www.konkur.in

آزمون شماره ۱۴
جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون
دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	

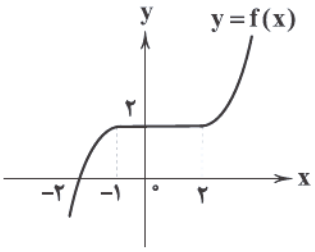
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات

حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل زیر بوده و $g(x)=f(-x-2)-2$ و $h(x)=\begin{cases}2 & g(x)>0\\ 1 & g(x)=0\\ -1 & g(x)<0\end{cases}$ باشد، نمودار تابع h در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات قرار ندارد؟



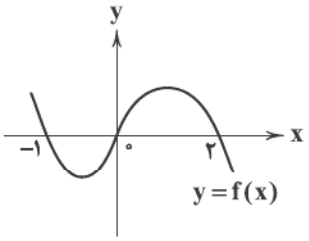
۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

۲- اگر نمودار تابع $y=f(x)$ به صورت شکل زیر باشد آن‌گاه دامنهٔ تابع $g(x)=\sqrt{\frac{f(x-1)}{f(1-x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۳- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)$ بر $x-3$ ، $x+2$ و x^3-x^2-6x به ترتیب ۵، ۱۰ و $ax+b$ باشد، آن‌گاه عدد ثابت چندجمله‌ای $p(x)$ کدام است؟

۱) -8 ۲) ۸ ۳) -4 ۴) ۴

۴- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ محور xها را در نقاط به طول‌های -1، ۱ و ۳ و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ قطع کند آن‌گاه $f(5)$ برابر است با:

۱) ۲۶ ۲) ۲۸ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

۵- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}\log_3(4x+1) & x\geq 2\\ 2^{(a-1)x} & x<2\end{cases}$ به ازای مقادیر a متعلق به بازهٔ $[m,n)$ اکیداً یکنوا باشد، بیشترین مقدار $n-m$ کدام است؟

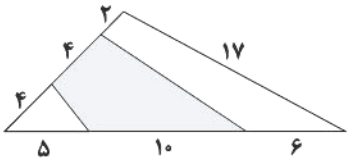
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶- در شکل زیر، مساحت چهارضلعی رنگی برابر است با:



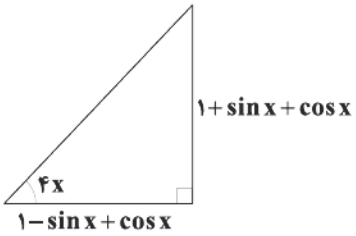
۱) ۴۴

۲) ۴۲

۳) ۴۰

۴) ۳۸

۷- با توجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟



۱) $\frac{\pi}{۱۵}$

۲) $\frac{\pi}{۱۴}$

۳) $\frac{\pi}{۱۳}$

۴) $\frac{\pi}{۱۲}$

۸- مجموع جواب‌های حاده و منفرجهٔ معادله $\frac{\sin x\cos x}{\sin x+\cos x}=\frac{\sin x-\cos x}{۲}$ برابر است با:

۱) $\frac{\pi}{۲}$ ۲) $\frac{۵\pi}{۴}$ ۳) $\frac{۷\pi}{۴}$ ۴) π

۹- اگر دورهٔ تناوب تابع $f(x)=\sin^۲ ax\cos^۲ ax\cos^۲ ۲ax\cos^۲ ۴ax$ برابر $\frac{\pi}{۱۶}$ باشد، مقدار a و ماکزیمم تابع به ترتیب از راست به چپ برابر است با :

۱) $\frac{۱}{۶۴}$, ± ۲ ۲) $\frac{۱}{۸}$, ± ۲ ۳) $\frac{۱}{۶۴}$, ± ۴ ۴) $\frac{۱}{۸}$, ± ۴

۱۰- به ازای کدام مقدار a فاصلهٔ بین دو مجانب متوالی تابع $f(x)=\cot(\frac{۳\pi}{۴}-ax)-\tan(\frac{۳\pi}{۴}-ax)$ برابر $\frac{\pi}{۱۶}$ است؟

۱) ± ۲ ۲) ± ۴ ۳) ± ۶ ۴) ± ۸

۱۱- معادلهٔ مجانب افقی تابع $f(x)=\frac{\sqrt[۳]{x-۱}-\sqrt[۳]{x+۱}}{\sqrt[۳]{x+۴}-\sqrt[۳]{x+۱}}$ در صورت وجود، کدام است؟

۱) $y=\frac{۲}{۳}$ ۲) $y=-\frac{۲}{۳}$ ۳) $y=\frac{۳}{۲}$ ۴) فاقد مجانب افقی

۱۲- اگر $f(x)=\frac{۲x+۱}{x+۲}$ آن‌گاه $\lim_{x\to+\infty} f(x)[f(x)]$ برابر است با: ([ ] نماد جزءصحیح است.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۳- به ازای چند مقدار a، نمودار تابع $f(x)=\frac{x^۳-۵x+۴}{(x-a)(۴x^۲-۴x+۱)}$ فقط دارای دو مجانب است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

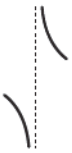
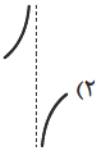
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴- اگر مساحت چهارضلعی که اضلاع آن مجانب‌های تابع $f(x)=\frac{ax+1}{|x|-2}$ هستند، برابر ۲۴ واحد مربع است. فاصلهٔ بین مجانب‌های افقی تابع $\frac{1}{f(x)}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{2}{3}$

۱۵- نقطه $A(-\frac{1}{2},3)$ محل تلاقی مجانب‌های نمودار $y=\frac{bx^2-7}{4x^2+ax+1}$ است، نمودار تابع در اطراف مجانب قائم آن به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳)
۴)

ریاضیات گسسته

۱۶- سه عدد $5n+1$، $3n+7$ و $6n-10$ اول هستند. اگر این سه عدد ریشه‌های معادله $f(x)=3x^3+ax^2+bx+c$ باشند، مقدار $f(7)$ کدام است؟ $(n\in\mathbb{N})$

۱) ۳۲۰ ۲) ۳۴۱ ۳) ۳۶۰ ۴) ۳۸۱

۱۷- دو عدد طبیعی m و n نسبت به هم اول هستند. اگر ریشه معادله $\sqrt[3]{96k+7}=343-96k$ به صورت $\frac{m}{n}$ باشد، $m+n$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۱۸- عددی دو رقمی به تصادف انتخاب می‌کنیم و به جای n در رابطه $n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ قرار می‌دهیم، به چه احتمالی این عدد مضرب ۳۶۱ می‌شود؟

۱) صفر ۲) $\frac{1}{10}$ ۳) $\frac{1}{9}$ ۴) $\frac{1}{45}$

۱۹- اگر برای دو عدد طبیعی a و b داشته باشیم $[a,b]=c$، $(a,b)=d$ و رابطه $\sqrt{d-3}-2\sqrt{11-d}+d^2-4d=c^2-177$ برقرار باشد، مقدار $c+d$ کدام است؟ $(2|a,2\nmid b)$

۱) ۱۵ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۲۰- اگر $(a,b)=1$ و $|(a+b)^3-75$، آن‌گاه $(a,225)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۵

۲۱- اگر $A=1!+2!+3!+...+100!$ و $B=(1+2+3+...+100)!$ باشد، رقم یکان $(A+B)^{A!+B!}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۲- مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی که در معادله همنهشتی $6x^2+16x+33\overset{17}{\equiv}0$ صدق می‌کند، کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳- اگر $f(x)=-۶x^۲+۱۲x-۸$ باشد، باقی‌مانده تقسیم $f(۱۲)+f(۱۳)+...+f(۱۰۲)$ بر عدد ۵ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۲۴- در یک گراف ساده از مرتبه ۹ و اندازه ۱۱، رابطه $\Delta=\delta+۱$ برقرار است. چند رأس با درجه Δ در این گراف وجود دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۲۵- چند گراف ساده با مجموعه رئوس $V=\{a,b,c,d,e,f\}$ وجود دارد که اندازه گراف برابر ۴ باشد و درجات رئوس a و b هر دو برابر یک باشد؟

۱) ۱۹۶ ۲) ۲۱۵ ۳) ۲۴۰ ۴) ۲۶۰

۲۶- در گراف $K_۹$ چند دور به طول ۵ داریم که از رأس a عبور نکند اما از رئوس b و c عبور کند؟

۱) ۱۷۵ ۲) ۲۱۶ ۳) ۲۴۰ ۴) ۲۵۵

۲۷- به گراف ۳ منتظم از مرتبه ۱۰ حداقل چند یال اضافه کنیم تا مطمئن شویم این گراف همبند است؟

۱) ۲۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۱ ۴) ۷

۲۸- گراف ساده G با مجموعه رئوس $V=\{۱,۲,۳,...,۶۰\}$ مفروض است. هر دو رأس a و b در این گراف زمانی با هم مجاور هستند که $|a-b|=۶$ یا $|a-b|=۹$ باشد. این گراف چند بخش جدا از هم دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۹- با رئوس a، b، c و d چند گراف همبند می‌توان ساخت؟

۱) ۲۲ ۲) ۲۹ ۳) ۴۲ ۴) ۳۸

۳۰- در یک گراف ناهمبند و r منتظم، اگر مرتبه و اندازه گراف برابر p و q باشد و رابطه $q=p+r+۲$ برقرار باشند، r کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۵

هندسه (۳)

۳۱- اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۲\\ ۳ & -۱ & ۱\\ ۱ & ۱ & ۰\end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطهٔ $X\begin{bmatrix}\frac{|A|}{۲} & \frac{|A|}{۳}\\ ۵ & ۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}$ صدق کند، حاصل‌جمع درایه‌های قطر اصلی ماتریس X کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{-۱۳}{۲}$

۳۲- اگر $A-B=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۰ & ۳\end{bmatrix}$ و $|AB|=۴$، حاصل $|A^{-۱}-B^{-۱}|$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) ۳ ۴) ۶

۳۳- نقطه A روی خط l واقع در صفحهٔ P است. اگر نقاطی از صفحه که از خط l به فاصله ۲ و از نقطه A به فاصلهٔ ۳ باشند، پشت سر هم به هم وصل کنیم، شکلی حاصل می‌شود. مساحت شکل حاصل کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۵}$ ۲) $۴\sqrt{۵}$ ۳) $۶\sqrt{۵}$ ۴) $۸\sqrt{۵}$

۳۴- چند نقطه روی دایرهٔ $(x-۲)^۲+(y-۶)^۲=۴$ وجود دارد که مجموع فواصل آن از دو نقطهٔ (۳ , ۴) و (۰ , ۳)، $۲\sqrt{۵}$ باشد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵- اگر ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۳ & ۵\end{bmatrix}$ و $A^۲=\alpha A^{-۱}+\beta I$ باشد، $\alpha+\beta$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۳۶ ۳) ۴۳ ۴) ۵۰

۳۶- مساحت کوچک‌ترین دایره‌ای که هم‌زمان به دو دایرهٔ $\begin{cases}C_۱: x^۲+y^۲+۶x-۲y+۶=۰\\ C_۲: x^۲+y^۲-۴x-۲y+۴=۰\end{cases}$ مماس خارجی است، چقدر است؟

۱) $\frac{\pi}{۹}$ ۲) $\frac{\pi}{۴}$ ۳) π ۴) ۴π

۳۷- به ازای چند مقدار طبیعی m، خط $y=\frac{x}{۲}+\frac{m}{۲}$ دایرهٔ $x^۲+y^۲-۲x-۲y=۳$ را قطع می‌کند؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۵

۳۸- مساحت مکان هندسی وسط وترهایی به طول ۴ درون دایره‌ای به معادله $x^۲+y^۲=۲۵$ کدام است؟

۱) ۹π ۲) ۱۷π ۳) ۲۱π ۴) ۲۵π

۳۹- اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & a\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ b & -۳\end{bmatrix}$ و ماتریس BA قطری باشد، ab کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) ۳ ۴) ۹

۴۰- طول وتر کانونی در یک بیضی با مختصات کانون‌های $F'(۰,-۷)$ و $F(۰,۵)$ که نقطهٔ $B=(\frac{۵}{۲},\alpha)$ رأس ناکانونی آن است، چقدر است؟

۱) $\frac{۲۵}{\sqrt{۶۱}}$ ۲) $\frac{۲۵}{۱۳}$ ۳) $\frac{۲۵}{۲۶}$ ۴) $\frac{۲۵}{۲\sqrt{۶۱}}$

۴۱- اگر دایره‌های C' و C در ناحیه دوم بر هم مماس خارج باشند و به ترتیب بر محور xها و محور yها مماس باشند و مرکز آن‌ها به ترتیب $O'\begin{vmatrix}-۳\\ \beta\end{vmatrix}$ و $O\begin{vmatrix}-۱\\ ۶\end{vmatrix}$ باشند، β کدام است؟

۱) $\frac{۳۹}{۱۴}$ ۲) $\frac{۴۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۷}{۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۳}$

۴۲- اگر نقاط $A\begin{vmatrix}۰\\ ۲\end{vmatrix}$، $B\begin{vmatrix}۳\\ ۰\end{vmatrix}$ و $C\begin{vmatrix}-۲\\ ۰\end{vmatrix}$ سه رأس مثلث ABC باشند، مساحت دایرهٔ محیطی کدام است؟

۱) ۶π ۲) ۸π ۳) $۶/۵\pi$ ۴) ۷π

۴۳- اگر دستگاه $\begin{cases}mx+۲y=۵\\ (m+۴)x+my=-۵\end{cases}$ فاقد جواب باشد، مساحت دایره $x^۲+y^۲-۲x-۴y-m=۰$ کدام است؟

۱) ۴π ۲) ۹π ۳) ۱۶π ۴) ۲۵π

۴۴- اگر $\begin{bmatrix}۴ & ۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۲\end{bmatrix}A\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$ باشد، $|A^{-۱}|$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

۴۵- اگر $a=\begin{vmatrix}\log ۵ & \log ۴ & ۰\\ \frac{۱}{۲}\log ۲ & ۲\log\sqrt{۵} & ۰\\ ۰ & ۰ & ۱\end{vmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۲\sqrt{۱۰^a} & \sqrt{۴^a}\\ \sqrt{۲۵^a} & \sqrt{۱۰^a}\end{bmatrix}$، حاصل $|\frac{۱}{۳}B^۲|$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۲}$ ۲) $\frac{۲۵}{۶}$ ۳) $\frac{۲۵}{۹}$ ۴) $\frac{۲۵}{۳۶}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون شماره ۱۴
جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سؤالات آزمون
دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

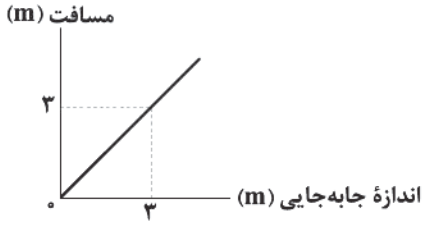
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	فیزیک	۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، بدون مجوز کتبی قبلی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک

۴۶- نمودار مسافت طی‌شده برحسب اندازهٔ جابه‌جایی متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در ارتباط با این متحرک صحیح نیست؟



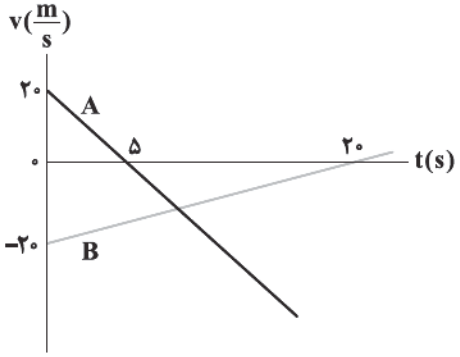
۱) جهت بردار سرعت متحرک الزاماً ثابت است.

۲) متحرک تغییر جهت نداده است.

۳) جهت بردار جابه‌جایی متحرک الزاماً ثابت است.

۴) در این حرکت لزوماً متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۴۷- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور xها حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر دو متحرک در مبدأ زمان از مبدأ مکان عبور کنند، مجموع مسافت‌های طی‌شده توسط دو متحرک در بازهٔ زمانی که به یک‌دیگر نزدیک می‌شوند، چند متر است؟



۱) ۲۸۸

۲) ۲۶۴

۳) ۲۲۴

۴) ۱۶۰

۴۸- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت روی محور x شروع به حرکت می‌کند و مسیری مستقیم را طی می‌کند. مدت‌زمانی که ۶۴ درصد آخر مسیر را طی می‌کند، t_2 و مدت‌زمانی که ۶۴ درصد اول مسیر را طی می‌کند، t_1 می‌نامیم. حاصل مجذور $\frac{t_2}{t_1}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{9}$

۴۹- رانندهٔ اتومبیلی که با سرعت $90\frac{km}{h}$ بر روی محور x در حال حرکت است، ناگهان متوجه حضور دوچرخه‌سواری در فاصلهٔ ۷۰ متری از خود می‌شود که با سرعت $18\frac{km}{h}$ در همان جهت در حال حرکت است. اگر راننده در همین لحظه با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ ترمز کند، حداقل فاصلهٔ اتومبیل از دوچرخه‌سوار به چند متر می‌رسد؟

۱) ۷۵ ۲) ۱۷/۵ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۵۰- متحرکی با سرعت اولیهٔ $12\frac{m}{s}$ و شتاب ثابت a بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ جابه‌جایی این متحرک در ثانیهٔ چهارم و پنجم حرکتش برابر باشد، a چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) -۳ ۳) ۲ ۴) -۲

محل انجام محاسبات

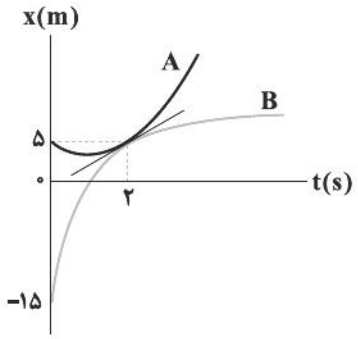
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱- متحرک A با شتاب a و متحرک B با شتاب $-a$ هم‌زمان و هم‌جهت از یک نقطه با سرعت v می‌گذرند. هنگامی که متحرک B متوقف می‌شود، متحرک A در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟

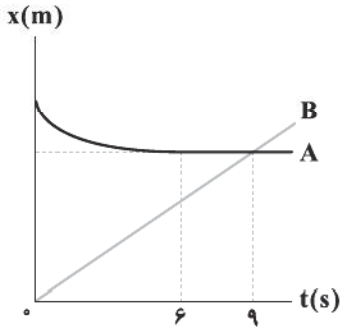
۱) $\frac{v^2}{2a}$
۲) $\frac{v^2}{a}$
۳) $\frac{2v^2}{a}$
۴) $\frac{2v}{a}$

۵۲- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که بر روی محور xها با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب هر دو متحرک یکسان باشد، اندازهٔ شتاب هر متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟



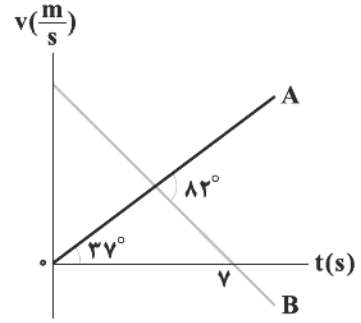
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

۵۳- نمودار مکان ـ زمان دو اتومبیل A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند و در ابتدا (مبدأ زمان) در فاصلهٔ ۲۷۰ متری از یک‌دیگر قرار دارند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط اتومبیل B از ابتدا تا لحظهٔ رسیدن به اتومبیل A، دو برابر تندی متوسط اتومبیل A است. اگر شتاب اتومبیل A هنگام کاهش تندی، ثابت باشد، شتاب متوسط اتومبیل A و سرعت اتومبیل B در لحظهٔ رسیدن اتومبیل A به اتومبیل B در SI به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۱) ۵ و ۳۰
۲) $\frac{10}{3}$ و ۳۰
۳) ۵ و ۲۰
۴) $\frac{20}{3}$ و ۲۰

۵۴- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که سرعت دو متحرک با هم برابر می‌شود. سرعت متوسط متحرک B در SI چند متر بر ثانیه است؟ $(\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۵
۲) ۳
۳) ۲
۴) ۷

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

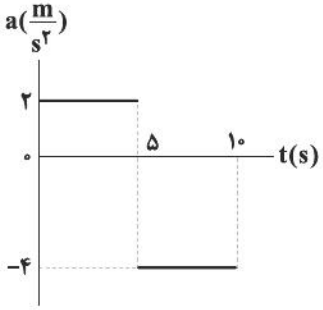
۵۵- گلولهٔ A از ارتفاع ۱۸۰ متری سطح زمین رها می‌شود و ۲ ثانیهٔ بعد گلولهٔ B از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر دو گلوله هم‌زمان به سطح زمین برسند، فاصلهٔ بین ارتفاع رهاسازی گلوله‌های A و B از یک‌دیگر چند متر بوده است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۵۶- گلولهٔ A از ارتفاع بسیار بلندی از سطح زمین رها می‌شود. ۱/۵ ثانیه بعد، گلولهٔ B نیز از همان ارتفاع رها می‌شود. اگر فاصلهٔ بین دو گلوله ۲ ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ A برابر $L_۱$ و ۴ ثانیه پس از رها شدن گلولهٔ A برابر $L_۲$ باشد، $L_۲-L_۱$ چند متر است؟

۱) $\frac{۲۲۱}{۸}$ ۲) ۳۰ ۳) $\frac{۴۷۱}{۸}$ ۴) ۶۰

۵۷- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافت طی‌شده در مدت‌زمانی که متحرک در جهت محور xها حرکت می‌کند، به مسافت طی‌شده در مدت‌زمانی که متحرک در خلاف جهت محور xها حرکت می‌کند، چقدر است؟ (متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند.)



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۳

۵۸- سه نیروی $\vec{F}_۱=-۲۰\vec{i}+۵۰\vec{j}$، $\vec{F}_۲=۱۰\vec{i}-۲۰\vec{j}$ و $\vec{F}_۳=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}$ (برحسب SI) به طور هم‌زمان به جسمی به جرم یک کیلوگرم اثر می‌کنند. در این حالت، اندازهٔ شتاب جسم برابر با حالتی می‌شود که فقط نیروهای $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ به صورت هم‌زمان به این جسم اثر کنند. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱) $\alpha=\frac{۲۵+۵\beta}{۲}$ ۲) $\alpha=\frac{۵\beta+۵}{۲}$ ۳) $\alpha=\frac{۲۵+۲\beta}{۵}$ ۴) $\alpha=\frac{۵+۲\beta}{۵}$

۵۹- فرض کنید که یک چترباز در پرش آزاد خود به تندی حدی ۵ $\frac{m}{s}$ برسد و اندازهٔ نیروی مقاومت هوا بعد از باز شدن چتر با تندی چترباز متناسب باشد. در این صورت در لحظه‌ای که تندی چترباز بعد از باز شدن چتر به ۷/۵ $\frac{m}{s}$ می‌رسد، بزرگی شتاب آن چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($g=۱۰\frac{m}{s^۲}$)

۱) ۵ ۲) ۱۵ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۵۵}{۳}$

۶۰- ماهوارهٔ A در ارتفاع h از سطح زمین و ماهوارهٔ B در ارتفاع ۳h از سطح زمین با جرم‌های یکسان در مدارهای دایره‌ای‌شکل دور زمین می‌چرخند. اگر انرژی جنبشی ماهوارهٔ B، $\frac{۳}{۵}$ انرژی جنبشی ماهوارهٔ A باشد، بزرگی شتاب گرانشی زمین در محل ماهوارهٔ A چند برابر بزرگی شتاب گرانشی روی سطح زمین است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۲۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱- جسمی به جرم ۲۰۰ گرم روی محور xها در حال حرکت است و رابطهٔ نیروی خالص وارد بر جسم برحسب زمان در SI، به صورت $F_{net} = -2t + 8$ می‌باشد. اگر سرعت این جسم در مبدأ زمان برابر با $-20 \frac{m}{s}$ باشد، تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t = 6s$ چند واحد SI است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

۶۲- دو ساعت آونگ‌دار مشابه در اختیار داریم. اولی در سطح زمین است و دومی در ارتفاعی است که شتاب گرانش در آن‌جا ۱۹ درصد نسبت به سطح زمین کاهش یافته است. در مدت‌زمان ۱۲ ساعت، ساعتی که در ارتفاع است، ..... دقیقه، ..... می‌افتد و در این سؤال نسبت مدت‌زمان نشان داده‌شده توسط دو ساعت با کدام گزینه متناسب است؟

۱) ۳۶ ـ عقب ـ نسبت عکس فرکانس ۲) ۷۲ ـ عقب ـ نسبت عکس دورهٔ نوسان

۳) ۳۶ ـ جلو ـ نسبت عکس دورهٔ نوسان ۴) ۷۲ ـ جلو ـ نسبت عکس فرکانس

۶۳- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در مدت‌زمان ۳۰ ثانیه، ۱۵۰ بار طول یک پاره‌خط ۲۰ سانتی‌متری را طی می‌کند. اگر در لحظهٔ t_1 $(0 < t_1 < 30s)$، انرژی جنبشی این نوسانگر، ۱۵ برابر انرژی پتانسیل آن باشد، تندی نوسانگر در لحظهٔ t_1 چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) $25\sqrt{15}\pi$ ۲) $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$ ۳) $\frac{\sqrt{15}}{4}\pi$ ۴) $12/5\sqrt{15}\pi$

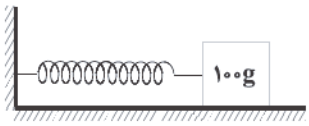
۶۴- انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم ـ فنر با کدام‌یک از عوامل زیر متناسب نیست؟

۱) معکوس مربع دورهٔ تناوب ۲) مربع جرم ۳) مربع بسامد زاویه‌ای ۴) مربع دامنهٔ نوسان

۶۵- در نوسانگر هماهنگ ساده A، اگر برای اولین بار مسافت طی‌شده در ثانیه‌های سوم و چهارم برابر شود و در نوسانگر هماهنگ سادهٔ B مسافت طی‌شده در ثانیه‌های اول و سوم برای دومین بار یکی شود، دوره‌های تناوب نوسانگرهای A و B به ترتیب از راست به چپ برحسب ثانیه در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

۱) ۶ و ۴ ۲) ۹ و ۲ ۳) ۱۲ و ۴ ۴) ۱۵ و ۲

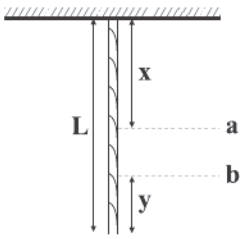
۶۶- در شکل زیر، جسمی به جرم ۱۰۰g را که به فنری بسته شده، فشار می‌دهیم تا طول فنر ۸cm کاهش پیدا کند و سپس آن را رها می‌کنیم. اگر در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 < T$ شتاب متوسط جسم برابر صفر و بزرگی سرعت متوسط آن برابر $8 \frac{m}{s}$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($\pi^2 = 10$ و از اصطکاک جسم با سطح صرف‌نظر شود.)



۱) ۵۰ ۲) ۲۵۰

۳) ۲۵۰۰ ۴) ۵۰۰

۶۷- مطابق شکل زیر، طناب همگنی به جرم m و طول L از سقف آویزان شده است. تندی انتشار موج عرضی در طناب، در نقطه‌ای به فاصلهٔ y از پایین طناب چند برابر تندی انتشار موج عرضی در آن در نقطه‌ای به فاصلهٔ x از بالای آن است؟



۱) $\sqrt{\frac{m_y}{m_L}}$ ۲) $\frac{m_y}{m_{L-x}}$

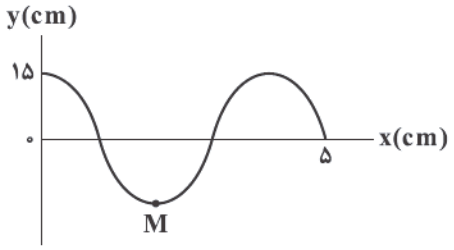
۳) $\frac{m_{L-x}}{m_L}$ ۴) $\sqrt{\frac{m_y}{m_{L-x}}}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸- شکل زیر، تصویر یک موج را در لحظهٔ $t=0$ نشان می‌دهد. در مدت‌زمانی که موج به اندازهٔ $0/8m$ پیشروی می‌کند، ذرهٔ M چه مسافتی را برحسب متر طی می‌کند؟

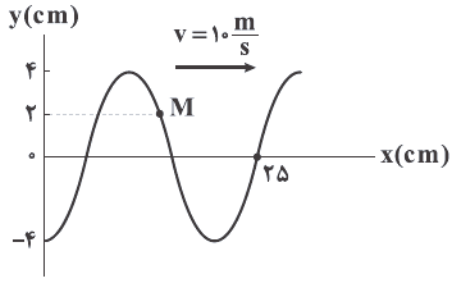


۱) ۹
۲) ۱۲
۳) ۱۵
۴) ۱۸

۶۹- هنگامی که یک سر ریسمانی را به نوسان در می‌آوریم. طول موج ایجادشده در آن برابر $40cm$ می‌شود. اگر بزرگی نیروی کشش ریسمان $5N$ و طول ریسمان $80cm$ باشد، بسامد و جرم ریسمان به ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

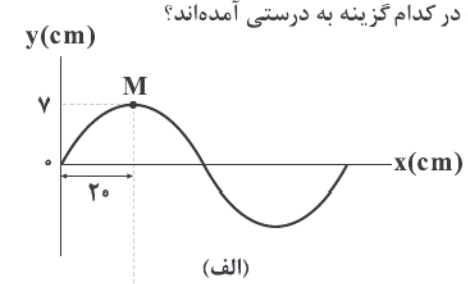
۱) ۵ و ۲
۲) ۲/۵ و ۴
۳) ۵ و ۴
۴) ۱۰ و ۲

۷۰- شکل زیر، تصویر یک موج را در لحظهٔ $t=0$ نشان می‌دهد. سرعت متوسط ذرهٔ M در بازهٔ زمانی $t_1=\frac{1}{300}s$ تا $t_2=\frac{1}{120}s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است و تندی انتشار موج چند برابر بیشینهٔ تندی ذرهٔ M در موج است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

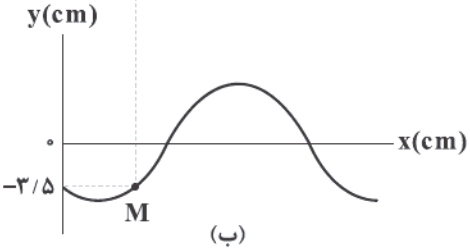


۱) -800 و $\frac{5}{2\pi}$
۲) 800 و $\frac{5}{4\pi}$
۳) -1600 و $\frac{5}{4\pi}$
۴) 1600 و $\frac{5}{2\pi}$

۷۱- نمودار جابه‌جایی ـ مکان یک موج مکانیکی با دورهٔ تناوب T در لحظهٔ $t=0$ مطابق شکل (الف) و در لحظهٔ $t=\frac{1}{9}s$ مطابق شکل (ب) می‌باشد. اگر این موج در جهت محور x حرکت کند و $\frac{T}{2}>\frac{1}{9}s$ باشد، تندی انتشار این موج (برحسب متر بر ثانیه) و بیشینهٔ تندی ذرهٔ M در موج (برحسب متر بر ثانیه) و بسامد موج (برحسب هرتز) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



(الف)



(ب)

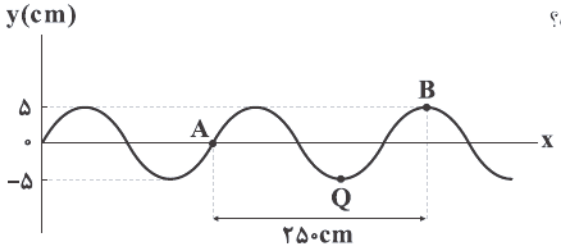
۱) ۱/۲ ، ۰/۸۴π و ۶
۲) ۲/۴ ، ۰/۴۲π و ۳
۳) ۴/۸ ، ۰/۲۱π و ۹
۴) ۲/۴ ، ۸/۴π و ۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

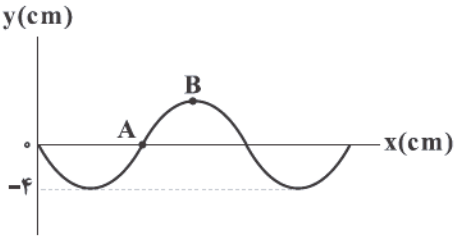
www.konkur.in

۷۲- شکل زیر، یک موج مکانیکی سینوسی را نشان می‌دهد. بزرگی سرعت متوسط نقطهٔ Q در مدتی که موج از نقطهٔ A تا نقطهٔ B حرکت می‌کند، برابر با $۵۰\frac{cm}{s}$ است. تندی انتشار این موج چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۵
۲) ۲۵
۳) ۳۰
۴) ۵۰

۷۳- نمودار جابه‌جایی ـ مکان یک موج عرضی که در راستای محور x منتشر می‌شود، در یک لحظه مطابق شکل زیر است. اگر در این لحظه ذرهٔ B رو به پایین راه بیفتد و تندی ذرهٔ A، دو برابر تندی انتشار موج باشد، جهت حرکت ذرهٔ A در این لحظه به کدام سمت بوده و طول موج این موج چند سانتی‌متر است؟



۱) بالا ـ ۴π
۲) پایین ـ ۸π
۳) بالا یا پایین ـ ۴π
۴) بالا یا پایین ـ $۰/۰۸\pi$

۷۴- در پرش آزاد یک چترباز در هوا، اگر چترباز به دو تندی حدی $۹\frac{m}{s}$ و $۶\frac{m}{s}$ برسد، تندی متوسط چترباز در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا لحظه‌ای که چترباز چترش را باز کند، در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) $s_{av}=۷/۵\frac{m}{s}$
۲) $s_{av}=۴/۵\frac{m}{s}$
۳) $s_{av}>۴/۵\frac{m}{s}$
۴) $s_{av}>۷/۵\frac{m}{s}$

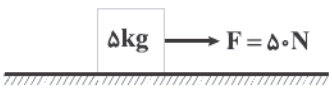
۷۵- شخصی در آسانسوری که با شتاب ثابت a رو به پایین در حرکت است، روی یک ترازوی فنری ایستاده است و ترازوی فنری وزن او را ۷۲۰N نشان می‌دهد. اگر آسانسور شتاب رو به پایین خود را به ۲a برساند، عدد نشان داده‌شده توسط ترازو ۲۴۰N تغییر می‌کند، جرم شخص (برحسب کیلوگرم) و بزرگی شتاب ثانویهٔ آسانسور (برحسب متر بر مجذور ثانیه) به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۹۶ و ۲/۵
۲) ۸۴ و ۲/۵
۳) ۸۴ و ۵
۴) ۹۶ و ۵

۷۶- خودرویی به جرم ۱/۵ تن با تندی ثابت $۹۰\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده ۰/۲ ثانیه پس از دیدن مانع اقدام به ترمز می‌کند و پس از طی مسافتی متوقف می‌شود. اگر خودرو از لحظهٔ دیدن مانع توسط راننده تا لحظهٔ توقف، مسافت ۳۰m را طی کرده باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک هنگام ترمز کردن چند نیوتون است؟

۱) ۱۸۷۵۰
۲) ۱۸۷۵
۳) ۱۸۷/۵
۴) ۱۸/۷۵

۷۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۵kg از حالت سکون در مسیری مستقیم تحت تأثیر نیروی $\vec{F}$ به حرکت درمی‌آید و پس از ۴s نیروی $\vec{F}$ قطع می‌شود. اگر اندازهٔ نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود برابر با $۱۰\sqrt{۳۴}$ N باشد، مقدار گرمایی که بر اثر اصطکاک در کل مسافت حرکت جسم تولید می‌شود، چند ژول است و جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ توقف چه مسافتی را (برحسب متر) طی کرده است؟ (به ترتیب از راست به چپ و $g=۱۰\frac{N}{kg}$)



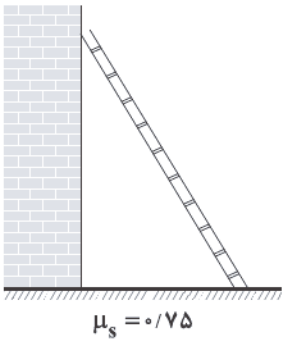
۱) ۱۶۰۰ و $\frac{۸۰}{۳}$
۲) ۱۶۰۰ و $\frac{۱۶۰}{۳}$
۳) ۲۴۰۰ و $\frac{۸۰}{۳}$
۴) ۲۴۰۰ و $\frac{۱۶۰}{۳}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸- مطابق شکل زیر، نردبانی به جرم $10kg$ به دیوار قائم فاقد اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر پایین آن در سطح افقی در آستانهٔ سرخوردن باشد، اندازهٔ نیرویی که از طرف دیوار قائم به نردبان وارد می‌شود، چند برابر اندازهٔ نیرویی است که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود؟ $(g=10\frac{m}{s^2})$



۱) $\frac{4}{3}$

۲) $\frac{3}{4}$

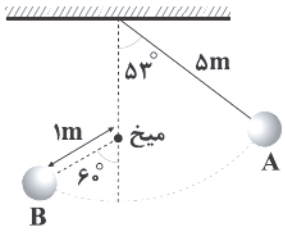
۳) $\frac{4}{5}$

۴) $\frac{3}{5}$

۷۹- گلوله‌ای به جرم $2kg$ با سرعت اولیهٔ $30\frac{m}{s}$ از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. این گلوله بعد از گذشت ۲ ثانیه به بیشترین ارتفاع خود در فاصلهٔ ۳۰ متری از سطح زمین می‌رسد. این گلوله مسیر برگشت از نقطهٔ اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) تا سطح زمین را در چند ثانیه طی می‌کند؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و نیروی مقاومت هوا در کل مسیر ثابت فرض شود.)

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{6}$ ۴) ۲

۸۰- آونگی با گلوله‌ای به جرم $2kg$ در حرکت است. گلولهٔ آونگ با تندی v_A از نقطهٔ A پرتاب می‌شود و وقتی به پایین‌ترین نقطهٔ مسیر می‌رسد، در مسیر خود به میخی برخورد می‌کند. اندازهٔ تکانهٔ گلوله در نقطه‌های A و B (به ترتیب از راست به چپ) چند واحد SI است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ ، $v_A+v_B=15\frac{m}{s}$ ، $\sin 53^\circ=0/8$ و از نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)



۱) ۱۵ و ۱۵

۲) ۱۴ و ۱۶

۳) ۱۳ و ۱۷

۴) ۱۲ و ۱۸

شیمی

۸۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- مولکول‌های سازندهٔ عسل، گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.
- در ساختار روغن زیتون شماری گروه هیدروکسیل وجود دارد.
- شمار جفت الکترون‌های پیوندی در اتیلن گلیکول برابر با مجموع شمار اتم‌ها در اوره است.
- فرمول تقریبی بنزین با فرمول مولکولی اوکتان مطابقت دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با شیر منیزی درست است؟

- یکی از رایج‌ترین داروهای ضداسیدی است که شامل منیزیم اکسید است.
- این دارو به شکل سوسپانسیون مصرف می‌شود.
- در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش آن با اسید معده، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با مجموع ضرایب فراورده‌ها است.
- به عنوان یک داروی ضداسید اغلب به همراه آلومینیم هیدروکسید مصرف می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- مخلوط آب و روغن یک مخلوط ناهمگن بوده که با افزودن صابون به آن، همگن می‌شود.
- کلوئیدها همانند سوسپانسیون، نور را پخش می‌کنند.
- ذره‌های سازندهٔ سوسپانسیون، ذره‌های ریزماده هستند.
- آب دریا، نوشیدنی‌ها، هوا، انواع رنگ‌ها، شوینده‌ها و چسب‌ها همگی جزو مخلوط‌های همگن هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۴- a گرم باریم اکسید و b گرم پتاسیم اکسید به طور جداگانه در دو لیتر آب حل شده‌اند. اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول شامل باریم‌اکسید، سه برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول دیگر باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟ (از تغییر حجم محلول چشم‌پوشی شود.)

$(K=۳۹ , O=۱۶ , Ba=۱۳۷ : g.mol^{-۱})$

۱) ۵/۵۶ ۲) ۲/۷۸ ۳) ۲/۴۴ ۴) ۴/۸۸

۸۵- اگر $V_۱$ لیتر از محلول اسید HA با $pH=۳$ با $V_۲$ لیتر از محلول باز BOH با $pH=۱۱$ به طور کامل خنثی شود، برای این‌که $V_۱=V_۲$ باشد، برقراری کدام شرط زیر لازم است؟

آ) اسید و باز هر دو قوی باشند.

ب) اگر اسید و باز هر دو ضعیف باشند، باید درجهٔ یونش آن‌ها برابر باشد.

۱) فقط «ب» ۲) «آ» یا «ب» ۳) فقط «آ» ۴) هیچ کدام

۸۶- m گرم از یک اسید چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده که شامل ۳۳ اتم هیدروژن است با ۴ دسی‌لیتر محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH=۱۳/۴$ به طور کامل واکنش داده و pH محلول به ۱۳ رسیده است. m کدام است؟ (از تغییر حجم محلول، چشم‌پوشی شود.)

$(C=۱۲ , H=۱ , O=۱۶ : g.mol^{-۱})$

۱) ۳/۷۸ ۲) ۳۷/۸ ۳) ۱/۶۲ ۴) ۱۶/۲

۸۷- نوار منیزیم با کدام‌یک از محلول‌های زیر سریع‌تر واکنش می‌دهد؟ $(H=۱ , N=۱۴ , O=۱۶ , C=۱۲ : g.mol^{-۱})$

۱) محلول هیدرویدیک اسید با $pH=۳/۱$

۲) محلول ۰/۰۳۶ مولار نیترو اسید با درجهٔ یونش ۰/۰۲۵

۳) محلول نیتریک اسید که در هر چهار لیتر آن، ۱۸۹ میلی‌گرم اسید حل شده است.

۴) محلول ۰/۵ درصد جرمی سرکه با درجهٔ یونش ۰/۰۰۱۵ و چگالی $۱ g.mL^{-۱}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

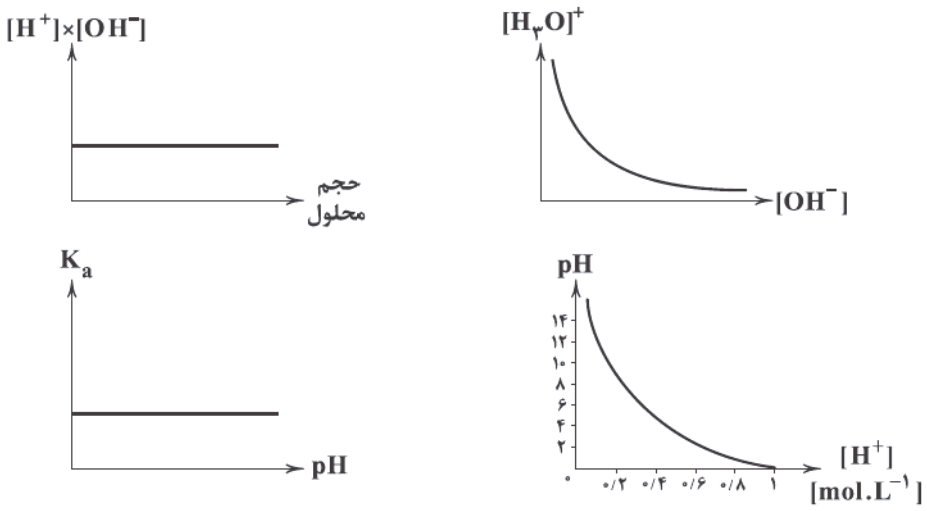
- گازهای تولید شده در واکنش منیزیم با هیدروکلریک اسید و واکنش مخلوط آلومینیم و سدیم هیدروکسید با آب، یکسان هستند.
- محلول آمونیاک در آب برخلاف محلول گوگرد تری‌اکسید در آب، سبب آبی شدن رنگ کاغذ pH می‌شود.
- در محلول ۰/۵ مولار هیدروسیانیک اسید، غلظت مولی اسید بیشتر از مجموع غلظت مولی یون‌های هیدرونیوم و سیانید است.
- محلول شیشه پاک‌کن برخلاف آب گازدار، خاصیت بازی دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۹- نمونه‌ای از صابون پتاسیم به جرم ۵۰ گرم با مقداری محلول کلسیم کلرید واکنش داده و ۰/۰۴ مول رسوب تولید می‌شود. اگر درصد خلوص صابون ۶۷/۲ درصد و بازده واکنش ۸۰٪ باشد، شمار اتم‌های کربن در فرمول شیمیایی صابون کدام است؟ (زنجیر هیدروکربنی در صابون، سیر شده است.) $(K=۳۹ , C=۱۲ , H=۱ , O=۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

۹۰- چه تعداد از نمودارهای زیر درست رسم شده‌اند؟



۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- امروزه صابون‌ها را از بنزن و دیگر مواد اولیه صنایع پتروشیمی تولید می‌کنند.
- نقطه ذوب $C_{۱۷}H_{۳۵}COONa$ بالاتر از $C_{۱۷}H_{۳۵}COONH_۴$ است.
- کاغذ pH در خاکی که گل ادریسی در آن به رنگ سرخ شکوفا می‌شود، به رنگ آبی در می‌آید.
- آرنیوس نخستین کسی بود که واکنش میان اسیدها و بازها را معرفی کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۲- اگر ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول نیتریک‌اسید با pH = ۱/۷ با ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول باریم هیدروکسید ۰/۰۰۸ مولار مخلوط شود، pH محلول نهایی کدام است؟

۱) ۲/۱ ۲) ۱/۳ ۳) ۹/۸ ۴) ۱۰/۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۳- مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول ۰/۱۶۹ مولار اسید HX چند مول بر لیتر است؟ $(K_a = ۱/۹۶\times۱۰^{-۹})$

۱) $۳/۱۲\times۱۰^{-۴}$ ۲) $۳/۱۲\times۱۰^{-۵}$ ۳) $۳/۶۴\times۱۰^{-۴}$ ۴) $۳/۶۴\times۱۰^{-۵}$

۹۴- آبکاری کروم در یک محلول اسیدی دارای پتاسیم دی کرومات $(K_۲Cr_۲O_۷)$ انجام می‌شود. اگر نیم‌واکنش آندی، اکسایش آب باشد، ضمن نشاندن ۱۰/۴ گرم فلز کروم بر روی یک قطعه با روش آبکاری، چند لیتر گاز اکسیژن در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۵L است، تولید می‌شود؟ $(Cr = ۵۲g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۲ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۴۵

۹۵- از کدام مورد برای ظروف بسته‌بندی مواد غذایی استفاده می‌شود و علت اصلی آن در کدام گزینه آمده است؟

۱) آهن سفید، زیرا حتی در صورت ایجاد خراش، آهن از خوردگی محافظت می‌شود.

۲) آهن سفید، زیرا فلز روی ممکن است اکسید شود، اما هرگز خورده نمی‌شود.

۳) حلبی، زیرا فلز قلع در مجاورت محیط‌های اسیدی مواد غذایی از بین نمی‌رود.

۴) حلبی، زیرا حتی در صورت ایجاد خراش، آهن از خوردگی محافظت می‌شود.

۹۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- emf سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن بیشتر از سلول سوختی متان ـ اکسیژن است.
- متان در مقایسه با هیدروژن، سوخت ارزان‌تری بوده و خطر کم‌تری دارد.
- به‌ازای عبور جریان الکتریکی یکسان از دو سلول سوختی متان ـ اکسیژن و هیدروژن ـ اکسیژن، در سلول هیدروژن ـ اکسیژن، $H_۲O$ بیشتری تولید می‌شود.
- نسبت مجموع ضرایب فراورده(ها) به مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش کلی سلول سوختی متان ـ اکسیژن در مقایسه با سلول هیدروژن ـ اکسیژن، عدد بزرگ‌تری است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۷- در سلول گالوانی «روی ـ مس» ..... سلول گالوانی «منیزیم ـ آلومینیم» با گذشت زمان جرم مواد جامد موجود در سلول ..... می‌یابد.

$(Zn = ۶۵ , Cu = ۶۴ , Mg = ۲۴ , Al = ۲۷ : g.mol^{-۱})$

۱) همانند ـ افزایش ۲) همانند ـ کاهش ۳) برخلاف ـ افزایش ۴) برخلاف ـ کاهش

۹۸- اگر از دو الکترود آهنی در یک سلول الکترولیتی برای برقکافت آب شهری استفاده شود، در کدام قطب گاز هیدروژن تولید می‌شود و آیا با عبور جریان برق، امکان تشکیل رسوب $Fe(OH)_۲$ وجود دارد؟

$Fe^{۲+}(aq) + ۲e^- \rightarrow Fe(s)$ $\quad E^\circ = -۰/۴۴V$

$O_۲(g) + ۲H_۲O(l) + ۴e^- \rightarrow ۴OH^-(aq)$ $\quad E^\circ = +۱/۲۳V$

$۲H_۲O(l) + ۲e^- \rightarrow H_۲(g) + ۲OH^-(aq)$ $\quad E^\circ = -۰/۸۳V$

۱) مثبت، بله ۲) مثبت، خیر ۳) منفی، بله ۴) منفی، خیر

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹- دربارهٔ فرایند خوردگی آهن، کدام مورد درست است؟

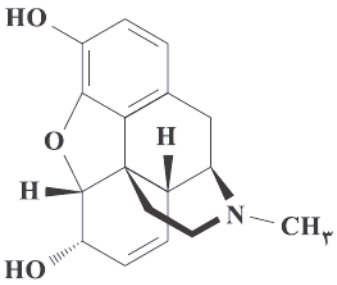
۱) مولکول آب در واکنش کلی فرایند شرکت دارد و برای تشکیل یون هیدروکسید ضروری است.

۲) به طور طبیعی پیشرفت می‌کند و نگه‌داری آهن در حفظ خلاء، فرایند را تسریع می‌کند.

۳) فراوردهٔ نهایی، آهن (III) هیدروکسید که از اکسایش تک‌مرحله‌ای فلز تشکیل می‌شود.

۴) تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده(ها) و فراورده(ها) در معادلهٔ موازنه‌شدهٔ نیم‌واکنش کاهش برابر ۲ است.

۱۰۰- تفاوت میان شمار اتم‌های کربن با عدد اکسایش ۱- و صفر در ترکیبی با ساختار زیر کدام است؟



۱) ۱

۲) صفر

۳) ۳

۴) ۲

۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با فرایند هال نادرست است؟

- فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی هزینهٔ بالایی دارد.
- واکنش مربوط به این فرایند با انتشار گاز گلخانه‌ای همراه است.
- آند و کاتد در سلول گالوانی مورد نظر، هر دو از جنس گرافیت هستند.
- الکترودی که به قطب مثبت باتری متصل است، با گذشت زمان خورده شده و به طور دوره‌ای باید تعویض شود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۰۲- در نوعی از باتری خودرو نیم‌واکنش‌های انجام شده به صورت زیر هستند. چه تعداد از عبارت‌های پیشنهاد شده در ارتباط با آن درست هستند؟

$$PbSO_4(s)+H^+(aq)+xe^- \rightarrow Pb(s)+HSO_4^-(aq) \qquad E^\circ=-0/36V$$
$$PbO_2(s)+H^+(aq)+HSO_4^-(aq)+ye^- \rightarrow PbSO_4(s)+H_2O(l) \qquad E^\circ=1/69V$$

- تفاوت x و y برابر با صفر است.
- نیروی الکترو موتوری این باتری برابر با ۲/۰۵ ولت است.
- در واکنش کلی باتری، مجموع ضرایب استوکیومتری اجزای واکنش برابر با ۱۰ است.
- گونه‌های کاهنده و اکسنده به ترتیب فلز سرب و ترکیب سرب (II) اکسید هستند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب درست است؟

- نوعی سلول الکترولیتی است که در آزمایشگاه برای تهیه فلز سدیم به کار می‌رود.
- نیم‌واکنش کاتدی آن به صورت $Na^+(aq)+e^- \rightarrow Na(l)$ است.
- شمار مول‌های فراورده حاصل از قطب منفی سلول، دو برابر شمار مول‌های فراورده قطب دیگر است.
- افزودن مقداری کلسیم اکسید باعث می‌شود تا سدیم کلرید در دمای پایین‌تری ذوب شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) فلز لیتیم تنها از برقکافت نمک‌های مذاب آن به دست می‌آید.

۲) آلومینیم با این‌که اکسایش می‌یابد اما خورده نمی‌شود.

۳) پتانسیل کاهشی قلع، منفی‌تر از پتانسیل کاهشی روی است.

۴) اکسنده‌ترین عنصر جدول دوره‌ای در دورهٔ دوم جای دارد.

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با نوعی سلول نور الکتروشیمیایی که برای تهیهٔ گاز هیدروژن از آب به کار می‌رود، درست است؟

- انجام واکنش اکسایش ـ کاهش در این سلول با تولید نور همراه است.
- نیم‌واکنش کاتدی آن مشابه نیم‌واکنش کاتدی سلول برقکافت آب است.
- پتانسیل کاهشی نیم‌واکنشی که شامل H^+ است در مقایسه با نیم‌واکنش دیگر، منفی‌تر است.
- emf، بازده و سرعت انجام واکنش در این سلول پایین است.
- pH محلول اطراف آند کاهش می‌یابد.

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون شماره ۱۴
جمعه ۱۴۰۲/۱۰/۲۲

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درست را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی
دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۰۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی		تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
				از	تا	
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۵	۱	۱۵	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۵	۱۶	۳۰	
		هندسه ۳	۱۵	۳۱	۴۵	
۲	فیزیک		۳۵	۴۶	۸۰	۴۵ دقیقه
۳	شیمی		۲۵	۸۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...)، قبل و یا بعد از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی ممنوع است (متی با ذکر منبع) و متخلفین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دوازدهم ریاضی

آزمون‌های سراسری گاج

دروس	طراحان		ویراستاران علمی
ریاضیات	سیروس نصیری حسین نادری ـ مجید فرهمندپور علی ایمانی		محدثه کارگرفرد ـ مهدی وارسته علی عرب ـ ندا فرهختی مینا نظری
فیزیک	مسئول درس	مروارید شاه‌حسینی	مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی
	طراحان	ابراهیم مقتصدی	
شیمی	پویا الفتی		ایمان زارعی ـ میلاد عزیزی رضیه قربانی

فروشگاه مرکزی گاج: تهران ـ خیابان انقلاب نبش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت‌نام ۶۴۲۰-۰۲۱

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

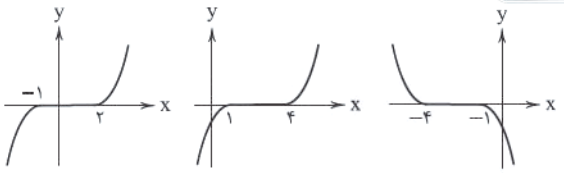
آماده‌سازی آزمون
بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری
برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری ـ مینا نظری
بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی ـ عطیه خادمی
ویراستاران فنی: ساناز فلاحی ـ مروارید شاه‌حسینی ـ مریم پارسائیان ـ سپیده‌سادات شریفی ـ مریم علیپور
سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی
صفحه‌آرا: فرهاد عبدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف‌نگاران: مینا عباسی ـ حدیث فیض‌الهی ـ فرزانه رجبی ـ ربابه الطافی ـ فاطمه میرزایی ـ سحر فاضلی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

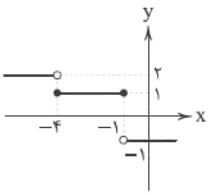
ریاضیات

۱ ۱

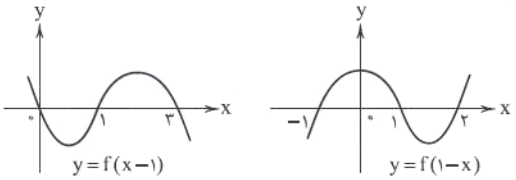


$g_1(x)=f(x)-2$ $g_2(x)=f(x-2)-2$ $g(x)=f(-x-2)-2$

$$h(x)=\begin{cases}2 & ; \ g(x)>0 \text{ یا } x<-4\\ 1 & ; \ g(x)=0 \text{ یا } -4\le x\le -1\\ -1 & ; \ g(x)<0 \text{ یا } x>-1\end{cases}$$



۲ ۲



$y=f(x-1)$ $y=f(1-x)$

	$-\infty$	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$f(x-1)$	+	+	0	−	0 +	+	0 −
$f(1-x)$	−	0 +	+	0	− 0 +	+	+
$\frac{f(x-1)}{f(1-x)}$	−	ت ن +	0	−	ت ن −	ت ن +	0 −

$\Rightarrow D_g=(-1,0]\cup(2,3]$

۲ ۳

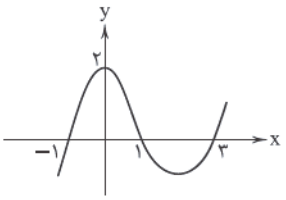
$p(3)=5$, $p(-2)=10$

$$p(x)=x(x-3)(x+2)Q(x)+ax+b \Rightarrow \begin{cases}p(3)=3a+b=5\\ p(-2)=-2a+b=10\end{cases}$$

$\Rightarrow a=-1$, $b=8$

$p(0)=b=8$

۴ ۴



$f(x)=a(x+1)(x-1)(x-3)$

$\xrightarrow{p(0)=2} 2=a(1)(-1)(-3)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$

$f(x)=\frac{2}{3}(x+1)(x-1)(x-3)\Rightarrow f(5)=32$

۱ ۵

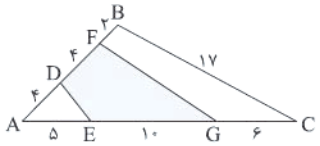
اولاً : $a-1>0\Rightarrow a>1$

ثانیاً : $\log_3 9\ge 2^{2(a-1)}\Rightarrow 2\ge 2^{2a-2}\Rightarrow a\le\frac{3}{2}$

$a\in(1,\frac{3}{2}]\Rightarrow n-m=\frac{1}{2}$

۳ ۶

$$\Delta ABC:\cos\hat{A}=\frac{10^2+21^2-17^2}{2\times10\times21}\Rightarrow\cos\hat{A}=\frac{3}{5}\Rightarrow\sin\hat{A}=\frac{4}{5}$$



$$\left.\begin{aligned}S_{AFG}&=\frac{1}{2}\times8\times15\times\frac{4}{5}=48\\ S_{ADE}&=\frac{1}{2}\times4\times5\times\frac{4}{5}=8\end{aligned}\right\}\Rightarrow S=40$$

۲ ۷

$$\tan4x=\frac{1+\sin x+\cos x}{1-\sin x+\cos x}\Rightarrow\tan4x=\frac{2\cos^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\cos^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}$$

$$\Rightarrow\tan4x=\frac{2\cos\frac{x}{2}(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2})}{2\cos\frac{x}{2}(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2})}\Rightarrow\tan4x=\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2})$$

$$\Rightarrow4x=\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\Rightarrow\frac{7x}{2}=\frac{\pi}{4}\Rightarrow x=\frac{\pi}{14}$$

۲ ۸

$$2\sin x\cos x=\sin^2x-\cos^2x$$

$$\Rightarrow\sin2x=-\cos2x\Rightarrow\tan2x=-1$$

$$\tan2x=\tan(-\frac{\pi}{4})\Rightarrow x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8},\pi-\frac{\pi}{8}\Rightarrow\text{جمع}=\frac{5\pi}{4}$$

۱ ۹

$$f(x)=\sin^2ax\cos^2ax\cos^22ax\cos^24ax=(\frac{1}{8}\sin8ax)^2$$

$$f(x)=\frac{1}{64}\sin^28ax\Rightarrow\begin{cases}\frac{\pi}{16}=\frac{\pi}{|8a|}\Rightarrow|a|=2\Rightarrow a=\pm2\\ \max f=\frac{1}{64}\end{cases}$$

۴ ۱۰

$$f(x)=2\cot(\frac{3\pi}{2}-2ax)=2\tan2ax\Rightarrow\frac{\pi}{|2a|}=\frac{\pi}{16}\Rightarrow a=\pm8$$

۲ ۱۱

$$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(\sqrt[3]{x-1}-\sqrt[3]{x+1})}{(\sqrt[3]{x+4}-\sqrt[3]{x+1})}$$

$$\times\frac{(\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}$$

$$\times\frac{(\sqrt[3]{(x+4)^2}+\sqrt[3]{(x+4)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x+4)^2}+\sqrt[3]{(x+4)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(x-1-x-1)}{(x+4-x-1)}\times\frac{(\sqrt[3]{(x+4)^2}+\sqrt[3]{(x+4)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}{(\sqrt[3]{(x-1)^2}+\sqrt[3]{(x-1)(x+1)}+\sqrt[3]{(x+1)^2})}$$

$$=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-2\times3\sqrt[3]{x^2}}{3\times3\sqrt[3]{x^2}}=-\frac{2}{3}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲ ۲

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}=\frac{2x+4-3}{x+2}=2-\frac{3}{x+2}$$

$$=\lim_{x\to+\infty} f(x)[f(x)]=2\times[2^-]=2\times1=2$$

۱۳ ۴

$$f(x)=\frac{(x-1)(x^2+x-4)}{(x-a)(4x^2-4x+1)}$$

تابع f همواره دارای دو مجانب $y=\frac{1}{4}$ و $x=\frac{1}{2}$ می‌باشد. بنابراین برای این‌که تابع مجانب دیگری نداشته باشد باید $x-a$ با صورت کسر ساده گردد یعنی تا این مرحله برای a سه مقدار وجود دارد و یک مقدار هم به ازای $a=\frac{1}{2}$، فقط دو مجانب دارد.

۱۴ ۴

$$f(x)=\frac{ax+1}{|x|-2}\Rightarrow \text{مجانب‌ها}: x=2,-2 \text{ و } y=a,-a$$

$$S=(2a)(4)=24\Rightarrow a=3\Rightarrow f(x)=\frac{3x+1}{|x|-2}$$

$$\frac{1}{f(x)}=\frac{|x|-2}{3x+1}\Rightarrow \text{مجانب‌های افقی } y=\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\Rightarrow \text{فاصله}=\frac{2}{3}$$

۱۵ ۳

$$A\begin{cases}-\frac{1}{2}\Rightarrow 4\times\frac{1}{4}+a\times\frac{-1}{2}+1=0\Rightarrow a=4\\ 3=\frac{b}{4}\Rightarrow b=12\end{cases}$$

$$f(x)=\frac{12x^2-7}{(2x+1)^2}\Rightarrow \lim_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=-\infty$$

۱۶ ۳ مجموع سه عدد اول را محاسبه می‌کنیم:

$$6n-10+3n+7+5n+1=14n-2=2(7n-1)=2k$$

چون مجموع سه عدد اول، زوج شده است قطعاً یکی از اعداد اول ۲ است.

$$5n+1=2\Rightarrow n=\frac{1}{5}\ \text{غ ق ق}$$

$$3n+7=2\Rightarrow n=-\frac{5}{3}\ \text{غ ق ق}$$

$$6n-10=2\Rightarrow n=2$$

بنابراین این ۳ عدد ۲، ۱۳ و ۱۱ هستند و داریم:

$$f(x)=3(x-2)(x-11)(x-13)$$

$$f(7)=3\times5\times(-4)\times(-6)=360$$

۱۷ ۲ اگر $x=7$ فرض شود، معادله به صورت $\sqrt[3]{96k+x}=x^3-96k$ می‌باشد، چنان‌چه $f(x)=\sqrt[3]{96k+x}$ باشد، آن‌گاه $f^{-1}(x)=x^3-96k$ است. بنابراین در یک تابع صعودی ریشه معادله $f(x)=f^{-1}(x)$ را می‌خواهیم که $f(x)=x$ است و $f(x)=\sqrt[3]{96k+x}$ و $x=7$ است.

$$\sqrt[3]{96k+7}=7\Rightarrow 96k+7=343\Rightarrow 96k=336\Rightarrow k=\frac{336}{96}=\frac{7}{2}$$

چون $(7,2)=1$ است پس $m=7$ و $n=2$ است.

$$m+n=7+2=9$$

۱۸ ۳ اگر $A=n(n+1)(n+2)(n+3)+1$ فرض شود داریم:

$$A=n(n+3)(n+1)(n+2)+1=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1$$

با فرض $n^2+3n=m$ داریم:

$$A=m(m+2)+1=m^2+2m+1=(m+1)^2=(n^2+3n+1)^2$$

اگر $(n^2+3n+1)^2$ مضرب ۳۶۱ باشد، n^2+3n+1 مضرب ۱۹ است.

$$n^2+3n+1\overset{19}{\equiv}0\Rightarrow n^2+3n-18\overset{19}{\equiv}0\Rightarrow (n-3)(n+6)\overset{19}{\equiv}0$$

$$n-3\overset{19}{\equiv}0\Rightarrow n=19k+3 \text{ یا } n+6\overset{19}{\equiv}0\Rightarrow n=19k-6$$

$$10\le n<100\Rightarrow 10\le 19k+3<100\Rightarrow \frac{7}{19}\le n<\frac{97}{19}$$

$$\Rightarrow n\in\{1,2,3,4,5\}$$

$$10\le n<100\Rightarrow 10\le 19k-6<100\Rightarrow \frac{16}{19}\le n<\frac{106}{19}$$

$$\Rightarrow n\in\{1,2,3,4,5\}$$

پس در ۱۰ = ۵ + ۵ حالت این عدد بر ۳۶۱ بخش‌پذیر است. $n(S)=90, n(A)=10$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{10}{90}=\frac{1}{9}$$

۱۹ ۴ اشتراک دامنه دو تابع $\sqrt{d-3}$ و $\sqrt{11-d}$ به صورت $3\le d\le 11$ است و هر دو تابع $\sqrt{d-3}$ و $-2\sqrt{11-d}$ در این بازه صعودی هستند و d^2-4d نیز در این بازه صعودی است بنابراین $\sqrt{d-3}-2\sqrt{11-d}+d^2-4d$ در $3\le d\le 11$ صعودی است.

$$d-3\Rightarrow -2\sqrt{8}+9-12-c^2-177\Rightarrow c^2-174-2\sqrt{8}$$

$$\Rightarrow c^2_{min}\simeq 168/3$$

$$d=11\Rightarrow \sqrt{8}+121-44=c^2-177\Rightarrow c^2=254+\sqrt{8}$$

$$\Rightarrow c^2_{max}\simeq 256/82$$

چون $d,c\in\mathbb{N}$ و $168/3\le c^2\le 256/82$ بنابراین $c\in\{13,14,15,16\}$ و چون a زوج است پس c زوج است و چون b فرد است، c نمی‌تواند ۱۶ باشد بنابراین $c=14$ است. $d|c=14$ و $3\le d\le 11$، پس $d=7$ است.

$$d+c=7+14=21$$

۲۰ ۱

$$75|(a+b)^3\Rightarrow 5^2\times3|(a+b)^3$$

چون $(3,5)=1$ پس داریم:

$$\begin{cases}5|(a+b)^3\Rightarrow 5|a+b\\ 3|(a+b)^3\Rightarrow 3|a+b\end{cases}\xrightarrow{[5,3]=15} 15|a+b\Rightarrow a+b=15k$$

$$(a,b)=1\Rightarrow (a,a+b)=1\Rightarrow (a,15k)=1\Rightarrow (a,15)=1$$

$$\Rightarrow (a,225)=(a,15^2)=1$$

۲۱ ۱ می‌دانیم اگر $n\in\mathbb{N}$ و $n\ge5$ باشد، یکان $n!$ صفر است.

$$A=1!+2!+3!+4!+\ldots+100!\overset{10}{\equiv}1+2+6+24+0+0+\ldots+0$$

$$\Rightarrow A\overset{10}{\equiv}3$$

$$B\overset{10}{\equiv}0$$

$$A+B\overset{10}{\equiv}3$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

می‌دانیم $a^{4k+r} \overset{10}{\equiv} a^r$، در صورتی‌که $1 \le r \le 4$

$$\begin{cases} A! \overset{4}{\equiv} 0 \\ B! \overset{4}{\equiv} 0 \end{cases} \Rightarrow A!+B! \overset{4}{\equiv} 0 \overset{4}{\equiv} 4$$

$$(A+B)^{A!+B!} \overset{10}{\equiv} 3^4 \overset{10}{\equiv} 1$$

۲۲ **۲**

$$\begin{cases} 6x^2+16x+33 \overset{17}{\equiv} 0 \\ \text{می‌دانیم } -17x-68 \overset{17}{\equiv} 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6x^2-x-35 \overset{17}{\equiv} 0 \Rightarrow (3x+7)(2x-5) \overset{17}{\equiv} 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+7 \overset{17}{\equiv} 0 \Rightarrow 3x \overset{17}{\equiv} -7 \Rightarrow 3x \overset{17}{\equiv} -24 \\ \Rightarrow x \overset{17}{\equiv} -8 \Rightarrow x = 17k-8 \\ 2x-5 \overset{17}{\equiv} 0 \Rightarrow 2x \overset{17}{\equiv} 5 \Rightarrow 2x \overset{17}{\equiv} -12 \\ \Rightarrow x \overset{17}{\equiv} -6 \Rightarrow x = 17k-6 \end{cases}$$

واضح است که $17k-8$ کوچک‌تر است.

$$17k-8 \ge 100 \Rightarrow 17k \ge 108 \Rightarrow k \ge 6/35 \Rightarrow k_{min} = 7$$

$$x = 17(7)-8 \Rightarrow x = 111$$

مجموع ارقام عدد $x = 1+1+1 = 3$

۲۳ **۳**

$$f(x) = -6x^2+12x-8 = x^3-6x^2+12x-8-x^3$$

$$= (x-2)^3 - x^3$$

$$f(12)+f(13)+f(14)+\ldots+f(102) = 10^3-12^3+11^3-13^3$$

$$+12^3-14^3+\ldots+100^3-102^3 \Rightarrow f(12)+f(13)+\ldots+f(102)$$

$$= 10^3+11^3-101^3-102^3$$

$$\begin{cases} 10 \overset{5}{\equiv} 0 \Rightarrow 10^3 \overset{5}{\equiv} 0 \\ 11 \overset{5}{\equiv} 1 \Rightarrow 11^3 \overset{5}{\equiv} 1 \\ 101 \overset{5}{\equiv} 1 \Rightarrow 101^3 \overset{5}{\equiv} 1 \\ 102 \overset{5}{\equiv} 2 \Rightarrow 102^3 \overset{5}{\equiv} 8 \overset{5}{\equiv} 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 10^3+11^3-101^3-102^3 \overset{5}{\equiv} -3 \overset{5}{\equiv} 2$$

۲۴ **۲** چون $\Delta-\delta = 1$ است دنباله درجات رئوس گراف به صورت زیر است.

$$\underbrace{\Delta, \Delta, \ldots, \Delta}_{x}, \underbrace{\delta, \delta, \ldots, \delta}_{9-x}$$

$$\sum_{i=1}^{p} \deg v_i = 2q \Rightarrow x(\Delta)+(9-x)\delta = 22$$

$$\xrightarrow{\Delta=\delta+1} x\delta+x+9\delta-x\delta = 22$$

$$\Rightarrow 9\delta = 22-x \Rightarrow \delta = \frac{22-x}{9}$$

چون $\delta \in \mathbb{W}$ است بنابراین $x=4$ یا $x=13$ است که می‌دانیم $(x<9)$ می‌باشد پس $x=4$ است که $\delta=2$ و $\Delta=3$

۲۵ **۴** دو حالت وجود دارد.

حالت اول: آن‌که دو رأس a و b مجاور باشند که یعنی ۳ یال دیگر باید بین ۴ رأس (c، d، e و f) باشد که از ۶ یال ممکن بین این ۴ رأس باید ۳ تا انتخاب کنیم.

$$\binom{6}{3} = 20$$

حالت دوم: رئوس a و b با هم مجاور نباشند که در این حالت تعداد گراف‌ها به صورت زیر است:

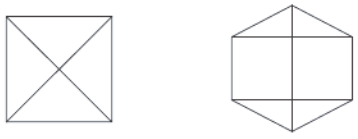
$$\binom{4}{1}\binom{4}{1}\binom{6}{2} = 4\times4\times15 = 240$$

تعداد کل گراف‌ها $= 20+240 = 260$

۲۶ **۳** می‌بایست ۵ رأس انتخاب کنیم، که دو رأس آن، b و c هستند و ۳ رأس دیگر که انتخاب آن با ما است حق انتخاب a را نداریم. بنابراین می‌بایست از بین ۶ رأس باقی‌مانده ۳ تا را انتخاب کنیم و با آن ۶ رأس دور می‌سازیم:

$$\binom{6}{3} \times \frac{(5-1)!}{2} = 20\times12 = 240$$

۲۷ **۴** شکل گراف ۳ منتظم مرتبه ۱۰ که ناهمبند باشد فقط به صورت زیر است:

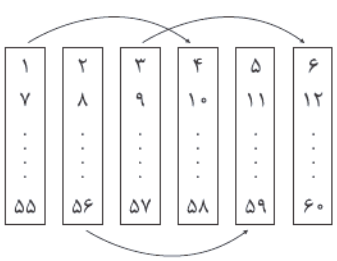


بخش اول

بخش دوم

گراف بخش اول به تنهایی یک گراف کامل است اما گراف بخش دوم به تنهایی یک گراف ۳ منتظم مرتبه ۶ است که $(rp = 2q \Rightarrow 3\times6 = 2q \Rightarrow q = 9)$ در حالی‌که گراف K_6 دارای ۱۵ یال است بنابراین به گراف بخش دوم می‌توان $(6-9=15)$ یال دیگر اضافه کرد تا همچنان گراف کل دو بخشی و ناهمبند باشد، اما با اضافه کردن یال ۷ام حتماً گراف همبند می‌شود.

۲۸ **۲** رأس‌های این گراف را به ۶ مجموعه به صورت $6k+r$ که $(k, r \in \mathbb{Z}, 0 \le r \le 5)$ افراز می‌کنیم، که ارتباط بخش‌های گراف به صورت زیر است.



بنابراین این گراف دارای ۳ بخش جدا از هم است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹ **۴** می‌دانیم گرافی از مرتبه ۴ حداکثر ۶ یال دارد و چنان‌چه $q\in\{۰,۱,۲\}$ باشد، گراف حتماً ناهمبند است و اگر $q\in\{۴,۵,۶\}$ باشد، گراف حتماً همبند است و اگر $q=۳$ باشد، این گراف می‌تواند همبند یا ناهمبند باشد.

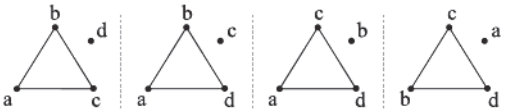
$$\text{تعداد گراف‌ها با ۶ یال}=\binom{۶}{۶}=۱$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۵ یال}=\binom{۶}{۵}=۶$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۴ یال}=\binom{۶}{۴}=۱۵$$

$$\text{تعداد گراف‌ها با ۳ یال}=\binom{۶}{۳}=۲۰$$

از ۲۰ گرافی از مرتبه ۴ با مجموعه رئوس $\{a,b,c,d\}$ که دارای ۳ یال باشند، ۴ گراف زیر ناهمبند هستند.



$$\text{تعداد کل گراف‌ها}=۱+۶+۱۵+۲۰-۴=۳۸$$

۳۰ **۱**

$$\begin{cases}rp=۲q\Rightarrow q=\dfrac{pr}{۲}\\ q=p+r+۲\end{cases}\Rightarrow \frac{pr}{۲}=p+r+۲\Rightarrow pr=۲p+۲r+۴$$

$$\Rightarrow pr-۲p-۲r=۴\xrightarrow{+۴} pr-۲p-۲r+۴=۸$$

$$\Rightarrow p(r-۲)-۲(r-۲)=۸\Rightarrow (p-۲)(r-۲)=۸=۱\times۸=۲\times۴$$

می‌دانیم $p>r$ است، پس $p-۲>r-۲$

حالت اول: $\begin{cases}p-۲=۸\Rightarrow p=۱۰\\ r-۲=۱\Rightarrow r=۳\end{cases}$

حالت دوم: $\begin{cases}p-۲=۴\Rightarrow p=۶\\ r-۲=۲\Rightarrow r=۴\end{cases}$ (این گراف همبند است)

بنابراین $r=۳$ قابل قبول است.

۳۱ **۲** ابتدا دترمینان A را برحسب سطر سوم به دست می آوریم:

$$|A|=۱(۱)-۱(-۵)=۶$$

$$\Rightarrow X\begin{bmatrix}۳&۲\\۵&۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳&۱\\۰&۲\end{bmatrix}\Rightarrow X=\begin{bmatrix}۳&۱\\۰&۲\end{bmatrix}\frac{۱}{۱۲-۱۰}\begin{bmatrix}۴&-۲\\-۵&۳\end{bmatrix}$$

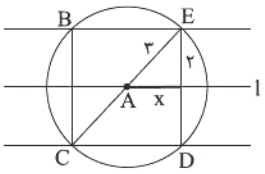
$$X=\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۷&-۳\\-۱۰&۶\end{bmatrix}\Rightarrow \text{حاصل جمع درایه‌های قطر اصلی}=\frac{۱}{۲}(۷+۶)=\frac{۱۳}{۲}$$

۳۲ **۱**

$$A^{-۱}-B^{-۱}=M\Rightarrow I-AB^{-۱}=AM\Rightarrow B-A=AMB$$

$$\Rightarrow |B-A|=|AMB|\Rightarrow ۶=|AB||M|\Rightarrow |M|=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}$$

۳۳ **۴** در صفحه P: مکان هندسی نقاط هم‌فاصله از یک خط، ۲ خط موازی آن از دو طرف آن و مکان هندسی نقاط هم‌فاصله از یک نقطه، دایره‌ای به مرکز آن نقطه است. محل برخورد دایره و دو خط موازی جواب‌های مسئله است.



$$x=\sqrt{۹-۴}=\sqrt{۵}$$

BCDE مستطیلی به اضلاع ۴ و $۲\sqrt{۵}$ است که مساحت آن $۸\sqrt{۵}$ است.

۳۴ **۲** مرکز دایره $O\begin{vmatrix}۲\\۶\end{vmatrix}$ و شعاع آن ۲ است.

مکان هندسی نقاطی که مجموع فواصل آن از دو نقطه F' و F به فاصلهٔ $۲a$ باشد، بیضی با کانون‌های F' و F و قطر بزرگ به طول $۲a$ است.

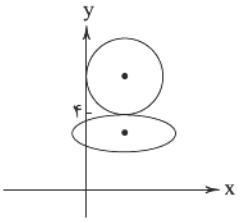
$$O=\frac{F+F'}{۲}=(۲,۳)$$

$$FF'=۲c=۴\Rightarrow c=۲$$

$$a=\sqrt{۵}\Rightarrow b^۲=a^۲-c^۲=۱$$

$\Rightarrow$ رأس غیرکانونی $B=(۲,۴)$

مطابق شکل خواهیم داشت که بیضی و دایره ۱ نقطه مشترکند.



۳۵ **۳** **نکته:** اگر $A=\begin{bmatrix}a&b\\c&d\end{bmatrix}$ باشد، $A^۲=(a+d)A-|A|I$.

$$A=\begin{bmatrix}۱&۲\\۳&۵\end{bmatrix}\Rightarrow A^۲=(۶)A+I\Rightarrow A^۳=۶A^۲+A=۶(۶A+I)+I$$

$$\Rightarrow A^۳=۳۶A+۷I\quad (۱)$$

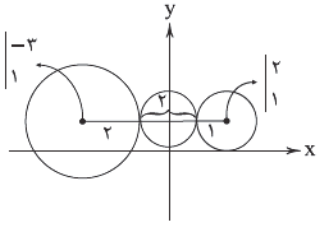
$$A^۲=\alpha A^{-۱}+\beta I\xrightarrow{\times A} A^۳=\alpha I+\beta A\quad (۲)$$

$$(۱),(۲)\Rightarrow \alpha+\beta=۳۶+۷=۴۳$$

۳۶ **۳**

$$C_۱:\begin{cases}O_۱(-۳,۱)\\ r_۱=\sqrt{۹+۱-۶}=۲\end{cases}$$

$$C_۲:\begin{cases}O_۲(۲,۱)\\ r_۲=\sqrt{۴+۱-۴}=۱\end{cases}$$



$$S=\pi r^۲=\pi(۱)^۲=\pi$$

۳۷ **۴**

$$y=\frac{x}{۲}+\frac{m}{۲}\Rightarrow x-۲y+m=۰$$

$$O(۱,۱),\ r=\sqrt{۱+۱+۳}=\sqrt{۵}$$

$$OH<r\Rightarrow \frac{|۱-۲+m|}{\sqrt{۵}}<\sqrt{۵}\Rightarrow |m-۱|<۵$$

$$\Rightarrow -۵<m-۱<۵\Rightarrow -۴<m<۶$$

$\Rightarrow m=۱,۲,۳,۴,۵\Rightarrow$ ۵ مقدار طبیعی

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸ **۳** می‌دانیم شعاع عمود بر هر وتر آن را نصف می‌کند.

$r=\sqrt{۲۱}$

مکان هندسی مطلوب دایرهٔ به مرکز $O\left|\begin{matrix}۰\\۰\end{matrix}\right.$ و شعاع $\sqrt{۲۱}$ است، که مساحت آن $S=۲۱\pi$ خواهد بود.

۳۹ **۲**

$$BA=\begin{bmatrix}۳ & ۱\\ b & -۳\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & a\\ -۱ & ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵ & ۳a+۳\\ ۲b+۳ & ab-۹\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{قطری}}\begin{cases}۳a+۳=۰\Rightarrow a=-۱\\ ۲b+۳=۰\Rightarrow b=-\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

$$ab=\frac{۳}{۲}$$

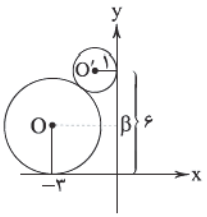
۴۰ **۲** بیضی قائم است و $BO=|x_B-x_O|=b$

$$\begin{cases}O=\frac{F+F'}{۲}=(۰,-۱)\ ,\ BO=\frac{۵}{۲}=b\\ FF'=۱۲\Rightarrow c=۶\end{cases}\Rightarrow a^۲=\frac{۲۵}{۴}+۳۶=\frac{۱۶۹}{۴}$$

$$\Rightarrow a=\frac{۱۳}{۲}$$

طول وتر کانونی $=\frac{۲b^۲}{a}=\frac{۲(\frac{۲۵}{۴})}{\frac{۱۳}{۲}}=\frac{۲۵}{۱۳}$

۴۱ **۱** مطابق شکل خواهیم داشت:



$$C':\begin{cases}O'(-۳,\beta)\\ r'=\beta\end{cases}$$

$$C:\begin{cases}O(-۱,۶)\\ r=۱\end{cases}$$

$$OO'=r+r'\Rightarrow\sqrt{۴+(\beta-۶)^۲}=\beta+۱$$

$$\Rightarrow ۴+\beta^۲-۱۲\beta+۳۶=\beta^۲+۲\beta+۱\Rightarrow ۱۴\beta=۳۹\Rightarrow\beta=\frac{۳۹}{۱۴}$$

۴۲ **۳**

$$x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$$

$$A:۴+۲b+c=۰$$

$$\begin{cases}B:۹+۳a+c=۰\\ C:۴-۲a+c=۰\end{cases}\xrightarrow{-}۵+۵a=۰\Rightarrow a=-۱,c=-۶$$

$$A:۴+۲b-۶=۰\Rightarrow b=۱$$

$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱+۱+۲۴}=\sqrt{\frac{۱۳}{۲}}$$

$$S=\pi r^۲=\frac{۱۳}{۲}\pi=۶/۵\pi$$

۴۳ **۲**

$$\frac{m}{m+۴}=\frac{۲}{m}\neq-۱\Rightarrow m^۲-۲m-۸=۰\Rightarrow(m-۴)(m+۲)=۰$$

$$\begin{cases}m=۴\Rightarrow\frac{۲}{۴}\neq-۱\Rightarrow m=۴\ \text{قابل قبول}\\ m=-۲\Rightarrow\frac{۲}{-۲}=-۱\Rightarrow m=-۲\ \text{غیرقابل قبول}\end{cases}$$

$$x^۲+y^۲-۲x-۴y-۴=۰$$

$$r=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱۶+۱۶}=۳\Rightarrow S=۹\pi$$

۴۴ **۴**

$$\begin{vmatrix}۲ & ۱\\ -۲ & ۳\end{vmatrix}|A|\begin{vmatrix}۱ & -۱\\ ۰ & ۲\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}۴ & ۱\\ ۰ & ۲\end{vmatrix}\Rightarrow(۸)|A|(۲)=۸\Rightarrow|A|=\frac{۱}{۲}$$

$$|A^{-۱}|=۲$$

۴۵ **۴**

$$a=۲\log۵\log\sqrt{۵}-\frac{۱}{۲}\log۲\log۴=(\log۵)^۲-(\log۲)^۲$$

$$=(\log۵-\log۲)(\log۵+\log۲)=\log\frac{۵}{۲}\Rightarrow a=\log\frac{۵}{۲}$$

$$B=\begin{bmatrix}۲\sqrt{۱۰^{\log\frac{۵}{۲}}} & \sqrt{۴^{\log\frac{۵}{۲}}}\\ \sqrt{۲۵^{\log\frac{۵}{۲}}} & \sqrt{۱۰^{\log\frac{۵}{۲}}}\end{bmatrix}\Rightarrow B=\begin{bmatrix}۲\sqrt{\frac{۵}{۲}} & \sqrt{۴^{\log\frac{۵}{۲}}}\\ \sqrt{۲۵^{\log\frac{۵}{۲}}} & \sqrt{\frac{۵}{۲}}\end{bmatrix}$$

$$|B|=۵-\sqrt{۱۰۰^{\log\frac{۵}{۲}}}=۵-\frac{۵}{۲}=\frac{۵}{۲}$$

$$|\frac{۱}{۳}B^۲|=\frac{۱}{۹}(\frac{۲۵}{۴})=\frac{۲۵}{۳۶}$$

فیزیک

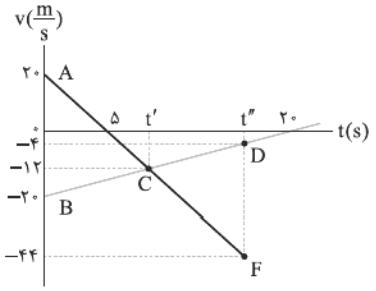
۴۶ **۴** **بررسی گزینه‌ها:**

۱ و ۳) وقتی اندازهٔ جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده توسط متحرک با هم برابر است که جهت حرکت متحرک که همان بردار سرعت است، ثابت باشد. از طرفی بردار سرعت و جابه‌جایی همواره هم‌علامت هستند، بنابراین بردار جابه‌جایی نیز ثابت است. (✓)

۲) اندازهٔ جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده توسط متحرک با هم برابر هستند، بنابراین متحرک در این بازهٔ زمانی، تغییر جهت نداده است. (✓)

۴) مکان اولیهٔ متحرک مشخص نیست، پس نمی‌توان گفت که الزاماً متحرک از مبدأ عبور کرده است. (✗)

۴۷ **۱** با توجه به شکل زیر، متحرک‌های A و B در مبدأ زمان در دو جهت مخالف از مبدأ مکان عبور می‌کنند و تا لحظهٔ t' از هم دور می‌شوند و پس از لحظهٔ t' تا لحظهٔ t'' که دو متحرک به هم می‌رسند در حال نزدیک شدن هستند پس t' و t'' را می‌یابیم.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شتاب دو متحرک برابر است با:

$$a_A=\frac{0-20}{5-0}\Rightarrow a_A=-4\frac{m}{s^2}$$

$$a_B=\frac{-(-20)}{20-0}\Rightarrow a_B=1\frac{m}{s^2}$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v=at+v_0\Rightarrow\begin{cases}v_A=-4t+20\\ v_B=t-20\end{cases}$$

معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow\begin{cases}x_A=-2t^2+20t\\ x_B=\frac{1}{2}t^2-20t\end{cases}$$

در لحظهٔ t' سرعت دو متحرک برابر شده است، بنابراین:

$$v_A=v_B\Rightarrow -4t+20=t-20\Rightarrow t=8s\xrightarrow{t=t'}t'=8s$$

در لحظهٔ t'' دو متحرک به هم رسیده‌اند، بنابراین:

$$x_A=x_B\Rightarrow -2t^2+20t=\frac{1}{2}t^2-20t\Rightarrow t=16s\xrightarrow{t=t''}t''=16s$$

سرعت هر یک از متحرک‌ها را در لحظه‌های t' و t'' می‌یابیم:

$$t'=8s\Rightarrow v_A=v_B=-4t'+20\Rightarrow v_A=v_B=-12\frac{m}{s}$$

$$t''=16s\Rightarrow\begin{cases}v_A=-4\times16+20=-44\frac{m}{s}\\ v_B=16-20=-4\frac{m}{s}\end{cases}$$

مجموع مسافت طی‌شده توسط دو متحرک در بازهٔ زمانی t' تا t'' برابر است با:

$$l=\text{مساحت ذوزنقهٔ }CDt''t'+\text{مساحت ذوزنقهٔ }CFt''t'$$

$$\Rightarrow l=\frac{(12+4)\times(16-8)}{2}+\frac{(12+44)\times(16-8)}{2}=288m$$

۴۸ ۳ فرض کنیم طول مسیر مستقیمی که متحرک طی می‌کند برابر L باشد. برای مدت‌زمان مربوط به ۶۴ درصد اول مسیر از رابطهٔ $\Delta x=\frac{1}{4}at^2+v_0t$ استفاده می‌کنیم. اما برای ۶۴ درصد آخر مسیر باید مدت‌زمان کل مسیر و ۳۶ درصد اول مسیر را پیدا کرده و از هم کم کنیم.

۶۴ درصد اول مسیر: $0/64L=\frac{1}{2}at_1^2\Rightarrow t_1^2=\frac{2\times0/64L}{a}$

$$\Rightarrow t_1=0/8\sqrt{\frac{2L}{a}}$$

کل مسیر: $L=\frac{1}{2}at^2\Rightarrow t^2=\frac{2L}{a}\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2L}{a}}$

۳۶ درصد اول مسیر: $0/36L=\frac{1}{2}at'^2\Rightarrow t'^2=\frac{2\times0/36L}{a}$

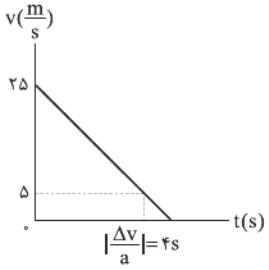
$$\Rightarrow t'=0/6\sqrt{\frac{2L}{a}}$$

۶۴ درصد آخر مسیر: $t_2=t-t'=\sqrt{\frac{2L}{a}}-0/6\sqrt{\frac{2L}{a}}=0/4\sqrt{\frac{2L}{a}}$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{t_2}{t_1}=\frac{0/4\sqrt{\frac{2L}{a}}}{0/8\sqrt{\frac{2L}{a}}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2=\frac{1}{4}$$

۴۹ ۳ نمودار $v-t$ دو متحرک را رسم می‌کنیم. تا زمانی که سرعت اتومبیل بیشتر از سرعت دوچرخه‌سوار باشد، اتومبیل در حال کاهش فاصلهٔ خود از دوچرخه‌سوار است.



$$\Delta x=\frac{20\times4}{2}=40m$$

فاصله از $70m$ اولیه $40m$ کاهش یافته و به $30m$ می‌رسد.

۵۰ ۲ با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2(2n-1)+v_0t$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_1=\frac{1}{2}a\times(1)^2\times(2(4)-1)+v_0:\text{جابه‌جایی در یک ثانیهٔ چهارم}\\ \Rightarrow\Delta x_1=\frac{7}{2}a+v_0\\ \Delta x_2=\frac{1}{2}a\times(1)^2\times(2(5)-1)+v_0:\text{جابه‌جایی در یک ثانیهٔ پنجم}\\ \Rightarrow\Delta x_2=\frac{9}{2}a+v_0\end{cases}$$

جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ چهارم و پنجم حرکتش برابر است، بنابراین دو حالت داریم:

$$\Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow\frac{1}{2}a\times7+v_0=\frac{1}{2}a\times9+v_0\Rightarrow a=0$$

$$-\Delta x_1=\Delta x_2\Rightarrow-\frac{1}{2}a\times7-v_0=\frac{1}{2}a\times9+v_0\Rightarrow-2v_0=8a$$

$$\xrightarrow{v_0=12\frac{m}{s}}-2\times12=8a\Rightarrow a=-3\frac{m}{s^2}$$

۵۱ ۲ با استفاده از رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت برای متحرک B داریم:

$$v_2^2-v^2=2a\Delta x$$

$$\Rightarrow 0-v^2=2\times(-a)\times\Delta x\Rightarrow\frac{v^2}{2a}=\Delta x\quad(1)$$

با توجه به معادلهٔ سرعت ـ زمان برای متحرک B داریم:

$$v=at+v_0\Rightarrow 0=-at+v\Rightarrow at=v\ (*)$$

سرعت متحرک A در لحظهٔ توقف متحرک B برابر است با:

$$v_2'=at+v_0\xrightarrow{(*)}v_2'=v+v\Rightarrow v_2'=2v$$

جابه‌جایی متحرک A تا لحظهٔ توقف متحرک B برابر است با:

$$v_2'^2-v^2=2a\Delta x'\Rightarrow 4v^2-v^2=2a\Delta x'\Rightarrow\Delta x'=\frac{3v^2}{2a}\quad(2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) فاصلهٔ متحرک A از متحرک B در لحظه‌ای که متحرک B متوقف می‌شود، برابر است با:

$$\frac{3v^2}{2a}-\frac{v^2}{2a}\Rightarrow\frac{2v^2}{2a}=\frac{v^2}{a}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۲ **۱** با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال شتاب متحرک A، مثبت و شتاب متحرک B، منفی است.

حال معادلهٔ مکان ـ زمان هر متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A} t + x_{0A}$$

$$\xrightarrow[x_{0A}=5m]{a_A=a} x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_{0A} t + 5$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B} t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[x_{0B}=-15m]{a_B=-a} x_B = \frac{1}{2}\times(-a)\times t^2 + v_{0B} t - 15$$

هم‌چنین مکان هر دو متحرک در لحظهٔ $t=2s$ برابر $x=+5m$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} t=2s: x_A = 2a + 2v_{0A} + 5 \\ t=2s: x_B = -2a + 2v_{0B} - 15 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_A=x_B} 2a + 2v_{0A} + 5 = -2a + 2v_{0B} - 15$$

$$\Rightarrow 4a + 2(v_{0A} - v_{0B}) + 20 = 0 \Rightarrow 2a + (v_{0A} - v_{0B}) + 10 = 0 \quad (1)$$

شیب خط مماس بر هر دو نمودار در لحظهٔ $t=2s$ برابر است، بنابراین سرعت هر دو متحرک در لحظهٔ $t=2s$ یکسان است، بنابراین:

$$\begin{cases} v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow{t=2s} 2a + v_{0A} \\ v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow{t=2s} v = -2a + v_{0B} \end{cases}$$

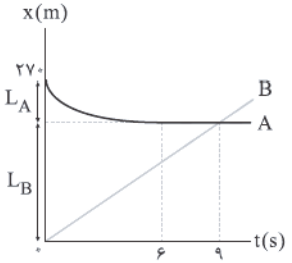
$$\Rightarrow 2a + v_{0A} = -2a + v_{0B}$$

$$\Rightarrow -4a = v_{0A} - v_{0B} \quad (2)$$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$2a - 4a + 10 = 0 \Rightarrow -2a + 10 = 0 \Rightarrow a = 5\frac{m}{s^2}$$

۵۳ **۳** تندی متوسط اتومبیل B از ابتدا تا لحظهٔ رسیدن به اتومبیل A، دو برابر تندی متوسط اتومبیل A در این بازهٔ زمانی است، بنابراین:



$$s_B = 2s_A \Rightarrow \frac{l_B}{\Delta t} = 2\frac{l_A}{\Delta t} \Rightarrow l_B = 2l_A \quad (*)$$

$$l_B + l_A = 270 \xrightarrow{(*)} 3l_A = 270 \Rightarrow l_A = 90m \,,\, l_B = 180m$$

سرعت اتومبیل B در لحظه‌ای که اتومبیل B به اتومبیل A می‌رسد، برابر است با:

$$\Delta x_B = v_B \Delta t \Rightarrow 180 = v_B \times 9 \Rightarrow v_B = 20\frac{m}{s}$$

سرعت اولیهٔ اتومبیل A برابر است با:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_A = -90 = \frac{v_{0A} + 0}{2}\times 6 \Rightarrow v_{0A} = -30\frac{m}{s}$$

شتاب اتومبیل A برابر است با:

$$a_A = \frac{0-(-30)}{6} = 5\frac{m}{s^2}$$

۵۴ **۱** زاویه‌ای که خط A با جهت مثبت محور xها می‌سازد برابر با 37° است، پس شیب خط $(a_A)A$ برابر $\tan 37^\circ$ است، بنابراین:

$$a_A = \tan 37^\circ \Rightarrow a_A = \frac{3}{4}\frac{m}{s^2}$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک A برابر است با:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_0=0]{a_A=\frac{3}{4}\frac{m}{s^2}} v_A = \frac{3}{4}t$$

زاویه‌ای که خط B با جهت مثبت محور xها می‌سازد، برابر 135° است، پس داریم:

$$a_B = -\tan 45^\circ = -1\frac{m}{s^2}$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک B برابر است با:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \Rightarrow v_B = -t + v_{0B} \Rightarrow 0 = -7 + v_{0B}$$

$$\Rightarrow v_{0B} = 7\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_B = -t + 7$$

لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شوند، برابر است با:

$$v_A = v_B \Rightarrow \frac{3}{4}t = -t + 7 \Rightarrow \frac{7}{4}t = 7 \Rightarrow t = 4s$$

سرعت متوسط متحرک B در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=4s$ برابر است با:

$$v_{av_B} = \frac{v_0 + v_4}{2} = \frac{7+3}{2} = 5\frac{m}{s}$$

۵۵ **۴** مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا گلولهٔ A به سطح زمین برسد، برابر است با:

$$\Delta y_A = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 180 = \frac{1}{2}\times 10\times t^2 \Rightarrow t = 6s$$

دو گلولهٔ A و B با هم به سطح زمین رسیدند، اما گلولهٔ B، ۲ ثانیه دیرتر رها شده، پس در کل ۴ ثانیه در حال سقوط بوده است، بنابراین:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}\times 10\times 4^2 = 80m$$

بنابراین اختلاف ارتفاع رهاسازی گلوله‌ها برابر است با:

$$180 - 80 = 100m$$

۵۶ **۲** با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت سقوط آزاد داریم:

$$\begin{cases} y_A = -\frac{1}{2}gt^2 \\ y_B = -\frac{1}{2}g(t-1/5)^2 = -\frac{1}{2}g(t^2 - 3t + \frac{9}{4}) \end{cases}$$

بنابراین فاصلهٔ دو گلوله از یک‌دیگر برابر است با:

$$y_B - y_A = \frac{3}{2}gt - \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow L_1 = 30 - \frac{9}{8} = \frac{231}{8}m \\ t_2 = 4s \Rightarrow L_2 = 60 - \frac{9}{8} = \frac{471}{8}m \end{cases}$$

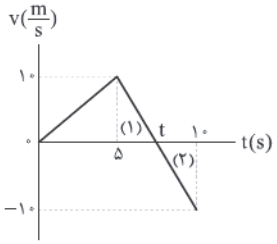
$$\Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{471}{8} - \frac{231}{8} = \frac{240}{8} = 30m$$

۵۷ **۴** می‌دانیم مساحت محصور زیر نمودار شتاب ـ زمان برابر با تغییرات سرعت متحرک است. نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:

$$\begin{cases} t=0: \text{تا } t=5s: \Delta v_1 = 5\times 2 = 10\frac{m}{s} \Rightarrow v_5 - v_0 = 10 \Rightarrow v_5 = 10\frac{m}{s} \\ t=5s: \text{تا } t=10s: \Delta v_2 = 5\times(-4) = -20\frac{m}{s} \Rightarrow v_{10} - v_5 = -20 \\ \Rightarrow v_{10} - 10 = -20 \Rightarrow v_{10} = -10\frac{m}{s} \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in



با استفاده از تشابه دو مثلث (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{t-۵}{۱۰-t}=\frac{۱۰}{۱۰}\Rightarrow t-۵=۱۰-t\Rightarrow ۲t=۱۵\Rightarrow t=۷/۵s$$

می‌دانیم مساحت زیر نمودار $v-t$ برابر با مسافت طی‌شده توسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

متحرک در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۷/۵s$ در جهت محور xها حرکت کرده است، بنابراین:

$$L_۱=\frac{۱۰\times ۷/۵}{۲}=۳۷/۵m$$

متحرک در بازهٔ زمانی $t=۷/۵s$ تا $t=۱۰s$ در خلاف جهت محور xها حرکت کرده است، بنابراین:

$$L_۲=\frac{۲/۵\times ۱۰}{۲}=۱۲/۵m$$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{L_۱}{L_۲}=\frac{۳۷/۵}{۱۲/۵}=۳$$

۵۸ ۱ با استفاده از قانون دوم نیوتون، در حالت اول که سه نیرو به صورت هم‌زمان به جسم اثر می‌کنند، داریم:

$$F_{net_۱}=ma_۱$$

$$\Rightarrow -۲۰\vec{i}+۵۰\vec{j}+۱۰\vec{i}-۲۰\vec{j}+\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}=۱\times\vec{a}_۱$$

$$\Rightarrow \vec{a}_۱=(\alpha-۱۰)\vec{i}+(\beta+۳۰)\vec{j}\ (\frac{m}{s^۲})$$

$$\Rightarrow a_۱=\sqrt{(\alpha-۱۰)^۲+(\beta+۳۰)^۲}\ (\frac{m}{s^۲})$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون در حالت دوم که فقط نیروهای $\vec{F}_۲$ و $\vec{F}_۳$ به صورت هم‌زمان به جسم اثر می‌کنند، داریم:

$$\vec{F}_{net_۲}=m\vec{a}_۲$$

$$\Rightarrow ۱۰\vec{i}-۲۰\vec{j}+\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}=۱\times\vec{a}_۲$$

$$\Rightarrow \vec{a}_۲=(\alpha+۱۰)\vec{i}+(\beta-۲۰)\vec{j}\ (\frac{m}{s^۲})$$

$$\Rightarrow a_۲=\sqrt{(\alpha+۱۰)^۲+(\beta-۲۰)^۲}\ (\frac{m}{s^۲})$$

اندازهٔ شتاب جسم در دو حالت برابر است، بنابراین:

$$a_۱=a_۲\Rightarrow \sqrt{(\alpha-۱۰)^۲+(\beta+۳۰)^۲}=\sqrt{(\alpha+۱۰)^۲+(\beta-۲۰)^۲}$$

$$\Rightarrow (\alpha-۱۰)^۲+(\beta+۳۰)^۲=(\alpha+۱۰)^۲+(\beta-۲۰)^۲$$

$$\xrightarrow[\text{و ساده می‌کنیم}]{\text{اتحادها را باز می‌کنیم}} ۲\alpha-۵\beta=۲۵\Rightarrow \alpha=\frac{۲۵+۵\beta}{۲}$$

۵۹ ۱ نیروی مقاومت هوا پس از باز شدن چتر، متناسب با تندی چترباز است، یعنی:

$$f_D=bv$$

وقتی چترباز به تندی حدی خود می‌رسد، یعنی برایند نیروهای وارد بر چترباز، صفر است، بنابراین:

$$v=۵\frac{m}{s}\Rightarrow f_D=mg\Rightarrow b\times ۵=m\times ۱۰\Rightarrow b=۲m$$

وقتی تندی چترباز به $۷/۵\frac{m}{s}$ می‌رسد، بزرگی نیروی مقاومت هوا برابر است با:

$$v=۷/۵\frac{m}{s}\Rightarrow f_D=bv=۲m\times ۷/۵=۱۵m$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow f_D-mg=ma\Rightarrow ۱۵m-۱۰m=ma\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

۶۰ ۲ نیروی گرانشی وارد بر ماهواره حکم نیروی مرکزگرا را دارد، بنابراین:

$$\frac{GM_em}{r^۲}=\frac{mv^۲}{r}\Rightarrow v^۲=\frac{GM_e}{r}$$

بنابراین انرژی جنبشی ماهواره از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}m\times\frac{GM_e}{r}=\frac{GM_em}{۲r}$$

بنابراین:

$$K_B=\frac{۳}{۵}K_A\Rightarrow \frac{GM_em_B}{۲r_B}=\frac{۳}{۵}\frac{GM_em_A}{۲r_A}$$

$$\xrightarrow{m_A=m_B}\frac{r_A}{r_B}=\frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow \frac{R_e+h}{R_e+۳h}=\frac{۳}{۵}\Rightarrow ۳Re+۹h=۵R_e+۵h$$

$$\Rightarrow ۴h=۲R_e\Rightarrow h=\frac{۱}{۲}R_e\ (*)$$

با توجه به رابطهٔ شتاب گرانشی داریم:

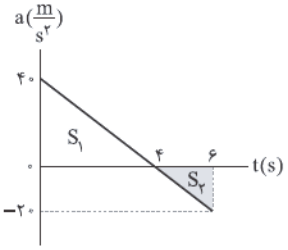
$$g=\frac{GM_e}{r^۲}\Rightarrow \frac{g_h}{g_۰}=(\frac{r_۰}{r_h})^۲=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲$$

$$\xrightarrow{(*)}\frac{g_h}{g_۰}=(\frac{R_e}{R_e+\frac{۱}{۲}R_e})^۲=(\frac{R_e}{\frac{۳}{۲}R_e})^۲=\frac{۴}{۹}$$

۶۱ ۲ با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$a=\frac{F_{net}}{m}=\frac{-۲t+۸}{۰/۲}=-۱۰t+۴۰\ (\frac{m}{s^۲})$$

نمودار شتاب ـ زمان این جسم را رسم می‌کنیم:



مساحت محصور بین نمودار $a-t$ و محور زمان برابر با تغییرات سرعت جسم است، بنابراین:

$$\Delta v=S_۱+S_۲=(\frac{۴\times ۴۰}{۲})-(\frac{۲\times ۲۰}{۲})=۶۰\frac{m}{s}$$

$$v_۶-v_۰=۶۰\Rightarrow ۶۰=v_۶+۲۰\Rightarrow v_۶=۴۰\frac{m}{s}$$

تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t=۶s$ برابر است با:

$$p_۶=mv_۶=۰/۲\times ۴۰=۸\frac{kg.m}{s}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲ ۲ با توجه به رابطهٔ دورهٔ تناوب آونگ داریم:

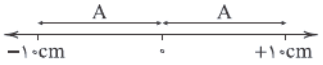
$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\Rightarrow\frac{T_h}{T_\circ}=\sqrt{\frac{g_\circ}{g_h}}=\sqrt{\frac{g_\circ}{0/81g_\circ}}=\frac{10}{9}$$

نسبت مدت‌زمان نشان داده‌شده متناسب با نسبت عکس دورهٔ نوسان آن‌هاست، بنابراین:

$$\frac{T_h}{T_\circ}=\frac{\Delta t_\circ}{\Delta t_h}\Rightarrow\frac{10}{9}=\frac{12\times60}{\Delta t_h}\Rightarrow\Delta t_h=648\,min$$

با توجه به مقادیر به دست آمده، ساعتی که در ارتفاع قرار دارد با وجود گذشت ۷۲۰ دقیقه، به ما گذشت ۶۴۸ دقیقه را نشان می‌دهد، در نتیجه ساعت $72\,min$ عقب افتاده است.

۶۳ ۴ هر رفت و برگشت بر روی پاره‌خط نوسانی، یک نوسان کامل است، بنابراین نوسانگر در مدت‌زمان ۳۰ ثانیه، ۷۵ نوسان کامل انجام داده است.



دورهٔ تناوب نوسانگر برابر است با: $T=\frac{t}{n}=\frac{30}{75}=\frac{2}{5}s$

بسامد زاویه‌ای نوسانگر برابر است با: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi\times5}{2}=5\pi(\frac{rad}{s})$

تندی بیشینهٔ نوسانگر برابر است با: $v_{max}=A\omega=0/1\times5\pi=0/5\pi\,\frac{m}{s}$

در لحظهٔ t_1 داریم:

$$\frac{K}{U}=15\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}}\begin{cases}\frac{K}{E}=\frac{K}{U+K}=\frac{15}{16}\\ \frac{K}{E}=(\frac{v_1}{v_{max}})^2\end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{15}{16}}=\frac{v_1}{v_{max}}\Rightarrow\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{v_1}{0/5\pi}\Rightarrow v_1=\frac{\sqrt{15}}{8}\pi\,(\frac{m}{s})$$

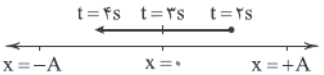
$$\Rightarrow v_1=\frac{\sqrt{15}\,\pi}{8}\times100=12/5\sqrt{15}\,\pi\,(\frac{cm}{s})$$

۶۴ ۲ طبق رابطهٔ انرژی مکانیکی یک نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2=2\pi^2mA^2f^2$$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر با معکوس مربع دورهٔ تناوب (f^2)، جرم (m) و مربع دامنهٔ نوسان (A^2) متناسب است.

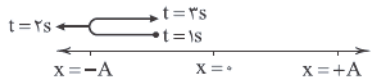
۶۵ ۳ برای نوسانگر A، برای اولین‌بار مسافت طی‌شده در ثانیه‌های سوم و چهارم برابر می‌شود، بنابراین:



پس نوسانگر A مسافت $x=+A$ تا نقطهٔ تعادل را در $\frac{T_A}{4}=3s$ طی می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T_A}{4}=3\qquad T_A=12s$$

برای نوسانگر B، مسافت طی‌شده در ثانیه‌های اول و سوم برای دومین بار یکی می‌شود، بنابراین:



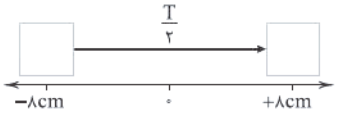
پس نوسانگر B مسافت $x=+A$ تا $x=-A$ را در $\frac{T_B}{2}=2s$ طی می‌کند، بنابراین:

$$\frac{T_B}{2}=2\Rightarrow T_B=4s$$

۶۶ ۳ شتاب متوسط جسم صفر است، پس سرعت ابتدایی و انتهایی آن باید برابر باشند. از طرفی سرعت ابتدایی جسم برابر صفر است، بنابراین:

$$v_1=v_2=0$$

سرعت نوسانگر در لحظات $\frac{T}{2}$ و T برابر صفر است و با توجه به داده‌های سؤال $t_2<T$، بنابراین نتیجه می‌گیریم که $t_2=\frac{T}{2}$ است.



$$v_{av}=8\,\frac{m}{s}=\frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}}=\frac{2A}{\frac{T}{2}}=\frac{2\times8\times10^{-2}\times2}{T}\Rightarrow T=4\times10^{-2}s$$

با توجه به رابطهٔ بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم ـ فنر داریم:

$$k=m\omega^2=m\times(\frac{2\pi}{T})^2$$

$$\Rightarrow k=0/1\times\frac{4\pi^2}{16\times10^{-4}}=\frac{10^3}{4}\pi^2=250\pi^2=2500\,\frac{N}{m}$$

۶۷ ۴ با توجه به این‌که طناب، همگن است، نسبت جرم‌های قسمت‌های مختلف آن با اندازهٔ آن‌ها متناسب است.

$$\frac{m_y}{m_L}=\frac{y}{L}\Rightarrow\frac{m_L}{L}=\frac{m_y}{y}\xrightarrow{\mu=\frac{m_L}{L}}\mu=\frac{m_y}{y}$$

$$\frac{m_{L-x}}{m_L}=\frac{L-x}{L}\Rightarrow\frac{m_L}{L}=\frac{m_{L-x}}{L-x}\xrightarrow{\mu_L=\frac{m_L}{L}}\mu=\frac{m_{L-x}}{L-x}$$

نیرویی که به نقطهٔ b وارد می‌شود $(\vec{f}_b)$ برابر است با نیروی وزن طنابی که به پایین نقطهٔ b متصل است، بنابراین:

$$f_b=m_yg$$

به همین ترتیب نیروی وارد به نقطهٔ a را محاسبه می‌نماییم.

با توجه به رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در طناب داریم:

$$\frac{v_b}{v_a}=\frac{\sqrt{\frac{F_b}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F_a}{\mu}}}=\sqrt{\frac{F_b}{F_a}}\xrightarrow[F_a=m_{L-x}g]{F_b=m_yg}\frac{v_b}{v_a}=\sqrt{\frac{m_yg}{m_{L-x}g}}=\sqrt{\frac{m_y}{m_{L-x}}}$$

۶۸ ۲ با توجه به نمودار داده شده داریم:

$$\frac{5}{4}\lambda=5\times10^{-2}\Rightarrow\lambda=4\times10^{-2}\,m$$

تندی انتشار موج برابر است با:

$$v=\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}\Rightarrow v=\frac{0/8}{t}\Rightarrow t=\frac{0/8}{v}$$

از طرفی تندی انتشار موج با توجه به مشخصه‌های موج برابر است با:

$$v=\frac{\lambda}{T}\Rightarrow v=\frac{4\times10^{-2}}{T}\Rightarrow T=\frac{4\times10^{-2}}{v}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

تعداد نوسان کاملی که ذرهٔ M در مدت زمان $t=\frac{0/8}{v}$ انجام می‌دهد، برابر است با:

$$n=\frac{t}{T}=\frac{\frac{0/8}{v}}{\frac{4\times10^{-2}}{v}}=20$$

ذرهٔ M در هر نوسان کامل، مسافتی به اندازهٔ $4A$ را طی می‌کند، بنابراین:

$$l=20\times4\times0/15=12m$$

۶۹ ۲ با توجه به روابط زیر داریم:

$$\begin{cases}v=\lambda f\\ v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda f=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}}0/4\times f=\sqrt{\frac{5}{\frac{m}{L}}}\Rightarrow 0/4f=\sqrt{\frac{5\times0/8}{m}}$$

$$f^2\times\frac{16}{100}=\frac{4}{m}\Rightarrow f^2m=25$$

اعدادی را می‌توانیم به جای f و m بگذاریم که تساوی بالا را برقرار کنند. با امتحان کردن گزینه‌ها، به گزینهٔ (۲) می‌رسیم.

۷۰ ۱ با توجه به نمودار داده‌شده داریم:

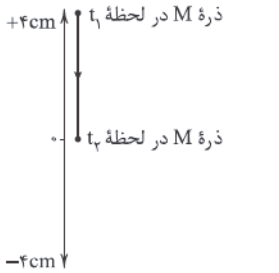
$$\frac{5\lambda}{4}=0/25\Rightarrow\lambda=0/2m$$

بسامد موج برابر است با:

$$v=\lambda f\xrightarrow[\lambda=0/2m]{v=10\frac{m}{s}} f=\frac{10}{0/2}=50Hz\xrightarrow{T=\frac{1}{f}} T=0/02s$$

حال جابه‌جایی ذرهٔ M در بازهٔ زمانی $t_1=\frac{1}{300}s$ تا $t_2=\frac{1}{120}s$ برابر است با:

$$\begin{cases}t_1=\frac{1}{300}s=\frac{T}{6}\\ t_2=\frac{1}{120}s=\frac{5T}{12}=\frac{T}{4}+\frac{T}{6}\end{cases}\Rightarrow\Delta t=t_2-t_1=\frac{T}{4}=\frac{0/02}{4}s$$



از آن‌جایی که نقطهٔ M در لحظهٔ $t=0$ در $y=2cm$ قرار دارد، پس در لحظهٔ $t_1=\frac{1}{300}s$ در $y=4cm$ قرار می‌گیرد و پس از گذشت $\frac{T}{4}$ ثانیه، نقطهٔ M از قله به اندازهٔ A جابه‌جا شده و به نقطهٔ $y=0$ می‌رسد.

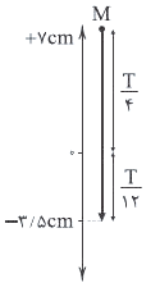
$$\text{سرعت متوسط ذرهٔ M}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-4\times10^{-2}}{\frac{0/02}{4}}=-8\frac{m}{s}=-800\frac{cm}{s}$$

چون حرکت بر خلاف جهت محور yها است، پس جابه‌جایی ذره، منفی است، در نتیجه سرعت آن نیز منفی است.

نسبت تندی انتشار موج به بیشینهٔ تندی ذرهٔ M در موج برابر است با:

$$\frac{\text{تندی انتشار موج}}{\text{بیشینهٔ تندی ذره}}=\frac{10}{A\omega}=\frac{10}{4\times10^{-2}\times2\pi\times50}=\frac{10}{4\pi}=\frac{5}{2\pi}$$

۷۱ ۲ جابه‌جایی ذرهٔ M در بازهٔ زمانی $t=0$ تا $t=\frac{1}{9}s$ برابر است با:



$$\begin{cases}\frac{T}{2}>\frac{1}{9}s\\ \frac{1}{9}s=\frac{T}{4}+\frac{T}{12}=\frac{T}{3}\end{cases}\Rightarrow\frac{T}{3}<\frac{T}{2}\Rightarrow\text{بنابراین شرط برقرار است}$$

$$\frac{T}{3}=\frac{1}{9}\Rightarrow T=\frac{1}{3}s\xrightarrow{T=\frac{1}{f}} f=3Hz$$

$$\frac{\lambda}{4}=20\Rightarrow\lambda=80cm$$ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$v=\lambda f=0/8\times3=2/4\frac{m}{s}$$ تندی انتشار موج برابر است با:

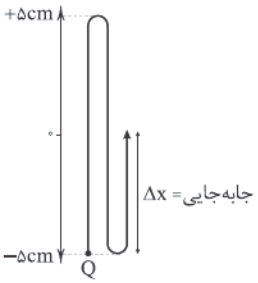
بیشینهٔ تندی ذرهٔ M برابر است با:

$$v_{max}=A\omega=7\times10^{-2}\times2\pi\times3=0/42\pi\left(\frac{m}{s}\right)$$

۷۲ ۲ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال داریم:

$$\text{فاصلهٔ AB}=\frac{5}{4}\lambda\Rightarrow2/5=\frac{5}{4}\lambda\Rightarrow\lambda=2m$$

جابه‌جایی ذرهٔ Q در مدت زمان $\frac{5}{4}T$ برابر است با:



بزرگی سرعت متوسط ذرهٔ Q در این بازهٔ زمانی برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow50=\frac{5}{\Delta t}\Rightarrow\Delta t=0/1s$$

$$\Delta t=\frac{5T}{4}\Rightarrow0/1=\frac{5T}{4}\Rightarrow T=0/08s$$ بنابراین:

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{2}{0/08}=25\frac{m}{s}$$ تندی انتشار این موج برابر است با:

۷۳ ۳ ذرهٔ B می‌تواند هم به تبعیت از ذرات سمت راست خود به سمت پایین حرکت کند و هم می‌تواند به تبعیت از ذرات سمت چپ خود به سمت پایین حرکت کند، پس با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال نمی‌توانیم مشخص کنیم که ذرهٔ A بالا می‌رود یا پایین.

چون ذرهٔ A در نقطه‌ای است که تندی آن بیشینه است، پس داریم:

$$v_A=A\omega$$

از طرفی تندی ذرهٔ A، ۲ برابر تندی انتشار موج است، بنابراین:

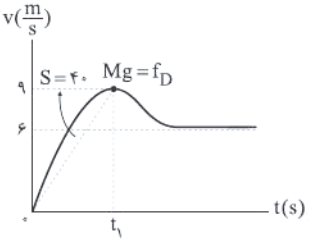
$$v_A=2v\xrightarrow[v=\lambda f]{v_A=A\omega}A\omega=2\lambda f\xrightarrow{\omega=2\pi f}A\times2\pi f=2\lambda f$$

$$\Rightarrow\lambda=A\pi\Rightarrow\lambda=4\times10^{-2}\times\pi(m)=4\pi(cm)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴ **۳** نمودار تندی برحسب زمان برای این چترباز به شکل زیر است:



اگر لحظهٔ باز شدن چتر را t_1 درنظر بگیریم، داریم:

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{\text{مساحت زیرنمودار v-t}}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{\frac{t_1 \times 9}{2} + 40}{t_1} = 4/5 + \frac{40}{t_1} > 4/5$$

$$\Rightarrow s_{av} > 4/5 \frac{m}{s}$$

۷۵ **۴** عددی که ترازو در حالت اول نشان می‌دهد، برابر است با:

$$F_N = m(g-a) \Rightarrow 720 = m(10-a) \quad (1)$$

عددی که ترازو در حالت دوم نشان می‌دهد، برابر است با:

$$F'_N = m(g-2a) \Rightarrow 720 - 240 = m(10-2a) \quad (2)$$

بنابراین با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} 720 = m(10-a) \\ 480 = m(10-2a) \end{cases} \Rightarrow \frac{720}{480} = \frac{10-a}{10-2a}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{10-a}{10-2a} \Rightarrow 60 - 12a = 40 - 4a$$

$$\Rightarrow 8a = 20 \Rightarrow a = \frac{20}{8} = 2/5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین بزرگی شتاب ثانویهٔ آسانسور برابر است با:

$$2 \times 2/5 = 5 \frac{m}{s^2}$$

بنابراین جرم شخص برابر است با:

$$480 = m(10-5) \Rightarrow 5m = 480 \Rightarrow m = 96kg$$

۷۶ **۱** تندی خودرو برحسب متر بر ثانیه برابر است با:

$$90 \frac{km}{h} \div 3/6 = 25 \frac{m}{s}$$

مسافتی که خودرو از لحظهٔ دیدن مانع توسط راننده تا لحظهٔ ترمز گرفتن طی می‌کند، برابر است با:

$$\Delta x_1 = 25 \times 0/2 = 5m$$

بنابراین مسافتی که خودرو با شتاب ثابت طی می‌کند تا متوقف شود، برابر است با:

$$\Delta x_2 = 30 - 5 = 25m$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

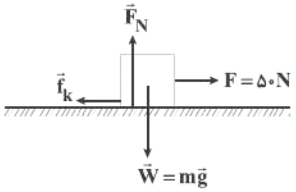
$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 0 - (25)^2 = 2a \times 25 \Rightarrow a = -12/5 \frac{m}{s^2}$$

اندازهٔ نیروی اصطکاک برابر است با:

$$F_{net} = ma \Rightarrow -f_k = ma$$

$$\Rightarrow |f_k| = m|a| = 1/5 \times 10^3 \times 12/5 = 18/75 \times 10^3 N = 18750N$$

۷۷ **۲** نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_N = mg = 50N$$

اندازهٔ نیروی سطح برابر با $10\sqrt{34}N$ است، بنابراین:

$$R^2 = F_N^2 + f_k^2 \Rightarrow 3400 = (50)^2 + f_k^2 \Rightarrow f_k^2 = 900 \Rightarrow f_k = 30N$$

شتاب حرکت جسم تا قبل از حذف نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$F_{net} = ma_1 \Rightarrow F - f_k = ma_1 \Rightarrow 50 - 30 = 5 \times a_1 \Rightarrow a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$$

جابه‌جایی جسم در ۴ ثانیهٔ اول حرکت و قبل از حذف نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (4)^2 = 32m$$

شتاب حرکت جسم پس از حذف نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$-f_k = ma_2 \Rightarrow -30 = 5a_2 \Rightarrow a_2 = -6 \frac{m}{s^2}$$

سرعت جسم در لحظهٔ $t = 4s$ برابر است با:

$$v = a_1 t + v_0 \xrightarrow[a_1 = 4\frac{m}{s^2}]{v_0 = 0} v_4 = 4 \times 4 = 16 \frac{m}{s}$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v^2 - v_4^2 = 2a_2 \Delta x_2$$

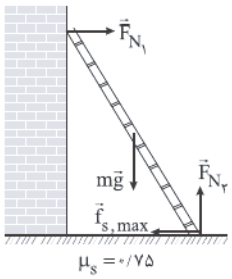
$$\Rightarrow 0 - (16)^2 = 2 \times (-6) \times \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{256}{12} = \frac{64}{3} m$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 32 + \frac{64}{3} = \frac{160}{3} m$$

مقدار گرمایی که بر اثر اصطکاک در کل مسافت حرکت جسم تولید می‌شود، برابر است با:

$$Q = W_{f_k} \Rightarrow Q = f_k d \Rightarrow Q = 30 \times \frac{160}{3} = 1600J$$

۷۸ **۴** نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



$$\frac{\text{نیرویی که از طرف دیوار قائم وارد می‌شود}}{\text{نیرویی که از طرف سطح افقی وارد می‌شود}} = \frac{F_{N_1}}{\sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2}}$$

$$\xrightarrow[F_{N_1} = f_{s,max}]{f_{s,max} = \mu_s F_{N_2}} \frac{\mu_s F_{N_2}}{\sqrt{F_{N_2}^2 (1 + \mu_s^2)}}$$

$$= \frac{\mu_s F_{N_2}}{F_{N_2}\sqrt{1+\mu_s^2}} = \frac{\mu_s}{\sqrt{1+\mu_s^2}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = \frac{3}{5}$$

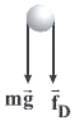
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹ ۱ در مسیر رفت داریم:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۳۰-۰}{۲}=۱۵\frac{m}{s^۲}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون در مسیر رفت داریم:



$$F_{net_۱}=ma_۱ \Rightarrow mg+f_D=ma$$

$$\Rightarrow ۲۰+f_D=۲\times ۱۵ \Rightarrow F_D=۱۰N$$

در مسیر برگشت نیز اندازهٔ نیروی مقاومت هوا برابر با ۱۰N می‌باشد.

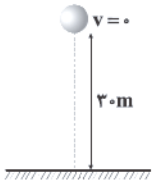
$$F_{net_۲}=ma_۲$$

$$\Rightarrow mg-f_D=ma_۲$$

$$\Rightarrow ۲۰-۱۰=۲\times a$$

$$\Rightarrow a=۵\frac{m}{s^۲}$$

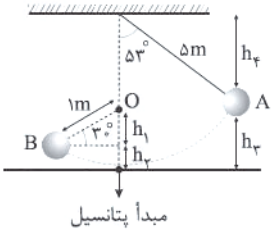
با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت:



$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^۲ \Rightarrow ۳۰=\frac{۱}{۲}\times ۵\times t^۲ \Rightarrow t^۲=۱۲$$

$$\Rightarrow t=۲\sqrt{۳}s$$

۸۰ ۳



$$h_۱=h_۲=\sin ۳۰^\circ \times OB=\frac{۱}{۲}m$$

$$h_۴=۵\times \cos ۵۳^\circ=۳m$$

$$h_۳=۵-۳=۲m$$

از نیروی اتلافی صرف‌نظر شده است، بنابراین با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_A=K_A+U_A=\frac{۱}{۲}\times ۲\times v_A^۲+۲\times ۱۰\times ۲=v_A^۲+۴۰$$

$$E_B=K_B+U_B=\frac{۱}{۲}\times ۲\times v_B^۲+۲\times ۱۰\times \frac{۱}{۲}=v_B^۲+۱۰$$

توجه کنید که لزوماً در نقطهٔ B تندی صفر نمی‌شود، بنابراین:

$$E_A=E_B \Rightarrow v_A^۲+۴۰=v_B^۲+۱۰ \Rightarrow v_B^۲-v_A^۲=۳۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases}(v_B-v_A)(v_B+v_A)=۳۰\\ v_A+v_B=۱۵\end{cases} \Rightarrow v_B-v_A=۲(\frac{m}{s})$$

$$\begin{cases}v_B-v_A=۲\\ v_B+v_A=۱۵\end{cases} \Rightarrow v_A=\frac{۱۳}{۲}\frac{m}{s} \text{ و } v_B=\frac{۱۷}{۲}\frac{m}{s}$$

بنابراین تکانهٔ گلوله در نقاط A و B برابر است با:

$$p_A=mv_A=۲\times \frac{۱۳}{۲}=۱۳\frac{kg.m}{s}$$

$$p_B=mv_B=۲\times \frac{۱۷}{۲}=۱۷\frac{kg.m}{s}$$

شیمی

۸۱ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در ساختار روغن زیتون، سه گروه عاملی استری $(-C(=O)-O-)$ وجود دارد.

• در اتیلن گلیکول $(C_۲H_۴(OH)_۲)$، ۹ جفت الکترون پیوندی وجود دارد ولی اوره $(CO(NH_۲)_۲)$ شامل ۸ اتم است.

۸۲ ۳ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

شیر منیزی شامل **منیزیم هیدروکسید** است.

۸۳ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• مخلوط آب، روغن و صابون هم‌چنان ناهمگن است.

• رنگ‌ها، چسب‌ها و بسیار از نوشیدنی‌ها جزو مخلوط‌های ناهمگن هستند.

۸۴ ۴

$$BaO(s)+H_۲O(l) \rightarrow Ba^{۲+}(aq)+۲OH^-(aq)$$

$$K_۲O(s)+H_۲O(l) \rightarrow ۲K^+(aq)+۲OH^-(aq)$$

مطابق معادله‌های بالا، اگر غلظت یون هیدروکسید در محلول شامل BaO سه برابر غلظت یون هیدروکسید در محلول دیگر است، می‌توان نتیجه گرفت که شمار مول‌های BaO، سه برابر شمار مول‌های $K_۲O$ بوده است:

$$\frac{a}{b}=\frac{۳\times ۱۵۳}{۱\times ۹۴}=۴/۸۸$$

۸۵ ۲ از آن‌جا که فاصلهٔ pH = ۷ (خنثی) با pH اسید و باز برابر است، حجم اسید و باز هنگامی یکسان خواهد بود که غلظت مولی اسید و باز با هم برابر باشد. بنابراین یا باید اسید و باز هر دو قوی باشند یا این‌که اگر هر دو ضعیف هستند، درجه یونش آن‌ها باید با هم برابر باشد.

۸۶ ۴ تفاوت غلظت مولی OH^- را در دو حالت حساب می‌کنیم.

$$pH=۱۳/۴ \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۱۳/۴} \Rightarrow [OH^-]=۱۰^{-۰/۶}$$

$$=\frac{۱}{۱۰^{۰/۳}}\times \frac{۱}{۱۰^{۰/۳}}=\frac{۱}{۲}\times \frac{۱}{۲}=۰/۲۵mol.L^{-۱}$$

$$pH=۱۳ \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۱۳} \Rightarrow [OH^-]=۱۰^{-۱}=۰/۱mol.L^{-۱}$$

تفاوت غلظت مولی OH^- در دو حالت برابر ۰/۱۵ مول بر لیتر است.

$$C_{۱۶}H_{۳۳}COOH+KOH \rightarrow .....$$

$$\frac{\text{اسید چرب mg}}{۱\times ۲۷۰}=\frac{۰/۱۵mol.L^{-۱}\times ۰/۴L KOH}{۱} \Rightarrow m=۱۶/۲g$$

۸۷ ۲ کافیست غلظت H^+ را در هر چهار محلول حساب کرده و با هم مقایسه کنیم. هر محلولی که غلظت H^+ آن بیشتر باشد، سریع‌تر با نوار منیزیم واکنش می‌دهد.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱)\ pH=۳/۱ \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۳/۱}=۱۰^{۰/۹-۴}=(۱۰^{۰/۳})^۳\times ۱۰^{-۴}$$

$$=۸\times ۱۰^{-۴}M$$

$$۲)\ [H^+]=\alpha.M=۰/۰۲۵\times ۰/۰۳۶=۹\times ۱۰^{-۴}M$$

$$۳)\ [HNO_۳]=\frac{۱۸۹\times ۱۰^{-۳}g\times \frac{۱mol}{۶۳g}}{۴L}=۷/۵\times ۱۰^{-۴}M$$

$$۴)\ [CH_۳COOH]=\frac{\text{(چگالی محلول)(درصد جرمی)}۱۰}{\text{جرم مولی } CH_۳COOH}$$

$$=\frac{۱۰\times ۰/۵\times ۱}{۶۰}=\frac{۵}{۶۰}$$

$$[H^+]=\alpha.M=۰/۰۰۱۵\times \frac{۵}{۶۰}=۱/۲۵\times ۱۰^{-۴}M$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• هر دو واکنش گاز H_2 تولید می‌شود.

• محلول آمونیاک در آب، خاصیت بازی و محلول SO_3 (اکسید نافلزی) در آب خاصیت اسیدی دارد.

• HCN یک اسید بسیار ضعیف بوده و غلظت اسید یونیده نشده، بسیار بیشتر از غلظت یون‌های حاصل از یونش اسید است.

• محلول شیشه پاک‌کن شامل NH_3 و در آب گازدار، CO_2 (اکسید نافلزی) وجود دارد.

۸۹ ۲

$$2C_nH_{2n+1}COOK + CaCl_2 \rightarrow \underset{\text{[رسوب]}}{(C_nH_{2n+1}COO)_2Ca} + 2KCl$$

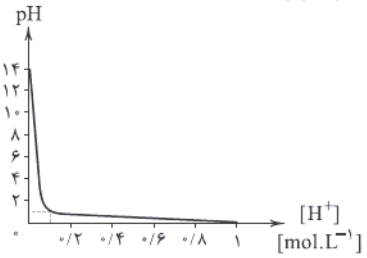
$$\frac{50g\ \text{صابون} \times \frac{67/2}{100} \times \frac{80}{100}}{2 \times M} = \frac{0/04mol}{1} \Rightarrow M = 336g.mol^{-1}$$

$$C_nH_{2n+1}COOK: 336 \Rightarrow 12(n+1) + 2n + 1 + 32 + 39 = 336$$

$$\Rightarrow n = 18$$

بنابراین فرمول صابون $C_{18}H_{37}COOK$ بوده و شمار اتم‌های کربن در فرمول آن برابر با ۱۹ است.

۹۰ ۲ به جز نمودار pH برحسب غلظت H^+ سایر نمودارها درست رسم شده‌اند. نمودار موردنظر به صورت زیر است:



۹۱ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• امروزه **پاک‌کننده‌های غیرصابونی** را از بنزن و دیگر مواد اولیه در صنایع پتروشیمی تولید می‌کنند.

• سال‌ها قبل از ارائه مدل آرنیوس، شیمی‌دان‌ها با برخی ویژگی‌های اسیدها و بازها و واکنش میان آن‌ها آشنا بودند.

۹۲ ۱ شمار مول‌های H^+ و OH^- را در هر کدام از محلول‌ها به دست می‌آوریم:

$$pH = 1/7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-1/7} = 10^{0/3-2} = 2 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$$

$$?molH^+ = 2 \times 10^{-2} \frac{mol}{L} \times 0/4L = 8 \times 10^{-3} molH^+$$

$$?molOH^- = 0/2L \times [Ba(OH)_2] \times 2 = 0/2L \times 0/008 \frac{mol}{L} \times 2$$

$$= 3/2 \times 10^{-3} molOH^-$$

چون شمار مول‌های H^+ بیشتر از OH^- است، محلول خاصیت اسیدی دارد.

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{(8 \times 10^{-3}) - (3/2 \times 10^{-3})}{(0/4 + 0/2)} = 8 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log(8 \times 10^{-3}) = -[\log 8 + \log 10^{-3}]$$

$$= -[3\log 2 - 3] = 2/1$$

۹۳ ۴

$$[H^+] = \sqrt{[HX].K_a} = \sqrt{169 \times 10^{-3} \times 196 \times 10^{-11}}$$

$$= 13 \times 14 \times 10^{-7} = 182 \times 10^{-7} = 1/82 \times 10^{-5}$$

$$[X^-] = [H^+] = 1/82 \times 10^{-5}$$

مجموع غلظت مولی یون‌ها $= 2(1/82 \times 10^{-5}) = 3/64 \times 10^{-5}$

۹۴ ۲ نیم‌واکنش کاتدی تبدیل $Cr_2O_7^{2-}$ به فلز Cr است:

$$Cr_2O_7^{2-} + 12e^- \rightarrow 2Cr$$

$$+6 \quad 2 \times 6 = 12 \quad 0$$

به این ترتیب بر مبنای مبادله $12e^-$، نیم‌واکنش آندی به صورت زیر خواهد بود:

$$6H_2O(l) \rightarrow 12H^+(aq) + 3O_2(g) + 12e^-$$

اکنون می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

$$2Cr \sim 12e^- \sim 3O_2$$

$$\frac{10/4gCr}{2 \times 52} = \frac{xLO_2}{3 \times 25} \Rightarrow x = 7/5LO_2$$

۹۵ ۳ برای ظروف بسته‌بندی مواد غذایی از حلبی استفاده می‌شود. زیرا اسیدهای مواد خوراکی بر فلز قلع اثر نمی‌کنند.

۹۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عبارت‌های سوم و چهارم را بررسی می‌کنیم:

• در سلول سوختی متان ـ اکسیژن به‌ازای عبور ۸ مول الکترون، ۲ مول H_2O و در سلول سوختی هیدروژن ـ اکسیژن به‌ازای عبور ۸ مول الکترون، ۴ مول H_2O تولید می‌شود.

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

$$-4 \quad 8\uparrow \quad +4$$

$$8mole^- \sim 2H_2O$$

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$$

$$0 \quad 4\downarrow \quad 2(-2)$$

$$4mole^- \sim 2H_2O$$

• به معادله‌های بالا توجه کنید.

۹۷ ۲ معادلهٔ موازنه شدهٔ واکنش انجام شده در هر کدام از سلول‌ها در زیر آمده است:

$$Zn(s) + Cu^{2+}(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + Cu(s)$$

در سلول «روی ـ مس» به‌ازای مصرف ۶۵ گرم روی، به مقدار ۶۴ گرم مس تولید می‌شود و جرم مواد جامد موجود در سلول کاهش می‌یابد.

$$3Mg(s) + 2Al^{3+}(aq) \rightarrow 3Mg^{2+}(aq) + 2Al(s)$$

در سلول «منیزیم ـ آلومینیم» به‌ازای مصرف $3 \times 24 = 72$ گرم فلز منیزیم، به مقدار $2 \times 27 = 54$ گرم آلومینیم تولید شده و جرم مواد جامد موجود در سلول کاهش می‌یابد.

۹۸ ۳ • در آند (قطب مثبت) رقابت برای از دست دادن الکترون بین اتم‌های Fe و مولکول‌های H_2O است که Fe برنده می‌شود، زیرا E° آن کوچک‌تر (منفی‌تر) است.

$$\text{آند}: Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$$

• در کاتد (قطب منفی) نیز مولکول‌های آب، الکترون گرفته و کاهش می‌یابند.

$$\text{کاتد}: 2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq)$$

واضح است که در واکنش کلی رسوب $Fe(OH)_2$ تولید می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹ ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در خلاء به دلیل عدم وجود رطوبت و گاز اکسیژن، واکنش خوردگی آهن، پیشرفتی ندارد.

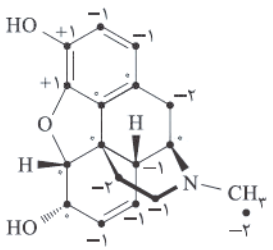
۳) $Fe(OH)_3$ از اکسایش دو مرحله‌ای فلز Fe تشکیل می‌شود.

۴) تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده(ها) و فراورده(ها) در نیم‌واکنش کاهش برابر با ۳ است.

$$O_2(g)+2H_2O(l)+4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$$

۱۰۰ ۲

عدد اکسایش تمام اتم‌های کربن در ساختار مورد نظر مشخص شده است.



در این ترکیب ۶ اتم کربن با عدد اکسایش ۱- و ۶ اتم کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

۱۰۱ ۲

فقط عبارت سوم نادرست است.

فرایند هال در سلول الکترولیتی انجام می‌شود، نه گالوانی!!

۱۰۲ ۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

معادله موازنه شده نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی به همراه واکنش کلی در زیر آمده است:

$$\text{آندی}: Pb(s)+HSO_4^-(aq) \rightarrow PbSO_4(s)+H^+(aq)+2e^-$$

$$\text{کاتدی}: PbO_2+HSO_4^-+3H^+(aq)+2e^- \rightarrow PbSO_4+2H_2O$$

$$\text{واکنش کلی}: Pb+PbO_2+2HSO_4^-+2H^+ \rightarrow 2PbSO_4+2H_2O$$

$$emf = E^\circ_{\text{کاتد}} - E^\circ_{\text{آند}} = 1/69-(-0/36)=2/05V$$

توجه کنید که گونه اکسنده ترکیب PbO_2 یا همان سرب (IV) اکسید است.

۱۰۳ ۱

فقط عبارت سوم درست است:

$$2NaCl(l) \rightarrow \underset{\text{کاتد(قطب منفی)}}{2Na(l)} + \underset{\text{آند(قطب مثبت)}}{Cl_2(g)}$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

- سلول موردنظر در **صنعت** برای تهیه فلز سدیم به کار می‌رود.
- معادله نیم‌واکنش کاتدی به صورت $Na^+(l)+e^- \rightarrow Na(l)$ است.
- افزودن مقداری **کلسیم‌کلرید** باعث می‌شود تا سدیم‌کلرید در دمای پایین‌تری ذوب شود.

۱۰۴ ۳

پتانسیل کاهشی روی، منفی‌تر از پتانسیل کاهشی قلع است. زیرا فلز روی، کاهنده‌تر از فلز قلع است.

۱۰۵ ۲

به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند.

در این سلول برای انجام واکنش اکسایش ـ کاهش از نور بهره می‌برند.

معادلهٔ نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی در زیر آمده است:

$$\text{نیم‌واکنش آندی}: Si(s)+2H_2O(l) \rightarrow SiO_2(s)+4H^+(aq)+4e^-$$

$$E^\circ = -0/84V$$

$$\text{نیم‌واکنش کاتدی}: 2H_2O(l)+2e^- \rightarrow H_2(g)+2OH^-(aq)$$

$$E^\circ = -0/83V$$

Telegram: @konkur_in