

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۱/۰۶

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۸۰	مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱ ریاضیات
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی	۳

ریاضیات



حسابان (۱)

- ۱- اگر به ازای مقادیر m متعلق به بازه (a, b) معادله $2x^2 + mx^2 + m + 6 = 0$ دارای ۴ ریشه حقیقی متمایز باشد، آن گاه بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۲- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $0 = 3 - 4(x + \frac{1}{x}) + (x + \frac{1}{x})^2$ کدام است؟
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۳- یک دنباله هندسی ۲۰۱ جمله دارد. اگر مجموع جملات آن برابر ۶۲۵ و جمله صدویکم آن برابر ۲۵ باشد، آن گاه مجموع عکس جملات این دنباله کدام است؟
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- ۴- سطح محدود به نمودار تابع $f(x) = 4 - |x| - |x - 2|$ و محور x ها کدام است؟
- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)
- ۵- مجموع عضوهای دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{4 + 3x - x^2}}{[x] + [-x] + 1}$ برابر است با:
- ۱۲ (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴)
- ۶- اگر $f(3x^2 + x + 1) = -6x^2 - 2x + 5$ ، آن گاه $f(20)$ برابر است با:
- ۲۳ (۱) ۳۰ (۲) ۲۷ (۳) ۲۷ (۴)
- ۷- اگر $f = \{(1, 2), (-1, 3), (3, 4)\}$ و $g = \{(2, 4), (3, 2), (5, -1)\}$ ، آن گاه مجموع عضوهای برد تابع $f^{-1} \circ g$ برابر است با:
- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)
- ۸- توابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ -\sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x > 0 \\ x - 2 & ; x \leq 0 \end{cases}$ از لحاظ یک به یک بودن چه وضعیتی دارند؟
- ۱) f و g هر دو یک به یک اند.
۲) f یک به یک، ولی g یک به یک نمی باشد.
۳) f نه یک به یک، نه g یک به یک است.
۴) g یک به یک، ولی f یک به یک نمی باشد.
- ۹- وارون تابع $f(x) = x^2 + x \left[\frac{x}{2} \right]$; $4 \leq x < 6$ کدام است؟
- ۱) $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{x+1}$; $4 \leq x < 6$
۲) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+1}$; $4 \leq x < 6$
۳) $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{x+1}$; $24 \leq x < 48$
۴) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+1}$; $24 \leq x < 48$
- ۱۰- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{(2^x + 2^x)(3^x + 3^x + 3^x)}{6x^2 - 2} = \frac{1}{36}$ کدام است؟
- ۶ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۱- اگر $A = \{6, x^2 + y^2\}$ و $B = \{x + y, 198\}$ و بدانیم $A \times B = B \times A$ ، حاصل $\sqrt{\frac{x^2 y}{y^2 x}} + \sqrt{\frac{y^2 x}{x^2 y}}$ کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۳۲ (۴) ۳۴

۱۲- دو مجموعه A و B به طوری که $A \cap B = \emptyset$ ، مفروض است. تعدادی از اعضای مجموعه A را به مجموعه B منتقل می‌کنیم، اگر تعداد زیرمجموعه‌های A ، $\frac{1}{4}$ تعداد زیرمجموعه‌های اولیه آن بشود و تعداد زیرمجموعه‌های B برابر ۵۱۲ شود، تعداد اعضای اولیه مجموعه B کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

۱۳- مجموعه‌های A ، B و C غیرتهی هستند. اگر تعداد عضوهای مجموعه B ، ۳ واحد بیشتر از مجموعه A و همچنین تعداد عضوهای $B \times C$ نصف تعداد عضوهای $A \times B$ و تعداد عضوهای $B \times C$ ، ۹ واحد کم‌تر از A^2 باشد، مجموعه $C \times A$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۱ (۴) ۲۴

۱۴- گزاره $\sim p \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow \sim p$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- (۱) F (۲) T (۳) p (۴) q

۱۵- اگر $C = (A' - B) \cup (A \cap B)$ باشد، حاصل $C' - (A \cap B')$ کدام است؟

- (۱) $A \cap B$ (۲) $A \cup B$ (۳) $A - B$ (۴) $B - A$

۱۶- در کدام گزینه دو پیشامد بیان شده، ناسازگار هستند؟

(۱) در پرتاب یک تاس: پیشامد «عدد فرد بیاید» و پیشامد «عدد اول بیاید»

(۲) در پرتاب یک تاس: پیشامد «عدد مضرب ۳» و پیشامد «عدد بزرگ‌تر از ۴ بیاید»

(۳) در پرتاب دو تاس: پیشامد «مجموع دو عدد ۴» و پیشامد «هر دو تاس عدد اول ظاهر شوند»

(۴) در پرتاب دو تاس: پیشامد «مجموع دو تاس عدد فرد» و پیشامد «هر دو تاس یکسان ظاهر شود»

۱۷- عددی از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 200\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این عدد مضرب ۳ است ولی مضرب عدد ۵ نیست؟

- (۱) $\frac{1}{265}$ (۲) $\frac{1}{27}$ (۳) $\frac{1}{275}$ (۴) $\frac{1}{28}$

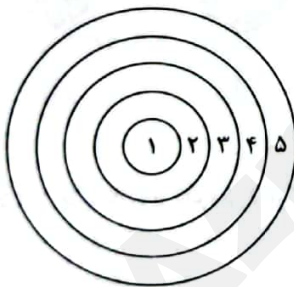
۱۸- تاسی به‌گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر عدد مربع کامل ۳ برابر احتمال آن است که عدد روی تاس مربع کامل نباشد. اگر تاس را پرتاب کنیم به چه احتمالی عدد ظاهر شده مضرب ۳ است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{35}$

۱۹- در تیراندازی به یک صفحه دایره‌ای شکل که مطابق شکل از ۵ ناحیه مجزا تشکیل شده است، احتمال

اصابت به ناحیه k ام، $x(k-1)$ است. احتمال اصابت به ناحیه چهارم چقدر است؟ (مرز بین دو ناحیه را

جزء ناحیه کوچک‌تر حساب کنید)



- (۱) $\frac{1}{11}$ (۲) $\frac{2}{11}$

- (۳) $\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{4}{11}$

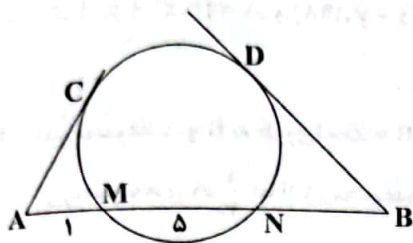
۲۰- اگر فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{a, b\}$ ، $B = \{b, d\}$ و $C = \{b, c, e\}$ پیشامدهایی از این فضای

نمونه‌ای و $P(A) = \frac{1}{4}$ ، $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(C) = \frac{1}{3}$ باشد، آن‌گاه $P(A' \cap B')$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{7}{24}$

هندسه (۲)

۲۱- در شکل زیر اگر طول مماس BD دو برابر مماس AC باشد، آنگاه اندازه BN کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۲- دایرهٔ محاطی یک دوزنقهٔ متساوی‌الساقین در نقاط M و N بر ساق‌های دوزنقه مماس است. اگر نسبت قاعده‌های دوزنقه $\frac{1}{3}$ باشد، اندازهٔ

کمان MN در دایره چند درجه است؟

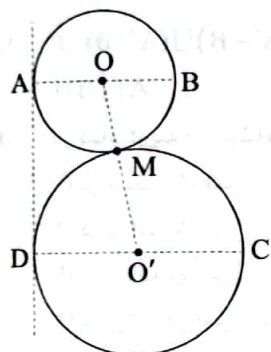
۱۵۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۹۰ (۲)

۶۰ (۱)

۲۳- در شکل زیر AD مماس مشترک دو دایرهٔ مماس خارج است و قطرهای AB و CD رسم شده‌اند. کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟



(الف) خط‌های AC ، BD در M متقاطعند.

(ب) مساحت چهارضلعی‌های $AOO'D$ و $BOO'C$ برابر است.

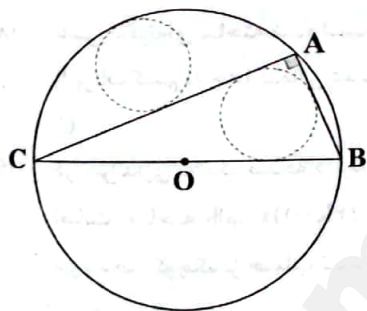
(۱) فقط (الف)

(۲) فقط (ب)

(۳) هر دو

(۴) هیچ‌کدام

۲۴- در شکل زیر $BC = 13$ قطر دایره بزرگ‌تر است. اگر دو دایره کوچک‌تر برابر باشند، شعاع آن‌ها چقدر است؟

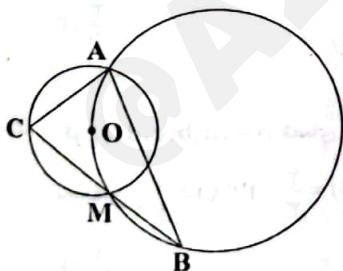


۳ (۱)

۲ (۲)

 $\sqrt{5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴)

۲۵- در شکل زیر دایرهٔ بزرگ‌تر از مرکز دایره کوچک‌تر می‌گذرد و دو دایره در نقاط M و A متقاطع‌اند. اگر $\hat{B} = 40^\circ$ آنگاه اندازه زاویه C کدام است؟



۵۰° (۱)

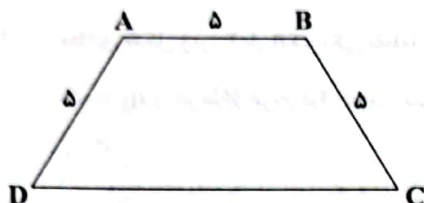
۶۰° (۲)

۷۰° (۳)

۸۰° (۴)

محل انجام محاسبات

- ۲۶- در مثلث ABC با $AB=5$ ، $AC=12$ و $BC=13$ ، نیمساز خارجی A و نیمساز داخلی C در M متقاطع اند. فاصله M تا ضلع AB چقدر است؟
 ۵ (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴)
- ۲۷- نقطه $A(2, 2)$ را نسبت به محور x بازتاب می دهیم تا به نقطه A' برسیم. مساحت مثلث AOA' کدام است؟ (O مبدأ مختصات است).
 ۴ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)
- ۲۸- در دوزنقه متساوی الساقین شکل زیر، اگر بازتاب یافته رأس A نسبت به قطر BD بر وسط قاعده CD منطبق باشد، آن گاه مساحت دوزنقه کدام است؟



$$\frac{75\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{45\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{75\sqrt{3}}{4} \quad (3)$$

$$\frac{45\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

- ۲۹- معادله محور بازتابی که نقطه $A(1, 5)$ را روی $A'(-1, -1)$ تصویر می کند، کدام است؟

$$x + 3y = 6 \quad (4)$$

$$2x + y = 2 \quad (3)$$

$$x + 2y = 4 \quad (2)$$

$$3x + y = 2 \quad (1)$$

- ۳۰- چند مورد از گزاره های زیر در مورد تبدیل بازتاب همواره درست است؟

الف) در بازتاب، جهت شکل عوض می شود.

ب) هر نقطه روی محور بازتاب، نقطه ثابت تبدیل محسوب می شود.

ج) اگر شیب خط L تحت بازتاب نسبت به محور d تغییر نکند آن گاه L بر محور d عمود است.

(۴) هیچ کدام

(۳) ۱

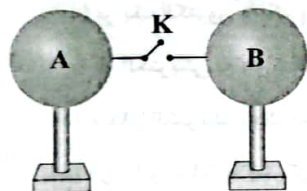
(۲) ۲

(۱) ۳

فیزیک



- ۳۱- در شکل زیر، کره ها رسانا و مشابه هستند. اگر کلید K بسته شود، بار کره B قرینه می گردد. در این صورت چه رابطه ای بین بارهای کره A و B قبل از اتصال کلید برقرار بوده است؟



$$q_A = 3q_B \quad (1)$$

$$q_B = -3q_A \quad (2)$$

$$q_A = -3q_B \quad (3)$$

(۴) اظهارنظر دقیق نمی توان کرد.

- ۳۲- با توجه به جدول سری الکتروسیته مالشی زیر، دو جسم B و C را با جسم A، جداگانه مالش می دهیم. در اثر مالش جسم B با جسم A، کدام یک دارای بار مثبت خواهد شد و از بین این سه جسم در این آزمایش، کدام یک تعداد الکترون بیشتری دریافت خواهد کرد؟ (به ترتیب از راست به چپ)

انتهای مثبت سری
A
B
C
انتهای منفی سری

$$C - A \quad (1)$$

$$B - A \quad (2)$$

$$A - C \quad (3)$$

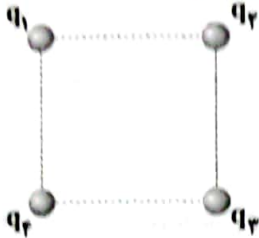
$$A - B \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۳۳- بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = -2\mu\text{C}$ ، $q_2 = 8\mu\text{C}$ ، $q_3 = -1\mu\text{C}$ به ترتیب در مکان‌های $A(-2, 1)$ ، $B(2, 1)$ و $C(2, 2)$ هستند. بردار برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر بر حسب بردارهای یک‌گانه در \hat{i} در کدام گزینه به درستی آمده است؟
 ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ و مختصات‌های داده شده بر حسب سانتی‌متر هستند.)

$$(1) -\vec{i} + 8\vec{j} \quad (2) \vec{i} - 8\vec{j} \quad (3) -\vec{i} + 6\vec{j} \quad (4) 2\vec{i} - 8\vec{j}$$

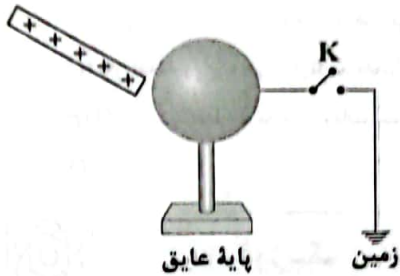
۳۴- مطابق شکل زیر، ۴ بار الکتریکی نقطه‌ای در رأس‌های یک مربع ثابت شده‌اند و بارهای q_1 و q_2 در حال تعادل هستند. اگر بار الکتریکی مثبت q_3 را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن از طرف چهار بار دیگر در کدام جهت خواهد بود؟



- (1) ↗
 (2) ↘
 (3) ←
 (4) →

(۴) نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_3 صفر خواهد بود.

۳۵- در شکل زیر، میله‌های رسانا با بار الکتریکی مثبت را به یک کره رسانای خنثی نزدیک می‌کنیم. در این حالت، اگر کلید K باز باشد، بار الکتریکی کره و اگر کلید K بسته باشد، بار الکتریکی کره است.



- (1) منفی - خنثی
 (2) خنثی - مثبت
 (3) منفی - مثبت
 (4) خنثی - منفی

۳۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت، به نوع بار جابه‌جا شده بین دو نقطه بستگی دارد.
 ب) بر یک الکترون و یک پروتون به یک اندازه نیرو در میدان الکتریکی یکنواخت وارد می‌شود.
 ج) بار الکتریکی به هر شکلی در میدان الکتریکی یکنواخت حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر خواهد کرد.
 د) میدان الکتریکی، یک کمیت برداری است.
 هـ) در مائش شانه پلاستیکی با موهای سر، بار منتقل شده از مرتبه میلی‌کولن است.

- (1) ۴ (2) ۳ (3) ۲ (4) ۱

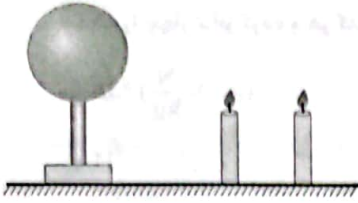
۳۷- بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 12\mu\text{C}$ را به دو قسمت q_1 و q_2 تقسیم نموده و آن‌ها را به فاصله ۶۰ میلی‌متری از یکدیگر قرار می‌دهیم. به ترتیب بارهای q_1 و q_2 چند میکروکولن باشند تا نیروی دافعه بین این دو بار الکتریکی بیشینه باشد و اندازه این نیرو چند نیوتون

$$\text{است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

- (1) $q_1 = 6\mu\text{C}$ و $q_2 = 6\mu\text{C}$ و ۹۰
 (2) $q_1 = 6\mu\text{C}$ و $q_2 = 6\mu\text{C}$ و ۹۰۰
 (3) $q_1 = 10\mu\text{C}$ و $q_2 = 2\mu\text{C}$ و ۹۰
 (4) $q_1 = 10\mu\text{C}$ و $q_2 = 2\mu\text{C}$ و ۹۰۰

محل انجام محاسبات

۳۸- دو شمع یکی در فاصله نزدیک و دیگری در فاصله دورتر از کلاهک یک مولد واندوگراف که دارای بار منفی است، قرار دارد. برای شعله‌های شمع چه اتفاقی می‌افتد؟



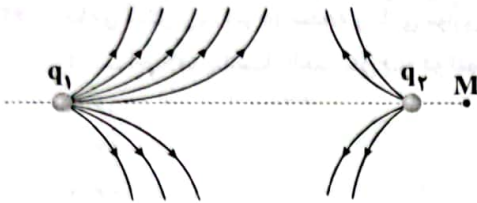
(۱) هر دو شعله شمع از کلاهک دور می‌شوند.

(۲) هر دو شعله شمع به کلاهک نزدیک می‌شوند.

(۳) شعله شمع نزدیک‌تر از کلاهک دور و شعله شمع دورتر، به کلاهک نزدیک می‌شود.

(۴) شعله شمع نزدیک‌تر به سمت کلاهک منحرف می‌شود، اما شعله شمع دورتر تغییر زیادی ندارد.

۳۹- شکل زیر، بخشی از خطوط میدان الکتریکی را در اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 نشان می‌دهد. اندازه کدام بار بزرگ‌تر است و جهت میدان الکتریکی در نقطه M ، روی خط واصل دو بار چگونه است؟



(۱) q_1 و ←

(۲) q_2 و ←

(۳) q_1 و →

(۴) q_2 و →

۴۰- چهار بار الکتریکی نقطه‌ای q_1, q_2, q_3, q_4 در یک صفحه قرار گرفته‌اند. اگر $\vec{F}_{12} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ ، $\vec{F}_{13} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ و $\vec{F}_{14} = 8\vec{i} - 2\vec{j}$ (برحسب SI) باشد، بزرگی برآیند میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار دیگر در نقطه‌ای که بار الکتریکی $q_4 = 2\mu\text{C}$ در آن قرار دارد. چند واحد SI است؟

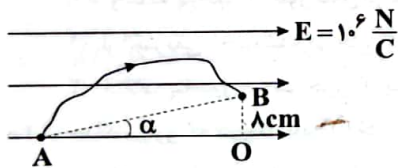
$$5 \times 10^7 \text{ (۴)}$$

$$2/5 \times 10^7 \text{ (۳)}$$

$$5 \times 10^6 \text{ (۲)}$$

$$2/5 \times 10^6 \text{ (۱)}$$

۴۱- بار $q = -2\mu\text{C}$ با طی کردن مسیر نشان داده شده در شکل زیر از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. بزرگی کار انجام شده توسط میدان الکتریکی روی ذره چند ژول است؟ ($\tan \alpha = \frac{4}{5}$)



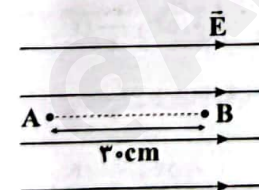
(۱) ۵

(۲) ۰/۲

(۳) ۲

(۴) ۱۰

۴۲- مطابق شکل زیر، بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 8\mu\text{C}$ را در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $6 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ از نقطه A رها می‌کنیم. اگر بار تا نقطه B جابه‌جا شود و انرژی جنبشی آن در نقطه B برابر با 12mJ باشد، چند میلی‌ژول انرژی صرف غلبه بر نیروهای مقاوم در این جابه‌جایی شده است؟ (از نیروی وزن بار صرف نظر کنید).



(۱) ۲/۴

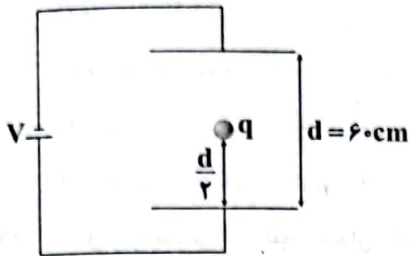
(۲) ۴/۸

(۳) ۹/۶

(۴) ۱۴/۴

محل انجام محاسبات

۴۲- مطابق شکل زیر، ذره باردار با بار q و جرم m بین دو صفحه یک خازن تخت در حالت تعادل قرار دارد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو صفحه را چهار برابر کرده و هر کدام از صفحات را به اندازه $\frac{d}{4}$ از هم دور کنیم، ذره با تندی چند متر بر ثانیه و به کدام صفحه‌ای برخورد می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



می‌کند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

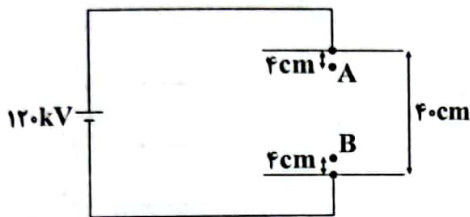
(۱) $\sqrt{12}$ - بالایی

(۲) $\sqrt{12}$ - پایینی

(۳) $\sqrt{6}$ - بالایی

(۴) $\sqrt{6}$ - پایینی

۴۴- مطابق شکل زیر، اگر دو صفحه رسانای موازی در قسمتی از مدار قرار بگیرند، به گونه‌ای که به اختلاف پتانسیل الکتریکی 120 kV متصل باشند، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه A و B چند کیلوولت خواهد بود؟



(۱) ۱۶

(۲) ۳۲

(۳) ۶۴

(۴) ۹۶

۴۵- از سقف یک هواپیمای در حال پرواز، یک آونگ الکتریکی با بار مثبت آویزان است که نسبت به هواپیما در حال سکون قرار دارد. اگر هواپیما در مسیر پرواز وارد یک میدان الکتریکی قوی شود، آونگ الکتریکی

(۱) تحت تأثیر میدان الکتریکی خارج از هواپیما قرار نمی‌گیرد.

(۲) تا خارج شدن هواپیما از میدان، به نوسان در می‌آید.

(۳) در خلاف جهت میدان الکتریکی منحرف می‌شود.

(۴) در جهت میدان الکتریکی منحرف می‌شود.

۴۶- کولن ولت معادل است با

(۱) اهم

(۲) ژول

(۳) فاراد

(۴) آمپر

۴۷- خازن تختی را که دی‌الکتریک آن هوا است، توسط یک باتری شارژ کرده‌ایم. در حالی که خازن به باتری متصل است، فضای بین صفحات آن را به وسیله پارافین به طور کامل پر می‌کنیم. در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱) بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن کاهش می‌یابد.

(۲) ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

(۳) اختلاف پتانسیل دو سر خازن افزایش می‌یابد.

(۴) انرژی ذخیره‌شده در خازن افزایش می‌یابد.

۴۸- حداکثر باری که در یک باتری ذخیره می‌شود، 6000 mAh است. اگر تا هنگام تخلیه کامل آن اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن به طور متوسط برابر ۵ ولت باشد، این باتری چند کیلوژول انرژی به مدار می‌دهد؟

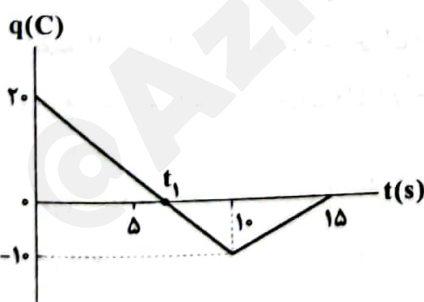
(۱) ۵۰

(۲) ۱۰۸

(۳) ۸۴

(۴) ۱۰۰

۴۹- نمودار بار عبوری بر حسب زمان از سطح مقطع یک رسانا، مطابق شکل زیر است. لحظه t_1 بر حسب ثانیه و اندازه شدت جریان متوسط عبوری از این رسانا در بازه زمانی $t = 5 \text{ s}$ تا $t = 15 \text{ s}$ بر حسب آمپر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



(۱) $\frac{20}{3}$ و 0.5

(۲) $\frac{20}{3}$ و 0.52

(۳) $\frac{20}{6}$ و 0.5

(۴) $\frac{20}{6}$ و 0.52

محل انجام محاسبات

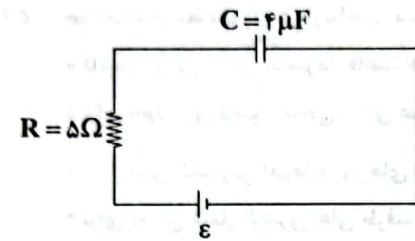
۵۰- دو سیم رسانای هم جنس و هم طول داریم. سیم A توپر و به قطر $2r$ و سیم B توخالی و به شعاع خارجی x و شعاع داخلی r است. اگر مقاومت الکتریکی دو سیم برابر باشد، شعاع خارجی سیم B در کدام گزینه به درستی آمده است؟

- (۱) $r\sqrt{2}$ (۲) $r\sqrt{3}$ (۳) $2r$ (۴) $\frac{r}{2}$

۵۱- ابعاد یک رسانا به شکل مکعب مستطیل به صورت L ، $2L$ و $3L$ می باشد. اگر جریان از یک وجه وارد و از وجه دیگر خارج شود، نسبت بیشترین مقاومت به کمترین مقاومت در کدام گزینه به درستی آمده است؟

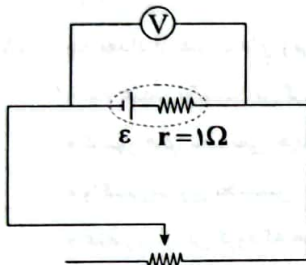
- (۱) ۹ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۵۲- در مدار زیر، ابتدا بین صفحات خازن تخت، هوا وجود دارد. اگر برای وارد کردن دی الکتریکی با ثابت $\kappa = 3$ و $\frac{1}{3}$ کردن فاصله بین صفحات این خازن، ۴ میلی ژول کار انجام شود، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟ (باتری را آرمانی در نظر بگیرید.)



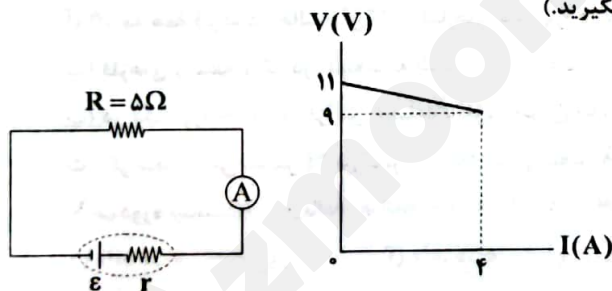
- (۱) ۲۵ (۲) $5\sqrt{10}$ (۳) ۲۵۰ (۴) ۵۰

۵۳- در مدار شکل مقابل، اگر مقاومت رنوستا 8Ω باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری V است. مقاومت رنوستا را چند اهم و چگونه تغییر دهیم تا اختلاف پتانسیل دو سر باتری ۷۵ درصد کاهش یابد؟



- (۱) $\frac{54}{V}$ - کاهش (۲) $\frac{54}{V}$ - افزایش (۳) $\frac{52}{V}$ - کاهش (۴) $\frac{52}{V}$ - افزایش

۵۴- نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب جریان عبوری از آن مطابق شکل زیر است. اگر این باتری را در مداری به شکل زیر قرار دهیم، آمپرسنج چند آمپر را نشان می دهد؟ (آمپرسنج را ایده آل در نظر بگیرید.)



- (۱) $1/5$ (۲) ۳ (۳) $2/5$ (۴) ۲

۵۵- دو سیم مسی و آلومینیومی در یک دمای معین، دارای مقاومت الکتریکی مساوی هستند. چگالی مس برابر $\frac{g}{cm^3}$ و چگالی آلومینیوم برابر

با $\frac{2}{7} \frac{g}{cm^3}$ و مقاومت ویژه سیم آلومینیومی، ۲ برابر مقاومت ویژه سیم مسی است. اگر طول سیم آلومینیومی، ۳ برابر طول سیم مسی بوده

و جرم سیم آلومینیومی ۵۴ گرم باشد، جرم سیم مسی چند گرم است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

شیمی



۵۶- در دوره سوم جدول تناوبی دو عنصر نفلز X و E وجود دارد که در دما و فشار اتاق به حالت جامدند. چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با آنها درست است؟ ($Z_E > Z_X$)

- تفاوت شعاع اتمی X و E بیشتر از تفاوت شعاع اتمی E و عنصر پس از آن است.
- در آخرین زیرلایه اتمهای X و E به ترتیب ۳ و ۴ الکترون وجود دارد.
- نخستین عنصرهای همگروه با X و E در دما و فشار اتاق، گازی شکلاند.
- نمونههایی از عنصر E به حالت آزاد در طبیعت یافت شده است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۷- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با عنصرهای واسطه درست است؟

- کاتیون برخی از این عناصر، قاعده هشت تایی را رعایت می کنند.
- برای نام گذاری کاتیون برخی از این عناصر مانند آهن و روی باید از اعداد رومی استفاده کرد.

• در آرایش الکترونی آنها و یونهای این عناصر به جای آرایش مورد انتظار $3d^4$ و $3d^9$ ، آرایش الکترونی $3d^5$ و $3d^{10}$ دیده می شود.

• برای تعیین شمار الکترونهای ظرفیت اتمهای آنها، کفایت الکترونهای آخرین زیرلایه d را با عدد ۲ جمع کرد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۸- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با عنصرهای گروه چهاردهم درست است؟ (از دوره هفتم چشم پوشی کنید.)

- سه عنصر نخست این گروه با به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش گاز نجیب دوره خود می رسند.
- کاتیونهای تک اتمی چهارمین و پنجمین عنصر این گروه، قاعده هشت تایی را رعایت نمی کنند.
- واکنش پذیری نخستین عنصر این گروه بیشتر از دومین عنصر این گروه است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۹- کدام مطالب زیر درست اند؟

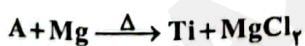
- (آ) اگرچه همه فلزها در حالت های کلی رفتارهای مشابهی دارند اما تفاوت های قابل توجهی میان آنها وجود دارد.
- (ب) فلزهای واسطه ای که در طبیعت به شکل ترکیب یافت می شوند شامل یکی از دو آنیون کربنات یا اکسید هستند.
- (پ) در یک دوره جدول با افزایش خصلت نافلز، نیروی جاذبه ای که هسته به الکترون ها وارد می کند، افزایش می یابد.
- (ت) اگر شعاع اتمی عنصر M بزرگ تر از شعاع اتمی عنصر X باشد، می توان نتیجه گرفت که شمار لایه های الکترونی M بیشتر است (M و X هم دوره نیستند).

۴ «پ»، «ت»

۳ «ب»، «ت»

۲ «آ»، «پ»

۱ «ا»، «ب»



۶۰- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش مقابل درست است؟

- هر واحد فرمولی از ترکیب A شامل ۵ اتم است.
- اگر به جای A از Fe_2O_3 استفاده شود، واکنش انجام ناپذیر است.
- وجود گاز اکسیژن در محیط مانع از انجام واکنش می شود.
- باید این واکنش را در حضور گاز لیتروژن (جو بی اثر) انجام داد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

۶۱- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- فلز تیتانیوم با آهن (III) اکسید به طور طبیعی واکنش می‌دهد.
- هر کدام از یون‌های نقره و مس (II) می‌توانند با فلز روی واکنش دهند.
- فلزی که چگالی آن کم، استحکام آن بالا و در بدنه دوچرخه به کار می‌رود، جزو فلزهای اصلی است.
- در یک دوره جدول تناوبی، روند تغییر شعاع اتمی، مشابه روند تغییر خصلت فلزی است.

۴ (۴)

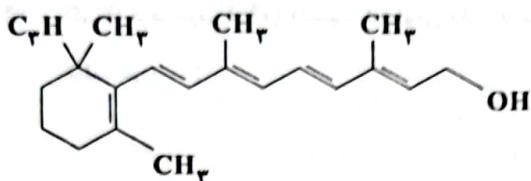
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۲- اگر ۰/۴ مول از ترکیب زیر با مقدار کافی برم واکنش دهد، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟

(C=۱۲, H=۱, O=۱۶, Br=۸۰: g.mol⁻¹)



۴۸۶/۴ (۱)

۳۷۰/۴ (۲)

۲۷۴/۴ (۳)

۴۳۴/۴ (۴)

۶۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- ۱، ۲- دی برمواتان و اتانول از نظر رنگ مشابه هم هستند.
- بنزن و سیکلوهگزان جزو هیدروکربن‌های سازنده نفت خام هستند.
- گشتاور دوقطبی مولکول‌های سازنده چربی‌ها به طور دقیق برابر با صفر نیست.
- واکنش پذیری آلکین‌ها به دلیل وجود پیوند مستحکم C≡C، بسیار پایین است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- از روی ظاهر هگزان و ۱- هگزن می‌توان این دو هیدروکربن را از هم تشخیص داد.
- حالت فیزیکی هگزان و ۱، ۲- دی برمواتان در دما و فشار اتاق، یکسان است.
- نقطه ذوب نفتالن بالاتر از نقطه ذوب دکان است.
- برای تولید پلیمرها، الیاف و پلاستیک، آلکن‌ها هیدروکربن‌هایی مناسب‌تر از آلکین‌ها و آلکان‌ها هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۵- چند ساختار متفاوت می‌توان در نظر گرفت که از نظر فرمول مولکولی و شمار پیوندهای دوگانه، همانند نفتالن باشد؟

۴ (۴) بیش از ۲

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۶۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با کربن نادرست است؟

- عنصر کربن در خاتمه شماره ۶ جدول دوره‌ای جای داشته و اتم آن شامل ۳ زیرلایه دو الکترونی است.
- اتم کربن فقط می‌تواند الکترون‌هایش را با اتم‌های دیگر به اشتراک بگذارد و به همین علت در ترکیب‌های یونی، ردپایی از این عنصر دیده نمی‌شود.
- اتم کربن در ساختار تمامی هیدروکربن‌ها، چه خطی یا حلقوی و چه سیرشده یا سیرنشده، فاقد جفت الکترون ناپیوندی است.
- الماس و گرافیت تنها دو نمونه از آلوتروپ‌های کربن هستند و از این عنصر، آلوتروپ‌های دیگری نیز شناخته و یا ساخته شده است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

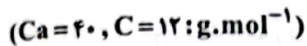
صفر (۱)

محل انجام محاسبات

۶۷- تفاوت شمار اتم‌های کربن و هیدروژن آلکان A برابر با ۱۱ است. چند ساختار شاخه‌دار برای آلکان A می‌توان در نظر گرفت که نام آن به «هگزان» ختم شده و دارای ۴ گروه CH_3 باشد؟

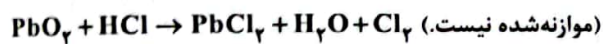
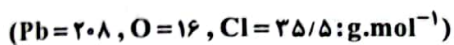
- ۴ (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)

۶۸- نمونه‌ای از CaC_2 ناخالص به جرم $2/56 \text{ kg}$ در واکنش با مقدار کافی آب، دو ترکیب A و کلسیم اکسید را تولید می‌کند. اگر بدانیم A سبک‌ترین هیدروکربن سیرنشده و حجم آن در شرایط STP برابر با 538 لیتر باشد، درصد خلوص CaC_2 به تقریب کدام است؟

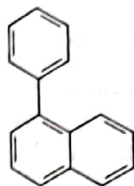


- ۵۰ (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۸۰ (۴)

۶۹- اگر 12 گرم سرب (IV) اکسید با خلوص 80% با مقدار کافی هیدروکلریک اسید واکنش دهد، با فرض بازده 51% چند گرم سرب (II) کلرید تولید می‌شود؟



- ۱۱/۳۸ (۱) ۱۰/۹۸ (۲) ۵/۶۹ (۳) ۵/۴۹ (۴)



۷۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با ساختار مقابل درست است؟

• شمار اتم‌های کربن آن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن مولکول ۲، ۳ - دی متیل پنتان است.

• جرم مولی آن برابر با مجموع جرم مولی بنزن و نفتالن است.

• شمار پیوندهای C-H در مولکول آن برابر با شمار همین پیوندها در ۲ - هگزان است.

• شمار اتم‌های کربنی که با هیچ اتم هیدروژنی پیوند ندارند در ساختار این مولکول، دو برابر شمار همین پیوندها در ۲، ۲، ۴ - تری متیل پنتان است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۱- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر می‌توان شماره‌ها (اعداد) را حذف کرد بدون این‌که اشکالی در تشخیص آن ترکیب به وجود آید؟

• ۱، ۲، ۳، ۲ - تترا متیل بوتان

• ۱، ۲ - دی برمواتان

• ۱ - متیل - ۱ - پروپن

• ۳ - اتیل پنتان

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با بنزین و خوراک پتروشیمی (a)، نفت کوره (b)، گازوییل (c) و نفت سفید (d) درست است؟

• در نفت سنگین کشورهای عربی مشابه نفت برنت دریای شمال، درصد b بیشتر از سایر اجزا است.

• جزئی که درصد آن در نفت سنگین ایران کم‌تر از سایر اجزا است برای تولید سوخت هواپیما مناسب است.

• فراریت c بیشتر از b است.

• در برج تقطیر نفت خام، a در ارتفاع بالاتری نسبت به d و d نیز در ارتفاع بالاتری نسبت به c و b قرار دارد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات

- ۷۳- اگر شمار اتم‌های هیدروژن آلکن A و آلکین B با هم برابر باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟ ($C=12, H=1: g.mol^{-1}$)
- تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی دو مولکول برابر با ۲ است.
 - هر مول B برای سوختن کامل در مقایسه با هر مول A، یک مول بیشتر اکسیژن مصرف می‌کند.
 - نسبت ظرفیت گرمایی یک مول B به گرمای ویژه آن، بزرگ‌تر از همین نسبت برای A است.
 - تفاوت شمار پیوند C—C دو مولکول برابر با یک است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۷۴- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش گازهای هیدروژن و کلر (در دمای ثابت) درست است؟ این واکنش در دمای اتاق به آرامی انجام می‌شود.

- سطح انرژی فراورده، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است.
- از مخلوط کردن فراورده با آب، محلولی به دست می‌آید که با آهن واکنش داده و طی آن گاز هیدروژن تولید می‌شود.
- گرمای مبادله‌شده در این واکنش ناشی از تفاوت میان مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۷۵- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با روغن زیتون درست است؟

- اگر با جذب مقدار یکسانی گرما، دمای نمونه‌ای آب و نمونه‌ای از روغن زیتون، به یک میزان افزایش یابد، جرم آب کم‌تر بوده است.
- روغن زیتون همانند برخی از چربی‌ها می‌تواند با برم مایع واکنش دهد.
- مقایسه میان نقطه ذوب روغن زیتون و چربی هم کربن با آن، مشابه مقایسه میان واکنش‌پذیری آن‌ها است.
- گرمای ویژه روغن زیتون از فلزهایی مانند نقره، طلا و آلومینیم، بیشتر است.

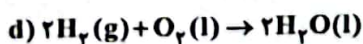
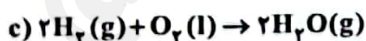
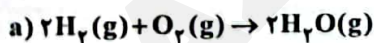
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۷۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- یک ویژگی بنیادی در همه واکنش‌ها، داد و ستد گرما با محیط پیرامون است.
- گرمای یک واکنش به دما و فشار انجام واکنش بستگی دارد.
- گرما یکی از ویژگی‌های هر نمونه ماده است و می‌تواند برای توصیف آن به کار رود.
- هر کیلو ژول گرما معادل $1 \text{ kg.m}^2 . \text{s}^{-2}$ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

- ۷۷- مقدار گرمای مبادله‌شده در کدام دو واکنش، بیشترین تفاوت را با هم دارند؟



d, a (۴)

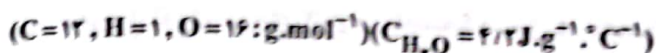
d, b (۳)

c, b (۲)

c, a (۱)

محل انجام محاسبات

۷۸- اگر گرمای حاصل از سوختن کامل ۲/۷ گرم گلوکز، دمای دو کیلوگرم آب را 7°C افزایش دهد، بر اثر سوختن کامل نمونه‌ای از گلوکز که طی آن $148/8$ گرم فراورده تولید می‌شود، چند کیلوژول گرما آزاد خواهد شد؟



۲۴۲۲ (۴)

۲۲۲۴ (۳)

۱۸۵۶ (۲)

۱۵۶۸ (۱)

۷۹- دو نمونه از گاز هیدروژن در دو واکنش جداگانه به ترتیب با مقداری گاز N_2 و مقداری گاز N_2H_4 واکنش داده و در نهایت در هر واکنش یک مول آمونیاک تولید می‌شود. چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با این دو واکنش درست است؟

• تفاوت حجم گاز H_2 در دو واکنش با فرض شرایط STP برابر با $44/8\text{L}$ است.

• در هر دو واکنش مقداری گرما آزاد می‌شود.

• مقدار گرمای مبادله شده در واکنش مربوط به مصرف N_2 ، کم‌تر از مقدار گرمای مبادله شده در واکنش دیگر است.

• مخلوط H_2 و N_2 در مقایسه با مخلوط H_2 و N_2H_4 پایدارتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

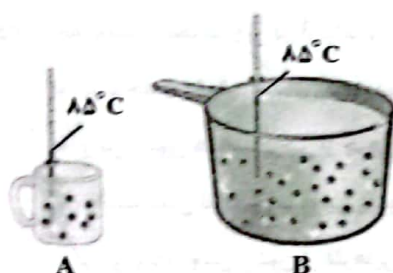
۸۰- با توجه به شکل نشان داده شده که به یک مایع خالص مربوط می‌شود، کدام موارد درست است؟

(آ) ظرفیت گرمایی دو ظرف برابر است.

(ب) میانگین انرژی جنبشی مولکول‌ها در دو ظرف برابر است.

(پ) اگر محتویات دو ظرف به یکدیگر اضافه شوند، ظرفیت گرمایی ویژه ثابت می‌ماند.

(ت) اگر دمای ظرف A، 10°C پایین بیاید، گرمای ویژه آن نسبت به ظرف B، کاهش چشمگیری پیدا می‌کند.



«پ»، «ب» (۴)

«ت»، «ب» (۳)

«آ»، «ت» (۲)

«آ»، «پ» (۱)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۱/۰۶

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه یازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه	تعداد سوال: ۸۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایش علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۱	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	آمار و احتمال	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۲	
۳۰ دقیقه	۵۵	۳۱	۲۵	فیزیک	۲
۲۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	شیمی	۳

$f(3x^2 + x + 1) = -2(3x^2 + x) + 5$

۱ ۶

$3x^2 + x = 19 \rightarrow f(19) = -2 \times 19 + 5 = -33$

$f^{-1} = \{(2, 1), (3, -1), (4, 2)\}$

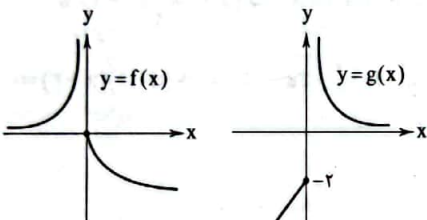
۲ ۷

$$\begin{cases} 2 \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f^{-1}} 2 \\ 3 \xrightarrow{g} 2 \xrightarrow{f^{-1}} 1 \\ 5 \xrightarrow{g} -1 \xrightarrow{f^{-1}} \text{تعریف نشده} \end{cases}$$

$\Rightarrow f^{-1} \circ g = \{(2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow R_{f^{-1} \circ g} = \{2, 1\}$

\Rightarrow مجموع اعضای برد $= 2 + 1 = 3$

۱ ۸



ملاحظه می کنید که هر دو تابع یک به یک اند.

۳ ۹

$f \leq x < 6 \Rightarrow 2 \leq \frac{x}{2} < 3 \xrightarrow{\left[\frac{x}{2}\right]=2} f(x) = x^2 + 2x$

$\Rightarrow (x = y^2 + 2y; f \leq y < 6) \Rightarrow (y+1)^2 = x+1 \Rightarrow |y+1| = \sqrt{x+1}$

$\xrightarrow{f \leq y < 6} y+1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = -1 + \sqrt{x+1}$

منا: $D_f = [4, 6] \Rightarrow (f(4) = 24, f(6) = 48)$

$\Rightarrow R_f = D_{f^{-1}} = [24, 48)$

$\frac{2 \times 2^x \times 3 \times 3^x}{6^x - 4} = \frac{1}{36} \Rightarrow 6 \times 6^x \times 6^{-x^2 + 4} = 6^{-2}$

۴ ۱۰

$\Rightarrow 1 + x - x^2 + 4 = -2 \Rightarrow x^2 - x - 7 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = -7$

چون $A \times B = B \times A$ و B مجموعه های غیر تهی و A است

۴ ۱۱

پس $A = B$ است بنابراین:

$x + y = 6, x^2 + y^2 = 198$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2(x+y)(xy) \Rightarrow 198 = 6^2 - 2(6)xy$

$\Rightarrow 18xy = 18 \Rightarrow xy = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{y} \\ y = \frac{1}{x} \end{cases}$

$\sqrt{\frac{x^y}{y^x}} + \sqrt{\frac{y^x}{x^y}} = \sqrt{\frac{x^y}{(\frac{1}{x})^x}} + \sqrt{\frac{y^x}{(\frac{1}{y})^y}} = \sqrt{x^{x+y}} + \sqrt{y^{x+y}}$

$= \sqrt{x^6} + \sqrt{y^6} = x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 6^3 - 3(1)(6) = 216$



۲ ۱

باید دو ریشه مثبت داشته باشد.

$\Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 48 > 0 \Rightarrow m < -4$ یا $m > 12$ (۱)

$\left\{ \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m+6}{2} > 0 \Rightarrow m > -6 \right.$ (۲)

$\left. \left\{ -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow -\frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0 \right. \right.$ (۳)

از اشتراک (۱)، (۲) و (۳) جواب به دست می آید.

$\Rightarrow -6 < m < -4 \Rightarrow b - a = 2$

۳ ۲

$x + \frac{1}{x} = t \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow t = 1$ یا 3

$\begin{cases} x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = 3 \\ x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$

۱ ۳

$S_{r,1} = 625 \Rightarrow a_1 \times \frac{1 - q^{r+1}}{1 - q} = 625$

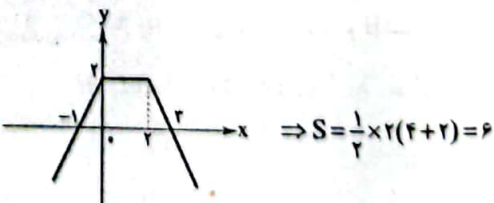
$a_{1,1} = 25 \Rightarrow a_1 q^{100} = 25$

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{r+1}} = \frac{1}{a_1} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^r} \right)$

$= \frac{1}{a_1} \times \frac{1 - (\frac{1}{q})^{r+1}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{1}{a_1} \times \frac{q^{r+1} - 1}{q - 1} = \frac{1}{a_1} \times \frac{q^{r+1} - 1}{q^{r+1}(q - 1)}$

$= \frac{a_1(q^{r+1} - 1)}{q - 1} \times \left(\frac{1}{a_1 q^{r+1}} \right)^r = 625 \times \left(\frac{1}{25} \right)^r = 1$

۳ ۴



۴ ۵

$\begin{cases} 4 + 2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 4 \\ \lfloor x \rfloor + \lfloor -x \rfloor + 1 \neq 0 \Rightarrow x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Rightarrow D_f = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow$ مجموع اعضای دامنه $= 9$

۱۷ اگر A و B دو زیرمجموعه از S باشند که A مضرب عدد ۳ و B مضرب عدد ۵ باشند داریم:

$$n(A) = \left[\frac{200}{3} \right] = 66 \quad n(A \cap B) = \left[\frac{200}{15} \right] = 13$$

$$n(A-B) = n(A) - n(A \cap B) = 66 - 13 = 53$$

$$P(A-B) = \frac{n(A-B)}{n(S)} = \frac{53}{200} = 0,265$$

۱۸

i	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P(i)	۳x	x	x	۳x	x	x

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$$

$$\Rightarrow 10x = 1 \Rightarrow x = 0,1$$

$$P(\{2,6\}) = x + x = 2x = 0,2$$

۱۹

k	۱	۲	۳	۴	۵
P(k)	۳x	۷x	۱۱x	۱۵x	۱۹x

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1 \Rightarrow 55x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{55}$$

$$P(4) = 15x = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$$

۲۰

$$P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow P(a) + 2P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 2P(b) + \underbrace{P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e)} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow 2P(b) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(b) = \frac{1}{8}$$

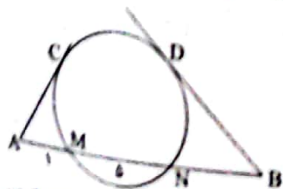
$$A' \cap B' = \{c, e\}$$

$$P(A' \cap B') = P(c) + P(e)$$

$$= P(\{b, c, e\}) - P(b) = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

۲۱ از روابط طولی برای نقاط A و B استفاده کنیم

$$BD = 2AC \Rightarrow BD^2 = 4AC^2 \Rightarrow BN \cdot BM = 4AM \cdot AN$$



$$\Rightarrow BN(BN + 5) = 4(1)(6)$$

$$\Rightarrow BN^2 + 5BN - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} BN = 3 \\ BN = -8 \text{ غیق} \end{cases}$$

۱۲ اگر مجموعه A دارای n عضو باشد و x عضو از عضوهای مجموعه A را به B منتقل کنیم:

$$\frac{n}{n-x} = 4 \Rightarrow n^2 = 4(n-x) \Rightarrow n^2 = 4n - 4x \Rightarrow x = \frac{4n - n^2}{4}$$

اگر مجموعه B دارای y عضو باشد و ۲ عضو از A به B منتقل شود داریم:

$$2y + 2 = 512 \Rightarrow y + 2 = 256 \Rightarrow y = 254$$

۱۳ اگر به ترتیب A, B, C دارای a, b و c عضو باشند داریم:

$$b = a + 2$$

$$|B \times C| = \frac{1}{4} |A \times B| \Rightarrow b \times c = \frac{1}{4} a \times b \Rightarrow c = \frac{1}{4} a$$

$$|B \times C| + 9 = |A|^2 \Rightarrow b \times c + 9 = a^2 \Rightarrow (a+2) \left(\frac{1}{4} a \right) + 9 = a^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} a^2 + \frac{2}{4} a + 9 = a^2 \Rightarrow a^2 - 2a - 18 = 0 \Rightarrow (a-6)(a+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = -3 \text{ غیق} \end{cases}$$

بنابراین b=9 و c=3 است

$$|A \times C| = |A| \times |C| = a \times c = 18$$

۱۴

$$\sim [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow \sim p \equiv \sim [(\sim p \vee q) \vee q] \Rightarrow \sim p$$

$$\equiv [(p \wedge \sim q) \vee q] \vee (\sim p) \equiv [(p \vee q) \wedge (\sim q \vee q)] \vee (\sim p)$$

$$\equiv (p \vee q) \vee (\sim p) \equiv (p \vee \sim p) \vee q \equiv T \vee q \equiv T$$

۱۵

$$C' = [(A' - B) \cup (A \cap B)]' = [(A' \cap B') \cup (A \cap B)]'$$

$$= [(A' \cap B')' \cap (A \cap B)'] = (A \cup B) \cap (A' \cup B')$$

$$C' - (A \cap B') = [(A \cup B) \cap (A' \cup B')] \cap (A \cap B')$$

$$= (A \cup B) \cap [(A' \cup B') \cap (A \cap B)']$$

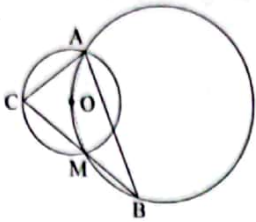
$$= (A \cup B) \cap [A' \cup (B' \cap B)] = (A \cup B) \cap A'$$

$$= (A \cap A') \cup (B \cap A') = B - A$$

۱۶

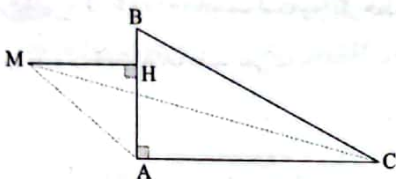
زمانی دو پیشامد ناسازگار هستند که با هم اشتراکی نداشته باشند. در مورد گزینه (۱) مجموعه {۳, ۵} اشتراک دو مجموعه است. در مورد گزینه (۲) مجموعه {۶} اشتراک دو مجموعه است و در مورد گزینه (۳) مجموعه {(۲, ۲)} اشتراک دو مجموعه است بنابراین دو مجموعه ناسازگار نیستند و در مورد گزینه (۴) اشتراک دو پیشامد تهی است بنابراین این دو پیشامد ناسازگار هستند.

۲۵ از O به A و M وصل می‌کنیم. با توجه به زاویه محاطی B در دایره بزرگ‌تر داریم:



$\hat{B} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AOM} = 80^\circ \Rightarrow \widehat{ABM} = 280^\circ \Rightarrow \widehat{AOM} = 140^\circ$
 همچنین در دایره کوچک‌تر زاویه \widehat{AOM} مرکزی و زاویه \widehat{ACM} محاطی است، بنابراین:

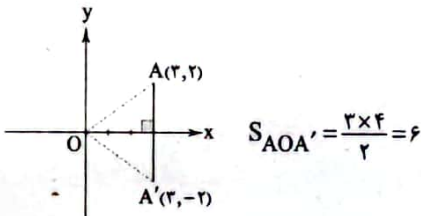
۲۶ مثلث در رأس A قائمه است و مطابق شکل، نقطه M مرکز دایره محاطی خارجی روبه‌رو به رأس C از مثلث ABC است پس:



$$MH = r_c = \frac{S}{P-c} = \frac{\frac{5 \times 12}{2}}{\frac{5+12+13}{2}-5}$$

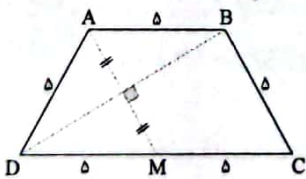
$$\Rightarrow MH = \frac{30}{10} = 3$$

۲۷ مطابق شکل نقطه $A'(3, -2)$ به دست می‌آید و مساحت مثلث AOA' برابر است با:



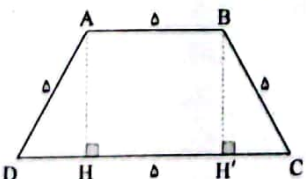
$$S_{AOA'} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

۲۸ با توجه به ویژگی بازتاب داریم:



$$DA = DM = 5 \Rightarrow CD = 10$$

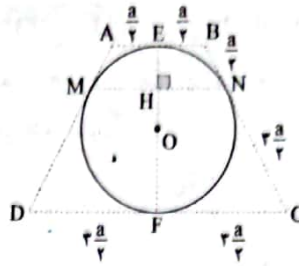
حال از رأس‌های A و B ارتفاع رسم می‌کنیم:



$$HH' = AB = 5 \Rightarrow DH = CH' = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{(5+10) \times \frac{5\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{75\sqrt{3}}{4}$$

۲۲ مطابق شکل اگر نقاط E و F محل تماس‌های قاعده‌های دوزنقه با دایره باشند آن‌گاه داریم:



$$AE = AM = BE = BN = \frac{a}{2}$$

$$DM = DF = CF = CN = \frac{3a}{2}$$

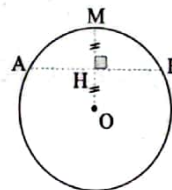
طبق قضیه تالس در دوزنقه داریم:

$$\frac{EH}{HF} = \frac{BN}{NC} = \frac{1}{2}$$

همچنین می‌دانیم نقطه O (مرکز دایره) وسط EF است بنابراین MN

عمودمنصف شعاع OE از دایره است پس $\widehat{MN} = 120^\circ$
 نکته: کمان نظیر وتری از دایره که عمودمنصف یک شعاع از دایره است، برابر 120° می‌باشد:

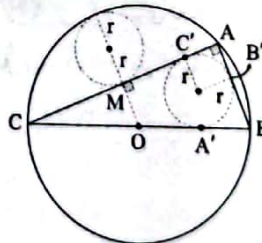
$\widehat{AB} = 120^\circ \Leftrightarrow$ AB عمودمنصف OM است.



۲۳ گزاره «الف» درست است زیرا AC و BD هر دو از نقطه M می‌گذرند و محل برخورد قطرهای دوزنقه ABCD است.

گزاره «ب» درست است زیرا نقاط O و O' وسط‌های دو قاعده دوزنقه ABCD هستند و OO' دوزنقه را نصف می‌کند.

۲۴ شعاع دایره‌های کوچک‌تر را r در نظر می‌گیریم.



بنابراین $OM = \frac{13}{2} - 2r$ از طرفی طبق عکس قضیه تالس:

$$OM = \frac{1}{2}AB \Rightarrow AB = 13 - 4r$$

$$\Rightarrow BA' = BB' = 13 - 5r \Rightarrow A'C = CC' = 5r, AC = 6r$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (13 - 4r)^2 + (6r)^2 = 13^2 \Rightarrow r = 2$$

فیزیک



۲۱ ۳ بار کره های A و B را قبل از اتصال q_A و q_B می نامیم. بار هر دو کره بعد از اتصال q' بوده که طبق اطلاعات سؤال برابر با قرینه q_B می باشد، بنابراین:

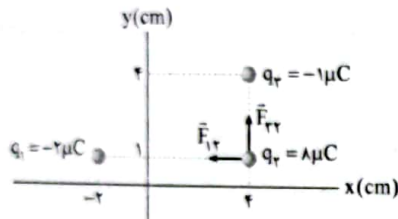
$$q' = \frac{q_A + q_B}{2} \quad q' = -q_B \rightarrow -q_B = \frac{q_A + q_B}{2}$$

$$\Rightarrow -2q_B = q_A + q_B \Rightarrow -3q_B = q_A$$

۲۲ ۱ می دانیم که در جدول سری الکتروسیسته مالشی، از بالا به پایین، تمایل به گرفتن الکترون افزایش می یابد.

بنابراین در اثر مالش اجسام B و C با جسم A، جسم A دارای بار مثبت و جسم های B و C دارای بار منفی خواهند شد و نیز جسم C الکترون بیشتری دریافت خواهد کرد.

۲۳ ۱ ابتدا مکان قرارگیری بارها و نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 را رسم می کنیم:



با استفاده از قانون کولن، اندازه هر کدام از نیروها را به دست می آوریم:

$$F_{12} = \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}} = 40 \text{ N}$$

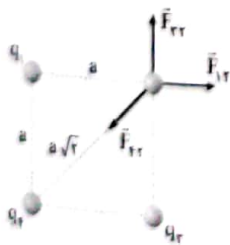
$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -40 \vec{i} \text{ (N)}$$

$$F_{23} = \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 1 \times 10^{-6} \times 8 \times 10^{-6}}{3^2 \times 10^{-4}} = 80 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{23} = 80 \vec{j} \text{ (N)}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_T = -40 \vec{i} + 80 \vec{j} \text{ (N)}$$

۲۴ ۴ برای تعادل بار q_3 ، باید بارهای q_1 و q_2 برابر باشند و بار $2\sqrt{2} \cdot q_1$ برابر آن ها باشد.

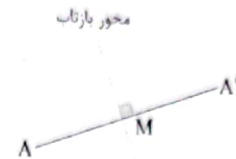


$$\vec{F}_{23} = \vec{F}_{12} \text{ و } \vec{F}_{12} \text{ برابند } \Rightarrow \frac{k|q_2||q_3|}{ra^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{a^2} \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2}|q_1|$$

علامت q_2 و q_1 مخالف است $\rightarrow q_2 = -2\sqrt{2}q_1$

۲۹ ۴ محور بازتاب باید عمود منصف AA' باشد یعنی از وسط AA' می گذرد و بر آن عمود است.



$$M = \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2} \right) = (0, 2)$$

$$\text{شیب } AA' = \frac{y_A - y_{A'}}{x_A - x_{A'}} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow \text{شیب محور} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{معادله محور بازتاب: } y - 2 = -\frac{1}{3}x \Rightarrow 3y + x = 6$$

۳۰ ۲ گزاره (ج) نادرست است زیرا اگر خط L با محور d موازی باشد نیز شیب آن تحت بازتاب تغییر نمی کند.

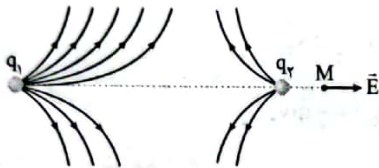
۳۷) ۱) می‌دانیم دو بار الکتریکی که مجموع آن‌ها مقدار ثابتی است، در یک فاصله معین در حالتی بیشترین نیرو را به یکدیگر وارد می‌کنند که اندازه‌شان با هم برابر باشد، بنابراین باید بار اولیه $q = 12 \mu\text{C}$ را نصف کنیم تا بارهای q_1 و q_2 هر کدام برابر $6 \mu\text{C}$ شوند.
با استفاده از قانون کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(60 \times 10^{-3})^2} = 90 \text{ N}$$

۳۸) ۴) شعله شمع، دارای بار مثبت است، بنابراین شعله شمع نزدیک‌تر به سمت کلاهک منحرف می‌شود، اما شعله شمع دورتر به واسطه فاصله بیشتر از کلاهک، تغییر زیادی ندارد.

۳۹) ۳) چون خطوط میدان در اطراف بار q_1 متراکم‌تر است، پس اندازه بار q_1 بزرگ‌تر است.

چون خطوط میدان از هر دو بار خارج شده است، بنابراین هر دو بار، مثبت هستند و نیز در نقطه M ، میدان الکتریکی حاصل از هر دو بار، هم‌جهت و به سمت راست است.



۴۰) ۲) ابتدا لازم است برابری نیروهای وارد بر بار q_2 را محاسبه کرده و به کمک آن برابری میدان برابری را حساب کنیم، بنابراین ابتدا تمام نیروهای وارد بر بار q_2 را به دست می‌آوریم:
طبق قانون سوم نیوتون داریم:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} \Rightarrow \vec{F}_{21} = -2\vec{i} + 3\vec{j} \text{ (N)}$$

$$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32} \Rightarrow \vec{F}_{23} = -8\vec{i} + 2\vec{j} \text{ (N)}$$

بنابراین بردار برابری نیروهای وارد بر بار q_2 برابر است با:

$$\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{i} + 3\vec{j} - 8\vec{i} + 2\vec{j} = -6\vec{i} + 8\vec{j} \text{ (N)}$$

اندازه برابری نیروهای وارد بر بار q_2 برابر است با:

$$F = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = 10 \text{ N}$$

بنابراین اندازه برابری میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار دیگر در مکانی که بار q_2 قرار گرفته است، برابر است با:

$$F = E|q| \Rightarrow E = \frac{F}{|q|} = \frac{10}{2 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۴۱) ۲) کار میدان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_E = -E|q|d \cos \alpha$$

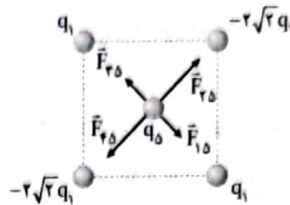
در رابطه بالا، عبارت $d \cos \alpha$ برابر میزان جابه‌جایی بار الکتریکی در راستای خطوط میدان یا همان AO در این سؤال است. AO را به کمک روابط مثلثاتی محاسبه می‌کنیم:

$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{OB}{OA} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{8}{OA} \Rightarrow OA = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$W_E = 10^6 \times 2 \times 10^{-6} \times 0.1 = 0.2 \text{ J}$$

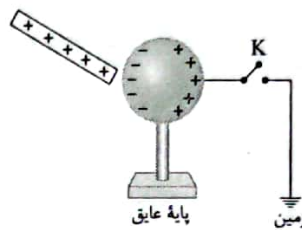
بنابراین:

به همین ترتیب برای تعادل بار q_4 نیز باید بار q_2 ، $2\sqrt{2}$ برابر q_1 باشد، بنابراین می‌توان به شکل زیر رسید:



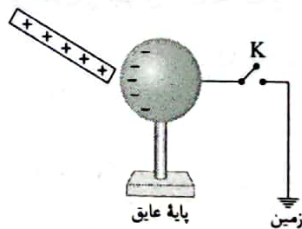
همان‌گونه که در شکل می‌بینید، نیروهایی که بارها به بار q_0 در مرکز مربع وارد می‌کنند، دوتایی یکدیگر را خنثی کرده‌اند و نیروی خالصی به q_0 وارد نمی‌شود.

۳۵) ۴) ابتدا سؤال را در حالتی بررسی می‌کنیم که کلید K باز باشد:



در این حالت، وقتی میله با بار الکتریکی مثبت را به کره نزدیک کنیم، بارهای الکتریکی منفی در سمت نزدیک‌تر کره به میله و بارهای الکتریکی مثبت در سمت دورتر کره نسبت به میله القا می‌شوند. با این حال اگر چه تعدادی از بارهای کره تفکیک شده است، ولی هم‌چنان مجموع بارهای مثبت و منفی آن با هم برابر است و در نتیجه بار خالص کره خنثی است.

در حالتی که کلید K بسته باشد:



در این حالت تعدادی الکترون از زمین به کره رسانا منتقل شده و بارهای الکتریکی مثبت کره را خنثی می‌کند. به این ترتیب بار خالص منفی در کره القا می‌شود.

۳۶) ۲) بررسی عبارتها،

(الف) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی میدان الکتریکی و فاصله آن دو نقطه از یکدیگر بستگی دارد. (*)

(ب) الکترون و پروتون هر دو اندازه بار یکسانی دارند، پس نیروی وارد بر هر دو در یک میدان الکتریکی یکنواخت به یک اندازه است. (✓)

(ج) اگر بار الکتریکی عمود بر خطوط میدان الکتریکی یکنواخت حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نخواهد کرد. (*)

(د) میدان الکتریکی دارای جهت و اندازه است، بنابراین یک کمیت برداری است. (✓)

(ه) طبق متن کتاب درسی، بار منتقل شده در این حالت از مرتبه نانو کولن است، نه میلی کولن. (*)

۴۸ ۱ بار ذخیره شده در باتری و حسب کولن برابر است با

$$q = 4000 \text{ mA} \cdot \text{s} = 4000 \times 10^{-3} \times 2500 = 10000 \text{ C}$$

انرژی که باتری به مدار می‌دهد برابر است با

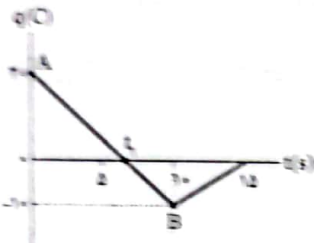
$$\Delta U = q \Delta V = 10000 \times 2 = 20000 \text{ J} = 20 \text{ kJ}$$

۴۹ ۱ می‌تایم شیب خط نمودار $q-t$ برابر با شدت جریان

الکتریکی متوسط است. با توجه به این که شیب خط AB ثابت است بنابراین

جریان عبوری در لحظه t_1 برابر با شدت جریان الکتریکی متوسط در بازه

زمانی $t=0$ تا $t=10\text{s}$ است بنابراین:



$$AB_{\text{شیب}} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-20}{10} = -2 \text{ A}$$

از طرفی شیب خط AC برابر است با:

$$AC_{\text{شیب}} = -2 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{20}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{20}{2} \text{ s}$$

اندازه شدت جریان متوسط عبوری از رسانا در بازه زمانی $t=2\text{s}$ تا $t=12\text{s}$

برابر است با:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1} = \frac{-20 - 0}{12 - 2} = -2 \text{ A} \Rightarrow |I| = 2 \text{ A}$$

بار الکتریکی عبوری از سطح مقطع رسانا در لحظه $t=2\text{s}$ برابر است با:

$$AB_{\text{شیب}} = -2 \Rightarrow -2 = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = -10 \text{ C}$$

$$\Rightarrow q_2 - 20 = -10 \Rightarrow q_2 = 10 \text{ C}$$

۵۰ ۱ با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} \quad \frac{R_B}{R_A} = \frac{R_A \cdot \rho_B}{\rho_A \cdot R_B} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B}$$

$$1 = \frac{A_A}{A_B} \Rightarrow 1 = \frac{\pi r^2}{\pi (x^2 - r^2)} \Rightarrow r^2 = x^2 - r^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 2r^2 \Rightarrow x = r\sqrt{2}$$

۵۱ ۱ با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ کمترین مقاومت زمانی است که

جریان از بزرگترین وجه مکعب مستطیل وارد رسانا شود و بزرگترین مقاومت

زمانی است که جریان از کوچکترین وجه مکعب مستطیل وارد رسانا شود. بنابراین:

$$R_{\min} = \rho \frac{L_{\min}}{A_{\max}} \Rightarrow R = \rho \frac{L}{\epsilon L} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$R_{\max} = \rho \frac{L_{\max}}{A_{\min}} \Rightarrow R_{\max} = \rho \frac{\epsilon L}{\epsilon L} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{\frac{\rho}{\epsilon}}{\frac{\rho}{\epsilon}} = 1$$

۴۲ ۱ کار نیروی مقاوم را W_1 و کار نیروی میدان را W_2 در نظر

می‌گیریم و طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_1 + W_2 = \Delta K \Rightarrow W_1 + E|q|d \cos \alpha = K_f - K_i \Rightarrow \frac{E = 6 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}}, q = 4 \mu\text{C}, \alpha = 0}{d = 2 \times 10^{-2} \text{ m}, \Delta K = 12 \text{ mJ}}$$

$$W_1 + (6 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-2} \times 1) = 12 \times 10^{-3}$$

$$\Rightarrow W_1 = -2/4 \text{ mJ}$$

۴۳ ۱ در حالت اول، ذره در حال تعادل است، بنابراین:

$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \quad (1)$$

$$E = \frac{\Delta V}{d} \Rightarrow \frac{E'}{E} = \frac{\Delta V'}{\Delta V} \times \frac{d}{d'} \quad \frac{d' = 2d}{\Delta V' = 4\Delta V} \Rightarrow \frac{E'}{E} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad (2)$$

با افزایش میدان الکتریکی، بنابراین نیروی الکتریکی وارد بر ذره هم افزایش

می‌یابد و ذره به سمت صفحه بالایی حرکت می‌کند و طبق قضیه کار - انرژی

جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow W_E + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\xrightarrow{v_i = 0} E'|q|d - mgd = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} 2mgd - mgd = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 2gd \Rightarrow v_f^2 = 2 \times 10 \times 0.6 = 12 \Rightarrow v_f = \sqrt{12} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۴ ۴ میدان الکتریکی بین دو صفحه تخت رسانای باردار، یکنواخت

است، بنابراین:

$$E_{\text{کل}} = E_{AB}$$

$$\frac{E = \Delta V}{d} \rightarrow \left(\frac{\Delta V}{d}\right)_{\text{کل}} = \left(\frac{\Delta V}{d}\right)_{AB} \Rightarrow \frac{120}{40} = \frac{\Delta V_{AB}}{22}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{AB} = 96 \text{ kV}$$

۴۵ ۱ می‌دانیم که داخل جسم رسانا، میدان الکتریکی برابر صفر

است و داخل هواپیما نیز مانند داخل جسم رسانا است، بنابراین آونگ متکور

تحت تأثیر میدان الکتریکی خارج از هواپیما قرار نمی‌گیرد.

۴۶ ۲ طبق رابطه $U = \frac{1}{2} qV$ ، زول معادل کولن ولت می‌باشد.

۴۷ ۴ بررسی گزینه‌ها:

۱ و ۳) چون خازن به باتری متصل است، اختلاف پتانسیل بین دو صفحه

خازن، ثابت می‌ماند، بنابراین طبق رابطه $Q = CV$ ، با افزایش ظرفیت خازن،

بار الکتریکی ذخیره شده در خازن نیز افزایش می‌یابد. (*)

۲) چون ضریب دی‌الکتریک هوا یا خلأ برابر با ۱ است، بنابراین با افزایش κ

(پر کردن فضای بین صفحات با پارافین منجر به این امر می‌گردد)، طبق

رابطه $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. (*)

۴) مطابق رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، چون C افزایش یافته و V ثابت است، در

نتیجه انرژی ذخیره شده در خازن (U) نیز افزایش می‌یابد. (✓)

۵۵ ۲ مسی داریم در دمای ثابت، مقاومت الکتریکی از

رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می آید، بنابراین:

$$\frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \times \frac{L_{Cu}}{L_{Al}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \rightarrow \frac{R_{Cu}}{R_{Al}} = \frac{\rho_{Cu}}{\rho_{Al}} \times \frac{L_{Cu}}{L_{Al}} = 2 \rho_{Cu} \rightarrow$$

$$1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = 4$$

با داشتن نسبت مساحت سطح مقطع سیمها می توان نسبت حجم آنها را نیز محاسبه کرد. توجه کنید که سطح مقطع هر دو سیم به شکل دایره بوده،

بنابراین سیم به شکل استوانه خواهد بود، در نتیجه: $V_{استوانه} = AL$

$$\frac{V_{Al}}{V_{Cu}} = \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Al}}{L_{Cu}} \Rightarrow \frac{V_{Al}}{V_{Cu}} = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow V_{Al} = 8V_{Cu}$$

با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{V_{Al}} \rightarrow \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} \times \frac{1}{8} \rightarrow m_{Al} = 8 \rho_{Al} \times \frac{m_{Cu}}{\rho_{Cu}}$$

$$\frac{2.7}{9} = \frac{\Delta f}{m_{Cu}} \times \frac{V_{Cu}}{8V_{Cu}} \Rightarrow \frac{2.7}{9} = \frac{\Delta f}{m_{Cu}} \times \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{2.7}{9} = \frac{\Delta f}{8m_{Cu}}$$

$$\Rightarrow m_{Cu} = \frac{4 \Delta f}{8 \times 9} = 10g$$

۵۲ ۲ ظرفیت خازن در حالت نهایی برابر است با:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow \frac{C_1}{4} = \frac{1}{1} \times \frac{d}{\frac{1}{2}d} \Rightarrow C_1 = 2C_2 = 2 \mu F$$

کار انجام شده برابر با تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن است، بنابراین:

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times V^2 = 2V^2 \mu J$$

$$U_2 = \frac{1}{2} C_2 V^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times V^2 = 2V^2 \mu J$$

$$\Rightarrow \Delta U = 2V^2 - 2V^2 = 0 \mu J$$

$$4 \times 10^{-2} = 2V^2 \times 10^{-6} \Rightarrow V^2 = \frac{4 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-6}} = 20000 \Rightarrow V = 141.4V$$

۵۳ ۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ۷۵ درصد کاهش یافته است،

بنابراین:

$$V_2 = V_1 - \frac{75}{100} V_1 \Rightarrow V_2 = \frac{1}{4} V_1$$

ولتسنج هم اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می دهد و هم اختلاف

پتانسیل دو سر مقاومت رنوستا را، بنابراین:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_2 R_2}{I_1 R_1} = \frac{(\frac{\epsilon}{r+R_2}) R_2}{(\frac{\epsilon}{r+R_1}) R_1} = \frac{R_2}{R_1} \times \frac{r+R_1}{r+R_2}$$

$$\frac{R_2}{1+R_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_2 = \frac{1}{3} \Omega$$

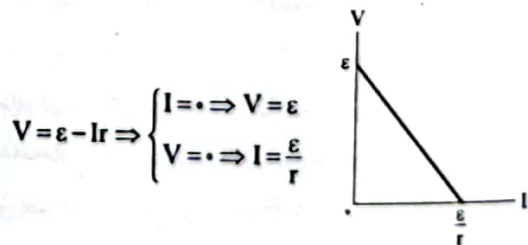
$$R_2 - R_1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3} \Omega$$

بنابراین:

در نتیجه باید مقاومت رنوستا $\frac{2}{3} \Omega$ کاهش یابد.

۵۴ ۴ نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک باتری بر حسب

جریان عبوری از آن در حالت کلی به شکل زیر است:



از طرفی می دانیم که اندازه شیب نمودار $V-I$ در باتری برابر با مقاومت

داخلی باتری است، بنابراین با توجه به نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} \epsilon = 11V \\ r = \frac{11-9}{2} = \frac{2}{2} = 1 \Omega \end{cases}$$

امپرسنج جریان اصلی مدار را نشان می دهد، بنابراین:

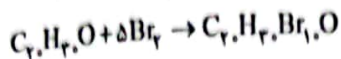
$$I = \frac{\epsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{11}{5+1} = \frac{11}{6} = 1.83A$$

شیمی

۶۱ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارات درست هستند.

فلزی که در بدنه دوچرخه از آن استفاده می‌شود، فلز واسطه Ti است.

۶۲ ۴ فرمول ترکیب داده شده به صورت C_7H_8O بوده و هر مول از آن دارای ۵ مول پیوند دوگانه و با ۵ مول Br_2 واکنش می‌دهد:



$$\frac{0.2 \text{ mol } C_7H_8O}{1} = \frac{x \text{ g فرآورده}}{1 \times 10^8} \Rightarrow x = 434/4 \text{ g}$$

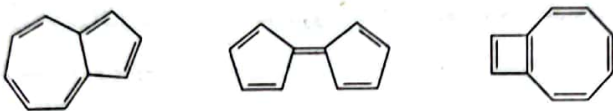
۶۳ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارات درست هستند.

آلکین‌ها ترکیباتی سیرنشده‌اند و واکنش‌پذیری زیادی دارند.

۶۴ ۳ به جز عبارت نخست، سایر عبارات درست هستند.

هگزان و ۱-هگزن، هر دو مایعی بی‌رنگ هستند.

۶۵ ۴ فرمول مولکولی هر کدام از ساختارهای زیر همانند نفتالن به صورت $C_{10}H_8$ بوده و مانند آن دارای ۵ پیوند دوگانه هستند:



۶۶ ۴ فقط عبارت دوم نادرست است.

بررسی عبارتها:

• اتم C شامل ۳ زیرلایه دوالکترونی است: $1s^2 2s^2 2p^2$

• به عنوان نمونه در ترکیب یونی Na_2CO_3 ، عنصر کربن دیده می‌شود.

• تمامی هیدروکربن‌ها فاقد جفت الکترون ناپیوندی هستند.

• گرافیت و الماس فقط دو نمونه از دگرشکل‌های کربنی هستند.

• فولرن، کربن آمورف، کربن نانوتیوب و ... نمونه‌های دیگری از دگرشکل‌های کربن هستند.

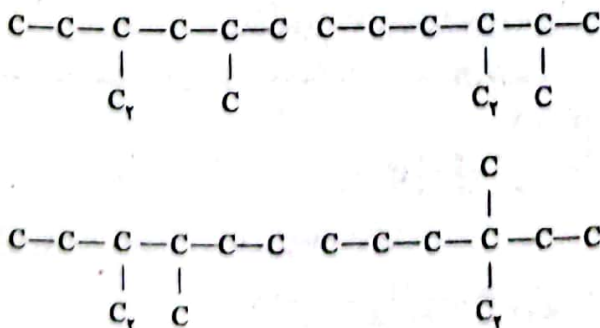
۶۷ ۱ فرمول عمومی آلکان A را به صورت C_nH_{2n+2} در نظر

می‌گیریم:

$$(2n+2) - (n) = 11 \Rightarrow n+2 = 11 \Rightarrow n = 9$$

آلکان C_9H_{20} :

برای این‌که آلکان مورد نظر دارای چهار گروه $-CH_3$ باشد، باید شمار شاخه‌های فرعی آن برابر با ۲ باشد. هر شاخه دارای یک گروه $-CH_3$ بوده و زنجیر اصلی نیز دارای ۲ گروه $-CH_3$ است:



۵۶ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

• عنصرهای X و E به ترتیب ^{15}P و ^{16}S هستند.

• تفاوت شعاع اتمی S و P بیشتر از تفاوت شعاع اتمی S و Cl است.

• آرایش الکترونی اتم‌های P و S به ترتیب به زیرلایه‌های $3p^3$ و $3p^4$ ختم می‌شود.

• S و P در گروه‌های ۱۵ و ۱۶ جدول جای دارند. نخستین عنصرهای این

گروه‌ها یعنی نیتروژن و اکسیژن در دما و فشار اتاق، گازی شکل‌اند.

• نمونه‌هایی از گوگرد به حالت آزاد در طبیعت یافت شده است.

۵۷ ۴ فقط عبارت نخست درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

• برای نام‌گذاری کاتیون روی (Zn^{2+}) از عدد رومی استفاده نمی‌شود.

• در آرایش الکترونی برخی از یون‌های واسطه، آرایش الکترونی $3d^1$ و $3d^9$ دیده می‌شود.

• برای تعیین شمار الکترون‌های ظرفیت فلزهای واسطه، باید الکترون‌های زیرلایه s لایه آخر و d مقابل آخر را با هم جمع کرد.

۵۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارتها:

• سه عنصر نخست گروه چهاردهم یعنی C، ^{14}Si و ^{32}Ge با به اشتراک

گذاشتن الکترون به ترتیب به آرایش Ne ، ^{18}Ar و ^{36}Kr می‌رسند.

• کاتیون‌های فلزی ^{50}Sn و ^{82}Pb قاعده هشت‌تایی را رعایت نمی‌کنند.

• واکنش‌پذیری C از ^{14}Si بیشتر بوده و برای تهیه سیلیسیم از کربن استفاده می‌کنند.



• ^{74}Ge هم‌دوره با برم مایع (^{79}Br) است. زرمانیم سطح صیقلی داشته و در اثر ضربه خرد می‌شود.

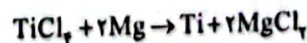
۵۹ ۲ بررسی عبارتهای نادرست:

ب) اغلب فلزهای واسطه در طبیعت به شکل ترکیب‌های یونی هم‌چون اکسیدها، کربنات‌ها، سولفیدها و ... یافت می‌شوند.

ت) شعاع اتمی Li (با دو لایه الکترونی) بزرگ‌تر از ^{79}Br (با چهار لایه الکترونی) است.

۶۰ ۲ عبارتهای اول و سوم درست هستند.

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



بررسی عبارتهای نادرست:

• واکنش‌پذیری Mg از هر دو فلز Fe و Ti بیشتر است. به این ترتیب منیزیم با $TiCl_4$ و Fe_2O_3 می‌تواند به طور طبیعی واکنش دهد.

• این واکنش را باید در حضور گاز Ar انجام داد. زیرا هر کدام از گازهای O_2 و N_2 مزاحم هستند و با یکی از واکنش‌دهنده‌ها واکنش می‌دهند.

۷۳ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

با توجه به فرمول عمومی آلکن A که به صورت $C_n H_{2n}$ و آلکین B که به صورت $C_m H_{2m-2}$ در نظر گرفته می‌شود، می‌توان نوشت:

$$2n = 2m - 2 \Rightarrow n = m - 1$$

بررسی عبارت‌ها:

• شمار جفت الکترون‌های پیوندی در A برابر با ۳n و در B برابر با ۳m-۱ است.

$$(3m-1) - 3n = (3m-1) - 3(m-1) = 2$$

• هر مول A برای سوختن کامل به $\frac{3n}{2}$ و هر مول B به $\frac{3m-1}{2}$ مول

اکسیژن نیاز دارد:

$$\frac{3m-1}{2} - \frac{3n}{2} = \frac{3m-1-3n}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

• نسبت ظرفیت گرمایی یک مول از هر ماده به گرمای ویژه آن، معادل جرم مولی آن ماده است:

$$A \text{ مولی } 12n + 2n = 14n = 14(m-1) = 14m - 14$$

$$B \text{ مولی } 12m + 2m - 2 = 14m - 2$$

واضح است که $14m - 2 > 14m - 14$ می‌باشد.

• همان‌طور که در بررسی عبارت اول نتیجه گرفتیم؛ شمار جفت الکترون‌های پیوندی مولکول B، دو واحد بیشتر از A است. یک جفت مربوط به تفاوت پیوند $C=C$ و $C \equiv C$ است و جفت دیگر به خاطر یک پیوند $C-C$ بیشتر در B است.

۷۴ ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

• واکنش $H_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2HCl(g)$ در دمای $25^\circ C$ به آرامی

انجام می‌شود.

• این واکنش، گرماده بوده و در این واکنش‌ها، سطح انرژی فرآورده پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.

• از واکنش Fe با محلول هیدروکلریک اسید، گاز H_2 تولید می‌شود.

• گرمای آزاد شده در این واکنش به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.

۷۵ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

نقطه ذوب روغن زیتون مایع کم‌تر از چربی جامد هم‌کربن با آن است، در صورتی که واکنش‌پذیری روغن زیتون بیشتر است.

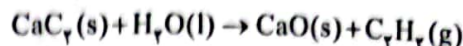
۷۶ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• گرما از ویژگی‌های یک نمونه ماده نیست و نباید برای توصیف آن به کار رود.

• هر زول گرما معادل $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ است.

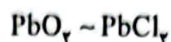
۶۸ ۲ همان C_7H_7 و معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



$$\frac{2/56 \times 10^2 \text{ g } CaC_2 \times \frac{P}{100}}{1 \times 64} = \frac{538 \text{ L } C_2H_2}{1 \times 22/4} \Rightarrow P = 7.6\%$$

۶۹ ۳ از آن‌جا که در هر سمت معادله Pb فقط در ساختار یک ماده

حضور دارد، قطعاً پس از موازنه، ضریب PbO_2 (ماده معلوم) و $PbCl_2$ (ماده مجهول) با هم برابر خواهد بود. بنابراین نیازی به موازنه نیست.



$$\frac{12 \text{ g } PbO_2 \times \frac{80}{100} \times \frac{51}{100}}{1 \times 240} = \frac{x \text{ g } PbCl_2}{1 \times 279} \Rightarrow x = 5.69 \text{ g } PbCl_2$$

۷۰ ۲ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

فرمول مولکولی ترکیب داده شده $C_{16}H_{14}$ است.

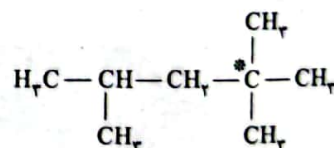
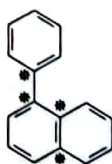
بررسی عبارت‌ها:

• شمار اتم‌های کربن این مولکول ($C_{16}H_{14}$) همانند شمار اتم‌های هیدروژن ۳،۲-دی‌متیل پنتان (C_7H_{16}) برابر با ۱۶ است.

• با توجه به فرمول مولکولی بنزن (C_6H_6) و نفتالن ($C_{10}H_8$) این عبارت نادرست است.

• در هر هیدروکربن به اندازه شمار اتم‌های هیدروژن، پیوند $C-H$ وجود دارد. فرمول مولکولی ۲-هگزن به صورت C_6H_{14} است.

• شمار اتم‌های کربنی که با هیچ اتم هیدروژنی پیوند ندارند در این مولکول و مولکول ۲،۲-تری‌متیل پنتان با * مشخص شده‌اند:



۷۱ ۴ فقط در مورد ۱، ۲-دی‌برمو اتان نمی‌توان اعداد را حذف کرد.

زیرا نام دی‌برمو اتان را علاوه بر ۱، ۲-دی‌برمو اتان می‌توان به ۱، ۱-دی‌برمو اتان نیز نسبت داد.

۷۲ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

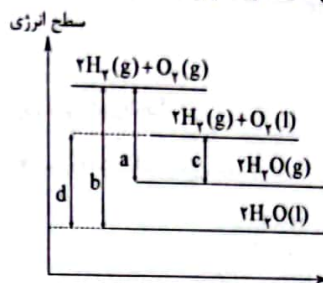
• در هر کدام از چهار نوع نفت خام (برنت دریای شمال - سبک کشورهای عربی - سنگین کشورهای عربی - سنگین ایران)، درصد نفت کوره بیشتر از سایر اجزا است.

• در هر کدام از چهار نوع نفت خام، درصد نفت سفید که از آن برای تولید سوخت هواپیما استفاده می‌شود، کم‌تر از سایر اجزاست.

• مقایسه میان فراریت اجزا به صورت بنزین و خوراک پتروشیمی < نفت سفید < گازوئیل < نفت کوره است.

• هر چه مولکول‌ها فرارتر باشند، در ارتفاع بالاتری از برج تقطیر قرار می‌گیرند.

۷۷ ۲ سطح انرژی هر ماده در حالت گازی شکل بالاتر از حالت مایع آن است. با توجه به این مطلب و نیز این نکته که واکنش‌های چهارگانه گرماده هستند، نمودار سطح انرژی این واکنش‌ها به صورت زیر است:

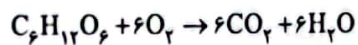


۷۸ ۱ ابتدا مقدار گرمای حاصل از سوختن کامل ۲/۷ گرم گلوکز را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta$$

$$Q = 2\text{kg} \times 4/2\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1} \times 7^\circ\text{C} = 58/8\text{kJ}$$

معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ به صورت زیر است:



$$\frac{x\text{gC}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1 \times 180} = \frac{148/8\text{g فرآورده}}{6(44 + 18)} \Rightarrow x = 72\text{gC}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$$

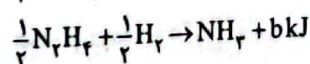
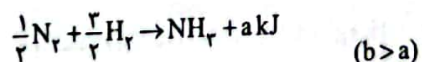
اکنون می‌توان از یک تناسب ساده استفاده کرد.

گرمای آزاد شده (kJ) گرم گلوکز

$$\begin{bmatrix} 2/7 & 58/8 \\ 72 & y \end{bmatrix} \Rightarrow y = 1568\text{kJ}$$

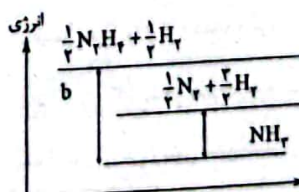
۷۹ ۳ به‌جز عبارت اول، سایر عبارات درست هستند.

معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:



تفاوت مقدار مصرفی H_2 در دو واکنش برابر یک مول گاز است که حجمی معادل ۲۲/۴L را در شرایط STP اشغال می‌کند.

در ارتباط با درستی عبارت آخر به نمودار زیر توجه کنید. پایداری با انرژی رابطه وارونه دارد.



۸۰ ۴ بررسی عبارت‌ها،

(ا) ظرفیت گرمایی یک ماده به جرم آن وابسته است.

(ب) میانگین انرژی جنبشی ذره‌ها همان دمای نمونه ماده است.

(پ) ظرفیت گرمایی ویژه مستقل از جرم است.

(ت) گرمای ویژه همان ظرفیت گرمایی ویژه بوده که برای هر ماده ثابت است.