

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)



آزمون ۱ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان ۲	۲۰	۱	۲۰	۲۵ دقیقه
۲	هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰	۱۵ دقیقه
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۵ دقیقه
۴	هندسه ۲	۱۰	۴۱	۵۰	۱۵ دقیقه
	هندسه ۱		۵۱	۶۰	

سؤالهای امتحانی نیمسال اول در سایت کانون

همه ساله در زمان امتحانات مدارس، پربازدیدترین روزهای سایت کانون را شاهد هستیم که یکی از دلایل آن وجود سؤالهای جدید امتحانی مدارس برتر در سراسر کشور است. بسیاری از این سؤالات امتحانی همراه با پاسخ تشریحی است و برای همه دانش آموزان کانونی و غیرکانونی قابل استفاده است.

www.kanoon.ir/public/ExamQuestions



آزمون «ا دی ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سوال

مدت پاسخ گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
حسابان ۲	۲۰	۱-۲۰	۲۵'
هندسه ۳	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
ریاضیات گسسته	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
زوج کتاب	۱۰	۴۱-۵۰	۱۵'
هندسه ۲		۵۱-۶۰	
هندسه ۱			
جمع کل	۵۰	۱-۶۰	۷۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲	عادل حسینی-افشین خاصه خان-طاهر دادستانی-حمید علیزاده-کامیار علییون-سپهر متولی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-فرید غلامی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی
ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جواد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-مهرداد ملوندی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمدرضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهدی خالقی	مهدی خالقی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مسئند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیا زاریان تبریزی	سرژ یقیا زاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: حدهای نامتناهی - حد در بی نهایت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۹

۱- حد دو تابع $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{x^b+10}{ax^4+3x}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، برابر است. حاصل $a+b$ کدام است؟

$$\frac{13}{3} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

$$\frac{19}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

۲- فاصله بین خطوط مجانب افقی نمودار تابع $f(x) = 1 - \frac{4x+1}{|3x-2|}$ کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

۳- به ازای کدام مقدار a نمودار تابع $y = \frac{x^2+ax+1}{x^2+2x+3}$ مجانب افقی خود را قطع نمی‌کند؟

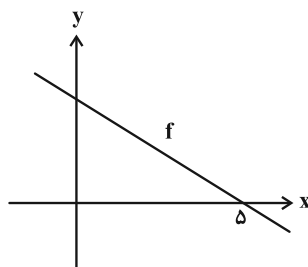
$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۴- شکل زیر نمودار تابع f است. اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\frac{1}{2}$ ، مقدار $f(1)$ کدام است؟



$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (3)$$

$$3 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۵- اگر $f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + 2$ ، $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$ باشد، طول نقطه تلاقی نمودار تابع $g(x) = \frac{(a-1)x^2 + (a+2)x}{x^2 + 4a}$ با مجانب افقی اش کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۲) ۱

(۱) ۲

(۴) صفر

(۳) -۱

۶- اگر مجانب افقی نمودار تابع $f(x) = \frac{mx^2 - x + 1}{2x^2 - x + 1}$ بر نمودار تابع $g(x) = x^2 - 4x - m$ مماس باشد، حاصل ضرب صفهای تابع f

کدام است؟

(۲) $-\frac{8}{3}$ (۱) $-\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{3}{5}$

۷- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 + b|x| + 2}{2x + 4} = 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)^3 + (bx+1)^3}{(a+2)x^2 - 1}$ کدام است؟

(۲) ۱۲

(۱) -۱۲

(۴) ۲۴

(۳) -۲۴

محل انجام محاسبات

۸- اگر $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x^2 - 8x + 16}}{x^3 + |x^3 - 2|}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۲) صفر، $+\infty$ (۱) صفر، $-\infty$ (۴) $-\infty$ ، $\frac{3}{2}$ (۳) $+\infty$ ، $-\infty$

۹- اگر $f(x) = \left| \frac{2^x - 1}{5^x + 1} \right|$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

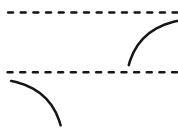
(۲) -۲

(۱) ۲

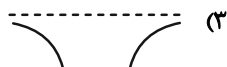
(۴) -۱

(۳) ۱

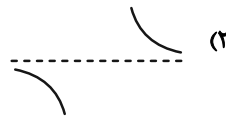
۱۰- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x^3$ و $g(x) = \frac{1}{xf^{-1}(x)}$ باشد، نمودار تابع $g \circ f$ در همسایگی مجانب (های) افقی اش کدام است؟



(۴)



(۳)



(۲)

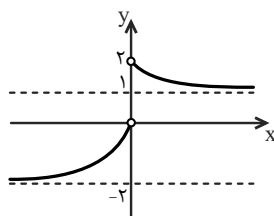


(۱)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

حسابان ۲ - آشنا

۱۱- اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۲- اگر توابع f و g وقتی x به $+\infty$ میل می‌کند، حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = A$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = B$ باشد، حاصل

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ کدام است؟ ($A \neq B \neq 0$)

(۲) $A - B$

(۱) $A + B$

(۴) $\frac{B - A}{2}$

(۳) $\frac{A + B}{2}$

۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ 2x+3 & ; 1 \leq x < 2 \\ 3x+4 & ; x \geq 2 \end{cases}$ حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2f\left(\frac{2n+3}{n}\right) \right)$ کدام است؟

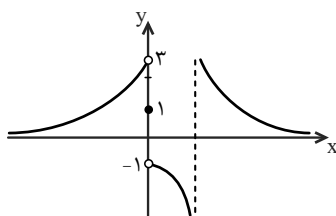
(۲) 20

(۱) -20

(۴) -10

(۳) 10

۱۴- در شکل زیر نمودار تابع f رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$ کدام است؟



(۱) -1

(۲) 1

(۳) 3

(۴) صفر

۱۵- تابع $f(x) = \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2}$ را در نظر بگیرید. اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{6}{17}$

(۱) $-\frac{4}{17}$

(۴) $-\frac{6}{11}$

(۳) $-\frac{5}{12}$

۱۶- فرض کنید $n \in \mathbb{N}$. حاصل $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}}$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) -۱

۱۷- اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2 x^2 - 1)(a^4 x^4 - 1) \dots (a^{100} x^{100} - 1)}}{a^{49} x^k - 1} = -1$ ، مقادیر a و k کدامند؟

(۱) $k = 51, a = -1$ (۲) $k = 51, a = 1$

(۳) $k = 49, a = -1$ (۴) $k = 49, a = 1$

۱۸- نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c}$ ، فقط یک مجانب قائم $x = 2$ دارد. اگر $f(3) = 6$ باشد، معادله مجانب افقی آن کدام می تواند باشد؟

(۱) $y = -1$ (۲) $y = -\frac{1}{2}$

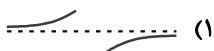
(۳) $y = \frac{1}{2}$ (۴) $y = \frac{3}{2}$

۱۹- اگر $f(x) = \frac{x+3}{2x+1}$ و $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ ، نقطه تلاقی مجانب های تابع fog کدام است؟

(۱) $(-1, 0)$ (۲) $(-1, 1)$

(۳) $(-2, 2)$ (۴) $(0, 1)$

۲۰- نمودار تابع $y = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x}$ ، نسبت به مجانب افقی خود، در بی نهایت کدام وضع را دارد؟

(۱)  (۲) 

(۳)  (۴) 



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶

۲۱- به ازای چند مقدار a ، معادله $(3a-1)x^2 + 2a^2y^2 + 2ax + 3y + 4a = 0$ مربوط به یک دایره است؟

(۱) مقدار ۱ (۲) مقدار ۲

(۳) هیچ مقدار a (۴) بیشمار

۲۲- اگر نقطه $A(1, 2)$ خارج دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y + m = 0$ باشد، حدود m کدام است؟

(۱) $m > 1$ (۲) $1 < m < 5$

(۳) $m < 5$ (۴) $1 < m < 4$

۲۳- دو قطر از دایره P روی خط‌های $2x + y = 4$ و $x - 2y = -3$ واقع هستند. اگر این دایره محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع

کند، محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض‌ها قطع می‌کند؟

(۱) $2 \pm \sqrt{2}$ (۲) $7 \pm \sqrt{2}$

(۳) $7 \pm \sqrt{3}$ (۴) $2 \pm \sqrt{3}$

۲۴- اندازه شعاع دایره‌ای که از نقاط $A(2, 3)$ و $B(-1, 2)$ می‌گذرد و خط $y = -2x + 3$ شامل قطری از آن می‌باشد، کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\sqrt{5}$

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۲۵- از نقطه $A(a, 1)$ که $a < 0$ دایره‌ای به شعاع یک می‌گذرد که بر هر دو محور مماس است. مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲

(۳) -۳ (۴) -۴

محل انجام محاسبات

۲۶- طول وتری که خط $2y = a + x$ در برخورد با دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y = a + 6$ ایجاد می کند برابر با فاصله مرکز دایره از همان

وتر است. مجموع مقادیر ممکن برای شعاع دایره برابر کدام است؟

۷ (۱) ۸ (۲)

۹ (۳) ۱۰ (۴)

۲۷- دو دایره $(x-y)^2 + (2x-3)(y+2) = 0$ و $x^2 + y^2 - m = 0$ مماس داخل اند مجموع مقادیر m کدام است؟

۳۵ (۱) ۳۶ (۲)

۳۷ (۳) ۳۸ (۴)

۲۸- دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 - 4x - a - 1 = 0$ و $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 17 - a = 0$ دارای سه مماس مشترک هستند. مقدار a

کدام است؟

۴ (۱) ۳ (۲)

۲ (۳) ۱ (۴)

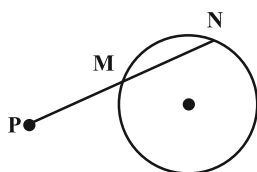
۲۹- نقطه $P(4, -1)$ خارج دایره زیر به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$ قرار دارد، حاصل $PM \cdot PN$ کدام است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

$2\sqrt{13}$ (۳)

۶ (۴)



۳۰- مساحت دایره‌ای که مرکز آن روی نیمساز ربع دوم بوده و بر دو خط $y - 3x = 10$ و $x - 3y = 6$ مماس می باشد، کدام است؟

$3/2\pi$ (۱) $6/4\pi$ (۲)

4π (۳) 8π (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه های ۳۱ تا ۴۲

۳۱- اگر گراف کامل K_p دارای ۴۵ یال و گراف P_n دارای ۸ یال باشد، آنگاه کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

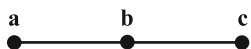
$$\Delta(K_p) + \Delta(P_n) = 10 \quad (2)$$

$$\Delta(K_p) - \delta(P_n) = 7 \quad (1)$$

$$\delta(K_p) + \Delta(P_n) = 11 \quad (4)$$

$$\delta(K_p) + \delta(P_n) = 9 \quad (3)$$

۳۲- گراف مقابل چند زیرگراف دارد؟



$$10 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

$$12 \quad (4)$$

$$11 \quad (3)$$

۳۳- در گرافی با ۵ رأس و ۶ یال درجه رأس ها اعداد $a, b, c, 2, 2$ هستند. این گراف چند دور دارد؟

$$4 \text{ یا } 3 \quad (2)$$

$$3 \text{ یا } 2 \quad (1)$$

$$4 \text{ فقط} \quad (4)$$

$$3 \text{ فقط} \quad (3)$$

۳۴- یک گراف مرتبه ۹، تنها دو رأس از درجه $\Delta = 6$ دارد. اگر در این گراف $\delta = 3$ ، آنگاه حداکثر اندازه گراف چقدر است؟

$$21 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

$$23 \quad (4)$$

$$22 \quad (3)$$

۳۵- تعداد یال های مکمل گراف ۳- منظم G ، دو برابر تعداد یال های گراف G است. حاصل جمع مرتبه و اندازه گراف G کدام

است؟

$$25 \quad (2)$$

$$28 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$22 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات

۳۶- گراف ۳- منتظم ناهمبند با کمترین تعداد رأس، چند دور به طول ۴ دارد؟

(۲) ۴

(۱) ۲

(۴) ۸

(۳) ۶

۳۷- گراف G با کدام شرایط ممکن است ناهمبند باشد؟

(۲) $p=8, \Delta=7$ (۱) $p=7, q=17$ (۴) $p=5, \delta=\Delta=2$ (۳) $p=10, \delta=\Delta=4$

۳۸- گراف ساده G از مرتبه ۷۳ و با مجموع درجات ۵۲ مفروض است. اگر a و b به ترتیب حداقل و حداکثر تعداد رئوس تنهایی

باشد که این گراف می تواند داشته باشد، حاصل $b-a$ کدام است؟

(۲) ۴۰

(۱) ۴۴

(۴) ۳۶

(۳) ۳۸

۳۹- در گراف منتظم G از مرتبه ۶، هر یال با ۶ یال دیگر مجاور است. این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

(۲) ۸

(۱) ۶

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

۴۰- چند گراف همبند از مرتبه ۶ با ماکسیمم درجه ۲ می توان رسم کرد؟

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

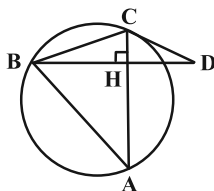
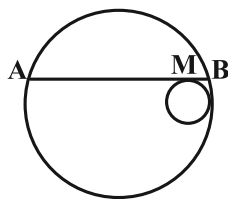
هندسه ۲: دایره: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۱ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۴۱- در دایره‌ای به شعاع ۵، دو قطر عمود برهم AB و CD رسم شده است. وتر CE به طول ۸، قطر AB را در نقطه F (نزدیک‌تر بهنقطه A) قطع می‌کند. اندازه AF چقدر است؟(۲) $1/75$

(۱) ۲

(۴) $1/25$ (۳) $1/5$ ۴۲- مثلث متساوی‌الساقین ABC ، ($AB = AC$)، در دایره طوری محاط شده است که کمان BC نصف کمان AB است. اگر مماسرسم شده از رأس C بر دایره، امتداد ارتفاع BH را در نقطه D قطع کند، اندازه زاویه $\hat{D}$ برابر کدام است؟(۱) 15° (۲) 18° (۳) 20° (۴) $22/5^\circ$ ۴۳- دو دایره به شعاع‌های ۸ و ۲ مماس درون هستند. مطابق شکل وتر AB از دایره بزرگ‌تر در نقطه M بر دایره کوچک‌تر مماساست. اگر وتر AB موازی خط‌المركزین دو دایره باشد، اندازه MA چند برابر اندازه MB است؟

(۱) ۶

(۲) $2(1 + \sqrt{15})$

(۳) ۸

(۴) $4 + \sqrt{15}$ ۴۴- دایره‌ای به مساحت 36π بر یک n ضلعی منتظم محیط شده است. اگر مساحت چندضلعی ۱۰۸ باشد، مقدار n کدام است؟

(۲) ۱۲

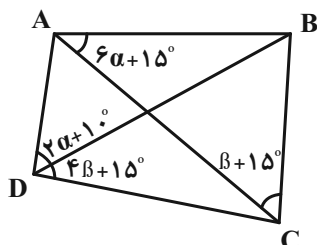
(۱) ۱۰

(۴) ۱۶

(۳) ۸

محل انجام محاسبات

۴۵- چهارضلعی ABCD محاطی است. مطابق شکل، زاویه B چند درجه می باشد؟



(۱) ۸۵

(۲) ۷۰

(۳) ۷۵

(۴) ۶۵

۴۶- دو نقطه A و B به فاصله ۱۲ مفروضند. چند خط وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۷ و از نقطه B به فاصله ۴ است؟

(۴) چهار تا

(۳) سه تا

(۲) دو تا

(۱) هیچ

۴۷- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 1)$ ، $R > 1$ ، مماس خارجی هستند و مماس مشترک خارجی دو دایره، امتداد خط‌المرکزین دو دایره

را در نقطه M قطع می کند. اگر کمترین فاصله نقطه M از دایره C' برابر ۲ باشد، طول مماس مشترک خارجی این دو دایره

چقدر است؟

(۴) ۳

(۳) $2/5$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۱) $\sqrt{6}$

۴۸- در مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع $2\sqrt{3}$ ، دایره محاطی داخلی و محاطی خارجی مثلث را رسم کرده‌ایم. مساحت کوچک‌ترین

دایره‌ای که وضعیتش با هر دو دایره، مماس درون باشد، کدام است؟

(۴) 16π (۳) 36π (۲) 9π (۱) 12π

۴۹- در مثلثی به طول ارتفاع‌های ۴، ۵ و ۶، اندازه شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟

(۴) $\frac{67}{30}$ (۳) $\frac{30}{67}$ (۲) $\frac{60}{37}$ (۱) $\frac{37}{60}$

۵۰- دو دایره $C(O, m-2)$ و $C'(O', m+2)$ دارای سه مماس مشترک هستند. اگر طول مماس مشترک خارجی این دو دایره برابر

$4\sqrt{35}$ باشد، طول خط‌المرکزین آن‌ها کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۲۴

(۲) ۲۰

(۱) ۱۶

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: ترسیم‌های هندسی و استدلال - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۹ تا ۳۷

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۴۱ تا ۵۰) و هندسه ۱ (۵۱ تا ۶۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- خط d و نقاط A و B در یک صفحه مفروض‌اند. با توجه به وضعیت‌های مختلف قرار گرفتن نقاط A و B نسبت به خط d ،تعداد نقاطی از صفحه که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، کدام نمی‌تواند باشد؟

(۲) ۱

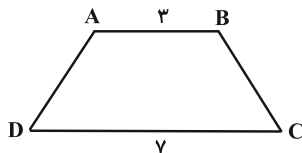
(۱) هیچ

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

۵۲- در دوزنقه زیر، ساق‌های AD و BC را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. اگر محیط دوزنقه، $1/5$ برابر محیط

کوچک‌ترین مثلث باشد، مجموع اندازه‌های دو ساق دوزنقه چقدر است؟

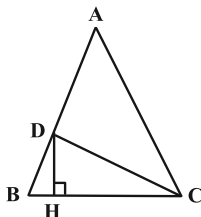
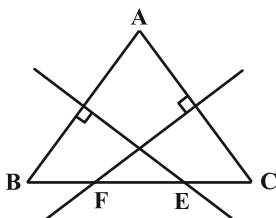


(۱) ۴۴

(۲) ۳۶

(۳) ۲۸

(۴) ۲۰

۵۳- در مثلث متساوی‌الساقین زیر، $(AB = AC)$ ، $AC = 2CH$ و مساحت مثلث ADC دو برابر مساحت مثلث DHC است. اندازهزاویه A کدام است؟(۱) 24° (۲) 18° (۳) 32° (۴) 36° ۵۴- در شکل زیر، عمودمنصف‌های اضلاع AB و AC ، ضلع BC را در نقاط E و F قطع کرده است. اگر $BC = 9$ ، $BE = 5$ و $CF = 7$ ، آن‌گاه محیط مثلث AEF چقدر است؟

(۱) ۱۵

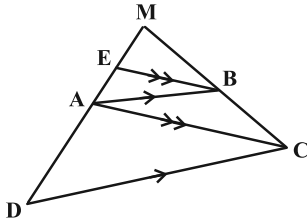
(۲) ۱۷

(۳) ۱۹

(۴) ۲۱

محل انجام محاسبات

۵۵- در شکل زیر، $EB \parallel AC$ و $AB \parallel CD$ است. اگر $EA = ۳$ و $AD = ۷$ باشند، نسبت $\frac{CD}{AB}$ چقدر است؟

(۱) $1/75$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $2/5$

۵۶- طول اضلاع مثلثی به صورت $۵x-۲$ ، $x+۱$ و $۳x+۴$ هستند. کمترین مقدار محیط این مثلث به شرطی که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند، چقدر است؟

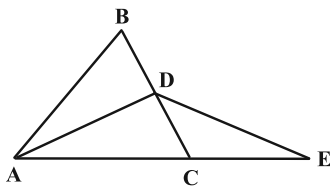
(۴) ۳۰

(۳) ۲۴

(۲) ۲۱

(۱) ۱۸

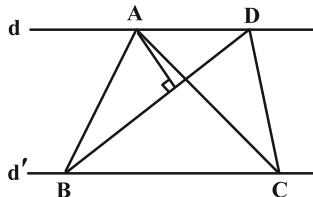
۵۷- در شکل زیر، ABC و ADE دو مثلث متساوی الساقین ($AB = AC$ ، $AD = DE$) و AD نیمساز زاویه A است. کدام یک از نامساوی‌های زیر را الزاماً نمی‌توان نتیجه گرفت؟

(۱) $AC > DE$ (۲) $AD > CE$ (۳) $AB > AD$ (۴) $AC > BC$

۵۸- در مثلث ABC که $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ، $AB = ۳$ و $AC = ۴$ ، M نقطه‌ای روی ضلع BC است، به طوری که $BM = ۴MC$. طول پاره خط AM چند برابر $\sqrt{۲۶۵}$ است؟

(۴) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۱) $\frac{1}{2}$

۵۹- در شکل زیر، $d' \parallel d$ و مساحت مثلث ABC ، ۴۰ cm^2 است. اگر $۳BC = ۵AD$ و $BD = ۶ \text{ cm}$ ، فاصله نقطه A از BD چند سانتی متر است؟



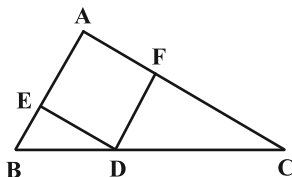
(۱) ۱۰

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۶۰- در مثلث زیر، چهارضلعی $AEDF$ لوزی است. اگر $AB = ۴$ ، $AC = ۶$ و $BC = ۸$ باشد، اختلاف طول دو پاره خط BD و CD چقدر است؟

(۱) $1/2$ (۲) $1/5$ (۳) $1/6$ (۴) $1/8$

هدف‌گذاری چند از ۱۰: در هر آزمون بر هر درس هدف‌گذاری چند از ۱۰ داشته باشید. وقتی هدف‌گذاری می‌کنید که در یک درس می‌خواهید به ۵ سؤال از هر ۱۰ سؤال پاسخ بدهید یعنی می‌توانید به ۵ سؤال جواب ندهید. این هدف‌گذاری به شما کمک می‌کند تا با آرامش بیشتری سؤالات دشوار و وقت‌گیر را کنار گذاشته و پاسخ آن را برای پایان آزمون بگذارید.

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)



آزمون ۱ دی ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	فیزیک ۳	۲۰	۶۱	۸۰	۳۰ دقیقه
۲	فیزیک ۲	۱۰	۸۱	۹۰	۱۵ دقیقه
	فیزیک ۱		۹۱	۱۰۰	
۳	شیمی ۳	۱۰	۱۰۱	۱۱۰	۱۰ دقیقه
۴	شیمی ۲	۱۰	۱۱۱	۱۲۰	۱۰ دقیقه
	شیمی ۱		۱۲۱	۱۳۰	



آزمون «ا دی ۱۴۰۲» اختصاصی دوازدهم ریاضی

زنگنه سوال

مدت پاسخ گویی: ۶۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ گویی
فیزیک ۳	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
زوج کتاب	۱۰	۸۱-۹۰	۱۵'
		۹۱-۱۰۰	
شیمی ۳	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۰'
زوج کتاب	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۰'
		۱۲۱-۱۳۰	
جمع کل	۵۰	۶۱-۱۳۰	۶۵'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
فیزیک	عباس اصغری-عبدالرضا امینی نسب-زهره آقامحمدی-امیرحسین برادران-علی برزگر-علیرضا چبیری-دانیال راستی-معصومه شریعت ناصری-مهدی شریفی-مریم شیخ-موسو-شیراز-کامران منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم
شیمی	هدی بهاری پور-محمد رضا پورجاوید-احمد رضا جعفری نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجوی مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی-پارسا عیوض پور-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-هادی مهدی زاده-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	امیرحسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی سعید ناصری	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی امیررضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	معین یوسفی نیا حسین بصیر	امیررضا واشقانی مهدی سهامی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	امیرحسین برادران	پارسا عیوض پور
مستند سازی	علیرضا همایون خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج (تا پایان تشدید): صفحه‌های ۶۱ تا ۶۹

۶۱- نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. طول پاره خط نوسانگر 8 cm و بسامد زاویه‌ای آن $\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ است.

اگر متحرک در لحظه t_1 از مکان $2\sqrt{3}\text{ cm}$ و در جهت محور x عبور کرده و در ادامه پس از دو بار تغییر جهت در لحظه t_2 از

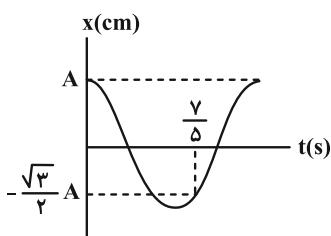
مکان $-2\sqrt{3}\text{ cm}$ عبور کند، بزرگی سرعت متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

(۱) $12\sqrt{3}$ (۲) $8\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

۶۲- نمودار مکان- زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به صورت شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 0/4\text{ s}$ تا $t_2 = 1/6\text{ s}$ ، تندی متوسط

نوسانگر چند برابر اندازه سرعت متوسط آن است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۳

۶۳- آونگ ساده‌ای به طول 40 cm با دامنه کم به صورت هماهنگ ساده نوسان می‌کند. اگر جرم گلوله آونگ 80 g و بیشینه اندازه

تکانه آن 4×10^{-3} واحد SI باشد، دامنه نوسان این آونگ چند سانتی‌متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

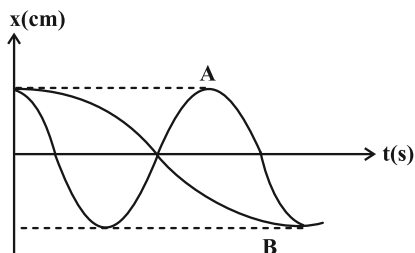
(۱) $0/02$ (۲) $0/01$

(۳) ۲ (۴) ۱

۶۴- نمودار مکان- زمان دو نوسانگر A و B که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهند، مطابق شکل زیر است. نوسانگر A در مدت ۱

دقیقه طول پاره خطی را که روی آن حرکت نوسانی انجام می‌دهد، ۳۰ بار طی می‌کند. در مدت ۱۸۰ ثانیه، نوسانگر A چند

نوسان کامل بیشتر از نوسانگر B انجام می‌دهد؟



(۱) ۱۵

(۲) ۴۵

(۳) ۳۰

(۴) ۶۰

محل انجام محاسبات



۶۵- معادله حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = A \cos(10\pi t)$ است. در فاصله زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 0.25$ s، جهت حرکت

نوسانگر چند بار تغییر کرده است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

۶۶- بیشترین شتاب نوسانگر جرم- فنری برابر $100 \frac{m}{s^2}$ و بیشترین تندی آن $2 \frac{m}{s}$ است. زمان تناوب آن چند ثانیه است؟

(۱) $\frac{2\pi}{5}$ (۲) $\frac{5}{2\pi}$

(۳) $\frac{\pi}{25}$ (۴) $\frac{25}{\pi}$

۶۷- معادله حرکت یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به صورت $x = 0.2 \cos 100\pi t$ است. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد این

متحرک درست است؟

الف) این نوسانگر در هر ثانیه، ۱۰۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.

ب) مسافتی که این متحرک در بازه زمانی $t_1 = \frac{3}{400}$ s تا $t_2 = \frac{3}{200}$ s طی می‌کند هم‌اندازه با جابه‌جایی است.

پ) در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{800}$ s تا $t_2 = \frac{1}{500}$ s حرکت این متحرک الزاماً تندشونده است.

ت) در لحظه $t = 0.0175$ s انرژی جنبشی نوسانگر در حال کاهش است.

(۱) ۴ مورد (۲) ۳ مورد

(۳) ۲ مورد (۴) ۱ مورد

۶۸- هر چه اندازه ارتفاع یک ساختمان بلندتر باشد، معمولاً دوره نوسان طبیعی آن بیشتر می‌شود. با فرض کیفیت ساخت یکسان، در

یک زمین‌لرزه احتمال تخریب کدام دسته از ساختمان‌ها بیشتر است؟

(۱) ساختمان‌های کوتاه (۲) ساختمان‌های نیمه بلند

(۳) ساختمان‌های بلند (۴) اظهار نظر قطعی امکان‌پذیر نیست.

۶۹- دامنه نوسان وزنه‌ای که به یک فنر با ثابت فنر $80 \frac{N}{m}$ متصل است و در راستای افقی نوسان می‌کند، برابر با 10 cm می‌باشد. اگر

انرژی پتانسیل این نوسانگر در نقطه‌ای از مسیر نوسان 0.1 J باشد، انرژی جنبشی آن در این مکان چند ژول است؟ (از

نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)

۰/۲ (۲)

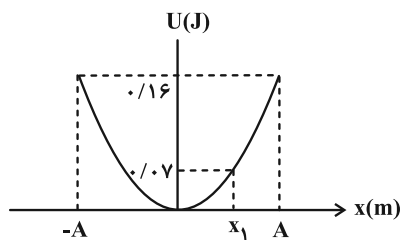
۰/۱ (۱)

۰/۴ (۴)

۰/۳ (۳)

۷۰- نمودار انرژی پتانسیل نوسانگری به جرم 20 g بر حسب مکان آن به صورت زیر است. اگر نوسانگر از مکان x_1 در مدت 0.2 s

بدون تغییر جهت به نقطه تعادل خود برسد، در این مدت بزرگی شتاب متوسط نوسانگر چند متر بر مربع ثانیه است؟



۲/۵ (۱)

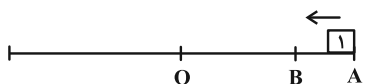
۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

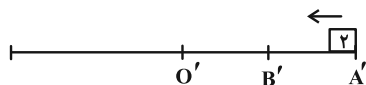
۷۱- نوسانگر (۱) با دوره نوسان T در دو بازه زمانی یکسان Δt مسیرهای AB و BO را طی می‌کند. نوسانگر (۲) با دوره نوسان T'

روی مسیر نشان داده شده، نوسان می‌کند و مسیر $A'B'$ را در مدت $2\Delta t$ طی می‌کند. $\frac{T'}{T}$ کدام است؟ ($A'B' = B'O'$)



$\frac{1}{2}$ (۱)

۲ (۲)

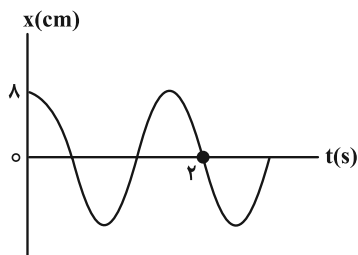


$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

۷۲- نمودار مکان- زمان یک نوسانگر مطابق شکل زیر است. چند ثانیه بعد از شروع حرکت، مسافت طی شده نوسانگر به ۲۴

سانتی متر می‌رسد و در این لحظه، بزرگی سرعت نوسانگر چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟



(۱) $\frac{6}{5}$ و 10π

(۲) $\frac{6}{5}$ ، 8π

(۳) $\frac{3}{2}$ ، 10π

(۴) $\frac{3}{2}$ ، 8π

۷۳- آونگی به طول L و جرم m در سطح زمین دارای دوره تناوب T است. این آونگ را به سطح سیاره‌ای که شعاع آن $\frac{1}{4}$ شعاع

زمین و جرم آن $\frac{1}{4}$ جرم زمین است، منتقل می‌کنیم. طول آونگ را چقدر و چگونه تغییر دهیم تا دوره تناوب همان T باقی

بماند؟

(۲) $3L$ کاهش دهیم

(۱) $3L$ افزایش دهیم

(۴) $\frac{3L}{4}$ کاهش دهیم

(۳) $\frac{3L}{4}$ افزایش دهیم

۷۴- نوسانگری در مدت 60s ، مسافتی به اندازه 180 برابر دامنه را طی می‌کند. اگر فاصله بین دو انتهای مسیر حرکت 30cm باشد،

تندی نوسانگر هنگام عبور از مرکز نوسان در SI کدام است؟

(۲) $\frac{15}{6}\pi$

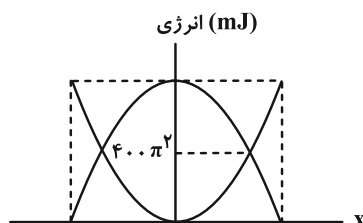
(۱) $\frac{6}{15}\pi$

(۴) $\frac{40}{9}\pi$

(۳) $\frac{9}{40}\pi$

۷۵- نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر به جرم ۱۰۰ گرم که با بسامد ۲۵ هرتز در راستای محور x حرکت

همه‌هنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل زیر است. معادله مکان - زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



$$x = 0.16 \cos 50\pi t \quad (1)$$

$$x = 0.08 \cos 50\pi t \quad (2)$$

$$x = 0.16 \cos 25\pi t \quad (3)$$

$$x = 0.08 \cos 25\pi t \quad (4)$$

۷۶- جسمی به جرم ۵۰۰ گرم به فنری با ثابت $2 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت همه‌هنگ ساده انجام

می‌دهد. این جسم ۵ نوسان کامل را در مدت چند ثانیه انجام می‌دهد؟ ($\pi \approx 3$)

$$1/5 \quad (2)$$

$$0.75 \quad (1)$$

$$4/5 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۷۷- دو آونگ ساده A و B در سطح زمین حرکت همه‌هنگ ساده انجام می‌دهند. طول آونگ A، ۲ برابر طول آونگ B و بیشینه نیروی

وارد بر آونگ A، نصف بیشینه نیروی وارد بر آونگ B است. اگر انرژی جنبشی آونگ A در هنگام عبور از وضع تعادل، ۳ برابر

انرژی جنبشی آونگ B هنگام عبور از وضع تعادل باشد، بیشینه شتاب آونگ A چند برابر بیشینه شتاب آونگ B است؟

$$3 \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (1)$$

$$12 \quad (4)$$

$$6\sqrt{2} \quad (3)$$

۷۸- طول آونگ یک ساعت آونگ‌دار را ۳۶ درصد کاهش می‌دهیم. این ساعت پس از گذشت یک شبانه‌روز

$$4/8 \text{ ساعت جلو می‌افتد.} \quad (2)$$

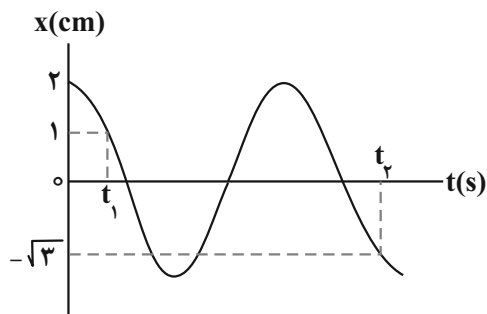
$$4/8 \text{ ساعت عقب می‌افتد} \quad (1)$$

$$6 \text{ ساعت عقب می‌افتد.} \quad (4)$$

$$6 \text{ ساعت جلو می‌افتد.} \quad (3)$$

۷۹- شکل زیر، نمودار مکان - زمان نوسانگری را که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، نشان می‌دهد. اگر $t_2 - t_1 = 0.2$ s باشد،

بسامه نوسانگر چند هرتز است؟



$$\frac{20}{3} \quad (1)$$

$$\frac{25}{6} \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (3)$$

$$\frac{25}{4} \quad (4)$$

۸۰- نوسانگر وزنه- فنری روی محور x و حول مبدأ مکان، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد

حرکت آن صحیح است؟

الف) در لحظه‌ای که نوسانگر در حال دور شدن از مرکز تعادل است، بردارهای تکانه و مکان آن هم‌جهت‌اند.

ب) در لحظه‌ای که جهت بردار مکان نوسانگر تغییر می‌کند، انرژی جنبشی آن بیشینه است.

پ) در لحظه‌ای که بردارهای تکانه و شتاب هم‌جهت‌اند، انرژی پتانسیل نوسانگر در حال کاهش است.

ت) در لحظه‌ای که بردار نیروی وارد بر نوسانگر و بردار مکان هم‌جهت هستند، تندی در حال کاهش است.

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتروسیسته ساکن: صفحه های ۱ تا ۳۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۸۱- ابتدا میله باردار A را به کلاهک الکتروسکوپ خنثی تماس می دهیم. سپس میله باردار B را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک

می کنیم. مشاهده می شود که ورقه های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس باز می شوند و بار نهایی ورقه ها در وضعیتی که میله B

نزدیک است، منفی می باشد. بار میله A و B به ترتیب چگونه است؟

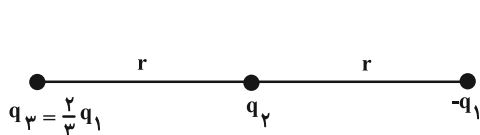
(۱) مثبت، مثبت (۲) مثبت، منفی

(۳) منفی، منفی (۴) منفی، مثبت

۸۲- دو هسته ${}^{120}\text{X}$ و ${}^{100}\text{Y}$ که در فاصله 4 nm از هم قرار دارند، به یکدیگر نیروی کولنی $2/88 \times 10^{-8}\text{ N}$ وارد می کنند. تعدادنوترون های هسته X کدام گزینه است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$, $e = 1/6 \times 10^{-19}\text{ C}$)

(۱) ۵۰ (۲) ۷۰

(۳) ۱۲۰ (۴) ۶۰

۸۳- در شکل زیر از طرف بارهای $-q_1$ و q_3 به بار q_2 ، نیروی $\vec{F}_1$ وارد می شود. اگر بار q_3 را $\frac{r}{p}$ به بار q_2 نزدیک کنیم و علامت بار $-q_1$ را قرینه کرده سپس مقدار آن را ۲ برابر کنیم، اندازه برایند نیروهای وارد بر بار q_2 چند برابر اندازه $\vec{F}_1$ می شود؟(۲) $\frac{5}{2}$ (۱) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{10}{9}$ (۳) $\frac{9}{10}$ ۸۴- دو بار $q_1 = 3\mu\text{C}$ و $q_2 = 27\mu\text{C}$ در فاصله 8 cm از هم ثابت شده اند. اگر بار q در نقطه ای قرار بگیرد که برایند نیروی وارد بر

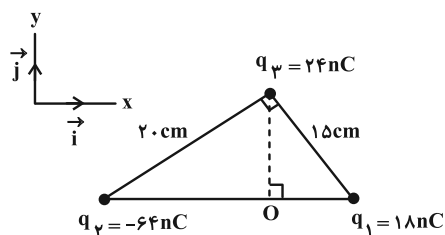
آن صفر شود، با قرینه کردن علامت یکی از دو بار، محل صفر شدن این نیروی خالص، چند سانتی متر جابه جا می شود؟

(۱) ۴ (۲) ۲

(۳) ۶ (۴) ۸

محل انجام محاسبات

۸۵- مطابق شکل زیر، سه ذره باردار، در سه رأس یک مثلث قائم الزاویه ثابت شده‌اند. میدان الکتریکی برایند در نقطه O بر حسب



بردارهای یکه، در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$

$$\vec{E} = (425\vec{i} + 150\vec{j}) \times 10^2 \quad (1)$$

$$\vec{E} = (-425\vec{i} - 150\vec{j}) \times 10^2 \quad (2)$$

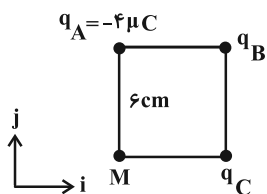
$$\vec{E} = (-25\vec{i} - 300\vec{j}) \times 10^2 \quad (3)$$

$$\vec{E} = (25\vec{i} + 300\vec{j}) \times 10^2 \quad (4)$$

۸۶- سه گوی کوچک رسانا و مشابه دارای بارهای q_A ، q_B و q_C در سه رأس یک مربع ثابت شده‌اند و میدان الکتریکی برایند این

سه گوی در نقطه M برابر با $\vec{j}(-1/5 \times 10^7 \frac{N}{C})$ است. اگر سه گوی را با هم تماس دهیم و در همان مکان‌های قبلی قرار دهیم،

نیروی که گوی‌های A و B به هم وارد می‌کنند نسبت به حالت قبل چند برابر می‌شود؟ $(\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2})$ و $(k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2})$



$$\frac{3}{14} \quad (1)$$

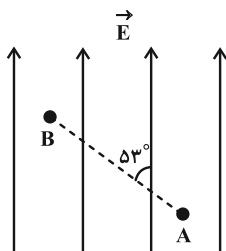
$$\frac{7}{36} \quad (2)$$

$$\frac{1}{14} \quad (3)$$

$$\frac{7}{24} \quad (4)$$

۸۷- مطابق شکل، بار الکتریکی $q = -5mC$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $6 \times 10^4 \frac{N}{C}$ از نقطه A تا B به فاصله

۲۰ cm جابه‌جا می‌شود. تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار q در این جابه‌جایی چند ژول و چگونه است؟



$$(\sin 53^\circ = 4/5)$$

(۱) افزایش، ۴۸

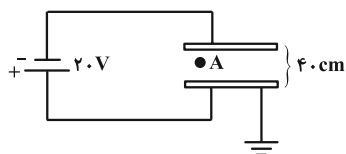
(۲) کاهش، ۴۸

(۳) افزایش، ۳۶

(۴) کاهش، ۳۶

۸۸- پتانسیل الکتریکی نقطه A واقع در میدان یکنواخت، برابر $12V$ - است. فاصله نقطه A واقع در میدان یکنواخت، تا صفحه بالایی

رسانا چند میلی‌متر است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۱۶

(۳) ۲۴۰

(۴) ۱۶۰

۸۹- شعاع داخلی و خارجی یک پوسته کروی فلزی به ترتیب 20 cm و 25 cm می‌باشد. در صورتی که 3×10^{15} الکترون از این کره جدا کنیم به

ترتیب از راست به چپ چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی و خارجی پوسته چند $\frac{\mu C}{m^2}$ خواهد شد؟ ($\pi \approx 3$ ، $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

(۲) ۵۰۰، ۳۲۰

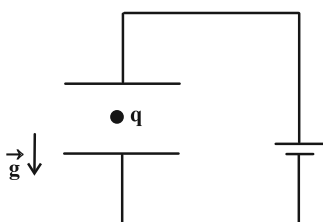
(۱) صفر، ۶۴۰

(۴) صفر، ۱۰۰۰

(۳) ۳۲۰، ۳۲۰

۹۰- در شکل زیر بار q با تندی ثابت به سمت پایین در حال حرکت است. اگر در یک لحظه پایانه‌های باتری جابه‌جا شوند، چند مورد

از گزاره‌های زیر در مورد بار q صحیح خواهند بود؟ (بار به صفحات برخورد نمی‌کند).



(الف) نوع حرکت بار تندشونده می‌شود.

(ب) نوع حرکت بار کندشونده می‌شود.

(پ) انرژی پتانسیل الکتریکی بار کاهش می‌یابد.

(ت) بار q منفی است.

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: فیزیک و اندازه گیری: صفحه های ۱ تا ۲۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۸۱ تا ۹۰) و فیزیک ۱ (۹۱ تا ۱۰۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۹۱- با توجه به جدول زیر، تعداد یکاهای اصلی متمایز به کار رفته در یکای فرعی کدام کمیت ها به درستی مشخص شده است؟

نام کمیت	تعداد یکاهای اصلی متمایز به کار رفته در یکای فرعی
ثابت جهانی گازها	۵
گرمای ویژه	۴
میدان مغناطیسی	۴
میدان الکتریکی	۴

(۱) ثابت جهانی گازها، میدان الکتریکی

(۲) گرمای ویژه، میدان مغناطیسی

(۳) گرمای ویژه، ثابت جهانی گازها

(۴) میدان مغناطیسی، میدان الکتریکی

۹۲- کدام گزینه جای خالی را بر حسب نماد علمی به درستی پر می کند؟

$$9 \times 10^5 \text{ W}\mu\text{s} = \square \text{ mWh}$$

$$(۲) \quad 2/5 \times 10^{-1}$$

$$(۱) \quad 2/5 \times 10^{-3}$$

$$(۴) \quad 2/5 \times 10^{-2}$$

$$(۳) \quad 25 \times 10^2$$

۹۳- کدام یک از تبدیل یکاهای زیر نادرست است؟

$$(۲) \quad 12000000 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} = 1/2 \times 10^4 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^3}$$

$$(۱) \quad 0/00039 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 = 39 \mu\text{m}^2$$

$$(۴) \quad 10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} = 10^{28} \frac{\text{cm}^2}{\text{dag} \cdot \text{Gs}^2}$$

$$(۳) \quad 0/00000023 \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^2} = 2/3 \times 10^{11} \frac{\text{ps}}{\text{Gm}^3}$$

محل انجام محاسبات

۹۴- اگر در رابطه فیزیکی $\frac{A}{B} = CD + E$ ، کمیت A انرژی، کمیت B زمان و کمیت C فشار در SI باشد، به ترتیب، یکای کمیت

D و نام کمیت E چیست؟

(۱) $\frac{m^2}{s}$ ، توان (۲) $\frac{m^2}{s}$ ، وات

(۳) $\frac{m^3}{s}$ ، توان (۴) $\frac{m^3}{s}$ ، وات

۹۵- محلولی از جرم یکسان دو مایع A و B تشکیل شده است. این محلول را در یک ظرف استوانه‌ای شکل می‌ریزیم تا نصف حجم

ظرف پر شود و باقی‌مانده حجم ظرف را با مایع A پر می‌کنیم. چگالی محلول جدید چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟

(۱) $\rho_A = 1/5 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_B = 1 \frac{g}{cm^3}$ و در اثر انحلال تغییر حجم رخ نمی‌دهد.

(۲) ۱۳۵۰ (۳) ۱۳۷۵

(۴) ۱۴۰۰

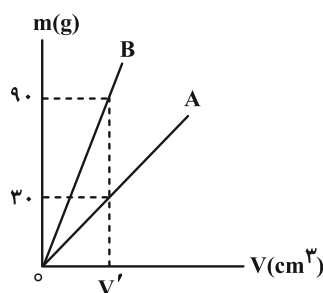
۹۶- جرم یک استوانه توپر مسی، $3/6 kg$ است و شعاع قاعده آن $10 cm$ می‌باشد. این استوانه را ذوب می‌کنیم و از آن کره‌ای به

شعاع $5 cm$ می‌سازیم. حجم حفره داخل کره چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{\text{مس}} = 9 \times 10^3 \frac{kg}{m^3}$ و $\pi \approx 3$)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۵۰

(۳) ۴۰۰ (۴) ۵۰۰

۹۷- برای دو جسم A و B، نمودار جرم بر حسب حجم به صورت زیر است. اگر چگالی جسم B، $6 \frac{g}{cm^3}$ باشد، جرم یک گلوله به



حجم $5 cm^3$ از جنس A چند گرم است؟

(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۹۸- استوانه‌ای به قطر قاعده ۸ cm و ارتفاع ۰/۲ m از جنس آلیاژ نقره و طلا در اختیار داریم. هنگامی که آن را روی ترازو می‌گذاریم،

ترازو عدد ۲/۷۸ kg را نشان می‌دهد. اگر چگالی این آلیاژ $\frac{13}{9} \frac{g}{cm^3}$ باشد، حجم حفره داخل استوانه چند مترمکعب است و

چند درصد از حجم آلیاژ از جنس نقره است؟ ($\rho_{نقره} = 10/5 \frac{g}{cm^3}$ ، $\rho_{طلا} = 19 \frac{g}{cm^3}$ و $\pi = 3$)

(۱) ۴۰ ، ۷۶۰ (۲) ۶۰ ، ۷۶۰

(۳) $40, 7/6 \times 10^{-4}$ (۴) $60, 7/6 \times 10^{-4}$

۹۹- درون یک مکعب برنزی به جرم ۶/۴ kg و ابعاد ۵ mm $\times$ ۱۰^۶ μ m $\times$ ۳ dm حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی برنز $8 \frac{kg}{L}$ باشد، در

فضای خالی داخل این حفره، چند گرم مایع با چگالی $1/2 \frac{g}{cm^3}$ جای می‌گیرد؟

(۱) ۱۸۰۰ (۲) ۹۶۰

(۳) ۷۰۰ (۴) ۸۴۰

۱۰۰- یک قطعه یخ به جرم ۶/۳ kg درون ظرفی قرار دارد. اگر ۴۰ درصد جرم این قطعه یخ ذوب شود، حجم مخلوط چند درصد تغییر

می‌کند؟ ($\rho_{یخ} = 0/9 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{آب} = 1 \frac{g}{cm^3}$)

(۱) ۲۴ (۲) ۱۴

(۳) ۶ (۴) ۴

کارنامه اشتباهات: اشتباهات شما معلم‌های خوبی برای پیشرفت شما هستند. وقتی به یک سؤال اشتباه جواب می‌دهید، یعنی آن موضوع را ناقص یاد گرفته‌اید و معمولاً با یک تلنکر یادگیری‌تان کامل می‌شود.

برای امتحانات نیم‌سال اول، کارنامه اشتباهات خود را به صورت درس به درس در صفحه شخصی خود دانلود کنید و سؤالات هر درس را برای امتحان دوباره تمرین کنید.

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۰ تا ۶۶

۱۰۱- کدام گزینه نادرست است؟

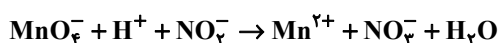
(۱) در واکنش کلی انجام شده در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌ها تغییر نمی‌کند.

(۲) فراورده واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن به حالت گازی است.

(۳) در فرایند کلی تولید برق با استفاده از سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، آلاینده‌ای تولید نمی‌شود.

(۴) تأمین سوخت سلول‌های سوختی هیدروژن-اکسیژن، از چالش‌های کاربرد این سلول‌ها است.

۱۰۲- با توجه به واکنش موازنه نشده زیر، چند مورد از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(آ) در این واکنش MnO_4^- نقش اکسند و یون نیترات نقش کاهنده را دارد.

(ب) قدرمطلق تغییر عدد اکسایش اتم مرکزی گونه کاهنده در این واکنش برابر عدد اکسایش اتم کربن گروه عاملی کربوکسیل در آشناترین کربوکسیلیک اسید است.

(پ) این واکنش از نوع اکسایش - کاهش بوده و تعداد الکترون‌های مبادله شده در آن برابر ۱۰ است.

(ت) پس از موازنه واکنش، مجموع ضرایب فراورده‌ها ۳ واحد کمتر از مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها است.

(۱) ۳ (۲) ۱

(۳) ۴ (۴) ۲

۱۰۳- درصد جرمی فلزهای سازنده آلیاژ آلگام که در دندانپزشکی کاربرد دارد، در جدول زیر آمده است. برای تهیه نقره به کار رفته

در ۱۰۰ گرم از این آلیاژ به برقکافت تقریباً لیتر محلول مولار نیاز است. ($\text{Ag} = 108 \text{ g.mol}^{-1}$)

فلز	درصد جرمی (%)
Hg	۵۰
Ag	۲۸
Cu	۱۳
Sn	۹

(۱) ۰/۵ ، ۰/۱۰۴ ، نقره نیترات

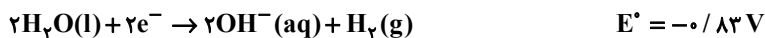
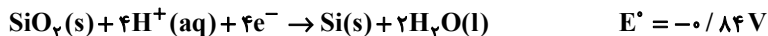
(۲) ۰/۵ ، ۰/۱۰۴ ، نقره کلرید

(۳) ۰/۱۲۵ ، ۲/۰۸ ، نقره نیترات

(۴) ۰/۱۲۵ ، ۲/۰۸ ، نقره کلرید

محل انجام محاسبات

۱۰۴- با توجه به نیم‌واکنش‌های زیر که مربوط به نوعی سلول نور- الکتروشیمیایی است، آند سلول است و



(۱) Si - ضمن انجام واکنش محلول نهایی خاصیت اسیدی پیدا می‌کند زیرا ضریب H^+ از OH^- بیشتر است.

(۲) SiO_2 - با این‌که emf این سلول کوچک است، اما این سلول می‌تواند در راستای پیشبرد اهداف شیمی سبز عمل کند.

(۳) Si - نیم‌واکنش کاهش در آن مشابه نیم‌واکنش کاهش در برقکافت آب است.

(۴) SiO_2 - در معادله کلی آن ضریب Si و SiO_2 برابر بوده و emf سلول ۰.۰۱V است.

۱۰۵- چند مورد از عبارات‌های زیر درباره برقکافت $\text{NaCl}(\text{l})$ و تهیه فلز سدیم درست است؟ ($\text{Cl} = 35.5$, $\text{Na} = 23 \text{ g.mol}^{-1}$)

* افزودن مقداری کلسیم کلرید به سدیم کلرید خالص دمای ذوب را به میزان ۲۱۴K پایین می‌آورد.

* تهیه این فلز در نوعی سلول الکتروشیمیایی انجام می‌شود که در آن تبدیل انرژی شیمیایی به الکتریکی صورت می‌گیرد.

* به ازای تولید ۱۱/۲L گاز در کاتد، ۲۳g فلز در آند تولید می‌شود.

* فلز سدیم در طبیعت بیشتر به شکل ترکیب یافت می‌شود.

(۱) ۲

(۳) ۴

۱۰۶- کدام موارد از مطالب زیر نادرست هستند؟

(آ) آلومینیم برخلاف آهن در برابر خوردگی مقاوم است.

(ب) در واکنش کلی انجام شده در فرایند هال، نسبت مجموع ضرایب مواد واکنش دهنده به فراورده‌ها برابر ۱/۴ است.

(پ) در فرایند هال، فلز آلومینیم از سنگ معدن بوکسیت (آلومینیم اکسید خالص) استخراج می‌شود.

(ت) در فرایند استخراج فلز آلومینیم به روش هال، آلومینیم آزاد شده به حالت مذاب است.

(ث) آلومینیم فلزی فعال است که به سرعت در هوا اکسید می‌شود.

(۱) آ و ب

(۳) ت و ث

(۲) ث و پ

(۴) ب و پ

۱۰۷- اگر در محل خراش یک قطعه آهن سفید، سرعت مصرف گاز اکسیژن در بخش کاتدی برابر $0.13 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد، پس از ۲ دقیقه

جرم آند چند گرم کاهش می‌یابد؟ ($H=1, O=16, Fe=56, Zn=65 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

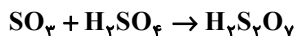
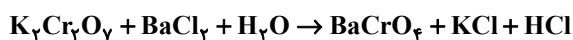
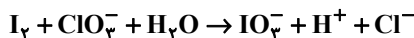
۶۵۰ (۴)

۲۰۲۸ (۳)

۵۰۷ (۲)

۱۰۱۴ (۱)

۱۰۸- تفاوت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش‌هایی که از نوع اکسایش - کاهش هستند کدام است؟



۳۵ (۴)

۲۷ (۳)

۲۲ (۲)

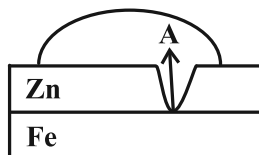
۲۹ (۱)

۱۰۹- کدام گزینه نادرست است؟

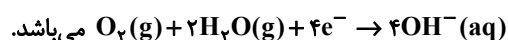
(۱) معادله واکنش کلی سلول سوختی متان-اکسیژن به صورت $\text{CH}_4(\text{g}) + 2\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ است.

(۲) آب خالص رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد، از این رو برای برقکافت آب باید اندکی الکترولیت به آن افزود.

(۳) اگر شکل زیر نشانگر آهن گالوانیزه باشد، به جای A، $\text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ قرار می‌گیرد.



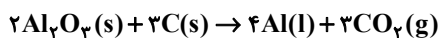
(۴) نیم‌واکنش کاهش در آهن گالوانیزه و حلبی خراشیده در حضور رطوبت و اکسیژن، به صورت



۱۱۰- مطابق واکنش موازنه شده زیر، اگر مقدار گاز حاصل از واکنش کامل ۳۰۰۰ میلی‌لیتر محلول نیتریک اسید با $\text{pH} = 2$ با مقدار

کافی از سدیم هیدروژن کربنات، با مقدار گاز به دست آمده از فرایند هال برابر باشد، تعداد الکترون‌های مبادله شده در فرایند

هال کدام است؟

۲۶/۱۲×۱۰^{۲۱} (۲)۲۷/۰۹×۱۰^{۲۱} (۱)۷۲/۲۴×۱۰^{۲۱} (۴)۵۴/۱۸×۱۰^{۲۱} (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱ تا ۲۵

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به‌اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- کدام عبارت‌ها درست هستند؟

(الف) در ۲۰ سال اخیر، میزان استخراج مواد معدنی از مجموع استخراج فلز و سوخت‌های فسیلی بیشتر بوده است.

(ب) در ۲۰ سال اخیر، میزان تولید سوخت‌های فسیلی در مقایسه با فلزات و مواد معدنی، کمترین سرعت رشد را داشته است.

(پ) کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه پایدار است.

(ت) توانایی انسان در تولید موادی مانند نفت از عناصر سازنده آن، به او این امکان را داده است تا سرپناهی گرم و ایمن برای زندگی خود فراهم سازد.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

۱۱۲- با توجه به داده‌های جدول زیر که درباره یون متداول چند عنصر از دوره چهارم جدول تناوبی است، کدام گزینه درست است؟

ردیف	ویژگی‌ها	$X^{۳+}_{۲۶}$	Y^{+}	$Q^{۲-}$	$W^{۳+}$
۱	شمار نوترون‌ها در هسته اتم	۳۰	۳۵	۴۵	۳۹
۲	شمار الکترون دارای $l = ۲$	a	۱۰	۱۰	c
۳	نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = ۱$ به $l = ۰$	b	d	۲/۲۵	۲

(۱) عدد جرمی عنصر Y برابر ۶۴ است و آرایش لایه ظرفیت اتم خنثی آن طبق قاعده آفبا به صورت $۴s^1 ۳d^{۱۰}$ است.(۲) بین دو عنصر W و X، ۴ عنصر فلزی وجود دارد که در همه آن‌ها نسبت شمار الکترون‌های دارای $l = ۲$ به (نسبت شمار الکترون‌های دارای $l = ۱$ به $l = ۰$) برابر است.

(۳) مجموع عددهای ردیف دوم جدول برابر شمار الکترون‌های یون پایدار نافلز مایع دوره چهارم است.

(۴) نسبت $\frac{c}{۱۰}$ برابر نسبت $\frac{b}{d}$ در این جدول است.

۱۱۳- کدام مقایسه در مورد شعاع عناصر درست است؟

(۲) $۱۹K < ۲۰Ca < ۲۱Sc$ (۱) $۳۴Se < ۳۵Br < ۳۶Kr$ (۴) $۱۴Si < ۱۳Al < ۱۲Mg$ (۳) $۲۰Ca < ۱۲Mg < ۳۸Sr$

محل انجام محاسبات

۱۱۴- کدام گزینه نادرست است؟

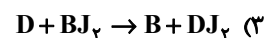
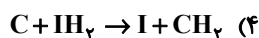
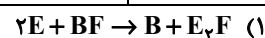
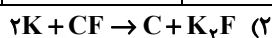
(۱) اگر آرایش یونهای X^{2+} و Y^{2-} به $3p^6$ ختم شود، تفاوت شمار الکترونهای اتمهای X و Y برابر ۴ است.

(۲) در تناوب چهارم جدول دوره‌ای ۵ عنصر دارای زیرلایه نیمه پر هستند.

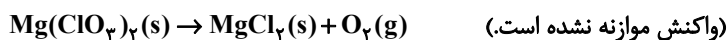
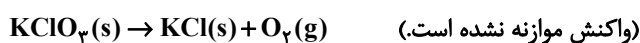
(۳) اگر آرایش الکترونی عنصری به $5p^3$ ختم شود، این عنصر در لایه چهارم خود ۳۲ الکترون دارد.(۴) پس از جدا کردن ۳ الکترون از اتم A، ۲۶ الکترون برای یون ناپایدار آن باقی می‌ماند؛ آرایش الکترونی یون A^+ در آخرین زیرلایه آن $3d^{10}$ است.

۱۱۵- اگر جدول زیر از قوانین جدول تناوبی پیروی کند، کدام گزینه می‌تواند بیانگر یک واکنش حقیقی باشد؟

گروه ۱	گروه ۲	گروه ۶	گروه ۸	گروه ۱۳	گروه ۱۶	گروه ۱۷
A	B	C	D	E	F	G
J	I					H
K						



۱۱۶- تجزیه نمونه‌هایی ناخالص از پتاسیم کلرات و منیزیم کلرات با جرم‌های برابر، مقدار مساوی گاز تولید می‌کند. نسبت درصد

خلوص پتاسیم کلرات به درصد خلوص منیزیم کلرات کدام است؟ ($K = 39$, $Cl = 35.5$, $Mg = 24$, $O = 16$; $g \cdot mol^{-1}$)

۰/۲۳۴ (۴)

۰/۷۶۳ (۳)

۰/۷۸ (۲)

۱/۲۸ (۱)

۱۱۷- کدام مطلب درست است؟

(۱) رنگ کانی کلسیم کربنات با رنگ کانی منگنز (II) کربنات یکسان است.

(۲) آهن فلزی است که در سطح جهان بیشترین مصرف سالانه را پس از فلز آلومینیم دارد.

(۳) در واکنش طبیعی آهن (II) هیدروکسید با سدیم کلرید مجموع ضرایب فراورده‌ها برابر ۴ است.

(۴) با قرار دادن تیغه‌ای از جنس فلز آهن در محلول مس (II) سولفات، فلز مس و آهن (II) سولفات ایجاد می‌شود.

۱۱۸- مخلوطی از کلریدهای آهن به جرم ۹۰۴ گرم را به طور کامل در آب حل کرده و با افزودن مقدار کافی از سدیم هیدروکسید به

محلول حاصل، تمام یون های آهن را رسوب داده ایم. اگر مقدار مول رسوب سبز رنگ نصف مقدار مول رسوب قهوه ای رنگ

باشد، تقریباً چند درصد از جرم مخلوط اولیه متعلق به آهن (III) کلرید بوده است؟ ($\text{Fe} = 56 : \text{g.mol}^{-1}$, $\text{Cl} = 35.5$)

۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

۷۲ (۴)

۷۰ (۳)

۱۱۹- همه گزینه های زیر درست اند، به جز:

(۱) عنصرهایی که در یک گروه قرار می گیرند می توانند لایه ظرفیت با آرایش متفاوتی داشته باشند.

(۲) عنصری از دوره سوم که در لایه ظرفیت آن شمار الکترون ها با $I=1$ و $I=0$ برابر است، به یقین نمی تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

(۳) ۲۵٪ از عنصرهای دوره سوم، شکننده اند، سطح کدری دارند و حالت فیزیکی آن ها در دما و فشار اتاق جامد است.

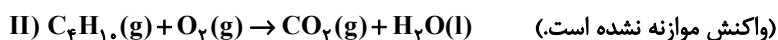
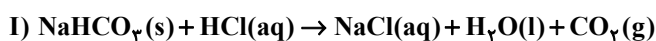
(۴) یک ویژگی مشترک تمامی نافلزها تمایل به گرفتن الکترون و تبدیل شدن به آنیون است.

۱۲۰- از واکنش ۱۶۸ گرم سدیم هیدروژن کربنات (NaHCO_3) با خلوص ۶۰٪ در واکنش (I)، ۲۴ لیتر گاز تولید شده است. چگالی

گاز تولید شده در شرایط آزمایش چند g.L^{-1} است و برای تولید این مقدار گاز، چند لیتر گاز بوتان باید با بازدهی ۸۰٪ به طور

کامل بسوزد؟ (شرایط واکنش (II) STP فرض شود و $\text{H} = 1 : \text{g.mol}^{-1}$, $\text{O} = 16$, $\text{C} = 12$, $\text{Na} = 23$) (گزینه ها را به

ترتیب از راست به چپ بخوانید).



۸/۴ ، ۲/۶ (۲)

۸/۴ ، ۲/۲ (۱)

۱۶/۸ ، ۲/۶ (۴)

۱۶/۸ ، ۲/۲ (۳)

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۱ تا ۲۳

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و شیمی ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مطالعه خواص و رفتار ماده تنها راه کشف کردن رمز و راز پیدایش جهان هستی است.

(۲) تمام دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب (مهبانگ) همراه بوده است.

(۳) یکی از وظایف فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ تشخیص ترکیب‌های شیمیایی درون برخی سیارات بود.

(۴) پاسخ به این سؤال که «جهان مادی چگونه پدید آمده است؟» در قلمرو علم تجربی می‌گنجد.

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با تکنسیم درست است؟

الف) تکنسیم (${}^{99}_{43}\text{Ts}$) نخستین عنصری بود که در راکتورهای هسته‌ای ساخته شد.

ب) نیم‌عمر آن کم است و نمی‌توان مقادیر زیادی از آن را تهیه و برای مدت طولانی نگهداری کرد.

پ) یون یدید با تکنسیم اندازه‌ی مشابهی دارد.

ت) با افزایش مقدار یون حاوی تکنسیم در غده تیروئید، امکان تصویربرداری از آن فراهم می‌شود.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۲۳- عنصر x دارای دو ایزوتوپ طبیعی است و جرم اتمی یکی از ایزوتوپ‌ها، ۲ برابر جرم اتمی کربن - ۱۲ و جرم اتمی ایزوتوپ دیگر

برابر با مجموع تعداد الکترون و پروتون‌های دومین عنصر گروه ۱۳ می‌باشد. در صورتی که نسبت درصد فراوانی ایزوتوپ سبک

به سنگین برابر ۷ به ۲ باشد؛ جرم اتمی میانگین این عنصر چقدر است؟

(۱) ۲۳/۱۲

(۲) ۳۱/۸۲

(۳) ۲۴/۴۴

(۴) ۲۷/۹۱

محل انجام محاسبات

۱۲۴- چند مورد از عبارات زیر درست هستند؟

- (آ) جرم اتمی میانگین هر عنصر، میانگین جرم‌های اتمی ایزوتوپ‌های مختلف آن است.
- (ب) اگر از اتمی با نماد فرض X_{16} ، یون پایدار X^{2-} شناخته شده باشد، اتمی با نماد فرض Y_{32} هم می‌تواند یون پایدار Y^{2-} را تشکیل دهد.
- (پ) از ۱۰ عنصر ابتدایی جدول تناوبی، ۲۰٪ آن‌ها به انجام واکنش‌های شیمیایی تمایلی نشان نمی‌دهند.
- (ت) با پیمایش هر دوره از چپ به راست، خواص عنصرها به‌طور مشابه تکرار می‌شود و هر دوره شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است.

(۴) ۳ (۲)

(۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۵- تعداد اتم‌های موجود در چند گرم H_2SO_4 با تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در ۴۰ گرم $FeSO_4$ برابر است؟

($H = 1, O = 16, S = 32, Fe = 56 : g.mol^{-1}$)

(۱) ۱۷/۲ (۲) ۱۴/۳۸

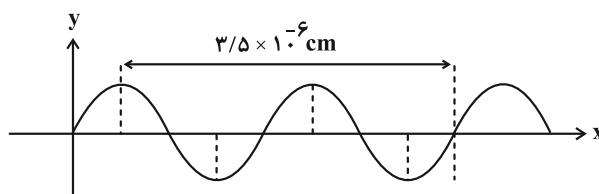
(۳) ۲۸/۷۷ (۴) ۳۴/۵

۱۲۶- چند مورد از عبارات زیر درست‌اند؟

- (الف) نور خورشید به هنگام خروج از منشور شامل ۷ طول موج رنگی است.
- (ب) با افزایش طول موج رنگی نور مرئی زاویه انحراف از منشور کاهش می‌یابد.
- (پ) هدف از آزمایش مشاهده نور کنترل تلویزیون درک این واقعیت است که برخی پرتوها نامرئی هستند و با چشم انسان دیده نمی‌شوند. این پرتوها از نوع فروسرخ هستند.

(ت) با توجه به جدول زیر می‌توان دریافت که موج A از نوع فروسرخ است:

ناحیه طیف	حدود طول موج (nm)
فرابنفش	$10^1 - 10^2$
فروسرخ	$10^3 - 10^5$
ریزموج	$10^6 - 10^8$



(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۷- جرم الکترون به تقریب برابر $\frac{1}{1800}$ جرم یک پروتون یا یک نوترون است. نسبت جرم نوترون به جرم پروتون و نسبت جرم

الکترون به جرم نوترون موجود در اتم ${}^Z_Z X$ به تقریب در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$\frac{1}{3600}, 1 \quad (1) \quad \frac{1}{5400}, 2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{5400}, 1 \quad (3) \quad \frac{1}{3600}, 2 \quad (4)$$

۱۲۸- تعداد اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه‌ای از گلوکز ($C_6H_{12}O_6$)، ۲ برابر تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در نمونه‌ای از پروپان

(C_3H_8) است. اگر اختلاف جرم این دو نمونه برابر ۴۲ گرم باشد، جرم نمونه گلوکز به تقریب چند گرم است؟

$$(C = 12, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1})$$

$$24/8 \quad (1) \quad 72/5 \quad (2)$$

$$56/3 \quad (3) \quad 46/2 \quad (4)$$

۱۲۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟

الف) از گلوکز دارای اتم‌های پرتوزا برای درمان و تشخیص غده سرطانی استفاده می‌کنند.

ب) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه‌ها به کار می‌رود در نمونه طبیعی آن حدود ۰/۰۷ درصد است.

پ) ایزوتوپ‌های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر تولید ذره‌های پرنرژی، مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می‌کنند.

ت) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر برخلاف فراوان‌ترین عنصر سازنده سیاره زمین به صورت دو حرفی است.

ث) نسبت تعداد نوترون‌های سنگین‌ترین به تعداد نوترون‌های سبک‌ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن برابر ۳ است.

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۱۳۰- اگر عنصر X از گروه ۱۵ با عنصر Y که عدد اتمی آن برابر ۳۱ است هم‌دوره باشد، عدد اتمی عنصر X کدام است؟

$$32 \quad (1) \quad 33 \quad (2)$$

$$34 \quad (3) \quad 35 \quad (4)$$

یک روز، یک درس: هر روز در سایت کانون www.kanoon.ir به یک درس اختصاص دارد. شما می‌توانید خلاصه درس‌ها، نمونه سؤال‌های پیشنهادی و آزمونک مربوط به هر درس را در روز مربوط به آن از قسمت تازه‌ها در سایت کانون و همین‌طور صفحه مقطع خود دریافت کنید.



آزمون ۱ دی ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
عادل حسینی-افشین خاصه-خان-طاہر دادستانی-حمید علیزاده-کامیار علییون-سپهر متولی	حسابان ۲	
امیر حسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-فرید غلامی-احمد رضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	
عباس اصغری-عبدالرضا امینی-نسب-زهره آقامحمدی-امیر حسین برادران-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-معصومه شریعت ناصری-مهدی شریفی-مریم شیخ-ممو-شیلا شیرزادی-کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم	فیزیک	
هدی بهاری پور-محمد رضا پور جاوید-احمد رضا جعفری-نژاد-امیر حاتمیان-پیمان خواجهی-مجد-روزبه رضوانی-میلاد شیخ الاسلامی-پارسا عیوض پور-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-هادی مهدی زاده-امین نوروزی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	امیر حسین برادران	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی محمد رضا راسخ	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	مهدی شریفی زهره آقامحمدی دانیال راستی سعید ناصری	محمد حسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی امیر رضا حکمت نیا
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی زاده	مهدی خالئی	مهدی خالئی	معین یوسفی نیا حسین بصیر	امیر رضا واشقانی مهدی سہامی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین برادران	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۶۳



حسابان ۲

گزینه «۲»

(ممید علیزاده)

حاصل حد تابع وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، در هر دو ضابطه باید برابر باشند، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x+1} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^b + 10}{ax^f + 3x} = 3 \xrightarrow{b=f} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^f + 10}{ax^f + 3x} = \frac{1}{a} = 3$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow a+b = \frac{1}{3} + f = \frac{13}{3}$$

دقت کنید که اگر $a = 0$ و $b = 1$ باشد، حاصل حد نمی‌تواند برابر ۳ شود.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

حد تابع را وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ حساب می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{3x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{4x}{3x}\right) = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x+1}{3x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{4x}{-3x}\right) = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

خطوط $y = \frac{7}{3}$ و $y = -\frac{1}{3}$ مجانب‌های افقی نمودار تابع هستند که فاصله آن‌ها برابر $\frac{8}{3}$ است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۲»

(ظاهر دارستانی)

چون $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ ، خط $y = 1$ مجانب افقی است. باید معادله زیر ریشه

نداشته باشد:

$$\frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + 2x + 3} = 1 \Rightarrow x^2 + ax + 1 = x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow (a-2)x = 2 \Rightarrow a = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)

فرض می‌کنیم $f(1) = a$ ، ابتدا معادله خط را می‌نویسیم:

$$y - 0 = \frac{a-0}{1-5}(x-5) \Rightarrow f(x) = -\frac{a}{4}(x-5)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\frac{a}{4}x}{x} = -\frac{a}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

گزینه «۱»

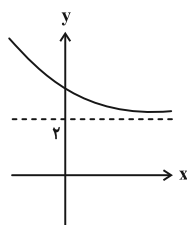
(سپهر متولی)

با توجه به این که $1 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0$ است، تابع

$f(x) = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + 2$ یک تابع اکیداً نزولی با مجانب افقی

$y = 2$ است و با توجه به نمودار، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = [2^+] = 2$

مقدار $a = 2$ است.



پس ضابطه تابع g به صورت زیر است:

$$g(x) = \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

طول نقطه تقاطع را حساب می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 8} = 1 \Rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 8 \Rightarrow x = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

گزینه «۱»

(کامیار علییون)

ابتدا مجانب افقی تابع را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2 - x + 1}{2x^2 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx^2}{2x^2} = \frac{m}{2}$$

یعنی خط افقی $y = \frac{m}{2}$ بر نمودار تابع g مماس است، پس می‌توان نتیجه

گرفت عرض رأس سهمی $y = g(x)$ برابر با $y_s = \frac{m}{2}$ می‌باشد.

$$g(x) = x^2 - 4x - m \Rightarrow x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(1)} = 2$$

$$\Rightarrow y_s = g(2) = 4 - 8 - m = -m - 4$$

بنابراین:

$$-m - 4 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = -\frac{8}{3}$$

حاصل ضرب صف‌های تابع f همان حاصل ضرب صف‌های عبارت صورت f

$$\text{و برابر } \frac{1}{m} = -\frac{3}{8} \text{ است.}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x)] = [(-1)^+] = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} [g(x)] = [0^+] = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(عادل حسینی)

۱۰- گزینه «۳»

ابتدا حد تابع را در $\pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - x^3) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f^{-1}(x) = +\infty$$

حال با این نکات خط (های) مجانب افقی نمودار تابع gof را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (gof)(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(+\infty)(-\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (gof)(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{xf^{-1}(x)} = \frac{1}{(-\infty)(+\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

اما در هر دو حالت علامت تابع g منفی است، پس نمودار گزینه «۳» درست است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

حسابان ۲- آشنا

(کتاب آبی)

۱۱- گزینه «۱»

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 - 2(-2) = 1 + 4 = 5$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۲- گزینه «۴»

فرض کنید $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$ ، با استفاده از قضایای حد در

بی‌نهایت خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - g(x)) = A \Rightarrow a - b = A \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + g(x)) = B \Rightarrow a + b = B \end{cases}$$

۷- گزینه «۲»

(کلمیار علی‌پور)

با توجه به این که حاصل حد عددی حقیقی است، درجه صورت و مخرج برابر است، پس $a = 0$ خواهد بود. از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{b|x| + 2}{2x + 4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-bx + 2}{2x + 4} = -\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = -2$$

حال با توجه به مقادیر a و b حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x+1)^3 + (-2x+1)^3}{2x^2 - 1} \\ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{((2x+1) + (-2x+1))((2x+1)^2 - (2x+1)(-2x+1) + (-2x+1)^2)}{2x^2 - 1} \end{aligned}$$

با توجه به قضیه پرتوان، حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(12x^2)}{2x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{24x^2}{2x^2} = 12$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(سپهر متولی)

۸- گزینه «۱»

با توجه به این که $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$ است:

$$f(x) = \frac{2x + \sqrt{(x-4)^2}}{x^2 + |x^3 - 2|} = \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|}$$

حال حاصل حد‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + x - 4}{x^2 + x^3 - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 4}{2x^3 - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x^3} = \frac{3}{2x^2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + |x - 4|}{x^2 + |x^3 - 2|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x + 4}{x^2 - x^3 + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 4}{2} = -\infty$$

(مسایان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۳»

تابع $g(x) = \frac{2^x - 1}{5^x + 1}$ را در نظر می‌گیریم و ابتدا حد تابع g را در $\pm\infty$

حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x}{5^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^x = 0$$

نمودار تابع g وقتی $x \rightarrow -\infty$ بالاتر از خط $y = -1$ است؛ زیرا

$$0 < \frac{2^x - 1}{5^x + 1} - (-1) = \frac{2^x - 1}{5^x + 1} + 1$$

داریم:



$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} :$$

برای آنکه عامل ابهام یعنی $x - \frac{1}{2}$ در صورت و مخرج ظاهر شود، صورت و

مخرج را بر $x - \frac{1}{2}$ یا $2x - 1$ تقسیم می‌کنیم که حاصل برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(2x^2-2x-1)}{(2x-1)(x^2+4x+2)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-2x-1}{x^2+4x+2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - 1 - 1}{\frac{1}{4} + 2 + 2} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{17}{4}} = -\frac{6}{17}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۹۹)

۱۶- گزینه «۱»

ابتدا تابع را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$y = \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 2 \times 2^{1-2n}} = \frac{2^{1-2n}(2^{4n} - 1)}{2^{1-2n}(2^{4n} + 2)} = \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 2}$$

پس خواهیم داشت:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{4n} - 1}{2^{4n} + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{4n}}{2^{4n}} = 1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(داخل ریاضی ۱۱۰۰)

۱۷- گزینه «۲»

می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^n + bx^{n-1} + \dots) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2-1)(a^4x^4-1)\dots(a^{100}x^{100}-1)}}{a^{49}x^k - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{(a^2x^2)(a^4x^4)\dots(a^{100}x^{100})}}{a^{49}x^k}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{2+4+\dots+100} x^{2+4+\dots+100}}}{a^{49}x^k}$$

با استفاده از رابطه $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ داریم:

$$2 + 4 + \dots + 100 = 2(1 + 2 + \dots + 50) = 2 \times \frac{50 \times 51}{2} = 50 \times 51$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[5]{a^{50 \times 51} x^{50 \times 51}}}{a^{49}x^k} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|a^{51}x^{51}|}{a^{49}x^k}$$

با توجه به اینکه $x \rightarrow -\infty$ ، داریم: $|x^{51}| = -x^{51}$ ، بنابراین:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^{51}|a^{51}|}{a^{49}x^k}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} a = \frac{A+B}{2}, b = \frac{B-A}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b = \frac{B-A}{2} \quad \text{بنابراین}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۳- گزینه «۱»

وقتی $n \rightarrow +\infty$ ، عبارت $\frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$ با مقادیر کمتر از ۱ به ۱ میل

می‌کند. پس با فرض $\frac{n-1}{n} = t$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = \lim_{t \rightarrow 1^-} (1-t) = 1-1 = 0$$

وقتی $n \rightarrow +\infty$ عبارت $\frac{2n+3}{n} = 2 + \frac{3}{n}$ با مقادیر بزرگتر از ۲ به ۲

میل می‌کند. پس با فرض $\frac{2n+3}{n} = c$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{2n+3}{n}\right) = \lim_{c \rightarrow 2^+} f(c) = \lim_{c \rightarrow 2^+} (3c+4)$$

$$= 3 \times 2 + 4 = 10$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2f\left(\frac{2n+3}{n}\right) \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} f\left(\frac{n-1}{n}\right) - 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+3}{n}\right) = 0 - 2 \times 10 = -20$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(کتاب آبی)

۱۴- گزینه «۱»

وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، آنگاه $f(x) \rightarrow 0^+$ ، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x)) = \lim_{f(x) \rightarrow 0^+} f(f(x))$$

با فرض $f(x) = t$ ، خواهیم داشت:

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = -1$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

(فارغ ریاضی ۹۹)

۱۵- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2$$

حد در بی‌نهایت، مقداری حقیقی است، پس درجه صورت و مخرج باید برابر باشد، یعنی $n = 3$ ؛ زیرا در غیر این صورت هیچ حالت قابل قبولی نداریم تا حاصل حد برابر ۲ شود.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3}{ax^3} = 2 \Rightarrow \frac{4}{a} = 2 \Rightarrow a = 2$$



$$y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$$

که جواب‌های ۲ و $\frac{5}{6}$ در گزینه‌ها نیستند.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۱۹- گزینه «۴»

(داخل ریاضی ۹۱)

$$f(x) = \frac{x+3}{2x+1}, \quad g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)+3}{2g(x)+1} = \frac{\frac{2x-1}{x+2}+3}{2\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)+1} = \frac{\frac{2x-1+3x+6}{x+2}}{\frac{2(2x-1)+x+2}{x+2}} = \frac{4x+5}{5x+3}$$

$$= \frac{(2x-1)+3(x+2)}{2(2x-1)+(x+2)} = \frac{5x+5}{5x+3} = \frac{5x+5}{5x} = \frac{5x+5}{5x}, \quad x \neq -2$$

$$\Rightarrow (f \circ g)(x) = \frac{5x+5}{5x} \Rightarrow \text{ریشهٔ مخرج: } x=0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+5}{5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{5x} = 1$$

$\Rightarrow y = 1$ (مجانِب افقی)

بنابراین محل تلاقیِ مجانب‌ها نقطهٔ $(0, 1)$ است.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۲۰- گزینه «۱»

(فارج ریاضی ۹۸)

برای یافتن معادلهٔ مجانب افقی، حد تابع را وقتی $x \rightarrow \pm\infty$ حساب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

فرض کنید خط $y = L$ مجانب افقی نمودار تابع $y = f(x)$ باشد و بدانیم

اگر $x \rightarrow +\infty$ آنگاه $(f(x) - L) \rightarrow 0^-$ ، آنگاه در $x \rightarrow +\infty$ نمودار

تابع f پایین مجانب افقی خود قرار می‌گیرد و اگر $(f(x) - L) \rightarrow 0^+$

آنگاه نمودار تابع f بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. مشابه چنین حالتی

را برای وقتی $x \rightarrow -\infty$ نیز می‌توان در نظر گرفت.

در این سؤال $L = 2$ و داریم:

$$f(x) - L = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 + 2x} - 2 = \frac{2x^2 - x - 2 - 2(x^2 + 2x)}{x^2 + 2x} = \frac{-5x - 2}{x^2 + 2x}$$

$$\text{در } x \rightarrow \pm\infty, \text{ حد عبارت } \frac{-5x - 2}{x^2 + 2x} \text{ با حد عبارت } \frac{-5x}{x^2} = \frac{-5}{x} \text{ برابر}$$

است. پس وقتی $x \rightarrow +\infty$ ، این عبارت به 0^- میل می‌کند و نمودار پایین

مجانِب افقی خود قرار می‌گیرد و وقتی $x \rightarrow -\infty$ ، این عبارت به 0^+ میل

می‌کند و نمودار بالای مجانب افقی خود قرار می‌گیرد. بنابراین نمودار گزینهٔ

(۱) درست است.

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

برای آنکه حاصل حد اخیر برابر با -1 شود، باید درجهٔ x در صورت و مخرج با هم برابر باشند. یعنی $k = 51$ که در این صورت داریم:

$$-1 = \frac{-|a^{51}|}{a^{49}} \Rightarrow \frac{|a^{51}|}{a^{49}} = 1$$

صورت کسر سمت چپ تساوی مثبت و سمت راست آن هم مثبت است، پس

باید مخرج کسر هم مثبت باشد یعنی $a^{49} > 0$ ، پس $a > 0$ و داریم:

$$\frac{a^{51}}{a^{49}} = 1 \Rightarrow a^2 = 1 \xrightarrow{a>0} a = 1$$

(هسابان ۲- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۴)

۱۸- گزینه «۲»

(فارج ریاضی ۹۹ با تغییر)

$$\text{از آنجا که تابع } f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c} \text{ فقط یک مجانب قائم } x = 2 \text{ دارد،}$$

مخرج کسر دارای ریشهٔ مضاعف $x = 2$ است، یعنی:

$$2x^2 + bx + c = 2(x-2)^2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + 7x}{2(x-2)^2}$$

از طرفی $f(3) = 6$ ، پس:

$$\frac{a(3)^2 + 7(3)}{2(3-2)^2} = 6 \Rightarrow \frac{9a + 21}{2} = 6 \Rightarrow 9a + 21 = 12$$

$$\Rightarrow a = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + 7x}{2x^2 + bx + c} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{2}$$

پس معادلهٔ مجانب افقی تابع f ، به صورت $y = -\frac{1}{2}$ است.

توجه کنید که اگر مخرج ریشهٔ مضاعف نداشته باشد و ریشهٔ دیگر مخرج،

ریشهٔ صورت نیز باشد، در آن حالت هم تابع f فقط یک مجانب قائم دارد. از

آنجا که $x = 2$ ریشهٔ مخرج است و ضرب x^2 برابر ۲ است، می‌توان ریشهٔ

دیگر مخرج را $x = k$ در نظر گرفت و ضابطهٔ تابع را به صورت زیر نوشت:

$$f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x-k)}$$

ریشه‌های عبارت صورت برابر با $x = 0$ و $x = \frac{-7}{a}$ هستند، بنابراین:

$$\text{اگر } k = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x)} = \frac{ax+7}{2(x-2)}$$

$$\frac{f(3)=6}{2(3-2)} \rightarrow \frac{3a+7}{2} = 6 \Rightarrow 3a+7=12 \Rightarrow a=\frac{5}{3}$$

$$\text{مجانِب افقی: } y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{a}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{6}$$

$$\text{اگر } k = \frac{-7}{a} \Rightarrow f(x) = \frac{x(ax+7)}{2(x-2)(x+\frac{7}{a})} = \frac{ax}{2(x-2)}$$

$$\frac{f(3)=6}{2(3-2)} \rightarrow \frac{3a}{2} = 6 \Rightarrow a=4$$



هندسه ۳

۲۱- گزینه «۱»

(اعمرضا فلاح)

ضرایب x^2 و y^2 در این معادله باید با هم برابر باشند:

$$3a - 1 = 2a^2 \Rightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = \frac{1}{2}$$

$$1) a = 1 \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2x + 3y + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{+2} x^2 + y^2 + x + \frac{3}{2}y + 2 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4(2)$$

$$= 1 + \frac{9}{4} - 8 < 0 \Rightarrow \text{معادله دایره نیست.}$$

$$2) a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + x + 3y + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} x^2 + y^2 + 2x + 6y + 4 = 0$$

$$a^2 + b^2 - 4c = 2^2 + 6^2 - 4(4) > 0 \Rightarrow \text{دایره است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۲۲- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

اگر نقطه A خارج دایره باشد $OA > R$ و مرکز دایره $O(-1, 2)$

$$\text{است. در نتیجه } OA = \sqrt{4+0} = 2 \text{ و } R = \frac{\sqrt{4+16-4m}}{2} \text{ پس}$$

$$2 > \frac{\sqrt{20-4m}}{2} \text{ یعنی } m > 1 \text{ و } 4+16-4m > 0 \text{ در نتیجه}$$

$$m < 5 \text{ که گزینه صحیح } 1 < m < 5 \text{ می‌باشد.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۳- گزینه «۱»

(کیوان دارابی)

دو قطر یکدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند، پس کافی است معادله دو خط را با هم تلاقی دهیم تا مختصات مرکز را بیابیم:

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow O(1, 2)$$

دایره محور x ها را در نقطه $A(3, 0)$ قطع کرده است، پس این نقطه روی

دایره واقع است و فاصله مرکز دایره از آن برابر با شعاع دایره است.

$$O(1, 2) \Rightarrow R = |OA| = \sqrt{(3-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{8}$$

حال فرض می‌کنیم دایره محور y ها را در نقطه $B(0, y)$ قطع کرده باشد، فاصله این نقطه نیز از مرکز دایره باید با شعاع دایره برابر باشد:

$$|OB| = R \Rightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (2-y)^2} = \sqrt{8}$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 + 1 = 8 \Rightarrow (y-2)^2 = 7$$

$$\Rightarrow y-2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{7}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۲۴- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومویب)

مرکز دایره روی عمودمنصف هر کدام از وترهای دایره واقع است، پس ابتدا معادله عمودمنصف وتر AB یعنی خط d را پیدا می‌کنیم:

$$(AB \text{ وسط}) M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

$$m_{AB} = \frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow m_d = -3$$

$$d \text{ خط } : y - \frac{5}{2} = -3\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = -3x + 4$$

از تلاقی خط d و خط $y = -2x + 3$ ، مرکز دایره (نقطه O) حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Rightarrow -2x + 3 = -3x + 4 \Rightarrow x = 1, y = 1$$

بنابراین $O(1, 1)$ مرکز این دایره است و شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$R = OA = \sqrt{(2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۵- گزینه «۲»

(کیوان دارابی)

$a < 0$ بنابراین نقطه A در ناحیه دوم دستگاه مختصات قرار دارد. پس مختصات مرکز این دایره $O(-R, R)$ خواهد بود به طوری که شعاع دایره است. بنابراین معادله این دایره در حالت کلی به صورت زیر است:

$$(x+R)^2 + (y-R)^2 = R^2$$

حال داریم:

$$R = 1 \Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$$



$$O(2, 0), \quad O'(-1, 4) \Rightarrow d = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\begin{cases} r = \frac{1}{2} \sqrt{16+4a+4} = \sqrt{5+a} \\ r' = \frac{1}{2} \sqrt{4+64-68+4a} = \sqrt{a} \end{cases}$$

$$\sqrt{5+a} + \sqrt{a} = 5 \Rightarrow \sqrt{5+a} = 5 - \sqrt{a}$$

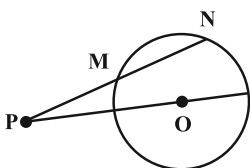
$$\Rightarrow 5+a = 25 - 10\sqrt{a} + a \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۲» - ۲۹

طبق روابط طولی دو دایره در هندسه ۲ خواهیم داشت:



$$PM \times PN = (OP - R)(OP + R) = |OP|^2 - R^2$$

$$\begin{cases} O(1, -3) \\ |OP| = \sqrt{(4-1)^2 + (-1+3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{4+36-4} = 3 \end{cases}$$

$$PN \times PM = 13 - 9 = 4$$

بنابراین:

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

(سوکنر روشنی)

گزینه «۲» - ۳۰

مرکز را به صورت $O(\alpha, -\alpha)$ در نظر می‌گیریم و می‌دانیم فاصله مرکز دایره تا هر خط مماس برابر R است.

$$R = \frac{|\alpha + 2\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-\alpha - 2\alpha - 10|}{\sqrt{10}}$$

$$\begin{cases} 4\alpha - 6 = -4\alpha - 10 \Rightarrow 8\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{2} \\ 4\alpha - 6 = 4\alpha + 10 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow O(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$R = \frac{|4\alpha - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|-2 - 6|}{\sqrt{10}} = \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow S = \pi R^2 = \frac{\pi \times 64}{10} = \frac{16\pi}{5}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

اما نقطه $A(a, 1)$ روی این دایره واقع است. پس در معادله آن صدق می‌کند.

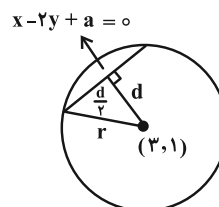
$$(a+1)^2 + (1-1)^2 = 1 \Rightarrow (a+1)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+1=1 \Rightarrow a=0 \\ a+1=-1 \Rightarrow a=-2 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(افشین فاضل‌نار)

گزینه «۲» - ۲۶



$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = a+16$$

$$d = \frac{|3-2(1)+a|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|a+1|}{\sqrt{5}}$$

$$r^2 = d^2 + \frac{d^2}{4} = \frac{5(a+1)^2}{20} = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow r^2 = a+16 = \frac{(a+1)^2}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=9 \Rightarrow r=5 \\ a=-7 \Rightarrow r=3 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۳)

(اسحاق اسفندیار)

گزینه «۳» - ۲۷

$$(x-y)^2 + (2x-3)(y+2) = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 3y - 6 = 0$$

مرکز و شعاع دایره $O(-2, \frac{3}{2})$ و $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$ و مرکز و شعاع دایره

$x^2 + y^2 = m$ برابر $O'(0, 0)$ و $r' = \sqrt{m}$ است. چون دو دایره

مماس داخلند، پس:

$$OO' = |r - r'| \Rightarrow \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = \left| \frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} \right|$$

$$\frac{\sqrt{5}}{2} - \sqrt{m} = \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{m} = 1, \sqrt{m} = 6 \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=36 \end{cases}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه ۳۴)

(مهمر صمد‌کر)

گزینه «۱» - ۲۸

این دو دایره، سه مماس مشترک دارند. پس مماس خارج هستند. بنابراین

اگر فاصله مراکز دو دایره برابر d و اندازه شعاع‌های دو دایره برابر r و

r' باشند آن‌گاه خواهیم داشت:

$$d = r + r'$$



ریاضیات گسسته

۳۱- گزینه «۴»

(فرزاد یواری)

$$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2} \quad \text{یادآوری ۱:}$$

$$q(P_n) = n-1 \quad \text{یادآوری ۲:}$$

یادآوری ۳: K_p ها $(p-1)$ منتظم هستند.

$$q(K_p) = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 45 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) = 90$$

$$\Rightarrow p = 10$$

مطابق یادآوری ۳، گراف K_{10} ، ۹- منتظم است. پس:

$$\Delta(K_p) = \delta(K_p) = 9$$

چون P_n دارای ۸ یال است مطابق یادآوری ۲، $n = 9$ می‌باشد. در P_9 ،

دو رأس از درجه ۱ و مابقی درجه ۲ می‌باشند. پس:

$$\Delta(P_n) = 2, \quad \delta(P_n) = 1$$

$$P_n: \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet$$

با توجه به یافته‌های بالا گزینه «۴» درست است. یعنی:

$$\delta(K_p) + \Delta(P_n) = 9 + 2 = 11$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۳۲- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

بهتر است زیرگراف‌ها را برحسب مرتبه، مرتب کنیم، سپس تعداد آن‌ها را بشماریم.

(۱) زیرگراف‌های مرتبه ۳:

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \bullet & \text{---} & \bullet \\ \bullet & & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 2 \times 2 = 4$$

(۲) زیرگراف‌های مرتبه ۲:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & a \\ \bullet & \text{---} & \bullet & \bullet \\ \bullet & & \bullet & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 5$$

(۳) زیرگراف‌های مرتبه ۱:

$$\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \bullet & & \bullet \end{array} \quad \text{تعداد} = 3$$

بنابراین تعداد کل زیرگراف‌ها برابر است با:

$$4 + 5 + 3 = 12$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه ۳۷)

۳۳- گزینه «۳»

(مهمر صدکار)

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow a + b + 3 + 2 + 2 = 2 \times 6$$

$$\Rightarrow a + b = 12 - 7 = 5$$

حالت‌های ممکن به صورت زیر است:

a	۵	۴	۳
b	۰	۱	۲
	۵, ۳, ۲, ۲, ۰	۴, ۳, ۲, ۲, ۱	۳, ۳, ۲, ۲, ۲
	گراف نیست		
		دور ۳	دور ۳

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۸)

۳۴- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

درجات رئوس گراف را به ترتیب می‌چینیم:

$$6, 6, \overbrace{?, ?}^{\text{رأس ۶}}, \dots, 3$$

حال هدف، گرافی با بیشترین اندازه ممکن است. پس ۶ رأس باقی‌مانده را از بزرگ‌ترین درجه ممکن انتخاب می‌کنیم. می‌دانیم $\Delta = 6$ و گراف تنها دو رأس از درجه Δ دارد، پس بیشترین درجه‌ای که برای رأس‌های باقی‌مانده می‌توانیم انتخاب کنیم ۵ است. اما اگر هر ۶ رأس را از درجه ۵ انتخاب کنیم، در کنار رأس درجه ۳، ۷ رأس فرد تشکیل می‌شود که می‌دانیم امکان‌پذیر نیست. پس یکی از رأس‌های درجه ۵ را به درجه ۴ تبدیل می‌کنیم تا تعداد رأس‌های فرد، زوج باشد. دنباله درجات گراف مطلوب ما به شکل زیر است:

$$6, 6, 5, 5, 5, 5, 4, 3$$

$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 44 = 2q \Rightarrow q = 22$$

توجه کنید که گرافی با درجات فوق وجود دارد؛ سعی کنید آن را رسم کنید.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۵- گزینه «۲»

(مهمر صدکار)

تعداد یال‌های G و $\bar{G}$ (مکمل G) را به ترتیب q و q' می‌گیریم.

داریم:

$$\begin{cases} q + q' = \frac{p(p-1)}{2} \\ q' = 2q \end{cases} \Rightarrow 3q = \frac{p(p-1)}{2}$$

در نتیجه اگر ۸ رأس را درگیر ۲۶ یال کنیم بقیه رئوس تنها خواهند ماند.

$$b = 73 - 8 = 65$$

و برای این که حداقل رئوس تنها را داشته باشیم سعی می‌کنیم بیشترین تعداد رأس‌ها را از تنهایی دریاوریم. برای این منظور، با هر یال، دو رأس را به هم وصل می‌کنیم، یعنی تا حد امکان گراف‌های P_2 می‌سازیم. حال با ۲۶ یال می‌توانیم ۵۲ رأس را تبدیل به رأس درجه یک کنیم و سایر رأس‌ها را تنها نگه می‌داریم. بنابراین گراف دارای $73 - 26 \times 2$ رأس تنها خواهد بود.

$$a = 73 - 26 \times 2 = 73 - 52 = 21$$

$$b - a = 65 - 21 = 44$$

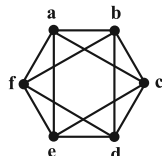
بنابراین:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

۳۹- گزینه «۲»

(امیرحسین ایوبیوب)

چون گراف منتظم است، پس درجه همه رأس‌ها یکسان است. پس هر یال در هر سر خود (یعنی در هر رأس) با ۳ یال دیگر مجاور است. یعنی از هر رأس ۴ یال عبور می‌کند. پس گراف G ، گراف ۴- منتظم مرتبه ۶ است. این گراف را رسم کرده و تعداد دورهای به طول ۳ در آن را می‌شماریم. با توجه به شکل، تعداد این دورها برابر با ۸ است.

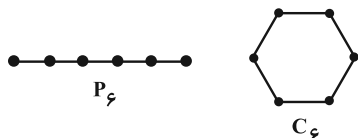


(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۴۰- گزینه «۳»

(مهریار ملونری)

هر گراف با ماکسیمم درجه $\Delta = 2$ ، اجتماعی از چند گراف P_n و C_n است؛ پس تنها گراف‌های همبند از مرتبه p با ماکسیمم درجه $\Delta = 2$ ، مسیر p رأسی (P_n) و دور p رأسی (C_n) است. در نتیجه تنها ۲ گراف همبند مطلوب وجود دارد:



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

$$\Rightarrow \begin{cases} 3q = \frac{p(p-1)}{2} \\ 3p = 2q \end{cases} \Rightarrow 3\left(\frac{3p}{2}\right) = \frac{9p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow p-1 = 9 \Rightarrow p = 10$$

$$\Rightarrow q = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

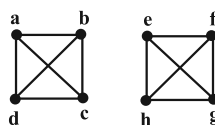
$$\Rightarrow p + q = 10 + 15 = 25$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۳۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

گراف مطلوب به شکل گراف زیر است:



تعداد دورهای به طول ۴ در هر بخش برابر است با:

$$\binom{4}{2} \frac{3!}{2} = 1 \times \frac{6}{2} = 3$$

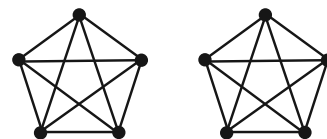
پس تعداد کل دورهای به طول ۴ برابر است با:

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۳۷- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

گراف شرایط گزینه «۳» ممکن است اجتماع دو گراف K_5 باشد، یعنی در این صورت ناهمبند خواهد بود.



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۳۸- گزینه «۱»

(سوکندر روشنی)

$$\sum_{i=1}^p \deg(v_i) = 2q \Rightarrow 52 = 2q \Rightarrow q = 26$$

تعداد یال‌های این گراف ۲۶ است.

$$q \leq \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow p(p-1) \geq 52 \Rightarrow p_{\min} = 8$$



هندسه ۲

۴۱- گزینه «۴»

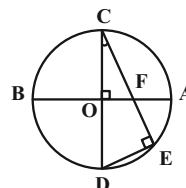
مطابق شکل داریم:

(مهردار ملونری)

$$\hat{E} = 90^\circ, \hat{O} = 90^\circ \text{ (روبه روی قطر)}$$

$$\begin{cases} \hat{O} = \hat{E} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{نزد}} \triangle OFC \sim \triangle CDE$$

$$\Rightarrow \frac{CO}{CE} = \frac{OF}{DE} \quad (*)$$



از طرفی در مثلث CDE طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$$

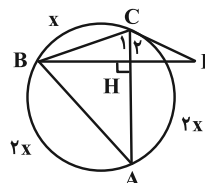
$$\xrightarrow{(*)} \frac{5}{8} = \frac{OF}{6} \Rightarrow OF = \frac{5 \times 6}{8} = \frac{15}{4} = 3.75$$

در نتیجه $AF = 5 - 3.75 = 1.25$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴۲- گزینه «۲»

(افشین فاضله‌فان)



طبق داده‌های مسئله:

$$x + 2x + 2x = 360^\circ \Rightarrow x = 72^\circ$$

از طرفی مثلث BCD متساوی الساقین است چون:

$$\begin{array}{c} \text{محاوی} \\ \uparrow \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = x \end{array}$$

یعنی ارتفاع CH نیمساز نیز می‌باشد.

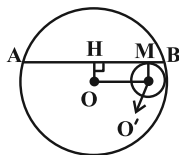
$$\hat{BCD} = 2x = 144^\circ \Rightarrow \hat{D} = \frac{180^\circ - 144^\circ}{2} = 18^\circ$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴۳- گزینه «۴»

(امیرحسین ابومحبوب)

از نقطه O (مرکز دایره بزرگ‌تر) بر وتر AB عمود می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند. از طرفی چون AB موازی خط‌المركزین دو دایره است، پس OH برابر شعاع دایره کوچک‌تر یعنی ۲ است. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث OAH داریم:



$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 8^2 - 2^2 = 60 \Rightarrow$$

$$AH = 2\sqrt{15} \Rightarrow BH = 2\sqrt{15}$$

چهار ضلعی OO'MH مستطیل است، پس داریم:

$$MH = OO' = 8 - 2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} MA = 2\sqrt{15} + 6 \\ MB = 2\sqrt{15} - 6 \end{cases}$$

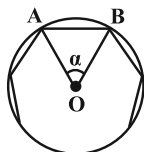
$$\frac{MA}{MB} = \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} - 6} \times \frac{2\sqrt{15} + 6}{2\sqrt{15} + 6} = \frac{96 + 24\sqrt{15}}{24} = 4 + \sqrt{15}$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۱۳ و ۲۰)

(امیررضا خلاح)

۴۴- گزینه «۲»

یک n ضلعی منتظم را مطابق شکل درون یک دایره محاط کرده‌ایم. داریم:



$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}, \quad OA = OB = R$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi R^2 = 36\pi \Rightarrow R = 6$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$$

$$\Rightarrow S_{\text{ضلعی } n} = n S_{\triangle OAB} = \frac{n}{2} R^2 \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

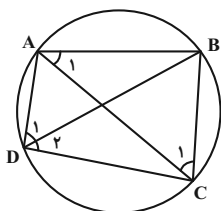
$$\Rightarrow \frac{n}{2} \times 36 \times \sin \frac{360^\circ}{n} = 108$$

$$\Rightarrow \sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{6}{n} \xrightarrow{\text{گزینه‌ها}} n = 12$$

(هندسه ۲- دایره: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

(امیررضا خلاح)

۴۵- گزینه «۳»

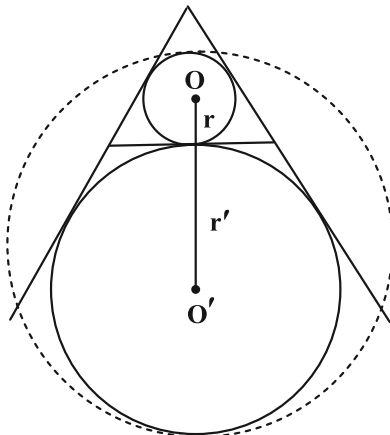
نکته: مجموع زوایای مقابل یک چهارضلعی محاطی 180° می‌باشد.



$$r' = \frac{S}{p-a} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}-a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow \begin{cases} r=1 \\ r'=3 \end{cases}$$

مطابق شکل، قطر کوچک ترین دایره که با هر یک از دو دایره، مماس درون باشد، برابر می شود با:

$$2R = 2r + 2r' = 2 + 6 = 8 \Rightarrow R = 4 \Rightarrow S = 16\pi$$



(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۴۹- گزینه «۲»

(قریر غلامی)

فرض کنیم r شعاع دایره محاطی داخلی و h_a, h_b, h_c ارتفاع های مثلث باشند. داریم:

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{2S}{a}, \quad h_b = \frac{2S}{b}, \quad h_c = \frac{2S}{c}$$

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S}$$

$$= \frac{a+b+c}{2S} = \frac{2p}{2S} = \frac{p}{S} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{37}{60} \Rightarrow r = \frac{60}{37}$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۵، ۲۶ و ۳۰)

۵۰- گزینه «۳»

(امیر حسین ایوبیوب)

دو دایره که سه مماس مشترک داشته باشند، مماس برون هستند. برای این دو دایره داریم:

$$\text{طول مماس مشترک خارجی} = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow 4\sqrt{35} = 2\sqrt{RR'}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{35} = \sqrt{RR'} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 140 = RR'$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+2) = 140 \Rightarrow m^2 - 4 = 140$$

$$\Rightarrow m^2 = 144 \xrightarrow{m>0} m = 12$$

طول خط المکزین دو دایره مماس برون، برابر مجموع شعاع های دو دایره است، پس داریم:

$$d = R + R' = (m-2) + (m+2) = 2m = 2 \times 12 = 24$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

طبق تعریف زاویه محاطی در دایره داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{D}_2 = \frac{\widehat{BC}}{2} &\Rightarrow 6\alpha + 15^\circ = 4\beta + 15^\circ \Rightarrow 2\alpha = 2\beta \\ \hat{D}_1 = \hat{C}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2} &\Rightarrow 2\alpha + 10^\circ = \beta + 15^\circ \Rightarrow 2\alpha - \beta = 5^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} \alpha = 10^\circ \\ \beta = 15^\circ \end{cases}$$

از طرفی $\hat{D} + \hat{B} = 180^\circ$ است، پس:

$$\hat{D} = (2\alpha + 10^\circ) + (4\beta + 15^\circ) = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

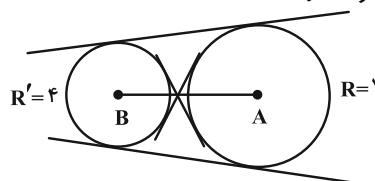
$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۱۳، ۱۴ و ۲۷)

۴۶- گزینه «۴»

(هومن عقیلی)

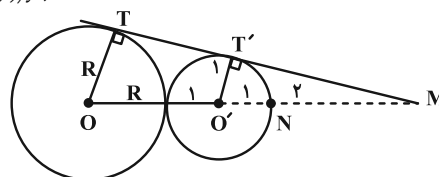
این خط بر دایره ای به مرکز A و شعاع 7 و همچنین بر دایره ای به مرکز B و شعاع 4 مماس است در نتیجه مماس مشترک آن ها محسوب می شود و چون $12 > 7 + 4$ یعنی $AB > R + R'$ پس دو دایره متخارج هستند که چهار مماس مشترک دارند.



(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

۴۷- گزینه «۲»

(مهرادر ملوندی)



با توجه به شکل و فرض سؤال، در مثلث OTM داریم:

$$O'T' \parallel OT \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{MO'}{MO}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{3}{4+R} \Rightarrow 4+R = 3R \Rightarrow R = 2$$

می دانیم طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج به شعاع های R, R' برابر $2\sqrt{RR'}$ است، پس:

$$TT' = 2\sqrt{2 \times 1} = 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۲- دایره؛ صفحه های ۲۰ تا ۲۲)

۴۸- گزینه «۴»

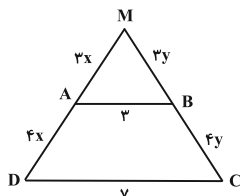
(سوکندر روشنی)

$$2p = 6\sqrt{3} \Rightarrow p = 3\sqrt{3}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{3a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$



$$\Rightarrow \frac{MA}{AD} = \frac{MB}{BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} MA = 3x \\ AD = 4x \end{cases}, \begin{cases} MB = 3y \\ BC = 4y \end{cases}$$



حال محیط مثلث و دوزنقه را بر حسب x و y بیان می‌کنیم:

$$\text{محیط مثلث } MAB = 3x + 3y + 3 = 3(x + y) + 3$$

$$\text{محیط دوزنقه } ABCD = 4x + 4y + 3 + 7 = 4(x + y) + 10$$

از طرفی طبق فرض:

$$\text{محیط مثلث } \Delta X = 1/5$$

$$\Rightarrow 4(x + y) + 10 = 1/5 \times 3(x + y) + 4/5 \Rightarrow 0/5(x + y) = 5/5$$

$$\Rightarrow x + y = 11$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو ساق} = 4(x + y) = 4 \times 11 = 44$$

(هنر سه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

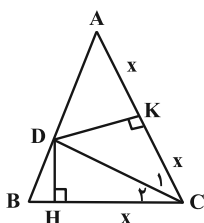
(امیدرضا خلاح)

گزینه «۴» -۵۳

$$S_{ADC} = 2S_{DHC} \Rightarrow \frac{1}{2} DK \times AC = 2 \times \frac{1}{2} DH \times CH$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} DK \times 2CH = DH \times CH \Rightarrow DK = DH$$

بنابراین CD نیمساز زاویه C است.



با توجه به شکل، دو مثلث قائم‌الزاویه DHC و DKC به حالت تساوی

$$CH = CK$$

وتر و ضلع قائمه با هم نهشتانند و داریم:

$$CH = \frac{AC}{2} \Rightarrow \frac{AC}{2} = CK \Rightarrow AK = KC$$

از طرفی:

هندسه ۱

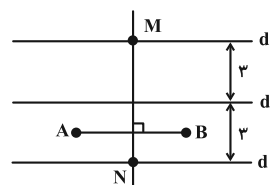
گزینه «۲» -۵۱

(امیرمسین ابومصوب)

نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند، روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارند. همچنین نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ واحد باشند، روی دو خط موازی با d و در طرفین آن واقع‌اند. تعداد نقاط برخورد عمودمنصف پاره‌خط AB و این دو خط، مطابق شکل‌های زیر است.

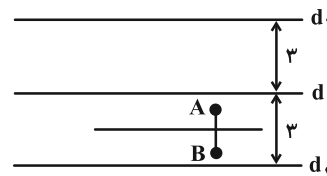
الف) عمودمنصف AB ، هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند. در این صورت

مسئله ۲ جواب دارد.



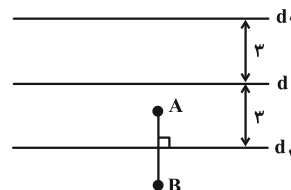
ب) عمودمنصف AB با هر دو خط d_1 و d_2 موازی باشد. در این صورت

مسئله جواب ندارد.



پ) عمودمنصف AB بر یکی از دو خط d_1 یا d_2 منطبق باشد. در این

صورت مسئله بی‌شمار جواب دارد.



(هنر سه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

گزینه «۱» -۵۲

(کیوان دارابی)

طبق قضیه تالس (جزء به کل) در مثلث MDC خواهیم داشت:

$$\frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{3}{y} \Rightarrow \frac{MA}{MD - MA} = \frac{3}{y - 3}$$



$$\Delta MAC : EB \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MB}{MC} = \frac{ME}{MA} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} \frac{MA}{MD} = \frac{ME}{MA} \Rightarrow \frac{x+3}{x+10} = \frac{x}{x+3}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = x(x+10) \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x^2 + 10x$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

حال با توجه به رابطه (۱) داریم:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{MA}{MD} = \frac{\frac{9}{4} + 3}{\frac{9}{4} + 10} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{49}{4}} = \frac{21}{49} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{7}{3}$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۷)

(مهردار ملونری)

گزینه «۲» -۵۶

a، b و c موقعی می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند که داشته باشیم:

$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

در نتیجه در این سؤال داریم:

$$\begin{cases} 5x - 2 < (3x + 4) + (x + 1) \Rightarrow x < 7 \\ 3x + 4 < (5x - 2) + (x + 1) \Rightarrow 3x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{3} \\ x + 1 < (5x - 2) + (3x + 4) \Rightarrow 7x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{7} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} \frac{5}{3} < x < 7$$

برای این که طول اضلاع مثلث، اعدادی صحیح باشند و محیط مثلث، کمترین

مقدار ممکن باشد، باید $x = 2$ و در آن صورت داریم:

$21 =$ کمترین مقدار محیط $\Rightarrow 10, 3, 8$: اضلاع

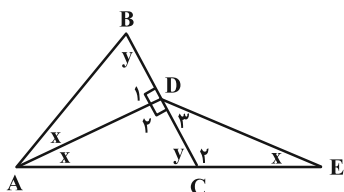
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(افشین فاصه‌شان)

گزینه «۴» -۵۷

چون مثلث ABC متساوی‌الساقین است، نیمساز رأس A، عمودمنصف

BC نیز خواهد بود، پس:



پس در مثلث ADC، ارتفاع DK، میانه بوده و در نتیجه نوع مثلث

ADC متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\hat{A} = \hat{C}_1$$

از طرفی دیگر:

$$\hat{B} = \hat{C} = 2\hat{C}_1$$

بنابراین اگر فرض کنیم $\hat{C}_1 = \alpha$ آن‌گاه خواهیم داشت:

$$2\alpha + 2\alpha + \alpha = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

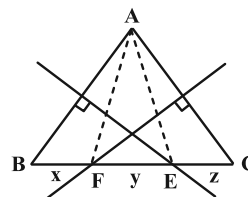
(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(مهم‌صحت‌کار)

گزینه «۱» -۵۴

EA = EB = 5

نقطه E روی عمودمنصف AB است. پس:



FA = FC = 7

نقطه F روی عمودمنصف AC است. پس:

از طرفی دیگر با توجه به شکل:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 7 \\ x + y + z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + 2y + z = 12 \Rightarrow y = 3$$

پس $EF = 3$ و در نتیجه محیط مثلث AEF برابر است با:

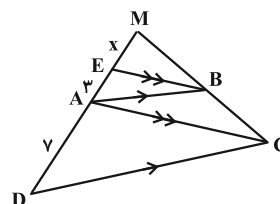
$$5 + 7 + 3 = 15$$

(هنرسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

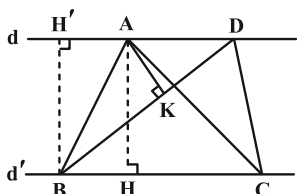
(هومن عقیلی)

گزینه «۲» -۵۵

با توجه به شکل داریم:



$$\Delta MCD : AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AB}{CD} = \frac{MB}{MC} = \frac{MA}{MD} \quad (۱)$$



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{BC} = \frac{3}{5} \quad (*)$$

$$S_{ABC} = 70 \text{ cm}^2 \xrightarrow{(*)} S_{ABD} = 77 \text{ cm}^2$$

برای مساحت مثلث **ABD** داریم:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} BD \times AK = \frac{1}{2} \times 6 \times AK = 24$$

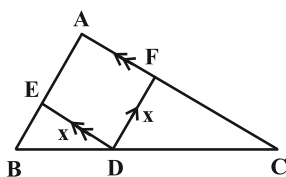
$$\Rightarrow AK = 1 \text{ cm}$$

(هندسه ۱- قفسه تالسم، تشابه و کاهنده‌های آن: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

(مہر داد ملونڈی)

۶- گزینہ «۳»

طول ضلع لوزی را X می گیریم. مطابق شکل داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{DF} \parallel \text{AB} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{\text{AB}} = \frac{\text{CD}}{\text{BC}} \quad (1) \\ \text{DE} \parallel \text{AC} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{x}{\text{AC}} = \frac{\text{BD}}{\text{BC}} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = \frac{BD + CD}{BC} = 1$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{3+2}{12}\right) = 1 \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{5} = \frac{CD}{1} \Rightarrow CD = \frac{24}{5} \\ \frac{12}{6} = \frac{BD}{1} \Rightarrow BD = \frac{16}{5} \end{array} \right. \Rightarrow CD - BD = \frac{8}{5} = 1.6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

$$\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \quad \triangle ACD : \hat{D}_2 > y \xrightarrow{\text{زاویه برتر}} AC > AD$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{AC=AB}} \text{AB} > \text{AD} \quad : \text{گزینه (۳)} \\ \xrightarrow{\text{AD=DE}} \text{AC} > \text{DE} \quad : \text{گزینه (۱)} \end{array} \right.$$

$$\Delta \text{DEC} : \begin{cases} \hat{C}_r = 90^\circ + x \\ y = 90^\circ - x \\ y = \hat{D}_r + x : \text{زاوية خارجي} \end{cases} \Rightarrow \hat{C}_r > y > \hat{D}_r$$

گزینه (۲): $\xrightarrow{\text{زاویه برتر}} DE > CE \xrightarrow{AD=DE} AD > CE$

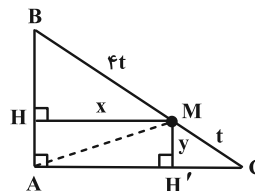
الزاماً در مثلث متساوی الساقین ABC نمی‌توان نتیجه گرفت که $\angle x < y$ و از آنجا $AC > BC$ را نتیجه گرفت.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۵۸ - گزینہ «۴»

(کیوان دارا پر)

در مثلث ABC دو بار قضیهٔ تالس را می‌نویسیم تا اندازهٔ پاره‌خط‌های MH و MH' را محاسبه کنیم.



$$\mathbf{MH'} \parallel \mathbf{AB} \Rightarrow \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{CM}}{\mathbf{CB}} \Rightarrow \frac{\mathbf{y}}{\mathbf{3}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} \Rightarrow \mathbf{y} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}$$

$$\mathbf{MH} \parallel \mathbf{AC} \Rightarrow \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{AC}} = \frac{\mathbf{BM}}{\mathbf{BC}} \Rightarrow \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{f}} = \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{5}} \Rightarrow \mathbf{x} = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{5}}$$

حال AM قطر مستطیلی با اضلاع $\frac{3}{5}$ و $\frac{16}{5}$ است، بنابراین:

$$AM = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{295}}{5}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاردهای آن؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۵۹- گزینہ «۴»

(مقدار ملونری)

در دو مثلث ABD و ABC ، طول دو ارتفاع AH و BH' با هم برابرند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:



فیزیک ۳

۶۱- گزینه «۴»

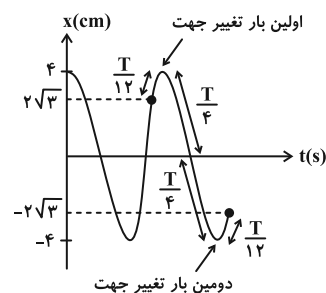
(معمود منتهی)

$$A = \frac{\text{طول پاره خط}}{2} = \frac{8 \text{ cm}}{2} = 4 \text{ cm}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \xrightarrow{\omega = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ s}$$

با توجه به اطلاعات سؤال و این که نوسانگر دو بار تغییر جهت می‌دهد، نمودار

آن را رسم کرده و سپس سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x = x_2 - x_1 = -2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\Delta t = \frac{T}{12} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{8T}{12} \xrightarrow{T=2\text{ s}} \Delta t = \frac{8 \times 2}{12} = \frac{4}{3} \text{ s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-4\sqrt{3} \text{ cm}}{\frac{4}{3} \text{ s}} = -3\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$|v_{av}| = 3\sqrt{3} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۲- گزینه «۲»

(معمود منتهی)

با توجه به معادله مکان- زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow{x = -\frac{\sqrt{3}}{2} A, t = \frac{7}{5} s} -\frac{\sqrt{3}}{2} A = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} \times \frac{7}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{7\pi}{5} = \frac{14\pi}{5} \Rightarrow T = \frac{12}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{5\pi \text{ rad}}{6 \text{ s}}$$

سپس مکان نوسانگر را در لحظات t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$t_1 = 0 / 4 \text{ s} \Rightarrow x_1 = A \cos\left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{0}{4}\right)$$

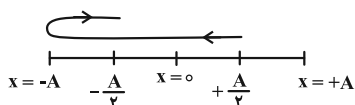
$$= A \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{A}{2} \quad (\text{ربع اول})$$

$$t_2 = 1 / 6 \text{ s} \Rightarrow x_2 = A \cos\left(\frac{5\pi}{6} \times \frac{1}{6}\right)$$

$$= A \cos\left(\frac{5\pi}{36}\right) = -\frac{A}{2} \quad (\text{ربع سوم})$$

و در نهایت با استفاده از مسیر حرکت نوسانگر، تندی متوسط و سرعت

متوسط آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{2A}{1/2} = \frac{5A}{3} \Rightarrow \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = 3$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\frac{A}{1/2} = -\frac{5A}{6}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۳- گزینه «۴»

(معمود منتهی)

با توجه به رابطه تکانه داریم:

$$P_{max} = mv_{max} \xrightarrow{P_{max} = 4 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}, m = 8 \times 10^{-2} \text{ kg}} v_{max} = \frac{P_{max}}{m} = \frac{4 \times 10^{-2}}{8 \times 10^{-2}} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} v_{max} \Rightarrow v_{max} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی طبق رابطه بیشینه تندی در حرکت هماهنگ ساده و بسامد زاویه‌ای

آونگ ساده کم‌دامنه داریم:

$$\begin{cases} v_{max} = A\omega \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \end{cases} \Rightarrow v_{max} = A\sqrt{\frac{g}{L}} \xrightarrow{v_{max} = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, L = 4 \times 10^{-1} \text{ m}} A = \frac{v_{max}}{\sqrt{\frac{g}{L}}} = \frac{0.5}{\sqrt{\frac{10}{4}}} = 1 \text{ cm}$$

$$0.5 \times 10^{-2} = A \sqrt{\frac{10}{4 \times 10^{-1}}} \Rightarrow A = 10^{-2} \text{ m} = 1 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۶۴- گزینه «۳»

(امیرامیر میرسعید)

با توجه به نمودارهای شکل می‌توان گفت:

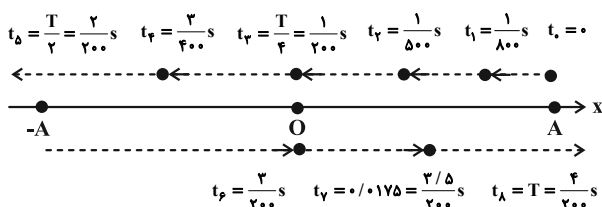
$$\frac{T_B}{4} = \frac{3T_A}{4} \Rightarrow T_B = 3T_A$$

نوسانگر A در مدت ۱ دقیقه ۳۰ بار طول پاره خط را طی کرده پس ۱۵

نوسان کامل انجام داده است.

$$\Rightarrow \begin{cases} f = 50 \text{ Hz} \\ T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s} \end{cases}$$

با توجه به مقدار بسامد می‌توان گفت که این نوسانگر در هر ثانیه ۵۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. بنابراین گزاره (الف) نادرست است. اگر مسیر حرکت متحرک در محور x را همانند شکل زیر نمایش دهیم، موقعیت متحرک در لحظات نشان داده شده، مطابق شکل زیر است:



با توجه به شکل در بازه زمانی $\frac{3}{400} \text{ s}$ تا $\frac{3}{200} \text{ s}$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است. بنابراین مسافت از جابه‌جایی بیشتر است، پس گزاره (ب) نادرست است. در بازه زمانی $\frac{1}{800} \text{ s}$ تا $\frac{1}{500} \text{ s}$ متحرک در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است بنابراین حرکت آن تندشونده است. همچنین در لحظه $t = 0.0175 \text{ s}$ متحرک در حال نزدیک شدن به انتهای مسیر است و تندی و انرژی جنبشی آن در حال کاهش است. لذا گزاره‌های (پ) و (ت) درست هستند.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

(عباس اصغری)

۶۸ - گزینه «۴»

در حین وقوع زمین‌لرزه اگر بسامد نوسان‌های واداشتی که توسط زمین‌لرزه ایجاد می‌شود به بسامد نوسان طبیعی سازه‌ای نزدیک‌تر باشد و با آن برابر باشد برای آن سازه تشدید رخ می‌دهد و انرژی بیشتری به آن منتقل می‌شود. لذا دامنه نوسان آن سازه بیشتر شده و احتمال تخریب آن بیشتر است. بنابراین پاسخ این سؤال به این بستگی دارد که بسامد نوسان‌های واداشته ناشی از زمین‌لرزه به کدام گروه از سازه‌ها نزدیک‌تر باشد.

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۸ و ۶۹)

(شیرازری)

۶۹ - گزینه «۳»

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر از رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ به دست می‌آید که در آن k ، ثابت فنر و A دامنه نوسان است. پس:

$$n_A = \frac{60}{T_A} \Rightarrow 15 = \frac{60}{T_A} \Rightarrow T_A = 4 \text{ s} \Rightarrow T_B = 3T_A = 12 \text{ s}$$

$$n'_A = \frac{180}{4} = 45$$

$$n'_B = \frac{180}{12} = 15$$

تعداد نوسان‌هایی که در مدت ۱۸۰ s نوسانگر A جلو می‌افتد، برابر است با:

$$n'_A - n'_B = 45 - 15 = 30$$

(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(مهمر نهاوندی مقرر)

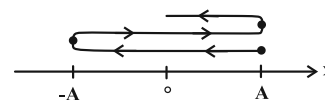
۶۵ - گزینه «۳»

ابتدا زمان‌های داده شده را در معادله حرکت جایگذاری می‌کنیم تا مکان‌های متحرک در این لحظه‌ها تعیین شود.

$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = A \cos 0 = A$$

$$t_2 = 0.025 \text{ s} \Rightarrow x_2 = A \cos(1.0 \pi \times 0.025) = A \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

با توجه به $\frac{2}{5\pi}$ متوجه می‌شویم متحرک یک دور و یک ربع دور زده است که با توجه به شکل زیر داریم:



که متحرک دو بار تغییر جهت داده است.

(فیزیک ۳ - صفحه ۶۴)

(مهمر نهاوندی مقرر)

۶۶ - گزینه «۳»

از رابطه شتاب بیشینه و تندی بیشینه ابتدا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} a_{\max} &= A\omega^2 \Rightarrow A\omega^2 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ v_{\max} &= A\omega \Rightarrow A\omega = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

حال از رابطه بسامد زاویه‌ای، دوره را محاسبه می‌نماییم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 50 = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{\pi}{25} \text{ s}$$

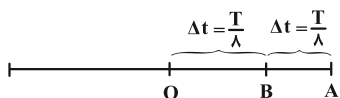
(فیزیک ۳ - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(عباس اصغری)

۶۷ - گزینه «۳»

براساس معادله داده شده، دوره و بسامد حرکت را محاسبه می‌کنیم:

$$x = 0.2 \cos 100\pi t \Rightarrow \omega = 100\pi, \quad \omega = 2\pi f$$



در مسیر دوم B' وسط پاره خط $O'A'$ است و در واقع مکان نقطه B'

نصف دامنه حرکت بوده و با توجه به بازه‌های زمانی خاص مدت زمان طی

این مسافت برابر با $\frac{T'}{6}$ است. پس:

$$\Delta t' = \frac{T'}{6} \xrightarrow{\Delta t' = 2\Delta t} 2\Delta t = \frac{T'}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{T'}{12}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{8} \\ \Delta t = \frac{T'}{12} \end{cases} \Rightarrow \frac{T'}{12} = \frac{T}{8} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(علیرضا جباری)

۷۲- گزینه «۱»

با توجه به نمودار، دامنه نوسان ۸ cm است.

$$A = 8 \text{ cm}, \quad \ell = 24 \text{ cm} = 3A$$

هر بار که نوسانگر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\frac{T}{4}$ یعنی ربع دوره

است. پس وقتی ۳ برابر دامنه را می‌پیماید، زمان سپری شده $\Delta t = \frac{3T}{4}$

است.

از طرفی با توجه به نمودار داده شده می‌توان نوشت:

$$\frac{5T}{4} = 2 \Rightarrow T = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{6}{5} \text{ s}$$

بنابراین:

در لحظه $t = \frac{3}{4}T$ ، نوسانگر در حال عبور از مرکز نوسان است و در این

وضعیت بیشینه سرعت را دارد.

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times (0.1)^2 = 40 \times 0.01 = 0.4 \text{ J}$$

از طرفی می‌دانیم $E = K + U$ که در آن K انرژی جنبشی و U انرژی پتانسیل می‌باشد. پس:

$$E = K + U \Rightarrow 0.4 = K + 0.1 \Rightarrow K = 0.3 \text{ J}$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۶)

۷۰- گزینه «۳»

(مجموعه شریعت ناصری)

می‌دانیم در نقاط بازگشتی، انرژی پتانسیل بیشینه است. پس از طریق رابطه‌های انرژی جنبشی و پتانسیل می‌توانیم در نقطه تعادل مقدار سرعت را به دست آوریم:

$$x = A \Rightarrow 0.16 \text{ J} = U_{\max} \Rightarrow \begin{cases} U_{\max} = K_{\max} \\ U_{\max} = 0.16 \end{cases} \Rightarrow K_{\max} = 0.16$$

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \Rightarrow 0.16 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

حالا باید سرعت را در مکان x_1 به دست آوریم. با توجه به مقادیر E و U در این نقطه می‌توانیم مقدار K را به دست آوریم:

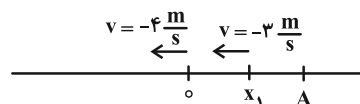
$$x_1 \Rightarrow U = 0.07 \text{ J}$$

$$E = K_{\max} = U_{\max} = 0.16 \text{ J}$$

$$K = E - U = 0.16 - 0.07 = 0.09 \text{ J} \Rightarrow K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow 0.09 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_{\text{av}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{v_{\max} - v}{\Delta t} = \frac{-4 + 3}{0.2} = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

۷۱- گزینه «۳»

(مجموعه شریعت ناصری)

مدت زمانی که نوسانگر از بیشینه دامنه مثبت به نقطه تعادل می‌رسد برابر

$\frac{T}{4}$ است. چون بنابر صورت سؤال مدت زمان حرکت از A تا B با مدت

زمان حرکت از B تا O یکسان است. بنابراین نوسانگر هر کدام از این

مسیرها را در مدت $\frac{T}{8}$ طی می‌کند. پس داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{8}$$



سرعت نوسانگر در عبور از مرکز نوسان همان سرعت ماکزیمم است. در

نتیجه داریم:

$$v_{\max} = A\omega \xrightarrow{A=\frac{L}{2}=15\text{cm}} v_{\max} = \frac{15}{100} \times \frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(زهره آقاممدری)

۷۵- گزینه «۲»

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=25\text{Hz}} \omega = 2\pi \times 25 = 50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار، در محل تلاقی در نمودار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی داریم:

$$U = K = 400\pi^2 \text{mJ} = 400\pi^2 \times 10^{-3} \text{J} = 0.4\pi^2 \text{J}$$

در نتیجه انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = K + U = 0.4\pi^2 + 0.4\pi^2 = 0.8\pi^2 \text{J}$$

می‌دانیم که انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \xrightarrow{\substack{m=100\text{g}=0.1\text{kg} \\ \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}} \Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

$$0.8\pi^2 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times (50\pi)^2 A^2$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{0.8\pi^2 \times 2}{0.1 \times 2500\pi^2} = 64 \times 10^{-4} \Rightarrow A = 8 \times 10^{-2} \text{m}$$

اکنون با داشتن A و ω می‌توانیم معادله مکان-زمان نوسانگر را بنویسیم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{\substack{A=0.08\text{m} \\ \omega=50\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}}} x = 0.08 \cos 50\pi t$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(معمور منصوری)

۷۶- گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب نوسانگر را به دست می‌آوریم و سپس مدت زمانی را که

طول می‌کشد ۵ نوسان انجام دهد، محاسبه می‌کنیم.

$$|v_{\max}| = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{A=8\text{cm}, T=1/6\text{s}} \rightarrow$$

$$|v_{\max}| = 8 \times \frac{2\pi}{1/6} = 10\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۳- گزینه «۱»

ابتدا تغییرات شتاب گرانشی را محاسبه می‌کنیم، سیاره زمین را با اندیس e

و سیاره دیگر را با اندیس x نمایش می‌دهیم.

$$\frac{g_x}{g_e} = \frac{M_x}{M_e} \cdot \left(\frac{R_e}{R_x}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$$

دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ به دست می‌آید. داریم:

$$\frac{T_x}{T_e} = \sqrt{\frac{g_e}{g_x} \times \frac{L_x}{L_e}} \Rightarrow 1 = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{L_x}{L_e}}$$

$$\Rightarrow \frac{L_x}{L_e} = 4 \Rightarrow L_x = 4L_e$$

تغییرات طول برابر است با:

$$\Delta L = L_x - L_e = 4L - L = 3L$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

(عبدالرضا امینی نسب)

۷۴- گزینه «۳»

با توجه به این که نوسانگر در هر دوره تناوب مسافتی ۴ برابر دامنه را طی

می‌کند، بنابراین در مدتی که نوسانگر مسافتی به اندازه 180° برابر دامنه را

طی می‌کند $45 = \frac{180}{4}$ نوسان کامل انجام می‌دهد.

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{60}{45} = \frac{4}{3} \text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{4}{3}} = \frac{3\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



یعنی در هر ۹/۶ ساعت، عقربه ساعت‌شمار ۱۲ ساعت دوران می‌کند، لذا در ۲۴ ساعت ۳۰ ساعت دوران خواهد کرد و ۶ ساعت جلو خواهد افتاد.

$$t = \frac{24 \times 12}{9/6} = 30h \Rightarrow \Delta t = 30 - 24 = 6h$$

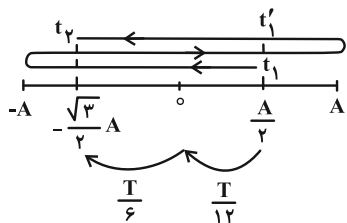
(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

(امیرمسین برادران)

۷۹- گزینه «۴»

اگر مطابق شکل زیر، مسیر حرکت نوسانگر را رسم کنیم، می‌بینیم بازه زمانی بین t_1 تا t'_1 برابر با یک دوره تناوب (T) و بازه زمانی بین t_1 و t_2 برابر

با $\frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است. بنابراین در مجموع داریم:



$$t_2 - t_1 = T + \frac{T}{12} + \frac{T}{6} = \frac{5T}{4} \quad t_2 - t_1 = 0.75s \rightarrow \frac{5T}{4} = 0.75s$$

$$\Rightarrow T = \frac{0.75}{5/4} = \frac{4}{25}s \xrightarrow{f=1/T} f = \frac{1}{4/25} \Rightarrow f = \frac{25}{4} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ و ۶۴)

(امیرمسین برادران)

۸۰- گزینه «۳»

بررسی موارد:

الف) درست؛ بردارهای تکانه و سرعت هم‌جهت‌اند. همچنین بردارهای نیرو و شتاب نیز هم‌جهت‌اند. در حرکت هماهنگ ساده زمانی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود تندی آن افزایش می‌یابد. در این لحظه بردارهای مکان و سرعت خلاف جهت یکدیگرند و بالعکس.

ب) درست؛ در لحظه عبور از مرکز نوسان بردار مکان تغییر جهت می‌دهد و در این لحظه تندی نوسانگر بیشینه است.

پ) درست؛ در لحظه‌ای که بردارهای شتاب و سرعت هم‌جهت‌اند، نوع حرکت تندشونده و نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود. بنابراین انرژی پتانسیل آن در حال کاهش است.

ت) نادرست؛ بنابه رابطه $a = -\omega^2 x$ همواره بردار مکان و بردار شتاب خلاف جهت یکدیگرند.

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۷)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{m=0.5\text{kg}, \pi=3, k=200\frac{N}{m}} T = 2 \times 3 \sqrt{\frac{0.5}{200}} = 2 \times 3 \times \frac{1}{20} = 0.3s$$

$$n = \frac{t}{T} \xrightarrow{n=5, T=0.3s} 5 = \frac{t}{0.3} \Rightarrow t = 1.5s$$

(فیزیک ۳- صفحه ۶۵)

(امیرمسین برادران)

۷۷- گزینه «۲»

انرژی جنبشی آونگ هنگام عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آونگ است.

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \xrightarrow{a_{\max} = A\omega^2, F_{\max} = m a_{\max}} E = \frac{1}{2} F_{\max} A$$

$$\Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \frac{(F_{\max})_A}{(F_{\max})_B} \times \frac{A_A}{A_B} \xrightarrow{(F_{\max})_A = \frac{1}{2}(F_{\max})_B, E_A = 3E_B} \rightarrow$$

$$3 = \frac{1}{2} \times \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = 6$$

اکنون با توجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}} \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = \frac{A_A}{A_B} \times \left(\frac{L_B}{L_A}\right)$$

$$\xrightarrow{\frac{L_B}{L_A} = \frac{1}{2}, \frac{A_A}{A_B} = 6} \frac{(a_{\max})_A}{(a_{\max})_B} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

(فیزیک ۳- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

(مریم شیخ‌ممو)

۷۸- گزینه «۳»

ابتدا دوره تناوب آونگ را بعد از کاهش طول آن می‌یابیم. چون طول آونگ را

۳۶ درصد کاهش داده‌ایم، می‌توان نوشت:

$$L_2 = L_1 - 0.36L_1 \Rightarrow L_2 = 0.64L_1$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{0.64L_1}{L_1}} \Rightarrow T_2 = 0.8T_1$$

یعنی در حالت جدید عقربه ساعت‌شمار آونگ $0.8T_1$ زمان نیاز دارد که

یک دور کامل بزند، می‌دانیم عقربه ساعت‌شمار برای دور زدن کامل ۱۲

ساعت نیاز دارد. پس می‌توان نوشت:

$$T_2 = 0.8 \times 12 = 9.6h$$



فیزیک ۲

۸۱- گزینه «۲»

(معمری شریفی)

بعد از این که میله A را به الکتروسکوپ تماس می دهیم، بار الکتروسکوپ هم علامت بار میله A می شود. با توجه به این که با نزدیک کردن میله B به الکتروسکوپ، ورقه ها ابتدا نزدیک و سپس دور می شوند، میله B غیرهم علامت با بار الکتروسکوپ و در نتیجه بار میله A است. در نهایت بار ورقه ها بعد از نزدیک شدن میله B، هم علامت میله B است. بنابراین بار میله B منفی و بار میله A مثبت است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۳ و ۴)

۸۲- گزینه «۲»

(امیر اشمر میرسعید)

ابتدا بار هسته Y را به دست می آوریم.

$$q_1 = n_1 e = 40 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} = 64 \times 10^{-13} \text{ C}$$

از قانون کولن می توان بار هسته X را به دست آورد.

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 2 / 88 \times 10^{-8} = \frac{9 \times 10^9 \times 64 \times 10^{-13} q_2}{16 \times 10^{-18}}$$

$$q_2 = 8 \times 10^{-18} \text{ C}$$

$$q_2 = n_2 e \Rightarrow 8 \times 10^{-18} = n_2 \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n_2 = 50$$

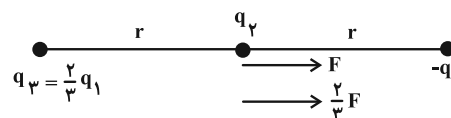
تعداد پروتون ها در هسته X، ۵۰ عدد می باشد پس تعداد نوترون ها ۷۰ عدد می باشد.

(فیزیک ۲- صفحه های ۴ و ۵)

۸۳- گزینه «۱»

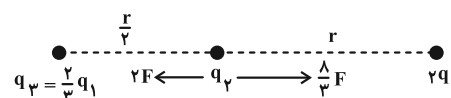
(امیر اشمر میرسعید)

اگر نیروی بین بار $-q_1$ و q_2 در فاصله r از یکدیگر را F بنامیم، برآیند نیروهای وارد بر بار q_2 در ابتدا به صورت زیر است. (فرض کنید q_1 و q_2 هم نام اند).



$$F_1 = F + \frac{2}{3}F = \frac{5}{3}F$$

در حالت دوم شکل به صورت زیر می شود:



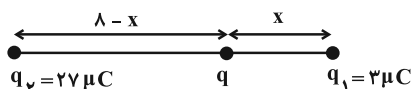
$$F_2 = \frac{1}{3}F - 2F = -\frac{5}{3}F$$

$$\frac{\frac{2}{3}F}{-\frac{5}{3}F} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۷)

۸۴- گزینه «۳»

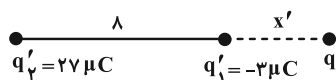
(معصومه شریعت ناصری)

اندازه نیرویی که q_1 و q_2 بر q وارد می کنند، برابر است.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{kq |q_1|}{x^2} = \frac{kq |q_2|}{(\lambda - x)^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \left|\frac{q_2}{q_1}\right|$$

$$\frac{q_2 = 27 \mu\text{C}}{q_1 = 3 \mu\text{C}} \Rightarrow \left(\frac{\lambda - x}{x}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

در حالت دوم، چون بار q'_1 و q'_2 غیرهم علامت هستند، نقطه صفر شدن برآیند نیروها، خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار با اندازه کوچک تر است.



$$F'_1 = F'_2 \Rightarrow \frac{kq |q'_1|}{(x')^2} = \frac{kq |q'_2|}{(\lambda + x')^2} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \left|\frac{q'_2}{q'_1}\right|$$

$$\frac{q'_2 = 27 \mu\text{C}}{q'_1 = -3 \mu\text{C}} \Rightarrow \left(\frac{\lambda + x'}{x'}\right)^2 = \frac{27}{3} \Rightarrow x' = 4 \text{ cm}$$

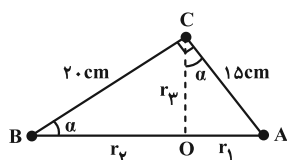
بار q در ابتدا ۲ cm سمت چپ q_1 بود و اکنون ۴ cm سمت راست آن است بنابراین $2 + 4 = 6 \text{ cm}$ جابه جا شده است.

(فیزیک ۲- صفحه های ۵ و ۷)

۸۵- گزینه «۲»

(زهره آقاممیری)

با توجه به رابطه فیثاغورث طول ضلع AB برابر ۲۵ cm خواهد شد.



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}$$

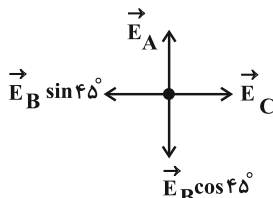
با مساوی قرار دادن $\cos \alpha$ در دو مثلث ABC و AOC فاصله r_3 را می یابیم:

$$\cos \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{r_3}{AC} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{r_3}{20} \Rightarrow r_3 = 12 \text{ cm}$$



(امیرحسین برادران)

۸۶- گزینه «۲»

ابتدا میدان الکتریکی حاصل از بار q_A را در نقطه M به دست می آوریم:

$$E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{4}{36} = 10^9 \frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E}_A = 10^9 \vec{j}$$

اکنون میدان الکتریکی بار q_B در نقطه M و مقدار بار q_B را به دست می آوریم.

$$E_t = E_B \cos 45^\circ - E_A \Rightarrow 1/5 \times 10^9 = E_B \cos 45^\circ - 10^9$$

$$\Rightarrow E_B \cos 45^\circ = 2/5 \times 10^9 \frac{N}{C}$$

$$\frac{\cos 45^\circ = \frac{5}{7}}{E_B = 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{(6\sqrt{2})^2}} \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{36 \times 2} \times \frac{5}{7} = 2/5 \times 10^9$$

$$\Rightarrow q_B = 28 \mu C$$

با توجه به این که میدان در نقطه M مؤلفه افقی ندارد، بنابراین برابری میدان حاصل از بار q_C و مؤلفه افقی میدان حاصل از بار q_B در نقطه M صفر است.

$$E_B \sin 45^\circ = E_C \Rightarrow \frac{q_B}{(\sqrt{2} \times 6)^2} \times \frac{5}{7} = \frac{|q_C|}{6^2}$$

$$\Rightarrow |q_C| = 10 \mu C$$

با توجه به جهت میدانها در نقطه M ، $q_C < 0$ و $q_B > 0$ است. پس داریم:

$$\begin{cases} q_A = -4 \mu C \\ q_B = 28 \mu C \\ q_C = -10 \mu C \end{cases}$$

پس از تماس، بار هر کدام از گویها برابر است با:

$$q'_A = q'_B = q'_C = \frac{q_A + q_B + q_C}{3}$$

$$= \frac{-4 + 28 - 10}{3} = \frac{14}{3} \mu C$$

اکنون نسبت نیرویی که گوی A و B در حالت دوم به هم وارد می کنند را به حالت قبل به دست می آوریم:سپس $\sin \alpha$ را در دو مثلث ABC و AOC مساوی قرار داده و r_1 و r_2 را به دست می آوریم:

$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{r_1}{AC} \Rightarrow \frac{15}{25} = \frac{r_1}{15}$$

$$\Rightarrow r_1 = 9 \text{ cm} \Rightarrow r_2 = 25 - r_1 = 16 \text{ cm}$$

اکنون میدانهای الکتریکی حاصل از بارها را در نقطه O می یابیم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{q_1 = 18 \times 10^{-9} \text{ C}}{r_1 = 9 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

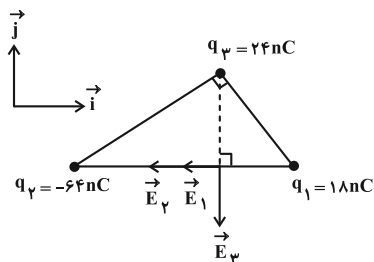
$$E_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{18 \times 10^{-9}}{81 \times 10^{-4}} \Rightarrow E_1 = 2 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \times \frac{64 \times 10^{-9}}{(16 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 64}{16 \times 16 \times 10^{-4}} \frac{N}{C}$$

$$= 2/25 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$E_3 = 9 \times 10^9 \times \frac{24 \times 10^{-9}}{(12 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 24}{12 \times 12 \times 10^{-4}} \frac{N}{C}$$

$$= 1/5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

با توجه به این که بردار میدان الکتریکی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شود، جهت میدانها را در نقطه O رسم می کنیم:

از شکل مشخص است که:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = 2 \times 10^4 (-\vec{i}) \\ \vec{E}_2 = 2/25 \times 10^4 (-\vec{i}) \\ \vec{E}_3 = 1/5 \times 10^4 (-\vec{j}) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = -2 \times 10^4 \vec{i} - 2/25 \times 10^4 \vec{i} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -4/25 \times 10^4 \vec{i} - 1/5 \times 10^4 \vec{j}$$

$$= (-425 \vec{i} - 150 \vec{j}) \times 10^2 \frac{N}{C}$$

(فیزیک ۲- صفحه های ۱۴ تا ۱۶)



$$E = \frac{\Delta V}{d} \xrightarrow[\text{میدان یکنواخت E ثابت}]{V_M - V_A} = \frac{V_M - V_N}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{0 - (-12)}{d'} = \frac{0 - (-20)}{40} \Rightarrow \frac{12}{d'} = \frac{20}{40} \Rightarrow d' = 24 \text{ cm}$$

$$d'' = 40 - 24 = 16 \text{ cm} = 160 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

(دانیال راستی)

۸۹- گزینه «۱»

ابتدا بار کره را بعد از جدا کردن الکترون‌ها حساب می‌کنیم:

$$q = ne \xrightarrow[n=3 \times 10^{15}]{e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} q = 480 \times 10^{-6} = 480 \mu\text{C}$$

بار الکتریکی روی سطح خارجی رسانا قرار می‌گیرد. بنابراین چگالی سطحی بار الکتریکی در سطح داخلی پسته صفر خواهد شد و تمامی بار روی سطح خارجی قرار خواهد گرفت.

$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{q}{A_{\text{خارجی}}} = \frac{q}{4\pi r_{\text{خارجی}}^2} \quad \pi \approx 3, \quad q = 480 \mu\text{C}$$

$$r_{\text{خارجی}} = 25 \text{ cm} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

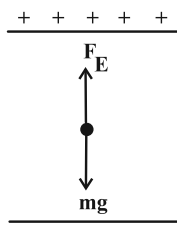
$$\sigma_{\text{خارجی}} = \frac{480}{4 \times 3 \times (\frac{1}{4})^2} = 640 \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

(امیرمسین برادران)

۹۰- گزینه «۴»

در ابتدا که حرکت بار یکنواخت است چون جهت نیروی وزن به سمت پایین است، پس جهت $\vec{F}_E$ به سمت بالا است و با توجه به این که صفحه بالای مثبت است، بنابراین $q < 0$ است و از آنجا که بار با تندی ثابت در حال حرکت است پس $F_E = mg$ است. با عوض شدن پایانه‌های باتری جهت نیروی میدان هم عکس شده و بار با شتاب $2g$ به سمت پایین به صورت تندشونده به حرکت خود ادامه می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. با توجه به توضیحات تنها مورد (ب) نادرست است.



(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

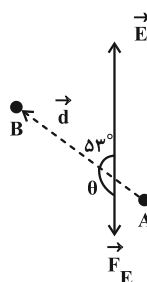
$$\frac{F'_{AB}}{F_{AB}} = \frac{\frac{14}{3} \times \frac{14}{3}}{4 \times 28} = \frac{7}{36}$$

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

(علیرضا جباری)

۸۷- گزینه «۳»

نیروی الکتریکی $\vec{F} = q\vec{E}$ در خلاف جهت میدان الکتریکی $\vec{E}$ یعنی رو به پایین بر بار q اثر می‌کند. زیرا $q < 0$ است. همچنین با توجه به شکل، این نیرو با جهت جابه‌جایی $\vec{d}$ که از A به طرف B است زاویه $\theta = 53^\circ - 18^\circ$ می‌سازد. اکنون کار نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:



$$W_E = |q| E d \cos \theta \xrightarrow[|q|=5 \times 10^{-3} \text{ C}, E=6 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}]{d=20 \text{ cm}=0.2 \text{ m}, \theta=18^\circ-53^\circ}$$

$$W_E = 5 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^4 \times 0.2 \cos(18^\circ - 53^\circ)$$

$$= 60(-\cos 53^\circ) = 60(-0.6) \Rightarrow W_E = -36 \text{ J}$$

تغییر انرژی پتانسیل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta U = -W_E \xrightarrow{W_E = -36 \text{ J}} \Delta U = 36 \text{ J}$$

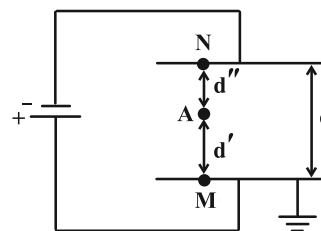
علامت مثبت نشان می‌دهد که انرژی پتانسیل افزایش یافته است.

(فیزیک ۲- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

(علی بزرگر)

۸۸- گزینه «۴»

با توجه به شکل می‌توان پتانسیل صفحه پایینی را برابر صفر گرفت؛ چون به زمین وصل است.



$$V_M - V_N = 20 \xrightarrow{V_M=0} V_N = -20 \text{ V}$$



وات یکا می باشد نه کمیت!

$$C \rightarrow \text{فشار} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow CD = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \times D$$

$$\Rightarrow [D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۱۱)

(دانیال راستی)

۹۵- گزینه «۲»

ابتدا چگالی محلول اولیه را که از جرم برابری از A و B تشکیل شده است، را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} \xrightarrow{m_A = m_B, V_A = \frac{m_A}{\rho_A}} \rho = \frac{m_A + m_A}{V_A + V_B} \xrightarrow{V_B = \frac{m_B}{\rho_B} = \frac{m_A}{\rho_B}} \rho = \frac{m_A + m_A}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_A}{\rho_B}}$$

$$\rho = \frac{m_A + m_A}{\frac{m_A}{\rho_A} + \frac{m_A}{\rho_B}} \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_B = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rho = \frac{m_A + m_A}{\frac{m_A}{1/5} + \frac{m_A}{1}}$$

$$\rho = \frac{2m_A}{\frac{m_A}{1/5} + \frac{m_A}{1}} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

محلول نهایی از ترکیب حجم برابری از محلول اولیه و مایع A به دست می آید. بنابراین چگالی محلول نهایی، برابر میانگین این دو است:

$$\rho' = \frac{\rho + \rho_A}{2} \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rho' = \frac{1/2 + 1/5}{2}$$

$$= 1/35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1350 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

(زهره آقاممیری)

۹۶- گزینه «۱»

ابتدا حجم استوانه را می یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{m = 3/6 \text{ kg}, \rho = 9 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} 9 \times 10^3 = \frac{3/6}{V}$$

$$\Rightarrow V = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \xrightarrow{1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3} V = 400 \text{ cm}^3$$

اکنون حجم ظاهری کره را محاسبه می کنیم:

$$V' = \frac{4}{3} \pi R^3 \xrightarrow{R = 5 \text{ cm}, \pi = 3} V' = \frac{4}{3} \times 3 \times (5)^3$$

$$= 4 \times 125 = 500 \text{ cm}^3$$

حجم حفره داخل کره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}} = V' = 500 \text{ cm}^3, V_{\text{واقعی}} = V_{\text{استوانه}} = 400 \text{ cm}^3} V_{\text{حفره}} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

فیزیک ۱

۹۱- گزینه «۱»

(امیرحسین برادران)

$$5 \text{ یکای اصلی متمایز} = R = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$3 \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{A} \cdot \text{m}} = \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

$$3 \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{K}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{K}}$$

$$4 \text{ یکای اصلی متمایز} = \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2 \cdot \text{A}}$$

(فیزیک ۱- صفحه ۷)

(کاظم منشاری)

۹۲- گزینه «۲»

با استفاده از روش تبدیل زنجیره ای داریم:

$$9 \times 10^5 \text{ W} \mu\text{s} \times \frac{1000 \text{ mW}}{1 \text{ W}} \times \frac{1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 2/5 \times 10^{-1} \text{ mWh}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

(مجتبی نکلثیان)

۹۳- گزینه «۴»

تبدیل یکای هر کدام از گزینه ها را به صورت زیر انجام می دهیم:

$$3/9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2$$

$$= 3/9 \times 10^{-7} \text{ cm}^2 \times \left(\frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} \right)^2 = 39 \mu\text{m}^2$$

(۲)

$$1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} = 1/2 \times 10^7 \frac{\text{ns}}{\text{mm}^3} \times \frac{10^{-9} \text{ s}}{1 \text{ ns}} \times \frac{1 \text{ Ts}}{10^{12} \text{ s}}$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ mm}}{10^{-3} \text{ m}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^3 = 1/2 \times 10^4 \frac{\text{Ts}}{\text{km}^3}$$

(۳)

$$2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} = 2/3 \times 10^{-7} \frac{\text{ms}}{\text{Mm}^3} \times \frac{10^{-3} \text{ s}}{1 \text{ ms}} \times \frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}}$$

$$\times \left(\frac{1 \text{ Mm}}{10^6 \text{ m}} \times \frac{10^9 \text{ m}}{1 \text{ Gm}} \right)^3 = 2/3 \times 10^{11} \frac{\text{Ps}}{\text{Gm}^3}$$

(۴)

$$10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} = 10^{-7} \frac{\mu\text{m}^2}{\text{ng} \cdot \text{ps}^2} \times \left(\frac{10^{-6} \text{ m}}{1 \mu\text{m}} \times \frac{1 \text{ cm}}{10^{-2} \text{ m}} \right)^2$$

$$\times \frac{1 \text{ ng}}{10^{-9} \text{ g}} \times \frac{10^1 \text{ g}}{1 \text{ dag}} \times \left(\frac{1 \text{ ps}}{10^{-12} \text{ s}} \times \frac{10^9 \text{ s}}{1 \text{ Gs}} \right)^2 = 10^{37} \frac{\text{cm}^2}{\text{dag} \cdot \text{Gs}^2}$$

(فیزیک ۱- صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

(کاظم منشاری)

۹۴- گزینه «۳»

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow \text{انرژی} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{\text{انرژی}}{\text{زمان}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^3} \\ B \rightarrow \text{زمان} = \text{s} \end{array} \right.$$



$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = a.b.c = 3 \times 10^{-1} \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 5 \times 10^{-3} \text{ m} \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

روش دوم محاسبه حجم ظاهری: (برای تبدیل واحد و محاسبه حجم، کافی است به جای نماد انگلیسی (مانند d دسی، μ میکرو، m میلی) نماد ریاضی آن‌ها را بنویسیم:

$$V_{\text{ظاهری}} = a.b.c = (3 \times 10^{-1} \text{ m}) \times (10^0 \times 10^{-6} \text{ m}) \times (5 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ = 15 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1500 \text{ cm}^3$$

سپس از رابطه چگالی، حجم واقعی را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \quad \frac{\rho = 8 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m = 64 \text{ kg} = 64000 \text{ g}} \rightarrow \lambda = \frac{64000}{V_{\text{واقعی}}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = 800 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 1500 - 800 = 700 \text{ cm}^3$$

در نهایت با داشتن حجم حفره، می‌توان جرم مایعی که درون حفره ریخته می‌شود را به دست آورد:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \quad \frac{\rho_{\text{مایع}} = 1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_{\text{مایع}} = 700 \text{ cm}^3} \rightarrow 1/2 = \frac{m_{\text{مایع}}}{700}$$

$$\Rightarrow m_{\text{مایع}} = 840 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۷ تا ۱۸)

(مبانی نوتیان)

۱۰۰- گزینه «۴»

با استفاده از رابطه چگالی ($\rho = \frac{m}{V}$) می‌توان نوشت:

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad \frac{m_1 = 6/3 \text{ kg} = 6300 \text{ g}}{\rho_1 = 0/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow$$

$$V_1 = V_{\text{کل}} = \frac{6300}{0/9} = 7000 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = V_1 = V_2 + V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_2}{\rho_2}$$

$$m_2 = 0/4 m_1, \quad m_2 = 0/6 m_1 \rightarrow$$

$$V_2 = \frac{(0/6)(6300)}{0/9} + \frac{(0/4)(6300)}{1} = 4200 + 2520 = 6720 \text{ cm}^3$$

و در نهایت، درصد تغییرات حجم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{6720 - 7000}{7000} \times 100 = -4\%$$

بنابراین حجم مخلوط، ۴ درصد کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۷- گزینه «۱» (علیرضا جباری)

ابتدا نسبت چگالی دو جسم را می‌نویسیم تا چگالی جسم A را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{\frac{m_B}{V_B}}{\frac{m_A}{V_A}} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B \times V_A}{m_A \times V_B}$$

$$\rho_B = 6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \quad m_A = 30 \text{ g}, \quad m_B = 90 \text{ g} \\ \xrightarrow{V_A = V_B = V'}$$

$$\frac{6}{\rho_A} = \frac{90}{30} \Rightarrow \rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

سپس جرم گلوله‌ای از A به حجم 5 cm^3 را حساب می‌کنیم:

$$m_A = \rho_A V_A \quad \frac{\rho_A = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{V_A = 5 \text{ cm}^3} \rightarrow m_A = 2 \times 5 = 10 \text{ g}$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۸- گزینه «۴» (کاظم منشادی)

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \quad \frac{m = 2/78 \text{ kg} = 2780 \text{ g}}{\rho = 13/9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow V_{\text{واقعی}} = 200 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری}} = r^2 \pi h \quad \frac{D = 8 \text{ cm}, r = 4 \text{ cm}}{h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 960 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}}$$

$$960 - 200 = 760 \text{ cm}^3 = 7/6 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

اکنون با داشتن چگالی طلا، نقره و آلیاژ، درصد حجمی نقره به کار رفته در آلیاژ را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{V_{\text{طلا}} \rho_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}} \rho_{\text{نقره}}}{V_{\text{طلا}} + V_{\text{نقره}}} \rightarrow$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \left(\frac{V_{\text{نقره}} - V_{\text{آلیاژ}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \right) \rho_{\text{طلا}} + \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} \rho_{\text{نقره}}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = (1-x) \rho_{\text{طلا}} + x \rho_{\text{نقره}}, \quad \text{داریم: } \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = x$$

$$13/9 = 19(1-x) + 10/5x \Rightarrow x = \frac{V_{\text{نقره}}}{V_{\text{آلیاژ}}} = 0/6 \Rightarrow x = 60\%$$

(فیزیک ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۹۹- گزینه «۴» (محمود منشوری)

ابتدا حجم ظاهری مکعب مستطیل را از رابطه $V = a \times b \times c$ حساب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} a &= 3 \text{ dm} \times \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ dm}} = 3 \times 10^{-1} \text{ m} \\ b &= 10^6 \mu\text{m} \times \frac{1 \text{ m}}{10^6 \mu\text{m}} = 1 \text{ m} \\ c &= 5 \text{ mm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} = 5 \times 10^{-3} \text{ m} \end{aligned} \right\}$$



شیمی ۳

۱۰۱- گزینه «۳»

(میلاد شیخ الاسلامی)

درست است که فراورده واکنش سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن بخار آب است اما در مراحل تولید سوخت مورد نیاز سلول، مراحل تولید دستگاه و حمل و نقل لوازم مورد نیاز قطعاً آلاینده‌هایی نیز تولید و وارد هواکره می‌شوند.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۰۲- گزینه «۴»

(امین نوروزی)

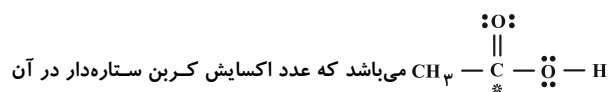
تنها عبارات (پ) و (ت) درست می‌باشند.

بررسی همه عبارات:

(آ) در این واکنش یون نیتريت (NO_2^-) نقش کاهنده را دارد.(ب) گونه کاهنده یون نیتريت (NO_2^-) است که در اثر اکسایش به یوننیتريت (NO_3^-) تبدیل می‌شود و عدد اکسایش اتم مرکزی یعنی اتم N

از ۳ به ۵ می‌رسد. در نتیجه تغییر عدد اکسایش برابر با ۲ خواهد بود.

آشنا ترین کربوکسیلیک اسید نیز استیک اسید با ساختار



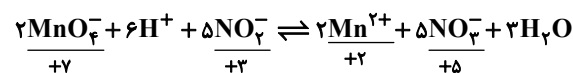
برابر ۳ می‌باشد.

(پ) تعداد الکترون‌های مبادله شده برابر است با:

تغییر عدد اکسایش $\times$ ضریب $\times$ زیروند = تعداد e^- مبادله شده

$$10 = 1 \times 5 \times 2$$

(ت)



۵ درجه اکسایش کاهنده ۵ درجه کاهش اکسنده

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۴۰، ۵۲ و ۵۳)

۱۰۳- گزینه «۳»

(روزبه رضوانی)

با توجه به جدول برای تهیه هر ۱۰۰ گرم از این آلیاژ به ۲۸ گرم نقره نیاز است. برای تولید نقره نمی‌توان از برقکافت محلول AgCl استفاده کرد، چون در آب نامحلول است.

$$? \text{ mol AgNO}_3 = 28 \text{ g Ag} \times \frac{1 \text{ mol}}{108 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol AgNO}_3}{1 \text{ mol Ag}}$$

$$\approx 0.26 \text{ mol AgNO}_3$$

برای داشتن این مقدار نقره نیترات باید ۰/۱۲۵ L محلول ۲/۰۸ مولار آن را تهیه کرد.

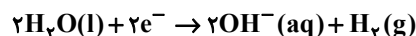
$$0.26 \text{ mol AgNO}_3 \times \frac{1 \text{ L محلول}}{2.08 \text{ mol AgNO}_3} = 0.125 \text{ L محلول}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۲)

۱۰۴- گزینه «۳»

(پیمان شواپوی‌میر)

آند دستگاه Si است و نیم‌واکنش کاهش آن همانند نیم‌واکنش کاهش در برقکافت آب به صورت زیر است:



(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۰۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی‌روست)

بررسی همه موارد:

مورد اول: درست؛ افزودن کلسیم کلرید نقطه ذوب سدیم کلرید را به میزان

۲۱۴°C یا ۲۱۴K پایین می‌آورد.

مورد دوم: نادرست؛ زیرا تهیه فلز سدیم از طریق برقکافت نمک مذاب آن در سلول الکترولیتی صورت می‌گیرد که در این سلول انرژی الکتریکی به شیمیایی تبدیل می‌شود.

مورد سوم: نادرست؛ گاز کلر در آند و فلز سدیم در کاتد تولید می‌شود.

مورد چهارم: نادرست؛ فلز سدیم در ترکیب‌های گوناگون خود در طبیعت تنها به شکل یون‌های سدیم وجود دارد و به صورت آزاد و عنصری یافت نمی‌شود.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی؛ صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

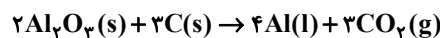


۱۰۶ - گزینه «۴»

(شهرزاد معرفت‌ایزری)

موارد (ب) و (پ) نادرست هستند.

(ب) واکنش فرایند هال:



$$\frac{\text{مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}} = \frac{5}{7}$$

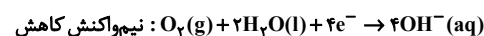
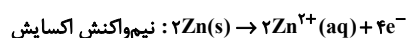
(پ) سنگ معدن بوکسیت، آلومینیم اکسید ناخالص است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۱۰۷ - گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی)

آهن سفید ورقه پوشیده شده آهن توسط فلز روی می‌باشد:

با توجه به ضرایب $Zn(s)$ و $O_2(g)$ سرعت مصرف فلز روی (آند) برابربا $26 \text{ mol} \cdot s^{-1}$ می‌باشد.

$$? \text{ g Zn} = 2 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{26 \text{ mol Zn}}{1 \text{ s}}$$

$$\times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 2028 \text{ g Zn}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱۰۸ - گزینه «۲»

(امین نوروزی)

واکنش‌های دوم و سوم جزو واکنش‌های اکسایش - کاهش نمی‌باشند. چون

طی واکنش عدد اکسایش هیچ اتمی تغییری نکرده است.

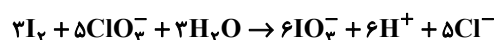
واکنش ۱ و ۴: از روش اکسایش - کاهش موازنه را انجام می‌دهیم. همین

تغییر عدد اکسایش عنصر کاهنده را ضریب اکسنده و تغییر عدد اکسایش

اکسنده را ضریب کاهنده قرار می‌دهیم.

در واکنش ۱: I_2 ، ۱۰ درجه اکسایش و در ClO_3^- ، ۶ درجه کاهش

یافته لذا موازنه به شکل زیر است:



که مجموع ضرایب گونه‌ها در این واکنش برابر با ۲۸ است.

موازنه واکنش چهارم به شکل زیر است:



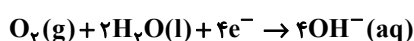
۲۸ - ۶ = ۲۲ که مجموع ضرایب برابر ۶ است.

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۳۲ و ۵۲)

۱۰۹ - گزینه «۴»

(هادی مهری‌زاده)

نیم‌واکنش کاهش در آهن گالوانیزه و حلی به صورت زیر می‌باشد:



(حالت فیزیکی آب در نیم‌واکنش کاهش، مایع است.)

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱۱۰ - گزینه «۴»

(محمدرضا پورفاویر)

ابتدا باید غلظت محلول HNO_3 (به عنوان یک اسید قوی) را به دست

آوریم:

$$pH = 2 \Rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2} = 0.01 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\Rightarrow [HNO_3] = [H^+] = 0.01 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

به این ترتیب مقدار گاز CO_2 حاصل از واکنش اول به صورت زیر محاسبه

خواهد شد:

$$3 \text{ L محلول} \times \frac{0.01 \text{ mol } HNO_3}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } HNO_3}$$

$$= 0.03 \text{ mol } CO_2$$

از آنجا که در طی فرایند هال به ازای تولید هر ۳ مول CO_2 ۱۲ مول

الکترون مبادله می‌شود، برای تعیین تعداد الکترون‌های مبادله شده در این

فرایند (که با تولید ۰/۰۳ مول CO_2 همراه است) خواهیم داشت:

$$0.03 \text{ mol } CO_2 \times \frac{12 \text{ mol } e^-}{3 \text{ mol } CO_2} \times \frac{6.02 \times 10^{23} e^-}{1 \text{ mol } e^-} = 72.24 \times 10^{21}$$

(شیمی ۳- آسایش و رفاه در سایه شیمی: صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)



شیمی ۲

گزینه «۱»

(امیررضا جعفری نژاد)

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) کشف و درک خواص یک ماده جدید پرچمدار توسعه فناوری است، نه توسعه پایدار.

ت) انسان نفت را از عناصر سازنده‌اش نمی‌سازد، بلکه فقط نفت را استخراج می‌کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱ تا ۴)

گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

ابتدا a, b و c را به دست می‌آوریم.

$${}_{26}X^{3+} : [Ar] 3d^5$$

$$a = 5$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{{}_2p^6 + {}_3p^6}{1s^2 + {}_2s^2 + {}_3s^2} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$Y^+ : [Ar] 3d^1 \Rightarrow {}_{29}Y$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{12}{6} = 2 = d$$

$${}_{34}Q^{2-} \quad \text{و} \quad {}_{31}W^{3+} : [Ar] 3d^1 \Rightarrow e = 1$$

$$\frac{I=1}{I=0} = \frac{12}{6}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: نادرست؛ زیرا ${}_{29}Y$ از قاعده آفای پیروی نمی‌کند.

گزینه «۲»: نادرست؛ زیرا ${}_{31}W$ و ${}_{26}X \leftarrow {}_{30}, {}_{29}, {}_{28}, {}_{27}$ که با ۴ عنصر فلزی

با توجه به متفاوت بودن تعداد الکترون‌های $I=2$ یا $3d$ ، نسبت شمار الکترون‌های $I=2$ به نسبت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $I=1$ به $I=0$ در این عناصر متفاوت است.

گزینه «۳»: نادرست؛ زیرا یون پایدار Br^- ، ${}_{35}Br^-$ ، ${}_{36}e$ دارد در حالی که مجموع اعداد ردیف دوم جدول ۳۵ است.

گزینه «۴»: درست؛ زیرا در:

$$\frac{c}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{12}{6} = 2$$

$$\frac{6}{12} = 1$$

$$\frac{6}{6} = 1$$

نسبت $\frac{b}{d}$ برابر است با:

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

شعاع اتم‌ها از بالا به پایین در گروه‌ها زیاد و از چپ به راست در دوره‌ها کم می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

گزینه «۳»

(شهرزاد معرفت‌انزری)

طبق اصل آفای عنصری که آرایش الکترونی آن به $5p^3$ ختم شود آرایش الکترونی زیر را دارد:

$$1s^2 / 2s^2 2p^6 / 3s^2 3p^6 3d^1 / 4s^2 4p^6 4d^1 / 5s^2 5p^3$$

$$2+6+10=18$$

که در لایه چهارم خود ۱۸ الکترون دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\left. \begin{aligned} X^{2+} \rightarrow 3p^6 \Rightarrow x=6 \quad \dots \quad 3p^6 \quad 4s^2 : 20e \\ Y^{2-} \rightarrow 3p^6 \Rightarrow y=6 \quad \dots \quad 3p^6 \quad 4s^2 : 16e \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\Delta_e = 20 - 16 = 4$$

$${}_{24}Cr : [18Ar] 3d^5 4s^1, {}_{19}K : [18Ar] 4s^1$$

$${}_{29}Cu : [18Ar] 3d^1 4s^1$$

$${}_{25}Mn : [18Ar] 3d^5 4s^2, {}_{33}As : [18Ar] 3d^1 4s^2 4p^3$$

دارای زیرلایه نیم پر هستند.

(۴) اگر بعد از جدا کردن ۳ الکترون، ۲۶ الکترون باقی بماند، پس عنصر A دارای ۲۹ الکترون بوده است.

$$A : [18Ar] 3d^1 4s^1 \rightarrow A^+ : [18Ar] 3d^1$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۶)

گزینه «۲»

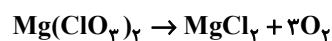
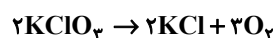
(هری بخاری پور)

با توجه به قوانین جدول تناوبی، هر چه فلز سمت چپ‌تر و پایین‌تر جدول تناوبی باشد، قدرت آن بیشتر است و فلز قوی‌تر و فعال‌تر می‌تواند فلز ضعیف‌تر موجود در ترکیب را خارج کند.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

گزینه «۱»

(امین نوروزی)



اگر جرم‌های برابر m از پتاسیم کلرات و منیزیم کلرات وارد واکنش شده باشند، داریم:

$$m g KClO_3 \times \frac{1 \text{ mol } KClO_3}{122.5 g KClO_3} \times \frac{1/5 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } KClO_3}$$

$$\times \text{ خلوص } KClO_3 = m g Mg(ClO_3)_2$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Mg(ClO_3)_2}{191 g Mg(ClO_3)_2} \times \frac{3 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } Mg(ClO_3)_2}$$

$$\times \text{ خلوص } KClO_3 = \text{ خلوص } Mg(ClO_3)_2$$

$$= \frac{3}{1/5} \times \frac{122.5}{191} \approx 1/28$$

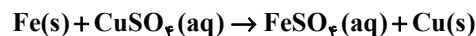
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم؛ صفحه ۲۱)



۱۱۷- گزینه «۴»

(پیمان فواوی میز)

معادله واکنش فلز آهن با محلول مس (II) سولفات به صورت زیر است:



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) کانی کلسیم کربنات به رنگ زرد و کانی منگنز (II) کربنات به رنگ صورتی است.

(۲) آهن پرمصرف ترین فلز جهان است.

(۳) آهن (II) هیدروکسید با سدیم کلرید واکنش نمی‌دهد.

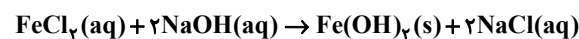
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱۱۸- گزینه «۴»

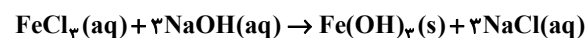
(محمدرضا پوریاوید)

واکنش‌های انجام شده به صورت زیر خواهند بود:

تشکیل رسوب سبز رنگ:



تشکیل رسوب قهوه‌ای رنگ:

اگر مقدار مول Fe(OH)_3 و Fe(OH)_2 را به ترتیب x و y در نظر بگیریم. جرم کلریدهای آهن در مخلوط اولیه برابر هستند با:

$$x \text{ mol Fe(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_3} \times \frac{162.5 \text{ g FeCl}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3} = 162.5x \text{ g FeCl}_3$$

$$y \text{ mol Fe(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1 \text{ mol Fe(OH)}_2} \times \frac{162.5 \text{ g FeCl}_3}{1 \text{ mol FeCl}_3} = 162.5y \text{ g FeCl}_3$$

حال با توجه به اطلاعات داده شده می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2x \\ 162.5x + 162.5/2y = 90.4 \Rightarrow 162.5x + 162.5/2(2x) = 90.4 \\ \Rightarrow 452x = 90.4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین درصد جرمی FeCl_3 در مخلوط اولیه خواهیم داشت:

$$\frac{\text{جرم FeCl}_3}{\text{جرم مخلوط اولیه}} \times 100 = \frac{162.5 \times 4}{90.4} \times 100 \approx 72$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه ۱۹)

۱۱۹- گزینه «۴»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) در گروه ۱۸ جدول تناوبی آرایش لایه ظرفیت هلیوم با سایر گازهای نجیب متفاوت است.

(۲) اگر عنصری در لایه ظرفیت خود الکترون‌های با $l=1$ داشته باشد حتماًجزء دسته p است. در دسته p ، لایه ظرفیت به صورت $ns^2 np^x$ که x از ۱ تا ۶ متغیر است. حال با توجه به این که $l=0$ و $l=1$ لایه ظرفیتبرابر است پس این عنصر همان Si با آرایش الکترونی $3s^2 3p^2$ است

که نمی‌تواند یون تک اتمی تشکیل دهد.

(۳) شکننده و سطح کدر به ناهلذات اشاره دارد و چون حالت فیزیکی جامد

است، منظور ناهلذات‌های فسفر و گوگرد هستند.

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25\%$$

(۴) یک ویژگی مشترک ناهلذات‌ها به اشتراک گذاشتن الکترون است. (عنصر

کربن مثالی از ناهلذات است که به آنیون تبدیل نمی‌شود.)

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۱۲۰- گزینه «۱»

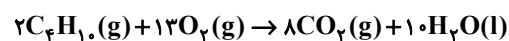
(هاری مهری زاده)

$$\text{خالص } \frac{60 \text{ g NaHCO}_3}{100 \text{ g NaHCO}_3} \times 168 \text{ g NaHCO}_3 = 100.8 \text{ g CO}_2$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \\ & = 52/8 \text{ g CO}_2 \end{aligned}$$

$$\text{CO}_2 \text{ چگالی} = \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{حجم CO}_2} = \frac{52/8}{24} = 2/2 \text{ g.L}^{-1}$$

معادله موازنه شده واکنش (II) به صورت زیر است:



$$\text{مقدار عملی} \times 100 = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$\Rightarrow 80 = \frac{52/8}{x} \times 100 \Rightarrow x = 66 \text{ g CO}_2$$

$$? \text{ L C}_2\text{H}_6 = 66 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{4 \text{ mol CO}_2}$$

$$\times \frac{22.4 \text{ L C}_2\text{H}_6}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 8/4 \text{ L C}_2\text{H}_6$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)



شیمی ۱

۱۲۱- گزینه «۴»

(میلاد شیخ الاسلامی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ برای پیدا کردن رمز و راز هستی علاوه بر مطالعه خواص و رفتار ماده، برهمکنش نور با ماده نیز کمک کننده است.

(۲) نادرست؛ برخی (و نه تمام) دانشمندان بر این باورند که سرآغاز کیهان با انفجاری مهیب همراه بوده است.

(۳) نادرست؛ یکی از وظایف فضاپیماهای وویجر ۱ و ۲ تشخیص ترکیب شیمیایی موجود در اتمسفر ۴ سیاره بیرونی سامانه خورشیدی بود و نه ترکیب شیمیایی درون آن‌ها.

(۴) درست؛ منظور از جهان مادی، جهان کنونی است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱ و ۲)

۱۲۲- گزینه «۲»

(هاری مهدی زاده)

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نماد اتمی تکنسیم ($^{99}_{43}\text{Tc}$) می‌باشد.

ب) یون یدید با یون حاوی تکنسیم اندازه مشابهی دارد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه ۷)

۱۲۳- گزینه «۳»

(امین نوروزی)

 $^{12}\text{C} \Rightarrow$ جرم اتمی ایزوتوپ سبک‌تر $= 12 \times 2 = 24$ $^{13}\text{Al} \Rightarrow$ دومین عنصر گروه ۱۳ $\Rightarrow p = 13$
 $e = 13$ $\Rightarrow p + e =$ جرم اتمی ایزوتوپ سنگین $= 26$ $M = \frac{(7 \times 24) + (2 \times 26)}{9} = 24 / 44$

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۵، ۶ و ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- گزینه «۴»

(پارسا عیوض‌پور)

بررسی عبارات نادرست:

(آ) جرم اتمی میانگین هر عنصر، مجموع (درصد فراوانی هر ایزوتوپ $\times$ جرم اتمی ایزوتوپ) برای تمام ایزوتوپ‌ها است.

ب) اتمی با نماد فرضی X با اتمی که عدد اتمی آن ۳۴ باشد هم‌گروه استو عنصری با نماد فرضی Z می‌تواند یون پایدار Z^{2-} را تشکیل دهد.

ت) هر گروه (و نه دوره) شامل عنصرها با خواص شیمیایی مشابه است.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۹ تا ۱۵)

۱۲۵- گزینه «۲»

(پارسا عیوض‌پور)

 $\text{FeSO}_4 = 152 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (56 + 32 + 4 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ جرم مولی $\text{H}_2\text{SO}_3 = 82 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = (2 \times 1 + 32 + 3 \times 16) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ جرم مولی
$$\frac{\text{اتم } 6 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_3}{82 \text{ g } \text{H}_2\text{SO}_3} \times \frac{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_3}{1 \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_3} \times \text{x گرم}$$
$$= 40 \text{ g } \text{FeSO}_4 \times \frac{1 \text{ mol } \text{FeSO}_4}{152 \text{ g } \text{FeSO}_4} \times \frac{4 \text{ mol } \text{O}}{1 \text{ mol } \text{FeSO}_4}$$
 $x = 14 / 38$

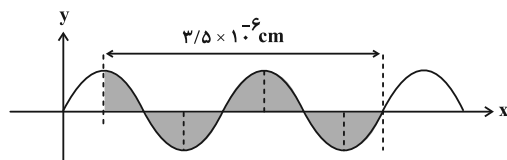
(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۱۲۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی موارد نادرست:

الف) نور سفید خورشید به هنگام خروج از منشور شامل بی‌نهایت طول موج رنگی است.

ت) فاصله مشخص شده معادل $\frac{7}{4} \lambda$ است. $\frac{7}{4} \lambda = 3 / 5 \times 10^{-6} \text{ cm}$ $\Rightarrow \lambda = 2 \times 10^{-6} \text{ cm}$
$$2 \times 10^{-6} \text{ cm} \times \frac{10^{-2} \text{ m}}{1 \text{ cm}} \times \frac{10^9 \text{ nm}}{1 \text{ m}} = 20 \text{ nm}$$

بنابراین موج A در ناحیه فرابنفش قرار می‌گیرد.

(شیمی ۱- کیهان زادگاه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)



۱۲۷- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

چون جرم یک پروتون به تقریب برابر جرم یک نوترون است و از آنجایی که در این اتم تعداد نوترون ها ۲ برابر تعداد پروتون ها می باشد، پس داریم:

$${}^Z_Z X \text{ در اتم } \Rightarrow \begin{cases} p \text{ تعداد} = Z \\ n \text{ تعداد} = 2Z - Z = Z \end{cases}$$

$$m_n = 2m_p \Rightarrow \frac{m_n}{m_p} = 2$$

جرم پروتون ها جرم نوترون ها

$$\frac{\text{جرم الکترون } (m_e)}{\text{جرم نوترون } m_n} = \frac{\frac{1}{1800} m_p}{2m_p} = \frac{1}{3600}$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۱۳ و ۱۴)

۱۲۸- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

هر یک مول گلوکز حاوی ۶ مول اتم اکسیژن است.

جرم گلوکز را m_1 در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد O} = m_1 \text{ g } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ g } C_6H_{12}O_6} \\ \times \frac{6 \text{ mol O}}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{N_A \text{ O}}{1 \text{ mol O}} = \frac{m_1 N_A}{30} \end{aligned}$$

هر یک مول پروپان حاوی ۸ مول اتم هیدروژن است.

جرم پروپان را m_2 در نظر می گیریم:

$$\begin{aligned} \text{تعداد H} = m_2 \text{ g } C_3H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44 \text{ g } C_3H_8} \\ \times \frac{8 \text{ mol H}}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{N_A \text{ H}}{1 \text{ mol H}} = \frac{8m_2 N_A}{44} = \frac{2m_2 N_A}{11} \\ \text{تعداد O} = 2 \times (\text{تعداد H}) \Rightarrow \frac{m_1 N_A}{30} = \frac{2m_2 N_A}{11} \times 2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_1 = 10/9 m_2$$

$$m_1 - m_2 = 42 \xrightarrow{m_1 = 10/9 m_2} \rightarrow$$

$$10/9 m_2 - m_2 = 42 \Rightarrow 1/9 m_2 = 42 \Rightarrow m_2 = 4/24$$

$$\text{جرم نمونه گلوکز} = m_1 = 10/9 m_2$$

$$\xrightarrow{m_2 = 4/24} m_1 = 10/9 \times 4/24 = 46/24$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۱۳ تا ۱۹)

۱۲۹- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

عبارت های (الف)، (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت ها:

(الف) گلوکز نشان دار برای تشخیص سرطان کاربرد دارد و برای درمان آن به کار نمی رود.

(ب) فراوانی رادیوایزوتوپی از اورانیم که به عنوان سوخت در نیروگاه ها به کار می رود در نمونه طبیعی آن کمتر از ۰/۷ درصد است.

(پ) ایزوتوپ های پرتوزا اغلب بر اثر متلاشی شدن، افزون بر ذره های پراثری مقدار زیادی انرژی نیز آزاد می کنند.

(ت) نماد شیمیایی نخستین عنصر ساخت بشر (تکنسیم Tc) همانند فراوان ترین عنصر سازنده سیاره زمین (آهن Fe) دو حرفی است.

(ث)

$$\left. \begin{aligned} &{}^1_1\text{H} : \text{سنگین ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 1 - 1 = 0 \\ &{}^3_1\text{H} : \text{سبک ترین رادیوایزوتوپ هیدروژن} \\ &\Rightarrow \text{تعداد نوترون ها} = 3 - 1 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{6}{2} = 3$$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۵ تا ۹)

۱۳۰- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

عدد اتمی عنصرهای گروه ۱۵ با توجه به عدد اتمی گازهای نجیب برابر ۷،

۱۵، ۳۳، ۵۱ و ۸۳ است که عدد اتمی ۳۳ مربوط به عنصری است که با

عنصر ${}^{31}_{15}\text{P}$ هم دوره است.

۱۵	← ^{-۳}	۱۸
-		${}^2_2\text{He}$
${}^7_7\text{N}$		${}^{10}_{10}\text{Ne}$
${}^{15}_{15}\text{P}$		${}^{18}_{18}\text{Ar}$
${}^{33}_{33}\text{As}$		${}^{36}_{36}\text{Kr}$
${}^{51}_{51}\text{Sb}$		${}^{54}_{54}\text{Xe}$
${}^{83}_{83}\text{Bi}$		${}^{86}_{86}\text{Rn}$

(شیمی ۱- کیوان زارگاه الفبای هستی: صفحه های ۹ تا ۱۳)