



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۱/۱۳

آزمون
نهم
حضورى

دترچه شماره ۱

خیلی سبز!
آزمون
تجربى | راضى | انسانى

سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی (از ابتدای سهمی تا پایان درس نامه + تمرین‌های مرتبط انتهای درس (۳) صفحه ۵۰ تا ۵۹</p> <p>هندسه یازدهم هندسه (۲): فصل دوم: تبدیل‌های هندسی و کاربردها صفحه ۳۳ تا ۶۰</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل دوم: گراف و مدل‌سازی (از ابتدای مدل‌سازی با گراف) صفحه ۴۳ تا ۵۴</p> <p>آمار و احتمال فصل سوم: آمار توصیفی صفحه ۷۳ تا ۱۰۱</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل هفتم: آمار و احتمال (از ابتدای مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه تا پایان فصل) صفحه ۱۵۲ تا ۱۷۰</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل چهارم: مشتق (درس ۱) صفحه ۷۱ تا ۸۳</p> <p>حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل اول: جبر و معادله (درس ۱) صفحه ۲ تا ۶</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله (درس ۳ و ۴) + فصل سوم: توان‌های گویا و عبارت‌های جبری صفحه ۱۴ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۸</p>

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید
از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان (۲): صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

۱- اگر تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4} = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1) - f(3-x)}{x-1}$ چه قدر است؟

۲۴ (۱) ۴۸ (۲) ۱۲ (۳) ۳۶ (۴)

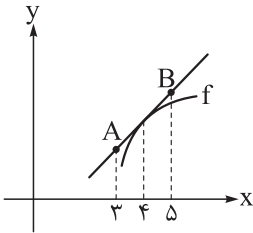
۲- خط $y = 2x + b$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 - 4ax$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$ چه قدر است؟

۱ (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

۳- اگر $f(x) = x + [3 \cos \pi x]$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{f(x)}$ باشد، مقدار $g'(2)$ در صورت وجود کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است.

۱ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۲ (۴)

۴- در شکل زیر، نمودار تابع f و خط مماس بر آن رسم شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 16} = \frac{1}{4}$ باشد، طول پاره خط AB چه قدر است؟



۵ (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴)

۵- خطی که در مبدأ مختصات بر منحنی تابع $f(x) = \frac{ax}{1+|x|}$ مماس می‌شود، مجانب‌های تابع را در نقاط A و B قطع

می‌کند. به ازای کدام مقدار a ، طول پاره خط AB برابر $2\sqrt{5}$ است؟

±۱۰ (۱) ±۲ (۲) ±۶ (۳) ±۴ (۴)

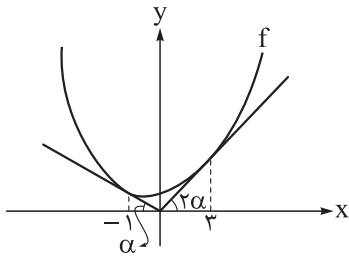
۶- تابع پیوسته f در نقطه $x = 3$ ، بر خط گذرنده از نقاط $A(1, 0)$ و $B(2, a+1)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16}{x - 3}$ در صورت وجود کدام است؟

۸ (۱) ۱۶ (۲) -۸ (۳) -۱۶ (۴)

محل انجام محاسبات



۷- در شکل زیر، نمودار f و خطوط مماس بر آن در نقاط $x = -1$ و $x = 3$ رسم شده‌اند. اگر $f'(-1) = \frac{-1}{3}$ باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۸- اگر برای تابع مشتق پذیر f ، $f(1) = 1$ و $f'(1) = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{f(\cos x)}}{x^2}$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

حسابان (۱): صفحه‌های ۲ تا ۶، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۸

۹- در یک دنباله حسابی غیر ثابت، مجموع n جمله اول برابر S_n است. اگر $S_3 = 0$ و $S_{12} + S_{13} = 36$ باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$-\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

۱۰- با جمع سه جمله اول یک دنباله حسابی به ترتیب با ۴، ۱۲ و ۲۰ یک دنباله هندسی به دست می‌آید، به طوری که مجموع سه جمله دنباله حسابی، برابر جمله اول دنباله هندسی است. جمله اول دنباله حسابی کدام است؟

$$18 \quad (4)$$

$$16 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۱۱- اگر ریشه‌های سوم جملات اول، پنجم و یازدهم از یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله ابتدایی از یک دنباله هندسی باشد، در دنباله هندسی، جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول آن است؟

$$\sqrt[3]{6} - 1 \quad (4)$$

$$\sqrt[3]{4} - 1 \quad (3)$$

$$\sqrt[3]{12} - 3 \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{12} - 2 \quad (1)$$

۱۲- در یک دنباله هندسی صعودی، جمله اول برابر یک است. اگر جمله نهم از مجموع هفت جمله اول، به اندازه قدرنسبت بیشتر باشد، قدرنسبت چه قدر است؟

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad (4)$$

$$1 + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{5} - 1 \quad (2)$$

$$\frac{1 + \sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

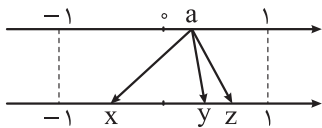
محل انجام محاسبات



۱۳- فرض کنید a, b, c, \dots یک دنباله هندسی با قدرنسبت منفی و b, a, c, \dots یک دنباله حسابی باشد. مجموع پنج جمله اول دنباله هندسی، چند برابر مجموع پنج جمله اول دنباله حسابی است؟

$$\frac{7}{20} \quad (1) \quad \frac{11}{20} \quad (2) \quad \frac{11}{10} \quad (3) \quad \frac{7}{10} \quad (4)$$

۱۴- در شکل زیر عدد a از محور بالا، به ریشه‌های مرتبه دوم و سوم خود روی محور پایین وصل شده است. اگر z, y, x سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، مقدار $a^{-\frac{1}{4}}$ کدام است؟



$$^6\sqrt{6} \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{3} \quad (2)$$

$$\sqrt[3]{2} \quad (3)$$

$$3\sqrt[3]{3} \quad (4)$$

۱۵- اگر $A = \frac{2^{1/5}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + 9^{0/25}$ باشد، کدام عدد زیر گویاست؟

$$A^2 - 2A \quad (1) \quad A^2 + 2A \quad (2) \quad A^2 - A \quad (3) \quad A^2 + A \quad (4)$$

۱۶- با فرض $p = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$ و $q = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ حاصل $p + q$ چند برابر $p - q$ است؟

$$4 + \sqrt{10} \quad (1) \quad 4 + \sqrt{15} \quad (2) \quad 2 + \sqrt{15} \quad (3) \quad 4 + \sqrt{10} \quad (4)$$

۱۷- در یک مستطیل طلایی، نسبت طول به عرض برابر a^2 است. حاصل $P = \frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}}$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \sqrt[3]{2} \quad (2) \quad \sqrt[3]{4} \quad (3) \quad \sqrt[3]{4} \quad (4)$$

۱۸- اگر $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{\sqrt{5} + 2\sqrt{6}} - \sqrt{6} = a^2 + \frac{1}{a^2}$ باشد، حاصل $a + \frac{1}{a}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$\sqrt{6} - 1 \quad (1) \quad \sqrt{3} + 1 \quad (2) \quad \sqrt{2} + 1 \quad (3) \quad \sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

۱۹- با رئوس a, b, c, d و دو یال، چند گراف ساده وجود دارد که مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن‌ها یکتا باشد؟

۲ (۱) ۴ (۲)

۶ (۳) ۱۲ (۴)

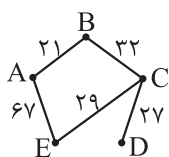
۲۰- گرافی ناهمبند، ۳- منتظم، با رئوس نام‌گذاری شده و اندازه ۱۲ داریم. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۲ (۱) ۴ (۲)

۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

۲۱- هر ایستگاه آتش‌نشانی تا فاصله ۵۰ کیلومتر را پوشش می‌دهد. فاصله بین پنج منطقه A, B, C, D, E در زیر

نشان داده شده است. حداقل چند ایستگاه آتش‌نشانی لازم است تا تمام مناطق، زیر پوشش باشند؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲۲- گراف با درجه رئوس ۱، ۲، ۲ و ۳ چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳- در گرافی ۲- منتظم از مرتبه ۱۲، حداکثر عدد احاطه‌گری کدام است؟

۴ (۱) ۵ (۲)

۶ (۳) ۷ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۴- داده آماری با واریانس ۱۶ و میانگین ۲۵ داریم. حداقل چند داده برابر با میانگین، به این داده‌ها اضافه کنیم تا ضریب تغییرات بیش از ۴ درصد کم شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۵- انحراف از میانگین ۵ داده آماری $a, b, 2, 1$ و 0 است. اگر انحراف معیار این ۵ داده برابر $\sqrt{10}$ و ضریب تغییرات آن‌ها ۱ باشد، کوچک‌ترین داده حدوداً کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $2/84$ (۲) $6/16$ (۳) -6 (۴) 3

۲۶- میانه یک سری داده آماری نابرابر و مرتب‌شده، برابر است با میانگین داده‌های هفتم، هشتم و نهم. اگر مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵
(۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۲۷- در جدول فراوانی مقابل، حاصل $x + y - z$ کدام است؟

دسته‌ها	فراوانی	فراوانی نسبی
۱۰-۱۵	۶	X
۱۵-۲۰	Y	۰/۲۵
۲۰-۲۵	۲	Z
۲۵-۳۰	Y	۰/۲۵
جمع	۱۶	

- (۱) $4/25$
(۲) $4/75$
(۳) ۴
(۴) $3/75$

۲۸- در جدول زیر، اگر زاویه متناظر دسته D در نمودار دایره‌ای 96° باشد. فراوانی دسته C کدام است؟

نوع	A	B	C	D	E
تعداد	x	x+۶	۶x	x+۹	۲x-۳

- (۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) ۱۸
(۴) ۲۴

محل انجام محاسبات



هندسه (۳): صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۳۳ تا ۶۰

۲۹- معادله محور تقارن سهمی به معادله $y = (x - 3)^2$ به صورت $x = a$ و معادله خط هادی آن به صورت $y = b$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

۱/۲۵ (۱) ۰/۷۵ (۲) ۰/۲۵ (۳) ۲/۷۵ (۴)

۳۰- به ازای کدام مقدار m ، کانون سهمی به معادله $y^2 + my - 7x = 0$ روی محور y ها قرار دارد؟

±۲ (۱) ±۴ (۲) ±۷ (۳) ±۹ (۴)

۳۱- از کانون سهمی $2 - 4x = 2y - y^2$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. اگر نقطه S رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث SMN کدام است؟

۰/۲۵ (۱) ۱ (۲) ۰/۵ (۳) ۲ (۴)

۳۲- خط‌هایی را در نظر بگیرید که سهمی $y = 2x^2$ را در دو نقطه قطع می‌کنند، به طوری که وسط پاره‌خط واصل این دو نقطه همواره بر خط $x = 2$ واقع است. کدام گزینه در مورد این خط‌ها درست است؟

- (۱) شیب آن‌ها ۸ است. (۲) شیب آن‌ها ۴ است.
(۳) عرض از مبدأ آن‌ها ۸ است. (۴) عرض از مبدأ آن‌ها ۴ است.

۳۳- آینه مقعر سهمی شکل به معادله $y^2 = \frac{1}{4}x$ مفروض است. پرتو نوری با معادله $16y + 1 = 0$ به این سهمی می‌تابد. معادله این پرتو نور پس از دو بار بازتابش نسبت به این آینه کدام خواهد بود؟

$y = \frac{1}{4}$ (۱) $y = \frac{1}{2}$ (۲) $y = \frac{1}{16}$ (۳) $y = -\frac{1}{16}$ (۴)

۳۴- نقطه F ، کانون سهمی به معادله $y^2 = 8x - 16$ و M نقطه‌ای با عرض a واقع بر آن است. خط MF ، محور y ها را در نقطه‌ای با عرض b قطع می‌کند. اگر a و b مثبت باشند، طول NF کدام است؟

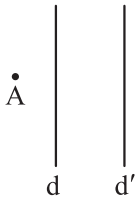
$\frac{2(b-a)}{a}$ (۱) $\frac{2(b-a)}{b}$ (۲) $\frac{4(b-a)}{b}$ (۳) $\frac{4(b-a)}{a}$ (۴)

۳۵- تبدیل هندسی «تجانس معکوس انقباضی» کدام ویژگی را ندارد؟

- (۱) حفظ جهت شکل‌ها (۲) حفظ اندازه زاویه‌ها
(۳) حفظ شیب خط‌ها (۴) حفظ طول پاره‌خط‌ها

محل انجام محاسبات

۳۶- در شکل رسم شده، فاصله بین دو خط موازی d و d' برابر با 10 است. اگر A' تصویر A در بازتاب نسبت به d و A'' تصویر A' در بازتاب نسبت به d' باشد، آن گاه فاصله A'' از d برابر با 18 است. اگر O نقطه‌ای روی d' ، به فاصله 13 از A باشد، فاصله A'' از O کدام است؟



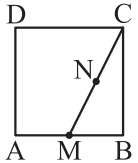
$$\frac{25}{3} \quad (2)$$

$$\frac{50}{7} \quad (1)$$

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

$$\frac{100}{13} \quad (3)$$

۳۷- مطابق شکل، نقطه M وسط AB و N وسط CM است. اگر مربع $ABCD$ را با بردار BN انتقال دهیم، چند درصد از سطح شکل حاصل، درون مربع $ABCD$ قرار می‌گیرد؟



$$12/5 \quad (1)$$

$$25 \quad (2)$$

$$37/5 \quad (3)$$

$$50 \quad (4)$$

۳۸- نقاط $A(24,0)$ و $B(18,0)$ را به ترتیب در دوران‌های به مرکز O (مبدأ مختصات) و زوایای 15° و 105° تصویر می‌کنیم تا نقاط A' و B' به دست آید. فاصله O از خط $A'B'$ کدام است؟

$$15 \quad (4)$$

$$14/4 \quad (3)$$

$$12/8 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

۳۹- در تجانس به مرکز $W(1,2)$ و نسبت k ، مبدأ مختصات روی نقطه $O'(h, h+3)$ تصویر می‌شود. حاصل $\frac{h}{k}$ کدام است؟

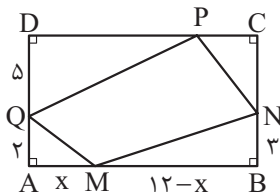
$$-1 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1/5 \quad (2)$$

$$1/5 \quad (1)$$

۴۰- مطابق شکل، M و P نقاط متغیری بر اضلاع AB و CD از مستطیل $ABCD$ هستند. کم‌ترین محیط چهارضلعی $MNPQ$ کدام است؟



$$30 \quad (1)$$

$$28 \quad (2)$$

$$25 \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



ویژه
کنکوری‌های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۱/۱۳

آزمون
نهم
حضوری

دفترچه شماره ۲



سال تحصیلی
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p>شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل سوم: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری (تا ابتدای رفتار مولکول‌ها و توزیع الکترون‌ها) صفحه ۶۷ تا ۷۵</p> <p>شیمی یازدهم شیمی (۲): فصل اول: قدر هدایای زمینی را بدانیم (تا ابتدای آلکن‌ها، هیدروکربن‌هایی با یک پیوند دوگانه) صفحه ۱ تا ۲۹</p>	<p>فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل سوم: نوسان و موج (تا ابتدای شدت و تراز شدت صوت) صفحه ۶۱ تا ۸۰</p> <p>فیزیک یازدهم فصل اول: الکتروستاتیک ساکن صفحه ۱ تا ۴۴</p>

آزمون آزمایشی خیلی سبز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



فیزیک (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

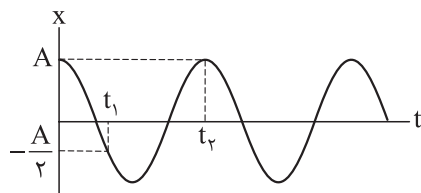
۴۱- معادله مکان-زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.3 \cos 4\pi t$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{6}$ s تا $t_2 = \frac{1}{24}$ s چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) 6π (۴) 12π

۴۲- جسم متصل به فنری، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، بر روی پاره‌خطی به طول ۲۵ cm، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر تندی آن هنگام عبور از نقطه تعادل 5π m/s باشد، در فاصله چند سانتی‌متری نقطه تعادل، شتاب نوسانگر به 4 m/s^2 می‌رسد؟ ($\pi^2 = 10$)

- (۱) ۱۰ (۲) $7/5$ (۳) ۵ (۴) $2/5$

۴۳- نمودار مکان-زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده به شکل زیر است. اگر بیشینه تندی نوسانگر 2 m/s باشد، تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)

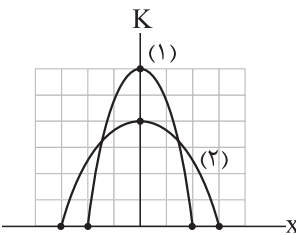


- (۱) $3/4$ (۲) $3/8$ (۳) $5/4$ (۴) $5/8$

۴۴- جسم متصل به فنری روی یک سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند، به طوری که بیشینه و کمینه طول فنر در حین نوسان به ترتیب ۶۰ cm و ۲۰ cm است. اگر حداقل زمان لازم برای آن که طول فنر از ۵۰ cm به ۳۰ cm برسد، برابر $\frac{1}{3}$ s باشد، در لحظه‌ای که تندی جسم $\frac{2\pi}{3}$ m/s است، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند برابر انرژی جنبشی جسم است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۵- نمودار انرژی جنبشی دو نوسانگر هماهنگ ساده (۱) و (۲) بر حسب مکان آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر جرم دو نوسانگر یکسان باشد، بسامد نوسانگر (۱) چند برابر نوسانگر (۲) است؟ (دو نوسانگر بر روی محور x نوسان می‌کنند.)



- (۱) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ (۲) $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

محل انجام محاسبات



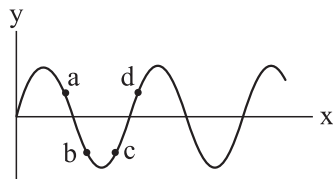
۴۶- دو آونگ ساده A و B را با زاویه کم از حالت تعادل خارج کرده و همزمان از حال سکون رها می‌کنیم، به طوری که با دامنه یکسان شروع به نوسان می‌کنند. اگر از لحظه رهاشدن، تا لحظه‌ای که آونگ A برای دومین مرتبه از نقطه تعادل عبور کند، مسافت طی شده توسط آن، ۲ برابر مسافت طی شده توسط آونگ B باشد، طول آونگ A، چند برابر طول آونگ B است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و آزمایش در یک محل انجام می‌شود).

$$\frac{16}{81} (1) \quad \frac{4}{9} (2) \quad \frac{81}{16} (3) \quad \frac{9}{4} (4)$$

۴۷- یک وزنه ۴۰۰ گرمی به انتهای فنری با جرم ناچیز آویزان شده و در بازه زمانی Δt ، ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر یک وزنه ۵/۰ کیلوگرمی به آن اضافه کنیم و دوباره به نوسان درآوریم، در بازه زمانی $2\Delta t$ چند بار شتاب آن صفر می‌شود؟

$$20 (1) \quad 40 (2) \quad 60 (3) \quad 80 (4)$$

۴۸- شکل زیر یک موج سینوسی را که در خلاف جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند، در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد. چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه کدام یک از این چهار جزء به صورت تندشونده در جهت محور y در حال حرکت است؟

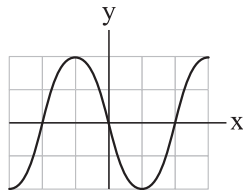


- (1) a
(2) b
(3) c
(4) d

۴۹- چشمه موجی بر سطح آب یک تشت موج به عمق ۲/۵ cm در هر دقیقه ۳۰۰ نوسان انجام می‌دهد و فاصله بین یک برآمدگی و فرورفتگی مجاور آن برابر با ۲۴ cm است. اگر عمق آب تشت موج به ۳/۵ cm افزایش یابد، فاصله یک برآمدگی و فرورفتگی مجاور آن ۶ cm تغییر می‌کند. با افزایش عمق آب، تندی انتشار موج در سطح آن چند متر بر ثانیه و چگونه تغییر کرده است؟

$$(1) \text{ افزایش می‌یابد. } (2) \text{ کاهش می‌یابد. } (3) \text{ کاهش می‌یابد. } (4) \text{ افزایش می‌یابد. } (5) \text{ افزایش می‌یابد. } (6) \text{ کاهش می‌یابد.}$$

۵۰- تصویر موج عرضی منتشر شده در یک طناب در لحظه‌ای، به شکل زیر است. بیشینه تندی هر یک از ذرات طناب چند برابر تندی انتشار موج در طناب است؟ (یکای تقسیم‌بندی روی محورهای x و y یکسان است).

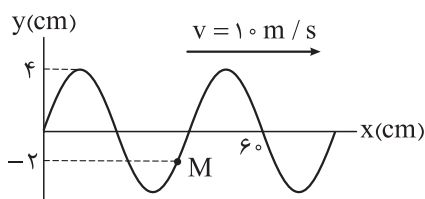


$$\frac{1}{\pi} (2) \quad \pi (1) \\ \frac{2}{\pi} (4) \quad \frac{\pi}{2} (3)$$

محل انجام محاسبات

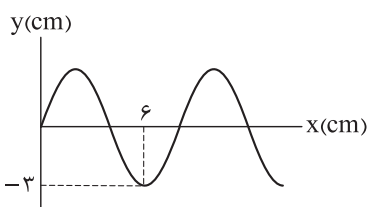


۵۱- تصویر موج عرضی منتشرشده در یک طناب، در لحظه‌ای به شکل زیر است. چند ثانیه پس از این لحظه، اندازه شتاب ذره M برای اولین بار بیشینه می‌شود؟



- (۱) $\frac{1}{300}$
 (۲) $\frac{1}{150}$
 (۳) $\frac{1}{75}$
 (۴) $\frac{1}{60}$

۵۲- تصویر موج عرضی منتشرشده در یک ریسمان کشیده‌شده در لحظه‌ای به شکل زیر است. اگر نیروی کشش ریسمان $2/56N$ و جرم هر متر از آن برابر با $40g$ باشد، تندی متوسط هر یک از ذرات ریسمان در مدت $5ms$ ، چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) $0/2$
 (۲) 2
 (۳) $1/2$
 (۴) 12

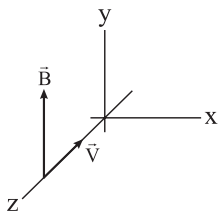
۵۳- دو موج سینوسی A و B در یک طناب منتشر شده‌اند. اگر دامنه موج A، ۲ برابر دامنه موج B و طول موج A، ۳ برابر طول موج B باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی در موج A، چند برابر آهنگ متوسط انتقال انرژی در موج B است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۵۴- اگر مسافتی که یک موج الکترومغناطیسی در مدت $0/05 \mu s$ طی می‌کند، ۸ برابر طول موج آن باشد، بسامد این موج چند کیلوهرتز است؟

- (۱) 8×10^5 (۲) $1/6 \times 10^5$ (۳) 8×10^8 (۴) $1/6 \times 10^8$

۵۵- شکل زیر میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور Z انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی موج در این لحظه و در این نقطه کدام است؟



- (۱) $+x$
 (۲) $-x$
 (۳) $+y$
 (۴) $-y$

محل انجام محاسبات



۵۶- چه تعداد از مقایسه‌های زیر، دربارهٔ بسامد (f)، دوره (T)، طول موج (λ) و تندی انتشار (v) امواج رادیویی FM و AM در خلأ درست است؟

$\lambda_{FM} > \lambda_{AM}$ (ت)	$v_{FM} > v_{AM}$ (پ)	$T_{FM} > T_{AM}$ (ب)	$f_{FM} > f_{AM}$ (الف)
۱ (۴)	۲ (۳)	۳ (۲)	۴ (۱)

فیزیک (۲): صفحه‌های ۱ تا ۴۴

۵۷- دو جسم خنثی و نارسانای A و B را به هم مالش می‌دهیم، سپس در آزمایش اول جسم A و در آزمایش دوم جسم B را به کلاهک الکتروسکوپی با بار مثبت نزدیک می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر دربارهٔ فاصلهٔ بین ورقه‌های الکتروسکوپ درست است؟

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

الف) در آزمایش اول، کاهش می‌یابد.

ب) در آزمایش اول، افزایش می‌یابد.

پ) در آزمایش دوم، ابتدا کاهش می‌یابد و در ادامه ممکن است افزایش یابد.

ت) در آزمایش دوم، ابتدا افزایش می‌یابد و در ادامه ممکن است کاهش یابد.

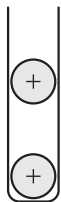
الف و ت (۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) ب و پ (۴)

۵۸- دو گوی فلزی مشابه با بارهای الکتریکی $4q$ و $-2q$ در فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند و به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند. دو گوی را با هم تماس داده و در فاصلهٔ r' از یکدیگر قرار می‌دهیم، به طوری که اندازهٔ نیروی الکتریکی‌ای که به هم وارد می‌کنند، تغییر نکند. نسبت $\frac{r'}{r}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۱)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)	$2\sqrt{2}$ (۳)	$\sqrt{2}$ (۴)
--------------------------	--------------------------	-----------------	----------------

۵۹- در شکل زیر، دو گوی مشابه با بارهای الکتریکی یکسان در فاصلهٔ $5/1$ cm از هم ساکن هستند. اگر جرم هر گوی برابر با $4/g$ باشد، هر یک از گوی‌ها نسبت به حالت خنثای خود چند الکترون از دست داده‌اند؟

($g = 10 \text{ N/kg}$ ، $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ و اصطکاک ناچیز است.)



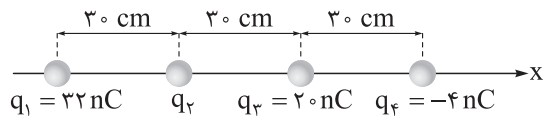
$6/25 \times 10^{11}$ (۲) $6/25 \times 10^{10}$ (۱)

$1/25 \times 10^{11}$ (۴) $1/25 \times 10^{10}$ (۳)

محل انجام محاسبات



۶۰- در شکل زیر چهار بار الکتریکی روی محور x ثابت هستند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر با صفر باشد، نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_2 بر حسب میکرونیوتون کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



(۱) $(15/6)\vec{i}$

(۲) $(78)\vec{i}$

(۳) $(-78)\vec{i}$

(۴) $(-15/6)\vec{i}$

۶۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 که $q_2 = 2q_1$ است، در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در محل بار q_2 برابر $8 \times 10^6 N/C$ باشد، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در محل بار q_1 چند نیوتون بر کولن است؟

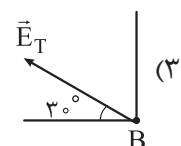
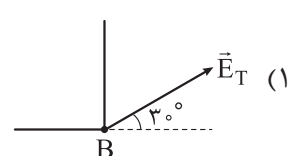
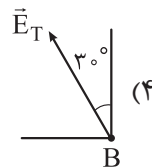
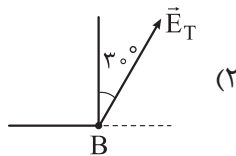
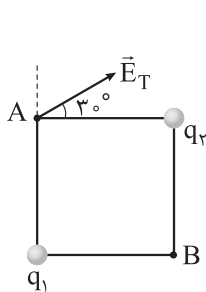
(۱) 2×10^6

(۲) 4×10^6

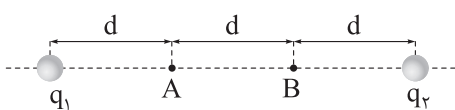
(۳) $1/6 \times 10^7$

(۴) $3/2 \times 10^7$

۶۲- جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای ذره‌ای q_1 و q_2 در گوشه A از مربع شکل زیر، نشان داده شده است. کدام گزینه جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار را در گوشه B به درستی نشان می‌دهد؟



۶۳- در شکل زیر میدان الکتریکی برآیند حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقاط A و B به ترتیب \vec{E}_A و \vec{E}_B است. اگر $\vec{E}_B = \frac{3}{4}\vec{E}_A$ باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



(۱) 2

(۲) $1/2$

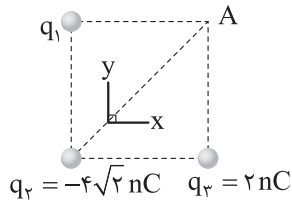
(۳) -2

(۴) $-1/2$

محل انجام محاسبات

۶۴- در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مربعی به ضلع 30 cm قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص

در نقطه A برابر با $\vec{E} = (100\text{ N/C})\vec{i}$ باشد، q_1 چند نانوکولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$



۳ (۱)

۱ (۲)

-۳ (۳)

-۱ (۴)

۶۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ($|q_2| > |q_1|$) در دو انتهای پاره‌خطی به طول d قرار دارند. میدان الکتریکی

خالص در وسط این پاره‌خط برابر \vec{E}_1 و میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای روی عمودمنصف پاره‌خط و به فاصله $\frac{d}{4}$ از آن

برابر \vec{E}_2 است. اگر اندازه \vec{E}_1 از اندازه \vec{E}_2 ، ۶۰ درصد کم‌تر باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴)

۶۶- در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5\text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذره باردار به

جرم 2 g رها می‌شود. اگر ذره با شتابی به اندازه 2 m/s^2 به سمت بالا شروع به حرکت کند، بار الکتریکی ذره برحسب

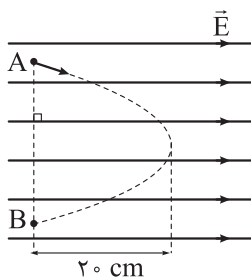
نانوکولن کدام است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

۴۸ (۱) -۴۸ (۲) ۳۲ (۳) -۳۲ (۴)

۶۷- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 4\text{ }\mu\text{C}$ از نقطه A به نقطه B با پتانسیل الکتریکی 100 V منتقل می‌شود. اگر در این

انتقال، کار میدان الکتریکی روی ذره برابر با 1 mJ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه A چند ولت است؟

۳۵۰ (۱) ۱۵۰ (۲) -۳۵۰ (۳) -۱۵۰ (۴)



۶۸- مطابق شکل روبه‌رو، در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 5 \times 10^4\text{ V/m}$ ،

ذره‌ای به جرم 2 g با تندی 5 m/s از نقطه A پرتاب شده و پس از طی مسیر نشان

داده شده، به نقطه B می‌رسد. اگر کمینه تندی ذره در این مسیر 4 m/s باشد، بار ذره

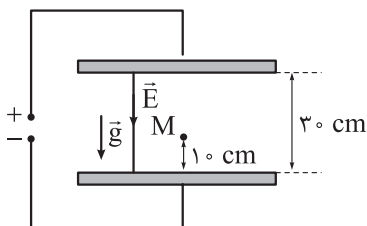
چند نانوکولن است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا چشم‌پوشی شود.)

۳۰ (۱) ۹۰ (۲) -۳۰ (۳) -۹۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۹- در شکل زیر، ذره‌ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $40 \mu\text{C}$ در فضای بین دو صفحه رسانای افقی از نقطه M رها می‌شود. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه 30 V باشد، تندی ذره هنگام رسیدن به صفحه بالایی چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).



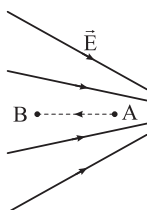
$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$20\sqrt{2} \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

۷۰- در شکل زیر، الکترونی را در میدان الکتریکی \vec{E} از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر در طی جابه‌جایی از نقطه A تا نقطه B درست است؟



الف) کار کل انجام شده روی الکترون مثبت است.

ب) اندازه شتاب الکترون کاهش می‌یابد.

پ) انرژی پتانسیل الکترون افزایش می‌یابد.

ت) پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد.

(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

۷۱- چگالی سطحی یک مکعب فلزی به ضلع 40 cm برابر با $2 \times 10^{-3} \mu\text{C/m}^2$ است. بار الکتریکی این مکعب چند نانوکولن است؟ (از تجمع بار بر روی لبه‌ها چشم‌پوشی شود).

$$2/4 \quad (2)$$

$$0/16 \quad (1)$$

$$24 \quad (4)$$

$$1/6 \quad (3)$$

۷۲- بار الکتریکی کره فلزی A ، 3 برابر بار الکتریکی کره فلزی B و شعاع کره A ، $\frac{1}{4}$ برابر شعاع کره B است. چگالی سطحی بار الکتریکی کره A چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

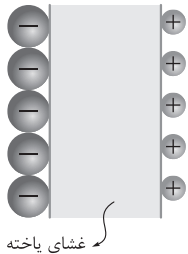
$$12 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



۷۳- یک یاختهٔ عصبی مطابق شکل به صورت یک خازن تخت مدل‌سازی می‌شود، به طوری که غشای یاخته به عنوان دی‌الکتریک و یون‌های باردار ناهمنام به عنوان بارهای روی صفحه‌های خازن عمل می‌کنند. اگر ثابت دی‌الکتریک غشا برابر با ۴، ضخامت آن 10 nm و مساحت آن 10^{-10} m^2 باشد، برای آن که اختلاف پتانسیل 160 mV ایجاد شود، چه تعداد یون یک بار یونیده با علامت مثبت روی یک وجه غشا باید قرار بگیرد؟
($\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\text{ F/m}$ و $e = 1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$)



(۱) $1/2 \times 10^5$

(۲) $1/2 \times 10^6$

(۳) $3/6 \times 10^4$

(۴) $3/6 \times 10^5$

۷۴- فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن تخت 20 نانوفارادی، 2 mm و انرژی ذخیره‌شده در آن $4\text{ }\mu\text{J}$ است. اندازهٔ میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن چند نیوتون بر کولن است؟

(۴) 2×10^5

(۳) 10^5

(۲) 2×10^4

(۱) 10^4

۷۵- مساحت هر یک از صفحه‌های خازن تختی 2 cm^2 ، فاصلهٔ بین آن‌ها 1 mm و ثابت دی‌الکتریک بین صفحه‌ها برابر با ۵ است. این خازن را به باتری با اختلاف پتانسیل 160 V وصل کرده و پس از شارژ شدن از آن جدا می‌کنیم. اگر در این حالت، دی‌الکتریک بین صفحه‌های خازن را خارج کنیم، انرژی ذخیره‌شده در آن چند نانو ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

$$\left(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2} \right)$$

(۲) 4608 ، افزایش می‌یابد.(۱) 4608 ، کاهش می‌یابد.(۴) 5760 ، افزایش می‌یابد.(۳) 5760 ، کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۸۰- کدام موارد از مطالب زیر، درست‌اند؟

- (الف) از عناصر گروه ۱۴، تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.
 (ب) در چندضلعی‌هایی که در ساختار سیلیس وجود دارد، شمار اتم‌های اکسیژن و سیلیسیم برابر است.
 (پ) نقطه ذوب SiO_2 نسبت به CO_2 کم‌تر است، زیرا شعاع اتمی سیلیسیم از کربن بیشتر است.
 (ت) از آن‌جا که آنتالپی پیوند $\text{Si}-\text{O}$ از $\text{Si}-\text{Si}$ بیشتر است، Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس وجود دارد.

(۱) ب - ت (۲) الف - ت (۳) الف - ب (۴) پ - ت

۸۱- یک نمونه خاک رس دارای ۵۴ درصد جرمی سیلیس و ۱۹ درصد جرمی رطوبت است. اگر هنگام پختن این خاک برای تهیه سفال، درصد جرمی رطوبت به ۱۰ کاهش یابد، چند درصد جرمی سفال حاصل، سیلیسیم است؟
 ($\text{Si} = 28, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ ؛ همه سیلیسیم موجود در نمونه، مربوط به سیلیس است.)

(۱) ۶۰ (۲) ۵۹/۳ (۳) ۲۸ (۴) ۲۷/۶

۸۲- چند مورد از مطالب زیر، نادرست‌اند؟

- گرافیت و الماس از جمله جامدهای کووالانسی سه‌بعدی موجود در طبیعت هستند که در دما و فشار اتاق، به حالت جامدند.
- کربن و سیلیسیم، تنها عناصر سازنده جامدهای کووالانسی هستند.
- همه جامدهای کووالانسی به دلیل وجود پیوندهای اشتراکی در سرتاسر آن‌ها، سخت و دیرگدازند.
- کربن و سیلیسیم، با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش هشت‌تایی می‌رسند.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۳- گرافیت و الماس از جمله دگرشکل‌های طبیعی کربن هستند. چه تعداد از موارد زیر در دگرشکل پایدارتر نسبت به دگرشکل دیگر، بیشتر است؟

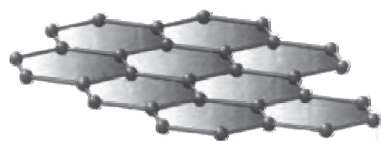
- ارزش سوختی
- شمار پیوندهای اشتراکی در مول برابر
- رسائایی الکتریکی
- سختی

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱

۸۴- اگر در یک نمونه کود شیمیایی حاوی آمونیوم نیترات و اوره، درصد جرمی کربن ۱۲٪ باشد، چند درصد جرمی این کود شیمیایی را نیتروژن تشکیل می‌دهد؟ ($\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۷ (۲) ۱۴ (۳) ۲۸ (۴) ۴۲

۸۵- اگر در شکل زیر، گلوله‌ها نشان‌دهنده اتم کربن باشند، کدام مطلب درباره این ماده درست است؟



- (۱) یک جامد کووالانسی شفاف است و مقاومت کششی آن ۵ برابر فولاد است.
- (۲) برخلاف گرافیت، بین همه اتم‌های آن پیوند اشتراکی وجود دارد و یک جامد کووالانسی انعطاف‌پذیر است.
- (۳) تک‌لایه‌ای از گرافیت به ضخامت ۱ مول اتم کربن است.
- (۴) تهیه این ماده با استفاده از گرافیت و نوار چسب نازک، امکان‌پذیر، اما دشوار است.

محل انجام محاسبات

۸۶- کدام مطلب درباره‌ی الماس (A)، سیلیسیم کریید (X) و سیلیسیم (D) نادرست است؟

- (۱) آنتالپی پیوند موجود در ساختار D از A کم‌تر است.
- (۲) سختی، نقطه ذوب و پایداری X از A کم‌تر و از D بیشتر است.
- (۳) هر سه، جامد کووالانسی بوده و ساختار آن‌ها مشابه و سه‌بعدی است.
- (۴) در ساختار این ۳ ماده، در مجموع ۴ نوع پیوند اشتراکی وجود دارد.

۸۷- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مواد اولیه برای ساخت آثار باستانی افزون بر واکنش‌پذیری کم و پایداری زیاد، باید کمیاب باشند.
 - همه مواد سازنده خاک رس، اکسیدها هستند.
 - گرافن، گرافیت و یخ، هر سه دارای ساختارهای شش‌وجهی همانند کندوی زنبور عسل هستند.
 - در گرافیت، نیروی جاذبه بین اتم‌ها در هر لایه، در مقایسه با نیروی جاذبه بین اتم‌های دو لایه مجاور بیشتر است.
- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۴ | (۲) ۳ |
| (۳) ۲ | (۴) ۱ |

۸۸- نسبت شمار پیوندهای اشتراکی در n مول سیلیسیم چند برابر شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در n مول گرافیت است؟

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ |
| (۳) ۴ | (۴) ۸ |

۸۹- کدام مطلب درست است؟

- (۱) در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن، دو پیوند کووالانسی و دو پیوند هیدروژنی با اتم‌های هیدروژن مولکول خود دارد.
- (۲) در یخ، هر مولکول آب به ۴ مولکول آب دیگر با پیوند اشتراکی متصل است و اتم‌های اکسیژن در رأس شش ضلعی‌ها قرار دارند.
- (۳) آب فقط در حالت جامد (یخ)، ساختار سه‌بعدی دارد.
- (۴) فقط در حالت جامد (یخ)، بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی قوی تشکیل می‌شود.

۹۰- چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

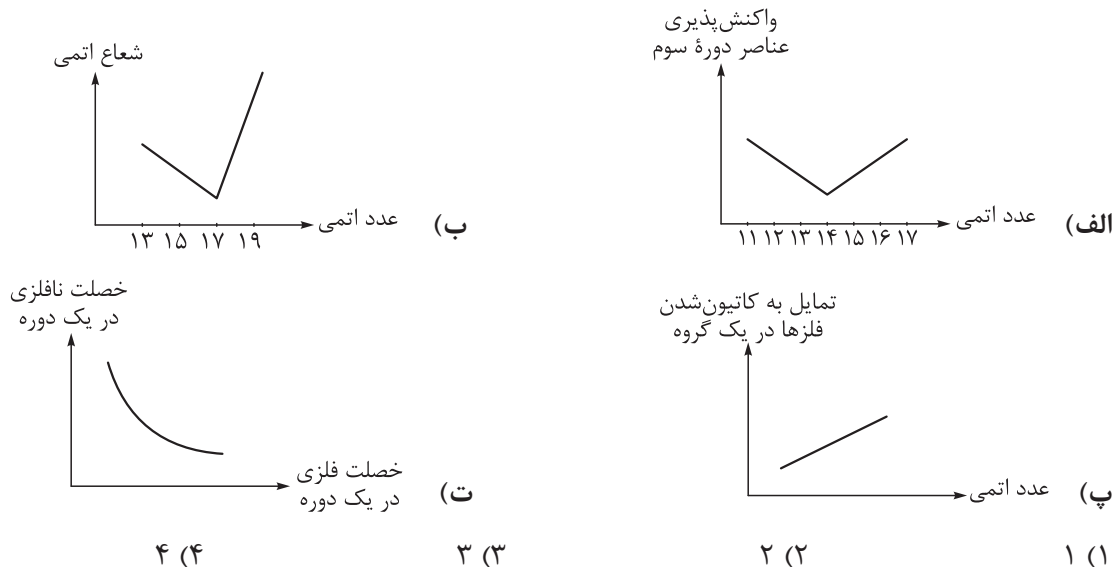
- رفتار فیزیکی مواد مولکولی به طور عمده به جرم و قطبیت آن‌ها بستگی دارد.
 - رفتار شیمیایی مولکول اتین علاوه بر جفت‌الکترون‌های پیوندی، به جفت‌الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول نیز بستگی دارد.
 - به دلیل پایداری کم‌تر اوزون، آنتالپی تبخیر اوزون مایع کم‌تر از اکسیژن مایع است.
 - ترکیب‌های آلی به یقین جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند.
- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۱ | (۲) ۲ |
| (۳) ۳ | (۴) ۴ |

محل انجام محاسبات



شیمی یازدهم: صفحه‌های ۱ تا ۳۹

۹۱- چه تعداد از نمودارهای زیر درباره روند کلی کمیت‌های داده شده، درست است؟ (در مورد «ت» از گازهای نجیب صرف نظر کنید).



۹۲- درباره عنصرهای X ، Y ، Z و M ، کدام مطلب درست است؟

- (۱) هر دو عنصر X و Z ، ۴ الکترون ظرفیتی دارند و چکش خوار هستند.
- (۲) شعاع اتمی و خصلت فلزی Y از M بیشتر است.
- (۳) تمایل به کاتیون شدن در عنصر M از نخستین فلزی که یون پایدار آن آرایش سبک‌ترین گاز نجیب را دارد، بیشتر است.
- (۴) تفاوت عدد اتمی عنصر Z ، با عنصرهای هم‌گروه قبل و بعد از خود در جدول دوره‌ای، یکسان است.

۹۳- کدام گزینه در رابطه با عنصر طلا (Au) نادرست است؟

- (۱) از عناصر دسته d و هم‌گروه با عنصرهای مس (Cu) و نقره (Ag) است.
- (۲) استخراج آن از طبیعت به خاطر مقدار بسیار کم آن در معادن و تولید پسماند زیاد، باعث آثار زیانبار زیست‌محیطی می‌شود.
- (۳) برخلاف سایر فلزها، واکنش‌پذیری چندانی ندارد و شکل‌پذیر و چکش‌خوار نیست.
- (۴) به خاطر امکان بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، در لباس فضانوردان از آن استفاده می‌شود.

۹۴- چند مورد از مطالب زیر درباره فلزهای قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، درست است؟

- نسبت به فلزهای قلیایی هم‌دوره خود، واکنش‌پذیری کم‌تری دارند.
- در این گروه از بالا به پایین، مقدار بار مثبت در هسته اتم افزایش می‌یابد.
- عضوی از آن‌ها که با هالوژن مایع جدول هم‌دوره است، سومین عنصر این گروه محسوب می‌شود.
- شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها با شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه الکترونی آن‌ها برابر است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۵- براساس اطلاعات جدول داده شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

A	${}_{21}Y$	X	${}_{23}M$	نماد عنصر دوره چهارم
۷۰	۴۵	۶۵	۵۱	عدد جرمی
۴/۳۳	b	۱	a	نسبت شماره گروه به شمار الکترون های ظرفیت
e	d	۵۴	۲۳	مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون های ظرفیتی

- اعداد a, b, d, e در جدول به ترتیب برابر با ۱، ۱، ۱۳ و ۱۳ است.
- مجموع شمار نوترون های عناصر X و Y برابر با ۵۹ است.
- آرایش الکترونی عنصر X برخلاف سه عنصر دیگر از قاعده آفبا پیروی نمی کند.
- در بین ۴ عنصر داده شده، تنها یون پایدار عنصر Y به آرایش گاز نجیب قبل از خود می رسد.

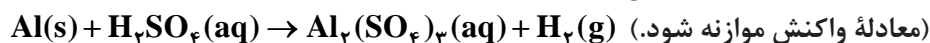
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۶- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

- (الف) علت انجام پذیری واکنش ترمیت که در صنعت جوشکاری استفاده می شود، واکنش پذیری بیشتر آلومینیم از آهن است.
 (ب) رنگ قرمز به کاررفته در نقاشی، یکی از اکسیدهای فلز مس است.
 (پ) استخراج فلزها با استفاده از گیاهان برای برخی فلزها مانند روی و نیکل صرفه اقتصادی دارد.
 (ت) اگر تفاوت شمار نوترون ها و پروتون ها در اتم ${}^{127}M$ برابر عدد اتمی نخستین عنصر واسطه جدول دوره ای باشد، M یک هالوژن است.

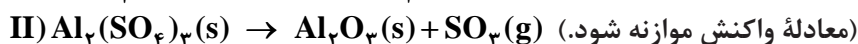
(۱) الف - ت (۲) ب - پ (۳) الف - پ (۴) ب - ت

۹۷- براساس واکنش زیر، در صورت مصرف ۲۰۰ g آلومینیم با خلوص ۸۱٪، چند لیتر گاز هیدروژن با چگالی 0.0899 g.L^{-1} تولید می شود؟ ($H = 1, Al = 27, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)؛ بازده واکنش را ۵۰ درصد در نظر بگیرید.



(۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۱۱/۲۵ (۴) ۵۶/۵

۹۸- در یک فرایند شیمیایی، مطابق واکنش (I)، ۳۰۰ گرم کلسیم سولفات با خلوص ۶۸ درصد تجزیه می شود. چند گرم آلومینیم سولفات با خلوص ۵۷ درصد مطابق واکنش (II) باید تجزیه شود تا میزان گاز تولید شده در دو واکنش برابر باشد؟ ($O = 16, Al = 27, S = 32, Ca = 40 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱۵۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴) ۱۲۰۰

۹۹- پتاسیم دی کرومات با فرمول $K_2Cr_2O_7$ مطابق واکنش زیر در ظرفی سر باز تجزیه می شود. اگر نمونه ای به جرم ۱۴/۷ گرم از آن را در شرایط مناسب تجزیه کنیم و پس از مدتی جرم مخلوط واکنش به ۱۴/۴۶ گرم برسد، درصد خلوص نمونه اولیه و جرم کروم (III) اکسید تولید شده بر حسب گرم کدام است؟ ($Cr = 52, K = 39, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) ۲۰، ۵۲/۱ (۲) ۲۰، ۷۶/۰ (۳) ۸۰، ۵۲/۱ (۴) ۸۰، ۷۶/۰

محل انجام محاسبات



۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در معادله واکنش استفاده شده در فولاد مبارکه برای استخراج آهن، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۱۲ است.
 - در استخراج فلزها، تنها درصد کمی از سنگ معدن به صورت پسماند باقی می ماند.
 - هرچند بازیافت فلزها مزایای زیادی دارد، اما سبب از بین رفتن بیشتر گونه های زیستی می شود.
 - فلزهای واسطه، واکنش پذیری ناچیزی دارند و اغلب به شکل آزاد در طبیعت یافت می شوند.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نفت خام به شکل مایع غلیظ سیاه رنگ یا قهوه ای مایل به سبز است.
- حدود ۴۰ درصد نفت خام مصرفی برای تأمین گرما و سوخت وسایل نقلیه به کار می رود.
- در بین ترکیب های متان، اتان، کربن دی اکسید، هیدروژن سیانید، اتن و اتین، در ساختار دو ترکیب، فقط پیوندهای یگانه وجود دارد.
- در مدل فضاپرکن مولکولها، اندازه اتمها (شعاع اتمی) و نوع پیوند اشتراکی بین آنها (یگانه، دوگانه یا سه گانه) قابل نمایش است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۲- در ساختار آلکان راست زنجیری که برای سوختن کامل ۱ مول از آن به $12/5$ مول گاز اکسیژن نیاز است، پیوند کربن - هیدروژن وجود دارد و فزایت این آلکان نسبت به دکان، است.

۱ (۱) - ۱۸ - کم تر ۲ (۲) - ۱۶ - بیشتر ۳ (۳) - ۱۶ - کم تر ۴ (۴) - ۱۸ - بیشتر

۱۰۳- کدام موارد از مطالب زیر درباره ترکیبی با فرمول $(CH_3)_3CC(C_2H_5)_2CH(CH_3)_2$ درست است؟
($H = 1, C = 12 : g.mol^{-1}$)

الف) نام آن ۳، ۳ - دی اتیل - ۴، ۴ - نری متیل پنتان است.

ب) با جایگزینی گروه های CH_3 در ساختار آن با اتم هیدروژن، نام آن ۲، ۲ - دی متیل پروپان خواهد شد.

پ) ۲۵ درصد جرمی آن را اتم هیدروژن تشکیل می دهد.

ت) در ساختار پیوند - خط آن، ۱۱ خط نشان داده می شود.

۱ (۱) الف - ب ۲ (۲) پ - ت ۳ (۳) ب - ت ۴ (۴) الف - پ

۱۰۴- یک آلکان هفت کربنی، در ساختار خود ۴ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 دارد. بر این اساس، چند مورد از مطالب زیر درباره آن درست است؟

• مجموع شماره شاخه های فرعی آن می تواند ۴ یا ۶ باشد.

• فرمول مولکولی یکسانی با ۳ - اتیل پنتان دارد.

• به یقین زنجیره اصلی آن دارای ۵ کربن است.

• می تواند بیش از دو شاخه فرعی داشته باشد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- در دمای $22^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر، مخلوطی با شمار مولهای برابر از آلکان های راست زنجیر گازی شکل وجود دارد. اگر در اثر سوختن کامل این مخلوط، ۱۷۶ گرم گاز تولید شود، مجموع شمار مول هیدروکربن ها و درصد جرمی آلکانی با

نقطه جوش بالاتر در این مخلوط، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

۱ (۱) $39/2,0/4$ ۲ (۲) $10/8,0/4$ ۳ (۳) $39/2,1/6$ ۴ (۴) $10/8,1/6$

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: azmoon.kheilisabz.com شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.



ویژه
کنکوری های
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۱/۱۳

دفترچه
پاسخ
آزمون نهم
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی فرد - محمدحسین رحیمی - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللهی - علیرضا علینقی - حمید فدائی فرد - حامد نبی منصور
شیمی	محمدعلی توسلی فر - پارسا فراهانی - یاسر عبداللهی - سیدعلی ناظمی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی - ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب - محمدحسین رحیمی	ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صارمی	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی - ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی - علیرضا گونه احسان محمدی - امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللهی	یاسر عبداللهی	حمید ذبحی	محمد مرادی - فاطمه صیقلی	عرفان بابائی - سیدعلی حسین زاده - احسان رحیمی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۲): صفحه‌های ۷۱ تا ۸۳

تست و پاسخ ۱

اگر تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4} = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1) - f(3-x)}{x-1}$ چه قدر است؟

۳۶ (۴)

۱۲ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

پس $f'(2)$ عددی حقیقی است.در $x = 2$ پیوسته هم هست.

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره ارتباط بین حد و مشتق را در این سوال می‌توانید ببینید. در کل طراحان به نکته $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a+nh)}{kh} = \frac{m-n}{k} f'(a)$ علاقه زیادی دارند.

درس نامه... مشتق تابع

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

(۱) تعریف اول مشتق تابع f در نقطه $x = a$:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

(۲) تعریف دوم مشتق تابع f در نقطه $x = a$:

دقت کنید a عددی است که مشتق تابع را در آن می‌خواهیم. $f(x)$ خود تابع و $f(a)$ مقدار حاصل از قراردادن a در تابع است. اگر حدود بالا وجود داشته باشند (عدد حقیقی بشوند)، می‌گوییم تابع f در $x = a$ مشتق پذیر است.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a+nh)}{kh} = \left(\frac{m-n}{k}\right) f'(a)$$

نکته اگر $f'(a)$ وجود داشته باشد، داریم:

پاسخ تشریحی گام اول: از رابطه $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4} = 3$ می‌فهمیم که $f(2) = 1$ است. (چون مخرج کسر صفر شده است، اما حاصل حد وجود دارد)

گام دوم: در رابطه حد داده شده، صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{f(x)} - 1)(\sqrt{f(x)} + 1)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{f(x)} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 1}{(x-2)(x+2)(\sqrt{f(x)} + 1)} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{طبق تعریف مشتق}} f'(2) \times \frac{1}{4 \times 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 24 (*)$$

گام سوم: حالا حاصل حد خواسته شده را به دست می‌آوریم. از تغییر متغیر $x - 1 = h$ استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1) - f(3-x)}{x-1} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - f(2-h)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - 1 - f(2-h) + 1}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+2) - 1}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-f(2-h) + 1}{h} = 2f'(2) \stackrel{(*)}{=} 48$$

طبق تعریف مشتق

نکته دقت کنید که $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-f(2-h) + 1}{h} = \lim_{-h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - 1}{-h} = f'(2)$ است.

تست و پاسخ ۲

خط $y = 2x + b$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 - fax$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x}$ چه قدر است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

 $f'(3) = 2$

پاسخ: گزینه ۲



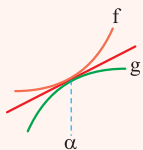
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره سؤال مهمی است، مشابه تست‌های کنکور. ترکیب حد و خط مماس نشان می‌دهد باید روی مفاهیم مسلط باشید.

درس نامه ●● مماس بودن دو منحنی بر هم

اگر دو منحنی f و g (یا خط و منحنی) در نقطه α بر هم مماس باشند، دو نکته می‌فهمیم:



۱) $f(\alpha) = g(\alpha)$ ۲) $f'(\alpha) = g'(\alpha)$

نکته اگر دو منحنی f و g بر هم مماس باشند، معادله $f(x) = g(x)$ ریشه مضاعف دارد؛ پس اگر معادله حاصل از مساوی قرار دادن دو تابع، درجه دوم باشد، $\Delta = 0$ باید باشد. اگر معادله حاصل درجه دوم باشد، استفاده از این نکته بهتر از مطلب قبلی است.

پاسخ تشریحی راه اول: گام اول: سهمی f نسبت به خط $y = 2x + b$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار سهمی f مماس است؛ یعنی: $x = \frac{-B}{2A} = \frac{-(-4a)}{2a} = 2$ متقارن است؛ بنابراین رابطه $f'(3) = -f'(1) = -2$ برقرار است.

$f'(3) = m_y = 2$

در نتیجه: $f'(1) = -2$ می‌شود.

گام سوم: حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x(x-1)(x+1)} = f'(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{2} f'(1) = -1$$

تعریف مشتق

راه دوم: گام اول: خط $y = 2x + b$ در نقطه $x = 3$ بر نمودار سهمی f مماس است؛ بنابراین:

$$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = m_y = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 - 4ax - (9a - 12a)}{x - 3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x^2 - 9) - 4a(x - 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(a(x + 3) - 4a)}{x - 3} = 6a - 4a = 2 \Rightarrow a = 1$$

گام دوم: بنابراین $f(x) = x^2 - 4x$ است. حاصل حد را با جای‌گذاری $f(x)$ و $f(1)$ در حد، به دست می‌آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x - (-3)}{x(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-2}{1 \times 2} = -1$$

تست و پاسخ ۳

اگر $f(x) = x + [3 \cos \pi x]$ و $g(x) = \frac{x^2 - 4}{f(x)}$ باشد، مقدار $g'(2)$ در صورت وجود کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

- ۱) $\frac{4}{5}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) 2

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره فرمول $g'(2)$ را بنویسید.

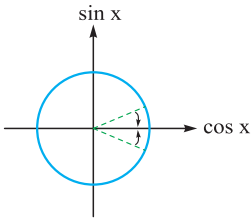
پاسخ تشریحی گام اول: فرمول $g'(2)$ را می‌نویسیم:

$$g'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x^2 - 4}{f(x)} - \frac{0}{f(2)}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{f(x)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)}{f(x)}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: با توجه به این که در $f(x)$ ، جزء صحیح وجود دارد، حاصل حد گام اول را در دو حالت به دست می آوریم:



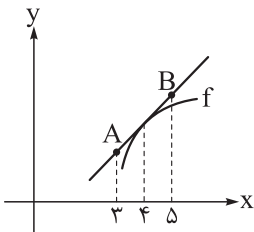
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x+2)}{x + [3 \cos \pi x]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x + [3^-]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+2}{x+2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x+2)}{x + [3 \cos \pi x]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x + [3^-]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x+2} = 1$$

گام سوم: بنابراین $g'(2) = 1$ می شود.

تست و پاسخ ۴

در شکل زیر، نمودار تابع f و خط مماس بر آن رسم شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 16} = \frac{1}{4}$ باشد، طول پاره خط AB چه قدر است؟



۵ (۱)

۲√۵ (۲)

۳ (۳)

۲√۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

درس نامه •• نوشتن معادله خط مماس بر تابع $y = f(x)$ در نقطه‌ای با طول $x = a$

(۱) با قراردادن a در ضابطه تابع، عرض نقطه را به دست می آوریم. $(a, f(a))$ می شود.

(۲) با قراردادن a در مشتق تابع، $f'(a)$ یا شیب خط مماس را به دست می آوریم.

(۳) معادله خط مماس عبارت است از:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

پاسخ تشریحی گام اول: از حد داده شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 16} = \frac{1}{4} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - 4}{(x-4)(x+4)} = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{طبق تعریف مشتق}} f'(4) \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow f'(4) = 2$$

گام دوم: از طرفی از حد داده شده نتیجه می گیریم که $f(4) = 4$ است. با داشتن شیب و یک نقطه از خط، می توانیم معادله خط مماس بر نمودار تابع f و گذرنده از نقاط A و B را بنویسیم:

$$y - f(4) = f'(4)(x - 4) \Rightarrow y - 4 = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 4$$

گام سوم: حالا مختصات نقاط A و B را به دست می آوریم:

$$A: y_A = 2 \times 3 - 4 = 2 \Rightarrow A \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$B: y_B = 2 \times 5 - 4 = 6 \Rightarrow B \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

گام چهارم: طول پاره خط AB برابر است با:

$$AB = \sqrt{(y_A - y_B)^2 + (x_A - x_B)^2} = \sqrt{(2-6)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



تست و پاسخ ۵

خطی که در مبدأ مختصات بر منحنی تابع $f(x) = \frac{ax}{1+|x|}$ مماس می‌شود، مجانب‌های تابع را در نقاط A و B قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار a، طول پاره خط AB برابر $2\sqrt{5}$ است؟

- ±۴ (۴) ±۶ (۳) ±۲ (۲) ±۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی گام اول: تابع f دو مجانب افقی دارد و مجانب قائم ندارد. چون مخرج تابع f همواره مثبت است. مجانب‌های افقی تابع f برابر هستند با:

$$y = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax}{1+x} = a$$

$$y = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{1+|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{1-x} = -a$$

گام دوم: مشتق تابع f در نقطه $x = 0$ را به دست می‌آوریم تا شیب خط مماس بر این تابع در این نقطه به دست بیاید. از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax}{(1+|x|)x} = \frac{a}{1+0^+} = a$$

گام سوم: معادله خط مماس برابر است با:

$$y - 0 = f'(0)(x - 0) \Rightarrow y = ax$$

گام چهارم: حالا این خط را با مجانب‌های تابع که در گام اول به دست آوردیم، قطع می‌دهیم تا مختصات نقاط A و B را پیدا کنیم:

$$1) ax = a \Rightarrow x = 1 \Rightarrow A \left| \begin{matrix} 1 \\ a \end{matrix} \right.$$

$$2) ax = -a \Rightarrow x = -1 \Rightarrow B \left| \begin{matrix} -1 \\ -a \end{matrix} \right.$$

گام پنجم: طول پاره خط AB را به دست آورده و برابر با $2\sqrt{5}$ قرار می‌دهیم تا مقدار a به دست بیاید:

$$AB = \sqrt{(a - (-a))^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{4a^2 + 4} = 2\sqrt{5} \Rightarrow a^2 + 1 = 5 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

تست و پاسخ ۶

تابع پیوسته f در نقطه $x = 3$ ، بر خط گذرنده از نقاط $A(1, 0)$ و $B(2, a+1)$ مماس است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16}{x - 3}$ در صورت وجود کدام است؟

- ۱۶ (۴) -۸ (۳) ۱۶ (۲) ۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره معادله خط گذرنده از نقاط A و B را بنویسید.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا شیب خط گذرنده از نقاط $A(1, 0)$ و $B(2, a+1)$ را پیدا می‌کنیم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a+1-0}{2-1} = a+1$$

گام دوم: حالا معادله خط گذرنده از نقاط A و B را می‌نویسیم:

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = (a+1)(x - 1) \Rightarrow y = (a+1)(x - 1)$$

گام سوم: با توجه به این که تابع f در نقطه $x = 3$ بر خط گذرنده از نقاط A و B، مماس است، دو نتیجه می‌توان گرفت:

$$f'(3) = m = a+1$$

$$f(3) = (a+1)(3-1) = 2(a+1)$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: از طرفی از $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16}{x - 3}$ می‌فهمیم که $f(3) = \pm 4$ است؛ پس ۲ حالت می‌توانیم داشته باشیم:

$$1) f(3) = 4 \Rightarrow 2(a+1) = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$2) f(3) = -4 \Rightarrow 2(a+1) = -4 \Rightarrow a = -3$$

گام پنجم: به ازای مقادیر مختلف a به دست آمده، حاصل حد خواسته شده را پیدا می‌کنیم:

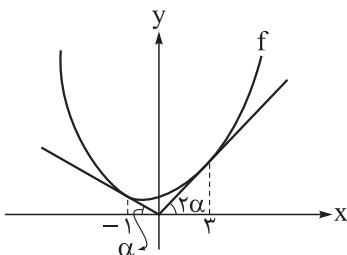
$$1) a = 1: \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(f(x) - 4)(f(x) + 4)}{x - 3} = (f(3) + 4)f'(3) = 8f'(3) = 8(a+1) = 16$$

$$2) a = -3: \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(f(x) - 4)(f(x) + 4)}{x - 3} = (f(3) - 4)f'(3) = -8f'(3) = -8(a+1) = 16$$

پس $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^2(x) - 16}{x - 3} = 16$ می‌شود.

تست و پاسخ ۷

در شکل زیر، نمودار f و خطوط مماس بر آن در نقاط $x = 3$ و $x = -1$ رسم شده‌اند. اگر $f'(-1) = -\frac{1}{3}$ باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟



$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره یک سوال ترکیبی خوب از بخش مشتق و مثلثات! همان‌طور که قبلاً هم گفتیم، فرمول‌های نسبت‌های مثلثاتی و ۲ برابر کمان را حفظ باشید.

خودت حل کنی بهتره از زاویه‌های داده شده، کمک بگیرد و شیب خطوط مماس را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم که شیب خطی که با جهت مثبت محور x زاویه θ می‌سازد، برابر با $\tan \theta$ است. برای خط مماس بر

$$f \text{ تابع } f \text{ در نقطه } x = -1 \text{ داریم: } f'(-1) = -\frac{1}{3} = \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3} \quad (*)$$

گام دوم: حالا شیب خط مماس بر تابع f در نقطه $x = 3$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{2 \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{8} = \frac{3}{4}$$

گام سوم: خط مماس بر تابع f در نقطه $x = 3$ ، از مبدأ مختصات عبور می‌کند، پس معادله این خط برابر می‌شود با:

$$y = \frac{3}{4}x$$

گام چهارم: مقدار $f(3)$ برابر است با:

$$f(3) = \frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{4}$$

تست و پاسخ ۸

اگر برای تابع مشتق پذیر f ، $f(1) = 1$ و $f'(1) = 3$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{f(\cos x)}}{x^2}$ کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

پاسخ تشریحی راه حل اول: گام اول: در حد داده شده، صورت و مخرج را در مزدوج صورت ضرب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{f(\cos x)}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \sqrt{f(\cos x)})(1 + \sqrt{f(\cos x)})}{x^2(1 + \sqrt{f(\cos x)})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - f(\cos x)}{x^2(1 + \sqrt{f(\cos x)})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - f(\cos x)}{2x^2} \quad (*)$$

گام دوم: صورت و مخرج عبارت (*) را در $1 - \cos x$ ضرب می کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - f(\cos x)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - f(\cos x))(1 - \cos x)}{2x^2(1 - \cos x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - f(\cos x)}{1 - \cos x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2}$$

(I) (II)

برای عبارت (I)، از تغییر متغیر $\cos x = t$ استفاده می کنیم: (وقتی $x \rightarrow 0$ ، آن گاه $\cos x \rightarrow 1^-$ می شود، چون همواره $1 - \cos x \leq 1$ است.)

$$(I): \lim_{t \rightarrow 1^-} \frac{1 - f(t)}{1 - t} = f'_-(1) = f'(1) = 3$$

در عبارت (II) نیز داریم:

$$(II): \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \left(\frac{x}{2}\right)^2}{2x^2} = \frac{1}{4}$$

هم‌ارزی

گام سوم: در نتیجه حاصل عبارت خواسته شده برابر می شود با:

$$(I), (II): \frac{1}{4} f'(1) = \frac{3}{4}$$

راه حل دوم: اگر مشتق بلد باشید، از قاعده هوییتال می توانید استفاده کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{f(\cos x)}}{x^2} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-(-\sin x) f'(\cos x)}{2\sqrt{f(\cos x)} \times 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x f'(\cos x)}{4\sqrt{f(\cos x)} \times x}$$

هم‌ارزی

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(\cos x)}{4\sqrt{f(\cos x)}} = \frac{f'_-(1)}{4\sqrt{f(1)}} = \frac{3}{4 \times 1} = \frac{3}{4}$$

$$\tan x \sim x, \quad \sin x \sim x$$

نکات ۱) هم‌ارزی‌های روبه‌رو را برای توابع سینوسی و تانژانتی حول $x \rightarrow 0$ داریم:

۲) قاعده هوییتال: اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند و $f(a) = g(a) = 0$ باشد، آن گاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

حسابان (۱): صفحه‌های ۲ تا ۶، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴ تا ۲۷ و ۴۷ تا ۶۸

تست و پاسخ ۹

قدرنسبت مخالف صفر

در یک دنباله حسابی غیر ثابت، مجموع n جمله اول برابر S_n است. اگر $S_7 = 0$ و $S_{18} + S_{17} = 36$ باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

$$-\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{6} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره از مبحث مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، معمولاً چند سال یکبار سوال می‌آید. دو تا فرمول اصلی دارد که با دانستن آن‌ها معمولاً سوال بهر احتیاج حل می‌شود.



درس نامه •• بررسی نکات دنباله حسابی

مثال	توضیح فارسی	ویژگی
 $a_1 = -1, d = 6$	هر جمله با عدد ثابت (d یا قدرنسبت) جمع شده و عدد بعدی به دست می آید.	دنباله حسابی
$a_n = -1 + (n-1)6 = 6n - 7$	جمله عمومی دنباله	$a_n = a_1 + (n-1)d$
$a_{15} - a_7 = 8d$	اختلاف جمله nام و mام، (n - m) برابر قدرنسبت است.	$a_n - a_m = (n-m)d$
$-15, x, 20 \Rightarrow x = \frac{-15 + 20}{2} = \frac{5}{2}$ <small>حسابی</small>	اگر سه عدد تشکیل دنباله حسابی بدهند، عدد وسط میانگین دو عدد کناری (واسطه حسابی) است.	$a, b, c \Rightarrow b = \frac{a+c}{2}$ دنباله حسابی
$-11, \square, \square, \square, 29$ درج 3 واسطه حسابی $d = \frac{29 - (-11)}{3 + 1} = \frac{40}{4} = 10$ $\Rightarrow -11, -1, 9, 19, 29$ 	اگر بین دو عدد a و b بخوایم n واسطه حسابی درج کنیم، d از رابطه داده شده به دست می آید.	$a, \square, \dots, \square, b$ n واسطه حسابی $d = \frac{b-a}{n+1}$
$-1, 5, 11, \dots$ $S_{100} = \frac{100}{2}(-2 + 99 \times 6)$	S_n برابر با مجموع n جمله ابتدای دنباله حسابی است.	$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	فرمول دوم S_n که برابر است با: (جمله آخر + جمله اول) \times تعداد $\div 2$ $S_n = \frac{\text{تعداد}}{2}(a_1 + a_n)$	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

دوازدهم ریاضی

آزمون نهم حضوری

پاسخ تشریحی گام اول: از فرمول مجموع n جمله اول دنباله حسابی استفاده می کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$1) S_{100} = 0 \Rightarrow \frac{100}{2}(2a_1 + 99d) = 0 \Rightarrow 2a_1 + 99d = 0$$

$$2) S_{12} + S_{18} = 36 \Rightarrow \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) + \frac{18}{2}(2a_1 + 17d) = 36 \Rightarrow$$

$$6(2a_1 + 11d) + 9(2a_1 + 17d) = 36 \xrightarrow{\div 3} 2(2a_1 + 11d) + 3(2a_1 + 17d) = 12 \Rightarrow 10a_1 + 73d = 12$$

$$2a_1 + 99d = 0 \Rightarrow a_1 = -\frac{99}{2}d (*)$$

$$10a_1 + 73d = 12 \xrightarrow{\text{جای گذاری (*)}} 10(-\frac{99}{2}d) + 73d = 12 \Rightarrow -495d + 73d = 12 \Rightarrow -422d = 12 \Rightarrow d = -\frac{1}{35.1}$$

تست و پاسخ ۱۰

با جمع سه جمله اول یک دنباله حسابی به ترتیب با ۴، ۱۲ و ۲۰ یک دنباله هندسی به دست می آید، به طوری که مجموع سه جمله دنباله حسابی، برابر جمله اول دنباله هندسی است. جمله اول دنباله حسابی کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



درس نامه •• بررسی نکات دنباله هندسی

مثال	توضیح فارسی	ویژگی
$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$	هر جمله در عدد ثابت (q) یا قدرنسبت ضرب شده و جمله بعدی به دست می‌آید.	دنباله هندسی
$a_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	جمله عمومی دنباله هندسی	$a_n = a_1 q^{n-1}$
$\frac{a_{15}}{a_7} = q^8$	نسبت دو جمله در دنباله هندسی برابر با q به توان اختلاف اندیس‌ها است.	$\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}$
$3, x, 12 \Rightarrow x^2 = 3 \times 12$ $\Rightarrow x = \pm 6$	اگر سه عدد تشکیل دنباله هندسی بدهند، مربع وسطی برابر ضرب دو جمله کناری است. (واسطه‌ی هندسی)	$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac$ دنباله هندسی
$10, \square, \square, \square, 1000$ درج 3 واسطه هندسی $q^4 = \frac{1000}{10} = 100 \Rightarrow q = \pm \sqrt[4]{100} = \pm \sqrt{10}$	اگر بین دو عدد a و b بخواهیم n واسطه هندسی قرار دهیم، q از رابطه داده شده به دست می‌آید.	$a, \square, \square, \dots, \square, b$ n واسطه هندسی $q^{n+1} = \frac{b}{a}$
$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots \Rightarrow S_{10} = \frac{3(1 - (\frac{1}{2})^{10})}{1 - \frac{1}{2}}$	مجموع n جمله اول دنباله هندسی	$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$

پاسخ تشریحی گام اول: سه جمله اول دنباله حسابی را به صورت $a, a+d, a+2d$ در نظر می‌گیریم. در این صورت اگر به ترتیب جملات را با

اعداد گفته شده جمع کنیم، داریم:

$$a-d, a, a+d \text{ دنباله حسابی}$$

$$a-d+4, a+12, a+d+20 \text{ دنباله هندسی}$$

گام دوم: مجموع سه جمله دنباله حسابی، برابر با جمله اول دنباله هندسی است؛ پس داریم:

$$a-d+a+a+d = a-d+4 \Rightarrow 3a = a-d+4 \Rightarrow d = 4-2a \quad (*)$$

گام سوم: در دنباله هندسی، رابطه واسطه هندسی بین جملات برقرار است؛ پس:

$$(a+12)^2 = (a-d+4)(a+d+20) \xrightarrow{\text{جای‌گذاری} (*)} (a+12)^2 = (a-4+2a+4)(a+4-2a+20)$$

$$\Rightarrow (a+12)^2 = (3a)(24-a) \Rightarrow a^2 + 24a + 144 = 72a - 3a^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 48a + 144 = 0 \Rightarrow a^2 - 12a + 36 = 0 \Rightarrow (a-6)^2 = 0 \Rightarrow a = 6$$

گام چهارم: از رابطه (*) با جای‌گذاری مقدار a ، $d = 4 - 2 \times 6 = -8$ به دست می‌آید؛ بنابراین جمله اول دنباله حسابی برابر با $a-d = 6 - (-8) = 14$ می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۱۱

اگر ریشه‌های سوم جملات اول، پنجم و یازدهم از یک دنباله حسابی غیر ثابت، سه جمله ابتدایی از یک دنباله هندسی باشد، در دنباله هندسی، جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول آن است؟

قدر نسبت مخالف صفر

$$\sqrt[3]{6} - 1 \quad (۴)$$

$$\sqrt[3]{4} - 1 \quad (۳)$$

$$\sqrt[3]{12} - 3 \quad (۲)$$

$$\sqrt[3]{12} - 2 \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۱

گام اول: ریشه‌های سوم جملات اول، پنجم و یازدهم دنباله حسابی را به صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم: $\sqrt[3]{a_1}, \sqrt[3]{a_5}, \sqrt[3]{a_{11}}$

این سه جمله، جملات ابتدایی یک دنباله هندسی هستند، پس بین جملاتشان رابطه واسطه هندسی برقرار است: $(\sqrt[3]{a_5})^2 = (\sqrt[3]{a_1})(\sqrt[3]{a_{11}})$

گام دوم: جمله عمومی دنباله حسابی را به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ در نظر می‌گیریم و در رابطه به دست آمده از گام اول جای گذاری می‌کنیم. در این صورت خواهیم داشت:

$$(\sqrt[3]{a_1 + 4d})^2 = \sqrt[3]{a_1(a_1 + 10d)} \xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم.}} (a_1 + 4d)^2 = (a_1^2 + 10a_1d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d \Rightarrow 16d^2 = 2a_1d \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 8d (*)$$

گام سوم: در دنباله هندسی، قدرنسبت q را پیدا می‌کنیم:

$$q = \frac{\text{جمله دوم}}{\text{جمله اول}} = \frac{\sqrt[3]{a_5}}{\sqrt[3]{a_1}} = \frac{\sqrt[3]{a_1 + 4d}}{\sqrt[3]{a_1}} \stackrel{(*)}{=} \frac{\sqrt[3]{12d}}{\sqrt[3]{8d}} = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$$

گام چهارم: حالا نسبت خواسته شده در دنباله هندسی را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{\text{جمله اول}}{\text{مجموع سه جمله اول}} = \frac{\sqrt[3]{a_1}}{\frac{\sqrt[3]{a_1}(1-q^3)}{1-q}} = \frac{1-q}{1-q^3} = \frac{1-\sqrt[3]{\frac{3}{2}}}{1-\frac{3}{2}} = -2 + 2\sqrt[3]{\frac{3}{2}} = -2 + \sqrt[3]{12}$$

تست و پاسخ ۱۲

در یک دنباله هندسی صعودی، جمله اول برابر یک است. اگر جمله نهم از مجموع هفت جمله اول، به اندازه قدرنسبت بیشتر باشد، قدرنسبت چه قدر است؟

قدرنسبت < 1

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (۴)$$

$$1+\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$\sqrt{5}-1 \quad (۲)$$

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

گام اول: جمله عمومی دنباله هندسی را به صورت $a_n = a_1q^{n-1} = q^{n-1}$ در نظر می‌گیریم. توجه داشته باشید که جمله

اول دنباله هندسی، برابر یک است.

گام دوم: جمله نهم از مجموع هفت جمله اول، به اندازه قدرنسبت بیشتر است؛ یعنی:

$$a_9 = S_7 + q \Rightarrow q^8 = \frac{1(1-q^7)}{1-q} + q \Rightarrow q^8 - q = \frac{1-q^7}{1-q} \Rightarrow$$

$$q(q^7 - 1) = \frac{q^7 - 1}{q - 1} \quad q \neq 1 \rightarrow q = \frac{1}{q - 1} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم.}} q^2 - q - 1 = 0 (*)$$

گام سوم: رابطه (*) را حل می‌کنیم:

$$\Delta = 1 + 4 = 5 \rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

از آنجایی که یک دنباله صعودی داریم، مقدار $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ قابل قبول است.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۱۳

فرض کنید a, b, c, \dots یک دنباله هندسی با قدرنسبت منفی و b, a, c, \dots یک دنباله حسابی باشد. مجموع پنج جمله اول دنباله هندسی، چند برابر مجموع پنج جمله اول دنباله حسابی است؟

$$\frac{7}{10} \quad (4) \qquad \frac{11}{20} \quad (3) \qquad \frac{11}{10} \quad (2) \qquad \frac{7}{20} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳

خود حل کنی بهتره به کمک رابطه‌های واسطه حسابی و هندسی، قدرنسبت‌ها را پیدا کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: برای هر دو دنباله، رابطه‌های واسطه حسابی و هندسی را می‌نویسیم. با توجه به جملات دو دنباله، داریم:

$$a, b, c, \dots \Rightarrow b^2 = ac \quad (1) \text{ دنباله هندسی}$$

$$b, a, c, \dots \Rightarrow 2a = b + c \quad (2) \text{ دنباله حسابی}$$

گام دوم: مقدار b را از رابطه (۲) به دست آورده و در رابطه (۱) قرار می‌دهیم:

$$(2a - c)^2 = ac \Rightarrow 4a^2 - 4ac + c^2 = ac \Rightarrow 4a^2 - 5ac + c^2 = 0 \Rightarrow (4a - c)(a - c) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = c \\ \text{یا} \\ c = 4a \end{cases}$$

از آنجایی که قدرنسبت دنباله هندسی منفی است، باید a, b ، مختلف‌العلامت باشند، پس a برابر با c نمی‌تواند باشد زیرا در این صورت با توجه به رابطه (۲)، $b = a$ می‌شود که قابل قبول نیست و در نتیجه رابطه $c = 4a$ برقرار است.

گام سوم: جملات دنباله‌ها را با توجه به رابطه $c = 4a$ و $b = 2a - c$ ، بازنویسی می‌کنیم: $a, b, c, \dots \Rightarrow a, -2a, 4a, \dots$ دنباله هندسی
 $b, a, c, \dots \Rightarrow -2a, a, 4a, \dots$ دنباله حسابی

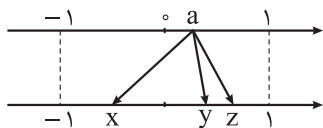
گام چهارم: نسبت مجموع ۵ جمله اول دنباله هندسی را به مجموع ۵ جمله اول دنباله حسابی، به دست می‌آوریم:

$$\frac{S_{\text{هندسی}}}{S_{\text{حسابی}}} = \frac{a(1 - (-2)^5)}{1 - (-2)} = \frac{33a}{3} = 11$$

$$\frac{S_{\text{حسابی}}}{S_{\text{هندسی}}} = \frac{\frac{5}{2}(-4a + 4(3a))}{\frac{5}{2} \times 18a} = \frac{5}{2} \times \frac{8a}{18a} = \frac{11}{20}$$

تست و پاسخ ۱۴

در شکل زیر عدد a از محور بالا، به ریشه‌های مرتبه دوم و سوم خود روی محور پایین وصل شده است. اگر z, y, x سه جمله متوالی یک



دنباله حسابی باشند، مقدار $a^{-\frac{1}{4}}$ کدام است؟

$$\sqrt{3} \quad (2) \qquad \sqrt[4]{6} \quad (1)$$

$$3\sqrt{3} \quad (4) \qquad \sqrt[4]{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه •• توان و ریشه

	$a < -1$	$-1 < a < 0$	$0 < a < 1$	$a > 1$
ریشه	$a < \sqrt[3]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots$	$\dots < \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < a$	$a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \dots$	$\dots < \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < a$
توان	$a^2 < a^4 < \dots$ $\dots < a^5 < a^3 < a$	$\dots < a^4 < a^2$ $a < a^3 < a^5 < \dots$	$\dots < a^3 < a^2 < a$	$a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی گام اول: از آنجایی که $0 < a < 1$ ، نتیجه می‌گیریم که $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$ است. از طرفی اعداد مثبت دارای ۲ ریشه با فرجه زوج هستند که قرینه یکدیگرند. پس $x = -\sqrt{a}$ ، $y = \sqrt{a}$ و $z = \sqrt[3]{a}$ است.

گام دوم: اعداد x ، y ، z سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند و رابطه واسطه حسابی بین آن‌ها برقرار است:

$$2y = x + z \Rightarrow 2\sqrt{a} = -\sqrt{a} + \sqrt[3]{a} \Rightarrow 3\sqrt{a} = \sqrt[3]{a} \xrightarrow{\text{به توان ۶ می‌رسانیم}}$$

$$3^6 a^3 = a^2 \Rightarrow a = \frac{1}{3^6}$$

گام سوم: مقدار $a^{-\frac{1}{4}}$ برابر است با:

$$a^{-\frac{1}{4}} = \left(\frac{1}{3^6}\right)^{-\frac{1}{4}} = (3^{-6})^{-\frac{1}{4}} = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}$$

تست و پاسخ ۱۵

اگر $A = \frac{2^{1/5}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + 9^{0/25}$ باشد، کدام عدد زیر گویاست؟

$$A^2 - A \quad (2)$$

$$A^2 + A \quad (1)$$

$$A^2 - 2A \quad (4)$$

$$A^2 + 2A \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره گویا کردن مخرج کسرها به صورت غیرمستقیم در برخی از سؤال‌های کنکور ظاهر می‌شود. حتماً روی آن کار کنید.

درس نامه •• گویا کردن مخرج کسرها

مثال	روش گویا کردن مخرج	فرم کسر
$\frac{6}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$	صورت و مخرج را در \sqrt{a} ضرب می‌کنیم.	$\frac{O}{\sqrt{a}}$
$\frac{12}{\sqrt[3]{2^4}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^6}} = \frac{12\sqrt[3]{4}}{4} = 3\sqrt[3]{4}$	صورت و مخرج را در $\sqrt[m]{a^k}$ ضرب می‌کنیم. (k کوچک‌ترین عددی است که به ازای آن $n+k$ مضرب m است.)	$\frac{O}{\sqrt[m]{a^n}}$
$\frac{6}{\sqrt{7}-2} \times \frac{\sqrt{7}+2}{\sqrt{7}+2} = \frac{6(\sqrt{7}+2)}{7-4} = 2(\sqrt{7}+2)$	صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{O}{\sqrt{a} \pm b}$ یا $\frac{O}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$
$\frac{3}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} = \frac{3(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})}{5}$	صورت و مخرج را در چاق مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{O}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}}$
$\frac{10}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2}} = \frac{10(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})}{5} = 2(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})$	صورت و مخرج را در لاغر مخرج ضرب می‌کنیم.	$\frac{O}{\sqrt[3]{a^2} \pm \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت A را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2^{1/5}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + 9^{0/25} = \frac{2\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}} + \sqrt{3}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: حالا در کسر $\frac{2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}}$ از عبارت A، صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$A = \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{((1+\sqrt{2})+\sqrt{3})(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}+4-2\sqrt{6}}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{2}+4-2\sqrt{6}}{1+2+2\sqrt{2}-3} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}+4-2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} + \sqrt{3} = 1 + \frac{2}{\sqrt{2}} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2}$$

گام سوم: پس $A = 1 + \sqrt{2}$ شد. از این عبارت استفاده می‌کنیم. با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$A - 1 = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} (A - 1)^2 = 2 \Rightarrow A^2 - 2A + 1 = 2 \Rightarrow A^2 - 2A = 1$$

پس با توجه به گزینه‌ها، عبارت $A^2 - 2A$ ، یک عدد گویا می‌شود.

تست و پاسخ ۱۶

با فرض $p = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5}$ و $q = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}$ ، حاصل $p + q$ چند برابر $p - q$ است؟

$4 + \sqrt{10}$ (۴) $2 + \sqrt{15}$ (۳) $3 + \sqrt{10}$ (۲) $4 + \sqrt{15}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره از فصل ۳ ریاضی دهم معمولاً یک سؤال در کنکور مطرح می‌شود. این سؤال هم مشابه یکی از سؤال‌های کنکور گذشته است.

خودت حل کنی بهتره عبارت‌های p و q را در $\sqrt{2}$ ضرب کنید.

پاسخ تشریحی گام اول: عبارت p را در $\sqrt{2}$ ضرب می‌کنیم تا زیر رادیکال‌ها را تبدیل به عبارت‌های مربع کامل کنیم:

$$\sqrt{2}p = \sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5}) = \sqrt{6} + 2\sqrt{5} + \sqrt{6} - 2\sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = |\sqrt{5}+1| + |\sqrt{5}-1|$$

$$= \sqrt{5} + 1 + \sqrt{5} - 1 = 2\sqrt{5} \Rightarrow p = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$

گام دوم: به طور مشابه، عبارت q را هم در $\sqrt{2}$ ضرب می‌کنیم:

$$\sqrt{2}q = \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) = \sqrt{4} + 2\sqrt{3} + \sqrt{4} - 2\sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = |\sqrt{3}+1| + |\sqrt{3}-1|$$

$$= \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3} \Rightarrow q = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

گام سوم: حالا حاصل $p + q$ را بر $p - q$ تقسیم می‌کنیم تا نسبت خواسته‌شده را به دست بیاوریم:

$$\frac{p+q}{p-q} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{6}}{\sqrt{10} - \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{\sqrt{2}(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{5 - 3} = \frac{5 + 3 + 2\sqrt{15}}{2} = 4 + \sqrt{15}$$

در مزدوج
مخرج ضرب می‌کنیم.

تست و پاسخ ۱۷

در یک مستطیل طلایی، نسبت طول به عرض برابر a^3 است. حاصل $P = \frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}}$ کدام است؟

$\sqrt[3]{4}$ (۴) $\sqrt[3]{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۱)

$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = a^3 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام اول: در مستطیل طلایی، فرض می‌کنیم طول برابر با x و عرض برابر با y باشد، در این صورت داریم:

$$\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x} = a^3 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (I)$$

گام دوم: عبارت P را ساده می‌کنیم. مخرج مشترک می‌گیریم:

$$P = \frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}} = \frac{a^3 + \sqrt{a^3 + 1} + a^3 - \sqrt{a^3 + 1}}{(a^3 + 1 - \sqrt{a^3 + 1})(a^3 + 1 + \sqrt{a^3 + 1})} =$$

$$\frac{2a^3 + 2}{(a^3 + 1)^2 - a^3} = \frac{2(a^3 + 1)}{a^6 + 2a^3 + 1 - a^3} = \frac{2(a^3 + 1)}{a^6 + a^3 + 1}$$

گام سوم: برای به دست آوردن حاصل عبارت P ، مقدار a^6 را به کمک رابطه (I) محاسبه می‌کنیم:

$$a^3 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow a^6 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1+5+2\sqrt{5}}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

گام چهارم: با جای‌گذاری مقادیر a^3 و a^6 در عبارت P داریم:

$$P = \frac{2(a^3 + 1)}{a^6 + a^3 + 1} = \frac{2\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) + 2}{\frac{3+\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{\sqrt{5} + 3}{\frac{3+\sqrt{5}+1+\sqrt{5}+2}{2}} = \frac{2(3+\sqrt{5})}{6+2\sqrt{5}} = 1$$

تست و پاسخ ۱۸

اگر $\sqrt{8} + \sqrt{27} - \sqrt{6} = \frac{a^2 + \frac{1}{a^2}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$ باشد، حاصل $a + \frac{1}{a}$ کدام است؟ ($a > 0$)

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} + 1 \quad (3)$$

$$\sqrt{3} + 1 \quad (2)$$

$$\sqrt{6} - 1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره برای رسیدن به درصدهای بالای ریاضی در کنکور، اولین قدم تسلط بر روی مفاهیم پایه مثل اتحاد و تجزیه، اعمال بر روی کسرها و رادیکال‌ها و توان است. بیشتر سؤال‌های کنکور با این مباحث ترکیب می‌شوند؛ بنابراین بدون تسلط کافی روی این مباحث امکان پرداختن به سایر موضوعات وجود ندارد.

خودت حل کنی بهتره ابتدا عبارت داده‌شده را به کمک مربع کامل کردن زیر رادیکال مخرج کسر، ساده کنید.

گام اول: با ساده‌کردن عبارت داده‌شده شروع می‌کنیم. از مربع کامل کردن عبارت استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a^2} &= \frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} - \sqrt{6} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{\sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}} - \sqrt{6} = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} - \sqrt{6} \\ &= \frac{(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})} - \sqrt{6} = \frac{4 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 9}{2-3} - \sqrt{6} = \frac{\sqrt{6} - 5}{-1} - \sqrt{6} = 5 - \sqrt{6} - \sqrt{6} \\ &= 5 - 2\sqrt{6} \quad (*) \end{aligned}$$

گام دوم: عبارت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ را برحسب $a + \frac{1}{a}$ می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{1}{a^2} &= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \stackrel{(*)}{=} 5 - 2\sqrt{6} \Rightarrow \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{6} \\ &= (\sqrt{6} - 1)^2 \xrightarrow{a > 0} a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} - 1 \end{aligned}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۴، آمار و احتمال: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۱، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۷۰

تست و پاسخ ۱۹

با رئوس a, b, c, d و دو یال، چند گراف ساده وجود دارد که مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن‌ها یکتا باشد؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره احاطه‌گری جزء مباحثی است که در نظام آموزشی جدید به کتاب درسی اضافه شده است و طراحان کنکور در سال‌های اخیر، علاقه ویژه‌ای به این مبحث نشان داده‌اند!

خودت حل کنی بهتره کافی است به این نکته دقت کنید که مجموعه احاطه‌گر مینیمم، تنها در حالتی یکتا می‌شود که دو یال به هم متصل باشند.

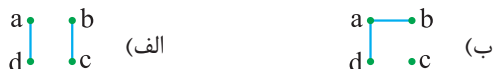
درس نامه

- مجموعه احاطه‌گر: زیرمجموعه D از مجموعه رئوس گراف G را یک مجموعه احاطه‌گر گوییم هرگاه هر رأسی از گراف که در D نباشد، دست کم با یکی از رأس‌های عضو D مجاور باشد.
- مجموعه احاطه‌گر مینیمم: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G ، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر مینیمم می‌نامیم.
- عدد احاطه‌گری: به تعداد اعضای مجموعه احاطه‌گر مینیمم، عدد احاطه‌گری می‌گوییم و آن را با نماد $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

نکته اگر گرافی فقط یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم داشته باشد، می‌گوییم این گراف مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد.

پاسخ تشریحی

گام اول: این گراف ۴ رأس و ۲ یال دارد؛ پس شکل آن را می‌توانیم به دو صورت رسم کنیم:

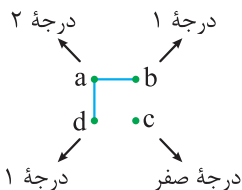


گام دوم: در حالت «الف»، گراف مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا ندارد. در این حالت (حالت الف) مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم عبارت‌اند از:

$\{a, b\}, \{a, c\}, \{d, b\}, \{d, c\}$

$\{a, c\}$

اما در حالت «ب»، فقط یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم داریم:



پس برای این که گراف دارای مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا باشد، شکل آن باید مثل «ب» باشد.

گام سوم: حالا برای این که تعداد گراف‌های به این شکل را بشماریم، به صورت مقابل عمل می‌کنیم:

این گراف ۴ اسم دارد (منظورمان از اسم، همان a, b, c, d است). حالا به $\binom{4}{1} = 4$ حالت، یک اسم را برای رأس ۲ درجه انتخاب می‌کنیم.

از بین ۳ رأس باقی‌مانده، به $\binom{3}{1} = 3$ حالت، یک اسم برای رأس ۱ درجه انتخاب می‌کنیم و در آخر، ۲ اسم باقی‌مانده را نیز به دو رأس درجه ۱ می‌دهیم؛ بنابراین جواب برابر $4 \times 3 = 12$ می‌شود.

تست و پاسخ ۲۰

گرافی ناهمبند، ۳- منتظم، با رئوس نام‌گذاری شده و اندازه ۱۲ داریم. این گراف چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد؟

۲ (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



خودت حل کنی بهتره منظور سؤال اینه که باید دو تا k داشته باشیم!

نکات ۱) یک گراف منتظم، فقط در حالتی می‌تواند ناهمبند باشد که $r = \frac{p}{2} - 1$ شود.

۲) اگر $r = \frac{p}{2} - 1$ باشد و گرافی ناهمبند بخواهیم، تنها حالت این است که دو گراف $k_{\frac{p}{2}}$ جدا از هم داشته باشیم.

$$rp = 2q$$

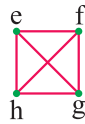
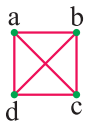
۳) در گراف r - منتظم مرتبه p با اندازه q داریم:

۴) در هر گراف کامل، هر رأس یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

$$rp = 2q \xrightarrow[q=12]{r=3} 3p = 24 \Rightarrow p = 8$$

پاسخ تشریحی گام اول: یک گراف ۳- منتظم با اندازه ۱۲ داریم؛ پس:

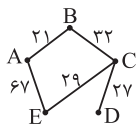
گام دوم: دقت کنید حالا که $r = \frac{p}{2} - 1$ است، پس برای این که گراف ما ناهمبند باشد، باید دو گراف k_4 جدا از هم داشته باشیم:



گام سوم: برای احاطه‌شدن قسمت سمت چپ (abcd) باید یک رأس و برای احاطه‌شدن قسمت راست (efgh) هم باید یک رأس انتخاب کنیم، پس تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم $4 \times 4 = 16$ تا است.

تست و پاسخ ۲۱

هر ایستگاه آتش‌نشانی تا فاصله ۵۰ کیلومتر را پوشش می‌دهد. فاصله بین پنج منطقه A, B, C, D, E در زیر نشان داده شده است. حداقل چند ایستگاه آتش‌نشانی لازم است تا تمام مناطق، زیر پوشش باشند؟



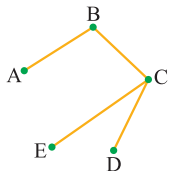
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره یک گراف جدید رسم کنید و یال بین دو رأس را رسم کنید، اگر و تنها اگر بین آن دو رأس، مسیری به طول حداکثر ۵۰ کیلومتر وجود داشته باشد.

نکته عدد احاطه‌گری یک گراف ساده از مرتبه p ، ۱ است، اگر و تنها اگر در این گراف، رأسی با درجه $p-1$ (رأس فول) وجود داشته باشد.

پاسخ تشریحی گام اول: اول یک گراف جدید با مجموعه رئوس $V(G) = \{A, B, C, D, E\}$ در نظر می‌گیریم، به طوری که یال بین



دو رأس، تنها زمانی رسم شود که بین آن دو رأس، مسیری به طول حداکثر ۵۰ کیلومتر وجود داشته باشد:

گام دوم: در این گراف، رأس فول نداریم، پس عدد احاطه‌گری ۱ نیست! حالا با انتخاب دو رأس A و C گراف احاطه می‌شود؛ پس عدد احاطه‌گری گراف ۲ است.

تست و پاسخ ۲۲

گراف با درجه رئوس ۱، ۲، ۳ چند مجموعه احاطه‌گر مینیمال دارد؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳



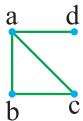
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

مشاوره در کتکورهای سراسری چند سال اخیر، با سؤالاتی از فصل گراف مواجه می‌شویم که در آن‌ها درجهٔ رئوس یک گراف به ما داده شده و ما برای به دست آوردن جواب باید شکل آن گراف را رسم کنیم. برای همین پیشنهاد می‌کنیم رسم یک گراف با درجهٔ رئوس را به خوبی تمرین کنید!

درس نامه •• مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال

مجموعهٔ احاطه‌گری که با حذف هر کدام از عضوهایش، دیگر احاطه‌گر نباشد را یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.



پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا شکل گراف را رسم می‌کنیم:

(با توجه به شکل واضح است که $\deg(a) = 3$ ، $\deg(b) = \deg(c) = 2$ و $\deg(d) = 1$ است.)

گام دوم: حالا مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف را می‌نویسیم:

عضوی ۱: مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال $\{a\}$

عضوی ۲: مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال $\{b, d\}$ ، $\{c, d\}$

ندارد: مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی

ندارد: مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال ۴ عضوی

بنابراین، این گراف فقط $3 = 1 + 2$ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال دارد.

تست و پاسخ ۱۳

در گرافی ۲- منتظم از مرتبهٔ ۱۲، حداکثر عدد احاطه‌گری کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

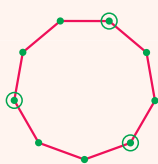
۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۳

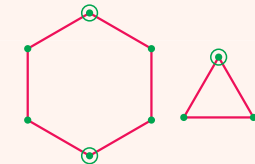
درس نامه •• گراف‌های ۲- منتظم

هر گراف ۲- منتظم از تعدادی گراف به شکل C_n تشکیل می‌شود؛ برای مثال گراف ۲- منتظم مرتبه ۹ می‌تواند به شکل‌های زیر باشد:



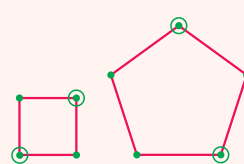
C_9

$\gamma = 3$



C_6, C_3

$\gamma = 3$



C_4, C_5

$\gamma = 4$



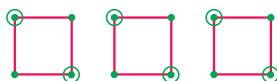
C_3, C_3, C_3

$\gamma = 3$

حالا برای این که عدد احاطه‌گری یک گراف ۲- منتظم حداکثر شود، باید کاری کنیم تا تعداد C_4 ها حداکثر شود؛ برای مثال در ۴ شکل گراف ۲- منتظم مرتبه ۹ که در بالا رسم شده، همان‌طور که می‌بینید، حداکثر عدد احاطه‌گری، مربوط به گرافی است که C_4 دارد.

پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به درس‌نامهٔ بالا، حداکثر عدد احاطه‌گری وقتی به دست می‌آید که تعداد C_4 ها حداکثر باشد.

گام دوم: این گراف ۲- منتظم از مرتبهٔ ۱۲ است، پس می‌تواند حداکثر از ۳ گراف به شکل C_4 تشکیل شده باشد که در این صورت، عدد احاطه‌گری آن ۶ می‌شود:



تست و پاسخ ۲۴

۸ دادهٔ آماری با واریانس ۱۶ و میانگین ۲۵ داریم. حداقل چند دادهٔ برابر با میانگین، به این داده‌ها اضافه کنیم تا ضریب تغییرات بیش از ۴ درصد کم شود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینهٔ ۱

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه ●● (۱) در داده‌های آماری x_1 تا x_n داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته اگر تعدادی داده آماری برابر با میانگین به داده‌های ما اضافه شوند، میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \quad (۲)$$

نکته انحراف معیار، رادیکال واریانس است.

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

پاسخ تشریحی **گام اول:** ۸ داده آماری داریم. این ۸ داده را با x_1 تا x_8 نمایش می‌دهیم. میانگین این ۸ داده ۲۵ است، یعنی $\bar{x} = 25$ واریانس این ۸ داده ۱۶ است، که از آن نتیجه می‌گیریم انحراف معیار ۴ می‌شود. (اینایی که گفتیم رو بنزار به زبون ریاضی هم بنویسیم.)

$$\bar{x}_{\text{اولیه}} = 25 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 25$$

$$\sigma_{\text{اولیه}} = 4 \Rightarrow \sqrt{\frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_8 - 25)^2}{8}} = 4 \quad (I)$$

$$C.V_{\text{اولیه}} = \frac{\sigma_{\text{اولیه}}}{\bar{x}_{\text{اولیه}}} = \frac{4}{25}$$

گام دوم: ابتدا معادله (I) را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\sqrt{\frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_8 - 25)^2}{8}} = 4 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_8 - 25)^2}{8} = 16$$

$$\Rightarrow (x_1 - 25)^2 + \dots + (x_8 - 25)^2 = 16 \times 8 = 128 \quad (II)$$

گام سوم: حالا فرض کنید n داده برابر با میانگین (یعنی n تا داده که همشون ۲۵ هستند) به این داده‌ها اضافه می‌کنیم. واضح است که میانگین داده‌های جدید هم ۲۵ می‌شود، اما انحراف معیار آن‌ها برابر است با:

$$\sigma_{\text{جدید}} = \sqrt{\frac{\overbrace{(x_1 - 25)^2 + \dots + (x_8 - 25)^2}^{128} + \overbrace{(25 - 25)^2 + \dots + (25 - 25)^2}^{n \text{ تا صفر}}}{8 + n}}$$

$$= \sqrt{\frac{128}{8 + n}}$$

گام چهارم: ضریب تغییرات داده‌های جدید را به دست می‌آوریم:

$$C.V_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{\sqrt{\frac{128}{8 + n}}}{25}$$

گام پنجم: ضریب تغییرات قبلی $\frac{4}{25}$ بود. اگر از آن ۴ درصد کم شود، مقدار جدید آن برابر می‌شود با:

$$\frac{4}{25} - \frac{4}{25} \times \frac{4}{100} = \frac{4}{25} - \frac{4}{625} = \frac{100 - 4}{625} = \frac{96}{625}$$

حالا می‌خواهیم ضریب تغییرات جدید، بیش از ۴ درصد کم شود، یعنی باید:

$$\frac{\sqrt{\frac{128}{8 + n}}}{25} < \frac{96}{625} \Rightarrow \sqrt{\frac{128}{8 + n}} < \frac{32 \times 3}{25} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{128}{8 + n} < \frac{32 \times 32 \times 3 \times 3}{625}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8 + n} < \frac{72}{625} \xrightarrow{\text{معکوس}} 8 + n > \frac{625}{72} \approx 8.67 \Rightarrow n > 0.67$$

بنابراین حداقل باید ۱ داده اضافه شود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

تست و پاسخ ۲۵

انحراف از میانگین ۵ داده آماری $a, b, 1, 2, 0$ و 0 است. اگر انحراف معیار این ۵ داده برابر $\sqrt{10}$ و ضریب تغییرات آن‌ها ۱ باشد، کوچک‌ترین داده حدوداً کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

۳ (۴)

-۶ (۳)

۶/۱۶ (۲)

-۲/۸۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

نکات ۱ مجموع انحراف از میانگین داده‌ها برابر صفر است.

۲ اگر به انحراف از میانگین تعدادی داده، میانگین آن داده‌ها را اضافه کنیم، خود داده‌ها به دست می‌آیند.

۳ واریانس تعدادی داده، برابر میانگین مربعات انحراف از میانگین آن داده‌ها است.

پاسخ تشریحی گام اول: انحراف از میانگین ۵ داده، $a, b, 1, 2, 0$ است. حالا انحراف معیار این ۵ داده را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt{\frac{0^2 + 1^2 + 4 + a^2 + b^2}{5}} = \sqrt{10} \rightarrow \frac{0^2 + 1^2 + 4 + a^2 + b^2}{5} = 10$$

$$\Rightarrow 5 + a^2 + b^2 = 50 \Rightarrow a^2 + b^2 = 45$$

گام دوم: با توجه به این که a و b اعداد صحیح‌اند، از $a^2 + b^2 = 45$ دو حالت داریم:

$$\text{حالت اول: } a = \pm 6 \text{ و } b = \pm 3 \quad \text{حالت دوم: } a = \pm 3 \text{ و } b = \pm 6$$

چون مقدار خود a و b برای ما مهم نیست، حالت اول را در نظر می‌گیریم.

گام سوم: حالا باید علامت a و b را هم پیدا کنیم. دقت کنید باید جمع انحراف از میانگین داده‌ها صفر باشد، پس باید یکی از a و b برابر ۳ و دیگری برابر -۶ باشد، پس انحراف از میانگین داده‌ها به صورت مقابل می‌شوند:

$$0, 1, 2, 3, -6$$

دام تستی حواست باشه الان یهو نرنی **۳** که غلطه! ما کوچک‌ترین داده رو می‌خواهیم، نه کوچک‌ترین انحراف از میانگین داده‌ها!

گام چهارم: ضریب تغییرات داده‌ها برابر ۱ است:

$$C.V = 1 \Rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{\bar{x}} = 1 \Rightarrow \bar{x} = \sqrt{10} \approx 3.16$$

پس با اضافه کردن $3/16$ به انحراف از میانگین داده‌ها، خود داده‌ها به دست می‌آیند:

$$0, 1, 2, 3, -6 \xrightarrow{+3/16} 3/16, 4/16, 5/16, 6/16, -2/84$$

بنابراین کوچک‌ترین داده، $-2/84$ است.

تست و پاسخ ۲۶

میانه یک سری داده آماری نابرابر و مرتب‌شده، برابر است با میانگین داده‌های هفتم، هشتم و نهم. اگر مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ باشد، میانگین داده‌ها کدام است؟

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه میانه

برای به دست آوردن میانه تعدادی داده، اگر:

(الف) تعداد داده‌ها فرد باشد، میانه برابر داده وسط است.

(ب) تعداد داده‌ها زوج باشد، میانه برابر با میانگین دو داده وسط است.

پاسخ تشریحی گام اول: اول از همه فونسر دی خودتونو حفظ کنید! فوب ببین پیزی که تا این با بلدییم اینه که میانه یا برابر یه دونه داده می‌شه یا

برابر میانگین دو تا داده.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بعد چیزی که سر آزمون می بینیم اینه که میانه یهو شده میانگین ۳۰ تاداره 😊، پس باید تحلیل کنیم ببینیم این وسط چه اتفاقی رخ داده! از اون بایی که داده ها مرتب شده و نابرابر هستند، میانه فقط در به حالت می تونه میانگین داده های هفتم، هشتم و نهم باشه. اون حالت هم اینه که تعداد داده ها ۱۵ تا باشه که این صورت، دانه وسط می شه دانه هشتم. به علاوه باید میانگین دانه هفتم و نهم، برابر دانه هشتم باشه که در این صورت، میانگین دانه هفتم، هشتم و نهم، همون دانه هشتم می شه. به همین سادگی. (البته که ساده نبوده، ولی فوب هالا گفتم ساده دریگه 😊!)

$$\frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد داده ها}} = \frac{240}{15} = 16$$

گام دوم: تعداد داده ها ۱۵ تا است و مجموع داده ها ۲۴۰ است؛ پس میانگین داده ها برابر است با:

تست و پاسخ ۲۷

در جدول فراوانی مقابل، حاصل $x + y - z$ کدام است؟

دسته ها	فراوانی	فراوانی نسبی
۱۰-۱۵	۶	X
۱۵-۲۰	Y	۰/۲۵
۲۰-۲۵	۲	Z
۲۵-۳۰	Y	۰/۲۵
جمع	۱۶	

$$4/25 \quad (1)$$

$$4/75 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3/75 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۱

نکات ۱) مجموع فراوانی داده ها، برابر فراوانی کل می شود.

۲) برای به دست آوردن فراوانی نسبی یک داده (یا یک دسته)، باید فراوانی آن داده (یا دسته) را بر فراوانی کل تقسیم کنیم.

۳) مجموع فراوانی نسبی داده ها برابر ۱ است.

پاسخ تشریحی گام اول: فراوانی کل داده ها ۱۶ است، یعنی مجموع فراوانی داده ها ۱۶ می شود:

$$\Rightarrow 6 + y + 2 + y = 16 \Rightarrow 2y + 8 = 16 \Rightarrow 2y = 8 \Rightarrow y = 4$$

$$x = \frac{6}{16} \Rightarrow x = \frac{3}{8}$$

$$z = \frac{2}{16} \Rightarrow z = \frac{1}{8}$$

$$x + y - z = \frac{3}{8} + 4 - \frac{1}{8} = 4 + \frac{2}{8} = 4 + \frac{1}{4} = 4 + 0/25 = 4/25$$

گام دوم: فراوانی نسبی دسته ۱۰-۱۵ برابر X است:

گام سوم: فراوانی نسبی دسته ۲۰-۲۵ برابر Z است:

گام چهارم: بنابراین:

تست و پاسخ ۲۸

در جدول زیر، اگر زاویه متناظر دسته D در نمودار دایره ای ۹۶° باشد. فراوانی دسته C کدام است؟

نوع	A	B	C	D	E
تعداد	x	x+6	6x	x+9	2x-3

$$12 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

$$24 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

درس نامه ●● برای به دست آوردن زاویه متناظر (در نمودار دایره ای) یک دسته، کافی است فراوانی نسبی آن دسته را در ۳۶۰ ضرب کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا فراوانی کل را به دست می آوریم:

گام دوم: فراوانی نسبی دسته D، $\frac{x+9}{11x+12}$ است؛ پس زاویه آن در نمودار دایره ای می شود:

$$\frac{x+9}{11x+12} \times 360 = 96 \Rightarrow \frac{x+9}{11x+12} = \frac{96}{360} \Rightarrow \frac{x+9}{11x+12} = \frac{12}{45}$$

$$\Rightarrow \frac{x+9}{11x+12} = \frac{4}{15} \Rightarrow 15x+135 = 44x+48 \Rightarrow 87 = 29x \Rightarrow x = 3$$

گام سوم: بنابراین فراوانی دسته C برابر $6x = 6 \times 3 = 18$ می شود.



هندسه (۳): صفحه‌های ۵۰ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۳۳ تا ۶۰

تست و پاسخ ۲۹

معادله محور تقارن سهمی به معادله $y = (x - 3)^2$ به صورت $x = a$ و معادله خط هادی آن به صورت $y = b$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$$۲/۷۵ (۴)$$

$$۰/۲۵ (۳)$$

$$۰/۷۵ (۲)$$

$$۱/۲۵ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره پیدا کردن اطلاعاتی مثل معادله محور تقارن و خط هادی و مختصات رأس و کانون، مهم‌ترین تیپ سؤال‌های سهمی است، باید روی درس‌نامه این سؤال مسلط باشید.

درس‌نامه

(۱) انواع و اقسام سهمی‌ها را به همراه معادله‌هایشان در جدول‌های زیر ببینید:

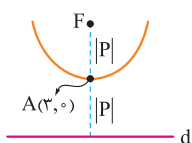
شکل	مشخصات
	دهانه سهمی رو به بالا
	دهانه سهمی رو به پایین
	معادله سهمی
	$(x - h)^2 = 4a(y - k)$
	$(x - h)^2 = -4a(y - k)$

شکل	مشخصات
	دهانه سهمی رو به راست
	دهانه سهمی رو به چپ
	معادله سهمی
	$(y - k)^2 = 4a(x - h)$
	$(y - k)^2 = -4a(x - h)$

(۲) به خطی که از رأس و کانون یک سهمی می‌گذرد، محور تقارن سهمی می‌گوییم.

پاسخ تشریحی گام اول (تشخیص نوع سهمی و رسم شکل مناسب): اول معادله $y = (x - 3)^2$ را به فرم استاندارد می‌نویسیم:

$$(x - 3)^2 = 1(y - 0)$$



طبق مورد (۱) درس‌نامه، معادله $(x - 3)^2 = 1(y - 0)$ ، معادله یک سهمی قائم با رأس $A(3, 0)$ و دهانه رو به بالا است، پس می‌توانیم شکل آن را به صورت مقابل در نظر بگیریم (چون صورت سؤال، پارامتر a را در $x = a$ استفاده کرده بود، به جای پارامتر a از P استفاده کردیم):

گام دوم (محاسبه b): از معادله سهمی نتیجه می‌گیریم که:

$$4P = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{4}$$

طبق نمودار سهمی معادله خط هادی سهمی برابر می‌شود با:

$$y = y_A - |P| \Rightarrow y = 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} = -0.25$$

این‌جا نتیجه می‌گیریم $b = -0.25$ است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): به گفته سؤال، معادله محور تقارن سهمی به صورت $x = a$ است. طبق مورد (۲) درس نامه می دانیم این خط از رأس و کانون سهمی می گذرد. مختصات رأس $A(3, 0)$ است؛ پس معادله محور تقارن به صورت $x = a = 3$ می شود. بنابراین $a + b = 3 - 0 / 25 = 2 / 75$ است.

تست و پاسخ ۳۰

به ازای کدام مقدار m ، کانون سهمی به معادله $y^2 + my - 7x = 0$ روی محور y ها قرار دارد؟

- (۱) ± 2 (۲) ± 4 (۳) ± 7 (۴) ± 9

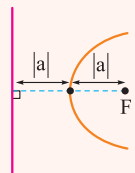
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره اگر معادله سهمی استاندارد نباشد، می توانید برای پیدا کردن پارامترهای مورد نیاز در حل مسائل، بدون استاندارد کردن، از روشی که در درس نامه گفته ایم استفاده کنید تا سرعت عملتان بالاتر برود.

درس نامه ..

(۱) در معادله گسترده سهمی، اگر نسبت به متغیر درجه دوم مشتق بگیریم، یا عرض رأس سهمی پیدا می شود یا طولش. احتمالاً می پرسید چه طور تشخیص دهیم؟

باید خدمتتان عرض کنم که اگر متغیر درجه دوم x بود، طول رأس و اگر متغیر درجه دوم y بود، عرض رأس پیدا شده است.



(۲) مختصات رأس سهمی در معادله اش صدق می کند.
(۳) همان طور که در شکل مقابل می بینید، فاصله رأس سهمی از کانون و خط هادی سهمی یکسان است. این فاصله را معمولاً با $|a|$ نشان می دهیم.

$$a = \frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲}} \times 4$$

خواست به منفی باشد

(۴) هر وقت معادله گسترده یک سهمی را داشتید و a را می خواستید، از رابطه مقابل استفاده کنید:

(۵) اگر در سهمی y^2 وجود داشته باشد، سهمی افقی است. در چنین سهمی هایی رابطه بین مختصات رأس و کانون به صورت مقابل است:

$$a + \text{طول رأس} = \text{طول کانون}, \quad \text{عرض کانون} = \text{عرض رأس}$$

پاسخ تشریحی گام اول (پیدا کردن طول رأس سهمی): در معادله $y^2 + my - 7x = 0$ داریم، پس طبق مورد (۱) درس نامه اگر نسبت به y

مشتق بگیریم و حاصل را برابر با صفر قرار دهیم عرض رأس پیدا می شود:

حالا $y = -\frac{m}{2}$ را در معادله سهمی جای گذاری می کنیم تا طول رأس سهمی هم مشخص شود:

$$\left(-\frac{m}{2}\right)^2 + \left(-\frac{m}{2}\right)m - 7x = 0 \Rightarrow \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} - 7x = 0 \Rightarrow -7x = \frac{m^2}{4} \Rightarrow x = -\frac{m^2}{28}$$

ضریب متغیر درجه ۲

گام دوم (محاسبه m): حالا به کمک مورد (۴) درس نامه مقدار m را در سهمی $y^2 + my - 7x = 0$ حساب می کنیم:

ضریب متغیر درجه ۱

$$m = -\frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲}} = -\frac{-7}{1 \times 4} = \frac{7}{4}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال می خواهد کانون سهمی روی محور y ها باشد. این اتفاق زمانی می افتد که طول کانون صفر باشد. حالا طول کانون را به کمک مورد (۵) درس نامه به دست می آوریم و مساوی صفر می گذاریم:

$$\text{کانون} = \text{طول رأس} + m = -\frac{m^2}{28} + \frac{7}{4} = 0 \Rightarrow \frac{m^2}{28} = \frac{7}{4} \Rightarrow m^2 = 7^2 \Rightarrow m = \pm 7$$



تست و پاسخ (۳۱)

از کانون سهمی $y^2 - 4x = 2y - 2$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند. اگر نقطه S رأس این سهمی باشد، مساحت مثلث SMN کدام است؟

۲ (۴)

۰/۵ (۳)

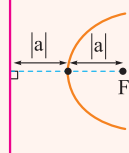
۱ (۲)

۰/۲۵ (۱)

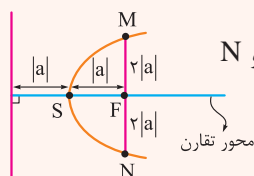
پاسخ: گزینه (۴)

مشاوره طول وتر کانونی در سهمی، هر چند به طور مستقیم در کتاب مطرح نشده، اما چند بار در کنکور از آن سؤال داشته‌ایم.

درس‌نامه



(۱) همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، فاصله رأس سهمی از کانون و خط هادی سهمی یکسان است. این فاصله را معمولاً با $|a|$ نشان می‌دهیم.



(۲) مطابق شکل روبه‌رو، اگر از کانون به محور تقارن سهمی یک خط عمود بکشیم تا سهمی را در نقاط M و N قطع کند، وتری به طول $4|a|$ درست می‌شود که به آن **وتر کانونی** می‌گوییم.

$$a = \frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲}} = \frac{1}{-4}$$

حواست به منفی باشه

(۳) هر وقت معادله گسترده یک سهمی را داشتید و a را می‌خواستید، از رابطه مقابل استفاده کنید:

(۴) اگر در معادله گسترده یک سهمی x^2 داشتیم، سهمی قائم و در صورتی که y^2 داشتیم سهمی افقی است.

(۵) برای تشخیص دهانه سهمی به علامت a نگاه کنید. اگر $a > 0$ باشد، در سهمی‌های افقی دهانه رو به راست و در سهمی‌های عمودی دهانه رو به بالا است و در صورتی که $a < 0$ باشد، در سهمی‌های افقی دهانه رو به چپ و در سهمی‌های عمودی دهانه رو پایین خواهد بود.

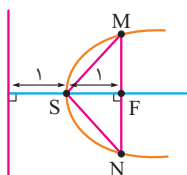
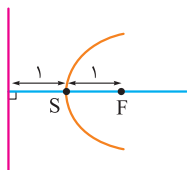
پاسخ تشریحی گام اول (رسم سهمی اولیه): اول همه پارامترهای معادله را به سمت چپ می‌بریم:

$$y^2 - 4x = 2y - 2 \Rightarrow y^2 - 2y - 4x + 2 = 0$$

همان‌طور که می‌بینید در معادله سهمی y^2 داریم، پس طبق مورد (۴) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم سهمی افقی است. حالا این که دهانه‌اش رو به راست یا چپ باشد را علامت a تعیین می‌کند. a را به کمک مورد (۳) درس‌نامه حساب می‌کنیم:

$$a = -\frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲}} = -\frac{-4}{1 \times 4} = 1 > 0$$

پس دهانه سهمی رو به راست و شکل مسئله به این صورت می‌شود:



$$MN = 4|a| = 4$$

درگام اول دیدیم که ۱ شد.

گام دوم (اضافه کردن پاره‌خط‌های لازم به شکل): طبق مورد (۲) درس‌نامه خط عمودی که از کانون بر محور تقارن سهمی رسم می‌شود تا سهمی را در دو نقطه M و N قطع کند، اسمش وتر کانونی است. وتر کانونی MN را طبق خواسته سؤال به شکل اضافه می‌کنیم. طول MN برابر می‌شود با:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال مساحت مثلث MSN را می‌خواهد که برابر است با: $S_{MSN} = \frac{1}{2} SF \times MN = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$

تست و پاسخ ۳۲

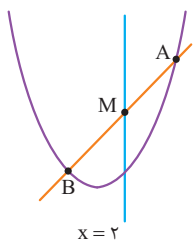
خط‌هایی را در نظر بگیرید که سهمی $y = 2x^2$ را در دو نقطه قطع می‌کنند، به طوری که وسط پاره خط واصل این دو نقطه همواره بر خط $x = 2$ واقع است. کدام گزینه در مورد این خط‌ها درست است؟
 (۱) شیب آن‌ها ۸ است. (۲) شیب آن‌ها ۴ است. (۳) عرض از مبدأ آن‌ها ۸ است. (۴) عرض از مبدأ آن‌ها ۴ است.

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این سؤال با ایده گرفتن از یکی از تمرین‌های مهم کتاب درسی طرح شده است، این تمرین می‌تواند کاندید طرح سؤال در کنکور باشد.

درس نامه برای پیدا کردن طول نقاط برخورد دو منحنی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ باید جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ را به دست بیاوریم.

پاسخ تشریحی مطابق شکل، خط به معادله $y = ax + b$ سهمی $y = 2x^2$ را در دو نقطه قطع کرده است و طبق فرض سؤال، مختصات وسط وتر حاصل، روی خط $x = 2$ قرار دارد؛ پس داریم:



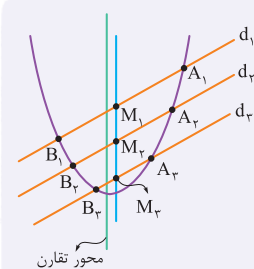
$$\frac{x_A + x_B}{2} = 2 \Rightarrow x_A + x_B = 4 \quad (*)$$

x_B و x_A طول نقاط برخورد خط $y = ax + b$ و سهمی $y = 2x^2$ هستند که طبق مورد (۲) درس‌نامه، جواب‌های معادله زیرند:

$$2x^2 = ax + b \Rightarrow 2x^2 - ax - b = 0$$

طبق رابطه (*) مجموع ریشه‌های معادله بالا یعنی $S = -\frac{-a}{2}$ برابر ۴ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$-\frac{-a}{2} = 4 \Rightarrow \frac{a}{2} = 4 \Rightarrow a = 8$$



نکته خوب است که این نکته را هم در حالت کلی بدانید:

در شکل مقابل خط‌های موازی d_1 , d_2 , d_3 با قطع کردن سهمی، وترهای موازی A_1B_1 , A_2B_2 و A_3B_3 را ایجاد کرده‌اند. در چنین شرایطی می‌توانیم بگوییم مختصات وسط این وترها روی یک خط موازی با محور تقارن سهمی قرار دارند؛ برای درک بهتر این موضوع شکل مقابل را ببینید:

تست و پاسخ ۳۳

آینه مقعر سهمی شکل به معادله $y^2 = \frac{1}{4}x$ مفروض است. پرتو نوری با معادله $16y + 1 = 0$ به این سهمی می‌تابد. معادله این پرتو نور پس از دو بار بازتابش نسبت به این آینه کدام خواهد بود؟

$$y = -\frac{1}{16} \quad (۴)$$

$$y = \frac{1}{16} \quad (۳)$$

$$y = \frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$y = \frac{1}{4} \quad (۱)$$

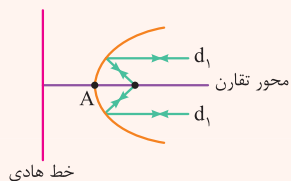
پاسخ: گزینه ۱

مشاوره خاصیت آینه‌های سهمی به طور مفصل در کتاب درسی مورد بحث بوده و چند بار در کنکور هم سؤال داشته؛ پس باید روی خواص آن مسلط باشید.



خودت حل کنی بهتره ابتدا مختصات کانون سهمی را بیابید.

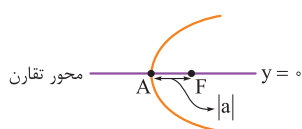
درس نامه



(۱) هر شعاع نوری که مطابق شکل مقابل، موازی با محور سهمی بر بدنه سهمی بتابد، بازتابش از کانون سهمی می‌گذرد و برعکس. یعنی هر شعاع نوری که از کانون سهمی بر بدنه سهمی بتابد، بازتابش موازی با محور تقارن سهمی است.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

(۲) معادله خطی که از نقطه $A(x_0, y_0)$ می‌گذرد و شیبش برابر m است، به این صورت نوشته می‌شود:



پاسخ تشریحی گام اول (رسم سهمی $y^2 = \frac{1}{4}x$): در سهمی $y^2 = \frac{1}{4}x$ داریم، پس این

سهمی افقی است. از طرفی با توجه به معادله $4a = \frac{1}{4}$ و در نتیجه $a = \frac{1}{16} > 0$ می‌شود؛ پس دهانه

سهمی مطابق شکل مقابل رو به راست است:

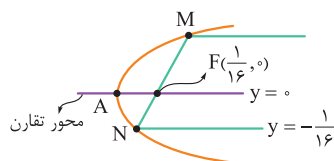
حالا نوبت پیدا کردن مختصات کانون و رأس است. از روی معادله $y^2 = \frac{1}{4}x$ واضح است که مختصات رأس به صورت $A(0, 0)$ است. برای

پیدا کردن مختصات کانون هم مطابق شکل بالا باید به اندازه $a = \frac{1}{16}$ به سمت راست حرکت کنیم، یعنی:

$$\begin{cases} x_F = x_A + a = 0 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow F(\frac{1}{16}, 0) \\ y_F = y_A = 0 \end{cases}$$

حالا که می‌دانیم مختصات کانون به صورت $F(\frac{1}{16}, 0)$ است، می‌توانیم بگوییم معادله محور تقارن سهمی هم $y = 0$ است.

گام دوم (تحلیل مسیر حرکت پرتو): اگر معادله پرتو نور $16y + 1 = 0$ را به صورت $y = -\frac{1}{16}$ بنویسیم، می‌بینیم که پرتو با محور تقارن $y = 0$ موازی است؛ بنابراین طبق درس‌نامه می‌توانیم بگوییم این پرتو مطابق شکل زیر در بازتابش اول از کانون می‌گذرد و پس از برخورد دوباره با بدنه آینه، به موازات محور تقارن بازتابش می‌شود.



گام سوم (نوشتن معادله خط MN): برای نوشتن معادله خط MN به شیب و یک نقطه احتیاج داریم. نقطه را که داریم، چون طبق شکل بالا پاره‌خط MN از کانون $F(\frac{1}{16}, 0)$ می‌گذرد، اما برای محاسبه شیب پاره‌خط MN اول باید مختصات نقطه N را به دست بیاوریم. N نقطه برخورد خط $y = -\frac{1}{16}$ و سهمی $y^2 = \frac{1}{4}x$ است؛ پس:

$$\left(-\frac{1}{16}\right)^2 = \frac{1}{4}x \Rightarrow \frac{1}{16 \times 16} = \frac{1}{4}x \Rightarrow x = \frac{1}{64} \Rightarrow N\left(\frac{1}{64}, -\frac{1}{16}\right)$$

حالا که می‌دانیم خط MN از دو نقطه $F(\frac{1}{16}, 0)$ و $N(\frac{1}{64}, -\frac{1}{16})$ می‌گذرد، می‌توانیم شیبش را هم حساب کنیم:

$$m_{MN} = \frac{0 - (-\frac{1}{16})}{\frac{1}{16} - \frac{1}{64}} = \frac{\frac{1}{16}}{\frac{3}{64}} = \frac{4}{3}$$

در آخر می‌توانیم بگوییم خط MN از نقطه $F(\frac{1}{16}, 0)$ می‌گذرد و شیب $\frac{4}{3}$ است؛ پس معادله‌اش می‌شود:

$$y - 0 = \frac{4}{3}\left(x - \frac{1}{16}\right) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{12}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم (پیدا کردن نقطه برخورد MN با سهمی): حالا نقطه برخورد خط $y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{12}$ را با سهمی $y^2 = \frac{1}{4}x$ می‌خواهیم، پس باید دستگاه مقابل را حل کنیم:

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x - \frac{1}{12} \Rightarrow y + \frac{1}{12} = \frac{4}{3}x \Rightarrow x = \frac{3}{4}y + \frac{1}{16} \\ y^2 = \frac{1}{4}x \xrightarrow{x = \frac{3}{4}y + \frac{1}{16}} y^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}y + \frac{1}{16}\right) (*) \end{cases}$$

اگر $y = A$ جواب معادله (*) باشد، در این صورت مختصات نقطه M به صورت $M\left(\frac{3}{4}A, A\right)$ خواهد شد. این طوری معادله پرتو بعد از دو بار بازتابش به صورت $y = A$ درمی‌آید؛ بنابراین می‌توانیم به جای حل کردن معادله (*) از گزینه‌ها هم کمک بگیریم که فقط $y = A = \frac{1}{4}$ در معادله (*) صدق می‌کند. (توجه داریم که $y = -\frac{1}{16}$ همان معادله پرتو تابیده شده بر سهمی است و در این مرحله غیر قابل قبول است.)

تست و پاسخ ۳۴

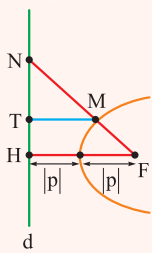
نقطه F، کانون سهمی به معادله $y^2 = 8x - 16$ و M نقطه‌ای با عرض a واقع بر آن است. خط MF، محور yها را در نقطه‌ای با عرض b قطع می‌کند. اگر a و b مثبت باشند، طول NF کدام است؟

$$\frac{2(b-a)}{a} \quad (۱) \quad \frac{2(b-a)}{b} \quad (۲) \quad \frac{4(b-a)}{a} \quad (۳) \quad \frac{4(b-a)}{b} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال هم با توجه به یکی از تمرین‌های کتاب درسی طرح شده که باید این تمرین را جدی بگیرید، چون اگر قبلاً این تمرین را بررسی نکرده باشید، احتمالاً نمی‌توانید این سؤال را حل کنید.

درس نامه



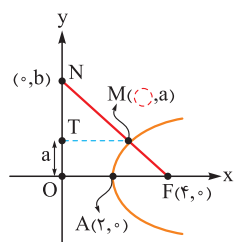
مطابق شکل مقابل، اول از کانون سهمی به نقطه M روی سهمی وصل کرده‌ایم و امتدادش داده‌ایم تا خط هادی را در نقطه N قطع کند، سپس از نقطه M عمود MT را بر خط هادی رسم کرده‌ایم؛ در چنین شرایطی می‌توانیم تناسب زیر را بنویسیم:

$$\frac{NF}{|p|} = \frac{2NT}{TH}$$

پاسخ تشریحی اول مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست می‌آوریم:

$$y^2 = 8x - 16 \Rightarrow y^2 = 8(x - 2) \Rightarrow \begin{cases} 4p = 8 \Rightarrow p = 2 \\ \text{سهمی افقی و رو به راست} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F(2+2, 0) = (4, 0) \\ \text{خط هادی: } x = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

حالا می‌توانیم بگوییم شکل مسئله به صورت زیر است. همان‌طور که می‌بینید تمام اتفاقاتی در درس‌نامه گفتیم این‌جا هم افتاده؛ پس می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{NF}{|p|} = \frac{2NT}{TO} \xrightarrow{|p|=2} \frac{NF}{2} = \frac{2|a-b|}{a} \Rightarrow NF = \frac{4|a-b|}{a}$$

با توجه به شکل بالا واضح است که $a < b$ و در نتیجه $a - b < 0$ می‌شود؛ بنابراین می‌توانیم به جای $|a-b|$ در تساوی بالا بنویسیم منفی:

$$NF = \frac{4(b-a)}{a}$$

بنابراین حاصل $\frac{4(b-a)}{a}$ برابر طول پاره خط NF می‌باشد.



تست و پاسخ ۳۵

تبدیل هندسی «تجانس معکوس انقباضی» کدام ویژگی را ندارد؟

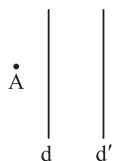
- (۱) حفظ جهت شکلها (۲) حفظ اندازه زاویهها (۳) حفظ شیب خطها (۴) حفظ طول پاره خطها

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی منظور از «تجانس معکوس انقباضی»، همان تجانس غیرمستقیم با نسبت تجانس $0 < k < 1$ است. این تبدیل اصلاً ساخته شده برای تغییر ابعاد شکلها؛ پس طول پاره خطها را حفظ نمی کند.

تست و پاسخ ۳۶

در شکل رسم شده، فاصله بین دو خط موازی d و d' برابر با 10 است. اگر A' تصویر A در بازتاب d و A'' تصویر A' در بازتاب d' باشد، آن گاه فاصله A'' از d برابر با 18 است. اگر O نقطه ای روی d' باشد، فاصله A از O کدام است؟



$$\frac{25}{3} \quad (2)$$

$$\frac{50}{7} \quad (1)$$

$$\frac{20}{3} \quad (4)$$

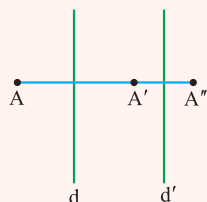
$$\frac{100}{13} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره یکی از تمرین های مهم کتاب درسی هندسه (۲) در فصل تبدیلها، در مورد ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی است که نتیجه آن را در درس نامه این سوال آورده ایم.

خود حل کنی بهتره مساحت مثلث OAA'' را با استفاده از دو تا از ارتفاع های آن به دست آورده و با هم برابر قرار دهید.

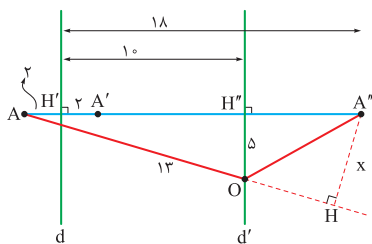
درس نامه



دو خط موازی d و d' و نقطه A را در شکل مقابل ببینید. در این شکل اول نقطه A را نسبت به d بازتاب داده ایم تا به نقطه A' و بعد A' را نسبت به d' بازتاب داده ایم تا به نقطه A'' برسیم. در چنین حالتی طول AA'' دو برابر فاصله بین دو خط موازی است.

پاسخ تشریحی

گام اول (تکمیل شکل مسئله و مشخص کردن خواسته سوال):
نقاط A' ، A'' و O را همان طور که سوال می خواهد به شکل مسئله اضافه می کنیم. سوال فاصله A'' از A ، یعنی $A''H = x$ را می خواهد.



گام دوم (محاسبه AH'): در شکل مسئله دقیقاً همان اتفاقی افتاده که در درس نامه گفتیم، پس می توانیم بگوییم طول AA'' دو برابر فاصله دو خط موازی است؛ یعنی:

$$AA'' = 2 \times 10 = 20$$

حالا طول $A''H' = 18$ را از AA'' کم می کنیم تا طول AH' پیدا شود:

$$AH' = AA'' - A''H' = 20 - 18 = 2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم (محاسبه طول OH): خوب به مثلث قائم الزاویه AOH نگاه کنید. در این مثلث $AH = 10 + 2 = 12$ و $OA = 13$ است؛ پس طول ضلع OH طبق قضیه فیثاغورس برابر می شود با:

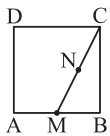
$$AH^2 + OH^2 = OA^2 \Rightarrow 12^2 + OH^2 = 13^2 \Rightarrow OH^2 = 169 - 144 = 25 \Rightarrow OH = 5$$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): حالا برای محاسبه خواسته سؤال یعنی، $AH = x$ ، یک بار مساحت مثلث رنگی را بر حسب ارتفاع $OH = 5$ و بار دیگر بر حسب ارتفاع $AH = x$ به دست می آوریم و مساوی هم می گذاریم:

$$\frac{1}{2} \times OH \times AA'' = \frac{1}{2} \times AH \times AO \Rightarrow 5 \times 20 = x \times 13 \Rightarrow x = \frac{100}{13}$$

تست و پاسخ ۳۷

مطابق شکل، نقطه M وسط AB و N وسط CM است. اگر مربع ABCD را با بردار BN انتقال دهیم، چند درصد از سطح شکل حاصل، درون مربع ABCD قرار می گیرد؟



۵۰ (۴)

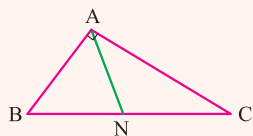
۳۷/۵ (۳)

۲۵ (۲)

۱۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

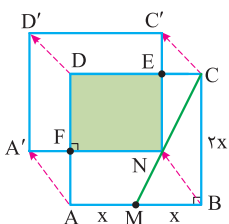
خودت حل کنی بهتره برای رسم انتقال تبدیل یک چندضلعی، باید تصویر همه رأس های آن را تحت آن تبدیل به دست آورید.



درس نامه در هر مثلث قائم الزاویه، طول میانه وارد بر وتر نصف وتر است. مثلاً در شکل مقابل، اگر AN میانه باشد، می توانیم بنویسیم:

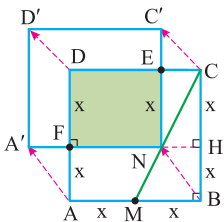
$$AN = \frac{BC}{2}$$

(۲) هر چهارضلعی، اگر دو ضلع مقابل به هم داشته باشد که هم موازی باشند و هم مساوی، آن چهارضلعی حتماً متوازی الاضلاع است.



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت روبه رو است. همان طور که می بینید ضلع های مربع جدید، ضلع های مربع اولیه را در نقاط E و F قطع می کنند. چون M وسط ضلع AB است؛ پس می توانیم فرض کنیم $AM = MB = x$ باشد، در این صورت طول ضلع مربع می شود $2x$.

برای این که بفهمیم چند درصد از مساحت مربع جدید درون مربع قبلی است، به طول و عرض مستطیل رنگی نیاز داریم تا بتوانیم مساحتش را حساب کنیم. با محاسبه NE شروع می کنیم:



گام دوم (محاسبه طول NE): در مثلث MBC از N به BC عمود می کنیم تا BC را در H قطع کند. حالا در این مثلث پاره خط NH را داریم که MC را نصف کرده است؛ پس طبق قضیه تالس می توانیم بگوییم BC را هم نصف می کند، یعنی $HC = HB = x$. در آخر به مستطیل NECH نگاه کنید. واضح است که $NE = HC = x$ و در نتیجه $DF = FA = x$ است.

گام سوم (محاسبه طول FN): برای محاسبه طول FN کافی است طول NH را از FH کم کنیم. طبق قضیه تالس در مثلث CMB، $NH = \frac{x}{2}$ است؛ پس داریم:

$$FN = 2x - \frac{x}{2} = \frac{3x}{2}$$

گام چهارم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال می خواهد ببینید چند درصد از مساحت مربع جدید داخل مربع قبلی قرار می گیرد. برای محاسبه

$$\frac{S_{FDEN}}{S_{ABCD}} = \frac{FN \times NE}{AB^2} = \frac{\frac{3}{2}x \times x}{(2x)^2} = \frac{\frac{3}{2}x^2}{4x^2} = \frac{3}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{375}{1000} = \frac{37}{100} \text{ یا } 37\% / 5$$

چنین چیزی نسبت $\frac{S_{FDEN}}{S_{ABCD}}$ را حساب می کنیم:



تست و پاسخ ۳۸

نقاط $A(24,0)$ و $B(18,0)$ را به ترتیب در دوران‌های به مرکز O (مبدأ مختصات) و زوایای 15° و 105° تصویر می‌کنیم تا نقاط A' و B' به دست آید. فاصله O از خط $A'B'$ کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴/۴ (۳)

۱۲/۸ (۲)

۱۲ (۱)

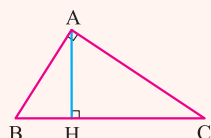
پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سؤالی ترکیبی از «دوران» و «روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه». در هندسه پایه کنکور باید، همیشه آمادگی مواجهه با سؤال‌های ترکیبی را داشته باشید.

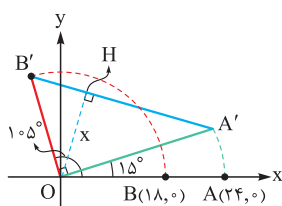
خودت حل کنی بهتره مثلث $A'OB'$ قائم‌الزاویه است.

درس نامه

در هر مثلث قائم‌الزاویه مثل ABC در شکل مقابل، بین ارتفاع وارد بر وتر (AH) و طول اضلاع مثلث (AB, AC, BC) این رابطه برقرار است:



$$AB \times AC = AH \times BC$$



پاسخ تشریحی گام اول (رسم شکل و مشخص کردن استراتژی حل): اول شکل مسئله را می‌کشیم.

سؤال فاصله O را از پاره‌خط $A'B'$ ، یعنی $OH = x$ را می‌خواهد. این پاره‌خط حکم ارتفاع مثلث $OB'A'$ را دارد. بیاید نوع این مثلث را مشخص کنیم.

خوب به زاویه $\hat{B'OA'}$ از این مثلث نگاه کنید؛ با توجه به این که $\hat{B'OB} = 105^\circ$ و $\hat{A'OA} = 15^\circ$ است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\hat{B'OA'} = 105^\circ - 15^\circ = 90^\circ$$

پس مثلث $A'OB'$ قائم‌الزاویه و OH ارتفاع وارد بر وتر است، پس برای محاسبه $OH = x$ از روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه $A'OB'$ استفاده می‌کنیم.

گام دوم (محاسبه طول اضلاع مثلث $A'OB'$): OA' و OA شعاع‌های دوران 15° هستند؛ پس: $OA' = OA = 24$. همین‌طور OB' و OB هم شعاع‌های دوران 105° هستند؛ در نتیجه: $OB = OB' = 18$. حالا می‌توانیم طول ضلع $A'B'$ را هم به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث

$A'OB'$ حساب کنیم:

$$A'B'^2 = OA'^2 + OB'^2 \Rightarrow A'B'^2 = 24^2 + 18^2 = 6^2(4^2 + 3^2) \Rightarrow A'B'^2 = 6^2 \times 25 \Rightarrow A'B' = 6 \times 5 = 30$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا که طول اضلاع مثلث قائم‌الزاویه را داریم می‌توانیم به کمک رابطه‌ای که در درس‌نامه گفتیم، طول

$AH = x$ را به دست بیاوریم:

$$OH \times A'B' = OA' \times OB' \Rightarrow x \times 30 = 24 \times 18 \Rightarrow x = \frac{24 \times 18}{30} = \frac{144}{10} = 14.4$$

تست و پاسخ ۳۹

در تجانس به مرکز $W(1,2)$ و نسبت k ، مبدأ مختصات روی نقطه $O'(h, h+3)$ تصویر می‌شود. حاصل $\frac{h}{k}$ کدام است؟

-۱ (۴)

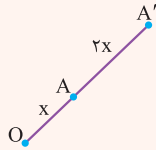
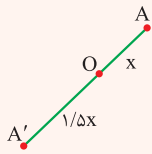
۱ (۳)

-۱/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره روی خط گذرنده از $W(1,2)$ و $O(0,0)$ واقع است.



A' تبدیل یافته A در تجانس به مرکز O و A' تبدیل یافته A در تجانس به مرکز O و نسبت $k = 3$ است. O و نسبت $k = -1/5$ است.

درس نامه

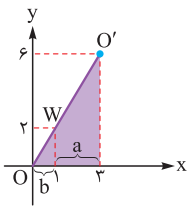
تصویر نقطه A در تجانس به مرکز O و نسبت k (که در آن $k \neq 0$) نقطه‌ای مانند A' است، به طوری که O و A' روی یک خط راست قرار بگیرند و $OA' = |k| \cdot OA$. اگر $k > 0$ ، A و A' در یک طرف O و اگر $k < 0$ ، A و A' طرفین نقطه O قرار می‌گیرند.

از این تعریف، نتیجه مهم زیر حاصل می‌شود:

«در یک تجانس به مرکز O خط‌هایی که هر نقطه را به تصویرشان وصل می‌کنند، از مرکز تجانس می‌گذرند.»

پاسخ تشریحی گام اول (نوشتن معادله خط WO و محاسبه h): معادله خط گذرنده از دو نقطه $W(1, 2)$ و $O(0, 0)$ به صورت $y = 2x$ است، از طرفی اگر O' تصویر O در تجانس به مرکز W باشد، آن‌گاه O' و O روی یک خط واقع‌اند، یعنی نقطه $O'(h, h+3)$ بر خط $WO: y = 2x$ واقع است؛ پس:

$$y_{O'} = 2x_{O'} \Rightarrow h + 3 = 2h \Rightarrow h = 3 \Rightarrow O'(3, 6)$$



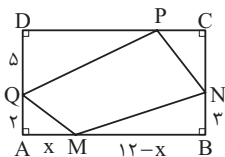
گام دوم (محاسبه نسبت تجانس و خواسته سؤال): O' تصویر O در تجانس به مرکز W است و در شکل داریم می‌بینیم

که O و O' در طرفین مرکز تجانس هستند، یعنی نسبت تجانس منفی است و داریم $k = \frac{-WO'}{WO}$ حاصل $k = \frac{-3}{1} = -3$

با استفاده از قضیه تالس در مثلث رنگی برابر با $\frac{a}{b} = \frac{3-1}{1} = 2$ است؛ پس $k = -2$ و داریم: $\frac{h}{k} = \frac{3}{-2} = -1/5$

تست و پاسخ ۴۰

مطابق شکل، M و P نقاط متغیری بر اضلاع AB و CD از مستطیل $ABCD$ هستند. کم‌ترین محیط چهارضلعی $MNPQ$ کدام است؟



۳۰ (۱)

۲۸ (۲)

۲۵ (۳)

۲۴ (۴)

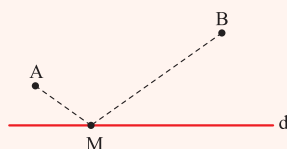
پاسخ: گزینه ۲

مشاوره مسئله هرون برای طول کوتاه‌ترین مسیر، در نظام جدید به کتاب درسی افزوده شده و کنکورهای نظام جدید نشان داده که

این موضوع، یکی از موضوعات مهم هندسه پایه کنکور است.

خودت حل کنی بهتره کم‌ترین مقدار ممکن برای $QP + NP$ را با کم‌ترین مقدار ممکن برای $QM + NM$ جمع کنید.

درس نامه



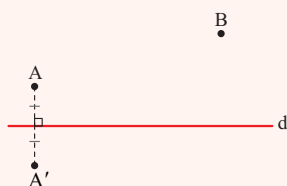
(۱) مسئله هرون: در این مسئله مطابق شکل روبه‌رو، دو نقطه A و B در یک طرف خط d قرار دارند.

می‌خواهیم نقطه‌ای مثل M را روی خط d پیدا کنیم به طوری که مسیر AMB (همون $AM + MB$)

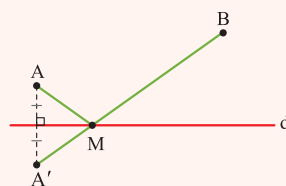
کم‌ترین طول ممکن را داشته باشد. برای پیدا کردن نقطه M کارهای زیر را انجام می‌دهیم:

الف) نقطه A را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم تا به نقطه A' برسیم (شکل ۱)

ب) A' را به B وصل می‌کنیم تا d را در نقطه M قطع کند. همان نقطه‌ای است که به دنبالش هستیم.

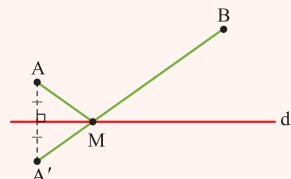


(شکل ۱)



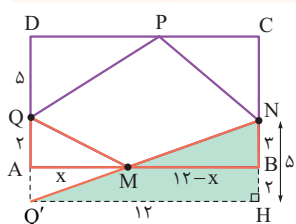
(شکل ۲)

(۲) در مسئله هرون (شکل مقابل) همیشه رابطه $AM + MB = A'B$ برقرار است؛ پس در این مسئله به جای محاسبه « $AM + MB$ » می‌توانیم « $A'B$ » را حساب کنیم.



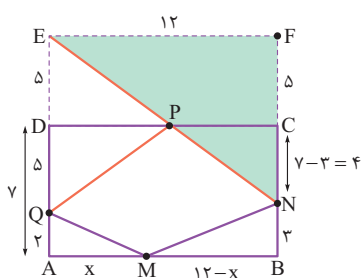
پاسخ تشریحی گام اول (حداقل کردن $QM + MN$): برای این که محیط چهارضلعی $MNPQ$.

یعنی $QM + MN + NP + PQ$ حداقل شود، اول باید $QM + MN$ حداقل شود.



حالا خوب به مسیر QMN و پاره خط AB نگاه کنید. Q و N در یک طرف خط AB هستند و می‌خواهیم M را در AB طوری مشخص کنیم که $QM + MN$ حداقل شود؛ پس با مسئله هرون طرفیم. طبق درس‌نامه Q را نسبت به AB بازتاب می‌دهیم تا به Q' برسیم، بعد Q' را به N وصل می‌کنیم تا AB را در M قطع کند. طبق مورد (۲) درس‌نامه در مسئله هرون می‌توانیم به جای $QM + MN$ ، طول $Q'N$ را حساب کنیم. برای این کار از Q' عمودی بر امتداد NB می‌کشیم تا آن در نقطه H قطع کند. حالا به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه $Q'NH$ را به دست می‌آوریم:

$$NQ'^2 = Q'H^2 + NH^2 \Rightarrow NQ'^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow NQ' = 13 \Rightarrow MQ + MN = NQ' = 13 \quad (*)$$



گام دوم (حداقل کردن $PQ + PN$): حالا نوبت حداقل کردن $PQ + PN$ است. به پاره خط DC

و نقاط Q و N که در یک طرف آن قرار دارند، توجه کنید؛ همان طوری که می‌بینید باز هم با مسئله هرون طرفیم؛ پس Q را نسبت به DC بازتاب می‌دهیم تا به نقطه E برسیم؛ بعد E را به N وصل می‌کنیم تا DC را در P قطع کند. طبق مورد (۲) درس‌نامه به جای محاسبه $PQ + PN$ می‌توانیم EN را حساب کنیم. برای این کار عمود EF را بر امتداد NC می‌کشیم تا بتوانیم به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه EFN ، طول EN را به دست بیاوریم:

$$EN^2 = NF^2 + EF^2 \xrightarrow{\substack{EF=12 \\ NF=5+4=9}} EN^2 = 12^2 + 9^2 = 3^2(4^2 + 3^2) \Rightarrow EN = 3 \times 5 = 15 \Rightarrow PQ + PN = EN = 15 \quad (**)$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): سؤال حداقل محیط چهارضلعی $MNPQ$ را می‌خواهد که برای به دست آوردنش کافی است طرفین تساوی‌های (*) و (**)

$$\underbrace{MQ + MN + PQ + PN}_{\text{حداقل محیط چهارضلعی } MNPQ} = 13 + 15 = 28$$

و را با هم جمع کنیم:

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



فیزیک (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

تست و پاسخ (۴۱)

معادله مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = 0.3 \cos 40\pi t$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه زمانی $t_1 = \frac{1}{60}$ s تا $t_2 = \frac{1}{24}$ s چند متر بر ثانیه است؟

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 40\pi \text{ rad/s} \quad 24 \text{ (۲)}$$

$$A = 0.3 \text{ m} \quad 6\pi \text{ (۳)}$$

$$s_{av} \quad 12\pi \text{ (۴)}$$

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره در سؤالاتی که طراح «تندی متوسط» را مطرح می‌کند باید مسیر حرکت و به خصوص تغییر جهت‌ها را شناسایی کنید.

خودت حل کنی بهتره مکان نوسانگر را در لحظه‌های t_1 و t_2 محاسبه کنید، سپس این مکان‌ها را بر روی نمودار مکان - زمان مشخص کنید و با محاسبه مسافت طی شده در بازه t_1 تا t_2 ، در نهایت تندی متوسط در این بازه را به دست آورید.

درس نامه ..

● در حرکت هماهنگ ساده که معادله مکان - زمان آن به صورت $x = A \cos \omega t$ است، در زمان‌های $\frac{nT}{2}$ ، متحرک تغییر جهت می‌دهد. برای درک بهتر مسئله، رسم نمودار مکان - زمان کمک زیادی به ما می‌کند.

● تندی متوسط از رابطه $s_{av} = \frac{1}{\Delta t}$ به دست می‌آید. برای محاسبه تندی متوسط حتماً باید به تغییر جهت‌ها توجه کنیم.

پاسخ تشریحی گام اول: مکان نوسانگر را در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{60}$ s و $t_2 = \frac{1}{24}$ s به دست می‌آوریم:

$$x_{t_1} = 0.3 \cos\left(40\pi \times \frac{1}{60}\right) = 0.3 \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -0.15 \text{ m}$$

$$x_{t_2} = 0.3 \cos\left(40\pi \times \frac{1}{24}\right) = 0.3 \cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = 0.15 \text{ m}$$

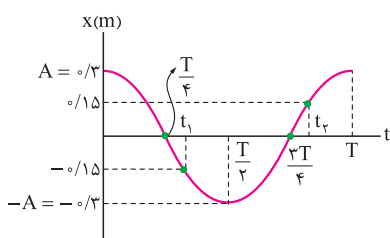
گام دوم: دوره تناوب نوسانگر را به دست آورده و زمان‌های t_1 و t_2 را برحسب دوره تناوب مشخص می‌کنیم:

$$x = 0.3 \cos 40\pi t$$

$$\frac{2\pi}{T} = 40\pi \Rightarrow T = \frac{2}{40} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{\frac{1}{60}}{\frac{1}{20}} = \frac{1}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3}$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{\frac{1}{24}}{\frac{1}{20}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6} \Rightarrow t_2 = \frac{5T}{6}$$



گام سوم: زمان‌های t_1 و t_2 را که برحسب دوره تناوب به دست آورده‌ایم، در نمودار مکان - زمان نشان می‌دهیم تا به راحتی بتوانیم، تغییر جهت حرکت در بازه زمانی t_1 تا t_2 را تشخیص دهیم.

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، در بازه t_1 تا t_2 ، نوسانگر در $t = \frac{T}{2}$ تغییر جهت داده است؛ بنابراین مسافت پیموده شده توسط نوسانگر در بازه

$$l = |-0.3 - (-0.15)| + |0.15 - (-0.3)| = 0.6 \text{ m}$$

t_1 تا t_2 برابر است با:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام چهارم: تندی متوسط نوسانگر در بازه t_1 تا t_2 را به دست می آوریم:

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{6}{1^\circ}}{\frac{1}{24} - \frac{1}{60}} = \frac{\frac{6}{1^\circ}}{\frac{1}{120}} = \frac{6}{3^\circ} = \frac{72^\circ}{3^\circ} = 24 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۲

جسم متصل به فنری، روی یک سطح افقی بدون اصطکاک، بر روی پاره خطی به طول 25 cm ، حرکت هماهنگ ساده انجام می دهد. اگر تندی آن هنگام عبور از نقطه تعادل $5\pi \text{ m/s}$ باشد، در فاصله چند سانتی متری نقطه تعادل، شتاب نوسانگر به 4 m/s^2 می رسد؟ ($\pi^2 = 10$)

$$a = -\omega^2 x = 4 \text{ m/s}^2$$

$$7/5 (2)$$

$$10 (1)$$

$$2/5 (4)$$

$$5 (3)$$

$$v_{max} = A\omega = 5\pi \text{ m/s}$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره ابتدا دامنه نوسان را به دست آورید و سپس به کمک رابطه تندی بیشینه ($v_{max} = A\omega$)، بسامد زاویه ای را به دست آورید. در نهایت با رابطه $a = -\omega^2 x$ ، مکان متحرک را مشخص کنید.

درس نامه

- دامنه نوسان، نصف طول پاره خط نوسان است.
- تندی بیشینه نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده از رابطه $v_{max} = A\omega$ به دست می آید و این اتفاق زمانی رخ می دهد که نوسانگر از نقطه تعادل عبور می کند.
- در یک حرکت هماهنگ ساده، رابطه بین شتاب و مکان به صورت $a = -\omega^2 x$ است. این رابطه نشان می دهد که علامت شتاب و مکان قرینه هم هستند و بیشترین اندازه شتاب در نقاط بازگشت اتفاق می افتد.

پاسخ تشریحی گام اول: دامنه نوسان (A) را به دست می آوریم:

$$A = \frac{\text{طول پاره خط نوسان}}{2} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ cm} = 0.125 \text{ m}$$

گام دوم: تندی نوسانگر در هنگام عبور از نقطه تعادل، بیشینه و برابر با $A\omega$ است. بسامد زاویه ای را به دست می آوریم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 5\pi = 0.125\omega \Rightarrow \omega = \frac{5\pi}{0.125} = 4\pi \text{ rad/s}$$

گام سوم: رابطه شتاب نوسانگر با فاصله از نقطه تعادل به صورت $a = -\omega^2 x$ است؛ بنابراین داریم:

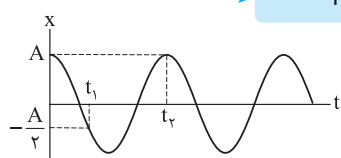
$$a = -\omega^2 x \Rightarrow 4 = -(4\pi)^2 \times x \Rightarrow x = \frac{4}{-16\pi^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4}{16 \times 10} = \frac{-1}{4} \text{ m} = \frac{-10}{4} \text{ cm} = -2.5 \text{ cm} \Rightarrow |x| = 2.5 \text{ cm}$$

حواستون باشه در سؤالات مربوط به نوسان هماهنگ ساده، هرگاه طراح سؤال، فاصله ای را در مورد جسم (نوسانگر) مطرح می کند، دقت کنید که فاصله از نقطه تعادل مد نظر است یا فاصله تا نقطه بازگشت!

تست و پاسخ ۴۳

نمودار مکان-زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده به شکل زیر است. اگر بیشینه تندی نوسانگر 2 m/s باشد، تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟ ($\pi = 3$)



پس مسافت مهم است. s_{av}

$$v_{max} = A\omega = 2 \text{ m/s}$$

$$\frac{3}{8} (2)$$

$$\frac{3}{4} (1)$$

$$\frac{5}{8} (4)$$

$$\frac{5}{4} (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

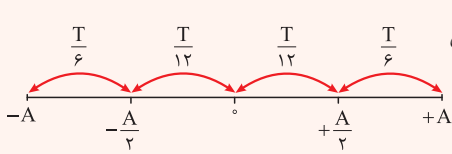


خودت حل کنی بهتره با توجه به تندی بیشینه نوسانگر که معادل $v_{\max} = A\omega$ است، رابطه‌ای بین A و T پیدا کنید؛ سپس فاصله زمانی t_1 تا t_2 را برحسب دوره تناوب به دست آورید و در نهایت تندی متوسط نوسانگر را در این بازه محاسبه کنید.

درس نامه

• بیشینه تندی نوسانگر در هنگام عبور از نقطه تعادل رخ می‌دهد و مقدار آن برابر $v_{\max} = A\omega = A\left(\frac{2\pi}{T}\right)$ است.

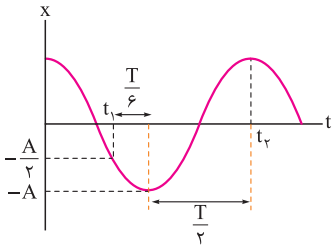
• یکی از مکان‌های معروف در حرکت هماهنگ ساده، $x = \pm \frac{A}{2}$ است که فاصله زمانی آن تا نقطه بازگشت و نقطه تعادل را باید بلد باشید.



پاسخ تشریحی گام اول: بیشینه تندی نوسانگر هماهنگ ساده در هنگام عبور از نقطه تعادل اتفاق می‌افتد و برابر $A\omega$ است؛ بنابراین داریم:

$$v_{\max} = A\omega \Rightarrow v = A \times \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{v}{2\pi} = \frac{A}{T} \Rightarrow \frac{A}{T} = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: زمان جابه‌جایی نوسانگر از مکان $x = -\frac{A}{2}$ تا نزدیک‌ترین نقطه بازگشت مجاورش، برابر $\frac{T}{6}$ است؛ بنابراین داریم:



$$t_2 - t_1 = \frac{T}{2} + \frac{T}{6} = \frac{4T}{6} = \frac{2T}{3}$$

$$s_{av} = \frac{1}{\Delta t} = \frac{\frac{A}{2} + A + A}{t_2 - t_1} = \frac{5A}{\frac{2T}{3}} = \frac{15}{4} \frac{A}{T}$$

گام سوم: تندی متوسط نوسانگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\frac{A}{T} = \frac{1}{3} \rightarrow s_{av} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۴۴

جسم متصل به فنری روی یک سطح افقی بدون اصطکاک نوسان می‌کند، به طوری که بیشینه و کمینه طول فنر در حین نوسان به ترتیب 60 cm و 20 cm است. اگر حداقل زمان لازم برای آن که طول فنر از 50 cm به 30 cm برسد، برابر $\frac{1}{3} \text{ s}$ باشد، در لحظه‌ای که تندی

جسم $\frac{2\pi}{3} \text{ m/s}$ است، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر چند برابر انرژی جنبشی جسم است؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

$$2A = L_{\max} - L_{\min} = 60 - 20 = 40 \Rightarrow A = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{U}{K} = \frac{E - K}{K}$$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره در سوالات مربوط به حرکت هماهنگ ساده، رسم شکلی که بتواند موقعیت مکانی جسم را نمایش دهد، روش حل سوالات را سریع‌تر و ساده‌تر می‌کند. (پس شکل یادت نره!)

خودت حل کنی بهتره با توجه به بیشینه و کمینه طول فنر، دامنه نوسان را به دست آورید، سپس موقعیت مکانی نوسانگر را زمانی که طول فنر به 30 cm و 50 cm رسیده است، مشخص کنید تا به کمک حداقل زمان پیموده‌شده بین این مکان‌ها، دوره تناوب (T) را به دست آورید و در نهایت نسبت $\frac{U}{K}$ را محاسبه کنید.

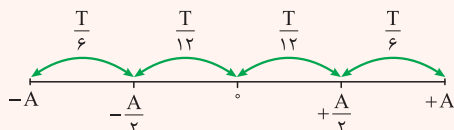


درس نامه

دامنه نوسان در سامانه جرم - فنر که L_{\max} بیشترین طول فنر و L_{\min} کمترین طول فنر است، از رابطه زیر به دست می آید.

$$A = \frac{L_{\max} - L_{\min}}{2}$$

فاصله زمانی مکان معروف $x = \pm \frac{A}{v}$ را باید نسبت به نقاط بازگشت و نقطه تعادل حفظ باشیم.

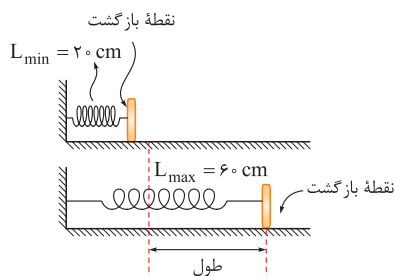


انرژی مکانیکی در حرکت هماهنگ ساده از روابط زیر به دست می آید:

$$E = U_{\max} = \frac{1}{2}kA^2$$

$$E = K_{\max} = \frac{1}{2}m(v_{\max})^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$$

گام اول: شکل زیر وضعیت فنر را در کمترین و بیشترین طول خود (نقاط بازگشت) نشان می دهد.



$$2A = L_{\max} - L_{\min} \Rightarrow 2A = 60 - 20 = 40 \Rightarrow A = 20 \text{ cm}$$

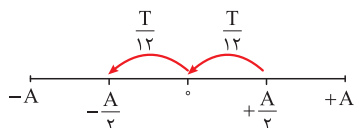
در فاصله دامنه (A) از نقاط بازگشت، نوسانگر از نقطه تعادل عبور می کند.

گام دوم: وضعیت نوسانگر را زمانی که طول فنر 50 cm و 30 cm است، نسبت به نقطه تعادل مشخص می کنیم:

$$L_1 = 50 \text{ cm} \Rightarrow x_1 = L_1 - L_0 = 50 - 40 = 10 \text{ cm} = \frac{+A}{2}$$

$$L_2 = 30 \text{ cm} \Rightarrow x_2 = L_2 - L_0 = 30 - 40 = -10 \text{ cm} = \frac{-A}{2}$$

گام سوم: حداقل زمان لازم برای رسیدن نوسانگر از مکان $x_1 = \frac{A}{2}$ به $x_2 = -\frac{A}{2}$ را به دست آورده و برابر $\frac{1}{30} \text{ s}$ قرار می دهیم.



$$\Delta t = 2\left(\frac{T}{12}\right) = \frac{T}{6} = \frac{1}{30} \Rightarrow T = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ s}$$

گام چهارم: نسبت انرژی پتانسیل کشسانی (U) به انرژی جنبشی (K) را به دست می آوریم:

$$\frac{U}{K} = \frac{E - K}{K} = \frac{\frac{1}{2}mv_{\max}^2 - \frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{v_{\max}^2 - v^2}{v^2}$$

$$\frac{v = \frac{2\pi}{3} \text{ m/s}, v_{\max} = A\omega}{\omega = \frac{2\pi}{T}} \rightarrow \frac{(0.2 \times \frac{2\pi}{3})^2 - (\frac{2\pi}{3})^2}{(\frac{2\pi}{3})^2} = \frac{4\pi^2 - \frac{4\pi^2}{9}}{4\pi^2} = \frac{1 - \frac{1}{9}}{1} = \frac{8}{9} = 8$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۵

نمودار انرژی جنبشی دو نوسانگر هماهنگ ساده (۱) و (۲) بر حسب مکان آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر جرم دو نوسانگر یکسان باشد، بسامد نوسانگر (۱) چند برابر نوسانگر (۲) است؟ (دو نوسانگر بر روی محور X نوسان می‌کنند).

$$m_1 = m_2$$

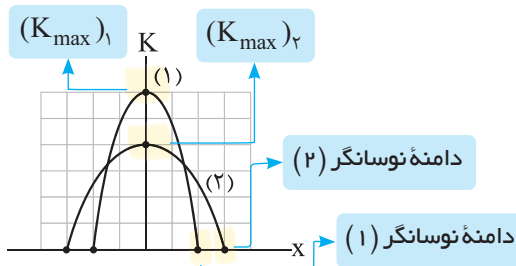
$$\frac{f_1}{f_2} = ?$$

$$\frac{3\sqrt{6}}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2\sqrt{6}}{9} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (4)$$



پاسخ: گزینه ۱

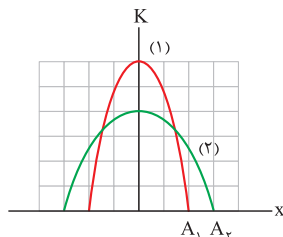
خودت حل کنی بهتره ابتدا نسبت دامنه و بیشینه انرژی جنبشی دو نوسانگر را به دست آورید، سپس به کمک رابطه $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2$ ، نسبت بسامدها را محاسبه کنید.

درس نامه

نمودار انرژی جنبشی بر حسب مکان نوسانگر در حرکت هماهنگ ساده به صورت مقابل است.

$$K_{\max} = E = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \pi^2mA^2f^2$$

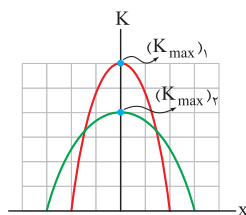
پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به نمودار انرژی جنبشی - مکان، نسبت دامنه نوسانگر (۲) به دامنه نوسانگر (۱) را به دست می‌آوریم.



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3}$$

گام دوم: نسبت بیشینه انرژی جنبشی دو نوسانگر (انرژی جنبشی در نقطه تعادل) را با استفاده از نمودار به دست می‌آوریم:

$$\frac{(K_{\max})_1}{(K_{\max})_2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$



گام سوم: طبق رابطه $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ ، نسبت بیشینه انرژی جنبشی دو نوسانگر را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{(K_{\max})_1}{(K_{\max})_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \left(\frac{v_{\max,1}}{v_{\max,2}}\right)^2 \xrightarrow{v_{\max}=A\omega} \frac{(K_{\max})_1}{(K_{\max})_2} = \left(\frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \times \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \xrightarrow{\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{3}} \frac{3}{2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\omega = 2\pi f} \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{f_1}{f_2} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$



تست و پاسخ ۴۶

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

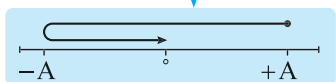
دو آونگ ساده A و B را با زاویه کم از حالت تعادل خارج کرده و همزمان از حال سکون رها می‌کنیم، به طوری که با

دامنه یکسان شروع به نوسان می‌کنند. اگر از لحظه رها شدن، تا لحظه‌ای که آونگ A برای دومین مرتبه از نقطه تعادل

عبور کند، مسافت طی شده توسط آن، ۲ برابر مسافت طی شده توسط آونگ B باشد، طول آونگ A، چند برابر طول

آونگ B است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و آزمایش در یک محل انجام می‌شود.)

$$A_A = A_B$$



$$\frac{L_A}{L_B} = ?$$

$$\frac{4}{9} \quad (2)$$

$$\frac{16}{81} \quad (1)$$

$$\frac{9}{4} \quad (4)$$

$$\frac{81}{16} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

خودت حل کنی بهتره Δt زمانی است که نوسانگر A مسافتی را طی می‌کند تا برای دومین بار از نقطه تعادل عبور کند. Δt را بر حسب دوره

تناوب نوسانگر A به دست آورید، سپس Δt را بر حسب دوره تناوب نوسانگر B که در همین مدت مسافتی به اندازه نصف نوسانگر A پیموده است،

به دست آورید. در نهایت با برابری Δt در هر دو حالت و به کمک رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ، نسبت طول آونگ A به B را محاسبه کنید.

درس نامه

در یک نوسانگر هماهنگ ساده با دوره تناوب T که در مدت زمان Δt ، n نوسان کامل انجام می‌دهد، رابطه مقابل برقرار است: $Tn = \Delta t$

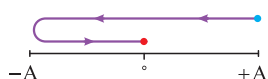
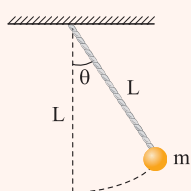
به گلوله کوچکی که از یک نخ سبک آویزان است، آونگ ساده می‌گوییم. اگر زاویه آونگ با راستای قائم کم

باشد، حرکت آونگ از نوع هماهنگ ساده است؛ در این صورت داریم:

دوره (s)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow \text{طول نخ آونگ (m)}$$

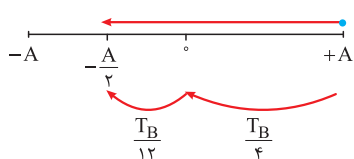
$$\rightarrow \text{شتاب گرانشی (m/s}^2\text{)}$$



$$\Delta t = \frac{3T_A}{4}$$

پاسخ تشریحی گام اول: در مدت زمان Δt پس از شروع حرکت، نوسانگر A برای دومین مرتبه از

نقطه تعادل عبور کرده و در این مدت مسافت $3A$ را پیموده است؛ بنابراین Δt معادل $\frac{3T_A}{4}$ است.



$$\Delta t = \frac{T_B}{4} + \frac{T_B}{12} = \frac{T_B}{3}$$

گام دوم: در همان مدت زمان Δt ، نوسانگر B، نصف مسافت طی شده توسط نوسانگر A را پیموده

که معادل $\frac{3A}{2}$ است. بازه زمانی Δt را بر حسب دوره نوسانگر B به دست می‌آوریم:

گام سوم: با توجه به گام‌های اول و دوم، رابطه بین دوره تناوب نوسانگرهای A و B را پیدا می‌کنیم و به کمک رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ نسبت

طول آونگ A به B را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t = \Delta t \Rightarrow \frac{3T_A}{4} = \frac{T_B}{3} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{16}{81}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۴۷

- یک وزنه ۴۰۰ گرمی به انتهای فنری با جرم ناچیز آویزان شده و در بازه زمانی Δt ،
 ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر یک وزنه ۵۰ کیلوگرمی به آن اضافه کنیم و دوباره
 به نوسان در آوریم، در بازه زمانی $2\Delta t$ چند بار شتاب آن صفر می‌شود؟
 با افزودن جرم، دوره تناوب افزایش می‌یابد.
 چند بار از نقطه تعادل عبور می‌کند.
- ۲۰ (۱)
 ۴۰ (۲)
 ۶۰ (۳)
 ۸۰ (۴)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

دوره نوسانگر جرم- فنر،

$$n = 30$$

پاسخ: گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره نسبت دوره تناوب سامانه جرم - فنر در حالت دوم به حالت اول را به کمک رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست آورید، سپس با استفاده از رابطه $Tn = \Delta t$ ، تعداد نوسان نوسانگر در حالت دوم را به دست آورید و در نهایت تعداد دفعاتی که شتاب نوسانگر صفر شده است را مشخص کنید.

درس نامه

در سامانه جرم - فنر که جسمی به جرم m متصل به فنری با ثابت k است، دوره تناوب حرکت هماهنگ ساده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \left(\begin{array}{l} \text{جرم وزنه (kg)} \rightarrow m \\ \text{ثابت فنر (N/m)} \rightarrow k \end{array} \right) \quad \leftarrow \text{دوره (s)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: نسبت دوره تناوب دو نوسانگر را به کمک رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \times \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} \xrightarrow[k_1=k_2]{\text{فنر تغییر نکرده است.}} \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{400 + 500}{400}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

گام دوم: به کمک رابطه $Tn = \Delta t$ ، تعداد نوسان نوسانگر را در حالت دوم (زمانی که جرم 5 kg به آن اضافه شده است) به دست می‌آوریم.

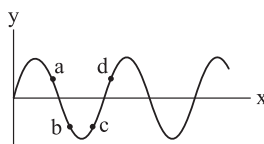
$$Tn = \Delta t \Rightarrow T = \frac{\Delta t}{n} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} \times \frac{n_1}{n_2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{2\Delta t}{\Delta t} \times \frac{30}{n_2} \Rightarrow n_2 = 40$$

گام سوم: در بازه زمانی $2\Delta t$ ، نوسانگر دوم، ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. از آنجا که در هر نوسان کامل (یک دوره)، شتاب نوسانگر دو بار صفر می‌شود (هنگام عبور از نقطه تعادل)؛ بنابراین شتاب نوسانگر ۸۰ بار صفر می‌شود.

تست و پاسخ ۴۸

شکل زیر یک موج سینوسی را که در خلاف جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده‌ای حرکت می‌کند، در لحظه‌ای از زمان نشان می‌دهد. چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده‌اند. در این لحظه کدام یک از این چهار جزء به صورت تندشونده در جهت محور y در حال حرکت است؟



به نقطه تعادل نزدیک شود و روبه بالا حرکت کند.

b (۲)

d (۴)

a (۱)

c (۳)

پاسخ: گزینه ۳

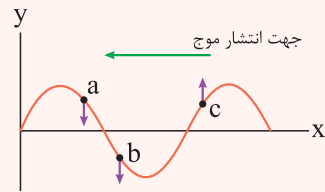


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره به نکات کلیدی سؤال‌ها توجه کنید، مثلاً در این سؤال که جهت حرکت موج خلاف جهت محور X است، دور کلمه خلاف جهت محور X خط بکشید یا جهت انتشار موج را در شکل مشخص کنید.

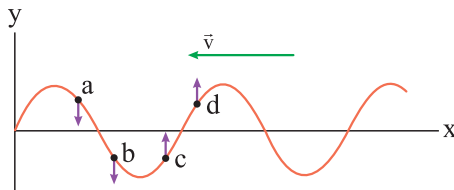
درس نامه



برای تشخیص جهت حرکت ذرات در یک نقش موج عرضی، کافی است موقعیت ذره را نسبت به حرکت ذره قبلی خود در راستای انتشار موج مقایسه کنید، زیرا حرکت آن را تقلید می‌کند. مثلاً در شکل مقابل، ذره a نسبت به ذره قبل از خود بالاتر است و تمایل دارد به سمت پایین حرکت کند، ولی ذره c پایین‌تر از ذره قبل از خود است و تمایل دارد به سمت بالا حرکت کند.

پاسخ تشریحی

با توجه به این که جهت انتشار موج، در خلاف جهت محور X است، جهت ارتعاش هر یک از ذرات را مشخص می‌کنیم:



ذره c در جهت محور Y حرکت می‌کند و چون به مرکز نوسان ($y = 0$) نزدیک می‌شود، حرکت آن از نوع تندشونده است.

حواستون باشه در لحظه مورد نظر، ذره‌های a و b در خلاف جهت محور Y در حال حرکت هستند. همچنین ذره d گرچه در سوی محور Y در حال حرکت است اما در حال دور شدن از مرکز نوسان خود است و حرکت کندشونده دارد.

تست و پاسخ ۴۹

$$Tn = \Delta t$$

چشمه موجی بر سطح آب یک تشت موج به عمق $2/5 \text{ cm}$ در هر دقیقه ۳۰۰ نوسان انجام می‌دهد و فاصله بین یک برآمدگی و فرورفتگی مجاور آن برابر با 24 cm است. اگر عمق آب تشت موج به $3/5 \text{ cm}$ افزایش یابد، فاصله یک برآمدگی و فرورفتگی مجاور آن 6 cm تغییر می‌کند. با افزایش عمق آب، تندی انتشار موج در سطح آن چند متر بر ثانیه و چگونه تغییر کرده است؟

$$\frac{\lambda}{2} = 24 \text{ cm}$$

تندی انتشار موج و طول موج هم افزایش می‌یابد.

(۲) $0/3$ ، کاهش می‌یابد.
(۴) $0/6$ ، افزایش می‌یابد.

(۱) $0/3$ ، افزایش می‌یابد.
(۳) $0/6$ ، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینه ۲

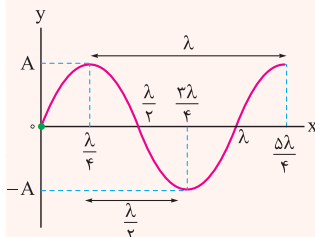
درس نامه

(۱) اگر جبهه موج در مدت زمان Δt ، مسافت L را طی کند، تندی انتشار موج از رابطه $v = \frac{L}{\Delta t}$ به دست می‌آید. از طرفی چون در طی یک دوره (T)، مسافتی به اندازه طول موج (λ) طی می‌شود، داریم:

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = v T$$

(m/s) تندی انتشار موج (m) طول موج (s) دوره تناوب

(۲) نقش موج: شکل موج (طناب یا فنر یا ...) در هر لحظه انتشار موج را نقش موج می‌گوییم.



● فاصله دو قله مجاور λ

● فاصله دو دره مجاور λ

● فاصله یک قله از دره مجاور $\frac{\lambda}{2}$

● فاصله یک قله یا دره از نقطه تعادل مجاور $\frac{\lambda}{4}$

پاسخ تشریحی گام اول: دوره تناوب چشمه موج را به کمک رابطه $Tn = \Delta t$ به دست می‌آوریم:

$$Tn = \Delta t \xrightarrow{n=300, \Delta t=1 \text{ min}=60 \text{ s}} T \times 300 = 60 \Rightarrow T = \frac{1}{5} = 0/2 \text{ s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: فاصله بین یک برآمدگی و فرورفتگی مجاور، معادل نصف طول موج $(\frac{\lambda}{2})$ است؛ بنابراین داریم: $\frac{\lambda}{2} = 24 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 48 \text{ cm} = 0.48 \text{ m}$

گام سوم: تندی انتشار موج در حالت اول را به دست می آوریم: $\lambda = Tv \Rightarrow 0.48 = 0.2 \times v \Rightarrow v = 2.4 \text{ m/s}$

گام چهارم: تندی انتشار موج سطحی و طول موج در سطح آب های کم عمق، با افزایش عمق، افزایش می یابد؛ بنابراین در حالت جدید فاصله

بین برآمدگی و فرورفتگی مجاور به اندازه 6 cm افزایش می یابد. در این صورت داریم: $\frac{\lambda_2}{2} = 24 + 6 \Rightarrow \lambda_2 = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$

گام پنجم: دوره تناوب چشمه موج و دوره تناوب موج ایجاد شده در سطح آب با هم برابر است و ربطی به ویژگی های فیزیکی محیط انتشار موج ندارد، به عبارتی $T_1 = T_2$ است.

$$T_1 = T_2 \xrightarrow{T = \frac{\lambda}{v}} \frac{\lambda_1}{v_1} = \frac{\lambda_2}{v_2}$$

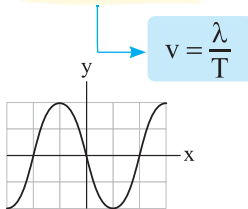
$$\Rightarrow \frac{48}{2/4} = \frac{60}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{2/4 \times 60}{48} = \frac{24 \times 6}{48} = 3 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v_2 - v_1 = 3 - 2/4 = 0.6 \text{ m/s}$$

تندی انتشار موج، 0.6 m/s افزایش می یابد.

تست و پاسخ ۵۰

تصویر موج عرضی منتشر شده در یک طناب در لحظه ای، به شکل زیر است. بیشینه تندی هر یک از ذرات طناب چند برابر تندی انتشار موج در طناب است؟ (بکای تقسیم بندی روی محورهای X و Y یکسان است.)



$$v_{\max} = A\omega$$

$$\frac{1}{\pi} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\pi} \quad (4)$$

$$\pi \quad (1)$$

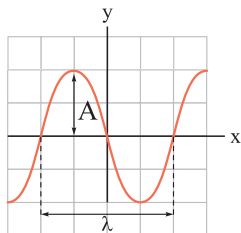
$$\frac{\pi}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی

گام اول: با محاسبه طول موج به کمک نمودار، تندی انتشار موج را بر حسب تقسیم بندی های روی محور X به دست می آوریم:

هر تقسیم بندی روی محور X را L در نظر می گیریم.



$$\lambda = Tv \Rightarrow 4L = T \times v \Rightarrow v = \frac{4L}{T}$$

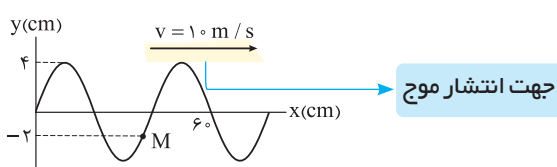
گام دوم: بیشینه تندی هر یک از ذرات موج از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می آید: $v_{\max} = A\omega = A \times \left(\frac{2\pi}{T}\right) = 2L \times \frac{2\pi}{T} = \frac{4\pi L}{T}$

$$\frac{v_{\max}}{v_{\text{انتشار موج}}} = \frac{\frac{4\pi L}{T}}{\frac{4L}{T}} = \pi$$

گام سوم: نسبت بیشینه تندی ذرات طناب به تندی انتشار موج را به دست می آوریم:

تست و پاسخ ۵۱

تصویر موج عرضی منتشر شده در یک طناب، در لحظه ای به شکل زیر است. چند ثانیه پس از این لحظه، اندازه شتاب ذره M برای اولین بار ذره به نقاط بازگشت برسد.



جهت انتشار موج

بیشینه می شود؟

$$\frac{1}{300} \quad (1)$$

$$\frac{1}{150} \quad (2)$$

$$\frac{1}{75} \quad (3)$$

$$\frac{1}{60} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

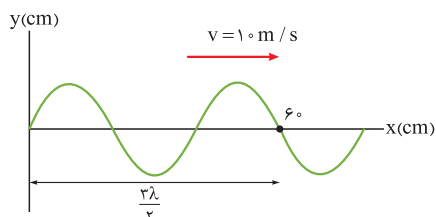


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

مشاوره در سؤالاتی که نقش موج عرضی مطرح است، به اولین چیزی که باید توجه کنید، جهت انتشار موج است. حتی در محاسبات هم تأثیرگذار است و صرفاً یک مسئله کیفی نیست؛ مثلاً در این سؤال اگر جهت حرکت ذره M را اشتباه تشخیص دهید، جواب سؤال اشتباه به دست می‌آید و اتفاقاً در گزینه‌ها هم هست!!

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک نمودار، طول موج (λ) را به دست می‌آوریم، سپس با رابطه $\lambda = Tv$ دوره تناوب موج را به دست می‌آوریم:

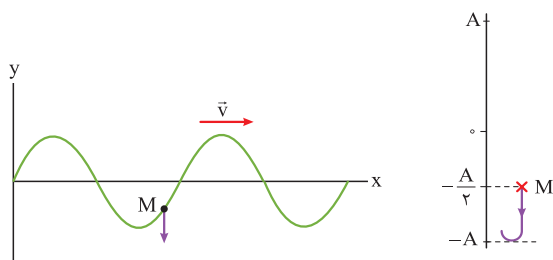


$$\frac{3\lambda}{2} = 6.0 \text{ cm} \Rightarrow 3\lambda = 12.0 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 4.0 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

$$\lambda = Tv \Rightarrow 0.04 = T \times 1.0 \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

گام دوم: با توجه به جهت انتشار موج عرضی، جهت حرکت ذره M را مشخص می‌کنیم. سپس مدت زمان لازم برای رسیدن ذره به نقطه بازگشت (a_{\max}) را به دست می‌آوریم:

دقت کنید که هر ذره، حرکت ذره قبل خود را تکرار می‌کند.



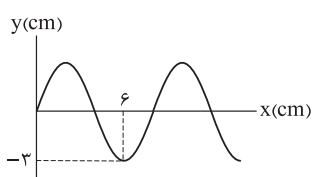
مدت زمانی که طول می‌کشد تا ذره نوسانگر از مکان $x = \pm \frac{A}{2}$ به نزدیک‌ترین نقطه بازگشت برسد، برابر با $\frac{T}{6}$ است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{1.0}{6} = \frac{1}{6.0} = \frac{1}{6.0} \text{ s}$$

تست و پاسخ ۵۲

تصویر موج عرضی منتشر شده در یک ریسمان کشیده شده در لحظه‌ای به شکل زیر است. اگر نیروی کشش ریسمان $2/56 \text{ N}$ و جرم هر متر از آن برابر با 40 g باشد، تندی متوسط هر یک از ذرات ریسمان در مدت 5 ms ، چند متر بر ثانیه است؟

$$F = 2/56 \text{ N}$$



$$s_{\text{av}} = \frac{1}{\Delta t} = ?$$

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{40 \times 10^{-3}}{1} = 4 \times 10^{-2} \text{ kg/m}$$

۰/۲ (۱)

۲ (۲)

۱/۲ (۳)

۱۲ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

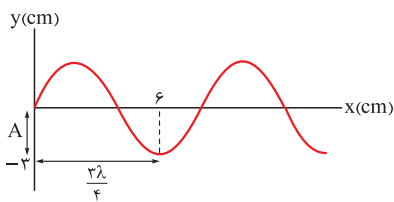
تندی انتشار موج‌های عرضی در یک ریسمان کشیده شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \text{تندی انتشار موج (m/s)} \quad \mu = \frac{m}{L} \rightarrow \text{چگالی خطی جرم (kg/m)} \quad F \rightarrow \text{اندازه نیروی کشش (N)}$$

پاسخ تشریحی گام اول: به کمک رابطه $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ ، تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{2/56 \times 1}{40 \times 10^{-3}}} = \sqrt{64} = 8 \text{ m/s}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام دوم: به کمک نمودار، طول موج (λ) را به دست آورده و در نهایت با استفاده از رابطه $\lambda = Tv$ ، دوره تناوب موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{3\lambda}{4} = 6 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 8 \text{ cm} = 0.08 \text{ m}$$

$$\lambda = Tv \Rightarrow 0.08 = T \times 8 \Rightarrow T = 0.01 \text{ s}$$

گام سوم: به کمک رابطه $Tn = \Delta t$ ، تعداد نوسان ذرات را در مدت $\Delta t = 5 \text{ ms}$ به دست می‌آوریم:

$$Tn = \Delta t \Rightarrow 10^{-2} \times n = 5 \times 10^{-3} \Rightarrow n = 0.5$$

گام چهارم: همه ذرات ریسمان در مدت زمان 5 ms ، نصف نوسان کامل را انجام می‌دهند، بنابراین مسافت $2A$ را طی می‌کنند؛ در نتیجه تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2A}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.03}{5 \times 10^{-3}} = \frac{6 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-3}} = \frac{60}{5} = 12 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۵۳

$$v_A = v_B$$

دو موج سینوسی A و B در یک طناب منتشر شده‌اند. اگر دامنه موج A ، ۲ برابر دامنه موج B و طول موج A ، ۳ برابر

$$\lambda_A = 3\lambda_B$$

طول موج B باشد، آهنگ متوسط انتقال انرژی در موج A ، چند برابر آهنگ متوسط انتقال انرژی در موج B است؟

$$A_A = 2A_B$$

$$\frac{(P_{av})_A}{(P_{av})_B} = ?$$

$$\frac{9}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره به کلمات کلیدی در سؤال توجه کنید و تا جایی که راه دارد آن‌ها را به صورت کمی هم بنویسید؛ مثلاً در این سؤال که طراح

می‌گوید: «دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند»، سریع بالای جمله‌اش بنویسید $v_A = v_B$.

پاسخ تشریحی آهنگ متوسط انتقال انرژی در یک موج سینوسی متناسب با $A^2 f^2$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_{av,A}}{P_{av,B}} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{f_A}{f_B} \right)^2 \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{P_{av,A}}{P_{av,B}} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{v_A}{v_B} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \right)^2$$

از آن جا که هر دو موج در یک محیط منتشر می‌شوند، تندی انتشار موج‌های A و B در محیط، با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{P_{av,A}}{P_{av,B}} = \left(\frac{A_A}{A_B} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \right)^2 = \left(2 \times \frac{1}{3} \right)^2 = \frac{4}{9}$$

تست و پاسخ ۵۴

اگر مسافتی که یک موج الکترومغناطیسی در مدت $0.5 \mu\text{s}$ طی می‌کند، ۸ برابر طول موج آن باشد، بسامد این موج چند کیلوهرتز است؟

$$l = v\Delta t = c \times 0.5 \times 10^{-6} = 8\lambda$$

$$1/6 \times 10^5 \quad (2)$$

$$1/6 \times 10^8 \quad (4)$$

$$8 \times 10^5 \quad (1)$$

$$8 \times 10^8 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی ثابت است؛ بنابراین مسافت طی شده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\Delta x = 8\lambda} 8\lambda = v \times 5 \times 10^{-7} \times 10^{-6}$$

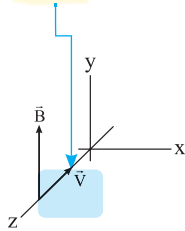
$$\Rightarrow \frac{8}{5 \times 10^{-8}} = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} 1/6 \times 10^8 \text{ Hz} = f$$

$$\Rightarrow f = 1/6 \times 10^5 \text{ kHz}$$



تست و پاسخ ۵۵

شکل زیر میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج انرژی را در خلاف جهت محور Z انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی موج در این لحظه و در این نقطه کدام است؟



(۱) +x

(۲) -x

(۳) +y

(۴) -y

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره قانون دست راست در امواج الکترومغناطیسی هم مهم است و حتی در کنکور رشته ریاضی در دی ماه ۱۴۰۲ به صورت مستقیم مطرح شده است.

درس نامه

(۱) امواج الکترومغناطیسی:

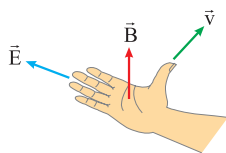
امواجی که از رابطه متقابل میدان الکتریکی و مغناطیسی و تغییرات هم‌زمان این دو میدان به وجود می‌آیند، امواج الکترومغناطیسی نام دارند.

(۲) جهت انتشار موج الکترومغناطیسی:

به کمک قاعده دست راست، جهت انتشار موج الکترومغناطیسی را به دست می‌آوریم:

چهار انگشت باز دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی (\vec{E}) قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی (\vec{B}) از کف دست خارج شود.

در این حالت شست دست راست، در جهت انتشار موج الکترومغناطیسی است.



پاسخ تشریحی به کمک قانون دست راست، انگشت شست دست راست را در جهت انتشار موج (خلاف

جهت محور Z) و کف دست را در جهت میدان مغناطیسی (در جهت محور Y) قرار می‌دهیم. جهت چهار

انگشت، جهت میدان الکتریکی (\vec{E}) را نشان خواهد داد که در خلاف جهت محور X است.

تست و پاسخ ۵۶

چه تعداد از مقایسه‌های زیر، دربارهٔ بسامد (f)، دوره (T)، طول موج (λ) و تندی انتشار (v) امواج رادیویی FM و AM در خلأ درست است؟

$$T_{FM} > T_{AM} \quad (\text{ب})$$

$$f_{FM} > f_{AM} \quad (\text{الف})$$

$$\lambda_{FM} > \lambda_{AM} \quad (\text{ت})$$

$$v_{FM} > v_{AM} \quad (\text{پ})$$

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

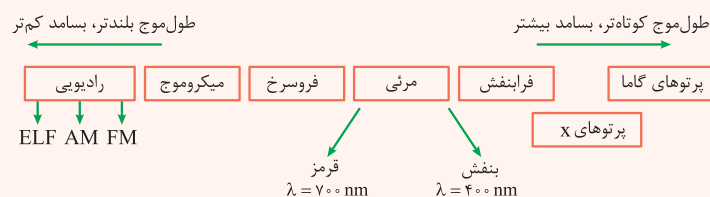
(۱) ۴

هر دو در یک محیط منتشر می‌شوند؛ پس تندی برابر دارند.

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره تمام امواج الکترومغناطیسی را به ترتیب طول موج‌ها و بسامدهای آن‌ها حفظ کنید. تاریخچهٔ کنکور نشان‌دهندهٔ این است که از این دست مطالب هم سوال آمده است.

درس نامه شکل زیر طیف امواج الکترومغناطیسی را نمایش می‌دهد. پرتوهای گاما بیشترین بسامد و کوتاه‌ترین طول موج و امواج رادیویی کم‌ترین بسامد و بلندترین طول موج را دارند.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

طول موج AM از طول موج FM، بزرگ تر است. $(\lambda_{AM} > \lambda_{FM})$ (نادرستی «ت»)

بسامد موج AM از بسامد موج FM، کم تر است $(f_{AM} < f_{FM})$ ؛ بنابراین دوره تناوب موج AM بیشتر از دوره تناوب موج FM است.

$(T_{AM} > T_{FM})$ (درستی «الف» و نادرستی «ب»)

تندی انتشار همه امواج الکترومغناطیسی در خلأ، ثابت و برابر 3×10^8 m/s است. تندی انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ از رابطه $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ به دست می آید. (نادرستی «پ»)

بنابراین تنها، گزاره «الف» صحیح است.

فیزیک (۲): صفحه های ۱ تا ۴۴

تست و پاسخ ۵۷

دو جسم خنثی و نارسانای A و B را به هم مالش می دهیم، سپس در آزمایش اول جسم A و در آزمایش دوم جسم B را به کلاهک الکتروسکوپی با بار مثبت نزدیک می کنیم. کدام یک از موارد زیر درباره فاصله بین ورقه های الکتروسکوپ درست است؟

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

الکترون خواه تر است؛ پس بارش منفی می شود.

الف) در آزمایش اول، کاهش می یابد.

ب) در آزمایش اول، افزایش می یابد.

پ) در آزمایش دوم، ابتدا کاهش می یابد و در ادامه ممکن است افزایش یابد.

ت) در آزمایش دوم، ابتدا افزایش می یابد و در ادامه ممکن است کاهش یابد.

۴) ب و پ

۳) ب و ت

۲) الف و پ

۱) الف و ت

پاسخ: گزینه ۴

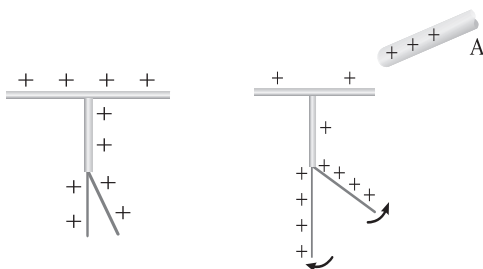
درس نامه

وقتی دو جسم خنثی در اثر مالش به یکدیگر، دارای بار الکتریکی می شوند، بارهای الکتریکی آنها ناهمنام هستند. حال برای تعیین این که کدام جسم بار مثبت و کدام جسم بار منفی پیدا می کند، از سری الکتروسیته مالشی (تریپوالکتریک) استفاده می کنیم. در این سری، مواد پایین تر الکترون خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده از این جدول به یکدیگر مالش داده شوند، الکترون ها از ماده بالاتر جدول به ماده ای که پایین تر قرار دارد، منتقل می شوند.

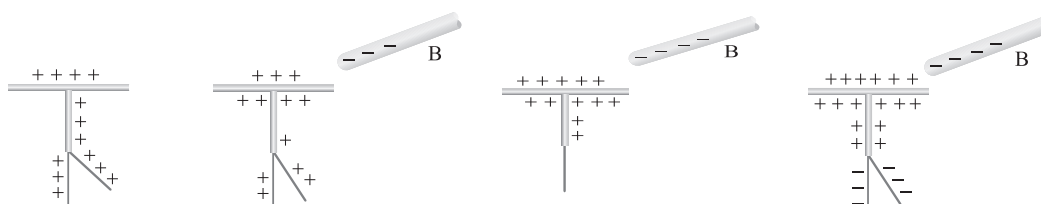
پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جدول سری الکتروسیته مالشی، در اثر مالش دو جسم نارسانای A و B، جسم B دارای بار الکتریکی

منفی و جسم A دارای بار الکتریکی مثبت می شود.

گام دوم: در آزمایش اول، با نزدیک کردن جسم دارای بار مثبت A به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، الکترون ها به سمت کلاهک الکتروسکوپ حرکت کرده و تجمع بارهای مثبت در ورقه ها بیشتر شده و در نتیجه ورقه ها از هم دور می شوند. (نادرستی «الف» و درستی «ب»)



گام سوم: در آزمایش دوم، با نزدیک کردن جسم دارای بار منفی B به الکتروسکوپ دارای بار مثبت، الکترون ها به سمت ورقه ها حرکت می کنند و تجمع بارهای مثبت در ورقه ها کم شده و ورقه ها به هم نزدیک می شوند. حتی ممکن است این روند تا جایی ادامه پیدا کند که ورقه ها خنثی شوند و به هم چسبیده و سپس پس از منفی شدن از هم دور شوند.





تست و پاسخ ۵۸

دو گوی فلزی مشابه با بارهای الکتریکی $4q$ و $-2q$ در فاصله r از یکدیگر قرار دارند و به هم نیروی الکتریکی وارد می‌کنند. دو گوی را با هم تماس داده و در فاصله r' از یکدیگر قرار می‌دهیم، به طوری که اندازه نیروی الکتریکی‌ای که به هم وارد می‌کنند، تغییر نکند.

نسبت $\frac{r'}{r}$ کدام است؟

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4q + (-2q)}{2} = q$$

$$F = F'$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (1)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

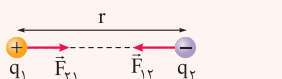
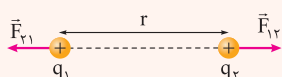
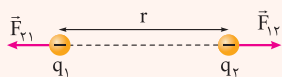
(۱) اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در راستای خط مستقیم بین آنها اثر می‌کند، طبق قانون کولن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2}$$

$$F = \text{اندازه نیروی الکتریکی (N)} \quad k = \text{ثابت کولن} = 9 \times 10^9 \left(\frac{N \cdot m^2}{C^2} \right)$$

$$q_1 \text{ و } q_2 = \text{بارهای الکتریکی نقطه‌ای (C)}$$

$$r = \text{فاصله میان دو بار الکتریکی (m)}$$



$$F_{12} = F_{21} = F$$

(۲) بنا به اصل پایداری بار الکتریکی، وقتی تعدادی الکترون بین دو جسم مبادله می‌شوند، مجموع بارهای آن‌ها ثابت می‌ماند.

$$(q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2)$$

(۳) اگر مجموع دو بار همنام q_1 و q_2 مقدار ثابتی باشد، در یک فاصله معین، نیروی الکتریکی بین آن‌ها زمانی بیشینه است که آن دو بار، هم‌اندازه باشند، یعنی $q_1 = q_2$ ؛ پس هر چه اختلاف اندازه این دو بار همنام بیشتر شود، اندازه نیروی الکتریکی بین آن‌ها کم‌تر می‌شود.

(۴) اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی بیان می‌کند که بار الکتریکی یک جسم، همواره مضرب درستی از بار بنیادی e است. $q = \pm ne$

$$q = \text{بار الکتریکی (C)} \quad n = \text{تعداد الکترون‌ها} = 0, 1, 2, 3, \dots \quad e = \text{بار بنیادی} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

وقتی از جسمی تعدادی الکترون جدا کنیم، بار مثبت آن افزایش می‌یابد و اگر به جسمی تعدادی الکترون اضافه کنیم، بار مثبت آن کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی گام اول: اندازه نیرویی که دو گوی در حالت اول در فاصله r به یکدیگر وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{k |4q| |-2q|}{r^2} = \frac{8kq^2}{r^2}$$

گام دوم: پس از تماس دو گوی فلزی مشابه، بار هر کدام، یکسان و برابر میانگین بارها خواهد بود.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{4q - 2q}{2} = \frac{2q}{2} = q$$

گام سوم: اندازه نیرویی که دو گوی در حالت دوم در فاصله r' به هم وارد می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$F' = k \frac{|q'_1| |q'_2|}{r'^2} = \frac{k q \times q}{r'^2} = \frac{kq^2}{r'^2}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: اندازه نیرویی که دو گوی به هم وارد می کنند، برابر است؛ بنابراین داریم:

$$F = F' \Rightarrow \frac{kq_1^2}{r^2} = \frac{kq_2^2}{r'^2} \Rightarrow r'^2 = \frac{r^2}{4}$$

$$\Rightarrow r' = \frac{r}{\sqrt{4}} \Rightarrow r' = \frac{r}{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{r\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{r\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

تست و پاسخ ۵۹

در شکل زیر، دو گوی مشابه با بارهای الکتریکی یکسان در فاصله $1/5 \text{ cm}$ از هم ساکن هستند. اگر جرم هر گوی برابر با 4 g باشد، هر یک از گوی‌ها نسبت به حالت خنثای خود چند الکترون از دست داده‌اند؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، $g = 10 \text{ N/kg}$) و اصطکاک ناچیز است.

یعنی نیروی خالص وارد بر هر یک از گوی‌ها صفر است.

یعنی مقدار بار هر یک از گوی‌های معادل چه تعداد بار پایه است.

$$1) \quad 6/25 \times 10^{10}$$

$$2) \quad 6/25 \times 10^{11}$$

$$3) \quad 1/25 \times 10^{10}$$

$$4) \quad 1/25 \times 10^{11}$$

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره این به سوال فیلی جالب از کتاب درسیه که توی کنکور نیومده، ولی بالاخره به روزی میاد.

خودت حل کنی بهتره اول اندازه نیروی الکتریکی وارد بر هر کدام از بارها رو به دست بیار. بعدش مقدار بار رو با استفاده از قانون کولن به دست بیار. آخرش با استفاده از رابطه کوانتیده بودن بار، تعداد الکترون از دست داده رو حساب کن.

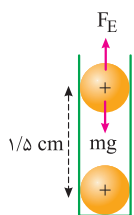
درس نامه •• تعادل جسم باردار

برای این که یک جسم باردار که تحت تأثیر نیروی الکتریکی و نیروهای دیگر مثل وزن قرار دارد، در حال تعادل باشد، باید نیروی خالص (برایند) وارد شده بر جسم صفر باشد؛ بنابراین می توانیم بگوییم:

$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_{\text{الکتریکی}} = F_{\text{غیرالکتریکی}} \xrightarrow{\text{اگر تنها نیروهای } \vec{F}_E \text{ و } m\vec{g} \text{ بر گوی بالایی اثر کنند.}} F_E = mg$$

پاسخ تشریحی

گام اول: با توجه به این که گوی‌ها در حال تعادل هستند، تعادل گوی بالایی را بررسی می کنیم و اندازه نیروی الکتریکی وارد شده بر آن را به دست می آوریم. با توجه به شکل مقابل داریم:



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_E = mg \xrightarrow{m = 4 \times 10^{-3} \text{ kg}} F_E = 4 \times 10^{-3} \times 10 = 4 \times 10^{-2} \text{ N}$$

گام دوم: با استفاده از قانون کولن، مقدار بار الکتریکی هر یک از گوی‌ها را به دست می آوریم:

$$F_E = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{F_E = 4 \times 10^{-2} \text{ N}, q_1 = q_2 = q, r = 1/5 \text{ cm} = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m}} 4 \times 10^{-2} = \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(1/5 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow q^2 = \frac{4 \times 10^{-2}}{9 \times 10^9} \times (1/5 \times 10^{-2})^2$$

$$\Rightarrow q = \frac{2}{3} \times 10^{-6} \times (1/5 \times 10^{-2}) = 10^{-8} \text{ C}$$

گام سوم: با استفاده از رابطه زیر، تعداد الکترون‌های از دست داده هر گوی را حساب می کنیم:

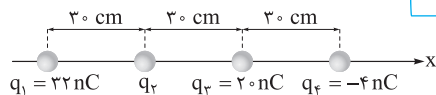
$$q = ne \xrightarrow{q = 10^{-8} \text{ C}} 10^{-8} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-8}}{1/6 \times 10^{-19}} = 6/25 \times 10^{10} \text{ الکترون}$$



تست و پاسخ ۶۰

در شکل زیر چهار بار الکتریکی روی محور x ثابت هستند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_3 برابر با صفر باشد، نیروی الکتریکی

خالص وارد بر بار q_2 بر حسب میکرونیوتون کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$



یعنی نیروهای \vec{F}_{13} ، \vec{F}_{23} و \vec{F}_{43} همدیگر را خنثی کرده باشند.

$$(1) \vec{i} (15/6)$$

$$(2) \vec{i} (78)$$

$$(3) \vec{i} (-78)$$

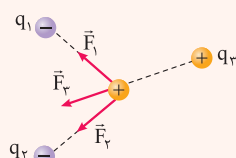
$$(4) \vec{i} (-15/6)$$

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره هتماً تکنیک حل رو توی این مدل سؤالای یاد بگیر تا بتونی راحت تر بهوشون جواب بدی وگرنه روش تشریحی خیلی طولانی تره.

درس نامه

برهم نهی نیروهای الکتروستاتیکی:



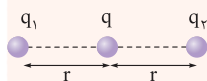
مطابق شکل مقابل، وقتی چند ذره باردار در اطراف یک بار الکتریکی (q) وجود دارند و بر آن نیروی الکتریکی وارد می‌کنند، برای این که نیروی خالص (برایند) وارد بر آن ذره را به دست آوریم، باید:

(۱) نیروی الکتریکی‌ای که هر کدام از ذرات باردار بر ذره مورد نظر (q) وارد می‌کند را حساب کنیم.

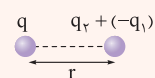
(۲) نیروهای محاسبه‌شده را با هم به صورت برداری جمع کنیم. (برایند بردارها را به دست آوریم).

$$\vec{F}_t = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

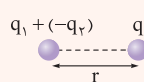
تکنیک تقارن:



وقتی سه ذره باردار مطابق شکل در یک راستا باشند و دو ذره q_1 و q_2 فاصله یکسانی از بار q داشته باشند، برای محاسبه نیروی برایند وارد بر بار q از تکنیک زیر استفاده می‌کنیم:



اگر بخواهیم q_1 را به محل q_2 منتقل کنیم، باید q_2 را با علامت مخالف بار q_1 جمع کنیم؛ بنابراین داریم:



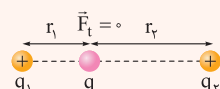
اگر بخواهیم q_2 را به محل q_1 منتقل کنیم، باید q_1 را با علامت مخالف بار q_2 جمع کنیم؛ بنابراین داریم:

نقطه صفر شدن نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q :

برای این که نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q از طرف دو بار q_1 و q_2 صفر شود، دو حالت داریم:

(۱) اگر بارهای q_1 و q_2 همنام باشند و $|q_1| < |q_2|$ باشد، برای این که نیروی خالص وارد بر بار q صفر شود، باید بار q بر روی خط واصل

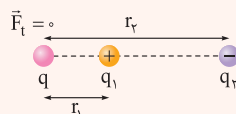
دو بار q_1 و q_2 و بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازه کم‌تر باشد؛ بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

(۲) اگر بارهای q_1 و q_2 ناهمنام باشند و $|q_1| < |q_2|$ باشد، برای این که نیروی خالص وارد بر بار q صفر شود، باید بار q بر روی خط واصل

دو بار q_1 و q_2 و خارج فاصله بین دو بار و نزدیک‌تر به بار با اندازه کم‌تر باشد. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



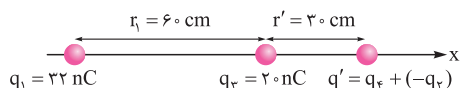
$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی

گام اول: با استفاده از تکنیک تقارن که در درس نامه گفته شده،



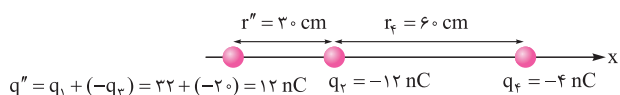
بار q_2 را به محل بار q_4 منتقل می‌کنیم. مطابق شکل مقابل داریم:

گام دوم: طبق درس نامه گفته شده، با توجه به این که نیروی خالص وارد بر بار q_3 که بر روی خط وصل دو بار q_1 و q' و بین دو بار قرار دارد و از طرف بارهای q_1 و q' صفر شده است، درمی‌یابیم بار q' با q همنام (مثبت) است. از طرفی داریم:

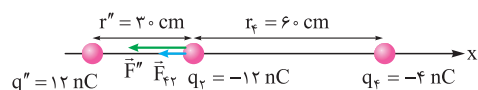
$$\frac{q'}{q_1} = \left(\frac{r'}{r_1}\right)^2 \xrightarrow{\frac{r'=30\text{ cm}}{r_1=60\text{ cm}}} \frac{q'}{22} = \left(\frac{30}{60}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow q' = 8\text{ nC}$$

$$q' = q_4 + (-q_2) \xrightarrow{\frac{q_4=-4\text{ nC}}{q'=8\text{ nC}}} 8 = -4 + (-q_2) \Rightarrow -q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = -12\text{ nC}$$

گام سوم: با استفاده از تکنیک تقارن برای بار q_2 ، بار q_3 را به محل بار q_1 منتقل می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



گام چهارم: نیروی خالص وارد بر q_3 را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$F_{f2} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2} \Rightarrow F_{f2} = \frac{9 \times 10^9 \times 22 \times 10^{-9} \times 12 \times 10^{-9}}{(0.6)^2} = 1/2 \times 10^{-6} \text{ N} = 1/2 \mu\text{N}$$

$$F'' = k \frac{|q_1||q_3|}{r''^2} \Rightarrow F'' = \frac{9 \times 10^9 \times 22 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 14/4 \times 10^{-6} \text{ N} = 14/4 \mu\text{N}$$

$$\vec{F}_{t3} = \vec{F}_{f2} + \vec{F}'' \Rightarrow \vec{F}_{t3} = -1/2 \vec{i} + (-14/4 \vec{i}) = -15/6 (\mu\text{N}) \vec{i}$$

تست و پاسخ ۶۱

دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 که $q_2 = 2q_1$ است، در فاصله معینی از هم قرار دارند. اگر اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_1 در محل بار q_2 برابر $8 \times 10^6 \text{ N/C}$ باشد، اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار q_2 در محل بار q_1 چند نیوتون بر کولن است؟

فاصله همون فاصله قبلیه، فقط مقدار بار عوض شده.	4×10^6 (۲)	2×10^6 (۱)
	$3/2 \times 10^7$ (۴)	$1/6 \times 10^7$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره این سؤال رو آگه نتونستی جواب بدی همین الان برو برو درس نامه میدان الکتریکی ناشی از ذره باردار رو بخون. یادت نره!

درس نامه ●● اندازه میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله r از بار، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \quad \text{ثابت کولن}$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad \begin{matrix} \uparrow \text{مقدار بار} \\ \leftarrow \text{میدان الکتریکی (N/C)} \\ \rightarrow \text{فاصله از بار (m)} \end{matrix}$$

با توجه به رابطه بالا درمی‌یابیم که میدان الکتریکی ناشی از بار q ، با بزرگی بار رابطه مستقیم و با مجذور فاصله از بار رابطه معکوس دارد؛

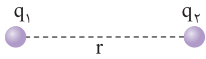
$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \quad \text{بنابراین داریم:}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی با توجه به رابطه $E = \frac{kq}{r^2}$ درمی یابیم که میدان الکتریکی با بزرگی بار رابطه مستقیم و با



مجذور فاصله از بار رابطه عکس دارد؛ بنابراین برای مقایسه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در محل

بار دیگر، چون فاصله ها یکسان است، مطابق شکل داریم:

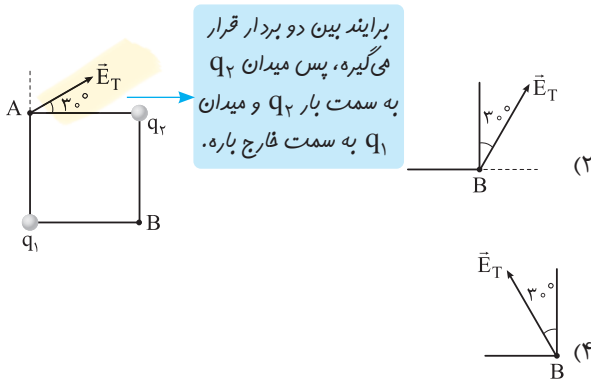
$$\begin{cases} E_1 = \frac{kq_1}{r^2} & \text{اندازه میدان حاصل از بار } q_1 \text{ در محل بار } q_2 \\ E_2 = \frac{kq_2}{r^2} & \text{اندازه میدان حاصل از بار } q_2 \text{ در محل بار } q_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{q_2}{q_1} \xrightarrow{q_2=2q_1, E_1=8 \times 10^6 \text{ N/C}} \frac{E_2}{8 \times 10^6} = \frac{2q_1}{q_1} = 2$$

$$\Rightarrow E_2 = 1/6 \times 10^7 \text{ N/C}$$

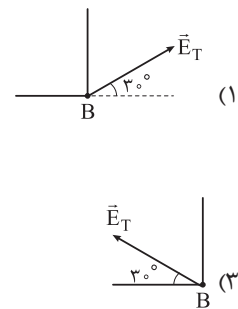
تست و پاسخ ۶۲

فاصله گوشه A از بار q_1 و q_2 و هم چنین فاصله گوشه B از بار q_1 و q_2 یکسانه.

جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از بارهای ذره‌ای q_1 و q_2 در گوشه A از مربع شکل زیر، نشان داده شده است. کدام گزینه جهت میدان الکتریکی خالص حاصل از این دو بار را در گوشه B به درستی نشان می‌دهد؟

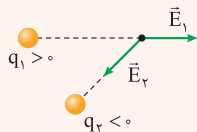


برایند بین دو بردار قرار می‌گیره، پس میدان q_2 به سمت بار q_2 و میدان q_1 به سمت خارج باره.



پاسخ: گزینه ۲

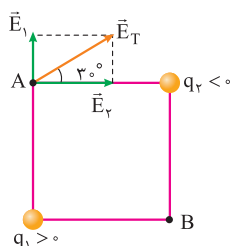
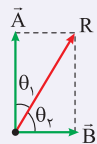
درس نامه •• تعیین جهت میدان الکتریکی



مطابق شکل مقابل، میدان الکتریکی ناشی از بار مثبت در راستای خط واصل بار به نقطه مورد نظر و به سمت خارج بار و میدان ناشی از بار منفی در راستای خط واصل بار به نقطه مورد نظر و به سمت بار است.

نکته برایند دو بردار همیشه بین دو بردار بوده و اگر دو بردار غیر هم‌اندازه باشند، بردار بزرگ‌تر نزدیک‌تر است، یعنی

زاویه‌ای که بردار برایند دو بردار با بردار بزرگ‌تر می‌سازد، از زاویه‌ای که با بردار کوچک‌تر می‌سازد، کم‌تر است. به شکل زیر توجه کنید. چون بردار \vec{A} از بردار \vec{B} بزرگ‌تر است، برایند دو بردار (\vec{R}) زاویه کوچک‌تری با بردار \vec{A} می‌سازد. ($\theta_1 < \theta_2$)



پاسخ تشریحی گام اول: میدان الکتریکی خالص در نقطه A را به دو مؤلفه افقی و عمودی تجزیه می‌کنیم تا بردار میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 را به دست آوریم. با توجه به شکل مقابل درمی یابیم، چون جهت میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 به سمت خارج بار و جهت میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 به سمت بار است، بار q_1 مثبت و q_2 منفی است.

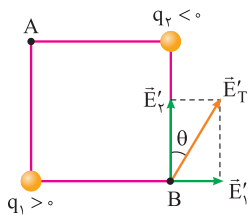
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



از طرفی برای مقایسه بزرگی میدان‌ها طبق رابطه $E = \frac{k|q|}{r^2}$ داریم:

$$\begin{cases} E_1 = E_T \cdot \sin 3^\circ \\ E_T = E_1 \cdot \cos 3^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{E_T}{E_1} = \frac{\cos 3^\circ}{\sin 3^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$$

$$\frac{E_T}{E_1} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \xrightarrow{\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{3}} \sqrt{3} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \Rightarrow |q_2| = \sqrt{3} |q_1|$$



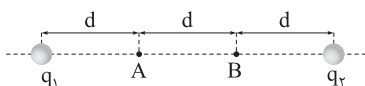
گام دوم: بردار میدان الکتریکی خالص در نقطه B را به دست می‌آوریم. با توجه به این که فاصله نقطه B از بارهای q_1 و q_2 با فاصله نقطه A از بارهای q_1 و q_2 یکسان است، درمی‌یابیم باز هم بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار q_1 در نقطه B، برابر بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار q_2 در نقطه B است؛ بنابراین مطابق شکل مقابل داریم:

$$\tan \theta = \frac{E_1'}{E_2'} = \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 3^\circ$$

تست و پاسخ ۶۳

در شکل زیر میدان الکتریکی برایند حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 در نقاط A و B به ترتیب \vec{E}_A و \vec{E}_B است. اگر $\vec{E}_B = \frac{3}{2} \vec{E}_A$ باشد، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟

یعنی \vec{E}_B با \vec{E}_A هم‌پوشه و مقدارش $\frac{3}{2}$ برابره.



- (۱) ۲
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) -۲
(۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

مشاوره سوالی مثل این رو آله سرعتت به اندازه کافی بالا نیست، سمتش نرو. چون می‌تونه وقت چند سوال رو ازت بگیره. البته بعد از آزمون روش وقت بذار و تمرین کن تا سرعتت زیاده بشه.

درس نامه

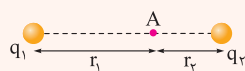
● اصل برهم‌نهی و میدان الکتریکی:

برای محاسبه میدان الکتریکی برایند در یک نقطه باید:

- (۱) میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را در آن نقطه حساب کنیم.
- (۲) میدان‌های محاسبه‌شده را با هم به صورت برداری جمع کنیم.

● تکنیک انتقال بار:

مطابق شکل زیر، برای محاسبه میدان الکتریکی برایند در نقطه A می‌توانیم، بار q_1 را به محل بار q_2 منتقل کنیم یا بار q_2 را به محل بار q_1 منتقل کنیم. اگر بخواهیم بار q_1 را به محل بار q_2 منتقل کنیم، باید مراحل زیر را انجام دهیم:



(۱) نسبت $\frac{r_2}{r_1}$ را حساب کنیم.

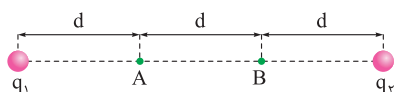
(۲) بار q_2 را به بار q_1 منتقل کنیم، باید مراحل زیر را انجام دهیم.

$$q' = q_2 + \left(-\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 q_1\right)$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام اول: با توجه به تکنیک انتقال بار که در درس نامه گفته شده، برای محاسبه میدان الکتریکی در دو نقطه A و B، بار q_1 را به محل بار q_2 منتقل می‌کنیم. با توجه به شکل داریم:

$$q'_A = q_2 + \left(-\frac{2d}{d}\right)^2 q_1 = q_2 - 4q_1$$

$$q'_B = q_2 + \left(-\frac{d}{2d}\right)^2 q_1 = q_2 - \frac{1}{4}q_1$$

گام دوم: طبق رابطه $E = k \frac{|q|}{r^2}$ ، بزرگی میدان در نقاط A و B را برحسب q_A و q_B به دست می‌آوریم:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E_A = \frac{k |q_2 - 4q_1|}{4d^2} \\ E_B = \frac{k |q_2 - \frac{1}{4}q_1|}{d^2} \end{cases}$$

گام سوم: نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{|q_2 - \frac{1}{4}q_1|}{|q_2 - 4q_1|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |8q_2 - 2q_1| = |3q_2 - 12q_1|$$

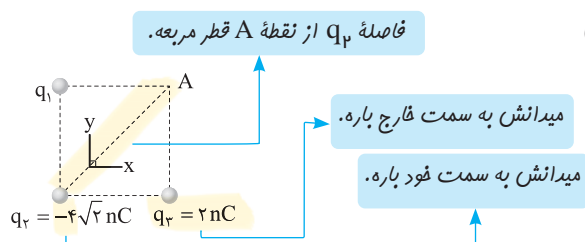
$$\Rightarrow \begin{cases} 8q_2 - 2q_1 = 3q_2 - 12q_1 \Rightarrow 5q_2 = -10q_1 \Rightarrow q_2 = -2q_1 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -2 \\ 8q_2 - 2q_1 = -3q_2 + 12q_1 \Rightarrow 11q_2 = 14q_1 \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{14}{11} \end{cases}$$

اگر $\frac{q_2}{q_1} = \frac{14}{11}$ باشد، $\vec{E}_B = -\frac{3}{2}\vec{E}_A$ ؛ بنابراین زمانی $\vec{E}_B = \frac{3}{2}\vec{E}_A$ می‌شود که $\frac{q_2}{q_1} = -2$ باشد.

تست و پاسخ ۶۴

در شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مربعی به ضلع 3 cm قرار دارند. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطه A برابر با

$$\vec{E} = (100 \text{ N/C}) \vec{i} \quad (k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}) \quad \text{چند نانوکولن است؟}$$



فاصله q_1 از نقطه A قطر مربع.

میدانش به سمت خارج باره.

میدانش به سمت خود باره.

۳ (۱)

۱ (۲)

-۳ (۳)

-۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشاوره همین الان که این سؤالو تحلیل کردی، برو پندرتا تست دیگه از آرایش مربعی بارها حل کن تا قشنگ مسلط بشی.

درس نامه

بزرگی میدان الکتریکی ناشی از بار الکتریکی نقطه‌ای q در فاصله r از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad (C) \text{ اندازه بار}$$

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \quad \leftarrow \text{میدان الکتریکی (N/C)}$$

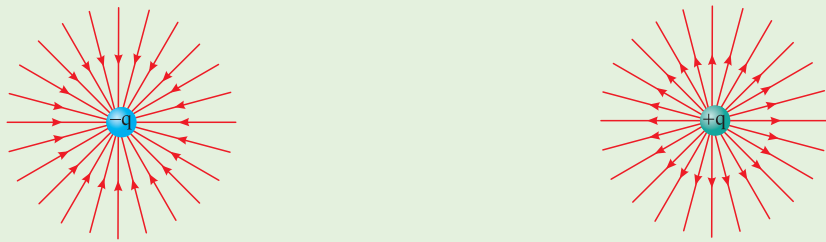
$$k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

ثابت کولن

فاصله از بار (m)



شکل نامه

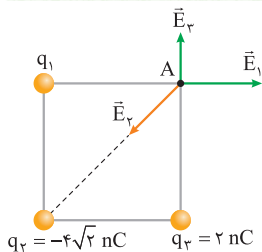


الف) خطوط میدان الکتریکی ذره باردار +q در جهت دور شدن از آن است. ب) خطوط میدان الکتریکی ذره باردار -q به سمت آن است.

پاسخ تشریحی

گام اول: بردار میدان الکتریکی ناشی از هر یک از بارها را در نقطه A طوری قرار می‌دهیم

که میدان الکتریکی خالص در این نقطه برابر با $\vec{E} = 100(N/C)\vec{i}$ شود. مطابق شکل مقابل داریم:

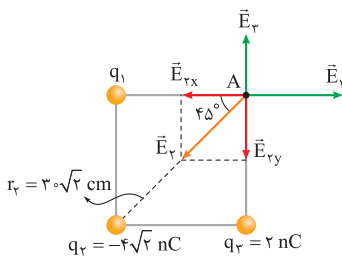


(برای این که میدان الکتریکی خالص در نقطه A به سمت راست باشد، باید جهت میدان ناشی از بار q_1 به سمت راست باشد.)

گام دوم: با توجه به این که میدان خالص در راستای افقی است، باید مؤلفه افقی میدان ناشی

از بار q_2 را به دست آوریم و با میدان ناشی از بار q_1 به صورت برداری جمع کنیم و با میدان

خالص برابر قرار دهیم. در این صورت می‌توانیم میدان ناشی از بار q_1 را حساب کنیم:



$$E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9 \times 10^9 \times 4\sqrt{2} \times 10^{-9}}{(0.3\sqrt{2})^2} = 200\sqrt{2} N/C \Rightarrow E_{2x} = E_2 \cos 45^\circ \Rightarrow E_{2x} = 200\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 200 N/C$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_{2x} \xrightarrow{\vec{E}_T = 100(N/C)\vec{i}} \xrightarrow{\vec{E}_{2x} = -200(N/C)\vec{i}} 100\vec{i} = \vec{E}_1 + (-200\vec{i})$$

$$\Rightarrow \vec{E}_1 = 300(N/C)\vec{i}$$

گام سوم: مقدار بار q_1 را حساب می‌کنیم:

$$E_1 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow 300 = \frac{9 \times 10^9 \times |q_1|}{(0.3)^2} \Rightarrow |q_1| = 3 \times 10^{-9} C = 3 nC$$

$$q_1 = 3 nC$$

از طرفی چون جهت میدان ناشی از q_1 به طرف خارج بار است؛ بنابراین $q_1 > 0$ است و داریم:

تست و پاسخ ۶۵

دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و q_2 ($|q_2| > |q_1|$) در دو انتهای پاره‌خطی به طول d قرار دارند. میدان الکتریکی خالص در وسط این پاره‌خط برابر \vec{E}_1 و میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای روی عمودمنصف پاره‌خط و به فاصله $\frac{d}{2}$ از آن برابر \vec{E}_2 است. اگر اندازه \vec{E}_1 از

اندازه \vec{E}_2 ، ۶۰ درصد کم‌تر باشد، $\frac{q_2}{q_1}$ برابر کدام است؟

یعنی فعلاً نمی‌دونیم بارها
همنا هستند یا ناهمنا.

$$\text{یعنی } E_1 = E_2 - \frac{60}{100} E_2 = 0.4 E_2$$

$$-\frac{4}{3} (2)$$

$$-\frac{5}{2} (4)$$

$$\frac{4}{3} (1)$$

$$\frac{5}{2} (3)$$

پاسخ: گزینه ۱

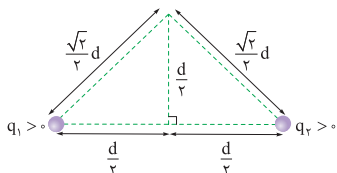


پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

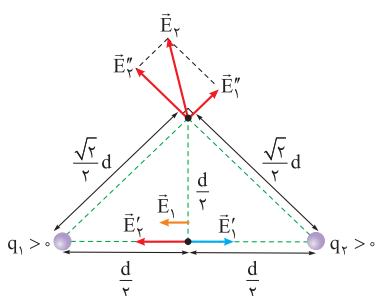
مشاوره اگر بخواهیم مسأله‌های پایانی این سؤالو با روش تشریحی جواب بدی خیلی اذیت می‌شی. فکر نکن طراح آدم بدبختیه که اینو گذاشته. اتفاقاً خیلی هم مهربونه چون توی گزینه‌ها بهت این فرصتو داده که با جای‌گذاری و ردگزینه بتونی به جواب برسی. کاری که طراح کنکور هم سال‌های گذشته انجام داده.

پاسخ تشریحی گام اول: شکل هندسی مسئله را رسم می‌کنیم:



توجه کنید اگر بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام باشند، بزرگی میدان خالص در وسط خط واصل دو بار برابر با مجموع میدان ناشی از دو بار می‌شود و باید از میدان خالص ناشی از دو بار بر روی عمودمنصف خط واصل دو بار بیشتر باشد؛ بنابراین چون طبق اطلاعات سؤال بزرگی میدان خالص بر روی عمودمنصف خط واصل بیشتر از میدان خالص در وسط پاره‌خط است، نتیجه می‌گیریم که بارهای q_1 و q_2 هم‌نام هستند. (رد ۲ و ۳)

در این‌جا ما q_1 و q_2 را با علامت مثبت در نظر می‌گیریم و براساس آن مسئله را حل می‌کنیم. گام دوم: اگر میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در وسط خط واصل به ترتیب E'_1 و E'_2 و بر روی عمودمنصف به ترتیب E''_1 و E''_2 باشند، با توجه به شکل مقابل هر کدام از آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E'_1 = \frac{k|q_1|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4k|q_1|}{d^2} \\ E'_2 = \frac{k|q_2|}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4k|q_2|}{d^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E}_1 = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 \Rightarrow E_1 = E'_2 - E'_1 = \frac{4k}{d^2} (|q_2| - |q_1|)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E''_1 = \frac{k|q_1|}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)^2} = \frac{4k|q_1|}{3d^2} \\ E''_2 = \frac{k|q_2|}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}d\right)^2} = \frac{4k|q_2|}{3d^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{E}_2 = \vec{E}''_1 + \vec{E}''_2 \Rightarrow E_2 = \sqrt{E_1'^2 + E_2'^2} = \frac{4k}{d^2} \sqrt{q_1^2 + q_2^2}$$

گام سوم: با توجه به این‌که اندازه E_1 از اندازه E_2 ، 60° درصد کم‌تر است، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ را به دست می‌آوریم:

$$E_1 = E_2 - \frac{60}{100} E_2 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{4}{10} \Rightarrow \frac{\frac{4k}{d^2} (|q_2| - |q_1|)}{\frac{4k}{d^2} (\sqrt{q_1^2 + q_2^2})} = \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2| - |q_1|}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2}} = \frac{4}{10} \xrightarrow[\text{طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم.}]{\text{فرض: } q_1, q_2 > 0} \frac{q_1^2 + q_2^2 - 2q_1q_2}{q_1^2 + q_2^2} = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} (q_1^2 + q_2^2 - 2q_1q_2) = \frac{16}{100} (q_1^2 + q_2^2) \Rightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{q_2 + \sqrt{q_2^2 - (0/96)^2 q_2^2}}{0/96} = \frac{1/28}{0/96} q_2 = \frac{4}{3} q_2 \quad * \\ q_1 = \frac{q_2 - \sqrt{q_2^2 - (0/96)^2 q_2^2}}{0/96} = \frac{0/72}{0/96} q_2 = \frac{3}{4} q_2 \quad \checkmark \end{cases}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



بنابراین چون q_2 از q_1 بزرگتر است، نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ برابر $\frac{4}{3}$ است.

وقتی به این مرحله می‌رسیم، راحت‌ترین کار به جای حل کامل معادله، عددگذاری است. می‌دانیم q_1 و q_2 طبق توضیحاتی که در گام اول گفته شد، همانم هستند (رد ۲ و ۴)، بنابراین اگر در معادله بالایی به جای q_2 عدد ۴ و به جای q_1 عدد ۳ قرار دهیم، معادله برقرار می‌شود؛ در نتیجه نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ برابر با $\frac{4}{3}$ است.

تست و پاسخ ۶۶

در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5 \times 10^5 \text{ N/C}$ که جهت آن قائم و رو به پایین است، ذرهٔ بارداری به جرم 2 g رها می‌شود. اگر ذره با شتابی به اندازهٔ 2 m/s^2 به سمت بالا شروع به حرکت کند، بار الکتریکی ذره بر حسب نانوکولن کدام است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$) و مقاومت هوا ناچیز است.)

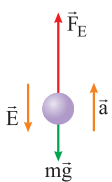
جهت شتاب رو به بالاست، یعنی نیروی رو به بالا (نیروی الکتریکی) بزرگتر از نیروی رو به پایین (نیروی وزن) است.

۴۸ (۲)
۳۲ (۴)

۴۸ (۱)
۳۲ (۳)

پاسخ: گزینهٔ ۲

خودت حل کنی بهتره اول اندازهٔ نیروی الکتریکی رو با توجه به قانون دوم نیوتون حساب کن، بعرض بار الکتریکی رو به دست بیار.



پاسخ تشریحی گام اول: با توجه به جهت شتاب ذره، نیروهای وارد بر ذره را رسم می‌کنیم و بزرگی نیروی الکتریکی را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = ma \quad \xrightarrow{F_{\text{net}} = F_E - mg} \quad F_E - mg = ma$$

$$\xrightarrow{\substack{m = 2 \text{ g} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ a = 2 \text{ m/s}^2}} \quad F_E - (2 \times 10^{-3} \times 10) = 2 \times 10^{-3} \times 2$$

$$\Rightarrow F_E = 24 \times 10^{-3} \text{ N}$$

گام دوم: با توجه به این که جهت میدان الکتریکی رو به پایین و جهت نیروی الکتریکی به سمت بالا است، معلوم می‌شود که بار ذره منفی است (رد ۱ و ۳). حالا مقدار بار ذره را حساب می‌کنیم:

$$F_E = E |q| \Rightarrow 24 \times 10^{-3} = 5 \times 10^5 \times |q| \Rightarrow |q| = 4.8 \times 10^{-8} \text{ C} = 48 \text{ nC}$$

$$\xrightarrow{q < 0} \quad q = -48 \text{ nC}$$

تست و پاسخ ۶۷

ذره‌ای با بار الکتریکی $q = 4 \mu\text{C}$ از نقطهٔ A به نقطهٔ B با پتانسیل الکتریکی 100 V منتقل می‌شود. اگر در این انتقال، کار میدان الکتریکی روی ذره برابر با 1 mJ باشد، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A چند ولت است؟

کار میدان منفیه، پس انرژی پتانسیل الکتریکی ذره زیاد شده. ($\Delta U_E = 1 \text{ mJ}$)

۱۵۰ (۲)
۱۵۰ (۴)

۳۵۰ (۱)
۳۵۰ (۳)

پاسخ: گزینهٔ ۳

خودت حل کنی بهتره اول تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی رو به دست بیار. بعرض افتلاف پتانسیل رو حساب کن و پتانسیل نقطهٔ A رو به دست بیار.

درس نامه

اگر بار الکتریکی q مطابق شکل روبه‌رو در داخل میدان الکتریکی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا شود، داریم:

$$V_B - V_A = \frac{U_B - U_A}{q}$$

$$\Delta U_E = -W_E$$

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر است با منفی کار میدان الکتریکی؛ بنابراین داریم:



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

گام اول: تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی را به دست می آوریم:

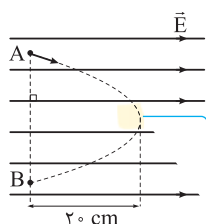
$$\Delta U_E = -W_E \xrightarrow{W_E = -1\text{mJ}} \Delta U = (-)(-1) = 1\text{mJ} = 10^{-3}\text{ J}$$

گام دوم: پتانسیل الکتریکی نقطه A را طبق رابطه زیر حساب می کنیم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow{\frac{\Delta U = 10^{-3}\text{ J}}{q = 4 \times 10^{-6}\text{ C}}} \Delta V = \frac{10^{-3}}{4 \times 10^{-6}} = 250\text{ V}$$

$$\frac{\Delta V = V_B - V_A}{V_B = -100\text{ V}} \rightarrow -100 - V_A = 250 \Rightarrow V_A = -350\text{ V}$$

تست و پاسخ ۶۸



نقطه‌ای که ذره در آن کمترین تندی را دارد.

مطابق شکل روبه‌رو، در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = 5 \times 10^4\text{ V/m}$ ، ذره‌ای به جرم 0.2 g با تندی 5 m/s از نقطه A پرتاب شده و پس از طی مسیر نشان داده شده، به نقطه B می‌رسد. اگر کمینه تندی ذره در این مسیر 4 m/s باشد، بار ذره چند نانوکولن است؟ (از وزن ذره و مقاومت هوا چشم‌پوشی شود.)

۹۰ (۲)

۳۰ (۱)

-۹۰ (۴)

-۳۰ (۳)

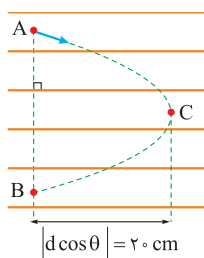
پاسخ: گزینه ۴

مشاوره توی این مدل سؤال با این که راحت نیستن، ولی خیلی راحت می‌تونن دو تا گزینه رو با علامت‌ها رد کنن، این کار باعث می‌شه با اعتماد به نفس بیشتری ادامه بدی.

درس‌نامه • قضیه کار - انرژی جنبشی: کار کل انجام شده روی یک جسم در یک جابه‌جایی معین، برابر است با تغییر انرژی جنبشی.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2) \xrightarrow{\substack{\text{اگر تنها نیروی الکتریکی داشته باشیم} \\ W_t = W_E}} W_E = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

مطابق شکل زیر درمی‌یابیم که مؤلفه قائم سرعت ثابت است، اما مؤلفه افقی سرعت در نقطه C صفر است، پس کمینه تندی ذره در نقطه C است؛ بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می‌توانیم بنویسیم:



$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\substack{\text{صرف نظر از وزن و مقاومت هوا} \\ W_t = W_E}} W_E = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) \xrightarrow{W_E = E|q|d \cos \theta} E|q|d \cos \theta = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2)$$

$$\frac{E = 5 \times 10^4\text{ V/m}, v_A = 5\text{ m/s}, v_C = 4\text{ m/s}}{d \cos \theta = 20\text{ cm}, m = 0.2\text{ g} = 0.2 \times 10^{-3}\text{ kg}} \rightarrow 5 \times 10^4 \times |q| \times (-0.2) = \frac{1}{2}(0.2 \times 10^{-3}) \times (16 - 25)$$

$$\Rightarrow |q| = 9 \times 10^{-8}\text{ C} = 90\text{ nC}$$

با توجه به این که نیروی الکتریکی وارد بر ذره، در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی است، بنابراین بار الکتریکی ذره منفی است. داریم:

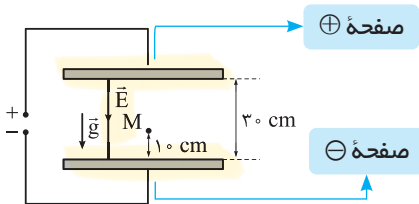
$$q = -90\text{ nC}$$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۶۹

در شکل زیر، ذره‌ای به جرم 2 g و بار الکتریکی $40 \mu\text{C}$ در فضای بین دو صفحه رسانای افقی از نقطه M رها می‌شود. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو صفحه 30 V باشد، تندی ذره هنگام رسیدن به صفحه بالایی چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$ و مقاومت هوا ناچیز است).



$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$2 \quad (2)$$

$$20\sqrt{2} \quad (3)$$

$$20 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره اول افتلاف پتانسیل نقطه M با صفحه مثبت رو به دست بیار. بعدش کار میدان الکتریکی رو حساب کن. در نهایت با استفاده

از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی رو به دست بیار.

پاسخ تشریحی گام اول: می‌دانیم بزرگی اختلاف پتانسیل دو نقطه در داخل میدان الکتریکی یکنواخت، با فاصله دو نقطه در راستای خطوط

میدان $(d \cos \theta)$ رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین برای به دست آوردن مقدار اختلاف پتانسیل نقطه M با صفحه مثبت داریم:

$$|\Delta V| = Ed \cos \theta \xrightarrow{E \text{ یکسان}} \frac{V_+ - V_-}{V_+ - V_M} = \frac{30}{30 - 10} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{V_+ - V_- = 30 \text{ V}}{V_+ - V_M} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_+ - V_M = 20 \text{ V}$$

گام دوم: طبق قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی ذره در لحظه رسیدن به صفحه مثبت را حساب می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_E} W_{mg} + W_E = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$\frac{W_{mg} = (-)mgd}{W_E = -\Delta U_E = -q\Delta V} \rightarrow -mgd - q\Delta V = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$$

$$\frac{m = 2 \text{ g} = 2 \times 10^{-3} \text{ kg}, v_0 = 0, d = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}}{\Delta V = 20 \text{ V}, q = 40 \mu\text{C} = 40 \times 10^{-6} \text{ C}} \rightarrow (-)2 \times 10^{-3} \times 10 \times 0.2 - (-40 \times 10^{-6} \times 20) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-3} (v^2 - 0)$$

$$\Rightarrow -4 \times 10^{-4} + 8 \times 10^{-4} = 10^{-4} v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر، الکترونی را در میدان الکتریکی \vec{E} از نقطه A به سمت نقطه B پرتاب می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر در طی جابه‌جایی از نقطه

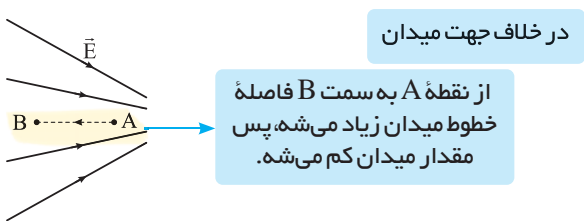
A تا نقطه B درست است؟

الف) کار کل انجام شده روی الکترون مثبت است.

ب) اندازه شتاب الکترون کاهش می‌یابد.

پ) انرژی پتانسیل الکترون افزایش می‌یابد.

ت) پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد.



(۴) پ و ت

(۳) ب و پ

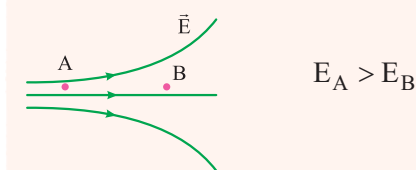
(۲) الف و ت

(۱) الف و ب

پاسخ: گزینه ۱

درس نامه

(۱) هر جا خطوط میدان الکتریکی متراکم‌تر باشد، بزرگی میدان الکتریکی در آن ناحیه قوی‌تر است.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

۲) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} از رابطه زیر به دست می آید:

اندازه میدان الکتریکی (N/C) حرکت در خلاف جهت میدان الکتریکی

$$\Delta V = \pm \vec{E} \cdot d \rightarrow (m) \text{ فاصله دو نقطه در راستای میدان}$$

حرکت در جهت میدان الکتریکی

نکته در راستای عمود بر خطهای میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی تغییر نمی کند.

۳) اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه از رابطه زیر به دست می آید:

تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی (J) $\Delta U_E \rightarrow$ اختلاف پتانسیل الکتریکی (V)

بار الکتریکی (C) $q \rightarrow$

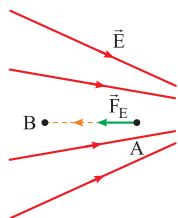
$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q}$$

تذکر در رابطه بالا، بار q با علامتش جای گذاری می شود.

۴) اگر بر ذره باردار فقط نیروی الکتریکی وارد شود، طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تغییرات انرژی مکانیکی آن صفر است و در نتیجه داریم:

$$\Delta E = 0 \rightarrow \Delta U_E + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta U_E = -\Delta K$$

یعنی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذره باردار که فقط تحت تأثیر میدان الکتریکی است، برابر با منفی تغییرات انرژی جنبشی آن است.



پاسخ تشریحی به شکل مقابل توجه کنید:

می دانیم نیروی الکتریکی ای که به بار منفی وارد می شود، در خلاف جهت میدان الکتریکی است؛ بنابراین در حرکت از نقطه A به سمت نقطه B، الکترون در جهت نیروی الکتریکی جابه جا شده است؛ در نتیجه کار میدان الکتریکی در این جابه جایی مثبت است. از طرفی چون کار کل انجام شده بر روی الکترون همان کار میدان الکتریکی است، کار کل نیز مثبت است. (مورد «الف» درست)

با توجه به این که تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی برابر با منفی کار میدان الکتریکی است، درمی یابیم انرژی پتانسیل الکتریکی کاهش می یابد (مورد «پ» نادرست). از طرفی برای بار منفی، علامت ΔU_E و ΔV مخالف هم هستند؛ بنابراین پتانسیل الکتریکی در این جابه جایی افزایش می یابد. (مورد «ت» نادرست)

با توجه به این که از نقطه A تا B تراکم خطوط میدان الکتریکی کم می شود، بنابراین بزرگی میدان الکتریکی و در نتیجه نیروی الکتریکی کاهش می یابد، بنابراین انتظار داریم با کم شدن نیروی خالص وارد بر الکترون، شتاب آن نیز کاهش یابد. (مورد «ب» درست)

به صورت دیگری هم می توان بررسی کرد:

حرکت در خلاف جهت میدان \leftarrow افزایش $V \leftarrow q < 0 \leftarrow$ کاهش $U \leftarrow W_E > 0$ (مورد «پ» و «ت» نادرست و مورد «الف» درست)

کاهش تراکم خطوط میدان \leftarrow کاهش $E \leftarrow$ کاهش $F_E \leftarrow$ کاهش a (مورد «ب» درست)

تست و پاسخ ۷۱

چگالی سطحی یک مکعب فلزی به ضلع 40 cm برابر با $2/5 \times 10^{-3} \mu\text{C}/\text{m}^2$ است. بار الکتریکی این مکعب چند نانوکولن است؟ (از تجمع

بار بر روی لبه ها چشم پوشی شود.)

$$A = 6a^2 = 6 \times (0/4)^2 = 0/96 \text{ m}^2$$

۲۴ (۴)

۱/۶ (۳)

۲/۴ (۲)

۰/۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

مشاوره بعضی وقتا ممکنه به سری پیزای ساده رو فراموش کرده باشین. فتماً مساهت های هندسی موم رو یاد بگیرید.

درس نامه •• چگالی سطحی بار

بار الکتریکی موجود در واحد سطح (m^2) چگالی سطحی بار الکتریکی (σ) نامیده می شود که از رابطه زیر به دست می آید:

بار الکتریکی (C) $Q \rightarrow$

مساحت سطح (m^2) $A \rightarrow$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \leftarrow$$

چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی طبق رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \frac{\sigma = 2/5 \times 10^{-9} \mu\text{C}/\text{m}^2 = 2/5 \times 10^{-9} \text{C}/\text{m}^2}{A = 6a^2 = 6 \times (0.4)^2 = 0.96 \text{m}^2} \rightarrow 2/5 \times 10^{-9} = \frac{Q}{0.96}$$

$$\Rightarrow Q = 2/4 \times 10^{-9} \text{C} = 2/4 \text{nC}$$

تست و پاسخ ۷۲

بار الکتریکی کره فلزی A، ۳ برابر بار الکتریکی کره فلزی B و شعاع کره A، $\frac{1}{4}$ برابر شعاع کره B است. چگالی سطحی بار الکتریکی کره A چند برابر چگالی سطحی بار الکتریکی کره B است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) ۶ (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۴

درس نامه

چگالی سطحی بار الکتریکی کره از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \rightarrow \text{شعاع کره (m)}$$

بار الکتریکی (C) $\rightarrow Q$ چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2) $\leftarrow \sigma$

پاسخ تشریحی طبق رابطه چگالی سطحی بار الکتریکی داریم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} \sigma = \frac{Q}{4\pi r^2} \Rightarrow \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{Q_A}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

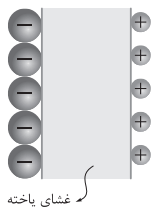
$$\xrightarrow{Q_A=3Q_B, r_A=\frac{1}{4}r_B} \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{3Q_B}{Q_B} \times \left(\frac{r_B}{\frac{1}{4}r_B}\right)^2 = 3 \times 4 = 12$$

تست و پاسخ ۷۳

یک یاختهٔ عصبی مطابق شکل به صورت یک خازن تخت مدل‌سازی می‌شود. به طوری که غشای یاخته به عنوان دی الکتریک و یون‌های باردار ناهمنام به عنوان بارهای روی صفحه‌های خازن عمل می‌کنند. اگر ثابت دی الکتریک غشا برابر با ۴، ضخامت آن ۱۰ nm و مساحت آن 10^{-10}m^2 باشد، برای آن که اختلاف پتانسیل ۱۶۰ mV ایجاد شود، چه تعداد یون یک بار یونیده با علامت مثبت روی یک وجه غشا باید قرار بگیرد؟

$$(e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C} \text{ و } \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{F/m})$$

- (۱) $1/2 \times 10^5$
 (۲) $1/2 \times 10^6$
 (۳) $3/6 \times 10^4$
 (۴) $3/6 \times 10^5$



مقدار بار الکتریکی صفحه مثبت طبق رابطه $q = ne$ معادل چه تعداد بار پایه است.

پاسخ: گزینه ۴

مشاوره این سؤال از کتاب درسی اومده. آگه احساس کردی برات غریبه‌اس، بدون که از کتاب فاصله گرفتی. روی سوالای کتاب درسی هتماً کار کن.

درس نامه

برای محاسبه ظرفیت خازن از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{ضریب گذردهی الکتریکی خلاء (F/m) یا } \left(\frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}\right)$$

$$\text{مساحت صفحه‌های خازن (m}^2\text{)} \rightarrow \epsilon_0 A \leftarrow \text{ظرفیت خازن (F)}$$

$$\text{فاصله صفحه‌های خازن (m)} \rightarrow d \leftarrow \text{ثابت دی الکتریک}$$

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

بار ذخیره‌شده در خازن همان مقدار بار موجود بر روی هر یک از صفحات خازن است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{ولتاژ خازن (V)} \rightarrow Q = CV \leftarrow \text{بار ذخیره‌شده در خازن (C)}$$

$$\text{ظرفیت خازن (F)}$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن غشا را به دست می آوریم:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\substack{\kappa=4, A=1 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \\ d=1 \cdot 10^{-8} \text{ m}}} C = \frac{4 \times 9 \times 10^{-12} \times 10^{-10}}{10^{-8}} = 3/6 \times 10^{-13} \text{ F}$$

گام دوم: بار ذخیره شده در خازن غشا را به دست می آوریم:

$$Q = CV \xrightarrow{V=16 \cdot 10^{-6} \text{ V}} Q = (3/6 \times 10^{-13} \times 16) C$$

گام سوم: با توجه به این که مقدار بار ذخیره شده در صفحه مثبت که همان بار ذخیره شده در خازن است، تعداد یون های یک بار یونیده که معادل همان بار پایه (e) است را به دست می آوریم:

$$q = ne \xrightarrow{q=Q=(3/6 \times 16 \times 10^{-13}) C} 3/6 \times 16 \times 10^{-13} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3/6 \times 10^5$$

تست و پاسخ ۷۴

فاصله بین دو صفحه خازن تخت ۲۰ نانوفارادی، ۲ mm و انرژی ذخیره شده در آن ۴ μJ است. اندازه میدان الکتریکی بین دو صفحه خازن چند نیوتون بر کولن است؟

$2 \times 10^5 (4)$

$10^5 (3)$

$2 \times 10^4 (2)$

$10^4 (1)$

پاسخ: گزینه ۱

خوبت حل کنی بهتره اول ولتاژ خازن رو با داشتن انرژی و ظرفیت خازن حساب کن. بعدش با داشتن ولتاژ و حاصله صفحه های خازن، اندازه

میدان رو به دست بیار.

درس نامه

برای محاسبه انرژی ذخیره شده در خازن با استفاده از ولتاژ خازن (V) و ظرفیت خازن (C) از رابطه زیر استفاده می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \rightarrow \text{ولتاژ خازن (V)} \leftarrow \text{انرژی ذخیره شده در خازن (J)}$$

ظرفیت خازن (F)

اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات خازن از رابطه زیر به دست می آید:

$$E = \frac{V}{d} \rightarrow \text{ولتاژ خازن (V)} \leftarrow \text{میدان الکتریکی (V/m)}$$

فاصله بین صفحه های خازن (m)

پاسخ تشریحی گام اول: با استفاده از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ ، ولتاژ خازن را به دست می آوریم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\substack{U=4 \mu\text{J}=4 \times 10^{-6} \text{ J} \\ C=20 \text{ nF}=20 \times 10^{-9} \text{ F}}} 4 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-9} \times V^2$$

$$\Rightarrow V^2 = 400 \Rightarrow V = 20 \text{ V}$$

گام دوم: اندازه میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه های خازن را حساب می کنیم:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow{\substack{V=20 \text{ V} \\ d=2 \text{ mm}=2 \times 10^{-3} \text{ m}}} E = \frac{20}{2 \times 10^{-3}} = 10^4 \text{ V/m} = 10^4 \text{ N/C}$$

تست و پاسخ ۷۵

مساحت هر یک از صفحه های خازن تختی 2 cm^2 ، فاصله بین آنها 1 mm و ثابت دی الکتریک بین صفحه ها برابر با ۵ است. این خازن را به باتری با اختلاف پتانسیل 160 V وصل کرده و پس از شارژ شدن از آن جدا می کنیم.

اگر در این حالت، دی الکتریک بین صفحه های خازن را خارج کنیم، انرژی ذخیره شده در آن چند نانوژول و چگونه

چون ثابت دی الکتریک ۵ است، ظرفیت خازن $\frac{1}{5}$ برابر می شود.

$$\text{تغییر می کند؟ } \left(\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2} \right)$$

(۱) ۴۶۰۸، کاهش می یابد.

(۲) ۴۶۰۸، افزایش می یابد.

(۳) ۵۷۶۰، کاهش می یابد.

(۴) ۵۷۶۰، افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه

وقتی یک خازن شارژ شده را از باتری جدا کنیم، با تغییر ظرفیت خازن، بار ذخیره شده در آن ثابت می ماند. از طرفی طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ در این حالت انرژی ذخیره شده در خازن با ظرفیت خازن رابطه عکس دارد.

پاسخ تشریحی گام اول: ظرفیت خازن را در حالت اول به دست می آوریم:

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \xrightarrow{\substack{\kappa=5, A=2 \text{ cm}^2=2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \\ d=0.1 \text{ mm}=10^{-4} \text{ m}}} C_1 = \frac{5 \times 9 \times 10^{-12} \times 2 \times 10^{-4}}{10^{-4}} = 9 \times 10^{-11} \text{ F}$$

گام دوم: انرژی ذخیره شده در خازن را در حالت اول حساب می کنیم:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \xrightarrow{\substack{C=9 \times 10^{-11} \text{ F} \\ V=160 \text{ V}}} U_1 = \frac{1}{2} \times 9 \times 10^{-11} \times (160^2) = 1152 \times 10^{-9} \text{ J} = 1152 \text{ nJ}$$

گام سوم: می دانیم وقتی خازن شارژ شده را از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می ماند و طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ انرژی خازن با ظرفیت خازن رابطه عکس دارد؛ بنابراین با خارج کردن دی الکتریک ($\kappa = 5$) از بین صفحات خازن، ظرفیت آن $\frac{1}{5}$ برابر می شود و انرژی ذخیره شده در آن ۵ برابر می شود؛ بنابراین برای محاسبه تغییر انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{Q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} \xrightarrow{\substack{C_1 = \kappa_1 \\ C_2 = \kappa_2}} \frac{U_2}{1152} = 5 \Rightarrow U_2 = 5760 \text{ nJ}$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 = 5760 - 1152 = 4608 \text{ nJ}$$

بنابراین انرژی ذخیره شده در خازن به اندازه 4608 nJ افزایش می یابد.

حواستون باشه توی این سوالات هواسه سوال باشه. گفته انرژی چه قدر کم یا زیاد می شه. نه این که انرژی به چند می رسه. آگه اشتباه متوجه بشی

۴ رو انتخاب می کنی که دام تستیه.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

شیمی دوازدهم: صفحه‌های ۶۷ تا ۷۵

تست و پاسخ ۷۶

جدول زیر درصد مواد سازنده نمونه‌ای خاک رس را نشان می‌دهد. اگر D فراوان‌ترین ترکیب یونی موجود در آن باشد، کدام مطلب درست است؟ ($\text{Fe} = ۵۶, \text{O} = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$)

ماده	D	A	H_2O	Na_2O	Fe_2O_3	X	Au و دیگر مواد
درصد جرمی			۱۳/۳۲	۱/۲۴	۰/۹۶	۰/۴۴	۰/۱

- (۱) A و D به ترتیب سیلیسیم دی‌اکسید و آلومینیم (III) اکسید نام دارند.
 (۲) هنگام پختن این خاک رس برای تهیه سفالینه، درصد جرمی آب موجود در آن کاهش و درصد جرمی سایر مواد ثابت می‌ماند.
 (۳) در بین ۶ ماده فراوان‌تر این نمونه خاک، برای دو ماده می‌توان واژه فرمول مولکولی به کار برد.
 (۴) دلیل سرخی خاک رس، ماده Fe_2O_3 است که در یک نمونه $۲/۴$ کیلوگرمی از این خاک، ۱۴۴ میلی‌مول از آن وجود دارد.

پاسخ گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) مواد A و D به ترتیب سیلیسیم دی‌اکسید (SiO_2) و آلومینیم اکسید (Al_2O_3) هستند.

نکته برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی که فلز سازنده آن، چند نوع کاتیون در طبیعت تشکیل می‌دهد، بعد از نام کاتیون، بار کاتیون را با اعداد رومی نشان می‌دهیم. برای مثال: فلز آهن، دو کاتیون Fe^{2+} و Fe^{3+} تشکیل می‌دهد و نام دو ترکیب یونی حاوی آن به صورت زیر است:
 آهن (III) اکسید: Fe_2O_3 ، آهن (II) اکسید: FeO

اما برای نام‌گذاری ترکیب‌های یونی که کاتیون سازنده آن فقط یک نوع کاتیون پایدار دارد، استفاده از اعداد رومی، جایز نیست!

آلومینیم اکسید: Al_2O_3 سدیم کلرید: NaCl کلسیم فلوئورید: CaF_2

- (۲) هنگام حرارت‌دادن خاک رس (پختن خاک رس)، از جرم آب موجود در آن و جرم کل خاک رس کاسته می‌شود، اما جرم سایر اجزای سازنده خاک ثابت می‌ماند؛ پس درصد جرمی آب کاهش می‌یابد و درصد جرمی سایر مواد سازنده خاک رس افزایش خواهد یافت.
 (۳) در بین ۶ ماده فراوان‌تر خاک رس (MgO و Fe_2O_3 ، Na_2O ، H_2O ، Al_2O_3 ، SiO_2)، فقط H_2O ماده مولکولی است.

نکته برای مواد یونی و کووالانسی، واژه‌هایی مانند فرمول مولکولی، ماده مولکولی و نیروهای جاذبه بین مولکولی استفاده نمی‌شود. این واژه‌ها فقط برای توصیف مواد مولکولی به کار می‌روند.

(۴) آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) به رنگ قرمز است و دلیل سرخی خاک رس حضور این ماده می‌باشد. با توجه به جدول داده‌شده، در ۱۰۰ گرم از خاک رس، $۰/۹۶$ گرم Fe_2O_3 وجود دارد؛ بنابراین داریم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$۲/۴ \text{ kg خاک} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ g}}{۱ \text{ kg}} \times \frac{۰/۹۶ \text{ g Fe}_2\text{O}_3}{۱۰۰ \text{ g خاک}} \times \frac{۱ \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{۱۶۰ \text{ g Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ mmol Fe}_2\text{O}_3}{۱ \text{ mol Fe}_2\text{O}_3} = ۱۴۴ \text{ mmol Fe}_2\text{O}_3$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد جرمی} \times \text{جرم مخلوط}}{۱۰۰} = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۲/۴ \times ۱۰^۳ \times ۰/۹۶}{۱ \times ۱۶۰} = \frac{x}{۱ \times ۱} \Rightarrow x = ۰/۱۴۴ \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 = ۱۴۴ \text{ mmol Fe}_2\text{O}_3$$

$\frac{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}{\text{خاک رس}} = \frac{\text{مول}}{\text{Fe}_2\text{O}_3}$

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۷

چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟ SiO_2

- در سیلیسیم همانند سیلیس، هر اتم با چهار پیوند اشتراکی، به چهار اتم دیگر متصل است.
- سیلیسیم خالص (کوارتز) که شفاف و درخشان است، در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.
- از جمله شباهت‌های سیلیس و سیلیسیم، وجود پیوند اشتراکی $\text{Si}-\text{Si}$ در ساختار آن‌ها است.
- سیلیس، فراوان‌ترین اکسید در سیاره زمین است.

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ گزینه ۲

همه عبارتهای داده شده نادرست‌اند.

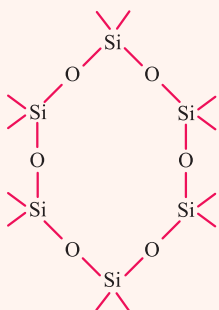
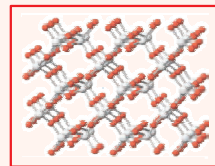
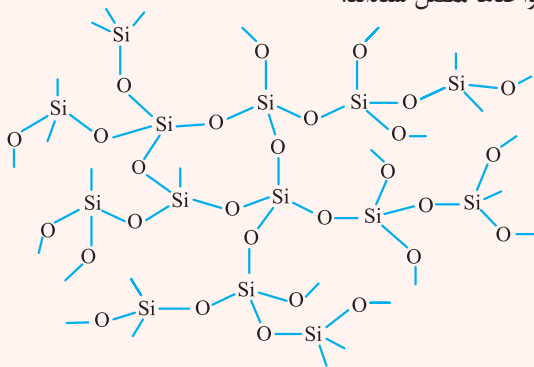
مشاوره در سال‌های اخیر، از متن کتاب درسی و شکل‌های کتاب عبارتهای درست / نادرست زیادی در کنکور سراسری مطرح می‌شود. احتمال طرح سؤالات شبیه این سؤال در کنکور خیلی زیاد است؛ پس بر شما واجب است که به متن کتاب شکل‌ها و نمودارها تسلط کافی داشته باشید.

درس نامه ..

(۱) سیلیس یکی از مواد اصلی سازنده خاک رس است. این ماده علاوه بر خاک رس، یکی از سازنده‌های اصلی بسیاری از سنگ‌ها، صخره‌ها، شن و ماسه است. از آن‌جا که SiO_2 یک جامد کووالانسی است و سختی و استحکام بالایی دارد، وجود آن باعث استحکام و ماندگاری سازه‌های سنگی و نقشکننده‌های روی آن‌ها شده است.

(۲) سیلیسیم پس از اکسیژن، فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است؛ به طوری که ترکیب‌های مختلف این دو عنصر، بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند؛ از این رو سیلیس (SiO_2)، فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین به شمار می‌رود؛ کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

(۳) ساختار سیلیس نشان می‌دهد این ماده شامل شمار بسیار زیادی از اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$ است و ساختاری به هم پیوسته و غول‌آسا دارد. در ساختار سیلیس، هر اتم سیلیسیم به چهار اتم اکسیژن وصل است و بین دو اتم Si یک اتم O قرار دارد؛ یعنی اتم‌های سیلیسیم با پل‌های $\text{Si}-\text{O}-\text{Si}$ به دیگر واحدها متصل شده‌اند.



سیلیس از حلقه‌های چندضلعی ساخته شده است و در ساختار آن تنها پیوندهای اشتراکی $\text{Si}-\text{O}$ وجود دارد و در همه حلقه‌ها، شمار اتم‌های سیلیسیم با شمار اتم‌های اکسیژن برابر است.

(۴) سیلیس ماده‌ای دیرگداز است، یعنی در مقابل گرما و حرارت، مقاومت زیادی دارد و به آسانی ذوب نمی‌شود. پخته شدن نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی سیلیس دانست.

(۵) سیلیس خالص به دلیل شفاف بودن و داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.



SiO ₂	CO ₂	ماده	ویژگی
شبه فلزی	نافلزی	نوع اکسید	
کووالانسی	مولکولی	نوع ماده	
جامد	گاز	حالت فیزیکی در دمای اتاق	
زیاد	کم	سختی (در حالت جامد)	
زیاد	کم	نقطه ذوب	
نامحلول	محلول	انحلال پذیری در آب	

توجه Si₁₄، شبه فلزی از خانواده کربن (گروه ۱۴) است اما اکسیدهای این دو عنصر یعنی CO₂ و SiO₂ در خواص، کلی با هم تفاوت دارند. آله گفتین چرا؟! **آفرین درسته!** CO₂ جزء مواد مولکولی و SiO₂ جزء مواد کووالانسی است.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ساختار سیلیسیم مشابه الماس است، به طوری که هر اتم Si با ۴ اتم Si مجاور خود، ۴ پیوند اشتراکی یگانه تشکیل می‌دهد، اما در ساختار سیلیس (SiO₂)، هر اتم Si با ۴ پیوند یگانه به ۴ اتم O متصل شده است، اما هر اتم O با دو پیوند اشتراکی یگانه به دو اتم Si متصل می‌شود.

عبارت دوم: کوارتز، همان سیلیس خالص است، نه سیلیسیم خالص! همان‌طور که می‌دانید، کوارتز شفاف و درخشان است و از این‌رو در ساخت منشور و عدسی کاربرد دارد.

عبارت سوم: در ساختار سیلیس، پیوند اشتراکی Si—Si وجود ندارد و همه پیوندها به صورت Si—O—Si هستند.

عبارت چهارم: سیلیس، فراوان‌ترین اکسید در پوسته جامد زمین است، نه در کل سیاره زمین!

تست و پاسخ ۷۸



کدام مطلب درست است؟

- در یخ خشک، میان مولکول‌ها نیروی ضعیف واندروالسی و در کوارتز میان مولکول‌ها، پیوند قوی کووالانسی وجود دارد.
- ترکیبات گوناگون اکسیژن و سیلیسیم بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را می‌سازند.
- فرمول شیمیایی یکی از اکسیدهای کربن و سیلیسیم به ترتیب CO₂ و SiO₂ بوده و با توجه به هم‌گروه بودن C و Si، ساختار این دو ماده مشابه است.
- اکسیژن بعد از سیلیسیم، فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است.

پاسخ گزینه ۲

پاسخ تشریحی سیلیسیم و اکسیژن فراوان‌ترین عناصر در پوسته جامد زمین هستند؛ به طوری که ترکیب‌های گوناگون این دو عنصر بیش از ۹۰٪ پوسته جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) یخ خشک از مولکول‌های ناقصی CO₂ تشکیل شده است که میان این مولکول‌ها نیروی جاذبه ضعیف واندروالس برقرار است، اما کوارتز همان سیلیس (SiO₂) خالص است که یک جامد کووالانسی بوده و ساختار غول‌آسای شبکه‌ای دارد (واحدهای مجزای مولکولی در ساختار سیلیس وجود ندارد).

۲) با توجه به این که CO₂، ماده مولکولی و SiO₂، جامد کووالانسی است، ساختار این دو ماده با هم متفاوت است.

۳) اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوسته جامد زمین است. سیلیسیم بعد از اکسیژن، در رتبه دوم قرار دارد!

یادآوری در شیمی دهم خواندیم که فلز آهن فراوان‌ترین عنصر در سیاره زمین است.

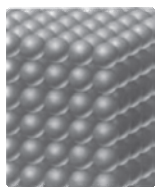
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۷۹

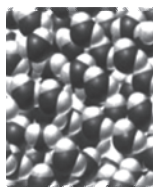
اگر مخلوطی شامل $\text{SiO}_2(\text{s})$ ، $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$ ، $\text{C}_6\text{H}_{14}(\text{l})$ ، $\text{Na}_2\text{O}(\text{s})$ ، $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s})$ ، $\text{MgO}(\text{s})$ ، $\text{Zn}(\text{s})$ ، $\text{HF}(\text{g})$ و $\text{Cl}_2(\text{g})$ را نخست جداسازی و سپس خلص سازی کنیم، به ترتیب از راست به چپ، چند مورد در حالت جامد، الگوی ساختاری مشابه الف و پ را دارند و برای توصیف چند ماده نمی توان واژه «نیروی بین مولکولی» را به کار برد؟

یعنی چندتا شون ماده مولکولی نیستند.



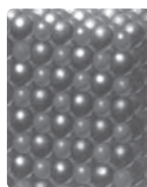
(پ)

۶ - ۲ - ۵ (۴)



(ب)

۵ - ۲ - ۵ (۳)



(الف)

۵ - ۱ - ۴ (۲)

۶ - ۱ - ۴ (۱)

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی

شکل های (الف)، (ب) و (پ) به ترتیب الگوی ساختاری مواد یونی، مولکولی و فلزی را نشان می دهند. در میان مواد داده شده، ۴ ماده یونی (MgO و Fe_2O_3 ، Na_2O ، Al_2O_3)، ۳ ماده مولکولی ($\text{C}_6\text{H}_{14}(\text{l})$ ، $\text{HF}(\text{g})$ و $\text{Cl}_2(\text{g})$) و یک ماده فلزی ($\text{Zn}(\text{s})$) وجود دارد؛ پس ۴ ماده دارای الگوی ساختاری (الف) و یک ماده دارای الگوی ساختاری (پ) است. از طرفی فقط برای مواد مولکولی می توان از واژه «نیروی بین مولکولی» استفاده کرد؛ بنابراین برای ۶ ماده ($\text{Na}_2\text{O}(\text{s})$ ، $\text{Al}_2\text{O}_3(\text{s})$ ، $\text{SiO}_2(\text{s})$)، $\text{MgO}(\text{s})$ و $\text{Zn}(\text{s})$ نمی توان از این واژه استفاده کرد.

تست و پاسخ ۸۰

کدام موارد از مطالب زیر، درست اند؟

(الف) از عناصر گروه ۱۴، تاکنون یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.
 (ب) در چندضلعی هایی که در ساختار سیلیس وجود دارد، شمار اتم های اکسیژن و سیلیسیم برابر است.
 (پ) نقطه ذوب SiO_2 نسبت به CO_2 کم تر است، زیرا شعاع اتمی سیلیسیم از کربن بیشتر است.
 (ت) از آن جا که آنالپی پیوند $\text{Si}-\text{O}$ از $\text{Si}-\text{Si}$ بیشتر است، Si در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل سیلیس وجود دارد.

(۴) پ - ت

(۳) الف - ب

(۲) الف - ت

(۱) ب - ت

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی

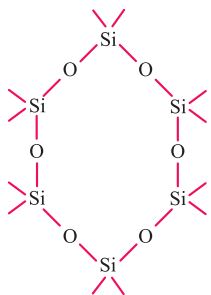
عبارت های «ب» و «ت» درست اند.

بررسی عبارت ها:

(الف) فلزهای گروه ۱۴ (مانند Sn و Pb) دارای یون تک اتمی هستند، ولی از نافلز C و شبه فلزهای Si و Ge تاکنون یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

توجه اتم های C ، Si و Ge در واکنش با سایر اتم ها تنها می توانند الکترون به اشتراک بگذارند.

(ب) مطابق شکل مقابل، در چندضلعی های موجود در ساختار سیلیس، به ازای هر اتم Si یک اتم O وجود دارد.





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(پ) SiO_2 یک ماده کووالانسی است و برای ذوب کردن آن، باید به پیوندهای اشتراکی قوی بین اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن غلبه کنیم، ولی CO_2 یک ماده مولکولی ناقطبی است که برای ذوب کردن آن باید به جاذبه بین مولکولی ضعیف واندوالسی غلبه کنیم. از این رو، نقطه ذوب SiO_2 نسبت به CO_2 بیشتر است.

(ت) با توجه به بیشتر بودن آنتالپی پیوند $\text{Si}-\text{O}$ نسبت به $\text{Si}-\text{Si}$ ، تمایل اتم Si برای تشکیل پیوند با اتم O بیشتر از تمایل آن برای تشکیل پیوند با اتم Si دیگر است؛ در نتیجه Si در طبیعت به طور عمده به شکل سیلیس (SiO_2) یافت می‌شود.

تست و پاسخ ۸۱

یک نمونه خاک رس دارای ۵۴ درصد جرمی سیلیس و ۱۹ درصد جرمی رطوبت است. اگر هنگام پختن این خاک برای تهیه سفال، درصد جرمی رطوبت به ۱۰ کاهش یابد، چند درصد جرمی سفال حاصل، سیلیسیم است؟

($\text{Si} = 28, \text{O} = 16; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

SiO_2	H_2O	۲۸ (۳)	۵۹ / ۳ (۲)	۶۰ (۱)
۲۷ / ۶ (۴)				

پاسخ گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره جرم خاک رس اولیه را ۱۰۰ گرم فرض کن و جرم آب خارج شده را برابر x گرم در نظر بگیر. پس جرم خاک رس پس از حرارت دادن برابر $100 - x$ گرم خواهد شد. حالا از روی درصد جرمی آب در نمونه نهایی، جرم آب خارج شده و جرم نهایی خاک رس را محاسبه کن و درصد جرمی سیلیسیم در خاک رس را به دست بیار.

پاسخ تشریحی گام اول: جرم رس اولیه را برابر ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم و جرم آب خارج شده را x گرم فرض می‌کنیم:

۵۴g SiO_2		حرارت دادن خروج x گرم آب	۵۴g SiO_2	
۱۹g H_2O	مواد دیگر		(۱۹ - x)g H_2O	مواد دیگر

گام دوم: جرم آب خارج شده (x) را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی آب} = \frac{\text{جرم آب باقی مانده}}{\text{جرم خاک رس نهایی}} \times 100 \Rightarrow 10 = \frac{19 - x}{100 - x} \times 100 \Rightarrow x = 10 \text{ g } \text{H}_2\text{O}$$

پس جرم خاک رس نهایی برابر 90 g ($100 - 10 = 90$) خواهد بود.

گام سوم: جرم سیلیسیم در خاک رس اولیه و نهایی برابر است؛ پس جرم این عنصر را در خاک رس اولیه حساب می‌کنیم:

$$? \text{ g Si} = 100 \text{ g رس} \times \frac{54 \text{ g } \text{SiO}_2}{100 \text{ g رس}} \times \frac{1 \text{ mol } \text{SiO}_2}{60 \text{ g } \text{SiO}_2} \times \frac{1 \text{ mol Si}}{1 \text{ mol } \text{SiO}_2} \times \frac{28 \text{ g Si}}{1 \text{ mol Si}} = 25 / 2 \text{ g Si}$$

گام چهارم: درصد جرمی سیلیسیم را در خاک رس نهایی به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی Si} = \frac{\text{جرم سیلیسیم}}{\text{جرم خاک رس نهایی}} \times 100 = \frac{25 / 2}{90} \times 100 = 28 \%$$

تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر، نادرست‌اند؟

- گرافیت و الماس از جمله جامدهای کووالانسی سه‌بعدی موجود در طبیعت هستند که در دما و فشار اتاق، به حالت جامدند.
- کربن و سیلیسیم، تنها عناصر سازنده جامدهای کووالانسی هستند.
- همه جامدهای کووالانسی به دلیل وجود پیوندهای اشتراکی در سرتاسر آنها، سخت و دیرگدازند.
- کربن و سیلیسیم، با تشکیل پیوندهای اشتراکی به آرایش هشت‌تایی می‌رسند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، دوم و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ساختار گرافیت به صورت لایه‌ای بوده و یک جامد کووالانسی با چینش دوبعدی اتم‌ها است.

عبارت دوم: کربن و سیلیسیم عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی هستند، نه تنها عناصر! برای مثال در ساختار سیلیس (SiO_2) که یک ماده کووالانسی است، اتم اکسیژن نیز وجود دارد.

عبارت سوم: به عنوان یک مثال نقض، گرافیت یک ماده کووالانسی بسیار نرم است.

عبارت چهارم: کربن و سیلیسیم فقط از طریق به اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش هشت تایی می‌رسند و از این دو عنصر هیچ یون تک‌اتمی شناخته نشده است.

تست و پاسخ ۸۳

گرافیت و الماس از جمله دگرشکل‌های طبیعی کربن هستند. چه تعداد از موارد زیر در دگرشکل پایدارتر نسبت به دگرشکل دیگر، بیشتر است؟

- ارزش سوختی
 - شمار پیوندهای اشتراکی در مول برابر
 - سختی
 - رسانایی الکتریکی
 - گرافیت
- ۱ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

پاسخ گزینه ۴

درس نامه در جدول زیر، ویژگی‌های الماس و گرافیت با یکدیگر مقایسه شده‌اند:

ویژگی	الماس	گرافیت
نماد و نام عنصر سازنده	C، کربن	C، کربن
نوع جامد	کووالانسی سه‌بعدی	کووالانسی دوبعدی
رنگ	شفاف	تیره
سختی یا نرمی	بسیار سخت	نرم
نقطه ذوب	بالا	بالا
رسانایی الکتریکی	ندارد	دارد
کاربردها	جواهرسازی، ساخت مت‌ابزار برش شیشه	مغز مداد و الکتروود
نوع پیوند میان اتم‌ها	اشتراکی	اشتراکی
تعداد پیوندهای هر اتم کربن	۴	۴
طول پیوند کربن - کربن	بلندتر	کوتاه‌تر
آنتالپی پیوند کربن - کربن	کم‌تر	بیشتر
شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن	۴	۳
چگالی	بیشتر	کم‌تر
پایداری	ناپایدارتر	پایدارتر
قدرمطلق آنتالپی سوختن	بیشتر	کم‌تر
گرمای ویژه	کم‌تر	بیشتر



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی گرفت از الماس پایدارتر بوده و در بین ویژگی‌های داده شده، فقط رسانایی الکتریکی گرفت از الماس بیشتر است.

بررسی موارد:

مورد اول: گرمای سوختن مولی الماس از گرفت بیشتر است. با توجه به برابر بودن جرم مولی گرفت و الماس و رابطه « $\frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} = \text{ارزش سوختی}$ »، ارزش سوختی الماس از گرفت بیشتر است.

مورد دوم: در مول برابر از الماس و گرفت، تعداد مول برابری از اتم‌های کربن وجود دارد و در هر دو آلوتروپ، هر اتم کربن با ۴ پیوند اشتراکی به اتم‌های کربن مجاور متصل می‌شود؛ پس تعداد پیوندهای اشتراکی در مول برابر از گرفت و الماس با هم برابر است.

توجه مطابق رابطه زیر، در یک مول گرفت همانند یک مول الماس، $\frac{4}{2} = 2$ مول پیوند اشتراکی وجود دارد.

$$\text{تعداد مول پیوند اشتراکی} = \frac{4 \times \text{تعداد مول}}{2}$$

مورد سوم: گرفت، نرم ولی الماس، ماده‌ای سخت است. مورد چهارم: گرفت رسانایی الکتریکی دارد، اما الماس نارسا است.

تست و پاسخ ۸۴

اگر در یک نمونه کود شیمیایی حاوی آمونیوم نیترات و اوره، درصد جرمی کربن ۱۲٪ باشد، چند درصد جرمی این کود شیمیایی را نیتروژن تشکیل می‌دهد؟ ($H = 1, C = 12, N = 14, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۴۲ (۴)

۲۸ (۳)

۱۴ (۲)

۷ (۱)

پاسخ گزینه ۴

خودت حل کنی بهتره مول آمونیوم نیترات را برابر x و مول اوره را برابر y فرض کن. با ضرب کردن جرم مولی هر یک از این مواد در مول آن‌ها، جرم آمونیوم نیترات برابر $80x$ و جرم اوره برابر $60y$ می‌شود. از روی درصد جرمی کربن، y را بر حسب x حساب کن و در نهایت درصد جرمی نیتروژن را به دست بیا!

پاسخ تشریحی گام اول: مول آمونیوم نیترات (NH_4NO_3) را برابر x و مول اوره ($CO(NH_2)_2$) را برابر y فرض می‌کنیم. همان‌طور که می‌دانیم، حاصل ضرب مول هر ماده در جرم مولی آن، برابر جرم ماده خواهد شد؛ پس می‌توان نوشت: $m_{NH_4NO_3} = 80x$ ، $m_{CO(NH_2)_2} = 60y$. بنابراین جرم کل مخلوط برابر با $(80x + 60y)$ گرم خواهد بود.

گام دوم: هر مول اوره در ساختار خود یک مول کربن دارد؛ پس y مول اوره دارای y مول کربن یا $12y$ گرم کربن می‌باشد و داریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times 100$$

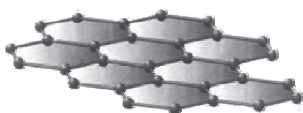
$$12 = \frac{12y}{80x + 60y} \times 100 \Rightarrow 80x + 60y = 100y \Rightarrow 80x = 40y \Rightarrow y = 2x$$

گام سوم: هر مول آمونیوم نیترات در ساختار خود، دو مول N دارد (x مول آمونیوم نیترات دارای $2x$ مول یا $28x$ گرم N است) و هر مول اوره نیز در ساختار خود دو مول N دارد (y مول اوره دارای $2y$ مول یا $28y$ گرم N است)؛ پس خواهیم داشت:

$$\text{درصد جرمی} N = \frac{28x + 28y}{80x + 60y} \times 100 \xrightarrow{y=2x} \text{درصد جرمی} N = \frac{8400x}{2000x} = 42\%$$

تست و پاسخ ۸۵

اگر در شکل زیر، گلوله‌ها نشان‌دهنده اتم کربن باشند، کدام مطلب درباره این ماده درست است؟



(۱) یک جامد کووالانسی شفاف است و مقاومت کششی آن ۵ برابر فولاد است.

(۲) برخلاف گرفت، بین همه اتم‌های آن پیوند اشتراکی وجود دارد و یک جامد کووالانسی انعطاف پذیر است.

(۳) تک‌لایه‌ای از گرفت به ضخامت ۱ مول اتم کربن است.

(۴) تهیه این ماده با استفاده از گرفت و نوار چسب نازک، امکان پذیر، اما دشوار است.

پاسخ گزینه ۲

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) شکل نشان داده شده، تک‌لایه‌ای از گرافیت یا همان گرافن است. گرافن یک جامد کووالانسی انعطاف‌پذیر و شفاف است و مقاومت کششی آن ۱۰۰ برابر فولاد هم‌جرم خود می‌باشد.
- ۲) در ساختار لایه‌ای گرافیت، میان لایه‌ها نیروی جاذبه واندروالسی ضعیف وجود دارد و هیچ پیوند اشتراکی بین اتم کربن یک لایه با اتم کربن لایه دیگر وجود ندارد.
- ۳) گرافن، تک‌لایه‌ای از گرافیت به ضخامت یک اتم کربن است.
- ۴) استفاده از گرافیت و نوار چسب، یک روش ساده برای تهیه گرافن می‌باشد.

تست و پاسخ ۸۶

کدام مطلب درباره الماس (A)، سیلیسیم کریید (X) و سیلیسیم (D) نادرست است؟

- ۱) آنتالپی پیوند موجود در ساختار D از A کم‌تر است.
- ۲) سختی، نقطه ذوب و پایداری X از A کم‌تر و از D بیشتر است.
- ۳) هر سه، جامد کووالانسی بوده و ساختار آن‌ها مشابه و سه‌بعدی است.
- ۴) در ساختار این ۳ ماده، در مجموع ۴ نوع پیوند اشتراکی وجود دارد.

پاسخ گزینه ۴

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) شعاع اتمی کربن از شعاع اتمی سیلیسیم کوچک‌تر است؛ پس ترتیب طول پیوند، قدرت پیوند و آنتالپی پیوند در الماس (A)، سیلیسیم کریید (X) و سیلیسیم (D) به صورت روبه‌رو خواهد بود: $Si - Si > Si - C > C - C$ ؛ طول پیوند
- ۲) از آن‌جا که ساختار سه ماده کووالانسی داده شده مشابه یکدیگر است، هر چه پیوندهای اشتراکی در ساختار یک جامد کووالانسی قوی‌تر باشد، نقطه ذوب و سختی آن بیشتر خواهد بود؛ بنابراین داریم: $Si - Si < Si - C < C - C$ ؛ قدرت پیوند (آنتالپی پیوند)
- ۳) هر ۳ ماده، جامد کووالانسی هستند و در ساختار آن‌ها هر اتم با ۴ اتم مجاور خود، ۴ پیوند اشتراکی یگانه تشکیل می‌دهد.
- ۴) در ساختار الماس، فقط پیوند $C - C$ ، در ساختار سیلیسیم کریید فقط پیوند $Si - C$ و در ساختار سیلیسیم فقط پیوند $Si - Si$ وجود دارد؛ یعنی در ساختار این ۳ ماده، در مجموع ۳ نوع پیوند اشتراکی وجود دارد.

تست و پاسخ ۸۷

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- مواد اولیه برای ساخت آثار باستانی افزون بر واکنش‌پذیری کم و پایداری زیاد، باید کمیاب باشند.
 - همه مواد سازنده خاک رس، اکسیدها هستند.
 - گرافن، گرافیت و یخ، هر سه دارای ساختارهای شش‌وجهی همانند کندوی زنبور عسل هستند.
 - در گرافیت، نیروی جاذبه بین اتم‌ها در هر لایه، در مقایسه با نیروی جاذبه بین اتم‌های دو لایه مجاور بیشتر است.
- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

پاسخ گزینه ۴

پاسخ تشریحی فقط عبارت چهارم درست است.

بررسی عبارت‌ها:

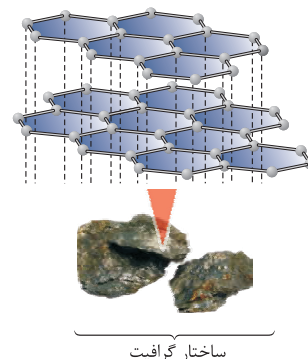
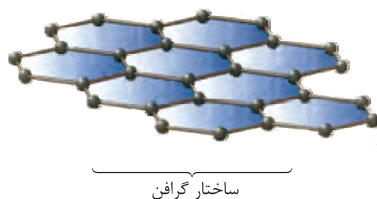
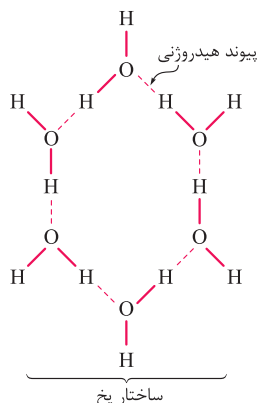
- عبارت اول: مواد اولیه برای ساخت آثار باستانی، افزون بر فراوانی و در دسترس بودن، باید واکنش‌پذیری کم، استحکام زیاد و پایداری مناسبی داشته باشند.
- عبارت دوم: اغلب مواد سازنده خاک رس، اکسیدها هستند. برای مثال در خاک رس، فلز طلا نیز یافت می‌شود که جزء اکسیدها به شمار نمی‌رود.



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت سوم: گرافن، گرافیت و یخ هر سه دارای ساختارهای شش ضلعی (نه شش وجهی!) همانند کندوی زنبور عسل هستند.



عبارت چهارم: در ساختار گرافیت، بین اتم‌های موجود در هر لایه، نیروی جاذبه از نوع پیوند اشتراکی (کووالانسی) است، اما بین اتم‌های دو لایه مجاور، جاذبه ضعیف واندوالسی وجود دارد.

تست و پاسخ ۸۸

نسبت شمار پیوندهای اشتراکی در n مول سیلیس چند برابر شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در n مول گرافیت است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

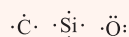
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه ۲

درس نامه

اتم‌های شرکت‌کننده در ساختار مواد کووالانسی مانند $\text{Si}(s)$ ، $\text{SiC}(s)$ ، $\text{SiO}_2(s)$ ، الماس، گرافیت و گرافن، به تعداد الکترون‌های ظرفیتی منفرد (تک) خود در تشکیل پیوند اشتراکی شرکت می‌کنند. برای شمارش تعداد الکترون‌های پیوندی، کافی است شمار هر اتم را در تعداد الکترون‌های منفرد آن ضرب کرده و با هم جمع بزنیم.



$$\text{تعداد الکترون پیوندی} = (\text{تعداد C} \times 4) + (\text{تعداد Si} \times 4) + (\text{تعداد O} \times 2)$$

دقت کنید که هر پیوند اشتراکی دارای دو الکترون (یک جفت‌الکترون) می‌باشد؛ پس برای تعیین تعداد پیوند اشتراکی کافی است تعداد الکترون‌های پیوندی را بر ۲ تقسیم کنیم.

پاسخ تشریحی در ساختار n مول سیلیس (SiO_2)، n مول Si و $2n$ مول O وجود دارد؛ بنابراین داریم:

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{\text{Si} + \text{O}}{2} = \frac{(n \times 4) + (2n \times 2)}{2} = 4n$$

$$\text{تعداد پیوند اشتراکی} = \frac{n \times 4}{2} = 2n$$

از طرفی، در ساختار n مول گرافیت، n مول C وجود دارد؛ بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } n \text{ مول سیلیس}}{\text{شمار پیوندهای اشتراکی در } n \text{ مول گرافیت}} = \frac{4n}{2n} = 2$$

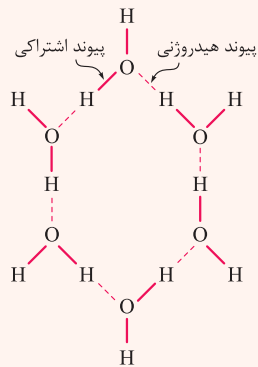
تست و پاسخ ۸۹

کدام مطلب درست است؟

- (۱) در ساختار یخ، هر اتم اکسیژن، دو پیوند کووالانسی و دو پیوند هیدروژنی با اتم‌های هیدروژن مولکول خود دارد.
- (۲) در یخ، هر مولکول آب به ۴ مولکول آب دیگر با پیوند اشتراکی متصل است و اتم‌های اکسیژن در رأس شش ضلعی‌ها قرار دارند.
- (۳) آب فقط در حالت جامد (یخ)، ساختار سه‌بعدی دارد.
- (۴) فقط در حالت جامد (یخ)، بین مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی قوی تشکیل می‌شود.

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



درس نامه در ساختار یخ، مولکول‌های آب با یک آرایش شش‌ضلعی شبیه کندوی زنبور عسل قرار می‌گیرند. در هر حلقه شش‌ضلعی، اتم‌های اکسیژن در رأس‌ها و اتم‌های هیدروژن در وسط ضلع‌ها قرار دارند.

- در هر حلقه، ۶ پیوند اشتراکی و ۶ پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- در هر حلقه، ۶ اتم اکسیژن و ۶ اتم هیدروژن وجود دارد.
- هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن پیوند اشتراکی و با دو اتم هیدروژن مولکول‌های مجاور خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.
- هر اتم هیدروژن با یک اتم اکسیژن پیوند اشتراکی و با یک اتم اکسیژن مولکول مجاور خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) هر اتم اکسیژن با دو اتم هیدروژن از مولکول‌های مجاور خود پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند. میان اتم‌های درون یک مولکول که پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود!
- ۲) در ساختار یخ، هر مولکول آب با ۴ مولکول آب دیگر پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند.
- ۳) آب فقط در حالت جامد، ساختار بلوری (شبکه‌ای سه‌بعدی) دارد.
- ۴) مولکول‌های آب در حالت مایع و جامد با مولکول‌های مجاور خود پیوند هیدروژنی قوی برقرار می‌کنند و در حالت گازی (بخار) به دلیل فاصله زیاد میان مولکول‌های آب، پیوندهای هیدروژنی بسیار ضعیف هستند.

تست و پاسخ ۹۰

چند مورد از مطالب زیر نادرست است؟

- رفتار فیزیکی مواد مولکولی به طور عمده به جرم و قطبیت آن‌ها بستگی دارد.
- رفتار شیمیایی مولکول اتین علاوه بر جفت‌الکترون‌های پیوندی، به جفت‌الکترون‌های ناپیوندی موجود در مولکول نیز بستگی دارد.
- به دلیل پایداری کم‌تر اوزون، آنتالپی تبخیر اوزون مایع کم‌تر از اکسیژن مایع است.
- ترکیب‌های آلی به یقین جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم تا چهارم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: رفتار فیزیکی مواد مولکولی (مانند نقطه جوش) به نوع و قدرت نیروهای جاذبه بین مولکول‌های آن‌ها وابسته است و قدرت نیروهای جاذبه بین مولکول‌ها نیز به طور عمده به قطبیت و جرم مولی آن‌ها بستگی دارد.

عبارت دوم: رفتار شیمیایی مواد مولکولی، به جفت‌الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی آن‌ها بستگی دارد، اما دقت کنید که در ساختار مولکول اتین ($H-C \equiv C-H$)، جفت‌الکترون ناپیوندی وجود ندارد.

عبارت سوم: اوزون (O_3) دارای مولکول‌های قطبی و اکسیژن (O_2) دارای مولکول‌های ناقطبی است؛ پس نیروی جاذبه بین مولکول‌های O_3 از این نیروها در O_2 قوی‌تر است و گرمای لازم برای تبخیر هر مول اوزون (آنتالپی تبخیر اوزون) بیشتر از گرمای لازم برای تبخیر هر مول اکسیژن (آنتالپی تبخیر اکسیژن) است.



اکسیژن

اوزون

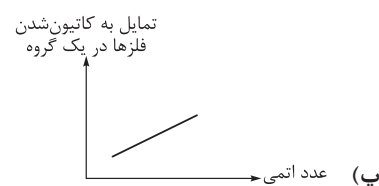
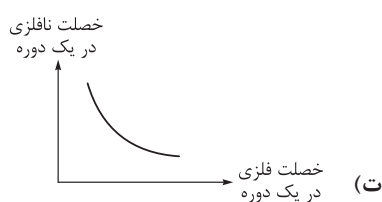
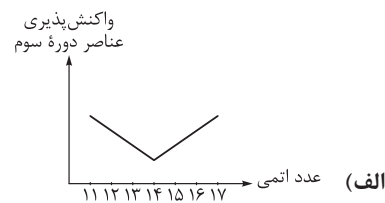
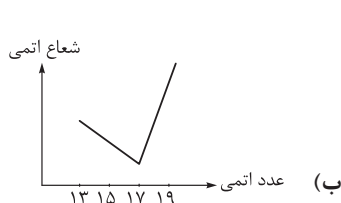
نکته پایداری یا واکنش‌پذیری کم، یکی از رفتارهای شیمیایی مواد است، ولی آنتالپی تبخیر از جمله رفتارهای فیزیکی مواد محسوب می‌شود.

عبارت چهارم: در کتاب درسی می‌خوانیم که اغلب ترکیب‌های آلی جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند؛ یعنی برخی ترکیب‌های آلی را نمی‌توان ماده مولکولی در نظر گرفت.



تست و پاسخ (۹۱)

چه تعداد از نمودارهای زیر درباره روند کلی کمیت‌های داده‌شده، درست است؟ (در مورد «ت» از گازهای نجیب صرف نظر کنید).



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه ۴

درس نامه ●● (روندهای تناوبی در دسته‌های s و p جدول دوره‌ای)

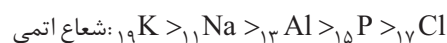
در یک دوره از چپ به راست	در یک گروه از بالا به پایین
شعاع اتمی عنصرها و اختلاف شعاع اتمی دو عنصر متوالی، کاهش می‌یابد.	شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد.
خصلت فلزی عنصرها کاهش می‌یابد.	خصلت فلزی عنصرها افزایش می‌یابد.
خصلت نافلزی عنصرها افزایش می‌یابد.	خصلت نافلزی عنصرها کاهش می‌یابد.
واکنش‌پذیری فلزها کاهش می‌یابد.	واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد.
واکنش‌پذیری نافلزها افزایش می‌یابد.	واکنش‌پذیری نافلزها کاهش می‌یابد.

پاسخ تشریحی همه نمودارها درست هستند.

بررسی نمودارها:

نمودار الف: در دوره سوم جدول دوره‌ای، از چپ به راست، خصلت فلزی (واکنش‌پذیری فلزها) کاهش می‌یابد و خصلت نافلزی (واکنش‌پذیری نافلزها) بیشتر می‌شود. در این دوره اگر از گاز نجیب صرف نظر کنیم، Si_{14} کم‌ترین واکنش‌پذیری را دارد.

نمودار ب: Al_{13} ، P_{15} و Cl_{17} در دوره سوم جدول دوره‌ای قرار دارند و در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، اما K_{19} در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد و شعاع اتمی آن از Na_{11} و در نتیجه از هر سه عنصر مورد نظر بزرگ‌تر است.



نمودار پ: در هر گروه از بالا به پایین، با افزایش شعاع اتمی، الکترون‌های ظرفیتی از هسته دورتر می‌شوند و کم‌تر تحت جاذبه هسته قرار دارند؛ در نتیجه اتم‌های فلزی راحت‌تر این الکترون‌ها را از دست داده و تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به کاتیون خواهند داشت.

نمودار ت: در هر دوره از جدول دوره‌ای، از چپ به راست، با کاهش خصلت فلزی، خصلت نافلزی افزایش می‌یابد؛ یعنی خصلت نافلزی با خصلت فلزی رابطه معکوس دارد.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



تست و پاسخ ۹۲

دربارهٔ عنصرهای ${}_{22}X$ ، ${}_{29}Y$ ، ${}_{30}M$ و ${}_{32}Z$ ، کدام مطلب درست است؟

(۱) هر دو عنصر X و Z ، ۴ الکترون ظرفیتی دارند و چکش خوار هستند.

(۲) شعاع اتمی و خصلت فلزی Y از M بیشتر است.

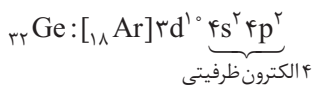
(۳) تمایل به کاتیون شدن در عنصر M از نخستین فلزی که یون پایدار آن آرایش سبک‌ترین گاز نجیب را دارد، بیشتر است.

(۴) تفاوت عدد اتمی عنصر Z ، با عنصرهای هم‌گروه قبل و بعد از خود در جدول دوره‌ای، یکسان است.

پاسخ گزینه ۴

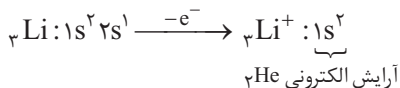
پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) عنصر X همان ${}_{22}Ti$ و Z همان ${}_{32}Ge$ است.



Ti یک عنصر فلزی و چکش خوار است، اما Ge یک عنصر شبه‌فلزی و شکننده است.

(۲) عنصر Y همان ${}_{29}Cu$ و عنصر M همان ${}_{30}Zn$ است. خصلت فلزی (واکنش‌پذیری) Cu از Zn کم‌تر است.



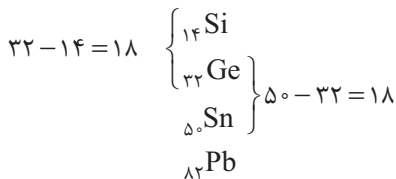
(۳) خصلت فلزی و تمایل به کاتیون شدن فلز ${}_{30}Zn$ (M) از ${}_{3}Li$ کم‌تر است.

(۴) ${}_{32}Ge$ (Z) در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای قرار دارد.

گروه ۱۴



${}_{6}C$



تست و پاسخ ۹۳

کدام گزینه در رابطه با عنصر طلا (${}_{79}Au$) نادرست است؟

(۱) از عناصر دسته d و هم‌گروه با عنصرهای مس (${}_{29}Cu$) و نقره (${}_{47}Ag$) است.

(۲) استخراج آن از طبیعت به خاطر مقدار بسیار کم آن در معادن و تولید پسماند زیاد، باعث آثار زیانبار زیست‌محیطی می‌شود.

(۳) برخلاف سایر فلزها، واکنش‌پذیری چندانی ندارد و شکل‌پذیر و چکش‌خوار نیست.

(۴) به خاطر امکان بازتاب زیاد پرتوهای خورشیدی، در لباس فضانوردان از آن استفاده می‌شود.

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

(۱) فلز طلا جزء فلزهای واسطه (دسته d) است و همانند ${}_{29}Cu$ و ${}_{47}Ag$ در گروه ۱۱ جدول دوره‌ای قرار دارد.

نکته برای بررسی هم‌گروه بودن یا نبودن چند عنصر، کافی است که تفاوت عدد اتمی آن‌ها با گاز نجیب هم‌دوره‌شان را بررسی کنیم. اگر تفاوت

عدد اتمی عنصرها با گاز نجیب هم‌دوره‌شان یکسان باشد، آن عنصرها به یک گروه جدول تعلق دارند؛ مثلاً ${}_{29}Cu$ ، ${}_{47}Ag$ و ${}_{79}Au$ هم‌گروه

هستند، زیرا تفاوت عدد اتمی هر سه عنصر با گاز نجیب هم‌دوره‌شان برابر ۷ است: $86 - 79 = 7$ ، $54 - 47 = 7$ ، $36 - 29 = 7$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

۲) درصد جرمی فلز طلا در سنگ معدن آن بسیار کم است و هنگام استخراج مقدار کمی از آن، پسماند بسیار زیادی تولید می‌شود که باعث آلودگی زیست‌محیطی می‌شود.

۳) طلا برخلاف اغلب فلزها (نه همه فلزها)، واکنش‌پذیری چندانی ندارد و بسیار نرم و چکش‌خوار است.

۴) کاملاً درسته!

تست و پاسخ ۹۴

چند مورد از مطالب زیر درباره فلزهای قلیایی خاکی جدول دوره‌ای، درست است؟

• نسبت به فلزهای قلیایی هم‌دوره خود، واکنش‌پذیری کم‌تری دارند.

• در این گروه از بالا به پایین، مقدار بار مثبت در هسته اتم افزایش می‌یابد.

• عضوی از آن‌ها که با هالوژن مایع جدول هم‌دوره است، سومین عنصر این گروه محسوب می‌شود.

• شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها با شمار الکترون‌ها در بیرونی‌ترین لایه الکترونی آن‌ها برابر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

Br_۲

پاسخ گزینه ۱

فلزهای قلیایی خاکی: Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra

هالوژن‌ها: F, Cl, Br, I, At

فلزهای واسطه: Transition metals

ns^۱, ns^۲, ns^۲np^۵

نکته: به فلزهای گروه اول و دوم جدول تناوبی به ترتیب

فلزهای قلیایی و فلزهای قلیایی خاکی گفته می‌شود. همچنین

عنصرهای گروه ۱۷ نیز تحت عنوان هالوژن‌ها شناخته می‌شوند.

پاسخ تشریحی: همه عبارتها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در هر دوره جدول دوره‌ای، از چپ به راست واکنش‌پذیری فلزها (خصلت فلزی) کاهش می‌یابد؛ پس هر فلز قلیایی خاکی از فلز قلیایی هم‌دوره خود (سمت چپ خود) واکنش‌پذیری کم‌تری دارد.

عبارت دوم: در گروه‌های جدول دوره‌ای، هر چه از بالا به پایین می‌رویم، تعداد پروتون‌های هسته افزایش یافته و بار مثبت هسته بیشتر می‌شود.

عبارت سوم: هالوژن مایع، همان برم (Br) است که در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارد و فلز قلیایی خاکی هم‌دوره با آن Ca_۲ است که پس از Be_۲ و Mg_{۱۲}، سومین عنصر گروه دوم جدول دوره‌ای می‌باشد.

عبارت چهارم: الکترون‌های ظرفیت عنصرهای گروه دوم در بیرونی‌ترین لایه الکترونی آن‌ها (ns^۲) قرار دارند.

تست و پاسخ ۹۵

بر اساس اطلاعات جدول داده‌شده، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

A	۲۱Y	X	۲۳M	نماد عنصر دوره چهارم
۷۰	۴۵	۶۵	۵۱	عدد جرمی
۴/۳۳	b	۱	a	نسبت شماره گروه به شمار الکترون‌های ظرفیت
e	d	۵۴	۲۳	مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های ظرفیتی

• اعداد a, b, d و e در جدول به ترتیب برابر با ۱, ۱, ۱۳ و ۱۳ است.

• مجموع شمار نوترون‌های عناصر X و Y برابر با ۵۹ است.

• آرایش الکترونی عنصر X برخلاف سه عنصر دیگر از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

• در بین ۴ عنصر داده‌شده، تنها یون پایدار عنصر Y به آرایش گاز نجیب قبل از خود می‌رسد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه ۳

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

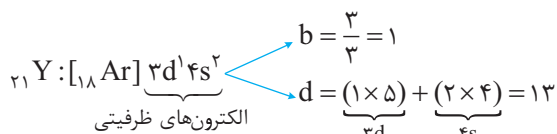
عبارت اول: اعداد a, b, d و e را به دست می‌آوریم:

$${}_{23}\text{M} : [{}_{18}\text{Ar}] 3d^3 4s^2 \Rightarrow a = \frac{\text{شماره گروه}}{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}} = \frac{5}{5} = 1$$

الکترون‌های ظرفیتی

نکته

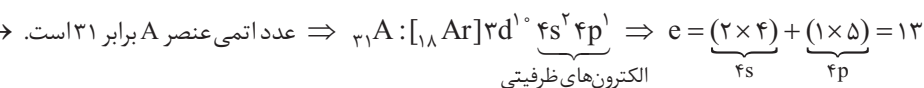
برای عنصرهای گروه ۱ تا ۱۲ جدول تناوبی، شمار الکترون‌های ظرفیتی با شماره گروه برابر است.



$$A : \frac{\text{شماره گروه}}{\text{شمار الکترون‌های ظرفیتی}} = 4 / 33 = 4 + \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$$

گروه ۱۳ الکترون ظرفیتی

عنصر A در دوره چهارم قرار دارد.



عبارت دوم: در اتم ${}_{45}^{24}\text{Y}$ ، $(45 - 21) = 24$ نوترون وجود دارد. برای پیدا کردن تعداد نوترون‌های X ، اول باید عدد اتمی آن را پیدا کنیم. عنصر X که مجموع $(n + l)$ الکترون‌های ظرفیت آن برابر ۵۴ است، فقط می‌تواند به دسته d دوره چهارم تعلق داشته باشد، زیرا برای عنصرهای دسته s و p ، این مقدار حداکثر برابر $8 (4s^2)$ و $38 (4s^2 4p^6)$ است.

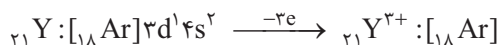
غیرقابل قبول $9/2 = x = \frac{46}{5} \Rightarrow x = \frac{46}{5} = 9/2$

قابل قبول $10 = x \Rightarrow x = 10$

پس عنصر X همان ${}_{29}\text{Cu}$ است و دارای ۳۶ نوترون می‌باشد. $(65 - 29 = 36)$

عبارت سوم: برخلاف ۳ عنصر ${}_{23}\text{M}$ ، ${}_{21}\text{Y}$ و ${}_{31}\text{A}$ ، آرایش الکترونی عنصر X (مس) از قاعده آفبا پیروی نمی‌کند.

عبارت چهارم: از بین عناصر داده شده، فقط آرایش الکترونی کاتیون پایدار ${}_{21}\text{Y}$ به آرایش گاز نجیب دوره قبل از خود می‌رسد:



عنصر M ، دو کاتیون پایدار M^{2+} و M^{3+} ، عنصر X ، دو کاتیون پایدار X^+ و X^{2+} و عنصر A ، کاتیون پایدار A^{3+} تشکیل می‌دهد. آرایش الکترونی هیچ‌یک از این یون‌ها، شبیه آرایش الکترونی گاز نجیب نیست.

تست و پاسخ ۹۶

کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) علت انجام پذیری واکنش ترمیت که در صنعت جوشکاری استفاده می‌شود، واکنش پذیری بیشتر آلومینیم از آهن است.

ب) رنگ قرمز به کاررفته در نقاشی، یکی از اکسیدهای فلز مس است.

پ) استخراج فلزها با استفاده از گیاهان برای برخی فلزها مانند روی و نیکل صرفه اقتصادی دارد.

${}_{21}\text{Sc}$

ت) اگر تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها در اتم ${}^{127}\text{M}$ برابر عدد اتمی نخستین عنصر واسطه جدول دوره‌ای باشد، M یک هالوژن است.

ت - الف (۱)

ب - ب (۲)

الف - الف (۳)

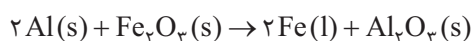
ب - ب (۴)

پاسخ گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) واکنش پذیری فلز آلومینیم از فلز آهن بیشتر است و در واکنش ترمیت، آلومینیم جایگزین آهن در Fe_2O_3 می‌شود:





پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

(ب) از یکی از اکسیدهای آهن (آهن (III) اکسید)، به عنوان رنگ قرمز در نقاشی استفاده می‌شود.
 (پ) استخراج فلزها با استفاده از گیاهان (روش گیاه‌پالایی) برای فلزهای روی و نیکل صرفه اقتصادی ندارد. از این روش برای استخراج فلزهایی مانند طلا و مس استفاده می‌شود که درصد فلز در سنگ معدن آن‌ها خیلی کم است.
 (ت) **روش اول:** عدد اتمی نخستین عنصر واسطه (اسکاندیم) برابر ۲۱ است؛ بنابراین داریم:

$$n - p = 21$$

$$n + p = 127$$

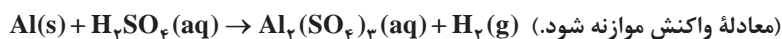
$$2n = 148 \Rightarrow n = 74, n - p = 21 \Rightarrow 74 - p = 21 \Rightarrow p = 53$$

$$\text{روش دوم: } \text{عدد اتمی} = \frac{\text{تفاوت شمار نوترون‌ها و پروتون‌ها} - \text{عدد جرمی}}{2} = \frac{127 - 21}{2} = 53$$

عدد اتمی ۵۳ مربوط به عنصر ید (I_{53}) می‌باشد که یک هالوژن است. به پور دریگه هم می‌شه گفت! از آن جا که عدد اتمی عنصر مورد نظر، یک واحد کم‌تر از گاز نجیب Xe $_{54}$ است، عنصر مورد نظر در گروه ۱۷ قرار دارد و یک هالوژن است.

تست و پاسخ ۹۷

بر اساس واکنش زیر، در صورت مصرف ۲۰۰ g آلومینیم با خلوص ۸۱٪، چند لیتر گاز هیدروژن با چگالی 0.08 g.L^{-1} تولید می‌شود؟
 ($Al = 27, H = 1; \text{g.mol}^{-1}$)؛ بازده واکنش را ۵۰ درصد در نظر بگیرید.)



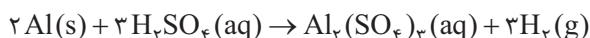
۵ / ۵۶ (۴)

۱۱ / ۲۵ (۳)

۱۸ (۲)

۹ (۱)

پاسخ گزینه ۳



پاسخ تشریحی ابتدا واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

گام اول: مقدار نظری حجم گاز هیدروژن را محاسبه می‌کنیم:

$$? L H_2 = 200 \text{ g Al} \times \frac{\text{خالص Al}}{100 \text{ g Al}} \times \frac{1 \text{ mol Al}}{27 \text{ g Al}} \times \frac{3 \text{ mol } H_2}{2 \text{ mol Al}} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{1 L H_2}{0.08 \text{ g } H_2} = 22.5 L H_2$$

گام دوم: مقدار عملی حجم گاز هیدروژن را حساب می‌کنیم.

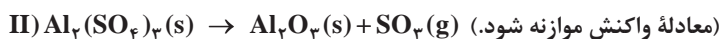
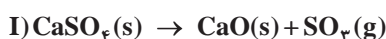
$$\text{مقدار نظری} \times \frac{\text{بازده درصدی واکنش}}{100} = \text{مقدار عملی} \Rightarrow 22.5 \times \frac{50}{100} = 11.25 L H_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{بازده درصدی} \times \text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{Al} = \frac{\text{حجم گاز} \times \text{چگالی گاز}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}_{H_2} \Rightarrow \frac{200 \times \frac{81}{100} \times \frac{50}{100}}{2 \times 27} = \frac{0.08 \times V(L)}{2} \Rightarrow V = 11.25 L H_2$$

تست و پاسخ ۹۸

در یک فرایند شیمیایی، مطابق واکنش (I)، ۳۰۰ گرم کلسیم سولفات با خلوص ۶۸ درصد تجزیه می‌شود. چند گرم آلومینیم سولفات با خلوص ۵۷ درصد مطابق واکنش (II) باید تجزیه شود تا میزان گاز تولیدشده در دو واکنش برابر باشد؟
 ($O = 16, Al = 27, S = 32, Ca = 40; \text{g.mol}^{-1}$)



۱۲۰۰ (۴)

۶۰۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

پاسخ گزینه ۲

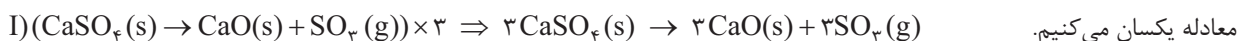
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



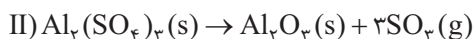
خودت حل کنی بهتره دو معادله را موازنه کن و ضریب ماده‌ای را که بین دو واکنش مشترک است، یکسان کن، سپس به کمک داده‌های

کلسیم سولفات، جرم آلومینیم سولفات را به دست بیاور!

پاسخ تشریحی گام اول: معادله دو واکنش را موازنه می‌کنیم و با ضرب کردن ضرایب معادله (ها) در اعداد مناسب، ضریب SO_3 را در دو



معادله یکسان می‌کنیم.



گام دوم: جرم آلومینیم سولفات ناخالص را حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{300 \text{ g } CaSO_4 \text{ ناخالص} \times \frac{68 \text{ g } CaSO_4 \text{ خالص}}{100 \text{ g } CaSO_4 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol } CaSO_4}{136 \text{ g } CaSO_4 \text{ خالص}} \times \frac{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3}{3 \text{ mol } CaSO_4} \times \frac{342 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol } Al_2(SO_4)_3} \times \frac{100 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \text{ ناخالص}}{57 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \text{ خالص}}}{}$$

$$= 300 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \text{ ناخالص}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} = \frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ناخالص}}{100} \Rightarrow \frac{300 \times \frac{68}{100}}{3 \times \frac{136}{2}} = \frac{x \times \frac{57}{100}}{1 \times \frac{342}{6}} \Rightarrow x = 300 \text{ g } Al_2(SO_4)_3 \text{ ناخالص}$$

تست و پاسخ ۹۹

پتاسیم دی کرومات با فرمول $K_2Cr_2O_7$ مطابق واکنش زیر در ظرفی سر باز تجزیه می‌شود. اگر نمونه‌ای به جرم $14/7$ گرم از آن را در

شرایط مناسب تجزیه کنیم و پس از مدتی جرم مخلوط واکنش به $14/46$ گرم برسد، درصد خلوص نمونه اولیه و جرم کروم (III) اکسید

تولید شده بر حسب گرم کدام است؟ ($Cr = 52, K = 39, O = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



$$0/76, 80(4)$$

$$1/52, 80(3)$$

$$0/76, 20(2)$$

$$1/52, 20(1)$$

پاسخ گزینه ۲

مشاوره یکی از تیپ مسائل پرتکرار در سوالات کنکور، مربوط به تجزیه یک ترکیب جامد و کاهش جرم مواد درون ظرف ناشی از خروج

فرآورده گازی می‌باشد.

خودت حل کنی بهتره جرم مواد درون ظرف پس از انجام واکنش ($14/46$ گرم) را از مقدار اولیه $K_2Cr_2O_7$ ($14/7$ گرم) کم کن

تا جرم گاز اکسیژن تولید شده به دست بیاید.

پاسخ تشریحی گام اول: معادله واکنش داده شده را موازنه می‌کنیم: $4K_2Cr_2O_7(s) \rightarrow 4K_2CrO_4(s) + 2Cr_2O_3(s) + 3O_2(g)$

گام دوم: جرم مخلوط پس از پایان واکنش را از جرم $K_2Cr_2O_7$ اولیه کم می‌کنیم تا جرم گاز O_2 تولید شده به دست آید.

$$m_{O_2} = 14/7 - 14/46 = 0/24 \text{ g } O_2$$

گام سوم: درصد خلوص واکنش دهنده را حساب می‌کنیم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل: جرم $K_2Cr_2O_7$ خالص مصرف شده در واکنش را از روی جرم O_2 محاسبه می‌کنیم و درصد خلوص نمونه

اولیه را به دست می‌آوریم.

$$0/24 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} \times \frac{4 \text{ mol } K_2Cr_2O_7}{3 \text{ mol } O_2} \times \frac{294 \text{ g } K_2Cr_2O_7}{1 \text{ mol } K_2Cr_2O_7} = 2/94 \text{ g } K_2Cr_2O_7 \text{ خالص}$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \text{درصد خلوص} = \frac{2/94}{14/7} \times 100 = 20\%$$



پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{درصد خلوص} \times \text{جرم ماده ناخالص}}{100} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{14/7 \times \frac{x}{100}}{4 \times 294} = \frac{0/24}{3 \times 32} \Rightarrow x = 20\%$$

گام چهارم: جرم Cr_2O_3 را از روی جرم O_2 حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$0/24 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{2 \text{ mol Cr}_2\text{O}_3}{3 \text{ mol O}_2} \times \frac{152 \text{ g Cr}_2\text{O}_3}{1 \text{ mol Cr}_2\text{O}_3} = 0/76 \text{ g Cr}_2\text{O}_3$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x}{2 \times 152} = \frac{0/24}{3 \times 32} \Rightarrow x = 0/76 \text{ g Cr}_2\text{O}_3$$

تست و پاسخ (۱۰۰)

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- در معادله واکنش استفاده شده در فولاد مبارکه برای استخراج آهن، مجموع ضرایب استوکیومتری مواد برابر ۱۲ است.
- در استخراج فلزها، تنها درصد کمی از سنگ معدن به صورت پسماند باقی می‌ماند.
- هرچند بازیافت فلزها مزایای زیادی دارد، اما سبب از بین رفتن بیشتر گونه‌های زیستی می‌شود.
- فلزهای واسطه، واکنش‌پذیری ناچیزی دارند و اغلب به شکل آزاد در طبیعت یافت می‌شوند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

پاسخ گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت اول درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در واکنش استخراج فلز آهن در فولاد مبارکه، مجموع ضرایب مواد برابر ۱۲ است:



عبارت دوم: در استخراج فلزها، درصد زیادی از سنگ معدن به صورت پسماند باقی می‌ماند.

عبارت سوم: یکی از مزایای بازیافت فلزها، از بین رفتن کمتر گونه‌های زیستی می‌باشد.

عبارت چهارم: فلزهای واسطه، واکنش‌پذیری کمتری نسبت به فلزهای اصلی دارند و برخی از آن‌ها (نه اغلب‌شان!) مانند Cu و Ag ، Au ، طبیعت به حالت آزاد یافت می‌شوند.

تست و پاسخ (۱۰۱)

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- نفت خام به شکل مایع غلیظ سیاه‌رنگ یا قهوه‌ای مایل به سبز است.
- حدود ۴۰ درصد نفت خام مصرفی برای تأمین گرما و سوخت وسایل نقلیه به کار می‌رود.
- در بین ترکیب‌های متان، اتان، کربن دی‌اکسید، هیدروژن سیانید، اتن و اتین، در ساختار دو ترکیب، فقط پیوندهای یگانه وجود دارد.
- در مدل فضاپرکن مولکول‌ها، اندازه اتم‌ها (شعاع اتمی) و نوع پیوند اشتراکی بین آن‌ها (یگانه، دوگانه یا سه‌گانه) قابل نمایش است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ گزینه ۲

پاسخ تشریحی عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

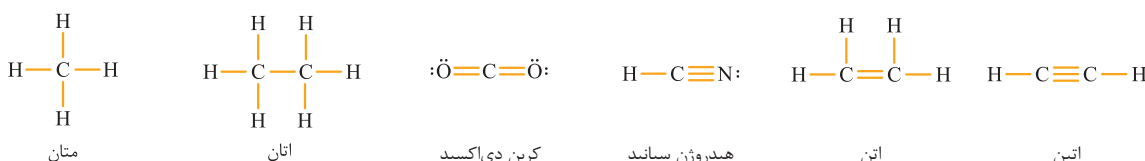
عبارت اول: نفت خام یکی از سوخت‌های فسیلی است که به شکل مایع غلیظ سیاه‌رنگ یا قهوه‌ای متمایل به سبز از دل زمین بیرون کشیده می‌شود.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت دوم: حدود نیمی (۵۰ درصد) از نفت استخراج شده از چاه‌های نفت، به عنوان سوخت در وسایل نقلیه استفاده می‌شود و کم‌تر از ۱۰ درصد آن برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی و ... به کار می‌رود؛ پس قسمت باقی‌مانده (حدود ۴۰ درصد)، برای تأمین گرما و انرژی الکتریکی مورد نیاز به کار می‌رود.

عبارت سوم: از بین ترکیب‌های داده شده، در ساختار دو ترکیب متان و اتان، فقط پیوندهای یگانه وجود دارد.



عبارت چهارم: در مدل فضاپرکن، اندازه اتم (شعاع اتمی) و نحوه قرارگیری اتم‌ها نسبت به هم در فضا (شکل هندسی) نمایش داده می‌شود، ولی نوع پیوندها (یگانه، دوگانه یا سه‌گانه) قابل نمایش نیست.

تست و پاسخ ۱۰۲

در ساختار آلکان راست‌زنجیری که برای سوختن کامل ۱ مول از آن به ۱۲/۵ مول گاز اکسیژن نیاز است، پیوند کربن - هیدروژن وجود دارد و فزایت این آلکان نسبت به دکان، است.

۱) ۱۸ - کم‌تر ۲) ۱۶ - کم‌تر ۳) ۱۸ - بیشتر ۴) ۱۸ - بیشتر

پاسخ گزینه ۲

نکات ۱ معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل آلکان‌ها به صورت مقابل است: $\text{C}_n\text{H}_{2n+2} + \left(\frac{3n+1}{2}\right)\text{O}_2 \rightarrow n\text{CO}_2 + (n+1)\text{H}_2\text{O}$

با توجه به ضرایب مولی در معادله موازنه‌شده، به ازای سوختن هر مول آلکان، $\frac{3n+1}{2}$ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود.

۲ در ساختار هر آلکان n کربنی، $(3n+1)$ پیوند اشتراکی وجود دارد که $(n-1)$ تای آن‌ها، پیوند $\text{C}-\text{C}$ و $(2n+2)$ تای آن‌ها پیوند $\text{C}-\text{H}$ هستند.

۳ با افزایش شمار اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر، قدرت نیروهای بین مولکولی، نقطه جوش، گرانی و چسبندگی آن‌ها افزایش می‌یابد، اما از میزان فزایت آن‌ها کاسته می‌شود.

پاسخ تشریحی در سوختن کامل هر مول آلکان، $\frac{3n+1}{2}$ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود:

$$\frac{3n+1}{2} = 12/5 \Rightarrow 3n+1=25 \Rightarrow n=8 \Rightarrow \text{C}_8\text{H}_{18}$$

$$\Rightarrow \text{C}-\text{H} = 18 = \text{شمار اتم‌های هیدروژن} = \text{شمار پیوند C}-\text{H}$$

با توجه به نکته گفته شده، فزایت آلکان ۸ کربنی (اوکتان) از آلکان ۱۰ کربنی (دکان) بیشتر است.

تست و پاسخ ۱۰۳

کدام موارد از مطالب زیر درباره ترکیبی با فرمول $(\text{CH}_3)_3\text{CC}(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{CH}(\text{CH}_3)_2$ درست است؟ ($\text{H}=1, \text{C}=12: \text{g.mol}^{-1}$) الف) نام آن ۳، ۳ - دی‌اتیل - ۴، ۴ - تری‌متیل پنتان است.

ب) با جایگزینی گروه‌های CH_3 در ساختار آن با اتم هیدروژن، نام آن ۲، ۲ - دی‌متیل پروپان خواهد شد.

پ) ۲۵ درصد جرمی آن را اتم هیدروژن تشکیل می‌دهد.

ت) در ساختار پیوند - خط آن، ۱۱ خط نشان داده می‌شود.

الف - ۱) ۲) پ - ت ۳) ب - ت ۴) الف - پ

پاسخ گزینه ۳



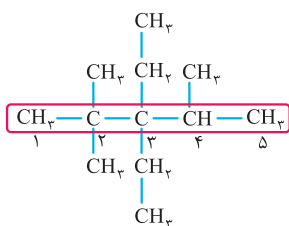
پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

پاسخ تشریحی عبارتهای «ب» و «ت» درست هستند.

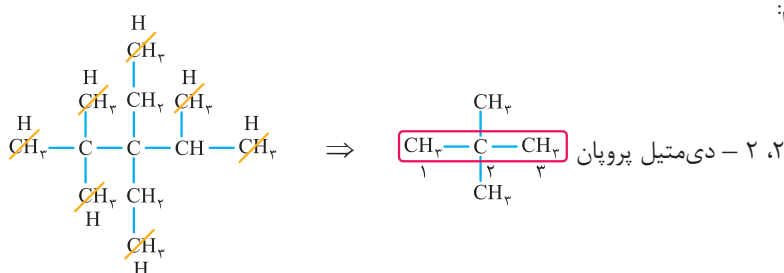
بررسی عبارتهای:

الف) فرمول ساختاری گسترده ترکیب داده شده را رسم کرده و آن را نام گذاری می کنیم. دقت کنید چون از سمت چپ زنجیر اصلی، زودتر به دومین شاخه فرعی می رسیم، شماره گذاری باید از سمت چپ زنجیر اصلی شروع شود.



۳،۳ - دی اتیل - ۴،۲،۲ - تری متیل پنتان

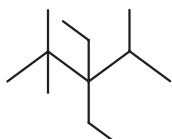
ب) همه گروه های CH_3 را با H جایگزین می کنیم:



پ) فرمول مولکولی ترکیب داده شده $\text{C}_{12}\text{H}_{26}$ است؛ بنابراین داریم:

$$\text{درصد جرمی H} = \frac{\text{جرم H}}{\text{جرم C}_{12}\text{H}_{26}} \times 100 = \frac{26 \times 1}{(12 \times 12) + (26 \times 1)} \times 100 \approx 15.3\%$$

ت) فرمول ساختاری پیوند - خط ترکیب داده شده به صورت زیر است و برای رسم آن از ۱۱ خط استفاده شده است.



نکته برای رسم ساختار پیوند - خط یک آلکان n کربنی، به (n-1) خط نیاز است.

تست و پاسخ ۱۰۴

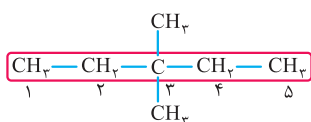
- یک آلکان هفت کربنی، در ساختار خود ۴ گروه CH_3 و ۲ گروه CH_2 دارد. بر این اساس، چند مورد از مطالب زیر درباره آن درست است؟
- مجموع شماره شاخه های فرعی آن می تواند ۴ یا ۶ باشد.
 - می تواند بیش از دو شاخه فرعی داشته باشد.
 - به یقین زنجیره اصلی آن دارای ۵ کربن است.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ گزینه ۳

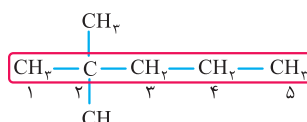
پاسخ تشریحی عبارتهای اول، دوم و سوم درست است.

بررسی عبارتهای:

عبارت اول: برای آلکان با اطلاعات داده شده فقط دو ساختار زیر را می توان رسم کرد:



۳،۳ - دی متیل پنتان



۲،۲ - دی متیل پنتان

در این دو ترکیب، مجموع شماره شاخه های فرعی به ترتیب برابر ۴ (ترکیب سمت راست) و ۶ (ترکیب سمت چپ) است.

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت دوم: ترکیبات مورد نظر همانند ۳- اتیل پنتان (C_7H_{16})، جزء آلکان‌های هفت‌کربنی هستند.
عبارت سوم: در هر دو ساختار ممکن، زنجیر اصلی ۵ کربنی است.
عبارت چهارم: در هر دو ساختار، فقط ۲ شاخه فرعی متیل وجود دارد.

تست و پاسخ ۱۰۵

در دمای $22^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر، مخلوطی با شمار مول‌های برابر از آلکان‌های راست‌زنجیر گازی شکل وجود دارد. اگر در اثر سوختن کامل این مخلوط، 176 گرم گاز تولید شود، مجموع شمار مول هیدروکربن‌ها و درصد جرمی آلکانی با نقطه جوش بالاتر در این مخلوط، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)

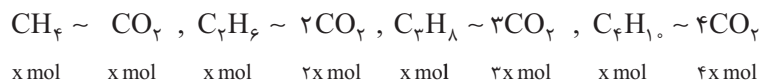
۱۰/۸, ۱/۶ (۴) ۳۹/۲, ۱/۶ (۳) ۱۰/۸, ۰/۴ (۲) ۳۹/۲, ۰/۴ (۱)

پاسخ گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره در دما و فشار داده شده، فقط آلکان‌های ۱ تا ۴ کربنی راست‌زنجیر به صورت گازی شکل هستند. کافیه تعداد مول هر یک از این آلکان‌ها را x در نظر بگیری و با محاسبه جرم کل گاز CO_2 تولیدشده در واکنش سوختن آلکان‌ها و برابر قرار دادن مجموع آن‌ها با 176 ، مقدار x را به دست بیاوری و به خواسته‌های سؤال بررسی! دقت کنید که آب تولیدشده در واکنش سوختن آلکان‌ها، در دما و فشار داده شده به حالت مایع است.

پاسخ تشریحی

فقط ۴ آلکان اول (CH_4 ، C_2H_6 ، C_3H_8 و C_4H_{10}) در دمای $22^\circ C$ و فشار ۱ اتمسفر، به حالت گازند. تنها گاز تولیدشده در سوختن کامل این ترکیب‌ها در این دما و فشار، CO_2 است. از سوختن کامل هر مول هیدروکربن n کربنی، n مول CO_2 تولید می‌شود؛ پس اگر تعداد مول هر یک از گازها را x در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$\text{تولیدشده } CO_2 \text{ جرم مولی } = 44 g.mol^{-1} \rightarrow x + 2x + 3x + 4x = 10x$$

$$176 = 44 \times 10x \Rightarrow 440x = 176 \Rightarrow x = 0.4 \rightarrow \text{مجموع تعداد مول هیدروکربن‌ها} = 4 \times 0.4 = 1.6$$

در بین ۴ آلکان اول، آلکان ۴ کربنی نقطه جوش بالاتری دارد.

$$CH_4 \text{ جرم مولی} = 16 g.mol^{-1}$$

$$C_2H_6 \text{ جرم مولی} = 30 g.mol^{-1}$$

$$C_3H_8 \text{ جرم مولی} = 44 g.mol^{-1}$$

$$C_4H_{10} \text{ جرم مولی} = 58 g.mol^{-1}$$

$$C_4H_{10} \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم } C_4H_{10}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{0.4 \times 58}{0.4 \times (16 + 30 + 44 + 58)} \times 100 = \frac{2900}{74} \approx 39.2\%$$

دقت کنید که نیازی به محاسبه دقیق کسر بالا ($\frac{2900}{74}$) نیست. طبق گزینه‌ها، حاصل این کسر یا $39/2$ است یا $10/8$! با به نگاه معلومه

که جواب، عددی بالاتر از 30 است، زیرا حتی حاصل ضرب 30×74 می‌شود حدود 22100 در حالی که ما می‌خواهیم به عدد 2900 برسیم!