌ای که ۱۹۵ متر پایین‌تر از مکان رها شدن گلوله A است، رها می‌شود. در مدت زمانی که هر دو گلوله در حال

سقوط هستند، فاصله دو گلوله چگونه تغییر می‌کند؟ (سطح زمین را مبدأ مکان در نظر بگیرید و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) پیوسته کاهش می‌یابد.

(۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.

(۳) پیوسته افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.

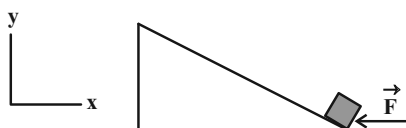
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۳ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- جعبه‌ای به جرم 4kg را روی سطح شیب‌داری توسط نیرویی جابه‌جا می‌کنیم. اگر بردار نیرو برابر $\vec{F} = (-12\vec{i})\text{N}$ و بردار جابه‌جایی جسم روی سطح شیب‌دار برابر با $\vec{d} = (-4\vec{i} + 3\vec{j})\text{m}$ باشند، کاری که نیروی \vec{F} در این جابه‌جایی روی جسم انجام می‌دهد چند ژول است؟



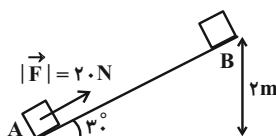
(۱) ۶۰

(۲) -۶۰

(۳) ۴۸

(۴) -۴۸

۸۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 1kg از نقطه A تا B توسط نیروی \vec{F} جابه‌جا می‌شود. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم 5N باشد، کار کل انجام شده در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۴۰

(۲) ۲۰

(۳) ۸۰

(۴) ۶۰

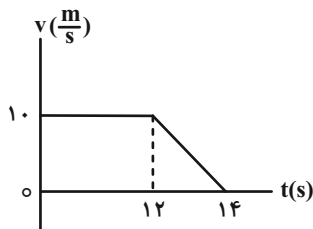
۸۳- جسمی به جرم 8kg مماس بر یک سطح افقی با تندی اولیه v_0 پرتاب می‌شود. اگر پس از طی یک جابه‌جایی معین، تندی جسم 20% درصد کاهش یابد و کار کل انجام شده روی جسم در این جابه‌جایی 36kJ باشد، تندی اولیه جسم (v_0) چند متر بر ثانیه است؟

(۲) $5\sqrt{10}$ (۱) $10\sqrt{5}$ (۴) $5\sqrt{5}$ (۳) $10\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۸۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی به جرم 4 kg ، مطابق شکل مقابل است. کل کار انجام شده روی متحرک در بازه زمانی صفر تا

$t = 14 \text{ s}$ چند ژول است؟



۱۰۰ (۱)

-۱۰۰ (۲)

۲۰۰ (۳)

-۲۰۰ (۴)

۸۵- متحرکی تحت تأثیر دو نیروی ثابت همراستای افقی F_1 و F_2 روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال حرکت است. متحرک در لحظات

t_A ، t_B و t_C به ترتیب از مکان‌های $x_A = 10 \text{ m}$ ، $x_B = -26 \text{ m}$ و $x_C = 70 \text{ m}$ عبور می‌کند. اگر انرژی جنبشی جسم از نقطه A

تا نقطه B، ۴۲ ژول تغییر کند، کار برابند نیروهای وارد بر جسم از نقطه A تا نقطه C چند ژول است؟ ($t_C > t_B > t_A$)

۷۰ (۲)

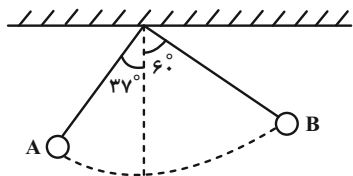
۱۱۲ (۱)

-۷۰ (۴)

-۱۱۲ (۳)

۸۶- گلوله آونگی به جرم ۹۰۰ گرم داریم که از نقطه A به نقطه B می‌رود. اگر طول نخ آونگ ۸ متر باشد در این مسیر کار نیروی

وزن چند ژول است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$ ، $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



۴۰ (۱)

۲۱/۶ (۲)

-۲۱/۶ (۳)

-۴۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۷- مطابق شکل جسمی به جرم 2 kg را با تندی $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت بالای سطح شیبدار پرتاب می‌کنیم. اگر اندازه نیروی اصطکاک بین

جسم و سطح شیبدار 6 N باشد، هنگام بازگشت به محل پرتاب، تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟



$$\left(\sin 37^\circ = 0.6 \text{ و } g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$$

$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$8\sqrt{3} \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

۸۸- توان خروجی یک ژنراتور را به یک موتور الکتریکی می‌دهیم. در صورتی که توان اتلافی ژنراتور برابر با توان خروجی موتور باشد، چه

کسری از توان ورودی ژنراتور به توان خروجی موتور تبدیل می‌شود؟ (نسبت بازده موتور به بازده ژنراتور، $\frac{4}{9}$ است.)

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

۸۹- توان مصرفی پمپ آبی 9 kW است. این پمپ در هر ثانیه 12 لیتر آب را از ته چاهی به عمق 30 متر بالا می‌کشد. اگر بازده این

پمپ 80% درصد باشد، تندی خروج آب از دهانه لوله چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)$

$$10\sqrt{3} \quad (2)$$

$$30 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$10\sqrt{6} \quad (3)$$

۹۰- دو گلوله به جرم‌های m_A و m_B ، $(m_B = 2m_A)$ از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شوند. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد،

انرژی جنبشی گلوله B در لحظه رسیدن به سطح زمین، چند برابر انرژی جنبشی گلوله A در ارتفاع $\frac{h}{3}$ از سطح زمین است؟

$$2 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

$$6 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

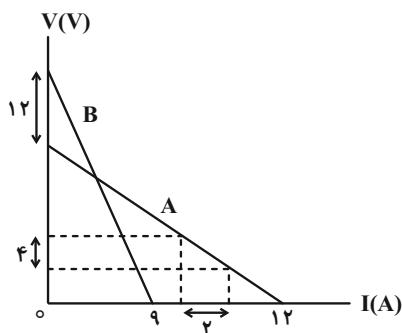
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۱ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۲ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌های مجزای A و B بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آنها مطابق شکل زیر است. اگر

دو سر مولد A را به مقاومت خارجی $R_A = 10\Omega$ و دو سر مولد B را به مقاومت خارجی $R_B = 8\Omega$ متصل کنیم، اختلاف

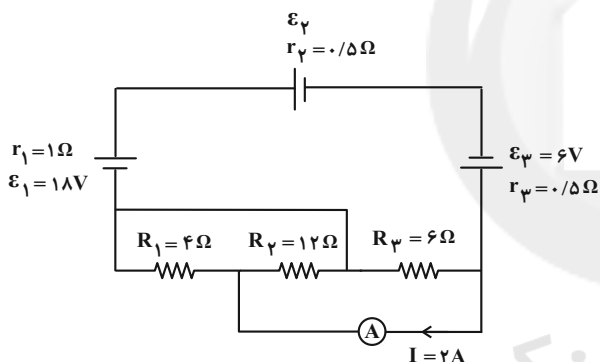
توان خروجی دو مولد چند وات می‌شود؟

(۱) ۴

(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۶۰

۹۲- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی جریان ۲A را نشان می‌دهد. نیروی محرکه مولد \mathcal{E}_ψ چند ولت است؟

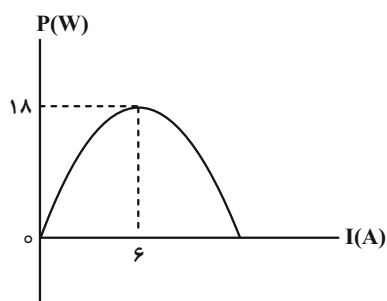
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۹۳- نمودار تغییرات توان خروجی یک مولد بر حسب جریان گذرنده از آن مطابق شکل زیر است. توان خروجی مولد، هرگاه ولتاژ دو



سر آن ۱/۵ ولت باشد، چند وات است؟

(۱) ۱۰/۵

(۲) ۱۳/۵

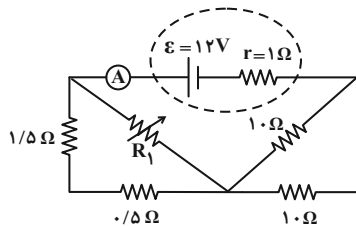
(۳) ۲۱

(۴) ۲۷

محل انجام محاسبات

۹۴- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت R_1 را از صفر تا بی نهایت افزایش دهیم، عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد چند آمپر تغییر

می کند؟



۰/۵ (۱)

۱ (۲)

۱/۵ (۳)

۲ (۴)

۹۵- لامپ یک اتاق به طور متوسط در هر شبانه روز ۶ ساعت روشن است. اگر مشخصات اسمی لامپ $220V$ و $200W$ باشد و آن را به

اختلاف پتانسیل $110V$ وصل کنیم، با فرض قیمت برق مصرفی 700 ریال برای هر کیلووات ساعت، هزینه برق مصرفی این

لامپ برای مدت دو ماه چند ریال خواهد شد؟ (هر ماه را 30 روز در نظر بگیرید.)

۵۰۴۰۰ (۲)

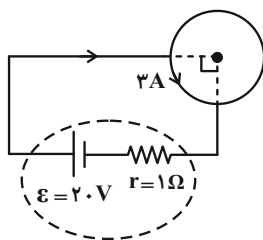
۲۵۲۰۰ (۱)

۱۲۶۰۰ (۴)

۲۰۱۶۰۰ (۳)

۹۶- حلقه ای مسی مطابق شکل، قسمتی از یک مدار الکتریکی می باشد. توان تولیدی مولد چند وات است؟ (شعاع مقطع سیم ثابت

است.)



۸ (۱)

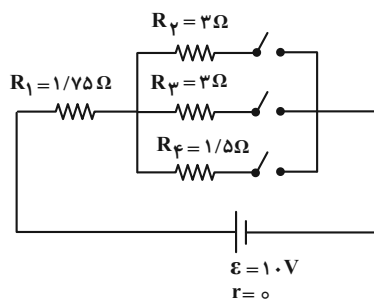
۸۰ (۲)

۷۲ (۳)

۷/۲ (۴)

۹۷- در مدار شکل زیر با باز و بسته کردن کلیدها، توان مصرفی کل مدار تغییر می کند. بیشترین توان مصرفی کل مدار چند وات

است؟



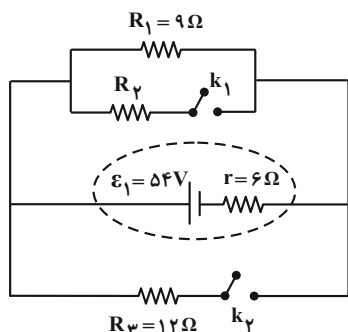
۲۱/۱ (۱)

۴ (۲)

۲/۱۱ (۳)

۴۰ (۴)

۹۸- در مدار شکل زیر، هر دو کلید در ابتدا باز هستند. اگر هر دو کلید را ببندیم، توان مفید باتری تغییر نمی‌کند. اگر کلید k_1 بسته



و کلید k_2 باز باشد، توان مصرفی در مقاومت R_2 چند وات خواهد بود؟

(۱) ۲۷

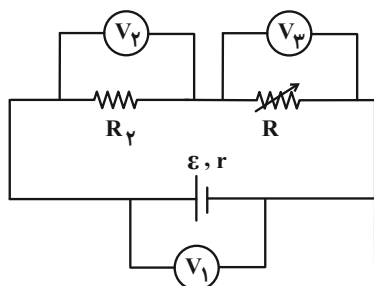
(۲) ۱۶۲

(۳) ۲۰/۲۵

(۴) ۴۰/۵

۹۹- در شکل زیر اگر مقاومت رئوسا افزایش یابد، اعدادی که ولتسنج‌های آرمانی V_1 ، V_2 و V_3 نشان می‌دهند چه تغییری

می‌کند؟



(۱) افزایش - کاهش - کاهش

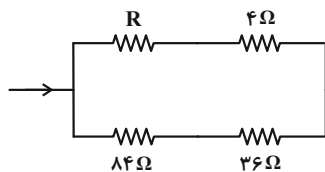
(۲) افزایش - افزایش - افزایش

(۳) افزایش - کاهش - افزایش

(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۱۰۰- شکل زیر قسمتی از یک مدار است. اگر توان مصرفی مقاومت 36Ω برابر با توان مصرفی مقاومت 4Ω باشد، مقاومت R چند

اهم است؟



(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۳۶

(۴) ۷۲

یک روز، یک درس: روز یکشنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس فیزیک اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها نمونه

سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس فیزیک را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه مقطع خود دریافت کنید.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: مولکول‌ها در خدمت تدرستی: صفحه‌های ۱۶ تا ۳۶

۱۰۱- مقداری واکنش‌دهنده A را به ظرف محتوی سه لیتر آب وارد می‌کنیم تا تعادل $A(aq) \rightleftharpoons 2B(aq)$ برقرار شود. چند مورد از

عبارت‌های زیر در رابطه با این تعادل درست است؟

* از لحظه آغاز تا زمان برقراری تعادل، سرعت واکنش رفت کاهش می‌یابد.

* در هنگام تعادل، سرعت تولید A با سرعت تولید B برابر است.

* از ابتدا تا هنگام تعادل، شمار گونه‌های محلول در آب افزایش می‌یابد.

* در هنگام تعادل، سرعت واکنش رفت با سرعت برگشت برابر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۲- محلول ۰/۱۰ مولار اسید HCN را در اختیار داریم. اگر بر روی آن مقداری سدیم هیدروکسید اضافه کنیم، چند مورد از اتفاقات

زیر انتظار می‌رود، روی دهد؟ ($\theta = 25^\circ C$) (دما در طول واکنش ثابت است).

(آ) کاهش مقدار ثابت یونش اسید HCN (K_a)

(ب) افزایش غلظت یون سیانید CN^-

(پ) کاهش درصد یونش اسید HCN

(ت) کاهش غلظت یون CN^- و افزایش غلظت HCN

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۳- محلولی از استیک اسید با ثابت یونش 5×10^{-5} و غلظت ۳۶۰ ppm موجود است. اگر چگالی این محلول $1/2 \text{ g.mL}^{-1}$ باشد در

۲۰۰ میلی‌لیتر از آن چند مول یون هیدرونیوم وجود دارد و pH محلول کدام است؟ ($C = 12, O = 16, H = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

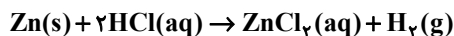
(گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\log 2 \approx 0/3, \log 3 \approx 0/5$)

۲) $3/9, 6 \times 10^{-4}$ ۱) $3/2, 6 \times 10^{-4}$ ۴) $3/2, 1/2 \times 10^{-4}$ ۳) $3/9, 1/2 \times 10^{-4}$

محل انجام محاسبات

۱۰۴- تیغهای از فلز Zn را در ۵ لیتر محلول HCl با $\text{pH} = 0.7$ قرار می‌دهیم. بعد از مدت زمانی pH محلول دو برابر می‌شود. در

این لحظه غلظت مولی کاتیون Zn^{2+} حاصل چند برابر غلظت مولی یون کلرید است؟ ($\log 2 = 0.3$)



(۱) ۴ (۲) ۰/۴

(۳) ۸ (۴) ۰/۸

۱۰۵- در صورتی که سرعت مصرف فلز منیزیم در واکنش زیر، 5×10^{-5} مول بر ثانیه باشد، به تقریب چند دقیقه طول می‌کشد تا اسید

موجود در ۵۰۰ mL محلول هیدروکلریک اسید با $\text{pH} = 1/2$ مصرف شود؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$) (سرعت واکنش



(۱) ۱ (۲) ۲/۵

(۳) ۵ (۴) ۱۰

۱۰۶- در دمای 25°C ، اختلاف pH محلول 4×10^{-3} مولار منیزیم هیدروکسید و محلولی از اسید 0.2HA مولار با درصد یونش

۱/۵٪ تقریباً کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$)

(۱) ۶/۴ (۲) ۸/۴

(۳) ۹ (۴) ۹/۶

۱۰۷- چند مورد به درستی بیان شده است؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.5$)

* همه بازهای شناخته شده، موادی خورنده به شمار می‌آیند.

* اگر pH دو محلول باز تک ظرفیتی برابر $10/7$ و $13/4$ باشد، غلظت OH^- در باز قوی‌تر 500 برابر دیگری است.

* NaOH و KOH بازهای بسیار قوی هستند؛ بنابراین pH محلول‌های آن‌ها در دمای 25°C ، 14 است.

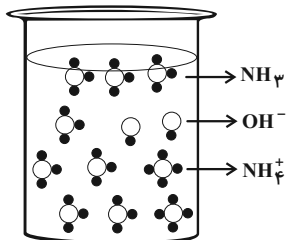
* در شرایط یکسان، هر چه غلظت OH^- محلول یک باز معین بیشتر شود، K_b آن باز بزرگ‌تر می‌شود.

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۸- با توجه به شکل زیر که لحظه تعادل را نشان می‌دهد، کدام موارد از مطالب زیر به درستی بیان شده است؟ (هر ذره را معادل

2×10^{-4} مول، حجم محلول را 800 میلی‌لیتر و دمای آزمایش را 25°C در نظر بگیرید.) ($\log 5 \approx 0.7$)



الف) یک محلول باز ضعیف با $\text{pH} = 10.7$ می‌باشد.

ب) درصد یونش این محلول 25% است.

پ) از این محلول می‌توان به عنوان لوله بازکن استفاده کرد.

ت) ثابت یونش بازی (K_b) این باز برابر با $1/25 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$ است.

(۱) الف و ت

(۲) پ و ت

(۳) الف و ب

(۴) فقط الف

۱۰۹- محلول دو مولار HA را به محلول اسید HCl که شامل 0.1 مول یون هیدرونیوم است اضافه می‌کنیم. اگر pH محلول نهایی

برابر 0.3 شود درصد یونش اسید HA در ظرف مخلوط چند است و محلول حاصل با چند گرم NaOH به طور کامل واکنش

می‌دهد؟ (حجم هر کدام از محلول‌های اولیه یک لیتر است و از تغییر حجم محلول‌ها پس از اضافه کردن چشم‌پوشی کنید.)

($\log 5 \approx 0.7$; گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $40 - 45$

(۲) $84 - 45$

(۳) $40 - 50$

(۴) $84 - 50$

۱۱۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست‌اند؟ ($\log 2 \approx 0.3$)

آ) از واکنش یک مول لیتیم اکسید با مقدار کافی آب دو مول یون هیدروکسید تولید می‌شود.

ب) در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر هیدروکلریک اسید تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود 0.03 mol.L^{-1} است.

پ) از جمله کاربردهای بازها در زندگی روزانه می‌توان به شیشه‌پاک‌کن و لوله بازکن اشاره کرد.

ت) اگر در 100 میلی‌لیتر از یک محلول، 0.02 مول نیتریک اسید موجود باشد، pH این محلول برابر $1/7$ است.

ث) یکی از رفتارهای جالب و پرکاربرد اسیدها و بازها، واکنش‌های شیمیایی است که بین این دو دسته از مواد انجام می‌شود.

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۴۵ تا ۶۹

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- * تغییرات فشار هوا برحسب اتمسفر نسبت به ارتفاع برحسب کیلومتر را می‌توان با معادله $P = -\frac{1}{18}h + \frac{1}{1}$ نشان داد.
- * در همه لایه‌های هواکره، درصد حجمی گاز نیتروژن به تقریب برابر ۷۸ درصد است.
- * در لایه‌های اول و سوم هواکره، روند تغییرات دما مشابه هم است.
- * در ارتفاعات بسیار بالای هواکره، فقط گونه‌های مثبت و منفی مشاهده می‌شود.
- * حدود ۷۵ درصد از حجم هواکره، در نزدیک‌ترین لایه به زمین (تروپوسفر) قرار دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۲- چند مورد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- * با عبور هوای مایع از ستون تقطیر به ترتیب گازهای N_2 ، Ar و O_2 خارج می‌شوند.
- * ۷ درصد حجمی از مخلوط گاز طبیعی را هلیوم تشکیل می‌دهد.
- * برای نوشتن نام N_2O و NO_2 از یک پیشوند استفاده می‌شود.
- * برخی از فلزها در طبیعت دارای بیش از یک نوع اکسید هستند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۳- چه تعداد از عبارتهای زیر می‌تواند جمله زیر را به درستی تکمیل کند؟

«نسبت شمار آنیون به شمار کاتیون در با نسبت شمار کاتیون به شمار آنیون در برابر است.»

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| الف) آهن (III) اکسید - لیتیم سولفید | ب) مس (I) اکسید - منیزیم برمید |
| پ) باریم سولفید - مس (I) کلرید | ت) کروم (III) فلوئورید - سدیم نیتريد |

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱۴- تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول‌های و با یکدیگر برابر بوده و تعداد پیوندهای اشتراکی در مولکول‌های و با هم برابر می‌باشند. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).



۱۱۵- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟ ($N = ۱۴, O = ۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$)

- * نسبت جرمی اکسیژن به نیتروژن در هر دو اکسید نیتروژن دی‌اکسید و دی‌نیتروژن تترا اکسید برابر است.
- * کروم با یکی از کاتیون‌های خود ترکیب CrCl_4 را تشکیل می‌دهد که فرمول اکسید دارای این کاتیون، ترکیب CrO_3 است.
- * نام دو ترکیب PCl_3 و N_2O_3 به ترتیب فسفر تری کلرید و نیتروژن تری اکسید است.
- * نسبت تعداد اتم‌های اکسیژن به اتم‌های نیتروژن در نیتروژن دی‌اکسید چهار برابر این نسبت در دی‌نیتروژن مونوکسید است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۶- چند مورد از موارد داده شده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کند؟

«نسبت تعداد الکترون‌های ناپیوندی به جفت الکترون‌های پیوندی برابر با است.»



۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۱۷- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

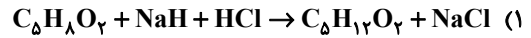
(۱) اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که این عنصر در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها یافت می‌شود.

(۲) گاز کربن مونوکسید باعث مسمومیت، فلج شدن سامانه عصبی و مرگ می‌شود.

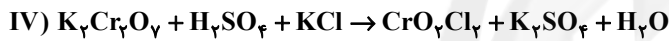
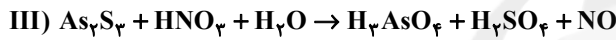
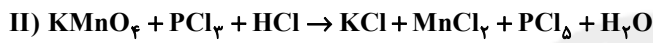
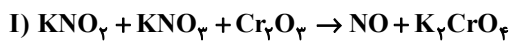
(۳) کوهنوردان هنگام صعود به قله‌های بلند به دلیل کاهش فشار هوا و کمبود اکسیژن در ارتفاعات از کپسول اکسیژن استفاده می‌کنند.

(۴) میل ترکیبی هموگلوبین با کربن مونوکسید بسیار زیاد است و بیش از ۲۰۰۰ برابر اکسیژن است.

۱۱۸- نسبت مجموع ضرایب مولی مواد واکنش دهنده‌ها به مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها در کدام واکنش بیشتر است؟



۱۱۹- با توجه به واکنش‌های موازنه نشده زیر، کدام گزینه صحیح است؟



(۱) نسبت مجموع ضرایب مواد واکنش دهنده به مجموع ضرایب مواد فراورده، در واکنش (III) از (IV) بیشتر است.

(۲) مجموع ضرایب مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (II)، از واکنش (I) بیشتر است.

(۳) مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش (II)، از مجموع ضرایب فراورده‌های واکنش (III)، کمتر است.

(۴) مجموع ضرایب واکنش دهنده‌های واجد پتاسیم، در واکنش (I) و (IV) برابر است.

۱۲۰- کدام گزینه درست است؟

(۱) کربن مونوکسید از کربن دی‌اکسید ناپایدارتر است و شمار الکترون‌های اشتراکی و ناپیوندی آن مانند مولکول نیتروژن نیست.

(۲) در واکنش $\text{C}_7\text{H}_5\text{N}_3\text{O}_9 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} + \text{N}_2 + \text{O}_2$ مجموع ضرایب فراورده‌های ۳ اتمی بیشتر از ۳ برابر فراورده‌های دو اتمی است.

(۳) برای کاهش میزان اسیدی بودن، به آب دریاچه‌ها آهک اضافه می‌کنند، اما این کار باعث از بین رفتن مرجان‌ها می‌شود.

(۴) نسبت شمار کاتیون به آنیون در آهن (III) اکسید مانند نسبت شمار جفت الکترون‌های اشتراکی به ناپیوندی در SO_2 است.

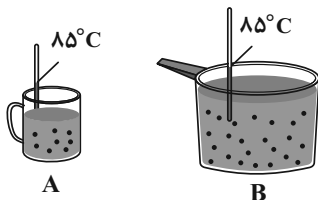
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۴۹ تا ۷۵

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۱ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۲ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- با توجه به شکل‌های داده شده چند عبارت صحیح است؟ (هر دو ظرف حاوی آب است.)



* میانگین تندی حرکت مولکول‌های آب در دو ظرف A و B یکسان است.

* انرژی گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A است.

* ظرفیت گرمایی آب در ظرف‌های A و B یکسان است.

* در صورت مخلوط کردن آب دو ظرف در یک ظرف بزرگ‌تر، دمای آب همان ۸۵°C باقی

می‌ماند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۲- با توجه به نمودار روبه‌رو، چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

* اگر فرایند گذار از B به C با تغییرات همزمان دما و محتوای انرژی شیمیایی همراه باشد، حالت C، پایداری بیشتری نسبت به حالت

B دارد.

* شکل می‌تواند مربوط به فرایند خوردن بستنی (از A تا C) باشد.

* در صورتی که هر دو فرایند $A \rightarrow B$ و $B \rightarrow C$ صرفاً با تغییرات دما همراه باشد،علامت $\Delta\theta$ سامانه در فرایند $C \rightarrow A$ مثبت است.

* اگر حالت A آنتالپی نیتروژن و گاز هیدروژن را نشان دهد، B و C می‌تواند به ترتیب

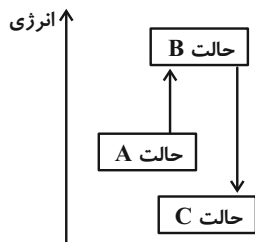
آنتالپی هیدرازین و آمونیاک را نشان می‌دهد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۱۲۳- مخلوطی از H_2O_2 و H_2 در ظرفی وجود دارد. اگر تمام O_2 تولید شده در واکنش تجزیه H_2O_2 در واکنش سوختن H_2 مصرف شود و مجموع گرمای آزاد شده از واکنش‌ها برابر $460/8$ کیلوژول باشد، در مجموع چند گرم آب تولید شده است؟ $(H = 1, O = 16 : g \cdot mol^{-1})$ 

۵۳/۷ (۲)

۴۳/۲ (۱)

۶۷/۵ (۴)

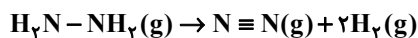
۴۵ (۳)

محل انجام محاسبات

۱۲۴- با گرمای حاصل از تجزیه چند گرم هیدرازین (N_2H_4) طبق واکنش زیر می توان دمای ۱۸۸ گرم یک محلول آبی را به اندازه

$$25^\circ C \text{ افزایش داد؟ } (H=1, N=14, O=16: g.mol^{-1}), \quad c = \frac{J}{g \cdot ^\circ C} = 4/0$$

$N \equiv N$	$H-H$	$N-H$	$N-N$	پیوند
۹۴۵	۴۳۶	۳۹۱	۱۵۹	میانگین آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)



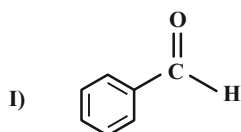
۹/۶ (۴)

۶/۴ (۳)

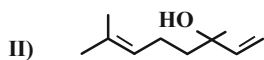
۴/۳ (۲)

۳/۲ (۱)

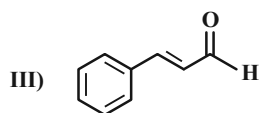
۱۲۵- با توجه به ساختارهای روبه‌رو کدام گزینه نادرست است؟



(۱) فرمول مولکولی ساختار (II) به صورت $C_{18}H_{18}O$ است.



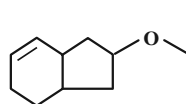
(۲) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار ترکیب (III) با این شمار در ساختار با نفتالن برابر است.



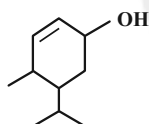
(۳) ترکیب‌های (I) و (III) به ترتیب در بادام و دارچین یافت می‌شوند.

(۴) ترکیب (II) در رازیانه یافت شده و دارای گروه عاملی الکلی است.

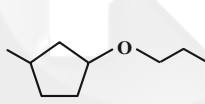
۱۲۶- چه تعداد از ترکیب‌های زیر با یکدیگر همپار محسوب می‌شوند؟



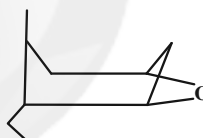
(ث)



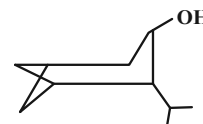
(ت)



(پ)



(ب)



(ا)

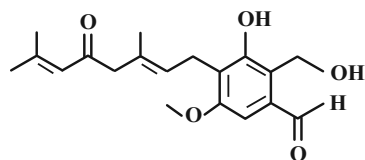
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ صفر

۱۲۷- با توجه به ساختار داده شده، کدام موارد زیر درست هستند؟



(ا) در ساختار خود دارای ۱۰ جفت الکترون ناپیوندی است.

(ب) دارای ۲ گروه عاملی کتونی و دو گروه هیدروکسیل است.

(پ) فرمول مولکولی آن $C_{19}H_{24}O_5$ است.

(ت) همه گروه‌های عاملی آن با گروه عاملی مولکول آلی موجود در دارچین یکسان است.

ب و ت (۴)

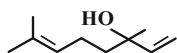
آ و پ (۳)

پ و ت (۲)

آ و ب (۱)

۱۲۸- کدام مطلب نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$)

(۱) اگر برای افزایش دمای ۲۰g از یک فلز به اندازه $25^{\circ}C$ مقدار ۶۴ ژول گرما لازم باشد، گرمای ویژه این فلز از $0.2 J \cdot g^{-1} \cdot ^{\circ}C^{-1}$ کمتر است.



(۲) ترکیب روبه‌رو دارای گروه عاملی الکی است و می‌تواند رنگ قرمز برم مایع را از بین ببرد.

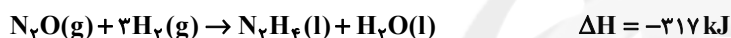
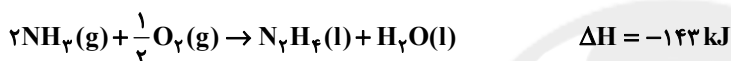
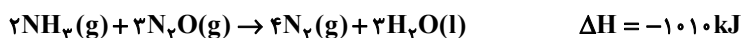
(۳) اندازه آنتالپی سوختن آلکان‌ها با افزایش شمار اتم‌های کربن آن‌ها افزایش می‌یابد.

(۴) با توجه به واکنش $2C_4H_6(g) + 5O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 2H_2O(l) + 2600 kJ$ ارزش سوختی اتین برابر $100 kJ \cdot g^{-1}$ است.

۱۲۹- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر، مقدار ΔH واکنش $N_2H_4(l) + O_2(g) \rightarrow N_2(g) + 2H_2O(l)$ برابر چند کیلوژول است

و به ازای تشکیل $3/6$ گرم H_2O در این واکنش، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ (اعداد را از راست به چپ بخوانید.)

($O = 16, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

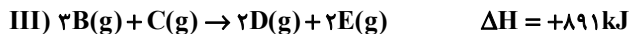
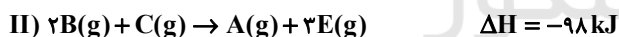
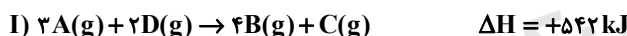


(۱) $11/75, (-117/5)$

(۳) $62/25, (-622/5)$

۱۳۰- با توجه به واکنش‌های گرماشیمیایی زیر، در واکنش $A(g) + 4D(g) \rightarrow 3B(g) + 4E(g)$ ضمن $43/6$ کیلوژول گرما،

مول ماده‌ی گازی تولید می‌شود. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



(۲) مصرف، ۰/۲۸

(۱) آزاد سازی، ۰/۵۶

(۴) آزادسازی، ۰/۲۸

(۳) مصرف، ۰/۵۶

یک روز، یک درس: روز سه‌شنبه در سایت کانون www.kanoon.ir به درس شیمی اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه‌ی درس‌ها

نمونه سوالات پیشنهادی و آزمونک مربوط به درس شیمی را در این روز از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و نیز صفحه‌ی مقطع خود دریافت کنید.



آزمون ۱۹ آبان ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام درس	نام طراحان	
اختصاصی	حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی - امیرمحمد باقری نصرآبادی - مسعود برملا - عادل حسینی - فرشاد صدیقی فر - رضا طاری - پویان طهرانیان حمید علیزاده - کامیار علییون - جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب - اسحاق اسفندیار - جواد ترکمن - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - سوگند روشنی محمد صحت کار - هومن عقیلی - مهرداد ملوندی
	ریاضیات گسسته	جواد ترکمن - افشین خاصه خان - کیوان دارابی - سوگند روشنی - محمد صحت کار
	فیزیک	مهران اسماعیلی - عبدالرضا امینی نسب - امیرحسین برادران - علی بزرگر - علیرضا جباری - مثمیم دشتیان - دانیال راستی سیدمحمد رضا روحانی - مریم شیخ مو - شیلا شیرزادی - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - محمود منصوری امیراحمد میرسعید سیده ملیحه میر صالحی - مجتبی نکونیان - محمد نهاوندی مقدم
	شیمی	علی افخمی نیا - امیرعلی آقاسی زاده - محمد رضا پورچاوید - امیر حاتمیان - پیمان خواجوی مجد - حمید ذیحی - روزبه رضوانی علی رفیعی - امیرمحمد سعیدی - رضا سلیمانی - هانی سوری - نازنین صدیقی - امیرحسین طیبی - محمد عظیمیان زواره روح اله علیزاده - حسن عیسی زاده - کارو محمدی - رضا مسکن - نورا نوروزی - سیدرحیم هاشمی دهکردی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	کاظم اجلائی	محمد صحت کار کیوان دارابی	محمد صحت کار کیوان دارابی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی دانیال راستی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی زاده مهدی بحر کاظمی	مهید خالئی	مهید خالئی	کیارش صانعی حسین بصیر تر کمبور	ماهان زواری احسان پنجه شاهی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین برادران	ایمان حسین نژاد
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



زیرا طول کمان روبه‌رو به زاویه θ در دایره به شعاع R برابر $R\theta$ است، پس داریم:

$$\Rightarrow \frac{3}{2} r (r\theta) = 54 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow \theta = 1 \text{ rad} = \frac{18^\circ}{\pi}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

(امیرمهر باقری نصرآبادی)

۴- گزینه «۱»

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$2 \sin(\pi + \alpha) = -2 \sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

پس عبارت صورت سؤال را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\cos \alpha + \cos \alpha}{-2 \sin \alpha + \sin \alpha} = 4 \Rightarrow \frac{2 \cos \alpha}{-\sin \alpha} = -2 \cot \alpha = 4$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = -2$$

$$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\cot \alpha = -(-2) = 2$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(ممد علیزاده)

۵- گزینه «۴»

$$\cos\left(-\frac{179\pi}{6}\right) + \sin\left(-\frac{46\pi}{3}\right)$$

$$\frac{\tan \frac{5\pi}{8} \cot \frac{11\pi}{8}}{\cos\left(\frac{179\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{46\pi}{3}\right)} = \frac{\cos\left(\frac{180\pi - \pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{48\pi + \pi}{3}\right)}{\tan\left(\frac{4\pi + \pi}{8}\right) \cot\left(\frac{12\pi - \pi}{8}\right)} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{49\pi + \pi}{3}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{8}\right) \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right)}$$

$$= \frac{\cos\left(30^\circ - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(15\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{-\cot\left(\frac{\pi}{8}\right) \tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}$$

$$= \frac{\cos\left(0 - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)}{-1} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{-1}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-1} = -\sqrt{3}$$

(حسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

(کاتظم ایلالی)

۶- گزینه «۴»

باقی‌مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+4$ برابر $p(-4)$ است، پس

$$p(-4) = 2 \quad p(-4) = 2 \quad \text{باقی‌مانده تقسیم } f(x) = x^2 p(x) - 4x \text{ بر } x+2 \text{ برابر } f(x)$$

برابر $f(-2)$ است. برای این کار $x = -2$ را در عبارت $f(x)$

جای گذاری می‌کنیم:

$$r = f(-2) = -8p(-4) - 4(-2) = -8 \times 2 + 8 = -8$$

(حسابان ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

حسابان ۲

۱- گزینه «۳»

(مسعود برملا)

اختلاف بین $\frac{7}{9}$ و $-\frac{5}{9}$ دو برابر دوره تناوب تابع است.

$$\Rightarrow 2T = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow T = \frac{2}{3}$$

a برابر نصف دوره تناوب و b دو برابر دوره تناوب است:

$$\Rightarrow b - a = 2T - \frac{T}{2} = \frac{3T}{2} = 1$$

(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(فرشاد صدیقی‌فر)

۲- گزینه «۱»

در نقطه B مقدار تابع برای بار دوم در x های مثبت صفر می‌شود:

$$\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow \pi x - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_B = \frac{11}{6} : B\left(\frac{11}{6}, 0\right)$$

و در نقطه A تابع برای بار دوم در x های مثبت کمترین مقدار می‌شود.

$$\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Rightarrow \pi x - \frac{\pi}{3} = 2\pi$$

$$\Rightarrow x_A = \frac{10}{3} : A\left(\frac{10}{3}, -2\right)$$

پس فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{\left(\frac{11}{6} - \frac{10}{3}\right)^2 + (-2 - 0)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \frac{5}{2}$$

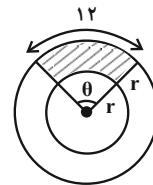
(حسابان ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(جوانبش نیکنام)

۳- گزینه «۲»

می‌دانیم مساحت قطاع یک دایره با زاویه θ برحسب رادیان برابر است با:

$$S_\theta = \frac{1}{2} r^2 \theta$$



$$\text{مساحت قسمت هاشورخورده} = \frac{1}{2} (2r)^2 \theta - \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{3}{2} r^2 \theta$$

$$2r\theta = 12 \Rightarrow r\theta = 6$$

از طرفی داریم:

$$-|a| - 1 = -\frac{5}{2} \Rightarrow |a| = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{2}$$

پس ضابطه تابع می‌تواند $f(x) = \frac{3}{2} \sin((x+b)\pi) - 1$ یا

$f(x) = -\frac{3}{2} \sin((x+b)\pi) - 1$ باشد. در حالت $a = \frac{3}{2}$ ، به ازای

$$x = \frac{11}{6} \text{ ورودی عبارت سینوس به صورت } 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ می‌شود.}$$

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6} + b\pi = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 2k - \frac{4}{3}$$

در این حالت مقادیر b به صورت $\dots, -\frac{10}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{8}{3}, \dots$

مقادیر ab به صورت $\dots, 7, 4, 1, -2, -5, \dots$ است. اگر

$a = -\frac{3}{2}$ باشد، به ازای $x = \frac{11}{6}$ ورودی عبارت سینوس به صورت

$$2k\pi - \frac{\pi}{2} \text{ می‌شود.}$$

$$\Rightarrow \frac{11\pi}{6} + b\pi = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = 2k - \frac{7}{3}$$

در این حالت مقادیر b به صورت $\dots, \frac{11}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{7}{3}, \dots$ و

مقادیر ab به صورت $\dots, \frac{7}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{11}{2}, \dots$ است.

در نتیجه کمترین مقدار مثبت ab برابر $\frac{1}{2}$ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۹)

(کلیم ایملی)

۱۰. گزینه «۱»

توجه کنید که برای تعریف شدن $\log_{10} x$ لازم است که $x > 0$ باشد و

برای تعریف نشدن $\tan(\pi \log_{10} x)$ لازم است که $\pi \log_{10} x$ مضرب

فرد $\frac{\pi}{2}$ شود.

$$\Rightarrow \pi \log_{10} x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \log_{10} x \neq k + \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq 10^{k + \frac{1}{2}}$$

$$x \neq 10^{2k+1} \Rightarrow D_f = (0, +\infty) - \{x \mid x = 10^{2k+1}, k \in \mathbb{Z}\}$$

برای پیدا کردن اعداد شش‌رقمی که در دامنه f نیستند، باید نامعادله

$$10^5 < 10^{2k+1} \leq 10^6 \text{ را حل کنیم.}$$

$$5 \leq 2k+1 < 6 \Rightarrow 4 \leq 2k < 5$$

$$2 \leq k < \frac{5}{2} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 2$$

پس فقط یک عدد شش‌رقمی در دامنه تابع f قرار ندارد.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

(کلیم ایملی)

۷. گزینه «۳»

چون $P(x)$ بر $x-1$ بخش‌پذیر است، پس باقی‌مانده تقسیم آن صفر است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow 1^1 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow P(x) = x^1 - 2x + 1$$

پس رابطه تقسیم به صورت زیر است:

$$x^1 - 2x + 1 = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x^1 - 1) - 2(x-1) = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^1 + x^0 + \dots + x^0) - 2(x-1) = (x-1)Q(x)$$

$$\Rightarrow Q(x) = x^1 + x^0 + \dots + x^0 + 1 - 2$$

$$= x^1 + x^0 + \dots + x^0 - 1$$

باقی‌مانده تقسیم $Q(x)$ بر $x-1$ برابر $Q(1)$ است که برابر است با:

$$Q(1) = 1^1 + 1^0 + \dots + 1 - 1 = 9 - 1 = 8$$

(مسئله ۲- تابع: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

(کلیم ایملی)

۸. گزینه «۱»

شیب خط d_1 برابر $\tan 45^\circ = 1$ و شیب خط d_2 برابر

$$\tan 120^\circ = -\sqrt{3} \text{ است. بنابراین معادله این خطها به صورت زیر است.}$$

$$d_1: y - 2 = (x - 4) \Rightarrow y = x - 2$$

$$d_2: y - 2 = -\sqrt{3}(x - 4) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3} + 2$$

پس مختصات نقطه‌های A و C به صورت زیر است:

$$x_A = 0 \xrightarrow{d_1} y_A = 0 - 2 = -2$$

$$y_C = 0 \xrightarrow{d_2} 0 = -\sqrt{3}x_C + 4\sqrt{3} + 2 \Rightarrow x_C = \frac{4\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}$$

پس شیب خط d_3 که از A و C می‌گذرد، برابر است با:

$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-2 - 0}{0 - \frac{4\sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 2} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 1)}{(2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)} = \frac{6 - \sqrt{3}}{12 - 1} = \frac{6 - \sqrt{3}}{11}$$

$$\text{بنابراین } \tan \alpha = \frac{6 - \sqrt{3}}{11} \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

(عادل حسینی)

۹. گزینه «۳»

کمترین مقدار تابع برابر $-\frac{5}{2}$ است، پس طبق رابطه صفحه ۲۷ کتاب درسی

داریم:



ریاضی پایه

گزینه «۱»

(رضا طاری)

$$A - B = (-3, 2] - [-2, 3) = (-3, -2)$$

$$B - A = [-2, 3) - (-3, 2] = (2, 3)$$

پس داریم:

$$(A - B) \cup (B - A) = (-3, -2) \cup (2, 3)$$

$$= (-3, 3) - [-2, 2]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۵)

گزینه «۳»

(کامظم ابلالی)

ابتدا همه اعداد را بر حسب توان‌های ۲ می‌نویسیم:

$$\sqrt[5]{2\sqrt{2}} = \frac{1}{25} \times \frac{1}{210} = \frac{1}{25} + \frac{1}{10} = \frac{3}{210}$$

$$\sqrt[2]{5\sqrt{2}} = \frac{1}{22} \times \frac{1}{210} = \frac{1}{22} + \frac{1}{10} = \frac{6}{210}$$

$$\sqrt[10]{2} = \frac{1}{210}$$

پس در نهایت داریم:

$$A = \frac{3}{210} \times \frac{6}{210} \times \frac{1}{210} = \frac{3+6+1}{210 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{1}{210} = 2$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

گزینه «۴»

(پویان طهرانیان)

ابتدا دو عدد اولیه را به دست می‌آوریم:

$$a_3 = 6 \times 3^{-1} = 2 \quad \text{و} \quad a_7 = 6 \times 3^{-5} = \frac{2}{81}$$

پس دنباله حسابی مورد نظر به صورت زیر است:

$$a_3, b_1, b_2, b_3, a_7$$

از آنجا که $a_3 + a_7 = b_1 + b_3 = 2b_2$ داریم:

$$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{3}{2}(a_3 + a_7)$$

$$= \frac{3}{2} \left(2 + \frac{2}{81} \right) = 3 \left(1 + \frac{1}{81} \right) = \frac{82}{27}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

گزینه «۱»

(شمیر علیزاده)

ابتدا از اتحادها کمک می‌گیریم و عبارت را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$A = \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 1)(x\sqrt[3]{x} + 1 + \sqrt[3]{x^2})}{(x-1)^3} = \frac{(\sqrt[3]{x^2})^3 - 1}{(x-1)^3}$$

$$= \frac{x^2 - 1}{(x-1)^3} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)^3} = \frac{(x+1)}{(x-1)^2} \quad x = \sqrt{2} + 1$$

$$A = \frac{(\sqrt{2} + 1 + 1)}{(\sqrt{2} + 1 - 1)^2} = \frac{(\sqrt{2} + 2)}{2} = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + 2)$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

گزینه «۳»

(مجانفش نیکنام)

ابتدا مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$a = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - 1)$$

$$= 1 - \sqrt{2}$$

پس a در بازه $(-1, 0)$ قرار دارد و برای چنین اعداد رابطه زیر برقرار است:

$$-1 < a < a^3 < a^5 < \dots < 0 < \dots < a^6 < a^4 < a^2 < 1$$

پس داریم:

$$[a, a^4] - [a^3, a^2] = [a, a^3]$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری:

صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۳۸ تا ۵۳)

گزینه «۲»

(کامیار علیون)

ابتدا A را ساده‌تر می‌کنیم:

$$A = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{18} - 3} \cdot \sqrt[4]{3 + 2\sqrt{2}}} = \frac{2}{\sqrt{3(\sqrt{2} - 1)} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt{2} + 1)^2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)})} = \frac{2}{\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

در نهایت داریم:

$$B = \sqrt{1 - A^{-1}} - \sqrt{1 + A^{-1}} = \sqrt{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}} - \sqrt{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow B^2 = \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 2\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

که با توجه به منفی بودن مقدار B ، $B = -1$ قابل قبول است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)



باید $S_m > S'_m$ باشد.

$$32(2^m - 1) \geq \frac{4^m - 1}{16} \Rightarrow 2^9(2^m - 1) > 4^m - 1$$

$$4^m - 512 \times 2^m + 511 < 0 \Rightarrow (2^m - 1)(2^m - 511) < 0$$

$$1 < 2^m < 511 \Rightarrow 1 \leq m \leq 8$$

پس حداکثر مقدار m برابر ۸ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

(کلام ایملی)

۲۰. گزینه «۳»

ابتدا عبارت دوم را شبیه عبارت اول می‌نویسیم:

$$\sqrt{a^3 + a^2b} - \sqrt{a^3 - fa^2b} = 8$$

$$\sqrt{a^2(a+b)} - \sqrt{a^2(a-fb)} = 8 \Rightarrow a\sqrt{a+b} - a\sqrt{a-fb} = 8$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a-fb} = \frac{8}{a}$$

حال طرفین تساوی بالا و تساوی $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-fb} = \Delta b^2$ را در هم

ضرب می‌کنیم:

$$(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-fb})(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-fb}) = \Delta b^2 \times \frac{8}{a}$$

$$a+b - (a-fb) = 40 \cdot \frac{b^2}{a} \Rightarrow \Delta b = 40 \cdot \frac{b^2}{a} \Rightarrow a = \Delta b$$

و در تساوی $\sqrt{a+b} + \sqrt{a-fb} = \Delta b^2$ قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{\Delta b + b} + \sqrt{\Delta b - fb} = \Delta b^2 \Rightarrow 3\sqrt{b} + 2\sqrt{b} = \Delta b^2$$

$$b^2 = \sqrt{b} \Rightarrow b^4 = b \xrightarrow{b>0} b = 1 \xrightarrow{a=\Delta b} a = 8$$

در نهایت خواسته سوال برابر است با:

$$\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{1} = 2 + 1 = 3$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۱۷- گزینه «۱»

(جوابش نیکنام)

در دنباله a_n ، سه جمله متوالی داریم:

$$2(3a+1) = 7+15+b \Rightarrow 6a+2 = 22+b$$

$$\Rightarrow 6a - b = 20 \quad (1)$$

در دنباله b_n هم داریم:

$$b_7 + b_{14} = 2b_8 \Rightarrow 15+a+7 = 2(3b+1)$$

$$\Rightarrow 6b - a = 20 \quad (2)$$

از معادله‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که $a = b = 4$ است. پس دنباله

a_n به صورت ... ، ۱۹ ، ۱۳ ، ۷ : a_n است که قدرنسبت آن $d_a = 6$

است. جملات دوم، هشتم و چهاردهم دنباله b_n نیز به ترتیب ۱۹ ، ۱۳ و ۷

هستند که در آن قدرنسبت برابر است با:

$$d_b = \frac{13-19}{8-2} = -1 \Rightarrow d_a + d_b = 5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۸- گزینه «۲»

(عادل مسینی)

مجموع اعداد دسته دوم برابر ۱۳ است. پس دسته سوم ۱۳ عدد دارد که از

۱۱ شروع می‌شود. با توجه به این که قدرنسبت دنباله a_n برابر ۳ است، عدد

آخر دسته سوم برابر $47 = 3(13-1) + 11$ است. پس دسته سوم به

صورت $\{47, \dots, 11\}$ است. مجموع اعداد دسته سوم برابر است با:

$$\frac{13}{2}(11+47) = 13 \times 29 = 377$$

پس دسته چهارم ۳۷۷ عدد دارد که از ۵۰ شروع می‌شود و عدد آخر این

دسته برابر $1178 = 3(377-1) + 50$ است. در نتیجه عدد اول دسته

پنجم برابر ۱۱۸۱ است.

(مسئله ۱- پیر و معارله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۱۹- گزینه «۳»

(کلام ایملی)

مجموع m جمله اول دو دنباله را حساب می‌کنیم.

۳۲ ، ۶۴ ، ۱۲۸ ، ...

$$a_1 = 32 , \quad q = 2 \Rightarrow S_m = \frac{a_1(q^m - 1)}{q - 1} = \frac{32(2^m - 1)}{2 - 1}$$

$\frac{3}{16}, \frac{3}{4}, 3, \dots$

$$a_1 = \frac{3}{16} , \quad q = 4 \Rightarrow S'_m = \frac{a_1(q^m - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{3}{16}(4^m - 1)}{4 - 1}$$

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(سوکنر روشنی)

روش اول:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{4-6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

از طرفی $mA^{-1} = A + nI$ ، بنابراین:

$$\Rightarrow m \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2m & m \\ 3m & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+n & 2 \\ 3 & 4+n \end{bmatrix}$$

$$m - n = 2 - (-5) = 7$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m = 1+n \Rightarrow -4 = n+1 \Rightarrow n = -5 \\ m = 2 \end{cases}$$

روش دوم: از قاعده کیلی همیلتون استفاده می‌کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^\tau = (a+d)A - |A| I$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^\tau = (1+4)A - (1 \times 4 - 2 \times 3)I$$

$$\Rightarrow A^\tau = 5A + 2I \xrightarrow{\times A^{-1}} \Rightarrow A = 5I + 2A^{-1}$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} = A - 5I \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -5 \end{cases} \Rightarrow m - n = 7$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۲- گزینه «۲»

(کیوان داریی)

 $I + KA$ و $I + 3A$ وارون یکدیگرند، بنابراین:

$$(I + 3A)(I + KA) = I \Rightarrow I^\tau + KIA + 3AI + 3KA^\tau = I$$

$$\xrightarrow{A^\tau = A} I + KA + 3A + 3KA = I$$

$$\Rightarrow KA + 3A + 3KA = \bar{O}$$

$$\Rightarrow (KI + 3I + 3KI)A = \bar{O} \xrightarrow{A \neq \bar{O}} 4K + 3 = \bar{O} \Rightarrow K = -\frac{3}{4}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۳- گزینه «۴»

(مهمر صمدکار)

برای یافتن وارون ماتریس $2A - I$ لازم است که ابتدا آن را در مزدوجش

ضرب کنیم:

$$(2A - I)(2A + I) = 4A^2 - I = 4I - I = 3I$$

$$(2A - I)\left(\frac{2}{3}A + \frac{1}{3}I\right) = I \Rightarrow (2A - I)^{-1} = \frac{2}{3}A + \frac{1}{3}I$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{2}{3}, \quad \beta = \frac{1}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

بنابراین:

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۴- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

$$\xrightarrow{\times A^{-1}} A^\tau = 2A \Rightarrow A^\tau = 2I$$

$$\xrightarrow{\times B^{-1}} B^\delta = 2B \Rightarrow B^\delta = 2I$$

$$(A^{-1})^\tau + (B^{-1})^\delta = (A^\tau)^{-1} + (B^\delta)^{-1}$$

$$= (2I)^{-1} + (2I)^{-1} = \frac{1}{2}I + \frac{1}{2}I = \frac{5}{6}I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۲۵- گزینه «۴»

(کیوان داریی)

$$A \times \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \Delta A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \left(\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \Delta I \right) = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \times \left(\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 4c - 121 = 3 \\ -c + 33 = y \end{cases} \Rightarrow 4c = 124 \Rightarrow c = 31 \Rightarrow y = -31 + 33 = 2$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

(هومن عقیلی)

۲۹- گزینه «۳»

طبق گفته مسأله $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ، $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$ دستگاه

فوق یعنی معادله ماتریسی $AX = B$.

$$2A_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A_{2 \times 2}| = \begin{vmatrix} |A| & -4 \\ 1 & |A| \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 15$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(ممد صمدکار)

۳۰- گزینه «۱»

$$\frac{m-1}{m+2} = \frac{m+3}{m^2-2} = \frac{5}{m+6} \Rightarrow (m-1)(m+6) = 5(m+2)$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m - 6 = 5m + 10 \Rightarrow m^2 = 16 \Rightarrow m = \pm 4$$

$$\text{اگر } m = 4 \text{ آن گاه: } \frac{3}{6} = \frac{7}{14} = \frac{5}{10}$$

$$\text{اگر } m = -4 \text{ آن گاه: } \frac{5}{2} = \frac{-5}{-2} \neq \frac{-1}{14}$$

بنابراین فقط $m = 4$ قابل قبول است و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 3x + 7y = 5 \\ 6x + 14y = 10 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow A + I = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 15 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A + I| = 60 - 42 = 18$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۶)

$$\Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(پوار ترکمن)

۲۶- گزینه «۱»

$$(BAB^{-1})^n = BA^nB^{-1}$$

نکته: اگر A و B دو ماتریس مربعی وارون پذیر و هم مرتبه باشند داریم:

$$(BAB^{-1})^n = BA^nB^{-1}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$(BAB^{-1})^8 = BA^8B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 & 32 \\ -8 & 17 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس مورد نظر برابر است با:

$$-15 + 32 - 8 + 17 = 26$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان زارابی)

۲۷- گزینه «۴»

$$A(A+2I)^{-1} = \frac{1}{5}I \Rightarrow (A(A+2I)^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{5}I\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow (A+2I)A^{-1} = 5I \Rightarrow I + 2A^{-1} = 5I$$

$$\Rightarrow 2A^{-1} = 4I \Rightarrow A^{-1} = 2I \Rightarrow A = \frac{1}{2}I \Rightarrow A^{-1} = 4A$$

توجه: برای دو ماتریس مربعی و هم مرتبه A و B که وارون پذیر نیز

هستند، داریم:

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

(هنر سه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(اسحاق اسفندیار)

۲۸- گزینه «۳»

اگر ماتریس ضرایب دستگاه را A بنامیم، آن گاه:

$$A \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix} \xrightarrow{x=3} \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \times \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -11 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c \\ 11 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow pq + 13 = (6k + 1)(6k - 1) + 13$$

$$= 36k^2 - 1 + 13 = 36k^2 + 12 = 12(3k^2 + 1) = 12k'$$

$$p = 6k + 5 \Rightarrow q = 6k + 5 - 2 = 6k + 3 \quad (\text{ب})$$

$$\Rightarrow q = 3(2k + 1) = 3k'$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۴ - گزینه «۱» (کیوان داری)

توجه داشته باشید اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و a از b کوچک‌تر

باشد، آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم a بر b همان a خواهد بود. زیرا:

$$a = b \times 0 + a, \quad 0 \leq a < b$$

حال بین دو عدد طبیعی a و b که واضح است یکی نیستند، یکی از دیگری

کوچک‌تر است و در تقسیم بر دیگری با باقی‌مانده‌اش مساوی خودش

می‌شود. پس یا a برابر با ۱ است و یا b برابر با ۷. البته اگر $a = 1$

آن‌گاه باقی‌مانده تقسیم b بر a برابر با صفر می‌شود که این‌طور نشده

است. بنابراین: $b = 7$ و $a = 7k + 1$. حال کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی a

زمانی ساخته می‌شود که $k = 15$.

$$a = 7 \times 15 + 1 = 106 \Rightarrow \text{رقم یکان} = 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۳۵ - گزینه «۳» (سوگند روشنی)

$$(20a \equiv 28b \text{ (پیمانه } 70) \text{ و } (4, 70) = 2 \Rightarrow 5a \equiv 7b \text{ (پیمانه } 35))$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a \equiv 7b \text{ (پیمانه } 5) \Rightarrow 7b \equiv 0 \text{ (پیمانه } 5) \Rightarrow b \equiv 0 \text{ (پیمانه } 5) \\ 5a \equiv 7b \text{ (پیمانه } 7) \Rightarrow 5a \equiv 0 \text{ (پیمانه } 7) \Rightarrow a \equiv 0 \text{ (پیمانه } 7) \end{cases}$$

بنابراین نتیجه‌گیری‌های (الف) و (ب) درست و نتیجه‌گیری‌های (ب) و (ت)

نادرست هستند.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

ریاضیات گسسته

۳۱ - گزینه «۲»

(ممد صدکار)

$$a = 37q + (q^2 + 23) \Rightarrow 0 \leq q^2 + 23 < 37$$

$$\Rightarrow -23 \leq q^2 < 14 \Rightarrow 0 \leq q^2 < 14 \Rightarrow -3 \leq q \leq 3$$

q می‌تواند اعداد $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ باشد بنابراین ۷ عدد صحیح

مانند a وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۳ و ۱۵)

۳۲ - گزینه «۴»

(ممد صدکار)

$$a = 91q + 53 \Rightarrow a = 13(7q) + 53 \Rightarrow a = 13k + 53 = 13k' + 1$$

برای k' در تقسیم بر ۱۳، سه حالت مختلف امکان‌پذیر است:

$$k' = 3q + 2 \text{ یا } k' = 3q + 1 \text{ یا } k' = 3q$$

بنابراین:

$$a = 13(3q) + 1 = 39q + 1$$

$$a = 13(3q + 1) + 1 = 39q + 14$$

$$a = 13(3q + 2) + 1 = 39q + 27$$

روش دوم: چون باقی‌مانده تقسیم a بر ۱۳ برابر با ۱ است، کافی است

گزینه‌ای را انتخاب کنیم که باقی‌مانده‌اش بر ۱۳ برابر با ۱ نباشد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۳۳ - گزینه «۱»

(ممد صدکار)

باقی‌مانده تقسیم هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ بر ۶ برابر با ۱ یا ۵ است. با در

نظر گرفتن این که $p - q = 2$ می‌توان نتیجه گرفت که p از q بزرگ‌تر

است. بنابراین دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

$$p = 6k + 1 \Rightarrow q = 6k + 1 - 2 = 6k - 1 \quad (\text{الف})$$



از طرفی دیگر:

$$5^2 \equiv 3 \pmod{11} \Rightarrow 5^3 \equiv 15 \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 5^4 \equiv 20 \equiv -2 \pmod{11} \Rightarrow 5^5 \equiv -10 \equiv 1 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 5^{5n} \equiv 1 \pmod{11}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} 5^{5n} \equiv 1 \pmod{11} \\ 5^3 \equiv 4 \pmod{11} \end{cases} \Rightarrow 5^{5n+3} \equiv 4 \pmod{11}$$

پس $k = 5n + 3$ است و به ازای $k = 19$ بزرگ‌ترین عدد دو رقمی

یعنی ۹۸ به دست می‌آید که باقی‌مانده تقسیمش بر ۱۱ برابر با ۱۰ خواهد

بود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(کیوان دارابی)

۴۰ - گزینه «۱»

$$x \in [1]_3 \cap [2]_5 \Rightarrow \begin{cases} x \in [1]_3 \Rightarrow x \equiv 1 \equiv 7 \\ x \in [2]_5 \Rightarrow x \equiv 2 \equiv 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \equiv 7 \pmod{15} \Rightarrow x \in [7]_{15}$$

از طرفی می‌توان به سادگی نشان داد که اگر $x \in [7]_{15}$ آن‌گاه $x \in [1]_3$

$$[1]_3 \cap [2]_5 = [7]_{15} \quad \text{و} \quad x \in [2]_5 \quad \text{بنابراین:}$$

$$x \equiv 0 \pmod{2} \quad \text{از طرفی } x \text{ زوج است، یعنی:}$$

$$\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{2} \\ x \equiv 7 \pmod{15} \end{cases} \Rightarrow x \equiv 22 \pmod{30} \Rightarrow x \in [22]_{30}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(کیوان دارابی)

۳۶ - گزینه «۲»

$$\begin{cases} a \equiv 24 \pmod{8} \Rightarrow a \equiv 2b \pmod{8} \\ b \equiv 3 \pmod{8} \Rightarrow b \equiv 3 \pmod{8} \Rightarrow 2b \equiv 6 \pmod{8} \end{cases} \Rightarrow a \equiv 6 \pmod{8} \Rightarrow a = 8k + 6$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(پوار ترکمن)

۳۷ - گزینه «۱»

$$231 \equiv 148 \pmod{83} \xrightarrow{\text{تعریف}} m \mid 231 - 148 = 83$$

$$\frac{m \in \mathbb{N}}{m \neq 1} \rightarrow m = 83 \Rightarrow m - 2 = 81$$

$$\Rightarrow (83 - 2)! = 81! = 1 \times 2 \times \dots \times 41 \times \dots \times 81 = 81! \equiv 0 \pmod{83}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(افشین قاضی‌نژاد)

۳۸ - گزینه «۳»

$$11^2 \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow (11^2)^{10} \equiv 1^{10} \pmod{40} \Rightarrow 11^{20} \equiv 1 \pmod{40}$$

$$3^4 \equiv 1 \pmod{40} \Rightarrow (3^4)^{25} \equiv 1^{25} \pmod{40} \Rightarrow 3^{100} \equiv 1 \pmod{40}$$

$$\Rightarrow 11^{100} + 3^{100} \equiv 1 + 1 \pmod{40} \equiv 2 \pmod{40}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(پوار ترکمن)

۳۹ - گزینه «۴»

$$5^k + 7 \equiv 0 \pmod{11} \Rightarrow 5^k \equiv -7 \pmod{11}$$

$$\Rightarrow 5^k \equiv -7 + 11 \equiv 4 \pmod{11}$$

$$\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MN \parallel AC$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه اساسی تشابه}} \triangle BMN \sim \triangle BAC, \quad \frac{BM}{BA} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{16} S_{\triangle BAC} \Rightarrow S_{\triangle BMN} = \frac{1}{32} S_{ABCD}$$

(هنر سه ۱- پندرضلعی ها؛ صفحه ۶۵)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۱» -۴۴

اگر فرض کنیم وجه‌های بالایی و پائینی سبز و وجه‌های مقابل و پشت سر قرمز باشند، آن‌گاه تعداد مکعب‌هایی که فقط دو رنگ قرمز و سبز دارند $n = 4$ است. (دو مکعب در وجه بالایی و دو مکعب در وجه پائینی) همچنین می‌دانیم تعداد مکعب‌هایی که رنگ نشده‌اند برابر است با:

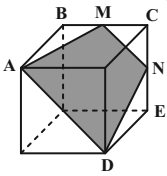
$$m + n = 5$$

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه ۹۰)

(مهردار ملونری)

گزینه «۴» -۴۵

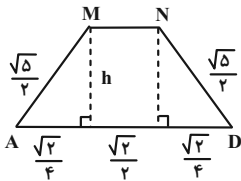
مطابق شکل، برای این که صفحه مورد نظر، مکعب را قطع کند و از دو رأس B و C به یک فاصله باشد می‌بایست از نقطه وسط BC (نقطه M) بگذرد. این صفحه از نقطه N (وسط CE) نیز می‌گذرد.



نوع چهارضلعی $AMND$ دوزنقه متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\triangle ABM \xrightarrow{\text{فیتاغورس}} AM = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$AD = \sqrt{2}, \quad MN = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\text{ارتفاع دوزنقه} : h = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{1}{8}} = \frac{3}{\sqrt{8}}$$

$$\text{مساحت دوزنقه} : S = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \right) \times \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow S = \frac{9}{8}$$

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۴)

(مهردار ملونری)

گزینه «۱» -۴۶

چون هیچ سه نقطه‌ای روی یک خط قرار ندارند، پس سه نقطه A ، B ، C و D تشکیل مثلث می‌دهند. از طرفی A باید در صفحه مثلث BCD باشد،

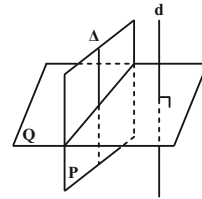
چون در غیر این صورت، اگر A خارج صفحه BCD باشد، چهار صفحه گذرا از A می‌توان یافت که سه نقطه A ، B ، C و D به فاصله یکسان از هر یک از آن صفحه‌ها قرار دارند. (یکی صفحه موازی P و گذرا از A و سه تای دیگر، صفحات گذرا از A و دو نقطه از نقاط M ، N و P)

هندسه ۱

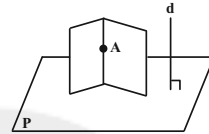
گزینه «۱» -۴۱

(مهردار ملونری)

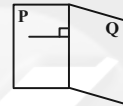
مطابق شکل، $d \parallel P$ بوده و خط Δ را از صفحه P موازی d در نظر می‌گیریم. چون $d \perp Q$ پس $\Delta \perp Q$ و در نتیجه صفحه P (که شامل Δ است) بر صفحه Q عمود است.



شکل‌های زیر نادرستی سایر گزینه‌ها را نشان می‌دهد.



گزینه «۴»:



گزینه «۳»:



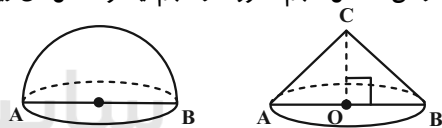
گزینه «۲»:

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۳)

(مهردار ملونری)

گزینه «۳» -۴۲

حجم ناحیه رنگی، تفاضل حجم مخروط از حجم نیمکره شکل‌های زیر است.



$$\begin{cases} \text{حجم نیمکره} : V_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \right) = \frac{2}{3} \pi R^3 \\ \text{حجم مخروط} : V_2 = \frac{1}{3} \pi R^2 \times R = \frac{\pi}{3} R^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{حجم ناحیه رنگی} : V = V_1 - V_2 = \frac{\pi}{3} R^3$$

حجم ناحیه رنگی، $\frac{1}{4}$ حجم کره به شعاع R است.

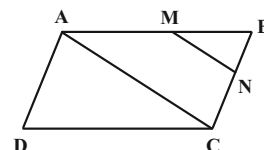
توجه: حجم کره‌ای به شعاع R ، برابر $\frac{4}{3} \pi R^3$ است.

(هنر سه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(افشین فاضله‌فان)

گزینه «۴» -۴۳

طبق فرض داریم:



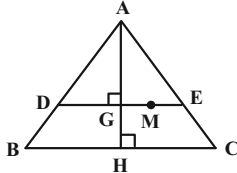
$$S_{OBC} = \frac{1}{2} OH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه ۶۸)

۴۹- گزینه «۳» (امیرمسین ابومصوب)

پاره خط DE موازی ضلع BC رسم شده است، پس طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث ABC و ADE متشابه اند. در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاعها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است. از طرفی می دانیم میانه های هر مثلث یکدیگر را به نسبت 2 به 1 قطع می کنند، بنابراین داریم:



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AG}{AH} \Rightarrow \frac{DE}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow DE = 2$$

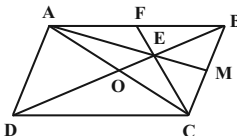
مثلث ADE متساوی الاضلاع است. از طرفی هر مثلث متساوی الاضلاع یک مثلث متساوی الساقین محسوب می شود، پس مجموع فواصل هر نقطه واقع بر ضلع DE از اضلاع AD و AE ، برابر اندازه ارتفاع رسم شده از رأس D در این مثلث است. با توجه به این که ارتفاع های مثلث متساوی الاضلاع برابر یکدیگرند، پس این مقدار برابر طول ارتفاع AG ، یعنی برابر است با:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} DE = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۷ و ۶۸)

۵۰- گزینه «۳» (امیرمسین ابومصوب)

مطابق شکل قطر AC را رسم می کنیم. همچنین از C به E وصل کرده و ادامه می دهیم تا AB را در نقطه F قطع کند. پاره خط های BO ، AM و CF میان های مثلث ABC هستند. می دانیم از برخورد میان های هر مثلث، شش مثلث هم مساحت ایجاد می شود، بنابراین با فرض $S_{ABC} = S$ داریم:



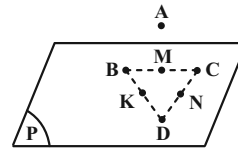
$$S_{ABE} = S_{EMCO} = \frac{2}{6} S_{ABC} = \frac{1}{3} S \quad (1)$$

از طرفی در مثلث ADC ، DO میانه وارد بر ضلع AC است، پس داریم:

$$S_{OCD} = \frac{1}{2} S_{ADC} \xrightarrow{S_{ADC} = S_{ABC}} S_{OCD} = \frac{1}{2} S \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{S_{ABE}}{S_{EMCD}} = \frac{\frac{1}{3} S}{\frac{1}{3} S + \frac{1}{2} S} = \frac{\frac{1}{3} S}{\frac{5}{6} S} = \frac{2}{5}$$

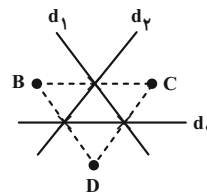
(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۶ و ۶۷)



در نتیجه گزاره «الف» درست است.

چون هر چهار نقطه هم صفحه اند، این ۴ نقطه از هر صفحه موازی با صفحه آن ها به فاصله یکسانی قرار دارند. (گزاره «ب» درست است.)

از طرفی مطابق شکل، سه خط d_1 ، d_2 و d_3 تنها خطوطی در صفحه مثلث BCD هستند که سه نقطه A ، B و C از آن ها فاصله یکسانی دارند. آنجا که نقطه A نمی تواند وسط اضلاع BCD باشد (شرط غیر هم خط بودن هر سه نقطه در فرض)، پس نقطه A حداکثر روی یکی از این سه خط می تواند قرار گیرد. (گزاره «پ» درست است.)



(هنر سه ۱- تقسیم فضایی؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۲)

۴۷- گزینه «۲» (فرزانه قالیباش)

حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط درونی یک چندضلعی شبکه ای برابر صفر و حداقل مقدار ممکن برای تعداد نقاط مرزی یک چندضلعی شبکه ای برابر ۳ است. با توجه به این موضوع داریم:

$$b = 3 \Rightarrow i = 18 - 3 = 15$$

حالت اول:

$$S_{\max} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{3}{2} + 15 - 1 = 15.5$$

$$i = 0 \Rightarrow b = 18 - 0 = 18$$

حالت دوم:

$$S_{\min} = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{18}{2} + 0 - 1 = 8$$

بنابراین اختلاف بین حداکثر و حداقل مساحت برابر است با:

$$S_{\max} - S_{\min} = 15.5 - 8 = 7.5$$

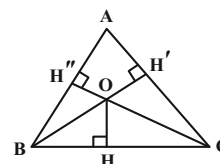
(هنر سه ۱- پنر ضلعی ها؛ صفحه های ۶۹ تا ۷۱)

۴۸- گزینه «۴» (امیرمسین ابومصوب)

می دانیم مجموع فواصل هر نقطه واقع در درون یک مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، پس داریم:

$$h_a = 2 + 1 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} a = 3 + \sqrt{3}$$

مطابق فرض فاصله نقطه O از ضلع BC ، برابر $OH = \sqrt{3}$ است، بنابراین داریم:



$$a^2 = x^2 + x^2 - 2x(x) \cdot \cos \hat{D} = 4x^2 + 4x^2 - 2(2x)(2x) \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x^2 \cos \hat{D} = 8x^2 - 8x^2 \cos \hat{A}$$

$$2x^2(1 - \cos \hat{D}) = 8x^2(1 - \cos \hat{A}) \Rightarrow 1 - \cos \hat{D} = 4 - 4 \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow \cos \hat{D} = 4 \cos \hat{A} - 3$$

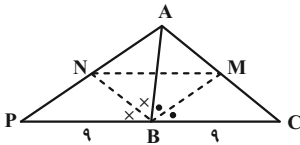
(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(مهرردار ملونری)

گزینه «۳» ۵۴

مطابق شکل BM و BN نیمسازهای زوایای B در دو مثلث ABC و

ABP هستند و داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{MC} = \frac{AB}{BC} = \frac{7}{9} \\ \frac{AN}{NP} = \frac{AB}{PB} = \frac{7}{9} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AN}{NP} = \frac{7}{9} \quad (*)$$

طبق رابطه (*) و عکس قضیه تالس نتیجه می‌شود که $MN \parallel BC$. حال

طبق قضیه تالس داریم:

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MN}{PC} = \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16}$$

$$\frac{PC=18}{\rightarrow} MN = \frac{7 \times 18}{16} = \frac{63}{8}$$

$$\frac{AM}{MC} = \frac{7}{9} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AM}{AC} = \frac{7}{16} \quad \text{توجه:}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(غرزانه فالکاش)

گزینه «۴» ۵۵

طبق قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2R$$

$$\frac{6}{\sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C}} = 2 \times 3 \Rightarrow \sin \hat{A} + \sin \hat{B} + \sin \hat{C} = 1$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

(سولندر روشنی)

گزینه «۳» ۵۶

ابتدا به کمک قضیه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

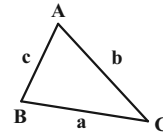
$$P = \frac{4+6+8}{2} = 9$$

$$S = \sqrt{9(9-8)(9-6)(9-4)} = \sqrt{9 \times 1 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{15}$$

هندسه ۲

۵۱- گزینه «۲»

(اخشین فاصه‌فان)



طبق فرض داریم:

$$10 \left(\frac{1}{2}\right) bc \sin \hat{A} = abc \quad \text{ع}$$

$$\Rightarrow 5 \sin \hat{A} = a \Rightarrow \frac{a}{\sin \hat{A}} = 5 = 2R = 5 \Rightarrow R = 5/2$$

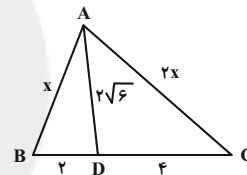
(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ و ۷۴)

(مهرردار ملونری)

۵۲- گزینه «۱»

با توجه به فرض، ضلع AC را دو برابر ضلع AB در نظر می‌گیریم. برای

نیمساز داخلی AD داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{AC=2AB} \frac{BD}{BD+DC=6} \Rightarrow \begin{cases} BD=2 \\ DC=4 \end{cases}$$

طول نیمساز داخلی AD در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow (2\sqrt{6})^2 = x(2x) - 2(4)$$

$$\Rightarrow 24 = 2x^2 - 8 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 8 \end{cases}$$

اگر AM میانه وارد بر ضلع متوسط (BC) باشد، طبق قضیه میانه‌ها

داریم:

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2}$$

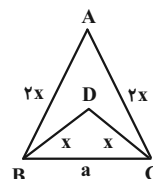
$$\Rightarrow 16 + 64 = 2AM^2 + 18 \Rightarrow AM = \sqrt{31}$$

(هنرسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

(اخشین فاصه‌فان)

۵۳- گزینه «۲»

B را به C وصل می‌کنیم. طبق قضیه کسینوس‌ها:





طبق قضیه کسینوسها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \left(-\frac{1}{2}\right)$$

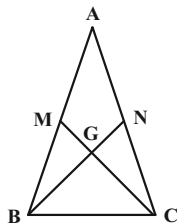
$$= 9 + 36 + 18 = 63 \Rightarrow a = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶، ۷۵ و ۷۶)

(امیرمسین ابومصوب)

۵۹- گزینه «۲»

مطابق شکل فرض کنید CM و BN میان‌های وارد بر دو ساق این مثلث باشند. می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الساقین، میان‌های وارد بر دو ساق مثلث برابر یکدیگرند، پس $BN = CM$. از طرفی طبق قضیه میان‌ها در مثلث ABC داریم:



$$AC^2 + BC^2 = \frac{AB^2}{2} + 2CM^2 \Rightarrow 4^2 + 2^2 = \frac{4^2}{2} + 2CM^2$$

$$\Rightarrow 2CM^2 = 12 \Rightarrow CM = \sqrt{6}$$

$$\Delta \text{ محیط } BMG = BM + GM + BG$$

$$= BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}BN = BM + \frac{1}{3}CM + \frac{2}{3}CM$$

$$= \frac{AB}{2} + CM = 2 + \sqrt{6}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۶۰- گزینه «۲»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

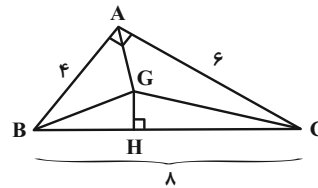
$$AB^2 \times CD + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow x^2 \times 7 + 13^2(x-2) = 8^2(x+5) + 7(x-2)(x+5)$$

$$\Rightarrow 7x^2 + 169x - 338 = 64x + 320 + 7x^2 + 21x - 70$$

$$\Rightarrow 84x = 588 \Rightarrow x = 7$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه ۶۹)



می‌دانیم اگر از محل هم‌مرسی میان‌های مثلث به سه رأس آن وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید، پس داریم:

$$S_{GBC} = \frac{1}{3}S_{ABC} = \sqrt{15}$$

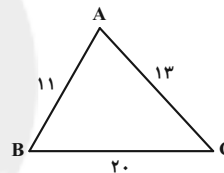
$$\Rightarrow \frac{1}{2}GH \times 8 = \sqrt{15} \Rightarrow GH = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(امیرمسین ابومصوب)

۵۷- گزینه «۱»

مطابق شکل فرض کنید $a = 20$ ، $b = 13$ و $c = 11$ باشد. در این صورت طبق قضیه هرون داریم:



$$P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{20+13+11}{2} = 22$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{22 \times 2 \times 9 \times 11} = 66$$

حال طبق رابطه سینوسی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} \Rightarrow 66 = \frac{1}{2} \times 13 \times 11 \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{12}{13}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(فرزانه فالکپاش)

۵۸- گزینه «۱»

طبق رابطه طول نیمساز داخلی داریم:

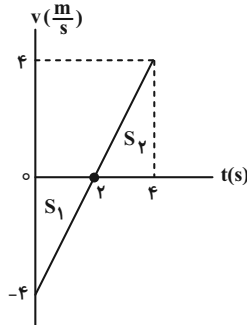
$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \Rightarrow 2 = \frac{2b \times 2b \times \cos 60^\circ}{b+2b}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{4b^2 \times \frac{1}{2}}{3b} \Rightarrow 2b^2 = 6b \Rightarrow b^2 - 3b = 0$$

$$\Rightarrow b(b-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 & \text{غ ق ق} \\ b=3 \Rightarrow c=6 \end{cases}$$



اکنون نمودار سرعت- زمان را رسم می‌کنیم و با استفاده از مساحت سطح بین نمودار $v-t$ و محور t ، مسافت طی شده را حساب می‌کنیم.



$$l = |S_1| + |S_2| = \frac{-4 \times 2}{2} + \frac{4 \times (4-2)}{2} \Rightarrow l = 4 + 4 = 8 \text{ m}$$

روش دوم: بدون رسم نمودار به صورت زیر مساحت را می‌یابیم. البته لحظه تغییر جهت را باید مانند قسمت اول به دست آوریم:

$$x = t^2 - 4t + 6 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow x_0 = 0 - 0 + 6 = 6 \text{ m} \\ t = 2 \Rightarrow x_1 = 4 - 8 + 6 = 2 \text{ m} \\ t = 4 \Rightarrow x_2 = 16 - 16 + 6 = 6 \text{ m} \end{cases}$$

$$l = |x_1 - x_0| + |x_2 - x_1| \Rightarrow l = |2 - 6| + |6 - 2| = 8 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۴- گزینه «۴» (ممد نواونری مقدم)

ابتدا با استفاده از رابطه‌های تندی متوسط و سرعت متوسط، مسافت و جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} \frac{S_{av} = 10 \frac{m}{s}}{\Delta t = 12 - 4 = 8s} \Rightarrow 10 = \frac{l}{8} \Rightarrow l = 80 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{v_{av} = 8 \frac{m}{s}}{\Delta t = 8s} \Rightarrow \Delta x = 64 \text{ m}$$

می‌بینیم اختلاف مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابر

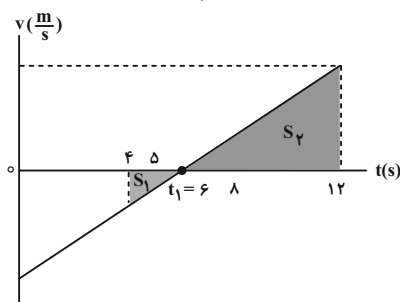
$$16 \text{ m} - 64 \text{ m} = -48 \text{ m} \text{ است که نشان می‌دهد متحرک ابتدا } 16 \text{ m} \text{ در } \frac{16}{2}$$

خلاف جهت محور حرکت می‌کند و سپس تغییر جهت می‌دهد و

$$72 \text{ m} = 16 + 64 \text{ در جهت محور جابه‌جا می‌شود. بنابراین، با رسم نمودار}$$

سرعت- زمان در بازه‌های زمانی مورد نظر و استفاده از تشابه مثلث‌های رنگ

شده، به صورت زیر t_1 را پیدا می‌کنیم.



فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۴»

(دانیال راستی)

از روی معادله سرعت- زمان حرکت با شتاب ثابت، شتاب و سرعت اولیه آن را به دست می‌آوریم:

$$v = 2t - 4 \xrightarrow{v=at+v_0} \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

معادله مکان- زمان را برای حرکت با شتاب ثابت می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{\substack{a=2 \frac{m}{s^2} \\ v_0=-4 \frac{m}{s}, x_0=0}} x = t^2 - 4t$$

$$\xrightarrow{\text{حرکت در محور } x} \vec{x} = (t^2 - 4t) \vec{i}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۲- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ اگر تندی متحرک افزایش یابد، شتاب متحرک می‌تواند افزایش یا کاهش پیدا کند و یا این که ثابت باشد.

(۲) نادرست؛ در هر دو نوع حرکت تندشونده و کندشونده، علامت شتاب می‌تواند مثبت باشد. علامت شتاب به تنهایی نوع حرکت را تعیین نمی‌کند.

(۳) نادرست؛ اگر سرعت منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، اما نوع حرکت آن به علامت شتاب بستگی دارد. در صورتی نوع حرکت کندشونده است که $v < 0$ و $a > 0$ باشد.

(۴) درست؛ اگر متحرک از حال سکون حرکت کند، الزاماً نوع حرکت آن تندشونده است. چون در حرکت تندشونده سرعت و شتاب هم‌علامت‌اند، لذا در هر لحظه جهت سرعت و شتاب یکسان خواهد بود. بنابراین، جهت حرکت که همان جهت سرعت می‌باشد، به علامت شتاب بستگی دارد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۳- گزینه «۲» (مریم شیخ‌ممو)

بنابه رابطه $x = t^2 - 4t + 6$ ، $v_0 = -4 \frac{m}{s}$ و $\frac{1}{2} a = 1 \frac{m}{s^2}$ است.

بنابراین، چون $a > 0$ و $v_0 < 0$ است، در ابتدا نوع حرکت کندشونده است.

لذا با نوشتن معادله سرعت- زمان متحرک، لحظه تغییر جهت متحرک و

سرعت آن را در لحظه $t = 4s$ می‌یابیم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{\substack{\frac{1}{2} a = 1 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s}}} v = 2t - 4$$

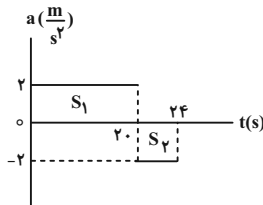
$$\begin{cases} v = 0 \Rightarrow 0 = 2t - 4 \Rightarrow t = 2s \\ t = 4s \Rightarrow v = 2 \times 4 - 4 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$



(میرا منبر میرسعید)

گزینه «۲» - ۶۷

ابتدا سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم، سپس نمودار سرعت-زمان را رسم می‌نماییم. با توجه به این که مساحت زیر نمودار شتاب-زمان، برابر تغییرات سرعت است، داریم:



$$\Delta v = v_{(t=24s)} - v_0 = S_1 - S_2 \xrightarrow{S_1=2 \times 24} \xrightarrow{v_{(t=24s)}=12 \frac{m}{s}, S_2=4 \times 24}$$

$$12 - v_0 = 40 - 8 \Rightarrow v_0 = -20 \frac{m}{s}$$

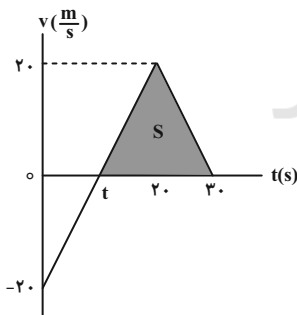
برای رسم نمودار سرعت-زمان، سرعت در لحظات $t = 20s$ و $t = 30s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{(t=20s)} = v_0 + a_1(20 - 0) \xrightarrow{a_1=2 \frac{m}{s^2}} \xrightarrow{v_0=-20 \frac{m}{s}} v_{(t=20s)} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_{(t=30s)} = v_{(t=20s)} + a_2(30 - 20)$$

$$a_2 = -2 \frac{m}{s^2}, v_{(t=30s)} = 20 \frac{m}{s} \rightarrow v_{(t=30s)} = 0$$

با توجه به تشابه مثلث‌ها، $t = 10s$ است. جابه‌جایی از $t = 10s$ تا $t = 30s$ برابر با مساحت S می‌باشد. داریم:



$$v_{av} = \frac{S}{30 - 10} = \frac{20 \times 20}{20} = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow \vec{v}_{av} = 10 \frac{m}{s} \vec{i}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۶۸

(میثم رشتیان)

می‌دانیم هنگام عبور متحرک از نقطه $x = 0$ جهت بردار مکان عوض می‌شود. پس برای یافتن این لحظه و نیز درک بهتر از حرکت متحرک، نمودار مکان-زمان آن را رسم می‌کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{12 - t_1}{t_1 - 4} \right)^2 \xrightarrow{S_2=72} \xrightarrow{S_1=8} \frac{72}{8} = \left(\frac{12 - t_1}{t_1 - 4} \right)^2$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{12 - t_1}{t_1 - 4} \Rightarrow t_1 = 6s$$

اکنون با استفاده از تشابه مثلث‌ها، مساحت مثلث‌هایی را که قاعده آن‌ها $(6s$ تا $8s)$ و $(5s$ تا $6s)$ است، می‌یابیم:

$$\frac{S_1}{S'_1} = \left(\frac{6 - 4}{6 - 5} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{S'_1} = 4 \Rightarrow S'_1 = 2m$$

$$\frac{S_1}{S'_2} = \left(\frac{6 - 4}{8 - 6} \right)^2 \xrightarrow{S_1=8m} \frac{8}{S'_2} = 1 \Rightarrow S'_2 = 8m$$

در آخر، مسافت طی شده برابر است با:

$$l = |S'_1| + |S'_2| = 2 + 8 = 10m$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۴» - ۶۵

(سیرمحمد رضا رومانی)

خودرو در ابتدا در مکان x_1 قرار دارد و راننده مانع را می‌بیند. بعد از یک ثانیه در مکان x_2 ، راننده ترمز می‌کند. خودرو در $x = 0$ که مانع قرار دارد به توقف کامل می‌رسد. حرکت از x_1 تا x_2 با سرعت ثابت است.

$$v_0 = \frac{\Delta x_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_0=72 \frac{km}{h}=20 \frac{m}{s}} \xrightarrow{\Delta t=1s} 20 = \frac{\Delta x_1}{1} \Rightarrow \Delta x_1 = 20m$$

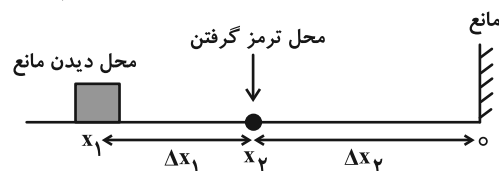
حرکت از x_2 تا مبدأ مکان (محل قرارگیری مانع) با شتاب ثابت

$$a = -10 \frac{m}{s^2} \text{ می‌باشد. طبق معادله سرعت - جابه‌جایی داریم:}$$

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \xrightarrow{v_1=0, v_0=20 \frac{m}{s}} \xrightarrow{a=-10 \frac{m}{s^2}}$$

$$-(20)^2 = 2 \times (-10) \times (\Delta x_2) \Rightarrow \Delta x_2 = 20m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 20 + 20 = 40m$$



(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

گزینه «۳» - ۶۶

(محمود منصوری)

با توجه به رابطه $\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) \Delta t$ خواهیم داشت:

$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) \Delta t \xrightarrow{v_0=5 \frac{m}{s}, \Delta t=5-0=5s} \xrightarrow{\Delta x=188-(-2)=190m}$$

$$190 = \left(\frac{5 + v}{2} \right) \times 5 \Rightarrow 5 + v = 76 \Rightarrow v = 71 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)



با استفاده از رابطه مکان- زمان در حرکت شتاب ثابت، سرعت اولیه متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a T^2 + v_0 t \quad \frac{\Delta x = \Delta x_1, t = T}{\Delta x_1 = a T^2}$$

$$a T^2 = \frac{1}{2} a T^2 + v_0 T \Rightarrow v_0 = \frac{a T}{2}$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظه ΔT به دست می‌آوریم:

$$v = v_0 + at \quad \frac{v_0 = \frac{aT}{2}, t = \Delta T}{v = \frac{11aT}{2} \Rightarrow \frac{v}{v_0} = 11}$$

راه حل دوم: در حرکت شتابدار، سرعت متوسط در یک بازه، برابر با سرعت در لحظه وسط بازه است.

$$\Delta x_{(T \text{ تا } 0)} = \Delta t \times v_{av} (T \text{ تا } 0) = T \times v_{\left(\frac{T}{2}\right)}$$

$$\Delta x_{(T \text{ تا } T)} = \Delta t \times v_{av}(T \text{ تا } T) = (T - T) \times v_{(T)}$$

$$\frac{\Delta x_{(T \text{ تا } 0)}}{\Delta x_{(T \text{ تا } T)}} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow \frac{T \times v_{\left(\frac{T}{2}\right)}}{T \times v_{(T)}} = \frac{1}{\Delta} \quad \frac{v_{\left(\frac{T}{2}\right)} = v_0 + a \frac{T}{2}}{v_{(T)} = v_0 + \Delta a T}$$

$$\frac{v_0 + \frac{aT}{2}}{v_0 + \Delta a T} = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow v_0 = \frac{aT}{2}$$

اکنون سرعت در لحظه $t = \Delta T$ را به دست می‌آوریم:

$$v = v_0 + at \quad \frac{t = \Delta T}{v_0 = \frac{aT}{2}} \Rightarrow v_{(\Delta T)} = \frac{11}{2} a T \Rightarrow \frac{v_{(\Delta T)}}{v_0} = 11$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۰- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

در بازه زمانی $(0-10s)$ ، حرکت متحرک با سرعت ثابت می‌باشد. یعنی نمودار مکان- زمان آن خط راست با شیب منفی است.

$$(0-10s): x = vt + x_0 \quad \frac{x_0 = 0}{v = -8 \frac{m}{s}} \Rightarrow x = -8t$$

$$\xrightarrow{t=10} x = -80m$$

در بازه زمانی $(10s-14s)$ نوع حرکت متحرک شتابدار با شتاب ثابت است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - (-8)}{14 - 10} = 2 \frac{m}{s^2}$$

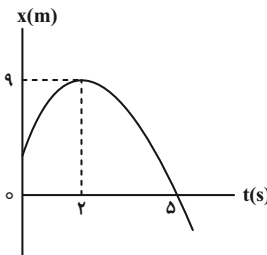
$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$$

$$x = t^2 - 8t - 80 \quad \xrightarrow{t=14} x = 16 - 112 - 80 = -176m$$

چون پس از لحظه $t = 10s$ شتاب مثبت است بنابراین تفرع منحنی به سمت بالاست و مکان آن در لحظه $14s$ برابر $-176m$ است.

نکته: دقت کنید سرعت و مکان در پایان هر بازه زمانی؛ سرعت اولیه و مکان اولیه بازه بعدی است. در این سؤال بازه زمانی $(10s-14s)$ طول بازه زمانی $4s$ می‌باشد و باید این عدد در رابطه مکان- زمان جایگذاری شود.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)



$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 5m$$

$$x = 0 \Rightarrow -t^2 + 4t + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = -1s \\ t_2 = 5s \end{cases}$$

$$t_{\text{رأس}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2s$$

$$t = 2s \xrightarrow{\text{در معادله}} x = 9m$$

طبق نمودار رسم شده، در لحظه $t = 5s$ متحرک از مبدأ مکان گذر کرده و در این لحظه جهت بردار مکان عوض خواهد شد. (دقت داشته باشید که در لحظه $t = 2s$ جهت بردار سرعت تغییر می‌کند نه جهت بردار مکان) پس بازه مدنظر سؤال بازه $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ بوده است.

$$\begin{cases} t_1 = 5s \Rightarrow x_1 = 0 \\ t_2 = 10s \xrightarrow{\text{در معادله}} x_2 = -55m \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تغییر جهت نداریم}} \ell = |\Delta x| = |x_2 - x_1| = 55m$$

$$S_{av}[5, 10] = \frac{\ell_{[5, 10]}}{\Delta t} = \frac{55}{5} = 11 \frac{m}{s}$$

راه دوم: با توجه به این که پس از لحظه $t = 2s$ تغییر جهت نداریم بنابراین تندی متوسط در بازه زمانی $t = 5s$ تا $t = 10s$ با بزرگی سرعت متوسط در این بازه زمانی برابر است:

$$S_{av} = |v_{av}| = \left| \frac{v_{5s} + v_{10s}}{2} \right| \quad \frac{v_{5s} = 2a, v_{10s} = 10a}{a = -2 \frac{m}{s^2}}$$

$$S_{av} = \frac{22}{2} = 11 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۶۹- گزینه «۳» (امیرحسین برادران)

در حرکت شتاب ثابت جابه‌جایی‌های متوالی در بازه‌های زمانی یکسان تشکیل یک تصاعد حسابی می‌دهند که قدرنسبت تصاعد aT^2 است.

$$\begin{array}{ccccccc} & \Delta x_1 & & \Delta x_1 + aT^2 & & \Delta x_1 + 2aT^2 & \\ & | & & | & & | & \\ 0 & T & & 2T & & 3T & \end{array}$$

$$\Delta x_{T-2T} = (\Delta x_1 + aT^2) + (\Delta x_1 + 2aT^2) = 2\Delta x_1 + 3aT^2$$

$$\Delta x_{0-T} = \Delta x_1$$

$$\frac{(\Delta x_{T-2T})}{(\Delta x_{0-T})} = \Delta \Rightarrow \frac{2\Delta x_1 + 3aT^2}{\Delta x_1} = \Delta$$

$$\Delta x_1 = aT^2$$



از طرفی حرکت B نیز با شتاب ثابت است، پس:

$$a_B = \frac{v_{20} - v_{0B}}{t_0 - 0} = \frac{-10 - (-25)}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2} a_B t_1^2 + v_{0B} t_1 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \left(\frac{40}{3}\right)^2 + (-25) \left(\frac{40}{3}\right)$$

$$= \frac{200}{3} - \frac{1000}{3} = -\frac{800}{3} m$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علیرضا جباری)

۷۳- گزینه «۴»

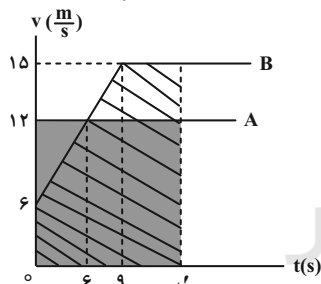
ابتدا شتاب متحرک B در ۶ ثانیه اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 - 6}{6 - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

این شتاب تا لحظه $t = 9s$ برقرار است، پس سرعت متحرک B در لحظه $t = 9s$ به دست می‌آید:

$$v_B = at + v_0 \xrightarrow{a=1 \frac{m}{s^2}, t=9s} v_B = 1 \times 9 + 6 = 15 \frac{m}{s}$$

دقت کنید، با استفاده از رابطه تالس در تشابه مثلث‌ها نیز می‌توان سرعت v_B را به دست آورد. چون حرکت دو متحرک، هم‌زمان و از یک نقطه شروع شده است، بنابراین وقتی به هم می‌رسند جابه‌جایی یکسانی دارند. با فرض این‌که دو متحرک در لحظه t' به هم رسیده باشند، داریم:



در آخر، مساحت سطح بین نمودار $v-t$ را که برابر جابه‌جایی دو متحرک است، تا لحظه t' با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \xrightarrow{S_A = S_B} 12t' = \frac{(6+15) \times 9}{2} + (t' - 9)15$$

$$\Rightarrow 12t' = 94.5 + 15t' - 135 \Rightarrow 40.5 = 3t' \Rightarrow t' = 13.5 s$$

نکته: تا لحظه $t = 9s$ ، جابه‌جایی متحرک A بیشتر از B است، بنابراین دو متحرک الزاماً پس از $t = 9s$ به هم می‌رسند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(مهران اسماعیلی)

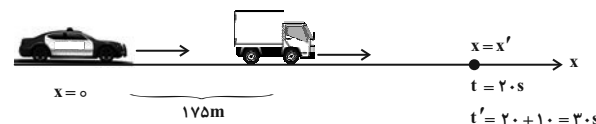
۷۴- گزینه «۱»

ابتدا با استفاده از معادلات سرعت و مستقل از شتاب، سرعت اولیه و شتاب متحرک A را محاسبه کرده و معادله مکان متحرک A را می‌نویسیم.

$$x = \frac{v + v_0}{2} t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 2m, x = 18m} 18 = \frac{0 + v_0}{2} \times 8 + 2$$

۷۱- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

گام اول: فرض می‌کنیم حرکت روی محور X است و مبدأ محور را محل شروع حرکت خودروی پلیس در نظر می‌گیریم. اگر زمان حرکت خودروی پلیس را با t نشان دهیم، زمان حرکت کامیون که ۱۰s زودتر حرکت خود را شروع کرده، $t' = t + 10s$ خواهد بود.



گام دوم: وقتی دو متحرک به هم می‌رسند می‌توانیم معادله مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار دهیم و شتاب حرکت خودروی پلیس را به دست آوریم:

$$\text{خودروی پلیس: } x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\xrightarrow{v_0=0, x_0=0} x = \frac{1}{2} a(20)^2 \Rightarrow x = 200a$$

$$\text{کامیون: } x' = \frac{1}{2} a' t'^2 + v_0' t' + x_0'$$

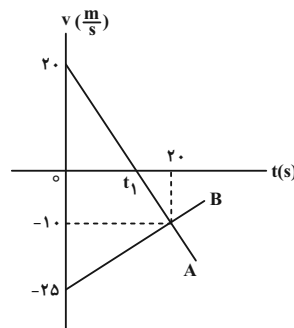
$$\xrightarrow{a'=0.5 \frac{m}{s^2}, v_0'=0} \xrightarrow{t'=20s, x_0'=175m} x' = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 20^2 + 175 = 400m$$

$$x = x' \Rightarrow 200a = 400 \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۷۲- گزینه «۲» (شیلا شیرزادی)

متحرک A تا لحظه t_1 در جهت محور X حرکت می‌کند (چون در این مدت نمودار سرعت-زمان بالای محور زمان است و سرعت مثبت است). از طرفی چون نمودار سرعت-زمان آن یک خط راست مورب است پس حرکت A با شتاب ثابت صورت می‌گیرد.



$$\text{شیب نمودار } A = a_A = \frac{v_{20} - v_{0A}}{t_0 - 0} = \frac{-10 - 20}{20} = -1.5 \frac{m}{s^2}$$

حال زمان t_1 را از روی معادله سرعت-زمان حساب می‌کنیم:

$$v_A = a_A t_1 + v_{0A} \Rightarrow 0 = -1.5 t_1 + 20$$

$$\Rightarrow 1.5 t_1 = 20 \Rightarrow t_1 = \frac{20}{1.5} = \frac{40}{3} s$$

$$\begin{cases} t = 2s : v = 4 \times 2 - 10 = -2 \frac{m}{s} \\ t = 3s : v = 4 \times 3 - 10 = 2 \frac{m}{s} \end{cases}$$

در نمودار $v-t$ ، سطح محصور بین نمودار و محور افقی (زمان) برابر با مسافت طی شده متحرک است.

$$l = |S_1| + |S_2| = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1m$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(علی بزرگر)

۷۶- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ لحظه تغییر جهت متحرک $t = 5s$ است. (علامت سرعت قبل و بعد از این لحظه تغییر کرده است.)

ب) نادرست؛ متحرک ابتدا در بازه زمانی صفر تا $5s$ ، در جهت محور x و در بازه زمانی ($5s$ تا $20s$) در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

پ) نادرست؛ نوع حرکت در این بازه زمانی کندشونده است.

ت) نادرست؛ نوع حرکت در این بازه زمانی تندشونده است.

ث) درست؛ شیب خط در نمودار سرعت-زمان برابر شتاب متحرک است. چون شیب نمودار در 10 ثانیه اول منفی است، بنابراین شتاب در این بازه زمانی خلاف جهت محور x است.

ج) درست؛ شتاب متحرک در نمودار $v-t$ برابر شیب نمودار است. چون در بازه زمانی صفر تا 10 ثانیه یک خط راست است، پس شیب آن ثابت بوده و شتاب حرکت در کل این بازه زمانی یکسان و ثابت است.

چ) درست؛ شتاب لحظه‌ای متحرک در نمودار $v-t$ برابر شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه است پس کافی است شیب دو خط نمودار را به دست آوریم.

$$|a_{t=5s}| = \text{شیب خط اول نمودار} = \left| \frac{-20 - 20}{10} \right| = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$|a_{t=12s}| = \text{شیب خط دوم نمودار} = \left| \frac{0 - (-20)}{10} \right| = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\left| \frac{a_{t=5s}}{a_{t=12s}} \right| = 2$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(سیده ملیحه میرصالحی)

۷۷- گزینه «۱»

جهت مثبت محور y را بالا انتخاب می‌کنیم. ابتدا سرعت متحرک را در نقطه B محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B t \xrightarrow[t=4s]{\Delta y = -100m} -100 = -5 \times 16 + v_B \times 4$$

$$\Rightarrow v_B = -5 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0 = 4 \frac{m}{s}, t = 8s]{v=0} 0 = a \times 8 + 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[x_0 = 2m]{a = -\frac{1}{2} \frac{m}{s^2}, v_0 = 4 \frac{m}{s}}$$

$$x = \frac{1}{2}(-\frac{1}{2})t^2 + 4t + 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2$$

حال با قرار دادن مکان به هم رسیدن دو متحرک ($x = 17m$) در معادله مکان، زمان به هم رسیدن را محاسبه می‌کنیم.

$$17 = -\frac{1}{4}t^2 + 4t + 2 \Rightarrow t^2 - 16t + 60 = 0$$

$$\Rightarrow (t-6)(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6s \\ t = 10s \end{cases} \text{ ق ق}$$

با توجه به این که زمان به هم رسیدن دو متحرک بعد از لحظه $t = 8s$ است، لحظه $t = 10s$ قابل قبول است. حال با توجه به نمودار متحرک B که دارای حرکت یکنواخت است، معادله مکان متحرک B را نوشته و تندی متحرک B را محاسبه می‌کنیم.

$$x = v_B t + x_0 \xrightarrow[t=10s]{x=17m, x_0=-3m} 17 = v_B \times 10 - 3$$

$$\Rightarrow v_B = 2 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۵- گزینه «۳»

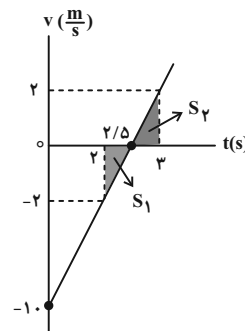
با مقایسه معادله مکان-زمان با معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ داریم:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a = 2 \\ v_0 = -10 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -10 \frac{m}{s} \end{cases}$$

آن‌گاه معادله سرعت-زمان به صورت زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 10 = 0 \Rightarrow t = 2.5s$$

با رسم نمودار $v-t$ داریم:





(امیرمسین برادران)

۸۰. گزینه «۱»

با توجه به نمودار مکان-زمان حرکت گلوله A، در ثانیه پایانی ۷۵ متر را طی کرده است. بنابراین با توجه به رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=1s, v_2=v_1-10} \frac{v_1 + v_1 - 10}{2} = \frac{75}{1}$$

$$\Rightarrow v_1 = -70 \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = -80 \frac{m}{s}$$

اکنون ارتفاع اولیه گلوله A و لحظه رسیدن آن به سطح زمین را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = -2g\Delta y \xrightarrow{v_2=0, v_1=-80 \frac{m}{s}} \Delta y = -\frac{80^2}{20} = -320 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_A = 320 \text{ m} \xrightarrow{h_B = h_A - 195} h_B = 320 - 195 = 125 \text{ m}$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2h_A}{g}} = 8 \text{ s}$$

فاصله گلوله A از گلوله B در نقطه رها شدن گلوله B

$$= 195 - \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 195 - 45 = 150 \text{ m}$$

تندی گلوله A در لحظه رها شدن گلوله B

$$= -gt = -10 \times 3 = -30 \frac{m}{s}$$

اکنون مشخص می‌کنیم گلوله B چند ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین می‌رسد.

$$\Delta y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow{g=10 \frac{m}{s^2}, \Delta y_B=-125 \text{ m}}$$

$$125 = \frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = 5 \text{ s}$$

با توجه به این که گلوله B سه ثانیه پس از رها شدن گلوله A شروع به حرکت کرده است و از طرفی گلوله A، ۸ ثانیه پس از رها شدن به سطح زمین رسیده است بنابراین گلوله A و B هم‌زمان به سطح زمین می‌رسند و فاصله آن‌ها بیوسته کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

اکنون سرعت گلوله را ۳ ثانیه قبل از برخورد با زمین به دست می‌آوریم.

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + vt \xrightarrow{\Delta y=-120 \text{ m}, t=3 \text{ s}} -120 = -5 \times 9 + v \times 3$$

$$v = -25 \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت برخورد گلوله با زمین برابر است با:

$$v = -gt + v_0 \xrightarrow{t=3 \text{ s}, g=10 \frac{m}{s^2}, v_0=-25 \frac{m}{s}} v = -30 + (-25) = -55 \frac{m}{s}$$

به کمک معادله سرعت-جابه‌جایی می‌توان فاصله نقطه B تا سطح زمین را به دست آورد:

$$v^2 - v_B^2 = -2g\Delta y \xrightarrow{v=-55 \frac{m}{s}, v_B=-5 \frac{m}{s}} 3025 - 25 = -20 \times \Delta y$$

$$\Rightarrow \Delta y = -150 \text{ m} \Rightarrow 150 - 100 = 50 \text{ m}$$

بنابراین فاصله نقطه C تا سطح زمین ۵۰m است.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۸. گزینه «۱»

(ممنوع منصری)

با توجه به این که جسم رها می‌شود ($v_0 = 0$) خواهیم داشت:

$$v^2 - v_0^2 = 2gh \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$$

در $\frac{1}{9}h$ ، مسیر طی شده $\frac{h}{9}$ و در $\frac{3}{4}h$ ، مسیر طی شده $\frac{h}{4}$ می‌باشد:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{9}h}{\frac{3}{4}h}} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۷۹. گزینه «۴»

(شیلا شیرزادی)

فرض می‌کنیم مدت سقوط جسم اول t باشد. پس مدت سقوط را از معادله

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$180 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{180}{5} = 36 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

حال همین رابطه را برای جسم دوم می‌نویسیم و فرض می‌کنیم مدت زمان سقوطش t' باشد:

$$h' = \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow 80 = 5t'^2 \Rightarrow t'^2 = \frac{80}{5} = 16 \Rightarrow t' = 4 \text{ s}$$

با کم کردن t و t' از یکدیگر می‌توانیم حساب کنیم که جسم دوم چند ثانیه بعد از جسم اول باید رها شود:

$$t'' = t - t' = 6 - 4 = 2 \text{ s}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)



فیزیک ۱

گزینه «۳»

(علی بزرگر)

فقط مؤلفه‌های هم‌راستای نیرو و جابه‌جایی، کار انجام می‌دهند. بنابراین، با توجه به این که نیرو در راستای افقی است، صرفاً جابه‌جایی افقی باعث انجام

کار می‌شود. $W = F d_x \cos \theta \xrightarrow{\text{و } d_x \text{ و } F \text{ هم‌جهت}} \xrightarrow{\cos \theta = 1} W = F d_x$

$$\xrightarrow{F=12N} \xrightarrow{d_x=4m} W = 48J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

گزینه «۱»

(شیلا شیرزادی)

باید مجموع کار سه نیروی F ، اصطکاک و وزن را حساب کنیم:

$$W_t = W_{mg} + W_f + W_F$$

$$W_{mg} = -(U_f - U_i) \xrightarrow{U_i=0} \xrightarrow{U_f=mgh} W_{mg} = -mgh$$

$$\xrightarrow{m=1kg, g=10 \frac{m}{s^2}} \xrightarrow{h=2m} W_{mg} = -20J$$

$$W_f = f d \cos \theta_f \xrightarrow{\theta_f=180^\circ, \cos \theta_f=-1} \xrightarrow{f=5N, d=\frac{2}{\sin 37^\circ}=4m} W_f = -20J$$

$$W_F = F d \cos \theta_F \xrightarrow{\theta_F=0^\circ, \cos \theta_F=1} \xrightarrow{F=20N, d=4m} W_F = 80J$$

$$W_t = -20 - 20 + 80 = 40J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰ و ۶۵)

گزینه «۲»

(مینم شتیان)

اگر از قضیه کار و انرژی جنبشی برای این جابه‌جایی استفاده کنیم، داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{W_t=-360J, m=8kg} \xrightarrow{v_i=0} -360 = \frac{1}{2} \times 8 \left[\left(\frac{4}{5} v_f \right)^2 - v_i^2 \right]$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{25} v_f^2 \times 4 = -360 \Rightarrow v_f^2 = 250 \Rightarrow v_f = \sqrt{250} = 5\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

گزینه «۴»

(عبدالرضا امینی نسب)

$$W_t = K_f - K_i = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \xrightarrow{m=4kg} \xrightarrow{v_f=0, v_i=10 \frac{m}{s}}$$

$$W_t = 0 - \frac{1}{2} \times 4 \times (10)^2 = -200J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

با توجه به این که نیروهای وارد بر جسم ثابت هستند، بنابراین جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. با توجه به مکان متحرک در لحظات t_A ، t_B و t_C نتیجه می‌گیریم متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x در حال حرکت است و سپس در لحظه t_C در جهت محور x حرکت می‌کند.

چون برآیند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی است و سطح بدون اصطکاک است بنابراین برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با:

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



$$W_t = W_{F_t} \xrightarrow{\Delta K = W_t} \Delta K = W_{F_t}$$

بنابراین داریم:

$$\Delta K = -42J \rightarrow -42 = F_t (x_B - x_A)$$

$$\xrightarrow{x_B = -26m} \xrightarrow{x_A = 10m} -42 = F_t \times (-36) \Rightarrow F_t = \frac{7}{6} N$$

بنابراین کار برآیند نیروهای وارد بر جسم از A تا C برابر است با:

$$W_{F_t} = F_t \Delta x_{AC} = \frac{7}{6} \times (70 - 10) = 70J$$

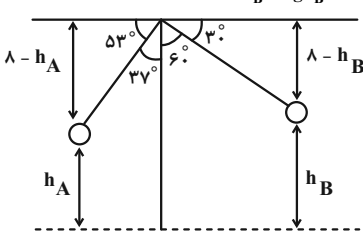
(فیزیک ۱- صفحه‌های ۵۵ تا ۶۴)

گزینه «۳»

(پوریا علاقه‌مند)

کار نیروی وزن برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است. با در نظر گرفتن پایین‌ترین نقطه مسیر حرکت آونگ به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_{mg} = -(U_B - U_A) \xrightarrow{U_A=mgh_A} \xrightarrow{U_B=mgh_B} W_{mg} = mg(h_A - h_B)$$



$$l \times \sin 53^\circ = l - h_A \xrightarrow{\frac{\sin 37^\circ = 0.6}{\sin 53^\circ = 0.8}} \xrightarrow{h_A = 1/6 m}$$

$$l \times \sin 37^\circ = l - h_B \xrightarrow{\frac{\sin 37^\circ = 0.6}{l}} \xrightarrow{h_B = 4 m}$$

$$W_{mg} = mg(h_A - h_B) \xrightarrow{m=900g=0.9kg} \xrightarrow{g=10 \frac{m}{s^2}, h_A=1/6 m, h_B=4 m}$$

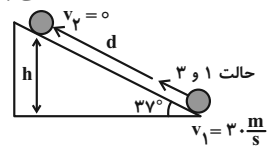
$$W_{mg} = 0.9 \times 10 \times (1/6 - 4) = -21/6 J$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۸)

گزینه «۲»

(محمود منصوری)

اگر فاصله نقطه پرتاب تا توقف در امتداد سطح شیب‌دار را d بنامیم، خواهیم داشت:



$$h = d \sin 37^\circ = d \times 0.6$$

$$E_f - E_i = W_f \Rightarrow mgh - \frac{1}{2} m v_1^2 = f d \cos 18^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times (d \times 0.6) - \frac{1}{2} \times 2 \times 30^2 = 6 \times d \times (-1) \Rightarrow d = 50m$$

$$W_f = f d \cos 18^\circ = 6 \times 50 \times (-1) = -300J$$

نکته: چون نیروی اصطکاک در طول مسیر ثابت است، کار نیروی اصطکاک در رفت و برگشت با هم برابر است. در رفت و برگشت داریم:

$$E_f - E_i = 2W_f \Rightarrow K_f - K_i = 2W_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 2 \times (-300) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times (v_f^2 - 900) = -600$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 300 \Rightarrow v_f = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)



$\Delta K = W_t \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}}$
 تندی اولیه آب در ته چاه برابر صفر است ($v_0 = 0$) و کار وزن آب در جابه‌جایی از ته چاه تا لوله خروجی برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -mgh \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = -mgh + W_{\text{پمپ}}$$

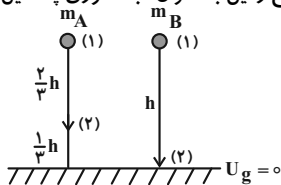
$$\frac{m=12\text{kg}, h=30\text{m}}{W_{\text{پمپ}}=7200\text{J}, g=10\frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow \frac{1}{2} \times 12v^2 = -12 \times 10 \times 30 + 7200$$

$$\Rightarrow 6v^2 = 3600 \Rightarrow v^2 = 600 \Rightarrow v = 10\sqrt{6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۹۰- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



گام اول: چون مقاومت هوا ناچیز است، پایداری انرژی مکانیکی برای هر دو گلوله برقرار است: $E_{1A} = E_{2A}$ و $E_{1B} = E_{2B}$

گام دوم: انرژی جنبشی گلوله A را در ارتفاع $\frac{h}{3}$ از سطح زمین و انرژی جنبشی گلوله B را در لحظه رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم و نسبت آن‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$E_{1A} = E_{2A} \Rightarrow K_{1A} + U_{1A} = K_{2A} + U_{2A}$$

$$\xrightarrow{K_{1A}=0} m_A gh = K_{2A} + m_A g \frac{h}{3} \Rightarrow K_{2A} = \frac{2}{3} m_A gh$$

$$E_{1B} = E_{2B} \Rightarrow K_{1B} + U_{1B} = K_{2B} + U_{2B}$$

$$\xrightarrow{K_{1B}=0, U_{2B}=0} m_B gh = K_{2B}$$

$$\frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{m_B gh}{\frac{2}{3} m_A gh} \xrightarrow{m_B=2m_A} \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{2m_A}{\frac{2}{3}m_A} = 3$$

راه حل دوم: طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K_A = W_{tA} \xrightarrow{K_{1A}=0, W_{tA}=W_{mgA}} K_{2A} = W_{mgA}$$

$$W_{mgA} = m_A g d_A \cos \theta_A \xrightarrow{\theta_A=0, \cos \theta_A=1} d_A = \frac{2}{3}h$$

$$K_{2A} = \frac{2}{3} h m_A g$$

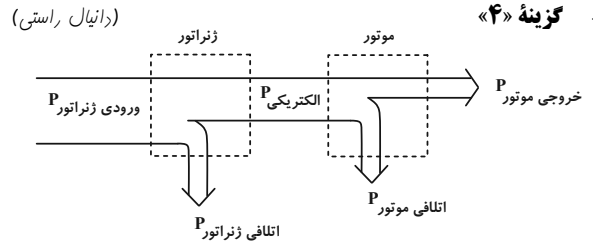
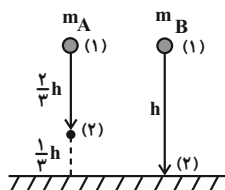
$$\Delta K_B = W_{tB} \xrightarrow{K_{1B}=0, W_{tB}=W_{mgB}} K_{2B} = W_{mgB}$$

$$W_{mgB} = m_B g d_B \cos \theta_B \xrightarrow{\theta_B=0, \cos \theta_B=1} d_B = h, m_B=2m_A$$

$$K_{2B} = 2m_A hg$$

$$\Rightarrow \frac{K_{2B}}{K_{2A}} = \frac{2m_A hg}{\frac{2}{3}m_A hg} = 3$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)



طرح‌واره ژنراتور و موتور رسم شده است. الکتریکی P ، توان خروجی ژنراتور و توان ورودی موتور است. طبق صورت سؤال، توان اتلافی ژنراتور برابر با توان خروجی موتور است. بنابراین:

$$P_{\text{اتلافی ژنراتور}} = P_{\text{الکتریکی}} + P_{\text{ورودی ژنراتور}} = P_{\text{خروجی موتور}} = P_{\text{اتلافی ژنراتور}}$$

$$P_{\text{الکتریکی}} = P_{\text{ورودی ژنراتور}} - P_{\text{خروجی موتور}} \quad (1)$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{الکتریکی}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}} \xrightarrow{(1)} \eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{ورودی ژنراتور}}}$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \xrightarrow{(1)} \eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{خروجی موتور}}}$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}}}{P_{\text{الکتریکی}}}$$

$$\eta_{\text{ژنراتور}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{خروجی موتور}}}$$

$$\frac{\eta_{\text{ژنراتور}}}{\eta_{\text{ژنراتور}}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{4}{9} \eta_{\text{ژنراتور}} = \eta_{\text{ژنراتور}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{خروجی موتور}}} = \frac{P_{\text{خروجی موتور}} - P_{\text{ورودی ژنراتور}}}{P_{\text{خروجی موتور}}}$$

صورت و مخرج را به ورودی ژنراتور P تقسیم می‌کنیم و x نشان می‌دهیم:

$$\Rightarrow \frac{4(1-x)}{9} = \frac{x}{1-x} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = \frac{9}{4}x \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۷۵)

۸۹- گزینه «۳» (مهران اسماعیلی)

ابتدا با داشتن حجم و چگالی آب، جرم آب خروجی در هر ثانیه را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 12L = 12 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{\rho=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, V=12 \times 10^{-3} \text{ m}^3} m = 1000 \times 12 \times 10^{-3} = 12 \text{ kg}$$

$$m = 1000 \times 12 \times 10^{-3} = 12 \text{ kg}$$

سپس توان مفید پمپ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{پمپ}} = \eta \times P_{\text{مصرفی}} \xrightarrow{\eta=0.8, P_{\text{مصرفی}}=9\text{kW}=9000\text{W}} P_{\text{پمپ}} = 0.8 \times 9000 = 7200\text{W}$$

$$P_{\text{پمپ}} = 0.8 \times 9000 = 7200\text{W}$$

کار پمپ را در مدت یک ثانیه محاسبه می‌کنیم:

$$W_{\text{پمپ}} = \frac{P_{\text{پمپ}}}{t} \xrightarrow{P_{\text{پمپ}}=7200\text{W}, t=1\text{s}} W_{\text{پمپ}} = \frac{7200}{1} = 7200\text{J}$$

حال با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی تندی خروج آب از لوله را محاسبه می‌کنیم:

با داشتن مجموع جریان‌های مقاومت‌های R_1 و R_2 می‌توان اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها را محاسبه کرد.

$$V_{AB} = R_{1,2} I_{1,2} \xrightarrow{I_{1,2}=2A} V_{AB} = 3 \times 2 = 6V$$

$$R_{1,2} = \frac{4 \times 12}{4+12} = 3\Omega$$

با داشتن V_{AB} می‌توانیم جریان عبوری از مقاومت R_3 را نیز محاسبه کنیم.

$$V_{AB} = R_3 I_3 \xrightarrow{R_3=6\Omega, V_{AB}=6V} 6 = 6I_3 \Rightarrow I_3 = 1A$$

حال می‌توان جریان حلقه را محاسبه کرد.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 + 1 = 3A$$

با فرض این که مولدهای \mathcal{E}_1 و \mathcal{E}_3 محرکه و \mathcal{E}_2 ضد محرکه است، نیروی محرکه مولد \mathcal{E}_2 را محاسبه می‌کنیم که برای این منظور لازم است مقاومت معادل مقاومت‌های موازی R_1 ، R_2 و R_3 را محاسبه کنیم.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \xrightarrow{R_1=4\Omega, R_2=12\Omega, R_3=6\Omega}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \Rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2 + r_3} \Rightarrow 3 = \frac{18 + 6 - \mathcal{E}_2}{2 + 1 + 0.5 + 0.5}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{24 - \mathcal{E}_2}{4} \Rightarrow 24 - \mathcal{E}_2 = 12 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = 12V$$

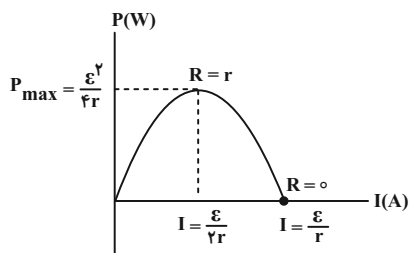
(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷)

(معمور منموری)

۹۳ - گزینه «۲»

توان خروجی باتری برحسب جریان، یک سهمی با معادله $P = \mathcal{E}I - rI^2$ می‌باشد. بیشینه توان از رابطه $P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}$ محاسبه می‌گردد و جریانی که

به ازای آن، توان بیشینه می‌شود، از رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$ به دست می‌آید.



$$\left. \begin{aligned} P_{max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \Rightarrow 18 = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} \\ I = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow 6 = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{r} = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{4} \times \frac{\mathcal{E}}{r} = 18W$$

$$\Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{4} \times 12 = 18W \Rightarrow \mathcal{E} = 6V, r = 0.5\Omega$$

فیزیک ۲

۹۱ - گزینه «۳»

(مقتبی نکوئیان)

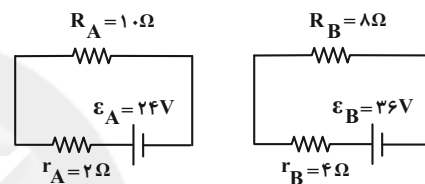
با توجه به رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد غیرآرمانی (واقعی) برحسب جریان $(V = \mathcal{E} - rI)$ می‌توان گفت که در نمودار $V - I$ ، عرض از مبدأ خط، برابر با \mathcal{E} و قدرمطلق شیب خط برابر با r است. پس:

$$r_A = \frac{|\Delta V_A|}{\Delta I_A} = \frac{4}{2} = 2\Omega \Rightarrow r_A = \frac{\mathcal{E}_A}{12} \Rightarrow \mathcal{E}_A = 24V$$

$$\mathcal{E}_A + 12 = \mathcal{E}_B \xrightarrow{\mathcal{E}_A=24V} \mathcal{E}_B = 36V$$

$$r_B = \frac{36}{9} = 4\Omega$$

از طرفی داریم:



$$I_A = \frac{\mathcal{E}_A}{R_A + r_A} = \frac{24}{12} = 2A$$

$$I_B = \frac{\mathcal{E}_B}{R_B + r_B} = \frac{36}{12} = 3A$$

و در نهایت با استفاده از رابطه توان خروجی مولد

$$(P_{\text{مولد}} = V_{\text{مولد}} \times I_{\text{مولد}} = (\mathcal{E} - rI)I)$$

$$\begin{cases} P_A \text{ خروجی} = (24 - 2 \times (2)) \times (2) = 40W \\ P_B \text{ خروجی} = (36 - 4 \times (3)) \times (3) = 72W \end{cases}$$

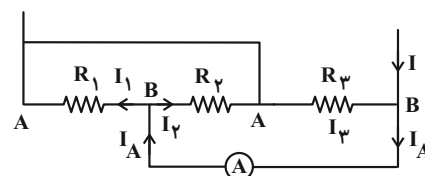
$$\Rightarrow P_B \text{ خروجی} - P_A \text{ خروجی} = 32W$$

(فیزیک ۲ - صفحه‌های ۶۱ تا ۷۰)

(مهران اسماعیلی)

۹۲ - گزینه «۴»

برای محاسبه نیروی محرکه مولد \mathcal{E}_2 لازم است جریان حلقه (جریان در شاخه اصلی) را محاسبه کنیم. با توجه به نقاط هم‌پتانسیل، مقاومت‌های R_1 و R_2 موازی هستند. بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج بین دو مقاومت R_1 و R_2 تقسیم می‌شود.



پس می‌توان نوشت:

$$I_A = I_1 + I_2 = 2A$$

(علی بزرگر)

گزینه «۴» -۹۵

از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و با توجه به ثابت بودن مشخصات فیزیکی لامپ می توان نوشت:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \rightarrow \frac{P_2 = 200W}{V_1 = 220V, V_2 = 110V}$$

$$\frac{P_2}{200} = \left(\frac{110}{220}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow P_2 = 50W$$

$$\text{توان مصرفی} = \frac{5}{100} kW$$

(توان مصرفی بر حسب کیلووات) = بهای برق مصرفی

(نرخ واحد) × (مدت مصرف بر حسب ساعت)

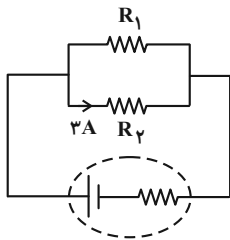
$$= \frac{5}{100} \times (2 \times 30 \times 6) \times 700 = 12600 \text{ ریال}$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۰)

(عبدالرضا امینی نسب)

گزینه «۲» -۹۶

ابتدا مدار زیر را ساده می کنیم. همان طور که می دانیم طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ ، مقاومت مدار با طول سیم نسبت مستقیم دارد.



می دانیم طول کمان مقابل به زاویه مرکزی برابر با حاصل ضرب زاویه مرکزی در شعاع دایره است.

$$L_1 = \frac{3\pi}{2} \times \text{شعاع}$$

$$L_2 = \frac{\pi}{2} \times \text{شعاع}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2 = 3L_1}{L_1} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{I_1}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow I_1 = 1A$$

جریان کل مدار برابر است با: $I_t = I_1 + I_2 = 1 + 3 = 4A$

توان تولیدی مولد برابر است با: $P = \varepsilon I_t = 20 \times 4 = 80W$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۷)

(ملیحه میرصالحی)

گزینه «۴» -۹۷

چون $r = 0$ و ولتاژ دو سر منبع ثابت است. بنابراین طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$

V^2 ثابت است و برای این که P بیشینه شود، باید R_{eq} به حداقل برسد.

بنابراین باید هر سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 در مدار قرار بگیرند. در این حالت داریم:

$$\frac{1}{R_{2,3,4}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1/5} \Rightarrow R_{2,3,4} = 0/75\Omega$$

$$R_{eq \min} = R_1 + R_{2,3,4} = 1/75 + 0/75 = 2/5\Omega$$

اگر ولتاژ دو سر باتری $1/5$ ولت باشد:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow 1/5 = 6 - 0/5I \Rightarrow 0/5I = 4/5 \Rightarrow I = 9A$$

توان خروجی:

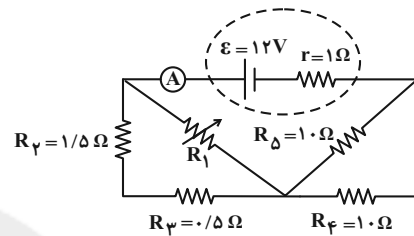
$$P_{\text{خروجی}} = VI = 1/5 \times 9 = 13/5W$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۷ تا ۷۰)

(علیرضا جباری)

گزینه «۱» -۹۴

گام اول: ابتدا مدار را به صورت زیر ساده می کنیم:



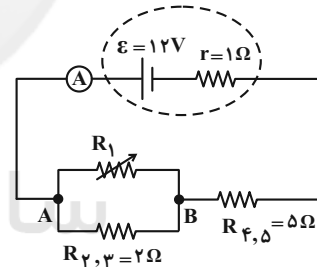
$R_{2,3}$ و R_2 متوالی هستند. $R_{2,3} = R_2 + R_3 = 1/5 + 0/5 = 2\Omega$

$R_{4,5}$ و R_4 موازی هستند. $R_{4,5} = \frac{R_4 \times R_5}{R_4 + R_5} = \frac{10 \times 10}{10 + 10} = 5\Omega$

گام دوم: اگر مقاومت R_1 برابر صفر باشد، مقاومت $R_{2,3}$ اتصال کوتاه

شده و از مدار حذف می گردد. مانند آن که از A تا B فقط یک قطعه سیم

رابط با مقاومت ناچیز قرار گیرد. در این حالت می توان نوشت:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon = 12V, r = 1\Omega}{R_{eq} = R_{2,3} + R_{4,5} = 2 + 5 = 7\Omega} \rightarrow I_1 = \frac{12}{5+1} = 2A$$

گام سوم: اگر مقاومت R_1 برابر بی نهایت باشد از آن هیچ جریانی نمی گذرد

و بین نقاط A و B جریان فقط از $R_{2,3}$ عبور می کند، در این صورت

داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{\varepsilon = 12V, r = 1\Omega}{R_{eq} = R_{2,3} + R_{4,5} = 2 + 5 = 7\Omega}$$

$$I_2 = \frac{12}{7+1} = 1/5A$$

گام چهارم: آمپرسنج در حالت اول جریان I_1 و در حالت دوم جریان I_2 را

نشان می دهد. پس جریان آمپرسنج $0/5A$ کاهش می یابد.

$$I_2 - I_1 = 1/5 - 2 = -0/5A$$

(فیزیک ۲ - صفحه های ۶۱ تا ۷۷)



(امیرامیر میرسعید)

۹۹- گزینه «۳»

با افزایش مقاومت رئوستا، مقاومت کل مدار نیز افزایش می‌یابد و با توجه به رابطه جریان در مدار تک حلقه، جریان کاهش می‌یابد.

$$R \uparrow \Rightarrow I \downarrow = \frac{\varepsilon}{R \uparrow + R_r + r}$$

$$V_1 = \varepsilon - Ir \xrightarrow{I \downarrow} V_1 \uparrow = \varepsilon - (I \downarrow)r$$

$$V_r = R_r I \xrightarrow{I \downarrow} V_r \downarrow = R_r I \downarrow$$

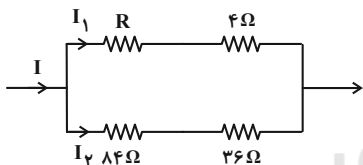
$$V_r = \varepsilon - I(r + R_r) \xrightarrow{I \downarrow} V_r \uparrow = \varepsilon - (I \downarrow)(r + R_r)$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

(شیدا شیرزادی)

۱۰۰- گزینه «۳»

با توجه به این که توان مصرفی مقاومت ۴ اهمی و ۳۶ اهمی با هم برابر است پس با استفاده از رابطه $P = RI^2$ ، نسبت جریان این دو مقاومت را که همان جریان شاخه (۱) و (۲) می‌باشد به دست می‌آوریم:



$$P_4 = P_{36} \Rightarrow 4I_1^2 = 36I_2^2 \Rightarrow \frac{I_1^2}{I_2^2} = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = 3$$

مقاومت معادل شاخه بالا را با R_1 و مقاومت معادل شاخه پایین را با R_2 نشان می‌دهیم. چون شاخه‌های (۱) و (۲) با هم موازی‌اند، پس اختلاف پتانسیل آن‌ها برابر است، پس:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \xrightarrow{R_1=R+4(\Omega)} \xrightarrow{R_2=18+36(\Omega)}$$

$$(R+4)I_1 = (18+36)I_2 \xrightarrow{I_1=3I_2} (R+4)(3I_2) = 54I_2$$

$$R+4 = 40 \Rightarrow R = 36\Omega$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

اکنون، برای توان مصرفی بیشینه با استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ می‌توان نوشت:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2}{R_{\text{eq min}}} \xrightarrow{\varepsilon=1.0V, R_{\text{eq min}}=2/5\Omega}$$

$$P_{\max} = \frac{1.0^2}{2/5} = 40W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۹۸- گزینه «۴» (میثم شتیان)

وقتی هر دو کلید باز هستند مقاومت معادل مدار، همان مقاومت R_1 است:

$$R_{\text{eq}(1)} = R_1 = 9\Omega$$

در حالتی که دو کلید بسته باشند، هر سه مقاومت با هم موازی‌اند. اگر مقاومت معادل در این حالت را $R_{\text{eq}(2)}$ بنامیم، چون در دو حالت توان خروجی باتری یکسان است، می‌توان نوشت:

$$I^2 = R_{\text{eq}(1)} \times R_{\text{eq}(2)} \xrightarrow{r=6\Omega, R_{\text{eq}(1)}=9\Omega}$$

$$6^2 = 9 \times R_{\text{eq}(2)} \Rightarrow R_{\text{eq}(2)} = 4\Omega$$

اگر مقاومت معادل R_1 و R_2 را $R_{1,2}$ بنامیم، چون با R_3 موازی است می‌توان نوشت:

$$R_{\text{eq}(2)} = \frac{R_{1,2} \times R_3}{R_{1,2} + R_3} \xrightarrow{R_{\text{eq}(2)}=4\Omega, R_3=12\Omega}$$

$$4 = \frac{R_{1,2} \times 12}{R_{1,2} + 12} \Rightarrow R_{1,2} = 6\Omega$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{R_1=9\Omega} 6 = \frac{9R_2}{9+R_2} \Rightarrow R_2 = 18\Omega$$

اگر فقط کلید k_1 بسته باشد، مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{\text{eq}} = R_{1,2} = 6\Omega$$

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r} = \frac{54}{6+6} = 4/5A$$

اکنون اگر جریان عبوری از R_2 را I_2 بنامیم:

$$V_{R_2} = V_{R_{1,2}} \Rightarrow R_2 I_2 = R_{1,2} I_{1,2}$$

$$\xrightarrow{I_{1,2}=I_t=4/5A} 18 \times I_2 = 6 \times 4/5 \Rightarrow I_2 = 1/5A$$

در نهایت توان مصرفی در R_2 را به دست می‌آوریم:

$$P = R_2 I_2^2 = 18 \times (1/5)^2 = 40/5W$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

سرعت تولید B دو برابر سرعت تولید A است.

* ابتدا سرعت واکنش رفت زیاد و سرعت واکنش برگشت صفر است، به تدریج سرعت واکنش رفت کاهش و برگشت افزایش می‌یابد تا با هم برابر شوند.

* ویژگی سامانه تعادلی، برابر بودن سرعت واکنش رفت و برگشت است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۱۰۲- گزینه «۴»

(مسن عیسی‌زاده)

هیدروسیانیک اسید (HCN) یک اسید ضعیف بوده و به شکل تعادلی یونیده می‌شود.



از طرفی با اضافه شدن NaOH بر روی محلول HCN، غلظت یون H^+ به دلیل خنثی شدن، کمتر شده و HCN بیشتر یونیده می‌شود. در نتیجه غلظت CN^- افزایش و غلظت HCN یونیده نشده کمتر می‌شود. یعنی درصد یونش HCN افزایش می‌یابد؛ بنابراین فقط مورد (ب) درست است. در ضمن مقدار K_a تنها با تغییر دما تغییر می‌کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۲۳ و ۲۸ تا ۳۲)

۱۰۳- گزینه «۴»

(رضا سلیمانی)

در ابتدا غلظت ppm را به مولاریته تبدیل می‌کنیم:

$$\text{ppm} = \frac{\text{اسید } 360 \text{ g}}{\text{محلول } 10^6 \text{ g}}$$

$$\text{مولاریته} = \frac{360 \times \frac{1}{60}}{\frac{10^6}{1200}} = 72 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\begin{array}{ccc} 72 \times 10^{-4} & 0 & 0 \\ -x & +x & +x \\ 72 \times 10^{-4} - x & +x & +x \end{array}$$

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4} - x} = 5 \times 10^{-5}$$

با توجه به K_a بسیار کوچک از تغییرات x صرف نظر می‌کنیم.

$$K_a = \frac{x^2}{72 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^{-5}$$

$$x^2 = 36 \times 10^{-8} \Rightarrow x = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} = [\text{H}^+]$$

$$\text{mol H}^+ = 6 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \times 0.2 = 1.2 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\log 6 \times 10^{-4} = 4 - \log 6 = 3.2$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۵)

۱۰۴- گزینه «۲»

(رضا مسکن)

$$\text{pH} = 0.7 \quad [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-0.7} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = 1.4 \quad [\text{H}^+] = 10^{-1.4} = 0.04 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[\text{H}^+]_{\text{مصرفی}} = 0.2 - 0.04 = 0.16$$

طبق واکنش چون ضریب ZnCl_2 نصف HCl است پس غلظت Zn^{2+} 0.08 mol.L^{-1} است.

$$[\text{Zn}^{2+}] = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

یون Cl^- در این واکنش دست نخورده باقی مانده است.

$$\text{HCl} : [\text{H}^+] = [\text{Cl}^-] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{[\text{Zn}^{2+}]}{[\text{Cl}^-]} = \frac{0.08}{0.2} = 0.4$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱۰۵- گزینه «۳»

(امیرعلی آقاسی‌زاده)

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-1.2} \Rightarrow [\text{H}^+] = 6 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$6 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.5 \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ s}}{5 \times 10^{-5} \text{ mol Mg}}$$

$$\times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 5 \text{ min}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۰۶- گزینه «۲»

(امیرمهد سعیدی)

pH هر دو محلول را محاسبه می‌کنیم. (توجه شود 298 K همان 25°C است.)

$$T = \theta + 273 \Rightarrow 298 = \theta + 273 \Rightarrow \theta = 25^\circ \text{C}$$

$$\text{Mg(OH)}_2 \begin{cases} [\text{OH}^-] = \text{Mn}\alpha = 4 \times 10^{-3} \times 2 \times 1 = 8 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1} \\ \text{pOH} = -\log[\text{OH}^-] = -\log(8 \times 10^{-3}) = 3 - \log 8 \\ = 3 - \log 2^3 = 3 - 3(\log 2) = 3 - (3 \times 0.3) = 2.1 \\ \text{pH} + \text{pOH} = 14 \Rightarrow \text{pH} + 2.1 = 14 \Rightarrow \text{pH} = 11.9 \end{cases}$$

$$\alpha = 1 / 5 \times 10^{-2} = \frac{1}{5} \times 10^{-2}$$

$$\text{HA} \begin{cases} [\text{H}^+] = \text{Mn}\alpha = 2 \times 10^{-2} \times 1 \times \frac{1}{5} \times 10^{-2} \\ = 4 \times 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1} \end{cases}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(4 \times 10^{-4}) = 4 - \log 4 = 4 - 0.6 = 3.4$$



(هانی سوری)

۱۰۹- گزینه «۲»

محلول HA طبق $[HA] = M \cdot V$ شامل ۲ مول HA است.
حجم محلول نهایی ۲ لیتر خواهد بود.

طبق $\alpha = \frac{[H^+]}{M}$ مقدار $[H^+]$ در محلول HA برابر است با:

$$[H^+] = M \cdot \alpha$$

مقدار مول H^+ محلول نهایی برابر است با: $(M \cdot \alpha) + 0/1$

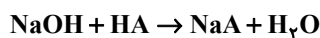
$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow 0/3 = -\log[H^+]$$

$$[H^+] = 10^{-0/3} = 10^{-1} \times 10^{0/7} = 0/5$$

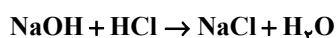
یک مول H^+ $0/5 \times 2 = H^+$ تعداد مول H^+

$$\Rightarrow 1 = M \cdot \alpha + 0/1 \Rightarrow 2 \times \alpha = 0/9 \Rightarrow \alpha = 0/45$$

\Rightarrow درصد یونش = ۴۵٪



$$2 \text{ mol HA} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 80 \text{ g NaOH}$$



$$0/1 \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 4 \text{ g NaOH}$$

پس $80 + 4 = 84$ گرم NaOH نیاز است.

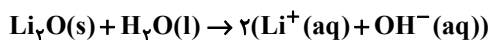
(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۴ تا ۳۲)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۱۰- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(آ درست)



باز قوی

(ب) نادرست؛ در بدن انسان بالغ روزانه بین دو تا سه لیتر شیرۀ معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن حدود $0/3 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ می‌باشد.

(پ) درست؛ در شیشه پاک‌کن آمونیاک و در لوله بازکن سدیم هیدروکسید وجود دارد.

(ت) نادرست

$$M = \frac{0/2 \text{ mol}}{0/1 L} = 0/2$$

$$[H_3O^+] = M = 2 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = 0/7$$

(ث) درست

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۱)

pH دو محلول = اختلاف $11/9 - 3/5 = 8/4$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

(هانی سوری)

۱۰۷- گزینه «۲»

فقط مورد دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: همه بازها خورنده نیستند. بازهای قوی خورنده هستند.

مورد دوم: هر چه در شرایط یکسان pH محلول یک باز بیشتر باشد آن باز قوی‌تر است.

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH}$$

$$\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{10^{-pH_1}}{10^{-pH_2}} = \frac{10^{-13/4}}{10^{-10/7}} = 10^{-2/7}$$

$$[H^+]_1 = 10^{-2/7} [H^+]_2 = 10^{-3} \times 2 [H^+]_2$$

نسبت غلظت هیدرونیوم‌های ۲ محلول عکس نسبت غلظت هیدروکسیدهای آن‌ها می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{[H^+]_1}{[H^+]_2} = \frac{[OH^-]_2}{[OH^-]_1} \Rightarrow \frac{[OH^-]_1}{[OH^-]_2} = \frac{1000}{2} = 500$$

مورد سوم و چهارم: pH محلول‌ها به قدرت آن‌ها بستگی ندارد بلکه به غلظت $[H^+]$ آن‌ها بستگی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

(امیرسین طیبی)

۱۰۸- گزینه «۱»

بررسی همه موارد:

(الف درست)

$$[OH^-] = \frac{2 \times 10^{-4} \text{ mol}}{0/8 L} = 2.5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow pOH = 4 - \log 5 = 4 - 0/7 = 3/3$$

$$\Rightarrow pH = 14 - 3/3 = 10/7$$

(ب) نادرست؛ با توجه به شکل درمی‌یابیم که در ابتدا ۱۰ ذره NH_3 وجود داشته که ۲ ذره آن یونیده شده است.

$$\% \alpha = \frac{2}{10} \times 100 = 20\%$$

(پ) نادرست؛ لوله بازکن محلول NaOH در آب است.

(ت) درست

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{[NH_3]} = \frac{5 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 1/25 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

شیمی ۱

۱۱۱- گزینه «۳»

(عمید زبئی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: نادرست؛ با این که با افزایش ارتفاع، فشار کاهش می‌یابد اما شیب تغییرات آن ثابت نیست.

عبارت دوم: درست؛ با افزایش ارتفاع، غلظت گازها در هواکره کاهش می‌یابد اما درصد حجمی آن‌ها ثابت است.

عبارت سوم: درست؛ در لایه‌های اول و سوم هواکره، با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد. عبارت چهارم: نادرست؛ در ارتفاعات بسیار بالا، گونه‌های خنثی و مثبت یافت می‌شود.

عبارت پنجم: نادرست؛ حدود ۷۵ درصد جرم هواکره را تروپوسفر تشکیل می‌دهد. (شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مهمربنا پوریاوید)

تنها مورد نادرست، مورد سوم است. نام N_2O دی‌نیتروژن مونواکسید است که در نوشتن آن از دو پیشوند استفاده می‌شود.

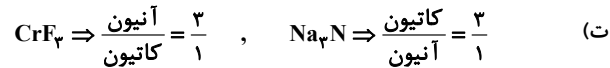
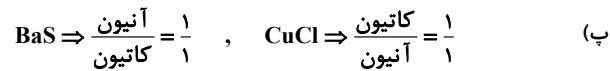
(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۵)

۱۱۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» می‌توانند جمله را به درستی تکمیل کنند.

بررسی عبارت‌ها:

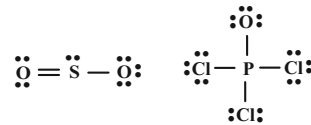


(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۱۴- گزینه «۳»

(مهمربنا پوریاوید)

ساختار لوویس گونه‌های داده شده در گزینه «۳» به شکل زیر است:



بنابراین تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در $POCl_3$ و $HClN$ با هم برابر بوده و SO_2 و NO_2 نیز تعداد پیوندهای اشتراکی یکسانی دارند. توجه داشته باشید که NO_2 دارای یک الکترون ناپیوندی تنها است و روی اتم‌های اکسیژن دارای جفت الکترون ناپیوندی است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۱۵- گزینه «۲»

(سیدریم هاشمی‌دهکردی)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: کاتیون Cr^{3+} در ترکیب $CrCl_3$ با اکسیژن، اکسیدی با فرمول Cr_2O_3 تشکیل می‌دهد.

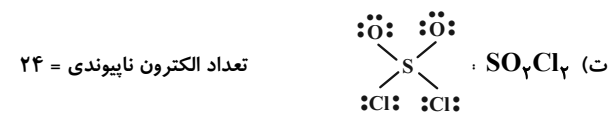
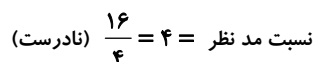
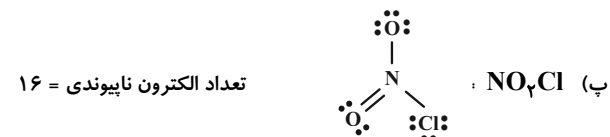
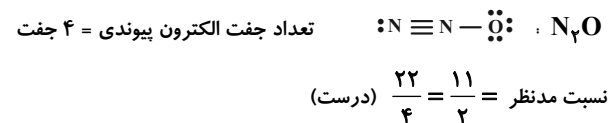
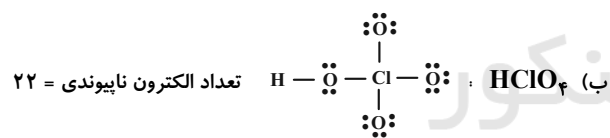
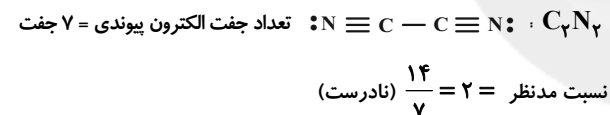
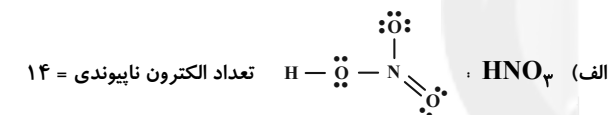
مورد سوم: PCl_3 را فسفر تری کلرید و N_2O_3 را دی‌نیتروژن تری‌اکسید می‌نامند.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۵)

۱۱۶- گزینه «۳»

(نورا نوروزی)

بررسی موارد:





بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (III) : ۳۵

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (IV) : ۸

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III) : ۴۳

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (IV) : ۸

نسبت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها:

در واکنش III : $\frac{۳۵}{۴۳}$ در واکنش IV : $\frac{۸}{۸}$

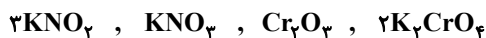
این نسبت در واکنش (III)، کمتر از ۱ می‌باشد.

گزینه «۲»: نادرست؛ مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (II) :



← مجموع ضرایب = ۶

مواد دارای عنصر فلزی در واکنش (I) :



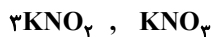
← مجموع ضرایب = ۷

این عدد در واکنش (I) از (II)، بیشتر است.

گزینه «۳»: درست؛ مجموع ضرایب کل مواد در واکنش (II)، ۴۰ بوده و

مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش (III)، ۴۳ می‌باشد.

گزینه «۴»: نادرست؛ واکنش‌دهنده‌های واجد پتاسیم در واکنش (I) :



و در واکنش (IV) : $K_۲Cr_۲O_۴, ۴KCl$

مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌های موردنظر در واکنش (I)، ۴ و در واکنش

(IV) برابر ۵ می‌باشد.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

(روزبه رضوانی)

۱۲۰- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: $C \equiv O:$ و $N \equiv N:$

گزینه «۲»:



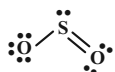
گزینه «۳»: با افزایش کربن دی‌اکسید در آب و اسیدی شدن محیط،

مرجان‌ها و گروهی از کیسه‌تنان که دارای اسکلت آهکی هستند از بین

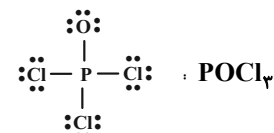
می‌روند.

گزینه «۴»: نسبت شمار کاتیون به آنیون در $Fe_۲O_۳$ برابر با $\frac{۲}{۳}$ و نسبت

شمار جفت الکترون اشتراکی به ناپیوندی در $SO_۲$ برابر $\frac{۳}{۶}$ است.



(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶، ۵۹ و ۶۲ تا ۶۴)



تعداد جفت الکترون پیوندی = ۴

نسبت مد نظر = $۶ = \frac{۲۴}{۴}$ (درست)

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۱۱۷- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

شکل درست گزینه «۴»:

میل ترکیبی همگلوبین با کربن مونوکسید بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر

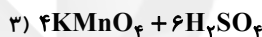
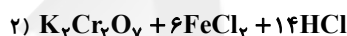
اکسیژن است.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۵۲، ۵۷ و ۵۸)

۱۱۸- گزینه «۱»

(ممدرضا پوریاوید)

واکنش‌های موازنه شده عبارتند از:



با توجه به این که نسبت مجموع ضرایب مولی واکنش‌دهنده‌ها به فراورده‌ها

در آن‌ها به ترتیب برابر با $\frac{۵}{۳}$ ، $\frac{۲۱}{۱۷}$ ، $\frac{۱۰}{۱۷}$ و $\frac{۱۱}{۹}$ است، این نسبت در

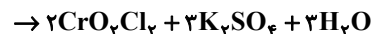
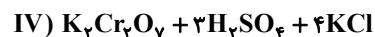
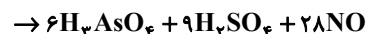
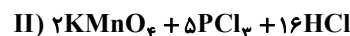
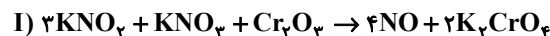
واکنش اول بیشتر از بقیه خواهد بود.

(شیمی ۱- ردپای گازها در زندگی: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۱۱۹- گزینه «۳»

(نازنین صریقی)

واکنش‌های مورد نظر به شکل زیر، موازنه می‌شوند:





شیمی ۲

۱۲۱- گزینه «۳»

(پیمان فواوی میسر)

عبارت‌های اول، دوم و چهارم صحیح است.

* ظرفیت گرمایی به جرم بستگی دارد، پس ظرفیت گرمایی آب در ظرف B بیشتر از ظرف A است.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

۱۲۲- گزینه «۱»

(کلرو ممدری)

فقط عبارت دوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: اگر طی فرایند $C \rightarrow B$ هر دو تغییرات دما و محتوای انرژی شیمیایی رخ دهد، با توجه به نمودار حالت C پایین‌تر و پایداری آن بالاتر خواهد بود.

عبارت دوم: پس از خوردن بستنی، فرایند هم‌دما شدن آن با بدن رخ می‌دهد ($A \rightarrow B$) سپس فرایند آزاد شدن انرژی پتانسیل شیمیایی آن صورت می‌گیرد ($B \rightarrow C$). دقت کنید تغییرات انرژی هم‌دما شدن بستنی با بدن، بسیار کمتر از فرایند تبدیل آن به فرآورده‌های دیگر و آزاد شدن انرژی شیمیایی آن است. بنابراین تفاوت سطح انرژی A با C، بسیار بیشتر از A با B خواهد بود.

عبارت سوم: با توجه به بالاتر بودن A از C، علامت ΔH در فرایند $C \rightarrow A$ مثبت خواهد بود.

عبارت چهارم: محتوای انرژی هیدرازین، از عناصر سازنده خود (نیتروژن و هیدروژن) بیشتر است و محتوای انرژی آمونیاک از N_2 و H_2 کمتر است. (شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۶۳ تا ۶۵ و ۷۲ تا ۷۵)

۱۲۳- گزینه «۱»

(علی افغمی‌نیا)

در ابتدای آغاز فرایند، واکنش دوم آغاز نمی‌شود، بعد از گذشت مدتی با تولید اکسیژن توسط واکنش اول، واکنش دوم شروع می‌شود. به خاطر اتمام اکسیژن در سامانه متوجه می‌شویم که مقدار O_2 تولیدی از واکنش اول تماماً در واکنش دوم مصرف شده است. فرض کنیم X مول O_2 از واکنش اول تولید شده باشد، در این صورت X مول O_2 در واکنش ۲ مصرف شده است. مجموع گرمای آزاد شده برابر است با جمع گرمای آزاد شده تک‌تک واکنش‌ها.

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{196 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } O_2} = 196x \text{ kJ} \quad \text{واکنش اول:}$$

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{286 \text{ kJ}}{\frac{1}{2} \text{ mol } O_2} = 572x \text{ kJ} \quad \text{واکنش دوم:}$$

مجموع گرمای آزاد شده:

$$196x + 572x = 460/8 \Rightarrow 768x \text{ kJ} = 460/8 \text{ kJ} \Rightarrow x = 0/6$$

مجموع آب تولید شده = آب تولیدی واکنش اول + آب تولید شده واکنش دوم؛ واکنش اول:

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 36x \text{ g } H_2O \quad x = 0/6 \quad 21/6 \text{ g } H_2O$$

واکنش دوم:

$$x \text{ mol } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{\frac{1}{2} \text{ mol } O_2} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 36x \text{ g } H_2O \quad x = 0/6 \quad 21/6 \text{ g } H_2O$$

$$36x \text{ g } H_2O + 21/6 \text{ g } H_2O = 43/2 \text{ g } H_2O$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۱۲۴- گزینه «۳»

(ممدرضا پورفاویر)

گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای محلول آبی داده شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = 188 \text{ g} \times 4/0 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{C}} \times 25 \text{ C} = 18800 \text{ J}$$

از طرفی گرمای واکنش تجزیه هیدرازین نیز عبارت است از:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right]$$

$$\left[\text{فرآورده‌ها} \right] - \left[\text{واکنش‌دهنده‌ها} \right]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_{(N-N)} + 4\Delta H_{(N-H)} - \Delta H_{(N \equiv N)} - 2\Delta H_{(H-H)}$$

$$= 159 + 4(391) - 945 - 2(436) = -94 \text{ kJ} = -94000 \text{ J}$$

بنابراین جرم هیدرازین مورد نیاز برای فراهم کردن 18800 ژول گرمای مورد نیاز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$18800 \text{ J} \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{94000 \text{ J}} \times \frac{32 \text{ g } N_2H_4}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 6/4 \text{ g } N_2H_4$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۵۷، ۵۸ و ۶۵ تا ۶۸)

۱۲۵- گزینه «۴»

(ممد عظیمیان‌زواره)

ترکیب‌های (I)، (II) و (III) به ترتیب در بادام، گشنیز و دارچین یافت می‌شوند.

بررسی گزینه «۲» در نفتالن نیز ۵ پیوند دوگانه وجود دارد.

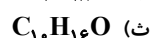
(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۶- گزینه «۲»

(علی رفیعی)

به ترکیب‌هایی که دارای فرمول مولکولی یکسان اما دارای ساختار متفاوت هستند، ایزومر (همپار) گفته می‌شود.

فرمول مولکولی ترکیب‌ها:



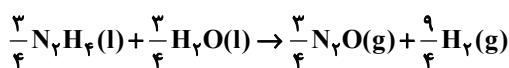
ترکیبات (آ) و (ت) با یکدیگر ایزومر هستند.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم؛ صفحه ۷۰)

۱۲۷- گزینه «۳»

(ممدرضا پورفاویر)

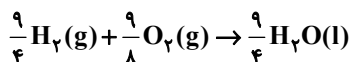
ترکیب داده شده با ساختار زیر دارای یک گروه عاملی کتون، یک گروه عاملی اتری، دو گروه عاملی هیدروکسیل و یک گروه عاملی آلدهیدی است.



$$\Delta H = -\frac{3}{4} \times (-317) \text{KJ}$$

در واکنش سوم $\frac{9}{4} \text{H}_2$ داریم در حالی که واکنش اصلی H_2 ندارد بنابراین

کافی است واکنش چهارم را در $\frac{9}{4}$ ضرب کنیم:



$$\Delta H = \frac{9}{4} \times (-286) \text{KJ}$$

بنابراین:

$$\Delta H = \left(-\frac{1010}{4}\right) + \left(+\frac{143}{4}\right) + \left(\frac{3 \times 317}{4}\right) + \left(\frac{9 \times -286}{4}\right) = -622 / 5 \text{KJ}$$

حال گرمای آزاد شده به ازای تولید $\frac{3}{6}$ گرم آب را به دست می آوریم:

$$? \text{kJ} = \frac{3}{6} \text{g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{-622 / 5 \text{kJ}}{2 \text{ mol H}_2\text{O}}$$

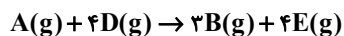
$$= -62 / 25 \text{kJ}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۰ تا ۷۵)

(کارو مضموری)

۱۳- گزینه «۱»

اجزای واکنش (II) را در ۲ ضرب کرده، (III) را معکوس می کنیم
واکنش (I) را بدون تغییر باقی می گذاریم. با جمع کردن این واکنش ها
می توان به واکنش مورد نظر سؤال رسید.

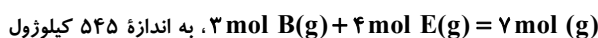


$$\Delta H = \Delta H_1 + 2\Delta H_2 - \Delta H_3 = 542 + 2(-98) - 891$$

$$= -545 \text{kJ}$$

با توجه به علامت ΔH به دست آمده، می توان گفت که واکنش گرماده
بوده و لذا در آن انرژی آزاد می شود (رد گزینه های «۲» و «۳»)

در این واکنش، به ازای تولید

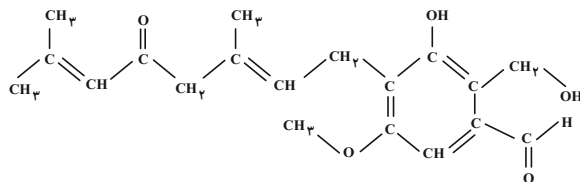


گرما آزاد می شود.

$$? \text{ mol گاز} = \frac{43}{6} \text{kJ} \times \frac{7 \text{ mol گاز}}{545 \text{kJ}} = 0 / 56 \text{ mol گاز}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۷۲ تا ۷۵)

از طرفی دارچین دارای گروه عاملی آلدهیدی است که در این ترکیب وجود دارد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۶۸ تا ۷۰)

۱۲۸- گزینه «۴»

(ممنوع عظیمیان/زواره)



بنابراین آنتالپی سوختن آتین برابر $-1300 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ می باشد.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\Delta H|}{\text{جرم مولی}} = \frac{1300}{26} = 50 \text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

بررسی سایر گزینه ها:

(۱) درست

$$c = \frac{Q}{m\Delta\theta} = \frac{64}{20 \times 25} \Rightarrow c = 0 / 128 \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} < 0 / 2$$

(۲) درست؛ گروه عاملی الکی، گروه -OH می باشد. این ترکیب به دلیل داشتن پیوند دوگانه کربن-کربن با برم مایع واکنش داده و رنگ قرمز آن را از بین می برد.

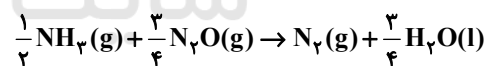
(۳) درست

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه های ۵۷، ۵۸، ۶۸ تا ۷۱)

۱۲۹- گزینه «۳»

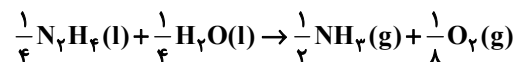
(روح اله علیزاده)

در واکنش مورد نظر $\text{N}_2(\text{g})$ با ضریب یک در سمت فرآورده ها قرار دارد
بنابراین واکنش اول را باید در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم:



$$\Delta H = \frac{1}{4} \times (-1010) = \frac{-1010}{4} \text{KJ}$$

در واکنش بالا $\frac{1}{4} \text{NH}_3$ در بین واکنش دهنده ها داریم در حالی که در
واکنش اصلی NH_3 نداریم. بنابراین واکنش دوم را عکس نموده و در $\frac{1}{4}$
ضرب می کنیم:



$$\Delta H = - \times (-143) \times \frac{1}{4} = \frac{143}{4} \text{KJ}$$

تا اینجا اگر این دو واکنش را جمع کنیم $\frac{3}{4} \text{N}_2\text{O}$ در سمت واکنش دهنده
خواهیم داشت در حالی که در واکنش اصلی N_2O نداریم بنابراین واکنش

سوم را وارون کرده و در $\frac{3}{4}$ ضرب می نماییم: