



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۴-جامع- دوازدهم ریاضی

دفترچه سوال

۱۴۰۲/۱۰/۲۸

۶۴۵۹۱۷۴



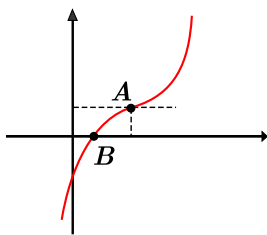
فهرست

۱		ریاضیات
۵		فیزیک
۱۱		شیمی

ریاضیات

- ۱) نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم و سپس دو واحد به چپ و k واحد به بالا انتقال می‌دهیم. به ازای کدام مقدار k ، نمودار حاصل نیمساز ناحیه سوم را در نقطه‌ای به طول -4 قطع می‌کند؟
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

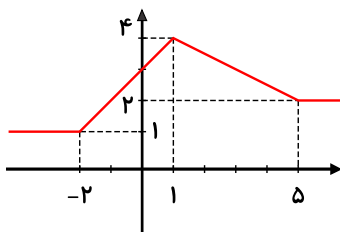
- ۲) نمودار تابع $f(x) = (4x^2 + 3)(2x + 3)$ را دو واحد به راست و هفت واحد به پایین انتقال می‌دهیم سپس طول نقاط منحنی را دو برابر می‌کنیم. اگر نمودار حاصل به صورت مقابل باشد طول پاره خط AB کدام است؟



- ۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{2}$

- ۳) یکنوایی تابع $f(x) = 2x + (x+2)|x|$ در $\mathbb{R}$ با افزایش x چگونه است؟
- ۱) صعودی ۲) نزولی ۳) ابتدا صعودی سپس نزولی ۴) ابتدا نزولی سپس صعودی

- ۴) نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت مقابل است، اگر تابع $y = f(2|x| + k)$ در $\mathbb{R}$ هم صعودی باشد و هم نزولی، حدود k کدام است؟



- ۱) $k \leq -4$ ۲) $k \leq -2$ ۳) $k \geq 4$ ۴) $k \geq 2$

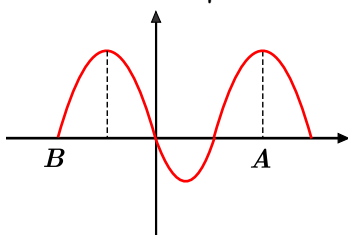
- ۵) مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $p(x) = x^7 - 9x^5 + x^2 + ax - 2$ بر $x - 3$ برابر ۷ است. باقی‌مانده تقسیم $x^2 p(x - 1) + (x - 1)p(x)$ بر $x - 2$ چقدر است؟
- ۱) -120 ۲) -140 ۳) -160 ۴) -180

- ۶) چند جمله‌ای $p(x) = ax^2 + bx + c$ با ضرایب طبیعی مفروض است. باقی‌مانده و خارج قسمت تقسیم $p(x)$ بر $2ax + b$ به ترتیب برابر -45 و $\frac{1}{2}x + 3$ است. کمترین مقدار $p(1)$ کدام است؟
- ۱) ۵۳ ۲) ۴۸ ۳) ۴۵ ۴) ۵۶

- ۷) تابع $f(x) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{8}\right)$ در بازه $(\frac{13}{2}, \alpha)$ یکنوای اکید است. نوع یکنوایی و حداکثر مقدار α کدام است؟

- ۱) ۸٫۵ و نزولی اکید ۲) ۱۰٫۵ و صعودی اکید ۳) ۸٫۵ و صعودی اکید ۴) ۱۰٫۵ و نزولی اکید

۸ بخشی از نمودار تابع $f(x) = 1 + a \cos\left(bx + \frac{\pi}{3}\right)$ به صورت زیر است. اگر اختلاف طول دو نقطه A و B برابر $\frac{4\pi}{3}$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟



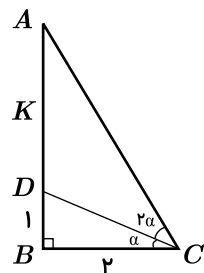
۲ (۲)

۴ (۴)

۲ (۱)

-۴ (۳)

۹ در شکل مقابل مقدار k کدام است؟



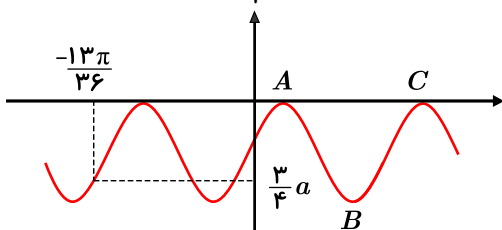
۱۰ (۲)

۱۲ (۴)

۹ (۱)

۱۱ (۳)

۱۰ در شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin^2\left(bx - \frac{\pi}{4}\right)$ رسم شده است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{\pi}{3}$ باشد مقدار a کدام است؟



-۲ (۲)

-۲/۳ (۴)

(b > 0)

-۱ (۱)

-۳ (۳)

۱۱ اگر $f(x) = \sin^2 x$ را نسبت به خط $x = \frac{\pi}{4}$ بازتاب کنیم سپس $\frac{\pi}{3}$ به چپ انتقال دهیم تابع به دست آمده نمودار f را در بازه $[0, 2\pi]$ در چند نقطه قطع می کند؟

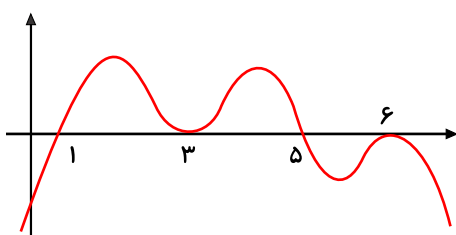
۳ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۶ (۱)

۱۲ نمودار تابع $g = f(x)$ به صورت مقابل است. اگر $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos(\pi[x])}{f(-x)} = -\infty$ باشد مقدار a کدام می تواند باشد؟



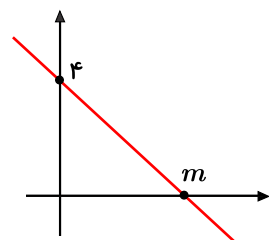
-۱ (۱)

-۳ (۲)

-۵ (۳)

۶ (۴)

۱۳ نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = 9$ و $\lim_{x \rightarrow m} \frac{3x - 5}{2x^2 + ax + b} = -\infty$ باشد حاصل $a + b$ کدام است؟



-۳۲/۹ (۲)

۳۲/۳ (۴)

-۱۶/۹ (۱)

۱۶/۳ (۳)

۱۴ کدام گزینه صحیح است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin^2 x}{x} \right] = 0 \quad (۴)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin x^2}{x} \right] = 0 \quad (۳)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin x}{x} \right] = 0 \quad (۲)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-\sin^2 x}{x} \right] = -1 \quad (۱)$$

۱۵) مجانب تابع $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ در کدام بازه، بالای نمودار تابع قرار می‌گیرد؟

- ① $(-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$ ② $[1, +\infty)$ ③ $(-\infty, -5]$ ④ $[5, +\infty)$

۱۶) اگر محل برخورد جانب‌های قائم و افقی تابع $y = -3f(2x - 3) + 4$ ، نقطه $(-3, 5)$ باشد محل برخورد و مجانب‌های قائم و افقی تابع $y = 2f^{-1}(x + 1) - 3$ کدام نقطه است؟

- ① $(-\frac{4}{3}, -21)$ ② $(-21, -\frac{4}{3})$ ③ $(-9, -\frac{1}{3})$ ④ $(-\frac{1}{3}, -9)$

۱۷) اگر نمودار $y = 3 - \sqrt{\frac{2x - a}{x + 2}}$ اطراف مجانب افقی خود به صورت زیر باشد، a چند مقدار صحیح منفی را اختیار می‌کند؟

- ① ۳ ② ۴ ③ ۵ ④ بی‌شمار

۱۸) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه با فرض $A^2 - A^3 = mA + nI$ حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

- ① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ ۵ ④ ۴

۱۹) اگر $A = [i^2 + ij]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} m+2 & 3 & 4 \\ 6 & k+1 & 10 \\ 12 & 15 & n-1 \end{bmatrix}$ ، به طوری که $A = B$ ، آنگاه حاصل $m + n + k$ کدام است؟

- ① ۲۷ ② ۲۶ ③ ۲۵ ④ ۱۷

۲۰) اگر $A = [i + j]_{2 \times 2}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & A & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه حاصل $|B - I| - |A + 2I|$ کدام است؟

- ① ۱۵ ② -۱۰ ③ ۱۲ ④ -۲۰

۲۱) اگر $AB = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $A^2 = 3A - I$ آنگاه $A^{-1}B$ کدام است؟

- ① $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

۲۲) اگر A و B دو ماتریس وارون‌پذیر باشند و $2A + 3B = AB$ آنگاه کدام یک از ماتریس‌های زیر همانی است؟

- ① $2AB + 3A^{-1}B^{-1}$ ② $2A^{-1} + 3B^{-1}$ ③ $2B^{-1} + 3A^{-1}$ ④ $2A^{-1} + 3B^{-1} + AB$

۲۳) اگر $A^2 = 2A - I$ آنگاه وارون ماتریس $A + 3I$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{16}(\delta I - A)$ ② $\frac{1}{16}(A - \delta I)$ ③ $\frac{1}{16}(A + \delta I)$ ④ $\frac{1}{16}(\delta A - I)$

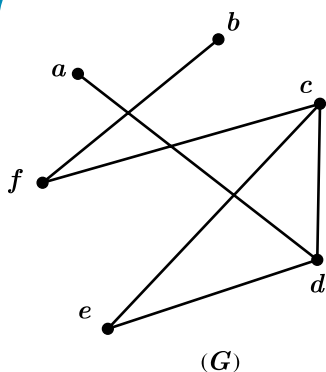
۲۴) کدام گزینه درست است؟

- ① اگر صفحه‌ای فقط یکی از مولدهای سطح مخروطی را قطع نکند، مقطع حاصل سهمی است.
② اگر صفحه‌ای با دو تا از مولدهای سطح مخروطی موازی باشد، مقطع حاصل بیضی است.
③ اگر صفحه‌ای از رأس سطح مخروطی عبور کند مقطع حاصل نقطه یا دو خط متقاطع است.
④ اگر صفحه‌ای با محور سطح مخروطی موازی باشد ولی از رأس عبور نکند مقطع حاصل هذلولی است.

۲۵) مثلث ABC مفروض است. در صفحه مثلث حداکثر چند نقطه وجود دارد که از رأس A به فاصله ۳ سانتی‌متر بوده و از اضلاع AB و BC به یک فاصله باشد؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴

- ۲۶) شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ای که بر هر دو محور مختصات و نیز بر دایره $x^2 + y^2 - 12x - 14y + 81 = 0$ مماس خارج باشد، کدام است؟
 ۱) ۱۶ ۲) ۲۴ ۳) ۲۷ ۴) ۴۲
- ۲۷) مکان هندسی وسط وترهایی به طول $\sqrt{28}$ از دایره $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 7 = 0$ کدام است؟
 ۱) دایره‌ای به مرکز $O(-1, 2)$ و شعاع $\sqrt{5}$ ۲) دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع $\sqrt{19}$
 ۳) خطی به فاصله $\sqrt{5}$ از مرکز دایره ۴) خطی به فاصله $\sqrt{19}$ از مرکز دایره
- ۲۸) از نقطه A خارج دایره $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$ مماسی به اندازه ۴ بر دایره رسم می‌کنیم. فاصله دورترین نقاط دایره از نقطه A چقدر است؟
 ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸
- ۲۹) مساحت مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه $A \left| \begin{smallmatrix} 1 \\ -2 \end{smallmatrix} \right|$ ، نصف فاصله‌شان از نقطه $B \left| \begin{smallmatrix} -2 \\ 1 \end{smallmatrix} \right|$ باشد، کدام است؟
 ۱) $2\sqrt{2}\pi$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۸ ۴) 8π
- ۳۰) چند عدد طبیعی دو رقمی مانند n وجود دارد که به ازای آن حاصل $4n + 1$ مربع کامل بوده و نیز حاصل $\frac{n(n+1)}{2}$ عددی زوج باشد؟
 ۱) کمتر از ۴ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) بیشتر از ۶
- ۳۱) اگر اعداد صحیح a, b, c و d چنان باشند که $a|bd^2 + ac^2$ آنگاه کدام یک از روابط زیر برقرار خواهد بود؟
 ۱) $a|bc^2$ ۲) $a|d^2c^2$ ۳) $a|bd^2$ ۴) $a|d^2 + c^2$
- ۳۲) مجموع ارقام کوچک‌ترین عدد طبیعی مانند a که در تقسیم بر هریک از دو عدد b و $b + 3$ به ترتیب باقی‌مانده‌های ۷ و ۱۱ داشته باشد کدام است؟
 ۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳
- ۳۳) رقم دهگان بزرگ‌ترین عدد طبیعی سه رقمی که مانند a که به ازای آن حاصل $(2a, 707, 4900)$ برابر ۹۸ باشد، کدام است؟
 ۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۴ ۴) ۳
- ۳۴) مجموع ارقام بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی مانند m که هم نهشتی $3m + 2 \equiv 1402^m$ را به گزاره‌ای درست تبدیل کند کدام است؟
 ۱) ۱۷ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۷
- ۳۵) باقی‌مانده تقسیم عدد $A = 14^{27} + 91^{14}$ بر ۲۴ کدام است؟
 ۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷ ۴) ۷
- ۳۶) بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مانند n چنان است که $17 + 73n$ مضرب ۱۳ است. رقم یکان n کدام است؟
 ۱) ۴ ۲) ۷ ۳) ۳ ۴) ۵
- ۳۷) اگر سه رقم سمت راست عدد $A = 7! + 17!$ به صورت $\overline{abc}$ باشد آنگاه $5a + 3b + c$ کدام است؟
 ۱) ۳۲ ۲) ۴۲ ۳) ۲۲ ۴) ۱۲
- ۳۸) گراف r - منتظم از مرتبه ۷ از گراف r' - منتظم از مرتبه ۶ به تعداد ۵ یال بیشتر دارد. $3r' + 2r$ کدام است؟
 ۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰



۳۹ در گراف مقابل حاصل $|N_G(b) \cup N_G(e)|$ کدام است؟

۱ ۳

۲ ۲

۳ ۴

۴ ۵

۴۰ در گراف k_5 تعداد زیرگراف‌های به فرم k_4 را a و تعداد زیرگراف‌های به فرم k_3 را b می‌نامیم. مجموع ارقام $3a + 4b$ کدام است؟

۱ ۷

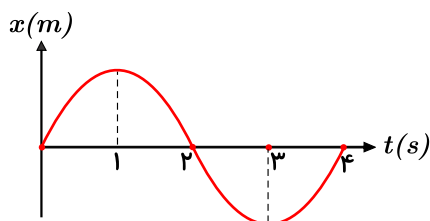
۲ ۱۰

۳ ۵

۴ ۱۲

فیزیک

۴۱ شتاب متوسط در بازه $t = 2s$ تا $t = 4s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (بیشترین تندی $6 \frac{m}{s}$ است)



۱ ۴

۲ ۸

۳ ۶

۴ ۱۲

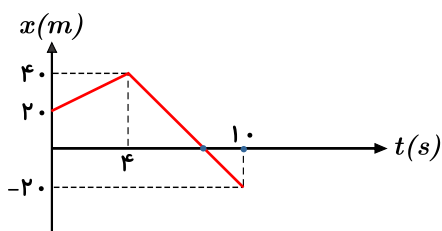
۴۲ با توجه به نمودار مکان - زمان مقابل چند گزینه از موارد زیر درست است؟

الف- بردار مکان در لحظه $t = 8$ تغییر جهت می‌دهد.

ب- تندی متوسط کل $8 \frac{m}{s}$ است.

ج- به مدت ۴ ثانیه سوی حرکت و بردار مکان علامت مخالف دارند.

د- به مدت ۴ ثانیه در سوی مثبت حرکت می‌کند.



۱ ۴

۲ ۳

۳ ۲

۴ ۱

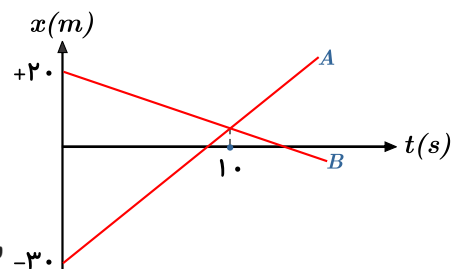
۴۳ با توجه به نمودار مقابل در چه بازه زمانی فاصله دو متحرک کمتر از ۱۵ متر است؟

۱ $5 < t < 12$

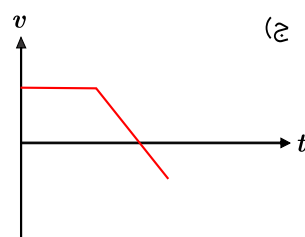
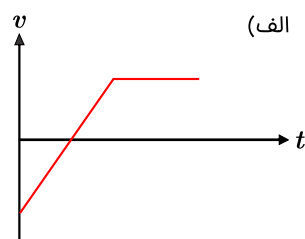
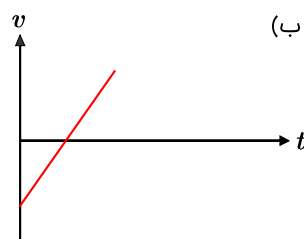
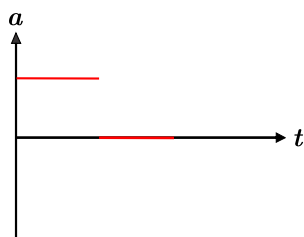
۲ $7 < t < 13$

۳ $8 < t < 12$

۴ $3 < t < 17$



۴۴ با توجه به نمودار شتاب - زمان مقابل چند نمودار می‌تواند مربوط به نمودار سرعت - زمان این متحرک باشد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۵ در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت اتومبیلی شروع به حرکت می‌کند. مسافت طی شده در $4t$ ثانیه اول چند برابر $5t$ ثانیه بعدی است؟

 $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{25}{64}$ (۳) $\frac{16}{65}$ (۲) $\frac{16}{25}$ (۱)

۴۶ متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت است. اگر جابه‌جایی در 4 ثانیه اول 48 متر و در 4 ثانیه بعدی 80 متر باشد سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۴۷ دو متحرک A و B به ترتیب با سرعت‌های اول $6 \frac{m}{s}$ و $4 \frac{m}{s}$ و شتاب‌های $2 \frac{m}{s^2}$ و $4 \frac{m}{s^2}$ به صورت تندشونده از فاصله 200 متری در مسیری مستقیم به سوی یکدیگر در حرکت هستند 4 ثانیه بعد فاصله این دو متحرک چقدر است؟

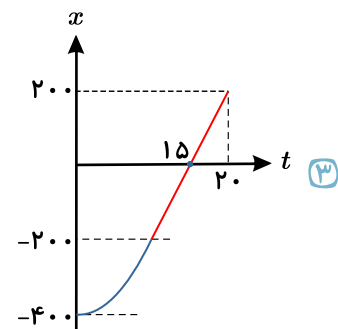
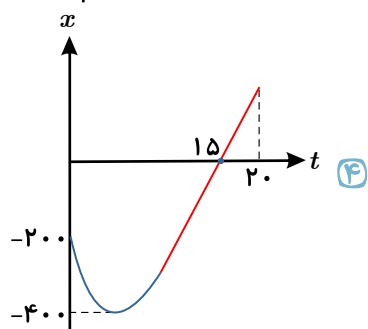
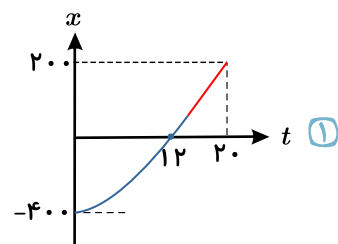
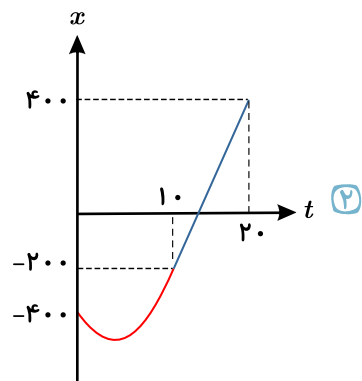
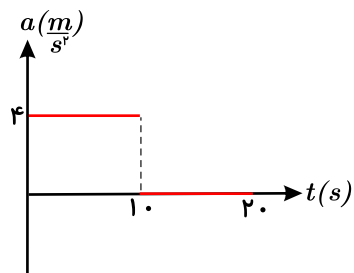
۱۲۴ (۴)

۶۸ (۳)

۱۱۲ (۲)

۸۲ (۱)

۴۸) نمودار شتاب زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. نمودار مکان زمان آن کدام است؟ ($x_0 = -40 \text{ m}$, $V_0 = 0$)



۴۹) گلوله‌ای در شرایط خلاء رها می‌شود و در ۲ ثانیه پایانی مسافت ۴۸ متر را طی می‌کند. سرعت لحظه برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟

$$(g = 10 \frac{m}{s^2})$$

۳۸ (۴)

۳۶ (۳)

۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

۵۰) در شرایط خلاء و از ارتفاع ۱۲۵ گلوله A رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد گلوله B از همان مکان رها می‌شود. فاصله دو گلوله وقتی A به زمین می‌رسد

$$\text{چند متر است؟ } (g = 10 \frac{m}{s^2})$$

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

۱۰۵ (۲)

۸۰ (۱)

۵۱) جسمی به جرم $400g$ مطابق شکل، با تندی ثابت $5 \frac{m}{s}$ روی سطح شیب داری به زاویه 37° به سمت پایین می‌آید. نیرویی که امتداد سطح

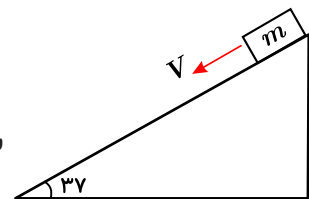
شیب‌دار به جسم وارد می‌کند چند نیوتن بوده و با سطح زمین چه زاویه‌ای می‌سازد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

۳۷، ۴ (۲)

۳۷، ۸ (۱)

۵۳، ۸ (۴)

۵۳، ۴ (۳)



آزمون ۴- جامع - دوازدهم ریاضی

۵۲) جعبه‌ای به جرم $15kg$ در تخت عقب یک وانت قرار دارد، ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی جعبه با سطح زیر آن ۰.۳ و ۰.۴ است. این وانت

با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، وانت ۷۲ متر ابتدای حرکت را حداقل در چه زمانی طی می‌کند تا جعبه روی آن نلغزد؟

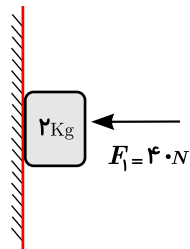
۱۶ (۴)

۳۶ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

(۵۳) به جسم ساکنی روی سطح دیوار مطابق شکل نیروی افقی $F_1 = 40\text{ N}$ وارد می‌شود. نیروی قائم $F_2 = 6t$ و در لحظه $t = 0$ به سمت بالا به آن وارد می‌شود. سرعت این جسم در $t = 1\text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟ ($\mu_s = 0.5$, $\mu_k = 0.3$)



۳۰ (۲)

۶۰ (۱)

۱۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

(۵۴) از سقف یک آسانسور که با شتاب $12 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت کرده است. فتری با ثابت $5 \frac{N}{cm}$ به طول عادی 45 cm را آویزان کرده و به انتهای آن یک جسم 2 کیلوگرم وصل کرده‌ایم. طول فنر در اثر حرکت آسانسور چند سانتی‌متر خواهد شد؟

۴۳٫۲ (۴)

۴۵٫۸ (۳)

۴۶٫۸ (۲)

۴۴٫۲ (۱)

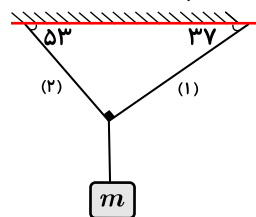
(۵۵) دو نیروی F_1 , F_2 عمود بر هم به جسم m وارد می‌شوند و به آن شتاب a را می‌دهند که در اثر آن جسم m از حالت سکون به اندازه x در مدت زمان t جابه‌جا می‌شود. اگر دو نیرو هم جهت با هم به جسم m وارد شوند این جسم از حال سکون جابه‌جایی $2x$ را در مدت t' انجام می‌دهد. $\frac{t'}{t}$ کدام گزینه است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

 $\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)

(۵۶) حجم 2 kg مطابق شکل با دو طناب ۱ و ۲ به سقف آویزان شده است. طناب (۲) را پاره می‌کنیم. در آن لحظه شتاب جسم چند متر بر مجذور ثانیه است و با محور قائم چه زاویه‌ای می‌سازد؟ ($\sin 37^\circ = \cos 53^\circ = 0.6$)



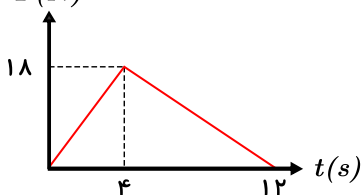
۵۳٫۶ درجه (۲)

۳۷٫۶ درجه (۱)

۵۳٫۲ درجه (۴)

۳۷٫۱۲ درجه (۳)

(۵۷) نمودار نیروی خالص وارد بر جسم بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در 3 ثانیه دوم حرکت جسم چند نیوتن است؟



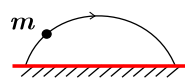
۳۱٫۵ (۲)

۴۷٫۲۵ (۱)

۷٫۸۷۵ (۴)

۱۵٫۷۵ (۳)

(۵۸) جسمی به جرم 20 g را به طور مایل از روی سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. شتاب جسم در یک لحظه در طول مسیر حرکت در نقطه m



y

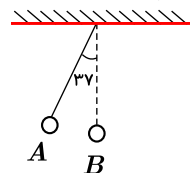
برابر $\vec{a} = -3\vec{i} - 15\vec{j}$ است. نیروی مقاومت هوا در آن لحظه چند نیوتن خواهد بود؟ x

 $\sqrt{40}$ (۴) $\sqrt{37}$ (۳)

۷ (۲)

 $\sqrt{45}$ (۱)

(۵۹) یک جسم 500 g گرمی را به طنابی سبک به طول 1 m وصل کرد و از سقف آویزان می‌کنیم و آن را به اندازه 37° نسبت به قائم منحرف کرده و رها می‌کنیم. نیروی طناب در پایین‌ترین نقطه مسیر حرکتش چند نیوتن خواهد بود؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)



۱۴ (۲)

۷ (۱)

۳٫۵ (۴)

۲۸ (۳)

۶۰) ماهواره‌ای به جرم m که به دور زمین در حال حرکت دوره یکنواخت است. انرژی جنبشی ماهواره $\frac{1}{6} mg R_e$ است. شتاب مرکز گرای ماهواره اگر فاصله آن تا زمین نصف شود چند برابر می‌شود؟

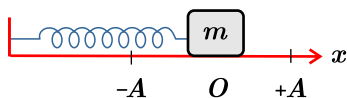
۴) $\frac{25}{16}$

۳) $\frac{16}{9}$

۲) ۴

۱) $\frac{9}{4}$

۶۱) نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل روی مسیر بدون اصطکاک در فاصله $-A$ تا A نوسان می‌کند. چه تعداد از جملات زیر در مورد این نوسانگر صحیح است؟



الف - هنگام حرکت نوسانگر از O به $-A$ اندازه سرعت نوسانگر افزایش می‌یابد.

ب - در حرکت از $+A$ به O علامت سرعت و شتاب منفی است.

ج - در حرکت از O به $-A$ نیرو مثبت است و مقدار آن افزایش می‌یابد.

د - حرکت از $-A$ به A تندشونده است.

۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۶۲) معادله مکان زمان نوسان گری $x = 0.04 \cos 20\pi t$ است. در کدام بازه از زمان‌های زیر نوسانگر مسافت بیشتری را طی کرده است؟

۴) $0.029s$ تا $0.030s$

۳) $0.023s$ تا $0.024s$

۲) $0.022s$ تا $0.023s$

۱) $0.018s$ تا $0.019s$

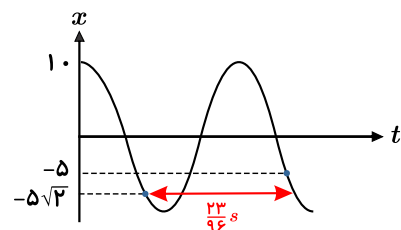
۶۳) نوسانگری روی پاره خطی به طول $80cm$ نوسان می‌کند. در لحظه t_1 نوسانگر در مکان $20\sqrt{3}cm +$ و در این لحظه حرکت آن تند شونده است. $0.4s$ بعد با دو بار تغییر جهت در مکان $20\sqrt{3}cm -$ قرار می‌گیرد. حداقل چقدر زمان می‌برد تا انرژی جنبشی این نوسانگر از صفر به بیشینه برسد؟

۴) $0.075s$

۳) $0.1s$

۲) $0.125s$

۱) $0.2s$



۶۴) نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل روبه‌روست. دوره نوسانگر چند ثانیه است؟

۲) 0.24

۱) 0.23

۴) 0.26

۳) 0.25

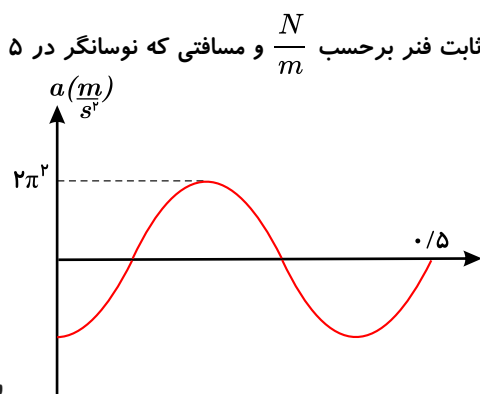
۶۵) نمودار شتاب - زمان نوسانگر جرم - فنری به جرم یک کیلوگرم مطابق شکل روبه‌روست. ثابت فنر برحسب $\frac{N}{m}$ و مسافتی که نوسانگر در 5 ثانیه برحسب cm طی می‌کند به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\pi^2 = 10$)

۱) 400 و 250

۲) 200 و 250

۳) 400 و 200

۴) 200 و 200



۶۶) معادله سرعت مکان آونگ ساده‌ای $v = \sqrt{25 - 100x^2}$ است. تقریباً چقدر از طول این آونگ بر حسب سانتی‌متر کم کنیم در هر $6s$ یک نوسان بیشتر انجام دهد؟ ($\pi = 3$, $g = 10$)

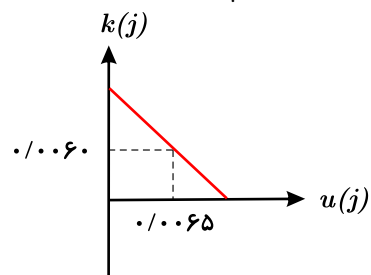
۴) ۶

۳) ۳

۲) ۱.۵

۱) ۰.۵

۶۷) نمودار انرژی جسمی بر حسب انرژی پتانسیل برای نوسانگری به جرم 10 گرم و دامنه 10 cm مطابق شکل روبه‌رو رسم شده است. این نوسانگر



در بازه صفر 0.1 s تا 1.2 s چه مدت حرکت کند شونده دارد؟ ($\pi = \sqrt{10}$)

- ۱) 0.5 s
 ۲) 0.55 s
 ۳) 0.6 s
 ۴) 0.65 s

۶۸) نوسانگر جرم - فنر روی محور x نوسان می‌کند. به ترتیب از راست به چپ در کدام حالت دوره نوسان و در کدام حالت ممکن است انرژی

مکانیکی نوسانگر ثابت بماند؟

الف- فنری با ثابت دو برابر انتخاب شود و دامنه نوسانگر نصف شود.

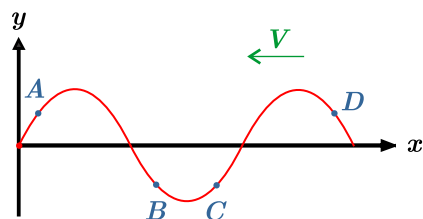
ب- دامنه نوسان دو برابر شود.

ج- در نقطه‌ای از مسیر جرم نوسانگر نصف شود.

د- دامنه و جرم نوسانگر ۲ برابر شود.

- ۱) الف و د ۲) ب و ج ۳) الف و ج ۴) ب و د

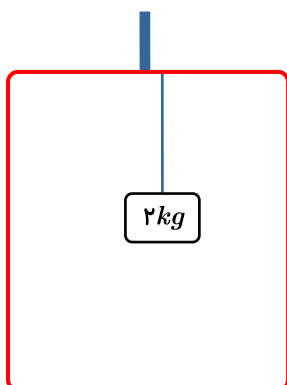
۶۹) نقش یک موج عرضی مطابق شکل روبه‌روست. در کدام نقطه شتاب رو به پایین و مقدار آن رو به افزایش است؟



- ۱) A
 ۲) B
 ۳) C
 ۴) D

۷۰) مطابق شکل طنابی به جرم 200 گرم و طول یک متر از سقف آسانسور ساکن آویزان شده و جسمی به جرم 2 kg به آن متصل است. اگر طناب را

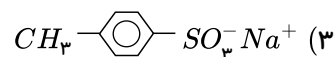
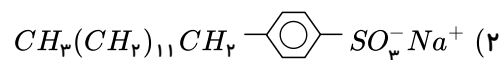
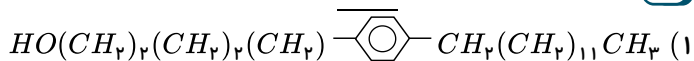
با دیپازونی به بسامد 20 Hz به نوسان در آوریم، آسانسور با چه شتابی و به کدام سمت حرکت کند تا موجی به طول موج 40 cm در طناب ایجاد شود؟



- ۱) $2.4 \frac{m}{s^2}$ به سمت بالا
 ۲) $2.4 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین
 ۳) $3.6 \frac{m}{s^2}$ به سمت بالا
 ۴) $3.6 \frac{m}{s^2}$ به سمت پایین

شیمی

۷۱) چه تعداد از موارد زیر را نمی‌توان به عنوان شوینده استفاده کرد؟



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۲) چند مورد از موارد زیر صحیح‌اند؟

الف) ثابت یونش اسیدی نیترواسید در دمای اتاق بیشتر از نیتریک اسید است.

ب) غلظت یون هیدرونیوم در محلول $1 \times 10^{-7} M$ هیدروکلریک اسید بیشتر از غلظت این یون در محلول $1 \times 10^{-7} M$ هیدرویدیک اسید در دمای یکسان است.

پ) در شرایط یکسان دما و غلظت، غلظت یون هیدروژن در محلول HI بیشتر از محلول HF است.

ت) در شرایط یکسان دما و غلظت، فورمیک اسید بیشتر از استیک اسید یونیده می‌شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۷۳) کدام مورد از مطالب زیر درست است؟

آ) رفتار نور در شیر، ژله و رنگ مشابه هم است.

ب) اگر مقداری از آب دریا و آب چشمه را در اختیار داشته باشیم و در هر دو به مقدار یکسانی صابون بریزیم و به هم بزنیم، ارتفاع کف ایجاد شده در آب چشمه کمتر خواهد بود.

پ) لکه‌های سفیدی که پس از شستن لباس‌ها با صابون بر روی آن برجای می‌ماند، رسوب‌های $RCOONa$ و $RCOOK$ هستند.

ت) اغلب موادی که در زندگی روزانه با آنها سروکار داریم، از مخلوط دو یا چند ماده تشکیل شده‌اند.

۴ (۴) ب، پ و ت

۳ (۳) آ و ت

۲ (۲) آ، پ و ت

۱ (۱) ب و ت

۷۴) مول یون هیدروژن موجود در 100 ml محلول اسید HA با $pH = 2.2$ با مول اکسیژن موجود در چند گرم کربن دی‌اکسید برابر است؟

(۴) 1.32×10^{-2}

(۳) 2.64×10^{-2}

(۲) 2.64×10^{-4}

(۱) 1.32×10^{-4}

۷۵) اگر درجه یونش محلول اسید ضعیف HA برابر 2.5% باشد. چه رابطه‌ای بین K_a ، $[H^+]$ وجود دارد؟

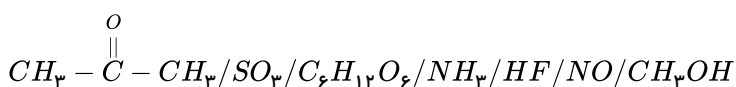
(۴) $K_a = 2[H^+]$

(۳) $3K_a = [H^+]$

(۲) $K_a = 3[H^+]$

(۱) $K_a = [H^+]$

۷۶) انحلال چه تعداد از ترکیبات زیر در آب را می‌توان به عنوان فرآیند یونش در نظر گرفت؟



۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۷۷) کدام گزینه صحیح است؟

الف) هر چه ثابت یونش اسیدی یک اسید بیشتر باشد فرآیند یونش آن اسید پیشرفت بیشتری خواهد داشت.

ب) غلظت یون هیدروژن در محلول یک مولار HF در دمای یکسان از غلظت این یون در محلول یک مولار HBr بیشتر است.

پ) در یک سامانه تعادلی با توجه به برابر بودن سرعت تولید و مصرف گونه‌های شرکت کننده در تعادل غلظت گونه‌ها با هم برابر است.

ت) سرعت واکنش فلز آهن با اتانویک اسید از سرعت واکنش این فلز، در شرایط یکسان، با کربونیک اسید بیشتر است.

۴ (۴) ب - ت

۳ (۳) الف - پ

۲ (۲) ب - پ

۱ (۱) الف - ت



۷۸) ۲ قطعه آهن یکسان را در دو طرف جداگانه یکی حاوی ۱ L محلول ۱ مولار HA و دیگری ۱ L محلول ۱ مولار اسید HB قرار داده‌ایم. اگر شدت تشکیل گاز هیدروژن در ظرف HB بیشتر باشد کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) شمار یون‌های موجود در محلول HA بیشتر از محلول HB است.
- ۲) در دمای یکسان، ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تری نسبت به HB دارد.
- ۳) مولکول HA بیشتر از مولکول‌های HB یونیده می‌شوند.
- ۴) غلظت مولکول‌های یونیده نشده HB کمتر از مولکول‌های یونیده نشده HA است.

۷۹) چه تعداد از مفاهیم داده شده به درستی بیان شده است؟

هر چه در دمای معین، ثابت یونش اسیدی بزرگ‌تر باشد، غلظت یون‌های موجود در محلول آن اسید بیشتر است.
ثابت یونش یک اسید در دمای ثابت، وابسته به مقدار آغازین آن اسید می‌باشد.
غلظت تعادلی آنیون و کاتیون‌های حاصل از حل شدن مقدار معینی نیتریک اسید، برابر هم می‌باشد.
اختلاف شمار مولکول‌های اسید یونیده نشده و شمار یون‌های هیدرونیوم تولید شده در محلول استیک اسید، کمتر از محلول فورمیک اسید در دمای معین می‌باشد.

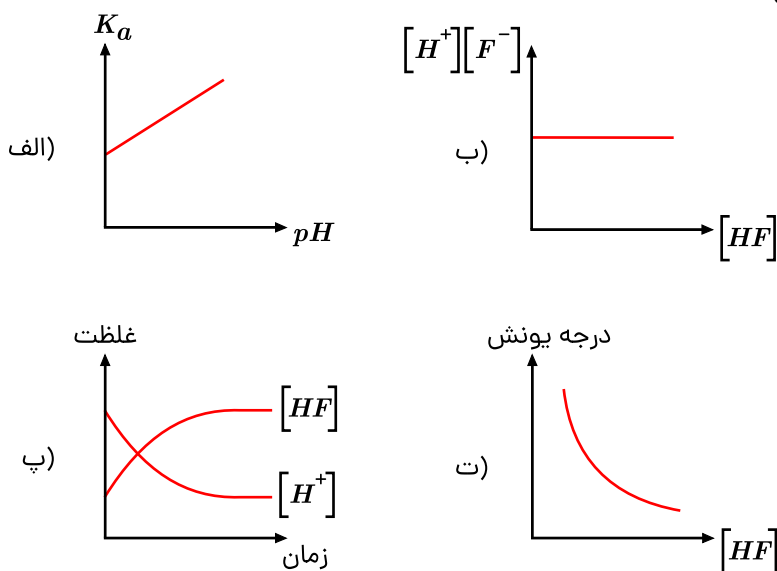
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۸۰) چند مورد از عبارات زیر صحیح می‌باشد؟

الف) تعداد هیدروژن‌های اسیدی و غیر اسیدی در فورمیک اسید (متانوئیک اسید) برابر است.
ب) pH آب باران برابر ۷ است و آب باران خاصیت اسیدی ندارد.
پ) در انحلال آمونیاک در آب نیروی بین مولکولی بین ذرات اغلب از نوع هیدروژنی است.
ت) pH آب در دمای ۹۰ درجه کمتر از ۷ است. (ثابت یونش آب با دما رابطه مستقیم دارد).

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۸۱) چند مورد از نمودارهای زیر برای انحلال HF در آب صحیح است؟



- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۸۲) به ۱۶۰ گرم محلول $NaOH$ با درصد جرمی معین مقدار V میلی‌لیتر آب مقطر اضافه نموده‌ایم تا حجم محلول به ۵۰۰ ml افزایش یابد. اگر pH محلول حاصل برابر ۱۲٫۳ باشد. غلظت محلول اولیه بر حسب ppm کدام است؟ ($NaOH = 40 g \cdot mol^{-1}$)

- ۱) $2,5 \times 10^4$
- ۲) 8×10^4
- ۳) $2,5 \times 10^3$
- ۴) 8×10^2



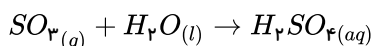
۸۳) اگر به ۱۰ میلی لیتر محلول هیدروبرمیک اسید با $x \cdot pH = 3$ میلی لیتر آب مقطر اضافه نموده تا pH آن برابر ۴ شود و به Y میلی لیتر محلول سدیم هیدروکسید با $pH = 13$ حدود ۱۲۰ میلی لیتر آب اضافه نموده تا pH آن برابر ۱۲٫۳ شود. نسبت $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

۸۴) در صورتی که ۲۵۰ ml از محلول غلیظ اسید قوی با چگالی $\frac{9}{2} \text{ g/ml}$ تا ۵۰۰ ml رقیق و به آن ۰٫۱۲ g سدیم هیدروکسید افزوده شود. محلولی با $pH = 2.7$ حاصل می شود. درصد جرمی محلول اسید اولیه کدام است؟ ($HA = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, $NaOH = 40 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) ۰٫۸ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۲ ۴) ۰٫۱

۸۵) مقدار (a) گرم گاز گوگرد تری اکسید را در آب حل کرده و حجم محلول را به ۵۰ میلی لیتر می رسانیم. اگر pH محلول حاصل برابر (۰٫۱) باشد، مقدار عددی (a) کدام است؟ ($O = 16$, $S = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)
(هر دو مرحله یونش سولفوریک اسید را کامل در نظر بگیرید)



- ۱) ۱٫۶ ۲) ۲ ۳) ۳٫۲ ۴) ۴

۸۶) مقدار ۲ لیتر از یک اسید هیدروژن هالید (HX) با چگالی $1.6 \text{ g} \cdot L^{-1}$ را در مقداری آب حل کرده و حجم محلول را با افزودن آب به ۲٫۵ لیتر می رسانیم. اگر درجه یونش این اسید در محلول به دست آمده برابر ۰٫۱ باشد، در ۴۰۰ میلی لیتر از این محلول به تقریب چند مول یون هالید (X^-) وجود دارد؟ ($HX = 20 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) 2.56×10^{-5} ۲) 1.28×10^{-5} ۳) 1.28×10^{-4} ۴) 2.56×10^{-4}

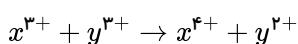
۸۷) چند گرم سدیم هیدروکسید خالص باید به ۱۰۰ ml محلول اسید ضعیف HA با $pH = 4.7$ و درجه تفکیک ۰٫۱ اضافه شود تا pH محلول برابر ۱۲ شود؟ (از افزایش حجم صرف نظر شود) ($Na : 23$ $O = 16$ $H : 1$ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) 4.8×10^{-2} ۲) 4.8×10^{-3} ۳) 8×10^{-5} ۴) 4×10^{-2}

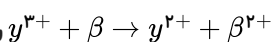
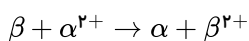
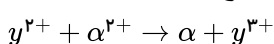
۸۸) اگر ۵۰ میلی لیتر محلول HCl به صورت کامل با ، پودر باریم هیدروکسید واکنش دهد و نمک حاصل از آن را با مقدار کافی از محلول نقره نیترات واکنش دهیم به صورتی که ۲۸٫۷ گرم رسوب سفید رنگ تشکیل دهد به ترتیب غلظت مولی اسید اولیه و جرم باریم هیدروکسید اولیه کدام است؟ ($Ag : 108$ $Cl : 35.5$ $Ba : 137$ $O : 16$ $H : 1$ $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۱) $34.2 - 4$ ۲) $17.1 - 2$ ۳) $17.1 - 4$ ۴) $34.2 - 2$

۸۹) با توجه به واکنش های زیر دومین کاهنده قوی در کدام گزینه آمده است؟

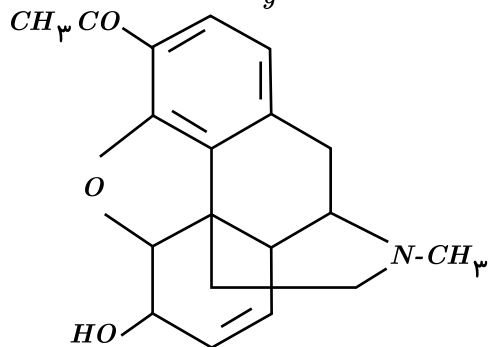


واکنشی رخ نمی دهد $\beta + x^{4+} \rightarrow$



- ۱) x^{3+} ۲) y^{2+} ۳) β ۴) α

۹۰ در ترکیب زیر اگر عدد اکسایش اتم نیتروژن برابر x و جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های هیدروژن برابر y باشد $\left|\frac{x}{y}\right|$ کدام است؟



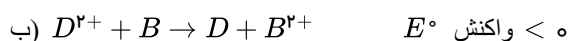
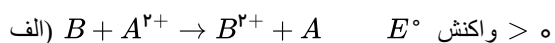
۱) ۶

۲) $\frac{1}{6}$

۳) ۷

۴) $\frac{1}{7}$

۹۱ با توجه به واکنش‌های زیر، چه تعداد از عبارت‌ها نادرست است؟



الف) در سلول گالوانی $D - B$ ، الکتروود D قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد.

ب) محلول آبی نمک A را نمی‌توان در ظرفی از جنس فلز B نگهداری کرد.

ج) قدرت کاهندگی فلز D از دو فلز دیگر بیشتر است.

د) فلز B می‌تواند یکی از فلزهای روی یا آلومینیم و فلز A می‌تواند مس باشد.

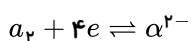
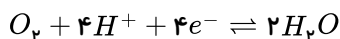
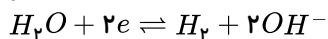
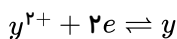
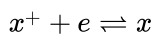
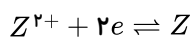
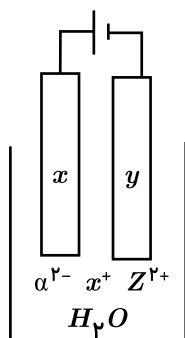
۴) ۴

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۹۲ با توجه به شکل زیر و اطلاعات داده شده، کدام گزینه صحیح است؟



$$E^\circ = 1,4$$

$$E^\circ = 0,8$$

$$E^\circ = 0,34$$

$$E^\circ = -0,83$$

$$E^\circ = 1,2$$

$$E^\circ = 1,36$$

۲) واکنش آندی به صورت $H_2 + 2OH^- \rightarrow H_2O + 2e^-$ می‌باشد.

۴) واکنش کاتی به صورت $y^{2+} + 2e \rightarrow y$ می‌باشد.

۱) این شکل می‌تواند، طرحی از آب کاری y توسط x باشد.

۳) واکنش کلی انجام شده، $x + Z^{2+} \rightarrow 2x^+ + Z$ می‌باشد.

۹۳ اگر الکترون‌های مبادله‌شده در انجام واکنش اکسایش روی که باعث تولید ۸٫۱ گرم روی اکسید شده است.

$$(Fe = 56, Cu = 64 \text{ gr} \cdot \text{mol}^{-1})$$

با الکترون‌های مبادله‌شده در واکنش تیغه آهن با محلول مس (II) سولفات برابر باشد. تیغه چند گرم تغییر جرم داشته است؟

$$(Zn = 65, O = 16)$$

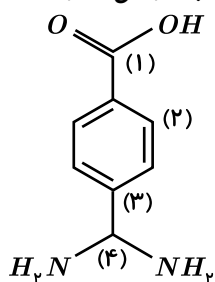
۴) ۳٫۲

۳) ۱٫۶

۲) ۰٫۴

۱) ۰٫۸

۹۴ عدد اکسایش اتم‌های کربن شماره (۱)، (۲)، (۳) و (۴) در ترکیب داده شده، به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی اشاره شده



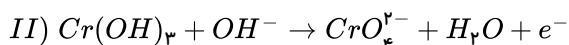
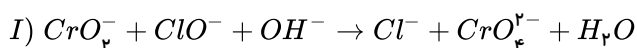
۱) صفر، (-۱)، (-۱)، صفر، (-۱)

۲) صفر، (-۱)، (+۱)، (-۱)، (+۱)

۳) (-۱)، (-۱)، صفر، (-۱)

۴) (+۳)، (-۱)، صفر، (+۱)

۹۵) پس از موازنه معادله‌های زیر به ترتیب مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در کدام معادله بیشتر است؟ و عدد اکسایش کروم در معادله I چند واحد تغییر کرده است؟



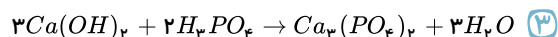
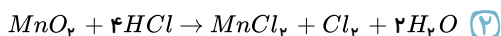
۵ - II (۴)

۳ - II (۳)

۵ - I (۲)

۳ - I (۱)

۹۶) کدام واکنش زیر از نوع اکسایش - کاهش نیست؟



۹۷) چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟

الف) چنانچه در سطح آهن گالوانیزه، خراش ایجاد شود واکنش کاتدی به صورت $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ است.

ب) در فرآیند هال محصول نیم واکنش کاهشی از بالای ظرف خارج می‌شود.

ج) در واکنش اکسایش ماده آلی موجود در بادام و تبدیل به ماده آلی موجود در توت فرنگی عدد اکسایش کربن گروه عاملی ۲ واحد افزایش می‌یابد.

د) در سلول گالوانی $Cu - Ag$ الکترون از درون محلول به سمت تیغه کاتدی می‌رود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۸) در سلول گالوانی ($Zn - Mg$) اگر در مدت ۲۰ دقیقه 1.0×10^{-25} الکترون از نیم سلول آند به کاتد منتقل شود. اختلاف جرم الکترودها بعد از ۲۰ دقیقه چند گرم می‌باشد؟ (جرم اولیه الکترودها یکسان است.) ($Zn = 65$, $Mg = 24 \frac{gr}{mol}$)

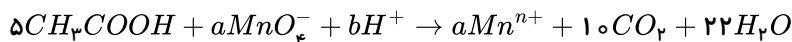
۲۲۲۵ (۴)

۲۰۵۰ (۳)

۱۶۲۵ (۲)

۱۰۲۵ (۱)

۹۹) در واکنش اکسایش - کاهش زیر، به ازای مبادله ۲ مول الکترون چند لیتر گاز کربن دی اکسید در شرایط STP حاصل می‌شود؟



۸۹٫۶ (۴)

۸٫۹۶ (۳)

۱٫۱۲ (۲)

۱۱٫۲ (۱)

۱۰۰) اگر در سلول سوختی به جای هیدروژن از سوخت ارزان و کم خطری مانند متان استفاده شود. برای عبور همان شمار الکترون ناشی از مصرف

۰٫۵ مول هیدروژن از مدار، چند گرم متان باید مصرف شود؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)



انتشارات خوشخوان

خوشخوان



انتشارات خوشخوان

خوشخوان

آزمون ۴-جامع- دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

۱۴۰۲/۱۰/۲۸

۶۴۵۹۱۷۴



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$y = f(-x) = \frac{-2x + 1}{-x - 3} = \frac{2x - 1}{x + 3}$$

فرینه نسبت به محور y ها

$$y = \frac{2(x+2) - 1}{x+2+3} = \frac{2x+3}{x+5}$$

دو واحد چپ

$$y = \frac{2x+3}{x+5} + k$$

واحد بالا k

$$y = x \rightarrow y(-4) = -4 \Rightarrow \frac{-8+3}{-4+5} + k = -4$$

$$\Rightarrow k = 1$$

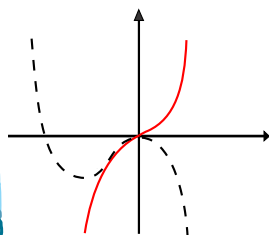
۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$f(x) = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 9 = (2x+1)^3 + 8$$

$$y = f\left(\frac{x}{2} - 2\right) - 7 = \left(2\left(\frac{x}{2} - 2\right) + 1\right)^3 + 1 = (x-3)^3 + 1$$

$$\begin{cases} A(3, 1) \\ B(2, 0) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{2}$$

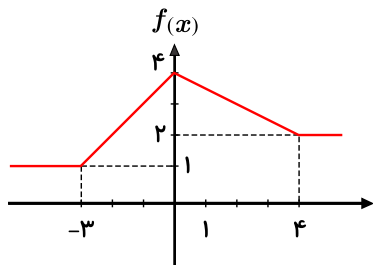
نمودار تابع را رسم می کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳



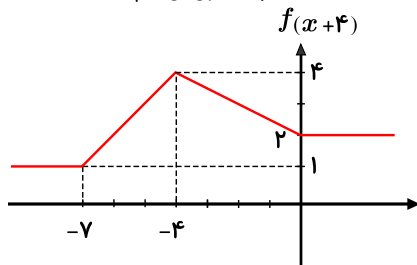
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$

این تابع در $\mathbb{R}$ اکیداً صعودی است.

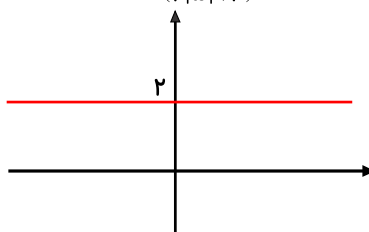
نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴



باید نمودار f را حداقل، ۴ واحد به چپ انتقال دهیم و بخشی از نمودار که در سمت چپ محور y هاست را حذف کرده و سمت راست محور y ها را در سمت چپ آن کپی می کنیم.



$$f(2|x|+4)$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵

مجموع ضرایب خارج قسمت $(g(x))$ همان $g(1)$ است.

$$p(x) = (x-3)g(x) + p(3)$$

$$x = 1 \Rightarrow p(1) = -2g(1) + p(3)$$

$$\Rightarrow a - 9 = -2 \times 7 + (3a + 7)$$

$$\Rightarrow a - 9 = 3a - 7 \Rightarrow a = -1$$

باقی مانده خواسته شده به ازای $x = 2$ به دست می آید.



$$R = 2p(1) + p(2) = 2(-10) + (-160) = -180$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$p(x) = (2ax + b)\left(\frac{1}{2}x + 3\right) - 45$$

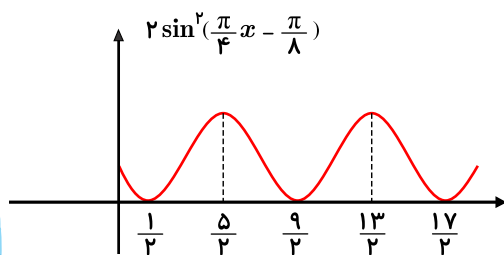
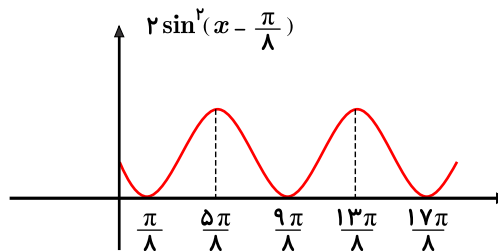
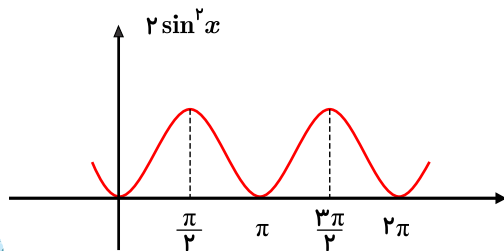
$$= ax^2 + \left(6a + \frac{b}{2}\right)x + 3b - 45$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a + \frac{b}{2} = b \\ 3b - 45 = c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{b}{12} \\ c = 3b - 45 \end{cases}$$

حداقل b برابر ۲۴ است پس $a = 2$ و $c = 27$ است پس:

$$a + b + c = 2 + 24 + 27 = 53$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ به کمک تبدیلات، نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



پس حداکثر α برابر $\frac{17}{2}$ است و تابع نزولی اکید است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$f(0) = 0 \Rightarrow 1 + a \cos \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow 1 + \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$f(x) = 1 - 2 \cos\left(-bx - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos\left(-bx - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -bx - \frac{\pi}{3} = \frac{-5\pi}{3}, \frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \dots$$

$$x = \frac{4\pi}{3b}, 0, \frac{-2\pi}{b}, \dots \Rightarrow x_B = \frac{4\pi}{3b}$$

$$-bx - \frac{\pi}{3} = \pi \Rightarrow x_A = \frac{4\pi}{-3b}$$

$$AB = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \frac{-4\pi}{3b} - \frac{4\pi}{3b} = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow b = -2$$

در نقطه A تابع برابر $\max$ است پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

فرض کنید: $\theta = 3\alpha$

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}$$

$$\tan \theta = \frac{k+1}{2} = \frac{\tan \alpha + \tan 2\alpha}{1 - \tan \alpha \tan 2\alpha} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{4}{3}}{1 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}} = \frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow k = 10$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{cases} T = \frac{\pi}{b} = Ac \\ \min = a \end{cases} \Rightarrow s = \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{b} \times (-a)$$

$$\Rightarrow 2b = -3a$$

$$y\left(\frac{-13\pi}{36}\right) = \frac{3}{4}a \quad \text{از طرفی}$$

$$\Rightarrow a \sin^2\left(\frac{-13\pi}{36}b - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{3}{4}a$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{-13\pi}{36}b - \frac{\pi}{4}\right) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-13\pi}{36}b - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{3} \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

بازتاب تابع $f(x)$ نسبت به خط $x = k$ به صورت $f(2k - x)$ است.

$$y_1 = f\left(2 \times \frac{\pi}{4} - x\right) = f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos^2 x$$

$$y_2(x) = y_1\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\right)^2 = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\cos^2 x + \frac{3}{4}\sin^2 x - \frac{2\sqrt{3}}{4}\sin x \cos x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x = \frac{1}{4}\cos^2 x - \frac{1}{4}\sin^2 x = \frac{1}{4}\cos 2x$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}$$

این تابع در بازه $[0, 2\pi]$ چهار جواب دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

فرض کنید $g(x) = \frac{\cos(\pi[x])}{f(-x)}$ هر چهار نقطه را بررسی می‌کنیم.

$$\begin{cases} g(-1^-) = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ g(-1^+) = \frac{-1}{0^-} = +\infty \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} g(-3^-) = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ g(-3^+) = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} g(-5^-) = \frac{1}{0^-} = -\infty \\ g(-5^+) = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} g(-6^-) = \frac{-1}{0^-} = +\infty \\ g(-6^+) = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases} \quad \times$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

شیب f برابر $-\frac{4}{m}$ و شیب f^{-1} برابر $-\frac{m}{4}$ است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \frac{-\frac{4}{m}}{-\frac{m}{4}} = \frac{16}{m^2} = 9 \Rightarrow m = \frac{4}{3}$$

باید $x = \frac{4}{3}$ ریشه مضاعف $2x^2 + ax + b$ باشد پس:

$$2x^2 + ax + b = 2\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = 2x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{32}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-16}{3} \\ x = \frac{32}{9} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{-16}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

رد گزینه ۱: مقدار $\sin x$ می تواند در بی شمار نقطه برابر صفر باشد.

رد گزینه ۲: مقدار $\sin x$ در بی شمار نقطه منفی می شود.

رد گزینه ۳: مقدار $\sin x^2$ در بی شمار نقطه منفی می شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{\sin^2 x}{x} \right] = \left[\frac{\text{عدد نا منفی}}{+\infty} \right] = [0 \text{ یا } 0^+] = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

تابع f را در مزدوج خود، ضرب و تقسیم می کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x^2 - 4x + 5}{x - \sqrt{x^2 + 4x - 5}} = \frac{-4x}{x + x} = -2$$

خط $y = -2$ مجانب افقی تابع است.

$$-2 > f(x) \Rightarrow -2 > x + \sqrt{x^2 + 4x - 5}$$

$$\Rightarrow -2 - x > \sqrt{x^2 + 4x - 5}$$

به ازای هر $0 < x - 2$ رابطه برقرار نیست.

یعنی $x < -2$ حال فرض کنید $x \leq -2$ باشد.

$$(-2 - x)^2 > x^2 + 4x - 5 \Rightarrow 4 + 4x + x^2 > x^2 + 4x - 5$$

بدیهی است از طرفی دامنه تابع برابر $x \leq -5$ و $x \geq 1$ است پس در بازه $(-\infty, -5]$ نمودار تابع زیر مجانب است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

مختصات نقاط متناظر را در تابع جایگزین می کنیم.

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow 5 = -3f(-9) + 4 \Rightarrow f(-9) = -\frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases} \Rightarrow b = 2f^{-1}(a+1) - 3 \Rightarrow f^{-1}(a+1) = \frac{b+3}{2}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{b+3}{2}\right) = a+1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b+3}{2} = -9 \\ a+1 = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{4}{3} \\ b = -21 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

در واقع تابع باید در سمت $\pm\infty$ به صورت نزولی باشد پس $\frac{2x-a}{x+2}$ باید صعودی باشد.

$$y = \frac{2x-a}{x+2} = 2 - \frac{a+4}{x+2}$$

بنابراین باید $a+4$ باشد پس $-3, -2, -1$ است a .

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

نکته: اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ آنگاه $A^2 = (a+d)A - |A|I$ (کیلی-هیلتون)



$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = 4A + I \Rightarrow A^2 - A^2 = A^2(A^2 - I)$$

$$= (4A + I)(4A + I - I) = 16A^2 + 4A$$

$$= 16(4A + I) + 4A = 64A + 16I = mA + nI$$

$$\Rightarrow m = 64, n = 16 \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{64}{16} = \frac{16}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$a_{ij} = i^2 + ij \Rightarrow \begin{cases} a_{11} = 2 \\ a_{22} = 8 \\ a_{33} = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m + 2 = 2 \rightarrow m = 0 \\ k + 1 = 8 \rightarrow k = 7 \\ n - 1 = 18 \rightarrow n = 19 \end{cases} \Rightarrow m + n + k = 26$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + 2I| = 15$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow B - I = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |B - I| = 27$$

$$\Rightarrow |B - I| - |A + 2I| = 27 - 15 = 12$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$A^2 = 3A - I \xrightarrow{A^{-1} \times} A = 3I - A^{-1} \Rightarrow A^{-1} = 3I - A$$

$$\xrightarrow{\times B} A^{-1}B = 3B - AB = 3 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$2A + 3B = AB \Rightarrow A^{-1} \times (2A + 3B) = A^{-1} \times (AB)$$

$$\Rightarrow 2I + 3A^{-1}B = B \Rightarrow (2I + 3A^{-1}B) \times B^{-1} = B \times B^{-1}$$

$$\Rightarrow 2B^{-1} + 3A^{-1} = I$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$A^2 = 2A - I \Rightarrow A^2 - 2A = -I \Rightarrow A^2 - 2A - 15I = -16I$$

$$\Rightarrow (A + 3I)(A - 5I) = -16I$$

$$\Rightarrow (A + 3I)\left(\frac{A - 5I}{-16}\right) = I$$

$$\Rightarrow (A + 3I)^{-1} = \frac{1}{16}(\Delta I - A)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است، زیرا مقطع حاصل می‌تواند خط باشد.

گزینه ۲: نادرست است، زیرا مقطع حاصل نمی‌تواند بیضی باشد.

گزینه ۳: نادرست است، زیرا مقطع حاصل می‌تواند خط باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

مکان هندسی نقاطی از صفحه که از A به فاصله 3cm هستند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع 3cm است.

همچنین مکان هندسی نقاطی از صفحه که از اضلاع AB و BC به یک فاصله‌اند،

نیمساز زاویه B است. این نیمساز و دایره حداکثر در دو نقطه متقاطع‌اند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

نکته: دایره‌ای که در ناحیه اول بر محورهای مختصات مماس است معادله‌ای به صورت $(x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 = \alpha^2$ دارد.

دایره $O(6, 7)$ و به شعاع $R = 2$ است. پس دایره مورد نظر در ناحیه اول بر هر دو محور مماس است. چون دایره مماس خارج‌اند پس:

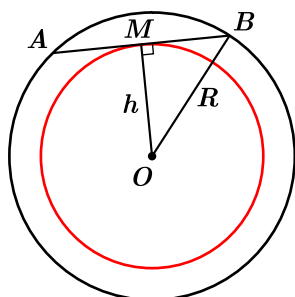


$$OO' = R + R' \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 6)^2 + (\alpha - 7)^2} = 2 + \alpha \Rightarrow \alpha^2 - 3\alpha + 11 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 3 \\ \alpha = 27 \end{cases}$$

پس شعاع بزرگ‌ترین دایره برابر ۲۷ است.

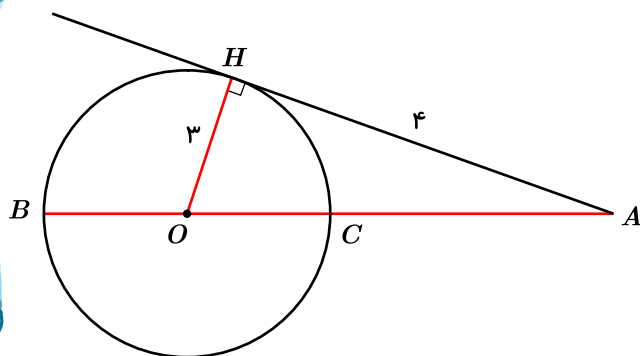
۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

نکته: در دایره $C(O, R)$ بی‌شمار وتر به طول l می‌توان رسم کرد ($l \leq 2R$).



همگی بر دایره‌ای به مرکز O و شعاع $h = \sqrt{R^2 - \frac{l^2}{4}}$ مماس است. همچنین وسط تمام این وترها روی این دایره قرار دارند. در اینجا داریم: $O(-1, 2)$ و $R = \sqrt{12}$ و $l = \sqrt{28}$ پس جواب دایره‌ای به مرکز $O(-1, 2)$ و به شعاع $\sqrt{5}$ است. $\sqrt{12 - \frac{28}{4}} = \sqrt{5}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

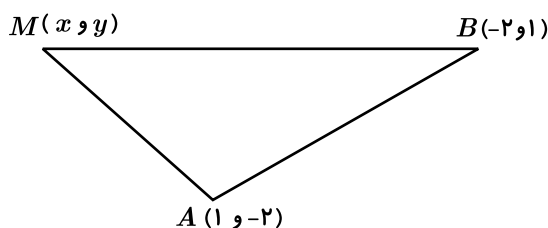


$$R = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 4 - 4} = 3, \quad \widehat{OHA} : OA^2 = 9 + 16 = 25$$

دورترین نقاط دایره از A نقطه B است.

$$AB = BO + OA = 3 + 5 = 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹



$$MA = \frac{1}{2}MB \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{1}{4}[(x+2)^2 + (y-1)^2] \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 - 12x + 18y + 15 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 36 - 4(5)} = 2\sqrt{2} \Rightarrow S = \pi R^2 = 8\pi$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

شرط لازم و کافی برای آن که $4n + 1$ مربع کامل باشد آن است که n حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد. در بین اعداد طبیعی دو رقمی اعداد ۱۲، ۲۰، ۳۰، ۴۲، ۵۶، ۷۲، ۹۰ این ویژگی را دارند.

* شرط لازم و کافی برای آن که $\frac{n(n+1)}{2}$ عدد زوجی باشد آن است که n به یکی از دو فرم $4k + 3$ یا $4k$ باشد.

در بین اعداد نوشته شده اعداد ۱۲، ۲۰، ۵۶ و ۷۲ به فرم $4k$ بوده و هیچ کدام به فرم $4k + 3$ نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$\left. \begin{array}{l} a|bd^2 + ac^2 \\ a|ac^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \times (1) \\ \times (-1) \end{array} \Rightarrow a|bd^2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$\left. \begin{array}{l} a = b \times q_1 + 7 \\ a = (b + 3) \times q_2 + 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7 < b \\ 11 < b + 3 \end{array} \Rightarrow b \geq 9$$

به ازای ۹ برای b مقدار a از دو عبارت به ترتیب به صورت های $a = 9q_1 + 7$ و $a = 12q_2 + 11$ می شوند که با هم سازگاری ندارند چون در اولی a به فرم $3k_1 + 1$ و در دومی a به فرم $3k_2 + 2$ می شود.

به ازای ۱۰ برای b خواهیم داشت:

$$10q_1 + 7 = 12q_2 + 11 \Rightarrow 10q_1 = 12q_2 + 4$$

بدیهی است که هر چه q_1 کمتر باشد بهتر است. به ازای $q_1 = 3$ برای q_2 مقدار ۲ و برای a مقدار ۳۷ یافت می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$[4900, 707] = 7^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 101^1$$

$$(7^2 \times 2^2 \times 5^2 \times 101^1, 2^1 \times a) = 98 = 2^1 \times 7^2$$

با a مضرب ۴۹ بوده و هیچ یک از عوامل ۲، ۵، ۱۰۱، ۷ (و نیز ۷ دیگر) را نداشته باشد بنابراین 19×49 یعنی ۹۳۱ جواب مسئله است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$(1402) - (3m + 2) = m \cdot k \rightarrow 1400 = m \cdot (k + 3)$$

بنابراین m شمارنده ای از ۱۴۰۰ است. در بین شمارنده های دو رقمی ۱۴۰۰ عدد ۷۰ از همه بزرگ تر است که مجموع ارقام آن ۷ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\left. \begin{array}{l} 14 \equiv -1 \Rightarrow 14^{27} \equiv -1 \\ 91 \equiv 1 \Rightarrow 91^{14} \equiv 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A \equiv 0 \Rightarrow 14A \equiv 0$$

$$\left. \begin{array}{l} 14^{27} = 2^{27} \times 7^{27} = 8k \\ 91^{14} = (7 \times 13)^{14} = 7^{14} \times 13^{14} = 7^2 \times 13^{14} = 9q + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow A \equiv 1 \Rightarrow 3A \equiv 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 14A \equiv 0 \\ 9A \equiv 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 9A - 14A \equiv 9 - 0 \Rightarrow A \equiv 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

$$7^3n + 17^{13} \equiv 0 \Rightarrow 7^3n \equiv -17 \Rightarrow 8n \equiv -4$$

$$\Rightarrow 2n \equiv -1 \equiv 12 \Rightarrow n \equiv 6 \Rightarrow n = 13k + 6$$

بزرگ ترین عدد دو رقمی به فرم $13k + 6$ عدد ۹۷ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

سه رقم سمت راست ۱۷! هر سه صفر هستند (به ازای عوامل ۵، ۱۰، ۱۵ یک رقم صفر در انتهای ۱۷! درست می شود).

عدد ۷! به صورت ۵۰۴۰ است، بنابراین:

$$7! + 17! = 5040 + k000 = k'040$$

که در آن k و k' شامل عده ای رقم هستند. بنابراین $c = 0, b = 4, a = 0$ و $5a + 3b + c = 12$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

r فقط می تواند ۰، ۲، ۴، ۶ باشد بنابراین تعداد یال های گراف اول یکی از اعداد ۰، ۷، ۱۴ یا ۲۱ است.

r' فقط می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ باشد بنابراین تعداد یال های گراف دوم نیز یکی از اعداد ۰، ۳، ۶، ۹، ۱۲ یا ۱۵ می تواند باشد.

از بین اعداد مجموعه اول و دوم فقط دو عدد ۱۴ و ۹ چنانند که $q - q'$ برابر ۵ باشد که در حالت $r = 4$ و $r' = 3$ به دست می آید. بنابراین $3r + 2r'$ برابر $3 \times 4 + 2 \times 3$ یعنی ۱۸ به دست می آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$\left. \begin{array}{l} N_G(e) = \{d, c\} \\ N_G[b] = \{f, b\} \end{array} \right\} \Rightarrow N_G[b] \cup N_G(e) = \{f, b, d, c\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

$$\left. \begin{array}{l} a = \binom{5}{4} = 5 \\ b = \binom{5}{3} = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow 3a + 4b = 15 + 40 = 55$$

بیشترین تندی در لحظه های $t = 2$ و $t = 4$ وجود دارد، چون شیب نمودار $x - t$ بیشینه است.

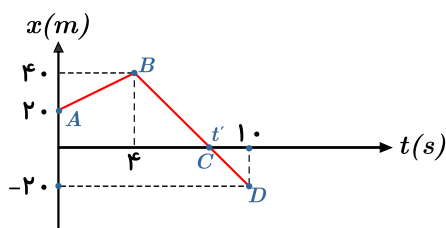
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$\bar{a}_{2 \rightarrow 4} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_{t=4} - V_{t=2}}{2} = \frac{6 - (-6)}{2} = 6 \frac{m}{s^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

درستی مورد الف: با استفاده از تشابه $\frac{t' - 4}{10 - t'} = \frac{40}{20}$ ، زمان $t' = 8$ به دست می‌آید. وقتی متحرک از مبدا عبور می‌کند، بردار مکان تغییر علامت می‌دهد.

درستی مورد ب:



$$\bar{S} = \frac{L_{AB} + L_{BCD}}{t_{AD}} = \frac{20 + 60}{10} = 8$$

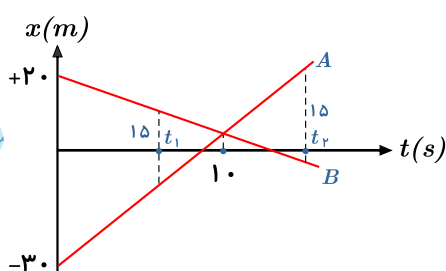
درستی مورد ج و د:

در بازه زمانی $8 < t < 10$ سرعت منفی و بردار مکان هم منفی است.

در بازه زمانی $4 < t < 8$ سرعت منفی و بردار مکان مثبت است.

در بازه زمانی $0 < t < 4$ سرعت مثبت و بردار مکان هم مثبت است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳ مطابق شکل با استفاده از تشابه خواهیم داشت:



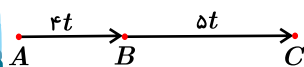
$$\frac{15}{50} = \frac{10 - t_1}{10} \Rightarrow t_1 = 7$$

$$\frac{15}{15} = \frac{t_2 - 10}{10 - t_1} = \frac{t_2 - 10}{3} \Rightarrow t_2 = 13$$

بنابراین در بازه زمانی $7 < t < 13$ فاصله دو متحرک کمتر از ۱۵ متر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴ با توجه به علامت شتاب و مقدار سرعت اولیه الزماً شیب سرعت باید در ابتدا مثبت باشد و سپس ثابت شود بنابراین موارد الف و د امکان‌پذیر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵



$$d_{AB} = \frac{1}{2}a(4t)^2 = 16\left(\frac{1}{2}at^2\right) \Rightarrow d_{BC} = (11 - 16)\frac{1}{2}at^2$$

$$d_{AC} = \frac{1}{2}a(9t)^2 = 11\left(\frac{1}{2}at^2\right)$$

$$\frac{d_{AB}}{d_{BC}} = \frac{16\left(\frac{1}{2}at^2\right)}{65\left(\frac{1}{2}at^2\right)} = \frac{16}{65}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

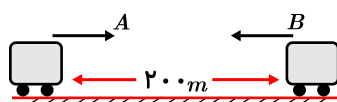
$$\bar{V}_{0 \rightarrow 4} = V_{t=4} = \frac{\Delta x_{0 \rightarrow 4}}{\Delta t} = \frac{48}{4} = 12 \rightarrow V_{t=4} = 12 \frac{m}{s}$$

$$\bar{V}_{4 \rightarrow 8} = V_{t=8} = \frac{\Delta x_{4 \rightarrow 8}}{\Delta t} = \frac{80}{4} = 20 \rightarrow V_{t=8} = 20 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{V_{t=8} - V_{t=4}}{\Delta t} = \frac{20 - 12}{4} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \rightarrow 48 = \frac{1}{2}(2)(4)^2 + V_0(4) \Rightarrow 48 - 16 = 4V_0$$

$$4V_0 = 32 \Rightarrow V_0 = 8 \frac{m}{s}$$



$$\Delta x_A = \frac{1}{2}(2)(4)^2 + 6(4) = 40m$$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}(4)(4)^2 + 4(4) = 48m$$

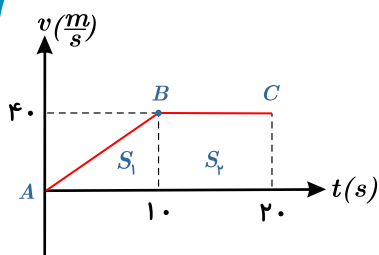
$$200 - (40 + 48) = 200 - 88 = 112m$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

بنابراین فاصله بین دو متحرک چنین خواهد بود:

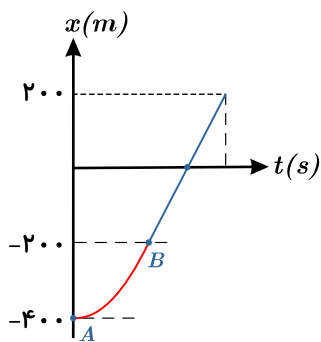
۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

ابتدا با توجه به نمودار $V - t$ جابه‌جایی مرحله را معلوم می‌کنیم:

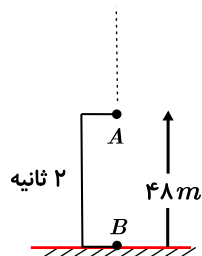


$$S_1 = \frac{1}{2}(10)(40) = 200 \rightarrow \Delta x_{AB} = 200m$$

$$S_2 = 10 \times 40 = 400 \rightarrow \Delta x_{BC} = 400m$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹



$$(\bar{V}_{AB})(t) = \Delta y$$

$$\left(\frac{V_A + V_B}{2}\right)(2) = 48$$

$$V_B = gt + V_A = 20 + V_A$$

$$\Rightarrow (V_B - 20) + V_B = 48 \Rightarrow 2V_B = 68 \Rightarrow V_B = 34 \frac{m}{s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$A \text{ گلوله } : \Delta y_A = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 125 = 5t^2 \Rightarrow t = 5$$

گلوله A در مدت ۵ ثانیه به زمین می‌رسد.

گلوله B ۲ ثانیه دیرتر حرکت کرده است بنابراین ۳ ثانیه در حرکت است:

$$\Delta y_B = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \Delta y_B = 5(3)^2 = 45m$$

بنابراین فاصله دو گلوله، هنگامی که A به زمین می‌رسد ۸۰ متر است.

نیروی که سطح شیب دار به جسم وارد می‌کند حاصل برابری نیروهای F_N و F_k است که مطابق زیر محاسبه می‌شود:

$$F_T = \sqrt{(F_N)^2 + (F_k)^2}$$

با توجه به این که جسم با تندی ثابت به سمت پایین می‌آید متوجه می‌شویم که جسم شتاب ندارد و برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است پس، نتیجه می‌شود که برابری نیروهای F_N و F_k با وزن جسم طبق قانون اول نیوتن برابر است.

$$F_{net} = ma$$

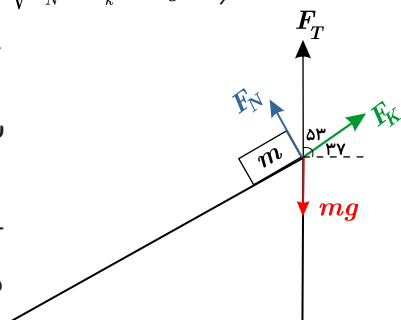
$$F_{net} = 0$$

$$\sqrt{F_N^2 + F_k^2} = mg = 0.4 \times 10 = 4$$

$$mg = 0.4 \times 10 = 4$$

مطابق شکل داریم:

پس نیروی سطح $4N$ است و با سطح زاویه 53° درجه می‌سازد.



جعبه‌ای روی سطح کامیون در حال حرکت است. حداکثر شتاب کامیون برای آن که جعبه نلغزد $\mu_s g$ است:

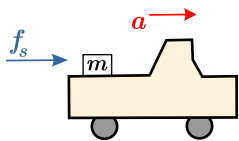
۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$f_s = ma, f_s \max = \mu_s mg$$

$$f_s \leq f_s \max \Rightarrow ma \leq \mu_s mg$$

$$a \leq \mu_s g$$

$$a \leq 0.4 \times 10 \Rightarrow a \leq 4$$



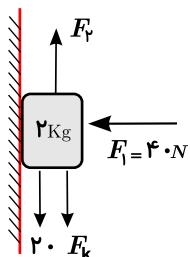
اما در صورت سؤال جعبه روی سطح کامیون در حال حرکت است. حداکثر شتاب کامیون برای آن که جعبه نلغزد μ_s است. با استفاده از رابطه مستقل از سرعت ثانویه ۶ را به دست می آوریم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$$

$$72 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2 + 0 \quad \boxed{t = 6s}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می کنیم:
حداکثر نیروی اصطکاک را محاسبه می کنیم:



$$f_s \max = \mu_s f_N$$

$$f_s \max = \frac{1}{2} \times 40 = 20$$

اندازه نیروی F_v را در $t = 10s$ محاسبه می کنیم. $F_v = 60N$

$$f_k = \mu_k \times f_N$$

$$f_k = 0.3 \times 40 \Rightarrow 12$$

نیروی اصطکاک جنبشی را نیز محاسبه می کنیم:

از لحظه صفر تا لحظه ای که نیروی اصطکاک ایستایی به حداکثر خود برسد داریم:

$$F_{net} = 0$$

$$F_v = mg + f_s m$$

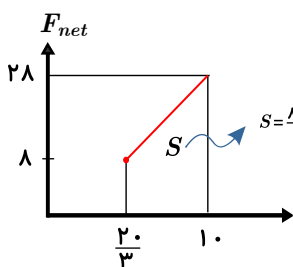
$$6t = 20 + 20 = 40$$

$$6t = 40$$

$$t = \frac{40}{6} = \frac{20}{3}$$

$$F_{net} = F_v - mg - f_k$$

$$F_{net} = 6t - 32$$



$$S = \frac{1+28}{2} \times \frac{10}{3} = 60$$

$$S = \frac{1+28}{2} \times \frac{10}{3} = 60 = \Delta p$$

$$\Delta p = m(V_{10} - V_{\frac{20}{3}})$$

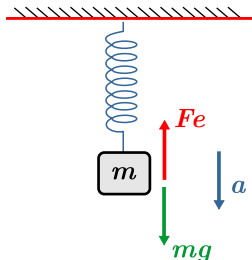
$$\frac{60}{2} = V_{10} - V_{\frac{20}{3}} \quad \boxed{V_{10} = 30}$$

برای لحظه های بعد از $\frac{20}{3}s$ داریم:

نمودار $F_{net} - t$ را رسم می کنیم:

مساحت زیر نمودار $F_{net} - t$ می شود:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴



$$mg - Fe = ma$$

$$mg - ma = Fe$$

$$m(g - a) = Fe$$

$$m(g - a) = k\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{m(g - a)}{k} =$$

$$\Delta x = \frac{2(10 - 12)}{500} = \frac{-4}{500}$$

$$\Delta x = -8 \times 10^{-3}$$

$$\Delta x = -0.008m \Rightarrow -0.8cm$$

در صورت حرکت تند شونده به سمت پایین و کند شونده به سمت بالا طول فنر کاهش می یابد:

به شرط $a > g$ در تند شونده به سمت پایین



$$L_v = L_o - \Delta L$$

$$45 - 0.8 = 44.2$$

در حالت اول برآیند دو نیرو را محاسبه می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۵)

$$F_T = \sqrt{(F_1)^2 + (F_1)^2} = \sqrt{2}F_1$$

$$\sqrt{2}F_1 = ma_1 \quad V_o = 0 \quad t \quad \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_o t$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{2}F_1}{m} \quad \boxed{1} \quad x = \frac{1}{2}a_1 t^2 + 0$$

در حالت دوم برآیند دو نیرو می‌شود:

$$F_1 + F_v \Rightarrow 2F_1 \quad V_o = 0 \quad t' \quad \Delta x = \frac{1}{2}a_v t'^2 + V_o t'$$

$$a_v = \frac{2F_1}{m} \quad 2F_1 = ma_v \quad \boxed{2} \quad x = \frac{1}{2}a_v t'^2 + 0$$

با توجه به این که نسبت $\frac{t'}{t}$ را می‌خواهیم عبارت دو را بر یک تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\cancel{2} \cancel{F_1} t'^2}{\cancel{2} \cancel{F_1} t^2} = \frac{\cancel{2} \cancel{F_1} t'^2}{\cancel{2} \cancel{F_1} t^2} \quad 2 = \frac{a_v}{a_1} \times \frac{t'^2}{t^2}$$

همچنین نسبت شتاب را بر حسب F و m می‌نویسیم:

$$2 = \frac{\cancel{2} \cancel{F_1} t'^2}{\sqrt{2} \cancel{F_1} t^2} \times \frac{t'^2}{t^2} \quad \cancel{2} = \frac{\cancel{2} \cancel{F_1} t'^2}{\sqrt{2} \cancel{F_1} t^2} \times \frac{t'^2}{t^2} \quad \sqrt{2} t'^2 = t^2 \quad \frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{2}{2}}$$

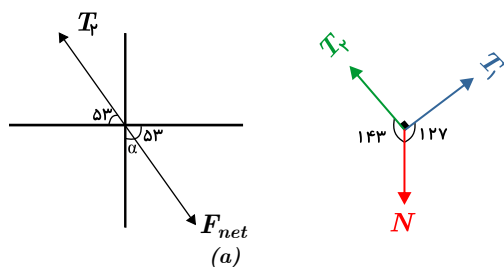
(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۶)

$$\frac{W}{\sin 90} = \frac{T_v}{\sin 127} \Rightarrow \frac{20}{1} = \frac{T_v}{0.6} \quad T_v = 12N$$

$$\vec{T}_v + \vec{W} + \vec{T}_1 = 0 \quad \vec{W} + \vec{T}_1 = -\vec{T}_v$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{|\vec{W} + \vec{T}_1|}{m} = \frac{T_v}{m} = \frac{12}{2} = 6$$

شتاب در جهت $-\vec{T}_v$ است.



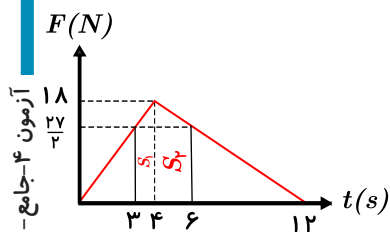
سه ثانیه دوم حرکت همان $t = 3$ تا $t = 6$ است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۷)

می‌دانیم که مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر Δp است که در بازه ۳ تا ۶ محاسبه می‌کنیم:

نیرو را در ثانیه ۳ و ۶ محاسبه می‌کنیم.

با استفاده از تشابه داریم:

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$



$$\frac{18}{4} = \frac{x}{3} \quad [1]$$

$$x = \frac{27}{2}$$

$$\frac{18}{8} = \frac{x}{6} \quad [2]$$

$$x = \frac{\cancel{18}^9 \times \cancel{6}^3}{\cancel{8}_2} = \frac{27}{2}$$

مساحت دوزنقه S_1 و S_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\frac{27}{2} + 18}{2} \times 1 \Rightarrow 15,75 = S_1$$

$$\frac{\frac{27}{2} + 18}{2} \times 2 \Rightarrow 31,5 = S_2$$

$$\Delta p = S_1 + S_2$$

$$\Delta p = 47,25$$

$$\vec{F}_{net} = \frac{47,25}{3} \Rightarrow 15,75$$

از آنجایی که داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۸

$$\vec{F}_{net} = m \vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{f}_D = m \vec{a}$$

$$-2j + \vec{f}_D = 0,2(-30i - 15j)$$

$$-2j + \vec{f}_D = -6i - 3j$$

$$\vec{f}_D = -6i - j \Rightarrow f_D = \sqrt{37}N$$

ابتدا از رابطه پایستگی انرژی تندی را در نقطه B به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۹

$$E_A = E_B \quad U_A = K_B$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}m V_B^2 \quad V_B = \sqrt{2gh}$$

$$V_B = \sqrt{2gL(1 - \cos 37)} = \sqrt{2 \times 10 \times (1 - 0,8)} = 2 \frac{m}{s}$$

$$T - mg = m \frac{V^2}{r}$$

$$T - 5 = 0,5 \times \frac{(2)^2}{1} \Rightarrow T = 7N$$

انرژی جنبشی ماهواره برابر عبارت روبه‌رو است: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰

$$K = \frac{1}{2}mV^2$$

تندی دورانی ماهواره برابر $V = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$ است.

$$K = \frac{1}{2}m \frac{g}{r} R_e^2 = \frac{1}{6}mg R_e$$

$$r = 3R_e \Rightarrow h = 3R_e - R_e = 2R_e$$

$$h' = \frac{h}{2} = \frac{2R_e}{2} = R_e$$

$$\frac{g_r}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^2 = \left(\frac{R_e + 2R_e}{R_e + R_e}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

نادرستی جمله الف: هر گاه نوسانگر به دو انتهای پاره خط نزدیک می‌شود تندی حرکت کاهش می‌یابد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

درستی جمله ب: علامت شتاب همیشه مخالف علامت مکان است و علامت سرعت هم با توجه به جهت حرکت مشخص می‌شود.

درستی جمله ج: در مکان‌های منفی شتاب و نیرو مثبت هستند. مقدار a و F و U زمانی که به دو انتهای پاره خط نزدیک می‌شویم افزایش می‌یابد. درست برعکس مقادیر K و V .

نادرستی جمله د: حرکت به سمت تعادل تند شونده و هنگام دور شدن از آن کند شونده است.

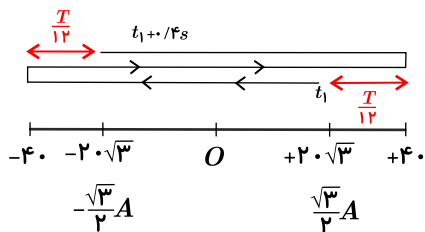
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲

$$2\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.1s \Rightarrow \frac{T}{4} = 0.025s$$

$$t = \frac{T}{4} = 0.025s \quad t = \frac{T}{4} = 0.025s \quad t = .$$

هر چه نوسانگر به نقطه تعادل نزدیکتر باشد حرکت با تندی بیشتری انجام می‌شود و در مدت زمان معینی مسافت بیشتری را طی می‌کند. در بین بازه‌های زمانی داده شده $0.023s$ تا $0.024s$ به نقطه تعادل نزدیک‌تر است.

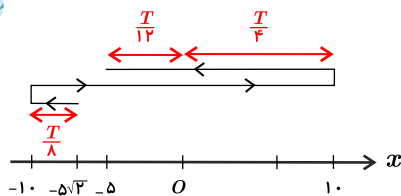
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳



$$\text{کل زمان حرکت} = 3\frac{T}{2} - 2\frac{T}{12} = 16\frac{T}{12} = 4\frac{T}{3} = 0.4 \Rightarrow T = 0.3s$$

انرژی جنبشی در انتهای پاره خط صفر و در نقطه تعادل بیشینه است. بنابراین $\frac{T}{4} = 0.075s$ زمان می‌برد تا برای اولین بار انرژی جنبشی از صفر به بیشینه برسد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴

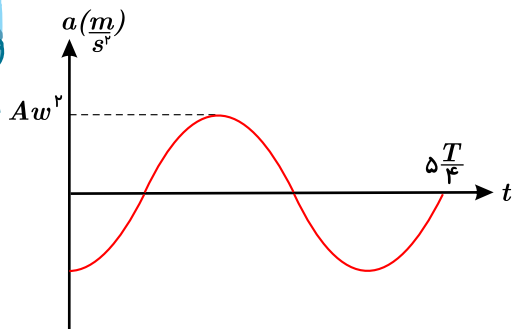


$$\frac{T}{8} + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{23}{96}$$

$$\frac{(3 + 12 + 6 + 2)T}{24} = \frac{23}{24}T = \frac{23}{96}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{4}s = 0.25s$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵



$$5\frac{T}{4} = 0.5 \Rightarrow T = 0.4s \Rightarrow w = \frac{2\pi}{T} = 5\pi$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow w^2 = \frac{k}{m} = 25\pi^2 = \frac{k}{1}$$

$$k = 250 \frac{N}{m}$$

$$Aw^2 = 2\pi^2 \Rightarrow A \times 25\pi^2 = 2\pi^2 \Rightarrow A = \frac{2}{25} = \frac{\lambda}{100}m = \lambda cm$$

$$\text{تعداد نوسان } n = \frac{t}{T} = \frac{5}{0.4} = 12.5 \Rightarrow L = n(4A) = 50A = 400cm$$

در حرکت نوسانی ساده زمانی که بزرگی مکان بیشینه است ($x = \pm A$) سرعت صفر و زمانی که بزرگی سرعت بیشینه است ($v = \pm Aw$) مکان صفر است

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶

پس داریم:

$$v = 0 \Rightarrow 25 - 100A^2 = 0 \Rightarrow A^2 = \frac{25}{100} \Rightarrow A = 0.5m$$

$$x = 0 \Rightarrow Aw = 5 \Rightarrow w = \frac{5}{0.5} = 10 \Rightarrow f = \frac{10}{2\pi} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}Hz$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{L}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{10}{L}} \Rightarrow L = 0.1m = 10cm$$

$$v = 6 \times \frac{5}{3} = 10$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{w_2}{w_1} = 1.1 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 1.21 \cong 1.2 \Rightarrow$$

$$L_2 = \frac{10}{1.2} \cong 8.3$$

اگر در هر ۶ ثانیه یک نوسان بیشتر انجام شود یعنی ۱۱ نوسان این به این معناست که:

پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۷

$$E = K + u = \frac{1}{2} m A^2 w^2 \Rightarrow \frac{125}{10000} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times \frac{1}{100} \times w^2 \Rightarrow w^2 = 250$$

$$\Rightarrow w = 5\sqrt{10} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.4s$$

زمان پایان حرکت $t = 1.2s = 3T$ است. در هر دوره نیمی از زمان حرکت کند شونده و نیمی از زمان حرکت تند شونده داریم.

البته از $3T$ به اندازه $\frac{T}{4}$ به آغازین حرکت در بازه زمانی ما نیست که می‌دانیم $\frac{T}{4}$ ابتدای حرکت (از A به سمت O) حرکت کند شونده است. پس در این بازه داده شده $0.8s$

حرکت کند شونده و $0.6s$ حرکت کند شونده داریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۸ دامنه نوسانگر روی دوره نوسانگر بی تأثیر است.

اگر در انتهای پاره خط نوسان بایستیم تمامی انرژی به صورت انرژی پتانسیل در فنر ذخیره می‌شود و جسم انرژی جنبشی ندارد. اگر در این نقطه قسمتی از جرم نوسانگر جدا شود انرژی مکانیکی تغییری نمی‌کند.

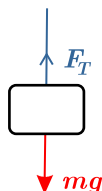
۱ ۲ ۳ ۴ ۶۹ در هر نقطه‌ای که مکان نوسانگر مثبت است شتاب نوسانگر منفی است. (نقاط A و D) هر زمان نوسانگر به سمت انتهای پاره خط می‌رود بزرگی شتاب افزایش

می‌یابد و هر زمان به نقطه تعادل نزدیک می‌شود بزرگی شتاب کاهش می‌یابد. با توجه به این که موج به سمت چپ منتشر می‌شود و هر ذره موقعیت ذره قبلی را می‌گیرد و نقطه A به سمت انتهای پاره خط می‌رود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۰

$$v = \lambda f = 0.4 \times 20 = 8 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_T L}{m}} \Rightarrow 64 = \frac{F_T \times 1}{0.2} \Rightarrow F_T = 12.8N$$



با توجه به اینکه نیروی کشش طناب باید 12.8 نیوتن باشد و این نیرو از وزن جسم کمتر است شتاب آسانسور باید به سمت پایین باشد.

$$mg - F_T = ma \Rightarrow 20 - 12.8 = 2a \Rightarrow a = 3.6 \frac{m}{s^2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۱ در زنجیره R باید 14 تا 18 کربن وجود داشته باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۲ گزینه‌های پ و ت صحیح هستند.

الف) نیتریک اسید، k_a بزرگ‌تری نسبت به HNO_3 دارد.

ب) با توجه به آنکه HCl و HI هر دو قوی هستند در نتیجه غلظت $[H^+]$ در دو محلول یکسان است.

پ) در شرایط یکسان دما و غلظت یون هیدروژن در محلول اسیدی k_a بزرگ‌تری دارد یعنی HI بیشتر است.

ت) در شرایط یکسان اسیدی که k_a بیشتر دارد بیشتر یونیده می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۳ هر سه کلوتید بوده و نور را پخش می‌کنند.

ب) ارتفاع کف در آب دریا کمتر است.

پ) رسوب‌های تشکیل شده $(RCOO)_2Ca$ و $(RCOO)_2Mg$ هستند.

ت) صحیح است و طبق متن کتاب درسی صفحه (۶) فصل ۱ دوازدهم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۴

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+] = 3 - 0.3 - 0.5 \Rightarrow \log[H^+] = \log 10^{-3} + \log^2 + \log^3 \Rightarrow [H^+] = 6 \times 10^{-3}$$

$$[H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 6 \times 10^{-3} = \frac{\text{مول } H^+}{0.1(L)} \Rightarrow \text{مول } H^+ = 6 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$6 \times 10^{-4} \text{ mol } O \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } O} \times \frac{44 \text{ gr } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 1.32 \times 10^{-2} \text{ gr } CO_2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۵

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M - [H^+]} \xrightarrow{a = \frac{[H^+]}{M}} \frac{1}{4} = \frac{[H^+]}{M} \Rightarrow M = 4[H^+]$$

$$\Rightarrow K_a = \frac{[H^+]^2}{4[H^+] - [H^+]} \Rightarrow K_a = \frac{1}{3}[H^+] \Rightarrow 3K_a = [H^+]$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶ ترکیبات مولکولی اند و به یون تبدیل نمی‌شوند. $CH_3 - \overset{O}{\parallel} C - CH_3 / NO / C_6H_5O_2 / CH_3OH$

یونش: به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های + و - تبدیل می‌شود یونش می‌گویند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۷ الف) ثابت یونش اسیدی، معیاری از میزان پیشرفت واکنش یونش است. هر چه k_a بزرگ‌تر باشد پیشرفت واکنش یونش بیشتر است.

ب) هر چه یک اسید قوی‌تر باشد در شرایط یکسان دما و غلظت، یون هیدروژن در محلول آن بیشتر است. HBr نسبت به HF اسید قوی‌تر است.

(پ) در یک سامانه تعادلی سرعت واکنش رفت و برگشت برابر و غلظت گونه‌های شرکت کننده در تعادل ثابت است.

(ت) هر چه یک اسید قوی‌تر باشد، سرعت واکنش آن با فلزها در شرایط یکسان بیشتر است. چون اتانویک اسید نسبت به کربونیک اسید، اسید قوی‌تر است سرعت واکنش آن با آهن نیز بیشتر است.

هر چه سرعت واکنش یک فلز با یک اسید بیشتر باشد آن اسید قوی‌تر است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷۸)

قدرت اسیدی: $HB > HA$

(۷۹) (۱) (۲) (۳) (۴) عبارت اول، درست

با افزایش ثابت یونش اسیدی، اسید مورد نظر بیشتر یونیده شده، غلظت یون‌های حاصل بیشتر است.

عبارت دوم، نادرست

در دمای ثابت و با تغییر مقدار آغازین یک اسید، ثابت یونش اسید تغییری نمی‌کند.

عبارت سوم، درست

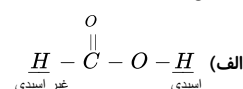
نیتریک اسید، یک اسید قوی تک پروتونه بوده و با یونش آن، غلظت برابری از یون‌های مثبت (H_3O^+) و منفی (NO_3^-) ایجاد می‌شود.

عبارت چهارم، نادرست

مقدار ثابت یونش برای استیک اسید کمتر از فورمیک اسید بوده، پس اختلاف میان شمار مولکول یونیده نشده با شمار یون‌های تولید شده، بیشتر خواهد بود.

فقط عبارت «ب» نادرست است، زیرا در هوا مقداری CO_2 وجود دارد که pH آب را پایین می‌آورد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۰)

بررسی سایر عبارت‌ها:



(پ) آمونیاک باز ضعیف است و بیشتر انحلال آن از نوع مولکولی (هیدروژنی) است.

(ت) با افزایش دما K_w افزایش می‌یابد و در نتیجه مجموع $pH + pOH$ کاهش می‌یابد. پس pH آب خالص کمتر از ۷ خواهد شد.

فقط نمودار «ت» درست است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۸۱)

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۲)

$$PH = 12.3 \Rightarrow POH = 1.7 \rightarrow [OH^-] = 10^{-1.7} \times 2 \frac{\text{mol}}{\text{lit}}$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.02 = \frac{n}{0.5} \Rightarrow n = 0.01 \text{ mol}$$

$$?gNaOH = 0.01 \text{ mol NaOH} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.4 \text{ g NaOH}$$

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow ppm = \frac{0.4 \text{ g}}{160 \text{ g}} \times 10^6 = 2.5 \times 10^3$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۳)

$$pH_1 = 3, pH_2 = 4 \Rightarrow \Delta pH = 1 \Rightarrow \log n = 1 \Rightarrow n = 10 \text{ برابر}$$

یعنی حجم ده برابر شده در نتیجه $V_2 = 10V_1 = 10 \times 10 = 100$ پس مقدار آب اضافه شده

$$100 - 10 = 90 \text{ ml}$$

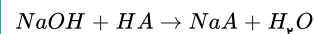
$$pH_1 = 13, pH_2 = 12.3 \Rightarrow \Delta pH = 0.7 \Rightarrow \log n = 0.7 \Rightarrow n = 5$$

یعنی حجم ۵ برابر شده:

$$\text{مقدار آب اضافه شده} = V_2 - V_1 = 5V_1 - V_1 = 4V_1$$

$$4V_1 = 120 \Rightarrow V_1 = 30 \text{ ml} \Rightarrow \frac{90}{30} = 3$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۸۴)



اولیه	$\frac{0.12}{40}$	M
تغییرات	$-x$	$-x$
نهایی	0	$M - x$

$$x = 3 \times 10^{-3} \quad (\text{III})$$

$$\text{از (II), نتیجه می‌شود} \rightarrow M - x = 10^{-3}$$

$$M - 3 \times 10^{-3} = 10^{-3} \Rightarrow M = 4 \times 10^{-3} \text{ mol} \Rightarrow \text{مولار} = \frac{4 \times 10^{-3}}{\frac{1}{2}} = 8 \times 10^{-3}$$

$$M_{\text{رقیق}} V_{\text{رقیق}} = M_{\text{غلظت}} V_{\text{غلظت}} \rightarrow 8 \times 10^{-3} \times 500 = M_{\text{غلظت}} \times 250 \Rightarrow M = 16 \times 10^{-3}$$

$$M = \frac{10 \times a \times d}{\text{جرم مولی}} \rightarrow \frac{16}{1000} = \frac{10 \times a \times \frac{2}{10}}{100} \rightarrow a = 0.8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$pH = 0.1 \rightarrow [H^+] = 10^{-pH} = 10^{-0.1} = 10^{-1} \times 10^{0.1} = 8 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] = Mna \rightarrow 8 \times 10^{-1} = M \times 2 \times 1 \rightarrow M = 4 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\frac{50}{1000} L \times \frac{4 \text{ mol}}{10 L} H_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{1 \text{ mol } H_2SO_4} \times \frac{80 \text{ g } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 1.6 \text{ g } SO_3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۶

$$2L \times 1.6 \frac{g}{L} \times \frac{1 \text{ mol}}{20 \text{ g}} = 0.16 \text{ mol } HX$$

$$[HX] = \frac{n}{V} = \frac{0.16 \text{ mol}}{2.5 L} = 0.064 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H_3O^+] = 0.064 \times 0.1 = 6.4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

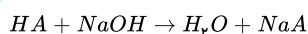
$$\text{mol } H_3O^+ = \text{mol } X^- = 0.4 L \times 6.4 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} = 2.56 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

ابتدا غلظت HA اولیه را به دست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۷

$$[H^+] = 10^{-4.7} = 2 \times 10^{-5} M$$

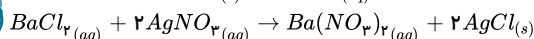
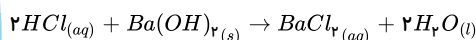
$$\alpha = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}} = \frac{2 \times 10^{-5}}{10^{-2}} = 2 \times 10^{-3}$$

با توجه به معادله زیر ابتدا مقدار سدیم هیدروکسید برای خنثی شدن و سپس افزایش pH تا ۱۲ را حساب می کنیم.



$$\left. \begin{aligned} 0.1 \text{ lit} \times \frac{2 \times 10^{-3}}{1 \text{ lit}} \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ mol } HA} \times \frac{40 \text{ g}}{1 \text{ mol}} &= 0.008 \text{ g} \\ 0.1 \text{ lit} \times \frac{10^{-2} \text{ mol}}{1 \text{ lit}} \times \frac{40 \text{ g}}{1 \text{ mol}} &= 4 \times 10^{-2} \text{ g} \end{aligned} \right\} \text{ مقدار کل} = 0.048 = 4.8 \times 10^{-2} \text{ g}$$

با توجه به واکنش های زیر غلظت مولی HCl را حساب می کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۸



$$\left[\frac{C_{M.V}}{\text{ضریب}} \right]_{HCl} = \left[\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \right]_{AgCl} \Rightarrow \frac{50 \times 10^{-3} \times C_M}{2} = \frac{28.7}{143.5 \times 2} \Rightarrow C_M = 4$$

$$\left[\frac{C_{M.V}}{\text{ضریب}} \right]_{HCl} = \left[\frac{\text{جرم}}{\text{ضریب} \times \text{جرم مولی}} \right]_{Ba(OH)_2} \Rightarrow \frac{50 \times 10^{-3} \times 4}{2} = \frac{x}{171 \times 1} \Rightarrow x = 14.7 \text{ g}$$

از واکنش اول نتیجه می شود که x^{3+} از y^{2+} کاهنده قوی تر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۹

واکنش دوم نتیجه می شود که β کاهنده ضعیف تری نسبت به x^{3+} است.

واکنش سوم نتیجه می شود که y^{2+} کاهنده قوی تری نسبت به α است.

واکنش چهارم نتیجه می شود که β از α کاهنده قوی تری است.

واکنش پنجم نتیجه می شود که β از y^{2+} کاهنده قوی تری است.

در این ترکیب ۲۱ هیدروژن وجود دارد بنابراین مجموع اعداد اکسایش هیدروژن برابر ۲۱ و عدد اکسایش نیتروژن برابر ۳- است. بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۰

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \left| \frac{3}{21} \right| = \frac{1}{7}$$

الف) در سلول گالوانی $D - B$ با توجه به واکنش نوشته شده چون < 0 واکنش E° است پس B کاتد و D آند یعنی قطب منفی است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۱

ب) چون $E^\circ > 0$ واکنش انجام پذیر بوده در نتیجه امکان نگهداری وجود ندارد.

ج) با توجه به واکنش ها B از A کاهنده تر و D از B کاهنده تر است.

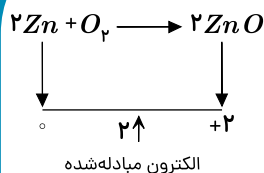
د) فلز B نمی تواند آلومینیوم باشد زیرا ظرفیت $+2$ B است.

گزینه ۱ غلط است. زیرا Z روی y قرار می گیرد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹۲

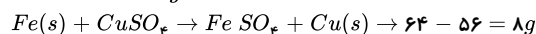
گزینه ۲ غلط است. زیرا واکنش آندی به صورت $x \rightarrow x^+ + e^-$ است.

گزینه ۴ غلط است. زیرا واکنش کاتدی به صورت $Z^{2+} + 2e^- \rightarrow Z$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹۳



$$171g ZnO \times \frac{1mol ZnO}{171g ZnO} \times \frac{4mol e^-}{2mol ZnO} = 0.4mol e^-$$



$$0.4mol e^- \times \frac{8g}{2mol e^-} = 1.6g$$

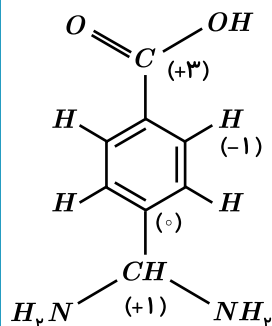
با در نظر گرفتن ساختار لوئیس ترکیب مورد نظر می توان گفت: (۹۴) ۱ ۲ ۳ ۴

در پیوند میان دو اتم یکسان، نصف الکترون های پیوندی برای هر اتم می باشد.

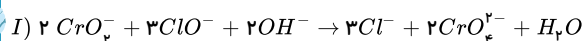
در پیوند میان دو اتم متفاوت، تمامی الکترون های مشترک متعلق به اتم نافلزتر است.

الکترون های ناپیوندی هر اتم، متعلق به همان اتم است.

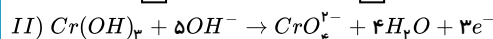
با کم کردن الکترون های متعلق به هر اتم از الکترون های ظرفیتی همان اتم، می توان عدد اکسایش را به دست آورد.



(۹۵) ۱ ۲ ۳ ۴

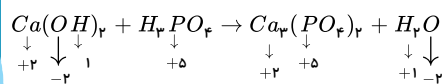


مجموع ضرایب واکنش دهنده ها: ۷ تغییر عدد اکسایش کروم $+3 \rightarrow +6 \Rightarrow$ ۳



مجموع ضرایب واکنش دهنده ها: ۶ تغییر عدد اکسایش کروم $+3 \rightarrow +6 \Rightarrow$ ۳

زیرا عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است. (۹۶) ۱ ۲ ۳ ۴



نکته: اگر در یک واکنش یک عنصر در حالت آزاد وجود داشته باشد، آن واکنش احتمالاً اکسایش - کاهش خواهد بود.

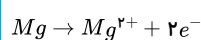
گزینه الف غلط است واکنش آندی به صورت $Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$ است. (۹۷) ۱ ۲ ۳ ۴

گزینه ب غلط است. در فرآیند هال آلومینیوم مذاب از ته ظرف خارج می شود.

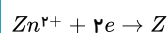
گزینه ج صحیح است.

گزینه د غلط است. الکترون از درون محلول حرکت نمی کند.

(۹۸) ۱ ۲ ۳ ۴



$$3.011 \times 10^{25} e^- \times \frac{1mol e^-}{6.022 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1mol Mg}{2mol e^-} \times \frac{24g}{1mol} = 600g \text{ مصرف}$$



$$3.011 \times 10^{25} e^- \times \frac{1mol e^-}{6.022 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1mol Zn}{2mol e^-} \times \frac{65g}{1mol} = 1625 \text{ تولید}$$

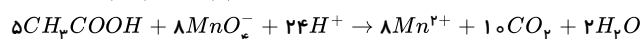
$$600 + 1625 = 2225 \text{ اختلاف جرم}$$

برای موازنه به صورت زیر عمل می کنیم: (۹۹) ۱ ۲ ۳ ۴

$$5 \times 4 + b = 44 \rightarrow b = 24$$

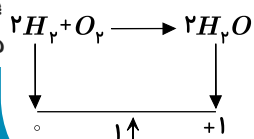
$$5 \times 2 + 4a = (10 \times 2) + 22 \rightarrow a = 8$$

$$8(-1) + 24(1) = 8n \rightarrow n = 2$$



در این واکنش $8 \times 5 = 40mol e^-$ مبادله شده است.

$$2mol e^- \times \frac{1mol CO_2}{40mol e^-} \times \frac{22.4L}{1mol CO_2} = 1.12L$$

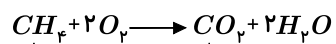


$$= 1 \times 2 \times 2 = 4mol e^-$$

(۱۰۰) ۱ ۲ ۳ ۴

ضریب x زیروند x تغییر اکسایش = الکترون مبادله شده

الکترون مبادله شده به ازای ضریب مولی می باشد یعنی $\frac{4 \text{ mol } e^-}{2 \text{ mol } H_2}$ پس به ازای ۵/۰ مول گاز هیدروژن $1 \text{ mol } e^- = \frac{4 \text{ mol } e^-}{2 \text{ mol } H_2} \times 5/0 \text{ mol } H_2$ مبادله می شود.



$$1 \text{ mol } e^- \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{4 \text{ mol } e^-} \times \frac{16 \text{ g}}{1 \text{ mol } CH_4} = 2 \text{ g } CH_4$$



انتشارات خوشخوان

خوشخوان