



حلی سنج

آزمون حلی سنج ۸

۶ بهمن ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	ریاضیات	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه	حسابان: حسین شفیع زاده علیرضا نداف زاده
		۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه	هندسه: صبا مهدوی
		۱۱	۳۰	۴۰	۱۹ دقیقه	گسسته: احسان ایزدپناه محمد پیشنماز علیرضا شریف خطیبی

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه حلی (۱) تهران مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

۱- خط d موازی محور طول‌ها، تابع $f(x) = 2x^4 + 1$ را در دو نقطه قطع می‌کند و مماس‌های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. معادله خط d کدام است؟

$$y = \frac{1}{64}x \quad y = \frac{1}{3}x \quad y = \frac{9}{8}x \quad y = \frac{1}{8}x \quad (1)$$

۲- به ازای کدام مقدار a حاصل ضرب شیب نیم‌مماس‌های چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |2x - 3|\sqrt{2ax} + 3x^2 - 1$ در نقطه گوشه‌ای برابر -3 می‌شود؟

$$-3 \quad (4) \quad 7 \quad (3) \quad 3 \quad (2) \quad 6 \quad (1)$$

۳- نقاط $A\left(\frac{\pi}{3}, \sin \frac{\pi^2}{9}\right)$ و $B\left(\frac{\pi}{3} + h, \sin\left(\frac{\pi}{3} + h\right)^2\right)$ مفروض می‌باشد. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} m_{AB}$ کدام است؟ (m_{AB} شیب خط AB می‌باشد).

$$\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi^2}{9} \quad (4) \quad \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi^2}{9} \quad (3) \quad 2 \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi}{9} \quad (2) \quad \cos \frac{\pi^2}{9} \quad (1)$$

۴- اگر $f(x) = \sqrt[3]{x - |x|}$ و $g(x) = x^2 - |x^2|$ باشد، حاصل $\frac{g'(-\sqrt[3]{3})f'(g(-\sqrt[3]{3}))}{f'(-\sqrt[3]{3})g'(f(-\sqrt[3]{3}))}$ کدام است؟

$$2\sqrt[3]{2} \quad (4) \quad 1 \quad (3) \quad \frac{4}{\sqrt[3]{4}} \quad (2) \quad \frac{\sqrt[3]{4}}{4} \quad (1)$$

۵- در نقطه تلاقی منحنی‌های $f(x) = \sin 2x + 2 \cos 2x$ و $g(x) = 3 \sin 2x$ در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ خط مماسی بر منحنی $f(x)$ رسم می‌شود.

این خط مماس محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{3}{2} + \frac{\pi}{8} \quad (4) \quad \frac{\pi}{8} + \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{\pi}{8} - \frac{3}{2} \quad (2) \quad \frac{3}{2} - \frac{\pi}{8} \quad (1)$$

۶- تابع f مشتق‌پذیر و با دوره تناوب 6 مفروض است. اگر آهنگ تغییر لحظه‌ای f به ازای $x = 5$ برابر 3 باشد، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع

$$g(x) = f(2x - 1) - 2f\left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

$$-6 \quad (4) \quad 2 \quad (3) \quad 6 \quad (2) \quad 9 \quad (1)$$

۷- اگر $f(x) = (x - 3)\sqrt{x + 21}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(6-2h) - 8f'(6-2h) - 9}{6h - h^2}$ کدام است؟

$$\frac{28}{27} \quad (4) \quad \frac{271}{28} \quad (3) \quad -\frac{280}{27} \quad (2) \quad -\frac{240}{27} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

۸- بر دو نقطه از منحنی $f(x) = \frac{3x+1}{1-4x}$ خطوطی مماس رسم کرده‌ایم به طوری که بر تابع خطی $2y + x = 3$ عمودند. حاصل جمع طول این دو نقطه کدامند؟

(۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{7}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -2

۹- اگر f تابع مشتق‌پذیر و $g(2x) = f(\tan^3 x - \sqrt{3} \cos 2x)$ و $f'(1) = 4$ باشد، حاصل $g'(\frac{\pi}{3})$ چقدر است؟

(۱) $12 + 4\sqrt{3}$ (۲) $6 + 2\sqrt{3}$ (۳) $3 + \sqrt{3}$ (۴) 12

۱۰- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \sin^3 x \cos x$ در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای آن به ازای $X = \frac{\pi}{4}$ می‌باشد؟

(۱) $-\frac{3}{\pi}$ (۲) $\frac{2}{\pi}$ (۳) $-\frac{2}{\pi}$ (۴) $\frac{3}{\pi}$

۱۱- اگر $f(x) = 2 \sin^3 4x \cdot \cos 4x - 2 \cos^3 4x \cdot \sin 4x$ باشد، حاصل $f''(\frac{\pi}{64})$ چقدر است؟

(۱) $64\sqrt{2}$ (۲) $-64\sqrt{2}$ (۳) $128\sqrt{2}$ (۴) $-128\sqrt{2}$

۱۲- در نقطه گوشه‌ای تابع $f(x) = \begin{cases} 4x^2 + (2-x)^2 + 2 & ; x < 1 \\ 6 \cos^2 \pi x & ; 1 \leq x < 2 \\ \sqrt{x-2} + 6 & ; x \geq 2 \end{cases}$ نیم‌مماس‌های چپ و راست یا امتداد آن‌ها خط

$y = 4x + 2$ را در نقاط A و B قطع می‌کنند. طول AB کدام است؟

(۱) 4 (۲) $\sqrt{17}$ (۳) 3 (۴) $\sqrt{15}$

۱۳- با فرض $f(x) = \cos^2 2x - 3 \sin^3 x$ ، حاصل $f'(\frac{\pi}{3})$ را بیابید.

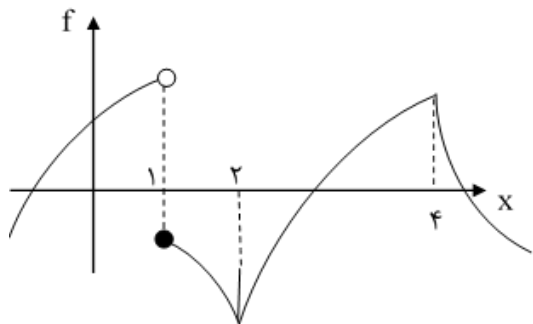
(۱) $\frac{8\sqrt{3}-27}{8}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}-27}{4}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{8\sqrt{3}}{7}$

۱۴- اگر معادله خط مماس بر تابع $y = f(x)$ در نقطه‌ای به طول 4 واقع بر تابع به صورت $2y + x = 3$ باشد، با فرض $g(x) = f(\frac{3-2 \cos x}{\cos x - 1})$

حاصل $g'(\frac{\pi}{3})$ چقدر است؟

(۱) $-14\sqrt{3}$ (۲) $14\sqrt{3}$ (۳) $7\sqrt{3}$ (۴) $-7\sqrt{3}$

محل انجام محاسبات



۱۵- با توجه به نمودار f ، این تابع در کدام بازه پیوسته و مشتق پذیر است؟

(۱) $[1, 2]$

(۲) $[2, 4]$

(۳) $(-\infty, 1]$

(۴) $(2, 3]$

۱۶- اگر تابع f در نقطه $x = -4$ مشتق پذیر و $f(-4) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{f'(x) - 4f(x) - 5}{x^2 - 16} = 3$ باشد، با فرض $g(x) = f^3(2x) - \frac{4}{f(2x)} + 1$

حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2h-2) - g(-2)}{h}$ کدام است؟

(۴) ۱۲۰

(۳) ۱۱۸

(۲) ۱۱۲

(۱) ۱۱۴

۱۷- با فرض $f(x) = x^2(2x - 3)^4$ و $g(x) = \sqrt{1 + \tan^2 x}$ ، حاصل $(f \circ g)'(\frac{2\pi}{3})$ چقدر است؟

(۴) $-36\sqrt{3}$

(۳) $36\sqrt{3}$

(۲) $-72\sqrt{3}$

(۱) $72\sqrt{3}$

۱۸- تعداد مثلث‌های متساوی‌الساقین غیرهمنهشت با محیط ۱۱۱ واحد، که طول تمام اضلاعشان طبیعی می‌باشد، کدام است؟

(۴) ۲۸

(۳) ۲۷

(۲) ۲۰

(۱) ۱۴

۱۹- مربعی به ضلع ۴ واحد مفروض است. نقطه‌ای بر روی قطر BD از ضلع BC و رأس D به فاصله x است.

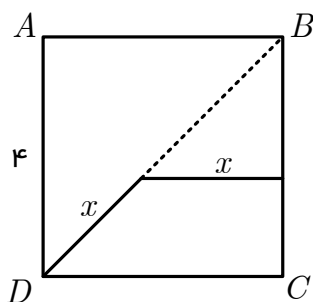
اگر $x = a - b\sqrt{2}$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۴

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲



۲۰- چهارضلعی $ABCD$ مفروض است. اگر زاویه \hat{B} قائمه باشد و $AC = CD$ ، $AB = AD = 6$ ، $BC = 3$ و $\hat{BCA} = \hat{CAD}$

باشد، مساحت این چهارضلعی کدام است؟

(۴) ۳۶

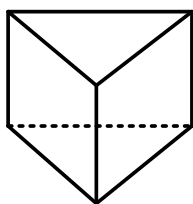
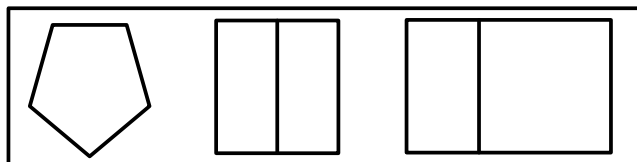
(۳) ۲۷

(۲) ۵۴

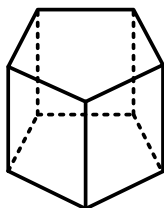
(۱) ۲۴

محل انجام محاسبات

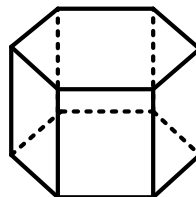
۲۱- نمای بالا، رو به رو و کناری کدام یک از اشکال فضایی گزینه‌ها به شکل زیر می‌باشد؟



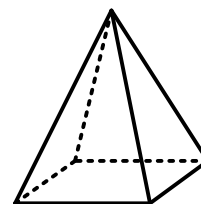
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۲- در مثلث ABC ، $AB = ۵$ ، $BC = ۷$ و $CA = ۹$ می‌باشد. دایره O از نقاط A و B می‌گذرد و اضلاع AC و BC را به ترتیب در M و N قطع می‌کند. اگر $CN = ۳$ باشد، آن‌گاه طول MN کدام است؟

$$\frac{۷}{۳} \quad (۴)$$

$$\frac{۴}{۳} \quad (۳)$$

$$\frac{۵}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۲}{۳} \quad (۱)$$

۲۳- طول سه ضلع مثلثی ۲، ۷ و x می‌باشد. اگر مساحت این مثلث برابر x باشد، آن‌گاه x کدام است؟

$$۵\sqrt{۲} \quad (۴)$$

$$۷ \quad (۳)$$

$$۳\sqrt{۵} \quad (۲)$$

$$۲\sqrt{۵} \quad (۱)$$

۲۴- در مثلث XYZ ، $XY = ۷$ ، $YZ = ۸$ و $XZ = ۹$ می‌باشد. اگر نقطه T بر ضلع XZ چنان باشد که $\frac{ZT}{XZ} = \frac{1}{۳}$ ، طول YT کدام

است؟

$$۷ \quad (۴)$$

$$۳\sqrt{۵} \quad (۳)$$

$$\sqrt{۴۱} \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۱)$$

۲۵- مقدار دترمینان $\begin{vmatrix} a-b & b-c & c-a \\ x-y & y-z & z-x \\ p-q & q-r & r-p \end{vmatrix}$ کدام است؟

(۴) هیچکدام

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

محل انجام محاسبات

۲۶- دو پاره خط به طول های a و b به ترتیب منطبق بر محور x ها و y ها به صورتی حرکت می کنند که همواره از چهار سر این دو پاره خط یک دایره بگذرد. مکان هندسی مراکز این دوایر کدام است؟

$$(1) \quad 4(x^2 + y^2) = a^2 + b^2$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 = a^2 + b^2$$

$$(3) \quad 4(x^2 - y^2) = a^2 - b^2$$

$$(4) \quad x^2 - y^2 = a^2 - b^2$$

۲۷- دسته دایره های $x^2 + y^2 - 2x - 2\lambda y - 8 = 0$ همواره از نقاط A و B می گذرند، طول پاره خط AB کدام است؟

$$(1) \quad 3$$

$$(2) \quad 4$$

$$(3) \quad 6$$

$$(4) \quad 8$$

۲۸- اختلاف طول قطرهای اصلی و فرعی یک بیضی به مرکز مبدأ مختصات، برابر ۱۰ است. اگر یکی از کانون های بیضی نقطه $(\sqrt{3}, 5)$ باشد، طول وتر کانونی این بیضی کدام است؟

$$(1) \quad 5$$

$$(2) \quad 10$$

$$(3) \quad 8$$

$$(4) \quad 6$$

۲۹- مستطیل $ABCD$ به مساحت ۲۰۰ مفروض است. یک بیضی به مساحت 200π و کانون های B و D ، از نقاط A و C می گذرد. اگر محیط مستطیل برابر P باشد آن گاه $\sqrt{P+1}$ کدام است؟

$$(1) \quad 7$$

$$(2) \quad 8$$

$$(3) \quad 9$$

$$(4) \quad 10$$

۳۰- گراف G ، ۳- منتظم مرتبه ۸ و گراف D ، گرافی ۴- منتظم است. اگر هر رأس از گراف G را به تمام رأس های گراف D وصل کنیم گراف حاصل هم، گرافی منتظم می شود. مرتبه این گراف چقدر است؟

$$(1) \quad 12$$

$$(2) \quad 8$$

$$(3) \quad 9$$

$$(4) \quad 17$$

۳۱- در یک گراف $p=12$ و $q=62$ ، حداکثر چند رأس با درجه ۱۰ می توانیم داشته باشیم؟

$$(1) \quad 8$$

$$(2) \quad 4$$

$$(3) \quad 6$$

$$(4) \quad 2$$

۳۲- در گراف k مجموعه با رأس های $\{a, b, c, d, e, f\}$ چند مسیر به طول ۵ بین دو رأس a و b وجود دارد به طوری که شامل یال cd باشد؟

$$(1) \quad 6$$

$$(2) \quad 24$$

$$(3) \quad 12$$

$$(4) \quad 48$$

۳۳- در یک گراف ناهمبند و ۴- منتظم، رابطه $q-p+r=14$ برقرار است. این گراف چند دور به طول ۳ دارد؟

$$(1) \quad 10$$

$$(2) \quad 12$$

$$(3) \quad 20$$

$$(4) \quad 40$$

محل انجام محاسبات

۳۴- در یک گراف ساده ناهمبند از مرتبه ۱۰ اگر $\delta = 2$ باشد حداکثر یال کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۸ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴)

۳۵- گراف P_4 چند γ -مجموعه دارد؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۳۶- عدد احاطه‌گری گراف ۲-منتظم مرتبه ۱۲ حداکثر کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۳۷- دو تاس سفید و یک تاس قرمز را پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که عدد تاس قرمز کوچک‌تر از عدد تاس‌های سفید باشد، کدام است؟

- $\frac{5}{72}$ (۱) $\frac{55}{216}$ (۲) $\frac{55}{72}$ (۳) $\frac{5}{216}$ (۴)

۳۸- در جعبه‌ای X مهره وجود دارد که ۴ مهره آن سفید و بقیه سیاه است، ۵ مهره به تصادف بیرون می‌آوریم اگر احتمال آن که ۳ مهره آن سفید

و ۲ مهره دیگر سیاه باشد را برابر $\frac{2}{3}$ در نظر بگیریم، X کدام است؟

- ۷ (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)

۳۹- اگر $P(A \cap B) = 4P(A - B)$ آنگاه $P(A' \cap B') = P(B) = P(A) = 4P(A \cap B)$ کدام است؟

- $\frac{1}{11}$ (۱) $\frac{3}{11}$ (۳) $\frac{4}{11}$ (۴)

۴۰- از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$ عددی به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود. با کدام احتمال این عدد انتخابی، مضرب ۴ می‌باشد ولی بر ۶

بخش پذیر نیست؟

- ۰/۱۶۲ (۱) ۰/۱۶۸ (۲) ۰/۱۷۲ (۳) ۰/۱۷۸ (۴)

محل انجام محاسبات



حلی سنج

آزمون حلی سنج ۸

۶ بهمن ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

دفترچه شماره ۲

مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سوال: ۵۰

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی	طراحان
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۵ دقیقه	محمدجواد حیدری پوریا دیارکجوری امیرحسین محمدپور
۲	شیمی	۲۵	۶۶	۹۰	۳۵ دقیقه	حسن ایزدی مسعود خوش طینت محمدرضا زهره‌وند سیدصمد صفوی

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

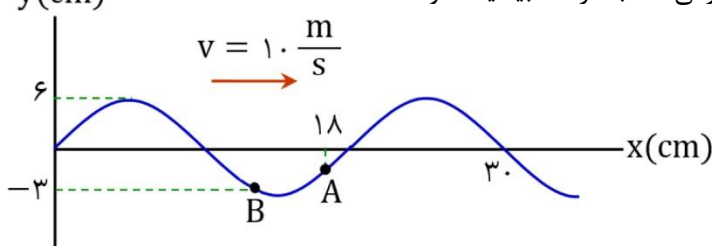
۴۱- کدام عبارت درست است؟

- (۱) با تغییر بسامد منبع، می توان سرعت انتشار موج را تغییر داد.
 (۲) موج الکترومغناطیسی در محیط مادی منتشر نمی شود.
 (۳) موج های طولی در هر سه حالت ماده منتشر می شوند.
 (۴) در گازها می توان موج عرضی ایجاد کرد.

۴۲- چند مورد از عبارت های زیر از ویژگی های مشترک فراصوت و موج رادیویی محسوب می شود؟

- (الف) طولی بودن موج
 (ب) قابلیت انتشار در خلأ
 (پ) قابلیت رخ دادن اثر دوپلر در آنها
 (ت) قابل درک نبودن توسط حواس انسان
- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۴۳- شکل زیر نقش یک موج عرضی سینوسی را در طنابی نشان می دهد. از این لحظه، حداقل مدت زمانی که طول می کشد تا تندی گره **A** بیشینه شود، چند برابر حداقل مدت زمانی است که طول می کشد تا بزرگی شتاب گره **B** بیشینه شود؟



- (۱) ۱/۳
 (۲) ۰/۹۶
 (۳) ۱/۲
 (۴) ۱/۲۵

۴۴- در یک موج عرضی که در طنابی به چگالی $\frac{200}{3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ و سطح مقطع 5 cm^2 و نیروی کشش 40 N به وجود آمده است، نسبت بیشینه تندی ذرات طناب هنگام نوسان به تندی انتشار موج برابر با $0/2$ است. اگر طول موج برابر $0/5 \text{ m}$ متر باشد، بیشینه شتاب ذرات طناب هنگام نوسان چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- (۱) 320π
 (۲) 160
 (۳) 320π
 (۴) 160π

۴۵- تار همگنی به چگالی خطی $60 \frac{\text{g}}{\text{m}}$ را با نیروی کشش 24 N کشیده ایم و آن را با بسامد 50 Hz به نوسان درمی آوریم. پس از 120 نوسان کامل، موج در تار چند متر پیشروی می کند؟

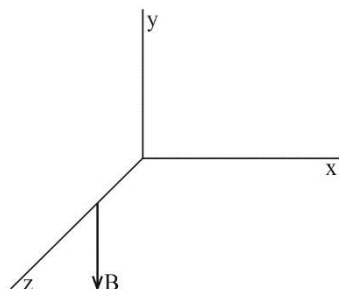
- (۱) ۲۴
 (۲) ۴۸
 (۳) ۱۲
 (۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

۴۶- اگر در یک محیط، دامنه نوسان‌های یک موج مکانیکی عرضی $\frac{1}{8}$ طول موج آن باشد، بیشینه تندی ارتعاش ذرات در آن محیط، چند برابر تندی انتشار موج در آن محیط است؟

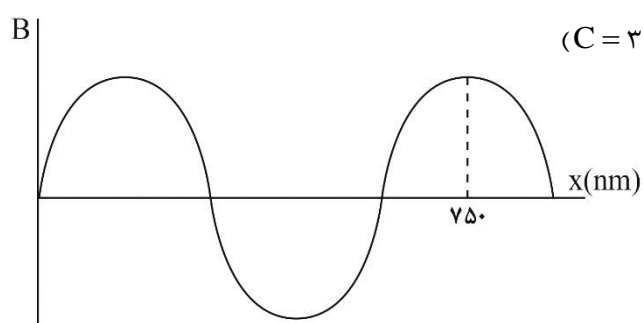
- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۴۷- یک موج الکترومغناطیسی در حال انتشار در جهت منفی محور Z است. در یک لحظه، جهت میدان مغناطیسی این موج در نقطه‌ای از فضا به شکل زیر است. جهت میدان الکتریکی موج در این نقطه و در این لحظه به کدام سمت است؟



- (۱) X
(۲) -X
(۳) Z
(۴) -Z

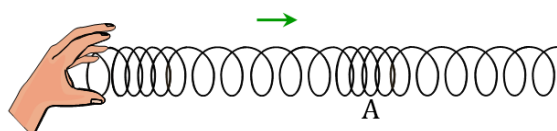
۴۸- شکل زیر نمودار میدان مغناطیسی برحسب مکان را برای یک موج الکترومغناطیسی سینوسی که در خلأ منتشر شده است، نشان می‌دهد. در



مدت ۱ میلی‌ثانیه میدان الکتریکی این موج چند بار صفر می‌شود؟ ($C = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$)

- (۱) 5×10^{14} (۲) 5×10^{11}
(۳) 10^{15} (۴) 10^{12}

۴۹- در شکل زیر، یک لحظه از موج طولی منتشر شده در فتری دیده می‌شود. حلقه A در وسط یک ناحیه تراکم قرار دارد. کدام گزینه در مورد حلقه A در این لحظه درست است؟



- (۱) سرعت آن صفر است.
(۲) سرعت آن بیشینه و به سمت راست است.
(۳) سرعت آن بیشینه و به سمت چپ است.
(۴) سرعت آن نه صفر است و نه بیشینه است.

محل انجام محاسبات

۵۰- وقتی شنونده‌ای از فاصله I_1 از یک منبع صوت به فاصله I_2 از آن می‌رود، تراز شدت صوت از 84 دسی‌بل به 70 دسی‌بل کاهش می‌یابد. اگر

$$I_2 - I_1 = 28 \text{ m} \quad (\log 2 = 0.3)$$

I_2 چند متر است؟ I_2 باشد، $I_2 - I_1 = 28 \text{ m}$

۴۷ (۴)

۳۵ (۳)

۴۵ (۲)

۳۷ (۱)

۵۱- شنونده‌ای در فاصله r از یک چشمه صوت قرار دارد. اگر شنونده فاصله خود را 75% کاهش داده و بسامد چشمه صوت نیز 90% کاهش یابد،

$$\text{تراز شدت صوت دریافتی توسط شنونده چند دسی‌بل و چگونه تغییر می‌کند؟} \quad (\log 2 = 0.3)$$

۸ (۱) ، کاهش 16 (۲) ، کاهش 8 (۳) ، افزایش 16 (۴) ، افزایش

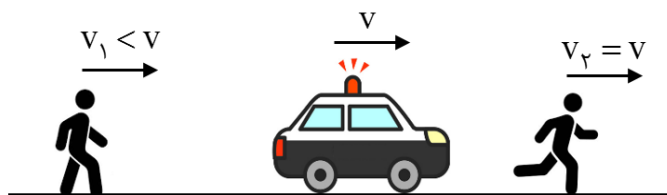
۵۲- تراز شدت صوت در فاصله 100 متری چشمه صوتی برابر با 80 دسی‌بل است. توان چشمه صوت چند وات است؟

$$I_s = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \pi \approx 3 \text{ و از اتلاف انرژی در محیط صرف‌نظر شود.}$$

0.12 (۴) 0.3 (۳) 3 (۲) 12 (۱)

۵۳- یک منبع صوت با سرعت v و دو شخص با سرعت‌های v_1 و v_2 همه در یک سو در حرکت‌اند (شکل را ببینید). نسبت بسامد صوت دریافتی

$$\text{توسط این دو شخص} \left(\frac{f_2}{f_1}\right) \text{ و نسبت طول موج در محل این دو شخص} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right) \text{ چگونه است؟}$$



$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1 \text{ و } \frac{f_2}{f_1} > 1 \quad (1)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} < 1 \text{ و } \frac{f_2}{f_1} < 1 \quad (2)$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} < 1 \text{ و } \frac{f_2}{f_1} > 1 \quad (3)$$

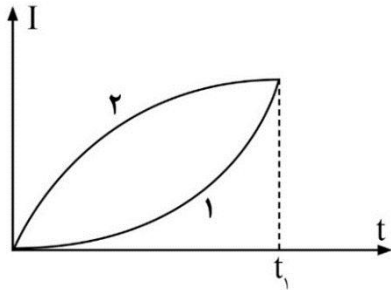
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} > 1 \text{ و } \frac{f_2}{f_1} < 1 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۵۴- یک خازن را پس از شارژ شدن از باتری جدا کرده‌ایم. اگر فاصله میان صفحات آن را ۲ برابر کرده و فضای بین دو صفحه را که قبلاً خالی بوده با عایقی با ثابت دی‌الکتریک $K = 2$ پر کنیم، کدام گزینه درست است؟

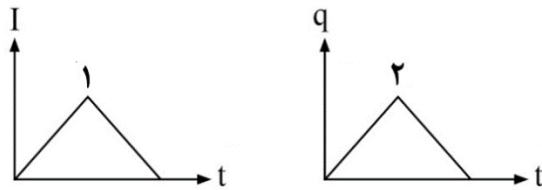
- (۱) انرژی ذخیره‌شده در خازن دو برابر می‌شود.
 (۲) انرژی ذخیره‌شده در خازن نصف می‌شود.
 (۳) شدت میدان الکتریکی بین دو صفحه ثابت می‌ماند.
 (۴) شدت میدان الکتریکی بین دو صفحه نصف می‌شود.

۵۵- نمودار جریان عبوری برحسب زمان برای دو قطعه رسانای ۱ و ۲ در مدت زمان t_1 مطابق شکل زیر است. جریان متوسط عبوری از قطعه‌ها در این بازه زمانی در مقایسه با هم چگونه است؟



- (۱) $\bar{I}_1 > \bar{I}_2$
 (۲) $\bar{I}_1 < \bar{I}_2$
 (۳) $\bar{I}_1 = \bar{I}_2$
 (۴) نمی‌توان مقایسه کرد.

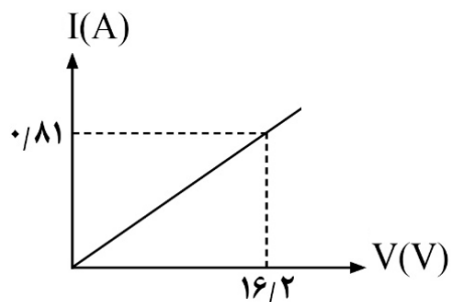
۵۶- نمودار جریان عبوری برحسب زمان برای رسانای (۱) و نمودار بار خالص عبوری برحسب زمان برای رسانای (۲) مطابق شکل‌های زیر است. چند عبارت در مورد این دو رسانا درست است؟



- (الف) در رسانای (۱) جهت جریان تغییر نکرده است.
 (ب) در رسانای (۲) جهت جریان یک بار تغییر کرده است.
 (پ) شدت جریان در رسانای (۲) در یک لحظه بیشینه است.
 (پ) بار خالص عبوری از مقطع رسانای (۱) همواره در حال افزایش است.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۵۷- نمودار جریان برحسب ولتاژ برای یک قطعه رسانا مطابق شکل زیر است. اگر دو سر این رسانا به اختلاف پتانسیل $60V$ متصل شود، بار خالص عبوری از مقطع رسانا در مدت یک شبانه‌روز، چند آمپر-ساعت خواهد بود؟



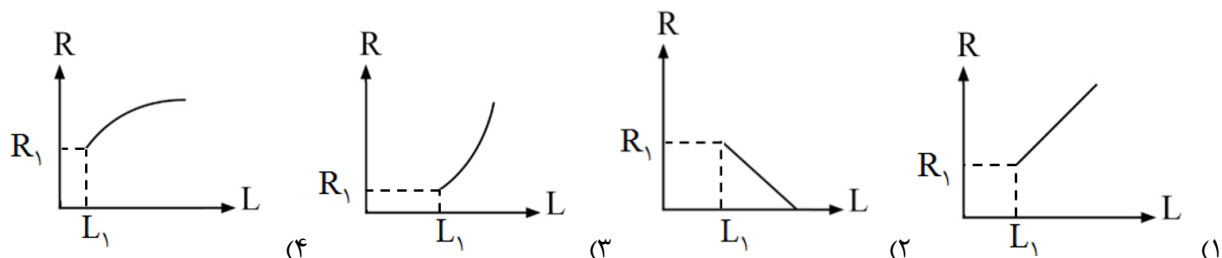
- (۱) ۱۶
 (۲) ۲۰
 (۳) ۳۲
 (۴) ۷۲

محل انجام محاسبات

۵۸- طول سیمی از یک آلیاژ خاص 0.5 m و مساحت مقطع آن 1 mm^2 است. اگر اختلاف پتانسیل اعمال شده بین دو سر این سیم 2 V باشد، جریان الکتریکی 4 A از آن می‌گذرد. مقاومت ویژه این آلیاژ در SI کدام است؟

- (۱) 10^{-6} (۲) 4×10^{-6} (۳) 10^{-3} (۴) 4×10^{-3}

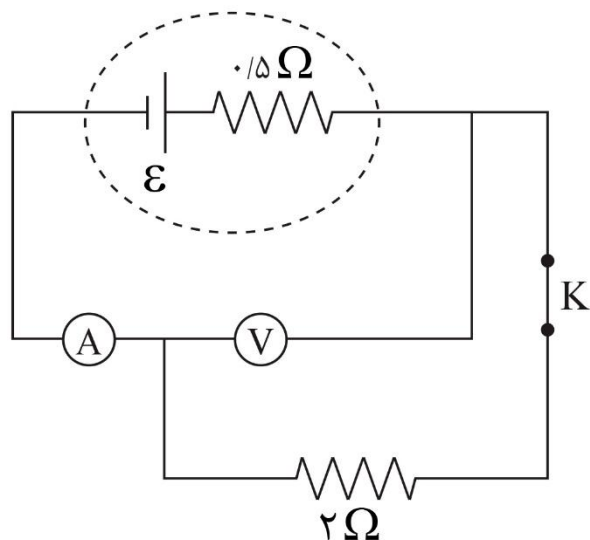
۵۹- مفتول فلزی همگنی به طول L_1 دارای مقاومت الکتریکی R_1 است. اگر مفتول سیم را بکشیم تا بدون تغییر حجم، طول آن به صورت همگن افزایش یابد، نمودار تغییرات مقاومت الکتریکی مفتول بر حسب طول به کدام شکل نزدیک‌تر است؟



۶۰- دو قطعه سیم مختلف در دمای 50°C مقاومت الکتریکی یکسان دارند و در دمای 30°C اختلاف مقاومت‌ها $R_1 - R_2 = 1 \Omega$ است. در دمای 90°C مقدار $R_1 - R_2$ چند اهم است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) $1/8$ (۴) $-1/8$

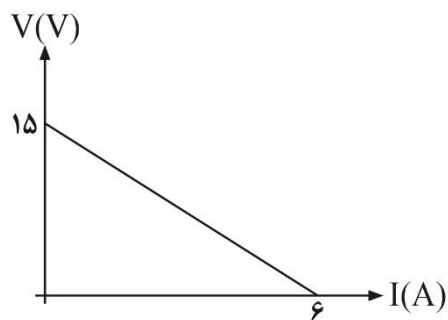
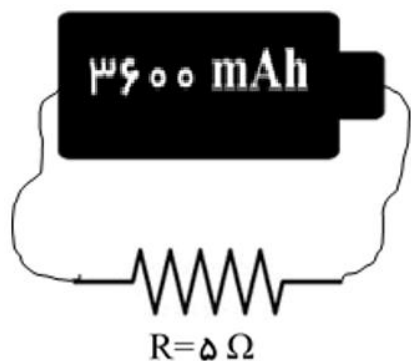
۶۱- در مدار زیر ابتدا کلید K بسته است و آمپرسنج آرمانی مقدار 2 A را نشان می‌دهد. با باز کردن کلید K، عدد ولت‌سنج آرمانی چند ولت تغییر می‌کند؟



- (۱) ۱
(۲) صفر
(۳) ۵
(۴) ۴

محل انجام محاسبات

۶۲- نمودار $V - I$ برای یک باتری به صورت شکل (۱) است. این باتری را مانند شکل (۲) در مدار قرار داده‌ایم. باتری چند دقیقه می‌تواند در



مدار جریان ایجاد کند؟

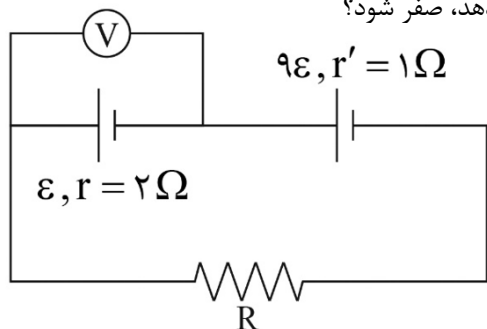
۵۴ (۱)

۹۰ (۲)

۱۰۸ (۳)

۱۸۰ (۴)

۶۳- در مدار شکل زیر مقاومت R باید چند اهم باشد تا عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، صفر شود؟



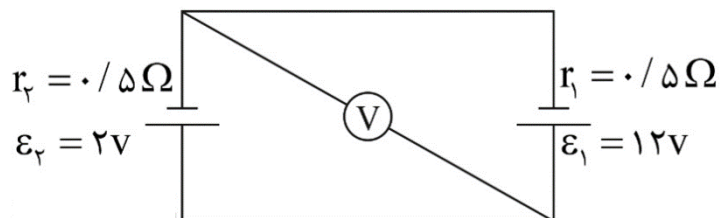
۳ (۱)

۸ (۲)

۱۵ (۳)

۱۷ (۴)

۶۴- در شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



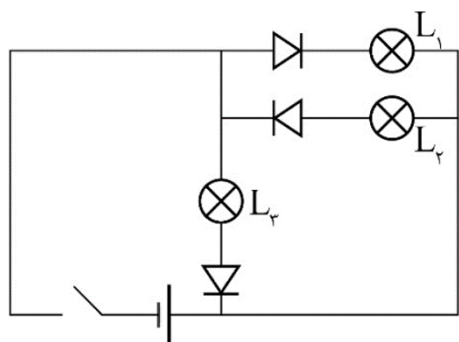
۷ (۱)

۵ (۲)

۴ (۳)

صفر (۴)

۶۵- با اتصال کلید، کدام لامپ(ها) روشن می‌شوند؟



L_1 (۱)

L_2 (۲)

L_3 (۳)

L_2 و L_1 (۴)

محل انجام محاسبات

محل انجام محاسبات

۶۶- اطلاعات موجود در کدام ردیف به طور کامل درست بیان شده است؟

نام ماده	فرمول	مجموع عدد اکسایش کربن‌ها	جاذبه بین مولکولی
وازلین	$C_{18}H_{38}$	-۳۸	واندروالسی
اوره	$CO(NH_2)_2$	+۲	هیدروژنی
روغن زیتون	$C_{57}H_{104}O_6$	-۹۲	واندروالسی
استون	C_3H_6O	-۴	هیدروژنی

۴ (۴)

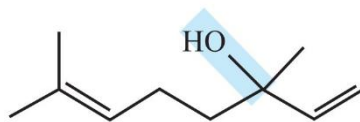
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۷- کدام مورد باتوجه به ترکیب های آلی بنزوئیک اسید و ترکیب آلی موجود در گشیش نادرست بیان شده است؟

ساختار مولکول آلی موجود در گشیش به صورت مقابل می باشد.



(۱) بنزوئیک اسید با فرمول $C_7H_6O_2$ یک اسید آرنیوس ضعیف تک پروتون دار است.

(۲) در کلستروال همانند گشیش، یک گروه عاملی هیدروکسیل وجود دارد.

(۳) در هر دو ترکیب بنزوئیک اسید و گشیش، یک کربن با عدد اکسایش صفر وجود دارد.

(۴) اگر بنزوئیک اسید طی واکنشی به بنزالدهید تبدیل شود، بنزوئیک اسید نقش کاهنده واکنش را خواهد داشت.

۶۸- دو لیتر آب سخت حاوی $600 ppm$ یون کلسیم و چگالی $1 \frac{g}{mL}$ را با سه لیتر محلول آبی صابون ۱۷ کربنی با زنجیر آلکیل سیر شده و غلظت

0.1 مولار مخلوط می کنیم. کدام نتیجه گیری با توجه به این آزمایش درست است؟

($C = 12$ و $O = 16$, $Ca = 40$)

(۱) غلظت یون $C_{16}H_{33}COO^-$ در محلول نهایی 0.003 مولار می شود.

(۲) $8/67$ گرم رسوب ایجاد می شود.

(۳) غلظت یون Ca^{2+} در محلول نهایی 0.075 مولار می شود.

(۴) جرم محلول نهایی با مجموع جرم محلول های اولیه برابر است.

۶۹- مقدار $8/1$ گرم دی نیتروژن پنتا اکسید را با $4/7$ گرم پتاسیم اکسید در آب حل کرده، حجم محلول نهایی را به 20 لیتر می رسانیم. pH

محلول نهایی کدام است؟ ($N = 14$ و $O = 16$, $K = 39$: $g.mol^{-1}$)

۴/۳ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۶ (۲)

۱/۷ (۱)

محل انجام محاسبات

۷۰- ۳۶۰ میلی لیتر محلول آبی 10^{-4} مولار $NaCl$ را برقکافت می‌کنیم. اگر پس از ۳۰ دقیقه برقکافت آب، در مجموع ۱۶۸ لیتر گاز در آند و کاتد در شرایط STP تولید شود، غلظت تقریبی در محلول جدید چند مول بر لیتر است؟ سرعت واکنش برقکافت آب چند مول بر ساعت است؟ (چگالی محلول از ابتدا تا آخر نیم‌ساعت برابر ۱ گرم بر میلی لیتر می‌باشد).

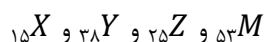
$$(۱) 10 - 1/3 \times 10^{-4}$$

$$(۲) 5 - 1/7 \times 10^{-4}$$

$$(۳) 5 - 1/3 \times 10^{-4}$$

$$(۴) 10 - 1/7 \times 10^{-4}$$

۷۱- چه تعداد از عبارتهای زیر با توجه به عنصرهای زیر نادرست هستند؟



الف) بیشترین عدد اکسایش M و Z برابر ۷+ است.

ب) در واکنش‌های اکسایش و کاهش، Y از سه عنصر دیگر کاهنده‌تر است.

پ) عدد اکسایش X در X_4O_{10} با عدد اکسایش فسفر در فسفریک اسید برابر است.

ت) در Z^{2+} در واکنش‌های اکسایش و کاهش فقط می‌تواند نقش اکسنده داشته باشد.

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۷۲- در واکنش سلول گالوانی $Cu - SHE$ با $E^\circ = +0.34$ ، چه تعداد از موارد زیر سبب تغییر ولتاژ سلول می‌شود؟

• تغییر pH

• افزودن مس (II) سولفات

• تغییر اندازه کاتد

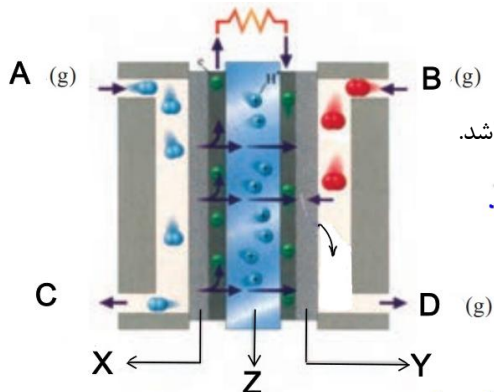
• افزایش دما

• افزایش فشار H_2

۲ (۱)	۳ (۲)	۴ (۳)	۵ (۴)
-------	-------	-------	-------

محل انجام محاسبات

۷۳- چه تعداد از موارد زیر، در مورد شکل زیر نادرست است؟



الف) مواد A, B و D به ترتیب H_2 , O_2 و H_2O می‌باشند.

ب) اتلاف انرژی به صورت گرما در این دستگاه کم است و بازده آن سه برابر سوزاندن مستقیم H_2 می‌باشد.

پ) غشای نیمه‌تراوای سلول سوختی است که یون هیدرونیوم در آن جابه‌جا می‌شود.

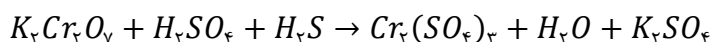
ت) X و Y به ترتیب قطب مثبت و منفی دستگاه بوده و حاوی کاتالیزور هستند.

۱ (۱)	۲ (۲)
۳ (۳)	۴ (۴)

۷۴- یک قطعه آهنی در اثر زنگ زدن $10/2$ گرم سنگین‌تر شده است. اگر الکترون‌های مبادله‌شده در این واکنش وارد فرآیند آبکاری Cr^{3+} بر روی قاشق فولادی شود، چه تعداد قاشق آبکاری خواهد شد؟ (هر قاشق با یک میلی‌گرم کروم آبکاری می‌شود) ($H = 1$ و $O = 16$, $Cr = 52$)

۱ (۱)	۲ (۲)	۳ (۳)	۴ (۴)
-------	-------	-------	-------

۷۵- با توجه به معادله واکنش زیر، کدام عبارت‌ها درست هستند؟



الف) نسبت ضریب کاهنده به اکسنده پس از موازنه، برابر $0/75$ است.

ب) به ازای مبادله 12 مول الکترون، 16 مول آب تولید می‌شود.

پ) یک آنیون چند اتمی نقش کاهنده را در این واکنش دارد.

ت) $\frac{3}{16}$ اتم‌های گوگرد موجود در واکنش دهنده‌ها، نقش کاهنده را دارند.

۱ الف - ب	۲ ب - پ	۳ پ - ت	۴ الف - ت
-----------	---------	---------	-----------

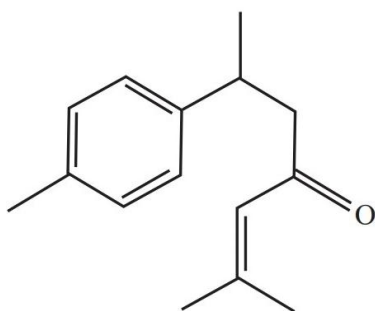
۷۶- با توجه به ترکیب آلی زیر کدام عبارت نادرست است؟

۱) ترکیب آلی حاوی کربونیل کتون است که در زردچوبه وجود دارد.

۲) به لحاظ عدد اکسایش، ۵ نوع کربن وجود دارد.

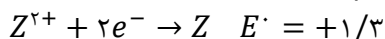
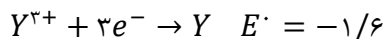
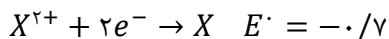
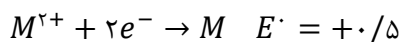
۳) بالاترین عدد اکسایش موجود در این مولکول برابر عدد اکسایش کربن موجود در بخش قطبی صابون است.

۴) ΔH سوختن این ترکیب از ΔH سوختن بوتان بیشتر است.



محل انجام محاسبات

۷۷- با توجه به E° چند فلز زیر، کدام عبارت‌ها درست هستند؟



الف) ترکیب‌های حاوی Y^{2+} و فلز Z را می‌توان در ظرف M نگهداری کرد.

ب) Z^{2+} می‌تواند با تمام فلزهای موجود واکنش خودبه‌خودی دهد.

پ) از فلز M می‌توان برای حفاظت شیمیایی فلز X استفاده کرد.

ت) emf سلول $X - Cu$ از emf سلول $Mg - X$ بیشتر است.

الف - ب (۲) ب - پ (۳) الف - ت (۴)

۷۸- کدام مقایسه نادرست است؟

(۱) رسانایی الکتریکی: محلول ۰/۱ مولار لیتیم نترات $<$ محلول ۰/۱ مولار نیترو اسید

(۲) تعداد یون ایجادشده: محلول ۲ مولار آمونیاک $>$ محلول ۱ مولار باریم اکسید

(۳) emf خوردگی آهن: $pH = 5$ $>$ $pH = 8$

(۴) غلظت گونه‌ها: $pH = 4$ نیتریک اسید $>$ $pH = 4$ استیک اسید

۷۹- در روغن آرگان نوعی استر سه عاملی وجود دارد که ساختار آن شبیه مولکول روغن زیتون است. با این تفاوت که در هر زنجیر R (گروه

هیدروکربنی) آن یک پیوند دوگانه بیشتر از هر گروه هیدروکربنی مولکول روغن زیتون وجود دارد. (هر سه گروه هیدروکربنی در این استر یکسان

هستند). از واکنش $43/9$ گرم از این استر به صورت خالص با مقدار کافی محلول سود، چند گرم صابون جامد حاصل می‌شود؟

($H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23 : g.mol^{-1}$)

الف) ۳۹/۲ (۱) ب) ۴۲/۳ (۲) ج) ۴۵/۳ (۳) د) ۴۸/۲ (۴)

۸۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) محلول هیدروکسید فلزهای گروه ۱ با فلزی مانند آلومینیوم واکنش نمی‌دهد.

ب) افزودن مقداری صابون به مخلوط آب و روغن، مخلوطی پایدار ایجاد می‌کند که به ظاهر همگن است.

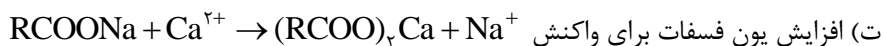
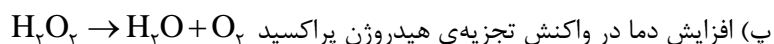
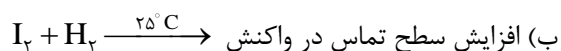
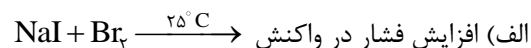
پ) تفاوت غلظت مولکول‌های یونیده نشده با یون هیدرونیوم در محلول ۱ مولار HCN بیشتر از محلول ۱ مولار استیک اسید است.

ت) رسانایی الکتریکی محلول ۰/۲ مولار HX با $\alpha = 0.1$ کمتر از محلول ۰/۱ مولار آمونیاک ($K_b = 10^{-5}$) است.

الف) ۱ (۱) ب) ۲ (۲) ج) ۳ (۳) د) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۵- چند مورد از تغییرات زیر سبب انجام واکنش و یا افزایش سرعت واکنش می‌شود؟



(۱) فقط پ (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) پ - ت

۸۶- برای تولید صابون جامد، مقدار کافی اسید چرب را به همراه ۷۲۰ گرم محلول سود ۵۰ درصد جرمی (شامل آب و سود) و ۱۸ گرم آب اضافی حرارت داده‌ایم تا فرآورده تولید شود. اگر پس از گذشت ۵ ساعت بر اثر تبخیر، صابون بدون آب به‌دست آید، سرعت متوسط تبخیر در این فرآیند

چند $\text{mol} \cdot \text{min}^{-1}$ بوده است؟

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۵ (۴) ۰/۷

۸۷- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با روش آبکاری فلزها نادرست است؟

الف) برای تهیه‌ی حلبی می‌توان ورقه‌ای از آهن را در کاتد و ورقه‌ای از جنس قلع را در آند قرار داد.

ب) برای تهیه‌ی حلبی می‌توان از قلع (II) کلرید مذاب استفاده کرد.

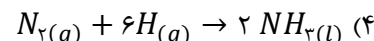
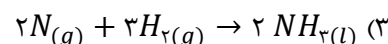
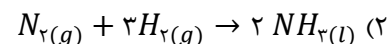
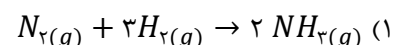
پ) برای تهیه‌ی آهن سفید می‌توان ورقه‌ای آهنی را در آند و ورقه‌ای از جنس روی را در کاتد قرار داد.

ت) برای تهیه آهن گالوانیزه توسط روش آبکاری، اتم‌های کاتد، کاهیده می‌شوند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۸- مقدار ΔH کدام واکنش زیر منفی تر است؟

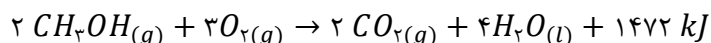
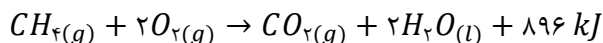
(میانگین آنتالپی $N - N : ۳۵۰$, $N \equiv N : ۹۴۵$, $H - H : ۴۳۶ \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)



محل انجام محاسبات

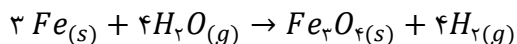
۸۹- با توجه به واکنش‌های زیر و آنتالپی سوختن آنها ارزش سوختی متان کیلوژول از ارزش سوختی متانول می‌باشد.

$$(C = ۱۲, O = ۱۶, H = ۱ : g.mol^{-1})$$

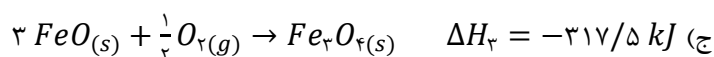
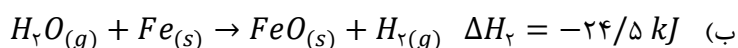
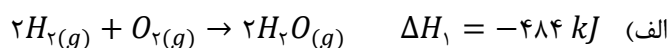


$$(۱) \quad ۳۳ - \text{بیشتر} \quad (۲) \quad ۲۳ - \text{بیشتر} \quad (۳) \quad ۲۳ - \text{کمتر} \quad (۴) \quad ۳۳ - \text{کمتر}$$

۹۰- با توجه به واکنش‌های زیر بر اثر واکنش یک مول آهن مطابق واکنش:



دمای مقداری روغن با ظرفیت گرمایی $\frac{J}{K}$ ۲۴۸۳ را چند کلوین می‌توان افزایش داد؟



$$(۱) \quad ۱۰ \quad (۲) \quad ۲۰ \quad (۳) \quad ۴۰ \quad (۴) \quad ۸۰$$

محل انجام محاسبات



حل و فصل

سنج


پاسخنامه حلّی سنج ۸

۶ بهمن ماه ۱۴۰۲

پایه دوازدهم – رشته ریاضی

ردیف	موارد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	حسابان	۱۷	۱	۱۷	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۸	۲۹	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۱	۳۰	۴۰	۱۹ دقیقه
۲	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۵ دقیقه
۳	شیمی	۲۵	۶۶	۹۰	۳۵ دقیقه

نام درس	طراحان (حروف الفبا)	ویراستاران
ریاضی و حسابان	حسین شفیعزاده، علیرضا ندافزاده	محمد حسین حاجی ابراهیمی
هندسه	صبا مهدوی	
آمار و احتمال و گسسته	احسان ایزدپناه	
فیزیک	محمد جواد حیدری، پوریا دیارکجوری، امیر حسن محمدپور	-
شیمی	حسن ایزدی، مسعود خوش طینت، محمد رضا زهره‌وند، سید صمد صفوی	میلاذ قاسمی

 @helli_sanj

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز دبیرستان دوره دوم علامه‌حلی (۱) تهران مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- گزینه ۲

فرض می‌کنیم طول نقاط مورد نظر α و β باشد. پس داریم:

$$2\alpha^f + 1 = 2\beta^f + 1 \rightarrow \alpha^f = \beta^f \rightarrow \alpha = -\beta$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} m_1 = \lambda\alpha^r \\ m_2 = \lambda\beta^r \end{cases} \rightarrow m_1 \cdot m_2 = -1 \rightarrow 64\alpha^r\beta^r = -1 \rightarrow \alpha^r\beta^r = -\frac{1}{64}$$

$$-\alpha^f = -\frac{1}{64} \rightarrow \alpha = \frac{1}{4}, \beta = -\frac{1}{4}$$

$$f(\alpha) = f(\beta) = \frac{9}{8}$$

۲- گزینه ۳

$$f(x) = \begin{cases} (2x-3)\sqrt{2ax} + 3x^2 - 1 & ; x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x-3)\sqrt{2ax} + 3x^2 - 1 & ; x \leq \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2\sqrt{2ax} + \frac{2a}{2\sqrt{2ax}}(2x-3) + 6x & ; x > \frac{3}{2} \\ -2\sqrt{2ax} - \frac{2a}{2\sqrt{2ax}}(2x-3) + 6x & ; x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$f'_+\left(\frac{3}{2}\right) = 2\sqrt{3a} + 9, f'_-\left(\frac{3}{2}\right) = -2\sqrt{3a} + 9$$

$$(9 + 2\sqrt{3a})(9 - 2\sqrt{3a}) = 81 - 12a = -3$$

$$12a = 84 \rightarrow a = 7$$

یادآوری: برای یافتن مشتق‌های چپ و راست می‌توان از تعریف مشتق هم استفاده کرد.

۳- گزینه ۳

با فرض $f(x) = \sin x^2$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} m_{AB}$ همان شیب خط مماس بر تابع f در نقطه $X = \frac{\pi}{3}$ می‌باشد. این عدد برابر $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$ می‌باشد. پس داریم:

$$f'(x) = 2x \cos x^2 \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} \cos \frac{\pi^2}{9}$$

۴- گزینه ۱

مقدارهای $f(-\sqrt{3}) < 0$ و $g(-\sqrt{3}) < 0$ می‌باشد، و می‌توان نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{2x} & ; x \leq 0 \\ \sqrt[3]{2x} & ; x \geq 0 \end{cases} \text{ و } g(x) = \begin{cases} 2x^2 & ; x \leq 0 \\ 2x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

از طرفی هر دو تابع به جز $X = 0$ در همه نقاط دیگر مشتق پذیرند و همچنین:

$$g(-\sqrt{3})f'(g(-\sqrt{3})) = (f \circ g)'(-\sqrt{3})$$

$$f(-\sqrt{3})g'(f(-\sqrt{3})) = (g \circ f)'(-\sqrt{3})$$

حال داریم:

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{4x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt[3]{4x} & ; x \leq 0 \end{cases} \text{ و } (g \circ f)(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{4x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt[3]{4x} & ; x \leq 0 \end{cases}$$

$$(f \circ g)'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{4x}} & ; x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{4x}} & ; x < 0 \end{cases} \text{ و } (g \circ f)'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{4x}} & ; x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{4x}} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$(f \circ g)'(-\sqrt[3]{3}) = \sqrt[3]{4} \quad (g \circ f)'(-\sqrt[3]{3}) = 4$$

۵- گزینه ۴

$$f(x) = g(x) \rightarrow \sin 2x + 2 \cos 2x = 3 \sin 2x$$

$$\rightarrow \sin 2x = \cos 2x \rightarrow \tan 2x = 1 \rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

$$f'(x) = 2 \cos 2x - 4 \sin 2x \rightarrow f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2 \cos \frac{\pi}{4} - 4 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -\sqrt{2} = \text{شیب خط مماس} \quad A \begin{vmatrix} \frac{\pi}{8} \\ \sqrt{2} \\ \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{vmatrix}$$

$$y - \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \left(x - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\cdot -\frac{3\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2} \left(x - \frac{\pi}{8}\right) \rightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{\pi}{8}$$

۶- گزینه ۱

تابع f با دوره تناوب ۶ یعنی:

$$f(x \pm 6) = f(x) \rightarrow f'(x \pm 6) = f'(x)$$

$$g'(x) = 2f'(2x-1) + f'\left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

$$g'(6) = 2f'(11) + f'(-1) = 2f(5+6) + f'(5-6)$$

$$= 2f'(5) + f'(5) = 3f'(5) = 9$$

یادآوری: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f به ازای x = a برابر f'(a) می‌باشد.

۷- گزینه ۲

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(6-2h) - 9)(f(6-2h) + 1)}{h(6-h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6-2h) - f(6)}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(6-2h) + 1}{6-h}$$

$$= -2f'(6) \times \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}f'(6) = -\frac{1}{3} \times \frac{28}{9} = -\frac{28}{27}$$

$$f'(x) = \sqrt{x+21} + \frac{1}{3\sqrt{(x+2)^2}}(x-2)$$

$$f'(6) = 3 + \frac{1}{9} = \frac{28}{9}$$

$$2y + x = 3 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \rightarrow \text{شیب خط مماس} = 2$$

$$f(x) = \frac{3x+1}{-4x+1} \rightarrow f'(x) = \frac{7}{(-4x+1)^2} = 2$$

$$7 = 2(16x^2 - 8x + 1) \rightarrow 32x^2 - 16x - 5 = 0 \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

$$2g'(2x) = (2 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) + 2\sqrt{3} \sin 2x) f'(\tan^2 x - \sqrt{3} \cos 2x)$$

حال، به جای x عدد $\frac{\pi}{4}$ را قرار می‌دهیم:

$$2g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = (6 + 2\sqrt{3})f'(1) = (6 + 2\sqrt{3})(4)$$

$$g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 12 + 4\sqrt{3}$$

$$\frac{f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{4}\right)}{\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}} = \frac{-\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\frac{\pi}{12}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\pi}{12}} = -\frac{6}{\pi}$$

$$\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right] \text{ در } f \text{ تغییر متوسط } = -\frac{6}{\pi}$$

$$f'(x) = 3 \cos 2x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin 2x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -2$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای f به ازای $x = \frac{\pi}{4}$

$$f(x) = 2 \sin 4x \cdot \cos 4x (\sin^2 4x - \cos^2 4x)$$

$$f(x) = \sin 8x (-\cos 8x) = -\frac{1}{2} \sin 16x$$

$$\rightarrow f'(x) = -8 \cos 16x \rightarrow f''(x) = 128 \sin 16x$$

$$f''\left(\frac{\pi}{64}\right) = 128 \sin \frac{\pi}{4} = 64\sqrt{2}$$

۱۲- گزینه ۲

چون f در نقطه $x = 1$ ناپیوسته می‌باشد، پس این نقطه گوشه‌ای نمی‌باشد. اما چون f در نقطه $x = 2$ پیوسته می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$f'(x) = \begin{cases} \lambda x - 4(2-x)^2 & ; x < 1 \\ 12 \cos \pi x (-\pi \sin \pi x) & ; 1 < x < 2 \\ \frac{1}{3\sqrt{(x-2)^2}} & ; x > 2 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} \lambda x - 4(2-x)^2 & ; x < 1 \\ -6\pi \sin 2\pi x & ; 1 < x < 2 \\ \frac{1}{3\sqrt{(x-2)^2}} & ; x > 2 \end{cases}$$

$$f'_-(2) = 0 \rightarrow y = 6 \text{ معادله نیم‌مماس چپ:}$$

$$f'_+(2) = +\infty \rightarrow x = 2 \text{ معادله نیم‌مماس راست:}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ y = 4x + 2 \end{cases} \rightarrow A \Big|_6^1, \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4x + 2 \end{cases} \rightarrow B \Big|_1^2.$$

$$AB = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

۱۳- گزینه ۱

$$f'(x) = 2(\cos 2x)(-2 \sin 2x) - 9 \sin^2 x \cos x$$

$$f'(x) = -2 \sin 4x - 9 \sin^2 x \cos x$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \sin \frac{4\pi}{3} - 9 \sin^2 \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}$$

$$f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 9 \left(\frac{3}{4}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} - \frac{27}{8} = \frac{8\sqrt{3} - 27}{8}$$

۱۴- گزینه ۴

یادآوری:

$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow y' = \frac{ad - bc}{(ca + d)^2}$$

$$g(x) = f\left(\frac{-2 \cos x + 3}{3 \cos x - 1}\right)$$

$$\rightarrow g'(x) = \frac{(2-9)(-\sin x)}{(3 \cos x - 1)^2} f'\left(\frac{-2 \cos x + 3}{3 \cos x - 1}\right)$$

$$g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{7\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\frac{1}{4}} f'(4) = 14\sqrt{3} f'(4)$$

چون خط $2y + x = 3$ بر تابع f در نقطه $x = 4$ مماس است، پس $f'(4) = -\frac{1}{2}$ پس:

$$g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -7\sqrt{3}$$

۱۵- گزینه ۴

چون تابع در نقطه $x = 2$ فاقد مشتق چپ است ($f'_-(2) = -\infty$)، پس گزینه ۱ غلط است.
چون تابع در نقطه $x = 2$ فاقد مشتق راست است ($f'_+(2) = +\infty$)، پس گزینه ۲ غلط است.
چون تابع در نقطه $x = 1$ فاقد پیوستگی چپ و مشتق چپ است، پس گزینه ۳ غلط است.

۱۶- گزینه ۲

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{(f(x) + 1)(f(x) - 5)}{(x + 4)(x - 4)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x) - f(-4)}{x + 4} \times \lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x) - 5}{x - 4}$$

$$= f'(-4) \times \frac{-1 - 5}{-8} = 3 \rightarrow f'(-4) = 4$$

$$g'(x) = 2f'(2x)(2)f'(2x) - \frac{0 - 4 \times 2f'(2x)}{f^2(2x)}$$

$$g'(-2) = 6f'(-4)f'(-4) + \frac{8f'(-4)}{f^2(-4)} = 6 \times 4 + \frac{8 \times 4}{1} = 24 + 32 = 56$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(-2 + 2h) - g(-2)}{h} = 2g'(-2) = 2 \times 56 = 112$$

۱۷- گزینه ۲

$$g(x) = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|}$$

$$(f \circ g)' \left(\frac{2\pi}{3} \right) = g' \left(\frac{2\pi}{3} \right) \times f' \left(g \left(\frac{2\pi}{3} \right) \right) = g' \left(\frac{2\pi}{3} \right) f'(2) = -2\sqrt{3} \times 36 = -72\sqrt{3}$$

در اطراف $x = \frac{2\pi}{3}$ داریم:

$$g(x) = \frac{-1}{\cos x} \rightarrow g'(x) = \frac{0 - (-\sin x)(-1)}{\cos^2 x} = \frac{-\sin x}{\cos^2 x}$$

$$\rightarrow g' \left(\frac{2\pi}{3} \right) = -2\sqrt{3}$$

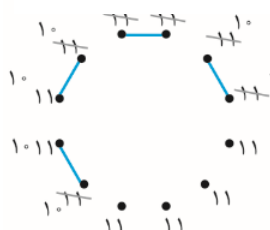
$$f'(x) = 2x(2x - 3)^2 + 4 \times (2x - 3)^2(2)x^2 \rightarrow f'(2) = 36$$

<p>۲۰- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۱۹- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۱۸- گزینه ۴</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 
<p>۲۳- گزینه ۲</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۲- گزینه ۲</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۱- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 
<p>۲۶- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۵- گزینه ۱</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۴- گزینه ۲</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 
<p>۲۹- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۸- گزینه ۱</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 	<p>۲۷- گزینه ۳</p> <p>پاسخ سوال را اینجا ببینید</p> 

۳۰- گزینه‌ی (۴)

در گراف جدید، هر رأس از گراف G به تمام رأس‌های گراف D وصل شده است اگر مرتبه گراف D را p در نظر بگیریم درجه هر رأس G برابر $p+۳$ و درجه هر رأس گراف D برابر $۴+۸=۱۲$ می‌شود و چون گراف حاصل منتظم است $p+۳$ نیز باید برابر ۱۲ باشد پس $p=۹$ است. بنابراین گراف حاصل، گرافی ۱۲ -منتظم از مرتبه ۱۷ خواهد بود.

۳۱- گزینه‌ی (۱)

اگر گراف کامل باشد $\binom{p}{۲} = \binom{۱۲}{۲} = ۶۶$ یال دارد اما $q=۶۲$ است در نتیجه نسبت به گراف $k_{۱۲}$ ، ۴ یال کم دارد. 

می‌دانیم در گراف کامل درجه‌ی تمام رئوس $p-۱$ است. با توجه به این که درجه رئوس گراف $k_{۱۲}$ همه ۱۱ است پس با حذف ۴ یال حداکثر ۸ رأس کاهش درجه دارند یعنی حداکثر ۸ رأس با درجه ۱۰ وجود دارد.

۳۲- گزینه‌ی (۳)

$\frac{a}{\quad} \quad \frac{b}{\quad}$
انتخاب دو رأس از دو رأس باقیمانده
جایگشت رئوس d, c
 $\binom{۲}{۲} \times ۳! \times ۲! = ۱۲$
جایگشت ۴ رأس با فرض یک واحد بودن رئوس d, c

۳۳- گزینه‌ی (۳)

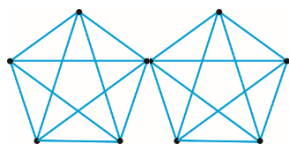
گرافی که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر باشد یا به عبارتی دیگر یک‌بخشی باشد، گراف همبند است در غیر این صورت ناهمبند خوانده می‌شود

$$rp = ۲q \rightarrow q = \frac{rp}{۲} = \frac{۴p}{۲} = ۲p$$

$$q - p + r = ۱۴ \rightarrow ۲p - p + r = ۱۴$$

$$\rightarrow p + ۴ = ۱۴ \rightarrow p = ۱۰$$

چون گراف ناهمبند است گراف ۴ -منتظم مرتبه ۱۰ را به شکل دو گراف k_5 رسم می‌کنیم.



$$۳ \text{ تعداد دورهای به طول } ۳ : ۲ \times \binom{۵}{۳} \frac{(۳-۱)!}{۲} = ۲۰$$

باید ۳ رأس را کنار گذاشته و گراف کامل مرتبه ۳ تشکیل دهیم تا $\delta = 2$ باشد و همچنین با ۷ رأس دیگر نیز گراف کامل K_7 بسازیم.

$$q_{\max} = \binom{3}{2} + \binom{7}{2} = 24$$

۳۵- گزینه ۳



$$\{a, c\}, \{b, c\}, \{a, d\}, \{b, d\}$$

۳۶- گزینه ۳

کافیست گراف را به صورت ۳ گراف ۲- منتظم مرتبه ۴ رسم کنیم ملاحظه می‌شود.

$$\gamma = 6$$

۳۷- گزینه ۲

ابتدا حالتی را که عدد تاس قرمز از عدد یک تاس سفید کمتر باشد در نظر می‌گیریم سپس احتمال کوچک‌تر بودن آن را از اعداد ظاهر شده بر روی دو تاس سفید محاسبه می‌کنیم.

تاس سفید	تاس قرمز	
{۲, ۳, ۴, ۵, ۶}	{۱}	$\rightarrow (1 \times 5 \times 5)$
{۳, ۴, ۵, ۶}	{۲}	$\rightarrow (1 \times 4 \times 4)$
{۴, ۵, ۶}	{۳}	$\rightarrow (1 \times 3 \times 3)$
{۵, ۶}	{۴}	$\rightarrow (1 \times 2 \times 2)$
{۶}	{۵}	$\rightarrow (1 \times 1 \times 1)$

۳۸- گزینه ۲

$$P(A) = \frac{25 + 16 + 9 + 4 + 1}{6^3} = \frac{55}{216}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3} \binom{x-4}{2}}{\binom{x}{5}} = \frac{4 \times \frac{(x-4)(x-5)}{2}}{\binom{x}{5}}$$

$$= \frac{2x^2 - 18x + 40}{\binom{x}{5}} = \frac{2}{3}$$

با جایگذاری گزینه‌ها درمی‌یابیم که در جعبه ۶ مهره وجود دارد.

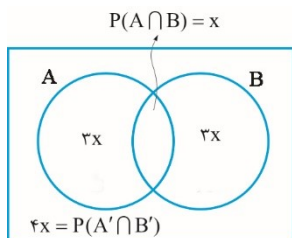
راه اول: با توجه به قانون دمورگان داریم:

$$(A' \cap B') = (A \cup B)'$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B)$$

$$= P(B) = P(A) = 4P(A \cap B)$$

اگر $P(A \cap B)$ را x در نظر بگیریم داریم:



$$\rightarrow P(B) = 4x \rightarrow 1 - (4x + 4x - x) = 4x \rightarrow x = \frac{1}{11}$$

$$1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = P(B)$$

راه دوم: با توجه به نمودار و با در نظر گرفتن $P(A \cap B) = x$ داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{4}{11} - \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$$

$$4x + 3x + x + 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{11}$$

$$P(A - B) = 3x = \frac{3}{11}$$

اگر اعدادی که مضرب ۴ هستند را A و مضرب ۶ را B بنامیم مطلوب تست $P(A \cap B')$ است.

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

عدد ۱۲ هم مضرب ۴ و هم مضرب ۶ است پس لازم است تعداد اعداد مضرب ۱۲ را به دست آورده از تعداد اعداد مضرب ۴ کم کنیم.

$$|A| = \left[\frac{500}{4} \right] = 125 \quad |A \cap B| = \left[\frac{500}{12} \right] = 41$$

$$\rightarrow P(A \cap B') = \frac{125}{500} - \frac{41}{500} = \frac{84}{500} = 0.168$$

۴۱ (حیدری) - گزینه ۳

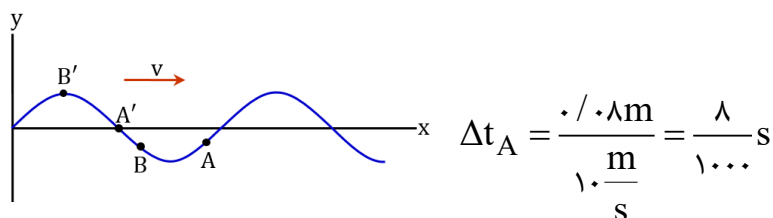
گزینه ۱ نادرست است، زیرا سرعت انتشار موج به ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار بستگی دارد.
گزینه ۲ نادرست است، زیرا موج الکترومغناطیسی می‌تواند در محیط‌های مادی هم منتشر شود. (مثل نور در هوا، آب، شیشه،...)
گزینه ۳ درست است، مثل صوت که موج طولی است و در هر سه حالت ماده منتشر می‌شود.
گزینه ۴ نادرست است، زیرا امواج عرضی در گازها امکان انتشار ندارند.

۴۲ (دیارجوری) - گزینه ۲

موارد الف و ب ویژگی مشترک نیست، زیرا مورد الف فقط ویژگی فراصوت و مورد ب فقط ویژگی موج رادیویی است. موارد پ و ت در هر دو موج مشترک است.

۴۳ (دیارجوری) - گزینه ۳

اگر نقش موج را ثابت فرض کنیم و گره‌ها را در خلاف جهت موج حرکت دهیم، برای این که تندی گره A بیشینه شود، باید λ cm روی محور x عقب برود و به A' برسد. بنابراین:



از طرفی برای این که بزرگی شتاب گره B بیشینه شود، باید وقتی عقب می‌رود به اولین قله یا دره برسد، یعنی نقطه B' بنابراین:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t_B &= \frac{T}{12} + \frac{T}{4} = \frac{T}{3} \\ T &= \frac{\lambda}{v} = \frac{0.2 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{2}{100} \text{ s} \end{aligned} \right\} \Delta t_B = \frac{2}{300} \text{ s} \Rightarrow \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{1000}{2} = 1/2$$

۴۴ (حیدری) - گزینه ۳

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{40}{200 \times 5 \times 10^{-4}}} = \sqrt{400} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{20}{0.5} = 40 \text{ Hz} \quad \omega = 2\pi f = 80\pi$$

$$\frac{A\omega}{v} = 0.2 \Rightarrow A\omega = 0.2 \times 20 = 4$$

$$A\omega^2 = A\omega \times \omega = 4 \times 80\pi = 320\pi \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{24}{0.1 \cdot 0.6}} = \sqrt{400} = 20 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{20}{50} = 0.4 \text{ m}$$

در هر نوسان کامل، موج به اندازه یک λ پیشروی می‌کند.

$$120 \times 0.4 = 48 \text{ m}$$

$$\frac{A\omega}{v} = \frac{\frac{1}{\lambda} \times 2\pi f}{v} = \frac{\frac{1}{\lambda} \times 2\pi f}{v} = \frac{\frac{1}{\lambda} \times 2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\lambda}$$

بر اساس قانون دست راست در موج الکترومغناطیسی، میدان الکتریکی موج در جهت X است.

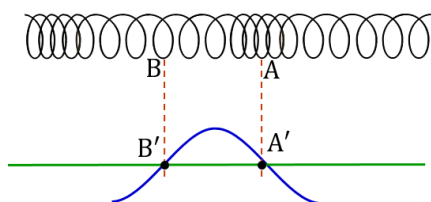
$$\frac{5\lambda}{4} = 750 \times 10^{-9} \Rightarrow \lambda = 600 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{600 \times 10^{-9}} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$N = \Delta t \times f = 10^{-3} \times 5 \times 10^{14} = 5 \times 10^{11}$$

$$2 \times 5 \times 10^{11} = 10^{12} \quad \leftarrow \text{در هر نوسان دو بار میدان صفر می‌شود}$$

حلقه A وسط یک ناحیه تراکم و حلقه B وسط ناحیه انبساط است. این دو حلقه در این لحظه دارای شتاب صفر هستند و جابه‌جایی آن‌ها از وضع تعادل صفر است. از طرفی تمام حلقه‌های بین A و B به راست جابه‌جا شده‌اند و جابه‌جایی آن‌ها مثبت است. پس نقش موج عرضی معادل به صورت زیر است:



از تحلیل نقش موج عرضی معادل برمی‌آید که حلقه A' به سمت بالا در حرکت است. بالا جهت مثبت است و معادل آن در موج طولی جهت راست است.

$$\beta_1 - \beta_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \Rightarrow 14 - 70 = 10 \cdot \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 14 \Rightarrow \log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 1/4$$

$$2 \log \frac{r_2}{r_1} = 1/4 \Rightarrow \log \frac{r_2}{r_1} = 0.125 = 1 - 0.875 = \log 10 - \log 11.22 = \log 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{r_2}{r_1} = 5 \rightarrow r_2 = 5r_1 \\ r_2 - r_1 = 28 \end{array} \right\} \Rightarrow 4r_1 = 28 \Rightarrow r_1 = 7 \Rightarrow r_2 = 35 \text{ m}$$

۵۱ (حیدری) - گزینه ۱

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \cdot \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \cdot \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 10 \cdot \log \frac{1}{100} \times 4^2$$

$$= -20 + 40 \cdot \log 2 = -20 + 12 = -8 \text{ dB}$$

۸ دسی بل کاهش می‌یابد.

۵۲ (حیدری) - گزینه ۱

$$\lambda_0 = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 10^{\lambda/10} \Rightarrow I = 10^{\lambda/10} \times 10^{-12} = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = 10^{-4} \times 4 \times 3 \times (100)^2 = 12 \text{ W}$$

۵۳ (محمدپور) - گزینه ۳

 $v_1 < v_2$ بنابراین شنونده (۱) در حال دور شدن از منبع است؛ یعنی $f_1 < f_s$
 $v_2 = v_1$ بنابراین شنونده (۲) نسبت به منبع ساکن است؛ یعنی $f_2 = f_s$ و در نتیجه $\frac{f_2}{f_1} > 1$ است.

شخص (۱) پشت منبع است و $\lambda_1 > \lambda_s$ است. شخص (۲) جلوی منبع است و $\lambda_2 < \lambda_s$ است. در نتیجه $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} < 1$ است.

۵۴ (دیارجوری) - گزینه ۴

با ۲ برابر شدن فاصله بین صفحات و قرار دادن دی‌الکتریک $K = 2$ ، ظرفیت خازن تغییر نمی‌کند. از طرفی در خازن جدا از باتری، بار خازن ثابت

است. پس طبق رابطه $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، انرژی خازن تغییر نمی‌کند. از طرفی شدت میدان الکتریکی از رابطه $E = \frac{V}{d}$ تبعیت می‌کند. ولتاژ ثابت

است (Q و C و V ثابت هستند)، پس شدت میدان الکتریکی نصف می‌شود.

۵۵ (محمدپور) - گزینه ۲

$$S = \Delta q \frac{S_r > S_l}{\Delta t_l = \Delta t_r} \rightarrow \bar{I}_r > \bar{I}_l$$

۵۶ (محمدپور) - گزینه ۳

الف درست است، زیرا علامت جریان تغییر نکرده است.

ب درست است، زیرا علامت شیب نمودار یک بار عوض شده است (مثبت بوده، سپس منفی شده است).

پ نادرست است، جریان در رسانای (۲) دو مقدار ثابت با دو علامت متفاوت داشته است (یک عدد ثابت مثبت، سپس یک عدد ثابت منفی). بنابراین در یک لحظه بیشینه نبوده است.

ت درست است، مساحت زیر نمودار جریان - زمان همواره در حال افزایش است.

۵۷ (محمدپور) - گزینه ۴

$$R = \frac{V}{I} = \frac{16/2}{0.8} = 20 \Omega$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{60}{20} = 3A$$

$$q = I \Delta t = 3 \times 24 = 72 Ah$$

۵۸ (دیارکجوری) - گزینه ۱

$$R = \frac{V}{I} = \frac{2V}{4A} = 0.5 \Omega \quad R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow 0.5 = \rho \frac{0.5}{10^{-6}} \Rightarrow \rho = 10^{-6} \Omega.m$$

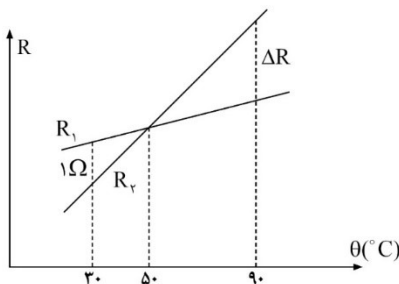
۵۹ (محمدپور) - گزینه ۳

اگر طول یک رسانا (بدون تغییر حجم) n برابر شود، مقاومت آن n^2 برابر می‌شود. پس:

$$\frac{R}{R_1} = \left(\frac{L}{L_1}\right)^2 \Rightarrow R = \frac{R_1}{L_1^2} L^2$$

یعنی نمودار باید درجه ۲ (سهمی) باشد.

۶۰ (محمدپور) - گزینه ۲



$$|\Delta R| = 2\Omega \rightarrow R_1 - R_2 = -2\Omega$$

۶۱ (دیپارکجوری) - گزینه ۱

در حالت اول، مسیر جریان از روی آمپرسنج، مقاومت 2Ω و کلید است. بنابراین مجموع مقاومت‌های درونی و بیرونی در مدار $2/5\Omega$ است و از اینجا می‌فهمیم که $\mathcal{E} = 5V$ است. در این حالت، چون ولت‌سنج به دو سر مقاومت 2Ω وصل است، عدد $V_1 = 2\Omega \times 2A = 4V$ را نشان می‌دهد.

در حالت دوم (وقتی کلید را باز کنیم)، مسیری برای عبور جریان وجود ندارد (ولت‌سنج مسیر را مسدود کرده است). پس عدد ولت‌سنج $V_2 = \mathcal{E} = 5V$ است. یعنی ۱ ولت بیشتر می‌شود.

۶۲ (دیپارکجوری) - گزینه ۳

عرض از مبدأ نمودار $V-I$ مولد برابر \mathcal{E} و قدرمطلق شیب آن برابر r است. پس: $r = 2/5\Omega$, $\mathcal{E} = 15V$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{15}{7/5} = 2A$$

$$3600 \text{ mAh} = 3/6 \text{ Ah} = 2A \times 1/8 \text{ h}$$

$$1/8 \text{ h} = 10.8 \text{ min}$$

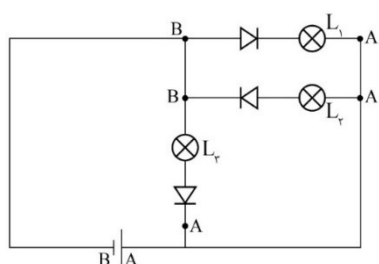
۶۳ (حیدری) - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} V &= \mathcal{E} - Ir \\ I &= \frac{\mathcal{E} + 9\mathcal{E}}{2+1+R} = \frac{10\mathcal{E}}{3+R} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V = \mathcal{E} - \frac{10\mathcal{E} \times 2}{3+R} = 0 \Rightarrow \frac{20\mathcal{E}}{3+R} = \mathcal{E} \Rightarrow 3+R = 20 \Rightarrow R = 17\Omega$$

۶۴ (حیدری) - گزینه ۱

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2} = \frac{12 - 2}{0/5 + 0/5} = 10A$$

$$V = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 12 - 10 \times 0/5 = 7V$$



فقط L_2 روشن می‌شود $\Rightarrow V_A > V_B$

۶۵ (محمدپور) - گزینه ۲

۶۶- گزینه ۳

مورد نادرست در هر ردیف به صورت زیر است:

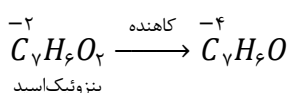
(۱) فرمول وازلین $C_{25}H_{52}$ است و در نتیجه مجموع عدد اکسایش کربن ها در آن برابر -52 است.

(۲) عدد اکسایش کربن در اوره برابر $+4$ می باشد.

(۴) نوع جاذبه بین مولکولی در استون و اندروالسی است.

۶۷- گزینه ۴

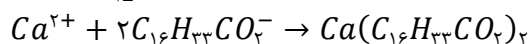
طبق واکنش زیر، در تبدیل بنزوئیک اسید به بنزآلدهید، مجموع عدد اکسایش کربن ها کاهش یافته است. پس می توان نتیجه گرفت که بنزوئیک اسید در این واکنش اکسند بوده است.



۶۸- گزینه ۲

با توجه به مول های Ca^{2+} و صابون، کل صابون رسوب می کند و نصف یون های کلسیم در ۵ لیتر محلول باقی می ماند.

کل صابون رسوب می کند \rightarrow صابون 0.3 mol $\times \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.03 \text{ mol}$



$$0.03 \text{ mol صابون} \times \frac{1 \text{ mol رسوب}}{2 \text{ mol صابون}} \times \frac{578 \text{ g رسوب}}{1 \text{ mol رسوب}} = 8.67 \text{ g رسوب}$$

$$[Ca^{2+}] \text{ نهایی} = \frac{0.15}{5} = 0.03 \text{ M} \quad (3)$$

(۴) با توجه به اینکه حل شونده از محلول اولیه به شکل رسوب خارج می شود؛ جرم محلول نهایی کم تر از مجموع جرم محلول های اولیه است.

۶۹- گزینه ۲

ابتدا مول H^+ حاصل از N_2O_5 و مول OH^- حاصل از K_2O را محاسبه می کنیم:

$$8/1 \text{ g } N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{108 \text{ g } N_2O_5} \times \frac{2 \text{ mol } H^+}{1 \text{ mol } N_2O_5} = 0.15 \text{ mol } H^+$$

$$4/7 \text{ g } K_2O \times \frac{1 \text{ mol } K_2O}{94 \text{ g } K_2O} \times \frac{2 \text{ mol } OH^-}{1 \text{ mol } K_2O} = 0.1 \text{ mol } OH^-$$

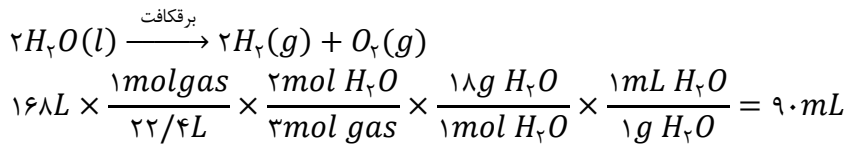
مول H^+ باقی مانده پس از خنثی شدن را محاسبه می کنیم:

$$\text{مول } H^+ \text{ باقی مانده} = 0.15 - 0.1 = 0.05 \text{ mol}$$

$$[H^+] = \frac{0.05}{20} = 2.5 \times 10^{-4} \rightarrow pH = -\log 2.5 \times 10^{-4} = 4 - 1/4 = 3.6$$

۷۰- گزینه ۳

در حضور مقدار کمی NaCl، آب برقکافت می‌شود. ابتدا مقدار آب تجزیه شده از فرایند برقکافت را مشخص می‌کنیم:



حجم آب باقی مانده: $360 - 90 = 270 \text{ mL}$

$$\text{mol NaCl}: 360 \times 10^{-3} L \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L} = 3/6 \times 10^{-5} \text{ mol}$$

$$\text{جدید } [NaCl] = \frac{3/6 \times 10^{-5}}{270 \times 10^{-3}} = 1/3 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{L}$$

سرعت واکنش برقکافت آب:

$$90 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol}}{18g} = 5 \text{ mol } H_2O$$

$$R_{\text{واکنش}} = \frac{5}{2} = 5 \frac{\text{mol}}{h}$$

۷۱- گزینه ۱

فقط عبارت «ت» نادرست است.

عنصر Z همانند فلز Mn^{2+} می‌باشد. در واکنش‌های اکسایش و کاهش هم می‌تواند اکسند و هم کاهشنده باشد.

۷۲- گزینه ۳

تغییر غلظت H^+ (pH)، تغییر غلظت Cu^{2+} ، افزایش دما و افزایش فشار گاز هیدروژن باعث تغییر ولتاژ سلول می‌شود تغییر جرم و اندازه الکترودها بر ولتاژ سلول گالوانی بی‌تأثیر است.

۷۳- گزینه ۲

موارد «پ» و «ت» نادرست بیان شده‌اند.

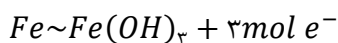
شکل درست عبارت‌های نادرست به صورت زیر است:

(پ) قسمت Z نشان دهنده غشای مبادله کننده یون هیدرونیوم می‌باشد.

(ب) X: آند (قطب منفی) و Y: کاتد (قطب مثبت) دستگاه می‌باشد.

۷۴- گزینه ۲

در اثر زنگ زدن هر مول آهن به اندازه 3 mol یون هیدروکسید به جرم ۵۱ گرم نسبت به قبل سنگین تر می‌شود:

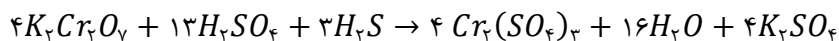


$$10/2g \times \frac{1 \text{ mol } Fe}{56g} \times \frac{3 \text{ mol } e^-}{1 \text{ mol } Fe} \times \frac{1 \text{ mol } Cr}{3 \text{ mol } e^-} \times \frac{52g}{1 \text{ mol } Cr} \times \frac{1 \text{ قاشق}}{10^{-3}g} = 10400 \text{ قاشق}$$

۷۵- گزینه ۴

عبارت‌های الف - ت درست هستند.

ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



بررسی گزینه‌ها:

$$\frac{\text{ضریب کاهنده}}{\text{ضریب اکسنده}} = \frac{H_2S}{K_2Cr_2O_7} = \frac{3}{4}$$

(ب) نادرست؛ به‌ازای مبادله ۱۲ مول الکترون، ۸ مول آب تولید می‌شود.

(پ) نادرست؛ H_2S نقش کاهنده را دارد که فاقد یون چند اتمی است.

(ت) درست؛ اتم‌های گوگرد موجود در $3H_2S$ دچار تغییر در عدد اکسایش شده‌اند، و اتم‌های گوگرد موجود در $13H_2SO_4$ دچار تغییر عدد اکسایش نشده‌اند. در نتیجه $\frac{3}{16}$ اتم‌های S نقش کاهنده را خواهند داشت.

۷۶- گزینه ۳

بالاترین عدد اکسایش این مولکول برابر +۲ می‌باشد که در کربونیل کتونی قرار دارد. عدد اکسایش کربن موجود در بخش قطبی صابون ($-COO^-$) برابر +۳ می‌باشد.

۷۷- گزینه ۱

عبارت‌های «پ» و «ت» نادرست هستند.

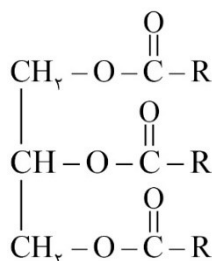
بررسی گزینه‌های نادرست:

(پ) با توجه به کم‌تر بودن E° فلز X نمی‌توان از فلز M برای محافظت شیمیایی آن استفاده کرد.

$$\text{ت) } Mg - X > X - Cu : \text{emf}$$

۷۸- گزینه ۳

emf خوردگی آهن در محیط اسیدی افزایش می‌یابد.

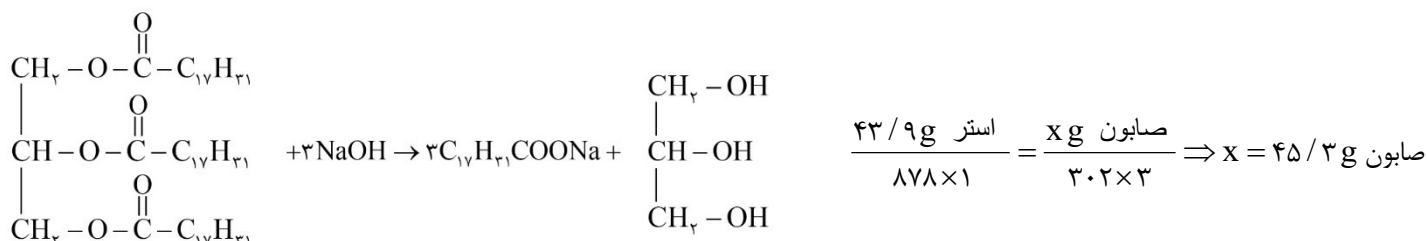


۷۹- گزینه ۳

اگر ساختار استر مورد نظر را به‌صورت روبه‌رو در نظر بگیریم،

فرمول شیمیایی آن $C_{57}H_{98}O_6$ و جرم مولی آن ۸۷۸ گرم بر مول است.

همچنین فرمول شیمیایی هر گروه R در این ترکیب $C_{17}H_{31}$ و فرمول شیمیایی صابون جامد حاصل از این ترکیب $C_{17}H_{31}COONa$ می‌باشد.



۸۰- گزینه ۲

موارد ب و پ درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) فلز Al با NaOH در آب یک پاک‌کننده خورنده است که در اثر واکنش شیمیایی انجام‌شده، گاز H_2 ، گرما و فرآورده دیگری تولید می‌کند.
ت) غلظت یون‌ها در اسیدها و بازهای ضعیف برابر $2M\alpha$ است.

$$(HX \text{ اسید}) : 2M\alpha = 2 \times 0.2 \times 0.1 = 4 \times 10^{-3}$$

$$(NH_3 \text{ محلول}) : 2M\alpha, K_b = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \approx M\alpha^2 = 10^{-5} \Rightarrow \alpha = 0.01$$

$$\Rightarrow 2M\alpha = 2 \times 0.1 \times 0.01 = 2 \times 10^{-3}$$

۸۱- گزینه ۳

ابتدا غلظت محلول HNO_3 را حساب می‌کنیم.

$$pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3} \Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \approx \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-6} = \frac{10^{-6}}{M} \Rightarrow M = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\frac{x \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{42}{100}}{84 \times 1} = \frac{0.5 \text{ mol.L}^{-1} HNO_3 \times 0.2 \text{ L}}{1}$$

$$\Rightarrow x = 200 \times 0.5 \times 0.2 = 20 \text{ g NaHCO}_3$$

۸۲- گزینه ۴

ابتدا غلظت اسید HX را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{[H^+]^2} = 2/5 \times 10^{-11} \Rightarrow [H^+] = \sqrt{\frac{10^{-14}}{2/5 \times 10^{-11}}} = \sqrt{4 \times 10^{-4}} = 0.02 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [H^+] = M\alpha = 0.02 = M \times 0.1 \Rightarrow M = 2$$

$$Ba(OH)_2 \text{ محلول} : pH = 13 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} \Rightarrow M \times n = 10^{-1} \Rightarrow 2M = 0.1 \Rightarrow M = \frac{0.1}{2} = 0.05$$

$$\Rightarrow M_1 n_1 V_1 = M_2 n_2 V_2 \Rightarrow 2 \times 1 \times 0.2 = 0.05 \times 2 \times V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{0.4}{0.1} = 4$$

ابتدا مول باقی مانده از CaCO_3 را به دست می آوریم:

$$\text{جرم مولی } \text{CaCO}_3 = 100 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{mol} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{mol} = \frac{0.25 \text{ g}}{100} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mol CaCO}_3$$

حال نسبت تعداد مول های CaCO_3 در لحظه ی مورد نظر را نسبت به تعداد مول های اولیه حساب می کنیم:

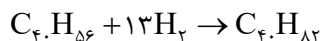
$$\frac{2.5 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-2}} = \frac{1}{8}$$

یعنی پس از گذشت ۳t تعداد مول های CaCO_3 به $\frac{1}{8}$ اولیه رسیده است.

$$3/5 \times 60 = 210 \text{ دقیقه}$$

$$t = \frac{210}{3} = 70 \text{ دقیقه}$$

مولکول لیکوین با فرمول مولکولی C_4H_8 دارای ۱۳ پیوند دوگانه است. بنابراین برای تبدیل ۱ مول از آن به فرآورده ی سیرشده ۱۳ مول H_2 مصرف می شود.



$$\text{جرم مصرفی } \text{H}_2 = 13 \times 2 = 26 \text{ g}$$

$$\text{جرم باقی مانده } \text{H}_2 = 40 - 26 = 14 \text{ g}$$

$$\text{مول اولیه } \text{H}_2 = \frac{40}{2} = 20 \text{ mol}$$

$$\text{مول باقی مانده } \text{H}_2 = \frac{14}{2} = 7 \text{ mol}$$

$$\text{زمان انجام واکنش} = \frac{\text{تغییر جرم } \text{H}_2}{\text{سرعت مصرف } \text{H}_2} = \frac{26 \text{ g}}{6.5 \text{ g.min}} = 4 \text{ دقیقه}$$

بنابراین نمودار ۳ نشان دهنده واکنش مورد نظر است.

تنها مورد (پ) سبب افزایش سرعت واکنش می شود.

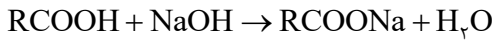
بررسی عبارت ها:

الف) افزایش فشار بر واکنش هایی مؤثر است که حداقل یکی از واکنش دهنده ها گازی باشد. در دمای اتاق، NaI جامد و Br_2 مایع است.

ب) در دمای 25°C واکنش بین H_2 و I_2 انجام نمی گیرد. بنابراین افزایش سطح تماس نیز اثری بر انجام واکنش نخواهد داشت.

پ) افزایش دما سرعت تمامی واکنش ها را افزایش می دهد.

ت) افزایش یون فسفات سبب ایجاد رسوب $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ و کاهش کاتیون Ca^{2+} می شود. همین امر باعث کاهش سرعت واکنش مورد نظر می شود.



$$50 = \frac{\text{جرم سود}}{72} \times 100 \Rightarrow 360 \text{ g NaOH} (\rightarrow 360 \text{ g H}_2\text{O})$$

حال مقدار مول آب تولید شده از مصرف ۳۶۰ گرم سود را به دست می آوریم.

$$\frac{360 \text{ g سود}}{40 \times 1} = \frac{x \text{ mol H}_2\text{O}}{1} \Rightarrow x = 9 \text{ mol H}_2\text{O} \text{ تولیدی}$$

مقدار مول آب اولیه را نیز به دست می آوریم

$$360 + 18 = 378 \Rightarrow \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} = \frac{378}{18} = 21 \text{ mol}$$

$$\text{H}_2\text{O} \text{ مجموع تعداد مول} = 21 + 9 = 30 \text{ mol}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta \text{mol}}{\Delta t} = \frac{30 \text{ mol H}_2\text{O}}{5 \times 60} = 0.1 \text{ mol.min}^{-1}$$

۸۷- گزینه ۳

الف) درست - حلبی، ورقه‌ای از آهن است که فلز قلع به صورت لایه‌ای نازک بر روی آن قرار گرفته است. برای تهیه حلبی با کمک روش آب کاری باید فلز آهن را در کاتد و فلز قلع را در آند قرار داد.

ب) نادرست - در روش آبکاری الکترولیت باید نمک به صورت محلول باشد.

پ) نادرست - آهن سفید، ورقه‌ای از آهن با روکشی نازک از جنس روی است. با قرار دادن ورقه‌ی آهنی در آند، با انجام نیم‌واکنش $\text{Fe} \rightarrow \text{Fe}^{2+} + 2e^-$ ، ورقه‌ی آهنی از بین می‌رود.

ت) نادرست - در روش آبکاری اتم‌های کاتد، کاهیده نمی‌شود. بلکه کاتیون‌های موجود در محلول کاهیده می‌شوند.

۸۸- گزینه ۴

شماره صفحه های کتاب درسی ۶۵ و ۶۶

ابتدا با توجه به اینکه اگر فراورده مایع باشد نسبت به حالت گاز باید گرمای بیشتری از دست داده و ΔH منفی تر است. گزینه ۱ را کنار می‌گذاریم. همچنین اگر در قسمت واکنش دهنده ها برخی پیوندها از همان ابتدا شکسته شده باشند، دیگر نیازی به گرما دادن به آن ها وجود ندارد و در

نتیجه ΔH منفی تر می‌شود. حال باید محاسبه کنیم که شکستن پیوند $N \equiv N$ در N_2 نیاز به گرمای بیشتری دارد یا شکستن ۳ پیوند

($H - H$) در $3H_2$ هر کدام بیشتر شد آن واکنش گرماده تر بوده و ΔH منفی تر است.

بنابراین گزینه ۴ صحیح است.

نکته: باید به این موضوع توجه کرد که پیوند N_2 به صورت $N \equiv N$ می‌باشد و آن را به صورت $N - N$ در نظر نگیریم

$$N \equiv N : 945 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$H - H : 3 \times 436 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

شماره صفحه های کتاب درسی صفحه ۶۹ و ۷۰

برای محاسبه ارزش سوختی باید میزان گرمای حاصل شده به ازای سوختن ۱ گرم ماده را محاسبه کنیم:

$$CH_4 \text{ گرم } 1 \times \frac{CH_4 \text{ مول } 1}{CH_4 \text{ گرم } 16} \times \frac{896 \text{ kJ گرم}}{CH_4 \text{ مول } 1} = 56 \text{ kJ} \rightarrow 56 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}} = CH_4 \text{ سوختی}$$

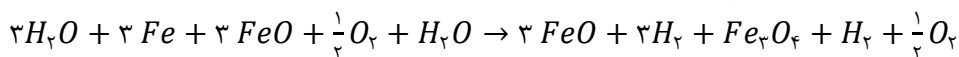
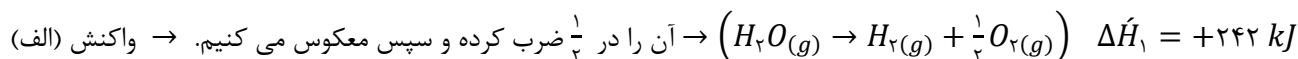
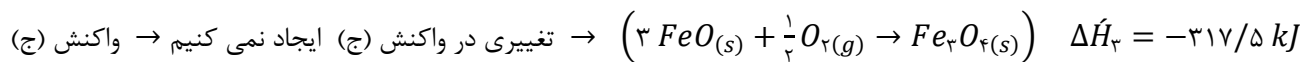
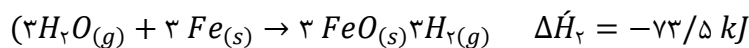
$$CH_3OH \text{ گرم } 1 \times \frac{CH_3OH \text{ مول } 1}{CH_3OH \text{ گرم } 32} \times \frac{1472 \text{ kJ گرم}}{CH_3OH \text{ مول } 2} = 23 \text{ kJ} \rightarrow 23 \frac{\text{kJ}}{\text{gr}} = CH_3OH \text{ سوختی}$$

ارزش سوختی متان به اندازه 33 kJ از ارزش سوختی متانول بیشتر است. $56 - 23 = 33 \text{ kJ}$

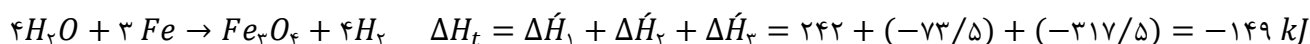
شماره صفحه های کتاب درسی صفحه ۷۲ و ۷۳

با استفاده از قانون هس و با ایجاد تغییرات در واکنش های داده شده و با جمع و تفریق آنها با یکدیگر به واکنش داده شده در صورت سوال می رسیم. بدیهی است که اگر در واکنش های داده شده جای واکنش دهنده و فرآورده را جابجا کنیم، ΔH واکنش نیز قرینه می شود، همینطور اگر واکنش را در عددی ضرب یا بر عددی تقسیم کنیم برای ΔH واکنش نیز همین موارد رخ می دهد و همچنین پس از جمع یا تفریق دو واکنش، ΔH واکنش ها نیز با هم یا از هم تفریق می شوند.

واکنش را در ۳ ضرب میکنیم



حال سه واکنش را جدید را با هم جمع می کنیم.



بنابراین در واکنش حاصل بر اثر واکنش هر ۳ مول آهن، 149 kJ گرما آزاد می شود.

$$Fe \text{ مول } 1 \times \frac{149 \text{ kJ گرم}}{3 \text{ mol Fe}} = 49/66 \text{ kJ}$$

$$Q = c \times \Delta\theta \xrightarrow{c=2483} \Delta\theta = \frac{Q}{c} = \frac{49/66 \times 10^3}{2483} = \frac{49660}{2483} = 20 \text{ k}$$