



انستتارات خوشخوان

خوشخوان

سوال آزمون ۲- خوشخوان - جامع -
دوازدهم ریاضی

سال دوازدهم
ریاضی

چینش ۱

۶۲۳۱۹۹۴

۱۴۰۲/۰۸/۱۸

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ دانا سایی



فهرست

دفترچه ۱

۱.....ریاضیات

دفترچه ۲

۶.....فیزیک

۱۰.....شیمی

آزمون ۲ - خوشخوان - جامع - دوازدهم ریاضی

سال تحصیلی ۰۳-۰۲

زمان پاسخگویی: ۶۹ دقیقه			تعداد سوال: ۴۰	
زمان	تا	از	تعداد	مواد امتحانی
۲۹	۱۷	۱	۱۷	حسابان
۲۱	۲۹	۱۸	۱۲	هندسه
۱۹	۴۰	۳۰	۱۱	ریاضیات گسسته

نام درس	مستول درس	مؤلفان
حسابان	حسین شفیع زاده	حسین شفیع زاده، مهدی اکرمی
هندسه	نادر حاجی زاده	نادر حاجی زاده، محمدرضا حسینی فرد
ریاضیات گسسته	رسول حاجی زاده	رسول حاجی زاده

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات، به هر روش الکترونیکی و ... قبل و بعد از آزمون برای تمامی اشخاص، حتی با ذکر منبع ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

۱ در یک دنباله حسابی غیر ثابت، جمله دوم، ۳ برابر جمله اول و مجموع n جمله اول این دنباله برابر S_n است. جمله ششم دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = S_{2n} - S_n$ چند برابر جمله اول دنباله حسابی است؟

- ۱) ۸۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۰۸ ۴) ۱۱۲

۲ دنباله a, b, c, \dots هندسی و دنباله $2^6 a, 2^4 b, 2^2 c, \dots$ حسابی است. مجموع سه جمله اول دنباله حسابی، چند برابر مجموع سه جمله اول هندسی است؟ ($a \neq 0$)

- ۱) $\frac{64}{7}$ ۲) $\frac{64}{5}$ ۳) $\frac{32}{5}$ ۴) $\frac{32}{7}$

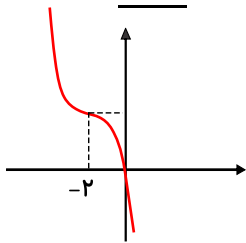
۳ فرض کنید $f(x) = \sqrt{x^3 + 1}$ باشد. اگر مجموعه جواب نامعادله $f \circ f(x) < f(x + 1)$ بازه (a, b) باشد حاصل $f^{-1}(a) + f(b)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) -۱ ۴) صفر

۴ توابع f و g با دامنه \mathbb{R} مفروض‌اند. اگر صعودی $(f - g)(x)$ و نزولی $f(x) + g(-x)$ باشند کدام گزینه ممکن است نادرست باشد؟

- ۱) تابع $g(x) + g(-x)$ صعودی است. ۲) تابع $f - g$ ثابت است. ۳) تابع $f + g$ نزولی است. ۴) تابع $f(x) + g(-x)$ ثابت است.

۵ نمودار تابع $f(x) = (ax - 2)^3 + b$ به صورت مقابل است. نمودار وارون تابع $y = b(x + a)^3 + 3$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟



- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

۶ چند جمله‌ای $f(x) = mx^3 - nx + 2$ را در نظر بگیرید. اگر باقی‌مانده تقسیم $f(2x + 1)$ بر $x - 1$ برابر ۷ باشد باقی‌مانده تقسیم $f(1 - x)$ بر $x - 4$ کدام است؟

- ۱) -۷ ۲) -۵ ۳) -۳ ۴) ۵

۷ باقی‌مانده تقسیم چند جمله‌ای $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + b$ بر $x^2 - 2x - 3$ برابر $3x + 2$ است. باقی‌مانده تقسیم $f(x - a) - f(x - b)$ بر $x - 2$ کدام است؟

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) -۳ ۴) صفر

۸ نمودار تابع $f(x) = \frac{mx + 2}{x + m + 1}$ ، وارون خود را در نقاط α و β قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(\alpha + \beta) = 2$ باشد مقدار m کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $-\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{5}{3}$

۹ تابع f وارون‌پذیر و $f(2x - 1) = 3 - g\left(\frac{x+1}{3}\right)$ است. اگر $f^{-1}(-2) = Kg^{-1}(5) = 3$ باشد، K برابر کدام است؟

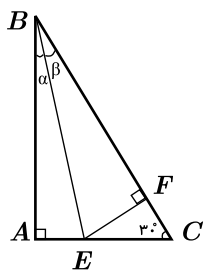
- ۱) -۳ ۲) ۶ ۳) ۳ ۴) -۶

۱۰ تابع f با دامنه $(-3, +\infty)$ و برد \mathbb{R} اکیداً نزولی و $f(x) = g(2x + 3)$ است. مجموعه جواب نامعادله $f^{-1} \circ g(3x + 2) < \frac{x - 3}{2}$ کدام است؟

- ① $(-\infty, -1)$ ② $(-3, -1)$ ③ $(-\frac{5}{3}, -1)$ ④ $(-3, -\frac{5}{3})$

۱۱ با فرض $3 = \frac{2 \tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \cot(\alpha - \frac{3\pi}{2})}{\cot(\pi + \alpha) + 2 \tan(\alpha - \frac{\pi}{2})}$ و α در ناحیه سوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\cos 4\alpha + \sin^6 \alpha$ کدام است؟

- ① $1,25$ ② $-0,75$ ③ $-0,5$ ④ $0,75$



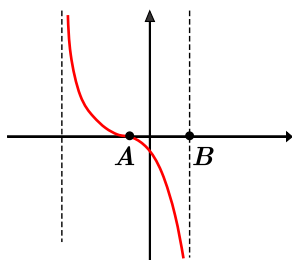
۱۲ در شکل مقابل اگر $\sin \alpha = \frac{2}{3} \sin \beta$ باشد طول پاره خط FC چند برابر پاره خط AE است؟

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۱۳ اختلاف حداکثر مقدار و حداقل مقدار عبارت $y = (2 \sin^3 x - 2)(2 \sin^3 x + 3)$ کدام است؟

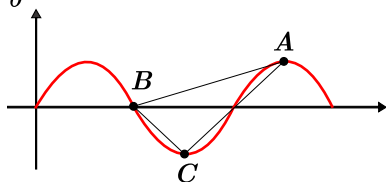
- ① $4,25$ ② $6,25$ ③ 4 ④ 6

۱۴ نمودار تابع $f(x) = 1 + \tan(ax - \frac{\pi}{3})$ در یک دوره تناوب به صورت مقابل است. اگر $AB = \pi$ باشد مقدار a کدام است؟



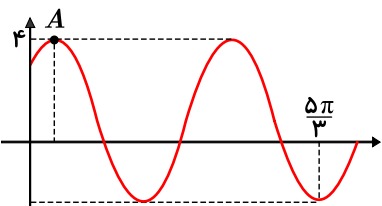
- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{3}{2}$

۱۵ نمودار تابع $y = a \sin \frac{\pi}{b} x$ به صورت مقابل است. اگر مثلث حاصل از به هم وصل کردن نقاط A و B و C متساوی الساقین باشد حاصل $\frac{a^2}{b^2}$ کدام است؟



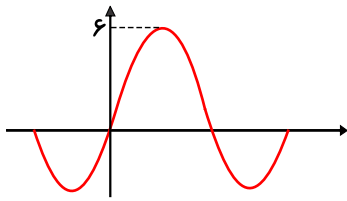
- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{3}{4}$

۱۶ نمودار تابع $y = a \sin(bx + \frac{\pi}{6}) + 1$ به صورت مقابل است. طول نقطه A کدام است؟



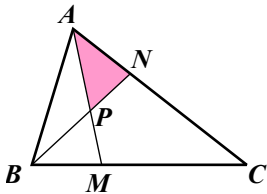
- ① $\frac{5\pi}{12}$ ② $\frac{2\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{3}$

۱۷) قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a - |b| \cos(bx - \frac{\pi}{3})$ به صورت مقابل است. حاصل $f(\frac{7\pi}{12})$ کدام است؟



- ۱) -۱
- ۲) -۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

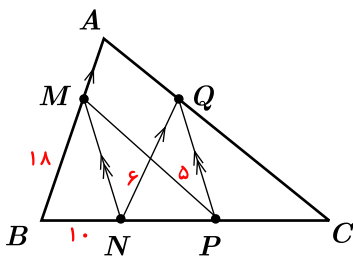
۱۸) در شکل مقابل اگر $\frac{AN}{AC} = \frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}$ آنگاه مساحت مثلث APN چه کسری از مساحت مثلث ABC است.



- ۱) $\frac{1}{3}$
- ۲) $\frac{1}{6}$
- ۳) $\frac{2}{9}$
- ۴) $\frac{2}{5}$

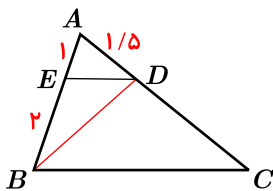
۱۹) دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۲ و ۶ مفروض است. از محل برخورد قطرهای خطی به موازات قاعده‌ها رسم می‌کنیم تا دو ساق را در نقاط M و N قطع کند. طول پاره خط MN کدام است؟

- ۱) ۳
- ۲) $3,5$
- ۳) ۴
- ۴) $4,5$



۲۰) در شکل مقابل اگر $AB \parallel NQ$ و $MN \parallel PQ$ آنگاه طول PQ کدام است؟

- ۱) $2\sqrt{13}$
- ۲) $3\sqrt{5}$
- ۳) $4\sqrt{3}$
- ۴) $5\sqrt{2}$



۲۱) در شکل مقابل، BD نیمساز زاویه B است. محیط دوزنقه $BCDE$ کدام است؟

- ۱) ۱۸
- ۲) ۱۷
- ۳) ۱۳
- ۴) ۱۲

۲۲) دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند. $(\hat{A} = \hat{A}' = 100^\circ)$ اگر نسبت ارتفاع AH از مثلث ABC به میانه $A'M'$ از مثلث $A'B'C'$ برابر با نسبت تشابه دو مثلث باشد آنگاه زاویه B از مثلث ABC چند درجه است؟

- ۱) 30°
- ۲) 35°
- ۳) 40°
- ۴) 45°

۲۳) در مثلث ABC هر سه زاویه حاده هستند. ارتفاع‌های BE و CF را رسم می‌کنیم. اگر $AE = 3$ و $AF = 2$ و $FB = 4$ آنگاه طول ضلع BC چقدر است؟

- ۱) $\sqrt{7}$
- ۲) $2\sqrt{7}$
- ۳) $3\sqrt{7}$
- ۴) $4\sqrt{7}$

۲۴) با توجه به تساوی $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ مجموع درایه‌های قطرهای ماتریس A چقدر است؟

- ۱) -۲
- ۲) ۴
- ۳) -۳
- ۴) ۵

۲۵) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ و B یک ماتریس 3×3 باشد آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس $(B^{-1}AB)^{1402}$ کدام است؟

- ۱) 2^{1402}
- ۲) 3×2^{1402}
- ۳) 2^{1403}
- ۴) 2^{1404}

۲۶) فرض کنید A ماتریس وارون‌پذیر از مرتبه ۳ بوده و $A^2 = 2A$. مجموع درایه‌های ماتریس $A^5 + A^3 + A$ چقدر است؟

- ۴۰ (۱) ۴۲ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۲۳ (۴)

۲۷) فرض کنید A یک ماتریس مربعی باشد به طوری که $\overline{O} = 5I + A^2 - 4A + 2A^3$. (I ماتریس همانی و \overline{O} ماتریس صفر است) وارون

ماتریس A کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{2}{5}A^2 - \frac{1}{5}A + \frac{4}{5}I$ ۲ (۲) $-\frac{2}{5}A^2 + \frac{1}{5}A + \frac{4}{5}I$ ۳ (۳) $-\frac{2}{5}A^2 - \frac{1}{5}A + \frac{4}{5}I$ ۴ (۴) $\frac{2}{5}A^2 + \frac{1}{5}A + \frac{4}{5}I$

۲۸) اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + 2y = n - 1 \\ 3x + 4y = 2m \end{cases}$ دارای بی‌شمار جواب باشد، حاصل $m - n$ کدام است؟

- ۲ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۲۹) دستگاه $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ -2x + ky = 6 \end{cases}$ بدون جواب است. k کدام است؟

- ۱ (۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴)

۳۰) اگر هر دو عبارت $6^{14} | 3^m$ و $18^{3m+1} | 3^{17}$ ارزش درستی داشته باشند آنگاه مقدار m چند مقدار طبیعی می‌تواند باشد؟

- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

۳۱) اگر اعداد صحیح a و b چنان باشند که $a|b$ و عدد صحیح n عددی غیر صفر و شمارنده‌ای از a باشد آنگاه کدامیک از گزاره‌های زیر ارزش

نادرستی دارد؟

- ۱ (۱) $a \cdot n | b \cdot n$ ۲ (۲) $(a+n)|(b+n)$ ۳ (۳) $a|b \cdot n$ ۴ (۴) $(\frac{a}{n})|b$

۳۲) عدد مرکب a هر دو عدد $4 + 9k$ و $5k + n$ را عاد می‌کند. n کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۳) مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مانند n که گزاره $1 + 4 \cdot 9^n + 1 | 7^{22}$ را به گزاره‌ای درست تبدیل می‌کند، کدام است؟

- ۱۸ (۱) ۲۱ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴)

۳۴) نابرابری $1 \neq (m, m+7)$ به‌ازای چند مقدار طبیعی دو رقمی برای m برقرار است؟

- ۱۴ (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴)

۳۵) اگر $d = (140, [28124, 77])$ ، آنگاه مجموع ارقام یکان و دهگان d کدام است؟

- ۲ (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۳۶) حاصل $(12 + 18!, 2 + 17!)$ برابر m است. مجموع ارقام m کدام است؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۳۷) اگر عدد صحیح a در تقسیم بر دو عدد ۳۸ و ۲۴ به ترتیب باقی‌مانده‌های ۱۱ و ۱۹ داشته باشد آنگاه آن عدد در تقسیم بر ۵۷ چه باقی‌مانده‌ای

دارد؟

- ۱۱ (۱) ۳۰ (۲) ۴۹ (۳) ۵۲ (۴)

۳۸) اگر عدد صحیح a مضرب ۹۰ باشد آنگاه آن عدد در تقسیم بر ۶۶ چه باقی‌مانده‌ای می‌تواند داشته باشد؟

- ۲۸ (۱) ۳۰ (۲) ۳۸ (۳) ۴۰ (۴)

۳۹) مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی که باقی‌مانده‌اش در تقسیم بر ۱۷۴ از مربع خارج قسمت ۷ واحد کم‌تر باشد، کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

۴۰) تمام اعداد به فرم $n^5 - n$ به ازای n های طبیعی را بر ۱۵ تقسیم کرده و مجموعه باقی مانده های به دست آمده را A می نامیم. تعداد اعضای A کدام است؟

۴) بیش از ۳

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

آزمون ۲ - خوشخوان - جامع - دوازدهم ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۰۳

زمان پاسخگویی: ۷۰ دقیقه			تعداد سوال: ۶۰	
زمان	تا	از	تعداد	مواد امتحانی
۴۰	۷۰	۴۱	۳۰	فیزیک
۳۰	۱۰۰	۷۱	۳۰	شیمی

نام درس	مسئول درس	مؤلفان
فیزیک	جواد سعیدی	جواد سعیدی
شیمی	علی مزینانی	علی مزینانی، عرفان مزینانی

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات، به هر روش الکترونیکی و ...، قبل و بعد از آزمون برای تمامی اشخاص، حتی با ذکر منبع ممنوع بوده و پیگرد قانونی دارد.

فیزیک

۴۱) چه تعداد از جملات زیر صحیح هستند؟

- الف) با افزایش دما نیروی هم چسبی و نیروی کشش سطحی کاهش می یابد.
 ب) اگر مجموعه شیشه و مایعی که روی آن به صورت قطره باقی مانده است را گرم کنیم ممکن است سطح شیشه را کدر کند.
 ج) اگر مایعی که از قطره چکان می چکد را گرم کنیم قطرات درشت تر می شود.
 د) دلیل اینکه در دمای بالا می توان قطعات شیشه شکسته شده را به هم بچسبانیم افزایش نیروی هم چسبی است.
 ه) اضافه کردن مایع شوینده در روغن نیروی هم چسبی روغن را کاهش می یابد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۲) مکعبی فلزی به ابعاد $10\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ طوری روی میز قرار گرفته که بیشترین فشار را به میز وارد می کند. اگر با ذوب این مکعب

استوانه فلزی به شعاع سطح مقطع 5 cm بسازیم و آن را از سطح مقطع روی میز قرار دهیم فشار وارد بر میز چند برابر می شود؟ ($\pi = 3$)

۱) ۱ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{2}{15}$ ۴) ۷٫۵

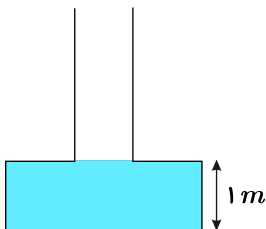
۴۳) یک ظرف استوانه ای شکل به ارتفاع h به طور کامل از مایعی به چگالی ρ پر شده است. نیرویی که از طرف مایع به $\frac{1}{3}$ بالای دیواره ظرف وارد

می شود چند برابر نیرویی است که از طرف مایع به نیمه پایینی دیواره ظرف وارد می شود؟ (از فشار هوا صرف نظر کنید.)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) $\frac{1}{18}$ ۴) $\frac{4}{27}$

۴۴) در شکل مقابل سطح مقطع قسمت پایین ظرف 100 cm^2 و قسمت بالای ظرف 50 cm^2 است و چگالی مایع داخل ظرف $2\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ است. اگر ده

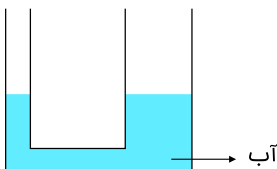
لیتر از مایعی به چگالی $4\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ را به ظرف اضافه کنیم، فشار وارد بر انتهای ظرف پس از رسیدن به تعادل چند درصد افزایش می یابد؟ (فشار هوا 10^5 پاسکال است و دو مایع مخلوط نمی شوند)



۱) ۵۰ ۲) ۶۶ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

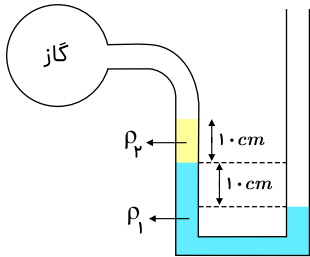
۴۵) در لوله u شکل مقابل سطح مقطع لوله سمت راست دو برابر سطح مقطع لوله سمت چپ است. اگر سمت راست تا ارتفاع 10 cm از روغنی به

چگالی $8\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$ اضافه کنیم اختلاف ارتفاع آب در دو شاخه چند سانتی متر خواهد شد؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$)



۱) ۸ ۲) $\frac{8}{3}$ ۳) $\frac{16}{3}$ ۴) ۱۰

۴۶) در شکل مقابل فشار پیمانه‌ای گاز چند پاسکال است؟ $(P_{\text{هو}} = 10^5 \text{ pa}, \rho_1 = 2 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \rho_2 = 1,5 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$



- ۱) ۵۰۰ ۲) -۵۰۰ ۳) ۳۵۰۰ ۴) -۳۵۰۰

۴۷) جسمی را یک‌بار داخل مایع (۱) با چگالی ρ_1 قرار می‌دهیم و جسم روی سطح مایع شناور می‌ماند. بار دیگر همان جسم را داخل مایع (۲) با چگالی ρ_2 قرار می‌دهیم و درون مایع غوطه‌ور می‌ماند. اگر نیروی شناوری وارد بر جسم را در حالت (۱) را با F_{b_1} و نیروی شناوری وارد بر جسم را در حالت (۲) را با F_{b_2} نشان دهیم کدام گزینه درست است؟

- ۱) $F_{b_1} > F_{b_2}, \rho_1 > \rho_2$ ۲) $F_{b_1} > F_{b_2}, \rho_1 < \rho_2$ ۳) $F_{b_1} = F_{b_2}, \rho_1 > \rho_2$ ۴) $F_{b_1} = F_{b_2}, \rho_1 < \rho_2$

۴۸) باریکه آبی از شیر آب به شکل عمودی خارج می‌شود و سمت پایین می‌آید. هرچه آب پایین‌تر بیاید طبق قطر باریکه آب می‌شود.

- ۱) اصل برنولی - بیشتر ۲) اصل برنولی - کمتر ۳) معادله پیوستگی - بیشتر ۴) معادله پیوستگی - کمتر

۴۹) اگر سرعت خودرویی $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ افزایش یابد انرژی جنبشی آن از 50 kJ به $112,5 \text{ kJ}$ می‌رسد، سرعت اولیه خودرو چند متر بر ثانیه بوده است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۹

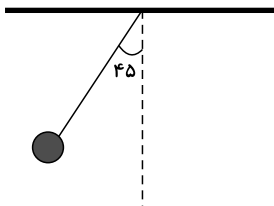
۵۰) جسمی را از ارتفاع ۲۰ متر بالای سطح زمین با سرعت $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ تحت زاویه 53° درجه نسبت به سطح افقی به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. سرعت این جسم زمانی که به ارتفاع ۵ متری سطح زمین می‌رسد چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ و از نیروهای تلف‌کننده صرف نظر کنید.

- ۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

۵۱) اتومبیلی با تندی ثابت v روی محور x حرکت می‌کند. نیروی خالص F در جهت حرکت به آن وارد می‌شود و در بازه‌های زمانی متوالی Δx_1 و Δx_2 را طی می‌کند و پس از پایان بازه اول تندی اتومبیل به $3v$ و پس از پایان بازه دوم تندی اتومبیل به $9v$ می‌رسد. $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ کدام است؟

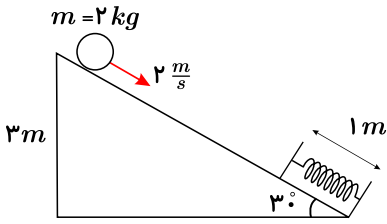
- ۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۵۲) آونگی به طول یک متر را مطابق شکل تا زاویه 45° درجه منحرف می‌کنیم و سپس رها می‌کنیم. اگر جرم گلوله آونگ 100 گرم و سرعت گلوله در پایین‌ترین نقطه مسیر $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ $(\sin 45^\circ = 0,7, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$



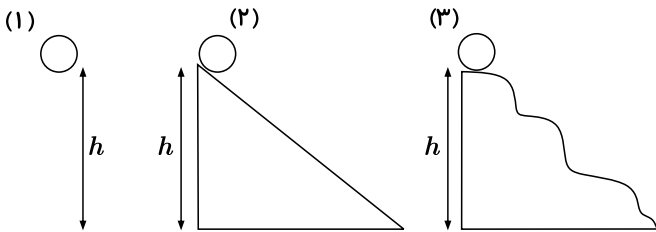
- ۱) -۰,۱ ۲) +۰,۱ ۳) -۰,۵ ۴) +۰,۵

۵۳) در شکل مقابل جسم با سرعت $2 \frac{m}{s}$ از بالای سطح شیبدار به سمت پایین پرتاب می‌شود و پس از برخورد به فنر آن را فشرده می‌کند تا در نقطه‌ای متوقف شود. اگر در حالت بیشترین فشردگی فنر انرژی ذخیره شده در فنر به 54.4 ژول برسد فنر چند سانتی‌متر فشرده شده است؟
 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و نیروی اصطکاک در طول مسیر $1 N$ است.



- ۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۵۴) ۳ گلوله مشابه از مسیرهای (۱) و (۲) و (۳) مطابق شکل از بالا بدون سرعت اولیه رها می‌شوند. اگر از مقاومت هوا صرف نظر کنیم و سطوح (۲) و (۳) از یک جنس باشند چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟



- الف- سرعت هر سه گلوله در زمان رسیدن به زمین برابر است.
 ب- کار نیروی وزن در هر سه مسیر برابر است.
 ج- مقدار کار نیروی اصطکاک مسیرها (۲) و (۳) برابر است.
 د- گلوله (۱) در زمان کوتاه‌تری به زمین می‌رسد.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۵) بالابری با توان کل 10000 وات وزنه‌ای به جرم 400 کیلوگرم را از سطح زمین بدون سرعت اولیه در مدت $2s$ ، 4 متر بالا می‌برد و سرعت آن به $2 \frac{m}{s}$ می‌رسد. بازده بالابر چند درصد است؟

- ۱) ۴۰ ۲) ۴۲ ۳) ۸۰ ۴) ۸۴

۵۶) معادله سرعت-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند $v = -2t + 8$ است. تندی متوسط متحرک در دو ثانیه دو حرکت چند متر بر ثانیه است؟

- ۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

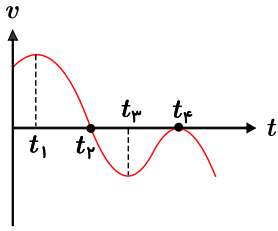
۵۷) متحرکی با شتاب ثابت $-2 \frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیه $8 \frac{m}{s}$ از مکان x شروع به حرکت می‌کند. اگر بردار مکان متحرک در لحظات t_1 ، t_2 تغییر علامت بدهد، حاصل $t_1 + t_2$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۵۸) دو متحرک با معادله‌های $x_A = 3t + 9$ و $x_B = 4t + 12$ روی محور x حرکت می‌کنند. بیشترین فاصله دو متحرک در مدت $10s$ اول سوال چند متر است؟

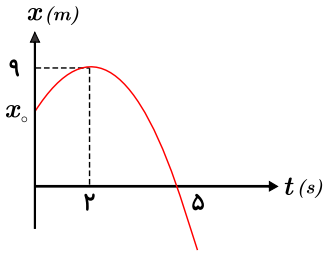
- ۱) ۳ ۲) ۷ ۳) ۹ ۴) ۱۳

۵۹ نمودار سرعت زمان جسمی که روی محور x حرکت می کند مطابق شکل روبه روست. کدام گزینه در مورد این حرکت نادرست است؟



- ۱ جهت حرکت فقط یک بار تغییر کرده است.
- ۲ سرعت و تندی متوسط حرکت در بازه صفر تا t_4 برابر است.
- ۳ در لحظات t_2 تا t_4 متحرک در مکان های منفی قرار دارد.
- ۴ شتاب حرکت متحرک ۳ بار تغییر علامت می دهد.

۶۰ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب حرکت می کند مطابق شکل روبه روست. معادله سرعت - زمان متحرک کدام است؟

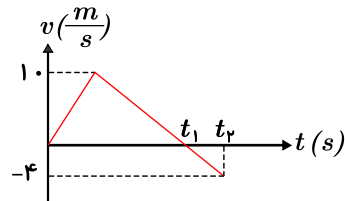


- ۱ $v = -2t + 4$
- ۲ $v = -4t + 2$
- ۳ $v = -3t + 6$
- ۴ $v = 4t - 2$

۶۱ اتومبیلی با سرعت ثابت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت روی خط راست است. ناگهان راننده مانعی را در فاصله ۱۰۰ متری خود می بیند. اگر حداکثر شتاب کند شونده اتومبیل $5 \frac{m}{s^2}$ باشد، حداکثر زمان واکنش راننده چند ثانیه باشد تا به مانع برخورد نکند؟

- ۱ $\frac{1}{4}$
- ۲ $\frac{1}{3}$
- ۳ $\frac{1}{2}$
- ۴ $\frac{3}{4}$

۶۲ نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل روبه روست. مقدار سرعت متوسط متحرک قبل از تغییر جهت چند برابر مقدار سرعت متوسط بعد از لحظه تغییر جهت است؟

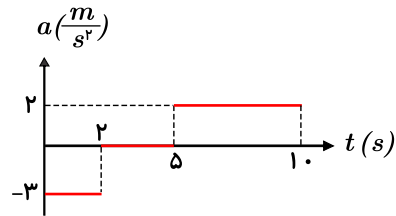


- ۱ $\frac{7}{2}$
- ۲ $\frac{5}{2}$
- ۳ $\frac{3}{2}$
- ۴ نمی توان مشخص کرد.

۶۳ متحرکی با سرعت ثابت v روی محور x حرکت می کند. اگر متحرک با شتاب ثابت ترمز کند و در ثانیه های دوم و چهارم بعد از ترمز به ترتیب ۷m و ۳m را طی کند جابه جایی متحرک در ۵ ثانیه اول بعد از ترمز چند متر است؟

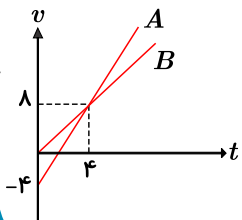
- ۱ ۱۶
- ۲ ۲۰
- ۳ ۲۲
- ۴ ۲۵

۶۴ نمودار شتاب زمان متحرکی که با سرعت اولیه $10 \frac{m}{s}$ روی محور x شروع به حرکت کرده است مطابق شکل روبه روست سرعت متوسط متحرک در بازه صفر تا ۱۰s چند متر بر ثانیه است؟



- ۱ ۷٫۱
- ۲ ۶٫۲
- ۳ ۵٫۷
- ۴ ۴٫۵

۶۵ نمودار سرعت زمان دو متحرک که هم زمان از یک نقطه شروع به حرکت می کنند مطابق شکل روبه روست. در چه لحظه ای فاصله دو متحرک به ۱۶٫۵ متر می رسد؟



- ۱ ۲۰۶
- ۲ ۹۰۳
- ۳ ۱۰
- ۴ ۱۱

۶۶ دو جسم A و B به ترتیب با سرعت‌های $8 \frac{m}{s}$ و $20 \frac{m}{s}$ به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. زمانی که فاصله آنها به 50 متر می‌رسد هر دو با شتاب $4 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کنند. کدام گزینه در مورد این دو متحرک صحیح است؟

- ۱ دو متحرک به یکدیگر برخورد نمی‌کنند. ۲ دو متحرک در لحظه $t = 3s$ به یکدیگر برخورد می‌کنند.
 ۳ دو متحرک در لحظه $t = 7s$ به یکدیگر برخورد می‌کنند. ۴ دو متحرک در لحظه $t = 2s$ به یکدیگر برخورد می‌کنند.

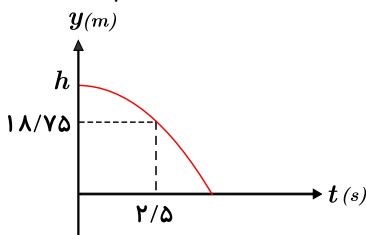
۶۷ جسمی از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و مسافت $72m$ را طی می‌کند. اگر مدت زمانی که 32 متر اول را طی می‌کند t_1 و مدت زمانی که 40 متر بعدی را طی می‌کند t_2 در نظر بگیریم نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{5}{4}$ ۲ $\frac{5}{9}$ ۳ 2 ۴ $\frac{1}{2}$

۶۸ گلوله‌ای از ارتفاع زیاد بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند. مسافتی که گلوله در دو ثانیه سوم حرکت طی می‌کند چند متر بیشتر از مسافتی است که در ثانیه سوم حرکت طی کرده‌است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌شود).

- ۱ 25 ۲ 45 ۳ 75 ۴ 95

۶۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که از ارتفاع h بدون سرعت اولیه سقوط می‌کند مطابق شکل روبه‌روست. اندازه سرعت گلوله هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌شود).



- ۱ 50 ۲ 40 ۳ $5\sqrt{10}$ ۴ $10\sqrt{10}$

۷۰ دو جسم از ارتفاع یکسان بدون سرعت اولیه و با فاصله زمانی $1/5s$ سقوط می‌کنند. چند ثانیه پس از سقوط گلوله دوم فاصله دو گلوله به $48,75$ متر می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و از مقاومت هوا چشم‌پوشی می‌شود).

- ۱ 2 ۲ 4 ۳ $2,5$ ۴ $4,5$

شیمی

۷۱ چه تعداد از مطالب زیر در مورد SO_2 نادرست است؟

- (آ) نسبت شمار جفت الکترون‌های پیوندی به شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی آن، برابر $5/8$ است.
 (ب) نام آن گوگرد دی‌اکسید بوده و در اثر واکنش با آب، سولفوریک اسید تولید می‌کند.
 (پ) هنگام بارش در آب باران حل شده و باعث افزایش خاصیت اسیدی و کاهش PH آب باران می‌شود.
 (ت) عناصر تشکیل‌دهنده آن هم‌گروه بوده و در بیرونی‌ترین لایه خود 6 الکترون دارند.

- ۱ صفر ۲ یک ۳ دو ۴ سه

۷۲ در واکنش $Cu(s) + aHNO_3(aq) \rightarrow Cu(NO_3)_2(aq) + bA(g) + 2H_2O(l)$ به ترتیب a و b از راست به چپ برابر و و A گاز است.

- ۱ $NO_2, 2, 4$ ۲ $NO, 2, 8$ ۳ $NO, 2, 4$ ۴ $NO_2, 2, 8$

۷۳ خانوادهای به طور میانگین روزانه ۴۰ کیلووات ساعت انرژی الکتریکی مصرف می‌کند. ۶۰٪ این انرژی از گاز طبیعی، ۳۰٪ از انرژی خورشید، ۵٪ از گرمای زمین و مابقی از باد تأمین می‌شود. اگر بتوان ۸۸٪ از CO_2 تولید شده را با آهک واکنش داد، در یک ماه چند کیلوگرم کلسیم کربنات می‌توان تولید کرد؟ (ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید $(Ca = 40, O = 16, C = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$)

منبع تولید برق	گاز طبیعی	انرژی خورشید	گرمای زمین	باد
مقدار CO_2 تولید شده بر حسب کیلوگرم به ازای یک کیلو وات ساعت	۰٫۳۶	۰٫۰۵	۰٫۰۳	۰٫۰۱

۱) ۵۵٫۹ ۲) ۲۷۹٫۶ ۳) ۵۵۹٫۱ ۴) ۲۷٫۹۶

۷۴ چگالی یک گاز ۲ اتمی در شرایط استاندارد $1,25 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ است. $1,806 \times 10^{22}$ اتم از این گاز به تقریب چند گرم است؟

۱) ۰٫۴۲ ۲) ۴٫۲ ۳) ۰٫۸۴ ۴) ۸٫۴

۷۵ طبق واکنش $NaN_3(s) \rightarrow Na(s) + Na_3(g)$ ، یکی از واکنش‌هایی است که در کیسه هوای داخل خودرو انجام می‌شود. فرض کنید مقدار ۱۳ گرم NaN_3 در کیسه هوایی استفاده شده است. اگر پس از انفجار کیسه هوا، دمای درون آن به $127^\circ C$ برسد، حجم گاز درون کیسه هوا، در این لحظه، به تقریب چند لیتر خواهد بود؟ (فشار گاز درون کیسه ثابت و ۱ اتمسفر فرض شود. $(N = 14, Na = 23 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$)

۱) ۶٫۷۲ ۲) ۸٫۲۵ ۳) ۹٫۸۵ ۴) ۱۱٫۴۵

۷۶ کدام عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

آ) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز طبیعی بیشتر از سوختن یک گرم بنزین است.

ب) برای پر کردن و تنظیم باد تایر خودرو می‌توان از مخلوطی شامل ۹۵٪ نیتروژن و ۵٪ اکسیژن استفاده کرد.

پ) برای این که بتوان همهٔ واکنش‌دهنده‌های فرآیند هابر را به فرآورده تبدیل کرد، باید واکنش را در دما و فشار مناسب و در حضور کاتالیزگر مناسب انجام داد.

ت) یکی از نتایج افزایش تولید CO_2 در هواکره، افزایش دما در نقاط گرمسیر و کاهش دما در قطب است.

۱) «آ، و، ب» ۲) «آ، و، پ» ۳) «ب، و، ت» ۴) «پ، و، ت»

۷۷ چند گرم آلومینیوم باید با هیدروکلریک اسید (HCl) واکنش دهد تا گاز به دست آمده با ۱۶ گرم گاز اکسیژن واکنش کامل دهد؟ (از واکنش آلومینیوم با هیدروکلریک اسید، گاز هیدروژن و کلرید فلز تولید می‌شود.)

$(Al = 27,5, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

۱) ۲٫۷ ۲) ۹ ۳) ۱۳٫۵ ۴) ۱۸

۷۸ اگر مخلوطی از گازهای هیدروژن و متان در شرایط استاندارد به طور کامل بسوزند و مقدار ۵٫۶ لیتر گاز دی‌اکسید کربن و ۱۱٫۲۵ گرم آب تولید کنند. چند درصد حجمی این مخلوط را گاز متان تشکیل می‌دهد؟

۱) ۲۵٫۱۲ ۲) ۳۳٫۳۳ ۳) ۳۵٫۲۵ ۴) ۶۶٫۶۶

۷۹ جرم‌های برابر از گلوکز و اتانول به طور جداگانه با مقدار کافی اکسیژن وارد واکنش می‌شوند. در شرایط یکسان دما و فشار، حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن گلوکز، چند برابر حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن اتانول است؟ $(C = 12, H = 1, O = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$

۱) ۰٫۵۱ ۲) ۱٫۹۵ ۳) ۱٫۳ ۴) ۰٫۷۶

۸۰ در ۱۰ لیتر آب یک رودخانه، ۴۷۵ گرم منیزیم کلرید حل شده است. غلظت یون Cl^- در این آب بر حسب ppm تقریباً کدام است؟ $(Cl = 35,5, Mg = 24 \frac{\text{g}}{\text{mol}})$

۱) ۲۴ ۲) ۱۷٫۷۵ ۳) ۳۵٫۵ ۴) ۳۸

۸۱ در محلولی که شامل ۳۹ گرم آب و ۴۸ گرم متانول است. کدام یک حلال و مولاریته محلول حاصل چقدر است؟ $(C = 12, H = 1, O = 16 \text{ gr} \cdot \text{mol}^{-1})$ (چگالی محلول را $1,1 \text{ gr} \cdot \text{mol}^{-1}$ در نظر بگیرید.)

۱) متانول - ۱۸٫۹ ۲) آب - ۳۳٫۶ ۳) متانول - ۳۳٫۶ ۴) آب - ۱۸٫۹

۸۲) اگر در واکنش موازنه نشده $Mg(OH)_2(s) + HCl(aq) \rightarrow MgCl_2(aq) + H_2O(l)$ ، ۱۰ لیتر محلول منیزیم کلرید با ۱۹ درصد جرمی به دست آید، چند میلی لیتر محلول هیدروکلریک اسید با غلظت مولی $2 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ مصرف شده است؟ (چگالی محلول حاصل را $1 \text{ g} \cdot mL^{-1}$ فرض کنید). ($Mg = 24, Cl = 35,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) 2×10^4 ۲) 10^4 ۳) 2×10^3 ۴) 10^3

۸۳) چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد واکنش محلول‌های باریوم کلرید و سدیم سولفات نادرست است؟
 (آ) رنگ رسوب تولید شده در این واکنش، مشابه رنگ رسوبی است که از واکنش میان محلول‌های سدیم کلرید و نقره نیترات تشکیل می‌شود.
 (ب) این واکنش، روشی برای شناسایی یون باریوم در محلول آبی است.
 (پ) این واکنش بسیار آهسته است.

(ت) پس از موازنه، مجموعه ضرایب استوکیومتری فرآورده‌ها، بزرگ‌تر از مجموع ضرایب استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۴) نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در کدام ۲ ترکیب باهم برابر است؟

- ۱) پتاسیم کربنات و مس (I) نیترات ۲) سدیم اکسید و منیزیم نیترات ۳) کلسیم فسفات و آهن (III) کلرید ۴) منیزیم سولفات و آلومینیوم نیتريد

۸۵) در صورتی که ۲ ml از محلول اسید HA با چگالی $2,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ تا 100 ml رقیق و به آن ۰٫۱۶ گرم سدیم هیدروکسید اضافه شود، غلظت HA باقی‌مانده در محلول حاصل برابر $0,1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ خواهد شد. درصد جرمی محلول اسید اولیه کدام است؟
 ($NaOH = 40, HA = 150 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) ۶۰ ۲) ۴۲ ۳) ۲۰ ۴) ۱۵

۸۶) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) در لحظه تعادل فرآیند یونش هیدروفلوئوریک اسید، تعداد مولکول‌هایی که یونیزه می‌شوند با تعداد یون‌هایی که به مولکول تبدیل می‌شوند برابر است.
 ۲) به دلیل قابلیت بالای انحلال پذیری شکر همانند سدیم کلرید رسانایی الکتریکی محلول‌ها مشابه یک‌دیگر است.
 ۳) سدیم کربنات (جوش شیرین) را برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی به شوینده‌ها اضافه می‌کنند.
 ۴) باران اسیدی همانند باران معمولی خاصیت اسیدی دارد.

۸۷) چنانچه در یک ظرف یک لیتری $0,6 \text{ mol}$ آمونیاک و نیز $0,8$ مول گاز نیتروژن برای تشکیل سامانه $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$ وارد کنیم، کدام گزینه درست است؟

- ۱) ابتدا واکنش رفت انجام می‌شود و در تعادل جدید غلظت N_2 نسبت به NH_3 کمتر است.
 ۲) ابتدا واکنش برگشت انجام می‌شود و در حالت تعادل غلظت N_2 و NH_3 برابر است.
 ۳) ابتدا واکنش برگشت انجام می‌شود و در حالت تعادل غلظت NH_3 از N_2 کمتر است.
 ۴) ابتدا واکنش رفت انجام می‌شود و در حالت تعادل غلظت NH_3 نصف N_2 است.

۸۸) رسانایی کدام محلول بیشتر است؟

- ۱) محلول $0,1 \text{ M}$ هیدروکلریک اسید
 ۲) محلول $0,1 \text{ M}$ نیتریک اسید
 ۳) محلول $0,6 \text{ M}$ هیدروفلوئوریک اسید با $\alpha = 0,5$
 ۴) رسانایی به قدرت اسید بستگی دارد در نتیجه رسانایی هیدروکلریک اسید و نیتریک اسید با هم برابر و بیشتر از هیدروفلوئوریک اسید است.

۸۹) چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

- الف - هر اندازه غلظت $[H^+]$ بیشتر شود به همان اندازه غلظت $[OH^-]$ کاهش می‌یابد.
 ب - هر اندازه pH بیشتر شود به همان نسبت POH کاهش می‌یابد.
 ج - K_a همانند α به غلظت اولیه بستگی نداشته و فقط تابع دماست.
 د - در محلول ۱ مولار هیدروکلریک اسید در دمای اتاق $[OH^-] = 0$ مول بر لیتر است.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۰) در دمای معین $[H^+]$ در، محلول n مولار اسید HA و محلول m مولار اسید HB برابر 10^{-13} مولار است. در صورتی که n بزرگ‌تر از m باشد. کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) غلظت یون هیدرونیوم در این ۲ محلول یکسان و برابر 10^{-7} مولار است.
 ۲) اسید A اسید قوی‌تر از اسید B است.
 ۳) فلز Mg با سرعت یکسان با این دو محلول واکنش می‌دهد.
 ۴) درجه یونش اسید B کوچک‌تر از اسید A است.

۹۱) اگر محلول 0.2 مولار اسید ضعیف HA با درجه یونش 0.1 را به کمک آب مقطر حجم اولیه محلول را 2 برابر کنیم. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- ۱) قدرت اسید کاهش می‌یابد.
 ۲) ثابت یونش اسید به تقریب در حالت ثانویه $10^{-3} \times 2$ می‌باشد.
 ۳) درجه یونش اسید برخلاف ثابت یونش افزایش می‌یابد.
 ۴) به دلیل افزایش یونش در اسید غلظت هیدرونیوم افزایش می‌یابد.

۹۲) چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

الف - شکل فرضی ظرف CH_3COOH در لحظه تعادل می‌تواند به صورت $\begin{matrix} CH_3COOH \\ H^+ \\ CH_3COO^- \end{matrix}$ باشد.

ب - شکل فرضی ظرف HCl می‌تواند در لحظه‌ای به صورت $\begin{matrix} HCl \\ H^+Cl^- \end{matrix}$ باشد.

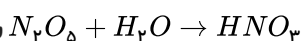
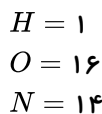
- ج - در غلظت اولیه برابر هیدروبرمیک اسید از سولفوریک اسید، اسیدی‌تر است.
 د - نقره کلرید برخلاف سدیم کلرید الکترولیت ضعیف است زیرا انحلال پذیری کمی دارد.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۳) تعادل ۱ از قرار دادن یک مول $A(g) \rightleftharpoons B(g)$ در یک ظرف سر بسته در دمای T حاصل شد. و پیشرفت واکنش در این دما 60% است. هر گاه ثابت تعادل همین واکنش در همین ظرف و در دمای دیگری $\frac{2}{3}$ برابر ثابت تعادل در دمای T است. آنگاه پیشرفت واکنش در دمای ثانویه کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۰

۹۴) ۵۴ گرم دی‌نیتروژن پنتا اکسید را در 200 میلی‌لیتر آب حل کرده، اختلاف pH و pOH کدام است؟



۱) ۱۴ ۲) ۱۲٫۷ ۳) ۱٫۳ ۴) ۱۱٫۴

۹۵) محلول 0.1 مولار هر کدام از مواد زیر در دمای یکسان موجود است. تفاوت درصد یونش میان کدام دو محلول آبی بیشتر است؟

۱) NH_3 , $NaOH$ ۲) HBr , C_2H_5OH ۳) HCN , HI ۴) $HCOOH$, $C_2H_5(OH)_2$

۹۶) چه تعداد از عبارت‌های زیر به درستی بیان شده است؟

- الف - پس از فرا رسیدن تعادل در واکنش $H_2O(l) \rightleftharpoons H_2O(g)$ فشار درون ظرف ثابت باقی می‌ماند.
 ب - مقدار ثابت تعادل برای محلول استیک اسید در دمای اتاق $10^{-5} L \cdot mol^{-1}$ می‌باشد.
 ج - حضور همزمان واکنش دهنده‌ها و فرآورده‌ها قطعاً نشانه برگشت پذیر بودن فرآیند است.
 د - ثابت تعادل لزوماً مانند ثابت یونش دارای یکا می‌باشند.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۷) pH ۲۰۰ میلی لیتر محلول ۰٫۲ مولار پتاس چند است؟ (دما 25° است.)

۱) ۱۳٫۶ ۲) ۱۳٫۳ ۳) ۰٫۴ ۴) ۰٫۷

۹۸) در دمای T ثابت یونش فرآیند $H_2O \rightleftharpoons H^+ + OH^-$ برابر 10^{-12} می‌باشد. اگر ۰٫۲ مول سدیم هیدروکسید را در ۱۰۰۰ میلی لیتر آب

حل کنیم. با فرض ثابت بودن حجم محلول، pH محلول کدام گزینه است؟ $\log 5 = 0.7$

۱) ۱۳٫۳ ۲) ۱۱٫۳ ۳) ۱۰٫۷ ۴) ۱۳٫۷

۹۹) اگر به حجم معینی از محلول ۰٫۲ مولار پتاسیم هیدروکسید، همان حجم آب مقطر اضافه کنیم. pH آن از به می‌رسد

که برابر pH مولار آن است.

۱) ۱۳٫۳ - ۱۳ - ۰٫۱ ۲) ۱۳٫۷ - ۱٫۲۷ - ۰٫۱ ۳) ۱۳٫۳ - ۱۲٫۳ - ۰٫۱ ۴) ۱۳٫۷ - ۱۲٫۷ - ۰٫۱

۱۰۰) به ۲۰۰ میلی لیتر محلول پتاس با $pH = 13.5$ به اندازه 10^{-3} مول کلسیم هیدروکسید اضافه می‌کنیم. اگر از تغییر حجم صرفه نظر کنیم.

pH محلول نهایی کدام است؟ ($\log 2 = 0.3$ $\log 3 = 0.5$)

۱) ۱۱٫۹ ۲) ۱۳٫۶ ۳) ۱۳٫۳ ۴) ۱۳٫۴



انستارات خوتتخوان

خوشخوان



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

پاسخنامه آزمون ۲ - خوشخوان -
جامع - دوازدهم ریاضی

سال دوازدهم
ریاضی

چینش ۱

۶۲۳۱۹۹۴

۱۴۰۲/۰۸/۱۸

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ دانا سایی



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$a_n = 3a_1 = a_1 + d \Rightarrow d = 2a_1$$

جملات دنباله: $a_1, 3a_1, 5a_1, \dots$

$$\begin{cases} S_n = a_1 n^2 \\ S_{7n} = 49a_1 n^2 \end{cases} \rightarrow t_n = 3a_1 n^2$$

$$\Rightarrow t_p = 108a_1$$

با ضرب جملات دنباله هندسی، در $2^2, 2^4, 2^6$ یک دنباله هندسی جدید به دست می‌آید. پس دنباله جدید هم هندسی است و هم حسابی. پس ثابت است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$2^6 a = 2^4 b = 2^2 c = t$$

$$\frac{2^6 a + 2^4 b + 2^2 c}{a + b + c} = \frac{t + t + t}{\frac{1}{64}t + \frac{1}{16}t + \frac{1}{4}t} = \frac{3 \times 64}{21} = \frac{64}{7}$$

تابع f اکیداً صعودی و دامنه آن بازه $(-1, +\infty)$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$f \circ f(x) < f(x+1) \Rightarrow f(x) < x+1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} < x+1 \Rightarrow x^2 + 1 < x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow x(x^2 - x - 2) < 0$$

$$\Rightarrow x < -1, \quad 0 < x < 2$$

	-1	0	2
	-	+	-
			+

از طرفی شرط دامنه را بررسی می‌کنیم:

$$\begin{cases} x \in D_f \rightarrow x \geq -1 \\ f(x) \in D_f \rightarrow \sqrt{x^2 + 1} \geq -1 \quad \checkmark \\ x+1 \in D_f \rightarrow x+1 \geq -1 \Rightarrow x \geq -2 \end{cases}$$

پس $x \geq -1$ است و در نتیجه جواب همان بازه $(0, 2)$ است.

$$f^{-1}(0) + f(2) = -1 + 3 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\begin{cases} -f(x) + g(x) : \text{نزولی} \\ f(x) + g(-x) : \text{نزولی} \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} g(x) + g(-x) : \text{نزولی}$$

نمودار $g(x) + g(-x)$ نسبت به محور y ها تقارن دارد پس فقط زمانی نزولی است که ثابت باشد فرض کنید $g(x) + g(-x) = k$

$$\begin{cases} f(x) - g(x) : \text{صعودی} \\ f(x) + k - g(x) : \text{نزولی} \end{cases} \rightarrow f - g : \text{ثابت}$$

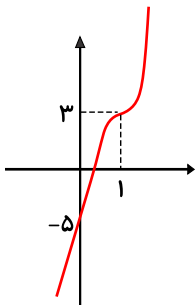
به طور مشابه $f(x) + g(-x)$ نیز ثابت است.

$x = -2$ ریشه داخل پراتنز است پس $a = -1$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$f(a) = 0$ است پس $b = 8$ است.

نمودار تابع از ناحیه ۲ عبور نمی‌کند. پس وارون آن از ناحیه ۴ عبور نمی‌کند.

$$y = b(x+a)^3 + 3 = 8(x-1)^3 + 3$$



باقی مانده تقسیم $f(2x+1)$ بر $x-1$ برابر $f(3)$ است. باقی مانده تقسیم $f(1-x)$ بر $x-4$ برابر $f(-3)$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$f(3) = 7 \Rightarrow 27m - 3n + 2 = 7$$

$$\Rightarrow 27m - 3n = 5$$

$$f(-3) = -27m + 3n + 2 = -5 + 2 = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

$$\begin{cases} f(-1) = 0 \Rightarrow -a + b - 4 = 0 \\ f(3) = 0 \Rightarrow 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 - 3x^2 - x + 3 \\ g(x) = f(x-a) - f(x-b) \end{cases}$$

$$g(2) = f(3) - f(-1) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸ نمودار f را با خط $y = x$ تقاطع می‌دهیم.

$$\frac{mx+2}{x+m+1} = x \Rightarrow mx+2 = x^2+mx+x \Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow x=1, -2$$

$$f^{-1}(\alpha + \beta) = f^{-1}(-1) = 2 \Rightarrow f(2) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{2m+2}{3+m} = -1 \Rightarrow m = -\frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$f(2x-1) = 3 - g\left(\frac{x+1}{3}\right) = a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = f^{-1}(a) \\ \frac{x+1}{3} = g^{-1}(3-a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}(1 + f^{-1}(a)) \\ x = 3g^{-1}(3-a) - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(1 + f^{-1}(a)) = 3g^{-1}(3-a) - 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(a) - 6g^{-1}(3-a) = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ چون f اکیداً نزولی است بنابراین اگر $a < b$ باشد آنگاه $f(a) > f(b)$ است.

$$f \circ f^{-1} \circ g(3x+2) > f\left(\frac{x-3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow g(3x+2) > g(x)$$

$$\Rightarrow 3x+2 < x \Rightarrow x < -1$$

$$\Rightarrow -3 < x < -1$$

$$f(x) = g(2x+3) \rightarrow g(x) = f\left(\frac{x-3}{2}\right)$$

$$\rightarrow g(3x+2) = f\left(\frac{3x-1}{2}\right)$$

$$\frac{3x-1}{2} > -3 \rightarrow x > -\frac{5}{3}$$

از طرفی باید $-\frac{x-3}{2} > -3$ باشد پس $x > -3$ است.

دامنه $f(x)$ بازه $(-3, +\infty)$ است.

پس جواب: بازه $(-\frac{5}{3}, -1)$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

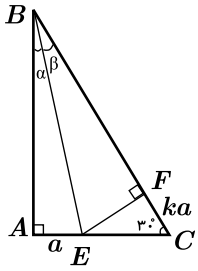
$$\frac{-2 \cot \alpha - \tan \alpha}{\cot \alpha - 2 \cot \alpha} = 3 \Rightarrow -2 \cot \alpha - \tan \alpha = -3 \cot \alpha$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \cot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta \pi}{4}$$

$$\Rightarrow \cos 4\alpha + \sin^4 \alpha = \cos \Delta \pi + \sin^4 \frac{\Delta \pi}{4}$$

$$= -1 + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = -\frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

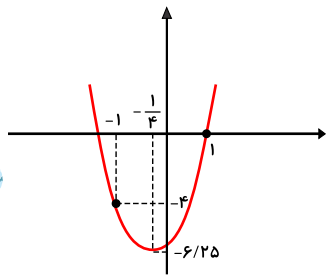


$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2}{3} \sin \beta \\ \Rightarrow \frac{a}{BE} &= \frac{2}{3} \frac{EF}{BE} \\ \Rightarrow a &= \frac{2}{3} EF \\ \Rightarrow a &= \frac{2}{3} (ka \tan c) \\ \Rightarrow k &= \frac{3}{2} \cot c = \frac{3}{2} \times \sqrt{3} \end{aligned}$$

فرض کنید $\sin^3 x = t$ در این صورت $-1 \leq t \leq 1$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$y = (2t - 2)(2t + 3) = 4t^2 + 2t - 6$$

نمودار سهمی به دست آمده را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases} t = -1 \Rightarrow y = -4 \\ t = 1 \Rightarrow y = 0 \\ t = -\frac{1}{4} \Rightarrow y = -6, 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max = 0 \\ \min = -6, 25 \end{cases}$$

تابع f نزولی است پس a منفی است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

$$f(x) = 1 - \tan(-ax + \frac{\pi}{3})$$

$$1) f(x) = 0 \Rightarrow \tan(-ax + \frac{\pi}{3}) = 1$$

$$\Rightarrow -ax + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x_A = \frac{\pi}{12a}$$

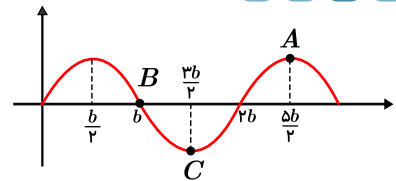
$$2) -ax_B + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_B = \frac{-\pi}{6a}$$

$$\Rightarrow (-\frac{\pi}{6a}) - \frac{\pi}{12a} = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{-3\pi}{12a} = \pi \Rightarrow a = \frac{-1}{4}$$

a و b را مثبت فرض می‌کنیم. (تابع در مبدأ صعودی است) (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$T = \frac{2\pi}{b} = 2b$$



$$\begin{cases} B(b, 0) \\ C(\frac{3b}{2}, -a) \\ A(\frac{5b}{2}, a) \end{cases}$$

$$AB = AC \Rightarrow (\frac{3b}{2})^2 + a^2 = b^2 + 4a^2$$

$$\Rightarrow \frac{5b^2}{4} = 3a^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{5}{12}$$

تابع در $x = 0$ صعودی است پس $ab > 0$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

نمودار به سمت چپ منتقل شده و سپس به اندازه $\frac{1}{b}$ منقبض یا منبسط شده پس b مثبت است. فرض کنید a و b هر دو مثبت باشند:

$$\max = 1 + a = 4 \Rightarrow a = 3$$

در نقطه $x = \frac{5\pi}{3}$ برای دومین بار مینیمم نشده است. پس:

$$bx + \frac{\pi}{6} = 2\pi + \frac{3\pi}{2} \Rightarrow bx = \frac{20\pi}{6}$$

$$\Rightarrow b \times \frac{5\pi}{3} = \frac{20\pi}{6}$$

$$\Rightarrow b = 2$$

در نقطه A برای اولین بار max شده است.

$$bx + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$f(0) = 0 \Rightarrow a - \frac{1}{2}|b| = 0$$

$$a + |b| = 6$$

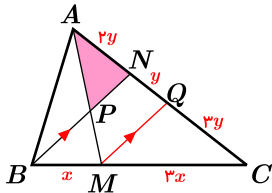
$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - |b| = 0 \\ a + |b| = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ |b| = 4 \end{cases}$$

تابع $y = a - |b| \cos(x - \frac{\pi}{3})$ در سمت راست محور x ها، ابتدا مینیمم دارد ولی در شکل داده شده تابع ابتدا ماکزیمم دارد پس باید $b < 0$ باشد پس $b = -4$ است.

$$f(x) = 2 - 4 \cos(-4x - \frac{\pi}{3}) \Rightarrow f(\frac{7\pi}{12}) = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

از نقطه M خطی به موازات BN رسم می کنیم تا AC را در Q قطع کند. طبق قضیه تاس داریم:



$$MQ \parallel BN \Rightarrow \frac{CM}{MB} = \frac{CQ}{NQ} = 3 \Rightarrow CQ = 3NQ = 3y$$

با توجه به اینکه $AC = 3AN$ پس $AN = 2y$ و $AC = 6y$

$$\triangle APN \sim \triangle AMQ \Rightarrow \frac{S_{APN}}{S_{AMQ}} = \left(\frac{AN}{AQ}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} S_{APN} = 4S \\ S_{AMQ} = 9S \end{cases}$$

مثلث های AMQ و QMC ارتفاع های یکسان دارند پس:

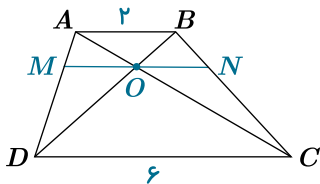
$$\frac{S_{QMC}}{S_{AMQ}} = \frac{CQ}{AQ} = 1$$

در نتیجه: $S_{QMC} = S_{AMQ} = 9S$ و همچنین مثلث های ABM و ACM ارتفاع های برابر دارند پس:

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ACM}} = \frac{BM}{MC} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{ABM} = 6S \Rightarrow S_{ABC} = 24S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{APN}}{S_{ABC}} = \frac{4S}{24S} = \frac{1}{6}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



$$\triangle ABC : ON \parallel AB \Rightarrow \frac{ON}{AB} = \frac{NC}{BC}$$

$$\triangle BCD : ON \parallel CD \Rightarrow \frac{ON}{CD} = \frac{BN}{BC}$$

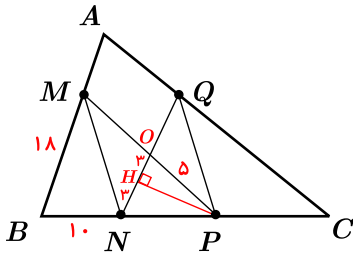
دو طرف رابطه های بالا را جمع می کنیم:

$$\frac{ON}{AB} + \frac{ON}{CD} = \frac{NC + BN}{BC} \Rightarrow \frac{ON}{2} + \frac{ON}{6} = 1 \Rightarrow ON = \frac{3}{2}$$

به همین ترتیب $OM = \frac{3}{2}$ پس:

$$MN = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰



$$\begin{aligned} \triangle BMP : ON \parallel BM &\Rightarrow \frac{ON}{BM} = \frac{OP}{MP} = \frac{NP}{BP} \\ &\Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{5}{MP} = \frac{NP}{NP+10} \Rightarrow \begin{cases} MP=15 \\ NP=5 \end{cases} \end{aligned}$$

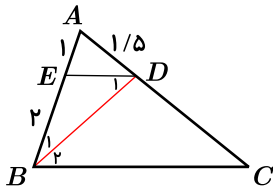
$$\triangle OMN \sim \triangle OPQ \Rightarrow \frac{ON}{OQ} = \frac{OM}{OP} = \frac{6}{10} = \frac{10}{5} \Rightarrow OQ=3$$

$$PH=4, HQ=3+3=6 \Rightarrow PQ = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$$

ارتفاع مثلث متساوی الساقین OPN را رسم می‌کنیم. داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

BD نیمساز زاویه B است. پس $\hat{B}_1 = \hat{B}_r$. با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$DE \parallel BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{B}_r$$

$$\hat{B}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow BE = ED = 2$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1/5}{AC} = \frac{2}{BC} \Rightarrow \begin{cases} AC=4,5 \Rightarrow DC=3 \\ BC=6 \end{cases}$$

$$\text{محیط نوزنقه} = 6 + 3 + 2 + 2 = 13$$

در نتیجه:

حالا قضیه تالس را به کار می‌بریم:

پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت میانه‌های متناظر با نسبت تشابه دو مثلث برابر است. پس:

$$\frac{AM}{A'M'} = k$$

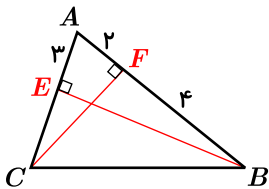
$$AM = AH$$

$$\hat{A} = 100^\circ, \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 40^\circ$$

$$\text{طبق فرض داریم: } k = \frac{AH}{A'M'} \text{ در نتیجه:}$$

یعنی در مثلث ABC ارتفاع و میانه مرسوم از A برهم منطبق‌اند پس ABC یک مثلث متساوی الساقین است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳



$$\triangle AEB : BE^2 = AB^2 - AE^2 = 36 - 9 \Rightarrow BE = 3\sqrt{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} &= \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{F} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AFC \sim \triangle AEB$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AE} \Rightarrow \frac{AC}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow AC = 4 \Rightarrow CE = 1$$

$$\triangle BEC : BC^2 = BE^2 + EC^2 = 27 + 1 \Rightarrow BC = 2\sqrt{7}$$

$$\text{طرفین تساوی را از سمت چپ در } \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \text{ ضرب می‌کنیم:}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} A \right) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow IA = \left(\frac{1}{1} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} -6+7 & -6+8 \\ -4+7 & -4+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌های قطری} = 1 + 4 = 5$$

نکته: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$(B^{-1}AB)^n = B^{-1}A^nB$$

$$(B^{-1}AB)^{1402} = B^{-1}A^{1402}B$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} = 4I$$

$$\Rightarrow A^{1402} = (A^2)^{701} = (4I)^{701} = 2^{1402}I \Rightarrow B^{-1}A^{1402}B = B^{-1}(2^{1402}I)B = 2^{1402}I$$

$$= \begin{bmatrix} 2^{1402} & 0 & 0 \\ 0 & 2^{1402} & 0 \\ 0 & 0 & 2^{1402} \end{bmatrix} \rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 \times 2^{1402}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$A^2 = 2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A = 2I \Rightarrow A^2 = 2^2I$$

$$\Rightarrow A^0 + A^2 + A = (2^0I) + (2^2I) + (2I) = 41I = \begin{bmatrix} 41 & 0 & 0 \\ 0 & 41 & 0 \\ 0 & 0 & 41 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع درایه‌ها} = 3 \times 41 = 123$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$2A^2 + A^2 - 4A + 5I = \vec{0} \Rightarrow 2A^2 + A^2 - 4A = -5I$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{5}(2A^2 + A^2 - 4A) = I \Rightarrow A \left(\frac{-2A^2 - A + 4I}{5} \right) = I$$

$$\Rightarrow A^{-1} = -\frac{2}{5}A^2 - \frac{1}{5}A + \frac{4}{5}I$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\begin{cases} mx + 2y = n - 1 \\ 3x + 4y = 2m \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{3} = \frac{2}{4} = \frac{n-1}{2m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow m - n = -1$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

نکته: شرط آنکه دستگاه دارای بی‌شمار جواب باشد آن است که: $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

نکته: در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه بدون جواب است.

$$\frac{1}{-2} = \frac{2}{k} \neq \frac{5}{6} \Rightarrow k = -4$$

$$3^m | 6^{14} \Rightarrow 3^m | 2^{14} \times 3^{14} \Rightarrow m \leq 14 \quad (I)$$

$$3^{17} | 18^{3m+1} \Rightarrow 3^{17} | 2^{3m+1} \times 3^{6m+2} \Rightarrow 17 \leq 6m + 2$$

$$\Rightarrow 15 \leq 6m \Rightarrow 3 \leq m \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} 3 \leq m \leq 14$$

در بین اعداد طبیعی از ۳ تا ۱۴ به تعداد ۱۲ عدد وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

برای گزینه ۲ مثال نقضی مانند $a = 2, b = 4, n = 1$ وجود دارد یعنی $2 | 4$ ولی $3 \nmid 5$.

ولی هر سه گزینه ۱، ۳ و ۴ به راحتی قابل اثبات هستند:

۱) $a|b \Rightarrow b = aq \Rightarrow (n \cdot b) = (n \cdot a) \cdot q \Rightarrow n \cdot a | n \cdot b$

۳) $a|b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b \cdot n = a \cdot (q \cdot n) = a \cdot q' \Rightarrow a | b \cdot n$

۴) $a|b \Rightarrow b = aq \Rightarrow b = \frac{a}{n} \cdot (q \cdot n) = \frac{a}{n} \cdot q' \Rightarrow \left(\frac{a}{n}\right) | b$

$$\left. \begin{array}{l} a | 9k + 4 \\ a | 5k + n \end{array} \right\} \times 5 \Rightarrow a | 20 - 9n$$

$$\left. \begin{array}{l} a | 9k + 4 \\ a | 5k + n \end{array} \right\} \times (-9) \Rightarrow a | 45n - 36k - 36$$

به ازای ۱، ۲ و ۳ برای n به ترتیب به رابطه‌های $a | 11, a | 2$ و $a | 7 - a$ خواهیم رسید که در هیچ کدام a نمی‌تواند مرکب باشد ولی به ازای $n = 4$ به رابطه $a | -16$ می‌رسیم که a می‌تواند عدد مرکبی مانند ۴، ۸ و ۱۶ باشد. به عنوان مثال به ازای $k = 8$ و $n = 4$ مقدار a می‌تواند ۴ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

عبارت $a + b | a^k + b^k$ ارزش درستی دارد اگر و تنها اگر k عددی طبیعی و فرد باشد. بنابراین:

$$7^{22} + 1 | 49^n + 1 \Rightarrow 49^{11} + 1 | 49^n + 1$$

بنابراین n باید مضرب فردی از ۱۱ باشد. بزرگ‌ترین عدد سه رقمی با این وضعیت عدد $11 \times 89 = 979$ است که مجموع ارقامش ۲۵ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

اگر $(m, m + 7) = d$ آنگاه:

$$\left. \begin{array}{l} d | m + 7 \\ d | m \end{array} \right\} \times (-1) \Rightarrow d | 7 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 7$$

حاصل وقتی برابر ۷ است که m مضرب ۷ باشد. در بین اعداد طبیعی دو رقمی، ۱۳ عدد مضرب ۷ وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

نکته سؤال در این است که d شمارنده‌ای از ۱۴۰ است و چون ۱۴۰ به صورت $7^1 \times 5^1 \times 2^2$ تجزیه می‌شود کافی است ببینیم از این عوامل کدام‌ها در

[۲۸۱۲۴, ۷۷] وجود دارد. (نیازی به محاسبه [۲۸۱۲۴, ۷۷] وجود ندارد.)

[۲۸۱۲۴, ۷۷] هر دو عامل 2^2 و 7^1 را داشته ولی ۵ را ندارد بنابراین $d = 28$.

$$\left. \begin{array}{l} m | 17! + 2 \\ m | 18! + 12 \end{array} \right\} \times 18 \Rightarrow m | 24$$

$$\left. \begin{array}{l} m | 17! + 2 \\ m | 18! + 12 \end{array} \right\} \times (-1) \Rightarrow m | 18$$

عدد $17! + 2$ به هیچ یک از شمارنده‌های ۲۴ به غیر از ۱ و ۲ بخش پذیر نیست ($17!$ به همه اعداد ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲ و ۲۴ بخش پذیر بوده و وقتی با ۲ جمع شود نمی‌تواند به آنها بخش پذیر باشد) از طرف دیگر هر دو عدد $17! + 2$ و $18! + 12$ زوج بوده و ب.م.م.شان نمی‌تواند ۱ باشد. پس $m = 2$.

$$\left. \begin{array}{l} a = 38k + 11 \Rightarrow a = 19k' + 11 \\ a = 24q + 19 \Rightarrow a = 3q' + 1 \end{array} \right\} \times 3$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 38k + 11 \Rightarrow a = 19k' + 11 \\ a = 24q + 19 \Rightarrow a = 3q' + 1 \end{array} \right\} \times 19$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a = 57k' + 33 \xrightarrow{\times 6} 18a = 57k'' + 198 \\ \Rightarrow 19a = 57q' + 19 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow a = 57L + (19 - 198) = 57L + (-179)$$

$$\Rightarrow a = 57L + (-179) + 228 - 228$$

$$\Rightarrow a = 57L' + 49$$

$$a = 90k$$

$$a = 66q + r \Rightarrow 90k = 66q + r$$

$$\Rightarrow r = 6(15k - 11q) \Rightarrow r = 6k'$$

در بین گزینه‌ها فقط ۳۰ مضربی از ۶ است.

$$q^2 - 7 < 174$$

$$a = 174q + (q^2 - 7)$$

$$q^2 < 181$$

$$q \leq 13$$

$$q_{max} = 13$$

$$\Rightarrow a_{max} = 174 \times 13 + (13^2 - 7) = 2424$$

مجموع ارقام عدد به دست آمده ۱۲ است.

عدد داده شده را به فرم $\alpha = (n-1)n(n+1)(n^2+1)$ تجزیه کرده و با توجه به موجود بودن حاصل ضرب سه عدد متوالی در آن، مضرب ۳ بودن $n^2 - n$ مسجل می‌شود. حال اگر مجموعه اعداد طبیعی را به ۵ مجموعه با اشکال $5k+1, 5k+2, 5k+3, 5k+4, 5k+5$ افزایش کنیم، خواهیم داشت:

$$n = 5k \Rightarrow \alpha = (n-1) \times (5k) \times (n+1) \times (n^2+1) = 5q$$

$$n = 5k+1 \Rightarrow \alpha = (5k) \times n \times (n+1) \times (n^2+1) = 5q$$

$$n = 5k+2 \Rightarrow \alpha = (n-1) \times n \times (n+1) \times (25k^2 + 20k + 5) = 5q$$

$$n = 5k+3 \Rightarrow \alpha = (n-1) \times n \times (n+1) \times (25k^2 + 30k + 10) = 5q$$

$$n = 5k+4 \Rightarrow \alpha = (n-1) \times n \times (5k+5) \times (n^2+1) = 5q$$

بنابراین در هر حالی $n^2 - n$ هم مضرب ۳ است و هم مضرب ۵، به این معنا که همه اعداد مضرب ۱۵ بوده و $A = \{0\}$.

جملات «الف» و «ب» و «ه» صحیح هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

افزایش دما نیروی هم‌چسبی و دگرچسبی را کاهش می‌دهد و افزایش ناخالصی باعث کاهش نیروی هم‌چسبی می‌شود. بنابراین جمله‌های «الف» و «ه» صحیح هستند. در مورد جمله «ب»، دقت می‌کنیم که مایع به شکل قطره باقی‌مانده است یعنی نیروی هم‌چسبی از نیروی دگرچسبی بین مایع و شیشه قوی‌تر است. با افزایش دما هم نیروی هم‌چسبی و هم نیروی دگرچسبی کاهش می‌یابد ولی ممکن است کاهش نیروی هم‌چسبی شدیدتر باشد و باعث شود که نیروی هم‌چسبی کم‌تر از نیروی دگرچسبی شود. پس جمله «ب» صحیح است. در جمله «ج» با افزایش دما و کاهش نیروی هم‌چسبی قطرات کوچک‌تر می‌شوند. در جمله «د» دقت شود که نیروهای بین مولکولی در فاصله‌های کوتاه برقرار می‌شوند. افزایش دما باعث افزایش جنبش ذرات می‌شود و باعث می‌شود در قسمت شکسته شده ذرات در لحظاتی به هم نزدیک شوند و نیروی بین مولکولی مجدداً برقرار شود.

فشار مکعب زمانی بیشینه است که کمترین سطح مقطع روی میز قرار گرفته باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

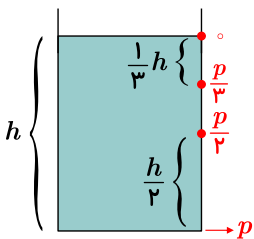
$$P_{max} = \frac{mg}{A_{min}} = \frac{mg}{10cm^2}$$

اگر مکعب را ذوب کنیم و استوانه بسازیم جرم استوانه برابر جرم مکعب خواهد بود پس داریم:

$$P' = \frac{mg}{A} = \frac{mg}{\pi R^2} = \frac{mg}{3 \times 25} = \frac{mg}{75cm^2}$$

$$\frac{P'}{P} = \frac{\frac{mg}{75}}{\frac{mg}{10}} = \frac{2}{15}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳



$$P_{\text{بالای دیواره طرف}} = \frac{P}{2} = \frac{P}{6}$$

$$P_{\text{پایین دیواره طرف}} = \frac{P + \frac{P}{2}}{2} = \frac{3P}{4}$$

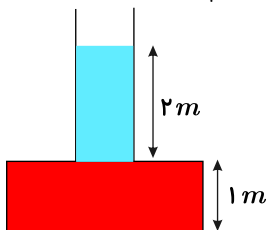
$$F = P \cdot A \Rightarrow \frac{F}{\frac{1}{2} \text{ پایین دیواره طرف}} = \frac{P}{\frac{1}{2} \text{ بالای دیواره طرف}} \times \frac{A}{\frac{1}{2} \text{ پایین دیواره طرف}} = \frac{P}{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} \cdot A = \frac{P}{2} \cdot A$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

ابتدا فشار کف ظرف را در حالت اول محاسبه می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

$$P_1 = P_{\text{مایع}} + P_{\text{هوا}} = \rho gh + P_0 = 2000 \times 10 \times 1 + 10^5 = 1,2 \times 10^5 \text{ pa}$$

با توجه به اینکه مایع دوم چگال‌تر است کف ظرف را می‌گیرد و مایع اولی بالا می‌آید. با توجه به اینکه حجم مایع اضافه شده دقیقاً برابر قسمت پایینی ظرف است داریم:

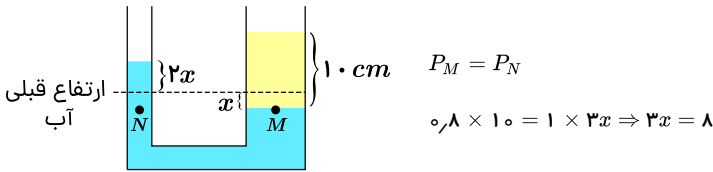


$$P_2 = P_{\text{مایع قبلی}} + P_{\text{مایع جدید}} + P_{\text{هوا}}$$

$$= 2000 \times 10 \times 1 + 2000 \times 10 \times 2 + 10^5 = 1,8 \times 10^5$$

$$\text{درصد افزایش فشار} = \frac{\Delta P}{P_1} \times 100 = \frac{0.6 \times 10^5}{1.2 \times 10^5} \times 100 = 50$$

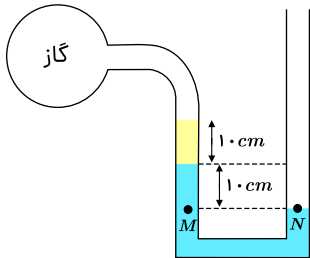
۴۵) هنگامی که روغن را به شاخه سمت راست اضافه می‌کنیم آب به اندازه x پایین می‌رود و سمت چپ به اندازه $2x$ از ارتفاع قبلی بالا می‌رود و آب در دو شاخه به اندازه $3x$ اختلاف ارتفاع پیدا می‌کند بنابراین داریم:



$$P_M = P_N$$

$$0.8 \times 10 = 1 \times 3x \Rightarrow 3x = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶



$$P_M = P_N$$

$$P_1 + P_o + P_{\text{گاز}} = P_2$$

$$P_{\text{گاز}} - P_2 = -P_1 - P_o = -\rho_1 g h_1 - \rho_o g h_o$$

$$P_{\text{بیمانه‌ای}} = -2000 \times 10 \times 0.1 - 1500 \times 10 \times 0.1$$

$$P_{\text{بیمانه‌ای}} = -3500 \text{ pa}$$

۴۷) هنگامی که جسم روی مایع شناور می‌شود چگالی مایع از چگالی جسم بیشتر است و هنگامی که جسم داخل مایع غوطه‌ور می‌ماند چگالی مایع با چگالی جسم برابر است پس داریم $\rho_1 > \rho_2$

در حالت غوطه‌وری و شناوری نیروی شناوری برابر با نیروی وزن جسم است پس داریم $F_{b_1} = F_{b_2}$

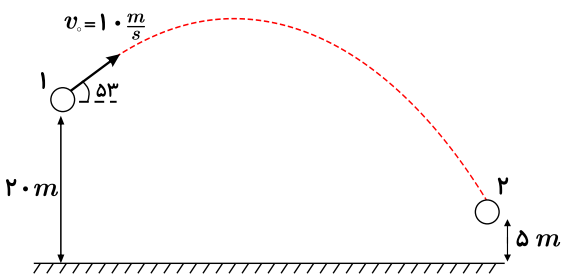
۴۸) هرچه آب پایین‌تر بیاید سرعت آن بیشتر می‌شود و طبق معادله پیوستگی ($A_1 V_1 = A_2 V_2$) با افزایش سرعت سطح مقطع کاهش می‌یابد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$k = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{112.5}{50} = \left(\frac{v_1 + 3}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1 + 3}{v_1} = \frac{3}{2} \Rightarrow v_1 = 6 \frac{m}{s}$$

۵۰) دقت کنید که انرژی کمیته نرده ایست و جهت پرتاب در آن تأثیری ندارد.



$$u_1 + k_1 = u_2 + k_2$$

$$m g h_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = m g h_2 + \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1 \times (10)^2 = 10 \times 5 + \frac{1}{2} v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2^2 = 400 \Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

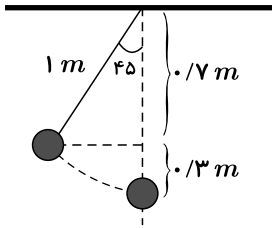
۵۱) طبق قضیه کار انرژی داریم:

$$w_{F_{\text{خالص}}} = \Delta k$$

$$\frac{\text{کار نیروی خالص در جابه‌جایی } \Delta x_2}{\text{کار نیروی خالص در جابه‌جایی } \Delta x_1} = \frac{F \cdot \Delta x_2}{F \cdot \Delta x_1} = \frac{\frac{1}{2} m (9v)^2 - (3v)^2}{\frac{1}{2} m (3v)^2 - (v)^2} = \frac{72}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲



$$W_{\text{کل}} = \Delta k$$

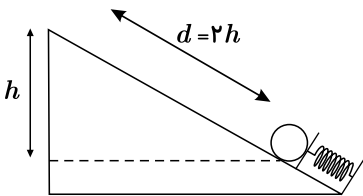
$$W_{\text{مقاومت هوا}} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} - mg\Delta h = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} - 0.1 \times 10 \times (-0.3) = \frac{1}{2} \times 0.1 \times 4$$

$$W_{\text{مقاومت هوا}} = -0.1 \text{ J}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳



$$w_{\text{وزن}} + w_{\text{فتر}} + w_{\text{اصطکاک}} = \Delta k$$

$$-mg\Delta h - \Delta u_{\text{فتر}} + fd \cos 180^\circ = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$-2 \times 10 \times (-h) - 54.4 + 1 \times 2h \times (-1) = \frac{1}{2} \times 2 \times (-4)$$

$$20h - 54.4 - 2h = -4$$

$$\Rightarrow 18h = 50.4 \Rightarrow h = 2.8 \text{ m} \Rightarrow d = 5.6 \text{ m}$$

جملات (الف) و (ج) نادرست و جملات (ب) و (د) صحیح هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

نیروهای وزن و اصطکاک در طول این مسیرها کار انجام می‌دهند. با توجه به اینکه نیروی وزن فقط به ارتفاع اول و آخر بستگی دارد کار نیروی وزن برای هر سه مسیر برابر و مثبت است. کار نیروی اصطکاک به طول مسیر بستگی دارد و همواره منفی است، مسیر (۱) اصطکاک نداریم و با توجه به اینکه مسیرهای (۲) و (۳) طول برابر ندارند کار نیروی اصطکاک آنها برابر نیست. بنابراین گلوله (۱) در زمان کوتاه‌تر و با سرعت بیشتر به زمین می‌رسد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$w_{\text{وزن}} + w_{\text{بالابر}} = \Delta k$$

$$P_{\text{مفید}} \cdot t - mg\Delta h = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{\text{مفید}} \times 2 - 400 \times 10(4) = \frac{1}{2} \times 400(4)$$

$$2P_{\text{مفید}} = 16800 \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 8400 \text{ W}$$

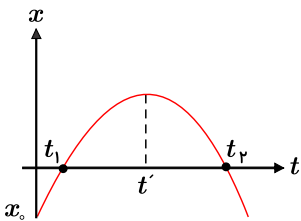
$$\text{درصد بازده} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان کل}} \times 100 = \frac{8400}{10000} \times 100 = 84$$

لحظه تغییر جهت متحرک لحظه ۴s است. با توجه به این موضوع در دو ثانیه دوم (۲s تا ۴s) تغییر جهت نداریم و: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۶

$$L_{v-f} = |\Delta x_{v-f}| = \left| \frac{v_f + v_v}{2} \times \Delta t \right| = \left| \frac{4 + 0}{2} \times 2 \right| = 4 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{4}{2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

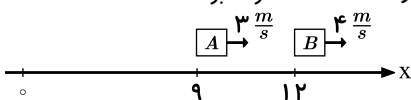
با توجه به اینکه دو بار علامت بردار مکان تغییر می‌کند سهمی حتماً دو ریشه دارد و شکل نمودار مطابق شکل روبه‌روست: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۷



معادله سهمی $x = -t^2 + 8t + x_0$ است و رأس سهمی در لحظه ۴s است. با توجه به تقارن سهمی داریم:

$$t' = \frac{t_1 + t_2}{2} = 4 \Rightarrow t_1 + t_2 = 8$$

با توجه به شکل روبه‌رو با گذشت زمان فاصله دو متحرک همواره زیاد می‌شود بنابراین بیشترین فاصله در لحظه $t = 10 \text{ s}$ خواهد بود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸



$$x_{B_{10}} - x_{A_{10}} = 4(10) + 12 - (3(10) + 9) = 13 \text{ m}$$

جهت حرکت فقط در لحظه t_p تغییر می‌کند. با توجه به اینکه از لحظه صفر تا t_p تغییر جهت نداریم سرعت و تندی متوسط برابر است. در لحظات بین t_p تا t_f ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

سرعت متحرک منفی است و این بدان معناست که متحرک به سمت چپ حرکت می‌کند و لزومی ندارد که در مکان‌های منفی باشد. شتاب متحرک در لحظات t_1 و t_p و t_f تغییر می‌کند.

$$\Delta x_{r-d} = \frac{v_r + v_d}{2} \Delta t_{r-d} \Rightarrow -9 = \frac{v_d}{2} \times 3 \Rightarrow v_d = -6 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v_d - v_r}{\Delta t} = \frac{-6 - 0}{3} = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + v_0 \xrightarrow{v_r=0} 0 = -2(2) + v_0 \Rightarrow v_0 = 4 \frac{m}{s}$$

۶۱ | ابتدا مسافتی که بعد از ترمز گرفتن طی می‌کند تا متوقف شود را محاسبه می‌کنیم:

$$v_r^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - 30^2 = 2(-5)\Delta x \Rightarrow \Delta x = 90m$$

بنابراین در زمان واکنش حداکثر ۱۰ m را می‌تواند طی کند و با توجه به سرعت ثابت زمان واکنش داریم:

$$t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}s$$

۶۲ | می‌دانیم لحظه تغییر جهت متحرک لحظه t_1 است و سطح زیر نمودار $v-t$ برابر جابه‌جایی است پس:

$$\Delta x_{0-t_1} = \frac{10(t_1 - 0)}{2} = 5t_1$$

$$\Delta x_{t_1-t_r} = \frac{4(t_r - t_1)}{2} = 2(t_r - t_1)$$

$$\frac{\bar{v}_{0-t_1}}{\bar{v}_{t_1-t_r}} = \frac{\frac{\Delta x_{0-t_1}}{t_1-0}}{\frac{\Delta x_{t_1-t_r}}{t_r-t_1}} = \frac{\frac{5t_1}{t_1}}{\frac{2(t_r-t_1)}{t_r-t_1}} = \frac{5}{2}$$

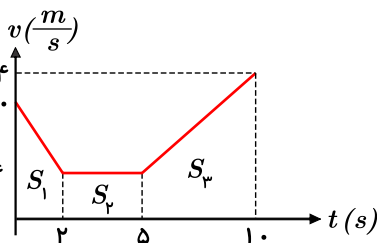
۶۳ | با توجه با اینکه جابه‌جایی بازه‌های زمانی متوالی در حرکت شتاب ثابت دنباله عددی با قدر نسبت a تشکیل می‌دهند داریم:

جابه‌جایی ثانیه اول	x_1	x_1
جابه‌جایی ثانیه دوم	7	$x_1 + a$
جابه‌جایی ثانیه سوم	x_3	$x_1 + 2a$
جابه‌جایی ثانیه چهارم	3	$x_1 + 3a$
جابه‌جایی ثانیه پنجم	x_5	$x_1 + 4a$

$$x_4 - x_3 = (x_1 + 3a) - (x_1 + 2a) \Rightarrow 3 - 7 = 2a \Rightarrow a = -2 \frac{m}{s^2}$$

با این حساب می‌دانیم که $x_1 = 9m$ و $x_2 = 7m$ و $x_3 = 5m$ و $x_4 = 3m$ و $x_5 = 1m$ است و جابه‌جایی کل ۵ ثانیه اول برابر جمع این جابه‌جایی‌ها یعنی ۲۵ متر است.

۶۴ | ابتدا نمودار $v-t$ را رسم می‌کنیم.



$$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = s_1 + s_2 + s_3$$

$$\Delta x = \frac{(10+4)}{2} \times 2 + 4 \times 3 + \frac{(4+14)}{2} \times 5$$

$$= 14 + 12 + 45 = 71m \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{71}{10} = 7.1 \frac{m}{s}$$

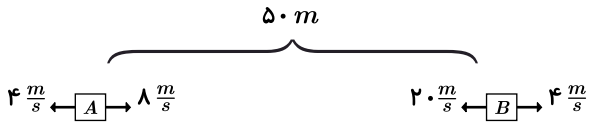
۶۵ | شیب نمودار سرعت زمان شتاب متحرک را نشان می‌دهد و داریم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{3}{2}t^2 - 4t \\ x_B = t^2 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = |x_A - x_B| = \frac{t^2}{2} - 4t = 16.5$$

$$\Rightarrow t^2 - 8t - 33 = 0 \Rightarrow (t-11)(t+3) = 0 \Rightarrow t = 11s$$

۶۶ | معمولاً در اینگونه سؤالات معادله‌های مکان نوشته می‌شود و مساوی هم قرار داده می‌شود تا لحظه برخورد به دست بیاید اما در این سؤال با توجه به اینکه

متحرک A زودتر (در لحظه ۲s) متوقف می‌شود جابه‌جایی‌ها را جداگانه محاسبه می‌کنیم:



$$v_{v_A}^r - v_{i_A}^r = a_{A} \Delta x_A \Rightarrow 0 - 64 = 2(-4) \Delta x_A \Rightarrow \Delta x_A = 8m$$

بنابراین مسافتی که B تا قبل از برخورد می‌تواند طی کند ۴۲ متر است. جابه‌جایی B را تا توقف محاسبه می‌کنیم:

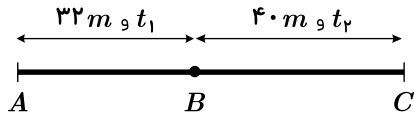
$$v_{v_B}^r - v_{i_B}^r = a_{B} \Delta x_B \Rightarrow 0 - 40 = 2(4) \Delta x \Rightarrow \Delta x = -50m$$

باتوجه به اعداد به‌دست‌آمده برخورد قطعی است. با توجه به اینکه A در لحظه $t = 2s$ و پس از هشت متر متوقف می‌شود باید ببینیم که متحرک B، ۴۲ متر را در چه مدتی طی می‌کند.

$$\Delta x_B = -42m = 2t^r - 20t \Rightarrow t^r - 10t + 21 = 0 \Rightarrow (t-3)(t-7) = 0$$

بنابراین در لحظه $t = 3s$ برخورد رخ می‌دهد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷



$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{AB} &= \frac{1}{2} a t_1^r = 32 \\ \Delta x_{AC} &= \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^r = 72 \end{aligned} \right\} \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta x_{AC}} = \frac{4}{9} = \frac{t_1^r}{(t_1 + t_2)^r}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸

$$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^r = -5t^r$$

$$L_{4-6} = |y_6 - y_4| = |-180 - (-180)| = 100m$$

$$L_{2-3} = |y_3 - y_2| = |-45 - (-20)| = 25m$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹

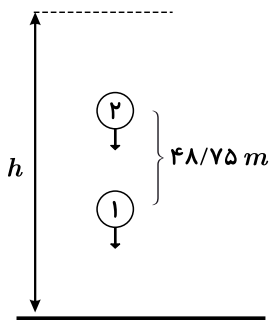
$$y = -\frac{1}{2} g t^r + h \Rightarrow y_{r,5} = 18,75 \Rightarrow 18,75 = -5(6,25) + h$$

$$\Rightarrow h = 50m$$

$$v_r^r - v_i^r = -2g \Delta y \Rightarrow v_r^r - 0 = -2 \times 10 \times (-50) = 1000$$

$$\Rightarrow v = 10\sqrt{10}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰



$$y_1 = -\frac{1}{2} g t_1^r + h = -5t_1^r + h$$

$$y_2 = -\frac{1}{2} g t_2^r + h = -5(t_2 - 1,5)^r + h$$

$$y_2 - y_1 = 48,75 \Rightarrow -5(t_2 - 1,5)^r + 5t_1^r = 48,75$$

$$\Rightarrow -5(t_1^r - 3t_1 + 2,25) + 5t_1^r = 48,75$$

$$\Rightarrow \cancel{-5t_1^r} + 15t_1 - 11,25 + \cancel{5t_1^r} = 48,75$$

$$15t_1 = 60 \Rightarrow t_1 = 4s$$

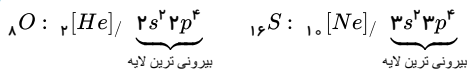
$$\Rightarrow t_2 = t_1 - 1,5 = 2,5s$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱ $\ddot{O} - \ddot{S} = \ddot{O}$: جفت الکترون‌های پیوندی $\frac{3}{6} = 0,5$ مورد آ: درست است.

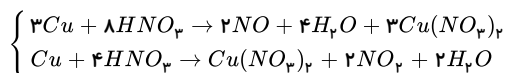
مورد ب: غلط است. گاز SO_2 (گوگرد تری‌اکسید) در اثر واکنش با آب سولفوریک اسید تولید می‌کند.

مورد پ: درست است. اکسید فلزات در آب تشکیل اسید می‌دهند و PH کاهش می‌یابد.

مورد ت: درست است. عناصر گوگرد و اکسیژن هر ۲ متعلق به گروه ۱۶ جدول هستند که دارای ۶ الکترون می‌باشند، که ۲ الکترون در زیرلایه S و ۴ الکترون در زیرلایه P می‌باشد.



واکنش فلز به ۲ صورت با نیتریک اسید انجام می‌شود که به صورت زیر است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲



ابتدا سهم انرژی‌های مورد نظر را در مصرف ماهانه به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳

انرژی گاز طبیعی در یک ماه $720 = 30 \times$ مقدار انرژی گاز طبیعی در یک روز $24 = 40 \times 0.6$

انرژی از انرژی خورشید در یک ماه $360 = 30 \times$ مقدار انرژی از انرژی خورشید در یک روز $12 = 40 \times 0.3$

انرژی از گرمای زمین $60 = 2 \times 30 =$ مقدار انرژی از باد \Rightarrow مقدار انرژی از باد $2 \times 30 = 60$

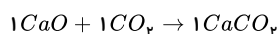
کیلوگرم کربن دی‌اکسید توسط گاز طبیعی $259.2 = 40 \times 0.6 \times \frac{0.36 kg CO_2}{1 kw \cdot h}$

توسط انرژی خورشیدی $18 kg CO_2 = 40 \times 0.3 \times \frac{0.5 kg CO_2}{1 kw \cdot h}$

توسط گرمای زمین $1.8 kg CO_2 = 40 \times 0.3 \times \frac{0.3 kg CO_2}{1 kw \cdot h}$

توسط باد $0.6 kg CO_2 = 40 \times 0.6 \times \frac{0.1 kg CO_2}{1 kw \cdot h}$

$246 kg CO_2 \approx 279.6 \times \frac{88}{100} = 259.2 + 18 + 1.8 + 0.6$ مجموع CO_2 ماهانه



$$246 kg CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{44 gr CO_2} \times \frac{1 mol CaCO_3}{1 mol CO_2} \times \frac{100 gr CaCO_3}{1 mol CaCO_3} \approx 559 kg CaCO_3$$

ابتدا به کمک چگالی و داشتن حجم مولی در شرایط $S \cdot T \cdot P$ ، جرم مولی را در شرایط $S \cdot T \cdot P$ می‌یابیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$\rho = \frac{m}{v} \rightarrow 1.25 = \frac{m}{22.4} \rightarrow m = \frac{5}{4} \times 22.4 = 28 gr \cdot mol^{-1}$$

$$1.806 \times 10^{23} \times \frac{1 mol atom}{6.02 \times 10^{23}} \times \frac{1 mol gas}{2 mol atom} \times \frac{28 gr gas}{1 mol gas} = 0.42 gr gas$$

ابتدا به کمک قانون گازها حجم مولی را محاسبه می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$13 gr NaN_3 \times \frac{1 mol NaN_3}{65 gr NaN_3} \times \frac{3 mol NaN_3}{2 mol NaN_3} \times \frac{32.82 lit}{1 mol N_2} \rightarrow 9.85 lit N_2$$

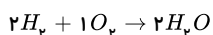
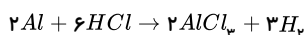
$$\frac{P_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \rightarrow \frac{22.4}{273} = \frac{v_2}{400} \rightarrow v_2 = 32.82 lit$$

بررسی عبارت‌های نادرست: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

(ب) واکنش مورد نظر (فرآیند هابر) برگشت پذیر بوده و نمی‌توان همه واکنش دهنده‌ها را به فرآورده تبدیل کرد.

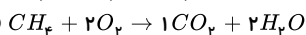
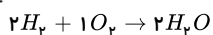
(ت) یکی از نتایج افزایش تولید CO_2 در هواکره، افزایش دمای تمام نقاط کره زمین و در نتیجه ذوب شدن یخ‌های قطبی است.

واکنش‌های شیمیایی به صورت روبه‌رو است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷



$$16 gr O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 gr O_2} \times \frac{2 mol H_2}{1 mol O_2} \times \frac{2 mol Al}{3 mol H_2} \times \frac{27 gr Al}{1 mol Al} \times = 18 gr Al$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸



$$5.6 lit CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{22.4 lit CO_2} \times \frac{2 mol H_2O}{1 mol CO_2} \times \frac{18 gr H_2O}{1 mol H_2O} = 9 gr H_2O$$

$$11,25 - 9 = \underbrace{2,25}_{\text{واکنش اول}} \text{gr } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ gr } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol } H_2O} \times \frac{22,4 \text{ lit } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 2,8 \text{ lit } H_2$$

$$5,6 \text{ lit } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22,4 \text{ lit } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{22,4 \text{ lit } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} = 5,6 \text{ lit } CH_4$$

$$\text{درصد حجمی متان} = \frac{5,6}{5,6 + 2,8} \times 100 = 66,66$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹



فرض کنیم مقدار اولیه اتانول و گلوکز برابر x گرم باشد، سپس به کمک قانون آووگادرو که ۱ مول از هر گاز در دما و فشار یکسان حجم برابری دارند استفاده می‌کنیم:

$$x \text{ gr } C_6H_{12}O_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{180 \text{ gr } C_6H_{12}O_6} \times \frac{6 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6} \times \frac{V \text{ lit } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = \frac{1}{30} \times x \times V$$

$$x \text{ gr } C_7H_8OH \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_8OH}{122 \text{ gr } C_7H_8OH} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_7H_8OH} \times \frac{V \text{ lit } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = \frac{1}{31} \times x \times V$$

$$= \frac{\frac{1}{30} \times x \times V}{\frac{1}{31} \times x \times V} = 0,76$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰

$$0,475 \text{ gr } MgCl_2 \times \frac{1 \text{ mol } MgCl_2}{95 \text{ gr } MgCl_2} \times \frac{2 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } MgCl_2} \times \frac{35,5 \text{ gr } Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 0,355 \text{ gr } Cl^-$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \rightarrow ppm = \frac{0,355}{10^4} \times 10^6 = \boxed{35,5}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱ ابتدا مول ۲ ماده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{39}{18} = 2,1 \text{ mol } H_2O > \frac{48}{32} = 1,5 \text{ mol } CH_3OH$$

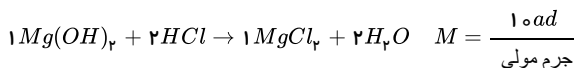
در نتیجه آب حلال است، باید توجه داشت حلال ماده‌ای است که مول بیشتری دارد و نه جرم بیشتری.

$$\%w/w = \frac{48}{48 + 39} \times 100 = \frac{48}{87} \times 100 \approx 55\%$$

حال در فرمول $M = \frac{10ad}{\text{جرم مولی حل‌شونده}}$ جایگذاری می‌کنیم. ($d =$ چگالی بر حسب $gr \cdot ml^{-1}$ و $a =$ درصد جرمی)

$$M = \frac{10 \times 55 \times 1,1}{32} = 18,9 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲ ابتدا معادله به صورت موازنه شده به شکل روبه‌رو تبدیل می‌شود:

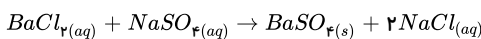


$$\rightarrow \frac{10 \times 19 \times 1}{95} = 2 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

$$M = \frac{n}{V} \rightarrow 2 = \frac{n}{10} \rightarrow n = 20 \text{ mol } MgCl_2$$

$$20 \text{ mol } MgCl_2 \times \frac{2 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } MgCl_2} \times \frac{1 \text{ lit } HCl}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{10^3 \text{ ml } HCl}{1 \text{ lit } HCl} = 2 \times 10^4 \text{ ml } HCl$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳



(آ) درست - در این واکنش رسوب سفید رنگ $BaSO_4$ تولید می‌شود. در واکنش میان محلول‌های $AgNO_3$ و $NaCl$ ، رسوب سفید رنگ $AgCl$ تولید می‌شود.

(ب) درست - با توجه به تشکیل رسوب رنگی باریم سولفات، از این واکنش می‌توان برای شناسایی یون باریم در محلول آبی استفاده کرد.

(پ) نادرست - واکنش مورد نظر سریع است.

(ت) درست - با توجه به ضرایب واکنش

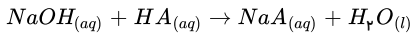
۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴ گزینۀ ۱: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در K_2CO_3 و $CuNO_3$ به ترتیب ۲ و ۱ است.

گزینۀ ۲: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در Na_2O و $Mg(NO_3)_2$ به ترتیب ۲ و ۱ است.

گزینۀ ۳: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در $Ca_3(PO_4)_2$ و $FeCl_3$ به ترتیب $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است.

گزینه ۴: نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در $MgSO_4$ همانند AlN برابر ۱ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵



$$0,16 \text{ gr } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{40 \text{ gr } NaOH} \times \frac{1 \text{ mol } HA}{1 \text{ mol } NaOH} = 0,004 \text{ mol } HA \quad M_{HA} = \frac{0,004}{0,1} = 0,04 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

$$HA \text{ غلظت در رقیق} = 0,04 + 0,1 = 0,14 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

به کمک رابطه خنثی‌سازی داریم:

$$M_{\text{غلظ}} \times V_{\text{غلظ}} = M_{\text{رقیق}} \times V_{\text{رقیق}} \rightarrow M_{\text{غلظ}} \times 2 = 0,14 \times 100 \rightarrow M_{\text{غلظ}} = 7 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$M = \frac{100a}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow 7 = \frac{100 \times a \times 7}{100} \rightarrow a = 15\%$$

گزینه ۱ غلط است. تعداد یون‌ها، ۲ برابر تعداد مولکول‌ها می‌باشد.

گزینه ۲ غلط است. میزان انحلال‌پذیری به رسانایی ارتباطی ندارد.

گزینه ۳ غلط است. سدیم هیدروژن کربنات همان جوش شیرین است.

چون در ظرف گاز H_2 نداریم در آغاز واکنش برگشت انجام می‌شود و در لحظه تعادل غلظت NH_3 از N_2 کمتر خواهد بود.

رسانایی به غلظت یون‌ها بستگی دارد.

$$\text{غلظت یون‌ها} = 2 \times \frac{1}{2} \times 0,6 = 0,6$$

الف - $[H^+]$ افزایش یابد به همان نسبت $[OH^-]$ کاهش می‌یابد. (غلط)

ب - هر اندازه pH بیشتر شود به همان اندازه pOH کاهش می‌یابد. (غلط)

ج - α به غلظت اولیه بستگی دارد. (غلط)

$$[H^+] = 1 \rightarrow [OH^-] = 10^{-14} \quad \text{د -}$$

گزینه ۱ غلط است. دما معلوم نیست پس غلظت هیدرونیوم معلوم نیست.

$$k_a = \frac{[H^+]^n}{M} \xrightarrow{n>m} k_{aHA} < k_{aHB} \quad \text{گزینه ۲ غلط است.}$$

گزینه ۳ صحیح است. غلظت $[H^+]$ محلول برابر پس سرعت برابر است.

گزینه ۴ غلط است. هرچه غلظت بیشتر α کوچک‌تر خواهد بود.

۱ قدرت اسید به k_a بستگی دارد.

۲ ثابت یونش در حالت ثانویه با حالت اولیه برابر بوده و برابر $10^{-5} \times 2$ می‌باشد.

۳ صحیح است. α با کاهش غلظت اولیه افزایش می‌یابد زیرا α با غلظت رابطه عکس دارد.

۴ غلظت اولیه هم کاهش می‌یابد که تاثیر آن روی غلظت $[H^+]$ بیشتر از α می‌باشد.

الف - غلط است. در لحظه تعادل غلظت مولکول‌ها از یون‌ها در ظرف بیشتر است.

الف - صحیح است. در لحظه‌های وسط فرآیند یونش می‌تواند به این صورت باشد.

ج - غلط است. سولفوریک اسید به دلیل تولید بیشتر H^+ ، اسیدی‌تر است.

د - غلط است. نقره کلرید همانند سدیم کلرید الکترولیت قوی به‌شمار می‌رود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳

$$A = B$$

$$1 \quad 0$$

$$T \text{ نمای} \quad -0,6 \quad +0,6$$

$$0,4 \quad 0,6 \quad K_1 = \frac{0,6}{0,4} = \frac{3}{2}$$

$$A = B$$

$$1 \quad 0$$

$$-x \quad +x \quad k_2 = \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1 \rightarrow \frac{x}{1-x} = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$1-x \quad x$$

$$\rightarrow \text{بازده} = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۴

$$۰,۵۴g N_2O_5 \times \frac{۱ mol}{۱۰۸g N_2O_5} \times \frac{۲ mol HNO_3}{۱ mol} = ۰,۰۱ mol HNO_3$$

$$\rightarrow [HNO_3] = \frac{۰,۰۱}{۰,۲} = ۰,۰۵$$

$$\rightarrow [H^+] = ۰,۰۵ \rightarrow pH = ۱,۳ \rightarrow pOH = ۱۲,۷$$

$$\rightarrow pOH - pH = ۱۲,۷ - ۱,۳ = ۱۱,۴$$

۹۵ ۱ ۲ ۳ ۴ C_7H_8O غیر الکترولیت پس $\alpha = ۰$ دارد و HBr به علت اسید قوی بودن $\alpha = ۱$ دارد.

۹۶ ۱ ۲ ۳ ۴ الف - صحیح است. پس از تعادل خواص ماکروسکوپی یک ثابت می‌ماند.

ب - غلط است. واحد ثابت یونش $\frac{mol}{L}$ است.

ج - غلط است. می‌تواند نشانه برگشت پذیر بودن باشد.

د - غلط است. ثابت تعادل می‌تواند فاقد یکا باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۷

$$[OH^-] = [KOH] = ۰,۲$$

$$pOH = -\log ۲ \times ۱۰^{-۱} = ۰,۷ \rightarrow pH = ۱۳,۳$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۸

$$[OH^-] = ۰,۲ \rightarrow [H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴}$$

$$\rightarrow [H^+] = ۵ \times ۱۰^{-۱۴}$$

$$\rightarrow pH = ۱۱,۳$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ حجم را ۲ برابر می‌کنیم pH به اندازه ۲ \log تغییر می‌کند پس اختلاف دو جای خالی اول باید برابر ۳ باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰۰

$$pH = ۱۳,۵ \rightarrow pOH = ۰,۵ \rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۰,۵} = ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{۰,۵} =$$

$$۳ \times ۱۰^{-۱} \frac{mol}{L} \times ۰,۲L = ۶ \times ۱۰^{-۲} mol$$

کلسیم هیدروکسید ۲ مول OH^- تولید می‌کند پس مول OH^- برابر ۲×۱۰^{-۲} می‌شود.

$$\xrightarrow{OH^- \text{ مول نهایی}} ۲ \times ۱۰^{-۲} + ۱۰^{-۲} \times ۶ = ۸ \times ۱۰^{-۲} \rightarrow [OH^-] = \frac{۸ \times ۱۰^{-۲}}{۰,۲} = ۴ \times ۱۰^{-۱}$$

$$\rightarrow pOH = ۰,۴ \rightarrow pH = ۱۳,۶$$



انستارات خوتتخوان

خوشخوان