



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۱۰/۲۹

آزمون
سوم
حضورى



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

حسابان (۱)	هندسه (۲)	آمار و احتمال	فیزیک (۳)	شیمی (۴)
فصل اول: جبر و معادله + فصل دوم: تابع + فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی (تا ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم) صفحه ۱ تا ۷۹	فصل اول: دایره + فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (تا ابتدای تجانس) صفحه ۹ تا ۴۳	فصل اول: آشنایی با مبانی ریاضیات + فصل دوم: احتمال (تا ابتدای احتمال شرطی) صفحه ۱ تا ۴۷	فصل اول: الکتریسیته ساکن + فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم (تا ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) صفحه ۱ تا ۶۶	فصل اول: قدر هدایای زمینی را بدانیم + فصل دوم: در پی غذای سالم (تا ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است) صفحه ۱ تا ۶۵

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	۸۰ سؤال ۱۲۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	
۴	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	
۵	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



۱- بزرگ‌ترین جواب نامعادله $9^x + 6 \times 3^{x-1} \leq 3$ چه عددی است؟

$$x = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$x = 3 \quad (1)$$

$$x = 0 \quad (4)$$

$$x = \sqrt{3} \quad (3)$$

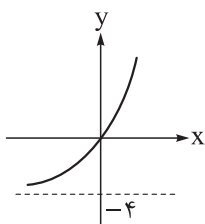
۲- نمودار تابع $f(x) = -a + 2^{ax-b}$ شکل روبه‌رو است. مقدار $f(2)$ کدام است؟

$$1028 \quad (1)$$

$$1020 \quad (2)$$

$$516 \quad (3)$$

$$508 \quad (4)$$



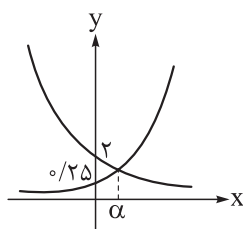
۳- نمودار دو تابع $f(x) = ab^x$ و $g(x) = ba^x$ به صورت شکل زیر است. مقدار $f(\alpha)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$



۴- با فرض آن که $f(x) = x + 4\sqrt{x-3}$ ، اگر $f^{-1}(x) = x + b - 4\sqrt{x-a}$ باشد، مقدار $a+b$ کدام عدد است؟

$$-8 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

$$-7 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

۵- اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = f(x) - f(\frac{1}{x})$ ، مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

۶- هرگاه $f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ و $g(x) = 2x^2 - 5x + 2$ ، حاصل جمع طول نقاط برخورد تابع $g \circ f$ با محور x ها چه عددی است؟

$$-8 \quad (4)$$

$$-7 \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$-5 \quad (1)$$

۷- اگر دامنه و برد تابع $f(x) = a\sqrt{8x-x^2}$ برابر باشند، مقدار $af(a)$ کدام است؟

$$4\sqrt{3} \quad (4)$$

$$8\sqrt{3} \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$4\sqrt{2} \quad (1)$$



۸- اگر $f(x) = \sqrt{x-2} - 3\sqrt{6-x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x-3}$ ، دامنه تعریف تابع $y = (f+g) \circ g$ کدام است؟

(۲) $[2, 7]$

(۱) $[3, 28]$

(۴) $[7, 28]$

(۳) $[3, 7]$

۹- جمع جواب‌های $\frac{3}{4}x = [\frac{2}{3}x]$ چه عددی است؟ $[]$ ، نشان‌دهنده جزء صحیح است.

(۴) ۴۸

(۳) -۴۸

(۲) -۳۶

(۱) ۲۴

۱۰- نمودار تابع $f(x) = |x-2m-1| - |x+m|$ به صورت مقابل است. حدود m کدام است؟

(۲) $m < 3$

(۱) $-3 < m$

(۴) $m < \frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{3} < m$

۱۱- سطح بین نمودار $f(x) = |x-2| + |x-k|$ و خط $y = 2k$ برابر ۳۰ است. مقدار k چه عددی می‌تواند باشد؟

(۴) ۱۲

(۳) ۶

(۲) ۸

(۱) ۴

۱۲- هرگاه $A(3, 1)$ ، $B(-1, -1)$ و $C(0, -5)$ سه رأس مثلثی باشند، معادله ارتفاع AH کدام است؟

(۲) $4x - y = 11$

(۱) $4y - x = 1$

(۴) $4x + y = 13$

(۳) $4y + x = 7$

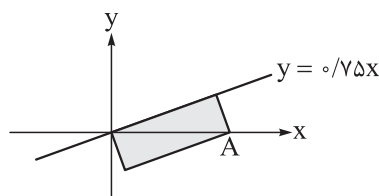
۱۳- مساحت مستطیل مشخص شده در شکل برابر ۷۵ است. طول نقطه A کدام است؟

(۱) $\frac{15}{4}$

(۲) $\frac{25}{2}$

(۳) $\frac{15}{2}$

(۴) $\frac{25}{4}$



۱۴- اگر معادله $\sqrt[3]{3ax+8} - x = 2$ دقیقاً دو جواب متمایز داشته باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۳

محل انجام محاسبات



۱۵- اگر α جواب معادله $\frac{3}{3-2x} = \frac{1}{2-\sqrt{2x+1}} + \frac{2}{\sqrt{2x+1}+2}$ باشد، مقدار $\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۴) صفر

۱۶- علی کاری را ۲۰ روز زودتر از رضا انجام می‌دهد. اگر آن کار را با هم انجام دهند، ۱۶ روز زودتر از حالتی که علی به تنهایی کار را انجام دهد، کار تمام می‌شود. رضا به تنهایی کار را چندروزه تمام می‌کند؟

- (۱) ۷۶ (۲) ۷۲ (۳) ۶۰ (۴) ۴۰

۱۷- اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - (1 + \alpha\beta)x = 3(\alpha + \beta)$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{64}$ (۲) $\frac{1}{48}$ (۳) $\frac{1}{32}$ (۴) $\frac{1}{36}$

۱۸- α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$ هستند. اگر β ، m و α تشکیل دنباله هندسی دهند، قدرنسبت دنباله چند برابر مقدار m است؟

- (۱) $\sqrt{3} - 2$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (۴) $\sqrt{3} - \sqrt{3}$

۱۹- مجموع هشت جمله ابتدایی از دنباله $a_n = 2^n - 4n + k$ برابر با صفر است. مقدار k کدام است؟

- (۱) $-\frac{78}{8}$ (۲) $-\frac{111}{8}$ (۳) $-\frac{179}{4}$ (۴) $-\frac{183}{4}$

۲۰- جملات یک دنباله حسابی را به صورت $\{1, 4\}$, $\{7, 10, 13\}$, $\{16, 19, 22, 25\}$, ... دسته‌بندی کرده‌ایم. اولین عدد در دسته بیستم کدام است؟

- (۱) ۶۳۱ (۲) ۶۲۵ (۳) ۶۲۸ (۴) ۶۳۴

محل انجام محاسبات



۲۱- در انتقال با بردار غیر صفر $\vec{V}$ ، نقطه A بر A' و نقطه B بر B' تصویر شده است. کدام گزینه، درست نیست؟

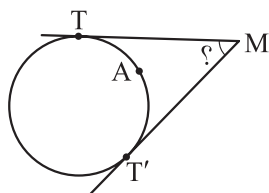
$$\overrightarrow{A'A} = \vec{V} \quad (۲)$$

$$AB = A'B' \quad (۱)$$

$$\overrightarrow{BB'} = \vec{V} \quad (۴)$$

$$AB \parallel A'B' \quad (۳)$$

۲۲- در شکل زیر، MT و MT' بر دایره مماس‌اند. اگر $\widehat{TAT'} = 100^\circ$ ، اندازه زاویه M کدام است؟



$$65^\circ \quad (۱)$$

$$70^\circ \quad (۲)$$

$$75^\circ \quad (۳)$$

$$80^\circ \quad (۴)$$

۲۳- مستطیل $ABCD$ به اضلاع $AB = ۲۴$ و $AD = ۱۴$ مفروض است. اگر دایره‌ای به قطر AD رسم کنیم، فاصله دورترین نقطه دایره از رأس B ، کدام است؟

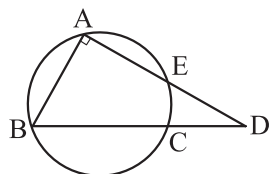
$$۳۶ \quad (۴)$$

$$۳۲ \quad (۳)$$

$$۳۰ \quad (۲)$$

$$۲۸ \quad (۱)$$

۲۴- مطابق شکل، اگر $4AE = 3CD = ۱۲$ و $BC - DE = ۱$ ، طول وتر AB چند برابر شعاع دایره است؟



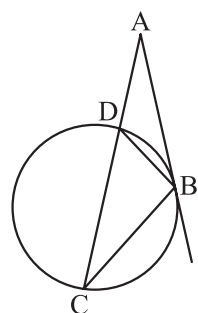
$$\sqrt{3/2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3/6} \quad (۴)$$

$$\sqrt{3/4} \quad (۳)$$

۲۵- مطابق شکل، مماس AB و وتر BC هم‌اندازه‌اند. اگر $DC = ۲BD = ۱۲$ ، آن‌گاه طول AB کدام است؟



$$9 + \sqrt{3} \quad (۱)$$

$$6\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$۱۰/۸ \quad (۳)$$

$$6\sqrt{2} \quad (۴)$$



۲۶- عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه حاده A از مثلث ABC در نقطه M متقاطع اند. اگر $BC = 6$ و شعاع دایره محیطی مثلث، 5 باشد، طول پاره خط MC کدام است؟

$$(1) 2\sqrt{10} \quad (2) \sqrt{10}$$

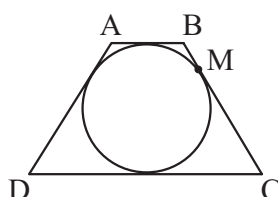
$$(3) 2\sqrt{5} \quad (4) 3\sqrt{5}$$

۲۷- محیط مثلث ABC ، 24 واحد است. اگر $BC = 9$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، آن گاه مساحت دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟

$$(1) 6\pi \quad (2) 5\pi$$

$$(3) 4\pi \quad (4) 3\pi$$

۲۸- در شکل زیر، دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ بر دایره محیط شده است. اگر $BM = \sqrt{3}$ و $CM = 3\sqrt{3}$ ، آن گاه مساحت دوزنقه کدام است؟



$$(1) 12$$

$$(2) 12\sqrt{3}$$

$$(3) 24$$

$$(4) 24\sqrt{3}$$

۲۹- بازتاب نقطه $A(1, -\sqrt{3})$ نسبت به محور x ها را A' و بازتاب A' نسبت به خط $x = \sqrt{3}y$ را A'' می نامیم. اگر O مبدأ مختصات باشد، مساحت مثلث $OA'A''$ کدام است؟

$$(1) \sqrt{3} \quad (2) 2\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{6} \quad (4) \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۳۰- دایره های $C(O, 4)$ و $C'(O', 6)$ و نقطه A روی OO' مفروض اند، به طوری که $AO = 6$ ، $AO' = 8$. اگر دایره C را 90° حول A دوران دهیم تا دایره C'' به دست آید، طول مماس مشترک خارجی دایره های C' و C'' کدام است؟

$$(1) 4\sqrt{5} \quad (2) 4\sqrt{6}$$

$$(3) 2\sqrt{5} \quad (4) 2\sqrt{6}$$

محل انجام محاسبات



۳۱- A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند و $B \subseteq A$. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) $P(B) < P(A)$

(۲) $P(A - B) = P(A) - P(B)$

(۳) رخ دادن پیشامد B ، رخ دادن پیشامد A را نتیجه می‌دهد.

(۴) $P(B - A) = 0$

۳۲- یک راننده تاکسی خطی، حداکثر ۴ مسافر را در یک مسیر سوار می‌کند. چه قدر احتمال دارد در یک بار رفت و برگشت، مجموع تعداد مسافران در رفت و برگشت برابر ۴ باشد یا تعداد مسافران برگشت بیش از تعداد مسافران رفت باشد؟

(۴) $0/6$

(۳) $0/56$

(۲) $0/52$

(۱) $0/48$

۳۳- عددی به تصادف از بین اعداد غیراول کوچک‌تر از 1403 انتخاب می‌کنیم. پیشامد A آن است که عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد. پیشامد B آن است که عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد. $P(A \cup B)$ کدام است؟

(۴) $3P(A' \cup B')$

(۳) $1 - P(A' \cup B')$

(۲) $3P(A \cap B)$

(۱) $1 - P(A \cap B)$

۳۴- در انتخاب یک عدد از بین اعضای مجموعه $S = \{1, 2, 3\}$ شانس انتخاب هر عدد، k برابر شانس انتخاب عدد بزرگ‌تر بعد از خودش است. اگر $P(1) = \frac{4}{7}$ ، آن گاه برای $A = \{1, 2\}$ و $B = \{2, 3\}$ ، $P(B - A)$ کدام است؟

(۴) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{1}{7}$

(۲) $\frac{7k^2}{4}$

(۱) $\frac{4k^2}{7}$

۳۵- $A(i-1, 2i+1)$ و $B = (2-i, i+1)$ است. یک تاس را پرتاب می‌کنیم و عدد روشده را به جای i قرار می‌دهیم.

با چه احتمالی مساحت ناحیه حاصل از $A \times B$ ، بزرگ‌تر از ۴۰ است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{1}{6}$

(۱) $\frac{1}{3}$



۳۶- چه قدر احتمال دارد برای سه گزاره p, q, r گزاره ترکیبی $[(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge (q \vee r)) \Rightarrow (\sim r \vee \sim p)]$ دارای ارزش درست باشد؟

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۱)

۳۷- در گزاره سوری $\exists x \in A; x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 10$ ، مجموعه A را به تصادف از بین زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n \leq n^2\}$ انتخاب می‌کنیم. اگر شانس انتخاب هر زیرمجموعه متناسب با تعداد اعضای آن زیرمجموعه باشد، با چه احتمالی گزاره سوری داده شده، دارای ارزش درست است؟

$\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۱)

۳۸- سکه و تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر سکه رو بیاید عدد ۱ را در دهگان یک عدد دورقمی و اگر پشت بیاید عدد ۲ را در دهگان آن عدد دورقمی می‌نویسیم. یکان این عدد دورقمی، عدد روشده تاس است. احتمال آن که عدد دورقمی حاصل، اول باشد کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۳۹- A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $p(A' \cup B) = 0.5$ ، $P(A \cup B') = 0.7$ و $P(A' \cup B') = 0.9$ باشد، آن گاه $P(A' \cap B')$ کدام است؟

0.1 (۴) 0.3 (۳) 0.7 (۲) 0.9 (۱)

۴۰- ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)$ کدام است؟

$B \cup A$ (۴) $B - A$ (۳) B (۲) A (۱)



۴۱- بار الکتریکی دو جسم A و B، یکسان و برابر با 1 nC - است. در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر $2/5 \times 10^9$ الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود. با توجه به سری الکتریسیته مالشی شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، بار جسم‌های A و B پس از مالش، برابر چند نانوکولن می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
B
C
A
انتهای منفی سری

$$(1) \quad -1/4 \text{ و } -0/6$$

$$(2) \quad -1/4 \text{ و } -0/6$$

$$(3) \quad -5 \text{ و } +3$$

$$(4) \quad +3 \text{ و } -5$$



۴۲- در شکل مقابل، دو گوی کوچک A و B درون یک استوانه بدون اصطکاک، در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، به طوری که گوی بالایی معلق است. اگر بار و جرم گوی‌ها برابر $q_A = \frac{4}{5} q_B = 4 \text{ nC}$ و

$$m_B = \frac{1}{4} m_A = 5 \text{ mg}$$

باشد، r چند میلی‌متر است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

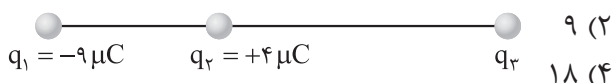
$$(4) \quad 6$$

$$(3) \quad 3$$

$$(2) \quad 60$$

$$(1) \quad 30$$

۴۳- در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هر یک از ذره‌های باردار که روی خط راستی قرار دارند، صفر است. اگر جای بارهای q_3 و q_2 را عوض کنیم، نسبت اندازه بیشترین نیروی خالص الکتریکی وارد بر یکی از بارها، به کم‌ترین اندازه نیروی خالص الکتریکی وارد بر یکی دیگر از بارها کدام است؟

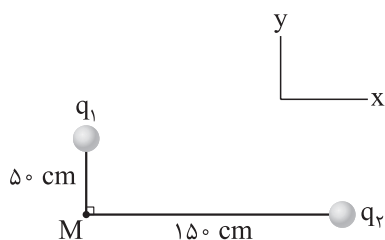


$$(2) \quad 9$$

$$(1) \quad 8$$

$$(4) \quad 18$$

$$(3) \quad 10$$



۴۴- در شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M و در SI به صورت $\vec{E} = (3/2 \vec{i} + 7/2 \vec{j}) \times 10^4$ است. نیرویی که دو ذره باردار بر هم وارد می‌کنند، از چه نوعی و اندازه آن چند نیوتون

$$\text{است؟ } (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$(2) \quad \text{رانشی، } 5/76 \times 10^{-2}$$

$$(1) \quad \text{ربایشی، } 5/76 \times 10^{-2}$$

$$(4) \quad \text{رانشی، } 5/76$$

$$(3) \quad \text{ربایشی، } 5/76$$



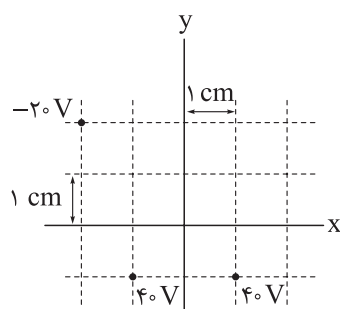
۴۵- ذره بارداری به جرم 5 mg ، فقط تحت تأثیر یک میدان الکتریکی از نقطه A با پتانسیل الکتریکی 20 V ، از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. اگر ذره از نقطه B با پتانسیل الکتریکی 60 V با تندی 12 m/s عبور کند، بار الکتریکی آن چند میکروکولن است؟

$$1/44 \text{ (۴)}$$

$$2/25 \text{ (۳)}$$

$$2/88 \text{ (۲)}$$

$$4/5 \text{ (۱)}$$



۴۶- شکل مقابل پتانسیل الکتریکی چند نقطه از محیطی با میدان الکتریکی یکنواخت را نشان می‌دهد. بردار این میدان برحسب یکاهای SI کدام است؟ (فاصله هر دو خط چین افقی و یا قائم مجاور، یکسان و برابر با 1 cm است.)

$$-2000 \hat{j} \text{ (۲)}$$

$$2000 \hat{j} \text{ (۱)}$$

$$1000 \hat{i} - 1000 \hat{j} \text{ (۴)}$$

$$-1000 \hat{i} + 1000 \hat{j} \text{ (۳)}$$

۴۷- چگالی سطحی بار دو کره رسانای A و B به شعاع‌های r_A و $r_B = 2r_A$ برابر است. اگر ۲۵ درصد از بار کره B را به کره A منتقل کنیم، چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B می‌شود؟ (بار کره‌ها همنام است.)

$$\frac{8}{3} \text{ (۴)}$$

$$2 \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{6} \text{ (۱)}$$

۴۸- یک خازن تخت را که بین صفحه‌های آن هوا است، به یک باتری می‌بندیم. پس از این که خازن به طور کامل پُر شد، کدام یک از تغییرات زیر را انجام دهیم تا اندازه میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نصف شود؟

(الف) بدون جداکردن خازن از باتری، فاصله بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم.

(ب) بدون جداکردن خازن از باتری، فضای بین صفحه‌ها را با ماده‌ای که ثابت دی‌الکتریک آن ۲ است، پر کنیم.

(پ) پس از جداکردن خازن از باتری، فاصله بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم.

(ت) پس از جداکردن خازن از باتری، فضای بین صفحه‌ها را با ماده‌ای که ثابت دی‌الکتریک آن ۲ است، پر کنیم.

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

۴۹- خازن یک دستگاه رفع لرزش نامنظم قلب (دیفیریلاتور) با ولتاژ 8 kV شارژ شده است. اگر تمام انرژی این خازن در مدت 2 ms با توان متوسط 80 kW در بدن بیمار تخلیه شود، ظرفیت خازن این دستگاه چند میکروفاراد است؟

$$5 \text{ (۲)}$$

$$10 \text{ (۱)}$$

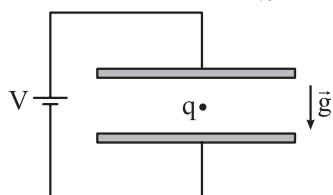
$$2 \text{ (۴)}$$

$$4 \text{ (۳)}$$

محل انجام محاسبات



۵۰- در شکل زیر، ذره‌ای با جرم 3 mg در فضای بین صفحات خازنی معلق است. اگر اندازه اختلاف بار صفحه‌های خازن 36 nC و مساحت هر صفحه 4 cm^2 باشد، بار این ذره معلق چند پیکوکولن است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$)، $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}}$

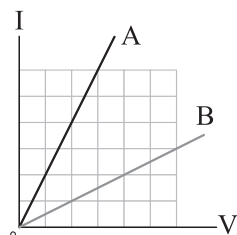


- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) -۳
(۴) -۶

۵۱- سیم رسانایی به طول 20 m و سطح مقطع 5 mm^2 را به اختلاف پتانسیل 4 V وصل می‌کنیم. در مدت زمان 4 دقیقه، بار الکتریکی خالص عبوری از مقطع این رسانا چند آمپر - ساعت است؟ ($\rho_{\text{رسانا}} = 2 \times 10^{-7} \Omega.m$)

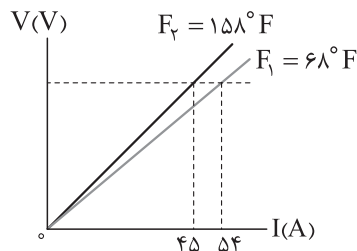
- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{6}$

۵۲- نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر دو سیم استوانه‌ای A و B مطابق شکل زیر است. اگر چگالی سیم A، $\frac{3}{8}$ چگالی سیم B، مقاومت ویژه سیم A، $\frac{3}{4}$ مقاومت ویژه سیم B و جرم آن‌ها یکسان باشد، طول سیم A چند برابر طول سیم B است؟ (دما ثابت و یکسان است.)



- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{4}{9}$
(۴) $\frac{9}{4}$

۵۳- نمودار $V-I$ برای یک رسانای فلزی در دو دمای $F_1 = 68^\circ \text{F}$ و $F_2 = 158^\circ \text{F}$ مطابق شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژه این فلز چند واحد SI است؟



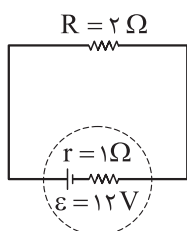
- (۱) 4×10^{-3}
(۲) $2 / 2 \times 10^{-3}$
(۳) $3 / 3 \times 10^{-3}$
(۴) $1 / 85 \times 10^{-3}$

محل انجام محاسبات

۵۴- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

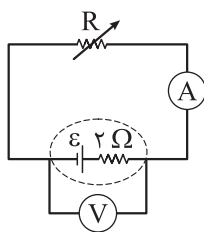
- (الف) از ترمیستورها اغلب به عنوان حسگر دما استفاده می‌شود.
 (ب) با افزایش شدت نور تابیده شده بر LDR، مقاومت آن افزایش می‌یابد.
 (پ) برای تبدیل جریان متناوب به جریان مستقیم، از دیودها استفاده می‌شود.
 (۱) الف و ب
 (۲) ب و پ
 (۳) الف و پ
 (۴) الف، ب و پ

۵۵- در مدار شکل مقابل، در هر دقیقه چند الکترون از مقاومت R عبور می‌کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



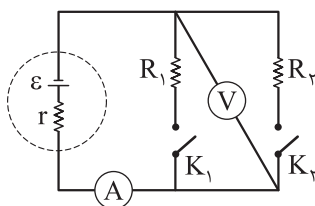
- (۱) 4×10^{20}
 (۲) 4×10^{21}
 (۳) $1/5 \times 10^{20}$
 (۴) $1/5 \times 10^{21}$

۵۶- در شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی ۱۰ V و آمپرسنج آرمانی ۵ A را نشان می‌دهند. اگر مقاومت R را به نحوی تغییر دهیم که ولت‌سنج ۱۲ V را نشان بدهد، در این حالت آمپرسنج چند آمپر را نشان خواهد داد؟



- (۱) ۲
 (۲) ۳
 (۳) ۴
 (۴) ۶

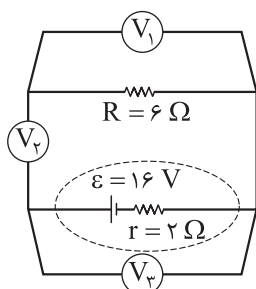
۵۷- در مدار شکل زیر، وقتی که کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز است، ولت‌سنج آرمانی $\varepsilon/8$ و آمپرسنج آرمانی $7/2 \text{ A}$ را نشان می‌دهند و هنگامی که کلید K_1 باز و کلید K_2 بسته است، ولت‌سنج $\varepsilon/9$ و آمپرسنج مقدار I_2 را نمایش می‌دهند. I_2 چند آمپر است؟



- (۱) $8/1$
 (۲) $6/4$
 (۳) ۴
 (۴) $3/6$

محل انجام محاسبات

۵۸- در شکل زیر، ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 ، V_2 و V_3 به ترتیب از راست به چپ چند ولت را نشان می‌دهند؟



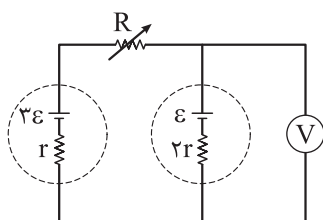
(۱) ۱۲، ۱۲، ۱۲

(۲) صفر، صفر، ۱۶

(۳) ۱۲، صفر، ۱۲

(۴) صفر، ۱۶، ۱۶

۵۹- در مدار زیر، مقاومت رئوستا را از $R_1 = r$ به $R_2 = 2r$ می‌رسانیم. عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چگونه تغییر می‌کند؟



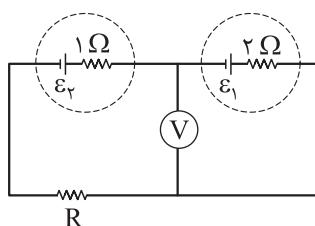
(۱) ۵ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) ۵ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

۶۰- در مدار زیر، $\epsilon_2 = 2\epsilon_1$ می‌باشد و ولت‌سنج آرمانی عدد صفر را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

محل انجام محاسبات

۶۱- کدام عدد اتمی مربوط به عنصری واسطه است که شمار الکترون‌های ظرفیتی بیشتری دارد؟

17 (F) 24 (M) 33 (Y) 41 (I)

۶۲- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است.
- فلزها از جمله هدایای زمینی هستند که در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند.
- در معادله واکنش استفاده‌شده در فولاد مبارکه برای استخراج آهن، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده برابر ۵ است.
- واکنش فلز سدیم با ترکیب مس (II) اکسید، می‌تواند به صورت خودبه‌خودی انجام شود.

$\psi(\psi)$ $\omega(\omega)$ $\gamma(\gamma)$ $\iota(\iota)$

۶۳- با توجه به جدول دوره‌ای زیر که جایگاه برخی از عناصرها در آن نشان داده شده است، کدام مطلب نادرست است؟

(نماد عنصرها فرضی هستند.)

A blank periodic table grid is shown, with elements D, F, Z, A, G, W, and X placed in specific positions. The grid is 7 rows high and 18 columns wide. The elements are placed as follows:

- D is in the 2nd row, 3rd column.
- F is in the 2nd row, 15th column.
- Z is in the 2nd row, 16th column.
- A is in the 2nd row, 17th column.
- G is in the 3rd row, 15th column.
- W is in the 4th row, 15th column.
- X is in the 5th row, 15th column.

(۱) عنصر Z برخلاف X در اثر ضربه خرد می‌شود و توانایی گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون را دارد.

(۲) عنصر A برخلاف عنصر D، سطح کدري دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۳) خاصیت فلزی عنصر F از اولین عنصر هم‌گروه خود بیشتر و از دومین عنصر هم‌دوره خود، کمتر است.

(۴) هر دو عنصر G و W ، شبه‌فلزند و در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم آن‌ها، ۲ الکترون وجود دارد.

۶۴- در معادله واکنش سوختن کامل کدام ترکیب در دمای 22°C و فشار یک اتمسفر، تنها حالت فیزیکی دو ماده به صورت گاز است؟

(۲) هگزان

(۱) اتان

(۴) بوتان

(۳) استیلن

۶۵- اگر از واکنش کامل ۲۲ گرم کود شیمیایی آمونیوم سولفات با مقدار کافی محلول باریم کلرید، ۱/۰ مول باریم سولفات تولید شود، درصد خلوص آمونیوم سولفات در کود مورد استفاده کدام است؟ (آمونیوم کلرید، فراوردهٔ دیگر واکنش است. سایر اجزای کود در واکنش شرکت نمی‌کنند: $H = 1, N = 14, O = 16, S = 32$)

$4 \circ (4)$
 $6 \circ (3)$
 $8 \circ (2)$
 $9 \circ (1)$

محل انجام محاسبات



۶۶- با توجه به جدول زیر که شعاع اتمی برخی از عناصر جدول تناوبی را بر حسب پیکومتر نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارات‌های داده‌شده درست است؟

گروه دوره	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲	۱۵۲	a	۷۷	b	۷۵	f	n
۳	c	۱۶۰	۱۴۳	d	۱۱۰	e	g

- شعاع اتمی عنصری که دارای ۵ الکترون با $n + l = 3$ است، کوچک‌تر از ۷۵ pm است.
- نافلز گازی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می‌دهد، دارای شعاع اتمی کم‌تر از ۱۱۰ pm می‌باشد.
- بیشترین میزان واکنش‌پذیری در میان فلزهای موجود در این جدول، مربوط به عنصری است که شعاع اتمی آن بیشتر از ۱۶۰ pm است.

• حاصل تفریق دو عدد e و $(e - g)$ کوچک‌تر از حاصل تفریق دو عدد ۱۶۰ و $(c - 160)$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۶۷- اگر X یک عنصر فلزی از جدول تناوبی باشد، چند مورد از عبارات‌های زیر، درست است؟
- اگر عدد اتمی X از یک هالوژن جامد در دما و فشار اتاق، بزرگ‌تر باشد، عنصر X به یقین جزء عناصر دسته f است.
 - اگر X واکنش‌پذیرترین فلز دوره خود باشد، این عنصر قطعاً کوچک‌ترین عدد اتمی آن دوره را دارد.
 - عنصر X به یقین، سخت، محکم و چکش‌خوار است.
 - اگر عنصر X با عنصر نافلزی مایع هم‌دوره باشد، قطعاً عدد اتمی آن کوچک‌تر از ۳۲ می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۶۸- در اثر تجزیه کامل مقداری سدیم هیدروژن کربنات جامد با خلوص ۷۵ درصد درون یک ظرف سر باز، ۱۲ / ۴ گرم از جرم مخلوط واکنش کاسته می‌شود. به تقریب چند درصد جرمی نمونه ناخالص اولیه را فلز سدیم تشکیل داده است؟ (در ناخالصی‌ها فلز وجود ندارد و در واکنش شرکت نمی‌کنند: $H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23$)

(معادله واکنش موازنه شود.) $NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(s) + H_2O(g) + CO_2(g)$

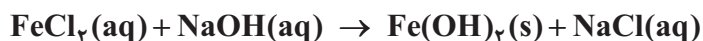
(۱) ۲۵ / ۲ (۲) ۱۵ / ۶ (۳) ۲۰ / ۵ (۴) ۲۷ / ۳

۶۹- کدام گزینه نادرست است؟

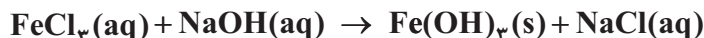
- (۱) کم‌تر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا، برای تهیه مواد و کالاهای استفاده می‌شود.
- (۲) در تقطیر جزء به جزء نفت خام، هر چه یک هیدروکربن از سینی‌های بالاتر ستون تقطیر خارج شود، قدرت نیروهای بین مولکولی آن کم‌تر و اندازه مولکول‌های آن کوچک‌تر است.
- (۳) همه هیدروکربن‌های موجود در نفت خام از اتم‌های کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند، از این رو انتظار می‌رود که رفتار آن‌ها مشابه یکدیگر باشد.
- (۴) گاز متان، گازی سبک، بی‌رنگ و بی‌بو است و هرگاه مقدار آن در معدن زغال سنگ بالاتر از ۵٪ باشد، احتمال انفجار وجود دارد.

محل انجام محاسبات

۷۰- اگر ۳ مول مخلوطی از آهن (II) کلرید و آهن (III) کلرید در واکنش با سدیم هیدروکسید مطابق واکنش‌های زیر شرکت کند و در پایان واکنش ۸/۶ مول نمک خوراکی تشکیل شود، شمار مول‌های رسوب سبزرنگ و قرمز رنگ تشکیل شده به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ (بازده واکنش اول و دوم را به ترتیب ۱۰۰ و ۸۰ درصد در نظر بگیرید.)



(معادله واکنش موازنه شود.)



۱/۸، ۱/۲ (۴)

۱/۵، ۰/۵ (۳)

۲، ۱ (۲)

۱/۶، ۱ (۱)

۷۱- عنصرهای X و D، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی هستند. اگر در یون X^{3+} ، شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده برابر ۱۴ و در یون D^{2+} ، شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$ برابر ۹ باشد، کدام مطلب درست است؟
(۱) شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$ در یون X^{3+} برابر ۶ و شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده در یون D^{2+} برابر ۹ است.

(۲) مجموع عددهای اتمی عنصرهای X و D برابر با عدد اتمی فلز قلیایی دوره ششم جدول تناوبی است.

(۳) شمار الکترون‌های اتم X با شمار نوترون‌های اتم $^{52}_{24}\text{A}$ برابر است.

(۴) نسبت شمار الکترون‌ها با $l = 1$ به $l = 0$ در اتم D، از این نسبت در اتم X بیشتر است.

۷۲- چند مورد از نام‌گذاری‌های زیر براساس قواعد آیوپاک درست است؟

الف) ۳-اتیل - ۲، ۴-دی‌متیل هپتان (ب) ۲-اتیل - ۳، ۴، ۴-تری‌متیل هگزان

پ) ۴-برمو - ۳، ۵-دی‌اتیل هگزان (ت) ۱، ۲-دی‌کلرو پنتان

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

صفر (۱)

۷۳- هر لیتر از یک آلکن گازی در شرایط STP، ۲/۵ گرم جرم دارد. اگر ۵/۶ گرم از این آلکن با خلوص ۲۰ درصد با مقدار کافی برم مایع واکنش دهد، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ ($\text{Br} = 80$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۴/۳۲ (۲)

۸/۶۴ (۱)

۱۲/۹۶ (۴)

۱۷/۲۸ (۳)

۷۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) سیکلو هگزان یک هیدروکربن حلقوی سیر نشده است و همه اتم‌های کربن آن به دو اتم هیدروژن متصل‌اند.

ب) در نفتالن برخلاف بنزن، کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست.

پ) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در بنزن، ۱/۲۵ برابر این نسبت در نفتالن است.

ت) نسبت شمار پیوندهای C-H سیکلو هگزان به شمار پیوندهای C-C در نفتالن برابر ۲ است.

۴) الف - ب - پ

۳) ب - پ - ت

۲) ب - پ

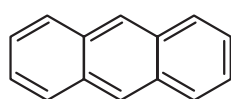
۱) الف - ت

محل انجام محاسبات

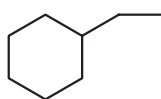
۷۵- کدام مطلب دربارهٔ آلکینی با n اتم کربن، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

- (۱) در ساختار آن، $(3n - 1)$ پیوند اشتراکی وجود دارد.
- (۲) شمار اتم‌های کربن آن، دو برابر آلکینی با n اتم هیدروژن است.
- (۳) هر مول از آن در واکنش با دو مول گاز هیدروژن، به یک مول آلکان تبدیل می‌شود.
- (۴) جرم $5/^\circ$ مول از آن برابر $(7n - 2)$ گرم است.

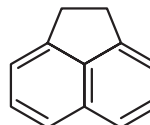
۷۶- با توجه به هیدروکربن‌های حلقوی زیر، چند مورد از عبارت‌های زیر، درست است؟ ($C = 12, H = 1 : g.mol^{-1}$)



(c)



(b)



(a)

- نسبت شمار پیوندهای اشتراکی ترکیب (b) به شمار اتم‌های هیدروژن‌های ترکیب (a) برابر $2/4$ است.
- تفاوت جرم مولی ترکیب‌های (c) و (a)، با جرم مولی اتیلن برابر است.
- ترکیب (c) برخلاف ترکیب (b) و همانند نفتالن، یک ترکیب آروماتیک است.
- ترکیب (b) فرمول مولکولی یکسانی با اوکتن دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۷- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- تنها راه آزادشدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌هاست.
- انرژی گرمایی یک نمونهٔ ماده به دما و جرم ماده وابسته است.
- با افزودن 80° گرم آب با دمای $40^\circ C$ به 120° گرم آب با دمای $40^\circ C$ ، مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ آب تغییری نمی‌کند.
- میانگین تندی ذرات آب در دو ظرف با دمای برابر و جرم متفاوت، برابر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۷۸- دو کیلوگرم آب $20^\circ C$ را در یک ظرف فلزی یک کیلوگرمی با دمای $125^\circ C$ می‌ریزیم و پس از مدتی دمای نهایی مخلوط به $25^\circ C$ می‌رسد. گرمای ویژهٔ آب چند برابر گرمای ویژهٔ فلز است؟ (از اتلاف گرما صرف نظر کنید).

۴/۵ (۱) ۵ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

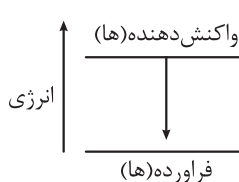
محل انجام محاسبات

۷۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن انسان، دمای واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها برخلاف سطح انرژی آن‌ها به تقریب با هم برابر است.

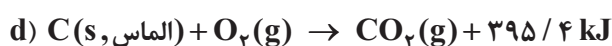
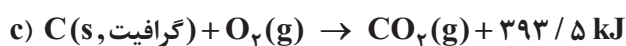
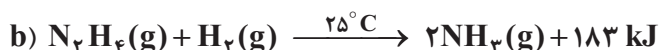
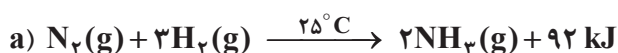
(۲) دلیل تولید انرژی متفاوت در واکنش‌هایی با فراورده‌های یکسان، می‌تواند نوع واکنش دهنده(های) آن‌ها باشد.

(۳) با توجه به نمودار روبه‌رو، در فرایند مورد نظر، انرژی از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.



(۴) در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی پتانسیل مواد واکنش دهنده و فراورده یک واکنش وجود ندارد.

۸۰- با توجه به واکنش‌های زیر، کدام عبارت نادرست است؟



(۱) واکنش دهنده‌های واکنش (a) پایدارتر از واکنش دهنده‌های واکنش (b) هستند.

(۲) به ازای سوختن کامل ۲ / ° مول از آلوتروپ پایدارتر کربن، ۷۹ / °۸ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

(۳) تفاوت گرمای آزاد شده به ازای تولید یک مول آمونیاک در واکنش‌های (a) و (b) برابر ۴۵ / ۵ کیلوژول است.

(۴) از نظر گرماگیر یا گرماده بودن، فرازش یُد با هر چهار واکنش داده شده متفاوت است.

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛
فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از
صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید
و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در
سایت ثبت بفرمایید.



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۱۰/۲۹

دفترچه
پاسخ
آزمون سوم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - محسن محمد کریمی - حسین هاشمی طاهری
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد
شیمی	آران سخایی - علی رفیعی - هومن زندی - یاسر عبداللہی - سید علی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	شقایق راهبریان	محمد حسین رحیمی	عاطفه خان محمدی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	فرزاد زمانی نژاد	محمد حسین رحیمی	زهرا جالینوسی - مهدی خوش نویس - ماهان فنی فر
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیر حسین ابومحبوب	مهدی خوش نویس - محمد حسین رحیمی - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	یاشار انگوتی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	امین امینی - مهدی بابائی - محمد توکلی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	مرضیه قاسمی	حمید ذبحی	سید علی حسین زاده - ایمان حسین نژاد - هومن زندی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاچانیپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان: صفحه‌های ۱ تا ۷۹

تست و پاسخ ۱

بزرگ‌ترین جواب نامعادله $9^x + 6 \times 3^{x-1} \leq 3$ چه عددی است؟

$$x = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$x = 3 \quad (1)$$

$$x = 0 \quad (4)$$

$$x = \sqrt{3} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره اگر در یک معادله یا نامعادله، یک عبارت یا مربع آن یا جذر آن یا ... تکرار شده بود، نشانه آن است که باید از تغییر متغیر برای ساده‌تر شدن محاسبات استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره از تغییر متغیر $A = 3^x$ استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: نامعادله را برحسب 3^x می‌نویسیم و سپس از تغییر متغیر $A = 3^x$ استفاده می‌کنیم:

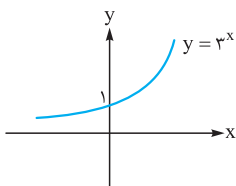
$$\underbrace{9^x}_{(3^2)^x} + 6 \times \underbrace{3^{x-1}}_{3^x \times 3^{-1}} \leq 3 \Rightarrow \underbrace{(3^x)^2}_{A^2} + 6 \times \underbrace{\frac{3^x}{3}}_{\frac{A}{3}} - 3 \leq 0 \xrightarrow{A=3^x} A^2 + 2A - 3 \leq 0 \quad (1)$$

گام دوم: سمت چپ نامعادله (۱) را تجزیه می‌کنیم و نامعادله را حل می‌کنیم:

$$(A+3)(A-1) \leq 0 \xrightarrow[\text{علامت ضریب } A^2]{\text{بین دو ریشه، مخالف}} -3 \leq A \leq 1 \xrightarrow{A=3^x} -3 \leq 3^x \leq 1$$

گام سوم: از طرفی $3^x < 0$ است؛ پس نامعادله به صورت زیر خواهد شد:

$$0 < 3^x \leq 1$$

گام چهارم: طبق نمودار تابع $y = 3^x$ ، برای آن که $0 < 3^x \leq 1$ باشد، باید $x \leq 0$ باشد؛ پس بزرگ‌ترین جواب نامعادله $x = 0$ است.

تست و پاسخ ۲

نمودار تابع $f(x) = -a + 2^{ax-b}$ شکل روبه‌رو است. مقدار $f(2)$ کدام است؟

$$1020 \quad (2)$$

$$1028 \quad (1)$$

$$508 \quad (4)$$

$$516 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره نمودار توابع $y = \log_a x$ و $y = a^x$ را برای حالت‌های مختلف به خوبی یاد بگیرید.

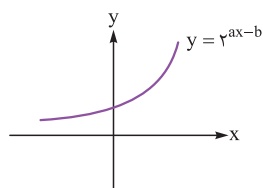
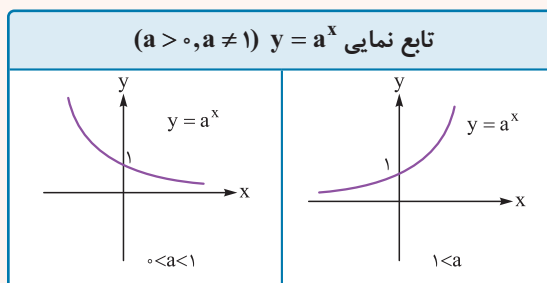
خودت حل کنی بهتره نمودار سؤال، از انتقال نمودار تابع $y = 2^{ax-b}$ به اندازه ۴ واحد به پایین به دست آمده است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه • نمودار توابع نمایی



پاسخ تشریحی گام اول: طبق نمودار تابع f ، مقادیر تابع با افزایش x روند افزایشی دارند؛ بنابراین تابع $y = 2^{ax-b}$ نیز روند افزایشی دارد؛ در نتیجه $a > 0$ است و نمودارش به فرم مقابل است.

گام دوم: اگر نمودار تابع $y = 2^{ax-b}$ را به اندازه a واحد به پایین انتقال دهیم، به نمودار تابع $f(x) = -a + 2^{ax-b}$ در صورت سؤال می‌رسیم؛ پس a برابر با ۴ است. تابع f را بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = -4 + 2^{4x-b}$$

گام سوم: نمودار تابع f از مبدأ مختصات عبور می‌کند؛ پس:

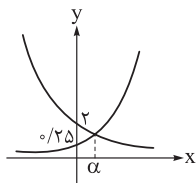
$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 = -4 + 2^{4(0)-b} \Rightarrow 2^{-b} = 4 = 2^2 \Rightarrow -b = 2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow f(x) = -4 + 2^{4x+2}$$

گام چهارم: خواسته سؤال $f(2)$ است که برابر است با:

$$f(2) = -4 + 2^{4(2)+2} = -4 + 1024 = 1020$$

تست و پاسخ ۳

نمودار دو تابع $f(x) = ab^x$ و $g(x) = ba^x$ به صورت شکل زیر است. مقدار $f(\alpha)$ کدام است؟



(۲) ۱

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره مختصات محل تقاطع با محور y را در ضابطه توابع f و g قرار دهید تا a و b به دست آیند.

پاسخ تشریحی گام اول: طبق نمودار، محل‌هایی که نمودار دو تابع f و g ، محور عرض‌ها را قطع کرده‌اند داده شده است. فرض می‌کنیم $f(0) = 2$

و $g(0) = \frac{1}{4}$ باشد، چون خواسته سؤال $f(\alpha)$ است و طبق نمودار $f(\alpha) = g(\alpha)$ است، فرضی که کردیم تأثیری در جواب نهایی ندارد.

$$\left. \begin{aligned} f(0) = 2 &\Rightarrow ab^0 = 2 \Rightarrow a = 2 \\ g(0) = \frac{1}{4} &\Rightarrow ba^0 = \frac{1}{4} \Rightarrow b = \frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^x, g(x) = \frac{1}{4}(2)^x$$

گام دوم: طول نقطه برخورد دو نمودار f و g ، ریشه معادله $f(x) = g(x)$ است. این معادله را حل می‌کنیم تا α به دست آید.

$$2\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{4}(2)^x \xrightarrow[\text{بر } 2^{-2x} \text{ تقسیم می‌کنیم.}]{\text{طرفین را در ۴ ضرب و}} \Rightarrow \frac{2}{2^{-2x}} = \frac{1}{4} \times \frac{2^{2x}}{2^{-2x}} \Rightarrow \frac{2}{2^{-2x}} = \frac{2^{2x}}{2^{-2x}} \Rightarrow 2^x = 2^x \Rightarrow x = 1$$

گام سوم: پس $\alpha = 1$ است. خواسته سؤال $f(1)$ است که برابر است با:

$$f(1) = 2\left(\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴

با فرض آن که $f(x) = x + 4\sqrt{x-3}$ ، اگر $f^{-1}(x) = x + b - 4\sqrt{x-a}$ باشد، مقدار $a+b$ کدام عدد است؟

- ۱) ۷ ۲) -۷ ۳) ۸ ۴) -۸

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره برای به دست آوردن وارون بعضی توابع، ابتدا لازم است ضابطه تابع را به صورت مربع کامل بنویسید.

خودت حل کنی بهتره ضابطه وارون تابع f را به دست آورید. ابتدا ضابطه f را به صورت مربع کامل بنویسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: ضابطه وارون تابع f را به دست می آوریم. باید در ضابطه تابع f عبارت را به صورت مربع کامل بنویسیم تا در نهایت بتوانیم x را در یک طرف تساوی تنها کنیم.

$$f(x) = \frac{x-3}{(\sqrt{x-3})^2} + \frac{4\sqrt{x-3}}{2 \times 2 \times \sqrt{x-3}} + \frac{4}{2^2} - 1 \Rightarrow y = (\sqrt{x-3} + 2)^2 - 1$$

$$\Rightarrow y+1 = (\sqrt{x-3} + 2)^2 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \pm \sqrt{y+1} = \sqrt{x-3} + 2$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x-3}+2 \geq 0} \sqrt{y+1} - 2 = \sqrt{x-3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\sqrt{y+1} - 2)^2 = x-3$$

$$\xrightarrow{y+1-4\sqrt{y+1}+4} x = y - 4\sqrt{y+1} + 8$$

$$\Rightarrow x = y - 4\sqrt{y+1} + 8 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می کنیم تا } f^{-1} \text{ به دست آید}} f^{-1}(x) = x - 4\sqrt{x+1} + 8$$

گام دوم: از مقایسه نتیجه گام اول با ضابطه تابع f^{-1} در صورت سؤال، نتیجه می گیریم:

$$f^{-1}(x) = x + \underbrace{8}_{b} - 4\sqrt{x + \underbrace{1}_{-a}} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a+b = 8-1 = 7$$

تست و پاسخ ۵

اگر $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = f(x) - f(\frac{1}{x})$ ، مقدار $g^{-1}(2)$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا تابع $f(\frac{1}{x})$ و سپس تابع $g(x)$ را تشکیل دهید.

نکته برای تابع $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$:

۱) معکوس تابع به صورت $f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$ است.

۲) اگر $a+d=0$ باشد، آن گاه $f(x) = f^{-1}(x)$ است.

پاسخ تشریحی

گام اول: تابع $f(\frac{1}{x})$ را از روی تابع $f(x)$ می سازیم.

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-1} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1-x}{x}} = \frac{1}{1-x} \quad (x \neq 1, 0)$$

گام دوم: تابع g را تشکیل می دهیم:

$$g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{1-x} = \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} \Rightarrow g(x) = \frac{x+1}{x-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم:

راه اول: با استفاده از نکته، ضابطه g^{-1} را به دست می آوریم.

$$g(x) = \frac{\overset{a}{1} \times \overset{b}{x+1}}{\underset{c}{1} \times \underset{d}{x-1}} \xrightarrow{a+d=0} g^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow g^{-1}(2) = \frac{2+1}{2-1} = 3$$

راه دوم: فرض می کنیم $g^{-1}(2) = a$ باشد؛ در نتیجه طبق تعریف تابع وارون، $g(a) = 2$ است.

$$\frac{a+1}{a-1} = 2 \Rightarrow a+1 = 2a-2 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow g^{-1}(2) = 3$$

تست و پاسخ ۶

هرگاه $f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ و $g(x) = 2x^2 - 5x + 2$ ، حاصل جمع طول نقاط برخورد تابع $g \circ f$ با محور x ها چه عددی است؟

۴) -۸

۳) -۷

۲) -۶

۱) -۵

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره در کنکورهای سال های اخیر، پای ثابت سوالات ترکیبی، مبحث fog بوده است. به خوبی بر آن مسلط شوید.

خودت حل کنی بهتره معادله $g(f(x)) = 0$ را حل کنید. در مرحله اول به صفرهای تابع g احتیاج دارید.

درس نامه ●● برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ (که در آن a مربع کامل نیست)، یکی از روش ها این است که معادله را به فرم $X^2 + bX + ac = 0$ بنویسیم و عبارت را (در صورت امکان) تجزیه کنیم تا جواب ها به دست آیند. در انتها جواب ها را بر a تقسیم می کنیم تا جواب معادله اصلی به دست آید.

پاسخ تشریحی گام اول: طول نقاط برخورد نمودار تابع $g \circ f$ با محور x ها، ریشه های معادله $g \circ f(x) = 0$ است. معادله را حل می کنیم:

$$g(f(x)) = 0 \Rightarrow 2f^2 - 5f + 2 = 0 \xrightarrow{af^2+bf+c=0} F^2 - 5F + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (F-4)(F-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} F=1 \xrightarrow{\times \frac{1}{a}} f = \frac{1}{2} \\ F=4 \xrightarrow{\times \frac{1}{a}} f = 2 \end{cases}$$

گام دوم: حالا باید معادله های $f(x) = \frac{1}{2}$ و $f(x) = 2$ را حل کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{3x+1}{x-3} = \frac{1}{2} &\Rightarrow 6x+2 = x-3 \Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1 \\ \frac{3x+1}{x-3} = 2 &\Rightarrow 3x+1 = 2x-6 \Rightarrow x = -7 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مجموع} = -1-7 = -8$$

تست و پاسخ ۷

اگر دامنه و برد تابع $f(x) = a\sqrt{8x-x^2}$ برابر باشند، مقدار $af(a)$ کدام است؟

۴) $4\sqrt{3}$

۳) $8\sqrt{3}$

۲) ۸

۱) $4\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره روش های محاسبه برد توابع را به خوبی یاد بگیرید. یکی از این روش ها، رسم نمودار توابع آشناست.

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنه f را به دست آورید. برای به دست آوردن برد تابع f ، از نمودار تابع $y = 8x - x^2$ کمک بگیرید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

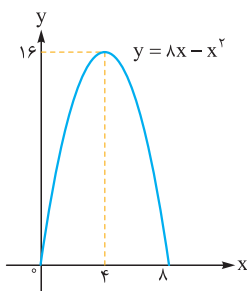


پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا دامنهٔ f را به دست می آوریم.

$$f(x) = a\sqrt{\lambda x - x^2}$$

$$D_f : \lambda x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(\lambda - x) \geq 0 \xrightarrow[\text{ضرب } x^2 \text{ است.}]{\text{بین دو ریشه، مخالف علامت}} 0 \leq x \leq \lambda \Rightarrow D_f = [0, \lambda]$$

گام دوم: با توجه به نمودار تابع $y = \lambda x - x^2$ ، در محدودهٔ $[0, \lambda]$ داریم:

$$\begin{cases} x \text{ رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-\lambda}{-2} = 4 \\ y \text{ رأس سهمی} = \lambda \times 4 - (4)^2 = 32 - 16 = 16 \end{cases}$$

$$0 \leq \lambda x - x^2 \leq 16 \xrightarrow{\text{جذر می گیریم.}} 0 \leq \sqrt{\lambda x - x^2} \leq 4$$

$$\xrightarrow[\frac{xa}{a>0}]{\text{ضرب می کنیم}} 0 \leq a\sqrt{\lambda x - x^2} \leq 4a \Rightarrow R_f = [0, 4a]$$

توجه کنید که با توجه به دامنهٔ به دست آمده، ضریب a باید مثبت باشد تا دامنه و برد تابع f با هم برابر باشند.گام سوم: دامنه و برد تابع f را برابر قرار می دهیم.

$$[0, \lambda] = [0, 4a] \Rightarrow \lambda = 4a \Rightarrow a = 2$$

گام چهارم: مقدار $af(a)$ یا همان $2f(2)$ را حساب می کنیم:

$$af(a) = 2f(2) = 2 \times 2\sqrt{\lambda \times 2 - 2^2} = 4\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۸

اگر $f(x) = \sqrt{x-2} - 3\sqrt{6-x}$ و $g(x) = 1 + \sqrt{x-3}$ ، دامنهٔ تعریف تابع $y = (f+g) \circ g$ کدام است؟

$$[7, 28] \quad (4)$$

$$[3, 7] \quad (3)$$

$$[2, 7] \quad (2)$$

$$[3, 28] \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنهٔ f ، g و $f+g$ را به دست آورید.

درس نامه ۱۰۰ (۱) چهار عمل اصلی روی توابع به صورت زیر تعریف می شود:

نام عمل جبری	نماد	تعریف ریاضی	دامنه
جمع دو تابع	$f + g$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	$D_f \cap D_g$
تفریق دو تابع	$f - g$	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	$D_f \cap D_g$
ضرب دو تابع	fg	$(fg)(x) = f(x) \cdot g(x)$	$D_f \cap D_g$
تقسیم دو تابع	$\frac{f}{g}$	$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$

(۲) دامنهٔ تابع $f \circ g$ دو شرط دارد:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid \underbrace{g(x) \in D_f}_{\text{شرط (۲)}}\}_{\text{شرط (۱)}}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$f(x) = \sqrt{x-2} - 3\sqrt{6-x}$$

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا دامنه توابع f ، g و $f+g$ را به دست می آوریم:

$$D_f: \begin{cases} 0 \leq x-2 \Rightarrow 2 \leq x \\ 0 \leq 6-x \Rightarrow x \leq 6 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = [2, 6]$$

$$g(x) = 1 + \sqrt{x-3}$$

$$D_g: 0 \leq x-3 \Rightarrow 3 \leq x \Rightarrow D_g = [3, +\infty)$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = [2, 6] \cap [3, +\infty) = [3, 6]$$

گام دوم: دامنه تابع $y = (f+g) \circ g$ را طبق تعریف می نویسیم:

$$D_{(f+g) \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_{f+g}\} = \underbrace{\{x \in [3, +\infty) \mid (1 + \sqrt{x-3}) \in [3, 6]\}}_{(I)}$$

گام سوم: شرط (II) را بازنویسی می کنیم:

$$(II): 3 \leq 1 + \sqrt{x-3} \leq 6 \xrightarrow{-1} 2 \leq \sqrt{x-3} \leq 5 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4 \leq x-3 \leq 25 \xrightarrow{+3} 7 \leq x \leq 28$$

گام چهارم: اشتراک شرط های (I) و (II) دامنه تابع $(f+g) \circ g$ را نتیجه می دهد.

$$\xrightarrow{(II) \cap (I)} D_{(f+g) \circ g} = [7, 28]$$

تست و پاسخ ۹

جمع جواب های $\lfloor \frac{2}{3}x \rfloor = \frac{3}{4}x$ چه عددی است؟ $\lfloor \cdot \rfloor$ ، نشان دهنده جزء صحیح است.

۴۸ (۴)

-۴۸ (۳)

-۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره: حاصل جزء صحیح را برابر با عدد صحیح k قرار دهید.

نکته: اگر $[f(x)] = g(x)$ باشد، آن گاه:

$$1) g(x) \in \mathbb{Z}$$

$$2) g(x) \leq f(x) < g(x) + 1$$

نکته: مجموع اعداد طبیعی متوالی، از ۱ تا n برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

پاسخ تشریحی: گام اول: طبق نکته (۱)، از معادله $\lfloor \frac{2}{3}x \rfloor = \frac{3}{4}x$ نتیجه می گیریم:

$$\frac{2}{3}x = k \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow x = \frac{3k}{2} \quad (1)$$

گام دوم: با جای گذاری (۱) در معادله داریم:

$$\lfloor \frac{2}{3}(\frac{3k}{2}) \rfloor = k \Rightarrow \lfloor \frac{\lambda k}{9} \rfloor = k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

گام سوم: طبق نکته (۲) به نابرابری زیر می رسیم:

$$k \leq \frac{\lambda k}{9} < k+1 \xrightarrow{\times 9} 9k \leq \lambda k < 9k+9 \xrightarrow{-\lambda k} k \leq 0 < k+9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k \leq 0 \\ 0 < k+9 \Rightarrow -9 < k \end{cases} \Rightarrow -9 < k \leq 0 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{-8, -7, \dots, 0\} \Rightarrow \text{جواب های معادله} = \left\{ \frac{3}{2}(-8), \frac{3}{2}(-7), \dots, 0 \right\} \quad (2)$$

گام چهارم: مجموع جواب ها را حساب می کنیم.

$$-\frac{3}{2}(1+2+3+\dots+8) = -\frac{3}{2}\left(\frac{8 \times (8+1)}{2}\right) = -48$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۰

نمودار تابع $f(x) = |x - 2m - 1| - |x + m|$ به صورت مقابل است. حدود m کدام است؟

$$m < \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3} < m \quad (3)$$

$$m < 3 \quad (2)$$

$$-3 < m \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره نمودار توابع گلدانی $y = |x - a| + |x - b|$ و سرسره‌ای $y = |x - a| - |x - b|$ از جمله سوالات پرتکرار در کنکور و امتحانات مدارس است.

خودت حل کنی بهتره ریشه عبارت‌های داخل قدرمطلق را به دست آورید و سپس مقدار تابع f را در این ریشه‌ها مقایسه کنید.

درس نامه دو تابع معروف در قدرمطلق داریم که در زیر آورده‌ایم:

ضابطه	نمودار	رفتار تابع	تقارن	برد
$y = x - a + x - b $ ($b > a$)		روند کاهشی: $x < a$ روند افزایشی: $x > b$	محور تقارن: $x = \frac{a+b}{2}$	$[b - a , +\infty)$
$y = x - a - x - b $		(بین ریشه‌ها) (b, a) روند کاهشی	مرکز تقارن: $(\frac{a+b}{2}, 0)$	$[- b - a , b - a]$
		(بین ریشه‌ها) (a, b) روند افزایشی		

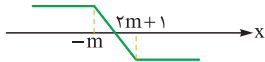
پاسخ تشریحی گام اول: در نمودار سرسره‌ای، طول نقاط شکستگی، همان ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق هستند.

ریشه‌های عبارت‌های داخل قدرمطلق، $x = -m$ و $x = 2m + 1$ هستند. با جای‌گذاری آن‌ها در تابع داریم:

$$f(-m) = |-m - 2m - 1| - 0 = |-3m - 1| \Rightarrow 0 \leq f(-m)$$

$$f(2m + 1) = 0 - |2m + 1 + m| = -|3m + 1| \Rightarrow f(2m + 1) \leq 0$$

گام دوم: طبق گام اول، نمودار تابع باید به صورت زیر باشد:



$$-1 < 3m \Rightarrow -\frac{1}{3} < m$$

پس باید $-m < 2m + 1$ باشد؛ در نتیجه:

تست و پاسخ ۱۱

سطح بین نمودار $f(x) = |x - 2| + |x - k|$ و خط $y = 2k$ برابر ۳۰ است. مقدار k چه عددی می‌تواند باشد؟

$$12 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$8 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

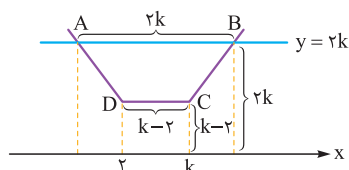
خودت حل کنی بهتره ابتدا نمودار تابع f را رسم کنید و آن را با خط $y = 2k$ برخورد بدهید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

نکته هرگاه خط افقی $y = a$ ، نمودار تابع $y = |x - \alpha| + |x - \beta|$ را در دو نقطه A و B قطع کند، طول پاره خط AB برابر با a است.



پاسخ تشریحی گام اول: مطابق گزینه‌ها با فرض $2 < k$ ، نمودار تابع f به صورت مقابل است.

گام دوم: طبق نمودار، طول CD برابر با $k - 2$ است.

طبق نکته، طول AB برابر با $2k$ است.

عرض نقطه C با جای گذاری $x = k$ در تابع f برابر با $k - 2$ به دست می‌آید.

عرض نقطه B هم که طبق نمودار $2k$ است.

گام سوم: مساحت دوزنقه $ABCD$ را می‌نویسیم:

$$S_{ABCD} = \frac{(\text{مجموع قاعده‌ها}) \times (\text{ارتفاع})}{2} \Rightarrow S = \frac{(2k + (k-2)) \times (k-2)}{2}$$

$$\Rightarrow 3k^2 + 4k - 4 = 60 \Rightarrow 3k^2 + 4k - 64 = 0 \xrightarrow{ak^2+bk+c=0} K^2 + 4K - 3 \times 64 = 0$$

$$\Rightarrow (K - 12)(K + 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} K = 12 \xrightarrow{\div 3} k = 4 \\ K = -16 \xrightarrow{\div 3} k = \frac{-16}{3} \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، جواب $k = 4$ است.

تست و پاسخ ۱۲

هرگاه $A(3, 1)$ ، $B(-1, -1)$ و $C(0, -5)$ سه رأس مثلثی باشند، معادله ارتفاع AH کدام است؟

$$4x - y = 11 \quad (2)$$

$$4y - x = 1 \quad (1)$$

$$4x + y = 13 \quad (4)$$

$$4y + x = 7 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال، یکی از متداول‌ترین سؤالات در مبحث هندسه تحلیلی است که در امتحانات مدارس هم، زیاد تکرار شده است.

خود حل کنی بهتره قرینه و معکوس شیب پاره خط BC برابر با شیب ارتفاع AH است.

نکته اگر خط d بر خط d' عمود باشد، حاصل ضرب شیب‌های آن‌ها -1 است، یعنی:

$$m_d m_{d'} = -1 \text{ یا } m_d = -\frac{1}{m_{d'}}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ارتفاع AH بر ضلع BC عمود است؛ پس شیب آن قرینه و معکوس شیب BC است.

$$B(-1, -1), C(0, -5)$$

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-5 + 1}{0 + 1} = -4 \xrightarrow{m_{AH} = -\frac{1}{m_{BC}}} m_{AH} = \frac{1}{4}$$

گام دوم: ارتفاع AH از رأس $A(3, 1)$ با شیب $m_{AH} = \frac{1}{4}$ عبور می‌کند، معادله این خط را می‌نویسیم:

$$y - y_A = m_{AH}(x - x_A) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{4}(x - 3) \Rightarrow 4y - x = 1$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۳

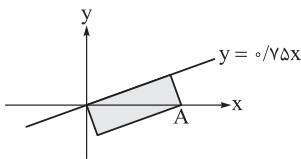
مساحت مستطیل مشخص شده در شکل برابر ۷۵ است. طول نقطه A کدام است؟

$$\frac{15}{4} \quad (1)$$

$$\frac{25}{2} \quad (2)$$

$$\frac{15}{2} \quad (3)$$

$$\frac{25}{4} \quad (4)$$



پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره طول نقطه A را α در نظر بگیرید و سپس طول و عرض مستطیل را بر حسب α بنویسید.

درس نامه •• فاصله نقطه از خط

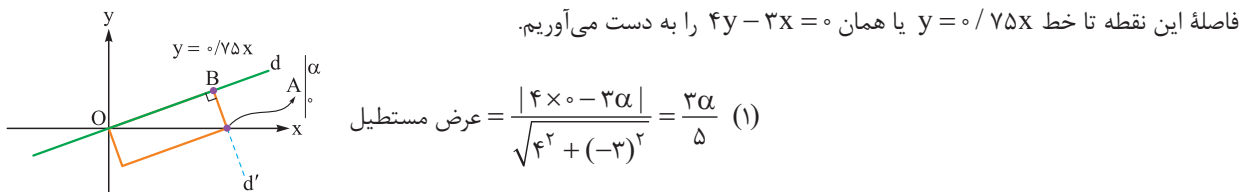
برای به دست آوردن فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از یک خط، باید معادله خط را به شکل $ax + by + c = 0$ درآوریم و بعد از رابطه زیر استفاده کنیم:

نقطه $A(x_0, y_0)$ را در سمت چپ
تساوی $ax + by + c = 0$ جای گذاری می کنیم.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ضرب x و y در معادله خط

پاسخ تشریحی راه اول: گام اول: مطابق شکل روبه‌رو، طول نقطه A را α در نظر می گیریم و



گام دوم: خط d' بر خط d عمود است؛ پس شیب آن $m_{d'} = -\frac{1}{m_d} = -\frac{4}{3}$ را می نویسیم:

$$y - 0 = -\frac{4}{3}(x - \alpha) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{4\alpha}{3}$$

گام سوم: فاصله نقطه O تا خط d' ، برابر با طول مستطیل است:

$$\text{طول مستطیل} = \frac{\left| \frac{4\alpha}{3} \right|}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2}} = \frac{\frac{4\alpha}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4\alpha}{5} \quad (2)$$

گام چهارم: از (۱) و (۲) استفاده می کنیم و مساحت مستطیل را برابر با ۷۵ قرار می دهیم.

$$\text{مساحت} = \frac{3\alpha}{5} \times \frac{4\alpha}{5} = 75 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{75 \times 25}{3 \times 4} = \frac{25 \times 25}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{25}{2} \Rightarrow A \left| \frac{25}{2} \right|_0$$

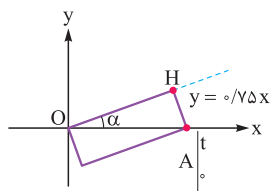


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

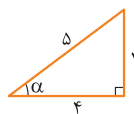
ریاضیات

راه دوم:

گام اول: با استفاده از مبحث مثلثات نیز می‌توان به این سؤال پاسخ داد، چون شیب خط 75° است؛ پس:



$$\tan \alpha = 75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = \frac{4}{5} \end{cases}$$



گام دوم: مقادیر AH و OH را بر حسب t (طول نقطه A) به دست می‌آوریم:

$$AH = \frac{3}{5}t, \quad OH = \frac{4}{5}t$$

گام سوم: مساحت مستطیل را می‌نویسیم:

$$S = AH \times OH \Rightarrow \frac{3}{5}t \times \frac{4}{5}t = 75 \Rightarrow t^2 = \frac{75 \times 25}{4} \Rightarrow t = \frac{25}{2}$$

تست و پاسخ ۱۴

اگر معادله $\sqrt[3]{3ax+8} - x = 2$ دقیقاً دو جواب متمایز داشته باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره رادیکال را در یک طرف تساوی تنها کنید و سپس طرفین تساوی را به توان ۳ برسانید.

پاسخ تشریحی

گام اول: معادله را ساده می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{3ax+8} - x = 2 &\Rightarrow \sqrt[3]{3ax+8} = 2+x \xrightarrow{\text{به توان ۳}} 3ax+8 = (2+x)^3 \\ &= 8 + 12x + 6x^2 + x^3 \\ \Rightarrow x^3 + 6x^2 + (12-3a)x = 0 &\Rightarrow x(x^2 + 6x + 12-3a) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 6x + 12-3a = 0 \quad (1) \end{cases} \end{aligned}$$

گام دوم: از آنجایی که معادله باید دقیقاً دو جواب متمایز داشته باشد، دو حالت زیر ممکن است:

حالت اول: معادله (۱)، ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4(12-3a) = 0 \Rightarrow 12-3a = 9 \Rightarrow a = 1$$

حالت دوم: $x = 0$ یکی از ریشه‌های معادله (۱) باشد که در این حالت در معادله (۱) صدق می‌کند.

$$0^2 + 6(0) + 12-3a = 0 \Rightarrow a = 4$$

گام سوم: پس مجموع مقادیر ممکن برای a برابر با $4+1=5$ است.

تست و پاسخ ۱۵

اگر α جواب معادله $\frac{2}{\sqrt{2x+1}+2} + \frac{1}{2-\sqrt{2x+1}} = \frac{3}{3-2x}$ باشد، مقدار $\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha+1}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره هر جا دیدید معادلات درجه ۲، گنگ یا گویا کمی پیچیده شدند، ولی در آن‌ها عبارت‌های مشابه تکرار می‌شوند، باید از روش تغییر متغیر استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره از تغییر متغیر $\sqrt{2x+1} = t$ استفاده کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

گام اول: برای حل معادله از تغییر متغیر $\sqrt{2x+1} = t$ استفاده می‌کنیم. ابتدا مقدار x را بر حسب t به دست می‌آوریم.

$$\sqrt{2x+1} = t \xrightarrow[t \geq 0]{\text{به توان ۲}} 2x+1 = t^2 \Rightarrow x = \frac{t^2-1}{2}$$

گام دوم: معادله اصلی را بر حسب t می‌نویسیم و آن را حل می‌کنیم.

$$\frac{2}{t+2} + \frac{1}{2-t} = \frac{3}{3-2 \times \left(\frac{t^2-1}{2}\right)} \Rightarrow \frac{2(2-t) + t + 2}{4-t^2} = \frac{3}{4-t^2}$$

$$\Rightarrow 4-2t+t+2=3 \Rightarrow t=3 \xrightarrow{x=\frac{t^2-1}{2}} x = \frac{3^2-1}{2} = 4 \Rightarrow \alpha = 4$$

$$\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha+1} = \frac{\sqrt{4}}{4+1} = \frac{2}{5}$$

گام سوم: خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

تست و پاسخ ۱۶

علی کاری را ۲۰ روز زودتر از رضا انجام می‌دهد. اگر آن کار را با هم انجام دهند، ۱۶ روز زودتر از حالتی که علی به تنهایی کار را انجام دهد، کار تمام می‌شود. رضا به تنهایی کار را چندروزه تمام می‌کند؟

۴۰ (۴)

۶۰ (۳)

۷۲ (۲)

۷۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤالات کاربردی در مبحث معادلات گویا، تیپ‌های مشخصی دارند، بر آن‌ها مسلط شوید.

خود حل کنی بهتره فرض کنید علی کار را به تنهایی در n روز تمام کند. بقیه حالت‌ها را نیز بر حسب n بنویسید.

پاسخ تشریحی

گام اول: فرض کنید علی کار را به تنهایی در n روز انجام دهد؛ پس علی در هر روز $\frac{1}{n}$ کار را انجام می‌دهد. طبق صورت سؤال، رضا کار را به تنهایی در $n+20$ روز انجام می‌دهد؛ پس رضا در هر روز $\frac{1}{n+20}$ کار را انجام می‌دهد. هم‌چنین طبق صورت سؤال اگر با هم کار کنند، کار در $n-16$ روز انجام می‌شود؛ پس اگر با هم کار کنند، در هر روز $\frac{1}{n-16}$ کار انجام می‌شود.

گام دوم: طبق توضیحات گام اول، معادله گویای زیر برای حالتی که با هم کار می‌کنند، به دست می‌آید:

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n+20} = \frac{1}{n-16} \Rightarrow \frac{2n+20}{n(n+20)} = \frac{1}{n-16}$$

$$\Rightarrow n(n+20) = (n-16)(2n+20) \Rightarrow n^2 + 20n = 2n^2 - 12n - 320 \Rightarrow n^2 - 32n - 320 = 0$$

$$\Rightarrow (n-40)(n+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -8 & \text{غ ق} \\ n = 40 & \checkmark \end{cases}$$

گام سوم: بنابراین رضا کار را به تنهایی در $n+20=60$ روز تمام می‌کند.

تست و پاسخ ۱۷

اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - (1+\alpha\beta)x + 3(\alpha+\beta) = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}$ کدام است؟

۰/۳۶ (۴)

۰/۳۲ (۳)

۰/۴۸ (۲)

۰/۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره از روابط بین ریشه‌های معادله درجه ۲، مقادیر عددی $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ را به دست آورید.

درس نامه در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، با شرط $\Delta > 0$ داریم:

جمع ریشه‌ها	ضرب ریشه‌ها	اختلاف ریشه‌ها
$S = -\frac{b}{a}$	$P = \frac{c}{a}$	$M = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a }$

پاسخ تشریحی گام اول: α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - (1 + \alpha\beta)x - 3(\alpha + \beta) = 0$ هستند؛ پس:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = 1 + \alpha\beta \quad (1)$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = -3(\alpha + \beta) \xrightarrow{(1)} \alpha\beta = -3(1 + \alpha\beta) \Rightarrow \alpha\beta = -\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{\text{با جای‌گذاری در (1)}} \alpha + \beta = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad (3)$$

گام دوم: خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \xrightarrow{(2) \text{ و } (3)} \alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \frac{1}{16} + \frac{6}{4} = \frac{1 + 24}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{16}{25} = 0.64$$

تست و پاسخ ۱۸

α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$ هستند. اگر α, β, m تشکیل دنباله هندسی دهند، قدرنسبت دنباله

چند برابر مقدار m است؟

$$\sqrt{3} - \sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$2 + \sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} - 2 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال‌های ترکیبی جز، اهداف طراحان کنکورهای سال‌های اخیر بوده است.

خودت حل کنی بهتره حاصل ضرب $\alpha\beta$ را یک بار از روی دنباله هندسی و یک بار از روی روابط بین ریشه‌های معادله درجه دو بنویسید

و با هم مساوی قرار دهید.

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجایی که α, m, β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؛ پس:

$$\alpha\beta = m^2 \quad (1)$$

گام دوم: از آنجایی که α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$ هستند؛ پس حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$\xrightarrow{\alpha\beta = \frac{c}{a}} \alpha\beta = 2m - 1 \quad (2)$$

گام سوم: از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$m^2 = 2m - 1 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m - 1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

گام چهارم: با داشتن m ، معادله را می‌نویسیم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم.

$$x^2 - 2(1+1)x + 2 \times 1 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \xrightarrow{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}} x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 - \sqrt{3} \\ \beta = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

گام پنجم: دنباله هندسی به صورت $2 - \sqrt{3}, 1, 2 + \sqrt{3}$ درمی‌آید که قدرنسبت آن $2 + \sqrt{3}$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۹

مجموع هشت جمله ابتدایی از دنباله $a_n = 2^n - 4n + k$ برابر با صفر است. مقدار k کدام است؟

$$-\frac{183}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{179}{4} \quad (3)$$

$$-\frac{111}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{78}{8} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره به دنباله a_n توجه کنید. این دنباله از مجموع یک دنباله حسابی و یک دنباله هندسی تشکیل شده است.

درس نامه •• مجموع n جمله ابتدایی دنباله حسابی و هندسی

دنباله حسابی	دنباله هندسی
$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$ یا $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$

توجه a_1 جمله اول هر دنباله، d قدرنسبت دنباله حسابی و r قدرنسبت دنباله هندسی است.

پاسخ تشریحی گام اول: دنباله a_n از مجموع دنباله هندسی 2^n و دنباله حسابی $-4n + k$ تشکیل شده است.

گام دوم: مجموع هشت جمله ابتدایی از هر یک از دنباله‌های 2^n و $-4n + k$ را به دست می‌آوریم:

$$2^n: 2, 4, 8, \dots, 2^8 \Rightarrow S = \frac{2(1-2^8)}{1-2} = 2 \times 255 = 510$$

$$-4n + k: -4 + k, -8 + k, -12 + k, \dots, -32 + k \Rightarrow S' = \frac{8}{2} \left[\underbrace{2 \times (-4 + k)}_{-8 + 2k} + \underbrace{(8-1)(-4)}_{-28} \right] = 8k - 144$$

$$510 + 8k - 144 = 0 \Rightarrow 8k + 366 = 0 \Rightarrow k = -\frac{183}{4}$$

گام سوم: طبق صورت سؤال $S + S' = 0$ است؛ پس:

تست و پاسخ ۲۰

جملات یک دنباله حسابی را به صورت $\{1, 4\}, \{7, 10, 13\}, \{16, 19, 22, 25\}, \dots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. اولین عدد در دسته بیستم کدام است؟

$$634 \quad (4)$$

$$628 \quad (3)$$

$$625 \quad (2)$$

$$631 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره جمله اول دسته‌ها تشکیل دنباله درجه ۲ می‌دهند.

درس نامه •• یک تیپ سؤال معروف در دنباله حسابی

یک تیپ سؤال داریم که اعداد طبیعی را دسته‌بندی می‌کند، بعد مثلاً عدد اول دسته n یا مجموع اعداد دسته n را می‌خواهد. این مدل سؤال، زیاد در کنکور مطرح شده است. ما هم یک نمونه از آن را این‌جا حل می‌کنیم. به روش حل دقت کنید.

مثال: اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد: $(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$ مجموع جمله‌های اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟

$$1850 \quad (4)$$

$$1800 \quad (3)$$

$$1750 \quad (2)$$

$$1700 \quad (1)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گزینۀ «۳»؛ تعداد اعداد استفاده شده در دسته اول یکی، در دسته دوم ۲ تا... و در دسته بیست و نهم ۲۹ تا است؛ پس تا آخر دسته بیست و نهم، تعداد کل اعدادی که نوشته شده اند، برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 29 = \frac{29 \times 30}{2} = 435$$

پس اولین عدد دسته سی ام می شود ۴۳۶ امین عدد فرد.

۲۹ تا بریم جلو تر می شود آخرین عدد این دسته، یعنی ۴۶۵ امین عدد فرد.

برای محاسبه n امین عدد فرد از رابطه $2n - 1$ استفاده می کنیم؛ پس:

$$\left. \begin{aligned} 436 \text{ امین عدد فرد} &= 2(436) - 1 = 871 \\ 465 \text{ امین عدد فرد} &= 2(465) - 1 = 929 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع}} 871 + 929 = 1800$$

الگوهای درجه یک و درجه دو

الگو	فرم کلی	روش به دست آوردن a	روش به دست آوردن b (و c)
درجه یک	$an + b$	مقداری که به جملات اضافه می شود.	با جای گذاری یک جمله از دنباله، b را به دست می آوریم.
درجه دو	$an^2 + bn + c$	- مقداری که به جملات اضافه می شوند را زیرشان می نویسیم. - مقادیری که نوشتیم تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. - نصف قدرنسبت این دنباله برابر با a می شود.	با جای گذاری دو جمله از دنباله، مقادیر b و c را به دست می آوریم.

پاسخ تشریحی راه اول:

گام اول: اعداد داده شده، جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ هستند.

$$\{1\}, \{4\}, \{7, 10, 13\}, \{16, 19, 22, 25\}, \{28, 31, 34, 37, 40\}, \{43\}, \dots$$

گام دوم: عدد اول دسته ها، دنباله زیر را تشکیل می دهند، چون اختلاف جملات این دنباله، یک دنباله حسابی است؛ پس عدد اول دسته ها، یک دنباله درجه ۲ تشکیل می دهند.

$$1, 7, 16, 28, 43$$

$$\text{دنباله حسابی: } +6, +9, +12, +15$$

$$\text{قدرنسبت دنباله حسابی: } +3, +3, +3$$

$$\text{دو برابر ضرب } n^2 \text{ در دنباله درجه ۲}$$

گام سوم: اگر دنباله درجه دوم را $a_n = an^2 + bn + c$ در نظر بگیریم، $2a = 3$ است، پس $a = \frac{3}{2}$ است؛ یعنی $a_n = \frac{3}{2}n^2 + bn + c$. با نوشتن $a_1 = 1$ و $a_7 = 7$ ، مجهولات b و c را نیز به دست می آوریم.

$$a_1 = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} + b + c = 1 \Rightarrow b + c = -\frac{1}{2}$$

$$a_7 = 7 \Rightarrow \frac{3}{2} \times 49 + 7b + c = 7 \Rightarrow 7b + c = 1 \Rightarrow \frac{7b + c = 1}{b + c = -\frac{1}{2}} \Rightarrow a_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 2$$

گام چهارم: خواسته سؤال a_{20} است.

$$a_{20} = \frac{3}{2} \times 20^2 + \frac{3}{2} \times 20 - 2 = 600 + 30 - 2 = 628$$

راه دوم:

$$2 + 3 + 4 + \dots + 20 + 1 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

گام اول: تعداد این اعداد را تا اولین عدد دسته ۲۰ حساب می کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 1 + 3(n-1) = 3n - 2$$

گام دوم: جمله عمومی دنباله حسابی با $d = 3$ و $a_1 = 1$ برابر است با:

$$a_n = 3n - 2 \xrightarrow{n=210} 630 - 2 = 628$$

گام سوم: پس جمله ۲۱۰ ام دنباله حسابی برابر است با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



هندسه: صفحه‌های ۹ تا ۴۳

تست و پاسخ (۲۱)

در انتقال با بردار غیر صفر $\vec{V}$ ، نقطه A بر A' و نقطه B بر B' تصویر شده است. کدام گزینه، درست نیست؟

- (۱) $AB = A'B'$ (۲) $\overrightarrow{A'A} = \vec{V}$ (۳) $AB \parallel A'B'$ (۴) $\overrightarrow{BB'} = \vec{V}$

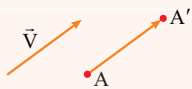
پاسخ: گزینه (۲)

مشاوره یک سوال پایه‌ای و مهم از مفهوم انتقال.

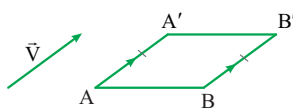
خودت حل کنی بهتره تعریف انتقال را در ذهن بیاورید!

درس نامه ●● (۱) انتقال با بردار $\vec{V}$ تبدیلی است که تحت آن، تصویر هر نقطه مانند A ، نقطه‌ای چون A' است؛ به طوری که $\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$.

(۲) چهارضلعی‌ای که دو ضلع آن موازی و هم‌اندازه باشند، متوازی‌الاضلاع است.



پاسخ تشریحی طبق تعریف انتقال، $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \vec{V}$ و (۴) درست است.

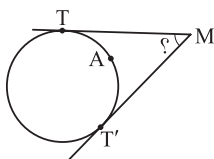


از طرف دیگر، پاره‌خط‌های AA' و BB' با بردار $\vec{V}$ موازی و هم‌اندازه‌اند و در نتیجه چهارضلعی $AA'B'B$ متوازی‌الاضلاع است، بنابراین $AB \parallel A'B'$ ، $AB = A'B'$ و (۱) و (۳) هم درست‌اند، اما طبق تعریف انتقال $\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$ ؛ پس $\overrightarrow{A'A} = -\vec{V}$ و (۲) غلط است.

تست و پاسخ (۲۲)

در شکل زیر، MT و MT' بر دایره مماس‌اند. اگر $\widehat{TAT'} = 100^\circ$ ، اندازه زاویه M کدام است؟

- (۱) 65° (۲) 70° (۳) 75° (۴) 80°



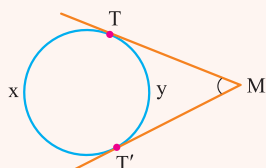
پاسخ: گزینه (۲)

مشاوره یک سوال پایه‌ای و ساده از مبحث «زاویه در دایره».

خودت حل کنی بهتره به فرمول زاویه بین دو مماس رسم‌شده از نقطه‌ای بیرون یک دایره فکر کنید.

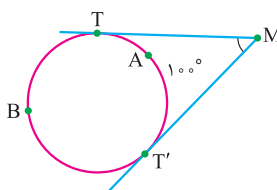
درس نامه ●● اگر از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر یک دایره رسم کنیم، زاویه بین آن‌ها برابر است با نصف تفاضل کمان‌هایی از دایره که به آن‌ها محدود شده‌اند.

$$\hat{M} = \frac{1}{2}(x - y)$$



پاسخ تشریحی راه حل اول: گام اول (استفاده از فرمول زاویه بین دو مماس): با توجه به درس‌نامه، داریم:

$$\hat{M} = \frac{1}{2}(\widehat{TBT'} - 100^\circ) (*)$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

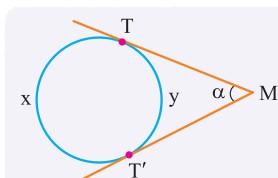
ریاضیات

گام دوم (محاسبه اندازه کمان $\widehat{TBT'}$ و محاسبه خواسته سؤال): کمان های $\widehat{TAT'}$ و $\widehat{TBT'}$ تشکیل یک دایره می دهند؛ بنابراین:

$$\widehat{TAT'} + \widehat{TBT'} = 360^\circ \Rightarrow 100^\circ + \widehat{TBT'} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{TBT'} = 260^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} \hat{M} = \frac{1}{2}(260^\circ - 100^\circ) = 80^\circ$$

راه حل دوم:



نکته مطابق شکل، اگر با رسم مماس های گذرنده از نقطه M ، دایره به دو کمان به اندازه های

x و y تقسیم شود، داریم:

$$x = 180^\circ + \alpha, \quad y = 180^\circ - \alpha$$

$$y = 100^\circ \Rightarrow 100^\circ = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 80^\circ$$

با توجه به نکته در این سؤال، داریم:

تست و پاسخ ۳۳

مستطیل $ABCD$ به اضلاع $AB = 24$ و $AD = 14$ مفروض است. اگر دایره ای به قطر AD رسم کنیم، فاصله دورترین نقطه دایره از رأس B ،

کدام است؟

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

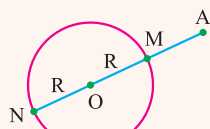
۳۰ (۲)

۲۸ (۱)

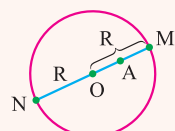
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یک سؤال متوسط از مبحث «وضعیت نقطه و دایره». توجه داشته باشید با این که روش یافتن نزدیک ترین و دورترین نقطه دایره از یک نقطه، در کتاب درسی مطرح نشده است، اما در کنکور خواسته شده است.

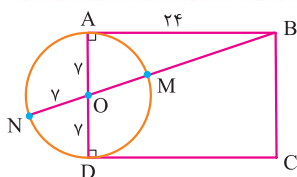
درس نامه ●● نقطه A و دایره $C(O, R)$ مفروض اند. اگر خط گذرنده از A و O ، دایره C را در M و N قطع کند، آن گاه M و N به ترتیب نزدیک ترین و دورترین نقاط دایره از نقطه A هستند و داریم:



$$AM = |OA - R|$$



$$AN = OA + R$$



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): چون پاره خط AD به طول ۱۴ واحد،

قطر دایره است، پس شعاع دایره ۷ واحد است. خط گذرنده از B و O را رسم می کنیم تا دایره را در M و N قطع کند. با توجه به درس نامه باید طول BN را بیابیم.

$$OB = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): در مثلث قائم الزاویه OAB بنا به قضیه فیثاغورس، داریم:

$$BN = OB + ON = 25 + 7 = 32$$

در نهایت می توان گفت:

تست و پاسخ ۳۴

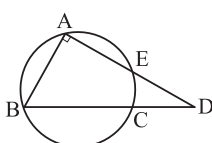
مطابق شکل، اگر $AE = 3$ و $CD = 12$ و $BC - DE = 1$ ، طول وتر AB چند برابر شعاع دایره است؟

$$\sqrt{3/2} \quad (۲)$$

$$\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3/6} \quad (۴)$$

$$\sqrt{3/4} \quad (۳)$$



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

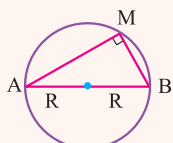


مشاوره سوالی ترکیبی از مبحث «زاویه در دایره» و «روابط طولی در دایره» با چاشنی استفاده از قضیه فیثاغورس.

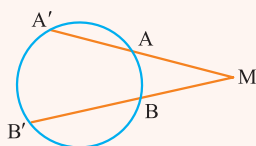
خودت حل کنی بهتره از روابط طولی در دایره استفاده کنید و بعد از آن، از B به E وصل کنید.

درس نامه

(۱) زاویه محاطی 90° همواره روبه روی قطر دایره است.



(۲) اگر از نقطه M خارج دایره C، دو قاطع MAA' و MBB' را نسبت به دایره رسم کنیم، آن گاه:

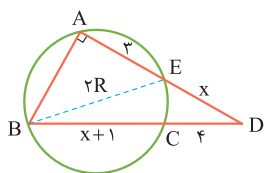


$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$

پاسخ تشریحی گام اول (اعمال مفروضات سؤال روی شکل): فرض کنیم $DE = x$ ، از $BC - DE = 1$ نتیجه می گیریم $BC = x + 1$.

از طرف دیگر از $12 = 3CD = 4AE$ نتیجه می گیریم $AE = 3$ و $CD = 4$.

گام دوم (محاسبه x): چون از نقطه D دو قاطع نسبت به دایره رسم شده، داریم:



$$DE \cdot DA = DC \cdot DB$$

$$\Rightarrow x(x + 3) = 4(x + 5) \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x - 5) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 5 \Rightarrow AD = 8, BD = 10$$

گام سوم (محاسبه طول AB): با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABD، داریم:

$$AB^2 + AD^2 = BD^2 \Rightarrow AB^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow AB = 6 \quad (*)$$

گام چهارم (محاسبه سؤال): شعاع دایره را R فرض می کنیم. زاویه BAE محاطی و قائمه است، پس باید روبه روی قطر دایره باشد؛ در نتیجه BE قطر دایره است ($BE = 2R$) و داریم:

$$\text{در } \triangle ABE \text{ فیثاغورس} \Rightarrow BE^2 = AB^2 + AE^2 \xrightarrow{(*)} (2R)^2 = 36 + 9 = 45$$

$$\Rightarrow 2R = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{AB}{R} = \frac{6}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{16}{5}} = \sqrt{3/2}$$

تست و پاسخ ۲۵

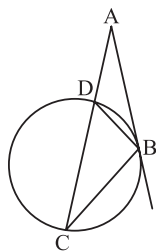
مطابق شکل، مماس AB و وتر BC هم اندازه اند. اگر $DC = 2BD = 12$ ، آن گاه طول AB کدام است؟

$$9 + \sqrt{3} \quad (۱)$$

$$6\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$10/8 \quad (۳)$$

$$6\sqrt{2} \quad (۴)$$



پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یک سؤال مفهومی از مبحث «زاویه در دایره» که مشابه آن در کنکورهای گذشته هم مطرح شده است، یادتان باشد که مفهوم

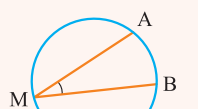
تشابه، از مهم ترین مفاهیم هندسه پایه شماست و باید روی آن مسلط باشید.

خودت حل کنی بهتره مثلث های متشابه را در شکل بیابید.



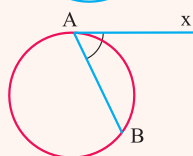
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



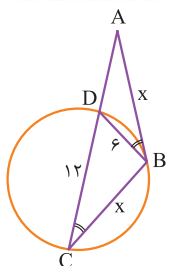
$$\hat{M} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

درس نامه ۱۰۰ (۱) اندازه زاویه محاطی، نصف کمان روبه‌رو به آن است.



$$x \hat{AB} = \frac{1}{2} \widehat{AB}$$

(۲) اندازه زاویه ظلی، نصف کمان روبه‌رو به آن است.



پاسخ تشریحی گام اول (تشخیص مثلث‌های متشابه): چون $AB = BC$ ، طول هر دو را x فرض می‌کنیم. هر دو

زاویه ظلی ABD و زاویه محاطی C ، روبه‌روی کمان BD هستند؛ پس برابرند و داریم:

$$(\hat{A} = \hat{A}), (\hat{ABD} = \hat{C}) \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACB$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): نسبت اضلاع نظیر دو مثلث متشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{BD}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{AD}{x} = \frac{x}{AD+12}$$

از برابری کسرهای اول و دوم نتیجه می‌گیریم $AD = 6$ و با جای‌گذاری این مقدار در کسرهای دوم و سوم، داریم:

$$\frac{6}{x} = \frac{x}{18} \Rightarrow x^2 = 6^2 \times 3 \Rightarrow x = 6\sqrt{3} = AB$$

توجه هر دو مثلث DAB و BAC متساوی‌الساقین‌اند. ($\hat{A} = \hat{C} = \hat{ABD}$)

تست و پاسخ ۲۶

عمود منصف ضلع BC و نیمساز زاویه حاده A از مثلث ABC در نقطه M متقاطع‌اند. اگر $BC = 6$ و شعاع دایره محیطی مثلث، 5 باشد، طول

پاره خط MC کدام است؟

$$3\sqrt{5} \quad (۴)$$

$$2\sqrt{5} \quad (۳)$$

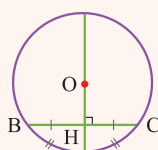
$$\sqrt{10} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{10} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

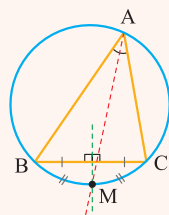
مشاوره ایده اصلی حل این سؤال، برگرفته از یک تمرین کتاب درسی است؛ پس قدم اول در هندسه، مسلط شدن به تمرینات کتاب درسی است.

خودت حل کنی بهتره در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان نظیرش را نصف می‌کند.



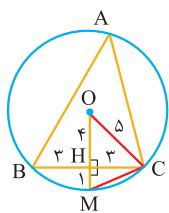
$$BH = CH$$

درس نامه ۱۰۰ (۱) در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر و کمان نظیرش را نصف می‌کند.



(۲) عمود منصف هر ضلع مثلث و نیمساز زاویه روبه‌رو به آن، در نقطه وسط کمان روبه‌رو به آن زاویه از دایره محیطی مثلث، متقاطع‌اند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل سؤال و محاسبه طول OH): با توجه به درس نامه، نیمساز زاویه A و عمود منصف BC، در نقطه M وسط کمان BC از دایره محیطی مثلث، متقاطع اند. زاویه A قائمه نیست (چرا؟)، پس اگر از مرکز دایره بر BC عمود کنیم، داریم $BH = HC = \frac{1}{2}BC = 3$ و با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OCH، داریم:

$$OH^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow OH = 4$$

$$HM = OM - OH = 5 - 4 = 1$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل، داریم:

$$MC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \Rightarrow MC = \sqrt{10}$$

حالا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث HMC، خواسته سؤال به دست می آید:

تست و پاسخ ۲۷

محیط مثلث ABC، ۲۴ واحد است. اگر $BC = 9$ و $\hat{A} = 60^\circ$ ، آن گاه مساحت دایره محاطی داخلی این مثلث کدام است؟

$$5\pi \quad (2)$$

$$6\pi \quad (1)$$

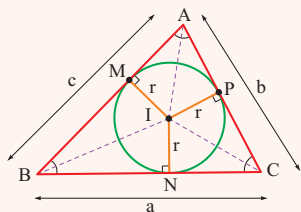
$$3\pi \quad (4)$$

$$4\pi \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره یک سؤال نسبتاً ساده و در عین حال مهم از مبحث «دایره های محاطی و محیطی مثلث»، یادتان باشد که حتماً نحوه محاسبه طول مماس های رسم شده از رأس های مثلث، بر دایره محاطی آن را بلد باشید که موضوع مهمی است.

خودت حل کنی بهتره طول قطعاتی که نقاط تماس دایره محاطی روی اضلاع مثلث می سازد را بیابید.



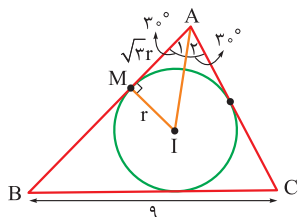
درس نامه ۱) نیمسازهای داخلی مثلث، همسرانند و محل همرسی آنها، از اضلاع مثلث به یک فاصله است که اگر این فاصله را r فرض کنیم، دایره به مرکز محل همرسی نیمسازها و شعاع r، بر اضلاع مثلث مماس است (دایره محاطی داخلی مثلث).

۲) طول قطعاتی که دایره محاطی داخلی روی اضلاع مثلث می سازد، از روابط زیر به دست می آیند (p نصف محیط مثلث است):

$$AM = AP = p - a, \quad BM = BN = p - b, \quad CP = CN = p - c$$

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): مثلث ABC و دایره محاطی آن

را رسم می کنیم. مرکز دایره را I و شعاع آن را r فرض می کنیم، می دانیم AI نیمساز $\hat{A}$ است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 30^\circ$ ؛ در نتیجه در مثلث قائم الزاویه AMI داریم:



$$\tan 30^\circ = \frac{MI}{AM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{AM} \Rightarrow AM = \sqrt{3}r \quad (*)$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق مورد (۲) درس نامه، داریم:

$$AM = p - a \xrightarrow{(*)} \sqrt{3}r = \frac{1}{4}(24) - 9 = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\text{دایره محاطی}} = \pi(\sqrt{3})^2 = 3\pi$$

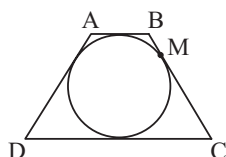


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۸

در شکل زیر، دوزنقه متساوی الساقین ABCD بر دایره محیط شده است. اگر $BM = \sqrt{3}$ و $CM = 3\sqrt{3}$ ، آن گاه مساحت دوزنقه کدام است؟



$$12\sqrt{3} \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

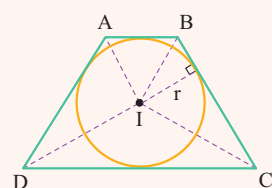
$$24\sqrt{3} \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره یک سؤال بسیار مهم از مبحث «چندضلعی‌های محیطی و محاطی» که مشابه آن در کتاب درسی و کنکورهای گذشته هم طرح شده است، یادتان نرود که کنکور به خواص دوزنقه متساوی الساقین محیطی، علاقه عجیبی دارد.

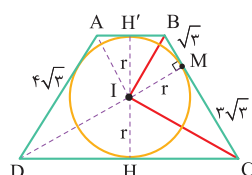
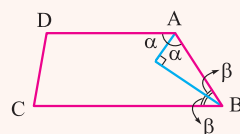
خودت حل کنی بهتره اگر یک چهارضلعی، محیطی باشد، چه ویژگی‌ای دارد؟ مرکز دایره محاطی آن کجا است؟ نیمسازهای زاویه‌های مجاور به ساق دوزنقه، نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟



درس نامه ۱۱۱ اگر نیمسازهای زوایای داخلی یک چهارضلعی هم‌رس باشند، آن چهارضلعی، محیطی است و برعکس.

(۲) اگر چهارضلعی ABCD محیطی باشد، مجموع اضلاع مقابل آن برابر است.
(در شکل روبه‌رو: $AD + BC = AB + DC$)

(۳) در هر دوزنقه، نیمسازهای زاویه‌های مجاور به هر ساق، بر هم عمودند.



پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه مجموع طول قاعده‌های دوزنقه): چون این دوزنقه، متساوی الساقین است، $AD = BC = 4\sqrt{3}$ و چون محیطی است، داریم:

$$AB + DC = AD + BC = 8\sqrt{3} \quad (*)$$

گام دوم (محاسبه طول ارتفاع دوزنقه): طبق مورد (۱) و (۳) درس نامه، نیمسازهای زاویه‌های B و C در نقطه I (مرکز دایره محاطی) بر یکدیگر عمودند؛ پس IM ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه BIC است و طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه، داریم:

$$IM^2 = MB \cdot MC \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3 \Rightarrow HH' = 2r = 6 \quad (**)$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): با دانستن مجموع طول دو قاعده و ارتفاع، مساحت دوزنقه را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + DC)(HH') \xrightarrow{(*), (**)} S_{ABCD} = \frac{1}{2}(8\sqrt{3})(6) = 24\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۲۹

بازتاب نقطه $A(1, -\sqrt{3})$ نسبت به محور xها را A' و بازتاب A' نسبت به خط $x = \sqrt{3}y$ را A'' می‌نامیم. اگر O مبدأ مختصات باشد، مساحت مثلث $OA'A''$ کدام است؟

$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$

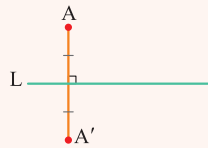
$$\sqrt{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



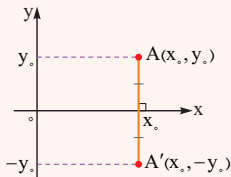
خودت حل کنی بهتره مثلث $OA'A''$ چه نوع مثلثی است؟



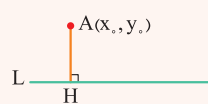
درس نامه (۱) نقطه A و خط L در صفحه، مفروض اند. بازتاب نقطه A نسبت به L :

(الف) خود A است، اگر A روی L باشد.

(ب) اگر A روی L نباشد، نقطه‌ای چون A' است، به طوری که خط L عمود منصف پاره خط AA' باشد.



(۲) بازتاب نقطه $A(x_0, y_0)$ نسبت به محور x ها، نقطه $A'(x_0, -y_0)$ است.



$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

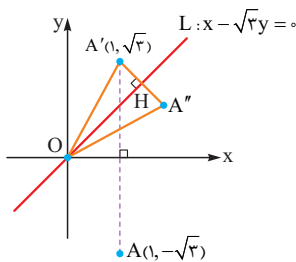
(۳) فاصله نقطه $A(x_0, y_0)$ از خط $L: ax + by + c = 0$ از رابطه مقابل به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی

آزمون سوم حضوری

گام اول (رسم شکل مناسب و محاسبه پاره خط‌های مورد نیاز): بازتاب نقطه $A(1, -\sqrt{3})$ نسبت به محور x ها برابر $A'(1, \sqrt{3})$ است، حال داریم:

$$OA' = \sqrt{(1-0)^2 + (\sqrt{3}-0)^2} = 2$$



$$A'H = \frac{|1 - \sqrt{3}(\sqrt{3})|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2}} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow A'A'' = 2$$

فاصله نقطه A' از خط $x - \sqrt{3}y = 0$ برابر است با:

$$OH^2 + 1^2 = 2^2 \Rightarrow OH^2 = 3 \Rightarrow OH = \sqrt{3}$$

حالا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OHA' ، داریم:

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با معلوم بودن طول ضلع $A'A''$ و ارتفاع وارد بر آن، مساحت مثلث $OA'A''$ را به دست می‌آوریم:

$$S_{OA'A''} = \frac{1}{2}(A'A'')(OH) = \frac{1}{2}(2)(\sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۳۰

دایره‌های $C(O, 4)$ و $C'(O', 6)$ و نقطه A روی OO' مفروض‌اند، به طوری که $AO = 6$ ، $AO' = 8$. اگر دایره C را 90° حول A دوران دهیم تا دایره C'' به دست آید، طول مماس مشترک خارجی دایره‌های C' و C'' کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$4\sqrt{6} \quad (2)$$

$$4\sqrt{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره یک سؤال ترکیبی از فصل ۲ و فصل ۳. در هندسه، همیشه باید انتظار دیدن سؤال‌های ترکیبی را داشت!

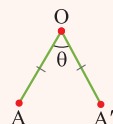
خودت حل کنی بهتره وضعیت پاره خط‌های AO' و AO'' نسبت به هم را بررسی کنید تا طول $O'O''$ را بیابید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

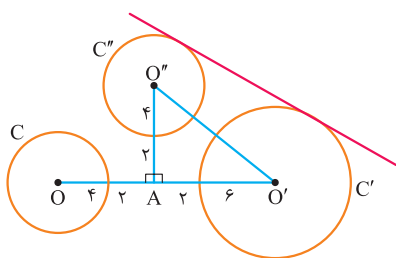
ریاضیات

درس نامه



(۱) دوران حول نقطه O با زاویه θ تبدیلی است که در آن، تصویر هر نقطه مانند A نقطه‌ای چون A' است، به طوری که $OA = OA'$ و $\angle AOA' = \theta$.

(۲) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مفروض‌اند. اگر $OO' = d$ ، طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر است با $\sqrt{d^2 - (R - R')^2}$.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب و محاسبه طول OO''): ما در این جا

جهت دوران را ساعتگرد در نظر گرفته‌ایم، اگر پادساعتگرد هم بگیریم، در جواب تغییری حاصل نمی‌شود. طبق تعریف دوران، $AO = AO' = 6$. حالا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث $AO'O''$ داریم:

$$O'O'' = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به مورد (۲) درس نامه، طول مماس مشترک خارجی دو دایره C' و C'' را به دست می‌آوریم:

$$C'' \text{ و } C' \text{ طول مماس مشترک خارجی} = \sqrt{10^2 - (6 - 4)^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

آمار و احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۴۷

تست و پاسخ ۳۱

A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند و $B \subseteq A$. کدام گزینه نادرست است؟

$$P(A - B) = P(A) - P(B) \quad (۲)$$

$$P(B) < P(A) \quad (۱)$$

$$P(B - A) = 0 \quad (۴)$$

(۳) رخ دادن پیشامد B، رخ دادن پیشامد A را نتیجه می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) اگر $B \subseteq A$ باشد، $n(B) \leq n(A)$ می‌شود.

(۲) یک پیشامد زمانی رخ می‌دهد که حاصل آزمایش، یکی از اعضای آن باشد (مثلاً پیشامد زوج آمدن تاس، یعنی $A = \{2, 4, 6\}$ زمانی رخ می‌دهد که تاس ۲، ۴ یا ۶ بیاید).

(۳) اگر $A \subseteq B$ باشد، $A \cap B = A$ و $A - B = \emptyset$ می‌شود.

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (۴)$$

پاسخ تشریحی گام اول: $B \subseteq A$ است، پس طبق مورد ۱ درس نامه $n(B) \leq n(A)$ می‌شود، حالا اگر طرفین این نامساوی را به $n(U)$

$$\Rightarrow \frac{n(B)}{n(U)} \leq \frac{n(A)}{n(U)} \Rightarrow P(B) \leq P(A) \Rightarrow \text{بنابراین (۱) نادرست است.}$$

تقسیم کنیم، داریم:

گام دوم: $B \subseteq A$ ، پس طبق مورد ۳ درس نامه، $A \cap B = B$ می‌شود، حالا داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(\underbrace{A \cap B}_B) = P(A) - P(B) \Rightarrow \text{درست است. (۲)}$$

گام سوم: وقتی B رخ می‌دهد که حاصل آزمایش، یکی از اعضای آن باشد، حالا $B \subseteq A$ است، پس هر عضو B در A هم هست؛ بنابراین پیشامد A نیز رخ می‌دهد و (۳) درست می‌شود.

$$B \subseteq A \Rightarrow B - A = \emptyset \Rightarrow P(B - A) = 0 \Rightarrow \text{درست است. (۴)}$$

گام چهارم:



تست و پاسخ ۳۲

یک راننده تاکسی خطی، حداکثر ۴ مسافر را در یک مسیر سوار می‌کند. چه قدر احتمال دارد در یک بار رفت و برگشت، مجموع تعداد مسافران در رفت و برگشت برابر ۴ باشد یا تعداد مسافران برگشت بیش از تعداد مسافران رفت باشد؟

- (۱) $\frac{0}{48}$ (۲) $\frac{0}{52}$ (۳) $\frac{0}{56}$ (۴) $\frac{0}{6}$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: این تاکسی در هر مسیر، حداکثر ۴ نفر را سوار می‌کند، بنابراین تعداد مسافران در هر مسیر می‌تواند یکی از ۵ حالت صفر، ۱، ۲، ۳ یا ۴ مسافر باشد. تعداد کل حالات در مسیر رفت و برگشت، $5 \times 5 = 25$ می‌شود.

گام دوم: حالا در ۱۳ حالت، مجموع تعداد مسافران در رفت و برگشت برابر ۴ است یا تعداد مسافران برگشت بیش از تعداد مسافران رفت است؛ ببینید:

تعداد مسافران در مسیر برگشت	تعداد مسافران در مسیر رفت
۴	۰
۳	۱
۲	۲
۱	۳
۰	۴
۱	۰
۲	۰
۳	۰
۲	۱
۴	۱
۳	۲
۴	۲
۴	۳

بنابراین جواب برابر $\frac{13}{25} = \frac{0}{52}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۳

عددی به تصادف از بین اعداد غیراول کوچک‌تر از 1403 انتخاب می‌کنیم. پیشامد A آن است که عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد.

پیشامد B آن است که عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد. $P(A \cup B)$ کدام است؟

(۱) $1 - P(A \cap B)$ (۲) $3P(A \cap B)$

(۳) $1 - P(A' \cup B')$ (۴) $3P(A' \cup B')$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره کافیه به این دقت کنید که A و B متمم هم هستند.

درس نامه ..

پ) $P(U) = 1$ ب) $A \cap A' = \emptyset$ الف) $A \cup A' = U$

ث) $1 - P(A) = P(A')$ د) $P(\emptyset) = 0$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: A پیشامد این است که عدد انتخابی بر ۲ یا ۳ بخش پذیر باشد و B پیشامد این است که عدد انتخابی نه بر ۲ و نه بر ۳ بخش پذیر باشد، پس می‌توانیم بگوییم A و B متمم یکدیگرند؛ یعنی:

$$A = B' \text{ , } B = A'$$

$$P(A \cup B) = P(U) = 1$$

گام دوم: $P(A \cup B)$ را محاسبه می‌کنیم:

بنابراین به دنبال گزینه‌ای هستیم که برابر با ۱ شود.

گام سوم: حالا گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\textcircled{1} 1 - P(A \cap B) = 1 - P(\emptyset) = 1 \quad \checkmark$$

$$\textcircled{2} 3P(A \cap B) = 3P(\emptyset) = 3 \times 0 = 0 \quad \times$$

$$\textcircled{3} 1 - P(A' \cup B') = 1 - P(U) = 0 \quad \times$$

$$\textcircled{4} 3P(A' \cup B') = 3P(U) = 3 \quad \times$$

تست و پاسخ ۳۴

در انتخاب یک عدد از بین اعضای مجموعه $S = \{1, 2, 3\}$ شانس انتخاب هر عدد، k برابر شانس انتخاب عدد بزرگ‌تر بعد از خودش است.

اگر $P(1) = \frac{4}{7}$ ، آن‌گاه برای $A = \{1, 2\}$ و $B = \{2, 3\}$ ، $P(B - A)$ کدام است؟

$$\frac{3}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{7} \quad (3)$$

$$\frac{7k^2}{4} \quad (2)$$

$$\frac{4k^2}{7} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در کنکورهای سراسری اخیر، سؤالات قوانین احتمال و عملیات روی پیشامدها و احتمال غیرهم‌شانس به نسبت رایج شده‌اند؛ پس پیشنهاد می‌کنم درس‌نامه زیر را با دقت بخوانید.

درس‌نامه •• قوانین احتمال و عملیات روی پیشامدها

$$1) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2) P(\emptyset) = 0, P(U) = 1$$

$$3) P(A') = 1 - P(A)$$

برای حل سؤالات احتمال غیرهم‌شانس، کافی است به نکته زیر دقت کنید:

$$S = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \Rightarrow P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_n) = 1$$

پاسخ تشریحی گام اول: شانس انتخاب هر عدد، k برابر شانس انتخاب عدد بزرگ‌تر از خودش است؛ پس اگر فرض کنیم $P(3) = a$ باشد، داریم:

$$P(3) = a \quad P(2) = ak \quad P(1) = ak^2$$

گام دوم: $P(1) = \frac{4}{7}$ است؛ پس:

$$ak^2 = \frac{4}{7} \Rightarrow a = \frac{4}{7k^2} \Rightarrow \begin{cases} P(3) = \frac{4}{7k^2} \\ P(2) = \frac{4}{7k^2} \times k = \frac{4}{7k} \\ P(1) = \frac{4}{7} \end{cases}$$

گام سوم: از طرفی می‌دانیم:

$$S = \{1, 2, 3\} \Rightarrow P(1) + P(2) + P(3) = 1 \Rightarrow \frac{4}{7} + \frac{4}{7k} + \frac{4}{7k^2} = 1 \xrightarrow{\times (7k^2)} 4k^2 + 4k + 4 = 7k^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



با حل معادله درجه دوم به دست آمده، مقدار k حاصل می شود:

$$\Rightarrow 3k^2 - 4k - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ غ ق ق، چون } P(2) \text{ منفی می شود.}$$

$$A = \{1, 2\} \Rightarrow B - A = \{3\}$$

گام چهارم: $P(B - A)$ را می خواهیم:

$$\Rightarrow P(B - A) = P(3) = \frac{4}{7k^2} \stackrel{k=2}{=} \frac{1}{7}$$

تست و پاسخ ۳۵

$A(i-1, 2i+1)$ و $B(2-i, i+1)$ است. یک تاس را پرتاب می کنیم و عدد روشده را به جای i قرار می دهیم. با چه احتمالی مساحت

ناحیه حاصل از $A \times B$ ، بزرگ تر از ۴۰ است؟

$$\frac{1}{3} (1) \quad \frac{1}{6} (2) \quad \frac{2}{3} (3) \quad \frac{1}{2} (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ..

مساحت ناحیه حاصل از ضرب دکارتی دو مجموعه A و B (یا همان $A \times B$)، برابر حاصل ضرب طول بازه دو مجموعه A و B می شود.

پاسخ تشریحی گام اول: مساحت ناحیه حاصل از $A \times B$ برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} A = (i-1, 2i+1) \xrightarrow{\text{طول بازه}} i+2 \\ B = (2-i, i+1) \xrightarrow{\text{طول بازه}} 2i-1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مساحت ناحیه } A \times B} (2i-1)(i+2)$$

گام دوم: حالا به جای i ، ۱ تا ۶ قرار می دهیم:

$$(2i-1)(i+2) = \begin{cases} i=1 \Rightarrow 3 & \times \\ i=2 \Rightarrow 12 & \times \\ i=3 \Rightarrow 25 & \times \\ i=4 \Rightarrow 42 & \checkmark \\ i=5 \Rightarrow 63 & \checkmark \\ i=6 \Rightarrow 88 & \checkmark \end{cases}$$

تعداد کل حالات ۶ تا است که ۳ تا از آن ها مطلوب اند؛ بنابراین جواب $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ می شود.

تست و پاسخ ۳۶

چه قدر احتمال دارد برای سه گزاره p ، q و r گزاره ترکیبی $[(p \wedge (q \vee r)) \Rightarrow (\sim r \vee \sim p)]$ دارای ارزش

درست باشد؟

$$\frac{1}{4} (4) \quad \frac{3}{4} (3) \quad \frac{5}{8} (2) \quad \frac{7}{8} (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره گزاره های منطقی جز پای ثابت های کنکور های سراسری است که برای حل سوالات آن هم باید به قواعد و قوانین جبر گزاره ها مسلط باشید و هم به رسم جدول ارزش گزاره ها.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

درس نامه • جبر گزاره‌ها

۱) نقیض یک گزاره: نقیض گزاره p را با $\sim p$ نمایش می‌دهیم و آن را «چنین نیست که p » می‌خوانیم.

نکات

۱) اگر ارزش p درست باشد، ارزش $\sim p$ نادرست است و برعکس:

p	$\sim p$
د	ن
ن	د

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

۲) ارزش نقیض نقیض یک گزاره، با ارزش خود گزاره یکسان است:

۲) ترکیب‌های فصلی و عطفی دو گزاره:

اگر دو گزاره را با حرف ربط «یا» به هم مرتبط کنیم، ترکیب فصلی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p یا q » و می‌نویسیم « $p \vee q$ ».

اگر دو گزاره را با حرف ربط «و» به هم مرتبط کنیم، ترکیب عطفی دو گزاره به وجود می‌آید که آن را می‌خوانیم « p و q » و می‌نویسیم « $p \wedge q$ ».

نکته

ارزش $p \vee q$ زمانی درست است که ارزش دست کم یکی از دو گزاره p یا q درست باشد و ارزش $p \wedge q$ زمانی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د
ن	ن	ن	ن

۳) ترکیب شرطی دو گزاره: به گزاره $p \Rightarrow q$ ترکیب شرطی دو گزاره می‌گوییم و آن را به صورت

«اگر p ، آن‌گاه q » می‌خوانیم. ارزش یک گزاره شرطی تنها در حالتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد:

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکات ۱) در ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ ، به p «مقدم» و به q «تالی» یا «حکم» می‌گوییم.

۲) گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ را به دو صورت زیر می‌خوانیم:

• p شرط کافی است برای q

• q شرط لازم است برای p

۳) اگر $p \Rightarrow q$ یک گزاره شرطی باشد:

به $q \Rightarrow p$ عکس گزاره شرطی می‌گوییم؛

به $\sim p \Rightarrow \sim q$ عکس نقیض یک گزاره شرطی می‌گوییم (که با $p \Rightarrow q$ هم‌ارزش است، یعنی $p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$)؛

و به $(q \Rightarrow p) \sim$ نقیض عکس یک گزاره شرطی می‌گوییم.

۴) انتقای مقدم: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر p یا «مقدم» نادرست باشد، گزاره به انتقای مقدم درست است:

$$p \equiv F \xrightarrow{\text{دراین صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۵) درست‌بودن تالی: در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، اگر q یا «تالی» درست باشد، $p \Rightarrow q$ همواره درست است:

$$q \equiv T \xrightarrow{\text{دراین صورت}} p \Rightarrow q \equiv T$$

۶) ترکیب دوشروطی: اگر دو گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ و $q \Rightarrow p$ را با ترکیب عطفی « $\wedge$ » به هم مرتبط کنیم، ترکیب دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ به دست می‌آید که آن را به صورت « p اگر و تنها اگر q » یا « p شرط لازم و کافی برای q است» می‌خوانیم.



نکات ۱ ارزش $p \Leftrightarrow q$ فقط در حالتی درست است که p و q هم‌ارزش باشند:

p	q	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

نقیض $p \Leftrightarrow q$ را به یکی از صورت‌های مقابل می‌توان نوشت:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$$

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q$$

ترکیب دوشروطی یک گزاره با خودش همواره درست و ترکیب دوشروطی یک گزاره با نقیضش همواره نادرست است:

$$p \Leftrightarrow p \equiv T$$

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

هم‌ارزی‌های منطقی

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r) \quad (p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \quad \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p \quad p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$$

۱) جابه‌جایی

۲) شرکت‌پذیری

۳) توزیع‌پذیری

۴) دمورگان

۵) جذب

پاسخ تشریحی روش اول: سه گزاره p ، q و r داریم؛ پس تعداد کل حالت‌ها $2^3 = 8$ تا می‌شود.

گام دوم: به جای این که تعداد حالاتی را بشماریم که ارزش گزاره درست است، تعداد حالاتی را می‌شماریم که این گزاره نادرست است و جواب را از ۸ کم می‌کنیم تا تعداد حالات درست حاصل شود.

گام سوم: برای این که ارزش این گزاره نادرست شود، باید ارزش مقدم، یعنی $(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow r)$ درست و ارزش $(p \wedge (q \vee r)) \Rightarrow (\sim r \vee \sim p)$ نادرست شود، باید:

$$\begin{cases} \sim r \vee \sim p \equiv F \Rightarrow \begin{cases} \sim r \equiv F \\ \sim p \equiv F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r \equiv T \\ p \equiv T \end{cases} \\ p \wedge (q \vee r) \equiv T \\ \underbrace{\begin{matrix} T & T \end{matrix}}_T \end{cases}$$

حالا باید ارزش مقدم، یعنی $(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow r)$ نیز درست شود:

گام چهارم: بنابراین برای این که ارزش گزاره نادرست شود، باید r درست، p درست و q دلخواه باشد که ۲ حالت است؛ بنابراین ارزش گزاره در $8 - 2 = 6$ حالت درست شده و احتمال آن $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ می‌شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

روش دوم: جدول ارزش گزاره‌ها را رسم می‌کنیم:

p	q	r	$\sim p$	$\sim q$	$\sim r$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow r$	$\overbrace{(p \Rightarrow q) \vee (\sim q \Rightarrow r)}^A$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$\sim r \vee \sim p$	$\overbrace{(p \wedge (q \vee r)) \Rightarrow (\sim r \vee \sim p)}^B$	$A \Rightarrow B$
T	T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F	F
T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F	T	T	T	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F	F	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	F	F	T	T	T	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	F	T	F	F	T	T	T

بنابراین در ۶ حالت، ارزش این گزاره درست است و احتمال آن $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۷

در گزاره سوری $\exists x \in A; x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 1$ ، مجموعه A را به تصادف از بین زیرمجموعه‌های ناتهی مجموعه $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 2^n \leq n^2\}$ انتخاب می‌کنیم. اگر شانس انتخاب هر زیرمجموعه متناسب با تعداد اعضای آن زیرمجموعه باشد، با چه احتمالی گزاره سوری داده شده، دارای ارزش درست است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

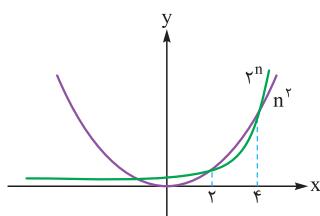
$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: گام اول: نمودار 2^n و n^2 به شکل مقابل است:



پس فقط به ازای ۳ عدد طبیعی $n = 2, 3, 4$ ، نامساوی $2^n \leq n^2$ برقرار است و $B = \{2, 3, 4\}$ می‌شود.

گام دوم: زیرمجموعه‌های ناتهی B را می‌نویسیم (شانس انتخاب هر زیرمجموعه متناسب با تعداد اعضای آن زیرمجموعه است):

$$\underbrace{\{2\}}_x, \underbrace{\{3\}}_x, \underbrace{\{4\}}_x, \underbrace{\{2, 3\}}_{2x}, \underbrace{\{2, 4\}}_{2x}, \underbrace{\{3, 4\}}_{2x}, \underbrace{\{2, 3, 4\}}_{3x}$$

$$x + x + x + 2x + 2x + 2x + 3x = 1 \Rightarrow 12x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12}$$

گام سوم: مجموع همه احتمالات برابر ۱ است؛ پس:

گام چهارم: گزاره سوری $\exists x \in A; x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 1$ ، فقط به ازای زیرمجموعه‌هایی از B درست می‌شود که شامل عضو ۴ باشند؛ ما این

مجموعه‌ها را در بالا هایلایت کرده‌ایم که احتمال انتخاب آن‌ها برابر است با:

$$x + 2x + 2x + 3x = 8x = 8 \times \frac{1}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

تست و پاسخ ۳۸

سکه و تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر سکه رو بیاید عدد ۱ را در دهگان یک عدد دورقمی و اگر پشت بیاید عدد ۲ را در دهگان آن عدد

دورقمی می‌نویسیم. یکان این عدد دورقمی، عدد روشده تاس است. احتمال آن که عدد دورقمی حاصل، اول باشد کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره: به دست آوردن احتمال پرتاب تاس و سکه، جزء سوالات رایج کنکورهای سراسری هستند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: اگر سکه رو بیاید، دهگان ۱ و اگر پشت بیاید، دهگان ۲ می‌شود. رقم یکان هم عدد روشده تاس است که ۶ حالت دارد؛ بنابراین تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $12 = 2 \times 6$ تا می‌شود.

گام دوم: این ۱۲ حالت را می‌نویسیم:

۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶
۲۱, ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۵, ۲۶

همان‌طور که می‌بینید، فقط ۳ عدد از این ۱۲ عدد اول‌اند (دور اعداد اول خط کشیدیم) که احتمال آن $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۹

A و B دو پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $p(A' \cup B) = 0.5$, $p(A \cup B') = 0.7$ و $P(A' \cup B') = 0.9$ باشد، آن‌گاه $P(A' \cap B')$ کدام است؟

۰/۱ (۴)

۰/۳ (۳)

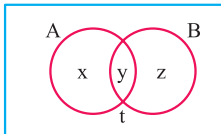
۰/۷ (۲)

۰/۹ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره کافی است نمودار ون را رسم کنید و احتمال رخ دادن قسمت‌های مختلف را با x, y و... مشخص کنید، سپس با توجه به داده‌های سؤال، x, y و... به دست می‌آید و جواب‌ها حاصل می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: دو مجموعه داریم؛ پس نمودار ون را به شکل مقابل رسم می‌کنیم:



$$x + y + z + t = 1$$

$$P(A' \cup B) = y + z + t = 0.5 \xrightarrow{x+y+z+t=1} x = 0.5$$

ناحیه شامل
t, z

$$P(A \cup B') = x + y + t = 0.7 \xrightarrow{x+y+z+t=1} z = 0.3$$

ناحیه شامل
y, x

$$P(A' \cup B') = x + z + t = 0.9 \xrightarrow{x+y+z+t=1} y = 0.1$$

ناحیه شامل
t, z

$$\frac{x}{0.5} + \frac{y}{0.1} + \frac{z}{0.3} + t = 1 \Rightarrow 0.9 + t = 1 \Rightarrow t = 0.1$$

$$P(A' \cap B') = t = 0.1$$

ناحیه شامل
z, t

می‌دانیم جمع همه احتمال‌ها ۱ است؛ پس:

گام دوم: حالا از اطلاعات مسئله استفاده می‌کنیم:

گام سوم: حالا سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

تست و پاسخ ۴۰

ساده شده عبارت $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A)$ کدام است؟

B ∪ A (۴)

B - A (۳)

B (۲)

A (۱)

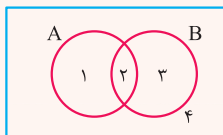
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤالات جبر مجموعه‌ها جزء پای ثابت‌های کنکورهای سراسری هستند.

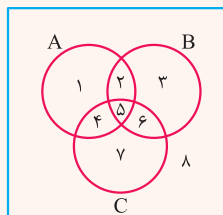
خودت حل کنی بهتره کافیه از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها برای حل سؤال استفاده کنید.



درس نامه ••



روش شماره گذاری ناحیه ها برای حل سؤالات جبر مجموعه ها به این صورت است که ابتدا دو مجموعه داشته باشیم و سؤال هیچ شرطی نداشته باشد؛ نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می گیریم:



و اگر سه مجموعه داشته باشیم و سؤال هیچ شرطی نداشته باشد، نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می گیریم:

حالا هر قسمت را با مجموعه ای از اعداد درون آن نمایش می دهیم؛ برای مثال اگر دو مجموعه داشته باشیم:

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, A \cap B = \{2\}$$

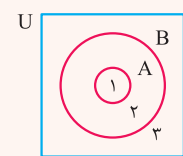
مثلاً برای این که بفهمیم حاصل $A \cup (A' \cap B)$ چیست، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$A \cup (A' \cap B) = \{1, 2\} \cup (\{3, 4\} \cap \{2, 3\}) = \{1, 2\} \cup \{3\} = \{1, 2, 3\} = A \cup B$$

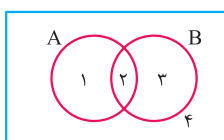
$$(A - B) \cup (B - A) = A \Rightarrow \{1\} \cup \{3\} = \{1, 2\} \Rightarrow \{1, 3\} = \{1, 2\} \quad \text{یا اگر } (A - B) \cup (B - A) = A \text{ باشد، داریم:}$$

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2\} = \{1\} \\ B = \{2, 3\} = \emptyset \end{array} \right\} \Rightarrow B \subseteq A$$

دقت کنید که در این روش هیچ دو ناحیه ای نمی توانند با هم مساوی باشند (منظور از ناحیه، اعداد است، برای مثال هیچ وقت $\{1\} = \{4\}$ نمی شود)، چون نواحی کاملاً جدا از هم هستند؛ پس برای این که $\{1, 3\} = \{1, 2\}$ شود، باید $\{2\} = \{3\} = \emptyset$ باشد که از آن نتیجه می گیریم:



خواستون باشه اگر در سؤالی شرطی برای مجموعه ها داشته باشیم، باید نمودار ون را طوری رسم کنیم که شرط رعایت شود؛ برای مثال اگر در سؤالی دو مجموعه داشته باشیم و گفته باشد $A \subseteq B$ ، نمودار ون را به صورت مقابل در نظر می گیریم:



گام اول: دو مجموعه داریم؛ پس نمودار ون روبه رو را رسم می کنیم:

پاسخ تشریحی

گام دوم: حالا با روش شماره گذاری ناحیه ها، خواسته سؤال را محاسبه می کنیم:

$$(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = \{2, 3\} = B$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک: صفحه‌های ۱ تا ۶۶

تست و پاسخ ۴۱

بار الکتریکی دو جسم A و B، یکسان و برابر با 1 nC - است. در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر $2/5 \times 10^9$ الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود. با توجه به سری الکتروسیته مالشی شکل زیر، به ترتیب از راست به چپ، بار جسم‌های A و B پس از مالش، برابر چند نانوکولن می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

انتهای مثبت سری
B
C
A
انتهای منفی سری

$$(1) -1/4 \text{ و } -0/6$$

$$(2) -1/4 \text{ و } -0/6$$

$$(3) -5 \text{ و } +3$$

$$(4) +3 \text{ و } -5$$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه ۱۱۱ سری الکتروسیته مالشی (تریبو الکتریک): وقتی دو جسم خنثی را به یکدیگر مالش می‌دهیم، تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود. جسم خنثی اگر الکترون از دست بدهد، تعداد الکترون‌هایش کمتر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌شود. هم‌چنین جسم خنثی اگر الکترون بگیرد، تعداد الکترون‌های آن بیشتر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. برای تشخیص این که کدام جسم الکترون دریافت می‌کند یا کدام جسم الکترون از دست می‌دهد، از جدولی به نام سری الکتروسیته مالشی (تریبو الکتریک) استفاده می‌کنیم. در این جدول، جسمی که به انتهای منفی سری نزدیک‌تر است، الکترون‌خواهی بیشتری دارد؛ مثلاً در جدول مقابل، اگر دو جسم خنثای A و B را به یکدیگر مالش بدهیم، تعدادی الکترون از جسم A به جسم B منتقل می‌شود، به عبارت دیگر، جسم B تعدادی الکترون می‌گیرد و جسم A همان تعداد الکترون را از دست می‌دهد؛ بنابراین بار الکتریکی خالص جسم A مثبت و بار الکتریکی خالص جسم B منفی می‌شود.

۲ اصل پایداری بار الکتریکی: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است، به عبارت دیگر بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی بار خالص، تولید یا نابود نمی‌شود. برای مثال وقتی دو جسم را به هم مالش یا تماس می‌دهیم، جمع جبری بارهای خالص دو جسم بعد از تماس برابر با جمع جبری بارهای خالص دو جسم قبل از تماس است؛ البته به شرطی که مبادله بار فقط بین همین دو جسم انجام شود (به این می‌گویند شرط منزوی بودن دستگاه).

۳ اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی: اگر یک جسم خنثی n تا الکترون از دست بدهد، بار جسم برابر با $+ne$ و اگر n تا الکترون بگیرد، بار جسم برابر با $-ne$ می‌شود؛ بنابراین بار الکتریکی جسم (q) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q = \pm ne, \quad e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

بار بنیادی (اندازه بار الکتریکی الکترون) $\leftarrow$ q بار الکتریکی $\leftarrow$ تعداد الکترون

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $|q| = ne$ ، مقدار بار الکتریکی جابه‌جاشده را به دست می‌آوریم:

$$\Delta q = ne = 2/5 \times 10^9 \times 1/6 \times 10^{-19} = 4 \times 10^{-10} \text{ C} = 0/4 \times 10^{-9} \text{ C} = 0/4 \text{ nC}$$

گام دوم: با توجه به جدول سری الکتروسیته مالشی، در اثر مالش جسم‌های A و B، جسم A الکترون می‌گیرد و جسم B الکترون از دست می‌دهد.

$$q'_A = q_A + (-0/4 \text{ nC}) = -1-0/4 = -1/4 \text{ nC}$$

$$q'_B = q_B + 0/4 \text{ nC} = -1+0/4 = -0/6 \text{ nC}$$

تست و پاسخ ۴۲

در شکل مقابل، دو گوی کوچک A و B درون یک استوانه بدون اصطکاک، در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، به طوری که گوی بالایی معلق است. اگر بار و جرم گوی‌ها برابر $q_B = 4 \text{ nC}$ و $m_B = \frac{1}{4} m_A = 5 \text{ mg}$ باشد، r چند میلی‌متر است؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \text{ و } g = 10 \text{ N/kg})$$



$$(4) 6$$

$$(3) 3$$

$$(2) 60$$

$$(1) 30$$

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه •• قانون کولن: اگر بارهای نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار بگیرند، اندازه نیروی الکتریکی‌ای که به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \quad , \quad k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

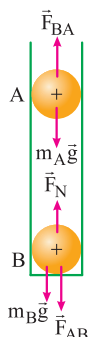
اندازه بار q_1 (C) اندازه بار q_2 (C) ثابت کولن

فاصله بین دو بار (m) اندازه نیروی الکتریکی وارد بر هر بار (N)

پاسخ تشریحی گام اول: شکل مقابل نیروهای وارد شده بر گوی‌های A و B را نمایش می‌دهد.

برای این که گوی A در تعادل باشد، باید اندازه نیروهای $\vec{F}_{BA}$ و $m_A \vec{g}$ با هم برابر باشد.

گام دوم: با برابر قراردادن F_{BA} و $m_A g$ ، فاصله دو بار را به دست می‌آوریم:



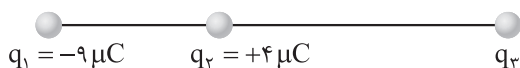
$$\frac{1}{4} m_A = \Delta m g \Rightarrow m_A = 20 m g = 20 \times 10^{-6} \text{ kg} \Rightarrow \frac{4}{5} q_B = 4 \text{ nC} \Rightarrow q_B = 5 \text{ nC}$$

$$F_{BA} = m_A g \Rightarrow \frac{k q_B q_A}{r^2} = m_A g \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{r^2} = 20 \times 10^{-6} \times 10$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{180 \times 10^{-9}}{2000 \times 10^{-6}} = 9 \times 10^{-4} \Rightarrow r = 3 \times 10^{-2} \text{ m} = 30 \times 10^{-3} \text{ m} = 30 \text{ mm}$$

تست و پاسخ ۴۳

در شکل زیر، نیروی خالص الکتریکی وارد بر هر یک از ذره‌های باردار که روی خط راستی قرار دارند، صفر است. اگر جای بارهای q_2 و q_3 را عوض کنیم، نسبت اندازه بیشترین نیروی خالص الکتریکی وارد بر یکی از بارها، به کم‌ترین اندازه نیروی خالص الکتریکی وارد بر یکی دیگر از بارها کدام است؟



۸ (۱)

۹ (۲)

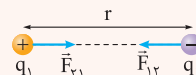
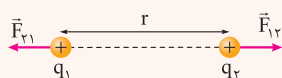
۱۰ (۳)

۱۸ (۴)

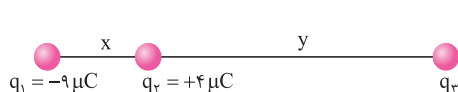
پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• نیروی الکتریکی‌ای که بارهای ذره‌ای q_1 و q_2 به یکدیگر وارد می‌کنند، کنش و واکنش هستند؛ بنابراین طبق قانون سوم نیوتون، این نیروها هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگرند.

$$\begin{cases} F_{12} = F_{21} \\ \vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \end{cases}$$



(ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهمنام، جاذبه است. (الف) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی همنام، دافعه است.



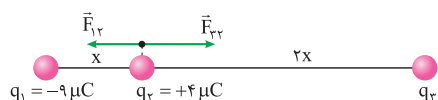
پاسخ تشریحی گام اول: برایند نیروهای الکتریکی وارد بر همه بارها از جمله

نیروهای وارد بر بار q_3 صفر است؛ بنابراین نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 هر کدام به بار q_3 وارد می‌کنند، در خلاف جهت یکدیگر و اندازه آن‌ها با هم برابر است.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k |q_1| |q_3|}{r_{13}^2} = \frac{k |q_2| |q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{9}{(x+y)^2} = \frac{4}{y^2} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{3}{x+y} = \frac{2}{y}$$

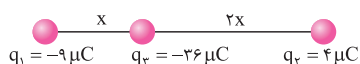
$$\Rightarrow 3y = 2x + 2y \Rightarrow y = 2x$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: برابری نیروهای وارد بر بار q_2 نیز صفر است؛ بنابراین بار q_3 منفی است و نیرویی که به بار q_2 وارد می‌کند، هم‌اندازه با نیرویی است که بار q_1 به q_2 وارد می‌کند.

$$F_{12} = F_{23} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} \Rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{|q_3|}{(2x)^2} \Rightarrow |q_3| = 36 \mu C \xrightarrow{q_3 < 0} q_3 = -36 \mu C$$



گام سوم: جای بارهای q_2 و q_3 را عوض می‌کنیم و نیروهای خالص وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$F'_{12} = F'_{21} = \frac{k|q_1||q_2|}{(r'_{12})^2} = \frac{9 \times 36 \times k}{x^2} = \frac{324k}{x^2}$$

$$F'_{23} = F'_{32} = \frac{k|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = \frac{4 \times 36 \times k}{(2x)^2} = \frac{36k}{x^2}$$

$$F'_{13} = F'_{31} = \frac{k|q_1||q_3|}{(r'_{13})^2} = \frac{9 \times 4 \times k}{(3x)^2} = \frac{4k}{x^2}$$

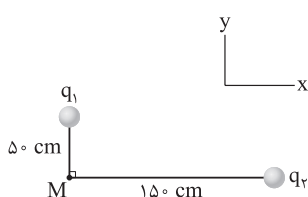
$$\vec{F}'_{12} + \vec{F}'_{13} = (\vec{F}_T)_{q_1} = \frac{324k}{x^2} - \frac{4k}{x^2} = \frac{320k}{x^2}$$

$$\vec{F}'_{21} + \vec{F}'_{23} = (\vec{F}_T)_{q_2} = \frac{324k}{x^2} + \frac{36k}{x^2} = \frac{360k}{x^2}$$

$$\vec{F}'_{31} + \vec{F}'_{32} = (\vec{F}_T)_{q_3} = \frac{36k}{x^2} + \frac{4k}{x^2} = \frac{40k}{x^2}$$

$$\frac{(\vec{F}_T)_{q_2}}{(\vec{F}_T)_{q_3}} = \frac{\frac{360k}{x^2}}{\frac{40k}{x^2}} = 9$$

گام چهارم: نسبت بیشترین نیروی خالص $(\vec{F}_T)_{q_2}$ به کمترین نیروی خالص $(\vec{F}_T)_{q_3}$ را به دست می‌آوریم:



در شکل مقابل، بردار میدان الکتریکی حاصل از بارهای الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقطه M و در SI به صورت $\vec{E} = (3/2 \vec{i} + 7/2 \vec{j}) \times 10^4$ است. نیرویی که دو ذره باردار بر هم وارد می‌کنند،

از چه نوعی و اندازه آن چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) رابیشی، $5/76 \times 10^{-2}$

(۲) رابیشی، $5/76$

(۳) رابیشی، $5/76$

(۴) رابیشی، $5/76$

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه: بزرگی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله r از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad (N/C) \quad \text{بزرگی میدان الکتریکی}$$

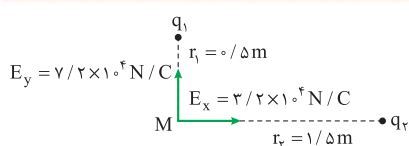
$$k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2} \quad \text{ثابت کولن}$$

$$r \quad \text{فاصله از بار (m)}$$

تذکر: جهت بردار میدان الکتریکی، از بارهای مثبت رو به خارج و به سوی بارهای منفی است.

هنگام عددگذاری در رابطه قانون کولن اگر بارهای الکتریکی بر حسب میکروکولن و فاصله دو بار بر حسب سانتی‌متر نوشته شوند، ضریب ثابت k را برابر 9×10^9 در نظر می‌گیریم تا اندازه نیرو بر حسب نیوتون به دست آید. (حواستان باشد که این نکته در مورد محاسبه میدان الکتریکی به کار نمی‌رود).

پاسخ تشریحی: گام اول: مطابق شکل، جهت میدان الکتریکی را در نقطه M مشخص می‌کنیم.



با توجه به جهت میدان الکتریکی و بار آزمون مثبت فرضی در نقطه M بارهای q_1 و q_2 هر دو منفی هستند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

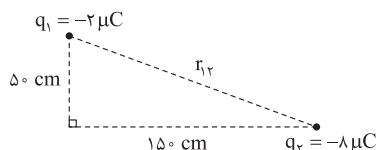
فیزیک

گام دوم: اندازه بارهای q_1 و q_2 را با داشتن میدان الکتریکی هر دو ذره باردار در نقطه M و به کمک رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ به دست می آوریم:

$$E_x = E_y = \frac{k|q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_2|}{(1/5)^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{3/2 \times 10^{-4} \times (1/5)^2}{9 \times 10^9} = 8 \times 10^{-6} C = 8 \mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -8 \mu C$$

$$E_y = E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(0/5)^2} \Rightarrow |q_1| = \frac{7/2 \times 10^{-4} \times (0/5)^2}{9 \times 10^9} = 2 \times 10^{-6} C = 2 \mu C \xrightarrow{q_1 < 0} q_1 = -2 \mu C$$

گام سوم: نیرویی را که دو بار q_1 و q_2 به هم وارد می کنند، به دست می آوریم:



$$r_{12} = \sqrt{5^2 + 15^2} \Rightarrow r_{12} = 5\sqrt{1^2 + 3^2} = 5\sqrt{10} \text{ cm}$$

بارهای q_1 و q_2 برحسب میکروکولن و فاصله بین آنها برحسب cm است؛ بنابراین از قسمت دوم درس نامه استفاده می کنیم:

$$F_{12} = F_{21} = \frac{9 \times 10^9 |q_1 q_2|}{r_{12}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 8}{(5\sqrt{10})^2} = \frac{9 \times 16}{25 \times 10} = 5.76 \times 10^{-2} \text{ N}$$

چون دو ذره باردار، همنام هستند، نیرو از نوع رانشی است.

تست و پاسخ ۴۵

ذره بارداری به جرم 5 mg فقط تحت تأثیر یک میدان الکتریکی از نقطه A با پتانسیل الکتریکی 20 V ، از حال سکون شروع به حرکت می کند. اگر ذره از نقطه B با پتانسیل الکتریکی 60 V با تندی 12 m/s عبور کند، بار الکتریکی آن چند میکروکولن است؟

۱/ ۴۴ (۴)

۲/ ۲۵ (۳)

۳/ ۸۸ (۲)

۴/ ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه ۱۰۰: اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه، از رابطه زیر به دست می آید:

$$\Delta U_E \rightarrow (J) \text{ تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی} \quad \Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} \leftarrow (V) \text{ اختلاف پتانسیل الکتریکی}$$

تذکر: در رابطه بالا، بار q با علامتش جای گذاری می شود.

(۲) اگر بر ذره باردار فقط نیروی الکتریکی وارد شود، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تغییرات انرژی مکانیکی E آن صفر است و در نتیجه داریم:

$$\Delta E = 0 \xrightarrow{\Delta U_E + \Delta K = 0} \Delta U_E = -\Delta K$$

یعنی تغییرات انرژی پتانسیل یک ذره باردار که فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی است، برابر با منفی تغییرات انرژی جنبشی آن است.

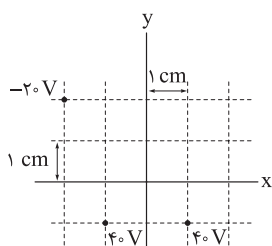
پاسخ تشریحی: به کمک رابطه $\Delta U_E + \Delta K = 0$ ، اندازه بار الکتریکی را به دست می آوریم:

$$\Delta U_E + \Delta K = 0 \xrightarrow{\Delta U_E = q\Delta V} q\Delta V + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 0 \xrightarrow{m = 5 \text{ mg} = 5 \times 10^{-6} \text{ kg}} q \times (-60 - 20) + \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-6} \times (12^2 - 0^2) = 0$$

$$\Rightarrow -80q + 360 \times 10^{-6} = 0 \Rightarrow q = \frac{-360 \times 10^{-6}}{-80} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ C} \Rightarrow q = 4.5 \mu C$$

تست و پاسخ ۴۶

شکل مقابل پتانسیل الکتریکی چند نقطه از محیطی با میدان الکتریکی یکنواخت را نشان می دهد. بردار این میدان برحسب یکاهای SI کدام است؟ (فاصله هر دو خط چین افقی و یا قائم مجاور، یکسان و برابر با 1 cm است.)



$$-2000 \vec{j} \quad (2)$$

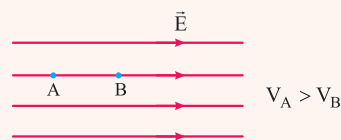
$$2000 \vec{j} \quad (1)$$

$$1000 \vec{i} - 1000 \vec{j} \quad (4)$$

$$-1000 \vec{i} + 1000 \vec{j} \quad (3)$$

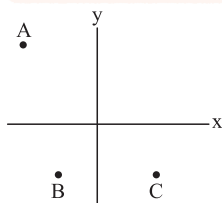
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●● اگر در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

دقت کنید که اگر در راستای عمود بر خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی تغییری نمی‌کند.



پاسخ تشریحی گام اول: مطابق شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقاط B و C که عرض‌های یکسانی دارند، برابر است؛ بنابراین میدان الکتریکی در راستای محور X وجود ندارد.

$$V_B = V_C \Rightarrow E_x = 0$$

گام دوم: پتانسیل الکتریکی نقطه B از نقطه A بیشتر است و تا همین جای کار می‌توانیم تشخیص دهیم که جهت میدان الکتریکی از B به طرف بالاست، چون جهت میدان الکتریکی از پتانسیل بیشتر به کمتر است. (پاسخ، 1 است.)

گام سوم: حال بزرگی میدان الکتریکی در راستای محور Y را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{|\Delta V|}{d} \Rightarrow E_y = \frac{|V_B - V_A|}{d_y} = \frac{|40 - (-20)|}{3 \times 10^{-2}} = \frac{60}{3 \times 10^{-2}} = 2000 \text{ N/C}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = 2000 \hat{j}$$

بردار میدان الکتریکی به صورت مقابل می‌شود:

تست و پاسخ ۴۷

چگالی سطحی بار دو کره رسانای A و B به شعاع‌های r_A و $r_B = 2r_A$ برابر است. اگر ۲۵ درصد از بار کره B را به کره A منتقل کنیم، چگالی سطحی بار کره A چند برابر چگالی سطحی بار کره B می‌شود؟ (بار کره‌ها همنام است.)

$$\frac{1}{6} \quad \frac{5}{3} \quad 2 \quad \frac{4}{3}$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●● چگالی سطحی بار الکتریکی یک رسانا از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow \text{بار الکتریکی موجود در سطح (C)} \rightarrow \text{مساحت سطحی که بار روی آن توزیع شده (m^2)} \rightarrow \text{چگالی سطحی بار (C/m^2)}$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{Q_2}{Q_1} \times \frac{A_1}{A_2}$$

برای مقایسه چگالی سطحی بار در دو حالت مختلف می‌توان نوشت:

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi r^2}$ و برابر بودن چگالی سطحی دو کره A و B، رابطه بین بارهای دو کره A و B را به دست می‌آوریم:

$$\sigma_A = \frac{Q_A}{4\pi r_A^2}, \quad \sigma_B = \frac{Q_B}{4\pi (2r_A)^2} = \frac{Q_B}{16\pi r_A^2}$$

$$\sigma_A = \sigma_B \Rightarrow \frac{Q_A}{4\pi r_A^2} = \frac{Q_B}{16\pi r_A^2} \Rightarrow Q_B = 4Q_A$$

گام دوم: بار الکتریکی دو کره A و B را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$Q'_B = Q_B - 0.25Q_B = 4Q_A - 0.25(4Q_A) = 3Q_A \quad Q'_A = Q_A + 0.25Q_B = Q_A + 0.25(4Q_A) = 2Q_A$$

گام سوم: نسبت چگالی سطحی کره A به کره B را در حالت جدید به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sigma'_A}{\sigma'_B} = \frac{\frac{Q'_A}{4\pi r_A^2}}{\frac{Q'_B}{4\pi r_B^2}} = \frac{Q'_A}{Q'_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \frac{2Q_A}{3Q_A} \times \left(\frac{2r_A}{r_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sigma'_A}{\sigma'_B} = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

تست و پاسخ ۴۸

$$K_1 = 1$$

یک خازن تخت را که بین صفحه‌های آن هوا است، به یک باتری می‌بندیم. پس از این که خازن به طور کامل پر شد، کدام یک از تغییرات زیر را انجام دهیم تا اندازه میدان الکتریکی میان صفحه‌ها نصف شود؟

- (الف) بدون جداکردن خازن از باتری، فاصله بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم.
 (ب) بدون جداکردن خازن از باتری، فضای بین صفحه‌ها را با ماده‌ای که ثابت دی‌الکتریک آن ۲ است، پر کنیم.
 (پ) پس از جداکردن خازن از باتری، فاصله بین صفحه‌ها را دو برابر کنیم.
 (ت) پس از جداکردن خازن از باتری، فضای بین صفحه‌ها را با ماده‌ای که ثابت دی‌الکتریک آن ۲ است، پر کنیم.

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ویژگی‌های دو حالت خازن متصل به باتری و خازن شارژ و جدا شده از باتری رو هتماً بلد باشیم و کمیت‌های مربوط به خازن را به صورت مقایسه‌ای تمرین کنیم.

درس‌نامه در خازن متصل به باتری، ولتاژ دو سر خازن ثابت است؛ بنابراین تنها با تغییر فاصله دو صفحه خازن (d)، اندازه میدان الکتریکی خازن (E) تغییر می‌کند. رابطه مقایسه‌ای میدان الکتریکی در خازن متصل به باتری به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{ولتاژ دو سر خازن (V)} \\ \uparrow \\ E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\text{ثابت V}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} \end{aligned}$$

اندازه میدان الکتریکی (V/m) ← E

↓

فاصله بین دو صفحه خازن (m)

در خازن شارژ شده و جدا شده از باتری، بار الکتریکی ذخیره شده ثابت می‌ماند؛ بنابراین برای مقایسه اندازه میدان الکتریکی خازن در دو حالت، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} E = \frac{V}{d} \xrightarrow{V = \frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{Cd} \xrightarrow{C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}} E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \end{aligned}$$

بار خازن (C) ← E

← E اندازه میدان الکتریکی (V/m)

مساحت صفحات خازن (m²) → κ ε₀ A

ضریب گذردهی الکتریکی (F/m) ← κ ε₀

ثابت دی‌الکتریک ← κ

$$\xrightarrow{Q, \epsilon_0 \text{ ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2}$$

پاسخ تشریحی طبق درس‌نامه بالا، برای مقایسه اندازه میدان الکتریکی در خازن متصل به باتری، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\text{ثابت V}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{d_1}{d_2} \quad (I)$$

با توجه به رابطه (I) درمی‌یابیم که برای نصف شدن اندازه میدان الکتریکی بین صفحه‌های خازن متصل به باتری، باید فاصله بین صفحات خازن دو برابر شود؛ بنابراین عبارت «الف» درست و عبارت «ب» نادرست است.

از طرفی طبق درس‌نامه‌ای که در این سؤال داشتیم، برای مقایسه میدان الکتریکی در خازن پر شده‌ای که از باتری جدا شده است، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \xrightarrow{Q, \epsilon_0 \text{ ثابت}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \quad (II)$$

با توجه به رابطه (II) عبارت‌های «پ» و «ت» را بررسی می‌کنیم:

عبارت «پ» نادرست است، زیرا با تغییر فاصله بین صفحات خازن پر شده و جدا شده از باتری، اندازه میدان الکتریکی تغییری نمی‌کند.

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\substack{A_1 = A_2 \\ \kappa_2 = 2, \kappa_1 = 1}} \frac{E_2}{E_1} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

عبارت «ت» درست است؛ طبق رابطه مقابل داریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۹

خازن یک دستگاه رفع لرزش نامنظم قلب (دیفیبریلاتور) با ولتاژ ۸ kV شارژ شده است. اگر تمام انرژی این خازن در مدت ۲ ms با توان متوسط ۸۰ kW در بدن بیمار تخلیه شود، ظرفیت خازن این دستگاه چند میکروفراد است؟

انرژی خازن
زمان

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بعضی سؤالات مثل این تست، ظاهرشون ترسناکه، ولی باید هواسه باشه با همون روابط اصلی انرژی خازن به راحتی می تونی از پشش بر بیای.

خودت حل کنی بهتره اول انرژی ذخیره شده خازن رو به دست بیار، بعدش از رابطه انرژی خازن، ظرفیت خازن رو حساب کن.

درس نامه •• توان متوسط تخلیه خازن از رابطه زیر به دست می آید:

$$P_{av} = \frac{U}{t} \quad \leftarrow \text{توان متوسط تخلیه خازن (W)}$$

↑
انرژی خازن (J)
↓
مدت زمان تخلیه (s)

با داشتن ولتاژ خازن، ظرفیت آن و استفاده از رابطه زیر، انرژی ذخیره شده در خازن را محاسبه می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \quad \leftarrow \text{انرژی خازن (J)}$$

↑
ولتاژ خازن (V)
↓
ظرفیت خازن (F)

پاسخ تشریحی گام اول: انرژی ذخیره شده در خازن را با استفاده از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$P_{av} = \frac{U}{t} \quad \frac{P_{av} = 80 \text{ kW} = 80 \times 10^3 \text{ W}}{t = 2 \text{ ms} = 2 \times 10^{-3} \text{ s}} \rightarrow 80 \times 10^3 = \frac{U}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow U = 80 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-3} = 160 \text{ J}$$

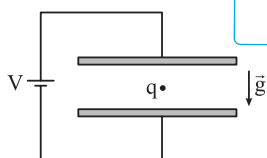
گام دوم: ظرفیت خازن را طبق رابطه زیر حساب می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 \quad \frac{U = 160 \text{ J}}{V = 8 \text{ kV} = 8 \times 10^3 \text{ V}} \rightarrow 160 = \frac{1}{2} \times C \times (8 \times 10^3)^2 \Rightarrow C = 5 \times 10^{-6} \text{ F} = 5 \mu\text{F}$$

تست و پاسخ ۵۰

در شکل زیر، ذره ای با جرم ۳ mg در فضای بین صفحات خازنی معلق است. اگر اندازه اختلاف بار صفحه های خازن ۳۶ nC باشد

و مساحت هر صفحه ۴ cm² باشد، بار این ذره معلق چند پیکوکولن است؟ ($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$, $g = 10 \text{ N/kg}$)



نیروی خالص وارد بر
ذره صفر است.

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) -۳

(۴) -۶

پاسخ: گزینه ۲

نکته وقتی هواسه ۳ mg رو در SI بنویسی، نگه ۳ × ۱۰^{-۳} باید به kg تبدیلش کنی که می شه ۳ × ۱۰^{-۶} kg.

خودت حل کنی بهتره اول وزن ذره رو حساب کن، بعد با توجه به این که ذره معلق بوده، اندازه نیروی الکتریکی رو با اندازه نیروی وزن برابر قرار

بده و بار ذره رو به دست بیار.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه: برای محاسبه اندازه میدان الکتریکی خازن با استفاده از بار خازن، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[\frac{C = \kappa \epsilon_0 A}{V = \frac{Q}{C}}]{V = \frac{Q}{C}} E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \rightarrow \text{میدان الکتریکی خازن (V/m)} \leftarrow \text{بار خازن (C)}$$

ضریب گذردهی الکتریکی خالص ثابت دی الکتریک

مطابق شکل زیر، وقتی فقط دو نیروی الکتریکی و وزن به ذره ای وارد می شوند و ذره معلق است، داریم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_E = mg \xrightarrow[F_E = E|q|]{\text{جرم (kg) در محل بار (N/C)}} E|q| = mg \xrightarrow[\text{شتاب گرانشی (m/s^2)}]{\text{بار الکتریکی (C)}} E = \frac{mg}{|q|}$$

$$W = mg = 3 \times 10^{-6} \times 10 = 3 \times 10^{-5} \text{ N}$$

پاسخ تشریحی گام اول: وزن ذره را حساب می کنیم:

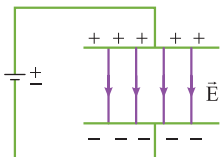


گام دوم: نیروی الکتریکی وارد بر ذره را به دست می آوریم. با توجه به این که ذره معلق است، مطابق شکل زیر، نیروهای وزن و الکتریکی یکدیگر را خنثی می کنند؛ بنابراین داریم:

$$F_E = mg \xrightarrow{mg = 3 \times 10^{-5} \text{ N}} F_E = 3 \times 10^{-5} \text{ N} \text{ رو به بالا}$$

گام سوم: مقدار و جهت میدان الکتریکی را به دست می آوریم. با توجه به درس نامه ای که برای این سؤال گفتیم، داریم:

$$E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A} \xrightarrow[\kappa = 1, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}, A = 4 \text{ cm}^2 = 4 \times 10^{-4} \text{ m}^2]{Q_+ - Q_- = 2Q = 36 \text{ nC} \Rightarrow Q = 18 \text{ nC} = 18 \times 10^{-9} \text{ C}} E = \frac{18 \times 10^{-9}}{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^{-4}} = 5 \times 10^6 \text{ N/C}$$



جهت میدان الکتریکی از قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن است؛ بنابراین با توجه به شکل جهت خطای میدان الکتریکی در این جا رو به پایین است.

گام چهارم: بار ذره (q) را به دست می آوریم. (با توجه به این که جهت نیروی الکتریکی رو به بالا و جهت میدان الکتریکی رو به پایین است، درمی یابیم بار q منفی است). طبق رابطه زیر داریم:

$$F_E = E|q| \xrightarrow[\frac{F_E = 3 \times 10^{-5} \text{ N}}{E = 5 \times 10^6 \text{ N/C}}]{\frac{F_E = 3 \times 10^{-5} \text{ N}}{E = 5 \times 10^6 \text{ N/C}}} 3 \times 10^{-5} = 5 \times 10^6 \times |q| \Rightarrow |q| = 6 \times 10^{-12} \text{ C} = 6 \text{ pC} \xrightarrow{q < 0} q = -6 \text{ pC}$$

تست و پاسخ (۵۱)

سیم رسانایی به طول ۲۰ m و سطح مقطع ۵ mm^۲ را به اختلاف پتانسیل ۴ V وصل می کنیم. در مدت زمان ۴ دقیقه، بار الکتریکی خالص عبوری از مقطع این رسانا چند آمپر - ساعت است؟ ($\rho_{\text{رسانا}} = 2 \times 10^{-7} \Omega \cdot \text{m}$)

آمپر - ساعت = ۳۶۰۰ کولن

$$\frac{1}{6} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{1}{3} (۲)$$

$$\frac{1}{2} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره می توانی سوالاتی مثل این سؤال رو مارک کنی برای دوران جمع بندی. چون هم زمان چند مورد رو با هم می تونی مرور کنی.

خودت حل کنی بهتره اول مقاومت سیم رو حساب کن، بعد با استفاده از قانون اهم، جریان رو به دست بیار؛ در نهایت بار رو حساب کن.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه •• برای محاسبه مقاومت الکتریکی دو راه داریم:

(۱) مطابق رابطه زیر از قانون اهم استفاده کنیم:

$$R = \frac{V}{I} \quad \leftarrow \text{مقاومت } (\Omega)$$

ولتاژ دو سر رسانا (V) ↑
↓
جریان الکتریکی (A)

(۲) با استفاده از ساختار رسانا، مقاومت آن را حساب کنیم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad \leftarrow \text{مقاومت } (\Omega)$$

مقاومت ویژه (Ω.m) ↑
↓
طول (m) →
↓
سطح مقطع (m^۲)

جریان الکتریکی برابر است با نسبت بار خالص عبوری از مقطع سیم به مدت زمان عبور بار، طبق رابطه زیر داریم:

$$I = \frac{q}{\Delta t} \quad \leftarrow \text{جریان الکتریکی (A)}$$

بار خالص عبوری (C) →
↓
مدت زمان (s) →

با توجه به رابطه بالا درمی یابیم یکای کولن (C) معادل آمپر - ثانیه (A.s) است؛ بنابراین داریم: $1C = 1A.s \Rightarrow 1A.h = 3600C$ آمپر-ساعت

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت سیم را به دست می آوریم. با توجه به رابطه زیر داریم:

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A} \quad \frac{\rho = 2 \times 10^{-7} \Omega \cdot m}{L = 20m, A = 5mm^2 = 5 \times 10^{-6} m^2} \rightarrow R = \frac{2 \times 10^{-7} \times 20}{5 \times 10^{-6}} = 0.8 \Omega$$

گام دوم: جریان گذرنده از سیم را طبق قانون اهم به دست می آوریم:

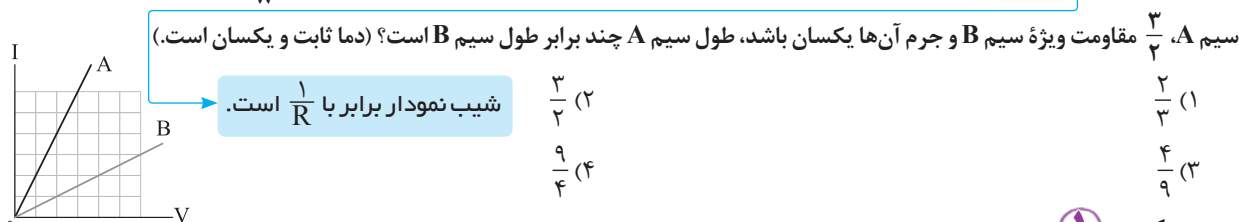
$$R = \frac{V}{I} \quad \frac{V = 4V}{R = 0.8 \Omega} \rightarrow 0.8 = \frac{4}{I} \Rightarrow I = \frac{4}{0.8} = 5A$$

گام سوم: بار خالص عبوری از مقطع رسانا را بر حسب آمپر - ساعت (A.h) حساب می کنیم:

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = I \Delta t \quad \frac{I = 5A}{\Delta t = 4min = \frac{4}{60}h} \rightarrow q = 5(A) \times \frac{4}{60}(h) = \frac{1}{3} A.h$$

تست و پاسخ ۵۲

نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر دو سیم استوانه ای A و B مطابق شکل زیر است. اگر چگالی سیم A، $\frac{3}{8}$ چگالی سیم B، مقاومت ویژه سیم A، $\frac{3}{4}$ مقاومت ویژه سیم B و جرم آن ها یکسان باشد، طول سیم A چند برابر طول سیم B است؟ (دما ثابت و یکسان است).



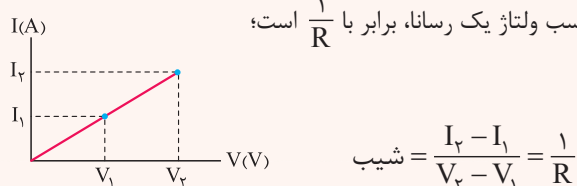
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره هواسست به دام تستی باشه که اشتباهی کسر رو برعکس انتقاد نکنی.

خودت حل کنی بهتره اول از روی شیب نمودار $I - V$ هر دو رسانا، نسبت مقاومت ها رو به دست بیار، بعد با استفاده از رابطه سافتاری مقاومت، نسبت طول ها رو حساب کن.

درس نامه •• مطابق شکل مقابل، شیب نمودار جریان الکتریکی بر حسب ولتاژ یک رسانا، برابر با $\frac{1}{R}$ است؛

بنابراین هر چه شیب این نمودار بیشتر باشد، مقاومت کم تر است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

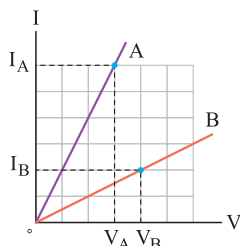
برای محاسبه مقاومت یک رسانای استوانه‌ای شکل با استفاده از جرم رسانا، داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{V=AL \Rightarrow A=\frac{V}{L}} R = \frac{\rho L^2}{V} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}} R = \frac{\rho^2 L^2}{m}$$

چگالی (kg/m^3) مقاومت ویژه ($\Omega \cdot \text{m}$) طول (m) جرم (kg)

دقت کنید که برای جلوگیری از اشتباه شدن نمادهای مقاومت ویژه و چگالی، اولی را با ρ و دومی را با ρ' نمایش داده‌ایم.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار شکل زیر، نسبت مقاومت‌ها را به دست می‌آوریم:



$$\text{شیب A} = \frac{I_A - 0}{V_A - 0} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{شیب B} = \frac{I_B - 0}{V_B - 0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{شیب نمودار I-V} = \frac{1}{R} \Rightarrow \frac{\text{شیب A}}{\text{شیب B}} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

گام دوم: با توجه به درس‌نامه، مقاومت سیم را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم و با توجه به نسبت مقاومت‌ها، نسبت طول دو سیم را به دست می‌آوریم:

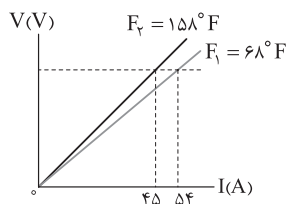
$$R = \frac{\rho \rho' L^2}{m} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{\rho'_A}{\rho'_B} \times \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{R_B=4R_A, \rho_A=\frac{3}{2}\rho_B, \rho'_A=\frac{3}{2}\rho'_B, m_A=m_B} \frac{1}{4} = \frac{\frac{3}{2}\rho_B}{\rho_B} \times \frac{\frac{3}{2}\rho'_B}{\rho'_B} \times \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_B}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 \times 1 \Rightarrow \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{2}{3}$$

تست و پاسخ ۵۳

نمودار I-V برای یک رسانای فلزی در دو دمای $F_1 = 68^\circ\text{F}$ و $F_2 = 158^\circ\text{F}$ مطابق شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژه این فلز چند

واحد SI است؟



شیب این نمودار برابر با مقاومت رسانا است.

$$1) 4 \times 10^{-3}$$

$$2) 2/2 \times 10^{-3}$$

$$3) 3/3 \times 10^{-3}$$

$$4) 1/185 \times 10^{-3}$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره اول نسبت مقاومت‌ها را با توجه به نمودار به دست بیاور. بعد با داشتن اختلاف دما، ضریب دمایی مقاومت ویژه رو حساب کن.

درس‌نامه در اثر تغییر دما، مقاومت ویژه رسانا و در نتیجه مقاومت رسانا تغییر می‌کند. اگر از تغییر ابعاد سیم در اثر تغییر دما صرف

نظر کنیم، رابطه زیر برقرار است:

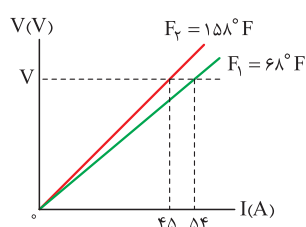
$$\text{ضریب دمایی مقاومت ویژه } \left(\frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{\text{K}}\right)$$

مقاومت ثانویه (Ω)

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta\theta) \quad \text{یا} \quad \text{تغییر دما } (\text{K یا } ^\circ\text{C}) \rightarrow \Delta R = R_0 \alpha \Delta\theta \leftarrow \text{تغییر مقاومت } (\Omega)$$

مقاومت اولیه (Ω)

مقاومت اولیه (Ω)



پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم که شیب خط نمودار I-V برابر با مقاومت رسانا (R) است؛

بنابراین نسبت مقاومت‌ها را با توجه به نمودار، به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{V}{I_1} \\ R_2 &= \frac{V}{I_2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{54}{45} = \frac{6}{5}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با توجه به رابطه زیر، ضریب دمایی مقاومت ویژه را به دست می آوریم:

$$R_T = R_1(1 + \alpha \Delta\theta) \xrightarrow[\Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \Rightarrow \frac{158-68}{9} = \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 10^\circ\text{C}]{R_T = \frac{6}{5}R_1} \frac{6}{5}R_1 = R_1(1 + \alpha(\Delta\theta)) \Rightarrow \frac{6}{5} = 1 + 50\alpha$$

$$\Rightarrow 50\alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}} \text{ یا } \frac{1}{^\circ\text{K}}$$

تست و پاسخ ۵۴

کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) از ترمیستورها اغلب به عنوان حسگر دما استفاده می شود.

(ب) با افزایش شدت نور تابیده شده بر LDR، مقاومت آن افزایش می یابد.

(پ) برای تبدیل جریان متناوب به جریان مستقیم، از دیودها استفاده می شود.

(۱) الف و ب (۲) ب و پ (۳) الف و پ (۴) الف، ب و پ

پاسخ: گزینه ۳

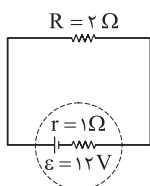
مشاوره توی سوالات موردی مثل این سوال، هواسه باشه از تناقض گزینه ها استفاده کنی. این جا با رد مورد «ب» می تونی به جواب برسی. در ضمن هواسه به متن کتاب هم باشه، چون این سوال از متن کتاب مطرح شده.

پاسخ تشریحی با توجه به متن کتاب درسی موارد «الف» و «پ» صحیح است.

دلیل نادرستی مورد «ب»: با افزایش شدت نور تابیده شده بر LDR، مقاومت آن کاهش می یابد. (نه افزایش)

تست و پاسخ ۵۵

در مدار شکل مقابل، در هر دقیقه چند الکترون از مقاومت R عبور می کند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



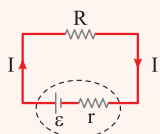
- (۱) 4×10^{20} (۲) 4×10^{21} (۳) $1/5 \times 10^{20}$ (۴) $1/5 \times 10^{21}$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست مشابه یکی از مسئله های دوره های آخر فصل ۲ کتاب فیزیک (۲) است. مسئله های کتاب درسی را جدی بگیرید.

خودت حل کنی بهتره ابتدا جریان مدار را محاسبه کنید، سپس بار الکتریکی گذرنده از مقاومت R را در زمان داده شده به دست آورید. در آخر نیز با توجه به اصل کوانتیده بودن بار الکتریکی، تعداد الکترون های عبور کرده از مقاومت R را پیدا کنید.

درس نامه ●● (۱) جریان الکتریکی در یک مدار تک حلقه، از رابطه زیر به دست می آید:



$$I = \frac{\epsilon}{R + r} \quad \text{جریان الکتریکی (A)}$$

نیروی محرکه مولد (V) مقاومت درونی مولد (Ω) مقاومت خارجی (Ω)

(۲) اگر جریان ثابت I در بازه زمانی Δt از یک مقطع رسانا بگذرد، بار الکتریکی گذرنده از این مقطع را از رابطه زیر حساب می کنیم:

$$\Delta q = I \Delta t \quad \text{بازه زمانی (s)} \quad \leftarrow \text{بار الکتریکی (C)}$$

$$\text{جریان الکتریکی (A)}$$

(۳) اندازه بار الکتریکی گذرنده از یک رسانا، همواره مضرب درستی از بار بنیادی e است.

$$|\Delta q| = n e \quad \leftarrow \text{بار بنیادی } e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad \leftarrow \text{بار الکتریکی (C)}$$

تعداد الکترون ها



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \xrightarrow{\mathcal{E}=12V, R=2\Omega, r=1\Omega} I = \frac{12}{2+1} = 4A$$

پاسخ تشریحی گام اول: جریان الکتریکی مدار را به دست می آوریم:

گام دوم: در بازه زمانی داده شده، بار الکتریکی گذر کرده از رسانا را حساب می کنیم:

$$\Delta q = I \Delta t \xrightarrow{I=4A, \Delta t=1\text{min}=60s} \Delta q = 4 \times 60 = 240C$$

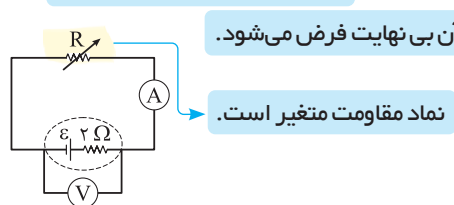
گام سوم: تعداد الکترون های عبوری از مقاومت R را به دست می آوریم:

$$|\Delta q| = ne \Rightarrow n = \frac{|\Delta q|}{e} \xrightarrow{\frac{|\Delta q|=240C}{e=1.6 \times 10^{-19}C}} n = \frac{240}{1.6 \times 10^{-19}} \Rightarrow n = 1.5 \times 10^{21}$$

تست و پاسخ ۵۶

در شکل زیر، ولت سنج آرمانی ۱۰ V و آمپرسنج آرمانی ۵ A را نشان می دهند. اگر مقاومت R را به نحوی تغییر دهیم که ولت سنج ۱۲ V

نشان بدهد، در این حالت آمپرسنج چند آمپر را نشان خواهد داد؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را در حالت اول بنویسید و نیروی محرکه مولد را به دست آورید، سپس همین

رابطه را در حالت دوم بنویسید و جریان الکتریکی را محاسبه کنید.

درس نامه ●● اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد در مدار از رابطه زیر به دست می آید:

نیروی محرکه مولد (V) $\uparrow$

جریان عبوری از مولد (A) $\rightarrow V = \mathcal{E} - rI \leftarrow$ اختلاف پتانسیل (V)

مقاومت درونی مولد (Ω) $\downarrow$

پاسخ تشریحی گام اول: اختلاف پتانسیل دو سر مولد و جریان عبوری از آن را داریم؛ پس می توانیم نیروی محرکه مولد را حساب کنیم:

$$V_1 = \mathcal{E} - rI_1 \xrightarrow{V_1=10V, r=2\Omega, I_1=5A} 10 = \mathcal{E} - 2 \times 5 \Rightarrow \mathcal{E} = 20V$$

تذکر با تغییر مقاومت خارجی مدار، جریان مدار تغییر می کند، اما مشخصات مولد (r, ε) ثابت می ماند.

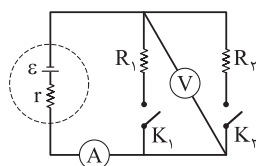
گام دوم: رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را در حالت دوم می نویسیم:

$$V_2 = \mathcal{E} - rI_2 \xrightarrow{\mathcal{E}=20V, V_2=12V, r=2\Omega} 12 = 20 - 2I_2 \Rightarrow I_2 = 4A$$

تست و پاسخ ۵۷

در مدار شکل زیر، وقتی که کلید K_۱ بسته و کلید K_۲ باز است، ولت سنج آرمانی ۸/۰ و آمپرسنج آرمانی ۷/۲ A را نشان می دهند و

هنگامی که کلید K_۱ باز و کلید K_۲ بسته است، ولت سنج ۹/۰ و آمپرسنج مقدار I_۲ را نمایش می دهند. I_۲ چند آمپر است؟



۸/۱ (۱)

۶/۴ (۲)

۴ (۳)

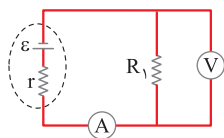
۳/۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را یک بار در حالتی که کلید K_۱ بسته و کلید K_۲ باز است، بنویسید و رابطه ای بین

ε و I به دست آورید؛ سپس همان رابطه را در حالتی که کلید K_۱ باز و کلید K_۲ بسته است، بنویسید و I_۲ را حساب کنید.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



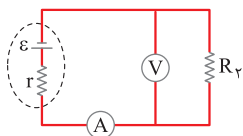
پاسخ تشریحی گام اول: در حالتی که کلید K_1 بسته و کلید K_2 باز است، رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را می‌نویسیم:

$$V_1 = \varepsilon - rI_1 \xrightarrow{V_1 = 0.8\varepsilon, I_1 = 7/2A} 0.8\varepsilon = \varepsilon - r \times 7/2 \Rightarrow 7/2r = 0.2\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = 36r$$

گام دوم: در حالتی که کلید K_1 باز و کلید K_2 بسته است، رابطه اختلاف پتانسیل دو سر مولد را می‌نویسیم:

$$V_2 = \varepsilon - rI_2 \xrightarrow{V_2 = 0.9\varepsilon} 0.9\varepsilon = \varepsilon - I_2 r \Rightarrow I_2 r = 0.1\varepsilon$$

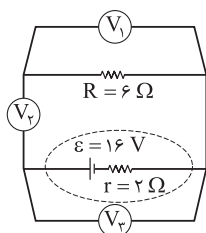
$$\xrightarrow{\varepsilon = 36r} I_2 r = 0.1 \times 36r \Rightarrow I_2 = 3/6 A$$



حواستون باشه در هر دو وضعیت کلیدها، ولت‌سنج آرمانی با مولد به طور موازی قرار دارد و از آن جریانی عبور نمی‌کند. هم‌چنین عدد ولت‌سنج همان اختلاف پتانسیل دو سر مولد است.

تست و پاسخ ۵۸

در شکل زیر، ولت‌سنج‌های آرمانی V_1 ، V_2 و V_3 به ترتیب از راست به چپ چند ولت را نشان می‌دهند؟



(۱) ۱۲، ۱۲، ۱۲

(۲) صفر، صفر، ۱۶

(۳) ۱۲، صفر، ۱۲

(۴) صفر، ۱۶، ۱۶

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ولت‌سنج آرمانی، مقاومت بی‌نهایت دارد؛ پس در هر شاخه‌ای از مدار قرار گیرد، عملاً جریانی از آن شاخه نمی‌گذرد.

پاسخ تشریحی گام اول: اگر جریانی بخواهد از مولد خارج شود، در هر مسیر پیش روی خود به یک ولت‌سنج برخورد می‌کند؛ پس جریان در همه قسمت‌های این مدار صفر است.

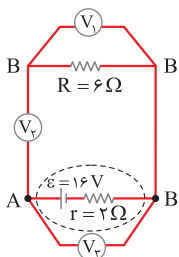
$$V_1 = RI \xrightarrow{I=0} V_1 = 0$$

گام دوم: ولت‌سنج V_1 اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را نشان می‌دهند. (رد ۱ و ۳)

گام سوم: ولت‌سنج‌های V_2 و V_3 اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V_{AB}) را نشان می‌دهند.

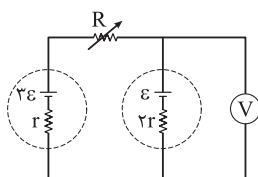
$$V_{AB} = \varepsilon - rI \xrightarrow{I=0, \varepsilon=16V, r=2\Omega} V_{AB} = 16V$$

$$V_2 = V_3 = V_{AB} \xrightarrow{V_{AB}=16V} V_2 = V_3 = 16V$$



تست و پاسخ ۵۹

در مدار زیر، مقاومت رئوستا را از $R_1 = r$ به $R_2 = 2r$ می‌رسانیم. عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) ۵ درصد کاهش می‌یابد.

(۲) ۵ درصد افزایش می‌یابد.

(۳) ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

(۴) ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره ابتدا باید تشخیص دهید که باتری با نیروی محرکه $\mathcal{E}$ ، مولد است؛ یعنی به مدار انرژی می‌دهد، اما باتری با نیروی محرکه

$\mathcal{E}$ ، به عنوان مصرف‌کننده (ضد مولد) است، سپس یک بار در حالتی که $R_1 = r$ است و بار دیگر در حالتی که $R_2 = 2r$ است، جریان الکتریکی مدار و اختلاف پتانسیل‌های به‌دست آمده را با هم مقایسه کنید. دقت کنید که ولت‌سنج آرمانی، اختلاف پتانسیل دو سر باتری مصرف‌کننده $\mathcal{E}$ را نشان می‌دهد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

درس نامه ۱۰۰ (۱) باتری‌ها همواره به عنوان مولد در مدار عمل نمی‌کنند؛ بلکه گاهی هم به عنوان مصرف‌کننده هستند. وقتی دو باتری به صورت متقابل با هم بسته می‌شوند، هر باتری‌ای که نیروی محرکه بیشتری دارد، به عنوان مولد و باتری دیگر به عنوان مصرف‌کننده خواهد بود. جهت جریان در مدار به گونه‌ای است که از پایانه مثبت مولد خارج می‌شود و به پایانه منفی آن وارد می‌شود.

نیروی محرکه مولد (V)

جریان عبوری از مولد (A) $V = \mathcal{E} + rI \rightarrow$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری مصرف‌کننده (V)

مقاومت درونی مولد (Ω)

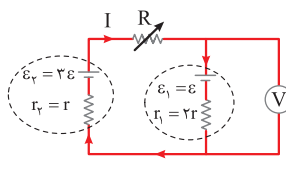
(۲) رابطه جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه که دو باتری متقابل دارد، به صورت زیر است:

نیروی محرکه باتری مصرف‌کننده (V) نیروی محرکه باتری مولد (V)

$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_{eq} + r_1 + r_2} \rightarrow$ (A) جریان الکتریکی

مقاومت درونی باتری ۱ (Ω) مقاومت معادل خارجی (Ω)

پاسخ تشریحی گام اول: $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ است، پس باتری ۱ در نقش مصرف‌کننده و باتری ۲ در نقش مولد به کار می‌رود.



$$I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + r_1 + r_2} \xrightarrow{\mathcal{E}_2 = 3E, \mathcal{E}_1 = E, R_1 = r, r_1 = 2r, r_2 = r} I = \frac{3E - E}{r + 2r + r} = \frac{2E}{4r} = \frac{E}{2r}$$

$$V_1 = \mathcal{E}_1 + r_1 I \xrightarrow{\mathcal{E}_1 = E, r_1 = 2r, I = \frac{E}{2r}} V_1 = E + 2r \times \frac{E}{2r} = 2E$$

گام دوم: در حالت دوم که $R_2 = 2r$ است، جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر باتری مصرف‌کننده را حساب می‌کنیم:

$$I' = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_2 + r_1 + r_2} \xrightarrow{\mathcal{E}_2 = 3E, \mathcal{E}_1 = E, R_2 = 2r, r_1 = 2r, r_2 = r} I' = \frac{3E - E}{2r + 2r + r} \Rightarrow I' = \frac{2E}{5r}$$

$$V'_1 = \mathcal{E}_1 + r_1 I' \xrightarrow{\mathcal{E}_1 = E, r_1 = 2r, I' = \frac{2E}{5r}} V'_1 = E + 2r \times \frac{2E}{5r} = 1.8E$$

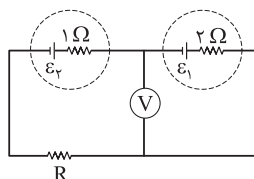
$$\frac{\Delta V_1}{V_1} \times 100 = \frac{V'_1 - V_1}{V_1} \times 100 = \frac{1.8E - 2E}{2E} \times 100 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = -10\%$$

گام سوم:

یعنی عدد ولت‌سنج ۱۰ درصد کاهش می‌یابد.

تست و پاسخ ۶۰

در مدار زیر، $\mathcal{E}_2 = 4E$ می‌باشد و ولت‌سنج آرمانی عدد صفر را نشان می‌دهد. مقاومت R چند اهم است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا جهت جریان در مدار را تعیین کنید، سپس اختلاف پتانسیل دو سر ولت‌سنج را یک بار در حلقه سمت راست و بار دیگر در حلقه سمت چپ برابر صفر قرار دهید. در آخر با استفاده از دو معادله به دست آمده، مقدار R را به دست آورید.

درس نامه ۱۰۰ (۱) هرگاه در مدار در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازه IR یا Ir کاهش می‌یابد:



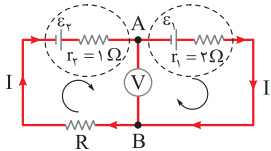
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲) هرگاه درون باتری از پایانه منفی به پایانه مثبت برویم، پتانسیل به اندازه $\mathcal{E}$ افزایش می‌یابد. $V_b - V_a = \mathcal{E}$

۳) محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار: ابتدا پتانسیل نقطه اول را می‌نویسیم، آن‌گاه از این نقطه، روی مدار و در جهت دلخواه به طور ذهنی به طرف نقطه دوم می‌رویم و ضمن گذر از هر قسمت، تغییر پتانسیل را می‌نویسیم تا به نقطه دوم برسیم. حاصل نوشته‌ها برابر پتانسیل نقطه دوم است.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا جهت جریان مدار را روی شکل نشان می‌دهیم:



گام دوم: در حلقه سمت راست از نقطه A به طرف نقطه B به طور ذهنی حرکت می‌کنیم: $V_A + \mathcal{E}_1 - Ir_1 = V_B \xrightarrow{V_A = V_B, r_1 = 2\Omega} \mathcal{E}_1 = 2I$

گام سوم: در حلقه سمت چپ از نقطه B به طرف نقطه A به طور ذهنی حرکت می‌کنیم:

$$V_B - IR + \mathcal{E}_2 - Ir_2 = V_A \xrightarrow{V_A = V_B, \mathcal{E}_2 = 2\mathcal{E}_1, r_2 = 1\Omega} -IR + 2\mathcal{E}_1 - I = 0 \xrightarrow{\mathcal{E}_1 = 2I} -IR + 2(2I) - I = 0 \Rightarrow 3I = IR \Rightarrow R = 3\Omega$$

تست و پاسخ ۶۱

دستہ d

17 (C)

۲۴ (۳

۳۳ (۲)

۲۱ (۱)

پاسخ: گزینہ ۳

نکته

پاسخ تشریحی

$_{21}\text{Sc}:[_{18}\text{Ar}]_{\uparrow}3d^1 4s^2 \Rightarrow$ (دسته d) ۳ الکترون ظرفیتی

دسته ۵ الکترون ظرفیتی $\Rightarrow 33\text{As}:[18\text{Ar}]3d^1 4s^2 4p^3$

${}_{24}\text{Cr}:[{}_{18}\text{Ar}]3d^5 4s^1 \Rightarrow$ (دسته ۶ الکترون ظرفیتی)

${}_{17}\text{Cl}: [{}_{10}\text{Ne}] \underline{{}^2\text{s}^2 {}^2\text{p}^5} \Rightarrow$ (دسته ۷ الکترون ظرفیتی)

تست و پاسخ ۶۲

- واکنش پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم آن به انجام واکنش شیمیایی است.

• فلزها از جمله هدایای زمینی هستند که در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند.

• در معادله واکنش استفاده شده در فولاد مبارکه برای استخراج آهن، مجموع ضرایب مواد شرکت کننده برابر ۵ است.

- واکنش فلز سدیم با ترکیب مس (II) اکسید، می‌تواند به صورت خودبه‌خودی انجام شود.

۴ (۴

3 (3)

2 (2)

111

پاسخ: گزینہ ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی پر (سی) عبارت ہا:

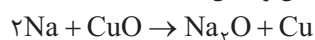
عبارت اول: واکنش‌پذیری هر عنصر به معنای تمایل اتم‌های آن به انجام واکنش شیمیایی است.

عبارت دوم: برخی فلزها مانند طلا، پلاتین، نقره و مس به شکل آزاد و عنصری در طبیعت یافت می‌شوند.

عبارت سوم: در فولاد مبارکه برای استخراج آهن از واکنش زیر استفاده می‌شود. در معادله موازنه شده این واکنش، مجموع ضرایب مواد شرکت‌کننده برابر ۱۲ است. (دقت کنید، منظور از مواد شرکت‌کننده یعنی همهٔ مواد نه فقط مواد واکنش‌دهنده!)



عبارت چهارم: واکنش پذیری عنصر سدیم (Na) از عنصر مس (Cu) بیشتر است و می تواند با نمک های مس واکنش بدهد.



تست و پاسخ ۶۳

با توجه به جدول دوره‌ای زیر که جایگاه برخی از عناصرها در آن نشان داده شده است، کدام مطلب نادرست است؟ (نماد عناصرها فرضی هستند).

(۱) عنصر Z برخلاف X در اثر ضربه خرد می‌شود و توانایی گرفتن یا به اشتراک گذاشتن الکترون را دارد.

(۲) عنصر A برخلاف عنصر D، سطح کدري دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.

(۳) خاصیت فلزی عنصر F از اولین عنصر هم‌گروه خود بیشتر و از دومین عنصر هم‌دوره خود، کمتر است.

(۴) هر دو عنصر G و W ، شبه‌فلزند و در بیرونی‌ترین زیر لایهٔ اتم آن‌ها، ۲ الکترون وجود دارد.

پاسخ: گزینہ ۴

[illegible]

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه... آشنایی با عنصرهای گروه ۱۴ جدول دوره‌ای

گروه ۱۴ ($ns^2 np^2$)

C ۶	نافلز
Si ۱۴	شبه فلز
Ge ۳۲	
Sn ۵۰	فلز
Pb ۸۲	

- اتم همه عنصرهای این گروه در لایه ظرفیت خود ۴ الکترون دارند.
- در بین ۵ عنصر اول گروه ۱۴، یک عنصر نافلز، دو عنصر شبه فلزی و دو عنصر فلزی وجود دارد.
- کربن (به شکل گرافیت) تنها نافلز رسانای جریان برق است.
- در گروه ۱۴، C، Si و Ge با به اشتراک گذاشتن و Sn و Pb، با از دست دادن الکترون به آرایش پایدار می‌رسند.
- شبه فلزهای سیلیسیم و ژرمانیم مانند نافلزها، در اثر ضربه خرد می‌شوند.
- شبه فلزهای سیلیسیم و ژرمانیم همانند فلزها، رسانایی الکتریکی و گرمایی دارند.

آشنایی با عنصرهای دوره ۳ جدول دوره‌ای

- در بین ۸ عنصر دوره سوم، ۳ عنصر فلزی، ۱ عنصر شبه فلزی و ۴ عنصر نافلزی وجود دارد.

عنصرهای فلزی		شبه فلز	عنصرهای نافلزی				
Na ۱۱	Mg ۱۲	Al ۱۳	Si ۱۴	P ۱۵	S ۱۶	Cl ۱۷	Ar ۱۸

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- عنصر Z که در گروه ۱۵ و دوره سوم جدول دوره‌ای قرار دارد، نافلز فسفر (P_{15}) است که در اثر ضربه خرد می‌شود. این نافلز می‌تواند با گرفتن الکترون و تشکیل یون و یا با به اشتراک گذاشتن الکترون، به آرایش پایدار گاز نجیب برسد. عنصر X، پنجمین عنصر گروه ۱۴ یعنی همان فلز سرب است. فلزها در اثر ضربه خرد نمی‌شوند و در واکنش با دیگر اتم‌ها، الکترون از دست می‌دهند.
- عنصر A (گوگرد) برخلاف عنصر D (منیزیم) یک نافلز است که سطحی کدر و مات دارد و در اثر ضربه خرد می‌شود.
- در یک گروه جدول دوره‌ای از بالا به پایین، خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد، پس خصلت فلزی F (یعنی سیلیسیم) از اولین عنصر هم‌گروه خود (یعنی کربن) بیشتر است. هم‌چنین در یک دوره از چپ به راست، خصلت فلزی عنصرها کاهش می‌یابد؛ بنابراین خصلت فلزی F از دومین عنصر هم‌دوره خود یعنی D منیزیم کم‌تر است.
- عنصرهای G و W به ترتیب ژرمانیم (Ge_{32}) و قلع (Sn_{50}) هستند. با این‌که در بیرونی‌ترین زیرلایه اتم هر دو عنصر دو الکترون وجود دارد (np^2)، اما ژرمانیم یک عنصر شبه فلزی و قلع یک عنصر فلزی است.

تست و پاسخ ۶۴

در معادله واکنش سوختن کامل کدام ترکیب در دمای $22^\circ C$ و فشار یک اتمسفر، تنها حالت فیزیکی دو ماده به صورت گاز است؟

O_2 و CO_2 به حالت گازند؛ پس خود ترکیب نباید گاز باشد.

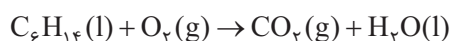
- ۲) هگزان
۴) بوتان

۱) اتان

۳) استیلن

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی از سوختن کامل هیدروکربن‌ها، CO_2 و H_2O تولید می‌شود. در دمای $22^\circ C$ و فشار یک اتمسفر، تنها CO_2 به حالت گاز است. اکسیژن (O_2) هم به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌ها، به حالت گاز است؛ بنابراین برای این‌که در معادله واکنش، فقط دو ماده گازی داشته باشیم، خود هیدروکربن نباید به حالت گاز باشد. در بین هیدروکربن‌های داده‌شده، فقط هگزان در دمای $22^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر گاز نیست. (مایع است.)



دقت کنید که در بین آلکان‌های راست‌زنجیر، فقط ۴ آلکان اول (متان، اتان، پروپان و بوتان) در دمای $22^\circ C$ و فشار یک اتمسفر به حالت گازی هستند. اتن (C_2H_4) و استیلن (C_2H_2) نیز در دمای $22^\circ C$ و فشار یک اتمسفر به حالت گازند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۶۵

اگر از واکنش کامل ۲۲ گرم کود شیمیایی آمونیوم سولفات با مقدار کافی محلول باریم کلرید، ۱/۰ مول باریم سولفات تولید شود، درصد خلوص آمونیوم سولفات در کود مورد استفاده کدام است؟ (آمونیوم کلرید، فرآورده دیگر واکنش است. سایر اجزای کود در واکنش شرکت نمی کنند؛ $S = ۳۲, O = ۱۶, N = ۱۴, H = ۱: g.mol^{-1}$)

۴۰ (۴)

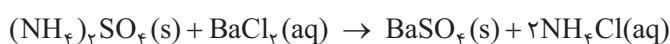
۶۰ (۳)

۸۰ (۲)

۹۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: معادله موازنه شده واکنش را می نویسیم:



گام دوم: درصد خلوص آمونیوم سولفات را به دست می آوریم:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{۱۰۰} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{(NH_4)_2SO_4} \Rightarrow \frac{۲۲ \times \frac{x}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۳۲} = \frac{۰/۱}{۱} \Rightarrow x = ۶۰۰ \times ۰/۱ = ۶۰\%$$

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

ابتدا باید جرم خالص آمونیوم سولفات را حساب کنیم:

$$? g (NH_4)_2SO_4 = ۰/۱ mol BaSO_4 \times \frac{۱ mol (NH_4)_2SO_4}{۱ mol BaSO_4} \times \frac{۱۳۲ g (NH_4)_2SO_4}{۱ mol (NH_4)_2SO_4} = ۱۳/۲ g (NH_4)_2SO_4$$

$$\text{سپس جرم ماده خالص را به جرم کل کود تقسیم می کنیم: } \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم کود ناخالص}} \times ۱۰۰ = \frac{۱۳/۲}{۲۲} \times ۱۰۰ = ۶۰\%$$

تست و پاسخ ۶۶

با توجه به جدول زیر که شعاع اتمی برخی از عناصر جدول تناوبی را بر حسب پیکومتر نشان می دهد، چه تعداد از عبارات داده شده درست است؟

گروه \ دوره	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲	۱۵۲	a	۷۷	b	۷۵	f	n
۳	c	۱۶۰	۱۴۳	d	۱۱۰	e	g

$_{17}Cl$

• شعاع اتمی عنصری که دارای ۵ الکترون با $n+1=3$ است، کوچک تر از ۷۵ pm است.

• نافلز گازی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می دهد، دارای شعاع اتمی کم تر از ۱۱۰ pm می باشد.

• بیشترین میزان واکنش پذیری در میان فلزهای موجود در این جدول، مربوط به عنصری است که شعاع اتمی آن بیشتر از ۱۶۰ pm است.

• حاصل تفریق دو عدد e و g (e-g) کوچک تر از حاصل تفریق دو عدد ۱۶۰ و c (c-۱۶۰) است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته در یک دوره جدول دوره ای از چپ به راست، شعاع اتمی عناصرها کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، شعاع اتمی عناصرها افزایش می یابد.

پاسخ تشریحی همه عبارات داده شده درست اند.

بررسی عبارات:

عبارت اول: عنصری که ۵ الکترون با $n+1=3$ دارد، همان فلوئور (F) است که شعاع اتمی در جدول با نماد n نشان داده شده است.

با توجه به این که در یک دوره از چپ به راست شعاع اتمی عناصرها کاهش می یابد؛ پس شعاع اتمی فلوئور کوچک تر از ۷۵ pm خواهد بود.

عبارت دوم: نافلز گازی که در دمای اتاق به آرامی با گاز هیدروژن واکنش می دهد، همان کلر است که در دوره سوم و گروه ۱۷ قرار دارد و شعاع

آن در جدول با نماد g نشان داده شده است؛ پس شعاع اتمی کلر از شعاع عنصر هم دوره قبل از خود (۱۱۰ pm) کم تر خواهد بود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

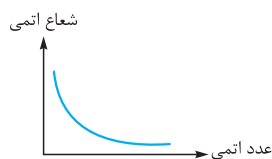


نکته در جدول زیر، شرایط واکنش هالوژن‌ها با هیدروژن مقایسه شده است. با توجه به این جدول، دمای لازم برای انجام واکنش هالوژن‌ها با گاز هیدروژن، با افزایش عدد اتمی هالوژن افزایش می‌یابد.

نام هالوژن	شرایط واکنش با گاز هیدروژن
فلوئور	حتی در دمای 20°C به سرعت واکنش می‌دهد.
کلر	در دمای اتاق به آرامی واکنش می‌دهد.
برم	در دمای 20°C واکنش می‌دهد.
ید	در دمای بالاتر از 40°C واکنش می‌دهد.

عبارت سوم: در یک دوره جدول دوره‌ای از چپ به راست، واکنش‌پذیری فلزها کاهش و در یک گروه از بالا به پایین، واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد؛ بنابراین در جدول داده‌شده، فلزی که در گروه یک و دوره سوم قرار دارد، بیشترین واکنش‌پذیری را خواهد داشت و با توجه به روند تغییر شعاع اتمی، شعاع آن از 160 pm بیشتر خواهد بود. (در عنصرهای هر دوره، اولین عنصر بیشترین شعاع اتمی را دارد).

عبارت چهارم: با توجه به نمودار روبه‌رو که روند کلی تغییرات شعاع اتمی عنصرها را در دوره سوم نشان می‌دهد، تفاوت بین شعاع اتمی نافلزهای متوالی دوره سوم (e-g) کمتر از تفاوت بین شعاع اتمی فلزهای متوالی ($160 - \text{C}$) این دوره است.



نکته به‌طور کلی، در یک دوره از چپ به راست، با افزایش عدد اتمی، تفاوت بین شعاع اتمی عنصرهای متوالی، رفته‌رفته کمتر می‌شود.

تست و پاسخ ۶۷

اگر X یک عنصر فلزی از جدول تناوبی باشد، چند مورد از عبارت‌های زیر، درست است؟

- اگر عدد اتمی X از یک هالوژن جامد در دما و فشار اتاق، بزرگ‌تر باشد، عنصر X به یقین جزء عناصر دسته f است.
- اگر X واکنش‌پذیرترین فلز دوره خود باشد، این عنصر قطعاً کوچک‌ترین عدد اتمی آن دوره را دارد.
- عنصر X به یقین، سخت، محکم و چکش‌خوار است.
- اگر عنصر X با عنصر نافلزی مابعد هم‌دوره باشد، قطعاً عدد اتمی آن کوچک‌تر از ۳۲ می‌باشد.

 ${}_{53}\text{Z}$ ${}_{35}\text{Br}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در بین هالوژن‌ها، مولکول‌های I_2 در دما و فشار اتاق به حالت جامد می‌باشند. عنصر ید متعلق به دوره پنجم جدول دوره‌ای است؛ در نتیجه فلز X می‌تواند جزء فلزات گروه اول یا دوم از دوره ششم جدول تناوبی باشد. فلزات گروه اول یا دوم جزء عناصر دسته S محسوب می‌شوند.

عبارت دوم: در هر دوره جدول دوره‌ای عناصر، از چپ به راست خصلت فلزی یا واکنش‌پذیری فلزات کاهش می‌یابد؛ پس واکنش‌پذیرترین فلز یک دوره (فلز X)، اولین عنصر آن دوره است که کوچک‌ترین عدد اتمی را در آن دوره دارد.

عبارت سوم: اغلب فلزها سخت هستند و استحکام بالایی دارند، اما فلزهای گروه اول نه تنها سختی و استحکام بالایی ندارند؛ بلکه آن‌چنان نرم‌اند که به راحتی با چاقو بریده می‌شوند.

عبارت چهارم: برم تنها نافلز مایع و جزء عناصر دوره چهارم جدول دوره‌ای می‌باشد. عدد اتمی فلزهای دوره چهارم از ۱۹ تا ۳۱ است، پس اگر عنصر فلزی X در دوره چهارم باشد، قطعاً عدد اتمی آن کوچک‌تر از ۳۲ خواهد بود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۶۸

یعنی ۱۲/۴ گرم گاز تولید شود.

در اثر تجزیه کامل مقداری سدیم هیدروژن کربنات جامد با خلوص ۷۵ درصد درون یک ظرف سر باز، ۱۲/۴ گرم از جرم مخلوط واکنش کاسته می شود. به تقریب چند درصد جرمی نمونه ناخالص اولیه را فلز سدیم تشکیل داده است؟ (در ناخالصی ها فلز وجود ندارد و در واکنش شرکت نمی کنند: $(Na = 23, O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1})$)



$$15/6(2)$$

$$25/2(1)$$

$$27/3(4)$$

$$20/5(3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: معادله واکنش را موازنه می کنیم:



گام دوم: کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل تولید گاز H_2O و CO_2 است؛ پس مجموع جرم H_2O و CO_2 تولید شده برابر ۱۲/۴ g است. با استفاده از جرم گازهای تولید شده، مقدار جرم واکنش دهنده ناخالص را به دست می آوریم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{x \times \frac{3}{4}}{2 \times 84} = \frac{12/4}{(1 \times 18) + (1 \times 44)}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4 \times 2 \times 84} = \frac{124}{100 \times 62} \Rightarrow x = \frac{4 \times 2 \times 2 \times 84}{3 \times 100} = 44/8 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ g NaHCO}_3 = 12/4 \text{ g گاز} \times \frac{2 \text{ mol NaHCO}_3}{(1 \times 18) + (1 \times 44) \text{ g گاز}} \times \frac{84 \text{ g NaHCO}_3}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{100 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}}{75 \text{ g NaHCO}_3 \text{ خالص}} = 44/8 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}$$

گام سوم: جرم فلز سدیم موجود در ۴۴/۸ گرم نمونه $NaHCO_3$ با خلوص ۷۵ درصد را حساب می کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \rightarrow \frac{75}{100} = \frac{23}{44}$$

$$\frac{44/8 \times \frac{3}{4}}{84} = \frac{x}{23} \Rightarrow x = \frac{112}{4 \times 84 \times 100} \times 23 = 9/2 \text{ g Na}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ g Na} = 44/8 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص} \times \frac{75 \text{ g NaHCO}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g NaHCO}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3 \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{23 \text{ g Na}}{1 \text{ mol Na}} = 9/2 \text{ g Na}$$

گام چهارم: درصد جرمی Na را در نمونه ناخالص به دست می آوریم:

$$\text{درصد جرمی Na} = \frac{\text{جرم Na}}{\text{جرم نمونه ناخالص}} \times 100 = \frac{9/2}{44/8} \times 100 = \frac{9200}{448} = \frac{9200}{460} = 20 \rightarrow \text{کمی بیشتر از } 20$$

$$\Rightarrow 20/5 \Rightarrow \text{گزینه ۳}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تکنیک تستی طبق فرض سؤال، درصد خلوص سدیم هیدروژن کربنات جامد برابر ۷۵٪ است. ما یک نمونه ۱۰۰ گرمی از NaHCO_3 ناخالص را در نظر می‌گیریم که ۷۵ گرم از آن را NaHCO_3 خالص و ۲۵ گرم از آن را ناخالصی تشکیل می‌دهد. جرم Na موجود در ۷۵ گرم NaHCO_3 خالص را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g Na} = 75 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Na}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{23 \text{ g Na}}{1 \text{ mol Na}} = 20.5 \text{ g Na}$$

پس در یک نمونه ۱۰۰ گرمی از سدیم هیدروژن کربنات جامد، به تقریب ۲۰٪ / ۵ گرم سدیم وجود دارد؛ یعنی درصد جرمی Na در این مخلوط برابر ۲۰٪ / ۵ خواهد بود و اطلاعات داده‌شده در مورد واکنش سرکاری بود!

تست و پاسخ ۶۹

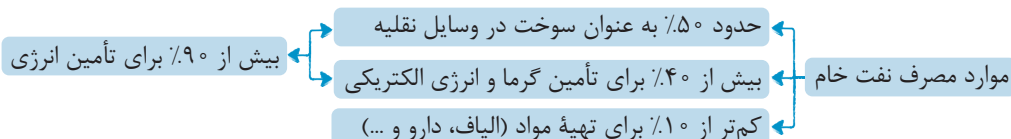
کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) کمتر از ده درصد نفت خام مصرفی در دنیا، برای تهیه مواد و کالاهای استفاده می‌شود.
- (۲) در تقطیر جزء به جزء نفت خام، هر چه یک هیدروکربن از سینی‌های بالاتر ستون تقطیر خارج شود، قدرت نیروهای بین مولکولی آن کمتر و اندازه مولکول‌های آن کوچک‌تر است.
- (۳) همه هیدروکربن‌های موجود در نفت خام از اتم‌های کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند، از این رو انتظار می‌رود که رفتار آن‌ها مشابه یکدیگر باشد.
- (۴) گاز متان، گازی سبک، بی‌رنگ و بی‌بو است و هرگاه مقدار آن در معدن زغال‌سنگ بالاتر از ۵٪ باشد، احتمال انفجار وجود دارد.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

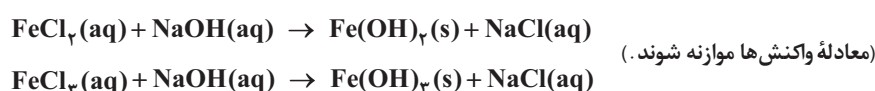
- (۱) بیش از ۹۰ درصد نفت خام برای سوخت و تأمین انرژی استفاده می‌شود و تنها مقدار کمی از آن (کمتر از ۱۰٪) برای تولید مواد و کالاهای مورد استفاده قرار می‌گیرد.



- (۲) هنگامی که نفت خام داغ به قسمت پایین برج وارد می‌شود، مولکول‌های سبک‌تر و فراتر که نقطه جوش پایین‌تری دارند، به سمت بالای برج حرکت می‌کنند و از سینی‌های بالاتر برج تقطیر خارج می‌شوند.
- (۳) همه هیدروکربن‌ها از کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند، اما از لحاظ ساختاری با هم متفاوت هستند؛ بنابراین رفتار فیزیکی و شیمیایی متفاوتی با هم دارند. همچنین شمار اتم‌های کربن نقش مهمی در رفتار هیدروکربن‌ها دارد.
- (۴) متان گازی سبک، بی‌بو و بی‌رنگ است و هرگاه مقدار آن در هوای معدن به بیش از ۵٪ برسد، احتمال انفجار وجود دارد.

تست و پاسخ ۷۰

اگر ۳ مول مخلوطی از آهن (II) کلرید و آهن (III) کلرید در واکنش با سدیم هیدروکسید مطابق واکنش‌های زیر شرکت کند و در پایان واکنش ۶/۸ مول نمک خوراکی تشکیل شود، شمار مول‌های رسوب سبزرنگ و قرمز رنگ تشکیل شده به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟ (بازده واکنش اول و دوم را به ترتیب ۱۰۰ و ۸۰ درصد در نظر بگیرید.)



۱/۸، ۱/۲ (۴)

۱/۵، ۰/۵ (۳)

۲، ۱ (۲)

۱/۶، ۱ (۱)

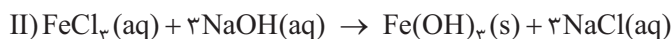
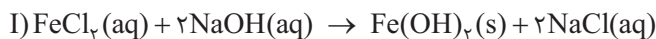
پاسخ: گزینه ۱



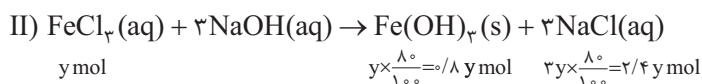
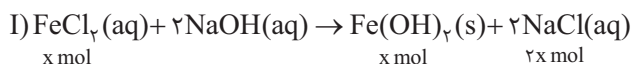
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم:



گام دوم: شمار مول‌های FeCl_3 و FeCl_3 موجود در مخلوط اولیه را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم. با توجه به این‌که بازده واکنش‌های اول و دوم به ترتیب 100% و 80% درصد است، خواهیم داشت:



گام سوم: با توجه به مجموع شمار مول‌های FeCl_3 و FeCl_3 و همچنین شمار مول‌های NaCl ، x و y را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ -2x - 2y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 6 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

$$0 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow x = 1$$

$x = 1 \text{ mol}$ = شمار مول‌های رسوب سبز رنگ ($\text{Fe}(\text{OH})_3$)

$y = 1 \text{ mol}$ = شمار مول‌های رسوب قرمز رنگ ($\text{Fe}(\text{OH})_3$)

۷۱

تست و پاسخ

عنصرهای X و D ، متعلق به دوره چهارم جدول تناوبی هستند. اگر در یون X^{3+} ، شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده برابر ۱۴ و در یون D^{2+} ، شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$ برابر ۹ باشد، کدام مطلب درست است؟

(۱) شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی $l = 2$ در یون X^{3+} برابر ۶ و شمار الکترون‌های آخرین لایه اشغال شده در یون D^{2+} برابر ۹ است.

(۲) مجموع عددهای اتمی عنصرهای X و D برابر با عدد اتمی فلز قلیایی دوره ششم جدول تناوبی است.

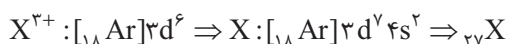
(۳) شمار الکترون‌های اتم X با شمار نوترون‌های اتم ${}^{52}_{24}\text{A}$ برابر است.

(۴) نسبت شمار الکترون‌ها با $l = 1$ به $l = 0$ در اتم D ، از این نسبت در اتم X بیشتر است.

۷۲

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی ابتدا باید عدد اتمی عنصرهای X و D را پیدا کنیم. در آخرین لایه اشغال شده یون X^{3+} ، ۱۴ الکترون وجود دارد، یعنی در آرایش الکترونی این یون زیرلایه‌های $3d^6 3p^6 3s^2$ وجود دارد:



در یون D^{2+} ، ۹ الکترون در زیرلایه $3d$ وجود دارد:



بررسی گزینه‌ها:

- (۱) در یون X^{3+} ، ۶ الکترون با $l = 2$ ($3d$) و در آخرین لایه اشغال شده یون D^{2+} ، ۱۷ الکترون وجود دارد.
- (۲) مجموع عدد اتمی عنصرهای X و D برابر با $27 + 29 = 56$ است. فلزهای قلیایی در گروه اول جدول دوره‌ای قرار دارند؛ بنابراین عدد اتمی فلز قلیایی دوره ششم، یک واحد بیشتر از گاز نجیب دوره پنجم (${}_{54}\text{Xe}$) بوده و برابر ۵۵ است.
- (۳) در اتم X ، ۲۷ الکترون و در اتم ${}^{52}_{24}\text{A}$ ، $52 - 24 = 28$ نوترون وجود دارد.
- (۴) $l = 1$ مربوط به زیرلایه‌های p و $l = 0$ مربوط به زیرلایه‌های s است. در اتم D ، ۱۲ الکترون با $l = 1$ ($2p^6 3p^6$) و ۷ الکترون با $l = 0$ ($1s^2 2s^2 3s^2 4s^2$) وجود دارد؛ بنابراین $l = 0$ و در اتم X ، ۱۲ الکترون با $l = 1$ ($2p^6 3p^6$) و ۸ الکترون با $l = 0$ ($1s^2 2s^2 3s^2 4s^2$) وجود دارد؛ بنابراین

$$\frac{12}{7} > \frac{12}{8}$$

$\underbrace{\quad}_{D \text{ اتم}} \quad \underbrace{\quad}_{X \text{ اتم}}$

نسبت‌های گفته شده به صورت مقابل خواهد بود:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۲

چند مورد از نام‌گذاری‌های زیر براساس قواعد آیوپاک درست است؟

الف) ۳ - اتیل - ۲، ۴ - دی‌متیل هپتان

ب) ۲ - اتیل - ۳، ۴، ۴ - تری‌متیل هگزان

پ) ۴ - برمو - ۳، ۵ - دی‌اتیل هگزان

ت) ۱، ۲ - دی‌کلرو پنتان

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

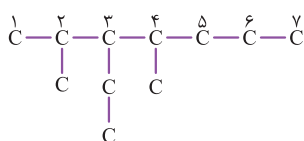
۱) صفر

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: موارد «الف» و «ت» درست‌اند.

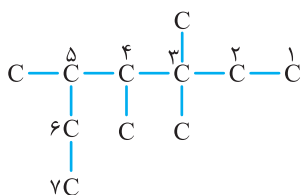
بررسی موارد:

الف) براساس نام داده‌شده، ساختار آلکان را رسم کرده و مجدداً نام‌گذاری می‌کنیم:



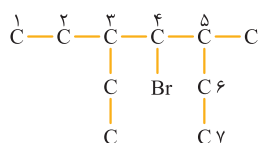
۳ - اتیل - ۲، ۴ - دی‌متیل هپتان $\Rightarrow$

ب)



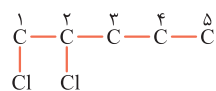
۳، ۳، ۴، ۵ - تترا‌متیل هپتان $\Rightarrow$

نکته اگر شمار اتم‌های کربن زنجیر اصلی در یک آلکان، n باشد، در نام آن نمی‌تواند ۱ - متیل، n - متیل، ۱ - اتیل، ۲ - اتیل، n - اتیل و $(n-1)$ - اتیل وجود داشته باشد، زیرا در هریک از این حالت‌ها، متیل و اتیل حتماً جزء زنجیر اصلی خواهند بود.



۴ - برمو - ۳ - اتیل - ۵ - متیل هپتان $\Rightarrow$

پ)



۱، ۲ - دی‌کلرو پنتان $\Rightarrow$

ت)

تست و پاسخ ۷۳

هر لیتر از یک آلکن گازی در شرایط STP، $2/5$ گرم جرم دارد. اگر $5/6$ گرم از این آلکن با خلوص ۲۰ درصد با مقدار کافی برم مایع واکنش دهد، چند گرم فراورده تولید می‌شود؟ ($\text{Br} = 80$, $\text{C} = 12$, $\text{H} = 1$: g.mol^{-1})

۱۲/۹۶ (۴)

۱۷/۲۸ (۳)

۴/۳۲ (۲)

۸/۶۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره ابتدا با استفاده از حجم و جرم آلکن، فرمول مولکولی آن را به دست بیار، سپس معادله واکنش آلکن مورد نظر با

برم را بنویس و در آخر جرم فراورده را محاسبه کن!

پاسخ تشریحی: روش اول: گام اول: جرم مولی آلکن مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$\text{جرم} = \frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \frac{\text{حجم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{2/5}{M} = \frac{1}{22/4} \Rightarrow M = 22/4 \times \frac{5}{2} = 11/2 \times 5 = 56 \text{ g.mol}^{-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

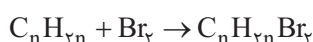
روش دوم: یک مول آلکن در شرایط استاندارد، حجمی برابر ۲۲/۴ لیتر دارد. جرم مولی آلکن را در این شرایط محاسبه می‌کنیم:

$$22/4 \text{ L C}_n\text{H}_{2n} \times \frac{2/5 \text{ g C}_n\text{H}_{2n}}{1 \text{ L C}_n\text{H}_{2n}} = 11/2 \times 5 = 56 \text{ g C}_n\text{H}_{2n}$$

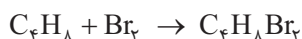
گام دوم: فرمول عمومی آلکن‌ها به صورت C_nH_{2n} است، با توجه به جرم مولی آلکن مورد نظر، مقدار n را محاسبه می‌کنیم:

$$(M) = (12 \times n) + (1 \times 2n) = 14n \text{ g.mol}^{-1}$$

$$M = 56 \Rightarrow 56 = 14n \Rightarrow n = 4 \Rightarrow \text{آلکن مورد نظر} = \text{C}_4\text{H}_8$$



گام سوم: معادله واکنش کلی آلکن‌ها با برم به صورت زیر است:



پس معادله واکنش آلکن مورد نظر با برم به صورت مقابل خواهد بود:

حالا جرم فراورده را حساب کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تناسب:

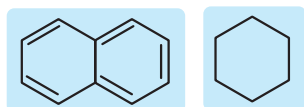
$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{5/6 \times \frac{20}{100}}{1 \times \frac{56}{100}} = \frac{x}{1 \times 216} \Rightarrow x = 4/32 \text{ g}$$

روش دوم: استفاده از کسر تبدیل:

$$\begin{aligned} ? \text{ g C}_4\text{H}_8\text{Br}_2 &= 5/6 \text{ g C}_4\text{H}_8 \text{ ناخالص} \times \frac{20 \text{ g C}_4\text{H}_8 \text{ خالص}}{100 \text{ g C}_4\text{H}_8 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8}{56 \text{ g C}_4\text{H}_8} \times \frac{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8} \times \frac{216 \text{ g C}_4\text{H}_8\text{Br}_2}{1 \text{ mol C}_4\text{H}_8\text{Br}_2} \\ &= 4/32 \text{ g C}_4\text{H}_8\text{Br}_2 \end{aligned}$$

تست و پاسخ ۷۴

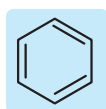
کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟



(الف) سیکلوهگزان یک هیدروکربن حلقوی سیر نشده است و همه اتم‌های

کربن آن به دو اتم هیدروژن متصل‌اند.

(ب) در نفتالن برخلاف بنزن، کربنی وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی



متصل نیست.

(پ) نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن در بنزن، ۱/۲۵ برابر این نسبت در نفتالن است.

(ت) نسبت شمار پیوندهای $\text{C}-\text{H}$ سیکلوهگزان به شمار پیوندهای $\text{C}-\text{C}$ در نفتالن برابر ۲ است.

(۴) الف - ب - پ

(۳) ب - پ - ت

(۲) ب - پ

(۱) الف - ت

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• هیدروکربن‌های حلقوی

دسته‌ای از ترکیب‌های آلی وجود دارند که در آن‌ها اتم‌های کربن، طوری به یکدیگر متصل شده‌اند که ساختار حلقوی دارند. به هیدروکربن‌های دارای حلقه، هیدروکربن‌های حلقوی می‌گویند.

دو دسته از این هیدروکربن‌ها، سیکلوالکان‌ها و آروماتیک‌ها می‌باشند، بریم این دو دسته رو با هم بررسی کنیم:

(۱) سیکلوالکان‌ها:

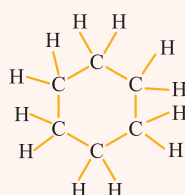
• سیکلوالکان‌ها دسته‌ای از هیدروکربن‌های سیر شده هستند که مانند آلکان‌ها، همه پیوندها در آن‌ها از نوع یگانه است. با این تفاوت که سیکلوالکان‌ها ساختار حلقوی دارند.

• فرمول کلی سیکلوالکان‌ها، به صورت C_nH_{2n} است. ($n \geq 3$)

• از آن‌جا که برای ایجاد یک حلقه، حداقل باید ۳ اتم کربن وجود داشته باشد، ساده‌ترین

سیکلوالکان، سیکلوپروپان با فرمول C_3H_6 است. یکی از معروف‌ترین سیکلوالکان‌ها،

سیکلوهگزان با ساختار روبه‌رو است.

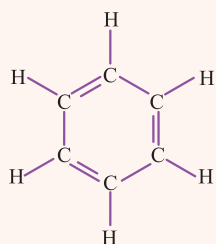
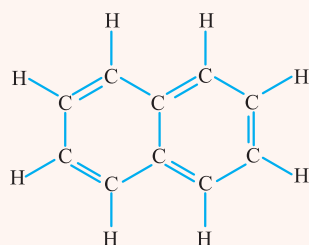


$$\text{فرمول مولکولی} \Rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۲) ترکیب‌های آروماتیک:

فرمول مولکولی C_6H_6 فرمول مولکولی $C_{10}H_8$

ترکیب‌های آروماتیک، دسته دیگری از هیدروکربن‌های حلقوی هستند که سرگروه آن‌ها بنزن با فرمول مولکولی C_6H_6 است. در ساختار بنزن یک حلقه شش ضلعی با ۳ پیوند دوگانه به صورت یک در میان وجود دارد. این مولکول دارای ۱۵ پیوند اشتراکی بوده و ساختار آن به صورت روبه‌رو است:

نفتالن ($C_{10}H_8$)، یکی دیگر از هیدروکربن‌های آروماتیک است که در آن دو حلقه بنزنی به هم جوش خورده‌اند. این ترکیب که جامدی سفیدرنگ است، مدت‌ها به عنوان ضدبید برای نگهداری فرش و لباس کاربرد داشته است. در ساختار نفتالن، دو حلقه، ۵ پیوند دوگانه و در مجموع ۲۴ پیوند اشتراکی وجود دارد و ساختار آن به صورت روبه‌رو است:

بنزن و مشتقات آن (ترکیب‌های آروماتیک) به دلیل داشتن پیوند دوگانه، سیر نشده هستند.

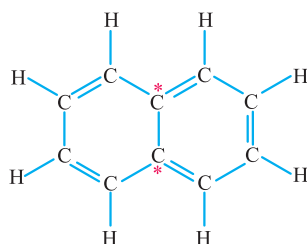
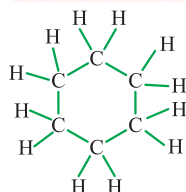
پاسخ تشریحی

عبارت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) سیکلوهگزان، جزء سیکلوآلکان‌ها است و ترکیبی سیر شده محسوب می‌شود. با توجه به ساختار گسترده سیکلوهگزان، همه اتم‌های کربن آن به دو اتم هیدروژن متصل‌اند.

ب) با توجه به ساختار گسترده نفتالن، کربن‌های مشخص شده، به هیچ هیدروژنی متصل نیستند و تنها با کربن‌های مجاور پیوند دارند.



پ) بنزن دارای فرمول مولکولی C_6H_6 است که نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن آن برابر یک است، اما فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است که نسبت شمار اتم‌های هیدروژن به کربن آن برابر $\frac{8}{10}$ است:

$$\frac{1}{\frac{8}{10}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$\frac{12}{6} = 2$$

ت) در ساختار نفتالن، ۶ پیوند $C-C$ و در ساختار سیکلوهگزان، ۱۲ پیوند $C-H$ وجود دارد:

تکنیک تستی با بررسی نادرستی عبارت «الف»، ① و ④ حذف می‌شوند! عبارت‌های «ب» و «پ» بین ② و ③ مشترک‌اند؛ پس کافی است تنها عبارت «ت» رو بررسی کنیم تا به جواب درست ③ برسیم!

تست و پاسخ ۷۵

کدام مطلب درباره آلکینی با n اتم کربن، نادرست است؟ ($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)



۱) در ساختار آن، $(3n-1)$ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۲) شمار اتم‌های کربن آن، دو برابر آلکینی با n اتم هیدروژن است.

۳) هر مول از آن در واکنش با دو مول گاز هیدروژن، به یک مول آلکان تبدیل می‌شود.

۴) جرم $5/5$ مول از آن برابر $(7n-2)$ گرم است.

پاسخ: گزینه ④



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) فرمول عمومی آلکین‌ها به صورت C_nH_{2n-2} می‌باشد؛ پس در هر آلکین تعداد پیوند اشتراکی برابر است با:

$$\text{شمار پیوند} = \frac{\text{شمار اتم‌های هیدروژن} (1 \times) + \text{شمار اتم‌های کربن} (4 \times)}{2} = \frac{4n + 2n - 2}{2} = \frac{6n - 2}{2} = 3n - 1$$

۲) فرمول عمومی آلکن‌ها به صورت C_mH_{2m} است. اگر شمار اتم‌های هیدروژن آلکن، n باشد $(2m = n \Rightarrow m = \frac{n}{2})$ ، شمار اتم‌های کربن آن برابر $\frac{n}{2}$ خواهد بود.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های کربن آلکین}}{\text{شمار اتم‌های کربن آلکن}} = \frac{n}{\frac{n}{2}} = 2$$

۳) آلکین‌ها (C_nH_{2n-2}) نسبت به آلکان‌های هم‌کربن خود (C_nH_{2n+2}) ، ۴ اتم هیدروژن کم‌تر دارند؛ بنابراین برای تبدیل هر مول از آلکین به آلکان هم‌کربن خود (ترکیب سیر شده)، به دو مول گاز هیدروژن نیاز است.

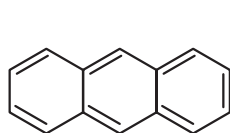
۴)



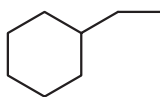
$$C_nH_{2n-2} \text{ جرم مولی} = 12n + 2n - 2 = 14n - 2 \Rightarrow \frac{\text{جرم}}{\text{مول آلکین}} = \frac{1}{2}(14n - 2) = (7n - 1)g$$

تست و پاسخ ۷۶

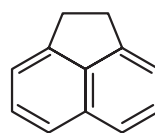
با توجه به هیدروکربن‌های حلقوی زیر، چند مورد از عبارت‌های زیر، درست است؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)



(c)

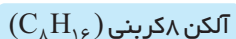


(b)



(a)

- نسبت شمار پیوندهای اشتراکی ترکیب (b) به شمار اتم‌های هیدروژن‌های ترکیب (a) برابر ۲/۴ است.
- تفاوت جرم مولی ترکیب‌های (c) و (a)، با جرم مولی اتیلن برابر است.
- ترکیب (c) برخلاف ترکیب (b) و همانند نفتالن، یک ترکیب آروماتیک است.
- ترکیب (b) فرمول مولکولی یکسانی با اوکتن دارد.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس‌نامه

هر پیوند دوگانه دو اتم هیدروژن و هر پیوند سه گانه، چهار اتم هیدروژن از هیدروژن‌های یک ترکیب نسبت به آلکان هم‌کربنش، کم می‌کند. وجود هر حلقه نیز دو اتم هیدروژن از هیدروژن‌های ترکیب کم می‌کند. برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن در یک هیدروکربن می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه} (4 \times) - (\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دوگانه}) \times 2 = \text{شمار اتم‌های هیدروژن یک هیدروکربن } n \text{ کربنی}$$

از آن جا که هر اتم کربن چهار الکترون و هر اتم هیدروژن یک الکترون به اشتراک می‌گذارد و از طرفی، هر پیوند اشتراکی شامل دو الکترون است، شمار پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها از رابطه زیر پیروی می‌کند:

$$\text{شمار پیوندهای اشتراکی در هیدروکربن‌ها} = \frac{(\text{تعداد اتم‌های هیدروژن} (1 \times) + (\text{تعداد اتم‌های کربن} (4 \times)))}{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

به جز عبارت دوم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

ابتدا بریم سراغ تعیین فرمول مولکولی هیدروکربن‌های داده شده:

(a) اگر شمار اتم‌های کربن مورد نظر را بشماریم، می‌بینیم در ساختار این هیدروکربن، ۱۲ اتم کربن وجود دارد. برای تعیین شمار اتم‌های هیدروژن از فرمول آورده شده در درس‌نامه بالا استفاده می‌کنیم.

در ساختار این ترکیب ۳ حلقه و ۵ پیوند دو گانه وجود دارد، بنابراین $16 = 8 \times 2$ اتم هیدروژن از آلکان هم کربن خود، کم‌تر دارد:

$$C_{12}H_{10} \Rightarrow C_{12}H_{10} = 2n + 2 - (8 \times 2) = 2(12) + 2 - 16 = 10$$

(b) در ساختار این هیدروکربن، ۸ اتم کربن و یک حلقه وجود دارد:

$$C_8H_{16} \Rightarrow C_8H_{16} = (2n + 2) - 2 = 2(8) + 2 - 2 = 16$$

(c) در ساختار این هیدروکربن، ۱۴ اتم کربن، ۳ حلقه و ۷ پیوند دوگانه وجود دارد:

$$C_{14}H_{10} \Rightarrow C_{14}H_{10} = (2n + 2) - (10 \times 2) = 2(14) + 2 - 20 = 10$$

حلقه و پیوند دوگانه

بریم سراغ بررسی عبارت‌ها:

● ابتدا شمار پیوندهای اشتراکی ترکیب b را حساب می‌کنیم:

$$\text{شمار پیوند اشتراکی} = \frac{(4 \times 8) + (16 \times 1)}{2} = 24$$

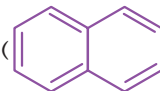
حالا نسبت شمار پیوند اشتراکی ترکیب b به تعداد اتم هیدروژن ترکیب a را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\text{پیوند اشتراکی ترکیب b}}{\text{شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب a}} = \frac{24}{16} = 3/2$$

● فرمول مولکولی ترکیب‌های a و c به ترتیب $C_{12}H_{10}$ و $C_{14}H_{10}$ و فرمول مولکولی اتیلن، C_2H_4 است:

$$C_{14}H_{10} - C_{12}H_{10} = C_2 \neq C_2H_4$$

نیازی به محاسبه جرم مولی ترکیب‌ها به صورت جداگانه نبود!

● در ساختار ترکیب c مانند نفتالن () حلقه بنزنی وجود دارد و آروماتیک به حساب می‌آید، اما در ساختار ترکیب b حلقه بنزنی وجود ندارد و آروماتیک نیست.

● فرمول مولکولی ترکیب b مانند اوکتن (آلکن ۸ کربنی)، به صورت C_8H_{16} است.



تست و پاسخ

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- تنها راه آزادشدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌هاست.
- انرژی گرمایی یک نمونه ماده به دما و جرم ماده وابسته است.
- با افزودن ۸۰ گرم آب با دمای $40^\circ C$ به ۱۲۰ گرم آب با دمای $40^\circ C$ ، مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آب تغییری نمی‌کند.
- میانگین تندی ذرات آب در دو ظرف با دمای برابر و جرم متفاوت، برابر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی

عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: یکی از راه‌های آزادشدن انرژی مواد، سوزاندن آن‌هاست. (نه تنها راه)

عبارت دوم: به مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، انرژی گرمایی آن ماده می‌گویند. انرژی گرمایی یک ماده به دما و مقدار ماده بستگی دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت سوم: مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده یک ماده، هم‌ارز با انرژی گرمایی آن است. انرژی گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد؛ بنابراین در این جا با تغییر مقدار آب، مجموع انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن تغییر می‌کند.
عبارت چهارم: دمای یک ماده، تعیین‌کننده میزان جنب‌وجوش و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن ماده است. زمانی که دمای دو ماده برابر است، میانگین تندی و میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازنده آن‌ها نیز برابر خواهد بود و این موضوع، به جرم این مواد بستگی ندارد.

تست و پاسخ ۷۸

دو کیلوگرم آب 20°C را در یک ظرف فلزی یک کیلوگرمی با دمای 125°C می‌ریزیم و پس از مدتی دمای نهایی مخلوط به 25°C می‌رسد. گرمای ویژه آب چند برابر گرمای ویژه فلز است؟ (از اتلاف گرما صرف نظر کنید.)

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: در این جا ظرف فلزی مقداری گرما از دست می‌دهد ($Q < 0$) و آب همان مقدار گرما را جذب می‌کند ($Q > 0$) تا هم‌دمای شوند؛ بنابراین قدرمطلق گرمای مبادله‌شده در این دو جسم با هم برابر است.

روش اول:

$$|Q_{\text{فلز}}| = |Q_{\text{آب}}| \Rightarrow |m_{\text{فلز}} c_{\text{فلز}} \Delta\theta_{\text{فلز}}| = |m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}}|$$

$$|1000 \text{ c}_{\text{فلز}} (25 - 125)| = |2000 \text{ c}_{\text{آب}} (25 - 20)|$$

$$\Rightarrow c_{\text{فلز}} (100) = 2c_{\text{آب}} (5) \Rightarrow c_{\text{آب}} = 10^{\circ}\text{C}$$

روش دوم:

$$\theta_{\text{تعادل}} = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \Rightarrow 25 = \frac{(2 \times c_{\text{آب}} \times 20) + (1 \times c_{\text{فلز}} \times 125)}{(2 \times c_{\text{آب}}) + (1 \times c_{\text{فلز}})}$$

$$25 = \frac{40 c_{\text{آب}} + 125 c_{\text{فلز}}}{2 c_{\text{آب}} + c_{\text{فلز}}} \Rightarrow 50 c_{\text{آب}} + 25 c_{\text{فلز}} = 40 c_{\text{آب}} + 125 c_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow c_{\text{آب}} = 10^{\circ}\text{C}$$

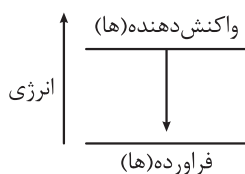
تست و پاسخ ۷۹

کدام گزینه نادرست است؟

(۱) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن انسان، دمای واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها برخلاف سطح انرژی آن‌ها به تقریب با هم برابر است.

(۲) دلیل تولید انرژی متفاوت در واکنش‌هایی با فراورده‌های یکسان، می‌تواند نوع واکنش‌دهنده(های) آن‌ها باشد.

(۳) با توجه به نمودار روبه‌رو، در فرایند مورد نظر، انرژی از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.

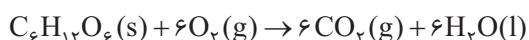


(۴) در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده یک واکنش وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: بررسی گزینه‌ها:

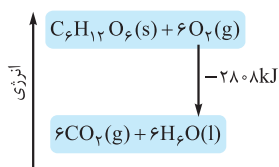
۱) معادله واکنش اکسایش گلوکز برای تولید انرژی در بدن به صورت زیر است:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بریم نمودار سطح انرژی این واکنش رو با هم ببینیم:



در واکنش‌های گرماده (مانند اکسایش گلوکز) انرژی سامانه کاهش می‌یابد؛ از این رو سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است، اما علی‌رغم گرماده‌بودن واکنش اکسایش گلوکز، تغییر دمای محسوسی در بدن اتفاق نمی‌افتد.

نکته هرچند در اغلب فرایندهای گرماده، دمای سامانه کاهش ($\Delta\theta < 0$) و در اغلب فرایندهای گرماگیر، دمای سامانه افزایش ($\Delta\theta > 0$) می‌یابد، اما فرایندهای گرماده و گرماگیری هم وجود دارند که طی آن‌ها، دما بدون تغییر است. فرایند سوخت‌وساز مواد غذایی در بدن، از جمله این فرایندهاست.

۲ یکی از عوامل مؤثر بر گرمای واکنش‌های شیمیایی، نوع مواد شرکت‌کننده در واکنش است. اگر نوع واکنش‌دهنده‌ها یا فراورده‌های دو واکنش، متفاوت باشد، گرمای مبادله‌شده در آن دو واکنش نیز متفاوت خواهد بود.

۳ در واکنش‌های گرماده، مواد با سطح انرژی بالا به موادی با سطح انرژی پایین تبدیل می‌شوند (سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها است). در این واکنش‌ها، علامت گرما منفی ($Q < 0$) است و انرژی سامانه کاهش می‌یابد.

۴ انرژی پتانسیل، ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذره‌های سازنده یک ماده است، با انجام واکنش و تغییر شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر، انرژی پتانسیل مواد تغییر می‌کند.

نکته در دمای ثابت، تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی واکنش‌دهنده و فراورده نیست و گرمای جذب‌شده یا آزادشده در این واکنش‌ها، عمدتاً به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده مربوط است.

تست و پاسخ ۸۰

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام عبارت نادرست است؟

- a) $\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \xrightarrow{25^\circ\text{C}} 2\text{NH}_3(\text{g}) + 92 \text{ kJ}$
 b) $\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \xrightarrow{25^\circ\text{C}} 2\text{NH}_3(\text{g}) + 183 \text{ kJ}$
 c) $\text{C}(\text{s}, \text{گرافیت}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 393 / 5 \text{ kJ}$
 d) $\text{C}(\text{s}, \text{الماس}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CO}_2(\text{g}) + 395 / 4 \text{ kJ}$

۱) واکنش‌دهنده‌های واکنش (a) پایدارتر از واکنش‌دهنده‌های واکنش (b) هستند.

گرافیت

۲) به ازای سوختن کامل ۲ / ۰ مول از آلوتروپ پایدارتر کربن، ۷۹ / ۰۸ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

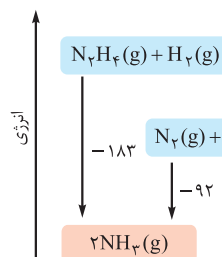
۳) تفاوت گرمای آزادشده به ازای تولید یک مول آمونیاک در واکنش‌های (a) و (b) برابر ۴۵ / ۵ کیلوژول است.

تصعید (گرماگیر)

۴) از نظر گرماگیر یا گرماده بودن، فرازش N_2 با هر چهار واکنش داده‌شده متفاوت است.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:



۱) از آن‌جا که فراورده واکنش‌های a و b با هم یکسان است و مقدار Q در واکنش دوم بیشتر است، نمودار تغییر انرژی این واکنش‌ها به صورت روبه‌رو است؛ بنابراین می‌توان گفت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌های واکنش a از واکنش‌دهنده‌های واکنش b پایین‌تر است؛ از این رو پایدارترند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۲) به ازای سوختن کامل هر مول آلوتروپ پایدار کربن که همان (گرافیت، $C(s)$) است، $393/5 \text{ kJ}$

گرما آزاد می‌شود. به ازای سوختن $2/0$ مول از این ماده، $78/7 \text{ kJ}$ گرما آزاد می‌شود:

$$0/2 \times 393/5 = 78/7 \text{ kJ}$$

۳) باید محاسبه کنیم که به ازای آزاد شدن یک مول آمونیاک در واکنش a و b ، چه مقدار گرما آزاد می‌شود:

$$\left. \begin{array}{l} a) 2 \text{ mol} \sim 92 \text{ kJ} \Rightarrow 1 \text{ mol} \sim 46 \text{ kJ} \\ b) 2 \text{ mol} \sim 182 \text{ kJ} \Rightarrow 1 \text{ mol} \sim 91/5 \text{ kJ} \end{array} \right\} Q_b - Q_a = 91/5 - 46 = 45/5 \text{ kJ}$$

۴) فرازش یا همان تصعید، یک فرایند گرماگیر است ($Q > 0$)، اما واکنش‌های داده‌شده همگی گرماده هستند ($Q < 0$).

آزمون سوم حضوری

یازدهم ریاضی