



مرکز آوازی نای آموزشی مرآت

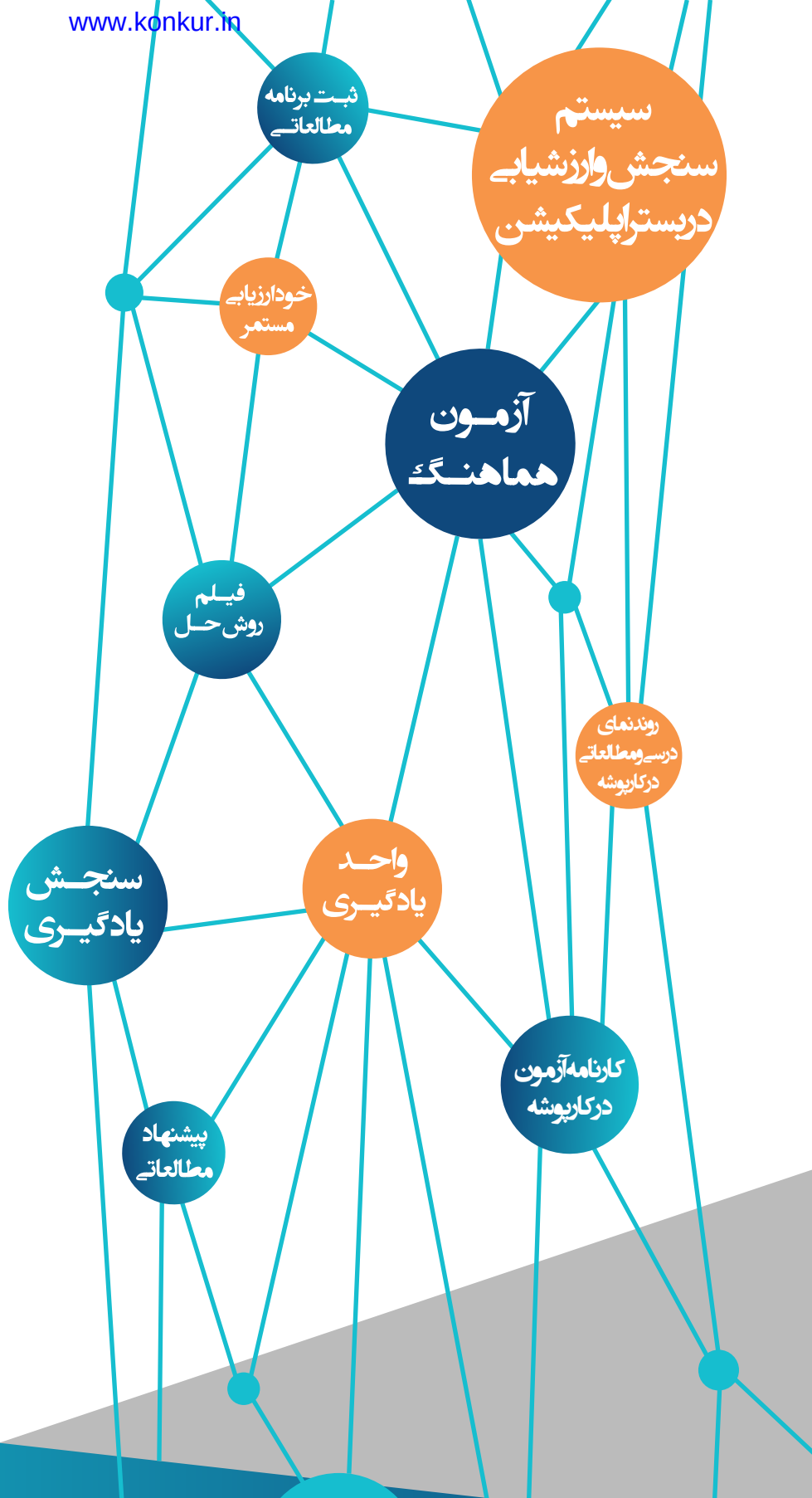
سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

آزمون

هماهنگ

شماره
۳

دفترچه سوال و پاسخ
یازدهم ریاضی



ردیف	مواد آزمون	تعداد سوال	محتوای آزمون
۱	حسابان	۲۰	فصل ۱ (درس‌های ۴ و ۵) و فصل ۲ (درس‌های ۱ و ۲)
۲	هندسه	۱۰	فصل ۱ (درس‌های ۲ و ۳)
۳	آمار و احتمال	۱۰	فصل ۱ (درس ۲)
۴	فیزیک	۲۰	فصل ۱ (از ابتدای میدان الکتریکی تا پایان فصل)
۵	شیمی	۱۵	فصل ۱ (از ابتدای عناصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ تا پایان فصل)



۱. اگر $2 < x < 5$ و $2 = \left| \frac{x-2}{x-5} \right|$ باشد. آنگاه $5x$ برابر کدام

گزینه است؟

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۵ (۳)

۲۰ (۴)

پاسخ

۴ اگر $2 < x < 5$ باشد آنگاه عبارت داخل قدرمطلق همواره

منفی است و داریم:

$$\frac{x-2}{x-5} = -2 \Rightarrow x-2 = -2x+10$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \Rightarrow 5x = 20$$

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیرواحد یادگیری

معادلات قدرمطلق

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲. معادله $|x + 2| + |x - 2| = 3 - x^2$ چند جواب دارد؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۱

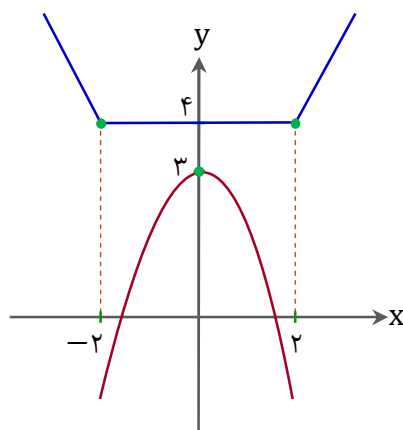
۴) جواب ندارد

پاسخ

۴) برای به دست آوردن تعداد جواب‌های معادله، دو تابع $y = |x + 2| + |x - 2|$ و $y = 3 - x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و محل‌های تقاطع را در صورت وجود به دست می‌آوریم:

$$y = |x + 2| + |x - 2| = \begin{cases} x + 2 + x - 2 = 2x & x \geq 2 \\ x + 2 - x + 2 = 4 & -2 < x < 2 \\ -x - 2 - x + 2 = -2x & x \leq -2 \end{cases}$$

برای رسم تابع $y = 3 - x^2$ ابتدا تابع $y_1 = x^2$ را رسم می‌کنیم، سپس با قرینه کردن نمودار y_1 نسبت به محور طول‌ها، نمودار $y_2 = -x^2$ حاصل می‌شود و در نهایت $y_3 = 3 - x^2$ را رسم می‌کنیم به این طریق که نمودار y_2 را ۳ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



دو نمودار همدیگر را قطع نمی‌کنند، پس معادله جواب ندارد.

فیلم پاسخ



۳ حداقل مقدار عبارت $f(x) = |3x - 1| - |x + 1| + |2x|$ کدام است؟

① صفر

② $-\frac{2}{3}$

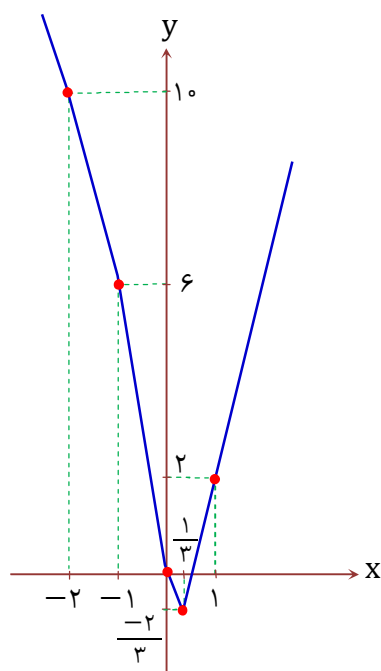
③ -1

④ 6

پاسخ

۲ نمودار تابع را رسم کرده و برد تابع را با توجه به نمودار آن به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \text{نقاط اصلی تابع: } & \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \\ 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 \\ 6 \end{vmatrix} \\ \text{نقاط کمکی: } & \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} \\ \text{پس } & y \geq -\frac{2}{3} \end{aligned}$$



فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیرواحد یادگیری

رسم توابع قدرمطلق

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴. مساحت ناحیه محدود به نمودارهای $f(x) = 3x + |2x|$ و $g(x) = |x - 2|$ و محور x ها کدام است؟

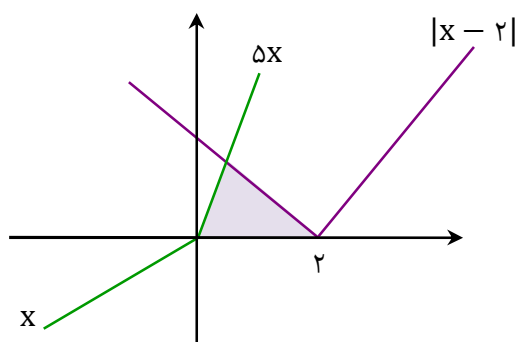
- ① $\frac{7}{4}$
 ② $\frac{5}{4}$
 ③ 1
 ④ $\frac{1}{4}$

پاسخ

۲

$$f(x) = 3x + |2x| = \begin{cases} 5x & x \geq 0 \\ x & x \leq 0 \end{cases}$$

نمودارهای توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



برای محاسبه مساحت، کافیست نقطه تقاطع دو نمودار را پیدا کنیم:

$$-x + 2 = 5x \Rightarrow x = \frac{1}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$$\text{مساحت} = S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} \times 2 = \frac{5}{3}$$

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیرواحد یادگیری

رسم توابع قدرمطلق

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۵. حدود m کدام باشد تا معادله $||x - 2| - m| = 4$ ، دارای

چهار ریشه باشد؟

① $-4 < m < 4$

② $m < -4$

③ $m > 4$

④ $m = \pm 4$

پاسخ

۳

میدانید

$$|u| = a \stackrel{a \geq 0}{\iff} u = \pm a$$

$$|x - 2| - m = \begin{cases} 4 \Rightarrow & |x - 2| = m + 4 \\ -4 \Rightarrow & |x - 2| = m - 4 \end{cases}$$

برای اینکه دارای چهار جواب باشد باید $m + 4$ و $m - 4$ بزرگتر از صفر باشند.

$$m + 4 > 0 \Rightarrow m > -4, m - 4 > 0 \Rightarrow m > 4$$

پس اشتراک آنها $m > 4$ خواهد بود.

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیرواحد یادگیری

معادلات قدرمطلق

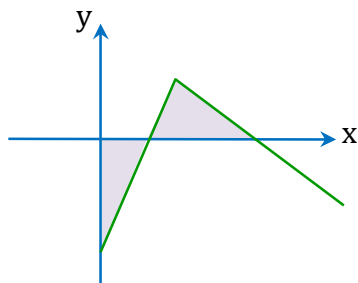
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶ در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = ax - 2|x - 3|$ رسم شده است. هرگاه مساحت دو ناحیه رنگ شده با هم برابر باشند، مقدار a کدام است؟



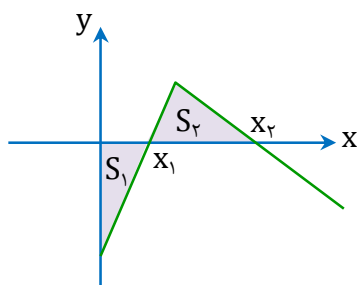
۱) ۲

۲) ۱

۳) $\frac{4}{2}$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ

۲ نقاط تلاقی f با محور طول‌ها را پیدا می‌کنیم:



با توجه به نمودار داده شده $f(3) = 3a > 0$ و در نتیجه $a > 0$ است بنابراین ریشه‌های x_1 و x_2 به صورت زیر می‌باشد:

$$f = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6}{a+2} \\ x_2 = \frac{6}{2-a} \end{cases}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6}{2+a} = \frac{18}{2+a}$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 3a \times \left(\frac{6}{2-a} - \frac{6}{a+2} \right)$$

$$= 9a \times \frac{a+2-2+a}{4-a^2} = \frac{18a^2}{4-a^2}$$

$$\frac{18}{2+a} = \frac{18a^2}{4-a^2} \Rightarrow 1 = \frac{a^2}{2-a} \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

فیلم پاسخ



$$\begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases} \text{ غ ق}$$

$$a = 1$$

پس:

حسابان (۱)

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۴: قدرمطلق و ویژگی‌های آن

زیر واحد یادگیری

نمودارهای حاصل تأثیر قدرمطلق روی x یا

$f(x)$

حیطه شناختی

مقدماتی

۷. دو خط $4x + 3y = 1$ و $3x - 4y = 2$ دو ضلع یک مستطیل و نقطه $(3, 6)$ یک رأس مستطیل هستند. مساحت مستطیل کدام است؟

۱) $11/56$

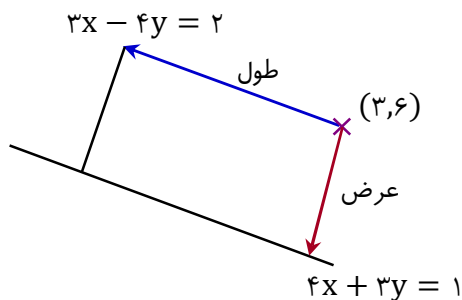
۲) $19/72$

۳) $22/25$

۴) $33/64$

پاسخ

۲. شیب دو خط $m_1 = \frac{3}{4}$ و $m_2 = \frac{-4}{3}$ است، پس دو خط بر هم عمودند.



و چون نقطه $(3, 6)$ در هیچ کدام از خطوط صدق نمی کند، پس رأس مقابل مستطیل می باشد.

حال برای محاسبه مساحت مستطیل، باید طول و عرض آن، یعنی فاصله نقطه $(3, 6)$ را از دو خط داده شده بیابیم:

$$\text{طول} = \frac{|9 - 24 - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{17}{5}$$

$$\text{عرض} = \frac{|12 + 18 - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{29}{5}$$

پس مساحت آن برابر $\frac{17}{5} \times \frac{29}{5}$ خواهد بود؛ یعنی $19/72$

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۵: آشنایی با هندسه تحلیلی

زیر واحد یادگیری

فاصله یک نقطه از یک خط

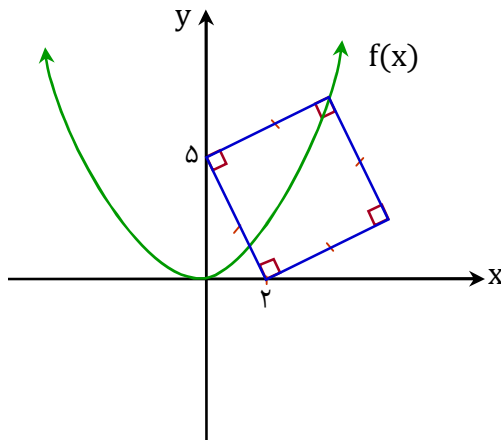
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



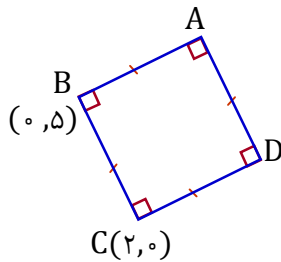
۸. اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، حاصل $a + b + c$ برابر کدام گزینه است؟



- ۱ $\frac{7}{25}$
۲ $\frac{4}{25}$
۳ $\frac{14}{25}$
۴ $\frac{8}{25}$

پاسخ

۱ ابتدا مختصات نقطه A را به دست می آوریم:



$$m_{BC} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-5}{2-0} = \frac{-5}{2} \Rightarrow m_{AB} = \frac{2}{5}; B(0,5)$$

$$AB \text{ معادله خط } y - 5 = \frac{2}{5}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + 5$$

$$\Rightarrow A(x_A, \frac{2}{5}x_A + 5)$$

چون چهارضلعی ABCD مربع است، داریم:

$$AB = BC \Rightarrow \sqrt{(x_A - 0)^2 + (\frac{2}{5}x_A + 5 - 5)^2}$$

$$= \sqrt{(0 - 2)^2 + (5 - 0)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{29}{25}x_A^2} = \sqrt{29}$$

فیلم پاسخ



$$\Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \Rightarrow y_A = \frac{7}{5}(5) + 5 = 7 \\ x_A = -5 \text{ غ.ق.ق.} \end{cases}$$

$S(0,0)$: رأس سهمی $A(5,7)$: نقطه واقع بر سهمی

حال معادله سهمی را با توجه به نقاط بالا می نویسیم:

$$y = a(x - x_S)^2 + y_S \Rightarrow y = a(x - 0)^2 + 0$$

$$\Rightarrow y = ax^2 \Rightarrow 7 = a(5)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{7}{25} \Rightarrow y = \frac{7}{25}x^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{7}{25}, b = 0, c = 0 \Rightarrow a + b + c = \frac{7}{25}$$

حسابان (۱)

فصل

فصل ۱: جبر و معادله

واحد یادگیری

درس ۵: آشنایی با هندسه تحلیلی

زیر واحد یادگیری

فاصله بین دو نقطه

حیطه شناختی

پیشرفته

۹. در تابع $f(x) = \sqrt{x-1} - 2$ مجموعه هم دامنه کدام گزینه

می تواند باشد؟

① $(0, +\infty)$

② $(-1, +\infty)$

③ $(-2, +\infty)$

④ $(-3, +\infty)$

پاسخ

④ برد تابع بازه $[-2, +\infty)$ است.

$$\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} - 2 \geq -2$$

و می دانیم مجموعه برد تابع، زیر مجموعه هم دامنه آن است، پس تنها گزینه «۴» می تواند هم دامنه باشد.

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۱: آشنایی بیشتر با تابع

زیر واحد یادگیری

دامنه و برد و هم دامنه و ورودی تابع

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۰. کدام دو تابع زیر با هم برابرند؟

① $f(x) = 1, g(x) = \frac{x-1}{x-1}$

② $f(x) = \sqrt{x}, g(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$

③ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x-2} & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases}, g(x) = x + 2$

④ $f(x) = \frac{x^2}{|x|}, g(x) = \frac{x|x|}{x}$

پاسخ

۴. می‌دانیم برای تساوی دو تابع، شرط اول برابری دو دامنه است و شرط دوم برابری دو ضابطه است.

پس برابر نیستند $D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} - \{1\}$:گزینه «۱»

پس برابر نیستند $D_f = [0, +\infty), D_g = (0, +\infty)$:گزینه «۲»

$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R}$:گزینه «۳»

$$f(x) = \begin{cases} x \neq 2 \Rightarrow \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2 = g(x) \\ x = 2 \Rightarrow f(2) = 3, g(2) = 4 \end{cases}$$

پس برابر نیستند

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}, D_g = \mathbb{R} - \{0\}$:گزینه «۴»

$$f(x) = \frac{x^2}{|x|} = \frac{|x|^2}{|x|} = |x|$$

پس دو تابع برابرند $\Rightarrow$

$$g(x) = \frac{x|x|}{x} = |x|$$

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۱: آشنایی بیشتر با تابع

زیر واحد یادگیری

برابری دو تابع

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۱. اشتراک مجموعه دامنه و برد تابع

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 2 & x > 0 \\ -x^2 - 1 & x \leq -1 \end{cases}$$

کدام است؟

① $\mathbb{R} - (-1, 2]$

② $\mathbb{R} - (-1, 0]$

③ $\mathbb{R} - (-2, 0]$

④ $\mathbb{R} - (-2, 2]$

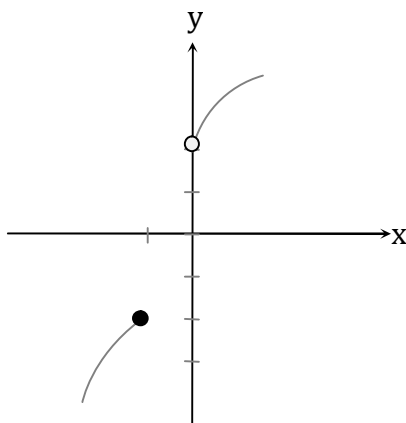
پاسخ

④ نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

نمودار $\sqrt{x}$ را دو واحد به بالا می‌بریم. $y = \sqrt{x} + 2 \rightarrow$

$$y = -x^2 - 1 \rightarrow$$

نمودار x^2 را نسبت به محور x ها قرینه کرده و ۱ واحد به پایین می‌بریم.



$$D_f = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$$

$$R_f = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty)$$

$$D_f \cap R_f = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 2]$$

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۱: آشنایی بیشتر با تابع

زیرواحد یادگیری

دامنه و برد و هم دامنه و ورودی تابع

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۲. حاصل عبارت $[(2 - \sqrt{3})^{100}] - [-(2 - \sqrt{3})^{100}]$ برابر

کدام گزینه است؟

① صفر

② ۱

③ -۱

④ ۲

پاسخ

۲

$$0 < 2 - \sqrt{3} < 1 \Rightarrow 0 < (2 - \sqrt{3})^{100} < 1$$

$$\Rightarrow [(2 - \sqrt{3})^{100}] - [-(2 - \sqrt{3})^{100}] = 0 - (-1) = 1$$

حسابان (۱)

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۲: انواع تابع

زیر واحد یادگیری

تابع پله‌ای - تابع جزء صحیح و رسم آن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۳. اگر $f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 1 & x \leq 3 \\ 3x + a & x \geq 3 \end{cases}$ یک تابع باشد، a کدام است؟

۴۴ ①

۴۳ ②

۴۲ ③

۴۱ ④

پاسخ

① به ازای $x = 3$ که در دو ضابطه مشترک است باید y های یکسان به دست آید، تا تابع باشد.

$$f(3) = \begin{cases} 53 \\ 9 + a \end{cases} \Rightarrow 9 + a = 53 \Rightarrow a = 44$$

حسابان (۱)

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۲: انواع تابع

زیر واحد یادگیری

بررسی تابع بودن یک ضابطه

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۱۴. اگر نقطه $M(3, m)$ روی نمودار تابع گویای $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد، فاصله این نقطه تا مبدأ مختصات چقدر است؟

۱) ۶

۲) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ ۳) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{37}}{2}$

۴

پاسخ

$$M \in f \Rightarrow \frac{3-1}{3+1} = m \Rightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow M(3, \frac{1}{2})$$

$$OM = \sqrt{3^2 + (\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۲: انواع تابع

زیرواحد یادگیری

توابع گویا

حیطه شناختی

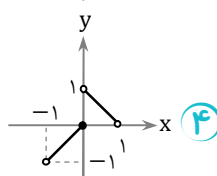
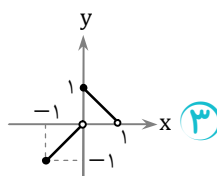
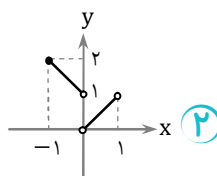
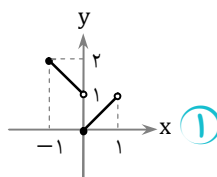
مقدماتی

فیلم پاسخ



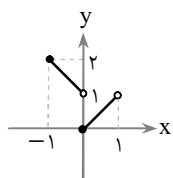
۱۵. نمایش هندسی تابع $f(x) = |x| - [x]$ در بازه $[-1, 1)$ به

کدام صورت زیر است؟



۱

پاسخ



$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -x + 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = x$$

حسابان (۱)

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۲: انواع تابع

زیر واحد یادگیری

تابع پله‌ای - تابع جزء صحیح و رسم آن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



meraat.ir

۱۶. معادله $\frac{-1}{x+2} = \sqrt{x-2}$ چند ریشه دارد؟

۱) صفر

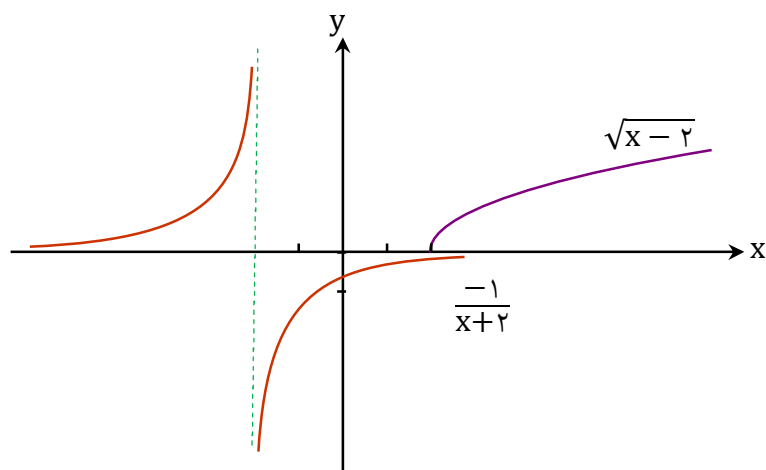
۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

پاسخ

۱) ابتدا نمودار طرفین تساوی را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و سپس تعداد نقاط برخورد آن‌ها را می‌بینیم. برای رسم نمودار $\frac{-1}{x+2}$ از نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ کمک گرفته و سپس آن را دو واحد به چپ منتقل کرده و نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم. برای رسم نمودار $\sqrt{x-2}$ از $\sqrt{x}$ کمک گرفته و آن را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم:

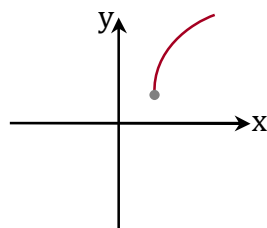


می‌بینیم در هیچ نقطه‌ای برخورد ندارند.

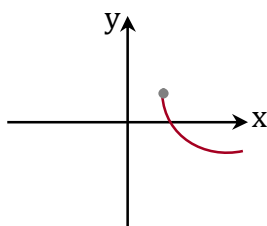
فیلم پاسخ



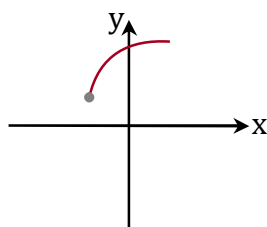
۱۷. نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1} - 1}$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟



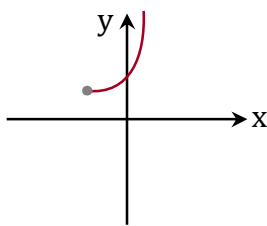
①



②



③



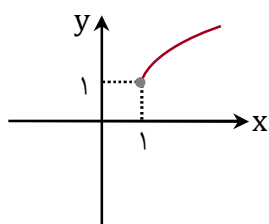
④

پاسخ

۱ ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{x - 1 + 2\sqrt{x-1} + 1} = \sqrt{(\sqrt{x-1} + 1)^2} \\ = \sqrt{x-1} + 1$$

سپس نمودار تابع را با توجه به نمودار $y = \sqrt{x}$ رسم می‌کنیم. (یک واحد به راست و یک واحد به بالا)



فیلم پاسخ



۱۸. معادله $4[x^2] + x = 5$ چند جواب دارد؟

① صفر

② ۱

③ ۲

④ بی شمار

پاسخ

۲

$$\underbrace{4[x^2]}_{\text{عدد صحیح}} + \underbrace{x}_{\text{صحیح}} = 5 \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^2 \in \mathbb{Z}$$

چون x^2 عددی صحیح می‌باشد، پس از جزء صحیح خارج می‌شود:

$$4x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 1 \\ -\frac{5}{4} \end{cases} \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \times \end{matrix} \quad (x \text{ باید عدد صحیح باشد})$$

فیلم پاسخ



۱۹. اگر دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x+2}{x^2-ax+b}$ به صورت $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$ باشد، مقدار عددی $a + b$ کدام است؟

۱۴ ①

۱۵ ②

۱۶ ③

۱۷ ④

پاسخ

۲ چون دامنه برابر $\mathbb{R} - \{3\}$ است پس:

$$x^2 - ax + b = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

پس $a = 6$ و $b = 9$ در نهایت $a + b = 15$.

فصل

فصل ۲: تابع

واحد یادگیری

درس ۲: انواع تابع

زیرواحد یادگیری

توابع گویا

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۰. کدام یک از روابط زیر یک تابع را مشخص می کند؟

① $x = |y| + ۱$

② $|y + ۱| + |x^2 - ۱| = ۰$

③ $(y^2 - ۱)^2 + x^2 - ۲x = -۱$

④ $[y] = x - ۱$

پاسخ

۲. گزینه «۱»: تابع نیست: با مثال نقض داریم:

$$x = ۲ \Rightarrow y = \begin{cases} ۱ \\ -۱ \end{cases}$$

گزینه «۲»: تابع است. می دانیم جمع دو عبارت نامنفی اگر صفر شود، باید تک تک آن ها صفر شوند.

$$y = -۱, x = \begin{cases} ۱ \\ -۱ \end{cases}$$

تابع است. $\Rightarrow (۱, -۱), (-۱, -۱)$

گزینه «۳»: تابع نیست. مانند گزینه قبل عمل می کنیم:

$$y^2 - ۱ = ۰ \Rightarrow y = \begin{cases} ۱ \\ -۱ \end{cases}, (x - ۱)^2 = ۰$$

$$\Rightarrow x = ۱ \rightarrow (۱, ۱), (۱, -۱)$$

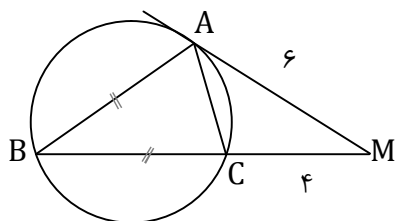
گزینه «۴»: تابع نیست: با مثال نقض داریم:

$$x = ۱ \Rightarrow ۰ \leq y < ۱$$

فیلم پاسخ

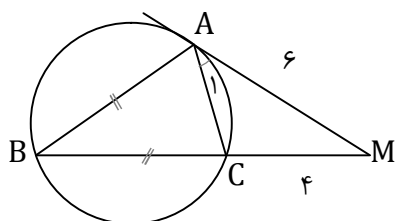


۲۱. در شکل زیر $MA = ۶$ و $MC = ۴$ است. اگر $AB = BC$ باشد، طول پاره خط AC کدام است؟



- ۱ $\frac{۷}{۲}$
 ۲ $\frac{۷}{۳}$
 ۳ $\frac{۱۰}{۳}$
 ۴ $\frac{۱۴}{۵}$

۳



$$MA^2 = MC \times MB \Rightarrow 6^2 = 4(4 + BC) \Rightarrow BC = 5$$

$$\Rightarrow AB = 5$$

$$\begin{cases} \widehat{B} = \widehat{A} \\ \widehat{M} = \widehat{M} \end{cases} \Rightarrow \triangle ACM \sim \triangle BAM$$

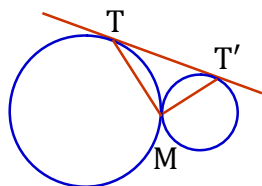
$$\frac{AM}{BM} = \frac{MC}{MA} = \frac{AC}{BA} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{4}{6} = \frac{AC}{5} \Rightarrow AC = \frac{10}{3}$$

پاسخ

فیلم پاسخ



۲۲. مطابق شکل، دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ در نقطه M مماس
خارجند. $MT^2 + MT'^2$ چقدر است؟



۱۶ ①

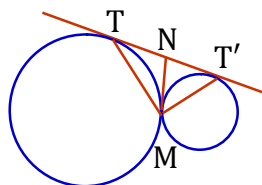
۲۰ ②

۶۰ ③

۸۰ ④

پاسخ

۳



چون دو دایره مماس خارجند پس طول مماس مشترک آنها برابر
است با:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{3 \times 5} = 2\sqrt{15}$$

فرض کنید MN مماس مشترک داخلی دو دایره باشد:

$$\begin{cases} NT = NM \\ NT' = NM \end{cases} \Rightarrow NM = NT = NT'$$

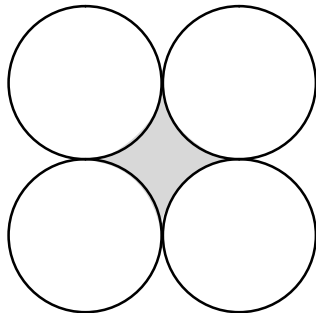
پس میانه MN در مثلث MTT' نصف TT' است یعنی مثلث
MTT' در رأس M قائمه است:

$$MT^2 + MT'^2 = (2\sqrt{15})^2 = 60$$

فیلم پاسخ



۲۳. چهار دایره مساوی به شعاع ۴ سانتی‌متر مطابق شکل زیر بر یکدیگر مماس‌اند. سطح بین این چهار دایره چند سانتی‌متر مربع است؟



① $4(4 - \pi)$

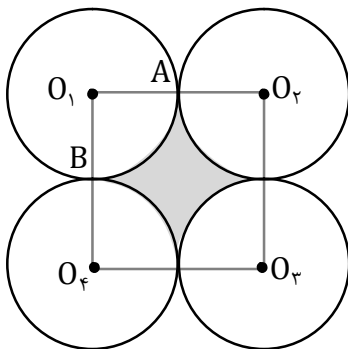
② $8(4 - \pi)$

③ $16(4 - \pi)$

④ $12(4 - \pi)$

پاسخ

۳. در دو دایره مماس خارج، خط‌المرکزین از نقطه تماس دو دایره می‌گذرد، همچنین داریم: $O_1O_2 = R_1 + R_2 = 8$



$$\text{مساحت ناحیه رنگ شده} = S_{O_1O_2O_3O_4} - 4S_{AO_1B}$$

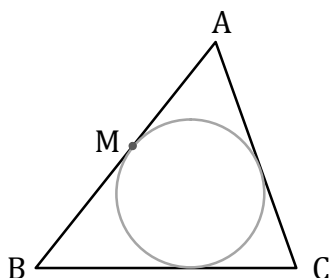
به علت تقارن، قطاع AO_1B ربع دایره می‌باشد. داریم:

$$\begin{aligned} \text{مساحت ناحیه رنگ شده} &= S_{O_1O_2O_3O_4} - S_{\text{دایره}} \\ &= O_1O_2^2 - \pi(4)^2 = (8)^2 - 16\pi \\ &= 64 - 16\pi = 16(4 - \pi) \end{aligned}$$

فیلم پاسخ



۲۴. در شکل زیر $BC = ۸$ و محیط مثلث ABC برابر ۲۰ می باشد و هر سه ضلع بر دایره مماس هستند. اندازه AM کدام است؟



۱) ۲

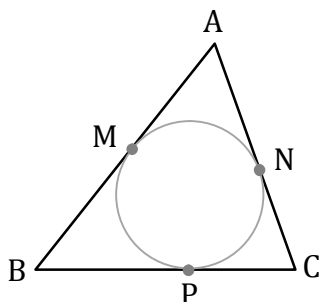
۲) ۳

۳) ۴

۴) ۳/۵

پاسخ

۱



$$\left. \begin{array}{l} CP = CN \text{ مماس} \\ BP = BM \end{array} \right\} \Rightarrow BM + CN = BC = ۸$$

$$AM = AN \text{ مماس} \Rightarrow \text{محیط} = ۲AM + ۲BP + ۲PC$$

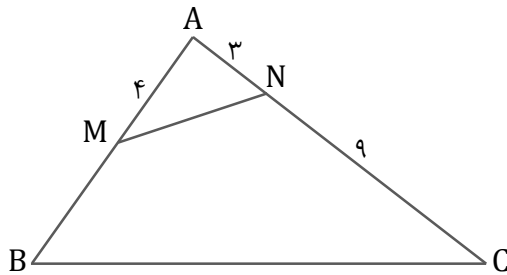
$$= ۲AM + ۲BC \Rightarrow ۲AM = \text{محیط} - ۲BC$$

$$\Rightarrow ۲AM = ۴ \Rightarrow AM = ۲$$

فیلم پاسخ



۲۵. در شکل زیر، عمودمنصف‌های چهارضلعی MNCB در یک نقطه هم‌رسند. طول پاره خط MB چقدر است؟



۱) ۹

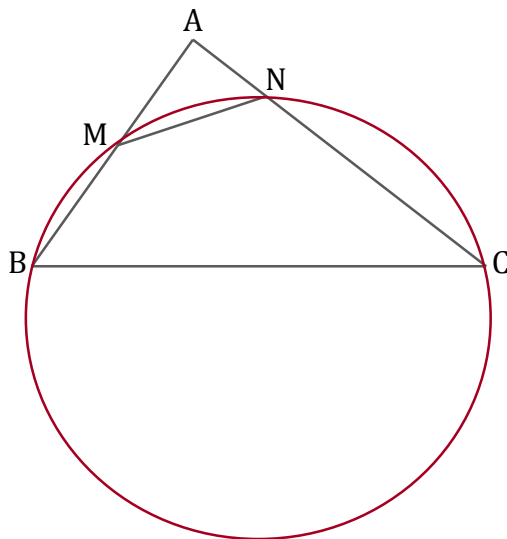
۲) ۶

۳) ۵

۴) ۳

پاسخ

۳) چون عمودمنصف‌های چهارضلعی هم‌رسند پس چهارضلعی MNCB محاطی است در این وضعیت خواهیم داشت:



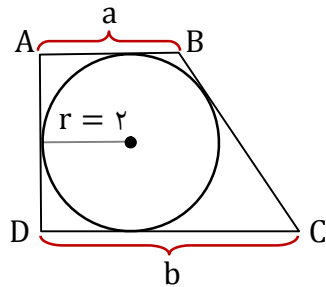
$$AM \times AB = AN \times AC$$

$$4 \times AB = 3 \times 12 \Rightarrow AB = 9 \Rightarrow MB = 5$$

فیلم پاسخ



۲۶. اندازه شعاع دایره محاطی یک ذوزنقه قائم‌الزاویه به قاعده‌های a و b برابر ۲ می‌باشد. حاصل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ برابر با کدام گزینه است؟



- ① $\frac{3}{2}$
 ② ۱
 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{1}{4}$

پاسخ

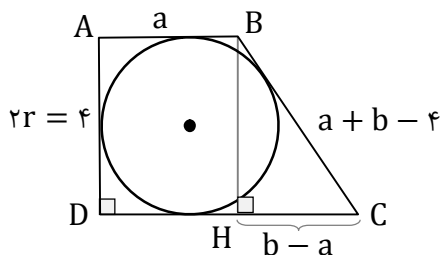
۳ چون چهارضلعی محیطی است، پس:

$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow a + b = 4 + BC$$

$$\Rightarrow BC = a + b - 4$$

از B عمود BH را به ضلع DC رسم می‌کنیم:

$$AB = DH = a \Rightarrow HC = b - a$$



در مثلث قائم‌الزاویه BHC داریم:

$$BH^2 + HC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow 4^2 + (b - a)^2 = (a + b - 4)^2$$

$$\Rightarrow 4ab = 8(a + b)$$

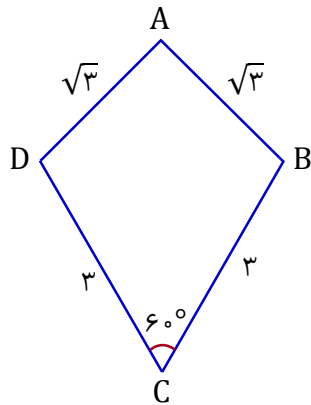
$$\Rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$$

فیلم پاسخ



۲۷. در شکل زیر طول خط‌المركزین دایره‌های محاطی دو

مثلث $\triangle ADB$ و $\triangle BDC$ چقدر است؟



① $\sqrt{3} + 1$

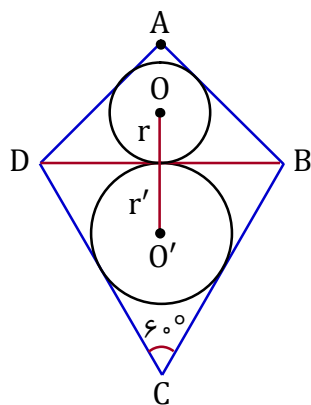
② $3 - \sqrt{3}$

③ $3 + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{3} - 1$

پاسخ

۲. دو مثلث متساوی‌الساقین هستند (شکل کایت است) پس مراکز دایره‌های محاطی روی قطر AC خواهد بود.



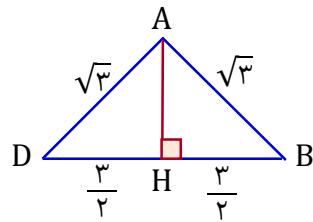
$$OO' = r + r'$$

$$\begin{cases} CD = CB = 3 \\ \hat{C} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle BCD \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow DB = 3$$

$$\triangle BCD \text{ مساحت} = S' = \frac{9\sqrt{3}}{4} \Rightarrow r' = \frac{S'}{P'} = \frac{\frac{9\sqrt{3}}{4}}{\frac{1}{2}(9)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

فیلم پاسخ





$$AH^2 = AB^2 - HB^2 \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S = S_{\triangle ABD} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{6 - 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow OO' = r + r' = 3 - \sqrt{3}$$

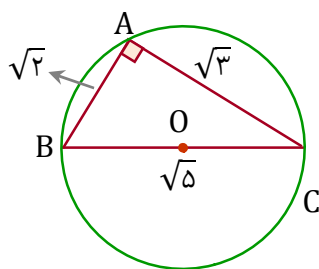
۲۸. در مثلثی به اضلاع $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ و $\sqrt{5}$ ، شعاع دایره محیطی

کدام است؟

۱. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ۲. $\sqrt{5}$
 ۳. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 ۴. $\sqrt{3}$

پاسخ

۳. چون سه ضلع مثلث در رابطه $(\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2$ صدق می کنند، پس مثلث قائم الزاویه بوده و وتر آن $\sqrt{5}$ است و وتر مثلث قائم الزاویه، قطر دایره محیطی است. بنابراین شعاع دایره محیطی برابر $\frac{\sqrt{5}}{2}$ می باشد.



فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۳: چندضلعی‌های محاطی و محیطی

زیر واحد یادگیری

دایره‌های محاطی داخلی و خارجی مثلث

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۲۹. مساحت یک شش ضلعی منتظم $24\sqrt{3}$ است. طول قطر کوچک

کدام گزینه است؟

① $6\sqrt{3}$

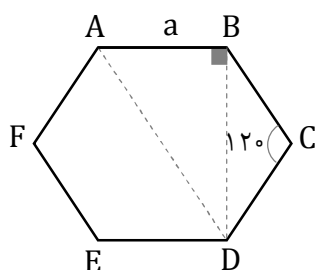
② $4\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{3}$

④ ۲

پاسخ

۲. در شش ضلعی منتظم BD قطر کوچک است و AD قطر بزرگ و $AD = 2a$ است.



$$\text{مساحت شش ضلعی} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 24\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

مثلث ABD قائم الزاویه است پس قطر کوچک برابر است با:

$$BD = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۳: چندضلعی‌های محاطی و محیطی

زیر واحد یادگیری

دوازده متساوی الساقین محاطی و محیطی و

چندضلعی‌های منتظم

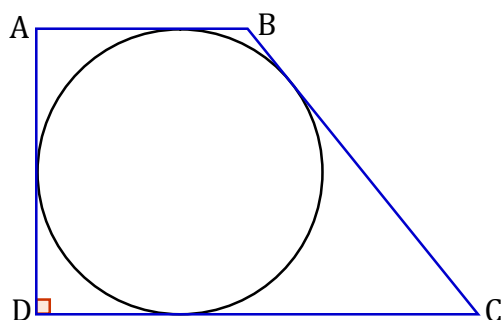
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۰. در دوزنقه قائم‌الزاویه شکل زیر، شعاع دایره محاطی ۳ و $BC = ۸$ است. مساحت دوزنقه چقدر است؟



۱۶ ①

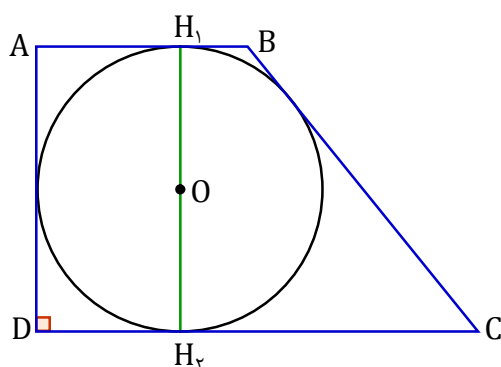
۱۹ ②

۲۸ ③

۴۲ ④

پاسخ

۴



$$H_1H_2 = 2R = 6 \Rightarrow AD = 6$$

$$AD + BC = AB + CD \Rightarrow AB + CD = 14$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{1}{2} H_1H_2 (AB + CD) = 42$$

فصل

فصل ۱: دایره

واحد یادگیری

درس ۳: چندضلعی‌های محاطی و محیطی

زیرواحد یادگیری

دوزنقه متساوی‌الساقین محاطی و محیطی و

چندضلعی‌های منتظم

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۱. در کدام حالت، $(A \cup B) - C = (A - C) \cup B$ برقرار

است؟

۱ $A \subseteq B$

۲ $C \subseteq B$

۳ $B \cap C = \emptyset$

۴ $A = B$

پاسخ

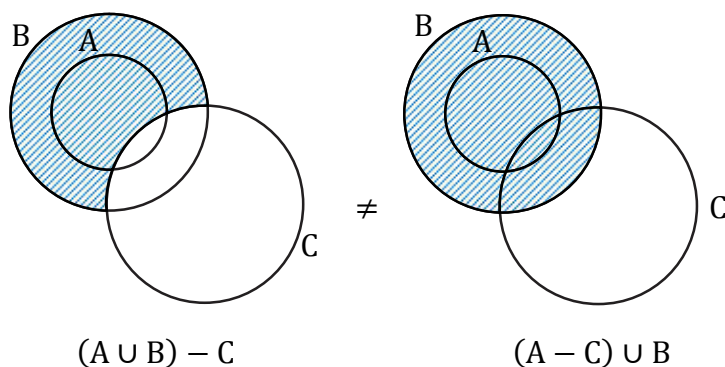
۳

$$(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$$

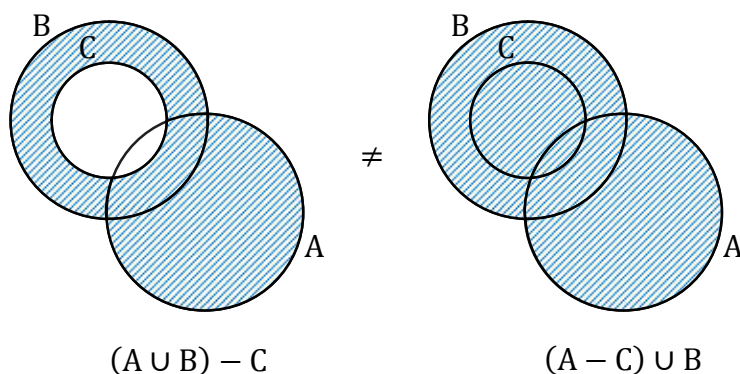
اگر $B \cap C = \emptyset$ باشد، آنگاه $B - C = B$ بوده و مجموعه فوق به صورت $(A - C) \cup B$ درخواهد آمد.

پس گزینه «۳» صحیح است.

رد گزینه «۱»:



رد گزینه «۲»:



رد گزینه «۴»:

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیر واحد یادگیری

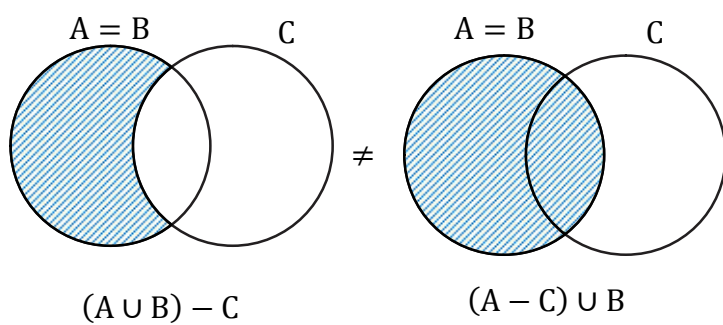
جبر مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ





آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیر واحد یادگیری

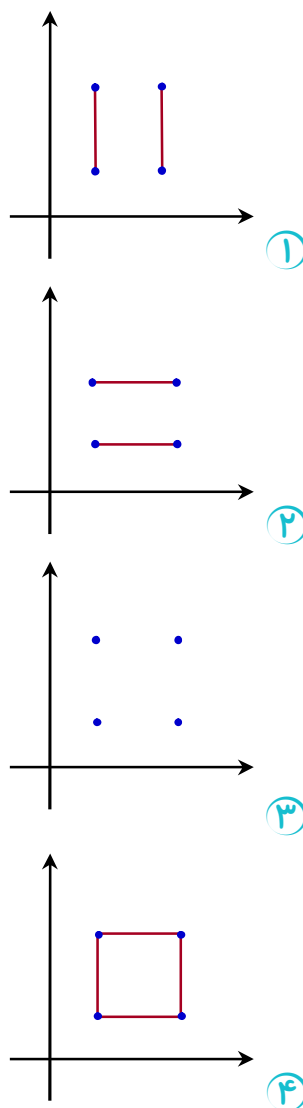
جبر مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

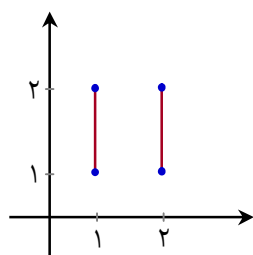
۳۲. اگر $A = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 < 6\}$

باشد، نمودار $B \times A$ شبیه کدام است؟



۱

$$A = [1, 2], B = \{1, 2\}$$



۳۳. متمم مجموعه $(A' \cup (B - A)) \cup (A' - B')$ زیرمجموعه

کدام مجموعه نیست؟

۱) $A - B$

۲) A

۳) $A \cup B$

۴) $A \cup B'$

پاسخ

۱ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$(A' \cup (B - A)) \cup (A' - B') \equiv \underbrace{(A' \cup (B \cap A'))}_{A'} \cup (A' \cap B)$$

$$\equiv A' \cup (A' \cap B) = A'$$

متمم مجموعه A' مجموعه A است که $(A')' = A$ است که زیرمجموعه $A - B$ نیست.

فیلم پاسخ



۳۴. اگر $A_n = \{m \in \mathbb{Z} | m \geq -n, 3^m \leq 3n\}$ باشد، آنگاه

$(A_1 \cup A_3) - A_2$ چند عضو دارد؟

۴ ①

۳ ②

۲ ③

صفر ④

پاسخ

$$A_1 = \{-1, 0, 1\}$$

$$A_2 = \{-2, -1, 0, 1\}$$

$$A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\Rightarrow (A_1 \cup A_3) - A_2 = \{-3, 2\}$$

۳

آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیر واحد یادگیری

جبر مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



meraat.ir

۳۵. اگر $A_n = (\frac{-2n}{n+1}, \frac{n}{n+1})$ ($n \in \mathbb{N}$) باشد، حاصل $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ کدام بازه است؟

۱) A_1

۲) $A_1 - A_2$

۳) $A_1 \cup A_2$

۴) $A_1 \cup A_n$

پاسخ

۱

$$A_1 = (-1, \frac{1}{2}), A_2 = (-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}),$$

$$A_3 = (-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}), \dots, A_n = (-\frac{n}{n+1}, \frac{n}{n+1})$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = (-1, \frac{1}{2}) = A_1$$

آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

مفاهیم اولیه مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۶. اگر $A = [0, 3]$ و $B = \{2, 3\}$ آنگاه $A \times B$ و $B \times A$ در

چند نقطه با مختصات صحیح مشترک هستند؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

بی شمار (۴)

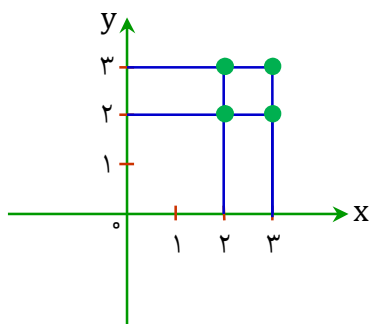
پاسخ

۳

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}$$

$$\Rightarrow A \times B = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 3, y = 2, y = 3\}$$

$$B \times A = \{(x, y) | x = 2, x = 3, 0 \leq y \leq 3\}$$



مطابق شکل $A \times B$ و $B \times A$ در نقاط $\{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

مشترک هستند، پس ۴ نقطه مشترک داریم.

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

ضرب دکارتی دو مجموعه

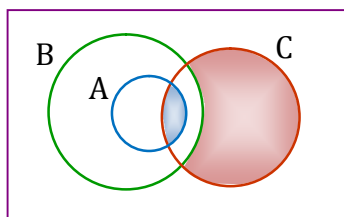
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۳۷. سه مجموعه A, B, C مطابق نمودار زیر مفروضند. کدام یک از گزینه‌های زیر، زیرمجموعه قسمت رنگ شده نیست؟



۱) $C - B$

۲) $C - (B - A)$

۳) $B - (A - C)$

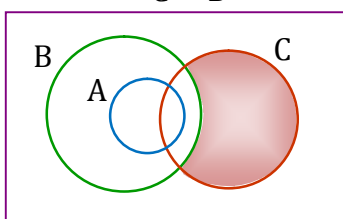
۴) $A - B$

پاسخ

۳

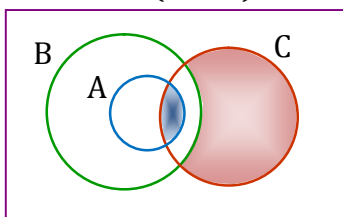
$C - B$

گزینه «۱»:



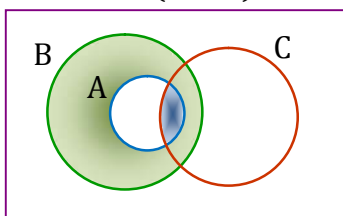
$C - (B - A)$

گزینه «۲»:



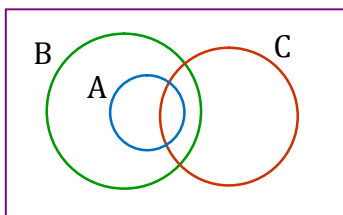
$B - (A - C)$

گزینه «۳»:



$A - B$

گزینه «۴»:



آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

جبر مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



meraat.ir

گزینه «۴» برابر تهی است و زیرمجموعه هر مجموعه‌ای است.

آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

جبر مجموعه‌ها

حیطه شناختی

مقدماتی

۳۸. به چند طریق می‌توان مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را به ۳ زیرمجموعه افراز کرد به طوری که a, b و c در ۳ زیرمجموعه متفاوت قرار داشته باشند؟

۱۲ ①

۱۸ ②

۲۴ ③

۲۷ ④

پاسخ

④ ابتدا a, b و c را در سه زیرمجموعه مجزا مانند زیر قرار می‌دهیم.

$\{a\}, \{b\}, \{c\}$

حال برای تعیین محل هر یک از اعضای d, e و f سه حالت وجود دارد (یا با a در یک مجموعه قرار دارند، یا با b و یا با c). بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$$

آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیرواحد یادگیری

افراز یک مجموعه

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



meraati.ir

۳۹. مجموعه $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به چند طریق می‌توان به دو مجموعه سه عضوی و یک مجموعه تک عضوی افراز کرد، به طوری که فاقد $\{a\}$ باشد؟

۱) ۴۵

۲) ۵۰

۳) ۵۶

۴) ۶۰

پاسخ

۴. طبق شرط مسئله، a نمی‌تواند در مجموعه تک عضوی قرار گیرد.

$$\text{تعداد انتخاب‌های مجموعه تک عضوی} = \binom{6}{1} = ۶$$

$$\text{تعداد انتخاب‌های دو مجموعه سه عضوی} = \frac{\binom{6}{3}\binom{3}{3}}{۲!} = ۱۰$$

$$\rightarrow \text{تعداد کل حالات} = ۶ \times ۱۰ = ۶۰$$

آمار و احتمال

فصل

فصل ۱: آشنایی با مبانی ریاضیات

واحد یادگیری

درس ۲: جبر مجموعه‌ها

زیر واحد یادگیری

افراز یک مجموعه

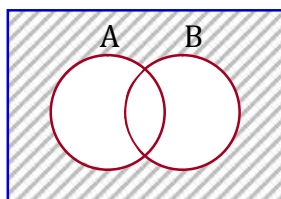
حیطه شناختی

پیشرفته

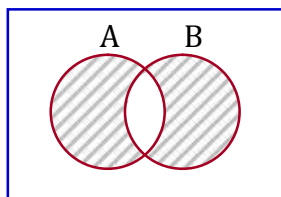
فیلم پاسخ



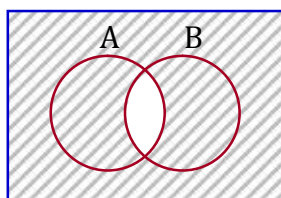
۴۰. کدام نمودارِ وِن، حاصل $[A' \cup (A - B)] \cap [B' \cup (B - A)]$ است؟



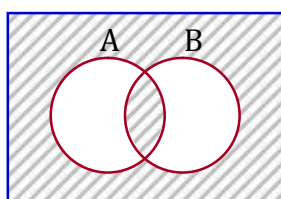
۱



۲



۳

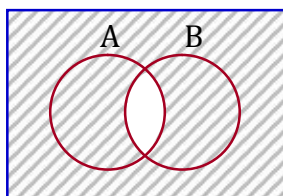


۴

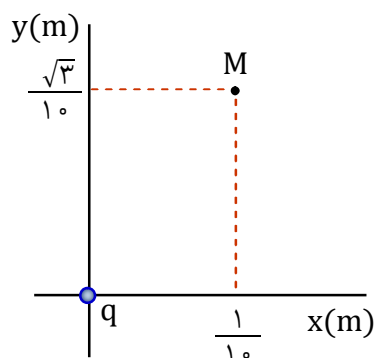
پاسخ

۳

$$\begin{aligned}
 & [A' \cup (A - B)] \cap [B' \cup (B - A)] \\
 &= [A' \cup (A \cap B')] \cap [B' \cup (B \cap A')] \\
 &= [\underbrace{(A' \cup A)}_U \cap (A' \cup B')] \cap [\underbrace{(B' \cup B)}_U \cap (B' \cup A')] \\
 &= A' \cup B' = (A \cap B)'
 \end{aligned}$$



۴۱. اگر بار $q = -5 \text{ nC}$ در مرکز دستگاه مختصات نشان داده شده قرار داشته باشد، بزرگی میدان الکتریکی در نقطه M در SI چقدر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$)



۱ $1/125 \times 10^6$

۲ $2/25 \times 10^5$

۳ ۱۱۲۵

۴ ۲۲۵

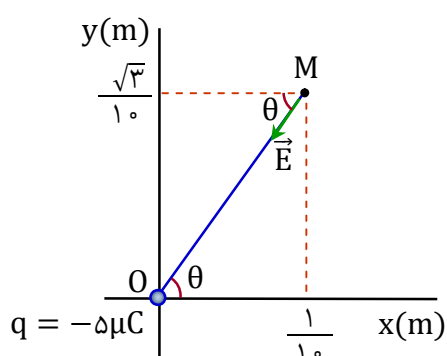
پاسخ

۳ -۱

$$OM = r = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ m}$$

-۲

$$E = k \frac{|q|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9}}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = 1125 \text{ N/C}$$



فیلم پاسخ

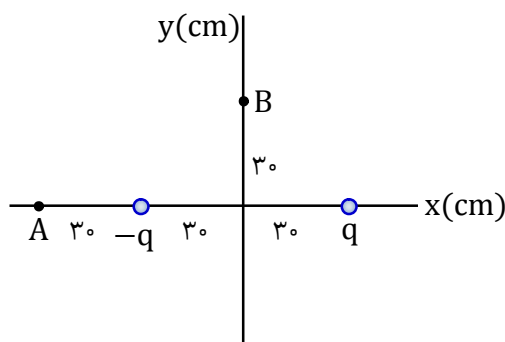


۴۲ در شکل زیر دو بار نقطه‌ای q و $-q$ در محل خود ثابت

شده‌اند. اختلاف بزرگی میدان در دو نقطه A و B

$(|E_A - E_B|)$ چند V/m است؟

$(q = 9\mu C, k = 9 \times 10^9 Nm^2/C^2)$



۱ $8\sqrt{2} \times 10^5$

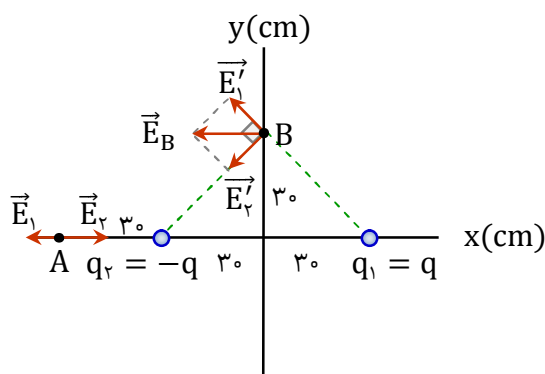
۲ $12/5\sqrt{2} \times 10^5$

۳ $(8 + 4/5\sqrt{2}) \times 10^5$

۴ $(8 - 4/5\sqrt{2}) \times 10^5$

پاسخ

۴



-۱

$$\vec{E}_A = \vec{E}_r + \vec{E}_l \Rightarrow E_A = E_r - E_l = k\left(\frac{|-q|}{(0.3)^2} - \frac{q}{(0.9)^2}\right)$$

$$\Rightarrow E_A = 10^{11}[(9 - 1) \times 10^{-6}] = 8 \times 10^5 V/m$$

-۲

$$\vec{E}_B = \vec{E}'_l + \vec{E}'_r \xrightarrow{\text{هم اندازه } E'_r \text{ و } E'_l} E_B = \sqrt{2}E'_r$$

و بر هم عمود

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیک ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از

یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیرواحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه

(میدان‌ها در یک امتداد نباشند)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



$$\Rightarrow E_B = \sqrt{2} \times 9 \times 10^9 \times \frac{9 \times 10^{-6}}{(0.3\sqrt{2})^2}$$

$$= 4/5\sqrt{2} \times 10^5 \text{ V/m}$$

$$|E_A - E_B| = 8 \times 10^5 - (4/5\sqrt{2}) \times 10^5$$

$$= (8 - 4/5\sqrt{2}) \times 10^5 \text{ V/m}$$

-۳

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از
یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیر واحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه
(میدان‌ها در یک امتداد نباشند)

حیطه شناختی

مقدماتی

۴۳. ۸ بار نقطه‌ای با فواصل مساوی روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر قرار دارند. اگر اندازه یکی از بارها $-2\mu\text{C}$ باشد و بقیه $+2\mu\text{C}$ باشند، اندازه میدان الکتریکی برآیند در مرکز دایره چند نیوتون بر کولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

۱) 1×10^7

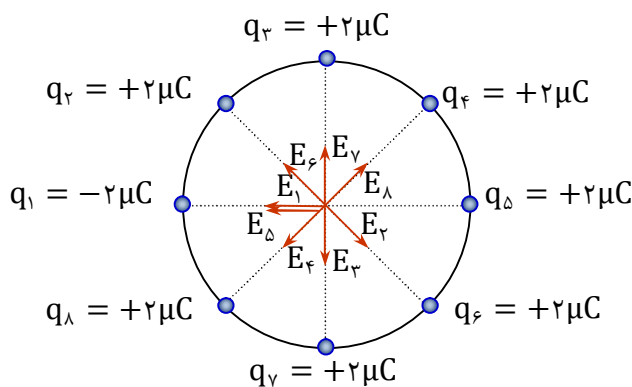
۲) 2×10^7

۳) 4×10^7

۴) 12×10^7

پاسخ

۳. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، میدانهای الکتریکی (E_1, E_2) ، (E_3, E_4) ، (E_5, E_6) مساوی و در خلاف جهت هم‌اند، پس یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و در نتیجه میدان الکتریکی برآیند مجموع دو میدان الکتریکی E_1 و E_5 خواهد بود؛ یعنی خواهیم داشت:



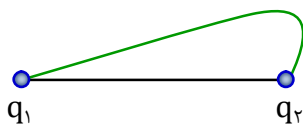
$$E = E_1 + E_5 \xrightarrow{E_1 = E_5}$$

$$E = 2E_1 = 2 \frac{kq_1}{r^2} = \frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

فیلم پاسخ



۴۴. در شکل قسمتی از خطوط میدان الکتریکی بین دو ذره باردار رسم شده است. کدام گزینه در مورد این دو بار درست است؟



۱. $|q_1| > |q_2|$, $q_1 q_2 < 0$

۲. $|q_1| < |q_2|$, $q_1 q_2 < 0$

۳. $|q_1| > |q_2|$, $q_1 q_2 > 0$

۴. $|q_1| < |q_2|$, $q_1 q_2 > 0$

پاسخ

- ۱- توجه کنید چون خط میدان با خروج از یکی از بارها وارد دیگری شده حتماً دو بار ناهمنام هستند. ($q_1 q_2 < 0$)
- ۲- کافی است به تراکم دو خط داده شده توجه کنید چون این دو خط در محل بار q_1 به هم نزدیکتر هستند، اندازه بار q_1 باید از اندازه بار q_2 بزرگتر باشد. ($|q_1| > |q_2|$)

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیر واحد یادگیری

خطوط میدان الکتریکی

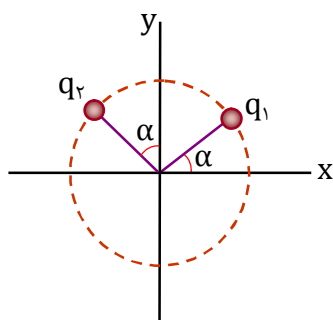
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۵. در شکل زیر، اگر میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار q_1 و q_2 در مرکز دایره در راستای محور x باشد، حاصل $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

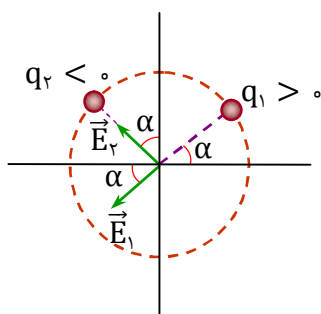
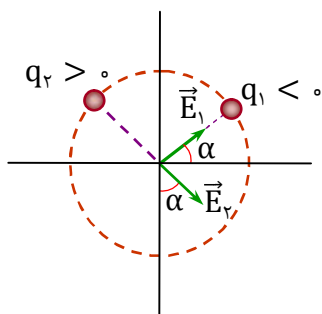


- ۱ $\frac{1}{\tan \alpha}$
- ۲ $-\frac{1}{\tan \alpha}$
- ۳ $\tan \alpha$
- ۴ $-\tan \alpha$

پاسخ

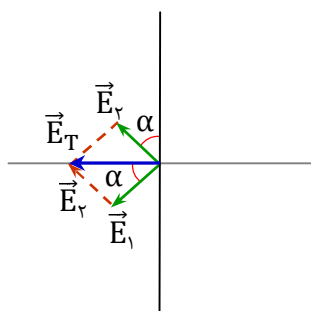
۴۱- اگر میدان ناشی از هر بار را در نقطه O رسم کنیم، برای اینکه میدان الکتریکی برآیند در راستای محور x باشد، تنها دو حالت زیر امکان پذیر است.

الف) $q_1 > 0$ و $q_2 < 0$ یا ب) $q_1 < 0$ و $q_2 > 0$



-۲

(الف)



فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیرواحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه (میدانها در یک امتداد نباشند)

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



با توجه به مثلث قائم الزاویه‌ای که وتر آن E_T و اضلاع آن $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ است، می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{E_2}{E_1} \quad (*)$$

(ب)

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \xrightarrow{r \text{ یکسان}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \xrightarrow{q_2 \text{ و } q_1 \text{ ناهمنام}} \frac{q_2}{q_1} \xrightarrow{(*)} \frac{q_2}{q_1} = -\tan \alpha$$

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیته ساکن

واحد یادگیری

میدان الکتریکی / میدان الکتریکی حاصل از

یک ذره باردار / خطوط میدان الکتریکی

زیر واحد یادگیری

محاسبه میدان چند بار در یک نقطه

(میدان‌ها در یک امتداد نباشند)

حیطه شناختی

پیشرفته

۴۶. چند عبارت از بین عبارت‌های زیر در مورد توزیع بار الکتریکی، اختلاف پتانسیل و میدان الکتریکی در مواد رسانا درست است؟
الف) در حالت تعادل الکتروستاتیکی اختلاف پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای بر سطح رسانا و نقطه‌ای درون رسانا صفر است.
ب) در هنگام وقوع آذرخش احتمال آسیب دیدن شخصی که داخل خودرو است از شخصی که بیرون خودرو است، کمتر است.
پ) در حالت تعادل الکتروستاتیکی میدان الکتریکی درون رسانا صفر است.
ت) در حالت تعادل الکتروستاتیکی پتانسیل الکتریکی نقاط نوک تیز با سایر نقاط برابر است.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

پاسخ

۴. دقت کنید در حالت تعادل الکتروستاتیکی:

- ۱- بار فقط در سطح خارجی توزیع شده و اگر سطح خارجی همگن نباشد تراکم آن در نقاط نوک تیز بیشتر است. (بنابراین در آذرخش فرد درون خودرو کمتر در معرض عبور بار اضافی حاصل از آذرخش قرار داشته و کمتر آسیب می‌بیند.) (ب درست)
- ۲- میدان الکتریکی درون رسانا صفر و فقط در سطح رسانا وجود داشته و بر سطح عمود است. (پ درست است.)
- ۳- در حالت تعادل الکتروستاتیکی پتانسیل الکتریکی همه نقاط رسانا یکسان است. (الف و ت درست است.)

فیلم پاسخ



۴۷. بار $q = -6\mu\text{C}$ از نقطه A به نقطه B با پتانسیل الکتریکی 3500V می‌رود و در این جابه‌جایی انرژی پتانسیل الکتریکی بار 3J زیاد می‌شود. پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

- ① -1500
 ② -8500
 ③ 1500
 ④ 8500

پاسخ

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

$$\Rightarrow (V_B - V_A) = \frac{+3\text{J}}{-6 \times 10^{-6}} = -\frac{1}{2} \times 10^4 = -5000\text{V}$$

$$\xrightarrow{V_B = -3500\text{V}} -3500 - V_A = -5000 \Rightarrow V_A = 1500\text{V}$$

۳

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی

/ توزیع بار الکتریکی در اجسام رسانا

زیرواحد یادگیری

مفهوم انرژی پتانسیل الکتریکی و کار نیروی

میدان / اختلاف پتانسیل الکتریکی و

پتانسیل الکتریکی

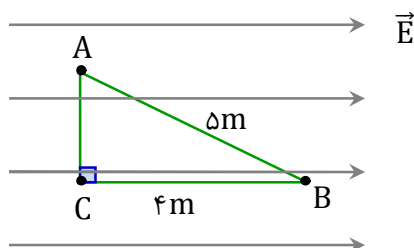
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۴۸. اگر بار q در میدان الکتریکی یکنواخت نشان داده شده در شکل از نقطه A به B در مسیر AB جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن $0.5J$ کاهش می‌یابد. چنانچه بار $2q$ از نقطه B در امتداد مسیر BCA به A برود، کار نیروی الکتریکی وارد بر آن چند ژول خواهد بود؟



۱ ①

-۱ ②

۰/۸ ③

-۰/۸ ④

پاسخ

۱- می‌دانیم کار و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی تابع مسیر حرکت بار در میدان نیست و تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی قرینه کار نیروی الکتریکی است.

$$(\Delta U_E = -W_E)$$

۲- چون در جابه‌جایی از A تا B انرژی پتانسیل الکتریکی $0.5J$ کم شده، پس کار نیروی الکتریکی در این فاصله برای بار q مثبت و برابر $0.5J$ است. حال کافی است توجه کنید بار منفی دو برابر شده و جهت جابه‌جایی هم قرینه جهت جابه‌جایی اولیه است، لذا داریم:

$$W_1 = Eqd \cos \theta \xrightarrow[q_2 = -2q]{d_2 = -d} W_2 = 2W_1 = +1J$$

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

انرژی پتانسیل الکتریکی / پتانسیل الکتریکی
/ توزیع بار الکتریکی در اجسام رسانا

زیر واحد یادگیری

مفهوم انرژی پتانسیل الکتریکی و کار نیروی
میدان / اختلاف پتانسیل الکتریکی و
پتانسیل الکتریکی

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۴۹. در یک خازن مسطح که فضای بین دو صفحه آن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک $۳/۵$ پر شده، فاصله بین صفحات ۳mm و مساحت هر صفحه ۴cm^2 است. ظرفیت این خازن چند پیکوفاراد است؟ $(\epsilon_0 \approx 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}})$

۴۲ ①

۴/۲ ②

۲۱ ③

۲/۱ ④

پاسخ

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow$$

$$C = 3/5 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{4 \times 10^{-4}}{3 \times 10^{-3}} = 42 \times 10^{-13} \text{F}$$

$$= 4/2 \times 10^{-12} \text{F} = 4/2 \text{pF}$$

۲

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیرواحد یادگیری

خازن (روابط) / اثر و انواع دی‌الکتریک /

فروریزش الکتریکی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۰ مدار یک فلاش عکاسی انرژی را با ولتاژ ۳۰۰ ولت در یک خازن با ظرفیت $600 \mu F$ ذخیره می‌کند. انرژی الکتریکی ذخیره شده در این خازن چند ژول است؟

۱) ۰/۰۹

۲) ۰/۲۷

۳) ۹

۴) ۲۷

۴

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-6} \times (300)^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^{-4} \times 9 \times 10^4 = 27J$$

پاسخ

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

انرژی و تغییر انرژی خازن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۱ اگر اختلاف پتانسیل دو سر خازنی را ۴ برابر کنیم بار ذخیره شده در خازن $۶\mu C$ افزایش می‌یابد. بار اولیه ذخیره شده در خازن چند میکروکولن است؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۸

پاسخ

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{q_1}{V_1} = \frac{q_2}{V_2} \xrightarrow{V_2=4V_1} q_2 = 4q_1$$

$$\xrightarrow{q_2 - q_1 = 6} 3q_1 = 6 \Rightarrow q_1 = 2\mu C$$

۱

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / انرژی خازن

زیرواحد یادگیری

خازن (روابط)

حیطه شناختی

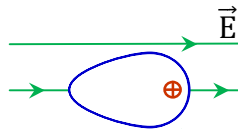
پیشرفته

فیلم پاسخ



۵۲ کدام گزینه در مورد دی‌الکتریک نادرست است؟

۱) وضعیت دی‌الکتریک غیرقطبی در میدان الکتریکی بین دو صفحه



خازن به شکل خواهد بود.

۲) اگر ظرفیت خازن بدون دی‌الکتریک C_0 و ظرفیت همان خازن با

$$C = \frac{C_0}{K}$$

دی‌الکتریک C باشد، خواهیم داشت:

۳) در حضور میدان الکتریکی، مولکول‌های قطبی در دی‌الکتریک قطبی

می‌کشند خود را در جهت میدان الکتریکی خارجی هم‌ردیف کنند.

۴) حضور دی‌الکتریک‌ها در خازن حداکثر ولتاژ قابل تحمل خازن را

افزایش می‌دهند.

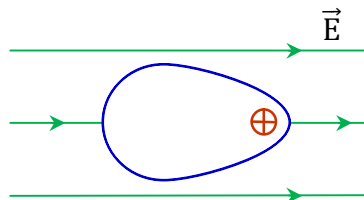
پاسخ

۱ - گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» کاملاً درست و برگرفته از متن

کتاب درسی هستند.

۲ - به نحوه قطبیده شدن اتم‌های غیرقطبی در میدان الکتریکی

خارجی توجه کنید.



بنابراین گزینه «۱» نادرست است.

فیلم پاسخ



۵۳ دو صفحه خازنی را که به یک باتری متصل است، از یکدیگر

دور می‌کنیم، در این صورت کدام گزینه درست است؟

- ① بار الکتریکی روی صفحه‌های خازن بیش‌تر می‌شود.
- ② بار الکتریکی روی صفحه‌های خازن ثابت می‌ماند.
- ③ بار الکتریکی روی صفحه‌های خازن کم‌تر می‌شود.
- ④ ظرفیت خازن ثابت می‌ماند.

پاسخ

③ با زیاد شدن فاصله دو صفحه خازن طبق رابطه $C = \frac{\epsilon_0 k A}{d}$ ↓

ظرفیت خازن کاهش می‌یابد و چون پس از شارژ، خازن را از باتری جدا نکرده‌ایم، پس اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند، در نتیجه طبق فرمول $q = CV$ با ثابت بودن V و کاهش C مقدار بار خازن کاهش می‌یابد.

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

خازن جدا و متصل به باتری

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۴. مساحت سطح متقابل دو خازن با ظرفیت‌های C_1 و C_2 به ترتیب برابر A_1 و $A_2 = \frac{A_1}{4}$ بوده و فاصله صفحات آن‌ها از هم به ترتیب d_1 و $d_2 = 2d_1$ است. دی‌الکتریک خازن C_1 هوا اما دی‌الکتریک خازن C_2 ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک ۵ است. اگر دو سر خازن C_1 را به اختلاف پتانسیل V_1 و دو سر خازن C_2 را به اختلاف پتانسیل $V_2 = 4V_1$ وصل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن C_2 چند برابر انرژی ذخیره‌شده در خازن C_1 است؟

۱) ۳/۲

۲) ۲۰

۳) ۳۶

۴) ۸۰

پاسخ

۲) ۱- نسبت ظرفیت‌ها را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{A_2}{A_1} \times \frac{d_1}{d_2} = 5 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

-۲

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_2}{C_1} \cdot \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \frac{5}{8} \times 4^2 = 25$$

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیکی ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

انرژی و تغییر انرژی خازن

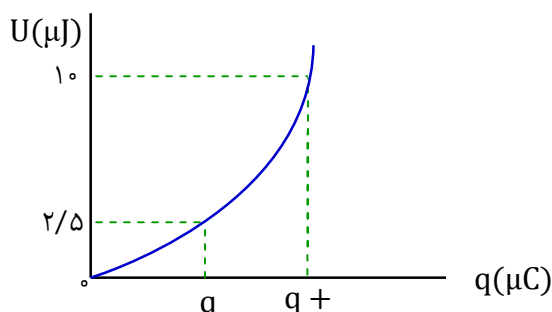
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۵ نمودار تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن بر حسب بار ذخیره شده آن مطابق شکل زیر است. اگر ولتاژ دو سر خازن ۲۰V باشد، انرژی ذخیره شده آن چند میکروژول است؟



۱۰۰ ①

۱۰۰۰ ②

۵۰ ③

۲۵۰ ④

پاسخ

-۱ ②

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{C \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{q_2}{q_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{10}{2.5} = \left(\frac{q+5}{q}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{q+5}{q} = 2 \Rightarrow q = 5 \mu C$$

-۲

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow 2.5 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times \frac{(5 \times 10^{-6})^2}{C}$$

$$\Rightarrow C = 5 \times 10^{-6} F = 5 \mu F$$

-۳

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (20)^2 = 1000 \mu J$$

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

انرژی و تغییر انرژی خازن

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۶ خازنی را در ابتدا به باتری $۱۰V$ بسته، بار ذخیره شده در این حالت برابر q است، سپس خازن شارژ شده را به باتری $۱۵V$ می‌بندیم. بار ذخیره شده در این حالت $q + ۲mC$ می‌گردد. کدام گزینه در مورد این خازن درست است؟

① ظرفیت این خازن $۰/۴mF$ است.

② بار اولیه خازن $q = ۶mC$ است.

③ ظرفیت این خازن $۱/۵$ برابر می‌شود.

④ ظرفیت این خازن $\frac{۲}{۳}$ برابر می‌شود.

پاسخ

① - ۱- حتماً دقت دارید ظرفیت خازن تابع ولتاژ و یا بار ذخیره شده در آن نیست و با تغییر ولتاژ تغییر نمی‌کند؛ بنابراین برای تعیین ظرفیت رابطه زیر را پیشنهاد می‌کنیم.

$$\begin{aligned} q_1 &= CV_1 \\ q_2 &= CV_2 \Rightarrow q_2 - q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow C = \frac{\Delta q}{\Delta V} \end{aligned}$$

۲- با استفاده از رابطه به‌دست آمده به سادگی ظرفیت تعیین می‌شود.

$$C = \frac{(q + 2 \times 10^{-3}) - q}{15 - 10} = 0/4 \times 10^{-3} = 0/4mF$$

-۳

$$q = CV = 0/4 \times 10^{-3} \times 10 = 4mC$$

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / انرژی خازن

زیرواحد یادگیری

خازن (روابط)

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۷ خازنی را با ولتاژ $5V$ شارژ کرده‌ایم و بار آن برابر $60pC$ شده است. اگر فاصله صفحات این خازن از هم $0.2mm$ باشد، مساحت هر صفحه خازن چند میلی‌متر مربع است؟ (در بین صفحات خازن ماده عایقی به کار نرفته است و $\epsilon_0 = 10^{-10} C^2/N.m^2$)

۱) ۲۴

۲) ۱۲۰

۳) ۱۲

۴) ۰/۲۴

پاسخ

۱) -۱

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow C = \frac{60}{5} = 12pF$$

-۲

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 12 \times 10^{-12} = 1 \times 10^{-10} \times \frac{A}{0.2 \times 10^{-3}} \\ \Rightarrow A = 24 \times 10^{-6} m^2 = 24 mm^2$$

فیزیک (۲)

فصل

فصل ۱: الکتریسیته ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

خازن (روابط) / اثر و انواع دی‌الکتریک /

فروریزش الکتریکی

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۵۸ ولتاژ یک خازن را ۶V افزایش می‌دهیم. بار الکتریکی و انرژی ذخیره شده در آن به ترتیب $2\mu C$ و $26\mu J$ افزایش می‌یابند، ولتاژ نهایی خازن چند ولت است؟

۱۴ ①

۲۸ ②

۱۶ ③

۳۲ ④

پاسخ

۳ روش اول:

بدانید

$$C = \frac{q}{V} \xrightarrow{C \text{ ثابت}} C = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

۱- با توجه به بدانید بیان شده ظرفیت خازن را حساب می‌کنیم:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{2 \times 10^{-6}}{6} = \frac{1}{3} \mu F$$

-۲

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \Delta U = \frac{1}{2} C (V_2^2 - V_1^2) \xrightarrow{V_1 = V_2 - 6}$$

$$26 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times 10^{-6} \right) (V_2^2 - (V_2 - 6)^2)$$

$$\Rightarrow 156 = 12V_2 - 36 \Rightarrow V_2 = 16V$$

روش دوم:

بدانید

$$\Delta U = \Delta q \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right)$$

$$\Delta U = \Delta q \left(\frac{V_1 + V_2}{2} \right) \xrightarrow{V_1 = V_2 - 6}$$

$$26 \times 10^{-6} = 2 \times 10^{-6} \left(\frac{2V_2 - 6}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 2V_2 = 32 \Rightarrow V_2 = 16V$$

فیلم پاسخ



۵۹ خازنی را با یک مولد شارژ کرده و سپس صفحات آن را از مولد جدا می‌کنیم و فاصله صفحات خازن را نصف می‌کنیم. انرژی ذخیره شده و میدان الکتریکی خازن به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

- ① ۲ برابر شده، $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.
- ② ثابت مانده، دو برابر می‌شود.
- ③ $\frac{1}{4}$ برابر شده، دو برابر می‌شود.
- ④ $\frac{1}{4}$ برابر شده، ثابت می‌ماند.

پاسخ

۴

بدانید

در یک خازن جدا از باتری، بار خازن در هر شرایطی ثابت است.

-۱

$$C = \kappa \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \xrightarrow{\kappa, A \text{ ثابت}} \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d}{\frac{d}{2}} = 2$$

-۲

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1}{2}$$

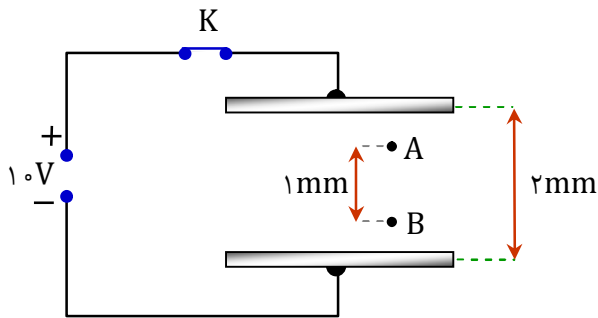
-۳

$$\begin{cases} E = \frac{V}{d} \\ V = \frac{q}{C} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{q}{Cd} \xrightarrow{C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}} E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \xrightarrow{A, \kappa, q \text{ ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = 1$$

فیلم پاسخ



۶۰ مطابق شکل دو صفحه خازنی به دو سر یک باتری بسته شده‌اند. اگر پس از شارژ خازن کلید K را باز کرده و فاصله صفحات خازن را از هم دو برابر کنیم، اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B و انرژی ذخیره شده در خازن به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟ (دو نقطه A و B ثابت هستند).



۱) نصف می‌شود، نصف می‌شود.

۲) نصف می‌شود، دو برابر می‌شود.

۳) ثابت می‌ماند، نصف می‌شود.

۴) ثابت می‌ماند، دو برابر می‌شود.

پاسخ

۴۰ ۱- محاسبه تغییر ظرفیت خازن:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d}{2d} = \frac{1}{2}$$

۲- در خازنی که از باتری جدا شده باشد و در مدار دیگری به کار نرفته باشد، بار الکتریکی خازن (q) ثابت است.

(الف)

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2$$

(ب)

$$\begin{cases} E = \frac{V}{d} \\ q = CV \\ C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A} \xrightarrow[\text{E تابع d نمی باشد}]{\text{در این خازن (جدا از باتری)}} \frac{E_2}{E_1} = 1$$

(پ)

$$\Delta V_{B,A} = E d \cos \theta \xrightarrow{\text{همه پارامترها ثابت}} \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = 1$$

فصل

فصل ۱: الکترواستاتیک ساکن

واحد یادگیری

خازن / خازن با دی‌الکتریک / انرژی خازن

زیر واحد یادگیری

خازن جدا و متصل به باتری

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۱. کلمه‌های پیشنهادی در کدام گزینه، جای خالی جمله‌های (آ) و (ب) را به درستی پر می‌کنند؟
 (آ) اگر واکنشی به خوبی پیشرفت کند، می‌توان نتیجه گرفت که واکنش‌پذیری بیشتر است.
 (ب) سدیم اکسید با کربن واکنش نمی‌دهد. پس می‌توان گفت پایداری Na_2O و C از CO_2 و Na است.

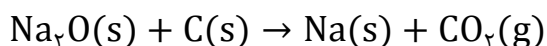
- ① مواد فراورده از واکنش‌دهنده - کمتر
- ② مواد واکنش‌دهنده از فراورده - بیشتر
- ③ مواد فراورده از واکنش‌دهنده - بیشتر
- ④ مواد واکنش‌دهنده از فراورده - کمتر

پاسخ

۲

میدانید

وقتی یک واکنش به خوبی پیشرفت می‌کند یعنی واکنش‌پذیری واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها بیشتر است و یا فراورده‌ها پایدارتر از واکنش‌دهنده‌ها هستند.



انجام نشدن واکنش فوق نشان‌دهنده پایداری بیشتر و واکنش‌پذیری کمتر واکنش‌دهنده‌ها نسبت به فراورده‌ها می‌باشد.

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیر واحد یادگیری

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

۶۲ در مورد واکنش ترمیت کدام عبارت (ها) درست است؟
 (آ) این واکنش به دلیل واکنش‌پذیری بیشتر آلومینیم نسبت به آهن انجام می‌شود.
 (ب) یکی از فراورده‌های این واکنش Fe(s) است.
 (پ) از آهن (II) اکسید برای تهیه رنگ قرمز در نقاشی استفاده می‌شود.
 (ت) از این واکنش برای جوش کاری لوله‌های نفت و گاز در زیر آب استفاده می‌شود.

۱ فقط آ

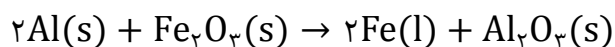
۲ آ، ب

۳ پ، ت

۴ ب، پ

پاسخ

۱



(آ) درست: واکنش‌پذیری Al از Fe بیشتر است.
 (ب) نادرست: آهن در این واکنش به شکل مذاب Fe(l) تولید می‌شود.
 (پ) نادرست: از آهن (III) اکسید برای تهیه رنگ قرمز در نقاشی استفاده می‌شود.
 (ت) نادرست: از این واکنش برای جوش دادن خطوط راه‌آهن استفاده می‌شود.

فیلم پاسخ



فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیر واحد یادگیری

گنج‌های اعماق دریا

حیطه شناختی

مقدماتی

۶۳ ترتیب درستی یا نادرستی سه جمله زیر در کدام گزینه، صحیح است؟

(آ) در پالایش فلزها به کمک گیاهان، پس از کاشت گیاه در معدن یا خاک دارای فلز و برداشت گیاه و سوزاندن آن، فلز از خاکستر حاصل جداسازی می‌شود.

(ب) اگر مقدار فلز در یک کیلوگرم از گیاه، زیاد باشد، روش گیاه پالایی، برای استخراج فلز مقرون به صرفه است.

(پ) غلظت فلزها در ترکیب‌های موجود در کف اقیانوس‌ها نسبت به ترکیب‌های آنها در سطح زمین، کم‌تر بوده و استخراج آنها از منابع اقیانوس مقرون به صرفه نمی‌باشد.

۱ درست - درست - نادرست

۲ درست - نادرست - نادرست

۳ درست - نادرست - درست

۴ نادرست - نادرست - درست

پاسخ

۲ (آ) درست است.

(ب) با وجود بیشتر بودن درصد فلز نیکل در یک کیلوگرم گیاه نسبت به درصد آن در سنگ معدن بدلیل بالا بودن هزینه‌ها، گیاه پالایی در مورد این فلز مقرون به صرفه نیست.

(پ) نادرست است. غلظت فلزهای زیادی در منابع کف اقیانوس از سطح زمین بیشتر است و بهره‌برداری از این منابع در حال انجام است.

فیلم پاسخ



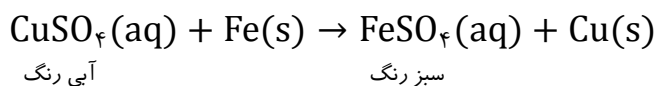
۶۴ یک میخ آهنی را در لوله آزمایشی که در شکل دیده می‌شود وارد کرده و صبر می‌کنیم تا واکنش به طور کامل انجام شود. رنگ محلول قبل از واکنش و بعد از واکنش و تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه $3d$ یون آهن تولید شده در طی واکنش، به ترتیب کدامند؟

محلول CuSO_4

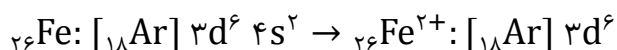
- ① آبی - سبز - ۶
- ② آبی - سبز - ۵
- ③ سبز - آبی - ۵
- ④ سبز - آبی - ۶

پاسخ

① واکنش انجام شده را می‌توان به صورت زیر نشان داد:



یون Fe^{2+} تولید می‌شود:



شیمی (۲)

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیرواحد یادگیری

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۵ کدام گزینه در مورد کربن نادرست است؟

- ① تمایل دارد چهار الکترون موجود در زیرلایه آخر خود را به اشتراک گذاشته و به آرایش هشتتایی پایدار برسد.
- ② ترکیبهای شناخته شده کربن از مجموع ترکیبهای شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای بیشتر است.
- ③ کربن می‌تواند پیوندهای اشتراکی یگانه، دوگانه و یا سه‌گانه تشکیل دهد.
- ④ کربن می‌تواند در اتصال با اتمهای کربن دیگر، زنجیر و حلقه‌های کربنی در اندازه‌های گوناگون تشکیل دهد.

پاسخ

- ① کربن با توجه به آرایش الکترونی خود در زیرلایه آخر خود، ۲ الکترون دارد و در لایه آخر یا لایه ظرفیت خود، چهار الکترون دارد:
- $${}^6\text{C}: 1s^2 2s^2 2p^2$$



عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

شناسایی یون‌های فلزی در یک نمونه / مقایسه واکنش‌پذیری فلزات

۶۶ برای شناسایی کاتیون آهن موجود در یک نمونه زنگ آهن واکنش‌های زیر انجام شده است. کدام گزینه نادرست است؟

I) آب + X → زنگ آهن + هیدروکلریک اسید

II) سدیم کلرید + X → Y + سدیم هیدروکسید

① X، $\text{FeCl}_3(\text{aq})$ و Y، $\text{Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$ می‌باشد.

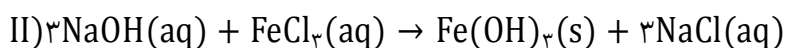
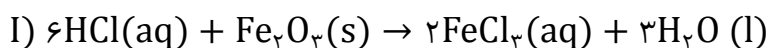
② مجموع ضریب‌های استوکیومتری در واکنش (I) برابر ۱۲ است.

③ هر مول یون آهن موجود در زنگ آهن با دو مول یون هیدروکسید واکنش می‌دهد.

④ کاتیون موجود در زنگ آهن با OH^- رسوب قرمز تیره می‌دهد.

پاسخ

③ واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



یون Fe^{3+} موجود در زنگ آهن با یون OH^- ترکیب $\text{Fe}(\text{OH})_3$ را تشکیل می‌دهد پس هر مول از آن با سه مول یون OH^- واکنش می‌دهد.

FeCl_3 در آب محلول و $\text{Fe}(\text{OH})_3$ رسوبی به رنگ قرمز تیره است.

فیلم پاسخ



۶۷ از واکنش سوختن کامل $14/4\text{g}$ از یک آلکان، $21/6$ گرم آب تولید شده است. برای این آلکان چند شکل ساختاری می‌توان رسم کرد؟ ($C = 12, H = 1, O = 16: \text{g. mol}^{-1}$)

۱) ۶

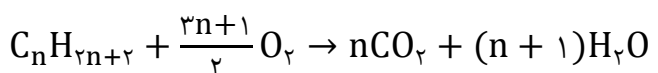
۲) ۳

۳) ۵

۴) ۴

پاسخ

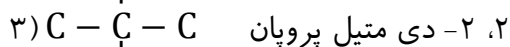
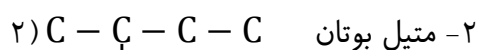
۲) معادله کلی سوختن یک آلکان را می‌توان به صورت زیر نوشت:



$$14/4\text{g} C_nH_{2n+2} \times \frac{1\text{mol} C_nH_{2n+2}}{(14n+2)\text{g} C_nH_{2n+2}} \times \frac{(n+1)\text{mol} H_2O}{1\text{mol} C_nH_{2n+2}} \\ \times \frac{18\text{g} H_2O}{1\text{mol} H_2O} = 21/6\text{g} H_2O$$

$$\Rightarrow n = 5$$

پنتان دارای ۳ ایزومر می‌باشد.



فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

نفت / کربن / آلکان ها / نامگذاری آلکان ها

زیر واحد یادگیری

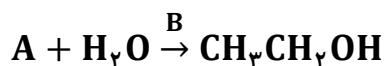
حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۶۸ با توجه به واکنش داده شده، کدام گزینه نادرست است؟



① A در دمای اتاق حالت گازی داشته و موجب رسیدن میوه های نارس می شود.

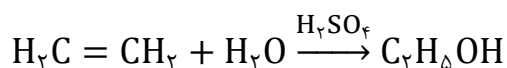
② B در دمای اتاق حالت مایع داشته و برای ضد عفونی کردن کاربرد دارد.

③ A یک ترکیب سیر نشده است اما فراورده واکنش ترکیبی سیر شده است.

④ A نخستین عضو خانواده آلکن ها محسوب می شود.

پاسخ

۲



گزینه «۲» نادرست است. B سولفوریک اسید (H_2SO_4) است و در این واکنش نقش کاتالیزگر دارد.

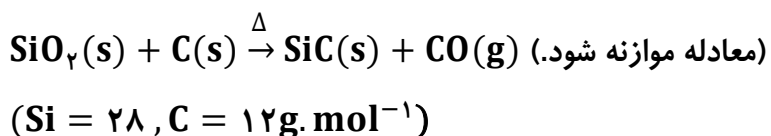
فراورده واکنش اتانول C_2H_5OH برای ضد عفونی کردن استفاده می شود.

اتن (واکنش دهنده) دارای پیوند دوگانه و سیر نشده است و نخستین عضو خانواده آلکن ها می باشد.

فیلم پاسخ



۶۹ سیلیسیم کاربید (SiC) یک ساینده صنعتی است که از واکنش زیر تولید می‌شود. به ازای تولید هر کیلوگرم از این ماده، چند لیتر گاز آلاینده CO در شرایط STP تولید می‌شود؟ (بازده درصدی واکنش ۸۰ درصد می‌باشد.)



① ۵۶۰

② ۸۹۶

③ ۱۴۰۰

④ ۲۲۴۰

پاسخ

۲

معادله موازنه شده: $\text{SiO}_2 + 3\text{C}(\text{s}) \xrightarrow{\Delta} \text{SiC}(\text{s}) + 2\text{CO}(\text{g})$

$$\begin{aligned} ? \text{ LCO} &= 1 \text{ kg SiC} \times \frac{1000 \text{ g SiC}}{1 \text{ kg SiC}} \times \frac{1 \text{ mol SiC}}{40 \text{ g SiC}} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{1 \text{ mol SiC}} \\ &\times \frac{22.4 \text{ LCO}}{1 \text{ mol CO}} = 1120 \text{ LCO} \end{aligned}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$80 = \frac{\text{مقدار عملی}}{1120} \times 100$$

$$\text{مقدار عملی} = 896 \text{ LCO}$$

شیمی (۲)

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

عنصرها به چه شکلی در طبیعت یافت می‌شوند؟ / دنیای واقعی واکنش‌ها / گنج‌های اعماق دریا / جریان فلز بین محیط زیست و جامعه

زیر واحد یادگیری

درصد خلوص و بازده درصدی در استوکیومتری

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۷۰. جرم مولکولی یک آلکان 72 g. mol^{-1} می باشد. اختلاف تعداد

هیدروژن ها و کربن های این آلکان کدام است؟

۱) ۶

۲) ۷

۳) ۸

۴) ۹

پاسخ

۲

بدانید

با توجه به جرم اتمی کربن و هیدروژن و فرمول عمومی C_nH_{2n+2} برای آلکان ها می توان جرم آن ها را $(14n + 2)$ در نظر گرفت.

$$C_nH_{2n+2} = 12n + 2n + 2 = 14n + 2$$

$$14n + 2 = 72$$

$$14n = 70 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12} \text{ آلکان}$$

$$12 - 5 = 7$$

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

نفت / کربن / آلکان ها / نامگذاری آلکان ها

زیر واحد یادگیری

آلکان ها و نامگذاری آنها

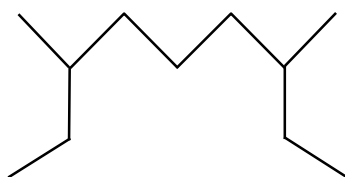
حیطه شناختی

مقدماتی

فیلم پاسخ



۷۱. نام آلکان زیر چیست؟



① ۳، ۳-دی متیل نونان

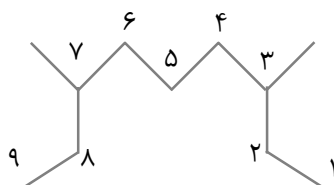
② ۷، ۳-دی متیل نونان

③ ۲، ۲-دی اتیل متان

④ ۲-اتیل - ۶-متیل اوکتان

پاسخ

② در انتخاب زنجیر اصلی باید طوری عمل کنیم، که بیشترین تعداد اتمهای کربن را داشته باشد.



۳، ۷-دی متیل نونان

فیلم پاسخ



۷۲. کدام عبارت نادرست است؟

- ① هر چه نیروی‌های بین مولکولی یک آلکان ضعیف‌تر باشد، میزان تمایل به جاری‌شدن آن بیشتر است.
- ② هر چه تمایل برای تبدیل شدن به حالت گاز در یک آلکان کمتر باشد، میزان چسبندگی آن بیشتر است.
- ③ هر چه مقاومت در برابر جاری شدن آلکان بیشتر باشد، میزان انرژی لازم برای به جوش آمدن آن بیشتر است.
- ④ هر چه میزان فرار بودن یک آلکان بیشتر باشد، میزان مقاومت در برابر جاری شدن آن بیشتر است.

پاسخ

۴



شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها با قدرت نیروهای بین مولکولی، میزان گرانروی، میزان چسبندگی و نقطه جوش آن‌ها رابطه مستقیم دارد. شمار اتم‌های کربن در آلکان‌ها با میزان تمایل برای جاری شدن و تمایل برای تبدیل شدن آن‌ها به حالت گاز رابطه وارونه دارد. گزینه «۴» نادرست است. فرار بودن یک آلکان به معنای سبک بودن و کم بودن شمار اتم‌های کربن آن است. پس نیروهای بین مولکولی کمتری دارد و در برابر جاری شدن مقاومت کمتری خواهد داشت.

فیلم پاسخ



۷۳. مخلوطی از گازهای متان و پروپن در شرایط STP، ۲۸ لیتر حجم دارند و در واکنش با ۴۰ گرم بُرم آن را به‌طور کامل بی‌رنگ می‌کنند. جرم متان موجود در این مخلوط چند گرم است؟ ($\text{Br} = ۸۰, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱ \text{ g. mol}^{-۱}$)

۱۶ ①

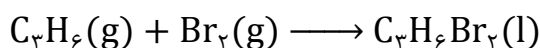
۲۴ ②

۳۲ ③

۴۰ ④

پاسخ

① متان با بُرم واکنش نمی‌دهد، چون ترکیبی سیر شده است. پس ۴۰ گرم بُرم توسط پروپن (C_3H_6) مصرف شده است:



$$\begin{aligned} ? \text{ mol C}_3\text{H}_6 &= 40 \text{ g Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160 \text{ g Br}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_6}{1 \text{ mol Br}_2} \\ &= 0.25 \text{ mol C}_3\text{H}_6 \end{aligned}$$

$$\text{تعداد مول‌های کل} = 28 \text{ L G} \times \frac{1 \text{ mol G}}{22.4 \text{ L}} = 1.25 \text{ mol G}$$

$$\begin{aligned} \text{تعداد مول‌های متان} &= 1.25 \text{ mol G} - 0.25 \text{ mol C}_3\text{H}_6 \\ &= 1 \text{ mol CH}_4 \end{aligned}$$

$$? \text{ g CH}_4 = 1 \text{ mol CH}_4 \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} = 16 \text{ g CH}_4$$

فصل

فصل ۱: قدر هدایای زمینی را بدانیم

واحد یادگیری

آلکن‌ها / آلکین‌ها / هیدروکربن‌های حلقوی

/ نفت، ماده‌ای که اقتصاد جهان را دگرگون

ساخت

زیر واحد یادگیری

آلکین‌ها

حیطه شناختی

پیشرفته

فیلم پاسخ



۷۴. با توجه به ساختار زیر کدام موارد درست است؟

 $(Br = 80 \text{ g. mol}^{-1})$ آ) تفاوت شمار گروه های CH_3 و CH_2 در آن برابر ۲ است.

ب) در واکنش ۱/۰ مول از آن با برم، جرم فراورده حاصل ۸ گرم افزایش می یابد.

پ) شمار پیوندهای $C-H$ در آن ۳ برابر شمار پیوندهای یگانه $C-C$ می باشد.

ت) تفاوت شمار اتم های هیدروژن در آن با شمار اتم های هیدروژن در هیدروکربن سیر شده هم کربن با خود برابر ۴ است.

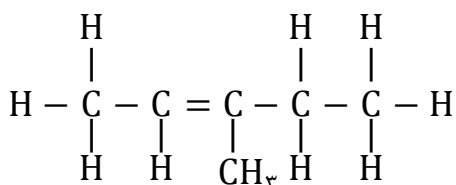
۱) آ و پ

۲) آ و ت

۳) ب و ت

۴) ب و پ

پاسخ

۱) شکل داده شده مربوط به مولکول ۳-متیل-۲-پنتن با فرمول مولکولی C_6H_{12} می باشد.آ) درست. سه گروه CH_3 و یک گروه CH_2 دارد.ب) نادرست. ۱/۰ مول از آن با ۱/۰ مول Br_2 یعنی (۱۶ گرم) واکنش می دهد و به جرم آن ۱۶ گرم اضافه می شود.پ) درست است. در شکل ۱۲ پیوند $C-H$ و چهار پیوند $C-C$ دیده می شود.ت) نادرست. مولکول داده شده ۱۲ اتم هیدروژن دارد. آلکان شش کربنه (C_6H_{14}) چهارده اتم هیدروژن دارد. تفاوت شمار اتم های هیدروژن در آن ها برابر ۲ می باشد.

فیلم پاسخ



۷۵. در مورد زغال سنگ و استفاده از آن کدام بیان نادرست است؟

- ① گرمای آزاد شده به ازای سوختن یک گرم از آن و مقدار کربن دی اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده از آن از بنزین بیشتر است.
- ② طول عمر ذخایر زغال سنگ از نفت بیشتر است.
- ③ جایگزینی نفت با زغال سنگ سبب ورود مقدار بیشتری از انواع آلاینده ها به هوا کره می شود.
- ④ استخراج زغال سنگ به دلیل گاز متان آزاد شده از زغال سنگ در معادن، کاری دشوار و خطرناک است.

پاسخ

① گزینه «۱» نادرست است.

گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم زغال سنگ از یک گرم بنزین کمتر بوده و مقدار کربن دی اکسید به ازای هر کیلوژول انرژی تولید شده از زغال سنگ بیش تر از بنزین است.

فیلم پاسخ

