



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

آزمون
چهارم
حضورى



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

حسابان (۱)	هندسه (۲)	آمار و احتمال	فیزیک (۲)	شیمی (۲)
فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی (از ابتدای تابع لگاریتمی و لگاریتم تا پایان فصل) + فصل چهارم: مثلثات (تا ابتدای توابع مثلثاتی) صفحه ۸۰ تا ۱۰۴	فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها (از ابتدای تجانس تا پایان فصل) صفحه ۴۳ تا ۵۸	فصل دوم: احتمال (کل احتمال شرطی) صفحه ۶۸ تا ۶۲	فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی تا پایان فصل) صفحه ۶۷ تا ۸۲	فصل دوم: در پی غذای سالم (از ابتدای آنالیز، همان محتوای انرژی است تا ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد از دیدگاه کمی) صفحه ۶۵ تا ۸۵

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	حسابان	۲۰	۱	۲۰	۳۰ دقیقه	۸۰ سؤال ۱۲۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه	
۳	آمار و احتمال	۱۰	۳۱	۴۰	۲۰ دقیقه	
۴	فیزیک	۲۰	۴۱	۶۰	۳۰ دقیقه	
۵	شیمی	۲۰	۶۱	۸۰	۲۰ دقیقه	

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰۴

حسابان

۱- زاویه ۸ رادیان با کدام زاویه در یک ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

(۴) 79°

(۳) 91°

(۲) 52°

(۱) 56°

۲- اگر $-\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{12}$ و $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta) = \frac{2-3m}{4}$ ، حدود m کدام است؟

(۴) $-\frac{4}{3} \leq m < \frac{2}{3}$

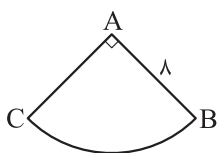
(۳) $-\frac{2}{3} \leq m < 0$

(۲) $0 \leq m < \frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{4}{3}$

۳- قطاع مقابل، گسترده یک مخروط است. اگر آن را مجدداً به مخروط تبدیل کنیم، ارتفاع مخروط

چه عددی خواهد بود؟



(۲) $2\sqrt{12}$

(۱) $\sqrt{15}$

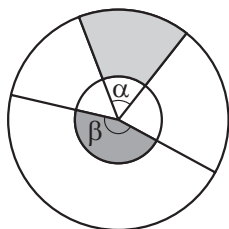
(۴) $2\sqrt{15}$

(۳) $3\sqrt{12}$

۴- در دو دایره هم‌مرکز مقابل، شعاع دایره بزرگ‌تر ۳ برابر شعاع دایره کوچک‌تر

است. اگر مساحت دو قسمت سایه‌خورده برابر باشد، بین زوایای α و β کدام رابطه

برقرار است؟



(۲) $\beta = 9\alpha$

(۱) $\beta = 8\alpha$

(۴) $\beta = 6\alpha$

(۳) $\beta = 12\alpha$

۵- چند عدد صحیح منفی در دامنه تابع $f(x) = \log_{(3+x)}(3-x)$ وجود دارد؟

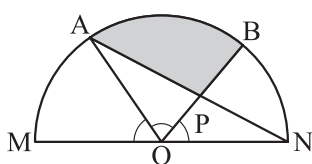
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) صفر

(۳) ۳

۶- در شکل زیر، اگر شعاع دایره برابر ۳ و زوایای جداشده در مرکز با هم برابر باشند، مساحت قسمت سایه‌خورده کدام است؟



(۲) $\frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$

(۱) $3\pi - \frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\frac{3\pi}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$

(۳) $3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$

محل انجام محاسبات



۷- هرگاه $\frac{\cos \frac{5\pi}{3} - \tan \theta}{3 \sin(\frac{17\pi}{6}) + \cos \frac{19\pi}{3}} = 2$ مقدار $\tan(\frac{3\pi}{2} - \theta)$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{2}{7}$

۸- با فرض $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ و $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ مقدار عبارت $A = \frac{\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha) - 2 \cot(\pi - \alpha)}{\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) + 3 \cot(\alpha - 2\pi)}$ چه عددی است؟

(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{4}{7}$ (۳) $\frac{5}{11}$ (۴) $-\frac{5}{11}$

۹- هرگاه $\log_3 2 = a$ ، مقدار $\log_3 12$ بر حسب a کدام است؟

(۱) $2 + \frac{1}{a}$ (۲) $a + \frac{1}{2}$ (۳) $2 + a$ (۴) $2a + 1$

۱۰- هرگاه $\log_4 9 = a$ و $\log_4 b = \frac{3}{4}(1 + a)$ مقدار $\log_5(\sqrt[3]{b} - 11)$ چه عددی است؟

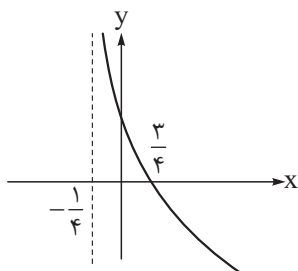
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱- اگر $\log_{\sqrt{x}} y^2 - \log_y x^2 = 2$ کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $x^2 y = 2$ (۲) $x\sqrt{y} = 1$

(۳) $y\sqrt{x} = 1$ (۴) $yx^2 = 1$

۱۲- نمودار تابع $f(x) = \log_2 \frac{4}{ax+b}$ شکل زیر است. مقدار ab کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

محل انجام محاسبات



۱۳- اگر α و β ریشه‌های معادله $\log x + \log_x 2 = \log 20$ باشند. حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- ۰/۱۱ (۱) ۰/۱۲ (۲) ۰/۱۸ (۳) ۰/۶ (۴)

۱۴- هرگاه $x + \log_2(3^x - 2) = x \log_2 2 + \log_2 24$ باشد، حاصل $9^x + 3^x + 1$ کدام است؟

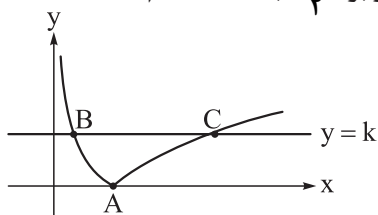
- ۴۳ (۱) ۳۷ (۲) ۲۱ (۳) ۳۱ (۴)

۱۵- اگر $a^2 + 4b^2 = 12ab$ ، مقدار $\log \frac{a+2b}{4}$ با کدام گزینه برابر است؟

- $\log a + \log b$ (۱) $\log a \log b$ (۲)

- $\frac{\log a + \log b}{2}$ (۳) $\frac{1}{3} \log a \log b$ (۴)

۱۶- نمودار تابع $f(x) = |2 - \log_2 x|$ به صورت زیر است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{15k}{2}$ باشد، k کدام است؟



۶ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۷- اگر $(\log_{36} 3)^2 = 1 - (\log_{36} 12 \times \log_{36} a)$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۲۱۶ (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۰۸ (۳) ۹۶ (۴)

۱۸- حداقل مقدار تابع $f(x) = \log_x 4 + \log_{16} x^2$ با فرض $1 < x$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴)

۱۹- چه قدر به بزرگی یک زلزله در واحد ریشتر اضافه کنیم تا انرژی آزاد شده ۸۰۰ برابر شود؟ ($\log 2 = 0.3$)

- $\frac{29}{15}$ (۱) $\frac{27}{15}$ (۲) $\frac{29}{17}$ (۳) $\frac{29}{15}$ (۴)

۲۰- قیمت کالایی سالانه دوازده درصد افزایش می‌یابد. پس از چند سال قیمت کالا هفت برابر می‌شود؟ ($\log 28 = 1.45$)

و ($\log 2 = 0.3$)

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۸ (۳) ۱۹ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۱- کدام تبدیل هیچ‌گاه نمی‌تواند همانی باشد؟

- (۱) انتقال (۲) دوران (۳) بازتاب (۴) تجانس

۲۲- در مورد تجانس با نسبت k ، کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) در حالت $k < 0$ ، این تبدیل جهت چندضلعی‌ها را حفظ نمی‌کند.
 (۲) در حالت $-1 < k < 0$ ، این تبدیل طول پاره‌خط‌ها را کوچک‌تر می‌کند.
 (۳) در حالت $k = -1$ ، این تبدیل ایزومتري است.
 (۴) در حالت $k = 1$ ، این تبدیل بی‌شمار نقطه ثابت دارد.

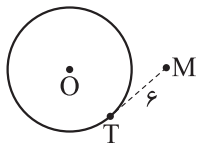
۲۳- در تجانس به مرکز $W(0, 2)$ ، نقطه $A(1, 3)$ روی نقطه $A'(\alpha, \frac{1}{\alpha})$ تصویر می‌شود. فاصله A' از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

۲۴- خط L' تصویر خط L به معادله $y = 1 - \frac{1}{4}x$ در تجانس به مرکز مبدأ مختصات و نسبت $\frac{7}{4}$ است. مساحت ناحیه محصور به دو خط L و L' و محورهای مختصات کدام است؟

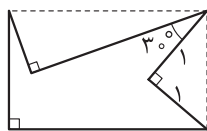
- (۱) $2\frac{1}{16}$ (۲) $3\frac{1}{16}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $1\frac{3}{4}$

۲۵- مطابق شکل، طول مماسی که از نقطه M بر دایره $C(O, 2/\sqrt{5})$ رسم شده است، ۶ واحد است. اگر C' مجانس دایره C به مرکز M و نسبت ۲ باشد، طول مماسی که از O بر C' رسم می‌شود، کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) $\sqrt{15}$ (۳) ۸ (۴) $\sqrt{17/25}$

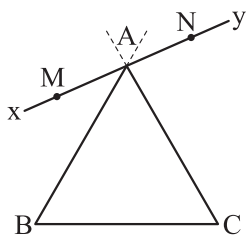
۲۶- مطابق شکل، با حذف دو مثلث قائم‌الزاویه از مستطیلی که طول آن، دو برابر عرضش است، یک شش‌ضلعی مقعر ایجاد شده است. اگر با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، بدون ایجاد تغییر محیط و طول اضلاع، مساحت این شش‌ضلعی را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت کدام است؟



- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۲۷- مطابق شکل، خط xy نیمساز خارجی زاویه A در مثلث ABC است. نقطه M را روی Ax و نقطه N را روی Ay انتخاب می‌کنیم. اگر محیط مثلث‌های MBC ، ABC و NBC را به ترتیب با P_1 ، P_2 و P_3 نشان دهیم، کدام مقایسه همواره درست است؟



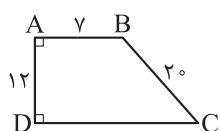
$$P_1 > P_2 > P_3 \quad (1)$$

$$P_3 > P_2 > P_1 \quad (2)$$

$$P_2 > P_1 \text{ و } P_3 \quad (3)$$

$$P_1 \text{ و } P_3 > P_2 \quad (4)$$

۲۸- دوزنقه قائم‌الزاویه $ABCD$ رسم شده است. اگر M نقطه‌ای واقع بر قاعده CD باشد که $MA + MB$ کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد، طول MC کدام است؟



$$۱۶ \quad (2)$$

$$۱۹/۵ \quad (1)$$

$$۲۴ \quad (4)$$

$$۲۰/۵ \quad (3)$$

۲۹- چهار نقطه $A(1, 2)$ ، $M(a, a)$ ، $N(a+1, a+1)$ و $B(3, 8)$ در صفحه مفروض‌اند. کم‌ترین طول ممکن برای مسیر شکسته $AMNB$ کدام است؟

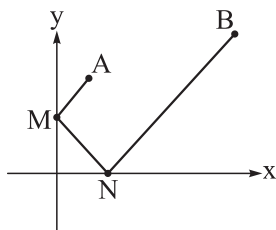
$$۶ + \sqrt{2} \quad (4)$$

$$۶\sqrt{2} \quad (3)$$

$$۸ \quad (2)$$

$$۲\sqrt{10} + \sqrt{2} \quad (1)$$

۳۰- نقاط $A(3, 5)$ و $B(9, 11)$ در صفحه‌های مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند به طوری که خط شکسته $AMNB$ کم‌ترین اندازه ممکن را دارد. مختصات وسط پاره خط MN کدام است؟



$$\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

$$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right) \quad (3)$$

$$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



صفحه‌های ۴۸ تا ۶۲

آمار و احتمال

۳۱- در پرتاب یک تاس می‌دانیم عدد روشده زوج است. چه قدر احتمال دارد در پرتاب این تاس، عددی غیراول ظاهر شود؟

$$(۱) \text{ صفر} \quad (۲) \frac{1}{3} \quad (۳) \frac{2}{3} \quad (۴) \frac{1}{2}$$

۳۲- سکه‌ای را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم دست کم یک بار رو آمده است. چه قدر احتمال دارد هر سه پرتاب، رو آمده باشد؟

$$(۱) \frac{1}{8} \quad (۲) \frac{7}{8} \quad (۳) \frac{1}{7} \quad (۴) \frac{1}{4}$$

۳۳- تیم ملی والیبال ایران ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو بازیکنی با هم برابر نیست. به ترتیب دو بازیکن انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که قد بازیکن دوم کوتاه‌تر است. با چه احتمالی بازیکن اول، بلندقدترین بازیکن تیم است؟

$$(۱) \frac{1}{14} \quad (۲) \frac{1}{13} \quad (۳) \frac{1}{10} \quad (۴) \frac{1}{7}$$

۳۴- سه کارت رنگی در اختیار داریم که اولی دو رو سبز، دومی دو رو قرمز و سومی یک رو سبز و یک رو قرمز است. یک کارت به تصادف برمی‌داریم و یک رویش را می‌بینیم. اگر رنگ دیده‌شده سبز باشد، با چه احتمالی این کارت دو رو سبز است؟

$$(۱) \frac{2}{3} \quad (۲) \frac{1}{2} \quad (۳) \frac{1}{3} \quad (۴) \frac{1}{4}$$

۳۵- دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده، آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

$$(۱) \frac{25}{63} \quad (۲) \frac{3}{8} \quad (۳) \frac{45}{112} \quad (۴) \frac{7}{18}$$

۳۶- سامان و کسری به ترتیب با احتمال‌های $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه می‌روند. اگر سامان به ورزشگاه برود، کسری با احتمال $\frac{6}{66}$ به ورزشگاه می‌رود. اگر سامان به ورزشگاه نرفته باشد، با چه احتمالی کسری هم نرفته است؟

$$(۱) \frac{5}{6} \quad (۲) \frac{71}{71} \quad (۳) \frac{34}{34} \quad (۴) \frac{5}{5}$$

محل انجام محاسبات



۳۷- خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه‌خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۳۰، ۲۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این که این سه نفر، صفحه‌ای که به آن‌ها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب ۰/۹، ۰/۹۵ و ۰/۹۹ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد، چه قدر است؟

$$\frac{3}{5} (۱) \quad \frac{3}{10} (۲) \quad \frac{2}{3} (۳) \quad \frac{1}{3} (۴)$$

۳۸- دو جعبه داریم که در هر یک از آن‌ها چهار کارت با شماره‌های ۱ تا ۴ وجود دارد. یک کارت به تصادف از جعبه اول برمی‌داریم و در جعبه دوم قرار می‌دهیم. حال از جعبه دوم به تصادف دو کارت پی‌درپی بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم و یک عدد دورقمی می‌سازیم که کارت اول دهگان و کارت دوم یکان را مشخص می‌کند. چه قدر احتمال دارد که عدد دورقمی حاصل، مضرب ۶ باشد؟

$$\frac{17}{64} (۱) \quad \frac{15}{64} (۲) \quad \frac{11}{40} (۳) \quad \frac{9}{40} (۴)$$

۳۹- A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = ۰/۴$ ، $P(B|A) = ۰/۹$ و $P(B|(A \cup B)) = ۰/۹۲$ باشد، $P(B'|A')$ کدام است؟

$$\frac{1}{6} (۱) \quad \frac{3}{4} (۲) \quad \frac{1}{4} (۳) \quad \frac{5}{6} (۴)$$

۴۰- بسکتبالیستی هر بار که اقدام به پرتاب می‌کند، اگر روحیه خوبی داشته باشد، پرتابش به احتمال ۹۰ درصد گل می‌شود و اگر روحیه‌اش ضعیف باشد، احتمال گل‌شدن پرتابش ۶۰ درصد است. به علاوه می‌دانیم اگر او پرتابی را گل کند، در پرتاب بعدی روحیه خوبی دارد و در غیر این صورت، روحیه‌اش ضعیف خواهد شد. فرض کنید بسکتبالیست، پیش از پرتاب اول روحیه‌اش خوب باشد، با چه احتمالی از سه پرتاب متوالی، دقیقاً دو پرتاب آخر گل می‌شود؟

$$۰/۰۴۶ (۱) \quad ۰/۰۴۹ (۲) \quad ۰/۰۵۴ (۳) \quad ۰/۰۵۷ (۴)$$

۴۱- روی یک بخاری برقی اعداد $2/2\text{ kW}$ و 220 V نوشته شده است. اگر این بخاری در هر شبانه‌روز به طور متوسط ۵ ساعت با ولتاژ 220 V روشن باشد و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات‌ساعت ۲۰۰ تومان باشد، هزینه مصرف یک ماه پاییزی این بخاری چند تومان می‌شود؟

- (۱) ۶۰۰۰۰ (۲) ۶۶۰۰۰ (۳) ۷۲۰۰۰ (۴) ۹۰۰۰۰

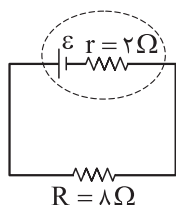
۴۲- روی یک لامپ رشته‌ای اعداد 220 V و 100 W نوشته شده است. هنگامی که مقاومت رشته سیم داخل لامپ را در حالت خاموش اندازه‌گیری می‌کنیم، عدد $4/48\text{ A}$ اهم را نشان می‌دهد. اگر این لامپ را با اختلاف پتانسیل 220 V روشن کنیم، دمای رشته لامپ چند درجه سلسیوس افزایش خواهد یافت؟ (رشته سیم لامپ از جنس تنگستن و ضریب دمایی مقاومت ویژه آن 10^{-3} K^{-1} است.)

- (۱) ۱۸۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۲۰۷۳ (۴) ۲۲۷۳

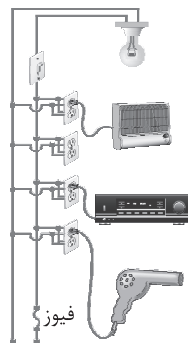
۴۳- در اثر نوسانات برق، اختلاف پتانسیل دو سر یک لامپ 60 W می‌تواند ۱۰٪ کاهش یا افزایش یابد. بیشینه تغییرات توان مصرفی این لامپ چند وات است؟ (تغییر مقاومت لامپ در اثر تغییر اختلاف پتانسیل ناچیز است و لامپ‌ها آسیب نمی‌بینند.)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴) ۳۶

۴۴- در مدار شکل مقابل، اگر توان مصرفی مقاومت 18 W باشد، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



- (۱) ۱۸
(۲) ۱۵
(۳) ۱۲
(۴) ۱۰

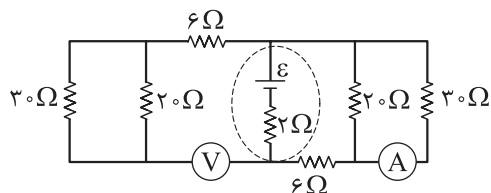


۴۵- یک لامپ رشته‌ای 100 W ، یک بخاری برقی $1/6\text{ kW}$ ، یک رادیوی 180 W و یک سشوار $2/3\text{ kW}$ مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده اند. اگر فیوز شکل، 20 A باشد، فیوز و توان مصرفی معادل با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی در هر یک از آن‌ها برابر

- (۱) خواهد پرید، است
(۲) نخواهد پرید، است
(۳) خواهد پرید، نیست
(۴) نخواهد پرید، نیست



۴۶- در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی $22/5\text{ V}$ را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی چه عددی را نشان خواهد داد؟



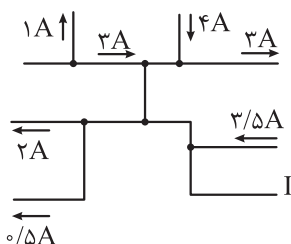
(۱) $0/25$

(۲) $0/50$

(۳) $0/75$

(۴) $1/25$

۴۷- شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست کدام است؟



(۱) 5 A →

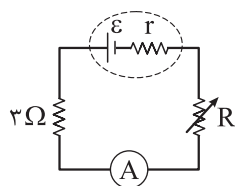
(۲) 5 A ←

(۳) 7 A →

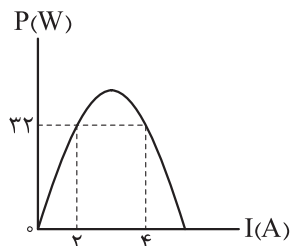
(۴) 7 A ←

۴۸- سهمی نشان داده شده در شکل (ب)، مربوط به تغییرات توان خروجی مولد، در مدار شکل (الف) است. به ازای چه

مقداری از R ، توان خروجی باتری بیشینه خواهد شد؟



(الف)



(ب)

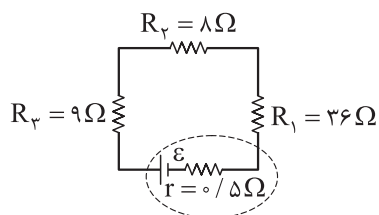
(۱) ۱

(۲) $\frac{5}{4}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) ۴

۴۹- در مدار نشان داده شده، اگر توان مصرفی در مقاومت R_2 برابر $7/2\text{ W}$ باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱) $122/4$

(۲) $95/4$

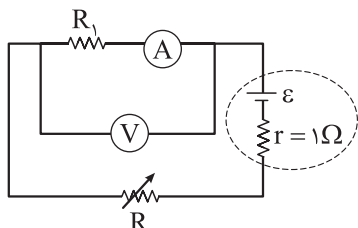
(۳) $61/2$

(۴) $47/7$

محل انجام محاسبات



۵۰- در مدار نشان داده شده، مقاومت درونی آمپرسنج و ولتسنج به ترتیب $R_A = 5\Omega$ و $R_V = 20k\Omega$ است. اگر این دو وسیله به ترتیب اعداد $15/0\text{ mA}$ و 12 V را نشان دهند، R_1 چند اهم است؟



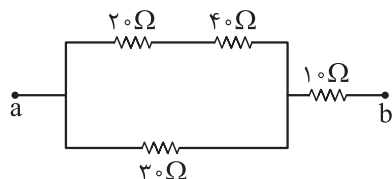
(۱) ۷۹۵

(۲) ۸۰۰

(۳) ۸۰۵

(۴) ۸۴۵

۵۱- شکل زیر بخشی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومتی که در یک مدت‌زمان معین بیشترین گرما را تولید می‌کند، 72 W باشد، توان مصرفی مقاومتی که در همین مدت‌زمان، کم‌ترین گرما را تولید می‌کند چند وات است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

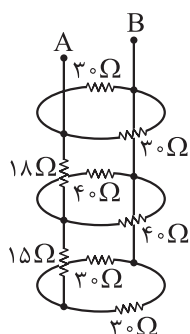
۵۲- سه مقاومت $R_1 = 16\Omega$ ، $R_2 = 18\Omega$ و $R_3 = 48\Omega$ را به‌گونه‌ای به یکدیگر متصل کرده‌ایم که مقاومت معادل مجموعه 30Ω شده است. اگر دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل 60 V متصل کنیم، جریان عبوری از مقاومت R_3 چند آمپر است؟

(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۰/۲۵

(۴) ۰/۵



۵۳- در شکل مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟

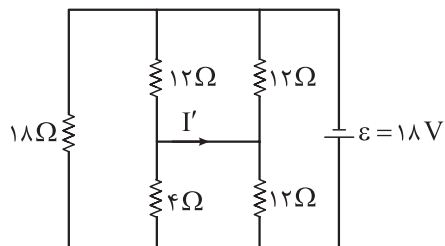
(۱) ۲۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

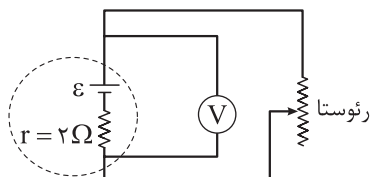


۵۸- در مدار شکل مقابل، I' چند آمپر است؟

- (۱) صفر
(۲) $1/5$
(۳) $0/5$
(۴) ۲

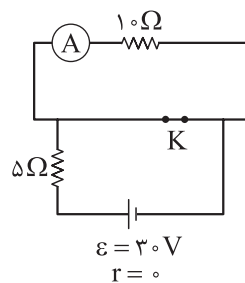
۵۹- در مدار زیر مقاومت رئوستا 8Ω است. مقاومت رئوستا را چند اهم تغییر دهیم تا عددی که ولت سنج آرمانی نشان

می دهد ۲۵ درصد کاهش یابد؟



- (۱) $7/5$
(۲) ۵
(۳) ۳
(۴) $0/5$

۶۰- در مدار زیر اگر کلید K را باز کنیم، جریانی که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد، چند آمپر تغییر می کند؟



- (۱) ۶
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) ۲

محل انجام محاسبات

۶۱- کدام مطلب درست است؟

- (۱) با انجام واکنش شیمیایی گرماده در یک سامانه، مواد با آنتالپی کم‌تر به موادی با آنتالپی بیشتر تبدیل می‌شوند.
 (۲) هر نمونه ماده، شامل مجموعه‌ای از شمار بسیار زیادی مولکول‌های سازنده آن ماده است.
 (۳) تغییر آنتالپی هر واکنش، هم‌ارز با گرمایی است که در حجم ثابت با محیط پیرامون، دادوستد می‌کند.
 (۴) عبارت «۳ مول $\text{SO}_2(\text{g})$ ، در شرایط STP» را می‌توان به یک نمونه ماده نسبت داد.

۶۲- تفاوت جرم مولی دو ماده آلی ۲-هپتانون و بنزالدهید برابر با چند گرم است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۶۳- کدام مطلب نادرست است؟

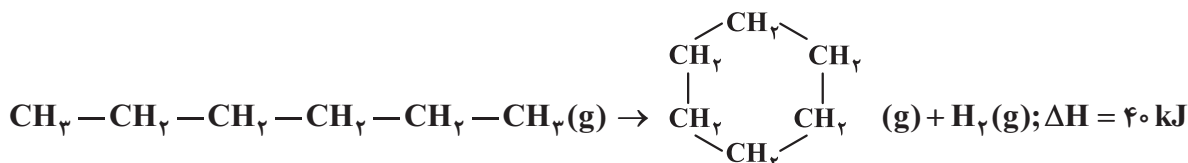
- (۱) در واکنش‌های گازی، هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه‌شده به کمک آنتالپی‌های پیوند با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری دارد.
 (۲) انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی موجود در یک مول Br_2 در دمای اتاق و تبدیل آن به ۲ مول Br ، برابر با آنتالپی پیوند $\text{Br} - \text{Br}$ است.
 (۳) با کاهش دما در واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ ، شدت رنگ قهوه‌ای مخلوط کاهش می‌یابد.
 (۴) در میان پیوندهای « $\text{N} - \text{H}, \text{N} \equiv \text{N}, \text{O} = \text{O}, \text{C} \equiv \text{C}, \text{O} - \text{H}$ »، برای دو پیوند نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

۶۴- اگر گرمای حاصل از واکنش: $2\text{PCl}_3(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{POCl}_3(\text{l}) + 650 \text{ kJ}$ صرف تأمین گرمای لازم برای انجام واکنش زیر شود، در این صورت برای تأمین گرما جهت مصرف کامل ۷ گرم گاز نیتروژن، چند گرم فسفر تری‌کلرید با خلوص ۵۵٪ باید مصرف شود؟ ($\text{Cl} = 35/5, \text{P} = 31, \text{N} = 14 : \text{g.mol}^{-1}$)



- (۱) ۱۵/۱۲۵ (۲) ۲۷/۵ (۳) ۵۰ (۴) ۲۵

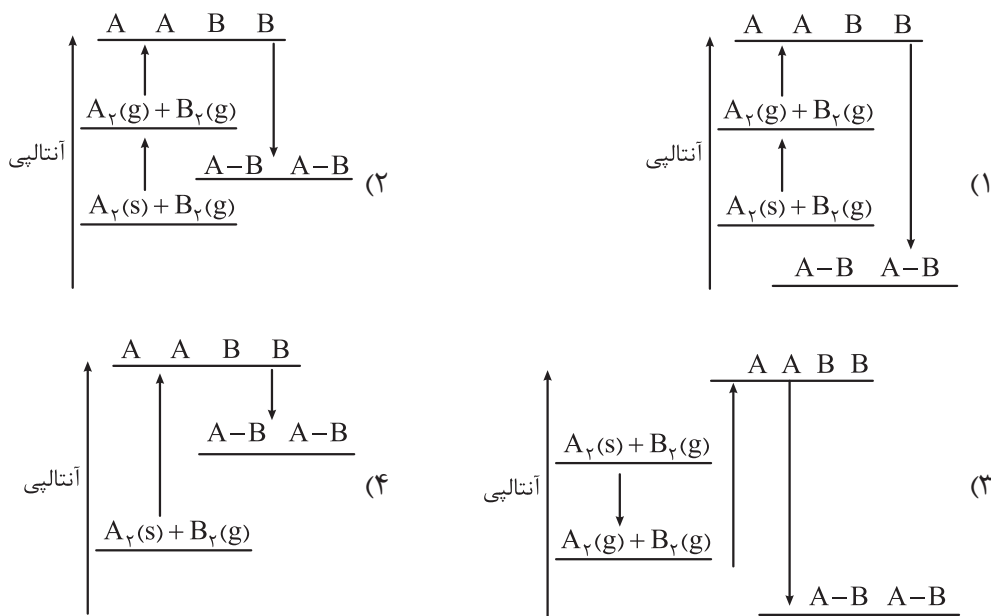
۶۵- با توجه به واکنش زیر، آنتالپی پیوند ($\text{H} - \text{H}$) برحسب کیلوژول بر مول کدام است؟
 «آنتالپی پیوندهای $\text{C} - \text{H}$ و $\text{C} - \text{C}$ به ترتیب برابر با ۴۱۲ و ۳۴۸ کیلوژول بر مول است.»



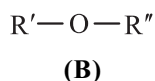
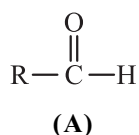
- (۱) ۴۳۶ (۲) ۸۷۲ (۳) ۲۱۸/۵ (۴) ۵۰۶



۶۶- کدام یک از نمودارهای زیر، می تواند آنتالپی واکنش $A_{\gamma}(s) + B_{\gamma}(g) \rightarrow 2AB(g) + Q$ را از طریق آنتالپی پیوند بین اتم ها توجیه کند؟



۶۷- با توجه به ساختارهای داده شده، درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب کدام است؟ ($H=1, C=12, O=16: g.mol^{-1}$)

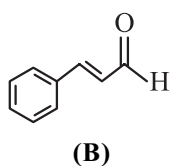
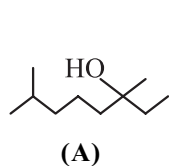


- اگر R' و R'' گروه های متیل باشند، ساده ترین عضو خانواده اترها به وجود می آید.
- اگر ترکیب B یک الکل و R و R'' ، گروه اتیل باشند، تفاوت جرم مولی A و B برابر ۱۲ گرم است.

- اگر R گروه آلکیل با ۵ اتم کربن باشد، ترکیب A با ترکیب $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_4\text{OH}$ ایزومر است.
- اگر R گروه C_6H_5 باشد، ترکیب آلی موجود در بادام به وجود می آید.

- (۱) درست - نادرست - درست - درست
(۲) نادرست - نادرست - درست - درست
(۳) درست - درست - درست - درست
(۴) نادرست - درست - نادرست - درست

۶۸- ترکیبات A و B از جمله ترکیبات آلی موجود در طبیعت هستند. کدام مطلب درباره این دو ترکیب درست است؟



- (۱) فرمول مولکولی ترکیب A به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}$ است.
- (۲) ترکیب B متعلق به خانواده ای از ترکیبات آلی است که ساده ترین عضو آن ها، دو کربن دارد.
- (۳) در ترکیب های A و B در مجموع ۵۵ الکترون پیوندی وجود دارد.
- (۴) تعداد جفت الکترون های ناپیوندی ترکیب A، یک چهارم تعداد اتم های هیدروژن ترکیب B است.

محل انجام محاسبات



۶۹- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و ویتامین‌ها، افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز سلول‌ها، منابعی برای تأمین انرژی بدن هستند.
- تنها کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها می‌توانند در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل شود.
- ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها یکسان بوده و بیشتر از ارزش سوختی پروتئین‌ها است.
- قند خون، همان گلوکز است که هنگام اکسایش در بدن انرژی تولید می‌کند و در اختیار یاخته‌ها قرار می‌دهد؛ از این‌رو بدن ما گلوکز را بیشتر از چربی‌ها ذخیره می‌کند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۷۰- انرژی آزادشده به ازای تولید ۱۱ گرم کربن دی‌اکسید در واکنش سوختن کامل پروپان، چند کیلوژول کم‌تر از انرژی آزادشده به ازای تولید ۹ گرم آب در واکنش سوختن کامل اتانول است؟ (آنتالپی سوختن پروپان و اتانول را، به ترتیب -۱۳۶۸ و -۲۰۵۸ کیلوژول بر مول در نظر بگیرید؛ $H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol^{-1}$)

(۱) $۶۶/۵$ (۲) $۵۶/۵$ (۳) $۴۶/۵$ (۴) $۷۶/۵$

۷۱- کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.
- (۲) هرچند همه واکنش‌های سوختن و اکسایش، گرماده هستند، اما ارزش سوختی بدون علامت گزارش می‌شود.
- (۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان می‌تواند مقدار بیشتری آب $۲۵^{\circ}C$ را به جوش آورد.
- (۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن بیشتر از یک گرم اتم هیدروژن است.

پیوند	A—A	B—B	A—B
آنتالپی پیوند ($kJ.mol^{-1}$)	۲۶۴	۲۴۰	۳۰۰

۷۲- با دادن مقداری گرما به گاز AB و تجزیه آن مطابق معادله $AB(g) \rightarrow A_2(g) + B_2(g)$ ، ۲/۵ مول گاز تولید می‌شود. اگر این مقدار گرما به ۳۲ کیلوگرم آلومینیم با دمای $۳۰^{\circ}C$ داده شود، دمای آن به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟ ($c_{Al} = ۰/۹ J.g^{-1} ^{\circ}C^{-1}$)

(۱) ۳۵ (۲) $۳۷/۵$ (۳) $۴۲/۵$ (۴) ۴۵

۷۳- با توجه به جدول زیر، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار آلکانی که آنتالپی سوختن آن $-۵۴۰۰ kJ.mol^{-1}$ است، کدام است و از سوختن کامل ۱ گرم از آن، به تقریب چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($H = ۱, C = ۱۲ : g.mol^{-1}$)

نام آلکان	اتان	بوتان
آنتالپی سوختن ($kJ.mol^{-1}$)	-۱۵۶۰	-۲۸۴۰

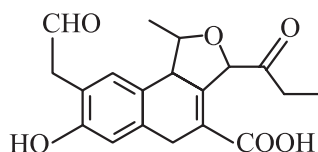
(۱) $۴۲/۲,۲۵$

(۲) $۴۲/۲,۲۸$

(۳) $۴۷/۴,۲۵$

(۴) $۴۷/۴,۲۸$

محل انجام محاسبات



۷۴- چند مورد از مطالب داده شده، درباره مولکول مقابل درست است؟

• در ساختار آن، پنج پیوند دوگانه وجود دارد که یکی از آن‌ها بین اتم‌های کربن و اکسیژن تشکیل شده است.

• در هر مولکول آن ۴۰ اتم وجود دارد.

• از سوختن کامل هر مول از آن، ۱۹ مول فراورده گازی در شرایط STP تولید می‌شود.

• شمار جفت‌الکترون پیوندی بین اتم‌های کربن در آن، ۲ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید گرماده بوده و با گاز آزاد شده در آن، می‌توان یک آلکن را به آلکان تبدیل کرد.

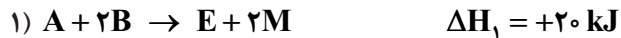
• سوختن کامل گرافیت، نوعی واکنش دومرحله‌ای است که در آن ΔH واکنش تولید CO(g) را نمی‌توان به روش تجربی تعیین کرد.

• برای تبدیل هیدرازین به آمونیاک، باید مقداری گرما مصرف شود.

• گازی که از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های بی‌هوازی زیر آب تولید می‌شود، نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شد.

(۱) صفر (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۷۶- با توجه به واکنش‌های زیر، به ازای تولید ۱/۵ مول ترکیب E در واکنش $2B \rightarrow 5E + A$ ، کیلوژول گرما می‌شود.



(۱) ۱۳/۵ - تولید (۲) ۴۵ - مصرف (۳) ۱۳/۵ - مصرف (۴) ۴۵ - تولید

۷۷- کدام مطلب نادرست است؟

(۱) برای اندازه‌گیری گرمای مبادله شده در اثر انحلال مقدار معینی سدیم هیدروکسید در آب، می‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد.

(۲) در مواردی که یک واکنش، مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده‌تر است، نمی‌توان ΔH واکنش را به کمک گرماسنج اندازه گرفت.

(۳) برخلاف واکنش فتوسنتز، علامت آنتالپی واکنش تبدیل گاز اکسیژن به اوزون مثبت است.

(۴) اگر معادله یک واکنش ترموشیمیایی را به صورت وارونه بنویسیم، مقدار عددی ΔH ثابت می‌ماند؛ اما علامت ΔH قرینه می‌شود.

محل انجام محاسبات

۷۸- به ترتیب از راست به چپ، چه تعداد از موارد زیر در ترموشیمی و چه تعداد از آن‌ها در سینتیک شیمیایی بررسی می‌شود؟

• بررسی چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی

• بررسی تأثیر گرما بر حالت ماده

• اندازه‌گیری گرمای مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی

• بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها

(۱) ۳ - ۱ (۲) ۲ - ۲ (۳) ۳ - ۱ (۴) ۴ - ۰

۷۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) در واکنش یک فلز با محلول هیدروکلریک اسید، افزودن آب به محلول اسید، باعث افزایش سرعت تولید گاز هیدروژن می‌شود.

ب) تأثیر استفاده از پتاسیم یدید در تغییر سرعت تجزیه آب اکسیژنه، برخلاف تأثیر نگهدارنده‌ها در تغییر سرعت فساد مواد غذایی است.

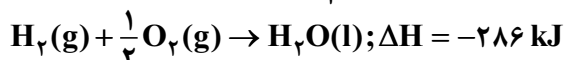
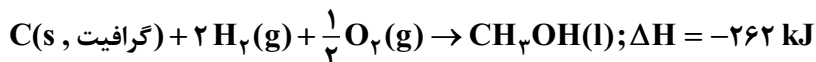
پ) در یک واکنش گرماده‌گازی، مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش دهنده‌ها، کم‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها است.

ت) یکی از موادی که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد، دارای فرمول مولکولی $C_7H_6O_7$ است که در آن ۴ پیوند دوگانه کربن - کربن وجود دارد.

ث) سوزاندن گرد آهن از طریق پاشیدن آن در شعله، تأثیر غلظت واکنش دهنده بر افزایش سرعت واکنش را بیان می‌کند.

(۱) الف - ب - ت (۲) الف - ث (۳) ب - پ (۴) ت - ث

۸۰- با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی سوختن ۱ مول متانول (در حالتی که همه فراورده‌ها به حالت گازند) چند کیلوژول است؟ (آنتالپی سوختن گرافیت برابر ۳۹۴- کیلوژول بر مول و آنتالپی تبخیر آب برابر ۴۴ کیلوژول بر مول است.)



(۱) -۱۳۲۲ (۲) -۱۲۳۲ (۳) -۶۱۶ (۴) -۶۶۱

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درسنامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید. برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



پایه
یازدهم

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

دفترچه
پاسخ
آزمون چهارم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - حمید گلزاری - محسن محمدکریمی - محسن میراسلامی
آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
فیزیک	رضا سبزمیدانی - نوید شاهی - حمید فدائی فرد - علیرضا گونه
شیمی	هومن زندی - فاطمه صیقلی - یاسر عبداللہی - آرمین لنگری - حمیدرضا محزونی

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	شقایق راهبریان	امیرحسین ابومحبوب	زهرآ جالینوسی - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	علی آقاجان پور	امیرحسین ابومحبوب	زهرآ جالینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	حمید فدائی فرد	محمد باغبان - علیرضا جبّاری - محمدجواد سورچی - علیرضا گونه	علیرضا جبّاری	مهدی بابائی - عرشیا مرزبان - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	هومن زندی	حسین ایروانی	احسان رحیمی - علی طهانی - محمد مهدی صوفیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان: صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰۴

تست و پاسخ ۱

زاویه ۸ رادیان با کدام زاویه در یک ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد؟

(۴) 79°

(۳) 91°

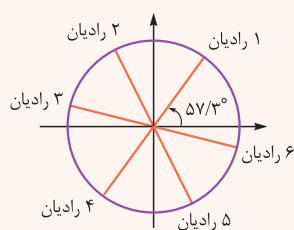
(۲) 52°

(۱) 56°

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سؤال ساده‌ای است اگر در پاسخ دادن به آن مشکل دارید، مبحث رادیان را در کتاب درسی مجدداً مطالعه کنید.**خودت حل کنی بهتره** هر رادیان را برابر با $57/3^\circ$ در نظر بگیرید و زاویه ۸ رادیان را به درجه تبدیل کنید.**درس نامه** •• تبدیل رادیان به درجه و برعکس(۱) اگر زاویه را برحسب درجه با D و برحسب رادیان با R نشان دهیم، داریم:(۲) هر رادیان تقریباً برابر با $57/3^\circ$ است.

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: هر رادیان تقریباً برابر با $57/3^\circ$ است، پس ۸ رادیان تقریباً برابر با $458/4^\circ = 57/3^\circ \times 8$ درجه می‌شود اگر از آن 36° کم کنیم مشخص می‌شود که در کدام ناحیه است.

$$458/4^\circ - 36^\circ = 98/4^\circ \rightarrow 9^\circ < 18^\circ \rightarrow \text{ناحیه دوم}$$

گام دوم: از زاویه داده‌شده در هر یک از گزینه‌ها مضرب صحیحی از 36° را کم می‌کنیم به طوری که عدد حاصل بین 0° تا 36° شود، سپس تعیین می‌کنیم که در کدام ناحیه قرار می‌گیرد.

$$\text{① } 56^\circ - 36^\circ = 20^\circ \rightarrow 18^\circ < 27^\circ \rightarrow \text{ناحیه سوم}$$

$$\text{② } 52^\circ - 36^\circ = 16^\circ \rightarrow 9^\circ < 18^\circ \rightarrow \text{ناحیه دوم}$$

$$\text{③ } 91^\circ - \underbrace{2 \times 36^\circ}_{72^\circ} = 19^\circ \rightarrow 18^\circ < 27^\circ \rightarrow \text{ناحیه سوم}$$

$$\text{④ } 79^\circ - \underbrace{2 \times 36^\circ}_{72^\circ} = 7^\circ \rightarrow 0^\circ < 9^\circ \rightarrow \text{ناحیه اول}$$

تست و پاسخ ۲

اگر $-\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{12}$ و $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta) = \frac{2-3m}{4}$ ، حدود m کدام است؟

(۴) $-\frac{4}{3} \leq m < \frac{2}{3}$

(۳) $-\frac{2}{3} \leq m < 0$

(۲) $0 \leq m < \frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{2}{3} \leq m \leq \frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره برای تعیین حدود تغییرات $\sin$ یا $\cos$ از دایره مثلثاتی استفاده کنید.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

خودت حل کنی بهتره ابتدا محدوده تغییرات $\frac{\pi}{3} - 2\theta$ را تعیین کرده، سپس با استفاده از دایره مثلثاتی حدود تغییرات $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta)$ را مشخص کنید.

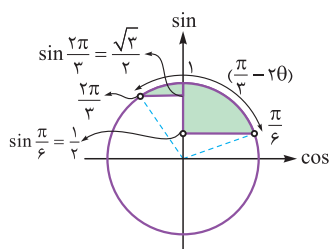
درس نامه نمایش نسبت‌های مثلثاتی روی دایره مثلثاتی

	برای آن که سینوس و کسینوس یک زاویه دلخواه را روی دایره مثلثاتی نشان دهیم، کافی است از نقطه انتهای کمانش به محورهای سینوس و کسینوس عمود کنیم.	نمایش $\sin$ و $\cos$
--	---	--

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا با استفاده از محدوده θ ، حدود کمان $\frac{\pi}{3} - 2\theta$ را به دست می‌آوریم.

$$-\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{12} \xrightarrow{\times(-2)} -\frac{\pi}{6} < -2\theta < \frac{\pi}{3} \xrightarrow{+\frac{\pi}{3}} \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} - 2\theta < \frac{2\pi}{3}$$

گام دوم: محدوده کمان $\frac{\pi}{3} - 2\theta$ را بر روی دایره مثلثاتی نشان می‌دهیم. تصویر این محدوده بر روی محور عمودی (محور $\sin$)، حدود تغییرات $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta)$ را نتیجه می‌دهد. توجه کنید که توخالی رسم‌شدن نقاط ابتدایی و انتهایی روی دایره، نشان‌دهنده آن است که آن نقطه در محدوده نیست. همان‌طوری که روی شکل با خط ضخیم‌تر مشخص است، محدوده $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta)$ برابر با $[\frac{1}{2}, 1]$ است. توجه کنید که چون $\frac{\sqrt{3}}{2} < 1$ است، انتهای محدوده عدد یک است.



گام سوم: طبق تساوی $\sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta) = \frac{2-3m}{4}$ و نتیجه گام دوم، حدود m را تعیین می‌کنیم.

$$\frac{1}{2} < \sin(\frac{\pi}{3} - 2\theta) \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2-3m}{4} \leq 1 \xrightarrow{\times 4} 2 < 2-3m \leq 4 \xrightarrow{-2} 0 < -3m \leq 2 \xrightarrow{\times(-\frac{1}{3})} -\frac{2}{3} \leq m < 0$$

تست و پاسخ ۳

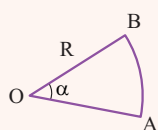
قطعه مقابل، گسترده یک مخروط است. اگر آن را مجدداً به مخروط تبدیل کنیم، ارتفاع مخروط چه عددی خواهد بود؟

$2\sqrt{15}$ (۴) $3\sqrt{12}$ (۳) $2\sqrt{12}$ (۲) $\sqrt{15}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا طول کمان BC که برابر با محیط قاعده مخروط است را تعیین کنید.

درس نامه طول کمان



AB طول کمان $= R\alpha$

α باید بر حسب رادیان باشد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

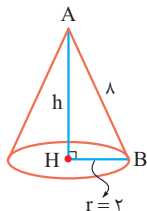


پاسخ تشریحی

گام اول: طول کمان BC برابر با محیط قاعده مخروط است، اندازه آن را به دست می آوریم.

$$\ell = R\theta \xrightarrow[\theta = \frac{\pi}{3} \text{ رادیان}]{R=8} \ell = 8 \times \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$$

گام دوم: با داشتن محیط دایره قاعده مخروط، شعاع آن را به دست می آوریم.



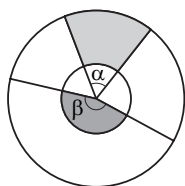
$$2\pi r = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow r = \frac{4}{3}$$

گام سوم: در مثلث قائم الزاویه ABH، با نوشتن رابطه فیثاغورس، ارتفاع مخروط را به دست می آوریم.

$$h = \sqrt{8^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{64 - \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{576 - 16}{9}} = \sqrt{\frac{560}{9}} = \frac{\sqrt{560}}{3} = \frac{4\sqrt{35}}{3}$$

تست و پاسخ ۴

در دو دایره هم مرکز مقابل، شعاع دایره بزرگتر ۳ برابر شعاع دایره کوچکتر است. اگر مساحت دو قسمت سایه خورده برابر باشد، بین زوایای α و β کدام رابطه برقرار است؟



$$\beta = 9\alpha \quad (2)$$

$$\beta = 8\alpha \quad (1)$$

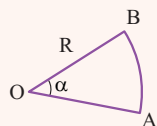
$$\beta = 6\alpha \quad (4)$$

$$\beta = 12\alpha \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره از رابطه $S = \frac{1}{2} R^2 \alpha$ ، برای محاسبه مساحت قطاع استفاده کنید.

درس نامه •• مساحت قطاع

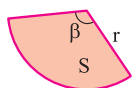


$$\text{مساحت قطاع} = \frac{1}{2} R^2 \alpha$$

α باید بر حسب رادیان باشد.

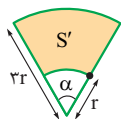
پاسخ تشریحی

گام اول: شعاع دایره کوچکتر را r و شعاع دایره بزرگتر را $3r$ در نظر می گیریم. مساحت قطاع رنگی، در دایره کوچکتر برابر است با (β) را بر حسب رادیان در نظر می گیریم:



$$S = \frac{1}{2} r^2 \beta \quad (1)$$

گام دوم: برای به دست آوردن مساحت قسمت رنگی در دایره بزرگتر، کافی است، مساحت قطاع روبه رو به کمان α در دایره کوچکتر را از مساحت روبه رو به قطاع α در دایره بزرگتر کم کنیم.



$$S' = \frac{1}{2} (3r)^2 \alpha - \frac{1}{2} r^2 \alpha = \frac{9r^2 \alpha}{2} - \frac{r^2 \alpha}{2} = \frac{8r^2 \alpha}{2} = 4r^2 \alpha \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} r^2 \beta = 4r^2 \alpha \Rightarrow \beta = 8\alpha$$

گام سوم: طبق صورت سؤال، مقادیر (۱) و (۲) را با هم برابر قرار می دهیم.

تست و پاسخ ۵

چند عدد صحیح منفی در دامنه تابع $f(x) = \log_{(3+x)}(3-x)$ وجود دارد؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۱



درس نامه • دامنه تابع لگاریتمی

برای تعیین دامنه تابع لگاریتمی $y = \log_{g(x)} f(x)$ ، اشتراک سه شرط زیر را باید به دست آوریم:

۱) $f(x) > 0$

۲) $g(x) > 0$

۳) $g(x) \neq 1$

پاسخ تشریحی گام اول: طبق درس نامه، شرطهای لازم برای به دست آوردن دامنه تابع لگاریتمی f را می نویسیم:

۰ $3 - x \Rightarrow x < 3$ (۱)

۰ $3 + x \Rightarrow -3 < x$ (۲)

$3 + x \neq 1 \Rightarrow x \neq -2$ (۳)

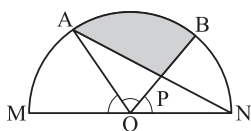
$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} D_f = (-3, 3) - \{-2\}$

گام دوم: دامنه تابع f ، اشتراک شرطهای (۱)، (۲) و (۳) است.

پس در دامنه تابع f ، فقط عدد صحیح منفی ۱- قرار دارد.

تست و پاسخ ۶

در شکل زیر، اگر شعاع دایره برابر ۳ و زوایای جداد شده در مرکز با هم برابر باشند، مساحت قسمت سایه خورده کدام است؟



$\frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$ (۲)

$\frac{3\pi}{2} + \frac{9\sqrt{3}}{4}$ (۴)

$3\pi - \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (۱)

$3\pi - \frac{9\sqrt{3}}{4}$ (۳)

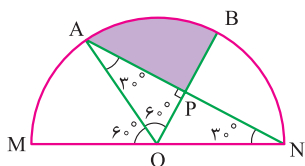
پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره مساحت مثلث قائم الزاویه AOP را از مساحت قطاع AOB کم کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: هر سه زاویه جداد شده در O برابرند، پس هر کدام $\frac{180^\circ}{3} = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$ هستند. مساحت قطاع AOB را حساب می کنیم.

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} (r)^2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$$

گام دوم: مثلث ANO، متساوی الساقین است ($OA = ON$) و زاویه AON در آن برابر با $60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ است، پس هر یک از زوایای داخلی دیگر این مثلث برابر می شوند با:



$$\hat{A} = \hat{N} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

گام سوم: در مثلث AOP زاویه داخلی $\hat{A} = 30^\circ$ و زاویه داخلی $\hat{O} = 60^\circ$ است، پس:

$$\hat{P} = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \text{مثلث AOP قائم الزاویه است.}$$

$$OP = \frac{1}{2} OA = \frac{3}{2}$$

گام چهارم: در مثلث قائم الزاویه AOP، ضلع روبه رو به زاویه 30° برابر با نصف وتر است، پس:

گام پنجم: مساحت مثلث AOP را حساب می کنیم.

$$S_{AOP} = \frac{1}{2} OA \times OP \times \sin O = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2} \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

$$S_{\text{سایه خورده}} = S_{AOB} - S_{AOP} = \frac{3\pi}{2} - \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

گام ششم: مساحت قسمت سایه خورده برابر می شود با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۷

تست و پاسخ

هرگاه $\frac{\cos \frac{5\pi}{3} - \tan \theta}{3 \sin(\frac{17\pi}{6}) + \cos \frac{19\pi}{3}} = 2$ مقدار $\tan(\frac{3\pi}{4} - \theta)$ چه عددی است؟

$\frac{2}{\sqrt{7}}$ (۴)

$\frac{-2}{\sqrt{7}}$ (۳)

$\frac{-\sqrt{7}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره مبحث نسبت‌های مثلثاتی کمان‌های دیگر، پیش‌نیاز پاسخ دادن به بسیاری از سؤالات مثلثات است آن را به خوبی یاد بگیرید.

خودت حل کنی بهتره از تساوی داده‌شده، مقدار $\tan \theta$ را به دست آورید.

درس نامه •• نوشتن نسبت‌های مثلثاتی زوایای $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ بر حسب زاویه α در ۳ مرحله

مرحله ۱	$0^\circ < \text{زاویه} < 2\pi$	اگر کمان از 2π بیشتر بود مجاز هستیم مضارب 2π را از آن کم کنیم تا به زاویه‌ای در محدوده 0° تا 2π برسیم.
مرحله ۲	تغییر اسم می‌دهد یا نه.	اگر π یا 2π داشتیم، نسبت مثلثاتی عوض نمی‌شود، ولی اگر $\frac{\pi}{4}$ یا $\frac{3\pi}{4}$ داشتیم، $\sin$ به $\cos$ (و بالعکس) و $\tan$ به $\cot$ (و بالعکس) تبدیل می‌شود.
مرحله ۳	علامت + یا -	α را زاویه‌ای در ربع اول (مثلاً 10°) در نظر می‌گیریم و با توجه به آن، محدوده زاویه $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$ را مشخص و علامت نسبت را تعیین می‌کنیم.

مثال: $\sin(\frac{7\pi}{4} - \alpha)$

$$\sin(\underbrace{\frac{7\pi}{4}}_{\text{حذف}} + \frac{3\pi}{4} - \alpha) = \sin(\frac{3\pi}{4} - \alpha)$$

مرحله ۱: از $\frac{7\pi}{4}$ ، 2π کم می‌کنیم:مرحله ۲: به خاطر $\frac{3\pi}{4}$ ، $\sin$ به $\cos$ تبدیل می‌شود.

مرحله ۳: با فرض $\alpha = 10^\circ$ ، زاویه $\frac{3\pi}{4} - \alpha$ می‌شود 26° که در ربع ۳ قرار دارد و در این ربع $\sin$ منفی است.

$$\sin(\frac{7\pi}{4} - \alpha) = \begin{matrix} \text{مرحله ۲} \\ \uparrow \\ - \end{matrix} \begin{matrix} \text{مرحله ۳} \\ \downarrow \\ \cos \alpha \end{matrix}$$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مقدار هر یک از زوایای داده‌شده را به دست می‌آوریم.

$$\cos(\frac{5\pi}{3}) = \cos(2\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos(-\frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin(\frac{17\pi}{6}) = \sin(2\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(\frac{19\pi}{3}) = \cos(6\pi + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: مقادیر به دست آمده از گام اول را در تساوی داده شده جای گذاری می کنیم.

$$\frac{\frac{1}{2} - \tan \theta}{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} - \tan \theta = 4 \Rightarrow \tan \theta = -\frac{7}{2}$$

تغییر نسبت

$$\tan\left(\underbrace{\frac{3\pi}{2} - \theta}_{\text{ربع سوم: } \tan > 0}\right) = +\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{1}{-\frac{7}{2}} = -\frac{2}{7}$$

گام سوم: مقدار خواسته شده را به دست می آوریم.

تست و پاسخ ۸

با فرض $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ و $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ مقدار عبارت $A = \frac{\tan(\frac{3\pi}{4} - \alpha) - 2 \cot(\pi - \alpha)}{\cot(\frac{\pi}{4} - \alpha) + 3 \cot(\alpha - 2\pi)}$ چه عددی است؟

$$\frac{4}{7} \quad (2)$$

$$\frac{3}{7} \quad (1)$$

$$-\frac{5}{11} \quad (4)$$

$$\frac{5}{11} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره عبارت A را ساده کنید به طوری که بر حسب $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ شود. از $\cos \alpha$ مقدار $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ را به دست آورید.

درس نامه • اتحادهای اولیه مثلثات

صورت اصلی اتحاد	صورت فرعی اتحاد	
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$	۱
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\cot x = \frac{1}{\tan x}$ $\tan x \cdot \cot x = 1$	۲
$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$		۳
$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$		۴
$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$		۵

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا همه نسبت های مثلثاتی داده شده را بر حسب کمان α می نویسیم:

تغییر نسبت

$$\tan\left(\underbrace{\frac{3\pi}{2} - \alpha}_{\text{ربع سوم: } \tan > 0}\right) = +\cot \alpha, \quad \cot(\pi - \alpha) = \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

تغییر نسبت

$$\cot\left(\underbrace{\frac{\pi}{2} - \alpha}_{\text{ربع اول: } \cot > 0}\right) = +\tan \alpha, \quad \cot(\alpha - 2\pi) = \cot \alpha$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با استفاده از اتحادهای مثلثاتی $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ و $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$ داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \Rightarrow \tan^2 \alpha = 4 \xrightarrow{\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}} \tan \alpha = 2$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2}$$

گام سوم: عبارت A را با استفاده از نتایج گام اول بازنویسی می‌کنیم، سپس مقادیر به‌دست‌آمده از گام دوم را در آن قرار می‌دهیم:

$$A = \frac{\cot \alpha - 2(-\cot \alpha)}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{3 \cot \alpha}{\tan \alpha + 3 \cot \alpha} = \frac{\frac{3}{2}}{2 + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{3}{7}$$

تست و پاسخ ۹

هرگاه $\log_2 a = 2$ ، مقدار $\log_3 12$ بر حسب a کدام است؟

$$a + \frac{1}{2}$$

$$2 + \frac{1}{a}$$

$$2a + 1$$

$$2 + a$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره باید با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، $\log_3 12$ را بر حسب $\log_3 2$ بنویسید.

درس نامه... ویژگی‌های لگاریتم

مثال	ویژگی	
$\log_5 5 = 1$	$\log_a a = 1$	۱
$\log_7 1 = 0$	$\log_a 1 = 0$	۲
$\log_{3^2} 8 = \log_{3^2} 2^3 = \frac{3}{2} \log_3 2 = \frac{3}{2}$	$\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a$	۳
$\log_6 2 + \log_6 18 = \log_6 36 = 2$	$\log_c a + \log_c b = \log_c (ab)$	۴
$\log_8 200 - \log_8 50 = \log_8 4 = \log_{2^3} 2^2 = \frac{2}{3}$	$\log_c a - \log_c b = \log_c \left(\frac{a}{b}\right)$	۵
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$ نتیجه مهم	$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	۶
$8^{\log_2 5} = 2^{\log_2 8 \cdot \log_2 5} = 2^{\log_2 40} = 40$	$a^{\log b^c} = c^{\log b^a}$	۷

پاسخ تشریحی می‌خواهیم $\log_3 12$ را بر حسب $\log_3 2$ بنویسیم.

گام اول: ابتدا از ویژگی $\log_a m \times n = \log_a m + \log_a n$ استفاده می‌کنیم.

$$\log_3 12 = \log_3 (3 \times 4) = \log_3 3 + \log_3 4$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: حال از ویژگی‌های $\log_b a^m = m \log_b a$ و $\log_n m = \frac{1}{\log_m n}$ استفاده می‌کنیم.

$$\log_3 3 + \log_3 2^2 = \frac{1}{\log_3 2} + 2 \log_3 2 = 2 + \frac{1}{\log_3 2}$$

$$\xrightarrow{\log_3 2 = a} 2 + \frac{1}{a}$$

تست و پاسخ ۱۰

هرگاه $\log_4 9 = a$ و $\log_{16} b = \frac{3}{4}(1+a)$ مقدار $\log_8 (\sqrt[3]{b} - 1)$ چه عددی است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره در تساوی دوم، مقدار a را برابر با $\log_4 9$ قرار دهید و ساده کنید تا مقدار b به دست آید.

پاسخ تشریحی گام اول: با جای گذاری مقدار $a = \log_4 9$ در تساوی $\log_{16} b = \frac{3}{4}(1+a)$ داریم:

$$\log_{16} b = \frac{3}{4}(1 + \log_4 9) \Rightarrow \log_{4^2} b = \frac{3}{4}(\log_4 9 \times 4) \Rightarrow \frac{1}{2} \log_4 b = \frac{3}{4} \log_4 36 \Rightarrow \log_4 b = \log_4 36^2$$

$$\Rightarrow b = 36^2$$

گام دوم: مقدار $b = 36^2$ را در خواسته سؤال یعنی $\log_8 (\sqrt[3]{b} - 1)$ جای گذاری می‌کنیم. $\log_8 (\sqrt[3]{36^2} - 1) = \log_8 (36 - 1) = \log_8 25 = 2$

تست و پاسخ ۱۱

اگر $\log_{\sqrt{x}} y^2 - \log_y x^2 = 2$ کدام گزینه صحیح است؟

$yx^2 = 1$ (۴)

$y\sqrt{x} = 1$ (۳)

$x\sqrt{y} = 1$ (۲)

$x^2 y = 2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در انواع معادلات و نامعادلات، هر جا دیدید یک عبارت در حال تکرار است، برای ساده‌سازی از تغییر متغیر استفاده کنید.

خودت حل کنی بهتره سمت چپ تساوی را بر حسب $\log_x y$ یا $\log_y x$ بنویسید و سپس از تغییر متغیر استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، تساوی داده شده را ساده می‌کنیم.

$$\log_{\sqrt{x}} y^2 - \log_y x^2 = 2 \Rightarrow \log_{\frac{1}{x^2}} y^2 - \log_y x^2 = 2 \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{x^2}} \log_x y - 2 \log_y x = 2 \xrightarrow{\div 2} 2 \log_x y - \log_y x = 1$$

$$\Rightarrow 2 \log_x y - \frac{1}{\log_x y} = 1 \quad (1)$$

گام دوم: در تساوی (۱) از تغییر متغیر $A = \log_x y$ استفاده می‌کنیم. $2A^2 - A - 1 = 0 \Rightarrow 2A^2 - A - 1 = 0$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب معادله صفر است.}} \begin{cases} A = 1 \Rightarrow \log_x y = 1 \Rightarrow y = x \\ A = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \log_x y = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow y\sqrt{x} = 1 \end{cases}$$

پس (۳) جواب است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۲

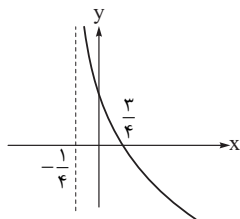
نمودار تابع $f(x) = \log_2 \frac{4}{ax+b}$ شکل زیر است. مقدار ab کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



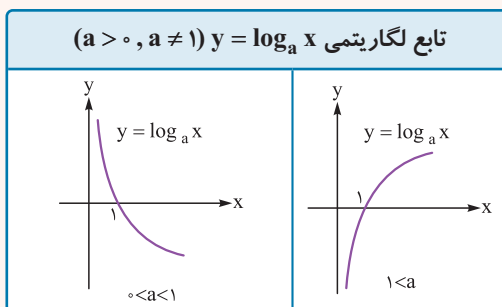
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره سؤالاتی که شامل نمودار باشند، معمولاً مورد علاقه طراحان کنکور و امتحانات نهایی مدارس هستند.

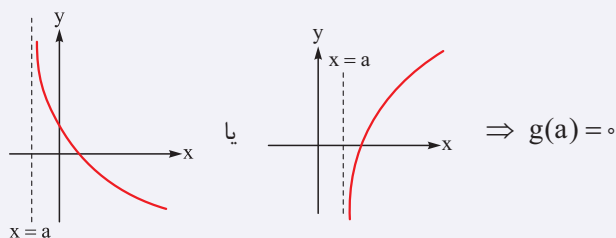
خودت حل کنی بهتره ضابطه تابع را به صورت $f(x) = 2 - \log(ax+b)$ بنویسید و طبق نمودار، ریشه $x = -\frac{1}{4}$ است.

درس نامه • نمودار توابع لگاریتمی

تابع لگاریتمی $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$)



نکته در نمودار تابع لگاریتمی $y = \log_b g(x)$ ، طول خطچین قائم، صفر تابع $g(x)$ است.



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا تابع را کمی ساده می کنیم.

$$f(x) = \log_2 \frac{4}{ax+b} = \log_2 4 - \log_2(ax+b) = 2 - \log_2(ax+b)$$

گام دوم: مطابق نکته فوق و نمودار صورت سؤال، $x = -\frac{1}{4}$ که طول خطچین قائم است، صفر تابع $ax+b$ است، پس:

$$ax+b=0 \xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} -\frac{1}{4}a+b=0 \Rightarrow b=\frac{a}{4} \quad (1)$$

گام سوم: نقطه $(\frac{3}{4}, 0)$ روی تابع است، پس در ضابطه آن صدق می کند:

$$f(\frac{3}{4})=0 \Rightarrow 2 - \log_2(\frac{3}{4}a+b)=0 \Rightarrow \log_2(\frac{3}{4}a+b)=2 \Rightarrow \frac{3}{4}a+b=4 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{4}a+\frac{a}{4}=4$$

$$\Rightarrow a=4 \xrightarrow{(1)} b=\frac{4}{4}=1 \Rightarrow ab=4$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۳

اگر α و β ریشه‌های معادله $\log x + \log_x 2 = \log 20$ باشند، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۱۸ (۳)

۰/۱۲ (۲)

۰/۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره سمت چپ تساوی را بر حسب $\log x$ بنویسید و از تغییر متغیر $A = \log x$ استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا معادله را به فرم زیر بازنویسی می‌کنیم تا مبنای همه لگاریتم‌ها یکسان شود.

$$\log x + \log_x 2 = \log 20 \Rightarrow \log x + \frac{\log 2}{\log x} = \log 2 + \log 10 \Rightarrow \log x + \frac{\log 2}{\log x} = \log 2 + 1 \quad (1)$$

گام دوم: در تساوی (۱) از تغییر متغیر $A = \log x$ استفاده می‌کنیم.

$$A + \frac{\log 2}{A} = \log 2 + 1 \xrightarrow{\times A} A^2 + \log 2 = A(\log 2 + 1) \Rightarrow A^2 - A(\log 2 + 1) + \log 2 = 0$$

$$\xrightarrow[\text{مجموع ضرایب معادله درجه ۲ صفر است.}]{\begin{cases} A = 1 \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow \alpha = 10 \\ A = \frac{c}{a} = \log 2 \Rightarrow \log x = \log 2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \beta = 2 \end{cases}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = 0/6$$

تست و پاسخ ۱۴

هرگاه $x + \log_6(3^x - 2) = x \log_6 2 + \log_6 24$ باشد، حاصل $9^x + 3^x + 1$ کدام است؟

۳۱ (۴)

۲۱ (۳)

۳۷ (۲)

۴۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با استفاده از خواص لگاریتم، طرفین تساوی را بر حسب 3^x بنویسید و سپس از تغییر متغیر $t = 3^x$ استفاده کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا باید معادله را ساده کنیم:

$$\underbrace{x - x \log_6 2}_{x(1 - \log_6 2)} = \log_6 24 - \log_6(3^x - 2) \Rightarrow x \underbrace{(\log_6 6 - \log_6 2)}_{\log_6 \frac{6}{2}} = \log_6 \left(\frac{24}{3^x - 2} \right)$$

$$\Rightarrow x \log_6 3 = \log_6 \left(\frac{24}{3^x - 2} \right) \Rightarrow \log_6 3^x = \log_6 \left(\frac{24}{3^x - 2} \right) \Rightarrow 3^x = \frac{24}{3^x - 2} \quad (1)$$

گام دوم: در تساوی (۱) از تغییر متغیر $t = 3^x$ استفاده می‌کنیم.

$$t = \frac{24}{t-2} \Rightarrow t^2 - 2t - 24 = 0 \Rightarrow (t-6)(t+4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 6 \Rightarrow 3^x = 6 & (2) \\ t = -4 \Rightarrow 3^x = -4 & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$9^x + 3^x + 1 = (3^x)^2 + 3^x + 1 \stackrel{(2)}{=} 6^2 + 6 + 1 = 43$$

گام سوم: با استفاده از (۲)، خواسته سؤال را به دست می‌آوریم.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۵

اگر $a^2 + 4b^2 = 12ab$ ، مقدار $\log \frac{a+2b}{4}$ با کدام گزینه برابر است؟
 (۱) $\log a + \log b$ (۲) $\log a \log b$ (۳) $\frac{\log a + \log b}{2}$ (۴) $\frac{1}{2} \log a \log b$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره به طرفین تساوی $a^2 + 4b^2 = 12ab$ عبارت $4ab$ را اضافه کنید و سمت چپ آن را به صورت مربع کامل بنویسید.

پاسخ تشریحی گام اول: باید از تساوی داده شده به عبارت $a + 2b$ برسیم، کافی است به طرفین تساوی عبارت $4ab$ را اضافه کنیم تا مربع کامل شود.

$$a^2 + 4b^2 + 4ab = 16ab \Rightarrow (a + 2b)^2 = 16ab \Rightarrow \frac{(a + 2b)^2}{16} = ab \quad (1)$$

گام دوم: از طرفین تساوی (۱)، لگاریتم می گیریم:

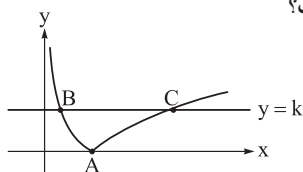
$$\log \frac{(a + 2b)^2}{16} = \log ab \Rightarrow \log \left(\frac{a + 2b}{4} \right)^2 = \log ab$$

گام سوم: از ویژگی های $\log_b a^m = m \log_b a$ و $\log ab = \log a + \log b$ استفاده می کنیم.

$$2 \log \left(\frac{a + 2b}{4} \right) = \log a + \log b \Rightarrow \log \left(\frac{a + 2b}{4} \right) = \frac{\log a + \log b}{2}$$

تست و پاسخ ۱۶

نمودار تابع $f(x) = |2 - \log_2 x|$ به صورت زیر است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $\frac{15k}{4}$ باشد، k کدام است؟



(۲) ۲
(۴) ۴

(۱) ۶
(۳) ۳

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره معادله $f(x) = k$ را حل کنید تا طول نقاط B و C به دست آید.

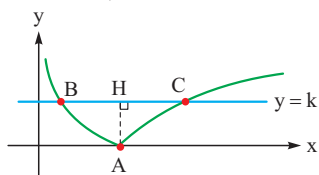
درس نامه •• برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ (که در آن a مربع کامل نیست) یکی از روش ها این است که معادله را به فرم $x^2 + bx + ac = 0$ بنویسیم و عبارت را (در صورت امکان) تجزیه کنیم تا جواب ها به دست آیند. در انتها جواب ها را بر ضریب a تقسیم می کنیم تا جواب معادله اصلی به دست آیند.

پاسخ تشریحی گام اول: از حل معادله $f(x) = k$ ، طول نقاط B و C را بر حسب k به دست می آوریم.

$$|2 - \log_2 x| = k \Rightarrow \begin{cases} 2 - \log_2 x = k \Rightarrow \log_2 x = 2 - k \Rightarrow x_B = 2^{2-k} \\ 2 - \log_2 x = -k \Rightarrow \log_2 x = 2 + k \Rightarrow x_C = 2^{2+k} \end{cases}$$

گام دوم: مساحت مثلث ABC را می نویسیم و آن را برابر با $\frac{15k}{4}$ قرار می دهیم.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AH \xrightarrow{AH=k, BC=x_C-x_B} \frac{15k}{4} = \frac{1}{2} \times (2^{2+k} - 2^{2-k}) \times k \Rightarrow 2^{2+k} - 2^{2-k} = 15 \quad (*)$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام سوم: سمت چپ تساوی (*) را برحسب 2^k نوشته و سپس از تغییر متغیر $t = 2^k$ استفاده می‌کنیم.

$$2^2 \times 2^k - 2^2 \times \frac{1}{2^k} = 15 \xrightarrow{t=2^k} 4t - \frac{4}{t} = 15 \xrightarrow{\times t} 4t^2 - 15t - 4 = 0$$

$$\frac{at^2+bt+c=0}{T^2+bT+ac=0} \rightarrow T^2 - 15T - 16 = 0 \Rightarrow (T-16)(T+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} T = -1 \xrightarrow{\div a} t = -\frac{1}{4} \Rightarrow 2^k = -\frac{1}{4} \text{ غ.ق.} \\ T = 16 \xrightarrow{\div a} t = 4 \Rightarrow 2^k = 4 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$

تست و پاسخ ۱۷

اگر $(\log_{36} 3)^2 = 1 - (\log_{36} 12 \times \log_{36} a)$ باشد، مقدار a کدام است؟

۹۶ (۴)

۱۰۸ (۳)

۷۲۰ (۲)

۲۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره از خواص لگاریتم و اتحاد مزدوج استفاده کنید.

پاسخ تشریحی در خصوص تساوی داده شده، با کمی ساده سازی و سپس استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(\log_{36} 3)^2 = 1 - \log_{36} 12 \times \log_{36} a \Rightarrow \log_{36} 12 \times \log_{36} a = 1 - (\log_{36} 3)^2 = \underbrace{(\log_{36} 3)^2}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (\log_{36} 3) \times (\log_{36} 3)$$

$$= \log_{36} \frac{36}{3} \times \log_{36} 36 \times 3 \Rightarrow \log_{36} 12 \times \log_{36} a = \log_{36} 12 \times \log_{36} 108$$

$$\Rightarrow \log_{36} a = \log_{36} 108 \Rightarrow a = 108$$

تست و پاسخ ۱۸

حداقل مقدار تابع $f(x) = \log_x 4 + \log_{16} x^2$ با فرض $1 < x$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره تابع f را برحسب $\log_x 4$ بنویسید و سپس از تغییر متغیر $u = \log_x 4$ استفاده کنید.

$$2 \leq u + \frac{1}{u}$$

$$u + \frac{1}{u} \leq -2$$

نکته (۱) اگر $u < 0$ ، آن گاه:

(۲) اگر $u > 0$ ، آن گاه:

پاسخ تشریحی گام اول: ضابطه f را برحسب $\log_x 4$ می‌نویسیم:

$$f(x) = \log_x 4 + \log_{16} x^2 = \log_x 4 + \log_4 x = \log_x 4 + \frac{1}{\log_x 4}$$

$$f(x) = u + \frac{1}{u}, \quad u < 0$$

گام دوم: چون $1 < x$ است، پس $0 < \log_x 4$ است. با فرض $u = \log_x 4$ داریم.

گام سوم: طبق نکته، $2 \leq f(x)$ است، پس حداقل مقدار تابع f برابر با ۲ است.

تست و پاسخ ۱۹

چه قدر به بزرگی یک زلزله در واحد ریشتر اضافه کنیم تا انرژی آزاد شده ۸۰۰ برابر شود؟ ($\log 2 = 0.3$)

$\frac{29}{15}$ (۴)

$\frac{29}{17}$ (۳)

$\frac{27}{15}$ (۲)

$\frac{27}{17}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره رابطه بزرگی زلزله در مقیاس ریشتر با انرژی آزاد شده در زلزله را حفظ باشید. در امتحانات مدارس هم احتمال آمدن آن وجود دارد.

نکته ۱) اگر بزرگی زمین لرزه برابر با M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزاد شده بر حسب ارگ (Erg) از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ به دست می آید.

۲) اگر بزرگی یک زلزله به اندازه ΔM در مقیاس ریشتر تغییر کند، رابطه زیر بین انرژی آزاد شده در حالت جدید E_2 به حالت اولیه E_1 برقرار است:

$$\log \frac{E_2}{E_1} = 1/5 \Delta M \quad \text{یا} \quad \frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5 \Delta M} \quad (*)$$

پاسخ تشریحی گام اول: مطابق نکته فوق داریم:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5 \Delta M} \quad \xrightarrow{E_2 = 800 E_1} \quad 800 = 10^{1/5 \Delta M} \quad (*)$$

گام دوم: طرفین تساوی (*) را بر 10^2 تقسیم می کنیم و سپس لگاریتم در مبنای 10 می گیریم.

$$\xrightarrow{\div 10^2} \quad 8 = 10^{1/5 \Delta M - 2} \quad \xrightarrow{\text{از طرفین log می گیریم}} \quad \log 8 = \log_{10} (10^{1/5 \Delta M - 2}) = 1/5 \Delta M - 2 \Rightarrow 3 \log 2 = 1/5 \Delta M - 2$$

$$\xrightarrow{\log 2 = 0/3} \quad 3 \times 0/3 = 1/5 \Delta M - 2 \Rightarrow 2/5 = 1/5 \Delta M \Rightarrow \Delta M = \frac{29}{15}$$

تست و پاسخ ۲۰

قیمت کالایی سالانه دوازده درصد افزایش می یابد. پس از چند سال قیمت کالا هفت برابر می شود؟ ($\log 2 = 0/3$ و $\log 28 = 1/45$)

۱۹ (۴)

۱۸ (۳)

۱۷ (۲)

۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره سوالات مبحث کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی معمولاً چند تیپ محدود هستند که به راحتی و با کمی تمرین قابل یادگیری هستند.

خودت حل کنی بهتره قیمت کالا در سال n ام را برابر با $A_0 (1/12)^n$ قرار دهید که در آن A_0 قیمت اولیه کالا است.

پاسخ تشریحی گام اول: از آنجایی که قیمت این کالا هر سال ۱۲ درصد افزایش می یابد، پس قیمت آن $1/12$ برابر قیمت سال قبل است.

اگر قیمت اولیه این کالا را A_0 در نظر بگیریم، قیمت آن در سال های مختلف به صورت زیر است:

$$\underbrace{1/12 A_0}_{\text{سال اول}}, \underbrace{(1/12)^2 A_0}_{\text{سال دوم}}, \dots, \underbrace{(1/12)^n A_0}_{\text{سال } n \text{ ام}}$$

پس قیمت این کالا در سال n ام برابر با $A_n = A_0 (1/12)^n$ می شود.

گام دوم: طبق سؤال، $A_n = 7 A_0$ قرار می دهیم و n را به دست می آوریم.

$$7 A_0 = (1/12)^n A_0 \Rightarrow 1/12^n = 7 \quad \xrightarrow{\text{از طرفین log می گیریم}} \quad \log 1/12^n = \log 7 \Rightarrow n \log 1/12 = \log 7$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 7}{\log \frac{1}{12}} = \frac{\log 7}{\log \frac{1}{12} - 2} = \frac{\log 7}{\log 7 + \log 2^4 - 2} = \frac{\log 7}{\log 7 + 4 \log 2 - 2} \quad (*)$$

گام سوم: برای محاسبه عبارت (*) به $\log 7$ نیاز داریم. مقدار آن را از روی $\log 28$ و $\log 2$ که داده شده اند به دست می آوریم.

$$\log 28 = \log 2^2 + \log 7 = 2 \log 2 + \log 7 \quad \xrightarrow{\frac{\log 28 = 1/45}{\log 2 = 0/3}} \quad 1/45 = 2 \times 0/3 + \log 7 \Rightarrow \log 7 = 0/85$$

گام چهارم: با جای گذاری $\log 7$ و $\log 2$ در (*) مقدار n را به دست می آوریم.

$$n = \frac{0/85}{0/85 + 4 \times 0/3 - 2} = \frac{0/85}{0/5} = 17$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

هندسه: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۸

تست و پاسخ ۲۱

کدام تبدیل هیچ‌گاه نمی‌تواند همانی باشد؟

- (۱) انتقال (۲) دوران (۳) بازتاب (۴) تجانس

پاسخ: گزینه ۳

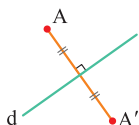
درس‌نامه •• تبدیل همانی تبدیلی است که هر نقطه را روی خودش تصویر می‌کند.

پاسخ تشریحی گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم:

۱) انتقال با بردار صفر، یک تبدیل همانی است.

۲) دوران با زاویه 360° (یا هر مضرب صحیحی از 360°) یک تبدیل همانی است.

۳) بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند همانی باشد؛ زیرا در تبدیل بازتاب نسبت به خط، بنا به تعریف، اگر A روی d واقع نباشد، تصویر آن نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که d عمودمنصف AA' باشد؛ پس در این حالت A و A' هیچ‌گاه بر هم منطبق نیستند.



۴) تجانس با نسبت $k=1$ یک تبدیل همانی است.

توجه ممکن است بعضی‌ها بگویند نقاط واقع بر محور بازتاب روی خودشان تصویر می‌شوند، پس بازتاب می‌تواند همانی باشد؛ دقت کنید در تبدیل همانی باید، همه نقاط روی خودشان تصویر شوند.

تست و پاسخ ۲۲

در مورد تجانس با نسبت k ، کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) در حالت $k < 0$ ، این تبدیل جهت چندضلعی‌ها را حفظ نمی‌کند.
 (۲) در حالت $-1 < k < 0$ ، این تبدیل طول پاره‌خط‌ها را کوچک‌تر می‌کند.
 (۳) در حالت $k = -1$ ، این تبدیل ایزومتري است.
 (۴) در حالت $k = 1$ ، این تبدیل بی‌شمار نقطه ثابت دارد.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال در مورد ویژگی‌های تجانس است. یادتان نرود که در مبحث تبدیل‌ها، بسیاری از سؤال‌ها صرفاً با دانستن تعریف و ویژگی‌های اصلی تبدیل‌های معروف (بازتاب، انتقال، دوران و تجانس) حل می‌شوند و نیاز به ابتکار خاصی ندارند. این سؤال از همان سؤال‌هاست!

درس‌نامه •• می‌خواهیم یک بار همه ویژگی‌های تجانس را دوره کنیم و از این ویژگی‌ها در حل سؤال‌های بعدی هم استفاده کنیم.

A' تبدیل یافته A در تجانس به مرکز O و نسبت $k = -1/5$ است.	A' تبدیل یافته A در تجانس به مرکز O و نسبت $k = 3$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت k (که در آن $k \neq 0$) نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که A, O و A' روی یک خط راست قرار بگیرند و $OA' = |k|OA$. اگر $k > 0$ ، آن‌گاه A و A' در یک طرف O و اگر $k < 0$ ، آن‌گاه A و A' در طرفین نقطه O قرار می‌گیرند. از این تعریف، نتیجه‌های زیر حاصل می‌شود:

- (۱) در یک تجانس به مرکز O ، خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرشان وصل می‌کنند، در مرکز تجانس هم‌رس‌اند.
- (۲) تجانس با نسبت k ، طول پاره‌خط‌ها را k برابر می‌کند؛ بنابراین تجانس تنها زمانی ایزومتري است که $k = \pm 1$.
- (۳) در حالت $k = 1$ ، تجانس به تبدیل همانی تبدیل می‌شود و همه نقاط روی خودشان تصویر می‌شوند.
- (۴) در هر تجانس، تصویر یک چندضلعی با خود آن چندضلعی متشابه است.
- (۵) تجانس با نسبت k ، مساحت را k^2 برابر می‌کند.
- (۶) تجانس جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند.

پاسخ تشریحی همان‌طور که در درس‌نامه گفتیم، تجانس جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند؛ پس (۱) نادرست و پاسخ سؤال است.

تست و پاسخ ۲۳

در تجانس به مرکز $W(0, 2)$ ، نقطه $A(1, 3)$ روی نقطه $A'(\alpha, \frac{1}{\alpha})$ تصویر می‌شود. فاصله A' از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{5}$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره A, A' و W روی یک خط واقع‌اند.

درس‌نامه در تجانس، هر نقطه، تصویر آن و مرکز تجانس، بر روی یک خط قرار می‌گیرند.

A' تصویر A در یک تجانس معکوس است.	A' تصویر A در یک تجانس مستقیم است.

پاسخ تشریحی گام اول (محاسبه خواسته مسئله بر حسب α): فاصله نقطه $A'(\alpha, \frac{1}{\alpha})$ از مبدأ، یعنی نقطه $O(0, 0)$ برابر است با

$$OA' = \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}}$$

گام دوم (یافتن معادله خط گذرا از A و W): با داشتن مختصات نقاط A و W می‌توان معادله خط گذرا از A و W را به دست آورد:

$$A(1, 3) \text{ و } W(0, 2) \Rightarrow m_{AW} = \frac{y_A - y_W}{x_A - x_W} = \frac{3 - 2}{1 - 0} = \frac{1}{1} = 1$$

$$AW: y - y_W = m_{AW}(x - x_W) \Rightarrow y - 2 = x - 0 \Rightarrow y = x + 2$$

گام سوم (یافتن پاسخ سؤال): مختصات $A'(\alpha, \frac{1}{\alpha})$ در معادله گذرا از A و W یعنی $y = x + 2$ صدق می‌کند؛ پس:

$$\frac{1}{\alpha} = \alpha + 2 \Rightarrow \alpha - \frac{1}{\alpha} = -2 \xrightarrow{\text{طرفین به توان دو}} (\alpha - \frac{1}{\alpha})^2 = (-2)^2 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} - 2 = 4 \Rightarrow \alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} = 6$$

$$OA = \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}} = \sqrt{6}$$

حالا با توجه به گام اول، داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۴

خط L' تصویر خط L به معادله $y = 1 - \frac{1}{4}x$ در تجانس به مرکز مبدأ مختصات و نسبت $\frac{7}{4}$ است. مساحت ناحیه محصور به دو خط L و L' و محورهای مختصات کدام است؟

$$1\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$3\frac{1}{16} \quad (2)$$

$$2\frac{1}{16} \quad (1)$$

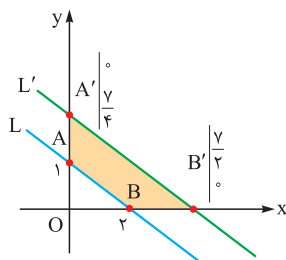
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال، حالت مختصاتی یکی از تمرین‌های مهم کتاب هندسه (۲) است. می‌دانید که در مطالعه هندسه پایه گنگور، توجه به تمرین‌های کتاب درسی خیلی خیلی مهم است.

خود حل کنی بهتره خط L را با تجانس گفته شده تصویر کن و اسم آن را L' بگذار. ناحیه مورد نظر یک دوزنقه می‌شود که مساحت آن را می‌توانی با کم کردن مساحت دو مثلث از هم محاسبه کنی، سراغ فرمول مساحت دوزنقه نرو!

درس نامه ●● برای یافتن تصویر خط L در تبدیل T ، دو نقطه مانند A و B را روی L در نظر می‌گیریم و آن‌ها را با تبدیل T تصویر می‌کنیم، اگر $A' = T(A)$ و $B' = T(B)$ ، آن‌گاه L' (تصویر L در تبدیل T)، همان خط گذرنده از A' و B' است.

پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل مناسب):



خط $L: y = 1 - \frac{1}{4}x$ محورهای مختصات را در دو نقطه $A(0, 1)$ و $B(2, 0)$ قطع می‌کند. اگر A' و B' به ترتیب تصویرهای A و B در تجانس به مرکز O و نسبت $k = \frac{7}{4}$ باشند، می‌توانیم بگوییم که L' خط گذرنده از A' و B' است. بنا به تعریف تجانس، داریم:

$$OA' = k \cdot OA \Rightarrow OA' = \frac{7}{4} \times 1 = \frac{7}{4}$$

$$OB' = k \cdot OB \Rightarrow OB' = \frac{7}{4} \times 2 = \frac{7}{2}$$

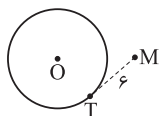
گام دوم (یافتن پاسخ سؤال): با توجه به شکل گام قبل، ناحیه مورد نظر، دوزنقه $ABB'A'$ است که مساحت آن را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$S(ABB'A') = S(OA'B') - S(OAB) = \frac{1}{2} OA' \cdot OB' - \frac{1}{2} OA \cdot OB$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{7}{4} \times \frac{7}{2} - 1 \times 2 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{49}{8} - 2 \right) = \frac{1}{2} \times \frac{33}{8} = \frac{33}{16} = \frac{32+1}{16} = 2\frac{1}{16}$$

تست و پاسخ ۲۵

مطابق شکل، طول مماسی که از نقطه M بر دایره $C(O, 2/5)$ رسم شده است، ۶ واحد است. اگر C' مجانس دایره C به مرکز M و نسبت ۲ باشد، طول مماسی که از O بر C' رسم می‌شود، کدام است؟



$$\sqrt{15} \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

$$\sqrt{17/25} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

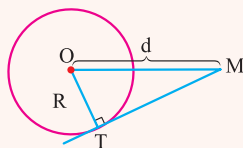
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



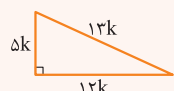
درس نامه

(۱) برای یافتن تصویر دایره $C(O, R)$ در تجانس به مرکز M و نسبت k ، ابتدا O را در این تجانس تصویر می‌کنیم تا O' به دست آید و سپس به مرکز O' و شعاع $|k| \cdot R$ یک دایره رسم می‌کنیم. این دایره، تصویر دایره C در این تجانس است (یعنی دایره C').

(۲) مطابق شکل اگر نقطه M به فاصله d از مرکز دایره‌ای به شعاع R باشد، طول مماس که از M بر این دایره رسم می‌شود، با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OMT به دست می‌آید:



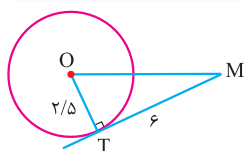
$$MT = \sqrt{d^2 - R^2}$$



(۳) با شرط $k \neq 0$ ، اعداد $5k$ ، $12k$ و $13k$ اعداد فیثاغورسی هستند، یعنی اگر دوتا از آن‌ها، طول دو ضلع یک مثلث قائم‌الزاویه باشند، طول ضلع سوم مثلث برابر با عدد سوم است.

پاسخ تشریحی

گام اول (یافتن طول OM): مطابق شکل $OT = \frac{1}{5} \times 5 = 1$ و $MT = \frac{1}{5} \times 12 = \frac{12}{5}$ دو ضلع مثلث قائم‌الزاویه OMT هستند؛ پس بنا به قسمت (۳) درس‌نامه، طول ضلع سوم می‌شود: $OM = \frac{1}{5} \times 13 = \frac{13}{5}$.



گام دوم (رسم شکل مناسب): اگر نقطه O' تصویر O در تجانس به مرکز M و نسبت 2 باشد، دایره C' دایره‌ای به مرکز O' و شعاع $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ است و چون $k > 0$ پس O' و O در یک طرف M واقع‌اند و داریم:

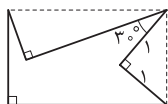
$$OO' = O'M - OM = 13 - \frac{13}{5} = \frac{52}{5}$$

گام سوم (یافتن خواسته سؤال): مطابق شکل، طول OV را می‌خواهیم که با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OVO داریم:

$$OV = \sqrt{OO'^2 - O'V^2} = \sqrt{\left(\frac{52}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{169}{4} - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{69}{4}} = \frac{\sqrt{69}}{2}$$

تست و پاسخ ۲۶

مطابق شکل، با حذف دو مثلث قائم‌الزاویه از مستطیلی که طول آن، دو برابر عرضش است، یک شش‌ضلعی مقعر ایجاد شده است. اگر با استفاده از تبدیل هندسی مناسب، بدون ایجاد تغییر محیط و طول اضلاع، مساحت این شش‌ضلعی را افزایش دهیم، میزان افزایش مساحت کدام است؟



۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۴ (۴)

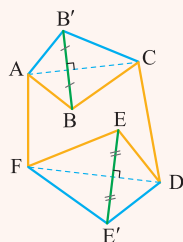
۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

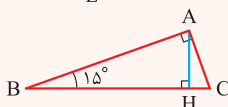
مشاوره هم‌پیرامونی، از مباحثی است که در نظام جدید هست و در نظام قدیم نبود؛ پس این مسائل کاندید مهمی برای سؤال‌های کنکورهای آینده هستند.

درس نامه

(۱) در مسائل هم‌پیرامونی، می‌خواهیم مساحت یک چندضلعی مقعر (یعنی چندضلعی‌ای که حداقل یک زاویه داخلی بزرگ‌تر از 180° دارد) را بدون تغییر در محیط آن، افزایش دهیم. برای این کار کافی است اضلاع زاویه (یا زاویه‌های) مقعر را نسبت به خطی که دو رأس کناری رأس زاویه مقعر را به هم وصل می‌کند، بازتاب دهیم.



(۲) در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یکی از زاویه‌های آن 15° است، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر است.

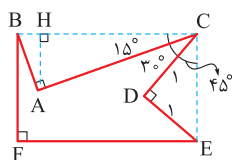


$$AH = \frac{1}{4} BC$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

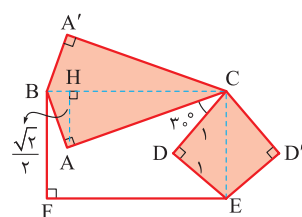
ریاضیات



پاسخ تشریحی گام اول (یافتن زاویه‌ها و طول‌های مورد نیاز در شکل):

با توجه به شکل، مثلث DCE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس $\hat{C}_1 = 45^\circ$. ضمن آن که با استفاده از قضیه فیثاغورس در این مثلث، داریم: $CE = \sqrt{2}$. از طرفی در مستطیل BCEF بنا به فرض سؤال داریم: $BC = 2CE = 2\sqrt{2}$ ضمن آن که:

$$\hat{BCE} = 90^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 + 30^\circ + 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \hat{C}_1 = 15^\circ \xrightarrow{ABC} AH = \frac{1}{4}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

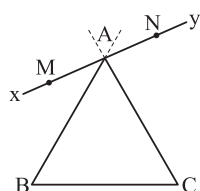


گام دوم (یافتن پاسخ): روشی که در درس‌نامه گفتیم را پیاده‌سازی می‌کنیم. ما اختلاف مساحت‌های دوشش ضلعی $A'CD'E'FB$ و $ABFEDC$ را می‌خواهیم. به دلیل آن که $\triangle ABC \cong \triangle A'BC$ و $\triangle CDE \cong \triangle CD'E$ ، مقدار افزایش مساحت بدون تغییر در محیط شکل، (که برابر با مساحت قسمت رنگی است) می‌شود:

$$2(S(ABC) + S(CDE)) = 2\left(\frac{1}{2}AH \cdot BC + \frac{1}{2}CD \cdot DE\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} + 1 \times 1 = 3$$

تست و پاسخ ۲۷

مطابق شکل، خط xy نیمساز خارجی زاویه A در مثلث ABC است. نقطه M را روی Ax و نقطه N را روی Ay انتخاب می‌کنیم. اگر محیط مثلث‌های MBC ، ABC و NBC را به ترتیب با P_1 ، P_2 و P_3 نشان دهیم، کدام مقایسه همواره درست است؟



$$P_1 > P_2 > P_3 \quad (1)$$

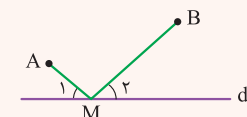
$$P_2 > P_3 > P_1 \quad (2)$$

$$P_2 > P_1 > P_3 \quad (3)$$

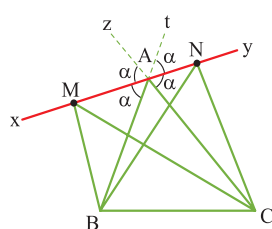
$$P_1 > P_3 > P_2 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس‌نامه در شکل مقابل، طول مسیر AMB ، یعنی $AM + MB$ ، وقتی حداقل می‌شود که پاره‌خط‌های AM و BM با d زاویه‌های برابر بسازند؛ یعنی در شکل مقابل اگر $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ باشد، طول مسیر AMB حداقل می‌شود.



پاسخ تشریحی گام اول (تحلیل شکل مسئله): به گفته سؤال xy نیمساز خارجی زاویه A است، پس می‌توانیم زاویه‌های zAM و xAB را روی شکل مقابل، با α نشان بدهیم. از آنجایی که زاویه‌های tAN و NAC با α متقابل به رأس‌اند، پس این زاویه‌ها را هم با α نشان می‌دهیم.



گام دوم (تشخیص گزینه درست): حالا خوب به خط xy ، نقطه A و نقطه‌های B و C در شکل بالا توجه کنید. همان‌طور که می‌بینید، پاره‌خط‌های AB و AC ، با خط xy زاویه‌های برابر ساخته‌اند، پس طبق درس‌نامه می‌توانیم بگوییم طول مسیر BAC حداقل است؛ پس می‌توانیم نامساوی‌های زیر را بنویسیم:

$$AB + AC < MB + MC \quad \text{و} \quad AB + AC < NB + NC$$

به طرفین نامساوی‌های بالا BC را اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \underbrace{AB + AC + BC}_{P_2} < \underbrace{MB + MC + BC}_{P_1} \Rightarrow P_2 < P_1 & (1) \\ \underbrace{AB + AC + BC}_{P_2} < \underbrace{NB + NC + BC}_{P_3} \Rightarrow P_2 < P_3 & (2) \end{cases}$$

طبق نامساوی‌های (۱) و (۲) می‌توانیم بگوییم، $P_2 < P_1$ و $P_2 < P_3$ است.

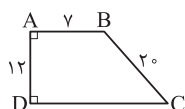
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۲۸

دوزنقه قائم الزاویه ABCD رسم شده است. اگر M نقطه‌ای واقع بر قاعده CD باشد که $MA + MB$ کمترین مقدار

ممکن را داشته باشد، طول MC کدام است؟



۲۴ (۴)

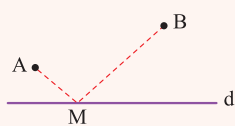
۲۰/۵ (۳)

۱۶ (۲)

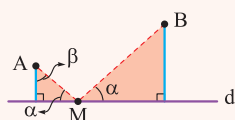
۱۹/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

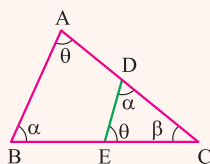
درس نامه



(۱) مسئله هرون: در این مسئله مطابق شکل مقابل، دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند. می‌خواهیم نقطه‌ای مثل M را روی خط d پیدا کنیم به طوری که مسیر AMB (همون $AM + MB$) کمترین طول ممکن را داشته باشد. پس از پیدا کردن نقطه M در این مسئله، مثلث‌های رنگی در شکل زیر، متشابه می‌شوند.

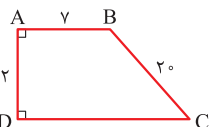


(۲) برای نوشتن نسبت تشابه دو مثلث، ضلع‌های رو به زاویه برابر را در یک نسبت زیر هم می‌نویسیم، به طوری که در صورت نسبت‌ها اضلاع یک مثلث و در مخرج آن‌ها اضلاع مثلث دیگر قرار داشته باشند. مثلاً نسبت تشابه مثلث‌های ABC و DEC در شکل مقابل برابر می‌شود:



$$\frac{AC}{EC} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{DC}$$

رو به α رو به β رو به θ

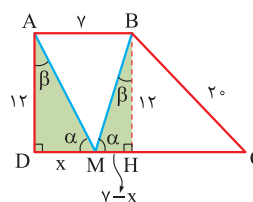


گام اول (تشخیص نوع مسئله): همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید: A و B در یک طرف

پاره خط DC قرار دارند و به دنبال نقطه‌ای مثل M روی CD هستیم؛ به طوری که $AM + MB$ کمترین باشد. با

این شرایط طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم با مسئله هرون طرف هستیم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): عمود BH را به شکل بالا اضافه می‌کنیم تا مستطیل ABHD در شکل زیر ساخته شود. در این مستطیل $BH = AD = 12$ و $DH = AB = 7$ است. بیایید فرض کنیم $DM = x$ باشد، در این صورت $MH = 7 - x$ می‌شود. اگر قرار باشد $AM + MB$ حداقل شود، طبق مورد (۱) درس‌نامه مثلث‌های ADM و BHM متشابه می‌شوند. حالا به کمک مورد (۲) درس‌نامه نسبت تشابه این دو مثلث را می‌نویسیم:



$$\frac{MH}{DM} = \frac{BH}{AD} \Rightarrow \frac{7-x}{x} = \frac{12}{7} \Rightarrow 7-x = \frac{12}{7}x \Rightarrow 7x - 7x + 7x = 12x \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = 3.5 \Rightarrow MH = 3.5$$

رو به β رو به α

طول HC هم طبق قضیه فیثاغورس در مثلث BHC برابر می‌شود با:

$$HC = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{4^2(5^2 - 3^2)} = \sqrt{4^2 \times 16} = 4 \times 4 = 16$$

$$MC = MH + HC = 3.5 + 16 = 19.5$$

بنابراین طول MC برابر است با:

تست و پاسخ ۲۹

چهار نقطه $A(1, 2)$ ، $M(a, a)$ ، $N(a+1, a+1)$ و $B(3, 8)$ در صفحه مفروض‌اند. کمترین طول ممکن برای مسیر شکسته AMNB کدام است؟

۶ + $\sqrt{2}$ (۴)۶ $\sqrt{2}$ (۳)

۸ (۲)

۲ $\sqrt{10}$ + $\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

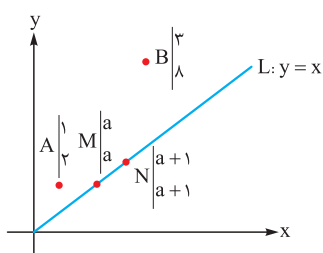
ریاضیات

مشاوره مسائل پیدا کردن طول کوتاه‌ترین مسیر بحثی است که در نظام قدیم نبود، ولی در نظام جدید هست. کنکور نظام جدید هم چند بار از آن‌ها سؤال داده است. با این اوصاف به نظر می‌رسد اهمیت‌شان زیاد است؛ ضمن آن‌که ذاتاً مبحث ساده‌ای هم نیست و باید درکشان کرده باشید تا سؤال‌های آن را بدون مشکل حل کنید.

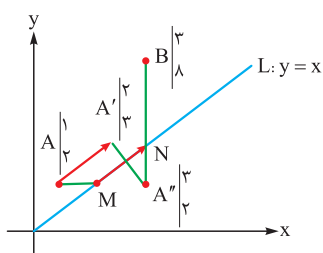
خودت حل کنی بهتره با توجه به این که دو نقطه M و N روی یک خط $(y = x)$ قرار دارند و A و B در یک طرف این خط واقع‌اند، یاد دو شهری می‌افتیم که هر دو در یک طرف رودخانه واقع‌اند و می‌خواهیم بخشی از جاده بین آن‌ها کنار رودخانه باشد؛ یعنی همان مسئله‌ای که در صفحه ۵۵ کتاب درسی حل شده است!

درس نامه

- (۱) اگر A و D در یک طرف خط L واقع باشند و بخواهیم طوری از A به D برویم که x واحد روی خط L حرکت کنیم، کوتاه‌ترین مسیر با انجام مراحل زیر به دست می‌آید:
 (۱) A را نسبت به L بازتاب می‌دهیم تا A' به دست آید.
 (۲) D را x واحد موازی با L به سمت A انتقال می‌دهیم تا D' به دست آید.
 (۳) نقطه تقاطع $A'D'$ با L را B می‌نامیم.
 (۴) از A به B وصل کرده، x واحد روی خط L به سمت D حرکت می‌کنیم تا C به دست آید؛ مسیر $ABCD$ مسیر مورد نظر است.
 در ضمن طول مسیر $ABCD$ برابر است با $x + A'D'$ که $A'D'$ را می‌توانید با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث $A'HD'$ به دست آورید.
- (۲) قرینه نقطه (α, β) نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) نقطه (β, α) است.



پاسخ تشریحی **گام اول (تحلیل سؤال):** دو نقطه $M(a, a)$ و $N(a+1, a+1)$ که فاصله بین آن‌ها $MN = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ واحد است، بر خط $y = x$ واقع‌اند و دو نقطه $A(1, 2)$ و $B(3, 8)$ در یک طرف خط $y = x$ ، پس شرایط استفاده از آن‌چه در قسمت (۱) درس‌نامه گفتیم، فراهم است.



گام دوم (یافتن پاسخ سؤال): می‌خواهیم از نقطه $A(1, 2)$ به نقطه‌ای مانند M روی خط $y = x$ رفته، $\sqrt{2}$ واحد روی این خط حرکت کنیم تا به N برسیم و سپس از N به نقطه $B(3, 8)$ برویم. روشی را که در درس‌نامه گفتیم، اعمال می‌کنیم:

A را به موازات خط $y = x$ ، $\sqrt{2}$ واحد به طرف B انتقال می‌دهیم، نقطه حاصل $A'(1+1, 2+1) = (2, 3)$ خواهد بود. حالا A' را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم، بنا به قسمت (۲) درس‌نامه، نقطه حاصل $A''(3, 2)$ خواهد بود و داریم:

$$A''B = \sqrt{(3-3)^2 + (8-2)^2} = 6$$

پس طول کوتاه‌ترین مسیر برابر است با:

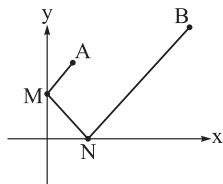
$$A''B + MN = 6 + \sqrt{2} = 6 + \sqrt{2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۰

نقاط $A(3, 5)$ و $B(9, 11)$ در صفحه‌های مختصات مفروض‌اند. دو نقطه M و N همواره روی دو محور می‌لغزند به طوری که خط شکسته $AMNB$ کم‌ترین اندازه ممکن را دارد. مختصات وسط پاره خط MN کدام است؟



$$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right) (2)$$

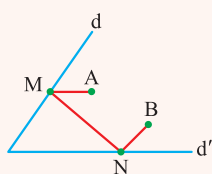
$$\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right) (1)$$

$$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right) (4)$$

$$\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right) (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس‌نامه • مسئله شبه هرون

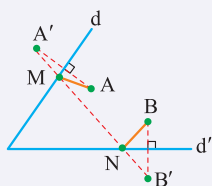


در این مسئله دو نقطه A و B بین دو خط متقاطع d و d' قرار دارند (شکل مقابل). می‌خواهیم نقاط M و N را روی d و d' طوری پیدا کنیم که مسیر $AMNB$ کم‌ترین طول ممکن را داشته باشد. این نقطه‌ها مطابق جدول زیر در سه مرحله پیدا می‌شود:

مرحله (۱)	مرحله (۲)	مرحله (۳)
بازتاب نقطه A نسبت به d را A' می‌نامیم.	بازتاب نقطه B نسبت به خط d' را B' می‌نامیم.	نقطه A' را به B' وصل می‌کنیم تا d و d' را به ترتیب در نقاط M و N قطع کند.

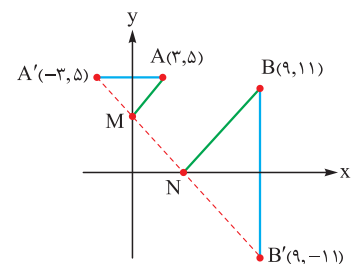
نکته

در مسئله شبه هرون (شکل مقابل) رابطه $AM + MN + NB = A'B'$ برقرار است. یعنی به جای محاسبه $AM + MN + NB$ می‌توانیم $A'B'$ را به دست آوریم که کوتاه‌ترین طول مسیر $AMNB$ است.



پاسخ تشریحی

طبق درس‌نامه، اول A را نسبت به محور y و بعد B را نسبت به محور x بازتاب می‌دهیم تا به نقطه‌های A' و B' برسیم. حالا اگر از A' به B' وصل کنیم تا محورهای مختصات را در M و N قطع کند، مسیر $AMNB$ کم‌ترین طول ممکن را دارد. برای پیدا کردن مختصات نقطه‌های M و N ، اول معادله خطی که از A' و B' می‌گذرد را می‌نویسیم و بعد محل برخورد آن با محورهای مختصات را پیدا می‌کنیم:



$$\begin{aligned} \text{معادله خطی که از } A' \text{ و } B' \text{ می‌گذرد: } \frac{x+3}{y-5} = \frac{9-(-3)}{-11-5} &\Rightarrow \frac{x+3}{y-5} = -\frac{3}{4} \\ \begin{cases} x=0 \Rightarrow \frac{3}{y-5} = -\frac{3}{4} \Rightarrow y=1 \Rightarrow M(0, 1) \\ y=0 \Rightarrow \frac{x+3}{-5} = -\frac{3}{4} \Rightarrow x=\frac{3}{4} \Rightarrow N(\frac{3}{4}, 0) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\frac{M+N}{2} = \frac{(0, 1) + (\frac{3}{4}, 0)}{2} = \left(\frac{3}{8}, \frac{1}{2}\right)$$

بنابراین مختصات وسط پاره خط MN برابر است با:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

آمار و احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۶۲

تست و پاسخ ۳۱

در پرتاب یک تاس می‌دانیم عدد روشده زوج است. چه قدر احتمال دارد در پرتاب این تاس، عددی غیراول ظاهر شود؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: فضای نمونه‌ای این آزمایش به صورت مقابل است:

$$S = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(S) = 3$$

$$A = \{4, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

پیشامد مد نظر، اعداد غیراول را پوشش می‌دهد. پس:

و حالا می‌توانیم احتمال مورد نظر را حساب کنیم:

تست و پاسخ ۳۲

سکه‌ای را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم دست کم یک بار رو آمده است. چه قدر احتمال دارد هر سه پرتاب، رو آمده باشد؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره کافی است تعداد حالاتی که در پرتاب ۳ سکه، دست کم یک بار رو می‌آید را در مخرج و تعداد حالاتی که در پرتاب

۳ سکه هر سه رو آمده باشد را در صورت قرار دهید.

نکات

۱) فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه ۲ عضو دارد؛ پس فضای نمونه‌ای پرتاب n سکه، 2^n عضو دارد.

۲) در پرتاب n سکه (یا n بار پرتاب یک سکه)، در یک حالت همه سکه‌ها رو و در یک حالت همه سکه‌ها پشت می‌آیند.

۳) در پرتاب n سکه (یا n بار پرتاب یک سکه)، در $2^n - 1$ حالت دست کم یک سکه رو می‌آید. به طور مشابه در $2^n - 1$ حالت هم دست

کم یک سکه پشت می‌آید.

پاسخ تشریحی: گام اول: طبق نکته ۳، در ۳ بار پرتاب یک سکه، در $2^3 - 1 = 7$ حالت، دست کم یکی از سکه‌ها رو می‌آید (شرط مسئله

یا همان فضای نمونه‌ای جدید)، ببینید:

$$A = \{(ر, ر, ر), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (پ, ر, پ), (پ, پ, ر), (پ, پ, پ)\}$$

گام دوم: از میان این ۷ حالت، در یک حالت هر ۳ سکه رو می‌آیند که احتمال آن برابر $\frac{1}{7}$ است.

این جوری هم ببین:

$$P(\text{دست کم یک بار رو} \mid \text{هر سه پرتاب رو}) = \frac{P(\text{دست کم یک بار رو} \cap \text{هر سه پرتاب رو})}{P(\text{دست کم یک بار رو})} = \frac{1}{7} \rightarrow \text{اعضای مجموعه } A$$

تست و پاسخ ۳۳

تیم ملی والیبال ایران ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو بازیکنی با هم برابر نیست. به ترتیب دو بازیکن انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که قد بازیکن

دوم کوتاه‌تر است. با چه احتمالی بازیکن اول، بلندقدترین بازیکن تیم است؟

- (۱) $\frac{1}{14}$ (۲) $\frac{1}{13}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{7}$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: روش اول: فرض کنید دو بازیکن انتخاب شده a و b هستند. ابتدا باید تعداد حالاتی را بشماریم که قد a از قد b بلندتر است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: ۱۴ جایگاه برای ۱۴ نفر در نظر می‌گیریم. از میان این ۱۴ جایگاه دو جایگاه را به $\binom{14}{2} = 91$ حالت انتخاب می‌کنیم و در جایگاه بالاتر a و در جایگاه پایین‌تر b را قرار می‌دهیم.

حالا ۱۲ بازیکن دیگر نیز ۱۲ جایگشت دارند؛ پس تعداد کل حالات (شرط مسئله یا همان فضای نمونه‌ای جدید) برابر $91 \times 12!$ می‌شود. گام سوم: حالا باید تعداد حالاتی را بشماریم که a بلندقدترین است. a را در جایگاه اول (از میان ۱۴ جایگاه قرار می‌دهیم) و ۱۳ بازیکن دیگر را به ۱۳! در مابقی جایگاه‌ها قرار می‌دهیم؛ بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر ۱۳! است.

$$\frac{13!}{91 \times 12!} = \frac{13 \times 12!}{7 \times 13 \times 12!} = \frac{1}{7}$$

گام چهارم: پس جواب برابر است با:

این جوری هم ببین:

$$P(\text{قد بازیکن دوم کوتاه‌تر} \mid \text{بازیکن اول بلندقدترین}) = \frac{P(\text{قد بازیکن دوم کوتاه‌تر} \cap \text{بازیکن اول بلندقدترین})}{P(\text{قد بازیکن دوم کوتاه‌تر})} = \frac{13!}{91 \times 12!} = \frac{1}{7}$$

روش دوم: گام اول: فقط به جایگاه a و b توجه می‌کنیم. برای شمارش کل حالات کافی است ۲ جایگاه از میان ۱۴ جایگاه را به $\binom{14}{2} = 91$ حالت انتخاب کنیم و جایگاه بالاتر را به a و جایگاه پایین‌تر را به b بدهیم.

گام دوم: برای شمارش حالات مطلوب، a را در اولین جایگاه قرار می‌دهیم. حالا b به ۱۳ حالت می‌تواند در مابقی جایگاه‌ها قرار گیرد؛ پس ۱۳ حالت مطلوب داریم.

گام سوم: حالا واضح است که جواب برابر $\frac{13}{91} = \frac{1}{7}$ می‌شود.

تست و پاسخ ۳۴

سه کارت رنگی در اختیار داریم که اولی دو رو سبز، دومی دو رو قرمز و سومی یک رو سبز و یک رو قرمز است. یک کارت به تصادف برمی‌داریم و یک رویش را می‌بینیم. اگر رنگ دیده‌شده سبز باشد، با چه احتمالی این کارت دو رو سبز است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره با رسم نمودار درختی، به سادگی به جواب می‌رسی.

درس نامه •• قانون بیز

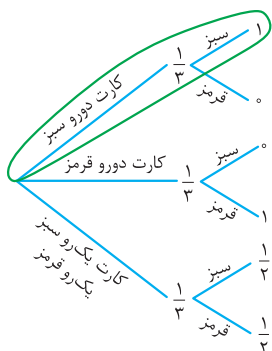
به شرطی شدن قانون احتمال کل، قانون بیز می‌گوییم. برای حل سؤالات قانون بیز، ابتدا نمودار درختی را رسم کرده و احتمال کل را محاسبه می‌کنیم و در مخرج قرار می‌دهیم. حالا با قراردادن احتمال رخ دادن شاخه‌های مطلوب در صورت جواب حاصل می‌شود.

پاسخ تشریحی گام اول: ۳ کارت داریم و یک کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم؛ پس احتمال انتخاب هر کارت $\frac{1}{3}$ است.

گام دوم: اگر کارت دورو سبز انتخاب شود و ما یک رویش را ببینیم، واضح است که با احتمال ۱ رنگ سبز و با احتمال صفر رنگ قرمز می‌بینیم. به طور مشابه برای کارت دورو قرمز، با احتمال صفر رنگ سبز و با احتمال ۱ رنگ قرمز می‌بینیم و با انتخاب کارت یک‌رو سبز و یک‌رو قرمز، با

احتمال $\frac{1}{3}$ رنگ سبز و با احتمال $\frac{1}{3}$ رنگ قرمز می‌بینیم.

گام سوم: نمودار درختی رسم می‌کنیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

بنابراین اگر یک کارت انتخاب کنیم و یک روی آن را ببینیم، با احتمال $\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ رنگ سبز می بینیم. حالا احتمال این که کارت دورو سبز را برداریم و رنگ سبز ببینیم $\frac{1}{3} \times 1$ است (شاخه مشخص شده)؛ پس جواب مسئله برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

این جوری هم ببین:

$$P(\text{یک کارت برداشته باشیم و یک روی آن سبز باشد} \mid \text{کارت انتخاب شده دورو سبز باشد}) = \frac{P(\text{یک کارت برداشته باشیم و یک روی آن سبز باشد} \cap \text{کارت انتخاب شده دورو سبز باشد})}{P(\text{یک کارت برداشته باشیم و یک روی آن سبز باشد})} = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

شاخه مشخص شده
↑
↓
کل شاخه ها

تست و پاسخ ۳۵

دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی داریم و بدون مشاهده، آن را به ظرف دوم منتقل می کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟

$$\frac{7}{18} \quad (۴)$$

$$\frac{45}{112} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{25}{63} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

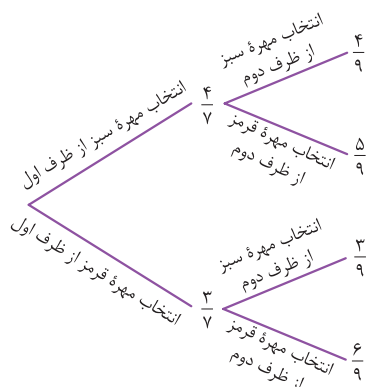
خودت حل کنی بهتره برای حل سؤالات احتمال کل، کافی است نمودار درختی رسم کنی.

پاسخ تشریحی گام اول: در ظرف اول ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز داریم. احتمال انتخاب یک مهره سبز از این ظرف برابر $\frac{4}{7}$ و احتمال انتخاب یک مهره قرمز $\frac{3}{7}$ است.

گام دوم: اگر از ظرف اول مهره سبز انتخاب شود و به ظرف دوم برود، ظرف دوم به شکل $\begin{pmatrix} ۴ \text{ سبز} \\ ۵ \text{ قرمز} \end{pmatrix}$ می شود که احتمال انتخاب یک مهره سبز از آن برابر $\frac{4}{9}$ و احتمال انتخاب یک مهره قرمز از آن برابر $\frac{5}{9}$ می شود.

گام سوم: اگر از ظرف اول مهره قرمز انتخاب شود و به ظرف دوم برود، ظرف دوم به شکل $\begin{pmatrix} ۳ \text{ سبز} \\ ۶ \text{ قرمز} \end{pmatrix}$ می شود که احتمال انتخاب یک مهره سبز از آن برابر $\frac{3}{9}$ و احتمال انتخاب یک مهره قرمز از آن برابر $\frac{6}{9}$ می شود.

گام چهارم: حالا نمودار درختی را رسم می کنیم:



$$\frac{4}{7} \times \frac{4}{9} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{9} = \frac{16+9}{63} = \frac{25}{63}$$

بنابراین احتمال انتخاب مهره سبز از ظرف دوم برابر است با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۳۶

سامان و کسری به ترتیب با احتمال های $\frac{3}{10}$ و $\frac{4}{10}$ برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه می‌روند. اگر سامان به ورزشگاه برود، کسری با احتمال $\frac{66}{100}$ به ورزشگاه می‌رود. اگر سامان به ورزشگاه نرفته باشد، با چه احتمالی کسری هم نرفته است؟

- (۱) $\frac{6}{10}$ (۲) $\frac{71}{100}$ (۳) $\frac{34}{100}$ (۴) $\frac{5}{10}$

پاسخ: گزینه ۲

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

درس نامه فرمول احتمال شرطی (احتمال رخ دادن A به شرط رخ دادن B) به صورت مقابل است:

نکته بعضی از قوانین احتمال را در زیر ببینید:

- ۱) $P(A') = 1 - P(A)$
- ۲) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- ۳) $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$
- ۴) $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A: سامان برای دیدن فوتبال به ورزشگاه برود. B: کسری برای دیدن فوتبال به ورزشگاه برود.

گام دوم: سامان و کسری به ترتیب با احتمال های $\frac{3}{10}$ و $\frac{4}{10}$ برای دیدن مسابقه فوتبال به ورزشگاه می‌روند؛ پس:

$$P(A) = \frac{3}{10}$$

$$P(B) = \frac{4}{10}$$

گام سوم: اگر سامان به ورزشگاه برود، کسری با احتمال $\frac{66}{100}$ به ورزشگاه می‌رود؛ پس:

$$P(B|A) = \frac{66}{100} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{66}{100} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{\frac{3}{10}} = \frac{66}{100} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{66}{100} = \frac{198}{1000}$$

گام چهارم: اگر سامان به ورزشگاه نرفته باشد، احتمال این را می‌خواهیم که کسری هم به ورزشگاه نرفته باشد:

$$P(B'|A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)} = \frac{1 - (\frac{3}{10} + \frac{4}{10} - \frac{198}{1000})}{1 - \frac{3}{10}} = \frac{1 - \frac{498}{1000}}{\frac{7}{10}} = \frac{502}{700} \approx \frac{71}{100}$$

تست و پاسخ ۳۷

خانم‌ها اکبری، برنا و چمنی نسخه خوان‌های یک مؤسسه انتشاراتی‌اند که به ترتیب، ۳۰، ۲۰ و ۵۰ درصد از کارهای نسخه‌خوانی را انجام می‌دهند. احتمال این که این سه نفر، صفحه‌ای که به آن‌ها سپرده شده را بی‌غلط تصحیح کنند به ترتیب $\frac{9}{10}$ ، $\frac{95}{100}$ و $\frac{99}{100}$ است. صفحه‌ای نسخه‌خوانی شده، ولی هنوز غلط دارد. احتمال این که مسئول خواندن آن صفحه خانم اکبری بوده باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره اول نمودار درختی را رسم کنید و بعد از قانون بیز کمک بگیرید.



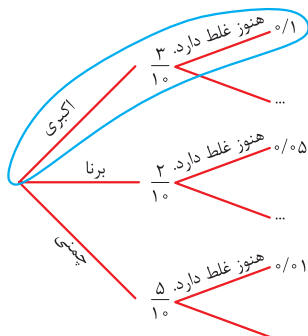
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: خانم اکبری، برنا و چمنی به ترتیب 30° ، 20° و 50° درصد از کارهای نسخه خوانی را انجام می دهند، پس احتمال این که یک کار توسط آن ها خوانده شده باشد، به ترتیب برابر $\frac{3}{10}$ ، $\frac{2}{10}$ و $\frac{5}{10}$ است.

گام دوم: احتمال صحیح شدن غلط ها توسط این سه نفر به ترتیب برابر $\frac{9}{10}$ ، $\frac{95}{100}$ و $\frac{99}{100}$ است؛ پس احتمال این که صفحه ای خوانده شده باشد، ولی هنوز غلط داشته باشد، به ترتیب برابر $\frac{1}{10}$ ، $\frac{5}{100}$ و $\frac{1}{100}$ است.

گام سوم: نمودار درختی را رسم می کنیم:



$$\frac{3}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{100}$$

بنابراین احتمال این که کاری غلط داشته باشد برابر است با:

گام چهارم: حالا احتمال این که صفحه ای که خوانده شده و هنوز غلط دارد، توسط خانم اکبری خوانده شده باشد، برابر است با:

$$\frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{10}}{\frac{3}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{100}} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{3}{100} + \frac{1}{100} + \frac{5}{1000}} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{45}{1000}} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$$

این جوری هم ببین:

$P(\text{صفحه هنوز غلط دارد} \mid \text{خانم اکبری صفحه را خوانده})$

$$= \frac{P(\text{صفحه هنوز غلط دارد} \cap \text{خانم اکبری صفحه را خوانده})}{P(\text{صفحه هنوز غلط دارد})} = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{1}{10}}{\frac{3}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{5}{100} + \frac{5}{10} \times \frac{1}{100}}$$

شاخصه مشخص شده
↑
↓
کل شاخه ها

تست و پاسخ ۳۸

دو جعبه داریم که در هر یک از آن ها چهار کارت با شماره های ۱ تا ۴ وجود دارد. یک کارت به تصادف از جعبه اول برمی داریم و در جعبه دوم قرار می دهیم. حال از جعبه دوم به تصادف دو کارت پی در پی بدون جای گذاری خارج می کنیم و یک عدد دورقمی می سازیم که کارت اول دهگان و کارت دوم یکان را مشخص می کند. چه قدر احتمال دارد که عدد دورقمی حاصل، مضرب ۶ باشد؟

$$\frac{9}{40} \quad (۴)$$

$$\frac{11}{40} \quad (۳)$$

$$\frac{15}{64} \quad (۲)$$

$$\frac{17}{64} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید تمام اعداد دورقمی مضرب ۶ با ارقام ۱ تا ۴، اعداد ۱۲، ۲۴ و ۴۲ هستند.

گام دوم: احتمال این که کارت شماره ۱ به جعبه دوم برود $\frac{1}{4}$ است که در این صورت شماره کارت های جعبه دوم ۱، ۲، ۳، ۴ می شود. حالا برای ساختن عدد ۱۲ باید ابتدا عدد ۱ انتخاب شود که احتمال آن $\frac{2}{5}$ است و سپس عدد ۲ انتخاب شود که احتمال آن $\frac{1}{4}$ است، پس به احتمال

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$$

$$24 \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

انتخاب ۴ انتخاب ۲

$$42 \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20}$$

انتخاب ۲ انتخاب ۴

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پس احتمال ساخته شدن عدد دورقمی مضرب ۶ در این حالت برابر $\frac{4}{20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20}$ است.

گام سوم: احتمال این که کارت شماره ۲ به جعبه دوم برود $\frac{1}{4}$ است که در این صورت اعداد ۱, ۲, ۳, ۴ را داریم:

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{20} \\ ۲۴ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} \\ ۴۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{20} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{عدد دورقمی مضرب ۶}} \frac{2}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{6}{20}$$

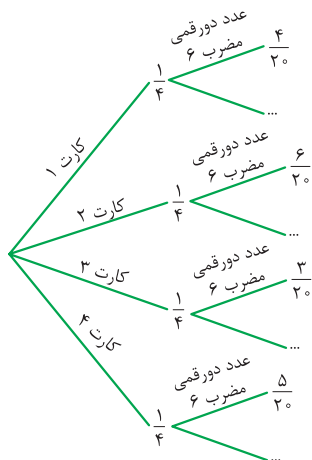
گام چهارم: احتمال این که کارت شماره ۳ به جعبه دوم برود $\frac{1}{4}$ است که در این صورت اعداد ۱, ۲, ۳, ۴ را داریم:

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \\ ۲۴ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \\ ۴۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{عدد دورقمی مضرب ۶}} \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{3}{20}$$

گام پنجم: احتمال این که کارت شماره ۴ به جعبه دوم برود $\frac{1}{4}$ است که در این صورت اعداد ۱, ۲, ۳, ۴ را داریم:

$$\left. \begin{array}{l} ۱۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \\ ۲۴ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{1}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{2}{20} \\ ۴۲ \text{ ساختن} \Rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{عدد دورقمی مضرب ۶}} \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{20} = \frac{5}{20}$$

گام ششم: نمودار درختی رسم می کنیم:



$$\frac{1}{4} \times \frac{4}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{6}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{20} + \frac{1}{4} \times \frac{5}{20} = \frac{4+6+3+5}{80} = \frac{18}{80} = \frac{9}{40}$$

بنابراین جواب برابر است با:

تست و پاسخ ۳۹

A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = 0/4$, $P(B|A) = 0/9$ و $P(B|(A \cup B)) = 0/92$ باشد، $P(B'|A')$ کدام است؟

$$\frac{5}{6} (۴)$$

$$\frac{1}{4} (۳)$$

$$\frac{3}{4} (۲)$$

$$\frac{1}{6} (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا دقت کنید که:

$$P(B|A) = 0.9 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.9 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.36$$

گام دوم: حالا داریم:

$$P(B|(A \cup B)) = 0.92 \Rightarrow \frac{P(B \cap (A \cup B))}{P(A \cup B)} = 0.92$$

نکته قانون جذب:

$$A \cup (A \cap B) = A \quad A \cap (A \cup B) = A$$

با توجه به نکته بالا $B \cap (A \cup B) = B$ است:

$$\Rightarrow \frac{P(B)}{P(A \cup B)} = 0.92 \Rightarrow \frac{P(B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = 0.92$$

$$\Rightarrow \frac{P(B)}{P(B) + 0.04} = 0.92 \Rightarrow P(B) = 0.92P(B) + 0.0368$$

$$\Rightarrow 0.08P(B) = 0.0368 \Rightarrow P(B) = 0.46$$

گام سوم: سراغ خواسته مسئله می‌رویم:

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)} = \frac{0.05}{0.06} = \frac{5}{6}$$

تست و پاسخ ۴۰

بسکتبالیستی هر بار که اقدام به پرتاب می‌کند، اگر روحیه خوبی داشته باشد، پرتابش به احتمال ۹۰ درصد گل می‌شود و اگر روحیه اش ضعیف باشد، احتمال گل شدن پرتابش ۶۰ درصد است. به علاوه می‌دانیم اگر او پرتابی را گل کند، در پرتاب بعدی روحیه خوبی دارد و در غیر این صورت، روحیه اش ضعیف خواهد شد. فرض کنید بسکتبالیست، پیش از پرتاب اول روحیه اش خوب باشد، با چه احتمالی از سه پرتاب متوالی، دقیقاً دو پرتاب آخر گل می‌شود؟

$$0.057(4)$$

$$0.054(3)$$

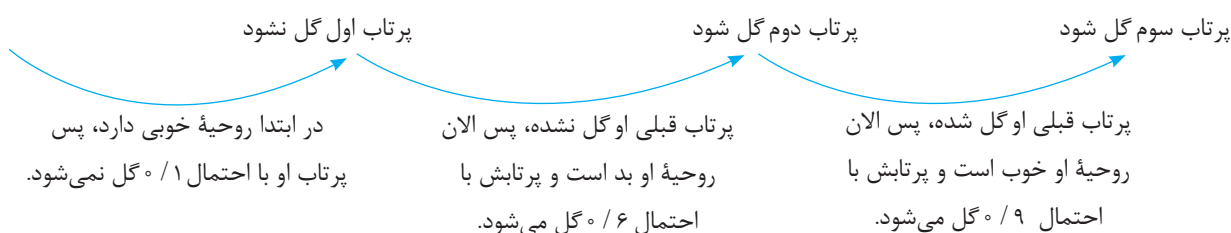
$$0.049(2)$$

$$0.046(1)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: اگر روحیه بسکتبالیست خوب باشد، با احتمال ۹۰ درصد (یا همان ۰.۹) پرتاب او گل می‌شود؛ پس با احتمال $1 - 0.9 = 0.1$ پرتابش گل نمی‌شود.

گام دوم: اگر روحیه او ضعیف باشد، با احتمال ۶۰ درصد (یا همان ۰.۶) پرتاب او گل می‌شود؛ پس با احتمال $0.4 = 1 - 0.6$ پرتابش گل نمی‌شود. گام سوم: می‌خواهیم از بین ۳ پرتاب متوالی، دقیقاً دو پرتاب آخر گل شود:



$$0.1 \times 0.6 \times 0.9 = 0.054$$

بنابراین جواب برابر است با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک: صفحه های ۶۷ تا ۸۲

تست و پاسخ ۴۱

روی یک بخاری برقی اعداد $220V$ و $2/2kW$ نوشته شده است. اگر این بخاری در هر شبانه روز به طور متوسط ۵ ساعت با ولتاژ $220V$ روشن باشد و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۲۰۰ تومان باشد، هزینه مصرف یک ماه پاییزی این بخاری چند تومان می شود؟

(۱) ۶۰۰۰۰ (۲) ۶۶۰۰۰ (۳) ۷۲۰۰۰ (۴) ۹۰۰۰۰

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه...

در رابطه $P = \frac{U}{t}$ ، P بیانگر توان مصرفی، U انرژی مصرفی و t مدت زمانی است که وسیله الکتریکی انرژی را مصرف می کند. یکای انرژی در SI، J (ژول) است که معادل Ws (وات ثانیه) است.

اگر توان را برحسب kW (کیلووات) و زمان را برحسب h (ساعت) بیان کنیم، انرژی برحسب kWh (کیلووات ساعت) به دست می آید.

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $P = \frac{U}{t}$ ، انرژی مصرف شده در مدت ۳۰ روز (یک ماه پاییزی) را به دست می آوریم:

$$P = \frac{U}{t} \xrightarrow{t=30 \times 24 = 720h} 2/2kW = \frac{U}{720} \Rightarrow U = 330kWh$$

گام دوم: قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۲۰۰ تومان است. حال بهای برق مصرفی این بخاری را در مدت ۳۰ روز به دست می آوریم:

تومان $330 \times 200 = 66000 =$ بهای برق مصرفی

تست و پاسخ ۴۲

روی یک لامپ رشته ای اعداد $220V$ و $100W$ نوشته شده است. هنگامی که مقاومت رشته سیم داخل لامپ را در حالت خاموش اندازه گیری می کنیم، عدد $48/4$ اهم را نشان می دهد. اگر این لامپ را با اختلاف پتانسیل $220V$ روشن کنیم، دمای رشته لامپ چند درجه سلسیوس افزایش خواهد یافت؟ (رشته سیم لامپ از جنس تنگستن و ضریب دمایی مقاومت ویژه آن $4/5 \times 10^{-3} K^{-1}$ است).

(۱) ۱۸۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۲۰۷۳ (۴) ۲۲۷۳

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه...

• برای محاسبه توان مصرف شده در یک مصرف کننده الکتریکی با مقاومت R که از آن جریان I عبور می کند و اختلاف پتانسیل دو سر آن V است، از روابط زیر استفاده می شود:

$$P = VI$$

$$P = RI^2$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

• در رساناها، با افزایش دما، ارتعاش اتم ها بیشتر شده و مقاومت رسانا افزایش می یابد.

اگر مقاومت رسانا در دمای θ_1 برابر با R_1 و در دمای θ_2 برابر با R_2 باشد، آن گاه روابط زیر برای مقاومتی با ضریب دمایی مقاومت ویژه α برقرار است:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta \theta)$$

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$$

پاسخ تشریحی گام اول: روی لامپ رشته ای اعداد $220V$ و $100W$ نوشته شده است؛ پس اگر لامپ را با اختلاف پتانسیل $220V$ روشن کنیم، توان مصرفی لامپ $100W$ است. مقاومت لامپ را در این حالت که روشن است به دست می آوریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow 100 = \frac{(220)^2}{R} \Rightarrow R_{\text{روشن}} = 484\Omega$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: مقاومت لامپ در حالتی که خاموش است، $48/4 \Omega$ است. به کمک رابطه $R_p = R_1(1 + \alpha\Delta\theta)$ ، تغییرات دما را به دست می آوریم:

$$R_{\text{روشن}} = R_{\text{خاموش}}(1 + \alpha\Delta\theta)$$

$$\Rightarrow 484 = 48/4(1 + 4/5 \times 10^{-3} \Delta\theta)$$

$$\Rightarrow 10 = 1 + 4/5 \times 10^{-3} \Delta\theta \Rightarrow 9 = 4/5 \times 10^{-3} \Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = \frac{9}{4/5 \times 10^{-3}} = 2000^\circ \text{C}$$

تست و پاسخ ۴۳

در اثر نوسانات برق، اختلاف پتانسیل دو سر یک لامپ ۶۰ وات می تواند ۱۰٪ کاهش یا افزایش یابد. بیشینه تغییرات توان مصرفی این لامپ چند وات است؟ (تغییر مقاومت لامپ در اثر تغییر اختلاف پتانسیل ناچیز است و لامپ ها آسیب نمی بینند.)

۳۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۸ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه

بر روی وسایل برقی، دو عدد ولتاژ و توان نوشته می شود که به آن ها ولتاژ اسمی (V_m) و توان اسمی (P_m) گفته می شود. زمانی که وسیله برقی به ولتاژ V_m وصل باشد، توان مصرف شده آن P_m خواهد بود. در صورت ثابت بودن مقاومت، رابطه زیر برقرار است:

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{V^2}{R} \\ P_m &= \frac{V_m^2}{R} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(R \text{ ثابت})} \frac{P}{P_m} = \left(\frac{V}{V_m} \right)^2$$

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به این که تغییر مقاومت لامپ در اثر تغییر اختلاف پتانسیل ناچیز است، طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، عبارت

$$R = \frac{V^2}{P} \text{ مقداری ثابت است. یعنی با کاهش اختلاف پتانسیل، } P \text{ کاهش می یابد و با افزایش اختلاف پتانسیل، } P \text{ افزایش می یابد.}$$

گام دوم: توان مصرفی لامپ در اثر کاهش ۱۰ درصدی اختلاف پتانسیل، به کمترین مقدار خود می رسد و برابر است با:

$$\frac{P_{\min}}{P_m} = \left(\frac{V_{\min}}{V_m} \right)^2 \xrightarrow{\frac{V_{\min}}{V_m} = 0.9} \frac{P_{\min}}{60} = (0.9)^2 \Rightarrow P_{\min} = 48/6 \text{ W}$$

گام سوم: بیشینه توان مصرفی لامپ، در اثر افزایش اختلاف پتانسیل به مقدار ۱۰ درصد را به دست می آوریم:

$$\frac{P_{\max}}{P_m} = \left(\frac{V_{\max}}{V_m} \right)^2 \xrightarrow{\frac{V_{\max}}{V_m} = 1.1} \frac{P_{\max}}{60} = (1.1)^2 \Rightarrow P_{\max} = 72/6 \text{ W}$$

گام چهارم: بیشینه تغییرات توان مصرفی لامپ را محاسبه می کنیم:

$$\text{بیشترین تغییرات توان مصرفی} = P_{\max} - P_{\min} = 72/6 - 48/6 = 24 \text{ W}$$

تست و پاسخ ۴۴

در مدار شکل مقابل، اگر توان مصرفی مقاومت ۱۸ W باشد، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

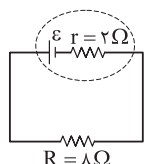
۱۵ (۲)

۱۸ (۱)

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: به کمک توان مصرفی مقاومت R ، جریان عبوری از آن را به دست می آوریم:

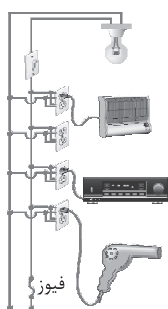
$$P = RI^2 \Rightarrow 18 = 8I^2 \Rightarrow I^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \Rightarrow I = \frac{3}{2} A$$

گام دوم: جریان عبوری از مدار $\frac{3}{2} A$ است. حال به کمک رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، نیروی محرکه باتری را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{\varepsilon}{8 + 2} \Rightarrow \varepsilon = 15 V$$

تست و پاسخ ۴۵

یک لامپ رشته‌ای $100 W$ ، یک بخاری برقی $1/6 kW$ ، یک رادیوی $180 W$ و یک سشوار $2/3 kW$ مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی $220 V$ وصل شده‌اند. اگر فیوز شکل، $20 A$ باشد، فیوز و توان مصرفی مقاومت معادل با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی در هر یک از آن‌ها برابر



یعنی حداکثر می‌تواند جریان $20 A$ را تحمل کند.

- (۱) خواهد پرید، است
- (۲) نخواهد پرید، است
- (۳) خواهد پرید، نیست
- (۴) نخواهد پرید، نیست

پاسخ: گزینه ۲

گام اول: تمام مصرف‌کننده‌ها (لامپ، بخاری برقی، رادیو و سشوار) به صورت موازی به هم وصل شده‌اند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از آن‌ها $220 V$ است. جریان عبوری از هر یک را به دست می آوریم:

$$I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{100}{220} = \frac{10}{22} A$$

$$I_{\text{بخاری برقی}} = \frac{P_{\text{بخاری برقی}}}{V} = \frac{1/6 \times 10^3}{220} = \frac{160}{220} = \frac{16}{22} A$$

$$I_{\text{رادیو}} = \frac{P_{\text{رادیو}}}{V} = \frac{180}{220} = \frac{18}{22} A$$

$$I_{\text{سشوار}} = \frac{P_{\text{سشوار}}}{V} = \frac{2/3 \times 10^3}{220} = \frac{230}{220} = \frac{23}{22} A$$

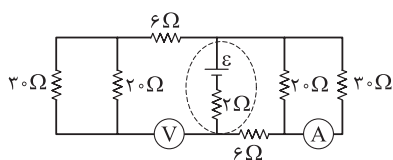
$$I_{\text{فیوز}} = I_{\text{لامپ}} + I_{\text{بخاری برقی}} + I_{\text{رادیو}} + I_{\text{سشوار}} = \frac{10}{22} + \frac{16}{22} + \frac{18}{22} + \frac{23}{22} = \frac{418}{22} = 19 A$$

گام دوم: چون جریان عبوری از فیوز، $19 A$ و کمتر از $20 A$ است، فیوز نمی‌پرد.

گام سوم: توان مصرفی مقاومت معادل، با مجموع توان‌های الکتریکی مصرفی در هر یک از آن‌ها برابر است و ربطی به موازی یا متوالی بودن مقاومت‌های مصرف‌کننده ندارد.

تست و پاسخ ۴۶

در مدار شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی $22/5 V$ را نشان دهد، آمپرسنج آرمانی چه عددی را نشان خواهد داد؟



- (۱) $25/0$
- (۲) $50/0$
- (۳) $75/0$
- (۴) $25/1$

پاسخ: گزینه ۲



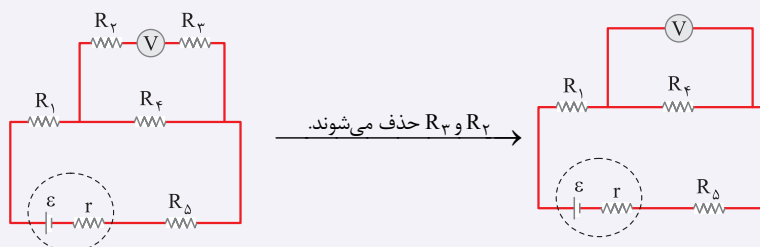
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

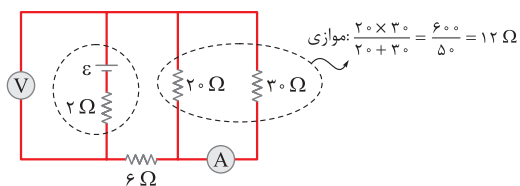
مشاوره توی چنین سوالایی خوب پشما تو باز کن و بررسی کن که مقاومتی از مدار حذف می شه یا نه. مواردی مثل اتصال کوتاه و نداشتن جریان به قاطر متوالی شدن با ولت سنج رو هم تأیید بررسی کن. بعدش مدار رو ساده کن.

خود حل کنی بهتره اول شکل مدار رو ساده کن و مقاومت فاربی معادل رو به دست بیار. بعدش جریان کل و در نهایت با تکنیک تقسیم جریان، جریان گذرنده از مقاومت ۳۰ اهمی رو حساب کن.

نکته مقاومت ولت سنج آرمانی بسیار زیاد (∞) است؛ بنابراین با هر بخشی که به صورت متوالی بسته شود، جریانی از آن عبور نمی کند و آن بخش، عملاً از مدار حذف می شود. به عنوان مثال، اگر به مدار زیر نگاه کنید، بهتر متوجه این موضوع می شوید.



پاسخ تشریحی **گام اول:** می دانیم وقتی یک ولت سنج با اجزای مدار به صورت متوالی بسته می شود، از آن اجزا جریان الکتریکی عبور نمی کند و عملاً از مدار حذف می شوند؛ بنابراین ابتدا شکل مدار را به صورت زیر، ساده می کنیم و مقاومت معادل مدار را حساب می کنیم:

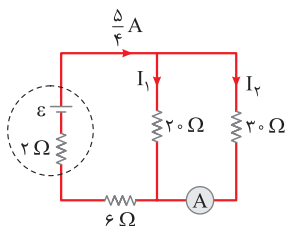


$R_{eq} = 12 + 6 = 18 \Omega$: مقاومت معادل مقاومت های 30Ω و 2Ω متوالی است.

گام دوم: با توجه به این که ولت سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل مقاومت های خارجی را نشان می دهد، می توانیم جریان خروجی از باتری را حساب کنیم:

$$V = R_{eq} I \quad \frac{V=22/50 \text{ V}}{R_{eq}=18 \Omega} \rightarrow 22/50 = 18 \times I \Rightarrow I = \frac{22/50}{18} = \frac{5}{4} \text{ A}$$

گام سوم: به کمک تکنیک تقسیم جریان، جریان الکتریکی گذرنده از مقاومت ۳۰ اهمی را به دست می آوریم. مطابق شکل زیر، با توجه به این که مقاومت های 20Ω و 30Ω اهمی با هم موازی هستند، درمی یابیم نسبت جریان ها عکس نسبت مقاومت ها است؛ بنابراین داریم:



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2} I_2$$

$$I_1 + I_2 = \frac{5}{4} \xrightarrow{I_1 = \frac{3}{2} I_2} \frac{3}{2} I_2 + I_2 = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{5}{2} I_2 = \frac{5}{4} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} \text{ A}$$

بنابراین آمپر سنج آرمانی مقدار $I_2 = \frac{1}{2} \text{ A}$ را نشان می دهد.

تست و پاسخ ۴۷

شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست کدام است؟

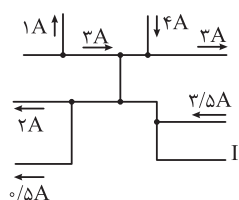
← ، ۵A (۲)

← ، ۷A (۴)

→ ، ۵A (۱)

→ ، ۷A (۳)

پاسخ: گزینه ۱



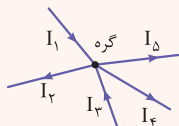
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



مشاوره کلاً از این مدل سؤال نترس، گره‌ها رو مشفق کن و روی شکل خود سؤال جریان‌های ورودی و خروجی رو به دست بیار. با وجود بعضی سؤالاتی زمان بر مدار، آگه اینو از دست بدی بافتی، بدم بافتی!

درس نامه •• قانون گره

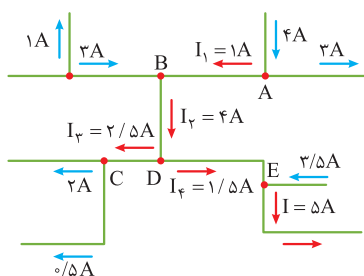
مجموع جریان‌های ورودی به هر گره با مجموع جریان‌های خروجی از آن گره برابر است. مطابق شکل زیر داریم:



جریان‌های ورودی: I_1 و I_2

جریان‌های خروجی: I_3 و I_4 و I_5 $\Rightarrow I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$ = مجموع جریان‌های خروجی = مجموع جریان‌های ورودی

پاسخ تشریحی طبق قانون گره، در شکل زیر داریم:



$$\text{A گره: } 4 = 3 + I_1 \Rightarrow I_1 = 1A$$

$$\text{B گره: } 1 + 3 = I_2 \Rightarrow I_2 = 4A$$

$$\text{C گره: } I_3 = 2 + 0/5 = 2/5 A$$

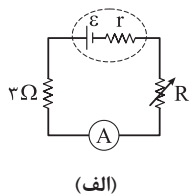
$$\text{D گره: } 4 = 2/5 + I_4 \Rightarrow I_4 = 1/5 A$$

$$\text{E گره: } 1/5 + 3/5 = I \Rightarrow I = 5A$$

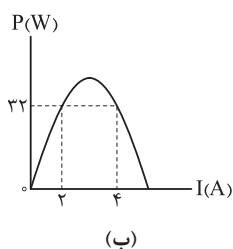
بنابراین جریان I برابر با $5A$ و به سمت راست ($\rightarrow$) است.

تست و پاسخ ۴۸

سه‌می نشان داده شده در شکل (ب)، مربوط به تغییرات توان خروجی مولد، در مدار شکل (الف) است. به ازای چه مقداری از R ، توان خروجی باتری بیشینه خواهد شد؟



(الف)



(ب)

- ۱ (۱)
۵ (۲)
۴ (۳)
۳ (۴)
۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

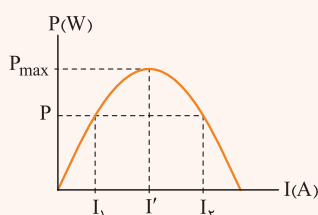
مشاوره توی فصل مدار، نمودارها پایگاه ویژه‌ای دارن و معمولاً توی کنکور ردّ پاشون دیده می‌شه. برو نمودارهای فصل مدار رو توی یک صفحه جمع بندی کن و بذار جلوی پیشمت تا فراموش نکنی.

درس نامه •• نکات مربوط به نمودار توان خروجی برحسب جریان گذرنده از باتری:

(۱) این نمودار به صورت سهمی با معادله $P = -rI^2 + \varepsilon I$ است.

(۲) این نمودار دارای قله (ماکزیمم) است که جریان مربوط به آن برابر با $I' = \frac{\varepsilon}{2r}$ است.

(۳) مطابق شکل روبه‌رو، این نمودار تقارن دارد، یعنی اگر به ازای جریان‌های مختلف I_1 و I_2 توان خروجی باتری یکسان باشد، $I' = \frac{I_1 + I_2}{2}$ است.





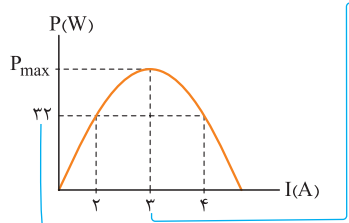
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

نکته وقتی مقاومت معادل خارجی مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد، توان خروجی باتری بیشینه است.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار تغییرات توان خروجی مولد برحسب جریان گذرنده از آن مطابق شکل زیر، مقاومت درونی مولد را

به دست می آوریم. با توجه به تقارن سهمی، درمی یابیم که جریان گذرنده در حالتی که توان خروجی بیشینه است، برابر با $I' = \frac{2+4}{2} = 3A$ است؛ بنابراین داریم:



$$I' = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow 3 = \frac{\varepsilon}{2r} \Rightarrow \varepsilon = 6r$$

$$P = \varepsilon I - rI^2 \xrightarrow[\varepsilon=6r, I=2A]{P=32W} 32 = 6r(2) - r(2^2) = 12r - 4r \Rightarrow 8r = 32 \Rightarrow r = 4\Omega$$

گام دوم: مقدار R را حساب می کنیم. می دانیم زمانی که مقاومت خارجی مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد، توان خروجی باتری بیشینه

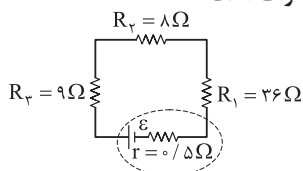
است؛ بنابراین داریم:

$$R_{eq} = r = 4\Omega \xrightarrow{R_{eq} = (R+3)\Omega} R + 3 = 4 \Rightarrow R = 1\Omega$$

حواستون باشه به ازای جریان $I = 4A$ هم به همین نتیجه می رسیم. به عنوان تمرین خودتان انجام دهید.

تست و پاسخ ۴۹

در مدار نشان داده شده، اگر توان مصرفی در مقاومت R_2 برابر با $7/2 W$ باشد، توان خروجی چند وات است؟



$$95/4 (2)$$

$$122/4 (1)$$

$$47/7 (4)$$

$$61/2 (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره طبق رابطه $P = RI^2$ توان مصرفی بقیه مقاومت ها رو براساس توان مصرفی مقاومت R_2 به دست بیار. بعدش

با داشتن توان مصرفی کل، توان فروبی باتری رو حساب کن.

درس نامه ••

توان مصرفی مقاومتی که از آن جریان I می گذرد، از رابطه زیر حساب می شود:

مقاومت (Ω)
 $\uparrow$
 $P = RI^2 \rightarrow$ جریانی (A)
 $\downarrow$
 توان مصرفی (W)

نکته در یک مدار تک حلقه ساده، توان خروجی باتری با مجموع توان های مصرفی مقاومت های خارجی برابر است؛ بنابراین مطابق رابطه زیر داریم:

$$P = \varepsilon I - rI^2 = R_{eq} I^2$$

پاسخ تشریحی می دانیم توان خروجی باتری با مجموع توان های مصرفی مقاومت های خارجی برابر است. از طرفی چون هر سه مقاومت با هم

متوالی هستند، جریان گذرنده از آن ها یکسان است و توان مصرفی با مقدار مقاومت رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \xrightarrow[R_2=8\Omega]{R_1=36\Omega, P_2=7/2W} \frac{7/2}{P_1} = \frac{8}{36} \Rightarrow P_1 = 32/4 W$$

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{R_3}{R_2} \xrightarrow[R_3=9\Omega]{P_2=7/2W, R_2=8\Omega} \frac{P_3}{7/2} = \frac{9}{8} \Rightarrow P_3 = 8/1 W$$

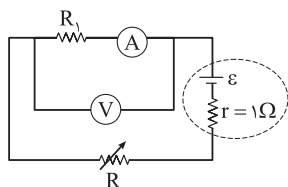
$$\Rightarrow P_{خروجی} = P_{مصرفی کل} = P_1 + P_2 + P_3 \Rightarrow P_{خروجی} = 32/4 + 7/2 + 8/1 = 47/2 W$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۵۰

در مدار نشان داده شده، مقاومت درونی آمپرسنج و ولتسنج به ترتیب $R_A = 5\Omega$ و $R_V = 20k\Omega$ است. اگر این دو وسیله به ترتیب اعداد $15/0\text{ mA}$ و 12 V را نشان دهند، R_1 چند اهم است؟



(۱) ۷۹۵

(۲) ۸۰۰

(۳) ۸۰۵

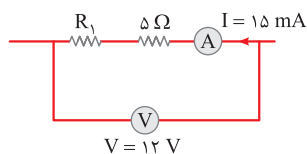
(۴) ۸۴۵

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره مشابه این سؤال توی کنکور ریاضی دافل کشور سال ۹۷ اومده بود و یه تیپ بدید بود. همین الان که اینو یاد گرفتی برو سراغ اون سؤال تا پرونده سؤالی این مدلی رو ببندی!

پاسخ تشریحی

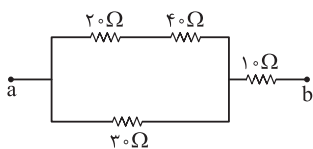
می‌دانیم ولتسنج آرمانی مقاومت خیلی زیاد و آمپرسنج آرمانی مقاومت ناچیزی دارد. در این جا مقاومت ولتسنج خیلی زیاد است ($R_V = 20k\Omega$)، بنابراین ولتسنج را آرمانی فرض می‌کنیم، ولی مقاومت آمپرسنج ناچیز نبوده و برابر با 5Ω است، بنابراین می‌توانیم آن را ترکیبی از یک مقاومت 5Ω اهمی و یک آمپرسنج آرمانی فرض کنیم؛ در نتیجه مطابق شکل مقابل که بخشی از مدار را نشان می‌دهد، داریم:



$$V = RI \xrightarrow[R=12V]{R=(R_1+5)\Omega, I=15mA=15 \times 10^{-3}A} 12 = (R_1 + 5) \times 15 \times 10^{-3} \Rightarrow 800 = R_1 + 5 \Rightarrow R_1 = 795\Omega$$

تست و پاسخ ۵۱

شکل زیر بخشی از یک مدار الکتریکی را نشان می‌دهد. اگر توان مصرفی مقاومتی که در یک مدت زمان معین بیشترین گرما را تولید می‌کند، 72 W باشد، توان مصرفی مقاومتی که در همین مدت زمان، کم‌ترین گرما را تولید می‌کند چند وات است؟



(۱) ۱۶

(۲) ۱۴

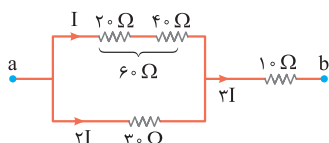
(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی

گام اول: طبق تکنیک تقسیم جریان، جریان گذرنده از هر مقاومت را حساب می‌کنیم. می‌دانیم در مقاومت‌های متوالی جریان‌ها برابر هستند و در مقاومت‌های موازی جریان با مقدار مقاومت رابطه عکس دارد. مقاومت‌های 20Ω اهمی و 40Ω اهمی متوالی هستند، بنابراین جریان گذرنده از آن‌ها یکسان (I) است. از طرفی معادل مقاومت‌های متوالی 20Ω و 40Ω با مقاومت 30Ω اهمی موازی است؛ بنابراین چون جریان به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شود، جریان گذرنده از مقاومت 30Ω اهمی دو برابر جریان گذرنده از مقاومت‌های متوالی 20Ω و 40Ω است (یعنی $2I$). در نهایت جریان گذرنده از مقاومت 10Ω برابر با مجموع جریان شاخه‌های بالا و پایین است (یعنی $I + 2I = 3I$).



در نتیجه مطابق شکل مقابل داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: طبق رابطه $P = RI^2$ ، مقاومت با بیشترین توان مصرفی و مقاومت با کمترین توان مصرفی را مشخص می‌کنیم:
(می‌دانیم هر چه یک مقاومت در مدت‌زمان معین گرمای بیشتری تولید کند، توان مصرفی بیشتری دارد).

$$P = RI^2 \begin{cases} P_{2\Omega} = 20(I)^2 = 20I^2 \\ P_{4\Omega} = 40(I)^2 = 40I^2 \\ P_{3\Omega} = 30(2I)^2 = 120I^2 \\ P_{1\Omega} = 10(3I)^2 = 90I^2 \end{cases}$$

بنابراین بیشترین توان مصرفی مربوط به مقاومت 3Ω اهمی و کمترین توان مصرفی مربوط به مقاومت 2Ω اهمی است.

گام سوم: با استفاده از نسبت بیشینه توان مصرفی به کمترین توان مصرفی، کمترین توان مصرفی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{120I^2}{20I^2} = 6 \xrightarrow{P_{\max}=72W} \frac{72}{P_{\min}} = 6 \Rightarrow P_{\min} = 12W$$

تست و پاسخ ۵۲

سه مقاومت $R_1 = 16\Omega$ ، $R_2 = 18\Omega$ و $R_3 = 48\Omega$ را به‌گونه‌ای به یکدیگر متصل کرده‌ایم که مقاومت معادل مجموعه 30Ω شده است. اگر دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل $60V$ متصل کنیم، جریان عبوری از مقاومت R_3 چند آمپر است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۱/۵ (۲)

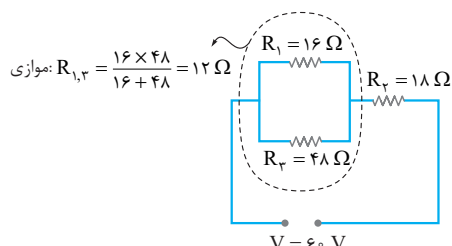
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره حل این سؤال به تسلط ویژه می‌تواند که فودت بتونی شکل مدار رو با توجه به مقاومت معادل تصور کنی. آگه از پیشش بر اومدی کارت خیلی درسته. آگه هم نه، فودت مثل این سؤال به سؤال دیگه طرح کن تا بهتر یاد بگیری.

درس‌نامه وقتی دو مقاومت به طور متوالی به یکدیگر بسته می‌شوند، مقاومت معادل آن‌ها، بزرگ‌تر از مقاومت هر یک از آن‌هاست. اما وقتی دو مقاومت به طور موازی بسته می‌شوند، مقاومت معادل آن‌ها، کوچک‌تر از مقاومت هر یک از آن‌هاست.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا نحوه به هم بسته شدن مقاومت‌ها را با توجه به مقاومت معادل مشخص می‌کنیم. با توجه به این که مقاومت معادل برابر با 30Ω است، درمی‌یابیم مقاومت‌های R_1 و R_3 به صورت موازی با هم بسته شده‌اند و مقاومت R_2 با مجموعه $R_{1,3}$ متوالی است؛ بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



$$\Rightarrow R_{eq} = R_{1,3} + R_2 = 12 + 18 = 30\Omega$$

گام دوم: جریان کل مدار را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{60V}{30\Omega} \rightarrow I = \frac{60}{30} = 2A$$

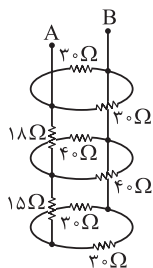
گام سوم: جریان گذرنده از مقاومت R_3 را حساب می‌کنیم. با توجه به این که مقاومت‌های R_1 و R_3 موازی هستند، درمی‌یابیم جریان‌ها به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند؛ بنابراین چون $R_3 = 3R_1$ است، جریان گذرنده از R_1 ، ۳ برابر جریان گذرنده از مقاومت R_3 است؛ بنابراین داریم:

$$I_1 + I_3 = I \xrightarrow{I_1=3I_3} 3I_3 + I_3 = 2 \Rightarrow I_3 = 0.5A$$



تست و پاسخ ۵۳

در شکل مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطه A و B چند اهم است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۲

(۴) ۱۰

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این تست بر اساس یکی از مسئله‌های آخر فصل ۲ کتاب فیزیک (۳) رشته ریاضی و با تغییراتی در آن، در این جا مطرح شده است.

درس نامه (۱) به هم بستن موازی مقاومت‌ها: مقاومت‌هایی را موازی می‌گوییم که هر دو سر آن‌ها به وسیله سیم‌های رابط، به یکدیگر متصل شده باشند. وقتی مقاومت‌های $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ به طور موازی بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

تذکر برای دو مقاومت موازی R_1 و R_2 می‌توان به اختصار نوشت:

(۲) به هم بستن متوالی مقاومت‌ها: دو مقاومت را متوالی می‌گوییم که فقط از یک سر به هم متصل بوده و از محل اتصال آن‌ها، هیچ انشعاب جریان‌داری خارج نگردد. وقتی مقاومت‌های $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ به طور متوالی به هم بسته شوند، مقاومت معادل آن‌ها (R_{eq}) از رابطه زیر به دست می‌آید:

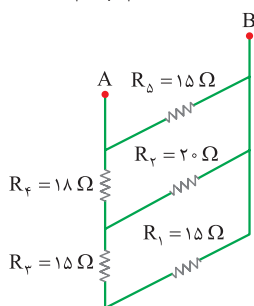
$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت‌های 30° اهمی با هم موازی‌اند. هم‌چنین مقاومت‌های 40° اهمی نیز با یکدیگر موازی‌اند. مقاومت معادل

آن‌ها را به دست آورده و شکل ساده‌تری از مدار را رسم می‌کنیم:

$$R_1 = \frac{30 \times 30}{30 + 30} = 15 \Omega$$

$$R_2 = \frac{40 \times 40}{40 + 40} = 20 \Omega$$

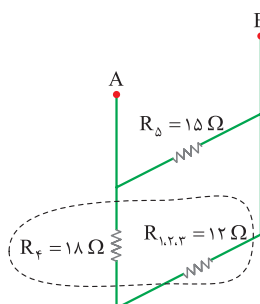


$$R_{1,3} = R_1 + R_3 = 15 + 15 = 30 \Omega$$

گام دوم: R_3 و R_1 متوالی هستند و داریم:

$R_{1,3}$ و R_2 موازی هستند. مقاومت معادل آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$R_{1,2,3} = \frac{R_{1,3} \times R_2}{R_{1,3} + R_2} = \frac{30 \times 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} = 12 \Omega$$





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

$$R_{\text{تا}1} = R_{3,2,1} + R_4 = 12 + 18 = 30 \Omega$$

گام سوم: $R_{1,2,3}$ و R_4 متوالی هستند و داریم:

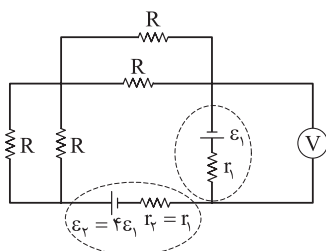
و بالاخره مقاومت معادل بین دو نقطه A و B را به دست می آوریم:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_{\text{تا}1} \times R_5}{R_{\text{تا}1} + R_5} = \frac{30 \times 15}{30 + 15} = \frac{450}{45} = 10 \Omega$$

R_5 و $R_{\text{تا}1}$ موازی هستند؛ پس می توان نوشت:

تست و پاسخ ۵۴

در مدار شکل زیر، اگر ولتسنج آرمانی عدد صفر را نشان دهد، نسبت $\frac{R}{r_1}$ کدام است؟



۱ (۱)

۳ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۴)

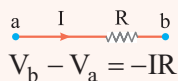
پاسخ: گزینه ۲

خود حل کنی بهتره ابتدا مقاومت معادل مدار (R_{eq}) را به دست آورید، سپس اختلاف پتانسیل دو سر مولد ε_1 را یک بار با عبور از مولد ε_1 و بار دیگر با عبور از مولد ε_2 برابر صفر قرار دهید. از ترکیب دو معادله به دست آمده، رابطه بین R و r_1 را پیدا کنید.

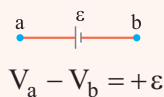
درس نامه •• محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار

ابتدا پتانسیل نقطه اول را می نویسیم، آن گاه از این نقطه روی مدار و در جهت دلخواه، به طور ذهنی به طرف نقطه دوم می رویم و ضمن گذر از هر قسمت، تغییر پتانسیل را می نویسیم تا به نقطه دوم برسیم. حاصل نوشته ها برابر پتانسیل نقطه دوم است. برای نوشتن تغییر پتانسیل الکتریکی، دو نکته زیر به کار می روند:

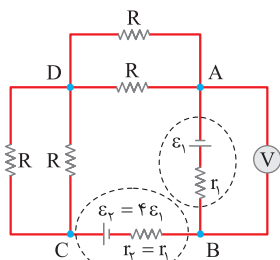
(۱) هرگاه در مدار و در جهت جریان از مقاومت R یا r بگذریم، پتانسیل به اندازه IR یا Ir کاهش می یابد (افت پتانسیل رخ می دهد) و اگر در خلاف جهت جریان از آن ها بگذریم، پتانسیل به همان اندازه افزایش می یابد.



(۲) بدون توجه به جهت جریان، هرگاه درون باتری از پایانه منفی به پایانه مثبت برویم، پتانسیل به اندازه ε افزایش می یابد و اگر برعکس، از پایانه مثبت به منفی برویم، پتانسیل به اندازه ε کاهش می یابد.



گام اول: مقاومت معادل خارجی مدار را به دست می آوریم. مقاومت های بین دو نقطه A و D با هم موازی اند:



$$R_{AD} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

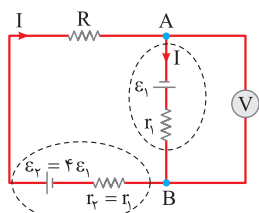
$$R_{CD} = \frac{R \times R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

مقاومت های بین دو نقطه C و D نیز با هم موازی اند:

$$R_{AC} = R_{AD} + R_{CD} = \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R$$

R_{CD} و R_{AD} به طور متوالی قرار دارند؛ بنابراین داریم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با توجه به این که هر دو مولد می‌خواهند جریان را به صورت ساعتگرد در مدار برقرار کنند، جهت جریان را روی شکل ساده‌تری از مدار نشان می‌دهیم:

گام سوم: به طور ذهنی در جهت جریان مدار حرکت می‌کنیم و چون ولت‌سنج آرمانی عدد صفر را نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$V_A + \varepsilon_1 - Ir_1 = V_B \xrightarrow{V_A=V_B} \varepsilon_1 - Ir_1 = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = Ir_1 \quad \text{(الف) با عبور از مولد } \varepsilon_1 \text{:}$$

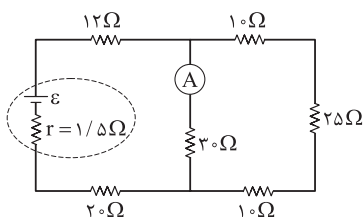
(ب) با عبور از مولد ε_2 :

$$V_B - Ir_2 + \varepsilon_2 - IR = V_A \xrightarrow[\substack{\varepsilon_2=4\varepsilon_1, r_2=r_1 \\ V_A=V_B}]{\varepsilon_1=Ir_1} -Ir_1 + 4\varepsilon_1 - IR = 0 \xrightarrow{\varepsilon_1=Ir_1} -\varepsilon_1 + 4\varepsilon_1 - IR = 0 \Rightarrow 3\varepsilon_1 = IR$$

گام چهارم: نتایج به دست آمده در قسمت‌های (الف) و (ب) از گام سوم را بر هم تقسیم می‌کنیم تا نسبت $\frac{R}{r_1}$ معلوم شود: $\frac{3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} = \frac{IR}{Ir_1} \Rightarrow 3 = \frac{R}{r_1}$

تست و پاسخ ۵۵

در شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی 300 mA را نشان دهد، توان خروجی باتری چند وات است؟



(۱) $12/5$

(۲) $17/5$

(۳) 20

(۴) 24

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره جریان الکتریکی در شاخه سمت راست و بعد از آن، جریان اصلی مدار را حساب کنید؛ سپس با داشتن مقاومت معادل مدار، توان مصرفی مقاومت‌های خارجی مدار را که همان توان خروجی باتری است، به دست آورید.

درس نامه ..

اختلاف پتانسیل (V) $\uparrow$
 $I = \frac{V}{R}$
 ← جریانی الکتریکی (A)
 مقاومت الکتریکی (Ω) $\downarrow$

(۱) در دمای ثابت برای رسانایی که از قانون اهم پیروی می‌کند، R مقدار ثابتی است و داریم:

(۲) مقاومت‌هایی که به صورت موازی بسته می‌شوند، اختلاف پتانسیل یکسانی دارند.

(۳) بنا به قاعده انشعاب، مجموع جریان‌هایی که به هر نقطه انشعاب (گره) وارد می‌شوند، برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌شوند.

(۴) توان خروجی باتری، همان توان مصرفی مدار است و از رابطه مقابل به دست می‌آید: $P = R_{eq} I^2 \rightarrow$ جریانی الکتریکی (A) توان (W) $\leftarrow$ مقاومت معادل مدار (Ω)

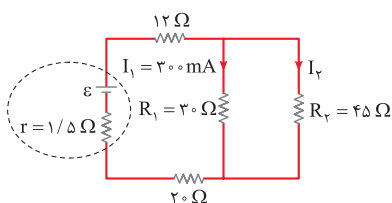
پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت‌هایی که در شاخه سمت راست مدار قرار دارند، متوالی

هستند. معادل آن‌ها را R_p می‌نامیم:

$$R_p = 10 + 20 + 10 = 40 \Omega$$

مقاومت‌های R_1 و R_p موازی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است؛ پس با توجه به قانون اهم می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_p \xrightarrow{V=IR} I_1 R_1 = I_p R_p \Rightarrow 300 \times 30 = I_p \times 40 \Rightarrow I_p = \frac{9000}{40} = 225 \text{ mA}$$





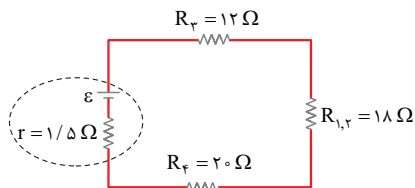
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام دوم: جریان اصلی مدار را با توجه به قاعده انشعاب به دست می آوریم:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I_1=300\text{mA}, I_2=200\text{mA}} I = 300 + 200 = 500\text{mA} = 0.5\text{A}$$

گام سوم: مقاومت معادل مدار را حساب می کنیم:



$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \xrightarrow{R_1=30\Omega, R_2=45\Omega} R_{1,2} = \frac{30 \times 45}{30 + 45} = 18\Omega$$

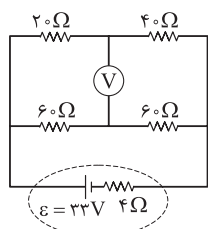
$$R_{eq} = R_r + R_{1,2} + R_f \Rightarrow R_{eq} = 12 + 18 + 20 = 50\Omega$$

$$P = R_{eq} \times I^2 \xrightarrow{R_{eq}=50\Omega, I=0.5\text{A}} P = 50 \times (0.5)^2 = 12.5\text{W}$$

گام چهارم: توان خروجی باتری، همان توان مصرفی مدار است:

تست و پاسخ ۵۶

در شکل روبه رو ولتسنج آرمانی چه عددی را بر حسب ولت نشان می دهد؟



۱۵ (۲)

۵ (۱)

۱۰ (۴)

۳۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

خود حل کنی بهتره ابتدا مقاومت معادل مدار را حساب کنید. سپس جریان اصلی مدار و جریان در شاخه های مدار را به دست آورید.

در پایان نیز به طور ذهنی در مدار حرکت کنید و اختلاف پتانسیل دو سر ولتسنج را پیدا کنید.

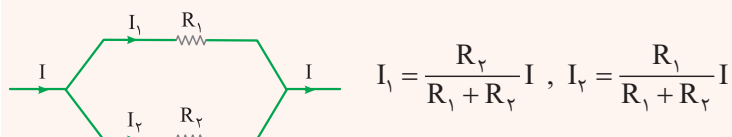
درس نامه ۱۰۰۱ ولتسنج آرمانی، مقاومت بسیار زیادی دارد و جریان عبوری از آن ناچیز است.

(۲) در یک مدار تک حلقه، جریان الکتریکی را از رابطه مقابل به دست می آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon \rightarrow (V)}{R_{eq} + r} \leftarrow \text{جریان الکتریکی (A)}$$

مقاومت درونی مولد (Ω) مقاومت معادل مدار (Ω)

(۳) در تقسیم جریان بین دو شاخه موازی، هر شاخه که مقاومت کمتری داشته باشد، جریان بیشتری از آن می گذرد:



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I, \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت معادل مدار را حساب می کنیم:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 20 + 40 = 60\Omega$$

● مقاومت های $R_1 = 20\Omega$ و $R_2 = 40\Omega$ متوالی هستند.

$$R_{3,4} = R_3 + R_4 = 60 + 60 = 120\Omega$$

● مقاومت های $R_3 = 60\Omega$ و $R_4 = 60\Omega$ متوالی هستند.

$$R_{eq} = \frac{R_{1,2} \times R_{3,4}}{R_{1,2} + R_{3,4}} = \frac{60 \times 120}{60 + 120} = 40\Omega$$

● $R_{3,4}$ و $R_{1,2}$ موازی هستند.

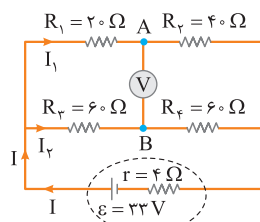
گام دوم: جریان اصلی مدار را به دست می آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon=33\text{V}, R_{eq}=40\Omega, r=4\Omega} I = \frac{33}{40 + 4} = \frac{3}{4}\text{A}$$

جریان های I_1 و I_2 را نیز محاسبه می کنیم:

$$I_1 = \frac{R_{3,4}}{R_{1,2} + R_{3,4}} \times I = \frac{120}{60 + 120} \times \frac{3}{4} \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2}\text{A}$$

$$I_2 = \frac{R_{1,2}}{R_{1,2} + R_{3,4}} \times I = \frac{60}{60 + 120} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\text{A}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



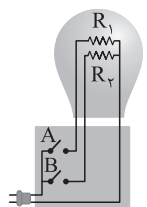
گام سوم: به طور ذهنی روی مدار از نقطه A به طرف نقطه B حرکت می‌کنیم و ضمن گذر از هر قسمت، اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم تا اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B به دست آید:

$$V_A + I_1 R_1 - I_2 R_2 = V_B \xrightarrow{I_1 = \frac{1}{2}A, R_1 = 2\Omega} V_A + \frac{1}{2} \times 2 - \frac{1}{4} \times 6 = V_B \Rightarrow V_A + 1 - 1.5 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 0.5V$$

تست و پاسخ ۵۷

یک لامپ سه‌راهه که دو رشته دارد، مطابق شکل، برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر کم‌ترین و بیشترین توان مصرفی این

لامپ به ترتیب $P_{\min}$ و $P_{\max}$ بوده و $P_{\max} = 4P_{\min}$ باشد، نسبت مقاومت رشته‌های لامپ $(\frac{R_1}{R_2})$ کدام است؟ ($R_1 > R_2$)



۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره این تست بر اساس مثال ۲-۱۵ از کتاب فیزیک (۲) رشته ریاضی طرح شده است. علاوه بر پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی، مثال‌های آن را هم جدی بگیرید.

درس‌نامه ۱۱۱ توان الکتریکی مصرفی در یک مقاومت R که دو سر آن به اختلاف پتانسیل V وصل شده است، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow (V) \text{ اختلاف پتانسیل} \rightarrow (W) \text{ توان}$$

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow (R) \text{ مقاومت الکتریکی}$$

(۲) به ازای یک اختلاف پتانسیل معین، بیشترین توان مربوط به کم‌ترین مقاومت و کم‌ترین توان، مربوط به بیشترین مقاومت است.

پاسخ تشریحی گام اول: در به هم بستن موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل، کوچک‌تر از هر یک از مقاومت‌هاست؛ بنابراین بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هر دو بسته‌اند:

$$R_{\min} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}}$$

گام دوم: کم‌ترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به رشته با مقاومت بیشتر بسته شده است. در این جا چون $R_1 > R_2$ است، داریم:

$$R_{\max} = R_1, \quad P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}}$$

گام سوم: نسبت مقاومت‌های R_1 و R_2 را حساب می‌کنیم:

$$P_{\max} = 4P_{\min} \Rightarrow \frac{V^2}{R_{\min}} = 4 \times \frac{V^2}{R_{\max}} \Rightarrow R_{\max} = 4R_{\min} \Rightarrow R_1 = 4 \times \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow 4R_2 = R_1 + R_2 \Rightarrow 3R_2 = R_1 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 3$$

تست و پاسخ ۵۸

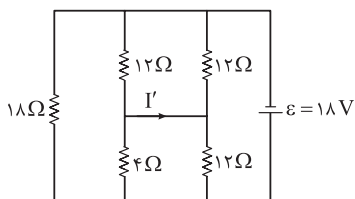
در مدار شکل مقابل، I' چند آمپر است؟

صفر (۱)

۱/۵ (۲)

۰/۵ (۳)

۲ (۴)



پاسخ: گزینه ۳

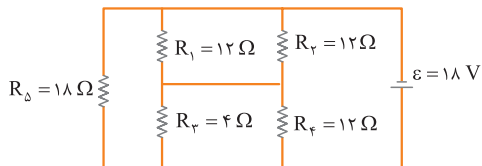


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

خودت حل کنی بهتره مقاومت معادل مدار و جریان اصلی مدار را حساب کنید، سپس جریان در شاخه‌های مختلف مدار را به دست آورید و با استفاده از قانون گره، در محلی که به جریان I' ربط دارد، مقدار I' را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: مقاومت معادل را حساب می‌کنیم:



$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \times 12}{12 + 12} = 6 \Omega$$

R_2 و R_1 موازی هستند:

$$R_{3,4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{4 \times 12}{4 + 12} = 3 \Omega$$

R_4 و R_3 موازی هستند.

$$R_{4,1,2} = R_{1,2} + R_{3,4} = 6 + 3 = 9 \Omega$$

$R_{3,4}$ و $R_{1,2}$ متوالی هستند.

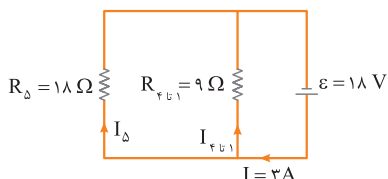
$$R_{eq} = \frac{R_{\Delta} \times R_{4,1,2}}{R_{\Delta} + R_{4,1,2}} = \frac{18 \times 9}{18 + 9} = 6 \Omega$$

R_{Δ} و $R_{4,1,2}$ موازی هستند.

گام دوم: جریان اصلی مدار و جریان در شاخه‌های مختلف را به دست می‌آوریم:

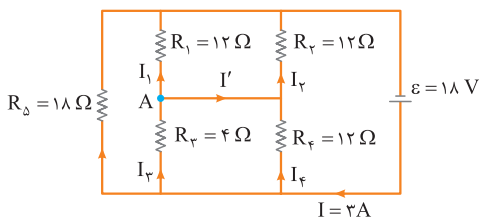
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 18 V, r = 0} I = \frac{18}{6 + 0} = 3 A$$

جریان در مقاومت $R_{4,1,2}$ را حساب می‌کنیم:



$$I_{4,1,2} = \frac{R_{\Delta}}{R_{\Delta} + R_{4,1,2}} \times I \xrightarrow{I = 3 A} I_{4,1,2} = \frac{18}{18 + 9} \times 3 = 2 A$$

گام سوم: جریان‌های I_1 و I_3 را محاسبه می‌کنیم:



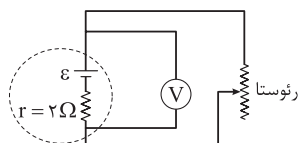
$$I_3 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \times I_{4,1,2} \xrightarrow{I_{4,1,2} = 2 A} I_3 = \frac{12}{4 + 12} \times 2 = 1/5 A$$

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times I_{4,1,2} \xrightarrow{I_{4,1,2} = 2 A} I_1 = \frac{12}{12 + 12} \times 2 = 1 A$$

گام چهارم: قانون گره را در نقطه A می‌نویسیم و جریان I' را پیدا می‌کنیم: $I_3 = I_1 + I' \xrightarrow{I_3 = 1/5 A, I_1 = 1 A} 1/5 = 1 + I' \Rightarrow I' = 0/5 A$

تست و پاسخ ۵۹

در مدار زیر مقاومت رئوستا 8Ω است. مقاومت رئوستا را چند اهم تغییر دهیم تا عددی که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد ۲۵ درصد کاهش یابد؟



۲ (۵)

۷/۵ (۱)

۰/۵ (۴)

۳ (۳)

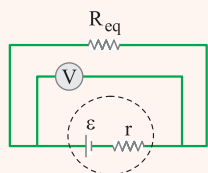
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره رابطه مستقل از جریان در یک مدار تک حلقه را در دو حالت اول و دوم بنویسید و با توجه به این که نیروی محرکه مولد در هر دو حالت یکسان است، مقاومت رئوستا در حالت دوم را محاسبه کرده و تغییر مقاومت رئوستا را به دست آورید.

درس نامه ●● رابطه مستقل از جریان در یک مدار تک حلقه



$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \\ I &= \frac{V}{R_{eq}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V)} \\ &\text{نیروی محرکه مولد (V)} \end{aligned} \Rightarrow \frac{V}{R_{eq}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$$

مقاومت درونی مولد (Ω) مقاومت معادل مدار (Ω)

توجه ولتسنج آرمانی، مقاومت بسیار زیادی دارد و جریان عبوری از آن ناچیز است.

پاسخ تشریحی گام اول: رابطه مستقل از جریان را در دو حالت اول و دوم می نویسیم:

حالت اول: $\frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{R=8\Omega, r=2\Omega} \frac{V}{8} = \frac{\varepsilon}{8+2} \Rightarrow V = \frac{4}{5}\varepsilon$

حالت دوم: $\frac{V'}{R'} = \frac{\varepsilon}{R' + r} \xrightarrow{r=2\Omega} V' = \frac{R'\varepsilon}{R' + 2}$

حواستون باشه وقتی مقاومت های خارجی مدار تغییر می کنند، مشخصات مولد یعنی ε و r تغییر نمی کنند.

گام دوم: با توجه به صورت سؤال که عدد ولتسنج ۲۵ درصد کاهش یافته، یعنی مقدار آن به ۷۵ درصد ($\frac{3}{4}$) مقدار اولیه رسیده است، داریم:

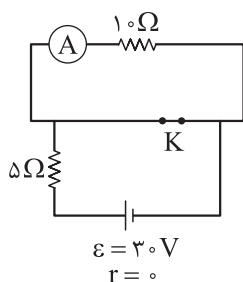
$$V' = \frac{3}{4}V \Rightarrow \frac{R'\varepsilon}{R' + 2} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}\varepsilon \Rightarrow \frac{R'}{R' + 2} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5R' = 3R' + 6 \Rightarrow 2R' = 6 \Rightarrow R' = 3\Omega$$

$$R - R' = 8 - 3 = 5\Omega$$

و در پایان اندازه تغییر مقاومت رئوستا را محاسبه می کنیم:

تست و پاسخ ۶۰

در مدار زیر اگر کلید K را باز کنیم، جریانی که آمپرسنج آرمانی نشان می دهد، چند آمپر تغییر می کند؟



۶ (۱)

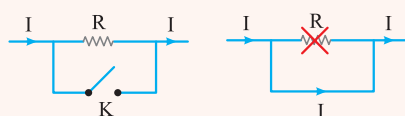
۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه ●●



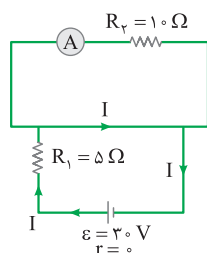
اتصال کوتاه: هرگاه دو سر یک مقاومت، به وسیله یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم گذشته و از مقاومت، هیچ جریانی نمی گذرد. در این حالت اصطلاحاً می گوییم که آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می گردد. به عبارت دیگر به جای آن مقاومت، یک قطعه سیم رابط قرار می گیرد.

تذکر یک آمپرسنج آرمانی، مقاومت ناچیزی دارد.

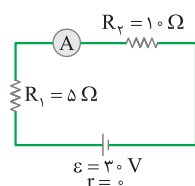


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



پاسخ تشریحی گام اول: در حالتی که کلید بسته (وصل) است، مقاومت R_2 اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد؛ بنابراین آمپرسنج جریان صفر را نشان می‌دهد.



گام دوم: در حالتی که کلید K را باز می‌کنیم، مقاومت‌های R_1 و R_2 به طور متوالی قرار می‌گیرند و آمپرسنج، جریان اصلی مدار را نشان می‌دهد.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 5 + 10 = 15 \Omega$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\varepsilon = 3.0 \text{ V}, r = 0} I = \frac{3.0}{15} = 2 \text{ A}$$

بنابراین جریان آمپرسنج آرمانی از صفر به 2 A می‌رسد، یعنی 2 A تغییر می‌کند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی یازدهم: صفحه‌های ۶۵ تا ۸۵

تست و پاسخ ۶۱

کدام مطلب درست است؟ $\Delta H < 0$

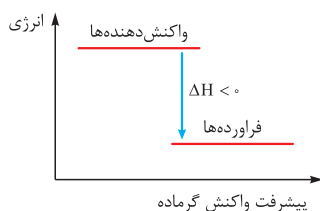
- (۱) با انجام واکنش شیمیایی گرماده در یک سامانه، مواد با آنتالپی کم‌تر به موادی با آنتالپی بیشتر تبدیل می‌شوند.
 (۲) هر نمونه ماده، شامل مجموعه‌ای از شمار بسیار زیادی مولکول‌های سازنده آن ماده است.
 (۳) تغییر آنتالپی هر واکنش، هم‌ارز با گرمایی است که در حجم ثابت با محیط پیرامون، دادوستد می‌کند.
 (۴) عبارت «۳ مول $\text{SO}_2(\text{g})$ ، در شرایط STP» را می‌توان به یک نمونه ماده نسبت داد.

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی: یک نمونه ماده، با مقدار آن در دما و فشار معین توصیف می‌شود؛ بنابراین ۳ مول SO_2 در شرایط STP (دمای 0°C و فشار ۱ atm) را می‌توان یک نمونه ماده دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) در واکنش‌های گرماده، مواد با آنتالپی بیشتر به مواد با آنتالپی کم‌تر تبدیل می‌شوند؛ به عبارت دیگر سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها پایین‌تر است.



- (۲) ذره‌های سازنده همه مواد، مولکول نیست! در واقع باید گفت که هر نمونه ماده شامل مجموعه‌ای از شمار بسیار زیادی ذره‌های سازنده است.
 (۳) تغییر آنتالپی، هم‌ارز با گرمایی است که هنگام انجام واکنش، در فشار ثابت (نه حجم ثابت!) با محیط پیرامون مبادله می‌شود:

$$\Delta H = Q_p$$

تست و پاسخ ۶۲

تفاوت جرم مولی دو ماده آلی ۲- هپتانون و بنزالدهید برابر با چند گرم است؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

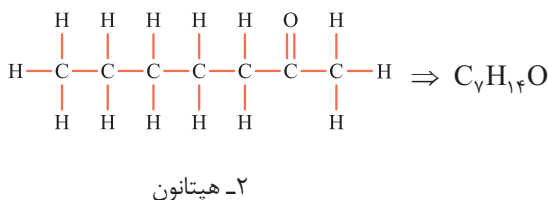
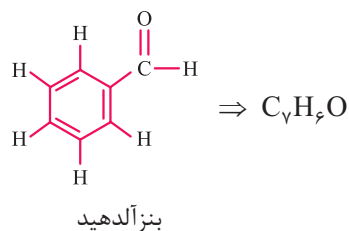
۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی: فرمول ساختاری و مولکولی دو ترکیب مورد نظر به صورت زیر است:

$$\text{تفاوت جرم مولی ۲- هپتانون و بنزالدهید} = \text{C}_7\text{H}_{14}\text{O} - \text{C}_7\text{H}_6\text{O} = [(7 \times 12) + (14 \times 1) + 16] - [(7 \times 12) + (6 \times 1) + 16] = 8 \text{ g}$$

توجه: نیازی به محاسبه جرم مولی ترکیب‌ها به صورت جداگانه نیست. فقط کافیه اختلاف تعداد اتم‌های دو ترکیب را به دست آوریم:

$$\underbrace{\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}}_{\text{۲-هپتانون}} - \underbrace{\text{C}_7\text{H}_6\text{O}}_{\text{بنزالدهید}} = 8\text{H} \Rightarrow \text{اختلاف جرم دو ترکیب برابر ۸ گرم است.}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۶۳

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در واکنش‌های گازی، هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده ساده‌تر باشند، آنتالپی واکنش محاسبه‌شده به کمک آنتالپی‌های پیوند با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری دارد.
- (۲) انرژی لازم برای شکستن پیوندهای اشتراکی موجود در یک مول Br_2 در دمای اتاق و تبدیل آن به ۲ مول Br ، برابر با آنتالپی پیوند $\text{Br}-\text{Br}$ است.
- (۳) با کاهش دما در واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ ، شدت رنگ قهوه‌ای مخلوط کاهش می‌یابد.
- (۴) در میان پیوندهای « $\text{N}-\text{H}$ ، $\text{N}\equiv\text{N}$ ، $\text{O}=\text{O}$ ، $\text{C}\equiv\text{C}$ ، $\text{O}-\text{H}$ »، برای دو پیوند نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

پاسخ: گزینه ۲

درس‌نامه ●● برای پیوندهایی که حداقل ۲ و یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌تواند در یک مولکول وجود داشته باشد، اطلاق نام میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است، اما در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دواتمی وجود دارد، مثل $\text{H}-\text{H}$ در H_2 ، $\text{N}\equiv\text{N}$ در N_2 ، $\text{O}=\text{O}$ در O_2 ، $\text{Cl}-\text{Cl}$ در Cl_2 ، $\text{Br}-\text{Br}$ در Br_2 ، $\text{H}-\text{F}$ در HF ، $\text{H}-\text{Cl}$ در HCl ، $\text{H}-\text{I}$ در HI و ... چون فقط یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، دیگر نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

پاسخ تشریحی آنتالپی پیوند $\text{Br}-\text{Br}$ برابر با آنتالپی واکنش $\text{Br}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{Br}(\text{g})$ است، یعنی Br_2 باید به حالت گاز باشد، اما می‌دانیم که برم در دمای اتاق مایع است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۱) هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده در یک واکنش ساده‌تر باشند یا اگر برای پیوندهای موجود در مواد شرکت‌کننده یک واکنش نیازی به استفاده از «میانگین آنتالپی پیوند» نباشد! ΔH محاسبه‌شده به کمک آنتالپی‌های پیوند، همخوانی بیشتری با داده‌های تجربی دارد.
- (۳) با کاهش دما، واکنش $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) + \text{Q} \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ ، در جهت برگشت جابه‌جا شده و از مقدار گاز NO_2 قهوه‌ای‌رنگ کاسته می‌شود؛ بنابراین شدت رنگ قهوه‌ای کاهش می‌یابد.
- (۴) از میان پیوندهای داده‌شده، برای پیوندهای $\text{O}=\text{O}$ و $\text{N}\equiv\text{N}$ نیازی به استفاده از واژه «میانگین آنتالپی پیوند» نیست.

تست و پاسخ ۶۴

اگر گرمای حاصل از واکنش: $2\text{PCl}_3(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{POCl}_3(\text{l}) + 650 \text{ kJ}$ صرف تأمین گرمای لازم برای انجام واکنش زیر شود، در این صورت برای تأمین گرما جهت مصرف کامل ۷ گرم گاز نیتروژن، چند گرم فسفر تری‌کلرید با خلوص ۵۵٪ باید مصرف شود؟

($\text{Cl} = 35.5$, $\text{P} = 31$, $\text{N} = 14$: $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)



۲۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲۷/۵ (۲)

۱۵/۱۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی روش اول:

گام اول: مقدار گرمای لازم برای مصرف کامل ۷ گرم گاز نیتروژن را پیدا می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 7 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{260 \text{ kJ}}{1 \text{ mol N}_2} = 65 \text{ kJ}$$

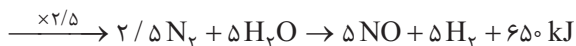
گام دوم: مقدار PCl_3 ناخالص مصرف‌شده را برای تولید ۶۵ kJ انرژی، محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g PCl}_3 \text{ ناخالص} = 65 \text{ kJ} \times \frac{2 \text{ mol PCl}_3}{650 \text{ kJ}} \times \frac{137.5 \text{ g PCl}_3}{1 \text{ mol PCl}_3} \times \frac{100 \text{ g PCl}_3 \text{ ناخالص}}{55 \text{ g PCl}_3 \text{ خالص}} = 50 \text{ g PCl}_3 \text{ ناخالص}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

روش دوم:

گام اول: با ضرب معادله دوم در $2/5$ ، گرمای تولیدی در دو واکنش را با هم برابر می‌کنیم:



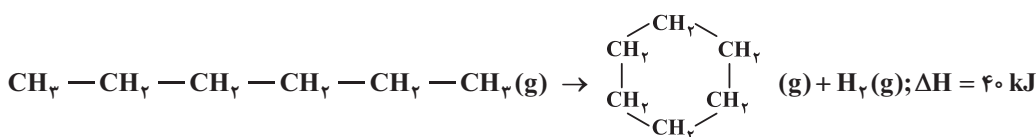
گام دوم: با استفاده از کسر تناسب بین جرم PCl_3 ناخالص و جرم N_2 مصرفی رابطه برقرار می‌کنیم:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} \Rightarrow \frac{\gamma}{2/5 \times 28} = \frac{x \times \frac{55}{100}}{2 \times 137/5} \Rightarrow x = 50 \text{ g}$$

تست و پاسخ ۶۵

با توجه به واکنش زیر، آنتالپی پیوند $(H-H)$ بر حسب کیلوژول بر مول کدام است؟

«آنتالپی پیوندهای $C-H$ و $C-C$ به ترتیب برابر با 412 و 348 کیلوژول بر مول است.»



۵۰۶ (۴)

۲۱۸/۵ (۳)

۸۷۲ (۲)

۴۳۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکته برای محاسبه ΔH یک واکنش گازی به کمک آنتالپی‌های پیوند، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای در مواد فراورده}]$$

پاسخ تشریحی فوشبفتانه! صورت سؤال فرمول ساختاری مواد شرکت‌کننده در واکنش را داده و مستقیم می‌ریم سراغ رابطه آنتالپی:

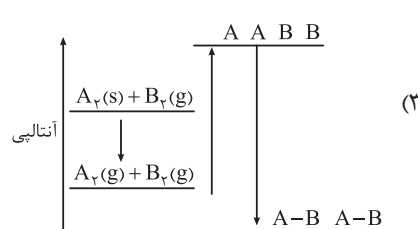
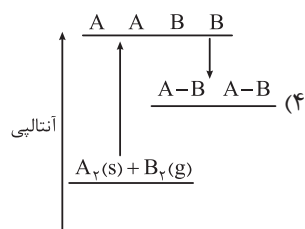
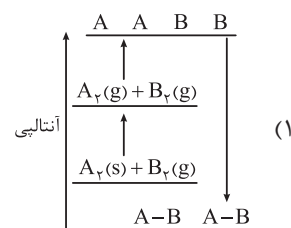
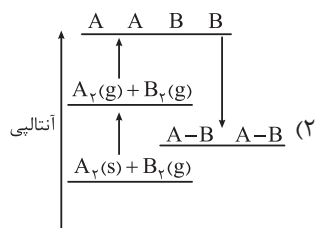
$$\Delta H = [5\Delta H(C-C)] + 14\Delta H(C-H) - [6\Delta H(C-C) + 12\Delta H(C-H) + \Delta H(H-H)]$$

در این رابطه، آنتالپی پیوندهای مشابه با هم ساده می‌شوند و خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (2 \times 412) - 348 - \Delta H(H-H) = 40 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H(H-H) = 436 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$$

تست و پاسخ ۶۶

کدام یک از نمودارهای زیر، می‌تواند آنتالپی واکنش $A_r(s) + B_r(g) \rightarrow 2AB(g) + Q$ را از طریق آنتالپی پیوند بین اتم‌ها توجیه کند؟



پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی

برای توجیه آنتالپی واکنش مورد نظر از طریق آنتالپی پیوندها، باید سه مرحله زیر انجام شود:

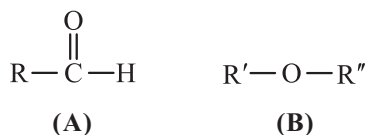
مرحله ۱: همه مواد باید در حالت گازی باشند؛ پس $A_p(s)$ باید از طریق فرایند گرماگیر تصعید به $A_p(g)$ تبدیل شود. (رد ۳ و ۴)

مرحله ۲: پیوند بین اتمها در مولکولهای A_p و B_p باید طی یک فرایند گرماگیر شکسته شوند.

مرحله ۳: بین اتمهای A و B باید طی یک فرایند گرماده پیوند تشکیل شود. از آنجا که ΔH واکنش کلی منفی است؛ پس گرمای آزاد شده در مرحله ۳ باید از گرمای مصرف شده در مراحل ۱ و ۲ بیشتر باشد. (رد ۲)

تست و پاسخ ۶۷

با توجه به ساختارهای داده شده، درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)



- اگر R' و R'' گروههای متیل باشند، سادهترین عضو خانواده اترها به وجود می آید.
 - اگر ترکیب B یک الکل و R و R'' ، گروه اتیل باشند، تفاوت جرم مولی A و B برابر ۱۲ گرم است.
 - اگر گروه آلکیل با ۵ اتم کربن باشد، ترکیب A با ترکیب $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_4\text{OH}$ ایزومر است.
 - اگر R گروه C_6H_5 باشد، ترکیب آلی موجود در بادام به وجود می آید.
- (۱) درست - نادرست - درست - درست
(۲) نادرست - نادرست - درست - درست
(۳) درست - درست - درست - درست
(۴) نادرست - درست - نادرست - درست

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● گروههای عاملی

گروههای عاملی که در فصل ۲ یازدهم می خوانیم! رو در جدول زیر براتون آورديم:

نام خانواده	آلدهیدها	کتونها	الکلها	اترها	کربوکسیلیک اسیدها
فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-H \end{array}$ آلدهیدی	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C- \end{array}$ کربونیل	$-OH$ هیدروکسیل	$-O-$ اتری	$\begin{array}{c} O \\ \\ -C-O-H \end{array}$ کربوکسیل
فرمول کلی	$R-C(=O)-H$ هیدروژن یا گروه هیدرو کربنی است.	$R-C(=O)-R'$ گروه R و R' هیدرو کربنی هستند.	$R-OH$ گروه R هیدرو کربنی است.	$R-O-R'$ گروه R و R' هیدرو کربنی هستند.	$R-C(=O)-OH$ هیدروژن یا گروه هیدرو کربنی است.
فرمول ساختاری سادهترین عضو خانواده	$H-C(=O)-H$	$CH_3-C(=O)-CH_3$	CH_3-OH	CH_3-O-CH_3	$H-C(=O)-OH$

پاسخ تشریحی همه عبارتهای داده شده درست است.

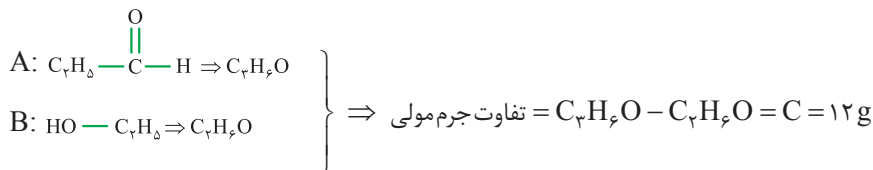
بررسی موارد:

• اگر R' و R'' ، هر دو گروه متیل، باشند، ترکیب CH_3-O-CH_3 به دست می آید که سادهترین عضو خانواده اترهاست.

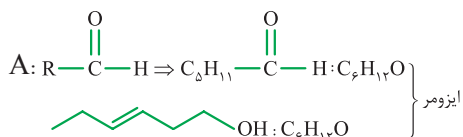
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



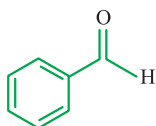
● با توجه به توضیحات داده شده، R' باید اتم هیدروژن باشد و ساختار ترکیب‌های A و B به صورت زیر است:



● فرمول گروه آلکیل ۵ کربنی به صورت C_5H_{11} است، بنابراین:

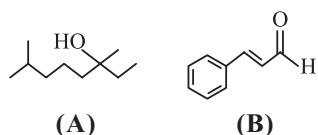


● اگر R گروه C_6H_5 باشد، بنزآلدهید با ساختار مقابل به دست می‌آید که در بادام وجود دارد.



تست و پاسخ ۶۸

ترکیبات A و B از جمله ترکیبات آلی موجود در طبیعت هستند. کدام مطلب درباره این دو ترکیب درست است؟



(۱) فرمول مولکولی ترکیب A به صورت $C_{10}H_{18}O$ است.

(۲) ترکیب B متعلق به خانواده‌ای از ترکیبات آلی است که ساده‌ترین عضو آن‌ها، دو کربن دارد.

(۳) در ترکیب‌های A و B در مجموع ۵۵ الکترون پیوندی وجود دارد.

(۴) تعداد جفت‌الکترون‌های ناپیوندی ترکیب A، یک‌چهارم تعداد اتم‌های هیدروژن ترکیب B است.

پاسخ: گزینه ۴

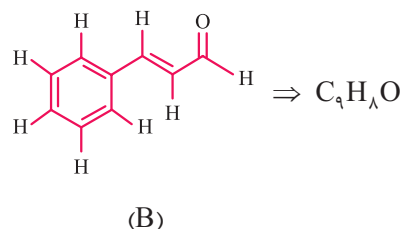
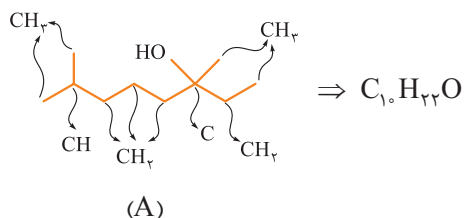
درس نامه

با توجه به این‌که در ترکیب‌های آلی، هر اتم کربن، ۴ الکترون، هر اتم هیدروژن، ۱ الکترون، هر اتم اکسیژن، ۲ الکترون و هر اتم نیتروژن، ۳ الکترون نیاز دارد تا به آرایش هشت‌تایی برسد و از طرفی هر پیوند اشتراکی (کووالانسی) معادل ۲ الکترون است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{(3 \times \text{تعداد اتم‌های N}) + (2 \times \text{تعداد اتم‌های O}) + (1 \times \text{تعداد اتم‌های هیدروژن}) + (4 \times \text{تعداد اتم‌های کربن})}{2} = \text{تعداد پیوند اشتراکی یا جفت‌الکترون پیوندی}$$

هواستون باشد که اگر سؤال تعداد الکترون‌های پیوندی را بخواهد، تقسیم بر دو نمی‌کنیم، زیرا هر پیوند اشتراکی، شامل دو الکترون است.

ساختار و فرمول مولکولی ترکیب‌های داده شده به صورت زیر است:



از آن‌جا که هر اتم اکسیژن دو جفت‌الکترون ناپیوندی دارد، تعداد جفت‌الکترون ناپیوندی ترکیب A برابر با دو است؛ بنابراین:

$$\frac{\text{تعداد جفت‌الکترون‌های ناپیوندی ترکیب A}}{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن ترکیب B}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) فرمول مولکولی ترکیب A به صورت $C_{10}H_{20}O$ است.

(۲) در ترکیب B، گروه عاملی آلدهیدی ($-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-H$) وجود دارد که ساده‌ترین عضو آن، $H-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-H$ بوده و یک کربن دارد.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۳ هر دو ترکیب فقط از اتم‌های C، H و O تشکیل شده‌اند؛ بنابراین داریم:

$$(C \times 4) + (H \times 1) + (O \times 2) = \text{تعداد الکترون‌های پیوندی}$$

$$\left. \begin{aligned} A \text{ تعداد الکترون‌های پیوندی} &= (10 \times 4) + 22 + 2 = 64 \\ B \text{ تعداد الکترون‌های پیوندی} &= (9 \times 4) + 8 + 2 = 46 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 64 + 46 = 110$$

تست و پاسخ ۶۹

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

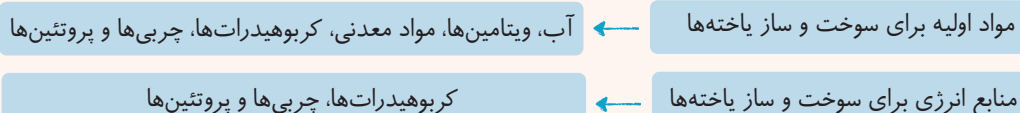
- کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و ویتامین‌ها، افزون بر تأمین مواد اولیه برای سوخت و ساز سلول‌ها، منابعی برای تأمین انرژی بدن هستند.
- تنها کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها می‌توانند در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل شود.
- ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها و چربی‌ها یکسان بوده و بیشتر از ارزش سوختی پروتئین‌ها است.
- قند خون، همان گلوکز است که هنگام اکسایش در بدن انرژی تولید می‌کند و در اختیار یاخته‌ها قرار می‌دهد؛ از این‌رو بدن ما گلوکز را بیشتر از چربی‌ها ذخیره می‌کند.

- | | |
|-----------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) صفر | ۳ (۳) |

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها

• بدن ما مواد گوناگونی شامل کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها، پروتئین‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی را از غذا دریافت می‌کند. در این میان، کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها علاوه بر تأمین مواد اولیه سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تأمین انرژی آن‌ها نیز هستند.



• در بین کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، فقط کربوهیدرات‌ها هستند که در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود. خون، این ماده را به یاخته‌ها می‌رساند و این ماده هنگام اکسایش در یاخته‌ها $(C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O + Q)$ ، انرژی تولید می‌کند. گلوکز به قند خون معروف است. از این‌رو چربی که کربوهیدرات‌ها خیلی سریع به گلوکز شکسته شده و انرژی آزاد می‌کنند، در صورت نیاز فوری و ضروری به انرژی، برید سرانجام خوراکی‌هایی که کربوهیدرات بیشتری دارند؛ مثل شکلات یا برگه زردآلو!

• مقایسه ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها به صورت زیر است:

$$\text{پروتئین} = \text{کربوهیدرات} > \text{چربی: ارزش سوختی}$$

$$38 \text{ kJ.g}^{-1} \quad 17 \text{ kJ.g}^{-1} \quad 17 \text{ kJ.g}^{-1}$$

پاسخ تشریحی همه عبارت‌های داده شده نادرست‌اند.

- فقط کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، منابع تأمین انرژی در بدن هستند.
- فقط کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته می‌شوند.
- ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها با پروتئین‌ها برابر بوده و ارزش سوختی چربی بیش از دو برابر ارزش سوختی هر یک از این دو ماده غذایی است.
- چربی‌ها دارای مولکول‌های ناقطبی بوده و در آب نامحلول هستند و از این‌رو نمی‌توانند به همراه آب از بدن دفع شوند. از طرف دیگر، ارزش سوختی چربی‌ها بیشتر از کربوهیدرات‌ها و پروتئین‌هاست. از این‌رو بدن چربی را بیشتر ذخیره می‌کند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۰

انرژی آزاد شده به ازای تولید ۱۱ گرم کربن دی اکسید در واکنش سوختن کامل پروپان، چند کیلوژول کم تر از انرژی آزاد شده به ازای تولید ۹ گرم آب در واکنش سوختن کامل اتانول است؟ (آنتالپی سوختن پروپان و اتانول را، به ترتیب ۲۰۵۸- و ۱۳۶۸- کیلوژول بر مول در نظر بگیرید: $(H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1})$)

۷۶ / ۵ (۴)

۴۶ / ۵ (۳)

۵۶ / ۵ (۲)

۶۶ / ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: واکنش سوختن پروپان (C_3H_8) و اتانول (C_2H_5OH) را نوشته و موازنه می کنیم:



گام دوم: میزان انرژی مبادله شده هنگام تولید ۱۱ گرم کربن دی اکسید در واکنش سوختن پروپان و ۹ گرم آب در واکنش سوختن اتانول را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ kJ} = 11 \text{ g CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2} \times \frac{2058 \text{ kJ}}{3 \text{ mol CO}_2} = 171 / 5 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 9 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1368 \text{ kJ}}{3 \text{ mol H}_2\text{O}} = 228 \text{ kJ}$$

بنابراین اختلاف انرژی تولید شده در این دو واکنش، برابر با $56 / 5 \text{ kJ}$ خواهد بود. $228 - 171 / 5 = 56 / 5$

تست و پاسخ ۷۱

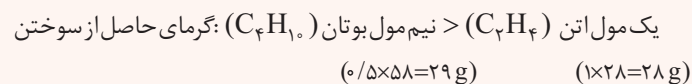
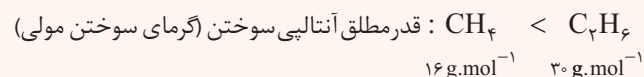
کدام عبارت نادرست است؟

- (۱) برخلاف گرمای سوختن مولی، گرمای سوختن یک گرم متان بیشتر از یک گرم اتان است.
- (۲) هر چند همه واکنش های سوختن و اکسایش، گرماده هستند، اما ارزش سوختی بدون علامت گزارش می شود.
- (۳) گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان نسبت به نیم مول هگزان می تواند مقدار بیشتری آب 25°C را به جوش آورد.
- (۴) گرمای حاصل از سوختن یک گرم گاز هیدروژن بیشتر از یک گرم اتم هیدروژن است.

پاسخ: گزینه ۴

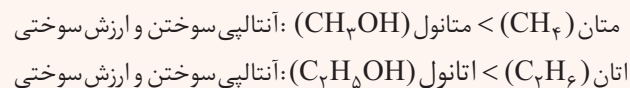
درس نامه

● به طور کلی هر چه مقدار جرم یک هیدروکربن بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن، بیشتر است. به طور مثال، برای مقایسه آنتالپی سوختن آلکان ها، آلکین ها و آلکین ها «یعنی گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن ها» باید جرم مولی آن ها را با هم مقایسه کنیم. هر کدام که جرم مولی بیشتری داشته باشد، گرمای حاصل از سوختن آن نیز بیشتر است.



● در مورد هیدروکربن های هم خانواده، همواره ارزش سوختی هیدروکربن سبک تر، بیشتر است. به طور مثال، اتن و پروپن هر دو از خانواده آلکن ها هستند؛ بنابراین می توان گفت که ارزش سوختی اتن از پروپن بیشتره!

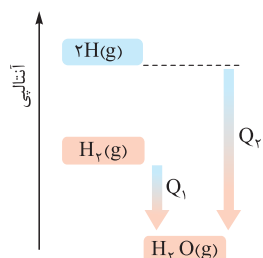
● گرمای سوختن مولی الکل هایی که یک گروه OH دارند (الکل های تک عاملی)، از گرمای سوختن مولی آلکان های هم کربن آن ها کم تر است؛ مثلاً برای متانول و اتانول می توانیم بنویسیم:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی



پاسخ تشریحی مطابق نمودار زیر، سطح انرژی $2H(g)$ بیشتر از $H_2(g)$ است؛ بنابراین در جرم یکسان، گرمای حاصل از سوختن اتم هیدروژن بیشتر از گاز هیدروژن است.

$$\Rightarrow Q_2 > Q_1$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌ها، گرمای سوختن مولی افزایش، ولی ارزش سوختی (گرمای سوختن یک گرم) کاهش می‌یابد.
 - ۲) هرچند واکنش‌های سوختن و اکسایش گرماده هستند، اما ارزش سوختی مواد، بدون علامت منفی گزارش می‌شود.
 - ۳) جرم یک مول پروپان (C_3H_8) بیشتر از جرم نیم مول هگزان (C_6H_{14}) است، بنابراین گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان بیشتر از نیم مول هگزان بوده و مقدار بیشتری آب $25^\circ C$ را به جوش می‌آورد.
- نیم‌مول $C_6H_{14} >$ یک مول C_3H_8 : گرمای حاصل از سوختن
(معادل ۱ مول C_3H_8)

تست و پاسخ ۷۲

با دادن مقداری گرما به گاز AB و تجزیه آن مطابق معادله $AB(g) \rightarrow A(g) + B(g)$ ، ۲/۴ مول گاز تولید می‌شود. اگر این مقدار گرما به ۳۲ کیلوگرم آلومینیم با دمای $30^\circ C$ داده شود، دمای آن به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟ ($c_{Al} = 0.9 \text{ J.g}^{-1} \text{ } ^\circ C^{-1}$)

پیوند	A—A	B—B	A—B
آنتالپی پیوند (kJ.mol^{-1})	۲۶۴	۲۴۰	۳۰۰

۴۵ (۴)

۴۲/۵ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۳۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک آنتالپی پیوندها، واکنش ΔH را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta H (\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2\Delta H(A-B)] - [\Delta H(A-A) + \Delta H(B-B)] \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = [2 \times 300] - [264 + 240] = 96 \text{ kJ}$$

گام دوم: مقدار گرمای مبادله شده به ازای تولید ۴/۵ مول گاز را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ kJ} = 4/5 \text{ mol گاز} \times \frac{96 \text{ kJ}}{2 \text{ mol گاز}} = 216 \text{ kJ}$$

گام سوم: با استفاده از رابطه زیر، دمای نهایی آلومینیم را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} = \frac{216 \times 10^3}{32 \times 10^3 \times 0.9/1} \Rightarrow \Delta\theta = 7/5 = \theta_f - \theta_i = \theta_f - 30 \Rightarrow \theta_f = 37/5^\circ C$$

تست و پاسخ ۷۳

با توجه به جدول زیر، شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار آلکانی که آنتالپی سوختن آن $-5400 \text{ kJ.mol}^{-1}$ است، کدام است و از سوختن کامل ۱ گرم از آن، به تقریب چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟ ($H = 1, C = 12 \text{ g.mol}^{-1}$)

نام آلکان	اتان	پروپان
آنتالپی سوختن (kJ.mol^{-1})	-۱۵۶۰	-۲۸۴۰

۴۷/۴،۲۸ (۴)

۴۷/۴،۲۵ (۳)

۴۲/۲،۲۸ (۲)

۴۲/۲،۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

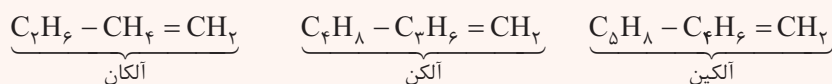
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره ابتدا به کمک آنتالپی‌های سوختن اتان و بوتان، گرمای سوختن مولی گروه CH_3 را پیدا کن، بعد با توجه به اختلاف آنتالپی سوختن آلکان مورد نظر با اتان یا بوتان، تفاوت گروه‌های CH_3 در آن‌ها را به دست بیاور تا فرمول مولکولی آلکان مشخص بشه!

درس نامه ..

اگر به فرمول مولکولی چند عضو خانواده آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها دقت کنی، می‌بینی که هر دو عنصر متوالی از این خانواده‌ها در یک گروه CH_3 با هم اختلاف دارند.



بنابراین می‌توان گفت که تفاوت آنتالپی‌های سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده تقریباً ثابت است. به طور مثال اختلاف آنتالپی متان و اتان با اختلاف آنتالپی سوختن اتان و پروپان به تقریب برابر است، پس اگر ما آنتالپی‌های سوختن متان و اتان را داشته باشیم، می‌توانیم آنتالپی سوختن پروپان را پیش‌بینی کنیم. آنتالپی‌های سوختن متان و اتان به ترتیب -890 و -1560 کیلوژول بر مول است؛ بنابراین خواهیم داشت:

آنتالپی سوختن متان - آنتالپی سوختن اتان = آنتالپی سوختن اتان - آنتالپی سوختن پروپان

$$-2230 \text{ kJ.mol}^{-1} = \text{آنتالپی سوختن پروپان} \Rightarrow (-890) - (-1560) = -1560 - (\text{آنتالپی سوختن پروپان})$$

یه جور دیگه هم می‌شه گفت: متان و اتان در یک گروه CH_3 با هم اختلاف دارند؛ پس کافی است -670 kJ به آنتالپی سوختن اتان اضافه کنیم تا آنتالپی سوختن پروپان به دست آید.

$$(\text{CH}_3) = -1560 - 670 = -2230 \text{ kJ} \quad \text{سوختن } \Delta H = \text{آنتالپی سوختن اتان} = \text{آنتالپی سوختن پروپان}$$

توجه اگر دو عضو غیرمتوالی آلکان‌ها را به ما دادن، همچنان می‌شه از این روش استفاده کرد، به طور مثال برای اوکتان می‌توان نوشت:

$$\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{C}_8\text{H}_{18}) = \Delta H(\text{C}_4\text{H}_{10}) + 6\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_3) = -1560 + 6(-670) = -5580 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

پاسخ تشریحی گام اول: مقدار انرژی آزاد شده هنگام سوختن یک مول CH_3 را به دست می‌آوریم. بوتان (C_4H_{10}) و اتان (C_2H_6) دو گروه CH_3 با هم اختلاف دارند؛ بنابراین:

$$2\Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_3) = \text{آنتالپی سوختن اتان} - \text{آنتالپی سوختن بوتان} = -2840 - (-1560) = -1280$$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{سوختن}}(\text{CH}_3) = -640 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گام دوم: به کمک آنتالپی سوختن CH_3 ، فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

$$\text{تعداد } \text{CH}_3 = \frac{\text{آنتالپی سوختن بوتان} - \text{آنتالپی سوختن آلکان داده شده}}{-640 \text{ kJ}} = \frac{-5400 - (-2840)}{-640 \text{ kJ}} \Rightarrow \text{تعداد } \text{CH}_3 = 4$$

آلکان مورد نظر ۴ کربن از بوتان بیشتر دارد؛ بنابراین فرمول مولکولی آن به صورت C_8H_{18} است.

گام سوم: شمار پیوندهای اشتراکی را محاسبه می‌کنیم:

روش اول:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{(C \times 4) + (H \times 1)}{2} = \frac{(8 \times 4) + (18 \times 1)}{2} = 25$$

روش دوم: برای محاسبه تعداد پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها می‌توان از فرمول $3n + 1$ استفاده کرد:

$$\text{پیوند } 3n + 1 = (3 \times 8) + 1 = 25 \text{ کل پیوندها}$$

گام چهارم: حساب می‌کنیم به ازای یک گرم از آلکان مورد نظر، چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ g C}_8\text{H}_{18} \times \frac{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}}{114 \text{ g C}_8\text{H}_{18}} \times \frac{5400 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_8\text{H}_{18}} \approx 47 / 4 \text{ kJ} \quad \text{روش اول:}$$

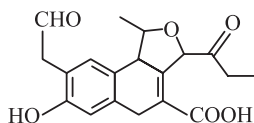
$$\text{روش دوم:} \quad \text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} = \frac{5400}{114} \approx 47 / 4 \text{ kJ.g}^{-1}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

تست و پاسخ ۷۴



- چند مورد از مطالب داده شده، درباره مولکول مقابل درست است؟
- در ساختار آن، پنج پیوند دوگانه وجود دارد که یکی از آن‌ها بین اتم‌های کربن و اکسیژن تشکیل شده است.
 - در هر مولکول آن ۴۰ اتم وجود دارد.
 - از سوختن کامل هر مول از آن، ۱۹ مول فراورده گازی در شرایط STP تولید می‌شود.
 - شمار جفت‌الکترون پیوندی بین اتم‌های کربن در آن، ۲ برابر شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی است.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه: تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن

در ترکیب‌های سیرشده غیرحلقوی، به ازای n اتم کربن، $2n + 2$ اتم هیدروژن وجود دارد. اگر ترکیب سیرنشده و دارای حلقه بود، به ازای هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن، به ازای هر پیوند سه‌گانه، ۴ اتم هیدروژن و به ازای هر حلقه ۲ اتم هیدروژن از $(2n + 2)$ کم می‌کنیم. در آخر، اگر ترکیب مورد نظر دارای اتم نیتروژن بود، به ازای هر اتم نیتروژن، یک اتم به تعداد هیدروژن‌ها اضافه می‌کنیم؛ بنابراین فرمول نهایی به صورت زیر خواهد بود:

$$(1 \times \text{تعداد اتم نیتروژن}) + (2 \times \text{تعداد حلقه}) - (4 \times \text{تعداد پیوند سه‌گانه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (2n + 2) = \text{تعداد اتم هیدروژن در ترکیبی با } n \text{ کربن}$$

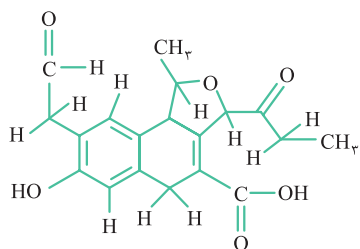
پاسخ تشریحی عبارت‌های سوم و چهارم درست‌اند.

ابتدا فرمول مولکولی ترکیب گفته شده را به دست می‌آوریم.

روش اول: از طریق فرمول:

$$C_{19}H_{20}O_6 \Rightarrow 20 = (2 \times 19) + 2 - (7 \times 2) - (3 \times 2) - (2 \times \text{تعداد حلقه}) - (2 \times \text{تعداد پیوند دوگانه}) - (2n + 2) = \text{تعداد اتم هیدروژن با } n \text{ کربن}$$

روش دوم: فرمول گسترده آن را نوشته و فرمول مولکولی آن را به دست می‌آوریم:



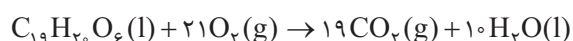
$$\Rightarrow \text{فرمول مولکولی} = C_{19}H_{20}O_6$$

• با توجه به ساختار بالا، ترکیب مورد نظر دارای هفت پیوند دوگانه است که سه‌تا از آن‌ها بین اتم‌های کربن و اکسیژن هستند.

• فرمول ترکیب داده شده، $C_{19}H_{20}O_6$ است و در هر مولکول آن، در مجموع ۴۵ اتم وجود دارد.

• در سوختن کامل یک مول از یک ترکیب آلی با n اتم کربن، n مول گاز CO_2 تولید می‌شود؛ بنابراین از سوختن یک مول $C_{19}H_{20}O_6$ ،

۱۹ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. از آن‌جا که ترکیب گفته شده در شرایط STP می‌سوزد، حالت فیزیکی آب تولید شده به صورت مایع است:



• در ساختار ترکیب داده شده، ۲۴ پیوند بین اتم‌های کربن وجود دارد و چون هر اتم اکسیژن دو جفت‌الکترون ناپیوندی دارد، در مجموع

$$12 \times 2 = 24 \text{ جفت‌الکترون ناپیوندی در این ترکیب وجود دارد.}$$

$$\frac{\text{جفت‌الکترون پیوندی بین اتم‌های کربن}}{\text{جفت‌الکترون ناپیوندی}} = \frac{24}{12} = 2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۵

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید گرماده بوده و با گاز آزاد شده در آن، می توان یک آلکن را به آلکان تبدیل کرد.
- سوختن کامل گرافیت، نوعی واکنش دمرحله ای است که در آن ΔH واکنش تولید CO(g) را نمی توان به روش تجربی تعیین کرد.
- برای تبدیل هیدرازین به آمونیاک، باید مقداری گرما مصرف شود.
- گازی که از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری های بی هوازی زیر آب تولید می شود، نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شد.

(۱) صفر (۲) سه (۳) دو (۴) یک

پاسخ: گزینه ۳

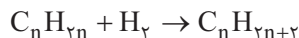
پاسخ تشریحی عبارت های دوم و چهارم درست اند.

بررسی عبارت ها:

• واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید گرماده است، ولی گاز آزاد شده در آن، اکسیژن است، نه هیدروژن:



توجه داریم که آلکن ها در حضور گاز هیدروژن به آلکان تبدیل می شوند:

• ΔH واکنش تولید CO(g) را نمی توان به صورت تجربی تعیین کرد، زیرا CO به محض تشکیل شدن، با $\frac{1}{2}$ مول O_2 دیگر واکنش داده و CO_2 تولید می شود.• سطح انرژی هیدرازین ($\text{N}_2\text{H}_4(\text{g})$) از سطح آنتالپی آمونیاک ($\text{NH}_3(\text{g})$) بالاتر است؛ بنابراین هنگام تبدیل هیدرازین به آمونیاک، گرما آزاد می شود.

• متان، گازی است که از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری های بی هوازی زیر آب تولید می شود و نخستین بار از سطح مرداب ها جمع آوری شد.

تست و پاسخ ۷۶

با توجه به واکنش های زیر، به ازای تولید ۱/۵ مول ترکیب E در واکنش $2\text{B} \rightarrow 5\text{E} + \text{A}$ ، کیلوژول گرما می شود.

(۱) ۱۳/۵ - تولید (۲) ۴۵ - مصرف (۳) ۱۳/۵ - مصرف (۴) ۴۵ - تولید

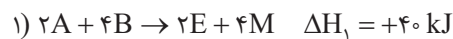
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال یک سؤال خاص از قانون هس است، زیرا هیچ ماده ای در واکنش اصلی وجود ندارد که فقط در یکی از واکنش های

داده شده وجود داشته باشد. همه مواد در دو یا سه واکنش حضور دارند.

پاسخ تشریحی گام اول: ΔH واکنش را از طریق قانون هس به دست می آوریم. برای رسیدن به واکنش $2\text{B} \rightarrow 5\text{E} + \text{A}$ ، باید واکنش

اول را در دو ضرب، واکنش دوم را وارونه و واکنش سوم را وارونه و در ۳ ضرب می کنیم.



$$\Delta H_{\text{کل}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \Rightarrow \Delta H_{\text{کل}} = +40 + 35 - 120 = -45 \text{ kJ}$$

بنابراین ΔH واکنش منفی بوده و فرایند گرماده است (گرما تولید می شود).

$$? \text{ kJ} = 1/5 \text{ mol E} \times \frac{45 \text{ kJ}}{5 \text{ mol E}} = 13/5 \text{ kJ}$$

گام دوم: مقدار گرمای تولید شده را محاسبه می کنیم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

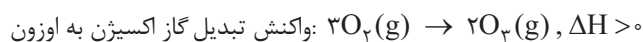
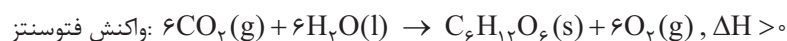
تست و پاسخ ۷۷

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) برای اندازه‌گیری گرمای مبادله‌شده در اثر انحلال مقدار معینی سدیم هیدروکسید در آب، می‌توان از گرماسنج لیوانی استفاده کرد.
- (۲) در مواردی که یک واکنش، مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده‌تر است، نمی‌توان ΔH واکنش را به کمک گرماسنج اندازه گرفت.
- (۳) برخلاف واکنش فتوسنتز، علامت آنتالپی واکنش تبدیل گاز اکسیژن به اوزون مثبت است.
- (۴) اگر معادله یک واکنش ترموشیمیایی را به صورت وارونه بنویسیم، مقدار عددی ΔH ثابت می‌ماند؛ اما علامت ΔH قرینه می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: علامت آنتالپی هر دو واکنش مثبت است:



بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.
- ۲) اگر تأمین شرایط بهینه برای انجام یک واکنش دشوار باشد، نمی‌توان آنتالپی آن را به روش گرماسنجی (تجربی) اندازه‌گیری کرد و باید از روش دیگری استفاده کرد.

۳) کاملاً درسته!

تست و پاسخ ۷۸

به ترتیب از راست به چپ، چه تعداد از موارد زیر در ترموشیمی و چه تعداد از آن‌ها در سینتیک شیمیایی بررسی می‌شود؟

- بررسی چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی
- بررسی تأثیر گرما بر حالت ماده
- اندازه‌گیری گرمای مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی
- بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها

۲ - ۲ (۲)

۳ - ۱ (۱)

۰ - ۴ (۴)

۱ - ۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته: اطلاعاتی که می‌توان از سینتیک و ترموشیمی به دست آورد، عبارت‌اند از:

ترموشیمی	سینتیک
• بررسی کتی و کیفی گرمای واکنش‌ها • تأثیر گرما بر حالت فیزیکی • رابطه میان دما و گرما • اندازه‌گیری انرژی مواد غذایی • اندازه‌گیری گرمای مبادله‌شده در واکنش‌های شیمیایی	• شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی • بررسی عوامل مؤثر بر سرعت واکنش‌های شیمیایی؛ به بیان دیگر، بررسی چگونگی کنترل سرعت واکنش‌های شیمیایی و روش‌های افزایش یا کاهش سرعت آن‌ها.

پاسخ تشریحی: موارد اول و چهارم در سینتیک و موارد دوم و سوم در ترموشیمی بررسی می‌شوند.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۹

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف) در واکنش یک فلز با محلول هیدروکلریک اسید، افزودن آب به محلول اسید، باعث افزایش سرعت تولید گاز هیدروژن می‌شود.
 ب) تأثیر استفاده از پتاسیم یدید در تغییر سرعت تجزیه آب اکسیژنه، برخلاف تأثیر نگهدارنده‌ها در تغییر سرعت فساد مواد غذایی است.
 پ) در یک واکنش گرماده گازی، مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌ها، کم‌تر از مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها است.
 ت) یکی از موادی که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد، دارای فرمول مولکولی $C_7H_6O_2$ است که در آن ۴ پیوند دوگانه کربن-کربن وجود دارد.
 ث) سوزاندن گرد آهن از طریق پاشیدن آن در شعله، تأثیر غلظت واکنش‌دهنده بر افزایش سرعت واکنش را بیان می‌کند.

(۱) الف - ب - ت (۲) الف - ث (۳) ب - پ (۴) ت - ث

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: موارد «ب» و «پ» درست‌اند.

بررسی موارد:

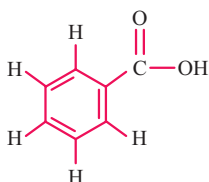
- الف) با افزودن آب به محلول HCl، غلظت محلول اسیدی کم‌تر شده و در نتیجه سرعت تولید گاز هیدروژن در واکنش این محلول با یک فلز، کاهش می‌یابد.
 ب) پتاسیم یدید به عنوان کاتالیزگر باعث افزایش سرعت تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) می‌شود، اما نگهدارنده‌ها باعث کاهش سرعت فساد مواد غذایی می‌شوند.

پ) با توجه به فرمول محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوندها، در واکنش‌های گرماده، مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌ها از مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها کم‌تر است:

$$\Delta H = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده < مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده $\xrightarrow{\Delta H < 0}$

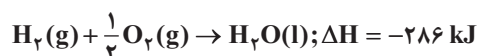
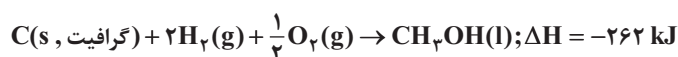
- ت) یکی از موادی که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد، بنزوئیک اسید با فرمول ساختاری زیر است که در آن، ۳ پیوند دوگانه «C = C» و یک پیوند دوگانه «C = O» وجود دارد.



ث) سوزاندن گرد آهن از طریق پاشیدن آن در شعله، تأثیر سطح تماس واکنش‌دهنده‌ها بر افزایش سرعت واکنش را بیان می‌کند.

تست و پاسخ ۸۰

با توجه به واکنش‌های داده‌شده، آنتالپی سوختن ۱ مول متانول (در حالتی که همه فراورده‌ها به حالت گازند) چند کیلوژول است؟ (آنتالپی سوختن گرافیت برابر ۳۹۴- کیلوژول بر مول و آنتالپی تبخیر آب برابر ۴۴ کیلوژول بر مول است.)



۶۶۱ (۴)

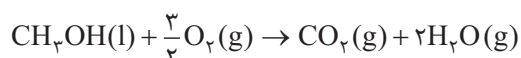
۶۱۶ (۳)

۱۲۳۲ (۲)

۱۳۲۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا واکنش سوختن ۱ مول متانول را می‌نویسیم:

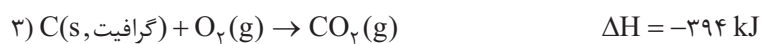
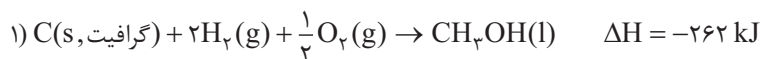




پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

گام دوم: با نوشتن معادله سوختن گرافیت و تبخیر آب در کنار دو معادله داده شده، به معادله‌های زیر می‌رسیم:



گام سوم: با توجه به قانون هس، برای رسیدن به واکنش مورد نظر، معادله اول را به خاطر CH_3OH وارونه می‌کنیم و به معادله سوم به خاطر CO_2 ، دست نمی‌زنیم. معادله چهارم را به خاطر $2\text{H}_2\text{O(g)}$ در ۲ ضرب می‌کنیم و برای از بین رفتن $2\text{H}_2\text{O(l)}$ ، معادله دوم را هم در ۲ ضرب می‌کنیم.

$$\Delta H (\text{واکنش}) = -\Delta H_1 + 2\Delta H_2 + \Delta H_3 + 2\Delta H_4 = 262 + 2(-286) - 394 + 2(44) = -616 \text{ kJ}$$