

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح



## آزمون ۶ بهمن ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۱	۲۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	عادی	۱۰	۳۱	۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	هندسه ۲	۱۰	۵۱	۶۰
	هندسه ۱			
۵	عادی	۱۰	۷۱	۹۰
	پیشروی سریع			

## نیمسال دوم، آغازی مهمتر!

نیمسال اول به پایان رسید و حالا نیمسال دوم آغاز شده است. البته نیمسال دوم آغازی مهمتر است؛ چرا؟

\* کارنامه دارید. کارنامه‌ی نیمسال اول را دریافت کرده‌اید و می‌توانید برنامه‌ریزی دقیق‌تری برای خود داشته باشید.

\* آگاه‌تر شده‌اید. در آغاز سال نسبت به هر درس شناخت کافی نداشتید، اما الان نسبت به نقاط قوت و ضعف خود آگاه‌تر شده‌اید.



## آزمون « ۶ بهمن ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (ریاضیات)

# وقت سؤال

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال

(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۱۰	حسابان ۲
	۱۰	
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه
	۱۰	
۳۱-۵۰	۱۰	هندسه ۳
	۱۰	
۵۱-۶۰	۱۰	هندسه ۲
	۱۰	
۶۱-۷۰	۱۰	هندسه ۱
	۱۰	
۷۱-۹۰	۱۰	ریاضیات گسسته
	۱۰	

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه خان-عباس خسروگردی-طاهر دادستانی-یاسین سپهر-حبیب شفیعی-جمشید عباسی-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیا مقدس ناک-جهانخوش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-سیدمحمدرضا حسینی فرد-افشین خاصه خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-فرزاد جوادی-کیوان دارابی-مصطفی دیداری-سوگند روشنی-محمد صحت کار-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار
گروه ویراستاری	مهدی ملامضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	سهیل تقی زاده	مهید خالتی	مهید خالتی
مسئول درس مستند سازی	عادل حسینی سمیه اسکندری	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی	امیرحسین ابومحبوب سرژ یقیازاریان تبریزی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
	ویراستاران: علیرضا زارعی-امیر قلی پور-امیرمحمد موحدی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

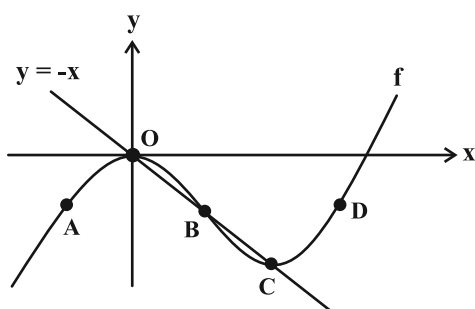
پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- اگر  $f(x) = \left[\frac{3}{2}x\right]x - 1$  باشد،  $f'(-3)$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۴ (۲) -۵ (۳) -۳ (۴) مشتق ندارد.

۲- مشتق تابع  $f(x) = |(x-1)^{\frac{4}{3}}|$  در  $x=1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ندارد.

۳- نمودار تابع  $f$  و خط  $y = -x$  در شکل زیر رسم شده است. تابع  $g(x) = \sqrt{x + \frac{x}{f'(x)}}$  در چند نقطه از نقاط مشخص شده روینمودار تابع  $f$  تعریف می‌شود؟

(۱) صفر

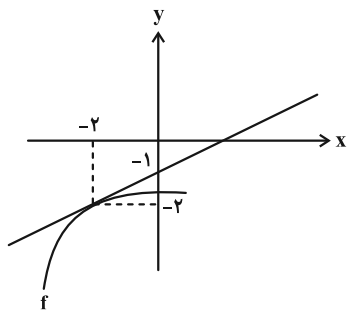
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۴- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9}$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۵- در شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر آن در  $x = -2$  رسم شده است. مشتق تابع  $g(x) = (x+2)f(x)$  در  $x = -2$  کدام است؟

(۱) -۲

(۲) ۱

(۳)  $\frac{1}{2}$ 

(۴) -۱

محل انجام محاسبات

۶- خط  $y = 3x - 1$  در  $x = -\frac{1}{4}$  بر نمودار تابع  $f(x) = ax^2 - 3ax + b$  مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در

خط  $x = \frac{7}{2}$  کدام است؟

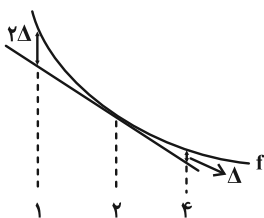
۱۳ (۴)

۸ (۳)

۲ (۲)

۷ (۱)

۷- در شکل زیر، نمودار تابع  $f$  و خط مماس بر آن در  $x = 2$  رسم شده است. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - 5}{h} = -6$  و  $f(4) = 0$  باشد، مقدار



$f(1)$  کدام است؟

۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۱ (۳)

۱۲ (۴)

۸- توابع  $f(x) = x \log_4 x^2$  و  $g(x) = \log_4 x$  مفروض اند. کدام خط در  $x = \frac{1}{4}$  بر نمودار تابع  $f - g$  مماس است؟

 $4x + 2y - 1 = 0$  (۲)

 $8x + y - 2 = 0$  (۱)

 $4x + y - 1 = 0$  (۴)

 $8x - y - 2 = 0$  (۳)

۹- اگر  $f(\frac{\pi}{4}) = 1$  و  $f'(\frac{\pi}{4}) = 1$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\frac{\pi}{4} + h) - f^2(\frac{\pi}{4})}{h}$  کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

۱۰- خطی که از دو نقطه  $(0, -1)$  و  $(\frac{1}{3}, 0)$  می‌گذرد، بر نمودار تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  عمود است. حاصل حد عبارت

وقتی  $x \rightarrow 1$  کدام است؟  $\frac{f^2(x) + f(x) - 6}{f(x)(2 - 2x)}$

 $-\frac{15}{4}$  (۴)

 $\frac{5}{12}$  (۳)

 $\frac{15}{4}$  (۲)

 $-\frac{5}{12}$  (۱)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۱- کدام تابع در  $x=0$  نقطه گوشه‌ای دارد؟

$$y = x\sqrt{x} \quad (۲)$$

$$y = \sqrt[3]{x} \quad (۱)$$

$$y = x|x| \quad (۴)$$

$$y = |x| \quad (۳)$$

۱۲- تابع  $f(x) = |x + \frac{1}{2}| - |x|$  در بازه  $(-1, 1)$  چند نقطه مشتق ناپذیر دارد؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)

$$۳ \quad (۲)$$

$$۴ \quad (۱)$$

$$۱ \quad (۴)$$

$$۲ \quad (۳)$$

۱۳- اگر  $f(x) = \sqrt{4x - x^2}$  باشد، دامنه تابع  $f'$  کدام است؟

$$[0, 2] \quad (۲)$$

$$[0, 4] \quad (۱)$$

$$(0, 4) \quad (۴)$$

$$[0, 2] \quad (۳)$$

۱۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1-x & ; x < 1 \\ x^2 - 2x + 2 & ; x \geq 1 \end{cases}$  باشد، تعداد نقاط مشتق ناپذیر تابع  $f \circ f$  با کدام یک از توابع زیر برابر است؟

$$y = x|x^2 - 4x| \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 4|x| \quad (۱)$$

$$y = |x^2 - 4x| \quad (۴)$$

$$y = |x^2 - 4|x|| \quad (۳)$$

۱۵- خط مجانب قائم نمودار تابع  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2 - ax - 1}}{x - a + 1}$  از خطوط مماس قائم بر نمودار آن، فاصله برابری دارد. مقدار  $f(a)$  کدام است؟

$$۱ \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (۱)$$

$$-۱ \quad (۴)$$

$$-\sqrt[3]{2} \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

۱۶- تعداد نقاط مشتق ناپذیر دو تابع  $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + (3a-4)x}$  و  $g(x) = |x+1| + a - 5$  یکسان است. چند عدد طبیعی به

جای  $a$  می توان قرار داد؟

- (۱) صفر  
 (۲) ۱  
 (۳) ۲  
 (۴) ۳

۱۷- تابع  $f(x) = (x^2 + (m+2n)x)[x^2 + nx]$  در  $x=2$  مشتق مخالف صفر دارد. اگر  $f'_+(0) = 10$  باشد، حاصل  $m-n$  کدام است؟

( $n \in \mathbb{Z}$  و  $[ ]$  نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲  
 (۲) ۴  
 (۳) -۲  
 (۴) -۴

۱۸- خط  $3x - 2y = 5 + a$  در  $x=3$  بر نمودار تابع  $f$  عمود است. اگر داشته باشیم:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-2h)}{h} = a + 6$  ، مقدار  $f(3)$

کدام است؟

- (۱) ۳  
 (۲) -۳  
 (۳) ۶  
 (۴) -۶

۱۹- تابع  $y = x^3$  در  $x = x_0$  نمودار وارون خود را قطع می کند. عرض از مبدأ خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1$  در

$x = x_0$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲)  $-\frac{3}{2}$   
 (۳) ۳  
 (۴)  $-\frac{2}{3}$

۲۰- مشتق راست تابع  $f(x) = \sqrt{2x^2 - x\sqrt{1 - \cos 4x}}$  در مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$   
 (۲)  $\sqrt{2} + 1$   
 (۳)  $-(\sqrt{2} + 1)$   
 (۴)  $-(\sqrt{2} - 1)$

ریاضی پایه: ریاضی ۱: مجموعه، الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارتهای جبری: صفحه‌های ۱ تا ۲۷ و ۲۷ تا ۴۷ / حسابان ۱: جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

۲۱- جمله دهم دنباله هندسی  $1, \dots, a_n$  چند برابر جمله دوازدهم دنباله حسابی  $1, \dots, b_n$  است؟

(۱)  $\frac{256}{13}$  (۲) ۱۶

(۳)  $\frac{512}{13}$  (۴) -۳۲

۲۲- با توجه به الگوی زیر، مجموع بزرگ‌ترین اعداد سطر و ستون در شکل سی‌ام کدام است؟

۹	۵	۳
	۷	
		۱۱

(۱)

۱۳	۹	۵	۳
		۷	
			۱۱
			۱۵

(۲)

۱۷	۱۳	۹	۵	۳
			۷	
				۱۱
				۱۵
				۱۹

(۳)

...

(۱) ۲۵۶

(۲) ۲۴۴

(۳) ۲۴۸

(۴) ۲۵۲

۲۳- جملات دوم، ششم و نهم دنباله  $t_n = an^2 + bn + c$  به ترتیب برابر با ۴، ۱۳ و ۲۵ است. حاصل  $a + b + c$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{7}{4}$

(۳)  $\frac{7}{2}$  (۴) ۳

۲۴- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. در دنباله هندسی مجموع بیست

جمله اول چند برابر مجموع ده جمله اول است؟

(۱) ۱۰۲۵ (۲) ۵۱۳

(۳) ۱۰۲۳ (۴) ۵۱۱

۲۵- در دنباله حسابی  $\dots, -5, -1, 3$  مجموع بیست جمله نخست با شماره جملات مضرب ۳ کدام است؟

(۱) -۲۳۸۰ (۲) -۸۶۰

(۳) -۱۵۶۰ (۴) -۶۴۰

۲۶- ۱۰ عضو از اعضای مجموعه  $\{10, 11, 12, \dots, 100\}$  را انتخاب می‌کنیم به طوری که این اعداد تشکیل دنباله حسابی بدهند.

در چند حالت قدرنسبت دنباله بزرگ‌تر از ۸ است؟

۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

۲۷- اگر  $\frac{54^m \times 24^n}{48^m \times 18^n} = 6$  باشد، حاصل  $m+n$  کدام است؟

۸ (۱)

۱۱ (۲)

۵ (۳)

۱۴ (۴)

۲۸- حاصل عبارت  $\frac{1}{2+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{13}} + \frac{1}{4+\sqrt{13}}$  کدام است؟

$-\frac{1}{3}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۲)

۱ (۳)

۲ (۴)

۲۹- اگر  $A = \frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $\sqrt{A+5} + \frac{4}{A}$  کدام است؟

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (۱)

$\sqrt{3}+1$  (۲)

$\sqrt{2}+1$  (۳)

$\sqrt{3}+\sqrt{2}$  (۴)

۳۰- اگر  $x=a$  جواب بزرگ‌تر معادله  $(x-3)(x+5)=18x-40$  باشد، حاصل  $\sqrt{a}-\frac{5}{\sqrt{a}}$  کدام است؟

$\sqrt{14}$  (۱)

$\sqrt{26}$  (۲)

$\sqrt{6}$  (۳)

$\sqrt{10}$  (۴)

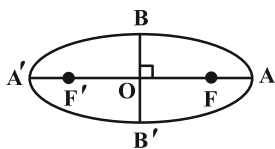
محل انجام محاسبات



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان بیضی): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در بیضی زیر اگر  $FA' = ۳۲$  و  $BB' = ۱۶$ ، اندازه  $AF$  کدام است؟

۸ (۱)

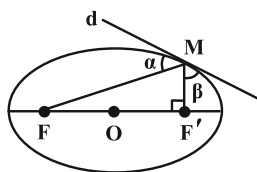
۶ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

۳۲- نقطه  $(۲, ۱)$  مرکز یک بیضی افقی است و نقاط  $(-۳, ۱)$  و  $(۲, ۴)$  روی این بیضی قرار دارند. کدام نقطه یکی از کانون‌های این

بیضی است؟

 $(۶, ۱)$  (۴) $(-۵, ۱)$  (۳) $(۴, ۱)$  (۲) $(-۱, ۱)$  (۱)۳۳- قطر کوچک  $BB'$  یک بیضی و  $F$  و  $F'$  کانون‌های آن هستند. اگر  $\widehat{FBF'} = ۶۰^\circ$ ، آن‌گاه خروج از مرکز بیضی چقدر است؟ $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$  (۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$  (۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$  (۲) $\frac{۱}{۲}$  (۱)۳۴- در بیضی زیر  $MF = ۲MF'$  و خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است.  $\frac{\alpha}{۲} + \frac{\beta}{۳}$  برابر کدام است؟ $۴۰^\circ$  (۱) $۴۵^\circ$  (۲) $۵۰^\circ$  (۳) $۶۰^\circ$  (۴)۳۵- از نقطه  $M$  روی بیضی با کانون‌های  $F$  و  $F'$  پاره خط  $FF' = ۸$  با زاویه قائمه رؤیت می‌شود. اگر قطر کوچک بیضی برابر ۶ باشد،مساحت مثلث  $MFF'$  کدام است؟

۶ (۴)

 $\frac{۹}{۴}$  (۳)

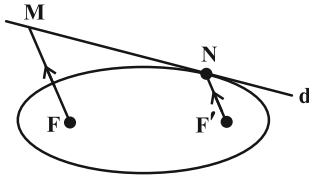
۱۲ (۲)

۹ (۱)

محل انجام محاسبات

۳۶- خط  $d$  در نقطه  $N$  بر بیضی مماس است و  $F'$  و  $F$  کانون‌های بیضی هستند. اگر  $F'M \parallel F'N$ ،  $FM + F'N = 10$  و  $FF' = 6$

باشد، آن‌گاه طول قطر کوچک بیضی چقدر است؟



۶ (۱)

 $2\sqrt{10}$  (۲)

۸ (۳)

 $6\sqrt{2}$  (۴)

۳۷- در یک بیضی به مرکز تقارن  $O$ ، اندازه قطر بزرگ برابر  $4\sqrt{3}$  و خروج از مرکز برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  است. دایره‌ای به مرکز  $O$  که در

رأس‌های کانونی بیضی بر بیضی مماس است، رسم می‌کنیم. خطی که از کانون بیضی عمود بر محور کانونی رسم می‌شود این

دایره را در دو نقطه  $P$  و  $Q$  قطع می‌کند، اندازه پاره خط  $PQ$  چقدر است؟

 $2\sqrt{3}$  (۲) $2\sqrt{2}$  (۱)

۳ (۴)

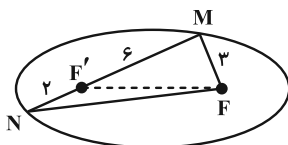
۴ (۳)

۳۸- مرکز تقارن یک بیضی بر مبدأ مختصات قرار دارد. اگر نقطه  $F(5, 0)$  یکی از کانون‌های این بیضی باشد و شعاع نوری از نقطه  $F$

بگذرد و به بدنه بیضی در نقطه  $M(3, 2)$  بتابد، معادله پرتو بازتاب کدام است؟

 $4x - y = 10$  (۲) $x + 4y = 11$  (۱) $x - 4y = -5$  (۴) $4x + y = 14$  (۳)

۳۹- در بیضی شکل زیر  $F$  و  $F'$  کانون‌ها هستند و  $MN$  از کانون  $F'$  می‌گذرد. با توجه به اندازه‌های داده شده، خروج از مرکز بیضی چقدر است؟

 $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲) $\frac{1}{3}$  (۱) $\frac{1}{2}$  (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)

۴۰- فرض کنید خط  $y = 2$  بیضی به مرکز مبدأ مختصات، رأس  $(0, 4)$  و کانون  $(0, 3)$  را در نقطه  $M$  قطع کند. فاصله  $M$  از

دورترین کانون بیضی کدام است؟

۶/۵ (۴)

۶ (۳)

۵/۵ (۲)

۵ (۱)

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا سر تبدیل معادله یک سهمی به صورت متعارف): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۴ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- اگر  $A(6\sqrt{5}, 2)$  و  $A'(0, 2)$  دو سر قطر بزرگ بیضی با قطر کوچک به طول ۴ باشند و دایره هم‌مرکز با بیضی و شعاع  $\sqrt{41}$ ،

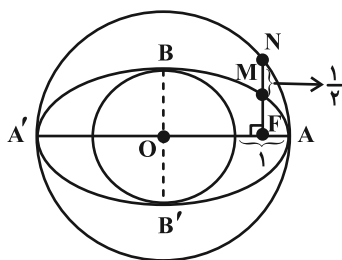
بیضی را در نقطه  $P$  قطع کند، مجموع مربعات فواصل  $P$  از دو کانون بیضی کدام است؟

(۱) ۹۰ (۲) ۸۲

(۳) ۱۶۴ (۴) ۶۴

۴۲- در شکل زیر،  $O$  مرکز تقارن بیضی است و دو دایره به قطرهای  $AA'$  و  $BB'$  رسم شده‌اند. از نقطه  $F$ ، کانون بیضی، خطی عمود

بر  $AA'$  رسم شده تا بیضی و دایره بزرگ‌تر را در  $M$  و  $N$  قطع کند. خروج از مرکز بیضی چقدر است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

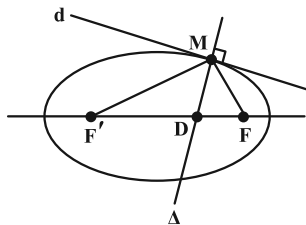
(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

۴۳- در شکل زیر خط  $d$  در نقطه  $M$  بر بیضی مماس است. خط  $\Delta$  در نقطه  $M$  بر خط  $d$  عمود شده و محور کانونی بیضی را در

نقطه  $D$  قطع می‌کند. اگر اندازه  $MF$ ، سه برابر اندازه  $DF$  و اندازه قطر کوچک بیضی برابر ۸ باشد، آن‌گاه اندازه قطر بزرگ

این بیضی چقدر است؟



(۱)  $6\sqrt{2}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $6\sqrt{3}$

(۴)  $3\sqrt{2}$

۴۴- نقاط  $(2, 1)$  و  $(-1, 1)$  به ترتیب رأس و کانون یک سهمی هستند. معادله این سهمی کدام است؟

$$(1) \quad (y-1)^2 = 6(x-2)$$

$$(2) \quad (y-1)^2 = -6(x-2)$$

$$(3) \quad (y-1)^2 = 12(x-2)$$

$$(4) \quad (y-1)^2 = -12(x-2)$$

۴۵- نقطه  $(1, -1)$  رأس یک سهمی و خط  $y = -\frac{3}{4}$  خط هادی آن است. این سهمی محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می کند؟

$$(1) \quad -\frac{3}{4}$$

$$(2) \quad -\frac{1}{2}$$

$$(3) \quad -\frac{1}{4}$$

$$(4) \quad -\frac{1}{8}$$

۴۶-  $M$  نقطه‌ای روی سهمی  $(y+2)^2 = 8x$  است که از رأس سهمی و خط هادی به یک فاصله است. عرض نقطه  $M$  کدام می تواند باشد؟

$$(1) \quad 2 - 2\sqrt{2}$$

$$(2) \quad -2 - \sqrt{2}$$

$$(3) \quad -2 + \sqrt{2}$$

$$(4) \quad -2 - 2\sqrt{2}$$

۴۷- در یک سهمی معادله محور تقارن و خط هادی به ترتیب  $x = 2$  و  $y = 0$  است. اگر سهمی از نقطه  $(4, 2)$  بگذرد معادله سهمی کدام است؟

$$(1) \quad (x-2)^2 = -4(y-1)$$

$$(2) \quad (x-2)^2 = 4(y-1)$$

$$(3) \quad (x+2)^2 = 4(y+1)$$

$$(4) \quad (x+2)^2 = -4(y+1)$$

۴۸- یک سهمی از نقطه  $A(-1, 2)$  می گذرد و کانونش نقطه‌ای در ناحیه اول دستگاه مختصات و روی خط  $y = x - 1$  است. اگر خط  $y = 6$  خط هادی این سهمی باشد آن گاه فاصله کانون تا خط هادی کدام است؟

$$(1) \quad 2$$

$$(2) \quad 3$$

$$(3) \quad 4$$

$$(4) \quad 6$$

۴۹- یک سهمی قائم رو به پایین، محور  $x$  ها را در نقاطی به طول های  $-1$  و  $7$  قطع می کند و رأس آن روی خط  $y = 2x - 1$  قرار دارد. فاصله کانونی این سهمی چقدر است؟

$$(1) \quad 0/8$$

$$(2) \quad 0/6$$

$$(3) \quad 1/2$$

$$(4) \quad 1$$

۵۰- مراکز دایره‌هایی که هم بر خط  $x = 3$  و هم بر دایره  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$  مماس هستند، روی یک سهمی قرار دارند. فاصله کانون این سهمی از خط هادی چقدر است؟

$$(1) \quad 4$$

$$(2) \quad 6$$

$$(3) \quad 8$$

$$(4) \quad 9$$

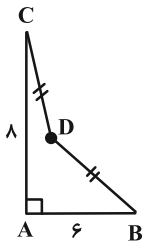
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲: تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۳ تا ۵۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در شکل زیر،  $\widehat{CDB} = 120^\circ$  بوده و D از دو رأس B و C به یک فاصله است. نقطه D' طوری انتخاب شده که چهارضلعی محدب ABD'C حداکثر مساحت ممکن را دارد، به طوری که محیط چهارضلعی ABD'C با محیط چهارضلعی نامحدب ABDC برابر است. این حداکثر مساحت کدام است؟



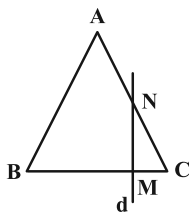
(۱)  $32 + \frac{25\sqrt{3}}{9}$

(۲)  $24 + \frac{25\sqrt{3}}{4}$

(۳)  $32 + \frac{25\sqrt{3}}{12}$

(۴)  $24 + \frac{25\sqrt{3}}{3}$

۵۲- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۲ مفروض است. از نقطه M که ضلع BC را به نسبت  $\frac{1}{3}$  تقسیم کرده، خط d را بر BC عمود می‌کنیم. اگر بازتاب رأس C نسبت به خط d، نقطه C' باشد مساحت مثلث NCC' کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۴)  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

۵۳- نقاط  $A(-1, 4)$ ،  $B(4, 2)$ ،  $C(n+2, 0)$  و  $D(n, 0)$  مفروضند. در حالتی که محیط چهارضلعی حداقل مقدار ممکن است، مساحت آن چقدر است؟

(۴) ۱۳

(۳) ۱۲

(۲) ۱۱

(۱) ۱۰

محل انجام محاسبات

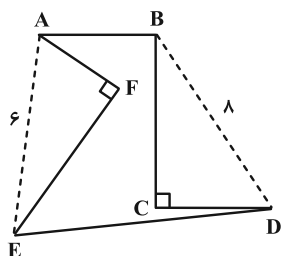
۵۴- اگر  $F$  یک تبدیل هندسی و  $F(A)$  تبدیل یافته نقطه  $A$  باشد، رابطه  $F(F(A)) = A$  برای کدام تبدیل، لزوماً برقرار نیست؟

(۱) بازتاب (۲) دوران  $180^\circ$

(۳) تجانس با نسبت  $k = -1$  (۴) انتقال

۵۵- در دو مثلث قائم الزاویه  $BCD$  و  $AEF$  از شش ضلعی زیر، نسبت طول اضلاع قائمه  $\frac{1}{4}$  است. اگر بدون تغییر محیط شش ضلعی،

مساحت آن را تا حد امکان افزایش دهیم، مساحت آن ۳ برابر می شود. مساحت شش ضلعی اولیه چقدر است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۲۰

(۳) ۲۴

(۴) ۳۰

۵۶- در مربع  $ABCD$  به طول ضلع ۴،  $O$  مرکز مربع بوده و نقطه  $M$  روی ضلع  $BC$  قرار دارد. کمترین مقدار برای مجموع فواصل

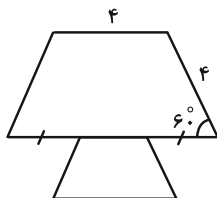
$M$  از دو نقطه  $A$  و  $O$  کدام است؟

(۱)  $4\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{10}$

(۳) ۶ (۴)  $\frac{16}{3}$

۵۷- مطابق شکل دو دوزنقه متساوی الساقین، مجانس یکدیگر با نسبت ۳ می باشند. اگر  $O$  مرکز تجانس باشد فاصله  $O$  تا قاعده

کوچک دوزنقه کوچک تر کدام است؟



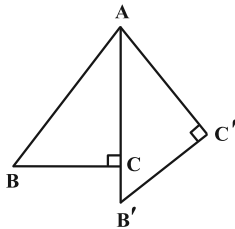
(۱)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴)  $\sqrt{3}$

۵۸- مثلث قائم الزاویه  $ABC$  را به مرکز  $A$  و به زاویه  $30^\circ$  دوران می‌دهیم. مطابق شکل تصویر وتر روی ضلع قائم منطبق می‌شود.



اگر طول پاره‌خط  $B'C$  برابر  $\sqrt{3} + 1$  باشد، طول وتر  $AB$  برابر کدام است؟

(۱)  $6\sqrt{3} + 10$

(۲)  $6\sqrt{3} + 8$

(۳)  $8\sqrt{3} + 6$

(۴)  $8\sqrt{3} + 4$

۵۹- مربع  $ABCD$  با طول قطر  $4\sqrt{2}$  را با بردار انتقال  $\overline{AB}$  انتقال داده‌ایم. فاصله رأس  $D$  تا تبدیل یافته رأس  $B$  کدام است؟

(۱)  $8$

(۲)  $4\sqrt{3}$

(۴)  $16$

(۳)  $4\sqrt{5}$

۶۰- مربع  $ABCD$  را ابتدا با تجانس به مرکز  $C$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  به مربع  $A'B'C'D'$  و سپس با همان مرکز و نسبت  $\frac{1}{4}$  به مربع

$A''B''C''D''$  تصویر می‌کنیم. مساحت ناحیه بین دو مربع  $ABCD$  و  $A''B''C''D''$  چه کسری از مساحت  $ABCD$  است؟

(۲)  $\frac{35}{36}$

(۱)  $\frac{5}{6}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{4}{9}$

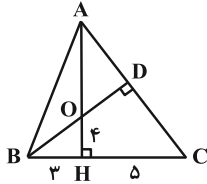
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - چندضلعی‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۶۴

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال هندسه ۲ (۵۱ تا ۶۰) و هندسه ۱ (۶۱ تا ۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

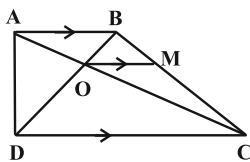
۶۱- در مثلث  $ABC$  دو ارتفاع  $AH$  و  $BD$  همدیگر را در  $O$  قطع می‌کنند. طول پاره خط  $DC$  کدام است؟(۱)  $\frac{4}{8}$ (۲)  $\frac{6}{4}$ (۳)  $\frac{3}{6}$ (۴)  $\frac{7}{2}$ ۶۲- اگر وسط ضلع‌های چهارضلعی  $ABCD$  با  $AB=9$ ،  $BC=7$  و  $CD=2$  را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، یک مستطیل بهدست می‌آید؛ طول ضلع  $AD$  کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۴

(۴) ۷

(۳) ۶

۶۳- در شکل زیر از محل برخورد قطرهای دوزنقه، خطی موازی با قاعده‌های آن رسم کرده‌ایم. اگر  $S_{COD} = 4S_{AOB}$ ، آن‌گاه مساحتمثلث  $MOC$  چه کسری از مساحت مثلث  $COD$  است؟(۲)  $\frac{1}{2}$ (۱)  $\frac{1}{3}$ (۴)  $\frac{2}{5}$ (۳)  $\frac{3}{5}$ 

محل انجام محاسبات



۶۴- درون یک مربع به محیط ۴۲، یک مربع به محیط ۳۰ طوری محاط شده است که رئوس مربع کوچک روی اضلاع مربع بزرگ قرار

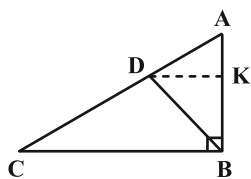
گرفته است. فاصله یک رأس مربع بزرگ از نزدیکترین ضلع مربع کوچک چقدر است؟

۴ (۲) ۴/۵ (۱)

۳ (۴) ۳/۶ (۳)

۶۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $BD$  نیمساز زاویه قائمه و  $BC = 6$  بزرگترین ضلع قائمه است. اگر طول ساق مایل در دوزنقه

$BCDK$  برابر  $\frac{3\sqrt{10}}{2}$  باشد، طول ساق قائم چقدر است؟



۳ (۱)

۲/۵ (۲)

۲ (۳)

۱/۵ (۴)

۶۶- مجموع تعداد قطرهای متمایز گذرا از سه رأس دوه‌دو غیرمجاور در یک  $n$  ضلعی محدب برابر ۱۸ است. با رسم قطرهای گذرنده

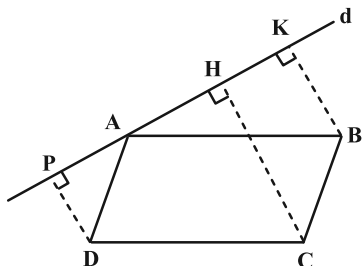
از یک رأس این  $n$  ضلعی، سطح آن به چند مثلث متمایز تقسیم می‌شود؟

۷ (۲) ۸ (۱)

۹ (۴) ۶ (۳)

۶۷- در متوازی‌الاضلاع  $ABCD$ ، خط دلخواه  $d$  از رأس  $A$  می‌گذرد. از رئوس  $B$ ،  $C$  و  $D$  سه عمود بر خط  $d$  رسم می‌کنیم. اگر

$BK = 8$  و  $DP = 4$  باشد، اندازه  $CH$  چقدر است؟



۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۶۸- از نقطه  $M$  وسط ضلع  $AB$  از مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، عمود  $MH$  را بر وتر  $BC$  رسم می‌کنیم. اگر  $CH = \sqrt{3}$  و  $BH = \sqrt{2}$

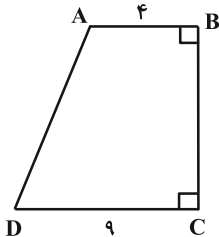
باشد، اندازه ضلع  $AC$  کدام است؟

۱ (۲)

۲ (۱)

 $\frac{5}{2}$  (۴) $\frac{1}{2}$  (۳)

۶۹- در دوزنقه قائم‌الزاویه زیر، نقطه تقاطع نیمسازهای زوایای داخلی  $A$  و  $D$  روی ساق  $BC$  قرار دارد. محیط این دوزنقه چقدر است؟



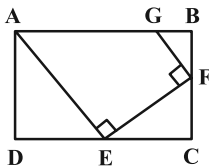
۳۸ (۱)

۳۶ (۲)

۲۶ (۳)

۲۸ (۴)

۷۰- در شکل زیر چهارضلعی  $ABCD$  یک مستطیل است. اگر  $DE = ۱۲$ ،  $GF = ۸\sqrt{5}$  و  $BF = ۲FC$ ، آن‌گاه اندازه  $AG$  کدام است؟



۱۴ (۱)

۱۶ (۲)

۱۸ (۳)

۲۰ (۴)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی (تا پایان کار در کلاس صفحه ۴۷): صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- برای گراف  $G$  از مرتبه ۵ چند تا از گزاره‌های زیر درست است؟الف) گراف  $G$  قطعاً یک مجموعه احاطه‌گر ۵ عضوی دارد.

ب) هر مجموعه که شامل یک مجموعه احاطه‌گر باشد، خود مجموعه‌ای احاطه‌گر است.

پ) اگر درجه یک رأس این گراف برابر ۴ باشد هر مجموعه شامل این رأس، احاطه‌گر است.

ت) این گراف ممکن است مجموعه احاطه‌گر نداشته باشد.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۲- فرض کنید  $a, b, c, d, e, f$  شهرهای یک استان هستند و فاصله‌های مستقیم این شهرها از یکدیگر، مطابق جدول زیر

باشد. می‌خواهیم تعدادی ایستگاه رادیویی در برخی از شهرهای این استان راه‌اندازی کنیم به طوری که همه شهرهای استان

تحت پوشش رادیویی قرار بگیرند. اگر هر ایستگاه رادیویی تا ۲۰ کیلومتر اطراف خود را پوشش دهد برای این کار به حداقل

چند ایستگاه رادیویی نیاز داریم؟

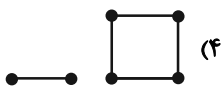
	a	b	c	d	e	f
a		۲۰	۴۰	۲۰	۱۵	۳۵
b	۲۰		۳۰	۳۵	۴۰	۱۲
c	۴۰	۳۰		۲۰	۵۵	۱۵
d	۲۰	۳۵	۲۰		۴۵	۳۰
e	۱۵	۴۰	۵۵	۴۵		۳۰
f	۳۵	۱۲	۱۵	۳۰	۳۰	

۱ (۱)

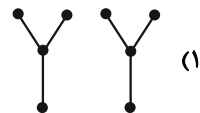
۲ (۲)

۳ (۳)

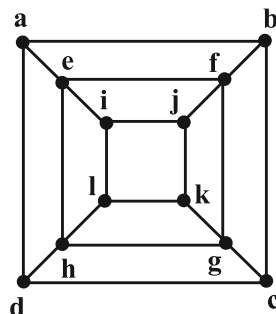
۴ (۴)

۷۳- در کدام گراف زیر، رابطه  $\gamma = \frac{p}{\Delta + 1}$  برقرار نیست؟

(۴)

 $K_p$  (۳) $K_p$  (۲)

(۱)



۷۴- عدد احاطه‌گری گراف زیر چقدر است؟

۱ (۱)

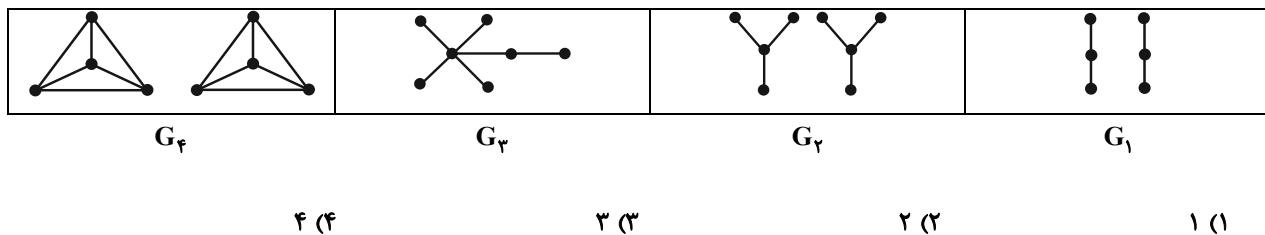
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبات

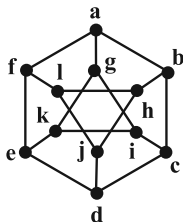
۷۵- چند گراف از گراف‌های زیر، مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا با اندازه ۲ دارد؟



۷۶-  $G$  یک گراف مرتبه ۵ است که تنها دو مجموعه احاطه‌گر مینیمم تک عضوی دارد. اگر این گراف کمترین تعداد یال ممکن را داشته باشد، آن گاه  $\gamma(\bar{G})$  چقدر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)  
 ۳ (۳)      ۴ (۴)

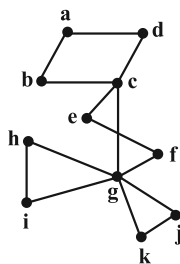
۷۷- از یکی از مجموعه‌های احاطه‌گر گراف زیر، یک رأس حذف کرده‌ایم تا مجموعه  $A$  حاصل شود. مجموعه  $A$  کدام نمی‌تواند باشد؟



- ۱ (۱)  $\{b, c, l\}$   
 ۲ (۲)  $\{c, f, j\}$   
 ۳ (۳)  $\{e, g, i\}$   
 ۴ (۴)  $\{h, i, l\}$

۷۸- چه تعداد از مجموعه‌های زیر برای گراف زیر، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال نیست؟

- الف)  $\{b, c, g\}$       ب)  $\{g, e, a\}$       پ)  $\{a, f, d, g\}$       ت)  $\{k, i, c, f, d\}$



- ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۳ (۳)  
 ۴ (۴)

۷۹- چند گراف ساده با مجموعه رأس‌های  $\{a, b, c, d\}$  وجود دارد که مجموعه  $D = \{a\}$  یک مجموعه احاطه‌گر آن باشد؟

- ۱ (۱)      ۴ (۲)      ۸ (۳)      ۴ (۴) به اندازه گراف بستگی دارد.

۸۰- گراف  $C_3$  چند زیرگراف متمایز دارد به طوری که هر زیرگراف فقط دارای دو  $\gamma$ -مجموعه متمایز باشد؟

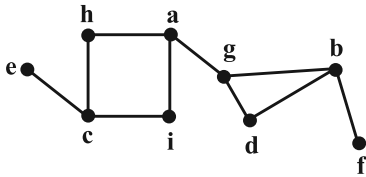
- ۳ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۸ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر برای گراف زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم است؟



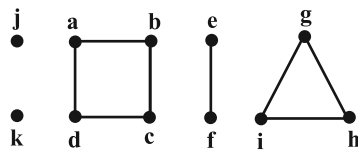
{a, b, c} (۱)

{a, b, d} (۲)

{a, d, e, f} (۳)

{a, b, c, d} (۴)

۸۲- گراف زیر چند ۷-مجموعه متمایز دارد؟



۳۰ (۱)

۲۴ (۲)

۱۲ (۳)

۳۶ (۴)

۸۳- در یک گراف  $k$ -منتظم از مرتبه ۱۷، اگر  $3 \leq k \leq 8$  و در این گراف رابطه  $\gamma(G) = \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil$  برقرار باشد، مجموع مقادیر ممکن

برای عدد احاطه‌گری این گراف‌ها کدام است؟ ( $n$  مرتبه گراف است.)

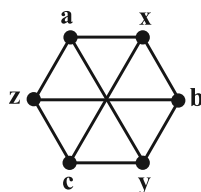
۱۱ (۲)

۹ (۱)

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۸۴- گراف زیر چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال غیر مینیمم دارد؟



۱ (۱)

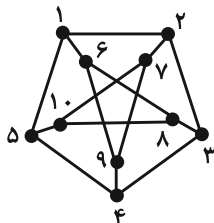
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۸۵- کدام مجموعه برای گراف زیر یک مجموعه احاطه گر غیرمینیمال است؟



(۱)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(۲)  $\{1, 8, 9\}$

(۳)  $\{1, 3, 7, 8\}$

(۴)  $\{1, 3, 10, 9\}$

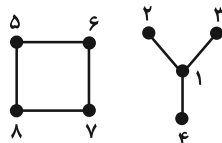
۸۶- گراف زیر چند مجموعه احاطه گر دارد؟

(۱) ۹۰

(۲) ۹۹

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۱۰



۸۷- حداقل اندازه یک گراف از مرتبه ۸ با عدد احاطه گری ۲ کدام است؟

(۲) ۸

(۱) ۶

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

۸۸- گراف شکل زیر چند مجموعه احاطه گر شامل رأس  $b$  دارد؟



(۲) ۲۰

(۱) ۱۹

(۴) ۲۲

(۳) ۲۱

۸۹- اختلاف عدد احاطه گری دو گراف  $\bar{C}_3$  و  $\bar{C}_4$  کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

۹۰- حاصل ضرب درجات رأس‌های گراف  $G$  از مرتبه ۶، برابر ۹۶ است. اگر این گراف دوری به طول بزرگ‌تر از ۳ نداشته باشد، دارای

چند مجموعه احاطه گر مینیمال است؟

(۲) ۴

(۱) ۳

(۴) ۶

(۳) ۵

## دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح



## آزمون ۶ بهمن ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
	فیزیک ۲		۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع			
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
	شیمی ۲		۱۶۱	۱۷۰

## نیمسال دوم، آغازی مهم‌تر!

نیمسال اول به پایان رسید و حالا نیمسال دوم آغاز شده است. البته نیمسال دوم آغازی مهم‌تر است؛ چرا؟

\* انگیزه‌تان بیشتر است. همانند نیمه‌ی دوم فوتبال، در نیمسال دوم هم انگیزه برای موفقیت بیشتر است.

\* دوره‌ی طلایی نوروز را دارید. در تعطیلات نوروز می‌توانید تسلط خود را بر درس‌های نیمسال اول کامل کنید.



## آزمون « ۶ بهمن ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی (فیزیک و شیمی)

# زنگنه سؤال

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس	
۹۱-۱۱۰	۱۰	فیزیک ۳	عادی
	۱۰		پیشروی سریع
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲	زوج کتاب
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۱	
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۳	عادی
	۱۰		پیشروی سریع
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۲	زوج کتاب
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱	

### پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی-مهدی شریفی-پوریا علاقه‌مند-غلامرضا محبی-آراس محمدی-سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی‌مقدم	فیزیک	
هدی بهاری‌پور-احسان پنجه‌شاهی-محمدرضا پورجاوید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-میثم کوثری‌لشگری-علیرضا کیانی‌دوست-هادی مهدی‌زاده	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	امیر حاتمیان
گروه ویراستاری	دانیال راستی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رئیس‌های برتر	معین یوسفی‌نیا حسین بصیر ترکمپور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مهرداد ملوندی	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: پویا عربی-امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی	گروه مستندسازی
فرزانه فتح‌الزاده	حروف‌نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

### گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطين - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج (تا پایان موج طولی و مشخصه‌های آن): صفحه‌های ۶۹ تا ۷۸

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- کدام یک از موارد زیر درست هستند؟

(الف) امواج لرزه‌ای S از نوع طولی هستند.

(ب) هنگام انتشار موج عرضی در یک طناب، ذرات آن با بسامدهای مختلف نوسان می‌کنند.

(پ) هنگام انتشار موج طولی در یک فنر، فاصله بین دو تراکم متوالی، برابر طول موج است.

(ت) امواج ایجاد شده روی سطح آب و امواج رادیویی هر دو از نوع عرضی هستند.

(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) ب و ت (۴) پ و ت

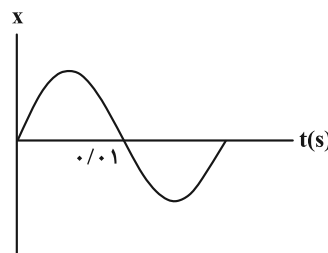
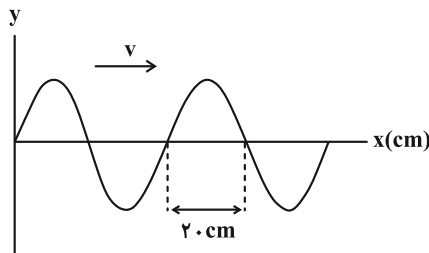
۹۲- چشمه موجی در هر دقیقه ۹۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر فاصله قله تا دره مجاور موج متناظر آن برابر ۱۵ cm باشد، تندی

انتشار موج در محیط چند متر بر ثانیه است؟

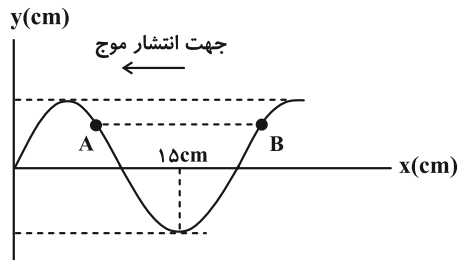
(۱) ۰/۹ (۲) ۴/۵ (۳) ۰/۴۵ (۴) ۹

۹۳- نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج عرضی و نمودار مکان - زمان یک نقطه از محیط انتشار موج به صورت زیر است. موج در هر دو

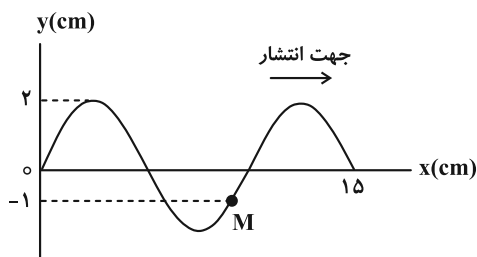
ثانیه چند متر پیشروی می‌کند؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴)  $2 \times 10^3$ ۹۴- شکل زیر نقش یک موج عرضی ایجاد شده در طنابی با چگالی  $\frac{g}{4 \text{ cm}^3}$  و قطر مقطع ۲ cm که تحت نیروی کشیده شده ۷۵ N کشیده شده

را نشان می‌دهد. بسامد این موج چند هرتز است و درست بعد از این لحظه که در شکل نشان داده شده است، کدام یک از نقاط

مشخص شده حرکت کندشونده خواهد داشت؟ ( $\pi = 3$ )

(۱) ۲۵۰ A (۲) ۲۵۰ B (۳) ۱۲۵ A (۴) ۱۲۵ B

۹۵- مطابق شکل یک موج عرضی در یک ریسمانی با مساحت سطح مقطع  $2 \text{ mm}^2$  و چگالی  $\frac{g}{8 \text{ cm}^3}$  که با نیروی ۱۰ N کشیده شده،در حال انتشار است. در بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_1 + \frac{1}{100}$  ثانیه، تندی متوسط ذره M روی ریسمان، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟(۱) ۴۰ (۲)  $2 \times 10^3$  (۳)  $4 \times 10^3$  (۴) ۲

محل انجام محاسبات



۹۶- یک موج الکترومغناطیسی در حال انتشار در جهت محور  $z$  است. در لحظه  $t = \frac{T}{4}$  در نقطه‌ای از فضا جهت میدان الکتریکی در جهت منفی محور  $y$  و مقدار آن  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  برابر مقدار بیشینه و اندازه آن در حال کاهش می‌باشد. در لحظه  $t' = \frac{3T}{4}$ ، میدان مغناطیسی آن نقطه در جهت ..... و مقدار آن ..... برابر بیشینه میدان مغناطیسی و در حال ..... است.

- (۱)  $-x$ ،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، کاهش  
 (۲)  $-x$ ،  $\frac{1}{2}$ ، کاهش  
 (۳)  $x$ ،  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، افزایش  
 (۴)  $x$ ،  $\frac{1}{2}$ ، افزایش

۹۷- چند مورد از عبارات زیر نادرست است؟

- الف) طول موج، فاصله بین دو نقطه از موج الکترومغناطیسی است که در آن دو، میدان الکتریکی با میدان مغناطیسی همگام است.  
 ب) میدان مغناطیسی متغیر، میدان الکتریکی تولید می‌کند.  
 پ) بار الکتریکی در فضای اطراف خود، میدان الکتریکی و مغناطیسی ایجاد می‌کند.  
 ت) امواج مکانیکی و الکترومغناطیسی در خلأ منتشر می‌شوند.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۹۸- دو زمین لرزه با فاصله زمانی، در دو محل مختلف رخ داده‌اند. جدول زیر گزارش یک مرکز لرزه‌نگاری است. فاصله زمانی بین رخ دادن دو زمین لرزه چند ثانیه است؟ (تندی انتشار امواج  $P$  و  $S$  به ترتیب  $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  و  $4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$  است.)

رخداد	زمان (s)
دریافت موج P	۰
دریافت موج S	۷۰
دریافت موج P	۲۱۰
دریافت موج S	۴۵۵

- (۱) ۱۵  
 (۲) ۹۰  
 (۳) ۱۰۵  
 (۴) ۲۱۰

۹۹- در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده، در یک لحظه از زمان، چه تعداد از موارد زیر می‌تواند درست باشد؟

- الف) فاصله بین دو جمع‌شدگی یا دو بازشدگی متوالی، برابر طول موج است.  
 ب) در محل‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی فنر رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.  
 پ) در محل‌هایی که بیشترین بازشدگی فنر رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است.  
 ت) بیشینه جابه‌جایی از مکان تعادل برابر دامنه است.

ث) در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است.

- (۱) ۲  
 (۲) ۳  
 (۳) ۴  
 (۴) ۵

۱۰۰- در یک موج سینوسی فاصله بین یک دره و یک قله برابر با  $90 \text{ cm}$  است. فاصله بین دو قله متوالی از این موج چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

$1/8 \text{ m}$ ،  $1/9 \text{ m}$ ،  $1/6 \text{ m}$ ،  $1/36 \text{ m}$ ،  $1/3 \text{ m}$

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- چند مورد از موارد زیر، در مورد موج صوتی نادرست است؟

الف) صوت یک موج طولی است و در نتیجه در خلأ هم منتشر می‌شود.

ب) تندی انتشار صوت به جنس و دمای محیط وابسته است و عموماً در مایعات بیشتر از گازهاست.

پ) وقتی موج صوتی از یک بلندگو به سمت شنونده حرکت می‌کند، مولکول‌های هوا با موج حرکت می‌کنند تا به گوش شنونده برسند.

ت) فاصله بین یک تراکم و انبساط در هنگام انتشار صوت برابر طول موج است.

ث) چشمه‌های صوت، اجسام مرتعش هستند.

۱) صفر (۲) ۱

۲) ۳ (۴) ۲

۱۰۲- اگر به میله نازکی ضربه بزنیم، شخصی که گوش خود را نزدیک انتهای میله نگه داشته دو صوت با اختلاف زمانی  $0.25$  s می‌شنود. اگر

تندی صوت در هوا برابر  $320 \frac{m}{s}$  و طول میله  $72$  متر باشد، تندی انتشار صوت در میله چند برابر تندی انتشار صوت در هوا است؟

۱) ۳ (۲) ۹

۲) ۸ (۴) ۶

۱۰۳- توان یک چشمه صوت  $120W$  است. در چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر از این چشمه صوت، تراز شدت صوت، برابر با  $64$

دسی‌بل است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ،  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ ،  $\pi = 3$  و از جذب انرژی توسط محیط انتشار صوت صرف‌نظر شود).

۱)  $2 \times 10^3$  (۲)  $4 \times 10^3$

۲)  $4 \times 10^5$  (۴)  $2 \times 10^5$

۱۰۴- اگر شدت صوتی را  $100$  برابر کنیم، تراز شدت صوت  $8$  برابر می‌شود. تراز شدت صوت در حالت دوم چند دسی‌بل است؟

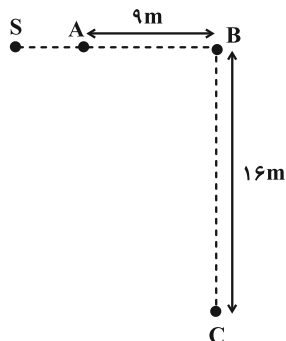
۱)  $\frac{20}{7}$  (۲)  $\frac{160}{7}$

۲)  $\frac{1}{40}$  (۴)  $40$

محل انجام محاسبات

۱۰۵- مطابق شکل زیر، یک چشمه صوتی در نقطه S قرار دارد. اگر اختلاف تراز شدت صوت در نقاط A و B، برابر با ۱۲dB و توان

چشمه صوت ۱۲۰W باشد، تراز شدت صوت در نقطه C چند دسی‌بل است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ،  $\pi = 3$ )،  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$  و از



اتلاف انرژی صوتی صرف نظر کنید.)

(۱) ۹۰

(۲) ۱۰۴

(۳) ۱۰۶

(۴) ۱۱۰

۱۰۶- در چند مورد از حالت‌های زیر، ارتفاع صدا افزایش می‌یابد؟

الف) ضربه‌ای که به یک دیابازون می‌زنیم محکم‌تر شود.

ب) فاصله از چشمه صوت کاهش یابد.

پ) صوت از هوا وارد آب شود.

(۴) ۳

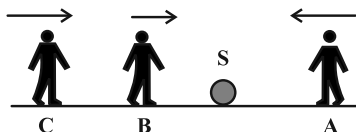
(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۰۷- در شکل زیر شنونده‌های A، B و C به ترتیب با تندی‌های  $v$ ،  $v$  و  $2v$  در جهت‌های نشان داده شده به طرف چشمه صوتی

ساکن S حرکت می‌کنند. کدام گزینه در مورد بسامدها و طول موج‌های دریافتی این افراد درست است؟



$$\lambda_B = \lambda_C, f_A = f_B \quad (1)$$

$$\lambda_A > \lambda_C, f_C > f_B \quad (2)$$

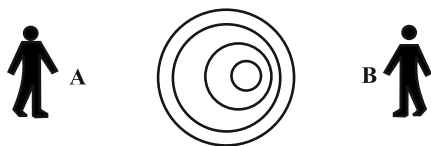
$$\lambda_B > \lambda_C, f_A = f_B \quad (3)$$

$$\lambda_C = \lambda_A, f_C = f_B \quad (4)$$

۱۰۸- مطابق شکل یک چشمه صوت، صدایی با طول موج  $\lambda_S$  تولید کرده و با تندی ثابت  $v_S$  در محیطی که تندی انتشار صوت  $v$

است، حرکت می‌کند. اگر طول موج دریافتی توسط شنونده‌های A و B را به ترتیب با  $\lambda_A$  و  $\lambda_B$  نشان دهیم، کدام گزینه

درست است؟



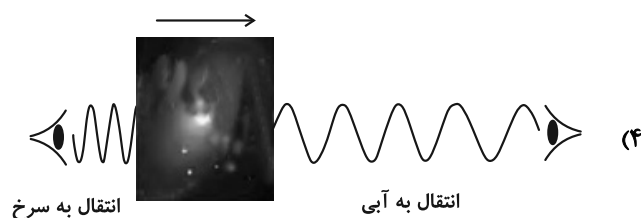
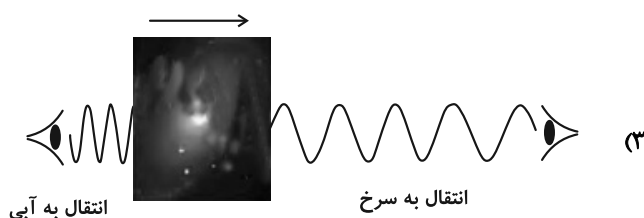
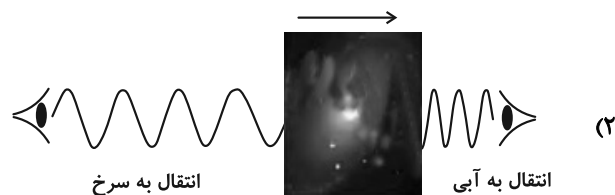
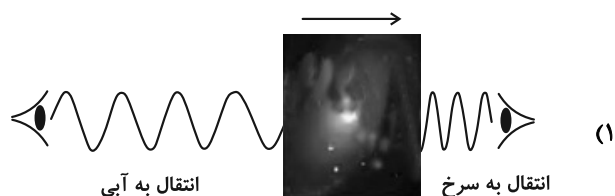
$$v_S > v, \lambda_A > \lambda_S > \lambda_B \quad (1)$$

$$v_S < v, \lambda_A > \lambda_S > \lambda_B \quad (2)$$

$$v_S > v, \lambda_A < \lambda_S < \lambda_B \quad (3)$$

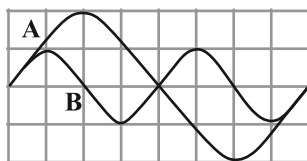
$$v_S < v, \lambda_A < \lambda_S < \lambda_B \quad (4)$$

۱۰۹- کدام شکل در مورد حرکت یک کیهکشان و اثر دوپلر درست رسم شده است؟ (فلش جهت حرکت کیهکشان را نشان می‌دهد).



۱۱۰- نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج صوتی A و B که در یک محیط منتشر شده‌اند، مطابق شکل زیر است. تراز شدت صوت A

در فاصله ۲ از چشمه‌اش ..... شدت صوت B در فاصله ۲r از چشمه‌اش است. (اتلاف انرژی نداریم و  $\log 2 = 0.3$ )



(۱) ۶ دسی‌بل کمتر از

(۲) ۳ دسی‌بل کمتر از

(۳) ۶ دسی‌بل بیشتر از

(۴) ۳ دسی‌بل بیشتر از

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: الکتریسته ساکن، جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۲ تا ۶۱

توجه:

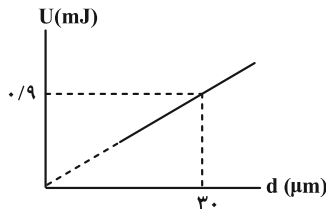
دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- خازنی با صفحات تخت که به فاصله ۱ cm از هم قرار گرفته‌اند، توسط یک باتری ۱۰ ولتی شارژ می‌شود و سپس آن را از باتری جدا کرده و فاصله صفحات آن را دو برابر می‌کنیم. به ترتیب ولتاژ جدید بین صفحات خازن چند ولت و انرژی خازن چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۱۰،  $\frac{1}{2}$  (۲) ۲۰،  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱۰، ۲ (۴) ۲۰، ۲

۱۱۲- نمودار انرژی ذخیره شده در یک خازن تخت برحسب فاصله صفحات آن مطابق شکل زیر است. اگر مساحت صفحات خازن  $0.6 \text{ cm}^2$  باشد، با تغییر فاصله صفحات خازن از  $3 \mu\text{m}$  به  $6 \mu\text{m}$  به ترتیب اختلاف ولتاژ دو صفحه خازن و انرژی ذخیره شده

در آن چگونه تغییر می‌کند؟ (پدیده فروریزش اتفاق نمی‌افتد، بین صفحات خازن هوا وجود دارد و  $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ )



- (۱) ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد،  $60 \mu\text{m}$  افزایش می‌یابد.  
 (۲) ۲۰۰ درصد افزایش می‌یابد،  $90 \mu\text{m}$  افزایش می‌یابد.  
 (۳) ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد،  $90 \mu\text{m}$  افزایش می‌یابد.  
 (۴) ثابت می‌ماند،  $60 \mu\text{m}$  افزایش می‌یابد.

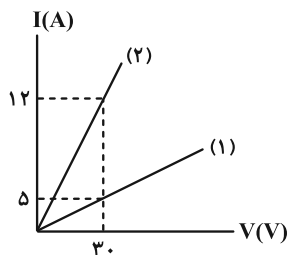
۱۱۳- مساحت هر یک از صفحات یک خازن تخت  $5 \text{ cm}^2$  و ظرفیت آن  $8 \text{ nF}$  است. فضای بین دو صفحه خازن از عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱۰ پر شده است. اگر بزرگی میدان الکتریکی بین دو صفحه از  $2 \times 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  بیشتر شود، پدیده فروریزش رخ

می‌دهد. بیشترین باری که در این خازن می‌تواند ذخیره شود، چند میکروکولن است؟ ( $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$ )

- (۱)  $1/8$  (۲)  $1/2$  (۳)  $0/9$  (۴)  $3/6$

۱۱۴- نمودار  $I - V$  دو مقاومت (۱) و (۲) مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها  $3 \text{ A}$  است، اگر

$R_1 = \alpha \Omega$ ،  $R_2 = \beta \Omega$  و  $C = \frac{2\alpha - 1}{3\beta}$  باشد، مقدار  $C$  کدام است؟



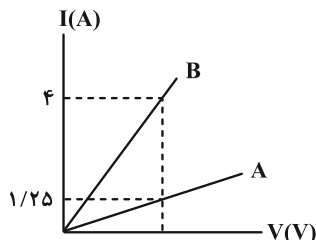
- (۱)  $\frac{11}{15}$   
 (۲)  $\frac{22}{15}$   
 (۳)  $\frac{9}{2}$   
 (۴)  $\frac{2}{9}$

محل انجام محاسبات

۱۱۵- هرگاه اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانای اهمی ۲۰ درصد افزایش یابد، جریان عبوری از آن ۱ آمپر افزایش می‌یابد. بار عبوری از مقطع دلخواه رسانا در حالت اول در مدت ۲۴ دقیقه چند آمپر ساعت بوده است؟ (دما ثابت است).

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶ (۴)

۱۱۶- نمودار جریان بر حسب ولتاژ دو سیم هم جنس A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم سیم B، ۵ برابر جرم سیم A باشد، قطر مقطع سیم B چند برابر قطر مقطع سیم A است؟ (دما ثابت و یکسان است).



۴ (۱)

 $\frac{1}{4}$  (۲)

۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۴)

۱۱۷- یک سیم فلزی توخالی استوانه‌ای با شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm، دارای مقاومت  $50 \Omega$  است. با فرض ثابت ماندن جرم، آن را ذوب می‌کنیم و یک سیم استوانه‌ای توپر با قطر d می‌سازیم. اگر با این کار مقاومت سیم  $400 \Omega$  افزایش یابد، d

چند میلی‌متر است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)

۱۱۸- دمای یک سیم فلزی همگن به مقاومت  $R_1$  را  $50 K$  افزایش می‌دهیم تا مقاومت آن به  $R_2$  برسد. اگر بخواهیم بدون تغییر دما، مقاومت همین سیم فلزی را به  $R_3$  برسانیم باید تحت کشش، طول آن را چند درصد افزایش دهیم؟

$$\left( \alpha = 4 / 2 \times 10^{-3} K^{-1} \right) \text{ ضریب دمایی مقاومت ویژه فلز}$$

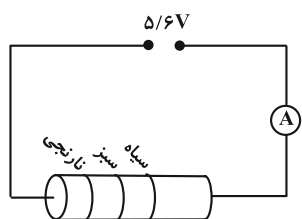
- ۱ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)

۱۱۹- کدام عبارت زیر درست است؟

- (۱) مقاومت الکتریکی ترمیستور به نور تابیده شده به آن بستگی دارد.
- (۲) مقاومت الکتریکی دیود در برابر عبور جریان، با تغییر جهت جریان تغییر نمی‌کند.
- (۳) مقاومت الکتریکی نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.
- (۴) با کاهش شدت نور، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

۱۲۰- شکل زیر یک مقاومت ترکیبی کربنی را نشان می‌دهد که به اختلاف پتانسیل  $5/6$  ولت وصل شده است. کدام گزینه می‌تواند

عددی باشد که آمپرسنج آرمانی بر حسب آمپر نشان می‌دهد؟ (نارنجی = ۳، سیاه = صفر و سبز = ۵)



۰/۱۱ (۱)

۰/۱۹ (۲)

۰/۲۱ (۳)

۰/۲۲ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۳ تا ۵۲

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- چند مورد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) فاصله میانگین مولکول‌های گاز در مقایسه با اندازه آن‌ها خیلی بیشتر است.

ب) ماده داخل لوله تابان لامپ‌های مهتابی از پلاسما تشکیل شده است.

پ) وقتی مایعی به سرعت سرد شود، جامدهای بلورین تشکیل می‌شوند.

ت) سطح آب در لوله مویین شیشه‌ای تمیز به صورت برآمده است.

ث) آب می‌تواند یک سطح شیشه‌ای چرب را تر کند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۲۲- دو جسم مشابه مکعب مستطیلی با ابعاد  $5\text{ m} \times 0.2\text{ m} \times 0.2\text{ m}$  و جرم  $30\text{ kg}$  به گونه‌ای روی زمین قرار گرفته‌اند که اولیحداکثر فشار و دومی حداقل فشار را به سطح زیرین خود وارد می‌کنند. با قرار دادن یک مکعب به ضلع  $0.2\text{ m}$  بر روی جسم

دوم، فشار وارد بر سطح زیرین هر دو مکعب مستطیل برابر می‌شود. فشار وارد شده از طرف مکعب به جسم دوم چند پاسکال

است؟  $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$ 

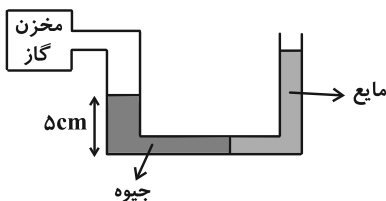
۶۰۰۰ (۴)

۳۰۰۰ (۳)

۱۲۵۰۰ (۲)

۱۱۲۵۰ (۱)

۱۲۳- در شکل زیر، سطح مقطع لوله در سمت چپ دو برابر سطح مقطع لوله در سمت راست و در قسمت افقی ناچیز است و دو مایع در

حال تعادل‌اند. اگر جرم جیوه داخل لوله در سمت چپ،  $1/5$  برابر جرم مایع در سمت راست باشد، فشار پیمانه‌ای گاز درونمخزن، چند پاسکال است؟  $(\rho_{\text{جیوه}} = 13/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

۶۷۵۰ (۱)

۵۲۵۰ (۲)

۴۵۰۰ (۳)

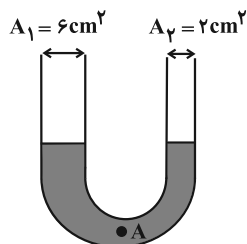
۲۲۵۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۲۴- مطابق شکل زیر، مقداری جیوه در لوله U شکل در حال تعادل است. اگر در شاخه سمت چپ، ۴۰۸ سانتی‌متر مکعب آب بریزیم،

فشار در نقطه A چند تور (torr) افزایش می‌یابد؟ ( $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳۶۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  و  $\rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) ( $1 \text{ torr} = 1 \text{ mmHg}$ )



(۱) ۱/۲۵

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۳/۷۵

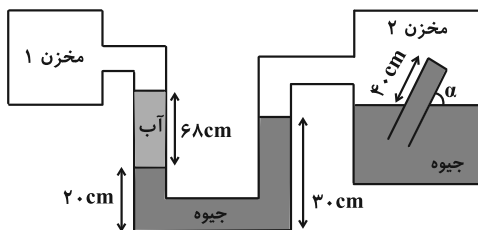
(۴) ۳۷/۵

۱۲۵- در شکل زیر فشار مطلق گاز مخزن ۱، برابر فشار مطلق گاز مخزن ۲ است. اگر نیروی وارد بر انتهای لوله شیشه‌ای موجود در

مخزن ۲، از طرف جیوه درون آن،  $۲۷/۲ \text{ N}$  باشد، مقدار زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟

( $\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳۶۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ،  $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  ،  $g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ،  $A_{\text{لوله}} = ۱۰ \text{ cm}^2$  ،  $\cos ۵۳^\circ = ۰/۶$  و فرض کنید لوله موجود در مخزن ۲ کاملاً

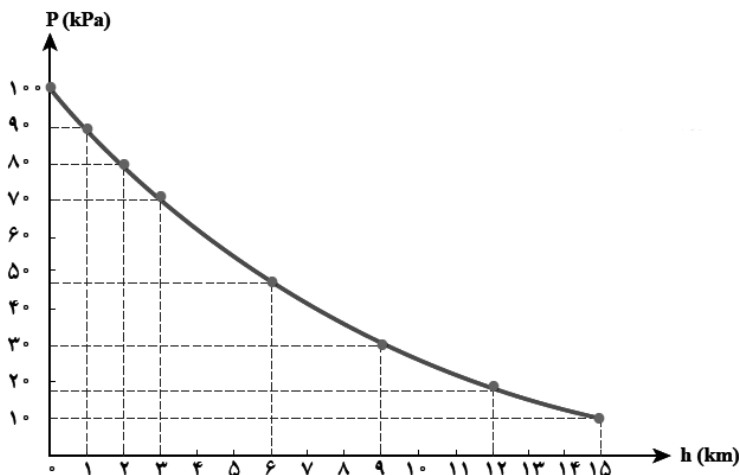
پر از جیوه است.)

(۱)  $6^\circ$ (۲)  $45^\circ$ (۳)  $30^\circ$ (۴)  $37^\circ$ 

۱۲۶- نمودار تغییرات فشار هوا بر حسب ارتفاع از سطح زمین به شکل زیر است. اگر در بالای کوهی به ارتفاع ۲ کیلومتر از سطح دریا،

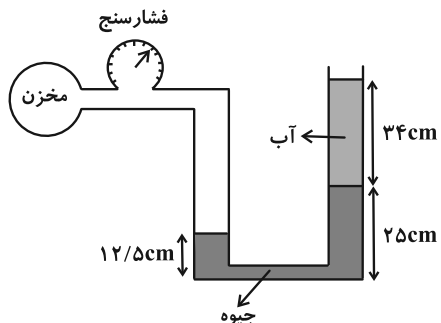
ستونی از هوا به سطح مقطع  $۴ \text{ m}^2$  در نظر بگیریم، تا ارتفاع ۱۵ کیلومتری از سطح دریا، چند کیلوگرم هوا در این ستون فرضی

وجود دارد؟ ( $g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ )

(۱)  $3/2 \times 10^5$ (۲)  $2/8 \times 10^4$ (۳)  $3/2 \times 10^4$ (۴)  $2/8 \times 10^5$ 

محل انجام محاسبات

۱۲۷- در شکل زیر، اگر عددی که فشارسنج نشان می‌دهد  $\frac{1}{6}$  برابر فشار مطلق مخزن باشد، فشار هوا چند سانتی‌متر جیوه است؟



$$\left( \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

۹۰ (۱)

۱۰۵ (۲)

۷۵ (۳)

۷۶ (۴)

۱۲۸- جسمی در مایع (۱) غوطه‌ور، در مایع (۲) ته‌نشین و در مایع (۳) شناور می‌شود. مقایسه نیروی شناوری در این ۳ حالت در کدام

گزینه درست است؟

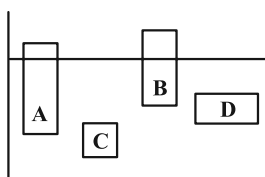
$$(F_b)_1 = (F_b)_2 < (F_b)_3 \quad (۲)$$

$$(F_b)_1 < (F_b)_2 < (F_b)_3 \quad (۱)$$

$$(F_b)_3 < (F_b)_1 < (F_b)_2 \quad (۴)$$

$$(F_b)_2 < (F_b)_3 = (F_b)_1 \quad (۳)$$

۱۲۹- چهار جسم در وضعیت‌های مختلف نشان داده شده‌اند. چگالی اجسام در کدام گزینه به درستی مقایسه شده است؟



$$\rho_C = \rho_D > \rho_A > \rho_B \quad (۱)$$

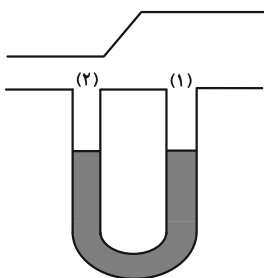
$$\rho_C > \rho_D > \rho_B > \rho_A \quad (۲)$$

$$\rho_A > \rho_B > \rho_D > \rho_C \quad (۳)$$

$$\rho_C = \rho_D > \rho_B > \rho_A \quad (۴)$$

۱۳۰- مطابق شکل زیر یک لوله U شکل به دو نقطه یک لوله با سطح مقطع متغیر وصل شده است و جریان هوا از راست به چپ داخل

لوله برقرار می‌شود. داخل لوله U شکل مایعی به چگالی  $\frac{3}{4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  قرار دارد و اختلاف فشار بین دو ناحیه ۱ و ۲ برابر



$$\left( \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \text{؟ کدام گزینه درست است؟}$$

(۱) مایع در شاخه چپ لوله U شکل بالا می‌آید و اختلافش با شاخه راست ۱۰ cm می‌شود.

(۲) مایع در شاخه راست لوله U شکل بالا می‌آید و اختلافش با شاخه چپ ۱۰ cm می‌شود.

(۳) مایع در شاخه چپ لوله U شکل بالا می‌آید و اختلافش با شاخه راست ۲۰ cm می‌شود.

(۴) مایع در شاخه راست لوله U شکل بالا می‌آید و اختلافش با شاخه چپ ۲۰ cm می‌شود.

شیمی ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری (نا انتهای رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها): صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- جدول زیر درصد جرمی مواد سازنده نوعی خاک رس را نشان می‌دهد که از یک معدن طلا استخراج شده است. با توجه به آن کدام مطلب از نظر درستی یا نادرستی با بقیه مطالب فرق می‌کند؟

ماده	SiO <sub>۲</sub>	Al <sub>۲</sub> O <sub>۳</sub>	H <sub>۲</sub> O	Na <sub>۲</sub> O	Fe <sub>۲</sub> O <sub>۳</sub>	MgO	Au و دیگر مواد
درصد جرمی	۴۶/۲	۳۷/۷۴	۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

- (۱) اگر با حرارت دادن نمونه‌ای از خاک رس ۵۰٪ آب آن خارج شود، درصد جرمی اکسید شبه‌فلز در آن به تقریب ۳/۳٪ افزایش می‌یابد.  
 (۲) بخش زیادی از جرم این نمونه را اکسیدهای بی‌رنگ یا سفید تشکیل می‌دهند.  
 (۳) با صرف‌نظر از «مواد دیگر» در بخش Au، چهار نوع ساختار ذره‌ای در این نمونه به چشم می‌خورد که مجموع درصد جرمی مواد با ساختار ذره‌ای که شبکه ۳ بعدی از یون‌ها است، از سایرین بیشتر است.  
 (۴) سرخ‌قام بودن این نمونه از خاک رس به اکسیدی نسبت داده می‌شود که نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن برابر همین نسبت در آلومینیم اکسید است.

۱۳۲- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) Si<sub>۲۸</sub> شبه‌فلزی از خانواده کربن است و رسانایی الکتریکی کمی دارد.  
 (ب) در CO<sub>۲</sub> هر اتم کربن با دو اتم اکسیژن و در SiO<sub>۲</sub> هر اتم سیلیسیم با چهار اتم اکسیژن پیوند اشتراکی دارد.  
 (پ) تاکنون یون تک اتمی از هیچ یک از عنصرهای گروه ۱۴ مانند کربن و سیلیسیم شناخته نشده است.  
 (ت) در ساختار سیلیس شش‌ضلعی‌هایی تشکیل می‌شوند که اتم‌های اکسیژن در رأس‌های آن‌ها قرار دارند.
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۳- با توجه به شکل داده شده، چند مورد از مطالب زیر صحیح‌اند؟



- شکل روبه‌رو نمایش فضاپرکن برای گرافن را نشان می‌دهد که ضخامت آن به اندازه یک اتم کربن است.
  - این گونه شیمیایی برخلاف الماس ساختار دوبعدی دارد و شفاف و انعطاف‌ناپذیر است.
  - ساختار شش‌ضلعی سیکلوهگزان شباهت بیشتری نسبت به بنزن با حلقه‌های شش‌ضلعی این ماده دارد.
  - مقاومت کششی این ماده حدود ۱۰۰ برابر فولاد است و در آن هر اتم کربن بین سه حلقه مشترک است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۴- اگر جرم هر مترمربع گرافن حدود ۰/۷۵ میلی‌گرم و چگالی آن برابر با ۲/۲۵ g.cm<sup>-۳</sup> باشد، ضخامت هر لایه گرافن به تقریب چند نانومتر است؟

- (۱) ۰/۲۲ (۲) ۰/۱۱ (۳) ۰/۴۴ (۴) ۰/۳۳

۱۳۵- چند مورد از جمله‌های زیر نادرست است؟

- در ساختار سیلیس حلقه‌های شش و دوازده ضلعی به چشم می‌خورد.
- سیلیسیم خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را سیلیس تشکیل می‌دهد.
- تاکنون از C و Si هیچ یونی شناسایی نشده است، زیرا اتم‌های C و Si فقط با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش الکترونی هشت تایی می‌رسند.
- در توده الماس آرایش هندسی اطراف هر اتم C، مشابه آرایش هندسی اطراف اتم مرکزی در هر یک از یون‌های فسفات و سولفات است.
- در CO<sub>2</sub>(s)، همه اتم‌ها در یک شبکه سه بعدی با هم اتصال کووالانسی دارند.

۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۳ (۲)                      ۴ (۱)

۱۳۶- الماس ..... گرافیت ..... و یخ ..... گرافن .....

- ۱) برخلاف، دارای نیروی بین مولکولی نبوده، همانند، یک جامد مولکولی است.
- ۲) برخلاف، ساختار سه بعدی داشته، همانند، ساختار مشبک شش ضلعی دارد.
- ۳) همانند، رسانای ضعیف جریان الکتریسیته بوده، همانند، فقط دارای پیوندهای اشتراکی است.
- ۴) همانند، دارای نیروی بین مولکولی بوده، همانند، یک جامد مولکولی است.

۱۳۷- کدام مقایسه در مورد جامدهای کووالانسی نام برده شده در هر گزینه درست است؟

- ۱) درجه سختی: SiO<sub>2</sub> > SiC
- ۲) اندازه آنتالپی سوختن: گرافیت > الماس
- ۳) آنتالپی پیوند: Si - O > Si - C
- ۴) چگالی: الماس > گرافیت

۱۳۸- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با سیلیس درست هستند؟

- اتم‌های سیلیسیم در رأس چندضلعی‌های تشکیل شده در ساختار آن قرار دارند.
- ساختاری غول‌آسا و سخت با فرمول مولکولی SiO<sub>2</sub> دارد.
- ماده‌ای پایدار است و به شکل خالص در طبیعت مشاهده نمی‌شود.
- در ساختار آن هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن متصل شده است.

۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۱۳۹- کدام موارد از عبارتهای بیان شده نادرست اند؟

- الف) گرافیت از حلقه‌های شش ضلعی تشکیل شده است که هر حلقه حاوی دو پیوند دوگانه است.
- ب) در گرافیت اتم‌ها به صورت لایه به لایه آرایش یافته‌اند و بین لایه‌ها نیروی ضعیف واندروالسی وجود دارد.
- پ) شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۴ و ۳ است.
- ت) آنتالپی پیوند میان اتم‌ها در الماس بیشتر از گرافیت است.

۱ الف و ب                      ۲ پ و ت                      ۳ الف و ت                      ۴ ب و پ

۱۴۰- در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی کدام یک از مولکول‌های زیر رنگ‌ها به صورت متقارن توزیع نشده‌اند؟

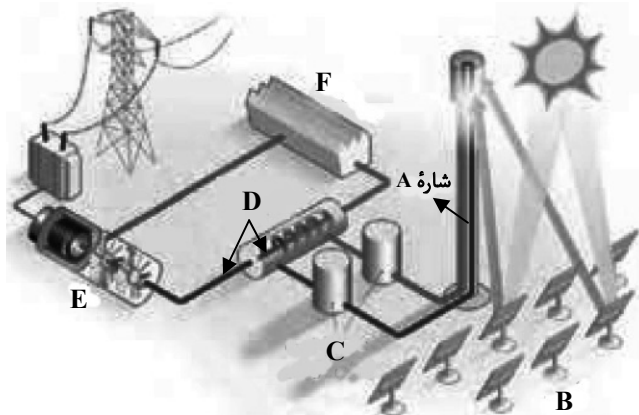
۱) SO<sub>2</sub>                      ۲) CO<sub>2</sub>                      ۳) SCO                      ۴) C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۰

دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- با توجه به شکل داده شده کدام عبارات صحیح‌اند؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید).



(۱) آینه‌ها را نشان می‌دهد که پرتوهای خورشیدی را روی

برج گیرنده متمرکز می‌کنند.

(ب) شاره A، سدیم کلرید مذاب است که این مولکول‌های داغ،

باعث تولید بخار آب داغ می‌شوند.

(پ) C، E و F به ترتیب منبع ذخیره انرژی الکتریکی، مولد

و سردکننده هستند.

(ت) D بخار آب است که با به حرکت درآوردن توربین، انرژی الکتریکی تولید می‌کند.

(۱) آ، ت (۲) ب، پ

(۳) آ، پ، ت (۴) ب، پ، ت

۱۴۲- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(آ) تبدیل پرتوهای خورشیدی به انرژی الکتریکی، به دانش و فناوری پیشرفته نیازمند است.

(ب) در شرایط یکسان HF در گستره دمایی بیشتری در مقایسه با  $N_2$  به حالت مایع است.

(پ) وجود سدیم کلرید و دیگر جامدهای یونی در طبیعت نشان می‌دهد که نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهم‌نام به نیروهای دافعه میان یون‌های هم‌نام غالب است.

(ت) ترتیب مقایسه شعاع برای گونه‌های  $Na^+$ ،  $Na$ ،  $Cl^-$  و  $Cl$  به صورت  $Na > Cl^- > Na^+ > Cl$  می‌باشد.

(ث) هر ترکیب یونی را می‌توان فراورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست که با دادوستد الکترون همراه است.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۴۳- اگر اعداد داده شده در گزینه‌های زیر بیانگر آنتالپی فروپاشی (برحسب  $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) ترکیب‌های یونی حاصل از نافلز X (با بار فرضی -۱) در واکنش با فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی موجود در دوره‌های سوم و چهارم جدول دوره‌ای عناصر باشند، آنتالپی

فروپاشی ترکیب یونی مربوط به دومین فلز قلیایی جدول دوره‌ای کدام است؟

(۱) ۲۵۰۰ (۲) ۲۰۰۰

(۳) ۱۵۰۰ (۴) ۱۰۰۰

۱۴۴- کدام مطلب از نظر درستی یا نادرستی با سایر مطالب متفاوت است؟

( $\Delta H_{\text{NaCl}} = 787 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ،  $\text{Na} = 23$  و  $\text{Cl} = 35.5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(۱) در بین یون‌های پایدار اتم‌های  $X_{17}$ ،  $Y_{16}$ ،  $Z_{12}$  و  $Q_3$  بیشترین شعاع یونی مربوط به یون پایدار اتم  $Y_{16}$  است.

(۲) با توجه به روندهای تناوبی و موقعیت اتم‌ها در جدول، می‌توان گفت نقطه ذوب  $\text{MgS}$  بیشتر از  $\text{Na}_2\text{O}$  است.

(۳) اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{NaF}$  و  $\text{KBr}$  کمتر از اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{LiBr}$  و  $\text{KF}$  است.

(۴) اگر اختلاف جرم یون‌های حاصل از فروپاشی نمک سدیم کلرید  $25 \text{ g}$  باشد،  $1574 \text{ kJ}$  گرما در این فرایند توسط شبکه بلوری این نمک جذب می‌شود.

۱۴۵- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) دریای الکترونی عاملی است که چیدمان کاتیون‌ها را در شبکه بلوری فلز حفظ می‌کند.

(۲) هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع می‌باشد.

(۳) از واکنش فلز سدیم با گاز کلر، جامد یونی سفید رنگی حاصل می‌شود که در فرایند تولید این ترکیب شعاع نافلز برخلاف فلز کاهش می‌یابد.

(۴) داشتن جلا، رسانایی الکتریکی و گرمایی و شکل‌پذیری، از جمله رفتارهای فیزیکی فلزها است.

۱۴۶- کدام یک از گزینه‌های زیر مقایسه درستی از طول موج بازتاب شده توسط محلول‌های فرضی  $\text{VO}$ ،  $\text{V}(\text{SO}_4)_2$  و  $\text{V}(\text{NO}_3)_3$  را نشان می‌دهد؟

(۱)  $\text{V}(\text{SO}_4)_2 > \text{VO} > \text{V}(\text{NO}_3)_3$  (۲)  $\text{V}(\text{NO}_3)_3 > \text{V}(\text{SO}_4)_2 > \text{VO}$

(۳)  $\text{V}(\text{SO}_4)_2 > \text{V}(\text{NO}_3)_3 > \text{VO}$  (۴)  $\text{VO} > \text{V}(\text{SO}_4)_2 > \text{V}(\text{NO}_3)_3$

۱۴۷- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر در کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ آمده است؟

- (آ) عدد اکسایش تیتانیم در رنگ‌دانه سفید آن با عدد اکسایش کربن در کلروفرم یکسان است.  
 (ب) ۱۰ گرم تیتانیم نسبت به ۱۰ گرم فولاد در شرایط برابر حجم کمتری را اشغال می‌کند.  
 (پ) نقطه ذوب تیتانیم نسبت به فولاد بیشتر است و مقاومت در برابر سایش هر دو عالی است.  
 (ت) آلیاژ تیتانیم با فلزی که در لایه سوم الکترونی آن ۱۶ الکترون وجود دارد، آلیاژ هوشمند نامیده می‌شود.

(۱) نادرست، درست، درست، درست (۲) درست، نادرست، نادرست، درست

(۳) نادرست، نادرست، درست، درست (۴) درست، درست، درست، نادرست

۱۴۸- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نیتینول آلیاژی از نیکل و تیتانیم است که در ساخت فراورده‌های صنعتی و پزشکی کاربرد دارد.  
 (۲) براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است.  
 (۳) آنتالپی فروپاشی شبکه برخلاف نقطه ذوب، با اندازه قدرمطلق بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطه مستقیم دارد.  
 (۴) آنتالپی فروپاشی، گرمای مصرف شده در فشار ثابت برای فروپاشی یک مول از شبکه یونی و تبدیل آن به یون‌های گازی سازنده است.

۱۴۹- اگر در فشار ثابت برای تبدیل مخلوطی از NaCl و KBr جامد به جرم ۴۱۲ گرم به یون‌های گازی تشکیل‌دهنده آن‌ها ۳۷۳۹

کیلوژول گرما مصرف شود، درصد جرمی KBr به تقریب در مخلوط اولیه چند است؟

$$(\Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{NaCl}) = 787 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}, \Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{KBr}) = 689 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}) \quad (K = 39, Br = 80, Cl = 35.5, Na = 23 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

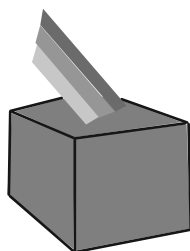
۵۷/۸ (۴)

۷۶ (۳)

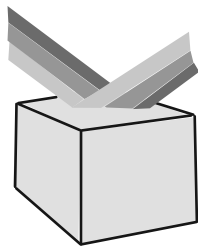
۲۴ (۲)

۴۲/۲ (۱)

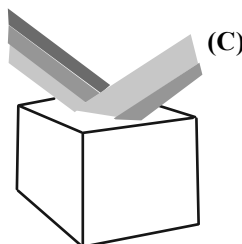
۱۵۰- با توجه به شکل‌های زیر که بازتاب نور از رنگ‌دانه‌های معدنی را نشان می‌دهد، کدام گزینه نام ماده A و B و رنگ C را



(A)



(B)



$\text{Fe}_2\text{O}_3$

می‌تواند به درستی نشان دهد؟

- (۱) تیتانیم دی‌اکسید-دوده-قرمز  
 (۲) تیتانیم دی‌اکسید-دوده-سبز  
 (۳) دوده-تیتانیم دی‌اکسید-قرمز  
 (۴) دوده-تیتانیم دی‌اکسید-سبز

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: قدر هدایای زمینی را بدانیم: صفحه‌های ۲۵ تا ۴۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- ترکیبی به فرمول مولکولی  $C_nH_{2n}$  داریم. پس از وارد کردن این ترکیب به محلول قرمز رنگ حاوی برم، اگر پس از انجام یک واکنش شیمیایی و از بین رفتن رنگ محلول، درصد افزایش جرم ترکیب اولیه به تقریب برابر ۱۰٪ شود،  $n$  به تقریب برابر با

کدام گزینه است؟ ( $H = 1, C = 12, Br = 80 : g \cdot mol^{-1}$ )

۹ (۱)      ۱۱ (۲)      ۳ (۳)      ۱۴ (۴)

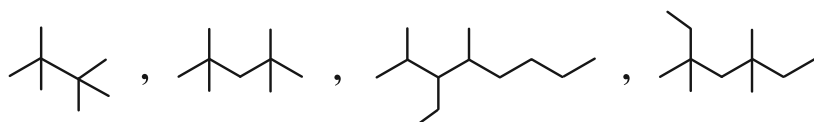
۱۵۲- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) کربن برای رسیدن به آرایش هشت‌تایی می‌تواند یک پیوند دوگانه و دو پیوند یگانه تشکیل دهد.
  - (۲) شمار ترکیب‌های شناخته شده از کربن از مجموع شمار ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عناصر جدول تناوبی بیشتر است.
  - (۳) کربن عنصری با عدد اتمی ۶ است که در آخرین زیرلایه اشغال شده آن ۴ الکترون وجود دارد.
  - (۴) اتم‌های کربن می‌توانند با پیوندهای اشتراکی به هم متصل شوند و زنجیرها و حلقه‌های با اندازه‌های گوناگون تشکیل دهند.
- ۱۵۳- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد نفت خام درست است؟

- (۱) بخش عمده آن را کربوهیدرات‌ها تشکیل می‌دهند.
  - (۲) حدود نیمی از نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف، شوینده‌ها، رنگ، پلاستیک و ... به کار گرفته می‌شود.
  - (۳) کمتر از نیمی از آن برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز ما به کار می‌رود.
  - (۴) مایعی رقیق است که به رنگ سیاه یا قهوه‌ای متمایل به سبز وجود دارد.
- ۱۵۴- دانش آموزی آلکان شاخه‌داری را ۳- متیل ۲- اتیل- اتیل هگزان نام‌گذاری نموده است. چند مورد از مطالب زیر برای این آلکان درست است؟
- (آ) نام درست این آلکان به روش آیوپاک ۲- اتیل- ۳- متیل هگزان می‌باشد.
  - (ب) برای این آلکان می‌توان همپاری دارای دو شاخه فرعی اتیل رسم نمود.
  - (پ) شمار پیوندهای  $C-C$  در آن برابر شمار اتم‌های  $H$  در فرمول مولکولی پروپان می‌باشد.
  - (ت) شمار اتم‌های  $H$  در فرمول مولکولی این آلکان دو برابر شمار اتم‌های  $H$  در آلکان مورد استفاده در فندک می‌باشد.

۴ (۱)      ۳ (۲)      ۲ (۳)      ۱ (۴)

۱۵۵- مجموع مقدار تمام ارقام به کار رفته در نام‌گذاری ترکیبات زیر چند است؟



۴۷ (۱)

۴۵ (۲)

۴۳ (۳)

۴۱ (۴)

محل انجام محاسبات



۱۵۶- کدام مطلب در مورد نخستین عضو خانواده آلکنها نادرست است؟

- (آ) با وارد کردن آن در مخلوط آب و سولفوریک اسید، الکی دو کربنی به دست می‌آید.  
 (ب) در کشاورزی از آن به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.  
 (پ) از واکنش آن با برم مایع، ترکیبی سیرشده به نام برمواتان به دست می‌آید.  
 (ت) هر مول از آن با جذب ۲ مول اتم هیدروژن، سیر می‌شود.

(۲) ۳ (۱) ۴

(۴) ۱ (۳) ۲

۱۵۷- اگر شمار پیوندهای C-H در یک آلکین ۲/۴ برابر شمار پیوندهای C-C باشد، در ۲۸/۸ گرم از این هیدروکربن، اختلاف

شمار اتم‌های C و H چقدر است؟ ( $H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$ )

(۲)  $3/01 \times 10^{23}$  (۱)  $6/02 \times 10^{23}$

(۴)  $12/04 \times 10^{23}$  (۳)  $9/03 \times 10^{23}$

۱۵۸- اگر به جای تمام اتم‌های هیدروژن مولکول بنزن، یکی در میان متیل و اتیل قرار دهیم، کدام گزینه اتفاق خواهد افتاد؟

(۱) خاصیت آروماتیکی آن به علت حذف هیدروژن از بین می‌رود.

(۲) گشتاور دوقطبی مولکول حاصل بسیار بیشتر از مولکول بنزن است.

(۳) فرمول مولکولی آن مانند فرمول مولکولی نفتالن می‌شود.

(۴) فراریت آن به دلیل افزایش جرم مولی کاهش می‌یابد.

۱۵۹- از سوختن کامل ۲۵/۰ مول از یک آلکین، ۱۳/۵ گرم بخار آب حاصل شده است. درصد جرمی کربن در این آلکین به تقریب کدام

است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$ )

(۲) ۷۱ (۱) ۸۹

(۴) ۱۱ (۳) ۸۶

۱۶۰- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) از کم کربن‌ترین آلکن در کشاورزی به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

(۲) نسبت شمار اتم‌های H به شمار پیوندهای C-C در ۱- هگزن برابر ۳ می‌باشد.

(۳) وجود پیوندهای دوگانه در یک آلکن سبب می‌شود تا رفتار آن با آلکان‌ها تفاوت زیادی پیدا کند.

(۴) از واکنش اتن با آب در حضور  $H_2SO_4$  فرآورده‌ای تولید می‌شود که حالت فیزیکی آن در دما و فشار اتاق با ۲،۱- دی برمواتان یکسان است.

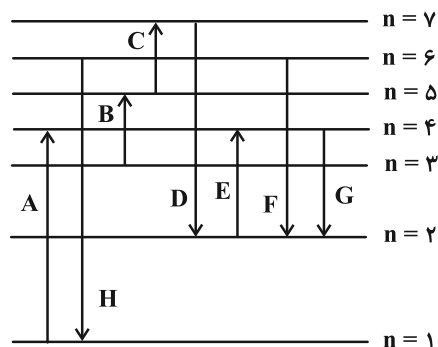
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: کیهان زادگاه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۴۴

توجه:

دانش‌آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- در مورد انتقال الکترون‌ها در ترازهای الکترونی اتم هیدروژن در شکل زیر چند مورد درست است؟



(آ) بیشترین مقدار قدرمطلق انرژی مربوط به انتقال D است.

(ب) کمترین مقدار قدرمطلق انرژی مربوط به انتقال C است.

(پ) هنگام انجام انتقال F نور بنفش ساطع می‌شود.

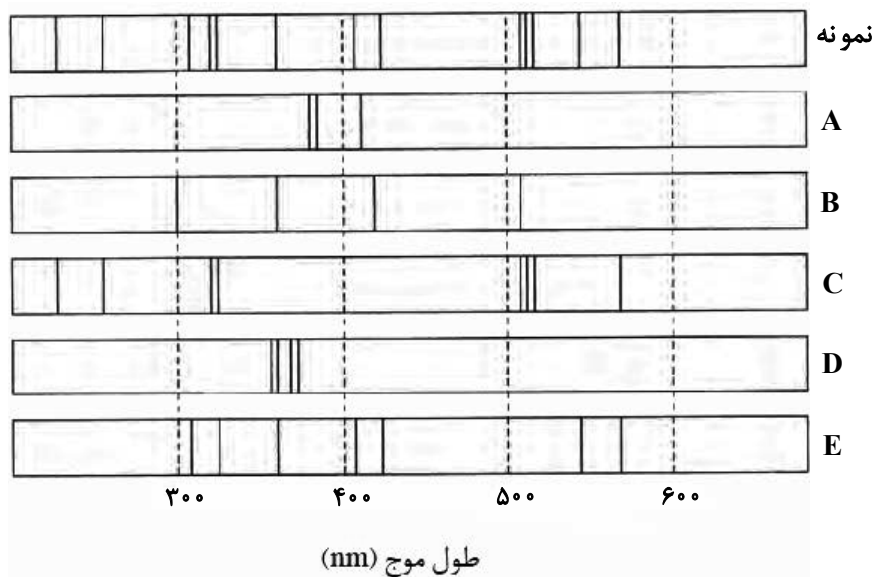
(ت) هنگام انجام انتقال E نور آبی ساطع می‌شود.

(ث) کمترین انرژی نشر شده توسط الکترون مربوط به انتقال G است.

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۱۶۲- با توجه به شکل داده شده، در نمونه مورد نظر کدام فلزها وجود دارند؟



(۱) A و B و C

(۲) A ، D ، C

(۳) E ، C

(۴) B ، E

محل انجام محاسبات

۱۶۳- پاسخ صحیح پرسش‌های زیر به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(آ) عنصری در دوره چهارم و گروه هفتم جدول تناوبی جای دارد، آرایش الکترونی فشرده کاتیون ۳ بار مثبت آن کدام است؟

(ب) لایه چهارم عنصرهای دوره چهارم جدول تناوبی حداکثر چند الکترون دریافت می‌کند؟

(پ) در دوره چهارم جدول تناوبی، چند عنصر وجود دارد که آخرین زیرلایه آن‌ها نیمه پر است؟



۱۶۴- چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(آ) حداکثر شمار الکترون‌ها در هر لایه الکترونی از رابطه  $(2l+1)$  به دست می‌آید.

(ب) براساس قاعده آفبا، زیرلایه ۶s پس از زیرلایه ۴f پر می‌شود.

(پ) شمار الکترون‌های دارای  $l=2$  در  $^{32}Ge$  نصف شمار الکترون‌های دارای  $n+l=5$  در عنصر  $^{36}Kr$  است.

(ت) در کروم ( $^{24}Cr$ ) تعداد الکترون‌های دارای  $l=2$  ، نصف تعداد الکترون‌های دارای  $l=0$  است.

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

۱۶۵- اگر عدد اتمی عنصر A با مجموع  $n+l$  الکترون‌های ظرفیت اتم  $^{24}Cr$  برابر باشد، کدام مطلب در مورد عنصر A درست است؟

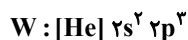
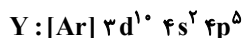
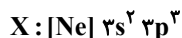
(۱) محلول حاصل از انحلال ۵ گرم  $ASO_4$  در ۱۰۰g آب، بی‌رنگ است.

(۲) طول موج نور حاصل از شعله کلرید A ، کمتر از طول موج نور حاصل از شعله سدیم کلرید است.

(۳) اختلاف شماره دوره و گروه A ، با عدد اتمی یکی از عناصر دسته s برابر است.

(۴) در آرایش الکترونی  $A^{2+}$  ، ده الکترون با  $n+l=5$  وجود دارد.

۱۶۶- با توجه به آرایش الکترونی فشرده عنصرهای X، Y، Z، Q و W چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟



(آ) فرمول‌های شیمیایی  $ZY$ ،  $QX$ ،  $XY_3$  و  $Z_4W_3$  را می‌توان ممکن دانست.

(ب) به ازای تشکیل هر واحد فرمولی از ترکیب یونی بین Y و Q، سه الکترون بین اتم‌های Q و Y دادوستد می‌شود.

(پ) بیشترین نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب‌های یونی ذکر شده در مورد (آ) برابر ۳ است.

(ت) نسبت بیشترین شمار الکترون‌های جفت شده در آرایش الکترون نقطه‌ای به بیشترین شمار الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون

نقطه‌ای برابر ۱ واحد است.

۱ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶۷- کدام گزینه درست است؟

(۱) هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است، زیرا مجموع شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آن برابر است.

(۲) در ترکیب یونی  $MB_2$ ، عنصر M می‌تواند عنصرهایی مانند گالیم، آهن یا کلسیم باشد.

(۳) نسبت شمار آنیون به کاتیون در آلومینیم اکسید، سه برابر نسبت شمار آنیون به کاتیون در سدیم سولفید است.

(۴) اگر فرمول کلرید عنصر فلزی A به صورت  $ACl_4$  باشد فرمول نیتريد و اکسید آن به ترتیب  $A_3N_4$  و  $AO_4$  می‌باشد.

۱۶۸- در چه تعداد از موارد زیر نسبت تعداد کاتیون‌ها به آنیون‌ها با کلسیم فسفید برابر است؟

(ب) منیزیم نیتريد

(آ) آلومینیم فسفید

(ت) کلسیم اکسید

(پ) کلسیم نیتريد

(ج) استرانسیم کلرید

(ث) سدیم فلوئورید

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۶۹- چند مورد از عبارتهای زیر در رابطه با الکترونی با عدد کوانتومی  $n = 3$  امکان پذیر نیست؟

- این الکترون می تواند به زیرلایه ای با  $l = 2$  تعلق داشته باشد.
- امکان کمتر بودن سطح انرژی آن از الکترونی با  $l = 1$  وجود دارد.
- امکان حضور این الکترون در زیرلایه ای با  $l = 3$  وجود ندارد.
- این الکترون ممکن است ۱۷ الکترون دیگر را در یک لایه در کنار خود داشته باشد.

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) صفر

۱۷۰- کدام موارد از مطالب زیر، در مورد آرایش الکترونی اتم عنصرهای دوره چهارم جدول دوره ای درست است؟

(آ) ۴ عنصر در آخرین زیرلایه خود دارای یک الکترون هستند.

(ب) در ۴ عنصر آخرین زیرلایه، از الکترون پر است.

(پ) در ۱۰ عنصر حداقل یک زیرلایه با  $n + l = 5$ ، از الکترون پر است.

(ت) در ۲ عنصر زیرلایه با  $l = 2$ ، دارای ۵ الکترون است.

(۱) آ و ب

(۲) ب و پ

(۳) پ و ت

(۴) آ و ت



## آزمون ۶ بهمن ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

# دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
مسعود بر ملا-شاهین پروازی- عادل حسینی- افشین خاصه- خان- عباس خسروگردی- طاهر دادستانی- یاسین سپهر- حبیب شفیعی- جمشید عباسی- حمید عزیززاده- کامیار علیپور- کیا مقدس نیاک- جهانخوش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت کار- هومن عقیلی- احمدرضا فلاح- مهرداد ملوندی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب- اسحاق اسفندیار- سیدمحمدرضا حسینی- فرد- افشین خاصه- خان- کیوان دارابی- سوگند روشنی- محمد صحت کار- هومن عقیلی- احمدرضا فلاح- مهرداد ملوندی	ریاضیات گسسته	
کامران ابراهیمی- مهران اسماعیلی- عباس اصغری- زهره آقامحمدی- علی برزگر- علیرضا جباری- دانیال راستی- محمدجواد سورچی- مهدی شریفی- پوریا علاقه‌مند- غلامرضا محبی- آراس محمدی- سیده‌ملیحه میرصالحی- حسام نادری- مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی- مقدم	فیزیک	
هدی بهاری پور- احسان پنجه‌شاهی- محمدرضا پورجاوید- امیرحاتمیان- پیمان خواجوی‌مجد- روزبه رضوانی- محمد عظیمیان- زواره پارسا- عیوض پور- میثم کوثری- لشگری- علیرضا کیانی- دوست- هادی مهدی‌زاده	شیمی	

### گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	کیوان دارابی محمد صحت کار	کیوان دارابی محمد صحت کار	حسام نادری	امیرحاتمیان
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان‌بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	دانیال راستی زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
بازبینی نهایی رتبه های برتر	سپهر تقی‌زاده	مهید خالئی	مهید خالئی	معین یوسفی‌نیا حسین بصیرترکمبور	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی مهدی سهامی
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

### گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳

(جمشید عباسی)

گزینه «۱» -۵

$f(-2) = -2$  و با توجه به نمودار  $f'(-2) = \frac{1}{3}$  است؛ زیرا شیب خط مماس رسم شده برابر  $\frac{1}{3}$  است.

$$\begin{aligned} \Rightarrow g'(-2) &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x) - g(-2)}{x - (-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)f(x)}{x+2} = f(-2) = -2 \end{aligned}$$

(مسایان ۲- صفحه ۷۱ تا ۷۴)

(عارل مسینی)

گزینه «۳» -۶

خط بر نمودار تابع  $f$  مماس است؛ یعنی  $f(-\frac{1}{3}) = -\frac{5}{3}$  و  $f'(-\frac{1}{3}) = 3$  است. حال چون  $\frac{3}{2} + (-\frac{1}{3}) = \frac{3}{2}$  (طول رأس سهمی) است، نقاط به طول  $x = -\frac{1}{3}$  و  $x = \frac{3}{2}$  روی نمودار تابع  $f$  هم‌عرض‌اند و در نتیجه مشتق تابع در این نقاط قرینه یکدیگرند. پس  $f'(\frac{3}{2}) = -3$  است. داریم:

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2} \text{ در مماس در } y - f\left(\frac{3}{2}\right) &= f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right) \\ y + \frac{5}{3} &= -3\left(x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow y = -3x + 8 \end{aligned}$$

عرض از مبدأ این خط برابر ۸ است.

(مسایان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۸۰)

(عمیر علیزاده)

گزینه «۲» -۷

از تعریف حد در تساوی  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+2h) - 5}{h} = -6$  نتیجه می‌گیریم که  $f(2) = 5$  است؛ زیرا تابع  $f$  در  $x = 2$  پیوسته است. همچنین  $2f'(2) = -6$  و در نتیجه  $f'(2) = -3$  است. حال معادله خط مماس بر نمودار تابع در  $x = 2$  را می‌نویسیم:

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Rightarrow y = -3x + 11$$

$f(4) = 0$  و عرض نقطه به طول  $x = 4$  روی خط مماس برابر ۱- است، پس داریم:

$$\Delta = f(4) - y = \text{خط مماس} - 1 = 1$$

عرض نقطه به طول  $x = 1$  روی خط مماس برابر ۸ است و اختلاف این عدد با  $f(1) = 2$  برابر  $2\Delta = 2$  است، در نتیجه  $f(1) = 8 + 2 = 10$  است.

(مسایان ۲- مشابه تمرین صفحه ۸۳)

(عارل مسینی)

گزینه «۴» -۸

ابتدا ضابطه تابع  $h(x) = (f - g)(x)$  را می‌سازیم:

$$h(x) = x \log_3 x^2 - \log_3 x = 2x \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3 x$$

حسابان ۲

گزینه «۲» -۱

(عارل مسینی)

در یک همسایگی  $x = -3$  تابع  $f$  با تابع  $y = -5x - 1$  مساوی است و از آنجا که شیب این خط برابر ۵- است، شیب خط مماس بر نمودار تابع با همان  $f'(-3)$  برابر ۵- است.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

گزینه «۱» -۲

(ظاهر دراستانی)

تعریف مشتق را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x-1)^{\frac{4}{3}}|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^{\frac{4}{3}}}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\frac{1}{3}} = 0 \end{aligned}$$

(مسایان ۲- صفحه ۸۰)

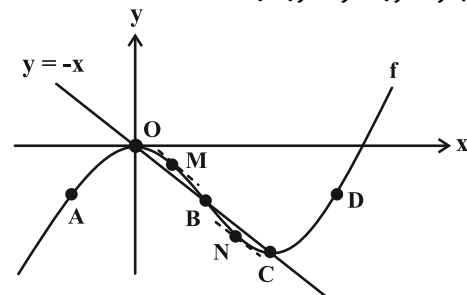
گزینه «۳» -۳

(عارل مسینی)

$$g(x) = \sqrt{x \left( \frac{f'(x)+1}{f'(x)} \right)} \Rightarrow D_g = \left\{ x \mid x \left( \frac{f'(x)+1}{f'(x)} \right) \geq 0 \right\}$$

اگر  $x \leq 0$  باشد، باید  $\frac{f'(x)+1}{f'(x)} \leq 0$  یا  $-1 \leq f'(x) < 0$  باشد که در  $x$  های منفی امکان‌پذیر نیست.

اگر  $x > 0$  باشد، باید  $f'(x) > 0$  یا  $f'(x) \leq -1$  باشد که با توجه به شکل زیر این مجموعه  $(x_C, +\infty) \cup [x_M, x_N]$  است. نقاط  $B$  و  $D$  در مجموعه مورد نظر حضور دارند.



نقاط  $M$  و  $N$  نقاطی روی نمودار هستند که مشتق در آن‌ها دقیقاً برابر ۱- می‌شود.

(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

گزینه «۴» -۴

(جمشید عباسی)

عبارت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  تعریف مشتق تابع است:

$$\Rightarrow f'(x) = 3x \Rightarrow f'(3) = 9$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = \frac{1}{6} f'(3) = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

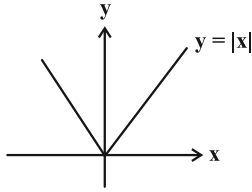
(مسایان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)



## حسابان ۲- پیشروی سریع

(عادل عسینی)

۱۱- گزینه «۳»

نمودار تابع  $y = |x|$  مطابق شکل زیر است:که در  $x = 0$  مشتق‌های چپ و راست متناهی اما نابرابر دارد.

(حسابان ۲- صفحه ۱۸۹)

(عادل عسینی)

۱۲- گزینه «۳»

تابع  $y = |x + \frac{1}{2}|$  در  $x = -\frac{1}{2}$  و تابع  $y = [x]$  در  $x = 0$ مشتق‌ناپذیر است، پس تابع  $f$  در  $\{0, -\frac{1}{2}\}$  مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۸۹)

(ظاهر راستانی)

۱۳- گزینه «۴»

دامنه تابع  $f$  بازه  $[0, 4]$  است؛ زیرا:

$$4x - x^2 = x(4 - x) \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, 4]$$

تابع  $f$  در همسایگی چپ  $x = 0$  و همسایگی راست  $x = 4$  تعریف نشده است، بنابراین در  $x = 0$  مشتق چپ و در  $x = 4$  مشتق راست ندارد.پس در این نقاط  $f'$  تعریف نمی‌شود. به علاوه، می‌توان گفت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f'(x) = -\infty$$

پس داریم:  $D_{f'} = D_f - \{0, 4\} = (0, 4)$ 

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۸۹)

(شاهین پروازی)

۱۴- گزینه «۴»

ابتدا تابع  $f \circ f$  را حساب می‌کنیم:

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} 1 - f(x) & ; f(x) < 1 \\ (f(x) - 1)^2 + 1 & ; f(x) \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ (x - 1)^2 + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع  $f \circ f$  در  $x = 0$  ناپیوسته و در  $x = 1$  مشتق‌های چپ و راست نابرابر دارد، پس این تابع ۲ نقطه مشتق‌ناپذیر دارد. مجموعه نقاط مشتق‌ناپذیر توابع داده شده در گزینه‌ها به ترتیب  $\{0\}$ ،  $\{4\}$ ،  $\{0, 4\}$  و  $\{0, 4\}$  است، پس تابع  $f \circ f$  و تابع گزینه «۴» در تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر یکسان هستند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۸۹)

$$= (2x - \frac{1}{2}) \log_2 x$$

 $h(\frac{1}{4}) = 0$  است و برای مشتق آن داریم:

$$h'(\frac{1}{4}) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(2x - \frac{1}{2}) \log_2 x}{x - \frac{1}{4}} = 2 \log_2 \frac{1}{4} = -4$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - 0 = -4x + 1 \Rightarrow 4x + y - 1 = 0$$

(حسابان ۲- صفحه ۱۸۰)

(عباس شفیعی)

۹- گزینه «۱»

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(\frac{\pi}{4} + h) - f^3(\frac{\pi}{4})}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})) (f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} (f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))$$

$$= f'(\frac{\pi}{4}) \times 3f^2(\frac{\pi}{4})$$

$$\frac{f(\frac{\pi}{4}) = f'(\frac{\pi}{4}) = 1}{\rightarrow 3f'(\frac{\pi}{4})f^2(\frac{\pi}{4}) = 3}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(کیا مقدر نیاک)

۱۰- گزینه «۳»

$$\text{شیب خط } m = \frac{-1 - 0}{0 - \frac{1}{3}} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

$$\text{معادله خط } y - (-1) = 3(x - 0) \Rightarrow y = 3x - 1$$

این خط در نقطه  $x = 1$  بر تابع  $f$  عمود است، پس:

$$f(1) = 3(1) - 1 = 2, \quad f'(1) = \frac{-1}{m} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + f(x) - 6}{f(x)(2 - 2x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + 3)(f(x) - 2)}{f(x)(2 - 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 3}{-2f(x)} = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{2 + 3}{-2(2)}$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{12}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)





دقت کنید که اگر  $x \rightarrow 0^+$ ،  $[x^2 - 4x] = [0^-] = -1$ .

$$\Rightarrow m - n = -2 + 4 = 2$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(یاسین سپهر)

۱۸- گزینه «۳»

شیب خط برابر  $\frac{3}{2}$  است و از آنجا که در  $x = 3$  بر نمودار تابع  $f$  عمود است،  $f'(3) = -\frac{2}{3}$  است. حال داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{h} = (m - n)f'(x_0)$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + h) - f(3 - 2h)}{h} = 3f'(3) = -2 = a + 6 \Rightarrow a = -8$$

پس معادله خط عمود  $3x - 2y = -3$  است و با جای گذاری  $x = 3$  عرض نقطه یا همان  $f(3)$  برابر ۶ به دست می‌آید.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

(عباس فسروگروری)

۱۹- گزینه «۲»

نمودار تابع  $y = x^3$  و ارون خود را در  $\{-1, 0, 1\}$   $x = x_0$  قطع می‌کند. اما با توجه به ضابطه تابع  $f$ ،  $x_0 = 1$  مد نظر است؛ زیرا  $x_0 = -1$  در دامنه تابع قرار ندارد و همچنین تابع در  $x_0 = 0$  مشتق ندارد.

$$\Rightarrow f'(x_0) = f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

یعنی خط مماس، خطی است که با شیب  $\frac{5}{2}$  از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد:

$$\Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

عرض از مبدأ این خط برابر  $-\frac{3}{2}$  است.

(مسئله ۲ - صفحه ۸۰)

(کامیار علییون)

۲۰- گزینه «۱»

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3x^2 - x\sqrt{1 - \cos 4x}}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \frac{\sqrt{1 - \cos 4x}}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \sqrt{\frac{1 - \cos 4x}{x^2}}}$$

با استفاده از اتحاد  $1 - \cos 2\theta = 2 \sin^2 \theta$  داریم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \sqrt{\frac{2 \sin^2 2x}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \sqrt{\frac{2x^2}{x^2}}}$$

$$= \sqrt{3 - \sqrt{2}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = f'_+(0) = \sqrt{2} - 1$$

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۸۰ و ۸۷)

(کامیار علییون)

۱۵- گزینه «۴»

خط  $x = a - 1$  مجانب قائم نمودار تابع است و معادله خطوطی که بر نمودار تابع مماس قائم هستند، صفرهای تابع یا جواب‌های معادله  $x^2 - ax - 1 = 0$  هستند. مجانب قائم از این دو خط فاصله یکسانی دارد، یعنی وسط آن‌ها است، در نتیجه  $a - 1$  باید میانگین ریشه‌های معادله  $x^2 - ax - 1 = 0$  یا طول رأس سهمی  $y = x^2 - ax - 1$  باشد، پس داریم:

$$a - 1 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 1}}{x - 1} \Rightarrow f(a) = f(2) = \frac{-1}{1} = -1$$

(مسئله ۲ - مکمل مثال صفحه ۸۸)

(مسعود برملا)

۱۶- گزینه «۲»

نمودار تابع  $g$  به ازای  $a - 5 \geq 0$  به صورت  $\checkmark$  و به ازای  $a - 5 < 0$  به صورت  $\nabla$  خواهد بود. این یعنی تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع  $g$  می‌تواند ۱ یا ۳ باشد. حال باید تعداد ریشه‌های معادله  $\frac{1}{2}x^2 + ax^2 + (3a - 4)x = 0$  را برابر ۱ یا ۳ قرار دهیم:

$$\Rightarrow x(\frac{1}{2}x^2 + ax^2 + 3a - 4) = 0$$

یکی از ریشه‌ها  $x = 0$  است، پس اگر  $\Delta$  عبارت درجه دوم منفی باشد، همین یک ریشه را دارد و اگر  $\Delta$  مثبت باشد، سه ریشه دارد.

$$\Delta = a^2 - 2(3a - 4) = a^2 - 6a + 8 = (a - 2)(a - 4)$$

$$\frac{\Delta < 0}{\Delta > 0} \rightarrow 2 < a < 4 \quad \frac{\Delta \geq 0}{\Delta < 0} \rightarrow \emptyset$$

حالت یک نقطه مشتق‌ناپذیر امکان ندارد.

$$\frac{\Delta > 0}{\Delta < 0} \rightarrow a < 2 \text{ یا } a > 4 \quad \frac{\Delta < 0}{\Delta > 0} \rightarrow a \in (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$$

اما دقت کنید که به ازای  $a = \frac{4}{3}$ ، تابع  $f$  دو نقطه مشتق‌ناپذیر خواهد داشت، پس حدود قابل قبول برای  $a$  مجموعه

$$(-\infty, \frac{4}{3}) \cup (\frac{4}{3}, 2) \cup (4, \infty)$$

برابر ۱ است.

(مسئله ۲ - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

(میوانیش نیکنام)

۱۷- گزینه «۱»

مقدار عبارت  $x^2 + nx$  به ازای  $x = 2$  صحیح است. این یعنی اگر  $x = 2$  طول یک نقطه غیر از نقطه رأس سهمی  $y = x^2 + nx$  باشد، تابع  $y = [x^2 + nx]$  در  $x = 2$  مشتق‌ناپذیر است و برای این که  $f$  مشتق‌پذیر شود، لازم است  $x = 2$  ریشه مضاعف عبارت  $x^2 + (m + 2n)x$  شود که این امکان‌پذیر نیست. در نتیجه  $x = 2$  طول رأس سهمی  $y = x^2 + nx$  است:

$$\Rightarrow -\frac{n}{2} = 2 \Rightarrow n = -4 \Rightarrow f(x) = (x^2 + (m - 4)x)[x^2 - 4x]$$

حال از تساوی  $f'_+(0) = 10$  مقدار  $m$  را پیدا می‌کنیم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + (m - 4)x)(-1)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x - m + 4) = 10 \Rightarrow m = -2$$



## ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

جمله عمومی دنباله هندسی  $a_n = -\frac{1}{2} \times (-2)^{n-1}$  و جمله عمومی دنباله

حسابی  $b_n = \frac{3}{2}n - 2$  است. پس داریم:

$$a_{10} = -\frac{1}{2} \times (-2)^9 = (-2)^8 = 256$$

$$b_{12} = \frac{3}{2}(12) - 2 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{a_{10}}{b_{12}} = \frac{256}{16} = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۲۲- گزینه «۴»

(جوآنبش نیکنام)

روش اول: تعداد مربع‌ها در شکل سؤال دنباله خطی است و از رابطه

$$t_n = 2n + 3$$

است با  $63 = 2 \times 30 + 3$  که ۳۲ مربع از آن در ستون قرار دارد. اعداد

روی ستون تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ می‌دهد و بزرگ‌ترین عدد

$$3 + 3 \times 4 = 127$$

روی ستون برابر است با:

$$127 + 125 = 252$$

و بزرگ‌ترین عدد روی سطر ۱۲۵ است. پس داریم:

روش دوم: مجموع بزرگ‌ترین اعداد سطر و ستون دنباله زیر را می‌سازند:

$$20, 28, 36, \dots$$

که از الگوی  $t_n = 8n + 12$  پیروی می‌کند. پس مجموع بزرگ‌ترین اعداد

$$\text{سطر و ستون شکل سی‌ام برابر } t_{30} = 8 \times 30 + 12 = 252 \text{ است.}$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۲۳- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ 26a + 6b + c = 13 \\ 81a + 9b + c = 25 \end{cases} \xrightarrow{c=4-4a-2b} \begin{cases} 22a + 2b = 9 \\ 45a + 3b = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{5}{2} \Rightarrow a + b + c = 3$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۲۴- گزینه «۱»

(عارل مسینی)

جملات دنباله حسابی را  $t_1$ ،  $t_1 + d$  و  $t_1 + 2d$  در نظر می‌گیریم که

این جمله باید تشکیل دنباله هندسی بدهند، پس داریم:

$$t_1(t_1 + 2d) = (t_1 + d)^2 \Rightarrow t_1^2 + 2t_1d = t_1^2 + 2t_1d + d^2$$

$$\Rightarrow t_1d = d^2 \xrightarrow{d \neq 0} t_1 = d$$

پس قدرنسبت دنباله هندسی برابر  $r = \frac{t_1 + d}{t_1} = 2$  است. مجموع  $10$

جمله و  $20$  جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_{10} = t_1(2^{10} - 1), \quad S_{20} = t_1(2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{20}}{S_{10}} = \frac{2^{20} - 1}{2^{10} - 1} = 2^{10} + 1 = 1025$$

(مسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۵- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

بیست جمله نخست با شماره جملات مضرب ۳ عبارتند از:

$$a_3, a_6, a_9, \dots, a_p.$$

در این دنباله جمله اول  $a_3 = -5$  و قدرنسبت ۳ برابر قدرنسبت دنباله

داده شده یعنی ۱۲- است. پس داریم:

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times (-5) + (20-1)(-12)) = -2380$$

(مسابان ۱- جبر و معادله؛ صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۶- گزینه «۲»

(مسعود برملا)

جمله اول دنباله  $a_1 \geq 10$  و قدرنسبت  $d \geq 9$  است. جمله دهم دنباله هم

نباید بزرگ‌تر از ۱۰۰ باشد.

$$a_{10} = a_1 + 9d \leq 100$$



در این سوال جملات دنباله  $a_n = 3n + 1$ : ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶

$$A = \frac{\sqrt{16} - \sqrt{4}}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{داریم. پس حاصل عبارت برابر است با:}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(عادل مسینی)

گزینه «۴» -۲۹

هر کدام از عبارت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{\frac{\sqrt{4-2\sqrt{3}}}{2}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) = \sqrt{6} + \sqrt{2} \\ \frac{1}{A} &= \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4} \\ \Rightarrow \frac{4}{A} &= \sqrt{6} - \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{A + \frac{4}{A}} + 5 &= \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{6} - \sqrt{2} + 5} \\ &= \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(عادل مسینی)

گزینه «۳» -۳۰

ابتدا معادله را می‌سازیم:

$$x^2 + 2x - 15 = 18x - 40 \Rightarrow x^2 - 16x + 25 = 0$$

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند. پس داریم:

$$a^2 - 16a + 25 = 0 \Rightarrow a^2 + 25 = 16a$$

$$\Rightarrow a + \frac{25}{a} = 16 \quad (*)$$

حال طرفین تساوی  $T = \sqrt{a} - \frac{5}{\sqrt{a}}$  را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$T^2 = a + \frac{25}{a} - 10 \xrightarrow{(*)} T^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow T = \sqrt{6}$$

a را جواب بزرگ‌تر در نظر گرفته‌ایم. پس  $T > 0$  است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

برای d فقط دو مقدار ۹ و ۱۰ قابل قبول است. برای هر دو مقدار تعداد دنباله را حساب می‌کنیم:

(الف)

$$d = 10 \Rightarrow a_1 + 90 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 10 \xrightarrow{a_1 \geq 10} a_1 = 10$$

یعنی فقط یک دنباله برای  $d = 10$  پیدا می‌شود.

(ب)

$$d = 9 \Rightarrow a_1 + 81 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 19 \xrightarrow{a_1 \geq 10} 10 \leq a_1 \leq 19$$

یعنی برای  $d = 9$ ,  $d = 9$  دنباله متفاوت پیدا می‌شود. در نهایت ۱۱ دنباله با شرایط مطلوب پیدا می‌شود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(عادل مسینی)

گزینه «۱» -۲۷

عبارت داده شده را بر حسب توان‌هایی از ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{54^m \times 24^n}{48^m \times 18^n} = \frac{2^m \times 3^{3m} \times 2^{2n} \times 3^n}{2^{4m} \times 3^m \times 2^n \times 3^{2n}} = 2^{2n-3m} \times 3^{2m-n} = 2 \times 3$$

در نتیجه به دستگاه معادلات زیر می‌رسیم و داریم:

$$\begin{cases} 2n - 3m = 1 \\ 2m - n = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 3, n = 5 \Rightarrow m + n = 8$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های فیبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

(عادل مسینی)

گزینه «۲» -۲۸

روش اول:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} - 2}{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{10}}{3}, \quad \frac{1}{4 + \sqrt{13}} = \frac{4 - \sqrt{13}}{3}$$

$$A = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$$

پس حاصل عبارت برابر است با:

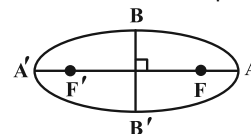
روش دوم: اگر  $a_n$  جملات یک دنباله حسابی باشند، تساوی زیر برقرار است:

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_1}}{d}$$

هندسه ۳

گزینه «۳» ۳۱

مطابق شکل، در بیضی داریم:



$$\begin{cases} FA' = a + c = ۳۲ \\ BB' = ۲b = ۱۶ \Rightarrow b = ۸ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b^2 = ۶۴ \Rightarrow a^2 - c^2 = ۶۴ \Rightarrow (a-c)(a+c) = ۶۴ \\ \Rightarrow (a-c) \times ۳۲ = ۶۴ \Rightarrow a-c = ۲ \Rightarrow FA = a-c = ۲ \end{aligned}$$

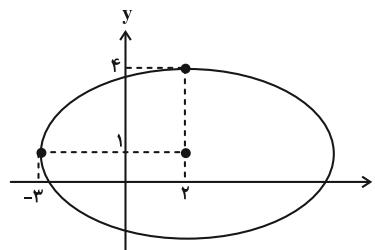
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۴» ۳۲

(موردار ملونری)

با توجه به فرض نتیجه می‌گیریم نقطه  $A(-۳, ۱)$  یک سر قطر بزرگ و نقطه  $(۲, ۴)$  یک سر قطر کوچک بیضی است و لذا  $a = ۵$  و  $b = ۳$  و در نتیجه

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = ۴$$



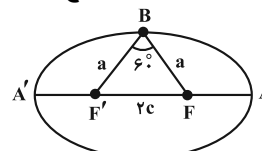
$$\begin{cases} F = (۲+۴, ۱) = (۶, ۱) \\ F' = (۲-۴, ۱) = (-۲, ۱) \end{cases}$$

مختصات کانون‌های بیضی برابر می‌شود با:

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۱» ۳۳

(کیوان دارایی)

می‌دانیم که  $BF = BF'$ ، پس مثلث  $BF'F$  متساوی‌الساقین است. ازطرفی  $\hat{B} = ۶۰^\circ$ ، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است. بنابراین:

$$BF = F'F \Rightarrow a = ۲c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۳» ۳۴

(افشین فاضلان)

در مثلث قائم‌الزاویه  $MFF'$  ضلع مقابل به زاویه  $\hat{F}$  برابر نصف وتر است.لذا  $\hat{F} = ۳۰^\circ$  و از آنجا  $\hat{M} = ۶۰^\circ$  لذا  $\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$  وچون  $\alpha = \beta$  پس  $\alpha = \beta = ۶۰^\circ$  بنابراین:  $\frac{\alpha}{۲} + \frac{\beta}{۳} = ۳۰^\circ + ۲۰^\circ = ۵۰^\circ$ 

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۱» ۳۵

(اسحاق اسفندیار)

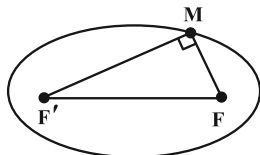
$$FF' = ۲c = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

طبق فرض:

$$\text{قطر کوچک: } ۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

در بیضی داریم:



$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow (MF + MF')^2 - 2MF \times MF' = ۶۴$$

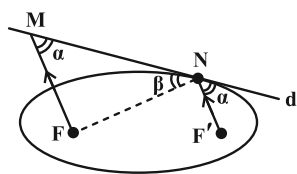
$$\Rightarrow ۱۰۰ - 2MF \times MF' = ۶۴ \Rightarrow MF \times MF' = ۱۸$$

$$S_{MFF'} = \frac{1}{2} MF \times MF' = ۹$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۳» ۳۶

(کیوان دارایی)

شکل زیر نشان می‌دهد که  $FM = FN$ :

$$\alpha = \beta \Rightarrow FM = FN$$

داریم:  $N \Rightarrow NF + NF' = ۲a$  نقطه‌ای روی بیضی است

$$\frac{FM=FN}{\text{از طرفی}} \Rightarrow FM + F'N = ۲a \Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$FF' = ۲c = ۶ \Rightarrow c = ۳$$

از طرفی:

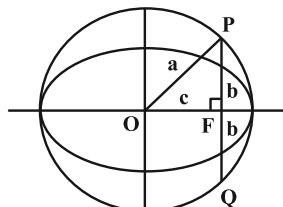
بنابراین:

$$b^2 = a^2 - c^2 = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow ۲b = ۸ \text{ (قطر کوچک)}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۲» ۳۷

(ممد صمدکار)

با توجه به شکل اندازه پاره خط  $FP$  در مثلث قائم‌الزاویه  $OPF$  برابر با  $b$ است. بنابراین اندازه پاره خط  $PQ$  برابر با  $۲b$  خواهد بود و خواهیم داشت:

$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\ ۲a = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{۲\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow c = ۳$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = ۱۲ - ۹ = ۳ \Rightarrow b = \sqrt{۳} \Rightarrow PQ = ۲b = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)



## هندسه ۳- پیشروی سریع

گزینه «۳» ۴۱-

(سوکندر روشنی)

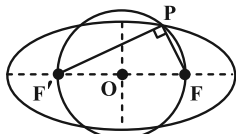
$$|AA'| = 2a = 6\sqrt{5} \Rightarrow a = 3\sqrt{5}$$

$$|BB'| = 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 45 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{41}$$

شعاع دایره با  $c = \sqrt{41}$  برابر است بنابراین  $FF'$  قطر دایره است. P

نقطه‌ای روی محیط دایره است پس قطر  $(FF')$  را با زاویه  $90^\circ$  رویت می‌کند. بنابراین:



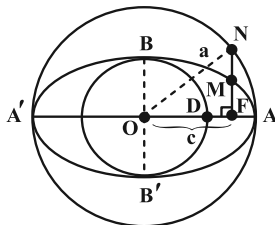
$$PF^2 + PF'^2 = (2c)^2 = (2\sqrt{41})^2 = 164$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۳» ۴۲-

(کیوان داری)

برای حل سؤال از نتیجه دو تمرین کتاب درسی استفاده می‌کنیم:



$$\Delta ONF: NF = \sqrt{a^2 - c^2} = b$$

مطابق شکل داریم:

$$MF = \frac{b^2}{a} \text{ از طرفی}$$

$$\left. \begin{aligned} FM &= \frac{b^2}{a} \\ FN &= b \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = b - \frac{b^2}{a} \Rightarrow MN = \frac{ba - b^2}{a} \text{ بنابراین}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{b(a-b)}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}(a-b) = \frac{1}{2} \quad (*)$$

از طرفی  $DA = 1$  در نتیجه:  $OA - OD = 1 \Rightarrow a - b = 1$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \text{ بنابراین}$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه «۱» ۴۳-

(مهم صحت کار)

با توجه به خاصیت بازتابندگی بیضی، خط  $\Delta$  نیمساز زاویه  $FMF'$  است.

بنابراین براساس خواص نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث  $FMF'$  خواهیم داشت:

$$\frac{DF}{DF'} = \frac{MF}{MF'} \Rightarrow \frac{MF'}{DF'} = \frac{MF}{DF} = \frac{3}{1}$$

گزینه «۴» ۳۸- (مهم صحت کار)

اگر شعاع نوری از یکی از کانون‌های بیضی بگذرد و به بدنه بیضی بتابد شعاع بازتاب از کانون دیگر می‌گذرد. بنابراین خط مورد نظر خط گذرنده از نقطه M و کانون  $F'$  است. پس باید ابتدا مختصات کانون  $F'$  را بیابیم. با توجه به مرکز تقارن بیضی که مبدأ مختصات است و مختصات کانون  $F$ ، مختصات کانون  $F'$  به صورت  $(-5, 0)$  خواهد بود. بنابراین معادله خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - 0 = \frac{2 - 0}{3 - (-5)}(x - (-5)) \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x + 5)$$

$$\Rightarrow 4y = x + 5 \Rightarrow x - 4y = -5$$

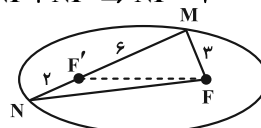
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه «۲» ۳۹-

(سیرمهم رضا عسینی فر)

مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی تا دو کانون، مقدار ثابتی است پس:

$$MF + MF' = NF + NF' \Rightarrow NF = 7$$



با استفاده از رابطه استوارت در مثلث MNF برای محاسبه  $FF'$  داریم:

$$7^2 \times 6 + 3^2 \times 2 = FF'^2 \times 8 + 8 \times 6 \times 2 \Rightarrow 294 + 18 = 8FF'^2 + 96$$

$$\Rightarrow 8FF'^2 = 216 \Rightarrow FF'^2 = 27 \Rightarrow FF' = 3\sqrt{3}$$

از طرفی خروج از مرکز بیضی از رابطه  $e = \frac{c}{a}$  به دست می‌آید:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{FF'}{MF + MF'} = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

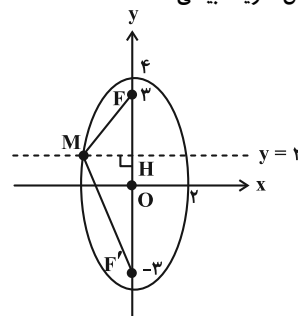
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه «۲» ۴۰-

(مهرادر ملونری)

مطابق شکل،  $F(0, 3)$  و  $F'(0, -3)$  کانون‌های بیضی هستند و داریم

$a = 4$ ; همچنین طبق تعریف بیضی:



$$MF + MF' = 2a = 8$$

رابطه فیثاغورس را در دو مثلث قائم‌الزاویه  $MFH$  و  $MF'H$  می‌نویسیم:

$$\begin{cases} MF^2 = MH^2 + 1^2 \\ MF'^2 = MH^2 + 5^2 \end{cases} \Rightarrow MF'^2 - MF^2 = 25 - 1 = 24$$

$$\Rightarrow (MF' - MF)(MF' + MF) = 24 \Rightarrow MF' - MF = 3$$

$$\begin{cases} MF' + MF = 8 \\ MF' - MF = 3 \end{cases} \Rightarrow MF' = 5/5, MF = 2/5$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

$$(x-2)^2 = fa(y-k) \Rightarrow y = k - a = 0 \Rightarrow k = a$$

$$(x-2)^2 = fa(y-a) \xrightarrow{(4,2)} (4-2)^2 = fa(2-a)$$

$$4a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 4(y-1) \quad \text{معادله سهمی}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۴۸- گزینه «۳» (ممر صحت‌کار)

کانون این سهمی روی خط  $y = x - 1$  است. بنابراین می‌توانیم مختصات کانون را به صورت  $(m, m-1)$  در نظر بگیریم. با توجه به ویژگی سهمی فاصله نقطه  $A$  از کانون و خط هادی با هم برابر است. بنابراین:

$$\sqrt{(m+1)^2 + (m-1-2)^2} = |6-2| = 4$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m + 1 + m^2 - 6m + 9 = 16$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 4m - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+1) = 0$$

بنابراین  $m = 3$  یا  $m = -1$  است و خواهیم داشت:

$$m = 3 \Rightarrow F(3, 2), \quad m = -1 \Rightarrow F(-1, -2)$$

کانون این سهمی در ناحیه اول دستگاه مختصات است پس کانون نقطه  $F(3, 2)$  است و فاصله این نقطه تا خط هادی یعنی خط  $y = 6$  برابر

$$\text{است با: } 6-2 = 4$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

۴۹- گزینه «۱» (ممر صحت‌کار)

معادله یک سهمی قائم رو به پایین به صورت  $(x-\alpha)^2 = -4a(y-\beta)$  است. محور تقارن این سهمی خطی است که از وسط نقاط  $A(\gamma, 0)$  و  $B(-1, 0)$  می‌گذرد و بر محور  $x$  ها عمود است. بنابراین معادله محور تقارن

به صورت  $x = \frac{-1+\gamma}{2} = 3$  است. بنابراین طول رأس سهمی برابر با ۳ است.

از طرفی دیگر رأس سهمی روی خط  $y = 2x - 1$  قرار دارد. بنابراین:

$$x_S = 3 \Rightarrow y_S = 2 \times 3 - 1 = 5$$

پس معادله این سهمی به صورت  $(x-3)^2 = -4a(y-5)$  است. نقاط  $A(\gamma, 0)$  و  $B(-1, 0)$  روی این سهمی هستند. پس مختصات آن‌ها در

معادله سهمی صدق می‌کند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$(7-3)^2 = -4a(0-5) \Rightarrow 20a = 16 \Rightarrow a = 0.8$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۵۰- گزینه «۲» (مهر راز ملونری)

نقطه  $O(-1, 2)$  مرکز دایره داده شده و شعاع آن برابر  $r = 2$  است. اگر  $M$  را یکی از مراکز دایره‌های مورد نظر بگیریم، طبق فرض دایره‌ای به مرکز  $M$  وجود دارد که هم بر خط  $x = 3$  و هم بر دایره به مرکز  $O$  و شعاع  $r$  مماس است. فرض کنید شعاع این دایره برابر  $R$  باشد. در این صورت فاصله  $M$  از خط  $x = 3$  برابر  $R$  و فاصله  $M$  از  $O$  برابر  $R+2$  است. لذا فاصله  $M$  از  $O$ ،  $2$  واحد بیشتر از فاصله‌اش از خط  $x = 3$  است. پس فاصله  $M$  از  $O$  برابر فاصله‌اش از خط  $x = 5$  است. پس  $M$  روی سهمی به کانون  $O(-1, 2)$  و خط هادی  $x = 5$  قرار دارد. فاصله  $O(-1, 2)$  از خط هادی  $x = 5$  برابر  $6 = 5 - (-1)$  است.

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

$$\Rightarrow \frac{MF + MF'}{DF + DF'} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{2a}{2c} = 3 \Rightarrow a = 3c \Rightarrow c = \frac{a}{3}$$

می‌دانیم که در بیضی رابطه  $a^2 = b^2 + c^2$  برقرار است. بنابراین:

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a^2 = 16 + \frac{a^2}{9} \Rightarrow \frac{8}{9}a^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 18$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow AA' = 2a = 6\sqrt{2} \quad \text{(قطر بزرگ)}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۴۴- گزینه «۴» (مهر راز ملونری)

چون رأس و کانون سهمی روی خط  $y = 1$  قرار دارند، لذا سهمی افقی است. از طرفی کانون ۳ واحد سمت چپ رأس قرار دارد، پس دهانه سهمی رو به چپ باز می‌شود و  $a = 3$  است.

$$\text{معادله سهمی: } (y-1)^2 = -12(x-2)$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

۴۵- گزینه «۲» (امیر حسین ابومصوب)

خط هادی افقی است، پس نوع سهمی قائم بوده و به صورت زیر معادله آن را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{رأس } S: (1, -1) \\ \text{دهانه سهمی رو به بالا} \Rightarrow \begin{cases} a = |y_\Delta - y_S| = |-\frac{3}{2} + 1| = \frac{1}{2} \\ y_S > y_\Delta \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = |y_\Delta - y_S| = |-\frac{3}{2} + 1| = \frac{1}{2} \\ y_S > y_\Delta \end{cases}$$

$$\text{معادله سهمی: } (x-1)^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)(y-(-1)) \Rightarrow (x-1)^2 = 2(y+1)$$

$$\xrightarrow{\text{محور } y \text{ ها}} \frac{y}{x=0} \Rightarrow 1 = 2(y+1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

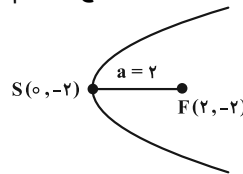
۴۶- گزینه «۴» (کیوان رابری)

$M$  نقطه‌ای روی سهمی است، بنابراین فاصله‌اش از کانون و خط هادی برابر است. بنابراین حالا که  $M$  از رأس و خط هادی به یک فاصله است، پس از کانون و رأس نیز به

یک فاصله است. پس  $M$  روی عمودمنصف  $SF$  قرار دارد.

$$(y+2)^2 = 8x \quad \text{SF قرار دارد.} \Rightarrow (y+2)^2 = 4 \times 2 \times (x-0) \Rightarrow S = (0, -2), \quad a = 2$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت راست است. خط  $x = 1$  عمودمنصف پاره خط  $SF$  است. این خط را با سهمی قطع می‌دهیم.



$$\begin{cases} (y+2)^2 = 8x \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow (y+2)^2 = 8 \Rightarrow y+2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

(هنرسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

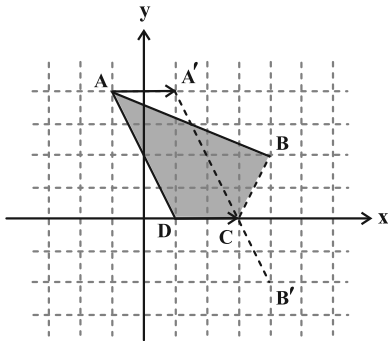
۴۷- گزینه «۲» (اسحاق اسفندیار)

با توجه به معادلات محور تقارن و خط هادی و این که از  $M(4, 2)$  می‌گذرد، نتیجه می‌گیریم سهمی قائم رو به بالا است و رأس سهمی به صورت  $(2, k)$  است. معادله سهمی به صورت زیر است:

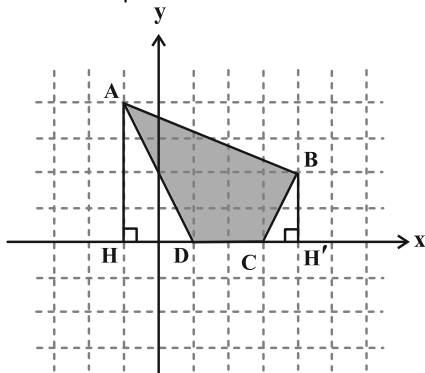


(سیرممرضا حسینی فردر)

۵۳- گزینه «۱»



نقاط  $D(n, 0)$  و  $C(n+2, 0)$  روی محور  $x$  ها به فاصله ۲ واحد از هم هستند. پس نقطه  $A$  را به اندازه ۲ واحد در راستای محور  $x$  ها انتقال می‌دهیم تا به  $A'(1, 4)$  برسیم. نقطه  $B$  را نیز نسبت به محور  $x$  ها بازتاب می‌دهیم تا  $B'(-2, 4)$  به دست آید. نقاط  $A'$  و  $B'$  را به هم وصل می‌کنیم تا محور  $x$  ها را در  $C(3, 0)$  قطع کند. بنابراین  $D(1, 0)$  به دست می‌آید و محیط چهارضلعی  $ABCD$  کمترین مقدار ممکن است. برای پیدا کردن مساحت چهارضلعی  $ABCD$  می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:



$$S_{ABCD} = S_{AHH'B} - S_{AHD} - S_{BH'C} = 15 - 4 - 1 = 10$$

$$\text{توجه: } S_{AHH'B} = \frac{(2+4) \times 5}{2} = 15$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

(سیرممرضا حسینی فردر)

۵۴- گزینه «۴»

ترکیب یک بازتاب محوری با خودش، ترکیب دوران  $180^\circ$  با خودش و همچنین ترکیب تجانس با نسبت  $k = -1$  با خودش، یک تبدیل همانی است ولی ترکیب انتقال (با بردار  $\vec{u}$ ) با خودش، انتقالی با بردار  $2\vec{u}$  است.

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

(مهرداد ملونزی)

۵۵- گزینه «۲»

طبق فرض  $BC = 2CD = 2p$  و  $EF = 2AF = 2n$ ، لذا توسط قضیه فیثاغورس، طول اضلاع قائمه دو مثلث  $AEF$  و  $BCD$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} n^2 + (2n)^2 = 6^2 \Rightarrow n = \frac{6}{\sqrt{5}}, & 2n = \frac{12}{\sqrt{5}} \\ p^2 + (2p)^2 = 8^2 \Rightarrow p = \frac{8}{\sqrt{5}}, & 2p = \frac{16}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

مساحت هر یک از مثلث‌های مذکور برابر می‌شود با:

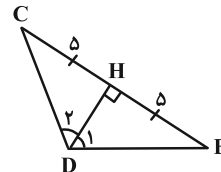
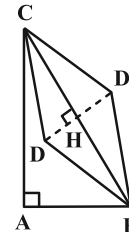
هندسه ۲

۵۱- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول وتر برابر  $10$  می‌شود. در مثلث متساوی‌الساقین  $DBC$ ، ارتفاع  $DH$  (وارد بر قاعده) را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{BH}{BD} \Rightarrow BD = DC = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

بازتاب نقطه  $D$  را نسبت به وتر  $BC$  به دست می‌آوریم و  $D'$  می‌نامیم.

$$S_{DBC} = \frac{1}{2} DB \times DC \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

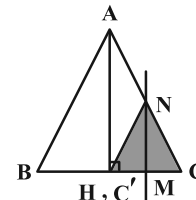
$$S_{ABD'C} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}(6 \times 8) + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{ABD'C} = 24 + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

(اسحاق اسفندیار)

۵۲- گزینه «۳»

مطابق شکل، نقطه  $C'$  منطبق بر  $H$  (بای ارتفاع  $AH$ ) است.

$$MN \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NM}{AH} = \frac{CM}{CH} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow NM = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(2)\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{NCC'} = \frac{1}{2} NM \times CC' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

$$\frac{OA'}{OA} = k = 3 \Rightarrow \frac{OA + AA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{OA + 2\sqrt{3}}{OA} = 3$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۵۸- گزینه «۱» (افشین فاضل‌فان)

می‌دانیم دوران تبدیل طولی‌است و اندازه ضلع را حفظ می‌کند. بنابراین  $AB' = AB$  و چون وتر روی ضلع قائم منطبق شده است لذا

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AB \quad \widehat{BAC} = 30^\circ \text{ (برابر زاویه دوران). بنابراین:}$$

حال طبق فرض داریم:

$$B'C = AB' - AC = AB - \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2(\delta + 3\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} + 10$$

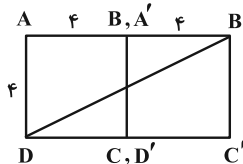
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۹- گزینه «۳» (سوکندر روشنی)

اولاً طول ضلع مربع برابر ۴ است. زیرا:

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$$

ثانیاً تبدیل مطلوب سؤال به صورت زیر است:



$$\text{قضیه فیثاغورس: } DB'^2 = 4^2 + 4^2 = 80$$

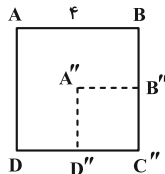
$$\Rightarrow DB' = 4\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۶۰- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

ترکیب دو تجانس با مرکز تجانس یکسان  $O$  و نسبت‌های  $k_1$  و  $k_2$  یک تجانس به مرکز  $O$  با نسبت  $k_1 k_2$  است. در نتیجه:

$$k_1 k_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



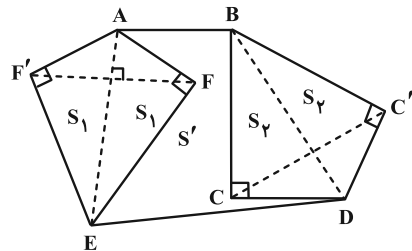
$$\Rightarrow \frac{S_{A''B''C''D''}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

در نتیجه مساحت ناحیه بین دو مربع مورد نظر،  $\frac{35}{36}$  مساحت مربع ABCD است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

$$\begin{cases} S_1 = S_{AEF} = \frac{1}{2}(n) \times (\frac{1}{2}n) = \frac{36}{5} \\ S_2 = S_{BCD} = \frac{1}{2}(p) \times (\frac{1}{2}p) = \frac{64}{5} \end{cases}$$

مطابق شکل با بازتاب نقاط  $C$  و  $F$  به ترتیب نسبت به خطوط  $BD$  و  $AE$ ، بدون تغییر محیط، مساحت شش‌ضلعی مورد نظر را تا حد امکان می‌توان افزایش داد. اگر مساحت شش‌ضلعی اولیه را  $S'$  بگیریم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

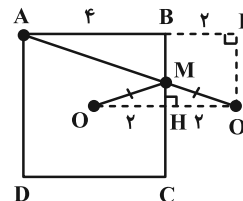


$$\Rightarrow S' = S_1 + S_2 = \frac{36}{5} + \frac{64}{5} = 20$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶- گزینه «۲» (مهرداد ملونری)

مطابق شکل و طبق مسئله هرون، بازتاب  $O$  را نسبت به ضلع  $BC$ ، نقطه  $O'$  می‌نامیم. تقاطع  $AO'$  با ضلع  $BC$  را نقطه  $M$  می‌نامیم که به ازای آن حاصل  $MA + MO$  کمترین مقدار مورد نظر است. داریم:



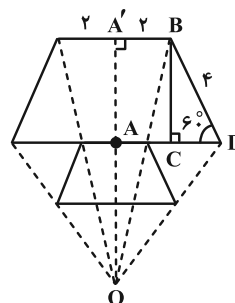
$$MA + MO = MA + MO' = AO' = \sqrt{AK^2 + KO'^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

۵۷- گزینه «۴» (امیررضا فلاح)

مطابق شکل، خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش در مرکز تجانس هم‌مسافتند. داریم:



$$\Delta BCD: BC = 4 \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

بنابراین  $AA' = 2\sqrt{3}$  طبق تعریف تجانس:



$$\frac{BO}{OD} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توکب در مخرج}} \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

در مثلث  $BDC$  چون  $OM \parallel CD$ ، لذا طبق قضیهٔ تالس داریم:

$$\frac{OM}{CD} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

دو مثلث  $COD$  و  $MOC$  ارتفاع‌های برابر دارند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است، در نتیجه:

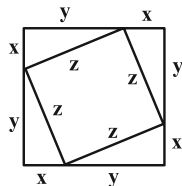
$$\frac{S_{MOC}}{S_{COD}} = \frac{OM}{CD} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن- پنجره‌های ۴۵ تا ۴۷)

(مهرراز ملونری)

گزینهٔ «۳» - ۶۴

مطابق شکل، رئوس مربع کوچک، اضلاع مربع بزرگ را به دو قسمت به طول‌های  $X$  و  $Y$  تقسیم کرده است. طبق فرض داریم:



$$\begin{cases} 4(x+y) = 42 \Rightarrow x+y = \frac{21}{2} \\ 4z = 30 \Rightarrow z = \frac{15}{2} \end{cases}$$

از طرفی طبق قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = z^2$$

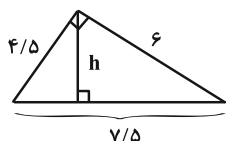
$$\Rightarrow 2xy = \left(\frac{21}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{216}{4} = 54 \Rightarrow y = \frac{27}{x}$$

$$\frac{x+y=\frac{21}{2}}{\frac{27}{x}} \rightarrow x + \frac{27}{x} = \frac{21}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{21}{2}x + 27 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 21x + 54 = 0 \Rightarrow (2x-9)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} = 4.5 \Rightarrow y = 6 \\ x = 6 \Rightarrow y = 4.5 \end{cases}$$

فاصلهٔ رأس مربع بزرگ از نزدیک‌ترین ضلع مربع کوچک، همان طول ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویهٔ زیر است. داریم:



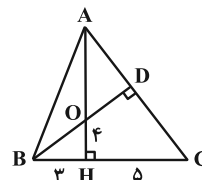
$$4/5 \times 6 = 7/5 h \Rightarrow h = \frac{4/5 \times 6}{7/5} = 3/6$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

هندسه ۱

گزینهٔ «۲» - ۶۱

(اساقی اسفندیار)



$$\Delta BOH : BO^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow BO = 5$$

$$\Delta BHO \sim \Delta BCD \xrightarrow{\text{(ز)}} \frac{OH}{DC} = \frac{OB}{BC}$$

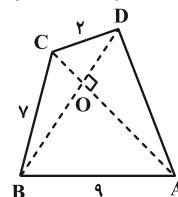
$$\Rightarrow \frac{4}{DC} = \frac{5}{8} \Rightarrow DC = 6.4$$

(هندسه ۱- قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

گزینهٔ «۳» - ۶۲

(سیرمهررضا عسینی فر)

اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند آن‌گاه چهارضلعی حاصل از هم وصل کردن (متوالی) وسط‌های اضلاع در آن چهارضلعی، یک مستطیل خواهد بود (و برعکس). در چهارضلعی  $ABCD$  مطابق شکل، قطرهای  $AC$  و  $BD$  بر هم عمودند. اگر  $O$  محل برخورد قطرها باشد با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه داریم:



$$AO^2 + BO^2 = 81$$

$$CO^2 + DO^2 = 4$$

$$BO^2 + CO^2 = 49$$

$$AO^2 + DO^2 = AD^2$$

$$\Rightarrow AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2 = 81 + 4 = 49 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD = 6$$

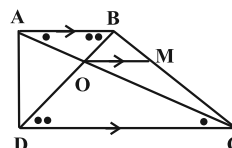
(هندسه ۱- پنجره‌های ۶۴)

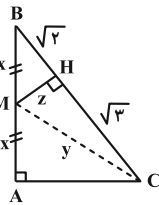
گزینهٔ «۱» - ۶۳

(سیرمهررضا عسینی فر)

دو مثلث  $AOB$  و  $COD$  زوایای برابر دارند پس با هم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها برابر مربع نسبت تشابه است، پس:

$$\frac{S_{COD}}{S_{AOB}} = k^2 = 4 \Rightarrow k = \frac{OD}{BO} = 2$$





$$y^2 = z^2 + 3$$

$$- x^2 = z^2 + 2$$

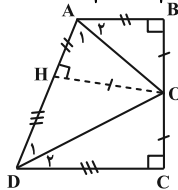
$$y^2 - x^2 = 1 \Rightarrow AC^2 = 1 \Rightarrow AC = 1$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(معمد سمت کار)

گزینه «۱» ۶۹

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{D} = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$



بنابراین زاویه  $\hat{A}OD$  برابر  $90^\circ$  و مثلث  $AOD$  قائم‌الزاویه است. از طرفی دیگر طبق شکل و خاصیت نیمساز خواهیم داشت:

$$\begin{cases} OH = OB = OC \\ AH = AB = 4 \Rightarrow AD = 4 + 9 = 13 \\ DH = DC = 9 \end{cases}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه  $AOD$  داریم:

$$OH^2 = AH \times DH = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow OH = 6$$

$$\Rightarrow BC = OB + OC = 6 + 6 = 12$$

$$\Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 4 + 12 + 9 + 13 = 38$$

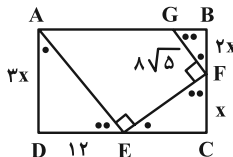
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- پندرضلعی‌ها؛

صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

(معمد سمت کار)

گزینه «۴» ۷۰

مثلث‌های قائم‌الزاویه  $ADE$ ،  $CFE$  و  $BGF$  به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. بنابراین:



$$\frac{BG}{2x} = \frac{12}{3x} \Rightarrow BG = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$\Rightarrow BGF : BF^2 = (8\sqrt{5})^2 - 8^2 = 256$$

$$\Rightarrow BF = 16 \Rightarrow CF = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x}{EC} = \frac{BG}{2x} \Rightarrow \frac{8}{EC} = \frac{8}{16} \Rightarrow EC = 16$$

$$\Rightarrow CD = 16 + 12 = 28 \Rightarrow AB = 28$$

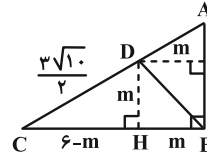
$$\Rightarrow AG = 28 - 8 = 20$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

گزینه «۴» ۶۵

(مهررار ملونری)

چهارضلعی  $BCDK$  دوزنقه قائم‌الزاویه است. پس  $BC \parallel DK$  و طبق قضیه خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود  $\hat{D}_1 = 45^\circ$  و لذا مثلث  $BDK$  قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.



فرض می‌کنیم  $DK = KB = m$ ؛ ارتفاع  $DH$  را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$m^2 + (6-m)^2 = \left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right)^2 \Rightarrow 2m^2 - 12m + 36 = 22.5$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 12m + 13.5 = 0$$

$$m = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 8 \times 13.5}}{4} = \frac{12 \pm 6}{4} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4.5 \\ m_2 = 1.5 \end{cases}$$

طبق فرض  $BC > AB$ ، پس  $CH > DH$  و در نتیجه:

$$DH = 1/5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- پندرضلعی‌ها؛

صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

گزینه «۱» ۶۶

(امیررضا فلاح)

از هر رأس  $n-3$  قطر می‌گذرد. برای سه رأس دوه‌دو غیرمجاور، با توجه به قطرهای مشترک در مجموع  $3(n-3)-3$  قطر متمایز بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$3(n-3)-3 = 18 \Rightarrow 3(n-3) = 21 \Rightarrow n = 10$$

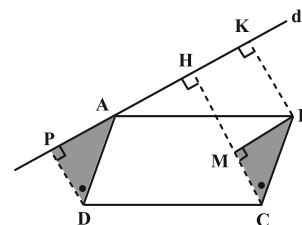
با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس  $n$  ضلعی، سطح آن به  $n-2$  مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب  $8 = 10 - 2$  می‌باشد.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

گزینه «۳» ۶۷

(هومن عقیلی)

از  $B$  عمود  $BM$  را بر  $CH$  رسم می‌کنیم. در این صورت  $\triangle BMC \cong \triangle APD$  پس  $CH = MH + CM$  و  $BK = MH$  و  $PD = CM$  و داریم  $CH = 8 + 4 = 12$ .

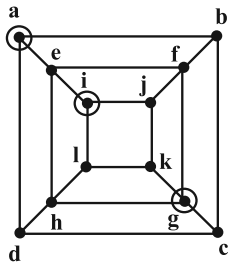


(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

گزینه «۲» ۶۸

(هومن عقیلی)

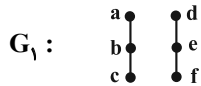
$M$  را به  $C$  وصل می‌کنیم. مطابق شکل، طبق قضیه فیثاغورس داریم:



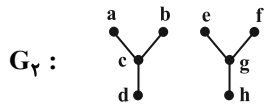
(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

۷۵- گزینه «۲»

(غریزاد بواربی)



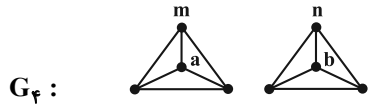
$\gamma = 2$ , یکتاست  $\Rightarrow$  مجموعه احاطه گر مینیم



$\gamma = 2$ , یکتاست  $\Rightarrow$  مجموعه احاطه گر مینیم



$G_3$  دارای دو مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ می باشد یکی  $\{a, b\}$  و دیگری  $\{a, c\}$ ; لذا غیر یکتاست.



دو مجموعه  $\{m, n\}$  و  $\{a, b\}$  در  $G_4$  احاطه گر مینیم با اندازه ۲ هستند لذا یکتا نیستند.

پس در دو مورد از چهار گراف بالا مجموعه احاطه گر یکتا بوده و  $\gamma = 2$  می باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

۷۶- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

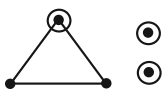
در این گراف چون  $\gamma = 1$  بنابراین گراف رأس فول دارد. به عبارتی:

$$\Delta = p - 1 = 5 - 1 = 4$$

و چون گراف تنها دو  $\gamma -$  مجموعه دارد، پس تنها دو رأس فول یعنی رأس درجه ۴ دارد. کمترین اندازه گراف زمانی است که ۳ رأس دیگر گراف از درجه ۲ باشند (توجه داشته باشید با درجات پایین تر گرافی وجود ندارد). پس درجات رئوس گراف  $G$  به صورت ۴, ۴, ۲, ۲, ۲ است. برای به دست آوردن درجات رئوس در گراف مکمل، درجات رئوس  $G$  را از  $p - 1$  یعنی ۴، کم می کنیم. پس دنباله درجات گراف  $\bar{G}$  به صورت زیر است:

۲, ۲, ۲, ۰, ۰

که اگر آن را رسم کنیم خواهیم دید که  $\gamma(\bar{G}) = 3$ .



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

### ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۳»

(ممد صدت کار)

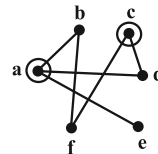
گزاره های «الف»، «ب» و «پ» گزاره هایی درست هستند اما گزاره «ت» گزاره ای نادرست است، زیرا برای هر گراف با مجموعه رأس های  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$  خود مجموعه  $V$  مجموعه ای احاطه گر است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

۷۲- گزینه «۲»

(ممد صدت کار)

ابتدا باید گرافی با ۶ رأس رسم کنیم و هر رأس را به نام یکی از شهرها نام گذاری کنیم. سپس نقاط متناظر با شهرهایی که فاصله آن ها ۲۰ کیلومتر یا کمتر است را به هم وصل کنیم. در این شرایط، هدف، یافتن عدد احاطه گری این گراف است.



مجموعه های دو عضوی  $\{a, c\}$  و  $\{a, f\}$  مجموعه های احاطه گر مینیم این گراف هستند. بنابراین:

$$\gamma(G) = 2$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۶)

۷۳- گزینه «۴»

(کیوان دارابی)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»:

$$p = 8, \Delta = 3, \gamma = 2 \Rightarrow 2 = \frac{8}{3+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۲»:

$$p = p, \Delta = p-1, \gamma = 1 \Rightarrow 1 = \frac{p}{p-1+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۳»:

$$p = p, \Delta = 0, \gamma = p \Rightarrow p = \frac{p}{0+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۴»:

$$p = 6, \Delta = 2, \gamma = 3 \Rightarrow 3 \neq \frac{6}{2+1} \Rightarrow \gamma \neq \frac{p}{\Delta+1}$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ و ۴۴)

۷۴- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

در این گراف  $\gamma = 3$ ، به عنوان مثال یکی از  $\gamma -$  مجموعه ها، مجموعه  $\{a, g, i\}$  است.

## ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

(معمد صحت کار)

۸۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.

گزینه «۲»: احاطه گر نیست.

گزینه «۳»: یک مجموعه احاطه گر مینیمم است که با توجه به گزینه «۱»، مینیمم نیست.

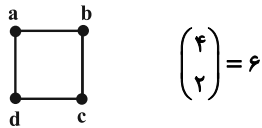
گزینه «۴»: احاطه گر است ولی مینیمم نیست زیرا با حذف رأس  $d$  همچنان احاطه گر باقی می‌ماند.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(معمد صحت کار)

۸۲- گزینه «۴»

این گراف گرانی ناهمبند با ۳ بخش است. برای یافتن تعداد مجموعه‌های احاطه گر مینیمم باید ابتدا تعداد ۷- مجموعه‌های هر بخش را حساب کنیم و سپس این اعداد را در هم ضرب کنیم.

رأس‌های  $j$  و  $k$  در همه مجموعه‌های احاطه گر مینیمم هستند. بنابراین:

$$36 = 3 \times 2 \times 6 = \text{تعداد } 7\text{-مجموعه‌ها}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(مصطفی دیداری)

۸۳- گزینه «۱»

مرتبه گراف فرد است پس  $k$  باید زوج باشد یعنی  $k = 4, 6, 8$ . کرانپایین عدد احاطه‌گری برابر  $\left\lfloor \frac{p}{\Delta+1} \right\rfloor$  یا  $\left\lfloor \frac{p}{k+1} \right\rfloor$  است. پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Delta = 4 &\Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{4+1} \right\rfloor = 4 \\ \Delta = 6 &\Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{6+1} \right\rfloor = 2 \Rightarrow 4 + 3 + 2 = 9 \\ \Delta = 8 &\Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{8+1} \right\rfloor = 2 \end{aligned} \right\}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

۷۷- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

گزینه‌های «۱» تا «۳» را می‌توان با اضافه کردن یک رأس دیگر به مجموعه احاطه گر تبدیل کرد.

بررسی گزینه‌ها:

$$\{b, c, l\} \cup \{k\} = \{b, c, k, l\} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\{c, f, j\} \cup \{k\} = \{c, f, j, k\} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\{e, g, i\} \cup \{h\} = \{e, g, i, h\} \quad \text{گزینه «۳»}$$

در گزینه «۴»، مجموعه  $\{h, i, l\}$  هیچ یک از رؤس  $a$  و  $d$  و همچنین رؤس مجاور آن‌ها را ندارد و از آنجا که مجموعه رؤس مجاور هر یک از رأس‌های  $a$  و  $d$  فاقد عضو مشترک هستند، لذا نمی‌توان فقط با یک رأس، مجموعه داده شده را به مجموعه احاطه گر تبدیل کرد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(امد رضا فلاح)

۷۸- گزینه «۱»

بررسی موارد:

(الف) این مجموعه احاطه گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعه باقی‌مانده احاطه گر نیست، پس احاطه گر مینیمم است.

(ب) این مجموعه احاطه گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعه باقی‌مانده احاطه گر نیست، پس احاطه گر مینیمم است.

(پ) این مجموعه احاطه گر است اما با حذف رأس  $d$  مجموعه باقی‌مانده  $\{a, f, g\}$  کماکان احاطه گر است. پس این مجموعه مینیمم نیست.

(ت) این مجموعه هم شبیه مجموعه‌های (الف) و (ب) مینیمم است.

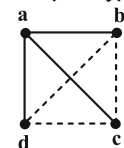
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(معمد صحت کار)

۷۹- گزینه «۳»

برای آن که مجموعه یک عضوی  $D = \{a\}$  مجموعه‌ای احاطه گر باشد باید رأس  $a$  با همه رأس‌های دیگر مجاور باشد. بنابراین در مجموعه یال‌های این گراف یال‌های  $ab$ ،  $ac$ ،  $ad$  حتماً هستند اما سه یال دیگر یعنی  $bc$ ،  $bd$  و  $cd$  می‌توانند در مجموعه یال‌های این گراف باشند یا نباشند. پس تعداد گراف‌های مطلوب برابر است با:

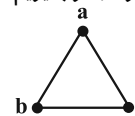
$$2 \times 2 \times 2 = 8$$



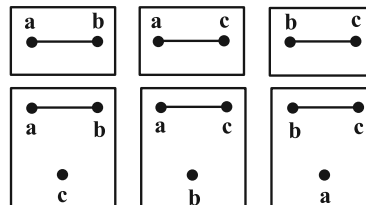
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

(سوکندر روشنی)

۸۰- گزینه «۳»

اگر گراف  $C_3$  را به صورت زیر در نظر بگیریم:

زیرگراف‌هایی که دارای دو ۷-مجموعه متمایز هستند عبارتند از:



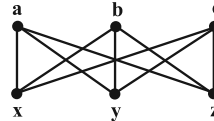
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)



## ۸۴ - گزینه «۲»

(کیوان دارایی)

برای تحلیل راحت تر گراف، گراف یکریخت (هم‌نوع) با آن را رسم می‌کنیم.



در این گراف  $\gamma = 2$ ، اما گراف دو مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی دارد: مجموعه‌های  $\{a, b, c\}$  و  $\{x, y, z\}$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

## ۸۵ - گزینه «۳»

(کیوان دارایی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است، زیرا با حذف هر رأس، مجموعه‌ی دیگر احاطه‌گر نخواهد بود.

گزینه «۲»: مجموعه  $\{1, 8, 9\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است.

گزینه «۳»: این مجموعه احاطه‌گر است، اما مینیمال نیست، زیرا اگر عضو ۸ را از مجموعه حذف کنیم، مجموعه کماکان احاطه‌گر خواهد بود.

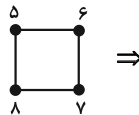
گزینه «۴»: مجموعه  $\{1, 3, 9, 10\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمال است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

## ۸۶ - گزینه «۲»

(کیوان دارایی)

عدد احاطه‌گری  $C_n$  با ۲ برابر است، یعنی گراف با حداقل ۲ رأس احاطه می‌شود. هر دو رأس هم انتخاب کنیم، یک مجموعه‌ی احاطه‌گر تشکیل می‌دهند. مجموعه‌های دارای بیشتر از ۲ عضو نیز قطعاً احاطه‌گر خواهند بود. بنابراین:



$$= 1 + 4 + 6 = 11 = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}$$

از طرفی بخش دیگر گراف یعنی گراف زیر نیز دو نوع مجموعه‌ی احاطه‌گر دارد. آنهایی که شامل رأس ۱ هستند و آنهایی که شامل رأس ۱ نیستند.



$$\Rightarrow 1 + 2^3 = 9 = \text{تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر}$$

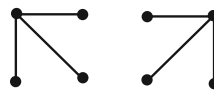
بنابراین تعداد کل مجموعه‌های احاطه‌گر این گراف برابر است با حاصل ضرب این دو عدد، یعنی:

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۴)

## ۸۷ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

چنین گرافی می‌تواند از دو بخش مجزا تشکیل شده باشد که در هر بخش، یک رأس وجود دارد که با تمام رئوس دیگر مجاور است. مطابق شکل چنین گرافی حداقل ۶ یال دارد.



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴)

## ۸۸ - گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

عدد احاطه‌گری  $P_n$  برابر ۲ است، پس مجموعه‌های احاطه‌گر آن ۲ تا ۶ عضوی هستند. تنها مجموعه‌ی احاطه‌گر ۲ عضوی (مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم)، مجموعه  $\{b, e\}$  است. این گراف دارای ۶ مجموعه‌ی احاطه‌گر ۳ عضوی شامل  $b$  به صورت  $\{b, c, e\}$ ،  $\{b, c, f\}$ ،  $\{b, d, e\}$ ،  $\{b, e, a\}$ ،  $\{b, d, f\}$  و  $\{b, e, f\}$  است. برای رئوس این گراف می‌توان  $\binom{5}{3} = 10$  مجموعه‌ی ۴ عضوی شامل رأس  $b$  تعریف کرد که فقط مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  احاطه‌گر نیست. این گراف دارای

$\binom{5}{4} = 5$  مجموعه‌ی ۵ عضوی احاطه‌گر شامل رأس  $b$  است و همچنین تنها یک مجموعه‌ی ۶ عضوی احاطه‌گر در این گراف موجود است که طبیعتاً شامل رأس  $b$  نیز می‌باشد. بنابراین تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر شامل رأس  $b$  برابر است با:

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

## ۸۹ - گزینه «۱»

(امیرمسین ابومحبوب)

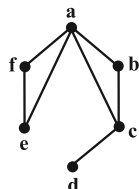
عدد احاطه‌گری گراف  $\overline{C_n}$  ( $n \geq 4$ ) همواره برابر ۲ است. می‌دانیم درجه تمام رأس‌های گراف  $C_n$  برابر ۲ است، پس در گراف  $\overline{C_n}$ ، هر رأس فقط با دو رأس دیگر مجاور نیست. فرض کنید رأس  $a$  در گراف  $C_n$  با دو رأس  $b$  و  $c$  مجاور باشد. در این صورت قطعاً  $b$  و  $c$  در گراف  $C_n$  مجاور نیستند، چون در غیر این صورت دوری به طول ۳ شامل سه رأس  $a$ ،  $b$  و  $c$  ایجاد می‌شود که در گراف‌های  $C_n$  ( $n \geq 4$ ) امکان‌پذیر نیست، بنابراین رأس  $a$ ،  $n-2$  رأس گراف  $\overline{C_n}$  به جز  $b$  و  $c$  را احاطه می‌کند و با توجه به مجاور بودن  $b$  و  $c$  در گراف  $\overline{C_n}$ ، هر کدام از مجموعه‌های  $\{a, b\}$  یا  $\{a, c\}$  یک مجموعه‌ی احاطه‌گر مینیمم برای گراف  $\overline{C_n}$  است.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴)

## ۹۰ - گزینه «۴»

(امیرمسین ابومحبوب)

درجات رئوس این گراف تنها می‌تواند به صورت ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴ باشد. طبق صورت سؤال این گراف دوری به طول بزرگ‌تر از ۳ ندارد، پس تنها به صورت زیر قابل رسم است:



مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف عبارتند از:

 $\{a, c\}$ ،  $\{a, d\}$ ،  $\{c, f\}$ ،  $\{c, e\}$ ،  $\{b, d, e\}$ ،  $\{b, d, f\}$ 

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)



$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \frac{\pi D^2}{4}}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

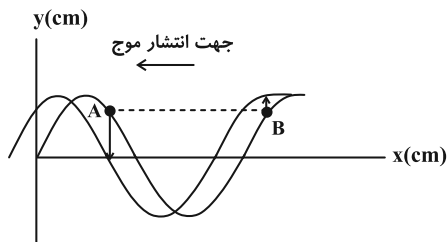
$$\Rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{75}{4000 \times 3}} = 100 \times \frac{5}{20} = 25 \frac{m}{s}$$

از روی شکل طول موج را محاسبه می‌کنیم و بعد فرکانس را به کمک رابطه

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$\frac{3\lambda}{4} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} \Rightarrow f = \frac{25}{20 \times 10^{-2}} = 125 \text{ Hz}$$

برای قسمت بعدی سؤال، با توجه به جهت انتشار موج، نقطه A به سمت پایین (مرکز نوسان) و نقطه B به سمت بالا (نقطه بازگشت) حرکت می‌کند. پس نقطه B حرکت کندشونده دارد.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

(عباس اصغری)

۹۵- گزینه «۲»

ابتدا سرعت انتشار موج عرضی را در ریمان محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{\rho \cdot L \cdot A}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{10 \text{ N}}{8 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{10^4}{16}} = \frac{100}{4} = 25 \frac{m}{s}$$

از طرفی با توجه به این که طول موج از روی شکل معلوم است دوره نوسانات

$$\frac{3\lambda}{2} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{10}{25} = \frac{1}{2.5} \text{ s}$$

حال محاسبه می‌کنیم که بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_1 + \frac{1}{100}$  چه کسری از دوره

نوسان ذرات محیط است.

$$\Delta t = \frac{1}{100}, \quad \frac{\Delta t}{T} = \frac{100}{1} \Rightarrow \Delta t = 2/5 T$$

در مدت زمان  $2/5 T$  هر ذره از محیط مسافتی معادل  $L = 10 \text{ A}$  را طی

می‌کند. A دامنه نوسان ذرات محیط است.  $L = 10 \times 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

### فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۴»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ هنگام انتشار امواج لرزه‌ای، امواج اولیه P از نوع طولی و امواج ثانویه S از نوع عرضی هستند.

ب) نادرست؛ وقتی امواج در یک طناب منتشر می‌شوند، تمام ذرات آن، با بسامدی یکسان که همان بسامد چشمه موج است نوسان می‌کنند.

پ) درست؛ هنگام انتشار موج طولی، فاصله بین دو تراکم متوالی به اندازه طول موج است.

ت) درست؛ امواج ایجاد شده روی سطح آب و همچنین تمام امواج الکترومغناطیسی مانند امواج رادیویی، از نوع عرضی هستند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹، ۷۰، ۷۶ و ۷۸)

(علی بزرگر)

۹۲- گزینه «۳»

ابتدا می‌توان بسامد موج را به دست آورد:

$$f = \frac{n}{t} = \frac{90}{60} = \frac{3}{2} \text{ Hz}$$

می‌دانیم فاصله یک قله تا دره مجاورش برابر نصف طول موج است. لذا

$$\frac{\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 0.3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{20} = 0.45 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

(غلامرضا مصی)

۹۳- گزینه «۳»

با توجه به نمودار جابه‌جایی- مکان داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\frac{T}{2} = 0.1 \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda = v \times T \Rightarrow 0.4 = v \times 0.2 \Rightarrow v = 20 \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow \Delta x = vt = 20 \times 2 = 40 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(مسام ناری)

۹۴- گزینه «۴»

ابتدا رابطه تندی انتشار موج عرضی را به صورت زیر می‌نویسیم و بعد v

حساب می‌کنیم:

$$\frac{d_1}{v_S} - \frac{d_1}{v_P} = \Delta t_1 \xrightarrow{\Delta t_1 = 70 - 0 = 70 \text{ s}}$$

$$v_S = 4/5 \frac{\text{km}}{\text{s}}, v_P = 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$d_1 = \frac{70}{\frac{1}{4/5} - \frac{1}{8}} = 720 \text{ km}$$

$$\frac{d_2}{v_S} - \frac{d_2}{v_P} = \Delta t_2 \xrightarrow{\Delta t_2 = 455 - 210 = 245 \text{ s}}$$

$$d_2 = \frac{245}{\frac{1}{4/5} - \frac{1}{8}} = 2520 \text{ km}$$

با فرض این که اولین موج P در لحظه  $t = t_0$  دریافت شده، زمان رخ دادن هر زمین لرزه را حساب می‌کنیم، زمان رخ دادن زمین لرزه (۱) را با  $t_1$  و زمین لرزه (۲) را با  $t_2$  نشان می‌دهیم:

$$\frac{d_1}{t_0 - t_1} = v_P \xrightarrow{d_1 = 720 \text{ km}} t_0 - t_1 = 90 \Rightarrow t_1 = t_0 - 90$$

$$\frac{d_2}{(t_0 + 210) - t_2} = v_P$$

$$\xrightarrow{d_2 = 2520 \text{ km}} (t_0 + 210) - t_2 = 315 \Rightarrow t_2 = t_0 - 105$$

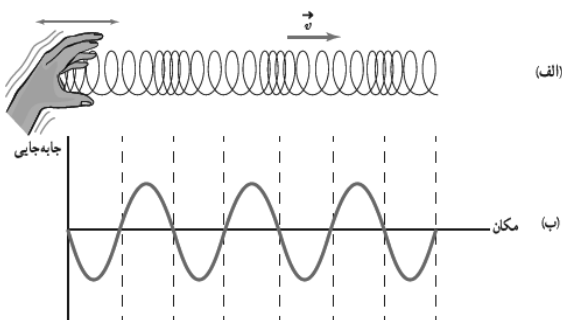
بنابراین زلزله (۲)، ۱۵ ثانیه قبل از زلزله (۱) رخ داده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

#### ۹۹- گزینه «۲»

(مهران اسماعیلی)

با توجه به شکل ۳-۲۳ کتاب درسی صفحه ۷۷، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. بنابراین مورد (ب) درست و مورد (پ) نادرست است. از طرفی با دقت در شکل ملاحظه می‌شود در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است. پس مورد (ث) نیز نادرست است. همچنین با توجه به تعریف طول موج و دامنه موارد (الف) و (ت) درست هستند.



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۷۷)

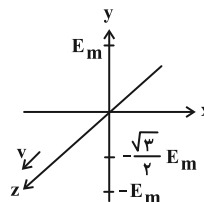
$$\Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{20 \text{ cm}}{\frac{1}{100} \text{ s}} = 2000 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$S_{av}$ : تندی متوسط

نکته: هر نوسانگر در مدت ۱ دوره مسافتی معادل ۴ برابر دامنه نوسان و در مدت نصف دوره مسافتی معادل ۲ برابر دامنه نوسان را طی می‌کند.  
(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

(مهمر نواوندی مقرر)

#### ۹۶- گزینه «۱»

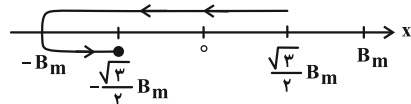


با استفاده از قاعده دست راست مشاهده می‌شود که اگر انگشتان دست را در جهت  $-y$  و انگشت شست دست راست را در جهت  $+z$  قرار دهیم کف دست در جهت  $+x$  قرار می‌گیرد که جهت میدان مغناطیسی در لحظه  $t = \frac{T}{4}$  است و چون میدان الکتریکی در حال کاهش است، میدان

مغناطیسی نیز در حال کاهش خواهد بود و در زمان  $t' = \frac{3T}{4}$  چون به

مدت  $\frac{3T}{4} - \frac{T}{4} = \frac{T}{2}$  از دوره گذشته است، مقدار میدان مغناطیسی برابر

همین مقدار در جهت  $-x$  می‌شود و مقدار آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

#### ۹۷- گزینه «۳»

(مسام ناری)

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره همگام هستند.

(ب) درست

(پ) نادرست؛ بار الکتریکی چه ساکن باشد و چه متحرک در اطراف خودش میدان الکتریکی ایجاد می‌کند ولی برای ایجاد میدان مغناطیسی، حتماً باید متحرک باشد.

(ت) نادرست؛ امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۷۴)

#### ۹۸- گزینه «۱»

(دانیال راستی)

با توجه به این که موج P زودتر از موج S دریافت می‌شود، دو موج اول مربوط به زمین لرزه (۱) و دو موج دوم مربوط به زمین لرزه (۲) می‌شوند. ابتدا فاصله مکانی هر کدام از زلزله‌ها را از مرکز لرزه‌نگاری به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow v_{\text{هوا}} = 97 \text{ m/s} = 9 \times 320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۱۰۳- گزینه «۴» (مبتنی نکوئیان)

با توجه به رابطه مربوط به تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \quad \frac{I = P}{A \cdot 4\pi r^2} \rightarrow \beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{P}{4\pi r^2 I_0}$$

$$\frac{\beta = 64 \text{ dB}, P = 120 \text{ W}}{\pi = 3, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} \rightarrow 64 = 10 \log \frac{120}{12\pi r^2 (10^{-12})}$$

$$\Rightarrow 6/4 = \log \frac{10^{13}}{r^2} \Rightarrow 7 - 2(0/3) = \log \frac{10^{13}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \log 10^7 - \log r^2 = \log \frac{10^{13}}{r^2} \Rightarrow \log \frac{10^7}{r^2} = \log \frac{10^{13}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{10^7}{r^2} = \frac{10^{13}}{r^2} \xrightarrow{\text{جذر}} r = 2 \times 10^3 \text{ m} = 2 \times 10^5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۴- گزینه «۲» (پوریا علاقه‌مند)

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\log \frac{I_2}{I_0}}{\log \frac{I_1}{I_0}} \rightarrow \beta_2 = 8\beta_1$$

$$8 \log \frac{I_1}{I_0} = \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^8 = \frac{I_2}{I_0} \xrightarrow{I_2 = 100 I_1}$$

$$\frac{100 I_1}{I_0} = \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^8 \Rightarrow \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^7 = 100$$

$$7 \log \frac{I_1}{I_0} = \log 10^2 \Rightarrow \beta_1 = \frac{20}{7} \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \beta_2 = 8\beta_1 \Rightarrow \beta_2 = \frac{160}{7} \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۰۵- گزینه «۲» (مبتنی نکوئیان)

اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه را برحسب دسی‌بل می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$

۱۰۰- گزینه «۳» (مسام ناری)

فاصله قله و دره در یک موج سینوسی مضرب فردی از نصف طول موج است

یعنی  $\frac{\lambda}{2} (2n-1)$ . در این سؤال داریم:

$$90 = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{180}{2n-1} \text{ (cm)}$$

باید  $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{1} = 180 \text{ cm} = 1/8 \text{ m} \\ n=2 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{3} = 60 \text{ cm} = 0/6 \text{ m} \\ n=3 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{5} = 36 \text{ cm} = 0/36 \text{ m} \\ \vdots \end{cases}$$

فاصله دو قله متوالی برابر طول موج است که طبق محاسبات بالا ۳ مقدار از مقادیر داده شده در صورت سؤال صدق می‌کنند.

$$\lambda = 0/9 \text{ m} \Rightarrow 90 = \frac{180}{2n-1} \Rightarrow 2n-1 = 2 \Rightarrow n = \frac{3}{2} \quad \times$$

$$\lambda = 0/3 \text{ m} \Rightarrow 30 = \frac{180}{2n-1} \Rightarrow 2n-1 = 6 \Rightarrow n = \frac{7}{2} \quad \times$$

$n$  باید یک عدد صحیح مثبت باشد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

### فیزیک ۳- پیشروی سریع

۱۰۱- گزینه «۴» (مسام ناری)

موارد (ب) و (ت) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) صوت یک موج مکانیکی طولی است و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد.

(ب) در حالی که موج صوتی از بلندگو به سمت شنونده منتشر می‌شود، مولکول‌های هوا در جای خود نوسان می‌کنند و همراه موج حرکت نمی‌کنند.

(ت) فاصله بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی برابر طول موج است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۰۲- گزینه «۲» (علی بزرگ)

دو صوت یکی از طریق هوا و دیگری از طریق میله به گوش فرد خواهد رسید و می‌دانیم تندی صوت در جامدات به مراتب بیشتر از مایعات است:

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{میله}} = 0/2 \text{ s} \Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{v_{\text{میله}}} = 0/2$$

$$\Rightarrow 72 \left( \frac{1}{320} - \frac{1}{v_{\text{میله}}} \right) = 0/2 \Rightarrow \frac{1}{v_{\text{میله}}} = \frac{1}{320} - \frac{1}{360}$$

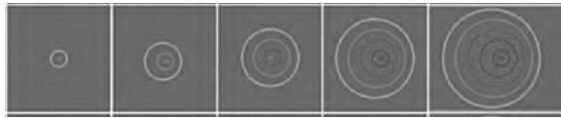




(مهران اسماعیلی)

## گزینه «۲» ۱۰۸

همان طور که می‌دانید، هنگامی که چشمه صوت حرکت می‌کند، تراکم جبهه‌های موج در جلوی چشمه بیشتر از پشت چشمه است. با توجه به این که تراکم جبهه‌های موج در سمت شنونده B بیشتر از سمت شنونده A است، پس چشمه موج از A به سمت B در حرکت است. بنابراین برای شنونده A طول موج صوت دریافتی بلندتر از  $\lambda_S$  و برای شنونده B کوتاه‌تر از  $\lambda_S$  خواهد بود. یعنی  $\lambda_A > \lambda_S > \lambda_B$ . از طرفی دیگر با توجه به شکل جبهه‌های موج ملاحظه می‌شود، چشمه صوت از جبهه‌های موجی که قبلاً ایجاد کرده، عبور نمی‌کند، بنابراین تندی چشمه صوت کمتر از تندی انتشار صوت در محیط است یعنی  $v_S < v$ .



(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه ۸۲)

(مسام تارری)

## گزینه «۲» ۱۰۹

وقتی چشمه نور از ناظر (آشکارساز) دور می‌شود، طول موج افزایش می‌یابد که به آن اصطلاحاً انتقال به سرخ می‌گویند و وقتی چشمه نور به ناظر نزدیک می‌شود، طول موج کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه ۸۳)

(مسام تارری)

## گزینه «۳» ۱۱۰

با توجه به شکل، دامنه موج صوتی A، دو برابر دامنه موج صوتی B و طول موج A، دو برابر طول موج B است. با توجه به رابطه  $f = \frac{v}{\lambda}$  و این که

تندی انتشار صوت در یک محیط ثابت است، می‌توان گفت بسامد A،  $\frac{1}{2}$

برابر B است. حال داریم:

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2}$$

A : دامنه

I : شدت صوت

d : فاصله از چشمه

f : بسامد

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = 2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4$$

$$\Delta\beta = \beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B}$$

$$= 10 \times \log 4 = 20 \log 2 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه ۸۸)

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه A و B داریم:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \quad \frac{\beta_A - \beta_B = 12 \text{ dB}}{r_B = r_A + 9} \rightarrow 12 = 10 \log \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1/2 = \log \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 2(0.5) = 2 \log 2 = \log \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2^2 = \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2 = \frac{r_A + 9}{r_A} \Rightarrow r_A = 9 \text{ m}$$

در نهایت تراز شدت صوت را در نقطه C به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\beta_C = 10 \log \frac{P}{4\pi r_C^2 \cdot I} \quad \begin{aligned} P &= 120 \text{ W}, \quad \pi = 3 \\ r_C &= \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \text{ m} \\ I &= 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

$$\beta_C = 10 \log \frac{120}{12(4 \times 10^2)(10^{-12})} = 10 \log \frac{10^{11}}{4}$$

$$= 10[\log 10^{11} - \log 2^2] = 10[11 - 2(0.3)] = 10.4 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(ممدیوار سورپی)

## گزینه «۱» ۱۰۶

می‌دانیم ارتفاع صوت، بسامدی از صوت است که گوش ما درک می‌کند؛ بنابراین برای افزایش ارتفاع باید بسامد صوت افزایش یابد. وقتی ضربه‌ای که به دیپازون می‌زنیم، محکم‌تر شود، بسامد صوت دیپازون که مقداری معین است، تغییر نمی‌کند، بلکه شدت آن افزایش می‌یابد. از طرفی وقتی به چشمه صوت نزدیک می‌شویم، شدت صوت افزایش می‌یابد ولی بسامد آن که وابسته به چشمه صوت است تغییر نمی‌کند. وقتی صوت از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، تندی‌اش تغییر می‌کند ولی بسامد تغییر نمی‌کند. بنابراین در هیچ یک از حالت‌های گفته شده، بسامد و در نتیجه ارتفاع صوت تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(علیرضا جباری)

## گزینه «۱» ۱۰۷

وقتی چشمه صوتی ساکن است، طول موج در اطراف آن برای همه شنونده‌ها یکسان است و ربطی به این ندارد که با چه سرعتی و در چه جهتی حرکت می‌کنند. بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» رد می‌شوند. از طرفی شنونده‌های A و B هر دو با تندی یکسان به طرف چشمه صوتی نزدیک می‌شوند بنابراین بسامد یکسانی را دریافت می‌کنند یعنی  $f_A = f_B$  است. اما چون شنونده C با تندی بیشتری نسبت به شنونده B و هم‌جهت با آن حرکت می‌کند پس بسامدی که شنونده C دریافت می‌کند بیشتر از بسامدی است که شنونده B دریافت می‌کند و گزینه «۴» رد می‌شود. توجه کنید که فاصله شنونده‌ها تا چشمه صوت روی بسامد دریافتی تأثیر ندارد بلکه شدت صوت دریافتی را تغییر می‌دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج، صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

## فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(مسام تاری)

وقتی خازن شارژ شده و سپس آن را جدا می‌کنیم، بار آن ثابت می‌ماند. با دو

برابر شدن فاصله صفحات، ظرفیت خازن طبق رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، نصف

می‌شود و داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{V_2}{10} \Rightarrow V_2 = 20V$$

برای تغییرات انرژی خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{\text{ثابت } q} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2 \text{ برابر}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۲- گزینه «۳»

(آراس مموری)

چون نمودار انرژی خازن برحسب فاصله صفحات به صورت خطی است،

بنابراین خازن از مولد جدا شده است. زیرا:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}} U = \frac{Q^2}{2 \kappa \epsilon_0 A} \times d \Rightarrow Q \text{ ثابت}$$

شیب خط

با توجه به نمودار داریم (به واحدها توجه شود):

$$\text{شیب خط} = \frac{Q^2}{2 \kappa \epsilon_0 A} = \frac{0.9 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 30$$

$\kappa=1, \epsilon_0=9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}, A=6 \times 10^{-5} m^2$

$$30 = \frac{Q^2}{2 \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-5}} \Rightarrow Q = 180 \times 10^{-9} C$$

قسمت اول سؤال:

$$Q = CV \xrightarrow{Q=\text{ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{\frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{60}{30} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \times 100 = 100\%$$

 $\Rightarrow$  ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد

قسمت دوم سؤال:

چون که  $Q$  ثابت و نسبت اختلاف پتانسیل‌ها معلوم است برای به دست آوردنتغییرات انرژی ذخیره شده از فرمول  $\Delta U = \frac{1}{2} Q \Delta V$  استفاده می‌کنیم. ابتدا $\Delta V$  که همان  $V_1$  است را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \xrightarrow{Q=180 \times 10^{-9} C} V_1 = \frac{180 \times 10^{-9} C}{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-5}} = \frac{30 \times 10^{-6}}{30 \times 10^{-6}} = 10000V$$

$$\Rightarrow V_1 = 10000V$$

و در نهایت تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن:

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q \Delta V \xrightarrow{Q=180 \times 10^{-9} C} \Delta U = \frac{1}{2} \times 180 \times 10^{-9} \times 10^4 = 900 \mu J$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \times 180 \times 10^{-9} \times 10^4 = 900 \mu J$$

روش دوم قسمت اول: طبق رابطه  $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$  و ثابت بودن  $Q$  می‌توانگفت  $E$  ثابت است و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 1 = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V_2 = 2V_1 \Rightarrow 100 \text{ درصد افزایش داشته}$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۱۱۳- گزینه «۳»

(آراس مموری)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تخت داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{C} = \frac{10 \times 9 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-9}} = \frac{45}{8} \times 10^{-6} m$$

و چون در صورت سؤال گفته است که میدان بیشتر از  $2 \times 10^6 \frac{N}{C}$  شود

خازن دچار فروریزش می‌شود پس اختلاف پتانسیل میان دو صفحه خازن نیز

بیشینه می‌شود و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V_{\max} = E_{\max} d = 2 \times 10^6 \times \frac{45}{8} \times 10^{-6} = \frac{900}{8} V$$

حال طبق رابطه  $q = CV$ ، بیشترین بار ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$q_{\max} = C V_{\max} \Rightarrow q_{\max} = 8 \times 10^{-9} \times \frac{900}{8} = 9 \times 10^{-7} C = 0.9 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۱۱۴- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

می‌دانیم اگر نمودار  $I - V$  برای یک مقاومت خطی باشد، مقاومت آن یکمقدار ثابت است و با تغییر جریان،  $R$  تغییر نمی‌کند، لذا داریم:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{30}{5} = 6 \Omega \Rightarrow \alpha = 6$$

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \Omega \Rightarrow \beta = \frac{5}{2}$$

$$\alpha=6, \beta=\frac{5}{2} \rightarrow C = \frac{2\alpha-1}{3\beta} = \frac{11}{3 \times \frac{5}{2}} = \frac{22}{15}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۱۱۵- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

طبق قانون اهم  $V = RI$  برای رسانای اهمی چون  $R$  ثابت می‌باشد

می‌توان نوشت:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{1/2 V_1}{I_1 + 1} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow 1/2 I_1 = I_1 + 1$$

$$\Rightarrow I_1 = 5A$$

$$\frac{450}{50} = \left(\frac{4(2^2 - 1^2)}{d^2}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{12}{d^2}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{12}{d^2} \Rightarrow$$

$$d^2 = 4 \Rightarrow d = 2 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

(علیرضا جباری)

۱۱۸- گزینه «۳»

مقاومت الکتریکی  $R_2$  را برحسب  $R_1$  به دست می‌آوریم:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{\alpha = 4/2 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \Delta T = 50 \text{ K}}$$

$$R_2 = R_1(1 + 4/2 \times 10^{-3} \times 50) \Rightarrow R_2 = R_1(1 + 0.1) = 1.1 R_1$$

حال اگر بخواهیم سیم فلزی را تحت کشش قرار دهیم تا همین تغییر مقاومت را در دمای ثابت پیدا کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2, A_1 L_1 = A_2 L_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_2}{L_1}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \xrightarrow{R_2 = 1.1 R_1} 1.1 = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1.05$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{1.05 L_1 - L_1}{L_1} \times 100 = 5\%$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

(مهری شریفی)

۱۱۹- گزینه «۳»

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقاومت ترمستور به دما بستگی دارد.

(۲) دیودها فقط در یک جهت جریان را عبور می‌دهند و در طرف دیگر مقاومت خیلی زیاد دارند.

(۴) با افزایش شدت نور، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴ تا ۶۰)

(زهرا آقاممیری)

۱۲۰- گزینه «۲»

ابتدا اندازه مقاومت ترکیبی را تعیین می‌کنیم. چون مقاومت ترکیبی حلقه چهارم ندارد، به معنای تیرانس ۲۰ درصد است. در نتیجه محدوده این مقاومت را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که دو حلقه اول (از آن طرفی که به یک سر مقاومت نزدیک‌تر است) رقم اول و دوم را نشان می‌دهند و حلقه سوم ضریبی است که به صورت  $10^n$  مشخص می‌شود:

$$R = ab \times 10^n \pm \text{تیرانس} \xrightarrow{\substack{a=3 \text{ (نارنجی)} \\ b=5 \text{ (سبز)}, n=0 \text{ (سیاه)}}}$$

$$R = 35 \times 10^0 \pm 0.2(35 \times 10^0) \Rightarrow R = 35 \pm 7 \Rightarrow 28 < R < 42$$

طبق قانون اهم داریم:

$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5/6}{28} = 0.29 \text{ A} \\ I_2 = \frac{5/6}{42} = 0.198 \text{ A} \end{cases}$$

یعنی عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد بین دو عدد  $0.198 \text{ A}$  و  $0.29 \text{ A}$  است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

$$q_1 = I_1 t \Rightarrow q_1 = (\Delta A) \left(\frac{24}{60} h\right) \Rightarrow q_1 = 2Ah$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(مجتبی نکوئیان)

۱۱۶- گزینه «۳»

ابتدا با توجه به شکل و با استفاده از رابطه مقایسه‌ای قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow{\substack{V_A = V_B \\ I_A = 1/25(A) \\ I_B = 4(A)}}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 1 \times \frac{4}{1/25} = \frac{16}{5}$$

طبق رابطه بین مقاومت الکتریکی سیم و ساختمان آن در دمای ثابت می‌توان نوشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\substack{\rho_A = \rho_B \\ \frac{R_A}{R_B} = \frac{16}{5}}} \frac{16}{5} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad (1)$$

از طرفی طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho' = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=AL} \rho' = \frac{m}{AL} \Rightarrow \frac{\rho'_A}{\rho'_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\xrightarrow{\substack{\rho'_A = \rho'_B \\ \frac{m_A}{m_B} = 5}} \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{5} \frac{A_B}{A_A} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{16}{5} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \xrightarrow{A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}}$$

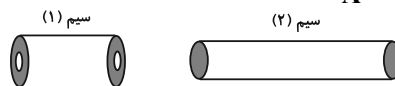
$$16 = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^4 \Rightarrow \frac{D_B}{D_A} = 2$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۵۲)

(مهمربوار سورچی)

۱۱۷- گزینه «۲»

با توجه به رابطه  $R = \frac{\rho L}{A}$  می‌توانیم بنویسیم:



$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{V=A \cdot L \Rightarrow L = \frac{V}{A}} R = \frac{\rho \cdot V}{A^2} = \frac{\rho \cdot V}{A^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{\rho_2 = \rho_1, V_2 = V_1} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A_1 = \pi(r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2)} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{\pi(r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2)}{\pi \frac{d^2}{4}}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A_2 = \frac{\pi d^2}{4}} = \left(\frac{4(r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2)}{d^2}\right)^2 \xrightarrow{r_{\text{داخلی}} = 1 \text{ mm}, r_{\text{خارجی}} = 2 \text{ mm}, R_1 = 50 \Omega, R_2 = R_1 + 40 = 90 \Omega}$$

چون دو مایع در حال تعادل اند، پس فشار در سمت راست و چپ نقطه M یکسان است:

$$P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_{\text{مایع}} + P_{\text{گاز}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} - P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_g - P_{\text{مایع}} = P_{\text{جیوه}} - P_{\text{مایع}}$$

$$P_g = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 = g(\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2) \quad (*)$$

$$P_g = g\left(\frac{1}{3}\rho_2 h_2 - \rho_2 h_2\right) = g\left(-\frac{2}{3}\rho_2 h_2\right)$$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \quad h_2 = 0.5 \text{ m}$$

$$\rho_2 = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

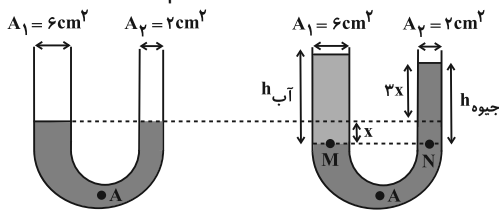
$$P_g = 10 \times \left(-\frac{2}{3} \times 13500 \times 0.5\right) = -2250 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

(معمربود سورپی)

۱۲۴- گزینه «۴»

می‌دانیم تغییر حجم جیوه در دو شاخه در اثر اضافه شدن آب در شاخه سمت چپ یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



$$h_{\text{آب}} = \frac{V}{A_1} \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{4 \cdot 8}{6} = 6.8 \text{ cm}$$

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times 6.8 / 6 = 13600 \times 10 \times 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{80} \text{ m} = 1.25 \text{ cm}$$

با توجه به این که ارتفاع جیوه در شاخه سمت راست افزایش یافته است، درمی‌یابیم فشار در نقطه A به اندازه ۳/۷۵ سانتی‌متر جیوه افزایش یافته است که معادل است با:

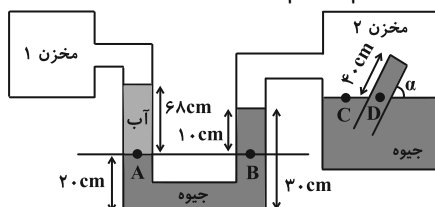
$$\Delta P = 3 / 75 \text{ cmHg} \xrightarrow{1 \text{ cmHg} = 10 \text{ torr}} \Delta P = 37 / 5 \text{ torr}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

(مسام تارری)

۱۲۵- گزینه «۳»

ابتدا فشار گاز مخزن ۲ را حساب می‌کنیم. خط هم تراز را از مرز بین آب و جیوه در نظر می‌گیریم و داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + P_{\text{آب}} = P_{\text{جیوه}} + P_2 \quad (1)$$

فشار آب را برحسب cmHg حساب کرده و بعد از رابطه بالا استفاده می‌کنیم:

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(مسام تارری)

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

(پ) وقتی مایعی به سرعت سرد شود، جامد بی‌شکل (آمورف) تشکیل می‌شود. (ت) سطح آب در لوله موئین شیشه‌ای تمیز فرو رفته است چون دگرچسبی آب و شیشه بیشتر از هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است. (ث) آب روی سطح شیشه‌ای چرب به صورت قطره‌قطره می‌شود زیرا هم‌چسبی در این حالت بیشتر از دگرچسبی است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

(دانیال راستی)

۱۲۲- گزینه «۱»

با توجه به فرضیات سؤال می‌توان گفت جسم اول روی کوچک‌ترین وجه و جسم دوم روی بزرگ‌ترین وجه قرار دارند و داریم:

$$P_1 = \frac{m_1 g}{A_{1, \text{min}}} \xrightarrow{m_1 = 30 \text{ kg}, A_{1, \text{min}} = 0.2 \times 0.3 \text{ m}^2} P_1 = 5000 \text{ Pa}$$

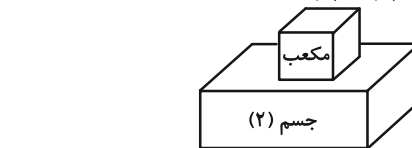
$$P_2 = \frac{m_2 g}{A_{2, \text{max}}} \xrightarrow{m_2 = 30 \text{ kg}, A_{2, \text{max}} = 0.3 \times 0.5 \text{ m}^2} P_2 = 2000 \text{ Pa}$$

بعد از گذاشتن مکعب روی جسم دوم خواهیم داشت:

$$P_2' = P_1 \Rightarrow \frac{(m' + m_2)g}{A_{2, \text{max}}} = P_1$$

$$\Rightarrow \frac{(m' + 30) \times 10}{0.3 \times 0.5} = 5000 \Rightarrow m' = 45 \text{ kg}$$

$$\Rightarrow P = \frac{m' g}{A'} = \frac{45 \times 10}{0.2 \times 0.2} = 11250 \text{ Pa}$$

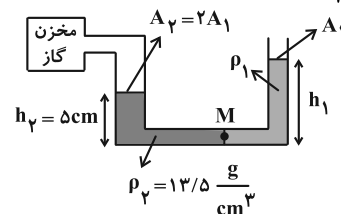


(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه ۳۳)

(زهره آقاممیری)

۱۲۳- گزینه «۴»

چون جرم جیوه  $\frac{3}{2}$  برابر جرم مایع است، داریم:



$$m_2 = \frac{3}{2} m_1 \xrightarrow{m = \rho V = \rho A h} m_2 = \frac{3}{2} m_1$$

$$\rho_2 A_2 h_2 = \frac{3}{2} \rho_1 A_1 h_1 \xrightarrow{A_2 = 2A_1}$$

$$\rho_2 (2A_1) h_2 = \frac{3}{2} \rho_1 A_1 h_1 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \frac{4}{3} \rho_2 h_2 \quad (*)$$

$$h_{\text{جیوه}} = \left(\frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}}\right) h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \left(\frac{1}{13/6}\right) \times 34 = 2/5 \text{ cmHg}$$

برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای مخزن، کافی است از قاعده هم‌فشاری استفاده کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مطلق}} = P_0 + P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}}$$

$$P_{\text{مطلق}} - P_0 = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 2/5 + 12/5 = 15 \text{ cmHg}$$

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای مخزن را نشان می‌دهد. بنابراین از نسبت داده شده، فشار هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}}}{P_{\text{مطلق}}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{15}{P_{\text{مطلق}}} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مطلق}} = 90 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{مطلق}} - P_0 \Rightarrow 15 = 90 - P_0$$

$$\Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(علی بزرگر)

۱۲۸- گزینه «۳»

جسم در مایع (۱) غوطه‌ور شده است:

جسم در مایع (۲) ته‌نشین شده است:

جسم در مایع (۳) شناور شده است:

لذا می‌توان نتیجه گرفت:

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(مهوری شریفی)

۱۲۹- گزینه «۱»

جسم‌های A و B در حالت شناوری قرار دارند. پس چگالی آن‌ها از چگالی مایع کمتر است، اما چون A بیشتر از B داخل مایع است پس چگالی بیشتری از B دارد. جسم‌های C و D در حالت غوطه‌وری قرار دارند پس چگالی آن‌ها برابر و برابر چگالی مایع می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(مسام تارری)

۱۳۰- گزینه «۳»

طبق اصل برنولی، هر جا سرعت شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق معادله پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیشتر است،

$$P \propto A \propto \frac{1}{v} \quad \text{یعنی:}$$

پس در شکل صورت سؤال فشار در ناحیه ۱ بیشتر از ناحیه ۲ است و داریم:

$$P_1 - P_2 = \Delta P \text{ تبدیل به Pa} \rightarrow$$

$$P_1 - P_2 = 13600 \times 10 \times \frac{5}{100} = 6800 \text{ Pa}$$

فشار ناحیه ۱، ۶۸۰۰ Pa بیشتر از ناحیه ۲ است، پس مایع در شاخه چپ لوله U شکل به اندازه h بالا می‌آید و حال مقدار h را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = 6800 = \rho g \Delta h = 3400 \times 10 \times \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

$$(pgh)_{\text{آب}} = (pgh)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 68 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$\xrightarrow{(1)} P_1 + 5 = 10 + P_2 \xrightarrow{P_1 = \frac{9}{8} P_2} \frac{9}{8} P_2 = 5 + P_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{8} = 5 \Rightarrow P_2 = 40 \text{ cmHg}$$

حال به سراغ مخزن ۲ و بارومتر موجود در آن می‌رویم. با در نظر گرفتن دو نقطه هم‌تراز C و D داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{ته‌لوله}} \Rightarrow 40 = \ell \sin \alpha + P_{\text{ته‌لوله}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ته‌لوله}} = 40 - 40 \sin \alpha = 40(1 - \sin \alpha) \text{ cmHg}$$

اکنون با توجه به نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف جیوه، خواهیم داشت:

$$F = P_{\text{ته‌لوله}} \times A$$

$$\Rightarrow 27/2 = 13600 \times 10 \times 40 \times 10^{-2} \times (1 - \sin \alpha) \times 10 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(علیرضا بیاری)

۱۲۶- گزینه «۲»

برای محاسبه فشار ناشی از هوا در یک ستون قائم می‌توان از رابطه  $P = \frac{W}{A}$

استفاده کرد که در آن W وزن ستون هوای بالای سطح A تا ارتفاع مورد نظر است. با استفاده از نمودار داده شده، فشار هوا در ارتفاع‌های ۲ کیلومتری و ۱۵ کیلومتری از سطح زمین را پیدا می‌کنیم و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$P_1 - P_2 = \frac{W_1}{A} - \frac{W_2}{A} \quad P_1 = 80 \text{ kPa} = 8 \times 10^4 \text{ Pa}, \quad A = 4 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa} = 10 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$8 \times 10^4 - 10 \times 10^4 = \frac{W_1 - W_2}{4} \Rightarrow W_1 - W_2 = 28 \times 10^4 \text{ N}$$

بنابراین وزن ستون هوای بالای سطح A در ارتفاع ۲ کیلومتری از وزن ستون هوای بالای آن سطح در ارتفاع ۱۵ کیلومتری،  $28 \times 10^4 \text{ N}$  بیشتر است. پس می‌توان نوشت:

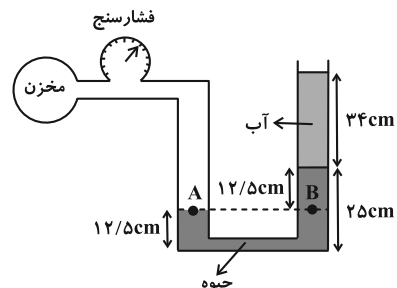
$$mg = 28 \times 10^4 \text{ N} \xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} m = 2/8 \times 10^4 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(سیره‌ملیه میرصالحی)

۱۲۷- گزینه «۳»

در مرحله اول فشار ستون آب را برحسب cmHg به دست می‌آوریم:



## شیمی ۳

## گزینه ۳»

(علیرضا کیانی دوست)

زیرا مجموع درصد جرمی جامدهای یونی  $(\text{MgO}, \text{Na}_2\text{O}, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{Fe}_2\text{O}_3)$  از مجموع درصد جرمی مواد دیگر  $(\text{Au}, \text{H}_2\text{O}, \text{SiO}_2)$  کمتر است.

$$\text{بررسی درستی گزینه ۱: } \frac{50}{100} \times 13 / 32 = 6 / 66 \text{ g}$$

$$93 / 35 \text{ g} = 100 - 6 / 66$$

$$\% \text{SiO}_2 = \frac{46 / 2}{93 / 34} \times 100 = 49 / 496$$

$$49 / 496 - 46 / 2 = 3 / 296 = 3 / 3\%$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## گزینه ۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:  
آ  $14\text{Si}$  درست است.

پ) یون تک اتمی از کربن و سیلیسیم (نه همهٔ عنصرهای گروه ۱۴) در هیچ ترکیبی شناخته نشده است. اما یون تک‌اتمی از عناصر دیگر گروه ۱۴ شناخته شده است؛ مثلاً  $\text{Pb}^{2+}$

ت) اتم‌های سیلیسیم در رأس‌های آن قرار دارند، نه اتم‌های اکسیژن.  
(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۱)

## گزینه ۱»

(پیمان فواپوی‌میر)

تنها عبارت چهارم صحیح است.  
بررسی عبارت‌های نادرست:

- شکل مدل گلوله و میله برای گرافن را نمایش می‌دهد.
- گرافن شفاف و انعطاف‌پذیر است.
- حلقه‌های گرافن به حلقه بنزن شباهت بیشتری نسبت به سیکلوهگزان دارند. (به علت پیوندهای دوگانه)

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

## گزینه ۴»

(روزبه رضوانی)

هر مترمربع برابر  $10^4 \text{ cm}^2$  است، از سویی ضخامت هر لایهٔ گرافن با قطر یک اتم کربن برابر است.

$$2 / 25 = \frac{0 / 75 \times 10^{-3} \text{ g}}{10^4 \text{ cm}^2 \times \text{ضخامت}} \Rightarrow \text{ضخامت} = 3 / 3 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\text{ضخامت} = 3 / 3 \times 10^{-8} \text{ cm} \times \frac{10^7 \text{ nm}}{1 \text{ cm}} = 3 / 3 \times 10^{-1} \text{ nm}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## گزینه ۲»

(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

مورد سوم: بیش از ۹۰٪ پوستهٔ جامد زمین را ترکیب‌های گوناگون دو عنصر اکسیژن و سیلیسیم تشکیل می‌دهند که  $\text{SiO}_2$  فراوان‌ترین اکسید در این لایه از سیارهٔ ما به شمار می‌رود.

مورد چهارم: تاکنون از C و  $14\text{Si}$  یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

مورد ششم:  $\text{CO}_2(\text{s})$  یک جامد مولکولی است، یعنی شامل مولکول‌های مستقل و جدا از هم است که در هر مولکول شمار معینی اتم با پیوند اشتراکی به هم متصل شده‌اند نه این‌که همهٔ اتم‌ها در یک شبکهٔ سه بعدی به هم متصل شده باشند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

## گزینه ۲»

(روزبه رضوانی)

الماس، گرافیت و گرافن به دلیل وجود پیوندهای اشتراکی میان میلیون‌ها اتم کربن، جامد کووالانسی بوده و یخ به دلیل دارا بودن همزمان پیوندهای اشتراکی و نیروهای بین مولکولی که از ویژگی‌های یک ترکیب مولکولی است، جامد مولکولی محسوب می‌شود. در میان الماس، گرافیت و گرافن، تنها گرافن ساختار دوبعدی داشته، ولی چینش اتم‌ها در گرافیت و گرافن دوبعدی است. پیوندهای موجود در الماس و گرافن فقط از نوع اشتراکی (کووالانسی) و در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌لایه و منسجم آن، هم پیوند اشتراکی (در لایه‌ها) و هم جاذبهٔ وان‌دروالسی (برای اتصال لایه‌ها به هم) وجود دارد. همهٔ این ترکیب‌ها ساختار شبکه‌ای شش ضلعی دارند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۵)

## گزینه ۲»

(روزبه رضوانی)

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۷۱)

## گزینه ۲»

(مهمدرضا پوریاویر)

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.  
سیلیس ساختاری غول‌آسا و سخت دارد. اما یک جامد کووالانسی است و استفاده از عبارت «فرمول مولکولی» برای آن نادرست است.  
سیلیس ماده‌ای پایدار است و کوارتز شکل خالص آن در طبیعت می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## گزینه ۲»

(هاری مهری‌زاده)

بررسی عبارت‌های نادرست:  
پ) شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۳ و ۴ است.  
ت) آنتالپی پیوند میان اتم‌های الماس کمتر از گرافیت است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## گزینه ۳»

(امسان پنه‌شاهی)

طبق شکل‌های صفحه‌های ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی در  $\text{SCO}$  اتم‌های C و S با رنگ آبی و اتم O با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

## گزینه ۱»

(پیمان فواپوی‌میر)

عبارت‌های (آ) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ)  $\text{NaCl}$  یک ترکیب یونی است و از مولکول تشکیل نشده است.

پ) C، معرف منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه ۷۸)

## گزینه ۱»

(مهمر عظیمیان‌زواره)

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست

ب) درست؛ زیرا تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش HF بیشتر است.

پ) درست

ت) درست

ث) نادرست؛ هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فرآوردهٔ واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

از مقایسه طول موج‌های نورهای بازتاب شده خواهیم داشت:

$$\text{بنفش} > \text{آبی} > \text{سبز} : \text{طول موج}$$

$$(v^{2+}) \quad (v^{4+}) \quad (v^{3+})$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

#### ۱۴۷- گزینه «۳»

(پیمان فوازی‌مهر)

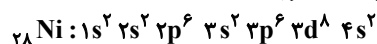
بررسی موارد:

(آ) نادرست، عدد اکسایش تیتانیم در  $\text{TiO}_2$  برابر ۴+ است در حالی که عدد اکسایش کربن در  $\text{CHCl}_3$  برابر ۲+ است.

(ب) نادرست؛ چگالی فولاد از تیتانیم بیشتر است پس در جرم برابر از این دو ماده حجم فولاد کمتر است.

(پ) درست؛ نقطه ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است و مقاومت هر دو ماده در برابر سایش عالی است.

(ت) درست؛ ذوب و مخلوط کردن تیتانیم و نیکل منجر به تولید آلیاژ هوشمند می‌شود. نیکل در لایه سوم خود ۱۶ الکترون دارد.



(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۷، ۸۵ و ۸۷)

#### ۱۴۸- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

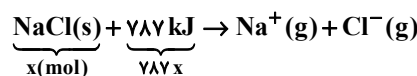
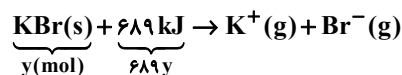
آنتالپی فروپاشی شبکه همانند نقطه ذوب، با مقدار قدرمطلق بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطه مستقیم دارد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

#### ۱۴۹- گزینه «۴»

(امیر ماتیان)

فرض می‌کنیم  $x$  مول  $\text{NaCl}$  و  $y$  مول  $\text{KBr}$  داریم:



$$\text{جرم } \text{KBr} : 119y \Rightarrow \text{جرم مولی } n \times x = \text{جرم}$$

$$\text{جرم } \text{NaCl} : 58x \Rightarrow \text{جرم مولی } n \times x = \text{جرم}$$

$$\text{جرم } \text{KBr} + \text{جرم } \text{NaCl} = 412g$$

$$\text{حل دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول} \Rightarrow \begin{cases} 689y + 787x = 3739 \\ 119y + 58x = 412 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2$$

$$\text{جرم } \text{KBr} = \frac{\text{جرم } \text{KBr}}{\text{جرم اولیه مخلوط}} \times 100$$

$$= \frac{119 \times 2}{412} \times 100 \approx 57\%$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

#### ۱۵۰- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

شکل (A) همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند. بنابراین به رنگ سیاه دیده می‌شود و می‌تواند دوده باشد.

شکل (B) همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند. بنابراین به رنگ سفید دیده می‌شود و می‌تواند ترکیب  $\text{TiO}_2$  (تیتانیم دی‌اکسید) باشد.

ترکیب  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  رنگ‌دانه معدنی است که به رنگ قرمز دیده می‌شود، یعنی بخشی از طول موج مرئی را جذب می‌کند و باقی‌مانده آن یعنی طول موج‌های مربوط به رنگ قرمز را بازتاب می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۳)

#### ۱۴۳- گزینه «۳»

(مهم‌رضا پورهاوید)

فرمول ترکیب‌های یونی توصیف شده به ترتیب به صورت  $\text{NaX}$ ،  $\text{MgX}_2$ ،  $\text{CaX}_2$  و  $\text{KX}$  می‌باشند. برای آنتالپی فروپاشی این ترکیب‌ها ابتدا می‌توان بار یون‌های سازنده آن‌ها را بررسی کرد. هر قدر مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در یک ترکیب بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی آن بیشتر خواهد بود.

فرمول شیمیایی ترکیب	$\text{NaX}$	$\text{MgX}_2$	$\text{CaX}_2$	$\text{KX}$
مجموع قدرمطلق بار یون‌ها	$ (+1)+(-1) =2$	$ (+2)+(-1) =3$	$ (+2)+(-1) =3$	$ (+1)+(-1) =2$

به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت:

$\text{NaX} > \text{CaX}_2 > \text{MgX}_2$  : آنتالپی فروپاشی

از طرفی هر قدر شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب یونی آن‌ها بیشتر خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$\text{Na}^+ < \text{K}^+$  ،  $\text{Mg}^{2+} < \text{Ca}^{2+}$  : شعاع یونی

$\text{NaX} > \text{CaX}_2$  ،  $\text{MgX}_2 > \text{CaX}_2$  : آنتالپی فروپاشی

به این ترتیب آنتالپی‌های فروپاشی داده شده مربوط به ترکیب‌های زیر بوده و دومین فلز قلبیایی جدول (Na) دارای آنتالپی فروپاشی  $+150 \text{ kJ}$  خواهد بود.

فرمول شیمیایی ترکیب	$\text{KX}$	$\text{NaX}$	$\text{CaX}_2$	$\text{MgX}_2$
آنتالپی فروپاشی	$+1000$	$+1500$	$+2000$	$+2500$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

#### ۱۴۴- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی‌دوست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست:  $\text{Y}^{2-}$  بیشترین شعاع اتمی و  $\text{O}^+$  کمترین شعاع اتمی را دارد.  
(۲) درست؛ با توجه به این که مجموع قدرمطلق بار کاتیون و بار آنیون در  $\text{MgS}$  از  $\text{Na}_2\text{O}$  بیشتر است چگالی بار بیشتری دارد.  
(۳) نادرست؛ با توجه به نمودار کتاب می‌توان دریافت که اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{NaF}$  و  $\text{KBr}$  بیشتر از اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{LiBr}$  و  $\text{KF}$  است.

(۴) درست  $\text{NaCl}(s) + 787 \text{ kJ} \rightarrow \text{Na}^+(g) + \text{Cl}^-(g)$

$$25 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58.5 \text{ g}} \times \frac{787 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NaCl}} = 1574 \text{ kJ}$$

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

#### ۱۴۵- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

از واکنش فلز سدیم با گاز کلر جامد یونی سفیدرنگی حاصل می‌شود که همان نمک خوراکی بوده و در ترکیب حاصل شده ( $\text{NaCl}$ ) شعاع نافلز که از  $\text{Cl}$  به  $\text{Cl}^-$  تبدیل می‌شود، برخلاف فلز که از  $\text{Na}$  به  $\text{Na}^+$  تبدیل می‌شود، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۸۳ و ۸۴)

#### ۱۴۶- گزینه «۲»

(مهم‌رضا پورهاوید)

محلول‌های فرضی داده شده دارای یون‌های متفاوتی از وانادیم بوده و رنگ بازتاب شده از آن‌ها نیز با یکدیگر متفاوت است.

فرمول شیمیایی ترکیب	$\text{VO}$	$\text{V}(\text{SO}_4)_2$	$\text{V}(\text{NO}_3)_3$
یون موجود در ترکیب	$\text{V}^{2+}$	$\text{V}^{4+}$	$\text{V}^{3+}$
رنگ بازتاب شده	بنفش	آبی	سبز

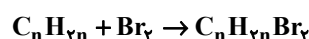


## شیمی ۲

گزینه ۲» ۱۵۱-

(پارسا عیوض پور)

اگر فرمول ترکیب اولیه  $C_nH_{2n}$  باشد و با محلول قرمز رنگ برم واکنش داده باشد، پس قطعاً آلکن بوده است.



$$\text{درصد افزایش جرم} = \frac{2 \times 80}{12n + 2n} \times 100 = 10n$$

$$\Rightarrow \frac{160}{14n} \times 100 = n \Rightarrow 16000 = 14n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{16000}{14}$$

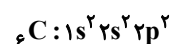
$$= \frac{800}{7} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{800}{7}} \approx 11$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

گزینه ۳» ۱۵۲-

(پیمان فواپوی میر)

در آخرین زیرلایه اتم کربن ۲ الکترون وجود دارد.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

گزینه ۳» ۱۵۳-

(مهمدرشا پوریاوید)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عمده‌ترین قسمت نفت خام را هیدروکربن‌ها (نه کربوهیدرات‌ها) تشکیل داده‌اند.

(۲) کمتر از ۱۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک، مواد منفجره و لاستیک به کار می‌رود.

(۴) نفت خام مایعی غلیظ (و نه رقیق) است که رنگ آن سیاه یا قهوه‌ای متمایل به سبز است.

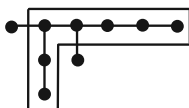
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

گزینه ۲» ۱۵۴-

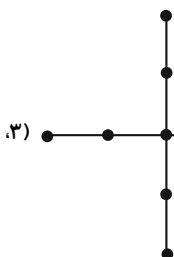
(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ نام درست آن ۳، ۴- دی متیل هپتان می‌باشد.



(ب) درست (۳، ۳- دی اتیل پنتان)

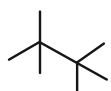


(پ) درست؛ فرمول مولکولی آن  $C_9H_{20}$  می‌باشد. شمار پیوندهای C-C در آلکان‌ها برابر است با  $n-1$ ، بنابراین ۸ پیوند C-C در آن وجود دارد که با شمار اتم‌های H در  $C_9H_{20}$  برابر است.

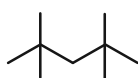
(ت) درست؛ گاز (آلکان) مورد استفاده در فندک، بوتان ( $C_4H_{10}$ ) می‌باشد. (شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

گزینه ۱» ۱۵۵-

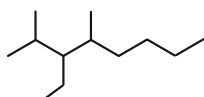
(پارسا عیوض پور)



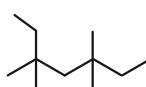
۳،۳،۲،۲- تترا متیل بوتان



۴،۴،۲،۲- تترا متیل پنتان



۳- اتیل - ۴،۲- دی متیل اوکتان



۵،۵،۳،۳- تترا متیل هپتان





بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) حلقه بنزن در ساختار حفظ شده پس خاصیت آروماتیکی را داراست.

(۲) قطبیت C و H تفاوت خاصی با یکدیگر ندارد، پس گشتاور دوقطبی

تغییر خاصی نخواهد کرد.

(۳) فرمول مولکولی نفتالن  $C_{10}H_8$  است ولی فرمول مولکولی ترکیب جدید

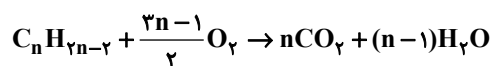
$C_{15}H_{24}$  است.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۳)

(هاری مهری زاده)

۱۵۹- گزینه «۱»

معادله سوختن کامل آلکین‌ها به صورت زیر است:



$$? g H_2O = 0.25 \text{ mol آلکین} \times \frac{(n-1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol آلکین}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 13.5 \text{ g } H_2O \Rightarrow n = 4$$

$$C_4H_6 \Rightarrow C \text{ درصد جرمی} : \frac{(4 \times 12)}{(4 \times 12) + (6 \times 1)} \times 100 = 89\%$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۲)

(مهمر عظیمیان زواره)

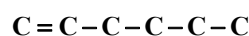
۱۶۰- گزینه «۳»

آلکن‌ها تنها دارای یک پیوند دوگانه‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(۱) از اتن ( $C_2H_4$ ) برای این منظور استفاده می‌شود.

(۲) در  $C_6H_{12}$ ، چهار پیوند C-C وجود دارد.



(۴) حالت فیزیکی اتانول  $C_2H_5OH$  و  $C_4H_9Br$  در دما و فشار اتاق،

مایع می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

$$\Rightarrow (2+2+3+3) + (2+2+4+4) + (3+2+4) + (3+3+5+5) = 47$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(روزبه رضوانی)

۱۵۶- گزینه «۴»

بررسی موارد:



(آ) درست:

(ب) درست

(پ) نادرست: فرآورده واکنش، ۱ و ۲- دی برمواتان نام دارد.

(ت) درست: هر مول اتن با جذب ۱ مول گاز هیدروژن یا ۲ مول اتم هیدروژن

به آلکان تبدیل شده و سیر می‌شود.

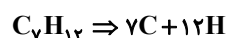
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۴۰ و ۴۸)

(علیرضا کیانی روست)

۱۵۷- گزینه «۳»

فرمول عمومی آلکین‌ها  $C_nH_{2n-2}$  می‌باشد.

$$\frac{2n-2}{n-2} = 2/4 \Rightarrow 2n-2 = 2/4n-4 \Rightarrow n = 7$$



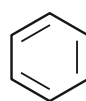
$$28/8 \text{ g } C_7H_{12} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{12}}{96 \text{ g } C_7H_{12}} \times \frac{\Delta \text{ اختلاف}}{1 \text{ mol } C_7H_{12}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 9/0.3 \times 10^{23}$$

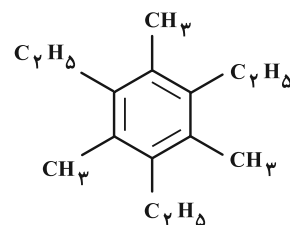
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۱)

(روزبه رضوانی)

۱۵۸- گزینه «۴»

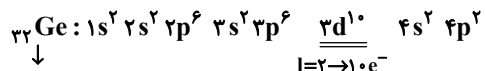


بنزن

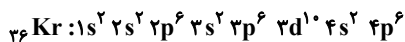
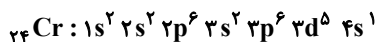




(پ) نادرست.



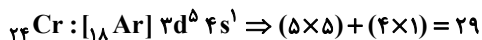
عنصر زیرین

(ت) نادرست؛  $d \rightarrow 5e^-$        $s \rightarrow 1e^-$ 

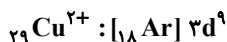
(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

(پیمان فواپیوی میسر)

۱۶۵- «گزینه ۲»

مجموع  $n+1$  برای الکترون‌های ظرفیت  $\text{Cr}$  برابر ۲۹ است.پس A عنصر  $\text{Cu}$  ۲۹ است.• محلول  $\text{CuSO}_4$  در آب، آبی رنگ است.

• رنگ شعله ترکیبات مس، سبز رنگ است که طول موج کمتری نسبت به رنگ زرد دارد.

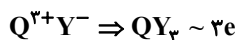
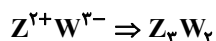
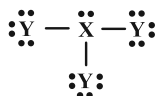
•  $\text{Cu}$  ۲۹ در دوره ۴ و گروه ۱۱ قرار دارد. اختلاف دوره و گروه آن برابر ۷ است که با عدد اتمی  $\text{N}$  ۷ (از دسته p) برابر است.• در آرایش الکترونی  $\text{Cu}^{2+}$  ۲۹، ۹ الکترون با  $n+1=5$  وجود دارد.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۲، ۳۰ تا ۳۴)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۶۶- «گزینه ۴»

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ با توجه به آرایش‌های الکترونی می‌توان دریافت که عدد اتمی عنصرهای موجود به صورت  $W$  ۷،  $Q$  ۱۳،  $Z$  ۵۶،  $Y$  ۳۵،  $X$  ۱۵ می‌باشد.

مورد دوم: درست

شیمی ۱

۱۶۱- «گزینه ۳»

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ بیشترین مقدار انرژی مربوط به انتقال H است. اختلاف تعداد تراز در انتقال‌های D و H با هم برابر است ولی چون فاصله ترازها در لایه‌های پایین‌تر از هم بیشتر است پس اختلاف انرژی بیشتری نیز دارند.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) نادرست؛ در انتقال E، الکترون انرژی را جذب کرده است.

(ث) درست

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱۶۲- «گزینه ۳»

(پیمان فواپیوی میسر)

با توجه به الگوهای طیف داده شده، در این نمونه فلزهای C و E قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه ۳۴)

۱۶۳- «گزینه ۴»

(هاری معری زاوه)

بررسی موارد:

(آ) عنصری که در دوره ۴ و گروه ۷ قرار دارد،  $\text{Mn}$  ۲۵ است که آرایش الکترونی فشرده کاتیون  $\text{Mn}^{3+}$  به صورت  $[\text{Ar}] 3d^4$  می‌باشد. دقت شود که به هنگام تشکیل کاتیون رسیدن به زیرلایه  $d^4$  و  $d^9$  بلامانع است. (ب) در دوره چهارم، لایه چهارم تنها شامل زیرلایه‌های  $4s$  و  $4p$  می‌شود که حداکثر ۸ الکترون می‌توانند دریافت کنند.(پ) در دوره چهارم جدول تناوبی، عناصر  $\text{K}$  ۱۹،  $\text{Cr}$  ۲۴،  $\text{Cu}$  ۲۹ و  $\text{As}$  ۳۳ دارای آخرین زیرلایه نیمه پر هستند.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۴)

۱۶۴- «گزینه ۴»

(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ حداکثر تعداد الکترون‌ها در هر زیرلایه برابر  $2l+1$  در هر لایه برابر  $2n^2$  است.(ب) نادرست؛  $n+1$  برای  $6s$  و  $4f$  به ترتیب برابر ۶ و ۷ است، پس  $4f$  دیرتر از  $6s$  پر می‌شود.



(ممد رضا پورجاویر)

۱۶۹- گزینه «۴»

بررسی موارد:

مورد اول: الکترونی که دارای عدد کوانتومی  $n = 3$  است به یکی از زیرلایه‌های  $3s$ ،  $3p$  و یا  $3d$  تعلق دارد. زیرلایه  $3d$  در بین این زیرلایه‌ها دارای  $l = 2$  است و عبارت اول می‌تواند درست باشد.

عبارت دوم: زیرلایه‌هایی مانند  $4p$ ،  $5p$ ،  $6p$  و  $7p$  همگی دارای  $l = 1$  هستند و سطح انرژی آن‌ها از الکترونی با  $n = 3$  بالاتر خواهد بود.

مورد سوم: زیرلایه‌ای با  $l = 3$  شامل زیرلایه‌های  $4f$ ،  $5f$  و ... است که هیچ یک دارای  $n = 3$  نیستند.

مورد چهارم: لایه سوم ( $n = 3$ ) ظرفیت پذیرش ۱۸ الکترون را دارد. بنابراین الکترونی با  $n = 3$  می‌تواند در کنار خود ۱۷ الکترون دیگر را نیز داشته باشد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

(میثم کوثری لشکری)

۱۷۰- گزینه «۴»

عبارت‌های آ و ت درست هستند.

آ) عنصرهای  $19K$  و  $24Cr$  و  $29Cu$  در آخرین زیرلایه خود آرایش  $4s^1$  و  $3d^5$  و  $4p^1$  دارند.

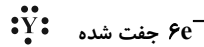
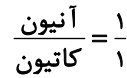
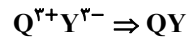
ب) در این دوره  $Ca$  و همه عنصرهای واسطه به جز  $24Cr$  و  $29Cu$  که شامل ۸ عنصر هستند دارای آرایش  $4s^2$  در آخرین زیرلایه خود هستند و  $36Kr$  هم با آرایش  $4p^6$  در آخرین زیرلایه خود، همگی در آخرین زیرلایه از الکترون پر هستند که مجموعاً ۱۰ عنصر هستند.

پ) در مجموع ۸ عنصر دارای زیرلایه پر با  $n+1=5$  هستند. ( $3d$  و  $4p$  دارای این ویژگی هستند) از عنصر  $29Cu$  به بعد در  $3d$  دارای ۱۰ الکترون وجود دارد یعنی از گروه ۱۱ تا ۱۸ که شامل ۸ عنصر است. (عنصر گروه ۱۸ یعنی  $36Kr$  دارای آرایش  $4p^6$  در زیرلایه آخر است و دوزیرلایه کاملاً پر با  $n+1=5$  دارد).

ت) ( $l=2$  یعنی زیرلایه  $d$ ) دو عنصر  $24Cr$  و  $25Mn$  به ترتیب با آرایش  $1s^2 [18Ar] 3d^5 4s^1$  و  $1s^2 [18Ar] 3d^5 4s^2$  ویژگی مورد نظر را دارند و ۵ الکترون در  $3d$  دارند.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)

مورد سوم: نادرست



مورد چهارم: نادرست

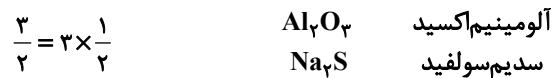


$$\frac{6}{3} = 2$$

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۶۷- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)



بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در آن برابر است.

(۲) در ترکیب یونی  $MBr_3$  عنصر  $M$  نمی‌تواند کلسیم ( $Ca$ ) باشد.(۴) فرمول اکسید عنصر  $A$  به صورت  $AO$  می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۸- گزینه «۳»

(هدی بهاری پور)

فرمول شیمیایی کلسیم فسفید  $Ca_3P_2$  است و نسبت شمار کاتیون به آنیون در آن  $\frac{3}{2}$  است.

بررسی موارد:



پس در موارد ب و پ نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیبات ارائه شده در آن‌ها با کلسیم فسفید برابر است.

(شیمی ۱- کیهان زارگه الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)