

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		ریاضیات گسسته		
	۳۰	۲۱		هندسه ۳		
	۳۵	۳۱		ریاضی ۱		
	۴۰	۳۶		حسابان ۱		
	۵۰	۴۱		هندسه ۲		
	۵۵	۵۱		آمار و احتمال		

ریاضیات

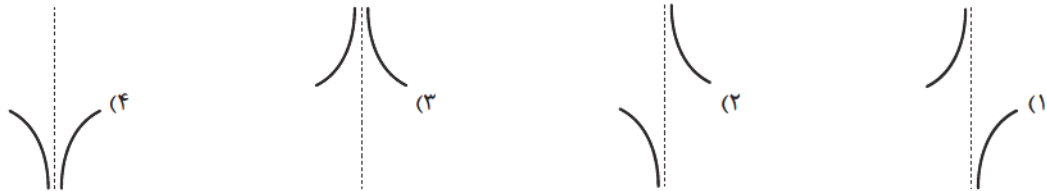


حسابان (۲)



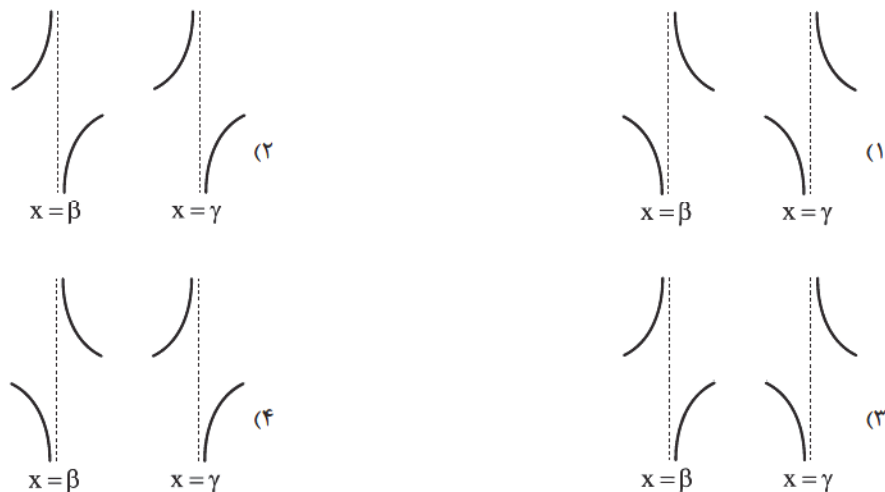
۱- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x+a)(x+b)(x+c)}$ به شکل زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = \frac{(-1)^{[x-a]}}{(x+b)(x+c)}$ در

همسایگی مجانب قائم خود چگونه است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)



۲- اگر $x = \alpha$ و $x = \beta$ و $x = \gamma$ مجانب‌های قائم تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - \gamma x}$ باشند و $\alpha < \beta < \gamma$ آنگاه نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی $x = \beta$

و $x = \gamma$ چگونه است؟



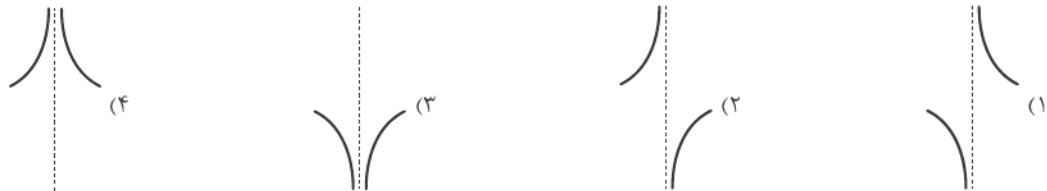
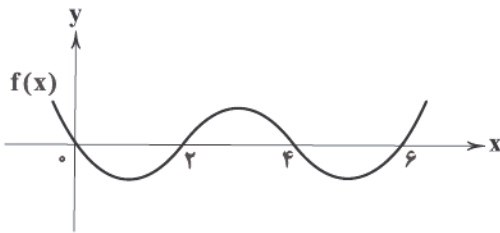
۳- اگر $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{12})^-} \frac{n[-4x] + [m]}{m \sin 2x + \cos 2x} = +\infty$ باشد، بیشترین مقدار صحیح برای n کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) -۱

۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan(\frac{3}{x} - \frac{\pi}{4})$ وقتی $x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+$ و $x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^-$ به ترتیب کدام است؟

- (۱) $+\infty, +\infty$
- (۲) $+\infty, -\infty$
- (۳) $-\infty, -\infty$
- (۴) $-\infty, +\infty$

۵- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، نمودار تابع $g(x) = \frac{(-1)^{[1+f(x+1)]}}{f(x-3) - f(x-1)}$ در همسایگی $x=5$ چگونه است؟ ([] نماد جزء صحیح است).



۶- اگر $\lim_{x \rightarrow -3} c(x-a) \left[\frac{ax-b}{2x^2+12x+18} \right] = -6$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{a-b}{\cos\left(\frac{a+b}{c}x\right)}$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) ۱

۷- مجموع مقادیر m برای آن که تابع $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 + mx^2}$ دارای ۲ مجانب قائم باشد، کدام است؟

- (۱) -8 (۲) -9 (۳) -10 (۴) -11

۸- تابع $f(x) = \frac{(x-3)\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{3-x}(|x|+|x-2|-2)}$ چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۹- تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^3 - |\sin x|}$ چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰- تابع $f(x) = \log\left(\frac{x^4 - x^2}{x^2 - 3x + 2}\right)$ چند مجانب قائم دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

ریاضیات گسسته

۱۱- مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی سه رقمی x که در معادله $13x + 7y = 178$ صدق کند، کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۶ (۴) ۲۷

۱۲- چند نقطه مانند (x, y) با مؤلفه‌های طبیعی و دورقمی در معادله $5x - 12y = 17$ صدق می‌کنند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

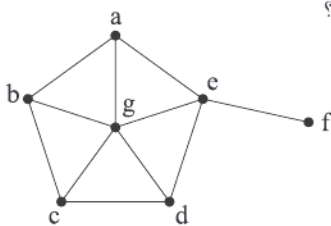
۱۳- کوچکترین مقدار طبیعی دورقمی n که به‌ازای آن معادله سیاله خطی $(4a+3)x + (3a-2)y = 5n+2$ برای هر مقدار صحیح a جواب صحیح داشته باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۳

۱۴- در مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف جهت‌دار می‌توان رسم کرد که شامل یال‌های ab و bc و فاقد یال‌های ac و ad باشد؟

- (۱) 2^{20} (۲) 2^{16} (۳) 2^{22} (۴) 2^{23}

- ۱۵- گراف G یک گراف ۱۵ رأسی غیرتهی k - منتظم با کمترین مقدار k است. تعداد یال‌های گراف \bar{G} کدام است؟
 ۸۰ (۱) ۸۵ (۲) ۹۰ (۳) ۹۵ (۴)
- ۱۶- اگر به یک گراف ۴ - منتظم، ۱۲ یال اضافه شود، یک گراف کامل می‌شود. مجموع مرتبه و اندازه آن گراف کدام است؟
 ۱۶ (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴)
- ۱۷- در گرافی با ۹ رأس و ۳۱ یال، بیشترین مقدار $\delta - \Delta$ کدام است؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
- ۱۸- تعداد گراف‌های ۴ - منتظم از مرتبه ۷ کدام است؟
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)
- ۱۹- چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_8\}$ می‌توان رسم کرد، به طوری که $|E(G)| = 5$ و $N_G[v_1] = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ باشد؟
 ۲۱۰ (۱) ۲۱۲ (۲) ۲۲۵ (۳) ۲۳۰ (۴)



- ۲۰- گراف G به صورت زیر است، چند زیرگراف هم‌مرتبه با G وجود دارد که دو رأس از درجه ۴ داشته باشد؟
 ۴۰ (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۸ (۴)

هندسه (۳)

- ۲۱- نقطه D درون مثلث ABC قرار دارد و مساحت مثلث ADB برابر مجموع مساحت‌های ADC و BDC است. مکان هندسی نقطه D کدام است؟
 (۱) پاره‌خطی عمود بر AB است که از نقطه D می‌گذرد.
 (۲) پاره‌خطی است که عمود بر نیمساز رأس C است که از نقطه D می‌گذرد.
 (۳) پاره‌خطی موازی AB است که فاصله آن از AB ، نصف ارتفاع CH است.
 (۴) دایره‌ای به مرکز هم‌رسی نیمسازها و شعاع $\frac{1}{6}$ ارتفاع CH است.
- ۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، وتر BC ثابت و رأس A روی دایره محیطی مثلث حرکت می‌کند. مکان هندسی نقطه تلاقی میان‌های مثلث کدام است؟
 (۱) روی دایره محاطی داخلی مثلث است.
 (۲) روی دایره‌ای به مرکز دایره محیطی و شعاع $\frac{1}{6}$ وتر است.
 (۳) روی دو پاره‌خط موازی BC و به فاصله $\frac{BC}{6}$ از آن قرار دارد.
 (۴) روی یک پاره‌خط موازی BC و به فاصله $\frac{BC}{6}$ از آن قرار دارد.
- ۲۳- نقطه A روی محور x و نقطه B روی محور y قرار دارد، به طوری که $AB = 6$ است. اگر نقطه M وسط AB باشد، مکان هندسی نقطه M کدام است؟
 (۱) دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳
 (۲) دایره‌ای به مرکز نقطه A و شعاع ۳
 (۳) عمودمنصف پاره‌خط AB
 (۴) دو خط عمود برهم $x = 3$ و $y = 3$
- ۲۴- از نقطه $A(4, 0)$ دو مماس بر دایره $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$ رسم شده است. اگر نقاط تماس B و C باشد، معادله پاره‌خط BC کدام است؟
 ۳x - 4y + 1 = 0 (۱) 4x + 3y + 5 = 0 (۲) 3x + 4y + 4 = 0 (۳) 4x - 3y + 6 = 0 (۴)
- ۲۵- دو دایره $x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0$ و $x^2 + y^2 - 8x + 8y + m = 0$ تنها دو مماس مشترک به طول ۴ دارند. مقدار m کدام است؟
 ۳۱ (۱) -۱۷ (۲) ۲۳ (۳) -۹ (۴)
- ۲۶- دو دایره بر محورهای مختصات مماس هستند و معادله خط‌المركزین آن‌ها $2y + x = 6$ است. طول مماس مشترک داخلی این دو دایره کدام است؟
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۲۷- اگر خط $y = ax + b$ از نقطه $A(3, 0)$ گذشته و در دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 15$ کوتاه‌ترین وتر ممکن را ایجاد کند، مقدار $3a + b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۸- دو خط با عرض از مبدأ ۳ وجود دارند که هر خط دایره $x^2 + y^2 + 4x + 2y = 20$ را در دو نقطه به فاصله ۶ قطع می‌کنند. تنازانت زاویه‌ای که این دو خط با هم می‌سازند، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۲

۲۹- دو دایره وجود دارند که مرکز آن‌ها روی خط $y + 2x = 1$ قرار دارند و هر دو دایره بر دو خط عمود برهم $y = 2x$ و $y = -\frac{1}{2}x$ مماس هستند. وضعیت این دو دایره نسبت به هم چگونه است؟

- (۱) متقاطع (۲) مماس خارج (۳) مماس داخل (۴) متخارج

۳۰- مماس‌های مشترک داخلی دو دایره $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$ و $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$ برهم عمودند. مقدار r کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

ریاضی (۱)

۳۱- اگر $216 = 3^x \times 3^y$ و $\frac{6^x}{3^y} = \frac{1}{36}$ آن‌گاه $x^2 - 4y^2$ برابر است با:

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۱۲ (۴) -۱۲

۳۲- اگر $x = 25$ آن‌گاه حاصل $(x^2 + 1)(x^2 + 1)(x^2 + 1)(x^2 + 1)(\sqrt{x} - 1)$ برابر است با:

- (۱) $-\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $-\frac{1}{12}$

۳۳- اگر $a = \sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} + \sqrt[3]{10 - 6\sqrt{3}}$ آن‌گاه حاصل $\frac{a^3}{10 - 3a}$ برابر است با:

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۲ (۴) -۲

۳۴- اگر $x = \sqrt[5]{2 + \sqrt{3}}$ آن‌گاه $x^{15} + \frac{1}{x^{15}}$ برابر است با:

- (۱) ۴۸ (۲) ۵۰ (۳) ۵۲ (۴) ۵۴

۳۵- اگر a, b, c, d اعداد متمایز و $(a^{1401} - c^{1401})(a^{1401} - d^{1401}) = 1402$ و $(b^{1401} - c^{1401})(b^{1401} - d^{1401}) = 1402$ آن‌گاه $(ab)^{1401} - (cd)^{1401}$ برابر است با:

- (۱) ۱۴۰۲ (۲) -۱۴۰۲ (۳) ۷۰۱ (۴) -۷۰۱

حسابان (۱)

۳۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $x^2 + 8x + |4x + 16| \leq 5$ بازه $[a, b]$ باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

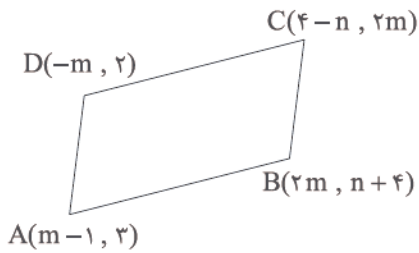
۳۷- مجموع مربعات ریشه‌های معادله $\sqrt[3]{4 - x^2} + \sqrt{x^2 - 3} = 1$ برابر است با:

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱۹

۳۸- ریشه‌های معادله $x^2 + (\frac{x}{x+1})^2 = 3$ برابر است با:

- (۱) $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$ (۲) $1 \pm \sqrt{5}$ (۳) $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3})$ (۴) $1 \pm \sqrt{3}$

۳۹- اگر در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع باشد، مساحت آن کدام است؟



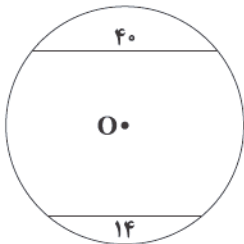
- (۱) ۳۲
- (۲) ۳۰
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۵

۴۰- در یک دنباله هندسی، جمله صد و یکم آن برابر ۲۵ و مجموع ۲۰۱ جمله اول آن برابر ۶۲۵ می‌باشد، مجموع معکوسات ۲۰۱ جمله اول، این دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

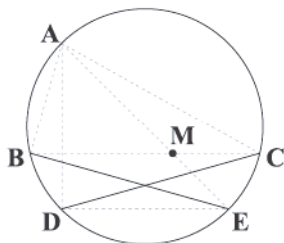
هندسه (۲)

۴۱- در شکل زیر، اگر فاصله دو وتر موازی برابر ۳۹ باشد، شعاع دایره کدام است؟



- (۱) ۲۶
- (۲) ۳۵
- (۳) ۲۵
- (۴) ۳۹

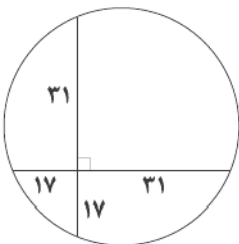
۴۲- در شکل زیر وترهای BC و DE موازیند و A نقطه‌ای روی کمان BC است. چندتا از گزاره‌های زیر درست است؟



- (الف) مثلث ABC قائم‌الزاویه است.
- (ب) مثلث ABM متساوی‌الاضلاع است.
- (ج) مثلث‌های ABM و ADC متشابهند.
- (د) مثلث‌های AMC و ABE متشابهند.

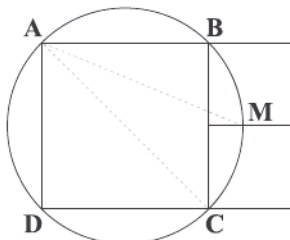
- (۱) هیچ‌کدام
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۴۳- محیط دایره مقابل شکل کدام است؟



- (۱) 48π
- (۲) 50π
- (۳) 54π
- (۴) 60π

۴۴- در شکل مقابل دایره از رأس‌های مربع $ABCD$ می‌گذرد و دو مربع کوچک‌تر همنهشت هستند. زاویه \widehat{MAC} چقدر است؟



- (۱) 45°
- (۲) $22/5^\circ$
- (۳) 30°
- (۴) 15°

۴۵- دایره‌ای از تمام رأس‌های ۹ ضلعی منتظم به رأس‌های ABCDEFGHI می‌گذرد. زاویه بین AG و CI چند برابر هر یک از زاویه‌های داخلی در ۹ ضلعی منتظم است؟

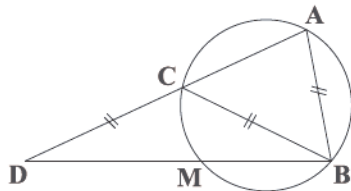
(۱) $\frac{2}{5}$

(۲) $\frac{4}{7}$

(۳) $\frac{4}{9}$

(۴) $\frac{5}{9}$

۴۶- در دایره شکل زیر اگر $AB = BC = CD$ و $\widehat{BM} = 8^\circ$ باشد، آن‌گاه کمان AC چند درجه است؟



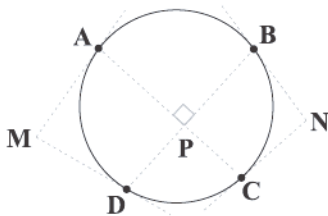
(۱) 6°

(۲) 5°

(۳) 4°

(۴) 55°

۴۷- اضلاع زوایای M و N در شکل زیر بر دایره مماس هستند. اگر $\widehat{M} + 1^\circ = \widehat{N}$ آن‌گاه زاویه M کدام است؟



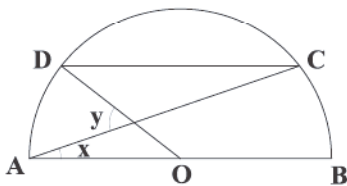
(۱) 65°

(۲) 75°

(۳) 85°

(۴) 7°

۴۸- در شکل زیر O مرکز نیم‌دایره است و $CD \parallel AB$ ، اگر $\widehat{CD} = 15^\circ$ آن‌گاه کمان CD چند درجه است؟



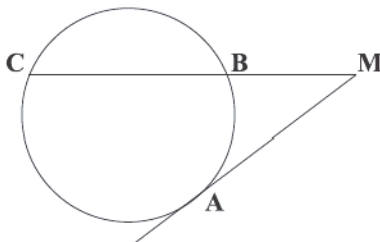
(۱) 9°

(۲) 6°

(۳) 7°

(۴) 8°

۴۹- در شکل زیر MA بر دایره مماس است. اگر $AB = BM$ کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟



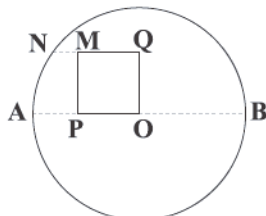
(۱) $BM = BC$

(۲) $AC = BM$

(۳) $BC = AM$

(۴) $AC = AM$

۵۰- در شکل زیر اگر O مرکز دایره و چهارضلعی MPOQ مربع و $AP = 8$ ، $MN = 7$ آن‌گاه شعاع دایره کدام است؟



(۱) ۱۵

(۲) ۱۳

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

آمار و احتمال

۵۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر مجموع اعداد روشده در پرتاب این دو تاس عددی زوج شود، با چه احتمالی عدد روی هر دو تاس برابرند؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{6} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

۵۲- اگر $P(B) = P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B)$ دو پیشامد مستقل باشند، حاصل $\frac{P(A'|B')}{P(A|B')}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{2} \text{ (۲)} \quad 4 \text{ (۳)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

۵۳- سه کیسه هر کدام شامل ۲۰ مهره در اختیار داریم که در کیسه اول ۱۸ مهره با رنگ سفید و ۲ مهره با رنگ سیاه، در کیسه دوم هر ۲۰ مهره سفید و در کیسه سوم هر ۲۰ مهره سیاه هستند. کیسه‌ای به تصادف انتخاب و مهره‌ای از آن بیرون می‌آوریم. اگر مهره بیرون آمده سفید باشد، با کدام احتمال مربوط به کیسه اول بوده است؟

$$\frac{9}{19} \text{ (۱)} \quad \frac{18}{19} \text{ (۲)} \quad \frac{11}{19} \text{ (۳)} \quad \frac{4}{19} \text{ (۴)}$$

۵۴- در یک شهر ۴۵٪ دانش‌آموزان دختر و ۵۵٪ پسر هستند. ۶٪ دانش‌آموزان دختر در درس ریاضی تجدید و ۱۰٪ دانش‌آموزان پسر در این درس تجدید شده‌اند. چند درصد کل دانش‌آموزان این شهر در درس ریاضی نمره قبولی آورده‌اند؟

$$\frac{91}{8} \text{ (۱)} \quad \frac{93}{2} \text{ (۲)} \quad \frac{92}{3} \text{ (۳)} \quad \frac{92}{8} \text{ (۴)}$$

۵۵- ۲ جعبه داریم که در جعبه اول ۳۰ لامپ و در جعبه دوم ۲۰ لامپ وجود دارد. تعداد لامپ‌های معیوب در جعبه اول و دوم به ترتیب ۶ و ۱۰ لامپ است. از جعبه اول ۸ لامپ و از جعبه دوم ۱۰ لامپ به تصادف خارج می‌کنیم و در جعبه سوم قرار می‌دهیم، حال از جعبه سوم لامپی به تصادف خارج می‌کنیم. با چه احتمالی لامپ خارج شده از این جعبه روشن نمی‌شود؟

$$\frac{11}{30} \text{ (۱)} \quad \frac{25}{30} \text{ (۲)} \quad \frac{7}{30} \text{ (۳)} \quad \frac{13}{30} \text{ (۴)}$$

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	فیزیک ۱	۲۵	اجباری	۵۶	۸۰	۴۵ دقیقه
		۱۰	زوج کتاب	۸۱	۹۰	
		۱۰		۹۱	۱۰۰	
۲	شیمی ۱	۱۵	اجباری	۱۰۱	۱۱۵	۲۵ دقیقه
		۱۰	زوج کتاب	۱۱۶	۱۲۵	
		۱۰		۱۲۶	۱۳۵	

فیزیک



۵۶- کودکی یک کامیون اسباب‌بازی را به طنابی به طول 80cm متصل کرده و روی یک مسیر دایره‌ای شکل می‌چرخاند. اگر تندی کامیون ثابت و

برابر با $\frac{4\pi m}{3 s}$ باشد، این کامیون در هر نیم‌دقیقه چند دور می‌زند؟

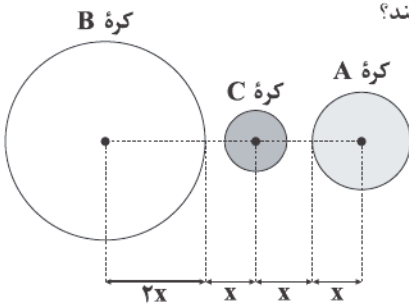


- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۱۲/۵

۵۷- یک صفحه افقی حول یک محور قائم با تندی ثابت دوران می‌کند و در هر دقیقه ۱۲ دور کامل می‌چرخد. جسمی به جرم 10kg روی این صفحه و در فاصله ۴ متری از محور دوران قرار دارد و بدون لغزش با صفحه می‌چرخد. اندازه نیروی اصطکاکی که به جسم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ ($\pi^2 = 10, g = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) ۶۴
- (۲) ۲۵
- (۳) ۳۲
- (۴) ۱۰۰

۵۸- مطابق شکل زیر، کره C به جرم m بین دو کره توپر A و B قرار دارد. اگر چگالی کره A، دو برابر چگالی کره B باشد، اندازه نیروی گرانشی که کره B بر کره C وارد می‌کند، چند برابر اندازه نیروی گرانشی است که کره A بر کره C وارد می‌کند؟



- (۱) $\frac{9}{8}$
- (۲) $\frac{8}{9}$
- (۳) $\frac{9}{16}$
- (۴) $\frac{16}{9}$

۵۹- سفینه‌ای به جرم 20 تن، بین دو سیاره A و B به گونه‌ای قرار گرفته است که نیروی گرانشی واردشده از طرف دو سیاره بر این سفینه، یکدیگر را خنثی می‌کنند. اگر جرم سیاره A، ۱۶ برابر جرم سیاره B بوده و فاصله دو سیاره از یکدیگر برابر d باشد، سفینه در چه فاصله‌ای از سیاره A قرار دارد؟

- (۱) $\frac{4}{5}d$
- (۲) $\frac{3}{4}d$
- (۳) $\frac{1}{4}d$
- (۴) $\frac{1}{5}d$

۶۰- ذره‌ای بر روی محور x ها بین دو نقطه M و N حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. هنگامی که ذره از نقطه P در خلاف جهت محور x می‌گذرد، نیروی وارد بر ذره در محور x ها بوده و نوع حرکت ذره در این لحظه است.



- (۱) جهت - تندشونده
- (۲) خلاف جهت - کندشونده
- (۳) جهت - کندشونده
- (۴) خلاف جهت - تندشونده

۶۱- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$ است. در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 8s$ ، جهت حرکت نوسانگر چند بار تغییر کرده است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۶۲- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.4 \cos(10\pi t)$ است. در بازه زمانی $t_1 = 0.05s$ تا $t_2 = 0.5s$ ، چند ثانیه حرکت نوسانگر، تندشونده است؟

- (۱) 0.3 (۲) 0.25 (۳) 0.2 (۴) 0.15

۶۳- معادله یک نوسانگر خاص به صورت $x = 5 \cos^2(4t) + 3$ می‌باشد. دامنه این نوسان چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) 2.5

۶۴- معادله مکان - زمان نوسانگری که بر روی محور X حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد در SI به صورت $x = 0.1 \cos(100\pi t)$ است. در بازه زمانی $10^{-3}s < t < 5 \times 10^{-3}s$ ، علامت سرعت، شتاب و مکان نوسانگر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

- (۱) منفی - منفی - مثبت (۲) منفی - مثبت - منفی (۳) مثبت - منفی - منفی (۴) مثبت - منفی - مثبت

۶۵- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در دستگاه SI به صورت $x = 0.06 \cos(40\pi t)$ است. در کدام یک از لحظه‌های زیر، جسم در حال دور شدن از نقطه تعادل است؟

- (۱) $t = \frac{1}{16}s$ (۲) $t = \frac{1}{32}s$ (۳) $t = \frac{1}{160}s$ (۴) $t = \frac{3}{160}s$

۶۶- نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، مطابق شکل زیر است. بیشینه تندی این نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



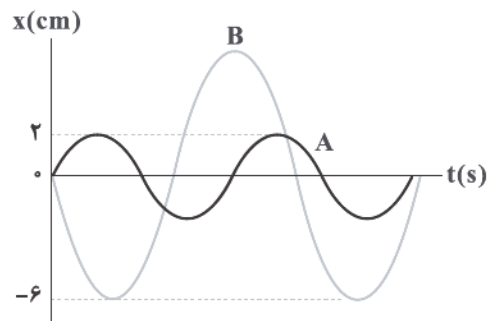
- (۱) 0.5 (۲) ۱ (۳) 1.5 (۴) ۲

۶۷- کمک فنرهای به کاررفته در اتومبیلی به جرم 2000 kg پس از عبور از یک دست‌انداز، با بسامد $1/2 \text{ Hz}$ شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کنند. اگر مسافری به جرم 70 kg وارد اتومبیل شود، کف آن تقریباً چند سانتی‌متر پایین‌تر می‌آید؟ (فرض کنید وزن خودرو به طور

یکنواخت روی کمک فنرهای آن توزیع شده است و $\pi = \sqrt{10}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) 0.6 (۲) 1.25 (۳) 0.006 (۴) 12.5

۶۸- شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو نوسانگر هماهنگ ساده A و B را نشان می‌دهد. اگر جرم نوسانگر A، ۲ برابر جرم نوسانگر B باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر B چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر A است؟



- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{81}{32}$ (۴) $\frac{32}{81}$

۶۹- دوره نوسان‌های نوسانگر هماهنگ ساده‌ای برابر با $\frac{\pi}{2}$ است. اگر در یک لحظه مکان نوسانگر، مثبت و برابر با $\frac{\sqrt{2}}{4}A$ بوده و حرکتش در

آن لحظه کندشونده باشد، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا پس از این لحظه نوسانگر به مکان $-\frac{A}{4}$ برسد و سرعت آن مثبت باشد؟

- (۱) $\frac{19}{120}$ (۲) $\frac{17}{120}$ (۳) $\frac{13}{120}$ (۴) $\frac{7}{120}$

۷۰- طول آونگ ساده‌ای که نوسانات کم‌دامنه با دوره T انجام می‌دهد چگونه تغییر کند تا این آونگ در هر نوسان به اندازه $\frac{T}{4}$ جلو بیفتد؟

- (۱) $43/75$ درصد افزایش یابد. (۲) $56/25$ درصد افزایش یابد. (۳) $43/75$ درصد کاهش یابد. (۴) $56/25$ درصد کاهش یابد.

۷۱- آونگ ساده‌ای در مدت زمان $2.2/4s$ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر طول این آونگ $11cm$ کاهش یابد، در مدت زمان 8 ثانیه چند نوسان

کامل انجام می‌دهد؟ ($g = \pi^2$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۷۲- یک ساعت آونگ‌دار در سطح زمین به درستی کار می‌کند. اگر طول آونگ آن 36 درصد کاهش یابد، این ساعت در مدت 2 روز چه تغییری

در زمان نشان می‌دهد؟

- (۱) 12 ساعت جلو می‌افتد. (۲) 12 ساعت عقب می‌افتد. (۳) 4 ساعت جلو می‌افتد. (۴) 4 ساعت عقب می‌افتد.

۷۳- آونگ ساده‌ای که در سطح زمین، نوسانات کم‌دامنه‌ای انجام می‌دهد، در مدت زمان Δt ، 4 نوسان کامل انجام می‌دهد. طول آونگ را چند درصد و

چگونه تغییر دهیم تا آونگ در همان مدت زمان و در سطح کره ماه، 4 نوسان کامل بیشتر انجام دهد؟ ($g_{\text{ماه}} = \frac{1}{6}g$, $g_{\text{زمین}} = 10 \frac{N}{kg}$)

- (۱) 4 - کاهش (۲) 4 - افزایش (۳) 96 - کاهش (۴) 96 - افزایش

۷۴- نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر به جرم 200 گرم بر حسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. بسامد این حرکت نوسانی ساده

چند هرتز است؟ ($\pi = 3$)



(۱) $\frac{10}{3}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۴) ۵

۷۵- معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که بر روی خط راست در حال نوسان می‌باشد، به صورت $x = 10 \cos(100\pi t)$ است. تسندی

متوسط نوسانگر در بازه زمانی که از مکان $x = +10cm$ با علامت سرعت مثبت به مکان $x = -10\sqrt{2}cm$ با علامت سرعت منفی می‌رود، برابر

چند متر بر ثانیه است؟ (نقطه $x = +A$ شروع حرکت نوسانگر است و $\sqrt{2} \approx 1/4$)

- (۱) $\frac{26}{2400}$ (۲) $\frac{528}{13}$ (۳) $\frac{44}{100}$ (۴) $\frac{1056}{13}$

۷۶- مطابق شکل مقابل، به طنابی افقی، آونگ‌های ساده با طول‌های متفاوت و جرم‌های یکسان

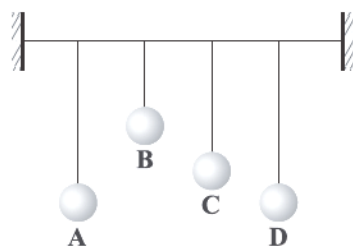
آویخته‌ایم. اگر آونگ A را به نوسان در بیاوریم، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) فقط آونگ D به نوسان درمی‌آید.

(۲) همه آونگ‌ها دامنه یکسانی دارند.

(۳) همه آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند، ولی آونگ D دامنه نوسان بیشتری دارد.

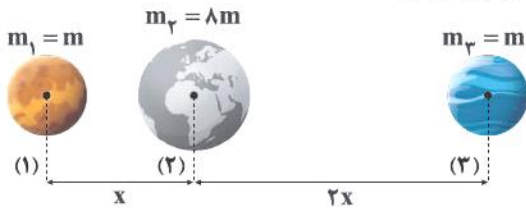
(۴) همه آونگ‌ها به نوسان درمی‌آیند، ولی آونگ D دامنه نوسان کم‌تری دارد.



۷۷- طول آونگ ساده‌ای برابر 50cm است. کدام یک از نوسانگرهای هماهنگ ساده زیر می‌تواند در این آونگ تشدید ایجاد کند؟ ($g = \pi^2 \frac{m}{s^2}$)

$$x = 6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) \quad (۴) \quad x = 4 \cos(\sqrt{2}t) \quad (۳) \quad x = \cos(\sqrt{2}\pi t) \quad (۲) \quad x = 2 \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\pi t\right) \quad (۱)$$

۷۸- مطابق شکل زیر، سه سیاره روی یک خط قرار دارند و بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر سیاره (۳) برابر $1/9 \times 10^6 \text{N}$ است. اگر جای دو سیاره (۱) و (۲) عوض شود، بزرگی نیروی گرانشی خالص وارد بر سیاره (۳) چند نیوتون می‌شود؟



$$1/0.25 \times 10^7 \quad (۱)$$

$$1/0.25 \times 10^6 \quad (۲)$$

$$2/0.5 \times 10^6 \quad (۳)$$

$$2/0.5 \times 10^7 \quad (۴)$$

۷۹- در شکل زیر، نسبت بزرگی شتاب گرانشی در نقطه A به نقطه B برابر k است. کدام گزینه الزاماً صحیح است؟



$$k = 4 \quad (۱)$$

$$1 < k < 4 \quad (۲)$$

$$k \leq 4 \quad (۳)$$

$$1 < k \leq 2 \quad (۴)$$

۸۰- شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ای به شعاع 1000km و چگالی $6 \frac{g}{\text{cm}^3}$ ، چند برابر شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ای به شعاع 1500km و چگالی $9 \frac{g}{\text{cm}^3}$ است؟

$$\frac{9}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

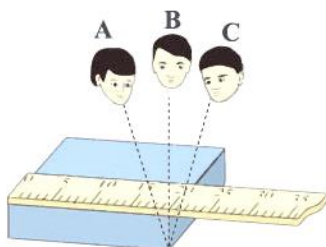
$$\frac{4}{9} \quad (۱)$$

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- شکل زیر، چگونگی اندازه‌گیری طول یک جسم را با استفاده از یک خط‌کش نشان می‌دهد. چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟



الف) اندازه‌ای که شخص B می‌خواند، دقیق‌تر از اندازه‌ای است که اشخاص A و C می‌خوانند.

ب) این آزمایش نشان‌دهنده تأثیر دقت وسیله اندازه‌گیری بر کاهش خطای اندازه‌گیری است.

ج) با تکرار چند باره اندازه‌گیری توسط شخص B، خطا در اندازه‌گیری طول جسم کاهش می‌یابد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۸۲- با در نظر گرفتن این که واحد کمیت‌های هر یک از گزینه‌های زیر، برحسب یکای SI است، حاصل کدام گزینه یک کمیت اصلی است؟

- (۱) فشار × جابه‌جایی
انرژی
- (۲) انرژی × نیرو
توان × شتاب
- (۳) ضریب انبساط طولی × انرژی
گرمای ویژه
- (۴) نیرو × تکانه
شتاب × تندی

۸۳- شکل‌های «الف» و «ب» اعدادی است که به ترتیب یک ریزسنج و یک کولیس رقمی در اندازه‌گیری دو جسم نشان می‌دهند. دقت اندازه‌گیری ابزارهای «الف» و «ب» به ترتیب از راست به چپ برابر با چند میلی‌متر است؟



- (۱) ۰/۰۸۳ و ۰/۶۷
- (۲) ۰/۰۰۳ و ۰/۰۷
- (۳) ۰/۰۰۱ و ۰/۰۱
- (۴) ۳ و ۷

۸۴- کدام گزینه به جای \square قرار گیرد تا تساوی زیر برقرار شود؟ (s, g, m, J به ترتیب نشان‌دهنده متر، گرم، ثانیه و ژول هستند.)

$$10^7 \frac{\text{N} \cdot \text{J}}{\text{s}} = \square \frac{(\text{Gm})^2}{(\text{hs})^3}$$

- (۱) 10^{-1}g (۲) $10^{-5} \mu\text{g}$ (۳) 10^{-3}ng (۴) 10^{-11}dg

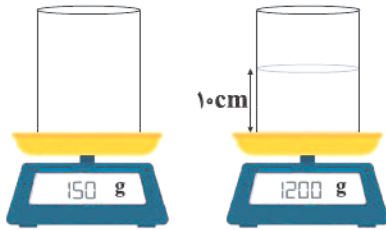
۸۵- ذره‌ای با تندی 10^{-8} سال نوری بر روز حرکت می‌کند. تندی این ذره معادل چند کیلومتر بر ساعت است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) ۳۹۴۲ (۲) ۳۹۴۲۰ (۳) ۹۴۶۰۸ (۴) ۹۴۶۰۸/۸

۸۶- در رابطه $a = \alpha x^3 + \frac{\beta^2}{x}$ (برحسب SI)، کمیت‌های x و a به ترتیب مکان و شتاب یک جسم را نشان می‌دهند. اگر کمیت $\frac{\beta^q}{\alpha^p}$ از جنس طول باشد، حاصل qp در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۸۷- مطابق شکل زیر، یک ظرف استوانه‌ای به شعاع مقطع 5 cm را یک بار به طور خالی و یک بار به طور نیمه‌پر روی ترازو قرار داده‌ایم. چگالی مایع درون ظرف چند گرم بر لیتر است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۱۴۰۰ (۲) ۱/۴ (۳) ۷۰۰ (۴) ۰/۷

۸۸- چگالی مایع‌های A, B, C به ترتیب ρ_A , ρ_B و ρ_C است. ابتدا حجم برابر از مایع‌های A و B را مخلوط می‌کنیم و سپس به مایع به دست آمده، هم‌جرم با آن از مایع C اضافه می‌کنیم. چگالی مخلوط به دست آمده در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) $\frac{\rho_A \rho_B \rho_C}{\rho_A \rho_B + \rho_A \rho_C + \rho_B \rho_C}$
- (۲) $\frac{\rho_A + \rho_B + \rho_C}{3}$
- (۳) $\frac{2\rho_A \rho_B + \rho_B \rho_C + \rho_A \rho_C}{2(\rho_A + \rho_B)}$
- (۴) $\frac{2\rho_C(\rho_A + \rho_B)}{\rho_A + \rho_B + 2\rho_C}$

۸۹- از دهانه یک لوله، آب با آهنگ $0.5 \frac{L}{s}$ خارج می‌شود. آهنگ خروج آب برحسب $\frac{mm^3}{min}$ و به صورت نمادگذاری علمی در کدام گزینه به درستی آمده است؟

(۲) 30×10^6

(۱) 3×10^7

(۴) 15×10^6

(۳) $1/5 \times 10^7$

۹۰- در مدل سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا، از کدام گزینه نمی‌توان صرف نظر کرد؟

(۱) نیروی گرانشی وارد بر توپ

(۲) تغییر نیروی گرانشی وارد بر توپ با تغییر ارتفاع

(۳) مقاومت هوای وارد بر توپ

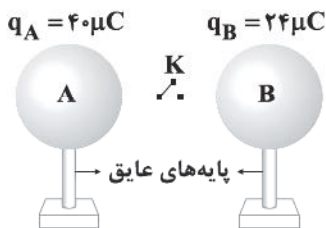
(۴) چرخش توپ



زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سؤالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- در شکل زیر، دو کره رسانای A و B مشابه و هم‌اندازه بوده و روی پایه‌های عایق قرار دارند. در ابتدا کلید K را بسته و باز می‌کنیم و سپس در ادامه، دست خود را به کره B تماس داده و برمی‌داریم. این دو عمل متوالی را چند بار تکرار کنیم تا بار کره A، $97/5$ درصد کاهش یابد؟



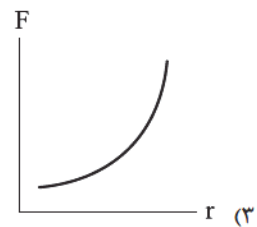
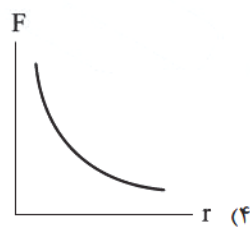
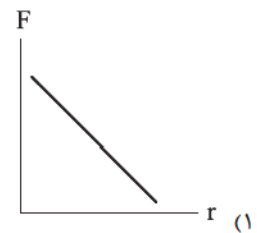
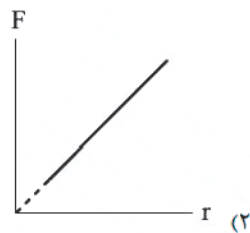
(۱) ۱۰

(۲) ۸

(۳) ۶

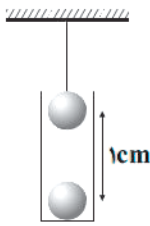
(۴) ۴

۹۲- کدام یک از نمودارهای زیر، تغییرات اندازه نیروی الکتریکی را بر حسب فاصله بین دو بار الکتریکی به درستی نشان می‌دهد؟



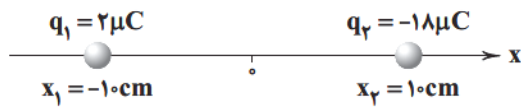
۹۲- در شکل زیر، جرم گوی‌های کوچک برابر 70 گرم است و بیشینه کشش قابل تحمل نخ عایق برابر 925 نیوتون است. حداقل چه تعداد از

الکترون‌های گوی بالایی کنده شود و به گوی پایینی داده شود تا نخ پاره شود؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}, e = 1.6 \times 10^{-19} C, g = 10 \frac{N}{kg})$



- (۱) 8×10^{11}
- (۲) $3/125 \times 10^{12}$
- (۳) 8×10^{10}
- (۴) $3/125 \times 10^{11}$

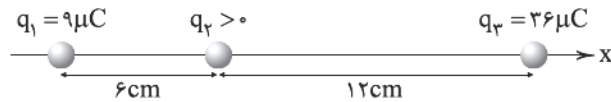
۹۴- مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله 20 سانتی‌متری از یک‌دیگر روی محور x قرار دارند. اگر جای دو بار را با هم عوض کنیم، مکان صفر شدن برابند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟



- (۱) 40
- (۲) 50
- (۳) 80
- (۴) 20

۹۵- در شکل زیر، بار q_1 را چند سانتی‌متر و در چه جهتی جابه‌جا کنیم تا اندازه نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر،

80 N کاهش یابد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



- (۱) 36 cm در خلاف جهت محور x
- (۲) 12 cm در خلاف جهت محور x
- (۳) 36 cm در جهت محور x
- (۴) 12 cm در جهت محور x

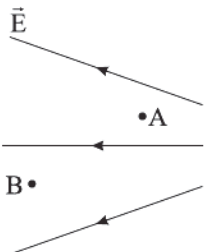
۹۶- دو الکترون و یک پروتون می‌توانند به طور دلخواه در سه رأس از رأس‌های مربعی به ضلع a قرار بگیرند. اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین مقدار ممکن برای اندازه میدان الکتریکی برابند در رأس چهارم مربع به ترتیب E و E' باشد، حاصل $\frac{E'}{E}$ به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ $(\sqrt{2} = 1/4)$

- (۱) 2
- (۲) $\frac{1}{3}$
- (۳) $\frac{5}{3}$
- (۴) $\frac{1}{5}$

۹۷- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2 \mu C$ و $q_2 = 32 \mu C$ در صفحه xOy به ترتیب در نقاط $O(0, 0)$ و $O'(3m, 3m)$ قرار دارند. در چه نقطه‌ای بر روی خط واصل دو بار، بزرگی میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 یکسان است؟

- (۱) $(0.6m, 0.6m)$
- (۲) $(-1m, -1m)$
- (۳) $(0.6m, 1m)$
- (۴) گزینه‌های (۱) یا (۲) می‌توانند درست باشند.

۹۸- شکل زیر خطوط میدان الکتریکی را در ناحیه‌ای از فضا نشان می‌دهد. در جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B ، تغییرات اندازه میدان الکتریکی برابر ΔE و تغییرات پتانسیل الکتریکی برابر ΔV است. علامت ΔE و ΔV به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) مثبت - مثبت
- (۲) منفی - منفی
- (۳) مثبت - منفی
- (۴) منفی - مثبت

۹۹- در جابه جایی ذره‌ای از نقطه A با پتانسیل الکتریکی $V_A = 80V$ به نقطه B با پتانسیل الکتریکی $V_B = -70V$ ، کار نیروی الکتریکی بر روی ذره برابر $300nJ$ - است. تعداد الکترون‌های این ذره از تعداد پروتون‌های آن است. ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

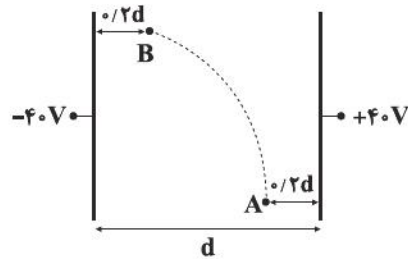
(۱) $1/25 \times 10^{10}$ - بیشتر

(۲) $1/25 \times 10^{10}$ - کمتر

(۳) $1/25 \times 10^9$ - بیشتر

(۴) $1/25 \times 10^9$ - کمتر

۱۰۰- دو صفحه رسانای موازی با ابعاد بزرگ را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید که هر کدام از صفحات دارای پتانسیل الکتریکی معینی هستند و بین آن‌ها میدان الکتریکی یکنواخت ایجاد شده است. ذره‌ای به جرم $6g$ و دارای بار $+10\mu C$ از نقطه A با تندی $30 \frac{cm}{s}$ وارد فضای بین صفحات شده و از نقطه B می‌گذرد. تندی ذره در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ (تنها نیروی وارد بر ذره، نیروی الکتریکی است.)



(۱) ۰/۴

(۲) ۰/۵

(۳) ۰/۶

(۴) صفر

شیمی



۱۰۱- در فرایند برقکافت آب به‌ازای عبور $1/505 \times 10^{24}$ الکترون در مدار خارجی، تفاوت حجم گازهای تولیدشده برابر $25L$ است. حجم مولی گازها در شرایط واکنش چند لیتر بر مول است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۴۰

(۲) ۵۰

(۱) ۳۰

۱۰۲- در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، برای تهیه منیزیم کلرید، دو واکنش شیمیایی انجام می‌شود. کدام یک از آن‌ها از نوع اکسایش - کاهش هستند؟

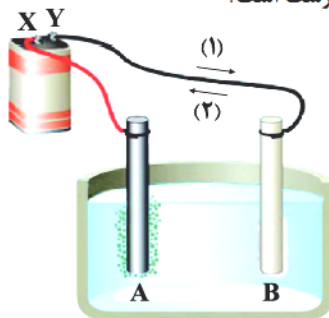
(۴) هیچ‌کدام

(۳) هر دو

(۲) فقط دومی

(۱) فقط اولی

۱۰۳- شکل زیر مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب است. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟



• مسیر (۱) جهت حرکت الکترون‌ها را در مدار خارجی نشان می‌دهد.

• X و Y به ترتیب قطب‌های منفی و مثبت باتری را نشان می‌دهند.

• در اطراف الکترودهای A و B به ترتیب فرایند کاهش و اکسایش انجام می‌شود.

• در این فرایند برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید از ترکیب یونی استفاده می‌شود

که شمار آنیون‌های آن بیشتر از شمار کاتیون‌ها است.

(۲) ۳

(۱) ۴

(۴) ۱

(۳) ۲

۱۰۴- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با فرایند زنگ زدن آهن درست است؟

• در این فرایند، آهن و اکسیژن به ترتیب نقش اکسنده و کاهنده را دارند.

• زنگ زدن آهن در حضور رطوبت انجام می‌شود که یکی از واکنش‌دهنده‌های نیم‌واکنش کاهش است.

• یون آهن (II) به صورت غیرمستقیم در تشکیل زنگ آهن نقش دارد.

• در معادله موازنه‌شده واکنش کلی، مجموع ضرایب اجزا برابر با ۱۵ است.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰۵- اگر از سلول الکتروشیمیایی «روی - مس» برای روشن کردن یک لامپ استفاده شود، چند تغییر زیر، بر میزان جریان الکتریکی عبوری از لامپ، بی تأثیر خواهد بود؟

• افزایش جرم تیغه روی

• افزایش غلظت مولی $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$

• کاهش جرم تیغه مس

• افزایش دمای سامانه

• افزایش حجم الکترولیت‌ها به یک اندازه (بدون تغییر غلظت)

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۴)

۱۰۶- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر عدد اکسایش کبالت برابر ۳+ است؟

• $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5 \text{Cl}]^{2+}$

• $[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{3+}$

• $[\text{Co}(\text{NH}_3)_4 \text{Cl}_2]^+$

• $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5 (\text{H}_2\text{O})]^{3+}$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۴)

۱۰۷- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن که با غشای مبادله‌کننده هیدرونیوم کار می‌کند درست است؟

• در این دستگاه گاز هیدروژن به صورت کنترل‌شده با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد.

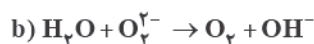
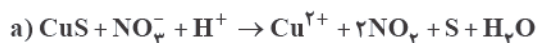
• نیروی الکتروموتوری این سلول معادل پتانسیل کاهش کاتد (اکسیژن) است.

• اکسایش هیدروژن در سلول سوختی بازدهی نزدیک به ۸۰٪ دارد.

• در آند یون هیدرونیوم، تولید می‌شود و از طریق غشا به سمت کاتد حرکت می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۴)

۱۰۸- تفاوت مجموع ضرایب اجزای دو واکنش زیر پس از موازنه کدام است؟



(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۶ (۴)

۱۰۹- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش‌های اکسایش - کاهش درست است؟

• در هر واکنش اکسایش - کاهش فقط عدد اکسایش یک عنصر افزایش می‌یابد و نقش کاهنده را دارد.

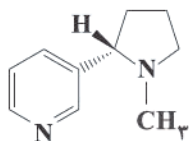
• در برخی از واکنش‌های اکسایش - کاهش، یک عنصر هر دو نقش کاهنده و اکسنده را ایفا می‌کند.

• واکنش‌های ترمیت، خنثی شدن اسید و باز و فرایند هابر نمونه‌هایی از اکسایش - کاهش هستند.

• واکنش‌های اکسایش - کاهش که به طور طبیعی انجام نمی‌شوند برای تولید انرژی الکتریکی مناسب نیستند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۴)

۱۱۰- ساختار زیر مربوط به ماده مخدر نیکوتین است. مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن کدام است؟



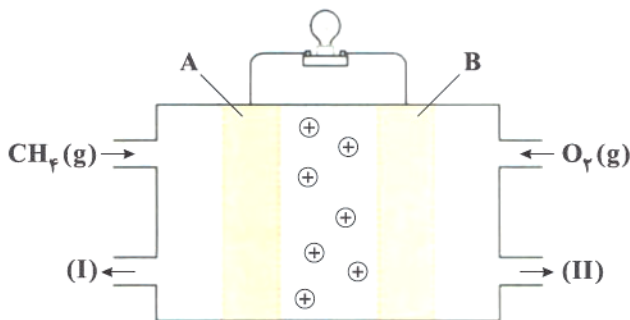
- (۱) ۶-
(۲) ۷-
(۳) ۸-
(۴) ۹-

۱۱۱- اگر emf سلول‌های گالوانی استاندارد «آلومینیم - روی»، «مس - نقره» و «روی - مس» به ترتیب $۰/۹$ ، $۰/۴۶$ و $۱/۱۰$ ولت باشد، ولتاژ

سلول گالوانی «آلومینیم - مس» و «روی - نقره» به ترتیب چند ولت است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

- (۱) $۰/۶۴, ۰/۲$
(۲) $۱/۵۶, ۰/۲$
(۳) $۰/۶۴, ۲/۰$
(۴) $۱/۵۶, ۲/۰$

۱۱۲- با توجه به شکل زیر که سلول سوختی متان - اکسیژن را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با این سلول درست است؟



• الکتروند A نقش آند (قطب منفی) سلول را دارد و در نیم‌واکنش مربوط به آن، الکترون تولید می‌شود.

• یکی از گازهای خروجی (I) گاز کربن دی‌اکسید است.

• نیم‌واکنش کاتدی این سلول مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول

سوختی هیدروژن - اکسیژن است.

• جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی هم‌جهت با حرکت

یون‌های هیدرونیوم در الکترولیت است.

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۱۳- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) تنها راه تهیه فلزهای فعال، برقکافت نمک‌های مذاب آن‌ها است.

(۲) چگالی منیزیم کلرید مایع بیشتر از فلز منیزیم به حالت مایع است.

(۳) عنصر سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود اغلب به شکل یون سدیم وجود دارد.

(۴) برای برقکافت آب نمی‌توان از آب خالص استفاده کرد، زیرا رسانایی الکتریکی ناچیزی دارد.

۱۱۴- در سلول گالوانی نقره - طلا پس از گذشت مدت‌زمان معینی، ۶۰ درصد از جرم تیغه آندی کم و $\frac{4}{9}$ مول بر جرم تیغه کاتدی افزوده شده است.

اگر جرم اولیه تیغه‌ها با هم برابر باشد، مجموع جرم تیغه‌ها پس از این مدت چند گرم خواهد بود؟ ($Ag = 108$, $Au = 197$: $g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) $۲۷۹/۵۵$
(۲) $۳۱۱/۵۵$
(۳) $۳۸۴/۵۵$
(۴) $۴۲۳/۵۵$

۱۱۵- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) فلزی نجیب مانند پلاتین فقط در محیط‌های اسیدی کاهش می‌یابد.

(۲) از بین سه روش رنگ زدن، قیر اندودکردن و روکش‌دادن، فقط آخری به طور کامل از خوردگی آهن پیشگیری می‌کند.

(۳) به فرایند ترد شدن، خرد شدن و فرو ریختن فلزها مانند زنگار سرخ بر سطح مس، خوردگی گفته می‌شود.

(۴) سالانه حدود ۲۰ درصد از آهن تولیدی برای جایگزینی قطعه‌های خورده‌شده مصرف می‌شود.

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

زوج درس ۱

۱۱۶- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با هلیوم درست است؟

- پس از هیدروژن، فراوان ترین عنصر سیاره مشتری به شمار می آید.
- پس از هیدروژن، دومین عنصری است که پا به عرصه جهان گذاشت.
- عنصری است که تمایل به انجام واکنش شیمیایی ندارد.
- شمار خطهای رنگی در ناحیه مرئی طیف نشری خطی آن در مقایسه با هر کدام از عنصرهای هیدروژن و لیتیم بیشتر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۷- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

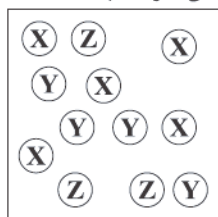
- نسبت شمار نوترون به شمار پروتونها برای نخستین عنصر ساخت بشر (A=۹۹)، بزرگ تر از ۱/۵ است.
- جرم نوترون اندکی بیشتر از جرم پروتون بوده و جرم هر دوی آنها بیشتر از ۱amu است.
- به کمک amu می توان جرم همه اتمها را اندازه گیری کرد.
- خواص شیمیایی عنصرهایی که در یک دوره از جدول تناوبی جای دارند، متفاوت است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۱۸- میزان انحراف رنگ شعله نمکهای سدیم، مس و لیتیم پس از عبور نور خورشید از منشور، در کدام گزینه به درستی مقایسه شده است؟

- ۱) Cu < Na < Li (۱)
- ۲) Li < Na < Cu (۲)
- ۳) Cu < Li < Na (۳)
- ۴) Na < Li < Cu (۴)

۱۱۹- با توجه به شکل زیر که نمونه ای تصادفی از رادیو ایزوتوپهای هیدروژن را نشان می دهد، جرم اتمی میانگین این نمونه چند amu است؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)



- X: پایدارترین رادیو ایزوتوپ طبیعی
- Y: پایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی
- Z: ناپایدارترین رادیو ایزوتوپ ساختگی

۱) ۴/۲۵ (۱) ۲) ۴/۶۶ (۲) ۳) ۴/۳۳ (۳) ۴) ۳/۹۱ (۴)

۱۲۰- عنصر X دارای سه ایزوتوپ طبیعی ^{۲۴}X، ^{۲۵}X و ^{۲۶}X است. اگر فراوانی سبک ترین ایزوتوپ، ۶ برابر فراوانی هر کدام از ایزوتوپهای دیگر باشد، در نمونه ای از عنصر X به جرم ۱/۹۵ گرم، چه تعداد اتم ^{۲۶}X وجود دارد؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را ۱amu در نظر بگیرید.)

۱) ۳/۰۱ × ۱۰^{۲۱} (۱) ۲) ۶/۰۲ × ۱۰^{۲۱} (۲) ۳) ۱/۲۰۴ × ۱۰^{۲۲} (۳) ۴) ۲/۴۰۸ × ۱۰^{۲۲} (۴)

۱۲۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- نوری که از ستاره یا سیاره ای به ما می رسد، نشان می دهد که آن ستاره یا سیاره از چه ساخته شده است.
- دمای اجسام بسیار داغ را باید با دماسنجهای پیشرفته تعیین کرد.
- دانشمندان با دستگاهی به نام طیف سنج می توانند از پرتوهای گسیل شده از مواد گوناگون، جرم اتمهای آنها را با دقت بسیار زیاد تعیین کنند.
- نور خورشید با عبور از قطره های آب موجود در هوا تجزیه می شود و یک گستره رنگی شامل بی نهایت طول موج از رنگهای گوناگون ایجاد می کند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۲- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با پرتوهای ایکس و فروسرخ درست است؟

- طول موج هر کدام از این پرتوها، بلندتر از پرتوی گاما است.
- انرژی هر کدام از این پرتوها، بیشتر از ریزموجها است.
- تفاوت میانگین طول موج پرتوهای ایکس با فرابنفش، بیشتر از تفاوت میانگین طول موج پرتوهای ایکس با گاما است.
- عدد 1000nm را می توان به طول موج پرتوهای فروسرخ نسبت داد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۳- شمار نوترون ها در نمونه ای از آسپیرین ($C_9H_8O_2$)، $4/3$ برابر شمار اتمهای هیدروژن در $9/2$ گرم اتانول (C_2H_5OH) است. جرم نمونه

آسپیرین چند گرم بوده است؟ ($^{12}C, ^1H, ^{16}O$)

۱ (۱) $16/2$ ۲ (۲) ۹ ۳ (۳) $10/8$ ۴ (۴) $12/96$

۱۲۴- در مخلوطی از بخارهای اتان (C_2H_6) و متانول (CH_3OH) شمار اتمهای هیدروژن و اکسیژن به ترتیب برابر با $2/8896 \times 10^{24}$

و $3/612 \times 10^{23}$ است. جرم این مخلوط چند گرم است؟ ($C=12, H=1, O=16; g.mol^{-1}$)

۱ (۱) $33/8$ ۲ (۲) $34/2$ ۳ (۳) $31/2$ ۴ (۴) $30/8$

۱۲۵- کدام مطالب زیر درست اند؟

- آ بررسی ها نشان می دهد که اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتمهای سازنده جرم یکسانی ندارند.
- ب) فراوانی ایزوتوپ ^{235}U در مخلوط طبیعی اورانیم بیشتر از ^{238}U است.
- پ) بیش از $99/90\%$ هیدروژن های موجود در طبیعت، فاقد نوترون هستند.
- ت) سیاره مشتری بیشتر از جنس گاز بوده و در مقایسه با زمین، در فاصله نزدیک تری به خورشید قرار دارد.

۱ «آ»، «ب» و «پ» ۲ «آ»، «پ»

۳ «آ»، «ت» ۴ «ب»، «ت»

زوج درس ۲

شیمی (۲) (سؤالات ۱۲۶ تا ۱۳۵)

۱۲۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- اعداد اتمی ۶ و ۱۴ مربوط به عنصرهایی است که به جای گرفتن یا دادن الکترون، فقط الکترون به اشتراک می گذارند.
- طلا جزو فلزهای واسطه بوده، استحکام بالایی دارد و در اثر ضربه خرد نمی شود.
- در دوره چهارم جدول، تنها دو فلز اصلی وجود دارد.
- هر چه شعاع اتمی یک هالوژن بزرگ تر باشد، خصلت نافلزی آن کم تر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۷- در بین چهار عنصر نخست دوره سوم جدول دوره ای، چه تعداد از ویژگی های زیر مشترک است؟

- رسانایی الکتریکی
- تمایل به تشکیل یون تک اتمی
- سطح صیقلی و براق
- شکل پذیری

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- فلزهای واسطه و انادیم، کروم، روی و مس، بیش از یک کاتیون تک‌اتمی تشکیل می‌دهند.
- هر کدام از شبه‌فلزها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- همهٔ عنصرهای دستهٔ s (به‌جز هیدروژن)، جریان گرما را از خود عبور می‌دهند.
- نیروی جاذبهٔ هستهٔ اتم اکسیژن بر الکترون‌های آن در مقایسه با اتم فلئوئور کم‌تر است.

۴ (۱) ۳ (۲)
۲ (۳) ۱ (۴)

۱۲۹- با توجه به شکل زیر، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

	A	B																													
	X																														

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

- تفاوت شعاع اتمی C و D بیشتر از تفاوت شعاع اتمی A و B است.
- خصلت فلزی B از هر دو عنصر A و X کم‌تر است.
- خصلت فلزی B از E بیشتر است.
- رسانایی الکتریکی F بیشتر از E است.

۱۳۰- به تقریب چند گرم آلومینیم با خلوص 80% باید با مقدار کافی آهن (III) اکسید واکنش دهد تا آهن تولیدشده در واکنش با مقدار اضافی

هیدروکلریک اسید ۲ مولار بتواند $5L$ گاز آزاد کند؟ (بازده هر کدام از واکنش‌ها 80% بوده و چگالی گاز کلر در شرایط آزمایش $2/84 \text{ g.L}^{-1}$ است.)

$(\text{Fe} = 56, \text{O} = 16, \text{Al} = 27, \text{H} = 1, \text{Cl} = 35.5 : \text{g.mol}^{-1})$

۲۱ (۲) ۱۰/۵ (۱)
۷۴/۴ (۴) ۳۷/۲ (۳)

۱۳۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با فلز روی درست است؟ (Zn پ.)

- مجموع شماره دوره و گروه آن برابر با مجموع شماره دوره و گروه عنصر اکسیژن است.
- نخستین عنصر جدول تناوبی است که لایهٔ سوم آن به طور کامل از الکترون پر شده است.
- هشت فلز هم دوره با فلز روی وجود دارد که آرایش الکترونی آخرین زیرلایهٔ اتم آنها مشابه اتم روی است.
- واکنش آن با محلول مس (II) سولفات به طور طبیعی انجام می‌شود.

۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۱۳۲- در شرکت فولاد مبارکه به‌ازای تولید پنج تن آهن، چند تن هماتیت با خلوص 70% مصرف شده و چند متر مکعب گاز تولید می‌شود؟ (حجم مولی گازها در شرایط واکنش، 40 L.mol^{-1} است.)

$(\text{Fe} = 56, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1})$

۳۴۲۰, ۱۰/۲ (۲) ۲۶۷۰, ۱۰/۲ (۱)
۳۴۲۰, ۲۰/۴ (۴) ۲۶۷۰, ۲۰/۴ (۳)

۱۳۳- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) نافلزی که رسانای جریان برق است در آخرین زیرلایهٔ اتم خود دارای دو الکترون است.
- (۲) هر کدام از شبه‌فلزها در دما و فشار اتاق به حالت جامدند.
- (۳) طلا پرتوهای خورشیدی را به میزان زیادی جذب می‌کند.

(۴) هالوژن دورهٔ چهارم جدول در دما و فشار اتاق به حالت مایع بوده و برای واکنش با گاز H_p به دمای 200°C نیاز دارد.

۱۳۴- ۷۲۰ گرم گلوکز موجود در نمونه‌ای نیشکر به طور بی‌هوازی تخمیر می‌شود. اگر فراورده هیدروژن‌دار آن به طور کامل بسوزد و جرم CO_2 تولید شده در دو واکنش با هم برابر باشد، با فرض بازده یکسان برای دو واکنش بازده هر کدام چند درصد

است؟ ($\text{C}=۱۲, \text{H}=۱, \text{O}=۱۶: \text{g.mol}^{-1}$)

۵۰ (۱) ۶۶/۷ (۲)

۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۳۵- ترکیب شیمیایی ناخالص A دارای ۲۵ درصد جرمی آب است، هنگامی که با گرما مقدار آب آن را به ۱۵ درصد می‌رسانیم، درصد ترکیب شیمیایی A برابر ۳۵ می‌شود. درصد ناخالصی در نمونه اولیه A کدام است؟

۴۴/۱۱ (۱) ۳۰/۸۹ (۲)

۳۹/۸۲ (۳) ۴۸/۸۲ (۴)



آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۰۱

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درسه‌ها را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱	
	۵۰	۴۱	۱۰	هندسه ۲	
	۵۵	۵۱	۵	آمار و احتمال	
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲	

ریاضیات



۱) در صورت کسر عامل $X-1$ وجود دارد پس $X+a$

باید $X-1$ باشد تا با صورت ساده شود. بنابراین داریم: $a=-1$
از طرفی بعد از ساده شدن $X+a$ عبارت $(X+b)(X+c)$ باید ریشه مضاعف $X=1$ داشته باشد. زیرا بی نهایت های طرفین $X=1$ هم علامت هستند. بنابراین داریم:

$$(X+b)(X+c) = (X-1)^2 \Rightarrow b=c=-1$$

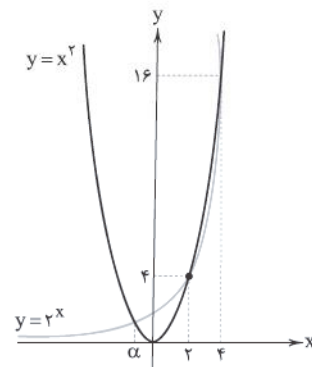
حال در مورد تابع $g(x) = \frac{(-1)^{[x+1]}}{(x-1)^2}$ در همسایگی $X=1$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \frac{(-1)^1}{0^+} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \frac{(-1)^0}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

بنابراین نمودار تابع $g(x)$ در همسایگی $X=1$ به صورت خواهد بود.

۲) ۳



با مشاهده نمودارهای $y=2^x$ و $y=x^2$ ملاحظه می شود اعداد α ، 2 و 4 ریشه های مخرج کسر هستند یعنی $\beta=2$ و $\gamma=4$ خواهد بود.
با توجه به نمودار این دو تابع داریم:

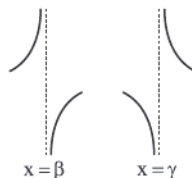
$$\lim_{x \rightarrow \beta^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1-9}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \beta^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{1-9}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \gamma^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \frac{64-81}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \gamma^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \frac{64-81}{0^-} = +\infty$$

بنابراین نمودار تابع $f(x)$ در همسایگی مجانب های قائم $X=\beta=2$ و $X=\gamma=4$ به صورت زیر خواهد بود.

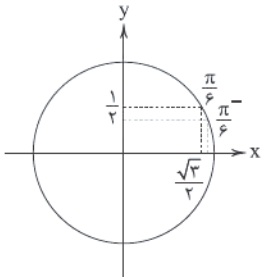


۳) ۳ $X = \frac{\pi}{12}$ ریشه مخرج کسر است. بنابراین داریم:

$$m \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} = 0 \Rightarrow \frac{m}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow m = -\sqrt{3}$$

با فرض $\alpha = 2X$ وقتی $X \rightarrow \frac{\pi}{12}^-$ یعنی $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{6}^-$ و با استفاده از دایره مثلثاتی داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{6})^- < \sqrt{3}(\frac{1}{2}) \Rightarrow \sqrt{3} \sin(\frac{\pi}{6})^- < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos(\frac{\pi}{6})^- > \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



$$\Rightarrow -\sqrt{3} \sin 2X + \cos 2X > 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{n[-4 \times \frac{\pi}{12}] + [-\sqrt{3}]}{0^+} = +\infty \Rightarrow n[\frac{-3/14}{3}] - 2 > 0$$

$$\Rightarrow -2n - 2 > 0 \Rightarrow n < -1$$

بیشترین مقدار صحیح برای عدد n عدد -2 می باشد.

۴) ۲

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan(\frac{x}{X} - \frac{\pi}{2}) = \tan(\frac{\pi}{\pi} - \frac{\pi}{2}) = \tan(\pi - \frac{\pi}{2})$$

$$= \tan(\frac{\pi}{2}) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{\pi})^-} \tan(\frac{x}{X} - \frac{\pi}{2}) = \tan(\frac{\pi}{1} - \frac{\pi}{2}) = \tan((\pi^+) - \frac{\pi}{2})$$

$$= \tan(2\pi + \pi^+ - \frac{\pi}{2}) = \tan(\pi^+ - \frac{\pi}{2}) = \tan(\frac{\pi^+}{2}) = -\infty$$

۵) ۳ با توجه به نمودار $f(x)$ داریم:

$$x \rightarrow \delta^+ \Rightarrow \begin{cases} [f(x+1)] = [f(\epsilon^+)] = [0^+] = 0 \Rightarrow 1 + [f(x+1)] = 1 \\ f(x-2) = f(\gamma^+) \rightarrow 0^+ \\ f(x-1) = f(\epsilon^+) \rightarrow 0^- \end{cases}$$

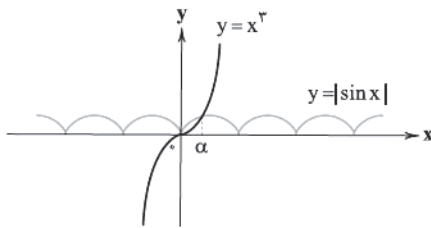
$$x \rightarrow \delta^- \Rightarrow \begin{cases} [f(x+1)] = [f(\epsilon^-)] = [0^-] = -1 \Rightarrow 1 + [f(x+1)] = 0 \\ f(x-2) = f(\gamma^-) \rightarrow 0^- \\ f(x-1) = f(\epsilon^-) \rightarrow 0^+ \end{cases}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow \delta^+} g(x) = \frac{(-1)^1}{0^+ - (0^-)} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \delta^-} g(x) = \frac{(-1)^0}{0^- - (0^+)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

ملاحظه می‌شود دو منحنی $y = x^3$ و $y = |\sin x|$ یکدیگر را در دو نقطه به طول $X = 0$ و $X = \alpha$ قطع می‌کنند. یعنی مخرج کسر دارای ۲ ریشه و در نتیجه تابع $f(x)$ دارای ۲ مجانب قائم است.



۱۰ ۳

نکته: در یافتن مجانب قائم برای تابع $f(x) = \log_a g(x)$ ($a > 0, a \neq 1$) داریم:

$$\begin{cases} x \rightarrow b \Rightarrow g(x) \rightarrow +\infty \Rightarrow x = b \text{ مجانب قائم} \\ x \rightarrow c \Rightarrow g(x) \rightarrow 0^+ \Rightarrow x = c \text{ مجانب قائم} \end{cases}$$

بنابراین تابع $g(x) = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - 3x + 2}$ را ابتدا ساده کرده، سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم و هر یک از ریشه‌های صورت یا مخرج $g(x)$ که حداقل در یک طرف آن علامت $g(x)$ مثبت باشد، مجانب قائم تابع $f(x)$ را معرفی می‌کند.

بنابراین تابع $g(x) = \frac{x^4 - x^2}{x^2 - 3x + 2}$ را ابتدا ساده کرده، سپس آن را تعیین علامت می‌کنیم و هر یک از ریشه‌های صورت یا مخرج $g(x)$ که حداقل در یک طرف آن علامت $g(x)$ مثبت باشد، مجانب قائم تابع $f(x)$ را معرفی می‌کند.

$$g(x) = \frac{x^2(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x^2(x+1)}{x-2}, x \neq 1$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$\frac{x^2(x+1)}{x-2}$	+	+	-	-	+

همان‌طور که در جدول تعیین علامت مشاهده می‌شود در یکی از طرفین $X = -1$ و $X = 2$ علامت $g(x)$ مثبت است. پس خطوط $X = -1$ و $X = 2$ مجانب‌های قائم تابع $f(x)$ هستند.

۱۱ ۳

$$\begin{aligned} 13x + 7y = 178 &\Rightarrow 13x \equiv 178 - 7y \\ &\Rightarrow 6x \equiv 3 \pmod{178} \\ &\Rightarrow 6x \equiv 3 + 178k \\ &\Rightarrow 6x \equiv 24 \pmod{178} \\ &\Rightarrow x \equiv 4 \pmod{178} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 7k + 4 \Rightarrow 7k + 4 \leq 999 \Rightarrow 7k \leq 995 \Rightarrow k \leq \frac{995}{7}, k \in \mathbb{Z}$$

به‌ازای $k = 142$ بزرگ‌ترین عدد طبیعی سرفرمی X حاصل می‌شود که مقدار آن برابر است با:

$$x = 7k + 4 = 7 \times 142 + 4 = 998$$

$$مجموع ارقام = 9 + 9 + 8 = 26$$

۱۲ ۱

$$\Delta x - 12y = 17 \Rightarrow \Delta x \equiv 17 \pmod{12} \Rightarrow \Delta x \equiv 5 \pmod{12}$$

$$\frac{\div 5}{(12, 5) = 1} \rightarrow x \equiv 1 \pmod{12} \Rightarrow x = 12k + 1$$

در معادله سیالۀ اولیه قرار می‌دهیم.

$$5(12k + 1) - 12y = 17 \Rightarrow 12y = 60k - 12 \Rightarrow y = 5k - 1$$

حال تعداد جواب‌های طبیعی دورقمی را پیدا می‌کنیم.

$$10 \leq x \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 12k + 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{9}{12} \leq k \leq \frac{98}{12} \Rightarrow 1 \leq k \leq 8 \quad (1)$$

$$10 \leq y \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 5k - 1 \leq 99 \Rightarrow \frac{11}{5} \leq k \leq 20 \Rightarrow 3 \leq k \leq 20 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} 3 \leq k \leq 8 \Rightarrow \text{تعداد} = 6$$

بنابراین نمودار $g(x)$ در همسایگی $X = 5$ به صورت زیر خواهد بود:



۶ ۲ نکته:

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax - b}{2(x+3)^2} = \infty$$

با توجه به:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{c(x-a)(ax-b)}{2(x+3)^2} = -6$$

داریم:

بنابراین $X = -3$ باید ریشه مضاعف صورت کسر هم باشد، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} -3 - a = 0 \Rightarrow a = -3 \\ -3a - b = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 9 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-3c(x+3)^2}{2(x+3)^2} = -6 \Rightarrow c = 4$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{a-b}{\cos\left(\frac{a+b}{c}x\right)} = \frac{-12}{\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = \frac{-12}{0^-} = +\infty$$

۷ ۳ ابتدا تابع $f(x)$ را بدین صورت ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x(x-3)(x+1)}{x^2(x^2+m)} = \frac{(x-3)(x+1)}{x(x^2+m)}$$

با به دست آوردن ریشه‌های مخرج کسر داریم:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-m} \end{cases}$$

خط $x = 0$ حتماً مجانب قائم تابع $f(x)$ است. بنابراین از بین $x = \pm\sqrt{-m}$ تنها یک خط می‌تواند مجانب قائم تابع باشد و یکی از ریشه‌های $+\sqrt{-m}$ یا $-\sqrt{-m}$ باید با صورت کسر ساده شود. برای این کار باید یکی از ریشه‌های صورت کسر، ریشه مخرج کسر هم باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow m = -9 \\ x = -1 \Rightarrow m = -1 \end{cases} \Rightarrow -9 + (-1) = -10$$

۸ ۲ ابتدا محدودیت عبارت زیر رادیکال را بررسی می‌کنیم:

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

حال عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-3}\sqrt{(x-3)^2}\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{3-x}(|x|+|x-2|-2)} = \frac{-\sqrt{(x-3)^2}\sqrt{4-x^2}}{|x|+|x-2|-2}$$

در این حالت ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم:

$$|x|+|x-2|-2 = 0 \Rightarrow |x|+|x-2| = 2 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

همه اعداد بازه $[0, 2]$ مخرج کسر را صفر می‌کنند اما اعداد بازه $(0, 2)$ مخرج کسر را به صفر مطلق تبدیل کرده و در تابع $f(x)$ حد ∞ تولید نمی‌کنند. پس مجانب قائم نیستند. از طرفی همسایگی راست $X = 2$ در دامنه تعریف تابع $f(x)$ قرار ندارد. بنابراین فقط حد چپ $X = 0$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{-3 \times 2}{\sqrt{3} \times (2^+ - 2)} = \frac{-6}{0^+} = -\infty$$

بنابراین $X = 0$ تنها مجانب قائم تابع $f(x)$ است.

۹ ۳ صورت و مخرج کسر ریشه مشترک ندارند بنابراین تمام

ریشه‌های مخرج کسر، مجانب قائم تابع $f(x)$ هستند. برای یافتن تعداد ریشه‌های مخرج کسر از روش هندسی استفاده می‌کنیم.

۱۹ | چون همسایگی رأس V_1 شامل رئوس V_2, V_3, V_4 می‌باشد، پس باید V_1 را به آن‌ها وصل کرد و به رئوس دیگر وصل نکرد که این خود ۳ یال گراف را شامل می‌شود. حال باید ۲ یال دیگر را با رئوس $\{V_5, V_6, \dots, V_8\}$ تأمین کرد که به طریق زیر امکان‌پذیر است.

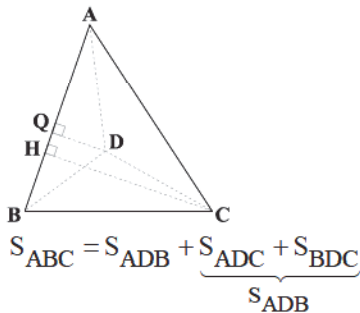
$$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \binom{21}{2}$$

$$\binom{21}{2} = \frac{21 \times 20}{2} = 21 \times 10 = 210$$

۲۰ | چون درجه ۲ رأس باید ۴ باشد، پس هر چهار یال متصل به رأس e باید در گراف باشند یعنی یال ge حتماً باید وجود داشته باشد. همچنین درجه رأس g نیز باید ۴ باشد، پس از میان ag, bg, cg و dg سه یال باید انتخاب کنیم که به $\binom{4}{3} = 4$ طریق امکان‌پذیر است. از طرفی هر یک از سه یال ab, bc و cd می‌توانند در گراف باشند یا نباشند، بنابراین برای هر یال ۲ حالت وجود دارد، بنابراین بنا به اصل ضرب داریم:

$$4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

۲۱ |

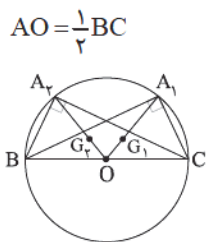


$$\Rightarrow S_{ABC} = 2S_{ADB} \Rightarrow \frac{1}{2} CH \times AB = 2 \times \frac{1}{2} DQ \times AB$$

$$\Rightarrow CH = 2DQ$$

بنابراین نقطه D قسمتی از خطی است که موازی پاره‌خط AB است و فاصله این خط از AB نصف فاصله نقطه C از پاره‌خط AB است.

۲۲ | می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است، پس:



اگر نقطه G محل هم‌مرسی میانه‌ها باشد، داریم:

$$\frac{OG}{OA} = \frac{1}{3} \Rightarrow OG = \frac{1}{3} OA \Rightarrow OG = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} BC\right) \Rightarrow OG = \frac{1}{6} BC$$

بنابراین نقطه G روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{BC}{6}$ قرار دارد.

۱۳ | ۳ می‌دانید که شرط این‌که معادله $ax + by = c$ در اعداد صحیح جواب داشته باشد آن است که $(a, b) | c$ ، بنابراین:

$$(4a+3, 3a-2) | \Delta n + 2 \xrightarrow{(4a+3, 3a-2)=d} \begin{cases} d | 4a+3 \\ d | 3a-2 \end{cases}$$

تفاضل را می‌شمارد $\rightarrow d | 3(4a+3) - 4(3a-2) \Rightarrow d | 17 \Rightarrow d = 17$

از طرفی می‌دانیم که ۱ هر عدد را عاد می‌کند، بنابراین:

$$17 | \Delta n + 2 \Rightarrow \Delta n \equiv -2 \pmod{17} \Rightarrow \Delta n \equiv 15 \pmod{17}$$

$$\xrightarrow{(\Delta, 17)=1} n \equiv 15 \pmod{17} \Rightarrow n = 17k + 3$$

$k=1 \rightarrow n = 20$ کم‌ترین مقدار دورقمی n

۱۴ | ۲ گراف جهت‌دار با p رأس، حداکثر $p^2 - p$ یال خواهد داشت، پس داریم:

$$2^2 - p = \frac{p(p-1)}{2}$$

تعداد کل یال‌ها $= 2^2 - p$ تعداد کل یال‌های ab و bc و فاقد یال‌های ac و ad $\rightarrow 2^2 - 4 = 4$

۱۵ | ۳ توجه داشته باشید که گراف ۱۵ رأسی ۱ - منتظم وجود ندارد، بنابراین $k=2$ است، یعنی گراف G ۲ - منتظم از مرتبه ۱۵ است. از طرفی داریم:

$$q_G + q_{\bar{G}} = q_k p$$

$$15 + q_{\bar{G}} = \binom{15}{2} \Rightarrow q_{\bar{G}} = 105 - 15 = 90$$

۱۶ | ۳ می‌دانید که:

الف) در هر گراف k - منتظم از مرتبه p و اندازه q داریم: $pk = 2q$

ب) در هر گراف کامل از مرتبه p همواره داریم: $q = \frac{p(p-1)}{2}$

ابتدا شرط مسأله را می‌نویسیم:

تعداد یال‌های گراف کامل $= 12 +$ تعداد یال‌های گراف ۴ - منتظم

$$2p + 12 = \frac{p(p-1)}{2} \Rightarrow 4p + 24 = p^2 - p$$

$$\Rightarrow p^2 - 5p - 24 = 0 \Rightarrow (p-8)(p+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p=8 \\ p=-3 \end{cases}$$

$$q = 2p = 2 \times 8 = 16 \Rightarrow p + q = 8 + 16 = 24$$

۱۷ | ۳ نکته: اگر تعداد یال‌های یک گراف در سؤال نزدیک به گراف کامل بود، سعی کنید مسأله را با گراف کامل هم‌مرتبه خودش مقایسه کنید.

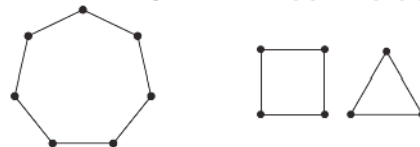
$$q_{K_9} = \binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

از گراف K_9 باید ۵ یال حذف شود، این ۵ یال به هر شکل که حذف شود، $\Delta = 8$ است، ولی برای این‌که δ کم‌ترین مقدار شود، این ۵ یال را باید طوری حذف کنیم که یک رأس بیشترین یال را از دست بدهد که در این صورت $\delta = 3$ خواهد شد.

$$\max(\Delta - \delta) = 8 - 3 = 5$$

۱۸ | ۱ نکته: تعداد گراف‌های k - منتظم از مرتبه p با تعداد گراف‌های $(p-k-1)$ - منتظم از مرتبه p برابر هستند.

بنابراین اگر $p=7$ و $k=4$ باشد، تعداد گراف‌های ۴ - منتظم از مرتبه ۷ با تعداد گراف‌های ۲ - منتظم از مرتبه ۷ برابر است که تعداد آن ۲۲ است.



۲۶ ۳ مکان هندسی مراکز دایره‌هایی که به محورهای مختصات مماس هستند، دو خط $y = -x$ و $y = x$ است.

$$\begin{cases} 2y+x=6 \\ y=x \end{cases} \Rightarrow O(2, 2), R=2$$

$$\begin{cases} 2y+x=6 \\ y=-x \end{cases} \Rightarrow O'(-6, 6), R'=6$$

$$OO' = \sqrt{(-6-2)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{64+16} = \sqrt{80}$$

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R+R')^2} = \sqrt{80-64} = \sqrt{16} = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = 15 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 25 \quad \text{۲۷ ۴}$$

$$\Rightarrow O(1, -3), R=5$$

خط مورد نظر باید به قطر عبوری از A عمود باشد.

$$m_{OA} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0+3}{3-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

شیب خط عمود $a = -\frac{2}{3}$

$$y = -\frac{2}{3}x + b \xrightarrow{A(3,0)} 0 = -\frac{2}{3} \times 3 + b \Rightarrow b = 2$$

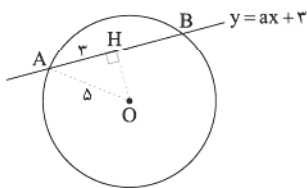
$$3a + b = 3 \times (-\frac{2}{3}) + 2 = 0$$

۲ ۲۸

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y - 20 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow O(-2, -1), R=5$$

معادله خط: $y = ax + 3 \Rightarrow y - ax - 3 = 0$



$$OH = \frac{|-1+2a-3|}{\sqrt{1+a^2}} = \frac{|2a-2|}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$AH = BH = \frac{AB}{2} = r$$

$$OA^2 = AH^2 + OH^2 \Rightarrow 25 = 9 + OH^2 \Rightarrow OH = 4$$

$$\frac{r \times |a-2|}{\sqrt{a^2+1}} = 4 \Rightarrow 2\sqrt{a^2+1} = |a-2| \Rightarrow 4a^2 + 4 = a^2 - 4a + 4$$

$$3a^2 + 4a = 0 \Rightarrow a(3a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \Rightarrow \text{خط اول: } y=3 \\ a=-\frac{4}{3} \Rightarrow \text{خط دوم: } y=-\frac{4}{3}x+3 \end{cases}$$

چون شیب یکی از خطها برابر صفر است، پس تانژانت زاویه‌ای که دو خط با هم می‌سازند برابر شیب خط دیگر است.

۲۹ ۴ مرکز این دایره‌ها به صورت $(\alpha, 1-2\alpha)$ است و فاصله این نقطه تا دو خط با هم برابر است.

$$\frac{|2-4\alpha+\alpha|}{\sqrt{5}} = \frac{|1-2\alpha-2\alpha|}{\sqrt{5}} \Rightarrow |2-3\alpha| = |1-4\alpha|$$

$$2-3\alpha = 1-4\alpha \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow O(-1, 3), R = \sqrt{5}$$

$$2-3\alpha = -1+4\alpha \Rightarrow -7\alpha = -3 \Rightarrow \alpha = \frac{3}{7}$$

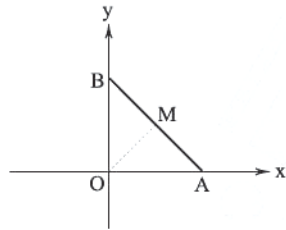
$$\Rightarrow O'(\frac{3}{7}, \frac{1}{7}), R' = \frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$OO' = \sqrt{(-1-\frac{3}{7})^2 + (3-\frac{1}{7})^2} = \sqrt{\frac{100}{49} + \frac{400}{49}} = \sqrt{\frac{500}{49}} = \frac{10}{7}\sqrt{5}$$

$$R+R' = \sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{7} = \frac{8}{7}\sqrt{5}$$

$OO' > R+R' \Rightarrow$ دو دایره متخارج هستند.

۲۳ ۱ می‌دانیم مثلث OAB قائم‌الزاویه است و در این مثلث $OM = \frac{1}{2}AB = 3$



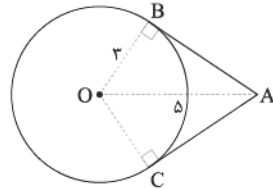
بنابراین مکان هندسی نقطه M دایره‌ای است به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۳.

۳ ۲۴

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$$

$$\Rightarrow O(1, -4), R=3$$

$$OA = \sqrt{(4-1)^2 + (0+4)^2} = 5$$



$$OA^2 = OB^2 + AB^2 \Rightarrow 25 = 9 + AB^2 \Rightarrow AB = AC = 4$$

دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۴ در نظر می‌گیریم.

$$(x-4)^2 + y^2 = 16 \Rightarrow x^2 + y^2 - 8x = 0$$

محل تلاقی این دایره با دایره به مرکز O معادله وتر مشترک دو دایره یعنی BC است.

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = x^2 + y^2 - 8x \Rightarrow 6x + 8y + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 3x + 4y + 4 = 0$$

۲ ۲۵

$$x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 16 \Rightarrow O(1, 0), R=4$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 8y + m = 0 \Rightarrow (x-4)^2 + (y+4)^2 = 32 - m$$

$$\Rightarrow O'(4, -4), R' = \sqrt{32-m}$$

$$OO' = \sqrt{(4-1)^2 + (-4-0)^2} = 5$$

$$TT' = \sqrt{(OO')^2 - (R-R')^2} \Rightarrow 16 = 25 - (R-R')^2$$

$$\Rightarrow (R-R')^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} R-R' = 3 \\ R'-R = 3 \end{cases}$$

$$4 - \sqrt{32-m} = 3 \Rightarrow \sqrt{32-m} = 1 \Rightarrow m = 31$$

$$\sqrt{32-m} - 4 = 3 \Rightarrow \sqrt{32-m} = 7 \Rightarrow 32-m = 49 \Rightarrow m = -17$$

چون دو دایره فقط ۲ مماس مشترک دارند، پس حتماً متقاطع هستند، یعنی:

$$|R-R'| < OO' < R+R'$$

$$\text{اگر } m = 31 \Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 1 \Rightarrow OO' = R+R' \\ OO' = 5 \end{cases}$$

غیر قابل قبول

$$\text{اگر } m = -17 \Rightarrow \begin{cases} R = 4 \\ R' = 7 \Rightarrow |R-R'| < OO' < R+R' \\ OO' = 5 \end{cases}$$

بنابراین $m = -17$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow (x-y)((x+y)-(m+n))=0 \Rightarrow \begin{cases} x=y & \text{غلق} \\ x+y=m+n & (r) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1)+(r)} (x^r+y^r)-(m+n)(x+y)+2mn=2804$$

$$\xrightarrow{(r)} (x^r+y^r)-(x+y)(x+y)+2mn=2804$$

$$\Rightarrow -2xy+2mn=2804$$

$$\Rightarrow xy-mn=-1402 \Rightarrow (ab)^{1401}-(cd)^{1401}=-1402$$

۳ ۲۶

$$x^2+8x+16+|4x+16|\leq 21 \Rightarrow |x+4|^2+4|x+4|-21\leq 0$$

$$\Rightarrow -7\leq |x+4|\leq 3 \Rightarrow -3\leq x+4\leq 3 \Rightarrow -7\leq x\leq -1$$

$$\Rightarrow b-a=6$$

۲ ۲۷

$$4-x^2=a^2 \Rightarrow x^2=4-a^2$$

$$\sqrt{4-x^2}+\sqrt{x^2-2}=1 \Rightarrow a+\sqrt{1-a^2}=1$$

$$\Rightarrow \sqrt{1-a^2}=1-a \Rightarrow 1-a^2=1-2a+a^2 \Rightarrow a^2+a^2-2a=0$$

$$\begin{cases} a=0 \Rightarrow 4-x^2=0 \Rightarrow x=2 \text{ یا } -2 \\ a=1 \Rightarrow 4-x^2=1 \Rightarrow x=\sqrt{3} \text{ یا } -\sqrt{3} \\ a=-2 \Rightarrow 4-x^2=-4 \Rightarrow x=2\sqrt{3} \text{ یا } -2\sqrt{3} \end{cases}$$

مجموع مربعات ریشه‌ها = ۳۸

$$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$$

می‌دانیم: ۱ ۲۸

$$(x-\frac{x}{x+1})^2+2x \times \frac{x}{x+1}=3 \Rightarrow (\frac{x^2}{x+1})^2+2(\frac{x^2}{x+1})-3=0$$

$$\begin{cases} \frac{x^2}{x+1}=1 \Rightarrow x^2-x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \\ \frac{x^2}{x+1}=-3 \Rightarrow x^2+3x+3=0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

۳ ۲۹

$$\begin{cases} x_A+x_C=x_B+x_D \\ y_A+y_C=y_B+y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=3 \\ m=3 \end{cases} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} 6 \\ 7 \end{vmatrix}, C \begin{vmatrix} 1 \\ 6 \end{vmatrix}, D \begin{vmatrix} -3 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$S=\frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 & -3 & 2 \\ 3 & 7 & 6 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$S=\frac{1}{2}|14+36+2-9-4+18-7-18|=16$$

جمله اول را a و قدرنسبت را r در نظر می‌گیریم: ۱ ۴۰

$$a_{101}=25 \Rightarrow ar^{100}=25$$

$$S_{r,101}=625 \Rightarrow a \times \frac{1-r^{101}}{1-r}=625$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{ar} + \frac{1}{ar^2} + \dots + \frac{1}{ar^{100}} = \frac{1}{a} \times \frac{1-(\frac{1}{r})^{101}}{1-\frac{1}{r}}$$

$$= \frac{r^{101}-1}{ar^{100}(r-1)} = \frac{a(r^{101}-1)}{a^2 r^{100}(r-1)} = \frac{a(r^{101}-1)}{r-1} \times \frac{1}{(ar^{100})^2}$$

$$= 625 \times \frac{1}{(25)^2} = 1$$

۱ ۳۰

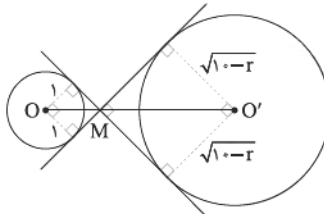
$$x^2+y^2-2x+6y+9=0 \Rightarrow (x-1)^2+(y+3)^2=1$$

$$\Rightarrow O(1, -3), R=1$$

$$x^2+y^2+6x-2y+r=0 \Rightarrow (x+3)^2+(y-1)^2=10-r$$

$$\Rightarrow O'(-3, 1), R'=\sqrt{10-r}$$

$$OO'=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$$



$$\begin{cases} OO'=OM+O'M \\ OM=\sqrt{2} \\ O'M=\sqrt{2} \times \sqrt{10-r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{2}=\sqrt{2}+\sqrt{2} \times \sqrt{10-r} \Rightarrow 4=1+\sqrt{10-r}$$

$$\Rightarrow 3=\sqrt{10-r} \Rightarrow r=1$$

۲ ۳۱

$$\begin{cases} e^x \times e^{2y} = e^3 \Rightarrow x+2y=3 \\ e^x \times e^{-2y} = e^{-2} \Rightarrow x-2y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-4y^2=-6 \end{cases}$$

۱ ۳۲

$$\text{عبارت} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)}{\sqrt{x}+1} - \frac{x^8}{6}$$

$$= \frac{x^8-1}{8+1} - \frac{x^8}{6} = -\frac{1}{6}$$

$$\text{یادآوری: } A+B+C=0 \Rightarrow A^r+B^r+C^r=3ABC \quad ۳ \quad ۳۳$$

$$\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}+(-a)=0$$

$$\Rightarrow 10+6\sqrt{3}+10-6\sqrt{3}-a^3=3\sqrt[3]{(10+6\sqrt{3})(10-6\sqrt{3})}(-a)$$

$$\Rightarrow 20-a^3=-3a(-2) \Rightarrow a^3=20-6a \Rightarrow \frac{a^3}{10-3a}=2$$

۳ ۳۴

$$x=\sqrt[5]{2+\sqrt{3}} \Rightarrow x^5=2+\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{x^5}=2-\sqrt{3} \Rightarrow x^5+\frac{1}{x^5}=4$$

$$\text{می‌دانیم: } a^r+b^r=(a+b)^r-3ab(a+b)$$

$$x^{15}+\frac{1}{x^{15}}=(x^5)^3+(\frac{1}{x^5})^3$$

$$=(x^5+\frac{1}{x^5})^3-3x^5 \times \frac{1}{x^5}(x^5+\frac{1}{x^5})$$

$$=4^3-3 \times 4=64-12=52$$

۲ ۳۵

$$\text{فرض کنیم } a^{1401}=x, b^{1401}=y, c^{1401}=m, d^{1401}=n$$

$$\begin{cases} (x-m)(x-n)=1402 \Rightarrow x^2-(m+n)x+mn=1402 & (1) \\ (y-m)(y-n)=1402 \Rightarrow y^2-(m+n)y+mn=1402 & (2) \end{cases}$$

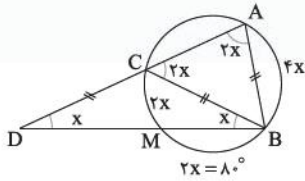
$$(1)-(2) \Rightarrow (x^2-y^2)-(m+n)(x-y)=0$$

همچنین هر کدام از زوایای داخلی برابر است با:

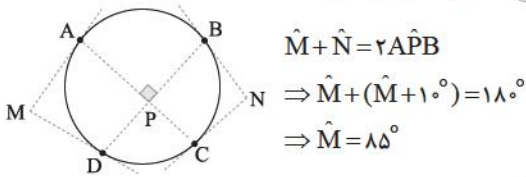
$$\frac{(\pi - 2) \times 18^\circ}{\pi} = \frac{7 \times 18^\circ}{9} = 14^\circ \Rightarrow \frac{8^\circ}{14^\circ} = \frac{4}{7}$$

۳ ۴۶ با فرض $\hat{D} = x$ داریم $\hat{D}BC = x$ ، $\widehat{CM} = 2x$ و

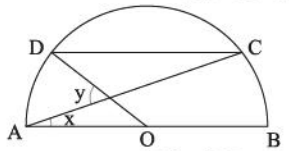
$x = 4^\circ$ پس $\widehat{ACB} = 2x$ بنابراین می‌توان نوشت: $\widehat{BM} = 2x = 8^\circ$ پس $\widehat{AC} = 36^\circ - 8x = 4^\circ$



۳ ۴۷ مطابق شکل می‌دانیم:



۲ ۴۸ با توجه به وترهای موازی در دایره داریم:



$AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{BC} = 2x$

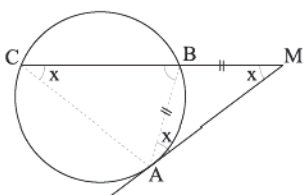
زاویه مرکزی $\hat{AOD} = \widehat{AD} = 2x$

$$\Rightarrow y = \hat{A} + \hat{O} = 3x$$

$$\Rightarrow 2x + y = 5x = 15^\circ \Rightarrow x = 3^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AD} = 6^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 6^\circ$$

۴ ۴۹

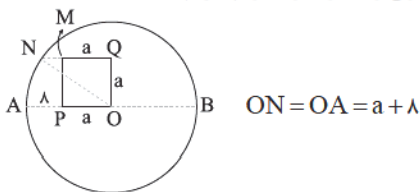


$AB = BM \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{AMB} = x$

$$\Rightarrow AC = AM$$

همچنین داریم:

۲ ۵۰ اگر ضلع مربع را a در نظر بگیریم داریم:



از فیثاغورس در مثلث OQN داریم:

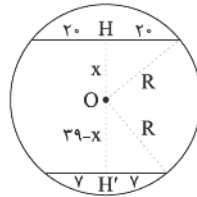
$$ON^2 = OQ^2 + NQ^2 \Rightarrow (a + 8)^2 = a^2 + (a + 7)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -3 \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایره $R = a + 8 = 13$ به دست می‌آید.

۳ ۴۱ از مرکز دایره بر هر دو وتر عمود رسم می‌کنیم، پس نقاط H

و H' وسط‌های دو وتر هستند. از فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

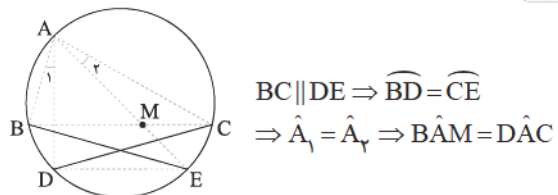


$$\begin{cases} R^2 = x^2 + (20)^2 \\ R^2 = (39 - x)^2 + (7)^2 \end{cases}$$

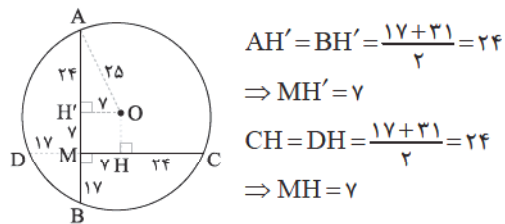
$$\Rightarrow x^2 + 400 = x^2 + 1521 - 78x + 49 \Rightarrow x = 15$$

$$\Rightarrow R = 25$$

۴ ۴۲ فقط گزاره «ج» صحیح است زیرا:



۲ ۴۳ با رسم عمودهای OH و OH' داریم:



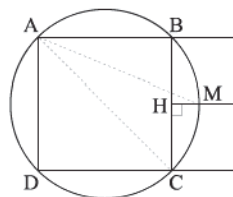
پس چهارضلعی OHMH' مربعی به ضلع ۷ است.

$$\Rightarrow OA = \sqrt{AH'^2 + OH'^2} = \sqrt{24^2 + 7^2} = 25$$

$$\text{محیط دایره} = 2\pi R = 50\pi$$

۲ ۴۴ MH عمود منصف وتر BC از دایره است پس کمان BC

توسط نقطه M نصف می‌شود:

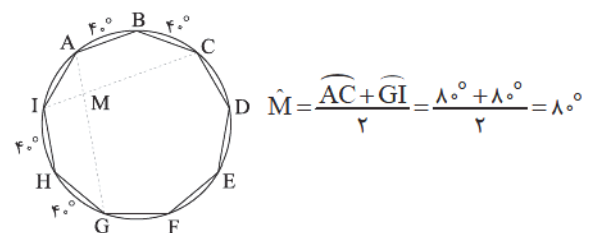


$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{AD} = \frac{36^\circ}{4} = 9^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BM} = \widehat{MC} = 45^\circ$$

$$\widehat{MAC} = \frac{\widehat{MC}}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

۲ ۴۵ مطابق شکل هر کدام از کمان‌ها $\frac{36^\circ}{9} = 4^\circ$ هستند پس:



فیزیک



۵۶ | با استفاده از رابطه $v = \frac{2\pi r}{T}$ زیر داریم:

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi \times 80 \times 10^{-2}}{\frac{4\pi}{3}} = 1/25$$

در مدت زمان نیم دقیقه، یعنی ۳۰s داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{30}{1/25} = 7500$$

۵۷ | دوره تناوب صفحه افقی برابر است با: $T = \frac{t}{n} = \frac{60}{17} = 3.53$ s

تندی دوران صفحه برابر است با: $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4}{\frac{60}{17}} = \frac{8\pi}{3}$ (m/s)
نیروی اصطکاک، نقش نیروی مرکزگرا را دارد، بنابراین:

$$\Rightarrow f_s = \frac{mv^2}{r} = \frac{10 \times (\frac{8\pi}{3})^2}{4} = \frac{10 \times 64 \times \pi^2}{25 \times 4} = 64\pi^2$$

۵۸ | اندازه نیروی گرانشی بین دو ذره از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad M = \rho V \rightarrow F = \frac{G\rho Vm}{r^2}$$

$$\frac{V = \frac{4}{3}\pi R^3}{\rightarrow F = \frac{4}{3}\pi \frac{G\rho m R^3}{r^2}}$$

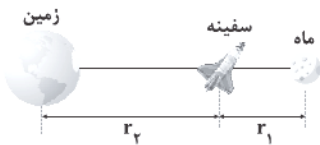
بنابراین:

$$\frac{F_B}{F_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 \times \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$$

$$\frac{\rho_A = 2\rho_B}{\rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \left(\frac{\rho_B}{2\rho_B}\right) \times \left(\frac{r_X}{r_X}\right)^3 \times \left(\frac{r_X}{r_X}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 2^3 \times \left(\frac{r}{r}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{F_B}{F_A} = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{4}{9} = \frac{16}{9}$$

۵۹ | از آنجایی که نیروی گرانشی خالص وارد شده از طرف دو سیاره بر سفینه برابر صفر است، بنابراین نیروی گرانشی وارد شده از طرف سیاره B بر سفینه، هم اندازه با نیروی گرانشی وارد شده از طرف سیاره A بر سفینه است.



نیروی گرانشی از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ محاسبه می شود، در نتیجه نیروی

گرانشی ناشی از هر دو سیاره را محاسبه کرده و برابر هم قرار می دهیم:

$$F_{\text{گرانشی}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{G m_A m_{\text{سفینه}}}{d_A^2} = \frac{G m_B m_{\text{سفینه}}}{d_B^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{d_A^2} = \frac{m_B}{d_B^2} \quad \frac{m_A = 16m_B}{d_B = d - d_A} \rightarrow \frac{16m_B}{d_A^2} = \frac{m_B}{(d - d_A)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{d_A^2} = \frac{1}{(d - d_A)^2} \Rightarrow 16(d - d_A)^2 = d_A^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} 4(d - d_A) = d_A \Rightarrow 4d - 4d_A = d_A$$

$$\Rightarrow 4d = 5d_A \Rightarrow d_A = \frac{4}{5}d$$

$n(S) = 6 \times 6 = 36$

۵۱ |

$B = \{(1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5), (4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6)\}$
 $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$
 $A \cap B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{18}{36}} = \frac{1}{3}$$

۵۲ | اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، دو پیشامد A' و B' و همچنین A و B' نیز مستقل اند و داریم:

$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$$

$$P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A') \times P(B')}{P(B')} = P(A') = \frac{2}{3}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A) \times P(B')}{P(B')} = P(A) = \frac{1}{3}$$

$$\frac{P(A'|B')}{P(A|B')} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 2$$

۵۳ |



$$P(\text{مهره سفید و مربوط به کیسه اول} | \text{مهره بیرون آمده کیسه اول}) = \frac{P(\text{مهره سفید باشد})}{P(\text{مهره بیرون آمده سفید باشد})}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{18}{20}}{\frac{1}{3} \times \frac{18}{20} + \frac{1}{3} \times \frac{20}{20} + \frac{1}{3} \times \frac{0}{20}} = \frac{\frac{18}{60}}{\frac{18}{60} + \frac{20}{60} + \frac{0}{60}} = \frac{18}{38} = \frac{9}{19}$$

۵۴ |

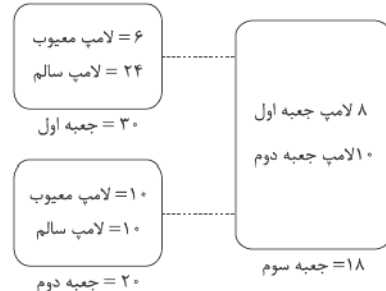
قبولی	٪۹۰
تجدید	٪۱۰
قبولی	٪۹۴
تجدید	٪۶

٪۵۵ = پسران
٪۴۵ = دختران

با توجه به قانون احتمال کل داریم:

$$\frac{94}{100} \times \frac{45}{100} + \frac{90}{100} \times \frac{55}{100} = \frac{4230}{10000} + \frac{4950}{10000} = \frac{9180}{10000} = 0.918 = 91.8\%$$

۵۵ |



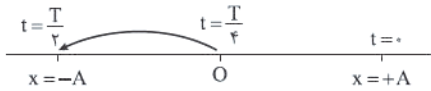
$$\Rightarrow P(M) = P(A_1) \times P(M|A_1) + P(A_2) \times P(M|A_2)$$

$$= \frac{8}{18} \times \frac{6}{30} + \frac{10}{18} \times \frac{10}{20} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{5} + \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{4+25}{90} = \frac{29}{90} = \frac{11}{30}$$

۶۴ ۲ با توجه به معادله داده شده دوره تناوب نوسانگر برابر است با:

$$\omega = 10\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow T = \frac{1}{5}$$

بازه زمانی داده شده برابر با $\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$ است. در نتیجه نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ و نزدیک شدن به نقطه $x = -A$ است.



بنابراین علامت مکان منفی، علامت سرعت منفی ولی علامت شتاب مثبت است.

۶۵ ۴ با توجه معادله مکان - زمان نوسانگر می توان نوشت:

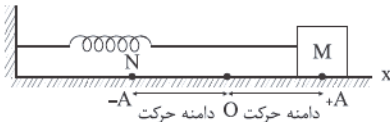
$$\omega = 40\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{1}{20}$$

معادله مورد نظر برای نوسانگری است که در لحظه $t = \frac{T}{4} = \frac{1}{80}$ s به نقطه O رسیده و در لحظه $t = \frac{T}{2} = \frac{1}{40}$ s به نقطه N رسیده، متوقف شده و سپس

تغییر جهت داده و در لحظه $t = \frac{3T}{4} = \frac{3}{80}$ s به نقطه O رسیده و در ادامه

در لحظه $t = T = \frac{1}{20}$ s به نقطه M می رسد. در بازه زمانی $t = \frac{1}{80}$ s تا $t = \frac{1}{40}$ s و همچنین بازه زمانی $t = \frac{3}{80}$ s تا $t = \frac{1}{20}$ s در حال دور شدن از

نقطه تعادل است. در نتیجه فقط گزینه (۴) در بازه زمانی $\frac{1}{80}$ s < t < $\frac{1}{40}$ s قرار دارد.



۶۶ ۴ با توجه به نمودار داده شده در سؤال، دوره تناوب نوسانگر برابر

است با:

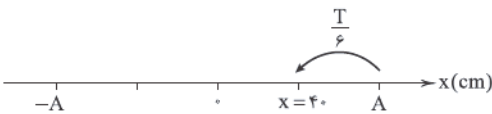
$$\frac{3T}{4} = 1/8 \Rightarrow T = 2/3$$

نوسانگر در لحظه $t = 0$ از مکان $x = +A$ شروع به نوسان کرده و در

لحظه $t = 0/4$ s به مکان $x = 40$ cm رسیده است، بنابراین مدت زمان این

جابه جایی برابر با $0/4$ s یا $\frac{T}{6}$ است، در نتیجه در انتهای این بازه زمانی،

نوسانگر به مکان $x = +\frac{A}{2}$ رسیده است، در نتیجه:



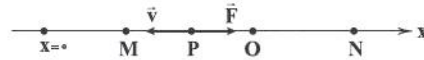
$$x = \frac{A}{2} \Rightarrow 40 = \frac{A}{2} \Rightarrow A = 80 \text{ cm}$$

در نتیجه تندی بیشینه این نوسانگر برابر است با:

$$v_{\text{max}} = A\omega = A \times \frac{2\pi}{T} = 80 \times \frac{2\pi}{2/3} = 80 \times \frac{1}{0/4} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۶۰ ۳ مرکز نوسان ذره، نقطه O (وسط پاره خط MN) می باشد.

نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان (نقطه O) است؛ بنابراین نیروی وارد بر ذره در نقطه P در جهت محور xها است. به شکل زیر توجه کنید:



در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که ذره از مرکز نوسان دور می شود، حرکت ذره کندشونده است.

۶۱ ۳ با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با فرم کلی معادله

مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t) \\ x = 4 \cos\left(\frac{\pi}{3} t\right) \end{cases} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

بنابراین دوره تناوب این نوسانگر برابر است با:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{3} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)} \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = 6 \text{ s}$$

بازه زمانی $t = 2$ s تا $t = 8$ s برابر یک دوره کامل می باشد. همان طور که می دانیم در هر دوره، نوسانگر ۲ بار تغییر جهت می دهد.

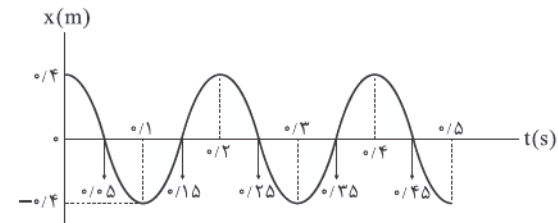
۶۲ ۳ با مقایسه معادله مکان - زمان داده شده با فرم کلی معادله

مکان - زمان در حرکت هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t) \\ x = 0/4 \cos(10\pi t) \end{cases} \Rightarrow \omega = 10\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega = 10\pi} \frac{2\pi}{T} = 10\pi \Rightarrow T = 0/2 \text{ s}$$

نمودار مکان - زمان این نوسانگر را در بازه زمانی $t_1 = 0/05$ s تا $t_2 = 0/5$ s رسم می کنیم:



قسمت های هاشور خورده مدت زمانی است که حرکت نوسانگر، تندشونده بوده است، بنابراین در بازه زمانی داده شده مدت زمانی که حرکت نوسانگر، تند شونده بوده است، برابر است با:

$$t_{\text{تندشونده}} = 4 \times 0/05 = 0/2 \text{ s}$$

۶۳ ۴ برای محاسبه دامنه نوسان، ابتدا باید بازه های که مقادیر x در

آن قرار دارند را به دست بیاوریم، بنابراین:

$$\begin{aligned} -1 \leq \cos(4t) \leq 1 &\Rightarrow 0 \leq \cos^2(4t) \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 5 \cos^2(4t) \leq 5 \\ &\Rightarrow 3 \leq 5 \cos^2(4t) + 3 \leq 8 \end{aligned}$$

بنابراین این نوسانگر در بازه ۳ cm تا ۸ cm نوسان می کند. مرکز نوسان و دامنه نوسان از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$\text{مرکز نوسان} = \frac{x_{\text{min}} + x_{\text{max}}}{2} = \frac{3 + 8}{2} = 5/5 \text{ cm}$$

$$\text{دامنه نوسان} = \frac{x_{\text{max}} - x_{\text{min}}}{2} = \frac{8 - 3}{2} = 2/5 \text{ cm}$$

۷۱) با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$\begin{cases} T = \frac{t}{N} \\ T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \end{cases} \Rightarrow \frac{t}{N} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{2/4}{2} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{10}} \Rightarrow \sqrt{L} = 0/6$$

$$\Rightarrow L = 0/36 \text{ m} \Rightarrow L = 36 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow L = \frac{36}{100} \text{ m} \Rightarrow L = 36 \text{ cm}$$

بنابراین وقتی طول آونگ ۱۱ cm کاهش می‌یابد، طول ثانویه آن به ۲۵ cm می‌رسد، بنابراین دوره تناوب آونگ برابر می‌شود با:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}} \Rightarrow T' = 2\pi\sqrt{\frac{0/25}{10}} \Rightarrow T' = 2\pi \times \frac{0/5}{\pi} = 1 \text{ s}$$

در نتیجه داریم:

$$T' = \frac{t}{N} \Rightarrow 1 = \frac{1}{N} \Rightarrow N = 1$$

۷۲) توجه داشته باشید با کاهش طول آونگ، دوره آن کم‌تر می‌شود

و آونگ سریع‌تر نوسان می‌کند و ساعت جلو می‌افتد.

دوره آونگ ساعتی که درست کار می‌کند T_1 و دوره آونگ ساعتی که درست کار نمی‌کند T_2 در نظر می‌گیریم، بنابراین با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} L_2 = 0/64 L_1 \\ \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 0/8 \Rightarrow T_2 = 0/8 T_1 \end{cases}$$

اگر دوره آونگ (۱) را ۱ s فرض کنیم، دوره آونگ (۲)، ۰/۸ s می‌شود، پس در هر ۰/۸ s، ثانیه، آونگ (۲) به اندازه ۰/۲ s جلو می‌افتد.

$$\frac{0/8}{2 \times 24 \text{ h}} \Big| \frac{0/2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \times 24 \times 0/2}{0/8} = 12 \text{ h}$$

۷۳) با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ ساده داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_{\text{زمین}}}{T_{\text{ماه}}} = \sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}} \times \sqrt{\frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{زمین}}}}$$

$$\frac{T}{N} \rightarrow \frac{N_{\text{ماه}}}{N_{\text{زمین}}} = \sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}} \times \sqrt{\frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{زمین}}}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}}} \times \sqrt{\frac{1/6}{10}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}} \times 0/16 \Rightarrow \frac{L_{\text{زمین}}}{L_{\text{ماه}}} = \frac{4}{0/16} = \frac{400}{16} = 25 \Rightarrow \frac{L_{\text{ماه}}}{L_{\text{زمین}}} = \frac{1}{25}$$

بنابراین طول آونگ در کره ماه، $\frac{1}{25}$ طول آونگ در کره زمین است، در نتیجه داریم:

$$\frac{\Delta L}{L} \times 100 = -\frac{24}{25} \times 100 = -96\%$$

بنابراین طول آونگ را باید ۹۶ درصد کاهش دهیم.

۷۴) با توجه به نمودار داده‌شده دامنه حرکت نوسانگر برابر ۲۰ cm است.

مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر در هر مکان، برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است، بنابراین در مکان X داریم:

$$E = U + K \Rightarrow E = 0/4 + 1/2 = 1/6 \text{ J}$$

۶۷) می‌دانیم دوره تناوب سامانه جرم و فنر از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

به دست می‌آید، بنابراین:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{f = 1/2 \text{ Hz}}{\pi = \sqrt{10}, m = 2000 \text{ kg}} \rightarrow \frac{1/2}{10} = \frac{1}{2\sqrt{10}} \times \sqrt{\frac{k}{2000}}$$

$$\Rightarrow \frac{1/4}{100} = \frac{1}{4 \times 10} \times \left(\frac{k}{2000}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1/4}{100} = \frac{k}{4 \times 2000} \Rightarrow k = \frac{4 \times 2000 \times 1/4}{100} \Rightarrow k = 115200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

با فرض این‌که پس از سوار شدن مسافر، وزن او سبب شود تا کف اتومبیل به

اندازه ΔL پایین بیاید، داریم:

$$W = F_e \frac{W = m'g}{F_e = k\Delta L} \Rightarrow m'g = k\Delta L$$

$$\frac{m' = \text{جرم مسافر} = 70 \text{ kg}}{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, k = 115200 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} \rightarrow 70 \times 10 = 115200 \Delta L$$

$$\Rightarrow \Delta L = \frac{700}{115200} \approx 0/006 \text{ m} \Rightarrow \Delta L = 0/6 \text{ cm}$$

۶۸) با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

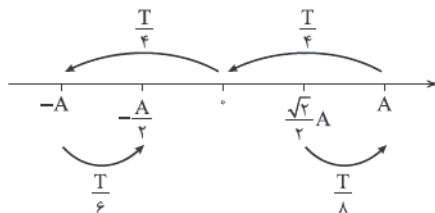
$$\begin{cases} A_A = 2 \text{ cm}, A_B = 6 \text{ cm} \\ \sqrt{2} T_A = 1/5 T_B \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \frac{2}{f_A} = \frac{1/5}{f_B} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

با توجه به رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر ($E = 2\pi^2 m A^2 f^2$) داریم:

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{9}{16} = \frac{81}{32}$$

۶۹) با توجه به شکل زیر داریم:



$$\Delta t = \frac{T}{8} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{3T + 6T + 6T + 4T}{24} = \frac{19T}{24}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{19 \times 0/2}{24} = \frac{19}{120} \text{ s}$$

۷۰) جلو افتادن آونگ به معنی کاهش دوره تناوب است، پس برای

هر نوسان رابطه زیر برقرار است.

$$T_2 = T_1 - \frac{T_1}{4} \Rightarrow T_2 = \frac{3}{4} T_1 (*)$$

با توجه به رابطه دوره تناوب آونگ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \xrightarrow{(*)} \frac{3}{4} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$\Rightarrow L_2 = \frac{9}{16} L_1$$

بنابراین درصد تغییرات طول آونگ برابر است با:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = -\frac{7}{16} \times 100 = -43/75\%$$

بنابراین:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow 1/6 = 2 \times 9 \times 10^{-2} \times (0/2)^2 \times f^2$$

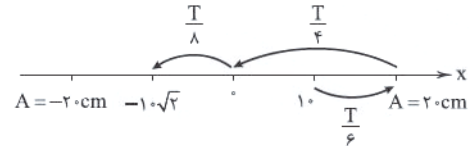
$$\Rightarrow 16 = 4 \times 9 \times (0/2)^2 \times f^2 \Rightarrow 4 = 2 \times 3 \times 0/2 \times f$$

$$\Rightarrow f = \frac{4}{2 \times 3 \times 0/2} = \frac{1}{3} \text{ Hz}$$

۷۵ ۲ با توجه به معادله مکان - زمان داده شده داریم:

$$\begin{cases} x = A \cos(\omega t) \\ x = 0/2 \cos(100\pi t) \end{cases} \Rightarrow \omega = 100\pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right), A = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

با توجه به شکل زیر داریم:



مسافت طی شده در طی این حرکت برابر است با:

$$l = 10 + 20 + 10\sqrt{2} = 30 + 10\sqrt{2} = 30 + 14 = 44 \text{ cm} = 0/44 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow 100\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s}$$

مدت زمان کل این حرکت برابر است با:

$$\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} = \frac{4T + 6T + 3T}{24} = \frac{13T}{24} = \frac{13}{24 \times 50} = \frac{26}{2400} \text{ s}$$

تندی متوسط نوسانگر برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{0/44}{\frac{26}{2400}} = \frac{0/44 \times 2400}{26} = \frac{44 \times 24}{26} = \frac{22 \times 24}{13}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{528 \text{ m}}{13 \text{ s}}$$

۷۶ ۳ با توجه به پدیده تشدید می دانیم که با به نوسان در آمدن

نوسانگر A همه آونگها به نوسان در می آیند و در نتیجه آونگی که هم طول با آونگ A باشد، بیشترین دامنه نوسان را دارد، بنابراین آونگ D دامنه نوسان بیشتری دارد.

۷۷ ۲ برای این که آونگ دچار تشدید شود، باید بسامد زاویه ای آن با

بسامد زاویه ای منبع بسامد یکسان باشد، بنابراین:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{\frac{\pi^2}{0/5}} = \pi\sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

بررسی گزینه ها:

$$1) \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} \pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \quad 2) \omega = \sqrt{2} \pi \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

$$3) \omega = \sqrt{2} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \quad 4) \omega = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

۷۸ ۲ در حالت اول نیروی گرانشی خالص وارد بر سیاره (۳) برابر است با:

$$\begin{cases} F_{13} = G \frac{m_1 m_3}{r_{13}^2} = G \frac{m^2}{9x^2} \\ F_{23} = G \frac{m_2 m_3}{r_{23}^2} = G \frac{\lambda m^2}{4x^2} \end{cases} \Rightarrow F_{\text{کل}} = F_{13} + F_{23} = \frac{19}{9} G \frac{m^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow 1/9 \times 10^6 = \frac{19}{9} G \frac{m^2}{x^2} \Rightarrow G \frac{m^2}{x^2} = 9 \times 10^5 \text{ N} (*)$$

در حالت دوم با عوض کردن جای دو سیاره (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} F'_{13} = G \frac{m_1 m_3}{r_{13}^2} = G \frac{m^2}{4x^2} \\ F'_{23} = G \frac{m_2 m_3}{r_{23}^2} = G \frac{\lambda m^2}{9x^2} \end{cases} \Rightarrow F'_{\text{کل}} = F'_{13} + F'_{23} = \frac{41}{36} G \frac{m^2}{x^2}$$

$$(*) \rightarrow F'_{\text{کل}} = \frac{41}{36} \times 9 \times 10^5 = 1/025 \times 10^6 \text{ N}$$

۷۹ ۲ برای مقایسه شتاب گرانش در نقاط A و B می توان نوشت:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{R+h}{R}\right)^2$$

عبارت داخل پرانتز عددی بین ۱ تا ۲ است، بنابراین نسبت $\frac{g_A}{g_B}$ عددی بین ۱ تا ۴ خواهد بود.

۸۰ ۱ برای مقایسه شتاب گرانشی در سطح دو سیاره می توان نوشت:

$$\begin{cases} g = G \frac{M}{R^2} \\ M = \rho V = \rho \times \frac{4}{3} \pi R^3 \end{cases} \Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi G \rho R \Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{R_1}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_1}{g_2} = \frac{6}{9} \times \frac{1000}{1500} = \frac{4}{9}$$

۸۱ ۳ شخص B به صورت عمود، عدد خطکش را می خواند و نتیجه دقیق تری را گزارش می کند. این آزمایش نشان دهنده تأثیر مهارت آزمایشگر بر دقت آزمایش است. هم چنین توجه کنید که تکرار چند باره اندازه گیری، خطا را کاهش می دهد.

۸۲ ۳ بررسی گزینه ها:

$$1) \left[\frac{\text{فشار} \times \text{جابه جایی}}{\text{انرژی}} \right] = \frac{m \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}}{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}} = \frac{1}{\text{m}^2} (*)$$

$$2) \left[\frac{\text{انرژی} \times \text{نیرو}}{\text{توان} \times \text{شتاب}} \right] = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \times \text{J}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{J}}{\text{s}}} = \text{kg} \cdot \text{s} (*)$$

$$3) \left[\frac{\text{ضریب انبساط طولی} \times \text{انرژی}}{\text{گرمای ویژه}} \right] = \frac{\text{J} \cdot \frac{1}{\text{K}}}{\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = \text{kg} (\checkmark)$$

kg یکای جرم است که یک کمیت اصلی است.

$$4) \left[\frac{\text{نیرو} \times \text{تکانه}}{\text{شتاب} \times \text{تندی}} \right] = \frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \times \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \text{kg}^2 (*)$$

۸۳ ۳ دقت اندازه گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال) برابر با یک واحد از

آخرین رقمی است که آن ابزار می خواند، بنابراین دقت اندازه گیری در شکل «الف» برابر با 0/001 mm و در شکل «ب» برابر با 0/1 mm خواهد بود.

۸۴ ۲

با توجه به روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$10^7 \frac{mJ}{s} \times \frac{10^{-9} J}{1mJ} = 10^{-2} \frac{J}{s}$$

$$\frac{J = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}}{s^2} \rightarrow 10^{-2} \frac{J}{s} = 10^{-2} \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

$$\frac{1m = 10^{-3} Gm}{1s = 10^{-2} hs} \rightarrow 10^{-2} \frac{kg \cdot m^2}{s^3} = \frac{10^{-3} kg \times (10^{-9} Gm)^2}{(10^{-2} hs)^3}$$

$$= \frac{10^{-2} \times 10^{-18} \cdot kg \cdot (Gm)^2}{10^{-6} (hs)^3} = 10^{-14} \frac{kg \cdot (Gm)^2}{hs^3}$$

بنابراین باید به جای \square مقدار $10^{-14} kg$ ، معادل $10^{-11} g$ یا $10^{-5} \mu g$ قرار گیرد.

۸۵ ۱

از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم.

$$10^{-8} \frac{ly}{day} = 10^{-8} \frac{ly}{day} \times \frac{3 \times 10^5 \times 365 \times 24 \times 3600 km}{1ly} \times \frac{1 day}{24 h}$$

$$\Rightarrow 10^{-8} \frac{ly}{day} = 10^{-8} \times 3 \times 10^5 \times 365 \times 3600 \frac{km}{h} = 3942 \frac{km}{h}$$

۸۶ ۴

با توجه به سازگاری یکاها داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} [a] = \frac{m}{s^2} &\rightarrow [\alpha x^3] = \frac{m}{s^2} \Rightarrow [\alpha] \cdot m^3 = \frac{m}{s^2} \\ \Rightarrow [\alpha] &= m^{-2} \cdot s^{-2} \\ [a] = \left[\frac{\beta^2}{x} \right] &\rightarrow \left[\frac{\beta^2}{x} \right] = \frac{m}{s^2} \Rightarrow \left[\frac{\beta^2}{m} \right] = \frac{m}{s^2} \Rightarrow [\beta^2] = \frac{m^2}{s^2} \\ \Rightarrow [\beta] &= m \cdot s^{-1} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\beta^q}{\alpha^p} \right] = \frac{(m \cdot s^{-1})^q}{(m^{-2} \cdot s^{-2})^p} = \frac{m^q \cdot s^{-q}}{m^{-2p} \cdot s^{-2p}}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\beta^q}{\alpha^p} \right] = m^{q+2p} \times s^{2p-q} = m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2p - q = 0 \\ q + 2p = 1 \end{cases} \Rightarrow 4p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{4}, q = 2p = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

$$qp = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

۸۷ ۱

جرم ظرف به تنهایی برابر با $150g$ است، بنابراین با توجه به این‌که

در حالت نیمه‌پر، ترازو عدد $120g$ را نشان می‌دهد، می‌توان فهمید که جرم مایع درون ظرف برابر $105g - 150g = 45g$ است.

$$\text{حجم مایع: } V = \pi r^2 h = 3 \times 5^2 \times 10 = 750 \text{ cm}^3$$

با توجه به رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{45g}{750 \text{ cm}^3} = 1/4 \frac{g}{\text{cm}^3} = 1400 \frac{g}{L}$$

۸۸ ۴

هنگامی که حجم برابر از مایع‌های A و B را مخلوط می‌کنیم، چگالی مخلوط با میانگین چگالی‌ها یکسان می‌شود:

$$\rho_1 = \frac{\rho_A + \rho_B}{2} \quad (1)$$

در ادامه، جرم‌های برابر از مایع به دست آمده و مایع C را مخلوط می‌کنیم و چگالی مخلوط حاصل برابر می‌شود با:

$$\rho = \frac{m_1 + m_C}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_C}{\rho_C}} \xrightarrow{m_1 = m_C} \rho = \frac{2}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_C}} = \frac{2\rho_1\rho_C}{\rho_1 + \rho_C}$$

$$\xrightarrow{(1)} \rho = \frac{2\left(\frac{\rho_A + \rho_B}{2}\right)\rho_C}{\frac{\rho_A + \rho_B}{2} + \rho_C} = \frac{2\rho_C(\rho_A + \rho_B)}{\rho_A + \rho_B + 2\rho_C}$$

۸۹ ۱

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای می‌توان نوشت:

$$\text{آهنگ خروج آب} = 0.5 \frac{L}{s} \times \frac{1m^3}{10^3 L} \times \frac{10^9 mm^3}{1m^3} \times \frac{60s}{1min}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ خروج آب} = 0.5 \times 60 \times 10^6 \frac{mm^3}{min} = 3 \times 10^7 \frac{mm^3}{min}$$

۹۰ ۱

نیروی گرانشی (وزن) وارد بر توپ، عامل مهم تأثیرگذاری در بررسی حرکت توپ است و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد. سایر موارد، عواملی جزئی‌تر هستند و می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت.

۹۱ ۳

کافیست دو مرحله را تحلیل کنیم تا روند ادامه مراحل را به دست آوریم.

چون دو کره هم‌اندازه هستند، پس با بستن کلید، مجموع بار دو کره به طور یکسان بین دو کره پخش می‌شود. در ادامه، کلید K را باز کرده و دستمان را که رسانا است با کره B تماس می‌دهیم که در نتیجه کره B خنثی می‌شود:

$$K \text{ بستن کلید} \Rightarrow q'_A = q'_B = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{40 + 24}{2} = 32 \mu C$$

$$\xrightarrow{\text{باز کردن کلید و تماس دست با کره B}} \begin{cases} q''_A = 32 \mu C \\ q''_B = 0 \end{cases}$$

پس بار کره A در مرحله (۱)، $8 \mu C$ کاهش یافته و در سایر مراحل، نصف مرحله قبل می‌شود. حالا باید محاسبه کنیم که اگر بار کره A، $97/5$ درصد کاهش یابد، چند میکروکولن می‌شود، بنابراین:

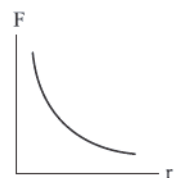
$$A \text{ کره A: } q = \left(1 - \frac{97/5}{100}\right) q_A = \frac{2/5}{100} \times 40 = 1 \mu C$$

شماره مرحله	۱	۲	۳	۴	۵	۶
A بار کره A	$32 \mu C$	$16 \mu C$	$8 \mu C$	$4 \mu C$	$2 \mu C$	$1 \mu C$

بنابراین پس از ۶ مرحله، بار کره A، $97/5$ درصد کاهش می‌یابد.

۹۲ ۴

با توجه به قانون کولن $(F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2})$ ، با افزایش فاصله دو بار، نیروی الکتریکی به صورت غیرخطی کاهش می‌یابد.



بنابراین باید بار q_1 را در خلاف جهت محور x حرکت دهیم تا فاصله آن قدر زیاد شود که اندازه نیرو از 90 N به 10 N برسد.

$$\frac{F_{12}}{F_{13}} = \left(\frac{r'_{12}}{r_{12}}\right)^2 \Rightarrow \frac{90}{10} = \left(\frac{18+d}{18}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{18+d}{18} = 3 \Rightarrow d = 36\text{ cm}$$

بار q_1 باید به اندازه 36 cm در خلاف جهت محور x جابه‌جا شود.

۹۶ دو حالت زیر، برای قرارگیری بارها روی رأس‌های مربع وجود دارد. در هر یک از این حالت‌ها، میدان الکتریکی برآیند را در رأس چهارم مربع محاسبه می‌کنیم. حالت اول:

برای \vec{E}_1 و \vec{E}_2 : $E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}k \frac{e}{a^2}$

میدان الکتریکی برآیند: $E = \sqrt{E_{1,2}^2 + E_3^2} = \frac{ke}{a^2} \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}k \frac{e}{a^2}$

حالت دوم:

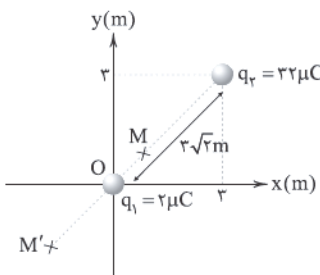
برای \vec{E}_1 و \vec{E}_2 : $E_{1,2} = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{2}k \frac{e}{a^2}$

میدان الکتریکی برآیند: $E'_{1,2,3} = E_{1,2} - E_3 = \sqrt{2}k \frac{e}{a^2} - k \frac{e}{2a^2}$

$$\Rightarrow E' = \frac{ke}{a^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$$

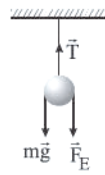
بنابراین نسبت خواسته شده برابر است با: $\frac{E}{E'} = \frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{2} - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2} - 1} = \frac{5}{3}$

۹۷ چه دو بار الکتریکی همنام باشند و چه ناهمنام، بر روی خط واصل آن‌ها، هم بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر و هم خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر، بزرگی میدان‌های الکتریکی ناشی از دو بار، یکسان می‌شود. البته اگر دو بار هم‌اندازه باشند، فقط در وسط دو بار چنین چیزی ممکن است. با توجه به شکل زیر داریم:



برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم.

گام اول: در آستانه پاره شدن نخ، نیروی کشش آن برابر 0.925 N نیوتون است، بنابراین می‌توان نوشت:



تعادلی گوی بالایی: $T = mg + F_E$

$$\frac{T = 0.925\text{ N}}{m = 0.07\text{ kg}} \Rightarrow 0.925 = 0.07 \times 10 + F_E \Rightarrow F_E = 0.225\text{ N}$$

گام دوم: محاسبه بار الکتریکی گوی‌ها:

چون از یکی از گوی‌ها الکترون گرفته‌ایم و الکترون‌ها را به گوی دیگر داده‌ایم، بار دو گوی، هم‌اندازه است و می‌توان نوشت:

$$F_E = 90 \times \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 90 \times \frac{|q|^2}{1} \Rightarrow 0.225\text{ N} = 90 |q|^2$$

$$\Rightarrow |q| = 0.05\text{ }\mu\text{C}$$

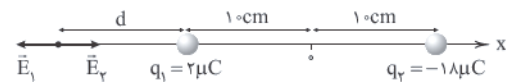
گام سوم: محاسبه تعداد الکترون‌ها:

$$|q| = ne \Rightarrow 0.05 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{5 \times 10^{-8}}{1.6 \times 10^{-19}} = \frac{5 \times 10^{11}}{1.6} = 3.125 \times 10^{11}$$

۹۴ مکان صفر شدن میدان را در دو حالت محاسبه می‌کنیم:

حالت اول: قبل از جابه‌جا کردن بارها با توجه به آن‌که بارها ناهمنام هستند، مکان صفر شدن برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در خارج از فاصله دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر است، بنابراین می‌توان نوشت:



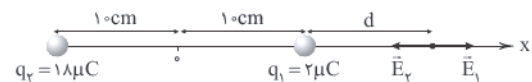
$$E_1 = E_2 \Rightarrow k \frac{|q_1|}{r_1^2} = k \frac{|q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{d^2} = \frac{18}{(20+d)^2} \Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{9}{(20+d)^2}$$

جذر $\Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{3}{20+d} \Rightarrow 20+d = 3d \Rightarrow d = 10\text{ cm}$

بنابراین در مکان $x = -20\text{ cm}$ ، برآیند میدان‌های الکتریکی برابر صفر می‌شود.

حالت دوم: پس از جابه‌جا کردن بارها داریم:



در این حالت هم مانند حالت قبل، در فاصله $d = 10\text{ cm}$ از بار q_1 ، برآیند میدان‌های الکتریکی، صفر می‌شود، بنابراین در این حالت، برآیند میدان‌های الکتریکی در مکان $x = +20\text{ cm}$ برابر صفر می‌شود. با توجه به این توضیحات، مکان صفر شدن میدان، از مکان $x = -20\text{ cm}$ به مکان $x = +20\text{ cm}$ رسیده است و 40 سانتی‌متر جابه‌جا شده است.

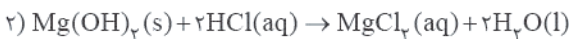
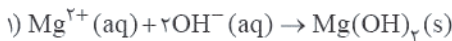
۹۵ با توجه به این که نیروهای الکتریکی که q_1 بر q_2 و q_3 وارد

می‌کنند، هم‌جهت هستند، برای آن‌که اندازه برآیند نیروها 80 N کم شود، کافی است نیرویی که q_1 بر q_2 وارد می‌کند، 80 N کاهش یابد.

حالت اولیه: $F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 90 \times \frac{9 \times 26}{(18)^2} = 90\text{ N}$

حالت نهایی: $F'_{12} = F_{12} - 80 = 90 - 80 = 10\text{ N}$

۱۰۲ ۴ معادله هر دو واکنش در زیر آمده است:



هیچ کدام از این واکنش‌ها از نوع اکسایش - کاهش نیستند.

۱۰۳ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

وجود حباب در اطراف الکترود A نشان از تولید گاز Cl_2 دارد. بنابراین در اطراف الکترودهای A و B به ترتیب گاز کلر و سدیم مذاب تولید می‌شود.

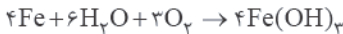
بررسی عبارت‌ها:

- در اطراف الکترود B، یون Na^{+} با گرفتن الکترون، کاهش می‌یابد. به این ترتیب مسیر درست حرکت الکترون‌ها همان مسیر (۱) است.
- الکترود B محل کاهش بوده و کاتد سلول است. در این سلول که نوعی سلول الکترولیتی است، کاتد به قطب منفی باتری متصل است. بنابراین Y قطب منفی باتری است، نه X!
- در اطراف الکترودهای A و B که آند و کاتد سلول هستند به ترتیب اکسایش و کاهش انجام می‌شود.
- از آن جا که نقطه ذوب $NaCl$ خالص بسیار بالاست، برای کاهش هزینه و پایین آوردن نقطه ذوب آن از ترکیب یونی $CaCl_2$ استفاده می‌شود که شمار آنیون‌های آن، دو برابر شمار کاتیون‌ها است.

۱۰۴ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- Fe و O_2 به ترتیب نقش کاهنده و اکسنده را دارند.
- در معادله موازنه شده واکنش کلی، مجموع ضرایب اجزا برابر با ۱۷ است.



۱۰۵ ۲ با توجه به معرفی شرایط استاندارد در سلول‌های

الکتروشیمیایی، فقط تغییر غلظت و تغییر دما می‌تواند بر میزان جریان الکتریکی عبوری از لامپ، تأثیرگذار باشد. سه مورد دیگر بی‌تأثیرند.

۱۰۶ ۴ عدد اکسایش Cl برابر ۱- و مجموع اعداد اکسایش اتم‌ها

در H_2O و NH_3 برابر صفر است.

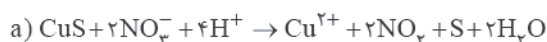
بررسی هر چهار مورد:

- $Co + 5(O) + (-1) = +2 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 6(O) = +3 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 4(O) + 2(-1) = +1 \Rightarrow Co = +3$
- $Co + 5(O) + (O) = +3 \Rightarrow Co = +3$

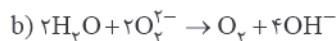
۱۰۷ ۳ به جز عبارت سوم سایر عبارت‌ها درست هستند.

سوزاندن گاز هیدروژن در موتور درون‌سوز، بازدهی نزدیک به ۲۰ درصد دارد در حالی که اکسایش آن در سلول سوختی بازده را تا ۳ برابر (حدود ۶۰٪) افزایش می‌دهد.

۱۰۸ ۳ معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



مجموع ضرایب: $1 + 2 + 4 + 1 + 2 + 1 + 2 = 13$



مجموع ضرایب: $2 + 2 + 1 + 4 = 9$

تفاوت دو عدد ۱۳ و ۹ برابر با ۴ است.

در نقطه M: $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(OM)^2} = \frac{k|q_2|}{(3\sqrt{2} - OM)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{OM}{3\sqrt{2} - OM} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{OM}{3\sqrt{2} - OM}$

$\Rightarrow 4OM = 3\sqrt{2} - OM \Rightarrow 5OM = 3\sqrt{2}$

$\Rightarrow OM = 0.6\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow M(0.6\text{m}, 0.6\text{m})$

در نقطه M': $E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|q_1|}{(OM')^2} = \frac{k|q_2|}{(3\sqrt{2} + OM')^2}$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}} = \frac{OM'}{3\sqrt{2} + OM'} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{OM'}{3\sqrt{2} + OM'}$

$\Rightarrow 4OM' = 3\sqrt{2} + OM' \Rightarrow 3OM' = 3\sqrt{2} \text{ m}$

$\Rightarrow OM' = \sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow M'(-1\text{m}, -1\text{m})$

۹۸ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

- تراکم خطوط میدان در نزدیکی B کم‌تر از تراکم خطوط میدان در نزدیکی A است، بنابراین اندازه میدان کاهش یافته است و علامت ΔE ، منفی است.
- با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد، پس علامت ΔV ، منفی است.

۹۹ ۱ ابتدا بار الکتریکی ذره را محاسبه می‌کنیم:

$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow -70 - 80 = \frac{-(-300)}{q} \Rightarrow q = -2 \text{ nC}$

بنابراین تعداد الکترون‌های این ذره بیشتر از تعداد پروتون‌های آن است. اختلاف تعداد آن‌ها برابر است با:

$|q| - ne \Rightarrow 2 \times 10^{-9} - n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 1.25 \times 10^{10}$

۱۰۰ ۲ چون میدان الکتریکی بین صفحات، یکنواخت است، با یک

تناسب ساده داریم:

$\frac{|\Delta V|}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{d} \Rightarrow \frac{80}{d} = \frac{|\Delta V_{AB}|}{0.4d}$

$\Rightarrow |\Delta V_{AB}| = 48 \text{ V} \xrightarrow{V_B < V_A} \Delta V_{AB} = -48 \text{ V}$

با توجه به رابطه زیر داریم:

$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = q \Delta V_{AB}$

$\Rightarrow \Delta U_{E_{AB}} = 10 \times 10^{-6} \times (-48) = -48 \times 10^{-5} \text{ J}$

$\xrightarrow{\Delta K = -\Delta U_E} \Delta K_{AB} = 48 \times 10^{-5} \text{ J}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2) = 3 \times 10^{-3} \times (v_B^2 - (0.2)^2) = 48 \times 10^{-5}$

$\Rightarrow 0.16 = v_B^2 - 0.04 \Rightarrow v_B^2 = 0.2 \Rightarrow v_B = 0.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



۱۰۱ ۳ در برقکافت آب به‌ازای عبور ۴ مول الکترون در مدار خارجی، ۲ مول

گاز H_2 و یک مول گاز O_2 تولید می‌شود و تفاوت مقدار گازها برابر یک مول است.

e^{-}	$\Delta \text{gas (mol)}$	
$4 \times 6.02 \times 10^{23}$	۱	$\Rightarrow x = 0.625 \text{ mol gas}$
$1/50.5 \times 10^{24}$	x	

حجم مولی گازها $= \frac{25 \text{ L}}{0.625} = 40 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

۱۰۹ ۲ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• ممکن است در یک واکنش اکسایش - کاهش، عدد اکسایش چند عنصر افزایش یابد.

• واکنش خنثی شدن اسید - باز از نوع اکسایش - کاهش نیست.

۱۱۰ ۳ با توجه به ساختار داده‌شده در سؤال، فرمول نیکوتین به صورت $C_{10}H_{14}N_2$ است. عدد اکسایش اتم‌های H و N در این ترکیب به ترتیب -۳ و +۱ است:

$$10C + 14(+1) + 2(-3) = 0 \Rightarrow 10C = -8$$

۱۱۱ ۴ به موقعیت قرارگیری این فلزها در سری الکتروشیمیایی توجه کنید:

• ولتاژ سلول گالوانی Al-Cu برابر است با:

$$0/46 \begin{cases} Ag \\ Cu \\ Zn \\ Al \end{cases} \quad 0/90 + 1/10 = 2V$$

• ولتاژ سلول گالوانی Zn-Ag برابر است با:

$$1/10 + 0/46 = 1/56V$$

۱۱۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• در سلول سوختی متان - اکسیژن، گاز متان (CH_4) در نقش آند (قطب منفی) ظاهر شده و اکسایش می‌یابد.

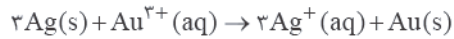
• از خروجی (I) گاز CO_2 به همراه مقدار اضافی CH_4 خارج می‌شود.

• نیم‌واکنش کاهش هر دو سلول سوختی متان و هیدروژن به صورت $2H_2O + 4e^- + 4H^+ \rightarrow O_2$ است.

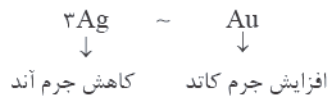
• در مدار بیرونی الکترون‌ها از آند به کاتد و در الکترولیت نیز کاتیون هیدرونیوم به سمت کاتد حرکت می‌کند.

۱۱۳ ۳ سدیم در ترکیب‌های طبیعی و گوناگون خود تنها به شکل یون سدیم وجود دارد.

۱۱۴ ۴ معادله واکنش کلی سلول به صورت زیر است:



جرم اولیه تیغه‌ها را m گرم در نظر می‌گیریم:



مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$\frac{0/6mg Ag}{3 \times 108} = \frac{f \text{ mol Au}}{1} \Rightarrow m = 240g$$

$$(240 - (0/6 \times 240)) + (240 + (\frac{f}{9} \times 197))$$

$$= (240 - 144) + (240 + 87/55) = 423/55g$$

۱۱۵ ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فلزهای نجیبی مانند طلا و پلاتین حتی در محیط‌های اسیدی اکسایش نمی‌یابند.
(۲) هیچ کدام از روش‌های اشاره‌شده به طور کامل از خوردگی آهن پیشگیری نمی‌کنند.
(۳) زنگار سبز بر سطح مس نمونه‌ای از خوردگی به شمار می‌آید.

۱۱۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با هلیوم درست هستند.

۱۱۷ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

$$\frac{N}{P} = \frac{99-43}{43} < 1/5 \quad \text{نخستین عنصر ساخت بشر، } ^{99}_{43}Tc \text{ است:}$$

۱۱۸ ۲ رنگ شعله نمک‌های Cu، Na و Li به ترتیب زرد، سبز و سرخ است.

میزان انحراف رنگ‌ها پس از عبور نور خورشید از منشور با انرژی رنگ‌ها رابطه مستقیم دارد.

در بین این رنگ‌ها، نور سرخ، کم‌ترین انرژی و نور سبز بیشترین انرژی را دارد.

۱۱۹ ۲ X، Y و Z به ترتیب 3H ، 5H و 7H هستند.

$$\bar{M} = \frac{\Delta(2) + 4(\Delta) + 2(Y)}{\Delta + 4 + 2} = 4/66 \text{amu}$$

۱۲۰ ۲ ابتدا جرم اتمی میانگین X را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 24X : F_1 &= 6F_1 \\ 25X : F_2 & \\ 26X : F_3 &= F_3 \end{aligned} \quad \bar{X} = \frac{24(6F_1) + 25F_2 + 26F_3}{8F_1} = 24/375$$

به این ترتیب جرم مولی میانگین X را می‌توان $24/375g$ در نظر گرفت.

$$? \text{atom } ^{26}X = 1/95g \times \frac{1 \text{ mol X}}{24/375gX} \times \frac{6/022 \times 10^{23} \text{ atom X}}{1 \text{ mol X}}$$

$$\times \frac{1 \text{ atom } ^{26}X}{1 \text{ atom X}} = 6/02 \times 10^{21} \text{ atom } ^{26}X$$

۱۲۱ ۳ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

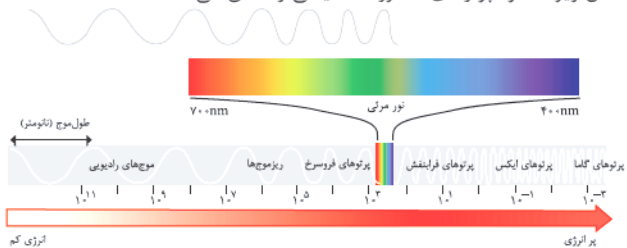
بررسی عبارت‌های نادرست:

• دمای اجسام بسیار داغ را نمی‌توان با ابزاری مانند دماسنج تعیین کرد.

• دستگاهی که جرم اتم‌ها را با دقت بسیار زیاد اندازه‌گیری می‌کند، طیف‌سنج جرمی است.

۱۲۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

شکل زیر گستره پرتوهای الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد.



۱۲۳ ۳ جرم نمونه آسپرین ($C_9H_8O_4$) را با m نشان می‌دهیم:

$$[9(12-6) + 8(1-1) + 4(16-8)] \times \frac{m}{9(12) + 8(1) + 4(16)}$$

$$= 4/3 \left(\frac{9/2}{2(12) + 6(1) + 16} \right) \times 6 \Rightarrow m = 10/8g C_9H_8O_4$$

۱۲۴ ۳ شمار مول‌های C_4H_6 و CH_3OH را به ترتیب با a و b نشان می‌دهیم.

• ابتدا اعداد موجود در متن سؤال را با تقسیم بر عدد آووگادرو به مول تبدیل می‌کنیم:

$$? \text{ mol H} = \frac{2/8896 \times 10^{24}}{6/02 \times 10^{23}} = 4/8$$

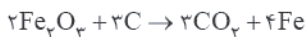
$$? \text{ mol O} = \frac{3/612 \times 10^{23}}{6/02 \times 10^{23}} = 0/6$$

۱۳۱) ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- Zn_۳ در دوره ۴ و گروه ۱۲ و O_۸ در دوره ۲ و گروه ۱۶ جای دارد.
- نخستین عنصر جدول که لایه سوم آن به طور کامل از الکترون پر شده است، Cu_{۲۹} است.
- آرایش الکترونی اتم‌های هشت فلز Ca_{۲۰} تا Ni_{۲۸} (به جز Cr_{۲۴}) همانند اتم Zn_{۳۰} به $4s^2$ ختم می‌شود.
- واکنش‌پذیری Zn بیشتر از Cu بوده و در نتیجه فلز روی با محلول مس (II) سولفات به طور طبیعی واکنش می‌دهد.

۱۳۲) ۱ معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

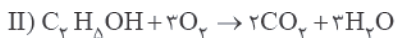


$$\frac{x \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \times \frac{56}{160}}{2 \times 160} = \frac{y \text{ L CO}_2}{3 \times 40} = \frac{56 \times 10^6 \text{ g Fe}}{4 \times 56}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 10/2 \times 10^6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3 \equiv 10/2 \text{ ton} \\ y = 2/67 \times 10^6 \text{ L CO}_2 \equiv 267 \text{ m}^3 \end{cases}$$

۱۳۳) ۳ طلا پرتوهای خورشیدی را به میزان زیادی بازتاب می‌دهد.

۱۳۴) ۱ معادله موازنه شده دو واکنش در زیر آمده است:



I واکنش: $\frac{72 \text{ g C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \times \frac{R}{100}}{1 \times 180} = \frac{x \text{ mol CO}_2}{2} = \frac{y \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0.8R \text{ mol CO}_2 \\ y = 0.8R \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \end{cases}$$

II واکنش: $\frac{0.8R \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{R}{100}}{1} = \frac{Z \text{ mol CO}_2}{2}$

$$\Rightarrow Z = 0.016R^2 \text{ mol CO}_2$$

$$0.8R = 0.016R^2 \Rightarrow 1 = 0.02R \Rightarrow R = 50$$

۱۳۵) ۱ جرم نمونه اولیه ناخالص A را ۱۰۰g در نظر می‌گیریم:

$$100 \text{ g A (قبل از گرما) ناخالص} \begin{cases} 25 \text{ g H}_2\text{O} \\ \text{mg A} \\ \text{ng ناخالصی} \end{cases} \Rightarrow m+n=75 \text{ g}$$

$$\text{Mg A (پس از گرما) ناخالص} \begin{cases} 15 \text{ H}_2\text{O} \\ 35 \text{ A} \\ 100 - (15 + 35) = 50 \text{ ناخالصی} \end{cases}$$

نسبت جرم ناخالصی به جرم خالص A در دو حالت یکسان است. زیرا با گرم کردن نمونه، فقط مقداری آب از دست رفته است.

$$\frac{50}{35} = \frac{n}{m} \Rightarrow \frac{10}{7} = \frac{n}{m} \Rightarrow \frac{m}{n} = 0.7 \Rightarrow m = 0.7n$$

$$m+n=75 \Rightarrow 0.7n+n=75 \Rightarrow n=44/11 \text{ g}$$

با توجه به این‌که هر مول اتان شامل ۶ مول اتم H و هر مول متانول شامل ۴ مول اتم H و ۱ مول اتم O است، می‌توان معادله زیر را تشکیل داد:

$$(a \times 6) + (b \times 4) = 4/8$$

از طرفی $b = 0/6$ است. و به این ترتیب مقدار a برابر با $0/4$ به دست می‌آید.

(جرم مولی متانول) + b + (جرم مولی اتان) = a = جرم مخلوط

$$= 0/4(30) + 0/6(32) = 31/2 \text{ g}$$

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

۱۲۵) ۲ ب) فراوانی ^{235}U در مخلوط طبیعی اورانیم فقط در حدود ۰/۷ درصد است. (مشتري در مقايسه با زمين در فاصله دورتري از خورشيد قرار دارد.

۱۲۶) ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• طلا فلزی نرم است.

• در دوره چهارم جدول، سه فلز اصلی (^{31}Ga , ^{20}Ca , ^{19}K) وجود دارد.

۱۲۷) ۲ در بین چهار عنصر نخست دوره سوم جدول دوره‌های

یعنی ^{11}Na , ^{12}Mg , ^{13}Al و ^{14}Si ، رسانایی الکتریکی و داشتن سطح صیقلی و براق، مشترک است.

سیلیسیم تمایل به تشکیل یون تک اتمی نداشته و در اثر ضربه خرد می‌شود.

۱۲۸) ۳ عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌هاک نادرست:

• فلز واسطه روی (^{30}Zn)، تنها یک کاتیون تک اتمی (Zn^{2+}) تشکیل می‌دهد.

• هلیوم جزو دسته S بوده و جریان گرما را از خود عبور نمی‌دهد.

۱۲۹) ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصرهای A, B, C, D, E, X, F به ترتیب ^{11}Na , ^{12}Mg , ^{13}Al , ^{14}Si , ^{19}K , ^{32}Ge و ^{82}Pb هستند.

بررسی عبارت‌ها:

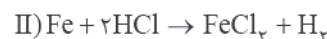
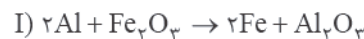
• در دوره سوم بیشترین تفاوت شعاع اتمی عنصرهای متوالی مربوط به Al و Si است.

• در گروه‌های فلزی از بالا به پایین، خاصیت فلزی افزایش و در یک دوره از چپ به راست، خاصیت فلزی کاهش می‌یابد.

• خصلت فلزی فلز Mg بیشتر از شبه‌فلز Ge است.

• رسانایی الکتریکی فلز Pb بیشتر از شبه‌فلز Ge است.

۱۳۰) ۱ معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



گاز تولیدشده همان H_2 است.

$$2Al \sim 2Fe \sim 2H_2$$

$$\frac{d_{Cl_2}}{d_{H_2}} = \frac{(2 \times 35/5)}{(2 \times 1)} \Rightarrow \frac{2/84}{d_{H_2}} = 35/5 \Rightarrow d_{H_2} = 0.8 \text{ g.L}^{-1}$$

$$\frac{x \text{ g Al} \times \frac{10}{100} \times (\frac{10}{100})^2}{2 \times 27} = \frac{5 \text{ L H}_2 \times 0.8 \text{ g.L}^{-1}}{2 \times 2 \times 1}$$

$$\Rightarrow x = 10/5 \text{ g Al (ناخالص)}$$