www.konkur.in

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آزمون هدف‌گذاری

۱۲ بهمن ۱۴۰۲

دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دروس اختصاصی

پاسخ‌گویی به تمام سؤالات این آزمون اجباری است.

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤالات	مدت پاسخ‌گویی (دقیقه)
۱	حسابان ۲	۱۰	۱ – ۱۰	۱۵
۲	هندسه ۳	۱۰	۱۱ – ۲۰	۱۵
۳	ریاضیات گسسته	۱۰	۲۱ – ۳۰	۱۵
۴	فیزیک ۳	۱۰	۳۱ – ۴۰	۱۵
۵	شیمی ۳	۱۰	۴۱ – ۵۰	۱۰
مجموع		۵۰	۱ – ۵۰	۷۰

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۷۱ تا ۸۹ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۱- اگر $f'(۱)=۲$ و $۳f(۱)=۳$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{f^۲(x)-۱}{x-۱}$ کدام است؟

۱) ۳ — ۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) ۱ — ۴) $\frac{۳}{۲}$

۲- بر نمودار تابع $y=\sqrt[۳]{x^۳-x^۲}$ چند مماس قائم می‌توان رسم کرد؟

۱) ۳ — ۲) ۲

۳) ۱ — ۴) صفر

۳- فرض کنید $f(x)=\begin{cases}-۱ & ; \ x<-۱\\ x & ; \ -۱\le x\le ۱\\ ۱ & ; \ x>۱\end{cases}$ و $g(x)=۱-x^۲$ باشد. تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع fog کدام است؟

۱) ۱ — ۲) ۲

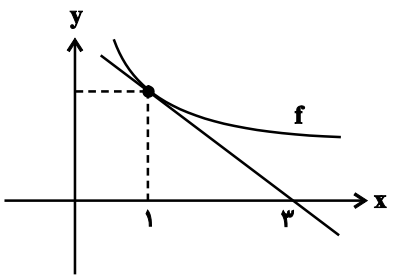
۳) ۳ — ۴) ۴

۴- تابع $f(x)=|x+\frac{۱}{۲}|-[۲x]$ در بازهٔ $(-۱, ۱)$ چند نقطهٔ مشتق‌ناپذیر دارد؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴ — ۲) ۵

۳) ۲ — ۴) ۳

۵- شکل زیر، نمودار تابع f و خط مماس بر آن در $x=۱$ را نمایش می‌دهد. مقدار تابع f در $x=۱$ چند برابر مشتق تابع در این نقطه است؟



۱) $-\frac{۱}{۲}$

۲) -۲

۳) -۱

۴) -۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶- تابع $f(x)=(x^۲+(m+۲)x+۲m)[\frac{۶}{x}]$ را در نظر بگیرید. اگر در نقطهٔ $x=-۲$ مشتق چپ، ۱۰ واحد بیشتر از مشتق راست باشد، مقدار m کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۲
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۶

۷- اگر $f(x)=\begin{cases}[-x]x^۲+۱ & ;x<۱\\ x-۱ & ;x\geq ۱\end{cases}$ باشد، حاصل $\lim\limits_{h\to ۰}\frac{f(۱+h)-f(۱-۳|h|)}{h}$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴
۲) -۴
۳) صفر
۴) موجود نیست.

۸- اگر $a\in\mathbb{Z}$ باشد، $x=۲$ تنها نقطه با طول صحیحی است که تابع $f(x)=[(x-a)^۲]|ax+۱|$ در آن مشتق‌پذیر است، مقدار $f'(-۱)$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱۸
۲) ۹
۳) -۹
۴) -۱۸

۹- تابع $f(x)=\sqrt{۴x^۲-۱۲x-|۴x-۶|+۱۰}$ مفروض است. $f'(\frac{۳}{۲})$ کدام است؟

۱) -۲
۲) -۱
۳) ۱
۴) ۲

۱۰- خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=(x-۱)\sqrt{x^۲+۲x+۶}$ در نقطهٔ برخورد آن با محور xها، نمودار تابع را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) -۳
۲) -۲
۳) -۱
۴) -۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی (تا پایان انتقال محورها): صفحه‌های ۴۷ تا ۵۴ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

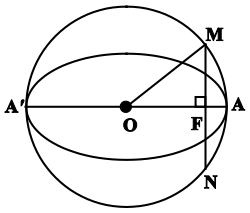
۱۱- اگر طول قطر بزرگ بیضی e_1، دو برابر طول قطر بزرگ بیضی e_2 و فاصلهٔ کانونی بیضی e_1، نصف فاصلهٔ کانونی بیضی e_2 باشد، خروج از مرکز بیضی e_1، چند برابر خروج از مرکز بیضی e_2 است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۲- فاصلهٔ دورترین و نزدیک‌ترین نقاط یک بیضی از یکی از کانون‌های آن به ترتیب ۱۸ و ۲ واحد است. نسبت طول قطر بزرگ به قطر کوچک آن کدام است؟

۱) $\frac{5}{2}$ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{10}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۱۳- مطابق شکل زیر، قطر یک دایره بر قطر بزرگ یک بیضی منطبق است. از کانون F عمودی بر قطر AA' رسم کرده‌ایم تا دایره را در نقاط M و N قطع کند. اگر $MN = 6$ و محیط مثلث OMF برابر ۱۲ باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{3}{5}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{4}{5}$

۱۴- مساحت چهارضلعی حاصل از وصل کردن دو سر قطر بزرگ به دو سر قطر کوچک یک بیضی برابر ۱۲۰ و خروج از مرکز این بیضی $\frac{4}{5}$ است. فاصلهٔ کانونی بیضی کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۸

۱۵- در یک سهمی $A(4,6)$ رأس و $x = 9$ خط هادی است. مجموع مختصات کانون سهمی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۱۶- به ازای کدام مقدار m کانون سهمی به معادلهٔ $y^2 + 6y - 8x = m$ روی نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم قرار دارد؟

۱) ۳۱ ۲) -۱۷ ۳) ۱۷ ۴) -۳۱

۱۷- سهمی با کانون $F(1,1)$ و خط هادی به معادلهٔ $x = 3$، محور yها را در دو نقطهٔ A و B قطع می‌کند. فاصلهٔ AB کدام است؟

۱) ۲ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۴ ۴) $4\sqrt{2}$

۱۸- فاصلهٔ کانونی سهمی به معادلهٔ $(k^2-4)x^2 + (k+2)y^2 + (k+6)x + 4ky + 2k^2 = 0$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۹- فرض کنید نقطهٔ $M(x,y)$ فاصلهٔ یکسانی از نقطهٔ $(2,5)$ و خط $y = -3$ دارد. کم‌ترین مقدار ممکن برای y کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۰- سهمی به معادلهٔ $y^2 - 2y + 8x + 9 = 0$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و شعاع ۴ واحد، دایره‌ای رسم می‌کنیم. طول نقاط برخورد دایره و سهمی کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۵ ۳) ۳ ۴) ۵

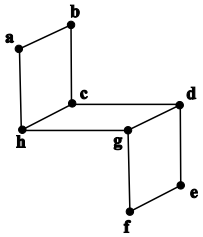
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته: گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۲۱- مجموعهٔ $\{a,c,x,y\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای گراف زیر است. x و y کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۱) f,e
۲) g,e
۳) g,f
۴) d,f

۲۲- حداقل عدد احاطه‌گری یک گراف ۲- منتظم مرتبهٔ ۹ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

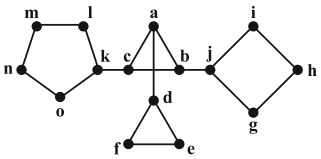
۲۳- کدام‌یک از گراف‌های زیر، فاقد مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم است؟

۱) P_3 ۲) P_4 ۳) P_5 ۴) P_6

۲۴- گراف C_8 چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد؟

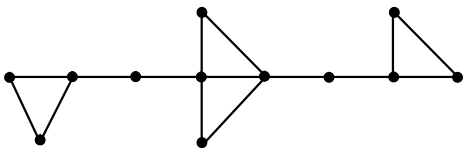
۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۲۵- عدد احاطه‌گری گراف مقابل کدام است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

۲۶- گراف زیر چند ۷- مجموعه دارد؟



۱) ۶
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۱

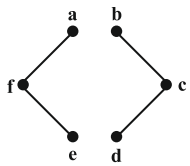
۲۷- گراف ۳- منتظم G از مرتبهٔ ۶، دوری به طول ۳ ندارد. این گراف چند ۷- مجموعه دارد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۲۸- گراف P_6 چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۹

۲۹- گراف G مطابق شکل مقابل مفروض است. در صورت افزودن کدام یال به این گراف، مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم آن یکتا نخواهد بود؟



۱) cf
۲) ab
۳) be
۴) ae

۳۰- گراف G با $p = 8$ و $\Delta = 6$، فقط یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد. کدام گزینه در مورد این گراف لزوماً درست است؟

۱) دوری به طول ۶ دارد ۲) مسیری به طول ۳ دارد ۳) ناهمبند است ۴) حداقل ۸ یال دارد

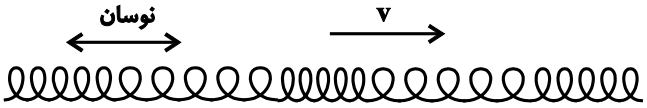
محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳: نوسان و موج: صفحه‌های ۶۹ تا ۸۸ — وقت پیشنهادی: **۱۵ دقیقه**

۳۱- در رابطه با شکل زیر چند مورد درست است؟



آ) نمونه‌ای از موج‌های پیشرونده است.

ب) موج به سمت راست حرکت می‌کند.

پ) نمونه‌ای از موج‌های طولی است.

ت) تندی ذرات فنر، در لحظهٔ بیشترین فشردگی آن برابر صفر است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۳۲- یک منبع که دارای حرکت هماهنگ ساده با معادلهٔ $y_1 = 4\cos \alpha xt$ است، امواجی با سرعت $40\frac{m}{s}$ در محیطی منتشر می‌کند. این منبع پس از لحظاتی حرکتش تغییر نموده و به صورت $y_2 = 8\cos \beta xt$ در همان محیط نوسان می‌کند. سرعت انتشار امواج این منبع چه تغییری می‌کند؟

۱) $(\alpha - \beta)$ برابر می‌شود. ۲) $\frac{\beta}{\alpha}$ برابر می‌شود.

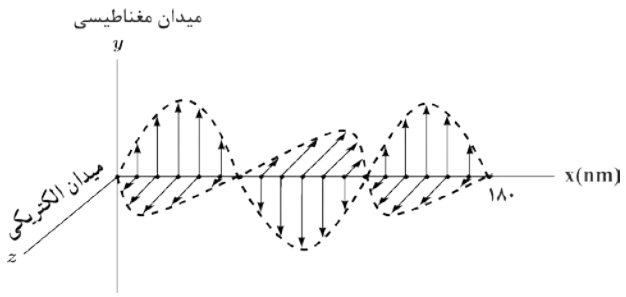
۳) $80\frac{m}{s}$ می‌شود. ۴) $40\frac{m}{s}$ باقی می‌ماند.

۳۳- تندی انتشار موج عرضی در تاری به طول ۱ متر و جرم m برابر $100\frac{m}{s}$ است. $\frac{5}{9}$ طول تار را بریده و کنار می‌گذاریم و باقی‌ماندهٔ تار را از دستگاهی عبور می‌دهیم تا طول آن برابر طول اولیهٔ تار شود. اگر تار جدید را با همان نیروی قبل بکشیم، تندی انتشار موج عرضی در آن، چند متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۵۰ ۲) ۱۵۰

۳) ۱۸۰ ۴) ۲۲۵

۳۴- شکل زیر، تصویر لحظه‌ای از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با تندی ثابت $3\times10^8\frac{m}{s}$ در حال انتشار است. این موج در .... محور xها منتشر می‌شود و در مدت زمان .... ثانیه، ۱۰۰ نوسان کامل انجام می‌دهد.



۱) جهت ـ 4×10^{-14}

۲) خلاف جهت ـ 4×10^{-14}

۳) جهت ـ 6×10^{-14}

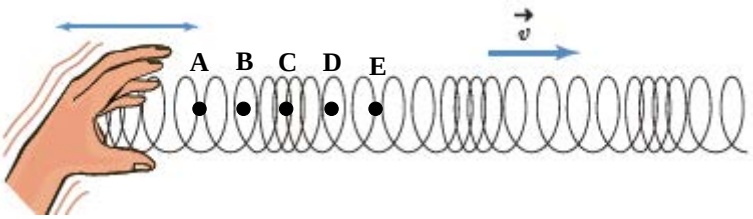
۴) خلاف جهت ـ 6×10^{-14}

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵- شکل زیر تصویری لحظه‌ای از ایجاد نواحی جمع‌شدگی و بازشدگی در طول یک فنر بلند کشیده را نشان می‌دهد. کدام موارد از گزاره‌های زیر، در مورد نقاط A، B، C، D و E از این فنر صحیح است؟



آ) جابه‌جایی نقاط A و C از وضعیت تعادل صفر است.

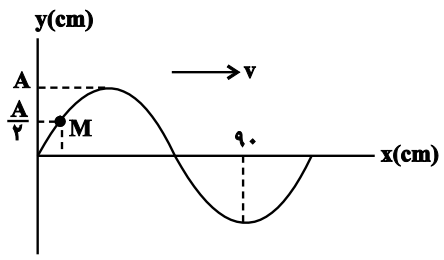
ب) جابه‌جایی نقطهٔ D از وضعیت تعادل بیشینه است.

پ) فاصلهٔ دو نقطهٔ A و D، $\frac{۳}{۴}$ برابر طول موج است.

ت) فاصلهٔ دو نقطهٔ C و E برابر با طول موج است.

۱) آ و ت
۲) ب و ت
۳) آ، ب و پ
۴) ب و پ

۳۶- شکل زیر، نقش موج عرضی ایجاد شده در طنابی را در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر نقطهٔ M از طناب، ۲ ثانیهٔ بعد برای اولین بار در بالاترین نقطه از پاره‌خط نوسان‌اش واقع شود، سرعت انتشار موج چند $\frac{m}{s}$ است؟



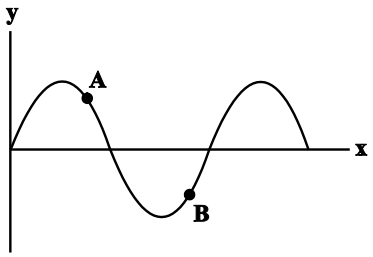
۱) ۴۰
۲) ۰/۵
۳) ۵۰
۴) ۰/۴

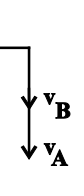
محل انجام محاسبات

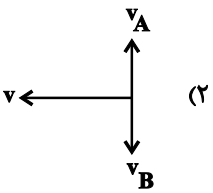
Telegram: @konkur_in

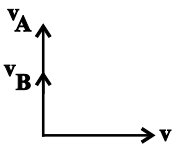
www.konkur.in

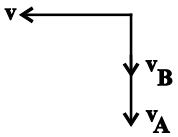
۳۷- شکل زیر نقش یک موج عرضی را نشان می‌دهد. اگر راستای سرعت نقاط A و B را به صورت عمودی و راستای انتشار موج را افقی نشان دهیم، کدام گزینه بردارهای سرعت نقاط و سرعت انتشار موج را می‌تواند درست نشان داده باشد؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۳۸- شنونده‌ای در مبدأ زمان، از محل یک بلندگو با بسامد معین با سرعت ثابت عبور می‌کند. اگر در بازهٔ زمانی t تا t'، تراز شدت صوتی که شنونده دریافت می‌کند، ۲/۶ بل کاهش یابد، نسبت $\frac{t'}{t}$ کدام است؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$

۱) ۲۰
۲) ۲۰۰
۳) ۷۰
۴) ۷۰۰

۳۹- در فاصلهٔ r از یک چشمه صوت، تراز شدت صوت ۶ دسی‌بل (۶dB) است. چند برابر r از خود r دور شویم تا تراز شدت صوت نصف شود؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$

۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $\sqrt{۲}-۱$
۴) $\sqrt{۲}+۱$

۴۰- یک زمین‌لرزه در عمق ۷۲۰ کیلومتری از سطح زمین رخ می‌دهد. امواج اولیهٔ P و امواج ثانویهٔ S به ترتیب با تندی‌های $۸\frac{km}{min}$ و v، با اختلاف زمانی ۱/۵ ساعت به یک دستگاه لرزه‌نگار در سطح زمین می‌رسند. اگر این موج‌ها روی خط راستی منتشر شوند، v چند کیلومتر بر دقیقه است؟

۱) ۱۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری : صفحه‌های ۶۷ تا ۸۶ | وقت پیشنهادی: **۱۰ دقیقه**

۴۱- کدام عبارت‌ها صحیح هستند؟

الف) مواد اولیه آثار باستانی باید واکنش‌پذیری کم و استحکام زیاد داشته باشند.

ب) سرخ‌فام بودن خاک رس به خاطر وجود Fe^{2+} در آن است.

پ) به هنگام پخت سفالینه‌ها از خاک رس، جرم مواد اولیه کاهش می‌یابد.

ت) سیلیسیم فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است.

۱) الف و ب ۲) ب، پ و ت ۳) الف و پ ۴) ب و پ

۴۲- مخلوطی از سیلیسیم و کربن به جرم مشخص با اکسیژن کافی واکنش می‌دهند تا به‌طور کامل به سیلیس و کربن دی‌اکسید تبدیل شوند. اگر جرم فراوردهٔ جامد باقی‌مانده ۱/۵ برابر جرم مخلوط اولیه باشد، درصد جرمی کربن در مخلوط اولیه کدام است؟

$(C = 12 : g.mol^{-1}$ ، $O = 16$ و $Si = 28)$

۱) ۳۰ ۲) ۴۲ ۳) ۵۸ ۴) ۷۰

۴۳- کدام مورد صحیح می‌باشد؟

۱) موادی مانند کربن دی‌اکسید، آب و سیلیس مواد مولکولی به شمار می‌روند.

۲) در ساختار سیلیس اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی $Si-O-O-Si$ به هم متصل‌اند.

۳) اختلاف نقطه ذوب آب و نقطه ذوب مس در مقیاس کلوین بیشتر از $1000K$ است.

۴) عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت، سیلیسیم و اکسیژن هستند.

۴۴- چند مورد از موارد زیر جاهای خالی را به نادرستی تکمیل می‌کند؟

«الماس ..... گرافیت ..... .»

* برخلاف- ساختاری سه بعدی دارد.
* همانند- ظاهری تیره دارد.
* برخلاف- جامدی کووالانسی است.
* همانند- رسانای جریان الکتریکی است.

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۴۵- کدام موارد در مورد «یخ» درست است؟

آ) در ساختار آن آرایش مولکول‌ها به گونه‌ای است که اتم‌های اکسیژن در وسط اضلاع یک شش‌ضلعی قرار دارند.

ب) برخلاف سیلیس دارای نقطهٔ ذوب بالایی نیست.

پ) مولکول‌های H_2O در ساختار آن در یک آرایش منظم قرار دارند به گونه‌ای که در آن هر اتم اکسیژن با ۴ پیوند کووالانسی به ۴ اتم هیدروژن دیگر متصل است.

ت) برای نیروهای میان آن ذرات سازندهٔ آن می‌توان همانند گرافیت از نیروهای وان‌درووالسی استفاده کرد.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) آ و ت ۴) ب و ت

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶- رفتار ..... مواد مولکولی به ..... بستگی دارد.

۱) شیمیایی- شکل هندسی مولکول‌ها

۲) فیزیکی- نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها

۳) فیزیکی- نوع و قدرت نیروهای درون مولکولی آن‌ها

۴) شیمیایی- جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی

۴۷- کدام گزینه درست است؟

۱) در بلور سدیم کلرید، به هر یون کلرید توسط ۶ یون سدیم نیروی جاذبه وارد می‌شود.

۲) ترکیبات مولکولی نسبت به ترکیبات یونی در گسترهٔ دمای بیشتری به حالت مایع هستند.

۳) در سدیم کلرید همانند سزیم سولفید، عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون یکسان است.

۴) هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فراوردهٔ واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

۴۸- در کدام مورد هر دو، مولکولی ناقطبی هستند و میزان نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در مولکول سمت راست قوی‌تر از مولکول سمت چپ است؟

۱) Cl_2 - F_2 ۲) SCO - H_2 ۳) CO_2 - CCl_4 ۴) CS_2 - C_2H_2

۴۹- چند مورد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) آنتالپی فروپاشی منیزیم فلوئورید نسبت به منیزیم اکسید بیشتر است چون یون‌های سازندهٔ آن شعاع کمتری‌دارند.

ب) HF نسبت به N_2 در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع است چون نیروی جاذبهٔ میان ذرات سازندهٔ آن در حالت مایع قوی‌تر است.

پ) خورشید بزرگ‌ترین منبع تجدیدناپذیر است که انرژی خود را به شکل پرتوهای الکترومغناطیس به سوی ما گسیل می‌دارد.

ت) مولکول‌های گوگرد دی‌اکسید و کلروفرم هر دو قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- مدل دریای الکترونی تمام رفتارهای فیزیکی فلزات را توجیه می‌کند.
- در مدل دریای الکترونی همواره تعداد کاتیون‌ها با تعداد الکترون‌ها برابر است.
- در مدل دریای الکترونی، الکترون‌های نزدیک‌تر به هستهٔ اتم، دریایی از الکترون‌ها را به وجود آورده‌اند.
- برای کاهش عدد اکسایش محلولی از نمک وانادیم از یون Zn^{2+} استفاده می‌کنیم.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

دفترچهٔ پاسخ
آزمون هدف‌گذاری
۱۲ بهمن ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

طراحان

	نام درس	نام طراحان (به ترتیب حروف الفبا)
اختصاصی	حسابان ۲	سهیل تقی‌زاده – عادل حسینی – محمدرضا راسخ – اکبر کلاه‌ملکی – جهانبخش نیکنام
	هندسه ۳	امیرحسین ابومحبوب – علی ایمانی – عادل حسینی – فرزانه خاکپاش – مهبد خالتی – رضا عباسی اصل
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب – سیدمحمدرضا حسینی‌فرد – فرزانه خاکپاش – مهبد خالتی – علیرضا شریف‌خطیبی
	فیزیک ۳	زهره آقامحمدی – عبدالرضا امینی‌نسب – سعید شرق – پوریا علاقمند – مصطفی کیانی – غلامرضا محبی حسام نادری – سیدجواد نظری – شادمان ویسی
	شیمی ۳	عظیم بردی صیادلی – امیر حاتمیان – موسی خیاط علیمحمدی – حسن رحمتی کوکنده – فرزاد رضایی سیدرضا رضوی – ماهان زواری – یوسف علی‌پور

گروه علمی

نام درس	حسابان ۲	هندسه ۳ و ریاضیات گسسته	فیزیک ۳	شیمی ۳
گزینشگر	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مبین مغانلو	ماهان زواری
گروه ویراستاری	عادل حسینی	عادل حسینی	زهره آقامحمدی مهدی سهامی سلطانی	احسان پنجه‌شاهی امیررضا حکمت‌نیا
مسئول درس	سهیل تقی‌زاده	مهبد خالتی	مبین مغانلو	ماهان زواری
مسئول درس مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی	
مسئول دفترچه	عادل حسینی	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار و صفحه‌آرا	فرزانه فتح‌الله زاده	

گروه آزمون
بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)
دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

$$۳f(۱)=۳\Rightarrow f(۱)=۱$$

$$۲f'(۱)=۳\Rightarrow f'(۱)=\frac{۳}{۲}$$

$$\lim_{x\to ۱}\frac{f^۲(x)-۱}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{(f(x)+۱)(f(x)-۱)}{x-۱}$$

$$=\lim_{x\to ۱}(f(x)+۱)\times\lim_{x\to ۱}\frac{f(x)-۱}{x-۱}=۲f'(۱)=۳$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۲- **گزینهٔ «۲»** *(سهیل تقی‌زاده)*

تعداد ریشه‌های معادلهٔ $x^۳-x^۲=۰$ پاسخ مورد نظر است:

$$x^۲(x-۱)=۰\Rightarrow x=۰\ ,\ ۱$$

پس دو مماس قائم می‌توان رسم کرد.

(حسابان ۲- صفحهٔ ۸۸)

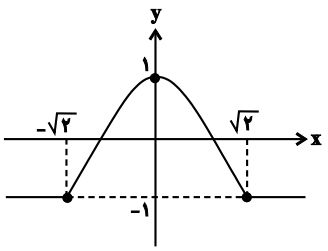
۳- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا راسخ)*

ابتدا ضابطهٔ تابع fog را می‌نویسیم:

$$(fog)(x)=f(g(x))=f(۱-x^۲)=\begin{cases}-۱ & ;\ ۱-x^۲<-۱\\ ۱-x^۲ & ;\ -۱\le ۱-x^۲\le ۱\\ ۱ & ;\ ۱-x^۲>۱\end{cases}$$

$$\Rightarrow (fog)(x)=\begin{cases}-۱ & ;\ |x|>\sqrt{۲}\\ ۱-x^۲ & ;\ |x|\le\sqrt{۲}\end{cases}$$

حال نمودار تابع fog را رسم می‌کنیم:



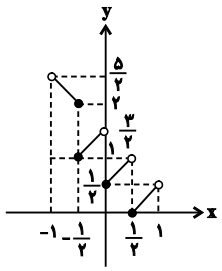
با توجه به نمودار، تابع fog در $x=\pm\sqrt{۲}$ مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۴- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

بهتر است نمودار تابع f را در بازهٔ $(-۱\ ,\ ۱)$ رسم کنیم:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{۳}{۲}-x & ;\ -۱<x<-\frac{۱}{۲}\\ x+\frac{۳}{۲} & ;\ -\frac{۱}{۲}\le x<۰\\ x+\frac{۱}{۲} & ;\ ۰\le x<\frac{۱}{۲}\\ x-\frac{۱}{۲} & ;\ \frac{۱}{۲}\le x<۱\end{cases}$$



مطابق نمودار، تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر برابر ۳ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۵- **گزینهٔ «۲»** *(عادل حسینی)*

خط مماس با شیب $f'(۱)$ از نقطهٔ $(f(۱)\ ,\ ۱)$ می‌گذرد. پس معادلهٔ آن به صورت زیر است:

$$y=f'(۱)x-f'(۱)+f(۱)$$

طول از مبدأ این خط برابر ۳ است:

$$\Rightarrow ۲f'(۱)+f(۱)=۰\Rightarrow\frac{f(۱)}{f'(۱)}=-۲$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۶- **گزینهٔ «۱»** *(جهانبخش نیکنام)*

داریم:

$$f(x)=(x+۲)(x+m)[\frac{۶}{x}]$$

$$f'_+(-۲)=\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{f(x)-f(-۲)}{x+۲}=\lim_{x\to(-۲)^+}\frac{(x+۲)(x+m)[\frac{۶}{x}]}{x+۲}$$

$$=\lim_{x\to(-۲)^+}(x+m)[\frac{۶}{x}]=(-۲+m)(-۴)=۸-۴m$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

$$f'_-(-2)=\lim_{x\to(-2)^-}\frac{(x+2)(x+m)[\frac{6}{x}]}{x+2}$$

$$=\lim_{x\to(-2)^-}(x+m)[\frac{6}{x}]=(-2+m)(-3)=6-3m$$

$$f'_-(-2)-f'_+(-2)=10\Rightarrow(6-3m)-(8-4m)=10\Rightarrow m=12$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۷- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

در یک همسایگی $x=1$ ضابطه‌های تابع f را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f(x)=\begin{cases}-x^2+1 & ;x<1\\ x-1 & ;x\geq 1\end{cases}$$

تابع در $x=1$ پیوسته است، بنابراین نیم مماس راست و چپ دارد.

شیب نیم مماس راست برابر شیب خط $y=x-1$ یا همان ۱ است:

$$f'_+(1)=1$$

از طرفی طبق رابطه‌ای که بعدها خواهیم دید یا از راه تعریف مشتق به سادگی می‌توان گفت مشتق $y=ax^2$ برابر $y'=2ax$ است. پس شیب نیم مماس چپ برابر ۲- است.

$$f'_-(1)=-2$$

حال حاصل موردنظر را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1-3|h|)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1+3h)}{h}$$

$$=-2f'_-(1)=4$$

$$\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1-3|h|)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1-3h)}{h}$$

$$=f'_+(1)+3f'_-(1)=-5$$

پس حاصل حد موردنظر موجود نیست.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۸- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

تابع f فقط در حالتی در $x=x_0\in\mathbb{Z}$ مشتق‌پذیر است که $x=x_0$ نقطهٔ پیوستگی $y=[(x-a)^2]$ باشد، پس از آنجا که $y=[(x-a)^2]$ فقط در $x=0$ پیوسته است، آن نقطه مشتق‌پذیر $a=2$ است.

$$\Rightarrow f(x)=[(x-2)^2]|2x+1|$$

در همسایگی چپ $x=-1$، ضابطهٔ f را می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم:

$$y=[9^+]|2x+1|=-18x-9$$

$$\Rightarrow f'_-(-1)=-18$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۹- **گزینهٔ «۴»** (سهیل تقی‌زاده)

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\sqrt{(2x-3)^2-2|2x-3|+1}$$

$$=\sqrt{(|2x-3|-1)^2}=||2x-3|-1|$$

در یک همسایگی چپ $x=\frac{3}{2}$ داریم:

$$f(x)=|-2x+3-1|=2x-2$$

پس $f'_-(\frac{3}{2})=2$ است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** (اکبر کلاه‌ملکی)

$$f(x)=0\Rightarrow x=1$$

طول نقطهٔ برخورد نمودار f با محور xها برابر $x=1$ است. حال برای خط مماس بر نمودار در این نقطه داریم:

$$\text{شیب خط مماس}: m=f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\sqrt{x^2+2x+6}}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\sqrt{x^2+2x+6}=\sqrt{1+2+6}=3$$

بنابراین معادلهٔ خط مماس موردنظر $y=3(x-1)$ است. این خط را با نمودار تابع قطع می‌دهیم:

$$(x-1)\sqrt{x^2+2x+6}=3(x-1)\xrightarrow{x-1\neq 0}\sqrt{x^2+2x+6}=3$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}}x^2+2x+6=9\Rightarrow x^2+2x-3=(x+3)(x-1)=0$$

$$\xrightarrow{x\neq 1}x+3=0\Rightarrow x=-3$$

طول نقطهٔ دیگر برخورد ۳- است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

هندسه ۳

۱۱- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق فرض سؤال $a_۱ = ۲a_۲$ و $c_۱ = \frac{۱}{۲}c_۲$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{\frac{c_۱}{a_۱}}{\frac{c_۲}{a_۲}} = \frac{\frac{\frac{۱}{۲}c_۲}{۲a_۲}}{\frac{c_۲}{a_۲}} = \frac{۱}{۴}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(مهبد شالتی)*

فاصلهٔ دورترین و نزدیک‌ترین نقاط یک بیضی از یکی از کانون‌های آن به ترتیب برابر $a+c$ و $a-c$ است، بنابراین داریم:

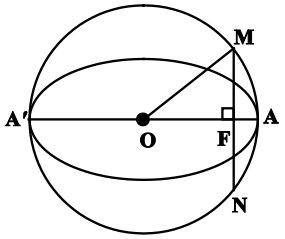
$$\begin{cases} a+c=۱۸ \\ a-c=۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۱۰ \\ c=۸ \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{a^۲ - c^۲} = \sqrt{۱۰^۲ - ۸^۲} = ۶$$

$$\Rightarrow \frac{\text{طول قطر بزرگ}}{\text{طول قطر کوچک}} = \frac{۲a}{۲b} = \frac{۹}{b} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۳- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

مطابق شکل $OM = OA = a$ و $OF = c$ است، پس در مثلث قائم‌الزاویه OMF داریم:



$$MF^۲ = OM^۲ - OF^۲ = a^۲ - c^۲ = b^۲ \Rightarrow MF = b$$

می‌دانیم در هر دایره، قطر عمود بر یک وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس $MN = ۲MF = ۲b$ و در نتیجه $b = ۳$ است و داریم:

$$\overset{\Delta}{OMF} \text{ محیط } = ۱۲ \Rightarrow a+b+c=۱۲ \xrightarrow{b=۳} a+c=۹$$

$$b=۳ \Rightarrow b^۲ = ۹ \Rightarrow a^۲ - c^۲ = ۹$$

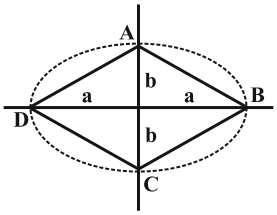
$$\Rightarrow (a+c)(a-c) = ۹ \xrightarrow{a+c=۹} a-c=۱$$

$$\begin{cases} a+c=۹ \\ a-c=۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=۵ \\ c=۴ \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۴- **گزینهٔ «۳»** *(رضا عباسی‌اصل)*

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \frac{c}{a} \Rightarrow \begin{cases} c = ۴k \\ a = ۵k \end{cases}$$



قطرهای چهارضلعی $ABCD$ برهم عمودند، پس داریم:

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AC.BD \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{۱}{۲}(۲b)(۲a) \Rightarrow ab = ۶۰$$

$$\xrightarrow{a=۵k} (۵k)b = ۶۰ \Rightarrow b = \frac{۱۲}{k}$$

$$c^۲ = a^۲ - b^۲ \Rightarrow (۴k)^۲ = (۵k)^۲ - \left(\frac{۱۲}{k}\right)^۲ \Rightarrow \left(\frac{۱۲}{k}\right)^۲ = (۳k)^۲$$

$$\xrightarrow{k>۰} \frac{۱۲}{k} = ۳k \Rightarrow ۳k^۲ = ۱۲$$

$$\Rightarrow k^۲ = ۴ \xrightarrow{k>۰} k = ۲ \Rightarrow c = ۴k = ۸$$

$$FF' = ۲c = ۲(۸) = ۱۶$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۵- **گزینهٔ «۳»** *(عادل حسینی)*

با توجه به معادلهٔ خط هادی، سهمی افقی است و چون رأس در سمت چپ خط هادی قرار دارد، پس دهانهٔ سهمی رو به چپ باز می‌شود. در این حالت داریم:

رأس سهمی : $A(h,k) = (۴,۶) \Rightarrow \begin{cases} h=۴ \\ k=۶ \end{cases}$

خط هادی : $x = h + a \Rightarrow ۹ = ۴ + a \Rightarrow a = ۵$

کانون : $F(h-a,k) = (۴-۵,۶) = (-۱,۶)$

مجموع مختصات کانون $= -۱ + ۶ = ۵$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۶- **گزینهٔ «۲»** *(مهبد شالتی)*

$$y^۲ + ۴y - ۸x = m \Rightarrow (y+۳)^۲ - ۹ = ۸x + m$$

$$\Rightarrow (y+۳)^۲ = ۸(x + \frac{m+۹}{۸})$$

سهمی افقی و دهانهٔ آن رو به راست است. از طرفی $S(-\frac{m+۹}{۸}, -۳)$ رأس سهمی و $a = ۲$ فاصلهٔ کانونی سهمی است. بنابراین داریم:

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

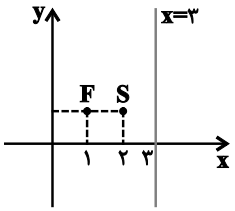
کانون سهمی : $F(a+h\ ,\ h)=(-\frac{m}{8}+\frac{7}{8}\ ,-3)$

$$\xrightarrow{y=-x} 3=\frac{7-m}{8}\Rightarrow 24=7-m\Rightarrow m=-17$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۷- **گزینهٔ «۴»** *(فرزانه فاکپاش)*

مطابق شکل سهمی رو به چپ باز می‌شود. نقطهٔ $S(2,1)$ رأس سهمی است و فاصلهٔ کانونی آن برابر $a=1$ است، بنابراین داریم:



$$(y-1)^2=-4(x-2)\xrightarrow{x=0}(y-1)^2=8$$

$$\Rightarrow y-1=\pm 2\sqrt{2}\Rightarrow\begin{cases}y_A=1+2\sqrt{2}\\ y_B=1-2\sqrt{2}\end{cases}$$

$$AB=(1+2\sqrt{2})-(1-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۸- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*

در معادلهٔ سهمی تنها یکی از جملات x^2 یا y^2 موجود است. بنابراین یکی از ضرایب x^2 یا y^2 برابر صفر است:

$$x^2\text{ ضریب }=0\Rightarrow k^2-4=0\Rightarrow k^2=4\Rightarrow k=\pm 2$$

$$y^2\text{ ضریب }=0\Rightarrow k+2=0\Rightarrow k=-2$$

در صورتی که $k=-2$ باشد، جملات شامل x^2 و y^2 هر دو از معادله حذف می‌شوند و معادله به معادلهٔ یک خط راست تبدیل می‌شود، پس $k=2$ است و در نتیجه داریم:

$$4y^2+8x+8y+8=0\xrightarrow{\div 4}y^2+2x+2y+2=0$$

$$\Rightarrow y^2+2y+1=-2x-1\Rightarrow (y+1)^2=-2(x+\frac{1}{2})$$

$$\Rightarrow 4a=2\Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

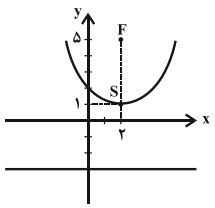
بنابراین فاصلهٔ کانونی سهمی برابر $\frac{1}{2}$ است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

با توجه به تعریف سهمی، نقطهٔ $F(2,5)$ کانون و خط $y=-3$، خط هادی سهمی است.

مطابق شکل رأس سهمی، نقطهٔ $S(2,1)$ است و سهمی قائم بوده و دهانهٔ آن رو به بالا باز می‌شود. کم‌ترین مقدار y متعلق به رأس سهمی است، پس $y_{min}=1$ می‌باشد.



(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

۲۰- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$y^2-2y+8x+9=0\Rightarrow y^2-2y+1=-8x-8$$

$$\Rightarrow (y-1)^2=-8(x+1)\quad (*)$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{رأس سهمی}: A(-1,1)\\ 4a=8\Rightarrow a=2\end{cases}$$

سهمی رو به چپ باز می‌شود، بنابراین داریم:

کانون : $F(-a+h,k)=(-3,1)$

معادلهٔ دایره : $(x+3)^2+(y-1)^2=16$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow}(x+3)^2-8(x+1)=16$$

$$\Rightarrow x^2+6x+9-8x-8-16=0\Rightarrow x^2-2x-15=0$$

$$\Rightarrow (x+3)(x-5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=-3\\ x=5\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

تذکر: چون سهمی رو به چپ باز می‌شود، پس نقاط برخورد سهمی و دایره، در سمت چپ رأس سهمی قرار دارند، یعنی طول آن‌ها کوچکتر از ۱ است و در نتیجه مقدار $x=5$ غیر قابل قبول است.

$$(x+3)^2+(y-1)^2=16\xrightarrow{x=-3}(y-1)^2=16$$

$$\Rightarrow y-1=\pm 4\Rightarrow\begin{cases}y=5\\ y=-3\end{cases}$$

بنابراین نقاط برخورد دایره و سهمی، دو نقطهٔ $B(-3,5)$ و $B'(-3,-3)$ هستند.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مفروطی؛ صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته

۲۱- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

گزینهٔ «۱»: اگر به جای x و y، رئوس e و f قرار گیرند، مجموعهٔ $\{a,c,e,f\}$ حاصل می‌شود که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس e، همچنان یک مجموعهٔ احاطه‌گر باقی می‌ماند.

گزینهٔ «۳»: اگر به جای x و y، رئوس f و g قرار گیرند، مجموعهٔ $\{a,c,f,g\}$ حاصل می‌شود که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس g، همچنان یک مجموعهٔ احاطه‌گر باقی می‌ماند.

گزینهٔ «۴»: اگر به جای x و y، رئوس d و f قرار گیرند، مجموعهٔ $\{a,c,d,f\}$ حاصل می‌شود که مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال نیست، زیرا با حذف رأس c یا d، همچنان یک مجموعهٔ احاطه‌گر باقی می‌ماند.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۲۲- **گزینهٔ «۲»** *(مهبد خالتی)*

می‌توانیم گراف C_9 را در نظر بگیریم:

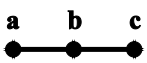
$$\left\lceil \frac{p}{2+1} \right\rceil \le \gamma(G) \Rightarrow \left\lceil \frac{9}{3} \right\rceil \le \gamma(G) \Rightarrow \gamma(G) \ge 3$$

بنابراین حداقل عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۳ است. گراف زیر را هم می‌توان در نظر گرفت:

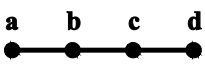
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۲۳- **گزینهٔ «۲»** *(فرزانه شاکپاش)*

گزینهٔ «۱»: $\gamma(P_3)=1$ است ولی مطابق شکل مجموعهٔ $\{a,c\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.

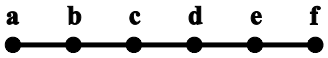


گزینهٔ «۲»: $\gamma(P_4)=2$ است. این گراف دارای ۴ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال $\{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}$ است که همگی احاطه‌گر مینیمم نیز هستند.



گزینهٔ «۳»: $\gamma(P_5)=2$ است ولی مطابق شکل مجموعهٔ $\{a,c,e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.

گزینهٔ «۴»: $\gamma(P_6)=2$ است ولی مطابق شکل مجموعهٔ $\{a,c,e\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال برای این گراف است.

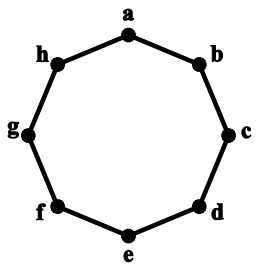


(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

عدد احاطه‌گری گراف C_8، برابر ۳ است.

دو رأس b و h را که هر دو با رأس a مجاور هستند در نظر بگیرید. این دو رأس به همراه رأس e که دقیقاً مقابل رأس a قرار دارد، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند. به همین ترتیب دو رأس a و c که با رأس b مجاور هستند، به همراه رأس f که مقابل رأس b قرار دارد، یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم تشکیل می‌دهند.



با ادامهٔ این روند، به هشت مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دست پیدا می‌کنیم:

$\{h,b,e\}, \{a,c,f\}, \{b,d,g\}, \{c,e,h\},$

$\{d,f,a\}, \{e,g,b\}, \{f,h,c\}, \{g,a,d\}$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

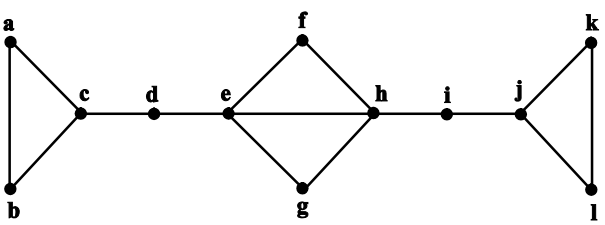
۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا شریف‌فطیبی)*

از هر یک از مجموعه‌های $\{b,g,h,i,j\}$ و $\{k,l,m,n,o\}$، حداقل دو رأس و از مجموعهٔ $\{d,e,f\}$ حداقل یک رأس باید انتخاب نمود تا تمام رئوس مجموعه احاطه شوند. اگر رأس j از مجموعهٔ اول و رأس k از مجموعه دوم به عنوان یکی از دو رأس لازم انتخاب شوند، در این صورت با انتخاب رأس d از مجموعهٔ سوم، سایر رئوس گراف نیز احاطه می‌گردند. مجموعهٔ $\{d,j,h,k,m\}$ یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم برای این گراف است و در نتیجه $\gamma(G)=5$ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۲۶- **گزینهٔ «۱»** *(مهبد خالتی)*

ابتدا رئوس گراف را نام‌گذاری می‌کنیم:



Telegram: @konkur_in

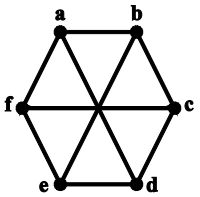
www.konkur.in

شش مجموعهٔ $\{a,e,j\}$، $\{b,e,j\}$، $\{c,e,j\}$، $\{c,h,j\}$، $\{c,h,k\}$ و $\{c,h,l\}$، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف مورد نظر هستند.

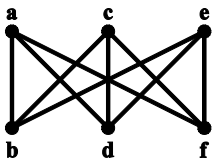
(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(فرزانه شاکپاش)*

گراف G به صورت شکل زیر است:



با درنظر گرفتن رئوس مجاور در این گراف، می‌توان نمودار گراف را مطابق شکل زیر نیز رسم کرد:



هر مجموعهٔ دو عضوی که شامل یکی از سه رأس بالایی (e,c,a) و یکی از سه رأس پایینی (f,d,b) باشد، یک $\gamma-$ مجموعه برای این گراف است که تعداد آنها برابر است با: $۳\times۳=۹$

به بیان دیگر هر دو رأس مجاور در این گراف، یک $\gamma-$ مجموعه تشکیل می‌دهند که با توجه به داشتن ۹ یال در این گراف، ۹ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم نیز وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۲۸- **گزینهٔ «۱»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

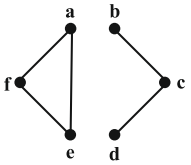
گراف $P_۶$ فقط دارای یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم به صورت $\{b,e\}$ است، پس فقط یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دو عضوی دارد. از طرفی هر زیرمجموعهٔ سه عضوی از رئوس گراف $P_۶$ که شامل یک رأس از بین a و b، یک رأس از بین c و d و یک رأس از بین e و f باشد، یک مجموعهٔ احاطه‌گر برای این گراف است که تعداد این مجموعه‌ها طبق اصل ضرب برابر است با: $۲\times۲\times۲=۸$. از بین این ۸ مجموعه، تنها دو مجموعهٔ $\{b,d,e\}$ و $\{b,c,e\}$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال نیستند، چون شامل مجموعهٔ $\{b,e\}$ می‌باشند.

گراف $P_۶$ فاقد مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی یا بیشتر است، پس در مجموع $۶+۱=۷$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۲۹- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

با افزودن یال ae به گراف G، گراف شکل زیر حاصل می‌شود:



در این صورت مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف حاصل عبارت‌اند از:

$$\{a,c\},\{f,c\},\{e,c\}$$

ولی با افزودن هر یک از یال‌های cf، ab و be به گراف G، گرافی حاصل می‌شود که تنها مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم آن، مجموعهٔ $\{c,f\}$ است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

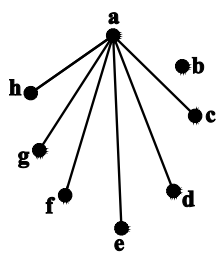
۳۰- **گزینهٔ «۳»** *(سید محمدرضا حسینی‌فرد)*

فرض کنید رأس a در این گراف از درجهٔ $\Delta=۶$ باشد.

در این گراف چون $\Delta\neq p-۱$ پس عدد احاطه‌گری بیش‌تر از یک است و رأس با درجهٔ $\Delta=۶$ فقط با یک رأس از گراف مجاور نیست. آن رأس را b می‌نامیم. بدیهی است که مجموعهٔ $\{a,b\}$ احاطه‌گر است. فرض کنیم مسیری بین دو رأس a و b وجود داشته باشد مثلاً مسیر $a\cdots cb$ بنابراین مجموعهٔ $\{a,c\}$ نیز احاطه‌گر است که با فرض در تناقض است.

بنابراین بین رأس‌های a و b مسیری وجود ندارد و گراف G ناهمبند است.

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» را می‌توان در شکل زیر مشاهده کرد.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

فیزیک ۳

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(پوریا علاقه‌مند)*

تمام عبارت‌ها درست هستند به‌جز مورد (ت).

در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل صفر است. بنابراین تندی هر جزء در این حالت بیشینه است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۷۷)

۳۲- **گزینهٔ «۴»** *(غلامرضا محبی)*

سرعت انتشار موج بستگی به جنس و شرایط فیزیکی محیط انتشار دارد و با تغییر دامنه و بسامد منبع تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۷۱)

۳۳- **گزینهٔ «۲»** *(مصطفی کیانی)*

وقتی $\frac{۵}{۹}$ طول تار را کنار بگذاریم، $\frac{۴}{۹}$ طول آن باقی می‌ماند که جرم آن نیز برابر $\frac{۴}{۹}$ جرم اولیهٔ تار خواهد بود. بنابراین، با توجه به این‌که در حالت جدید طول تار برابر طول اولیهٔ آن می‌شود، با استفاده از رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{FL}{m}}$ به صورت زیر، تندی انتشار موج عرضی را می‌یابیم:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱}=\sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{m_۱}{m_۲}}$$

$$\xrightarrow[F_۱=F_۲\ ,\ L_۱=L_۲=L\ ,\ v_۱=۱۰۰\frac{m}{s}]{m_۲=m_۱-\frac{۵}{۹}m_۱=\frac{۴}{۹}m_۱}$$

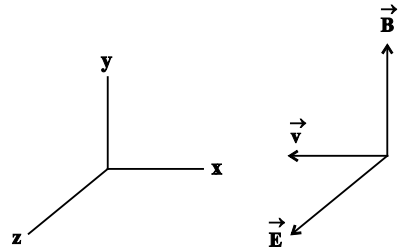
$$\frac{v_۲}{۱۰۰}=\sqrt{۱\times۱\times\frac{m_۱}{\frac{۴}{۹}m_۱}} \Rightarrow \frac{v_۲}{۱۰۰}=\sqrt{\frac{۹}{۴}} \Rightarrow \frac{v_۲}{۱۰۰}=\frac{۳}{۲}$$

$$v_۲=۱۵۰\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۳۴- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا در یک لحظه با توجه به شکل زیر، جهت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را رسم می‌کنیم.



با استفاده از قاعدهٔ دست راست، اگر چهار انگشت دست راست خود را در جهت میدان الکتریکی قرار دهیم به‌طوری که میدان مغناطیسی از کف دستمان خارج شود، جهت انگشت شست، جهت انتشار را نشان می‌دهد. در نتیجه جهت انتشار موج خلاف جهت محور xها خواهد بود.

اکنون با توجه به نمودار داریم:

$$۳\frac{\lambda}{۲}=۱۸۰nm \Rightarrow \lambda=۱۲۰nm$$

$$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۱۲۰\times۱۰^{-۹}m}{۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s}}=۴\times۱۰^{-۱۶}s$$

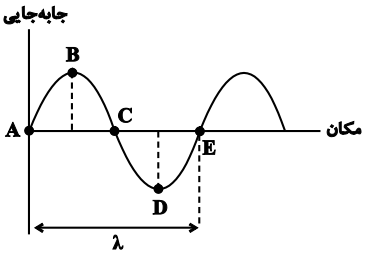
زمان هر ۱۰۰ نوسان برابر است با:

$$n=\frac{t}{T} \Rightarrow ۱۰۰=\frac{t}{۴\times۱۰^{-۱۶}} \Rightarrow t=۴\times۱۰^{-۱۴}s$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۳۵- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

در انتشار موج طولی در یک فنر بلند کشیده شده در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد (نقاط A، C و E)، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصلهٔ بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینهٔ مجاور هم (نقاط B و D)، اندازهٔ جابه‌جایی هر جز فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است. به این ترتیب می‌توان برای این فنر، نمودار جابه‌جایی- مکان را مطابق شکل زیر رسم کرد.



همان‌طور که از نمودار مشخص است، AE برابر طول موج است، در نتیجه فاصلهٔ AD برابر است با:

$$AD=\frac{۳}{۴}\lambda$$

با توجه به این توضیحات، موارد (آ)، (ب) و (پ) صحیح هستند.

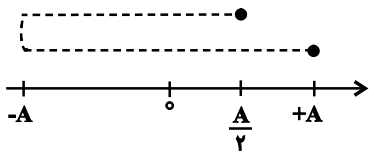
(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحهٔ ۷۷)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶- **گزینهٔ «۲»** *(سعید شرق)*

با توجه به شکل داده شده، نقطهٔ M در $+\frac{A}{۲}$ و در حال نزدیک شدن به مبدأ نوسان است.



$$+\frac{A}{۲}=A\cos\omega t$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{\pi}{۳}=\omega t_۱\\ \omega=\frac{۲\pi}{T}\end{array}\right\}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۶}$$

$$+A=A\cos\omega t\Rightarrow ۲\pi=\omega(t_۱+۲)$$

$$۲\pi=\frac{۲\pi}{T}\times(t_۱+۲)\Rightarrow T=t_۱+۲\Rightarrow T=\frac{T}{۶}+۲\Rightarrow T=۲/۴s$$

$$\frac{۳\lambda}{۴}=\frac{۹۰}{۱۰۰}\Rightarrow\lambda=\frac{۰/۹\times۴}{۳}=۱/۲m$$

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{۱/۲}{۲/۴}=۰/۵\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۳۷- **گزینهٔ «۱»** *(سیدجواد نظری)*

چون هر ذره از موج، حرکت ذرهٔ قبل خود را تکرار می‌کند، دو حالت داریم:

۱- اگر موج به سمت راست برود، جهت حرکت ذرهٔ A به سمت بالا و جهت حرکت ذرهٔ B به سمت پایین است.

۲- اگر موج به سمت چپ برود، جهت حرکت ذرهٔ A به سمت پایین و جهت حرکت ذرهٔ B به سمت بالا است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۳۸- **گزینهٔ «۱»** *(حسام نادری)*

کافیست روابط مربوط به شدت و تراز شدت صوت را در دو حالت بنویسیم و داریم:

$$I=\frac{P}{۴\pi r^۲}\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{P_۲}{P_۱}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

$$r_۱=vt\quad,\quad r_۲=vt'$$

$$\frac{I_۲}{I_۱}=۱\times(\frac{vt}{vt'})^۲\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{t}{t'})^۲$$

$$\beta_۲-\beta_۱=\log(\frac{I_۲}{I_۱})=-۲/۶\Rightarrow\log(\frac{t}{t'})^۲=-۲/۶$$

$$\Rightarrow ۲\log(\frac{t}{t'})=-۲/۶\Rightarrow\log(\frac{t}{t'})=-۱/۳$$

$$\Rightarrow\log(\frac{t'}{t})=۱/۳=۱+۰/۳=\log۱۰+\log۲=\log۲۰$$

$$\Rightarrow\frac{t'}{t}=۲۰$$

* توجه: $\log۲=\log\frac{۱۰}{۵}=\log۱۰-\log۵=۱-۰/۷=۰/۳$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۳۹- **گزینهٔ «۳»** *(شارمان ویسی)*

می‌دانیم اختلاف دو تراز شدت صوت برحسب dB، طبق معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\left\{\begin{array}{l}\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۱}{I_۰}\\ \beta_۲=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}\end{array}\right.\Rightarrow\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

شدت با فاصله رابطهٔ عکس مجذوری دارد: $\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$

$$\beta_۲=\frac{\beta_۱}{۲}=۳$$

$$\frac{\beta_۱}{۲}-\beta_۱=۱۰\log(\frac{r}{r_۲})^۲\Rightarrow-\frac{۱}{۲}\beta_۱=۱۰\log(\frac{r}{r_۲})^۲$$

$$\Rightarrow-۰/۳=\log(\frac{r}{r_۲})^۲\Rightarrow-\log۲=\log(\frac{r}{r_۲})^۲$$

$$\log۲^{-۱}=\log(\frac{r}{r_۲})^۲\Rightarrow۲^{-۱}=(\frac{r}{r_۲})^۲$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}\frac{r}{r_۲}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\Rightarrow r_۲=\sqrt{۲}r$$

$$\Delta r=r_۲-r_۱=\sqrt{۲}r-r=(\sqrt{۲}-۱)r$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ تا ۸۳)

۴۰- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

می‌دانیم تندی موج طولی در یک جسم جامد از تندی موج عرضی در همان جسم بیشتر است. بنابراین موج طولی در زمان کمتری، فاصلهٔ معین را طی خواهد کرد. داریم:

$$\Delta t=t_S-t_P\Rightarrow\Delta t=\frac{\Delta x}{v_S}-\frac{\Delta x}{v_P}\Rightarrow۹۰=\frac{۷۲۰}{v}-\frac{۷۲۰}{۸}$$

$$\Rightarrow۱۸۰=\frac{۷۲۰}{v}\Rightarrow v=\frac{۷۲۰}{۱۸۰}=۴\frac{km}{min}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۷۸)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

شیمی ۳

۴۱- **گزینهٔ «۳»** *(موسی خیاط‌علی‌محمدی)*

موارد الف و پ صحیح می‌باشند.

بررسی عبارات نادرست:

سرخ‌فام بودن خاک رس به دلیل وجود یون $(Fe_2O_3)Fe^{3+}$ است.

پس از اکسیژن، سیلیسیم فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴۲- **گزینهٔ «۱»** *(یوسف علی‌پور)*

$$SiO_2 = 28 + 16\times 2 = 60\,g.mol^{-1}$$

جرم اولیه را M در نظر می‌گیریم:

$$Si(s) + O_2(g) \rightarrow SiO_2(s)$$

$$C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$$

جامد باقی‌مانده سیلیس است که جرم آن $1/5M$ می‌شود. براساس آن می‌توان جرم سیلیسیم موجود در مخلوط اول را به دست آورد:

$$?g\ Si = 1/5M\ g\ SiO_2 \times \frac{1mol\ SiO_2}{60g\ SiO_2} \times \frac{1mol\ Si}{1mol\ SiO_2}$$

$$\times \frac{28g\ Si}{1mol\ Si} = \frac{28\times 1/5M}{60} = 0/7M\ g\ Si$$

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{M - 0/7M}{M}\times 100 = \%30$$

(شیمی ۳- صفحهٔ ۶۹)

۴۳- **گزینهٔ «۳»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) آب و کربن دی‌اکسید جزو مواد مولکولی می‌باشند اما سیلیس جزو جامدهای کووالانسی می‌باشد.

۲) در ساختار سیلیس اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی $Si-O-Si$ به هم متصلند.

۴) عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم هستند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

۴۴- **گزینهٔ «۳»** *(فرزاد رضایی)*

عبارت «۱»: درست؛ الماس برخلاف گرافیت که ساختاری دوبعدی دارد، دارای ساختار سه بعدی است.

عبارت «۲»: نادرست؛ الماس برخلاف گرافیت که ظاهری تیره دارد، دارای ظاهری شفاف است.

عبارت «۳»: نادرست؛ الماس همانند گرافیت جامدی کووالانسی است.

عبارت «۴»: نادرست؛ الماس برخلاف گرافیت رسانای جریان الکتریسیته نیست.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴۵- **گزینهٔ «۴»** *(ماهان زواری)*

عبارت‌های (ب) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

آ) آرایش مولکول‌های H_2O در یخ به صورت حلقه‌های شش‌ضلعی است که اتم اکسیژن در رئوس آن قرار دارد.

ب) سیلیس جامدی کووالانسی با نقطه ذوب بالا است اما یخ جامدی مولکولی با نقطهٔ ذوب پایین است.

پ) طبق متن کتاب درسی در ساختار یخ هر اتم اکسیژن با ۲ اتم H پیوند کووالانسی و با ۲ اتم H دیگر پیوند هیدروژنی برقرار کرده و به آن متصل است.

ت) در گرافیت نیز میان لایه‌های آن نیروهای وان‌دروالسی وجود دارد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲، ۷۳ و ۷۴)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶- **گزینهٔ «۲»** *(عظیم بردی‌صیادلی)*

رفتار فیزیکی مواد مولکولی به نوع و قدرت نیروهای بین مولکولی آن‌ها بستگی دارد. برای نمونه آنتالپی تبخیر و نقطه جوش یک ترکیب مولکولی به حالت مایع به نیروهای بین مولکولی آن وابسته است، در حالی که رفتار شیمیایی آن به‌طور عمده به پیوندهای اشتراکی (جفت الکترون‌های پیوندی) و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول وابسته است.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۴ و ۷۵)

۴۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرضا رضوی)*

هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فراوردهٔ واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در بلور سدیم کلرید، به هر یون کلرید از همهٔ جهت‌ها و همهٔ یون‌ها نیروی جاذبه وارد می‌شود.

۲) ترکیبات یونی نسبت به ترکیبات مولکولی در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع هستند.

۳) در سدیم کلرید عدد کوئوردیناسیون یون سدیم و یون کلرید برابر است اما در سزیم سولفید برابر نیست چراکه نسبت تعداد آنیون به کاتیون در آن برابر ۱ نیست!

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

۴۸- **گزینهٔ «۳»** *(امیر حاتمیان)*

در گزینهٔ «۲»؛ SCO کربونیل سولفید قطبی می‌باشد.

گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» همگی (مولکول‌ها) ناقطبی می‌باشند که تنها در گزینهٔ «۳» چون جرم CCl_4 بیشتر از CO_2 می‌باشد، بنابراین نیروی جاذبهٔ بین مولکولی (وان‌دروالس) مولکول سمت راست بیشتر از سمت چپ می‌باشد.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۴۹- **گزینهٔ «۲»** *(سیدرضا رضوی)*

موارد (ب) و (ت) درست‌اند.

بررسی موارد:

الف) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ منیزیم فلوئورید نسبت به منیزیم اکسید کمتر است چراکه مجموعه قدرمطلق بار یون‌های آن کمتر است.

ب) نیروی بین مولکولی HF از نوع پیوند هیدروژنی است که نسبت به N_2 قوی‌تر است به همین دلیل در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع است.

پ) خورشید منبعی تجدیدپذیر محسوب می‌شود.

ت) مولکول‌های SO_2 و $CHCl_3$، هر دو به ترتیب به دلیل وجود جفت الکترون ناپیوندی و یکسان نبودن اتم‌های اطراف اتم مرکزی قطبی هستند پس در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

(شیمی ۳- صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸ و ۸۳)

۵۰- **گزینهٔ «۱»** *(ماهان زواری)*

تمام موارد نادرست می‌باشند.

بررسی موارد:

مورد «۱»؛ مدل دریای الکترونی تنها برخی از رفتارهای فیزیکی جامدهای فلزی را توجیه می‌کند.

مورد «۲»؛ خیر، در این مدل مجموع بار کاتیون با مجموع الکترون‌ها برابر است.

مورد «۳»؛ در این مدل سست‌ترین الکترون‌ها دریایی از الکترون‌ها را به وجود می‌آورند.

مورد «۴»؛ Zn^{2+} نادرست است. از گرد Zn استفاده می‌کنیم!

(شیمی ۳- صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

Telegram: @konkur_in