



ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

آزمون  
دهم  
حضور

دترچه شماره ۱



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی صفحه ۳۳ تا ۵۹</p> <p>هندسه یازدهم هندسه (۲): فصل سوم: روابط طولی در مثلث صفحه ۶۱ تا ۷۷</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل سوم: ترکیبیات (شمارش) (تا ابتدای فعالیت صفحه ۵۹)</p> <p>صفحه ۵۵ تا ۵۹</p> <p>آمار و احتمال فصل دوم: احتمال صفحه ۳۹ تا ۷۲</p> <p>ریاضی دهم ریاضی (۱): فصل هفتم: آمار و احتمال (تا ابتدای مقدمه‌ای بر علم آمار، جامعه و نمونه) صفحه ۱۴۱ تا ۱۵۱</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل چهارم: مشتق (درس ۲ و ۳) صفحه ۸۴ تا ۱۱۰</p> <p>حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل سوم: توابع نمایی و لگاریتمی صفحه ۷۱ تا ۹۰</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی:      • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com



حسابان دوازدهم: صفحه‌های ۸۴ تا ۱۱۰

۱-  $f$  یک چندجمله‌ای از درجه دوم با شرط  $f''(x) < 0$  است، به طوری که  $f'(x) = 8x^2 - 12x - 3$  مقدار  $f'of'(2)$  چه عددی است؟

- (۱)  $-63/5$  (۲)  $-66/5$  (۳)  $-53/5$  (۴)  $-51/5$

۲-  $f$  تابعی مشتق‌پذیر است، به طوری که  $g(x) = f(4 \cos^2 x + 3 \tan x)$  اگر  $g'(\frac{3\pi}{4}) = 3$ ، آن‌گاه مقدار  $f'(-1)$  چه عددی است؟

- (۱)  $-0/6$  (۲)  $0/6$  (۳)  $0/3$  (۴)  $-0/3$

۳- با فرض آن که  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$  باشد، باقی‌مانده تقسیم  $f'(x)$  بر  $f''(x)$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $-\frac{9}{2}$  (۴)  $-\frac{7}{2}$

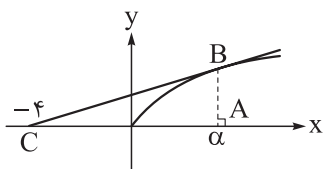
۴- هرگاه  $g(0) = 2$  و  $f'(0) = 4$ ، به طوری که  $f(2x) = 8x - 2g^2(3x)$  باشد، مقدار  $\frac{g''(0)}{f''(0)}$  چه عددی است؟

- (۱)  $\frac{1}{54}$  (۲)  $-\frac{1}{54}$  (۳)  $-\frac{1}{216}$  (۴)  $\frac{1}{216}$

۵- هرگاه  $f(x) = 6x + \frac{a}{x}$ ، به طوری که  $f'(1) = f''(1)$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

۶- نمودار  $y = \sqrt{x}$  و خط مماس بر آن در نقطه  $x = \alpha$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟



(۱)  $5\sqrt{6}$

(۲)  $\frac{12}{\sqrt{2}}$

(۳) ۸

(۴)  $7\sqrt{3}$

۷- حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x \cos^2 h + \sin^2 x \sin^2 h - \cos^2 x}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $-6 \sin 2x$  (۲)  $-2 \sin 2x$  (۳)  $6 \sin 2x$  (۴)  $-3 \sin 2x$

محل انجام محاسبات

۸- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$  در بازه  $[1, a]$ ، با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = 4$  برابر است. مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{11}{6}$  (۲)  $\frac{23}{6}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{7}{3}$

۹- استوانه‌ای درون یک کره به شعاع ۴ محاط شده است. به طوری که حجم استوانه تابعی از ارتفاع آن است. آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم استوانه در صورتی که ارتفاع استوانه برابر با ۴ باشد، چه عددی است؟

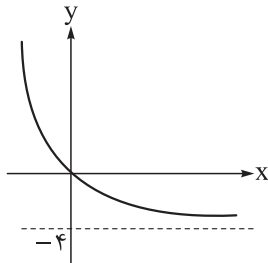
- (۱)  $2\pi$  (۲)  $8\pi$  (۳)  $12\pi$  (۴)  $4\pi$

حسابان یازدهم: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰

۱۰- نمودار دو تابع  $y = 9^x - 1$  و  $y = 4 \times 3^x - 4$ ، در نقاط A و B متقاطع هستند. طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{59}$  (۲)  $\sqrt{53}$  (۳)  $\sqrt{65}$  (۴)  $\sqrt{63}$

۱۱- نمودار وارون تابع  $f(x) = -\log_2(ax + b)$  به صورت زیر است. مقدار  $f^{-1}(-3)$  چه عددی است؟



- (۱) ۲۱  
(۲)  $\frac{14}{3}$   
(۳) ۱۴  
(۴) ۲۸

۱۲- فرض کنیم  $f(x) = \log_2 4x$  باشد. در این صورت نمودار تابع  $y = 2f\left(\frac{2}{x}\right)$  بر کدام تابع منطبق است؟

- (۱)  $10 - 2f(x)$  (۲)  $8 - 3f(x)$  (۳)  $6 - f(x)$  (۴)  $8 + 2f(x)$

۱۳- اگر تابع  $f$  به صورت  $f(x) = x - [x]$  باشد و مقدار  $f(\log_2 24)$  با  $f(\log_2 n)$  برابر باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۹۶ (۳) ۵۴ (۴) ۳۶

۱۴- معادله  $\log_{\sqrt{x}} k + 2 \log_k 2x = 3$  علاوه بر  $x = 4$ ، ریشه دیگر برابر با  $\alpha$  دارد. مقدار  $\alpha$  چه عددی است؟

- (۱) ۸ یا ۲ (۲) ۱۶ یا ۲ (۳) ۸ یا ۱۶ (۴) فقط ۱۶

محل انجام محاسبات

۱۵- هرگاه  $\log_2(2a + b) = \log_2 4a = \log_3 3b$ ، مقدار  $\frac{2}{b} + \frac{1}{a}$  چه عددی است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۹

۱۶- اختلاف ریشه‌های معادله  $\log_2(3 \times 2^x - 4) = 2x - 1$  با یکدیگر چه عددی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۷- اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x + 1}$  باشد، مقدار  $f(1) + g(\frac{1}{9})$  چه عددی است؟

- (۱) ۵ (۲)  $\frac{13}{3}$  (۳)  $\frac{28}{3}$  (۴) ۶

۱۸- دوچرخه‌ای در هر روز ۴ درصد باد موجود در لاستیک خودش را از دست می‌دهد. چه قدر طول می‌کشد تا باد

دوچرخه به  $\frac{1}{5}$  باد اولیه خود برسد؟ ( $\log 3 = 0.47$ ,  $\log 2 = 0.3$ )

- (۱)  $\frac{80}{3}$  روز (۲) ۲۵ روز (۳) ۲۴ روز (۴)  $\frac{70}{3}$  روز

ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹، آمار و احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۷۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱

۱۹- یک تاس را دوبار پرتاب کرده‌ایم. چند پیشامد از فضای نمونه‌ای این آزمایش شامل حداقل یک بار ظاهر شدن عدد ۶ است؟

- (۱) ۲۲۵ (۲)  $20 \times 47 \times 25$  (۳) ۲۱ (۴) ۱۱

۲۰- هر یک از اعداد دورقمی که با ارقام ۲، ۳ و ۴ و بدون تکرار رقم می‌توانیم بسازیم را روی یک کارت می‌نویسیم. تمام کارت‌ها را درون یک کیسه قرار می‌دهیم و به تصادف دو کارت از این کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع اعداد دو کارت خارج شده بر ۳ بخش پذیر است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، «مجموع دو عدد رو شده برابر با ۸» یا «هر دو عدد رو شده، فرد» است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{5}{36}$  (۴)  $\frac{1}{18}$

محل انجام محاسبات

۲۲- سکه‌ای پرتاب می‌کنیم. اگر شیر ظاهر شد سه سکه دیگر و اگر خط ظاهر شد دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که همه پرتاب‌ها یکسان ظاهر شوند، چه قدر است؟

$$\frac{5}{16} (۱) \quad \frac{3}{8} (۲) \quad \frac{3}{16} (۳) \quad \frac{1}{16} (۴)$$

۲۳- تیم ملی والیبال ایران ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو بازیکنی برابر نیست. به ترتیب دو بازیکن انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که قد بازیکن دوم کوتاه‌تر است. با چه احتمالی بازیکن اول، بلندقدترین بازیکن تیم است؟

$$\frac{1}{14} (۱) \quad \frac{1}{13} (۲) \quad \frac{1}{10} (۳) \quad \frac{1}{7} (۴)$$

۲۴- سه کارت رنگی در اختیار داریم که اولی دو رو سبز، دومی دو رو قرمز و سومی یک رو سبز و یک رو قرمز است. یک کارت به تصادف برمی‌داریم و یک رویش را می‌بینیم. اگر رنگ دیده‌شده سبز باشد، با چه احتمالی این کارت دو رو سبز است؟

$$\frac{2}{3} (۱) \quad \frac{1}{2} (۲) \quad \frac{1}{3} (۳) \quad \frac{1}{4} (۴)$$

۲۵- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، به طوری که  $P(A) = 0/2$ ،  $P(B) = 0/22$  و  $P(B|A) = 0/7$ ، آن‌گاه  $P(B'|A')$  کدام است؟

$$0/96 (۱) \quad 0/90 (۲) \quad 0/92 (۳) \quad 0/84 (۴)$$

۲۶- با ارقام ۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۳، ۴، ۴، ۵، ۵ چند عدد پنج‌رقمی می‌توان ساخت؟

$$۱۰۸۰ (۱) \quad ۱۴۲۰ (۲) \quad ۲۱۰۰ (۳) \quad ۲۲۲۰ (۴)$$

۲۷- با حروف کلمه *shokoofeh* چند کلمه چهارحرفی می‌توان ساخت که حداکثر شامل یک حرف  $h$  باشد؟

$$۶۲۰ (۱) \quad ۶۳۰ (۲) \quad ۵۰۰ (۳) \quad ۵۲۰ (۴)$$

۲۸- به چند طریق می‌توان یک عدد هشت‌رقمی نوشت به طوری که متشکل از سه رقم متمایز بوده و تعداد تکرار هر رقم در عدد اصلی، برابر با مقدار آن رقم باشد؟ (یعنی  $i$  تا رقم  $i$ ،  $j$  تا رقم  $j$  و  $k$  تا رقم  $k$  داشته باشد.)

$$۲۲۴ (۱) \quad ۳۳۶ (۲) \quad ۳۷۸ (۳) \quad ۴۴۸ (۴)$$

محل انجام محاسبات

هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷

۲۹- معادله خط هادی سهمی به معادله  $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$  کدام است؟

$$x = 1 \quad (2)$$

$$x = -1 \quad (1)$$

$$x = 2 \quad (4)$$

$$x = -2 \quad (3)$$

۳۰- قطر دهانه و فاصله کانونی یک دیش مخابراتی، هر دو برابر با ۱ متر است. عمق این دیش چند سانتی‌متر است؟

$$6/25 \quad (2)$$

$$25 \quad (1)$$

$$50 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

۳۱- دایره  $C(O, R)$  و نقطه  $A$  را واقع بر آن در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از  $A$  به فاصله  $R$  باشد و از آن بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایره  $C$  رسم کرد؟

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

۳۲- دایره‌ای به شعاع ۵ و مماس بر محور  $x$ ها که از نقطه  $(3, 2)$  گذشته و محور  $y$ ها را قطع نمی‌کند، از کدام نقطه می‌گذرد؟

$$(5, 6) \quad (2)$$

$$(7, 2) \quad (1)$$

$$(6, 1) \quad (4)$$

$$(4, 9) \quad (3)$$

۳۳- دو دایره با شعاع‌های برابر در نقاط  $(2, 0)$  و  $(6, 4)$  متقاطع‌اند. اگر طول خط‌المركزین، نصف طول وتر مشترک دو دایره باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور  $x$ ها کدام است؟

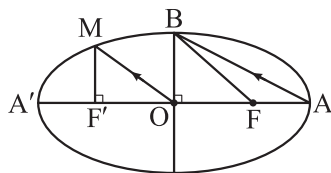
$$2 \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

۳۴- در بیضی رسم‌شده به کانون‌های  $F$  و  $F'$ ، اگر  $AB$  با  $OM$  موازی باشد، آن‌گاه حاصل  $\frac{OM}{AA'}$  کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

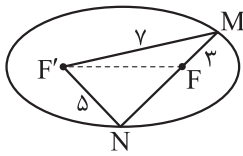
$$\sqrt{2} - 1 \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} - 3 \quad (3)$$

محل انجام محاسبات



۳۵- خروج از مرکز بیضی رسم شده که در آن  $MN$  از کانون  $F$  می‌گذرد، کدام است؟



$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

۳۶- اندازه یک ضلع مثلثی  $4\sqrt{2}$  و اندازه زاویه روبرو به آن  $30^\circ$  است. اگر اندازه یک زاویه دیگر مثلث  $15^\circ$  باشد، آن گاه طول بزرگ‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

$$8 \quad (4) \quad 10\sqrt{2} \quad (3) \quad 8\sqrt{2} \quad (2) \quad 6\sqrt{2} \quad (1)$$

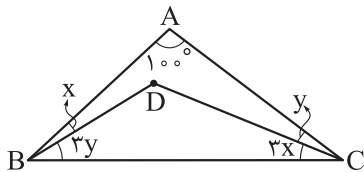
۳۷- مرکز دایره محیطی مثلثی به طول اضلاع  $a$ ،  $12$  و  $5$  بیرون آن واقع است. چند مقدار طبیعی برای  $a$  قابل قبول است؟

$$6 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 5 \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

۳۸- چهارضلعی  $ABCD$  در دایره‌ای به قطر  $AD$  محاط شده است. اگر  $BC = CD$  و نقطه برخورد قطرهای چهارضلعی روی قطر  $BD$  پاره‌خطهایی به طول  $3$  و  $5$  ایجاد کند، طول  $BC$  کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (4) \quad 3\sqrt{2} \quad (3) \quad 2\sqrt{5} \quad (2) \quad 4 \quad (1)$$

۳۹- در شکل رسم شده، اگر  $CD = 8$  و  $BD = 6$ ، آن گاه مساحت مثلث  $BCD$  کدام است؟



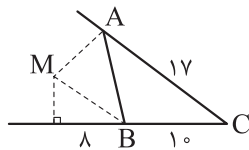
$$6\sqrt{3} \quad (1)$$

$$12\sqrt{3} \quad (2)$$

$$18 \quad (3)$$

$$24 \quad (4)$$

۴۰- در شکل رسم شده، اگر  $M$  محل تقاطع نیمسازهای خارجی  $A$  و  $B$  باشد، آن گاه مساحت  $ABC$  کدام است؟



$$64 \quad (1)$$

$$54 \quad (2)$$

$$36 \quad (3)$$

$$48 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخنامه این آزمون را که شامل درس نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

همچنین شما می توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.

برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی های آزمون های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.





ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

آزمون  
دهم  
حضور

دترچه شماره ۲



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p>شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل سوم: شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری صفحه ۶۷ تا ۹۰</p> <p>شیمی یازدهم شیمی (۲): فصل اول: قدر هدایای زمینی را بدانیم (از ابتدای آلکن‌ها، هیدروکربن‌هایی با یک پیوند دوگانه تا پایان فصل) + فصل دوم: در پی غذای سالم (تا ابتدای آنتالپی سوختن، تکیه‌گاهی برای تأمین انرژی) صفحه ۳۹ تا ۷۰</p>	<p>فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل سوم: نوسان و موج (از ابتدای مشخصه‌های موج تا پایان فصل) صفحه ۷۰ تا ۸۸</p> <p>فیزیک یازدهم فصل دوم: جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم صفحه ۴۵ تا ۸۲</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

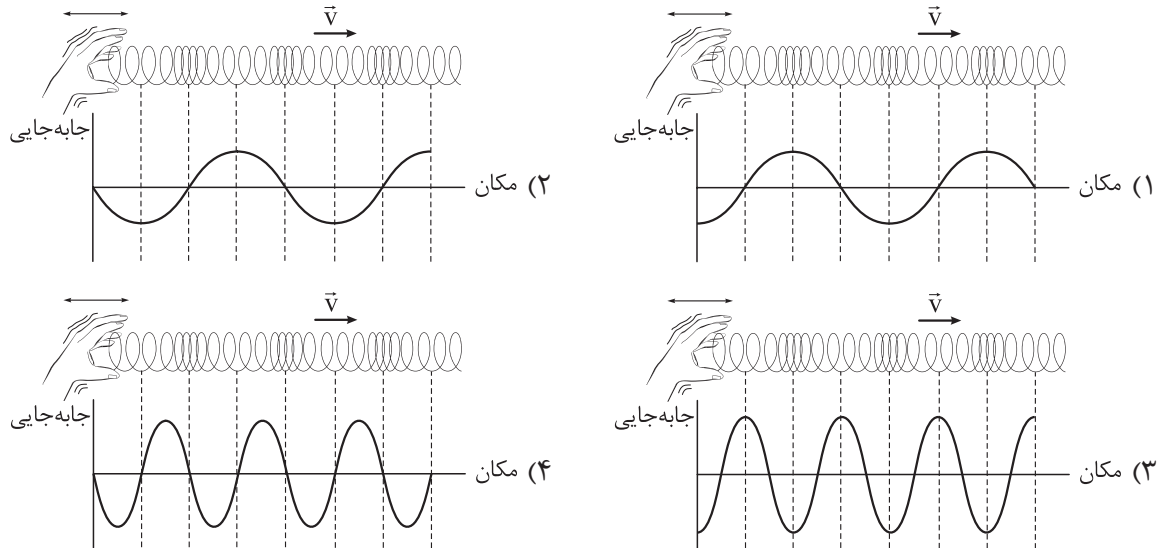


فیزیک (۳): صفحه‌های ۷۰ تا ۸۸

۴۱- در سونوگرافی از امواج فراصوتی با بسامد  $7/5 \text{ MHz}$  استفاده می‌شود. اگر تندی انتشار این امواج در یکی از بافت‌های بدن  $1500 \text{ m/s}$  باشد، طول موج این امواج در این بافت بدن چند میلی‌متر است؟

- (۱)  $0/2$  (۲)  $2$  (۳)  $0/05$  (۴)  $0/5$

۴۲- نمودار جابه‌جایی - مکان موج طولی منتشرشده در فنر، به صورت کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند باشد؟



۴۳- یک تیغه با بسامد  $2/5 \text{ Hz}$  روی سطح آب یک تشت موج نوسان کرده و موج تختی در سطح آب ایجاد می‌کند، به طوری که فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر با  $16 \text{ cm}$  است. عمق آب را کاهش می‌دهیم تا تندی انتشار موج در سطح آن  $2 \text{ m/s}$  تغییر کند. در این حالت فاصله یک برآمدگی تا سومین فرورفتگی بعد از آن به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

- (۱)  $24$  (۲)  $30$  (۳)  $48$  (۴)  $60$

۴۴- جرم ریسمان A، ۲ برابر جرم ریسمان B، طول ریسمان A، ۳ برابر طول ریسمان B و اندازه نیروی کشش ریسمان A، ۵۰ درصد بیشتر از اندازه نیروی کشش ریسمان B است. اگر زمانی که طول می‌کشد تا یک موج عرضی طول ریسمان‌های A و B

را طی کند، به ترتیب  $t_A$  و  $t_B$  باشد، حاصل  $\frac{t_A}{t_B}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

محل انجام محاسبات



۴۵- تندی امواج لرزه‌ای ثانویه ۴۰ درصد کم‌تر از تندی امواج لرزه‌ای اولیه است. زمین لرزه‌ای در فاصله ۱۰۸۰ کیلومتری از یک دستگاه لرزه‌نگار رخ می‌دهد. اگر لرزه‌نگار امواج لرزه‌ای اولیه و ثانویه حاصل از این زمین لرزه را به فاصله ۱/۵ دقیقه از هم دریافت کند، تندی انتشار امواج لرزه‌ای عرضی چند کیلومتر بر ثانیه است؟

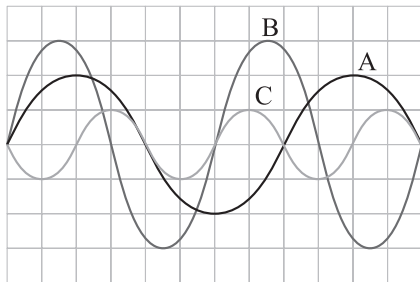
۳ / ۲ (۴)

۴ / ۸ (۳)

۶ / ۴ (۲)

۸ (۱)

۴۶- تصویر سه موج مکانیکی عرضی سینوسی A، B و C که در یک محیط منتشر شده‌اند، در یک لحظه معین به شکل زیر است. کدام یک از عبارتهای زیر درباره این موج‌ها درست است؟ (موج‌ها هم‌نوع‌اند.)



الف) بسامد موج C،  $\frac{3}{4}$  برابر بسامد موج B است.

ب) توان متوسط موج C، ۴ برابر توان متوسط موج A است.

پ) دوره تناوب موج A،  $\frac{1}{4}$  برابر دوره تناوب موج C است.

ت) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی موج A،  $\frac{1}{4}$  برابر مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی موج B است.

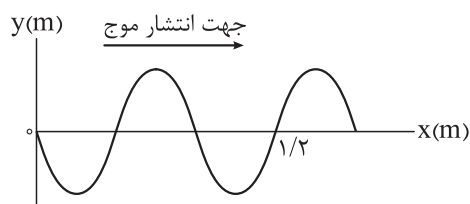
۴) ب و ت

۳) ب و پ

۲) الف و ت

۱) الف و پ

۴۷- نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج مکانیکی در لحظه‌ای به شکل زیر است. در مدتی که موج مسافت ۲ m را طی می‌کند، جهت حرکت ذره‌ای از محیط که در مکان  $x = 0 / 4 \text{ m}$  قرار دارد، چند مرتبه تغییر می‌کند؟



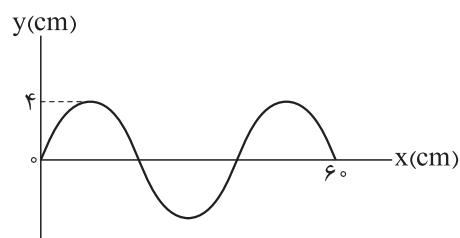
۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۴۸- تصویر موج عرضی سینوسی منتشرشده در یک طناب تحت کشش به چگالی خطی جرم  $20 \text{ g/m}$ ، در لحظه‌ای به شکل زیر است. اگر نیروی کشش طناب  $50 \text{ N}$  باشد، مسافت طی شده توسط هر یک از ذرات طناب در مدت  $12 \text{ ms}$  برابر چند سانتی‌متر است؟



۸ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۲۴ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۹- چند مورد از عبارتهای زیر درباره امواج صوتی نادرست است؟

- (الف) همواره امواج صوتی در جامدها، سریعتر از مایعها و در مایعها، سریعتر از گازها پیشروی می کنند.  
 (ب) شدت موج صوتی در یک سطح عمود بر راستای انتشار آن، برابر است با انرژی ای که توسط موج به واحد سطح می رسد.  
 (پ) بلندی یک صوت را، مانند شدت آن، می توان با یک آشکارساز اندازه گرفت.  
 (ت) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره ۲۰ Hz تا ۲۰۰۰۰ Hz است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۰- در فاصله ۲۰ متری از یک چشمه صوت، شدت صوت  $10^{-8} \text{ W/m}^2$  است. فاصله از چشمه صوت چند متر تغییر کند تا تراز شدت صوت ۱/۵ برابر شود؟ (شدت صوت مبنا  $10^{-6} \mu\text{W/m}^2$  است و از اتلاف انرژی صوت در محیط صرف نظر شود).

(۱) ۲ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۹۸

۵۱- شخصی در فاصله ۵۰ متری از یک چشمه صوت با توان خروجی  $60 \text{ mW}$  قرار دارد. اگر تراز شدت صوت دریافتی شخص  $56 \text{ dB}$  باشد، چند درصد از انرژی صوت حاصل از چشمه در طی این مسیر تلف شده است؟

$$(I_0 = 10^{-6} \mu\text{W/m}^2 \text{ و } \log 2 = 0.3, \pi = 3)$$

(۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۶۰ (۴) ۸۰

۵۲- بسامد و طول موج صوت تولیدی یک منبع صوت ساکن به ترتیب  $f_0$  و  $\lambda_0$  است. شخصی با سرعت ثابت در حال دور شدن از این منبع است. اگر بسامد و طول موج صوت دریافتی توسط شخص به ترتیب  $f$  و  $\lambda$  باشد، کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

(الف)  $f$  کوچکتر از  $f_0$  و در حال کاهش است. (ب)  $f$  کوچکتر از  $f_0$  و ثابت است.

(پ)  $\lambda$  کوچکتر از  $\lambda_0$  و در حال افزایش است. (ت)  $\lambda$  کوچکتر از  $\lambda_0$  و ثابت است.

(۱) الف و پ (۲) ب و ت (۳) الف (۴) ب

۵۳- یک موج الکترومغناطیسی در راستای عمود بر سطح زمین و به سمت بالا در حال پیشروی است. در یک نقطه معین، در لحظه ای که میدان الکتریکی این موج به سمت شمال است، میدان مغناطیسی اش در چه جهتی است؟

(۱) شمال (۲) جنوب (۳) شرق (۴) غرب

۵۴- کدام یک از عبارتهای زیر درباره طیف امواج الکترومغناطیسی درست است؟

(۱) بسامد پرتوهای گاما از بسامد میکروموجها بیشتر است.

(۲) در خلأ، تندی انتشار امواج فرابنفش از تندی انتشار امواج فرورسرخ بیشتر است.

(۳) طول موج امواج رادیویی FM از طول موج امواج رادیویی AM بیشتر است.

(۴) دوره تناوب نور مرئی سبزرنگ از دوره تناوب نور مرئی زردرنگ بیشتر است.

محل انجام محاسبات



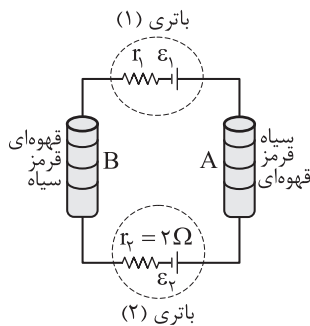
۵۵- اگر تراوایی مغناطیسی خلأ برابر  $\mu_0$  و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ برابر  $\epsilon_0$  باشد، یکای  $\mu_0 \epsilon_0$  بر حسب یکاهای اصلی کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (متر) ثانیه  
 (۲)  $\frac{1}{2}$  (ثانیه) متر  
 (۳)  $2$  (متر) ثانیه  
 (۴)  $2$  (ثانیه) متر

فیزیک (۲): صفحه‌های ۴۵ تا ۸۲

۵۶- مقاومت پلاتین یک دماسنج مقاومت پلاتینی در دمای  $20^\circ\text{C}$  برابر  $150\ \Omega$  است. وقتی این دماسنج در محلول خاصی قرار گیرد، مقاومت آن  $174\ \Omega$  می‌شود. دمای این محلول چند درجه سلسیوس است؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه پلاتین  $3.4 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$  است.)

- (۱) ۲۴  
 (۲) ۴۴  
 (۳) ۴۰  
 (۴) ۶۰



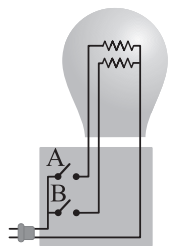
۵۷- در مدار شکل روبه‌رو، توان خروجی باتری (۱) برابر با  $11\ \text{W}$  و توان مصرفی مقاومت ترکیبی A برابر با  $5\ \text{W}$  است. اگر مقاومت ترکیبی B برابر با  $12\ \Omega$  باشد، نیروی محرکه باتری (۲) برابر با چند ولت است؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۵  
 (۳) ۶  
 (۴) ۷

۵۸- یک جزء از مدار الکتریکی که از آن جریان الکتریکی  $4\ \text{A}$  در جهت نشان داده شده عبور می‌کند، به شکل زیر است. این جزء در هر دقیقه،  $7/2\ \text{kJ}$  انرژی به سایر اجزای مدار می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با  $50\ \text{V}$  باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر چند ولت است؟



- (۱) ۲۰  
 (۲) ۸۰  
 (۳) ۲۵۰  
 (۴) ۳۵۰



۵۹- لامپ سه‌راهه شکل روبه‌رو برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر بیشترین توان مصرفی این لامپ، ۳ برابر کم‌ترین توان مصرفی آن باشد، نسبت مقاومت الکتریکی رشته‌های این لامپ کدام است؟

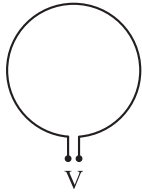
- (۱) ۳  
 (۲) ۲/۵  
 (۳) ۲  
 (۴) ۱/۵

محل انجام محاسبات

۶۰- روی یک باتری مقدار  $2400 \text{ mAh}$  نوشته شده است. اگر این باتری جریان الکتریکی ثابت  $0.8 \text{ A}$  را فراهم سازد، چند دقیقه طول می کشد تا خالی شود؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۸۰۰

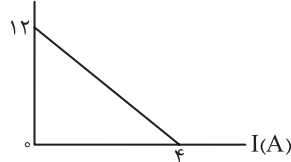
۶۱- با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع  $2 \text{ mm}$ ، مطابق شکل یک حلقه دایره‌ای به قطر  $50 \text{ cm}$  درست می کنیم. مقاومت الکتریکی این حلقه چند اهم است؟ (مقاومت ویژه مس در SI برابر با  $1/8 \times 10^{-8}$  است.)



- (۱)  $2/25 \times 10^{-3}$  (۲)  $4/5 \times 10^{-3}$   
(۳)  $9 \times 10^{-3}$  (۴)  $1/8 \times 10^{-2}$

۶۲- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک منبع نیروی محرکه بر حسب جریان عبوری از آن به شکل زیر است. اگر به دو سر این منبع نیروی محرکه، یک مقاومت الکتریکی  $5 \text{ اهمی}$  وصل کنیم، منبع نیروی محرکه در هر دقیقه چند کیلوژول کار انجام می دهد؟

V(V)



- (۱)  $1/0.8$  (۲)  $10/8$   
(۳)  $0/96$  (۴)  $9/6$

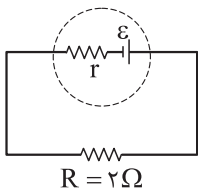
۶۳- سیمی به طول  $L$  و مقاومت الکتریکی  $R$  را ذوب کرده و با استفاده از تمام ماده سازنده آن، دو سیم با طول‌های یکسان  $2L$  درست می کنیم. اگر سطح مقطع یکی از این دو سیم،  $4$  برابر دیگری باشد، مجموع مقاومت الکتریکی آن‌ها چند برابر  $R$  است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۵ (۳)  $12/5$  (۴)  $6/25$

۶۴- لامپی که روی آن اعداد  $220 \text{ V}$  و  $400 \text{ W}$  حک شده، به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $110 \text{ V}$  وصل است. اگر این لامپ در هر شبانه‌روز به مدت  $5 \text{ h}$  روشن بماند، انرژی الکتریکی مصرفی آن در مدت یک ماه پاییزی چند کیلووات‌ساعت است؟ (مقاومت لامپ را ثابت در نظر بگیرید.)

- (۱)  $7/5$  (۲) ۱۵ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

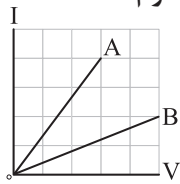
۶۵- در مدار شکل مقابل، اگر توان خروجی باتری برابر با  $32 \text{ W}$  باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن برابر چند ولت است؟



- (۱) ۲ (۲) ۴  
(۳) ۸ (۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

۶۶- نمودار جریان عبوری از دو رسانای مجزای A و B بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آنها، به شکل زیر است. این دو رسانا را در حالت اول به طور متوالی و در حالت دوم به طور موازی به هم بسته و در هر حالت مجموعه را به اختلاف پتانسیل یکسان و ثابتی وصل می‌کنیم. توان مصرفی رسانای A در حالت اول چند برابر توان مصرفی آن در حالت دوم است؟



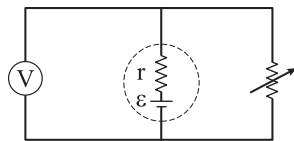
$$\frac{9}{100} \quad (2)$$

$$\frac{9}{169} \quad (1)$$

$$\frac{3}{10} \quad (4)$$

$$\frac{3}{13} \quad (3)$$

۶۷- در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از R به ۲R برسد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. اگر در این مدار، مقدار مقاومت متغیر از R به  $\frac{R}{2}$  برسد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

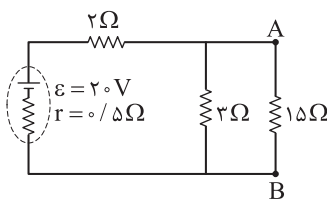


(۱) ۲۵، کاهش می‌یابد.

(۲) ۲۵، افزایش می‌یابد.

(۳) ۷۵، کاهش می‌یابد.

(۴) ۷۵، افزایش می‌یابد.



۶۸- در مدار شکل روبه‌رو، یک بار دو سر یک ولت‌سنج آرمانی و بار دیگر دو سر یک آمپرسنج آرمانی را به دو نقطه A و B می‌بندیم. مقدارهایی که ولت‌سنج آرمانی و

آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ در SI کدام‌اند؟

$$۸ \text{ و } ۱۸ \quad (2)$$

$$۱۰ \text{ و } ۱۰ \quad (1)$$

$$۸ \text{ و } ۱۰ \quad (4)$$

$$۱۰ \text{ و } ۱۸ \quad (3)$$

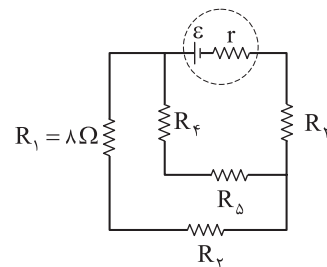
۶۹- در مدار شکل روبه‌رو، اگر توان مصرفی مقاومت‌ها یکسان باشد، مقاومت معادل مدار چند اهم است؟

$$۱۲ \quad (2)$$

$$۱۰ \quad (1)$$

$$۱۸ \quad (4)$$

$$۱۶ \quad (3)$$



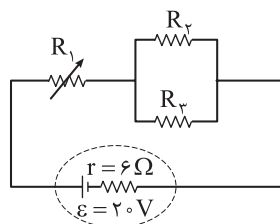
۷۰- در مدار شکل مقابل، اگر مقاومت  $R_1$ ،  $5\Omega$  افزایش پیدا کند، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. با این تغییر، جریان عبوری از باتری چند آمپر تغییر می‌کند؟

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

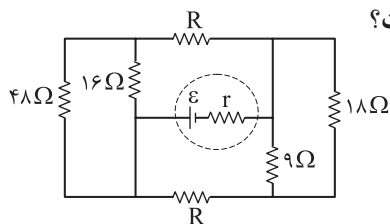
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$۱ \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$



محل انجام محاسبات



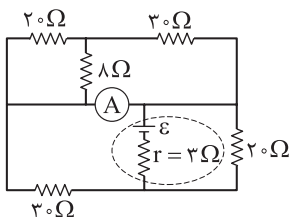
۷۱- در مدار شکل مقابل، اگر مقاومت معادل مدار  $7/2 \Omega$  باشد،  $R$  چند اهم است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸



۷۲- در مدار شکل روبه‌رو، اگر آمپرسنج آرمانی  $4/0 A$  را نشان دهد،

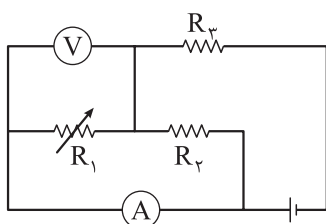
نیروی محرکه باتری چند ولت است؟

(۲) ۳۰

(۱) ۶۰

(۴) ۱۵

(۳) ۲۵



۷۳- در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت متغیر  $R_1$ ، مقادیری که آمپرسنج آرمانی و

ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد

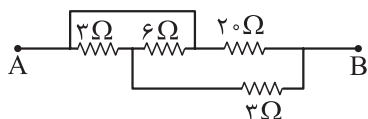
(۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد

(۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد

۷۴- در شکل زیر، بیشینه توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها برابر با  $108 W$  است. حداکثر اختلاف پتانسیلی که

می‌توان بین دو نقطه  $A$  و  $B$  اعمال کرد تا هیچ‌یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، برابر چند ولت است؟



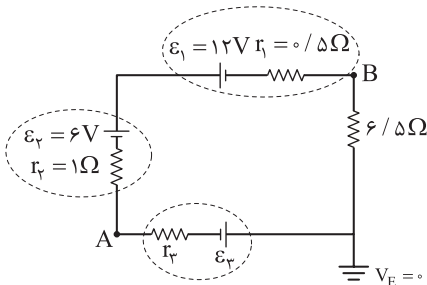
(۲) ۳۶

(۱) ۷۲

(۴) ۳۰

(۳) ۶۰

۷۵- در مدار زیر، پتانسیل الکتریکی نقطه  $A$ ، برابر با  $10 V$  - است. پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$  چند ولت است؟



(۱) -۱۳

(۲) ۱۳

(۳)  $-19/5$

(۴)  $19/5$

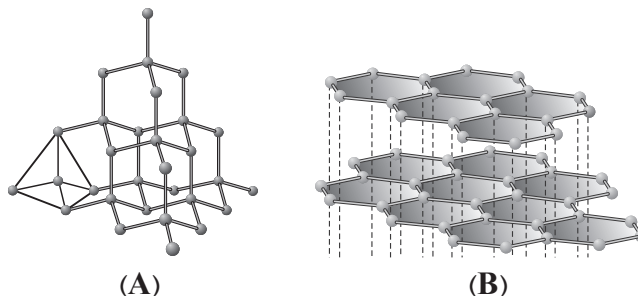
محل انجام محاسبات



## ۷۶- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در همه جامدهای کووالانسی هر اتم با چهار پیوند به اتم‌های دیگر متصل شده است.
- (۲) ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع‌اند، جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند.
- (۳) تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد کووالانسی است.
- (۴) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

۷۷- چند مورد از موارد زیر درباره دو ساختار A و B که دگرشکل‌های طبیعی کربن را نشان می‌دهند، درست است؟



- در دگرشکل B برخلاف A، پیرامون هر اتم کربن ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.
  - چگالی دگرشکل A از دگرشکل B بیشتر است، بنابراین برخلاف آن در آب فرومی‌رود.
  - هر دو دگرشکل، ساختار کووالانسی سه‌بعدی دارند.
  - دگرشکل B به سرب مداد معروف است و به دلیل ساختار لایه‌ای و نیروی ضعیف بین لایه‌ها، در مغز مداد کاربرد دارد.
- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ (۴)

۷۸- چند مورد از مطالب زیر درباره نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی، درست است؟

- در آن‌ها، رنگ سرخ تراکم بیشتر و رنگ آبی، تراکم کم‌تر بار الکتریکی را نشان می‌دهد.
  - در این نقشه‌ها، اتمی با شعاع کم‌تر به رنگ قرمز و اتمی با شعاع بزرگ‌تر به رنگ آبی درمی‌آید.
  - فقط برای گونه‌هایی با ساختار خطی به کار می‌روند.
  - طبق این نقشه‌ها، احتمال حضور الکترون‌های پیوندی روی هسته‌های سازنده یک مولکول، یکسان و متقارن نیست.
- ۱ (۴)                      ۲ (۳)                      ۳ (۲)                      ۴ (۱)

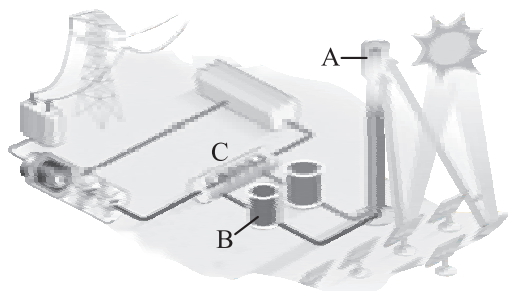
۷۹- اگر ۶۸ درصد جرم اکسیدی از وانادیم را فلز تشکیل دهد، کدام مطلب درباره کاتیون وانادیم موجود در این اکسید درست است؟ ( $V = 51, O = 16 : g.mol^{-1}$ )

- (۱) در آخرین لایه آن، دو الکترون وجود دارد.
- (۲) هنگام واکنش محلول حاوی آن با پودر اضافی روی، رنگ محلول از آبی به بنفش تغییر می‌کند.
- (۳) در هر واحد فرمولی ترکیب آن با آنیون سیلیکات، هفت اتم وجود دارد.
- (۴) می‌تواند در واکنش‌ها، هم در نقش اکسنده و هم در نقش کاهنده شرکت کند.

محل انجام محاسبات



۸۴- شکل زیر، نمایی از تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد. کدام موارد از مطالب زیر، درباره این فرایند، درست است؟



(الف) برای قسمت A، نسبت به  $N_p$ ، شار مناسب‌تری است.  
(ب) در این فرایند، تغییرات دمایی یکی از شارها به اندازه  $50^\circ C$  است.

(پ) در قسمت B، به منظور ذخیره انرژی خورشیدی، سیال مولکولی با دمای بالا تجمع پیدا می‌کند.

(ت) در قسمت C، حالت فیزیکی دو شار استفاده‌شده، با هم متفاوت است.

(۱) الف - پ (۲) ب - ت (۳) پ - ت (۴) الف - ب

۸۵- شعاع اتمی عنصری که در آرایش الکترونی آن ۶ الکترون با  $l=0$  و ۶ الکترون با  $l=1$  وجود دارد، برابر  $160 \text{ pm}$  است. اگر شعاع این اتم در تبدیل شدن به یون پایدارش ۵۵ درصد کاهش یابد، نسبت  $\frac{\text{بارا}}{\text{شعاع (pm)}}$  برای یون پایدار این اتم به تقریب کدام است؟

(۱)  $1/39 \times 10^{-2}$  (۲)  $2/27 \times 10^{-2}$  (۳)  $2/78 \times 10^{-2}$  (۴)  $4/17 \times 10^{-2}$

۸۶- با توجه به جدول زیر که مربوط به آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های سدیم اکسید، پتاسیم اکسید، منیزیم اکسید و کلسیم اکسید است، کدام مطلب نادرست است؟

ترکیب	A	X	D	E
آنتالپی فروپاشی شبکه ( $\text{kJ.mol}^{-1}$ )	۳۷۹۱	۳۴۱۴	۲۴۸۱	۲۲۳۸

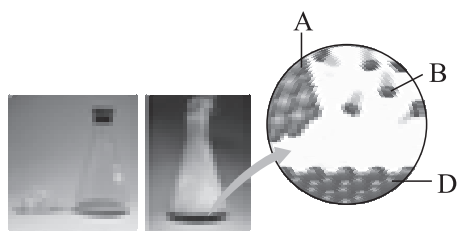
(۱) شعاع کاتیون سازنده ترکیب X کوچک‌تر از شعاع کاتیون سازنده ترکیب E است.

(۲) برای فروپاشی شبکه بلور  $0/25$  مول از اکسید سومین فلز قلیایی جدول، به  $559/5$  کیلوژول انرژی نیاز است.

(۳) فلز سازنده ترکیب‌های A و E، در دوره‌های متفاوت جدول دوره‌ای قرار دارند.

(۴) تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی خاکی است.

۸۷- با توجه به شکل زیر که مربوط به تشکیل سدیم کلرید است، کدام گزینه نادرست است؟



(۱) ماده D نسبت به ماده B در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است.

(۲) بر خلاف D، ماده A در حالت جامد نیز رسانای جریان برق است.

(۳) در شبکه بلور فرآورده حاصل، یون‌های همنام به دو صورت، یکی در رأس‌ها و مرکز مکعب و دیگری در مرکز ضلع‌ها و مرکز وجه‌ها قرار گرفته‌اند.

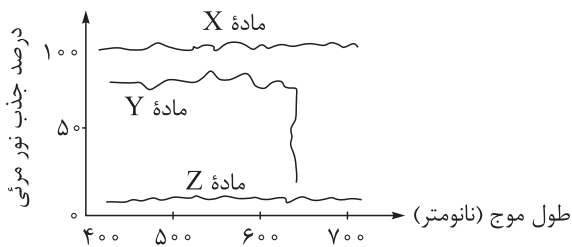
(۴) نیروهای میان یون‌های ناهمنام در هنگام تشکیل جامد D بر نیروهای میان یون‌های همنام غلبه کرده و این دو نوع نیرو، در تمام جهت‌ها به یکدیگر وارد می‌شوند.

محل انجام محاسبات

۸۸- در مدل دریای الکترونی ..... غوطه‌ورند و این مدل می‌تواند مَهر تأییدی بر ..... باشد.

- ۱) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های لایه آخر - رسانایی الکتریکی فلزها
- ۲) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های ظرفیتی - تنوع عدد اکسایش فلزهای واسطه
- ۳) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های لایه آخر - تنوع عدد اکسایش فلزهای واسطه
- ۴) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های ظرفیتی - رسانایی الکتریکی فلزها

۸۹- با توجه به نمودار زیر که درصد جذب نور مرئی توسط رنگدانه‌های  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ،  $\text{TiO}_2$  و دوده را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟



- رنگدانه X برخلاف دو رنگدانه دیگر، جزء مواد آلی است.
- رنگدانه Y، به رنگ قرمز دیده می‌شود.
- رنگدانه Z همان اکسید دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای است.
- عدد اکسایش فلز در رنگدانه Z، یک واحد بیشتر از عدد اکسایش فلز در رنگدانه Y است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۰- کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- الف) هر چه مقاومت در برابر سایش یک ماده بیشتر باشد، چگالی آن نیز بیشتر است.
- ب) مقاومت در برابر خوردگی فلزها را می‌توان به عنوان یکی از رفتارهای تمیزدهنده بین آن‌ها در نظر گرفت.
- پ) برخی از ویژگی‌های شیمیایی فلزهای دسته d، تمایزدهنده آن‌ها از فلزهای اصلی جدول دوره‌ای است.
- ت) نقطه ذوب بالاتر فولاد، دلیل برتری استفاده از آن در ساخت موتور جت در مقایسه با تیتانیوم است.

۲) ب - پ

۱) الف - ب

۴) الف - ت

۳) پ - ت

شیمی یازدهم: صفحه‌های ۳۹ تا ۷۰

۹۱- چند آلکن ۷ کربنه وجود دارد که نام آن‌ها به فرم n - هپتن است و در ساختار چه تعداد از این ترکیب‌ها، شمار گروه‌های CH و  $\text{CH}_3$  برابر است؟

۴ - ۲

۳ - ۲

۲ - ۳

۱) ۴ - ۳

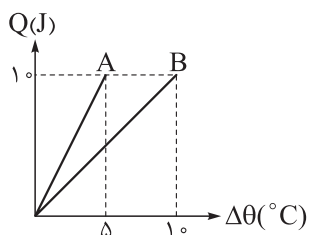
۹۲- کدام مطلب زیر درست است؟ ( $\text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g.mol}^{-1}$ )

- ۱) همه هیدروکربن‌ها به غیر از آلکان‌ها، امکان واکنش با برم را دارند.
- ۲) درصد جرمی کربن در یک آلکین از درصد جرمی کربن در آلکن هم کربن با آن کم‌تر است.
- ۳) جرم مولی پروپین بیشتر از نصف جرم مولی ترکیبی است که از سیرشدن کامل بنزن به دست می‌آید.
- ۴) ساده‌ترین آلکن به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی و ساده‌ترین آلکین برای جوشکاری و برشکاری فلزها کاربرد دارد.

محل انجام محاسبات



۹۶- نمودار تغییرات گرمای مبادله شده به ازای تغییر دما برای دو ماده فرضی A و B به ازای یک گرم از آن‌ها داده شده است. با توجه به نمودار، کدام مطلب درست است؟



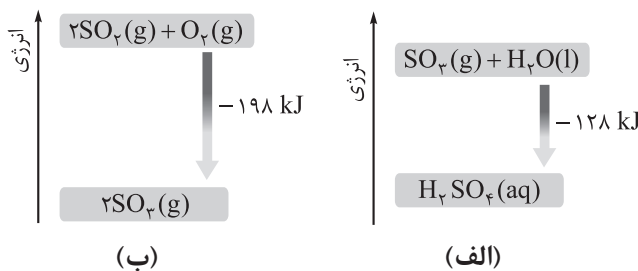
(۱) در جرم یکسان، ماده A نسبت به ماده B، در برابر تغییر دما به ازای گرمای مشخص، مقاومت کمتری دارد.

(۲) ظرفیت گرمایی جسمی از جنس A در مقایسه با جسمی از جنس B به یقین بیشتر است.

(۳) اگر ۱۰۰ g ماده A در دمای ۵°C در مجاورت ۲۰ g ماده B در دمای ۳°C قرار گیرد، دمای تعادل بین ۳°C تا ۴°C خواهد بود.

(۴) مخلوطی از دو ماده A و B به جرم برابر، دارای ظرفیت گرمایی ویژه  $۱/۵ \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  خواهد بود.

۹۷- براساس نمودارهای زیر، کدام موارد نادرست‌اند؟ ( $S = ۳۲, O = ۱۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



(الف) در صورت استفاده از  $\text{H}_2\text{O}(g)$  به جای

$\text{H}_2\text{O}(l)$  در نمودار «الف»، مقدار گرمای

آزادشده، کم‌تر می‌شود.

(ب) تجزیه گوگرد تری‌اکسید به گوگرد

دی‌اکسید برخلاف واکنش آن با آب، یک

فرایند گرماگیر است.

(پ) اگر ۳/۲ g گوگرد دی‌اکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن واکنش دهد، ۹/۹ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

(ت) اگر درون یک سامانه سربسته شامل دو ظرف، هم‌زمان در یک ظرف، یک مول گوگرد تری‌اکسید تجزیه و در ظرف

دیگر نیم مول گوگرد تری‌اکسید با آب واکنش دهد، برای ثابت ماندن دمای سامانه، باید مقداری گرما به سامانه داده شود.

(۲) الف - ت

(۱) ب - پ

(۴) الف - پ

(۳) ب - ت

۹۸- کدام گزینه درست است؟

(۱) گرمای تولیدشده در واکنش  $\text{H}_2(g) + \text{Cl}_2(g) \xrightarrow{۲۵^\circ\text{C}} ۲\text{HCl}(g)$  را می‌توان به تفاوت انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فراورده نسبت داد.

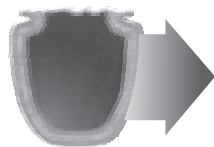
(۲) به دلیل وجود پیوندهای قوی در ساختار مواد جامد نسبت به گازها، گرمای ویژه آن‌ها از مولکول‌های گازی بیشتر است.

(۳) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن انسان، به دلیل دمای ثابت بدن ( $۳۷^\circ\text{C}$ )، پایداری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها تفاوت چندانی ندارد.

(۴) زغال کک، واکنش‌دهنده‌ای رایج در استخراج آهن و تأمین‌کننده انرژی لازم برای انجام واکنش است.

محل انجام محاسبات

۹۹- با توجه به شکل داده شده که ساختار یخچال صحرایی را نشان می‌دهد، چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟



- طراحی و ساخت این دستگاه توسط محمد باه‌آبا، معلم اهل نیجریه، انجام شده که بدون نیاز به انرژی الکتریکی می‌تواند غذا را خنک نگه دارد.
- از کوزه‌های سفالی که میان آن‌ها شن خیس قرار داده شده و یک درپوش نخی و مرطوب برای تهویه هوا تشکیل شده است.

• معادله فرایند انجام شده در آن که باعث خنک نگه داشتن مواد غذایی می‌شود، به صورت  $H_2O(l) \rightarrow H_2O(g) + Q$  است.

• تبخیر آب از سطح بیرونی کوزه سفالی باعث جذب گرما از هوای درون محفظه شده و دمای درون محفظه را کاهش می‌دهد.

(۱) چهار (۲) سه (۳) دو (۴) یک

۱۰۰- براساس واکنش زیر،  $12/6$  گرم واکنش دهنده در سیلندری با پیستون متحرک درون حمامی از روغن با ظرفیت گرمایی ویژه  $0.7 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  و به جرم  $20$  کیلوگرم، تجزیه می‌شود. پس از اتمام واکنش و انتقال کامل گرمای واکنش به حمام روغن، دمای روغن چند درجه تغییر می‌کند و اگر در شرایط انجام واکنش حجم مولی گازها برابر  $25 \text{ L}$  باشد، حجم سیلندر چند لیتر افزایش خواهد یافت؟ ( $H = 1, N = 14, O = 16, Cr = 52 : \text{g.mol}^{-1}$ )



(۱)  $1/25 - 7/5$  (۲)  $6/25 - 7/5$  (۳)  $1/25 - 15$  (۴)  $6/25 - 15$

۱۰۱- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- علت تغییر در محتوای انرژی مواد طی یک واکنش شیمیایی، تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها است.
- یک عنصر مولکولی گازی نسبت به اتم‌های سازنده آن، پایدارتر و با سطح انرژی کم‌تر است.
- آنتالپی پیوند دوگانه بین اتم‌های معین، از آنتالپی پیوند یگانه بین آن دو اتم بیشتر و به یقین از دو برابر آن، کم‌تر است.
- به دلیل شعاع اتمی بیشتر ید نسبت به برم، آنتالپی پیوند  $I-I$  از  $Br-Br$  بیشتر است.
- آنتالپی پیوندهایی مانند  $N-H$ ,  $O-H$ ,  $N \equiv N$  و  $C=O$  به صورت میانگین محاسبه و بیان می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۲- براساس اطلاعات داده شده، آنتالپی واکنش سوختن  $1$  مول متان که منجر به تولید گاز کربن دی‌اکسید و آب مایع می‌شود، چند کیلوژول است و اگر به جای گاز اکسیژن از اتم‌های اکسیژن گازی در حین فرایند استفاده شود، آنتالپی واکنش کدام عدد بر حسب کیلوژول خواهد بود؟ (آنتالپی تبخیر آب را  $44 \text{ kJ.mol}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

پیوند	C-H	O=O	C=O	H-O
آنتالپی پیوند ( $\text{kJ.mol}^{-1}$ )	۴۱۵	۴۹۵	۷۹۹	۴۶۳

$-393, -800$  (۲)

$-1878, -800$  (۱)

$-1878, -888$  (۴)

$-393, -888$  (۳)

محل انجام محاسبات

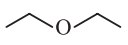


۱۰۳- کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

الف) دو الکل و اتر هم کربن تک‌عاملی به یقین ایزومر یکدیگر هستند.

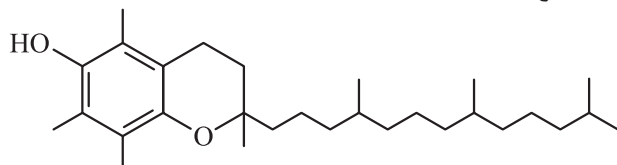
ب) فرمول شیمیایی دو ترکیب ۱- هگزانون و ترکیبی با ساختار  یکسان است.

پ) خواص شیمیایی همپارها یکسان است.

ت) در شرایط یکسان، نقطه جوش  $\text{OH}$  از  بالاتر است.

الف - پ (۱)      ب - ت (۲)      الف - ت (۳)      ب - پ (۴)

۱۰۴- چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار داده شده، درست است؟



• دارای گروه‌های عاملی هیدروکسیل و کربونیل است.

• تعداد اتم‌های هیدروژن در آن، ۲۵ برابر تعداد اتم‌های

اکسیژن است.

• در هر مولکول آن، ۴۹ پیوند  $\text{C}-\text{H}$  وجود دارد.

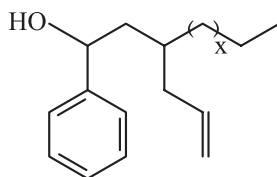
• در ساختار آن، ۷ اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند.

الف (۱)      ب (۲)      الف (۳)      ب (۴)

۱۰۵- اگر شمار اتم‌های هیدروژن مولکول سازنده ترکیب زیر، دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن اوکتین باشد، x کدام

است و ۳/۲۵ کیلوگرم از این ترکیب با چند گرم گاز هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد؟

( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



الف (۱)، ۵۰

ب (۲)، ۱۰۰

ب (۳)، ۱۰۰

ب (۴)، ۵۰

محل انجام محاسبات





ویژه  
کنکوری های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

دفترچه  
پاسخ  
آزمون دهم  
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	محمد رضا حسینی فرد - محمد طاهر شعاعی - حمید گلزاری - محسن میراسلامی - حسین هاشمی طاهری
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد رضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمد جواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبدالهی - علیرضا علینقی - حمید فدائی فرد - علیرضا گونه - حامد نبی منصور
شیمی	امیرسامان بنی جمالی - محمد علی توسلی فر - یاسر راش - یاسر عبداللہی - پارسا فراهانی - رضا فولادپور

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان محمدی	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی - امیرحسین قنبری - کوروش میرزا - مریم نظری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	کیوان صرمی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی فر - علیرضا کاظمی بقا - ابوالفضل ناصری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمد جواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی - عرشیا مرزبان
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	سید علی حسین زاده	محمد مرادی - فاطمه صیقلی	سید علی حسین زاده - احسان رحیمی - آران سخایی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

## حسابان دوازدهم: صفحه‌های ۸۴ تا ۱۱۰

## تست و پاسخ ۱

تقعر تابع رو به پایین است.

f یک چندجمله‌ای از درجه دوم با شرط  $f''(x) < 0$  است، به طوری که  $f'(x) = 8x^2 - 12x - 3$ . مقدار  $f'(2)$  چه عددی است؟

$$-51/5 \quad (4) \qquad -53/5 \quad (3) \qquad -66/5 \quad (2) \qquad -63/5 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱

تابع درجه دوم f را به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  در نظر بگیرید و با مشتق‌گیری، ضرایب را به کمک معادله داده شده به دست آورید.

گام اول: تابع f یک چندجمله‌ای از درجه دوم است. f(x) را به صورت روبه‌رو در نظر می‌گیریم:  $f(x) = ax^2 + bx + c$

مشتق تابع f، یک چندجمله‌ای درجه یک است:  $f'(x) = 2ax + b$

گام دوم: از طرفی گفته شده که  $f''(x) < 0$  است؛ پس:  $f''(x) = 2a < 0 \Rightarrow a < 0$

گام سوم: تابع  $f'(x)$  را تشکیل می‌دهیم:  $f'(f(x)) = f'(ax^2 + bx + c) = 2a(ax^2 + bx + c) + b$

$$= 2a^2x^2 + 2abx + (2ac + b) = 8x^2 - 12x - 3$$

حالا ضرایب توان‌های x را با هم برابر قرار می‌دهیم:  $2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \xrightarrow{\text{از گام دوم } a < 0} a = -2 \quad (*)$

$$2ab = -12 \xrightarrow{(*)} b = \frac{-12}{2(-2)} = 3 \quad (**)$$

$$2ac + b = -3 \xrightarrow{(*) \text{ و } (**)} c = \frac{-3 - 3}{2(-2)} = \frac{3}{2}$$

گام چهارم: پس تابع به صورت  $f(x) = -2x^2 + 3x + \frac{3}{2}$  می‌شود.

گام پنجم: حاصل  $f'(2)$  را می‌یابیم:  $f'(2) = 2a \times 2 + b = 4a + b = -8 + 3 = -5$

$$f'(2) = f'(-5) = -2 \times 25 - 12 + \frac{3}{2} = -65 + 1.5 = -63.5$$

## تست و پاسخ ۲

f تابعی مشتق پذیر است، به طوری که  $g(x) = f(4 \cos^2 x + 3 \tan x)$ . اگر  $g'(\frac{3\pi}{4}) = 3$ ، آن‌گاه مقدار  $f'(-1)$  چه عددی است؟

$$-0/3 \quad (4) \qquad 0/3 \quad (3) \qquad 0/6 \quad (2) \qquad -0/6 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

از عبارت یا تابع داخلی مشتق می‌گیریم.

$$(f(u))' = u' f'(u) \rightarrow f'(u) \text{ (همان عبارت یا تابع)}$$

نویس نامه: مشتق تابع مرکب  $f(u)$

مشتق تابع  $f(u)$  را به صورت  $(f(u))'$  می‌نویسیم که برابر است با:

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x))$$

اگر f و g توابعی مشتق پذیر باشند، fog مشتق پذیر است و داریم:

گام اول: مشتق تابع g را به کمک فرمول مشتق تابع مرکب، می‌یابیم:  $g(x) = f(4 \cos^2 x + 3 \tan x)$

$$g'(x) = (-8 \cos x \sin x + 3 + 3 \tan^2 x) f'(4 \cos^2 x + 3 \tan x)$$

$$\xrightarrow{x = \frac{3\pi}{4}} g'(\frac{3\pi}{4}) = (-8 \cos(\frac{3\pi}{4}) \sin(\frac{3\pi}{4}) + 3 + 3 \tan^2(\frac{3\pi}{4})) f'(4 \cos^2(\frac{3\pi}{4}) + 3 \tan(\frac{3\pi}{4}))$$

$$= (-8 \times (\frac{-\sqrt{2}}{2}) \times (\frac{\sqrt{2}}{2}) + 3 + 3) f'(4(\frac{-\sqrt{2}}{2})^2 + 3(-1)) = 10 f'(-1) = 3$$



## تست و پاسخ ۳

با فرض آن که  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$  باشد، باقی مانده تقسیم  $f'(x)$  بر  $f''(x)$  چه عددی است؟

$$\frac{5}{2} \quad (1) \quad \frac{3}{2} \quad (2) \quad -\frac{9}{2} \quad (3) \quad -\frac{7}{2} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**تشریح:** سؤال ساده‌ای است. اولین قدم در فصل مشتق، تسلط بر روی فرمول‌های مشتق است. اگر در حل این سؤال با مشکل مواجه هستید، پیشنهاد می‌کنم تمام تمرین‌های کتاب درسی در موضوع به دست آوردن مشتق تابع را حل کنید.

### نویس نامه قوانین مشتق‌گیری

تابع	مشتق تابع	توضیح فارسی	مثال
$y = c$	$y' = 0$	مشتق عدد ثابت صفر است.	$y = 5 \Rightarrow y' = 0$
$y = ax$	$y' = a$	مشتق $ax$ همان ضریب $x$ است.	$y = 3x \Rightarrow y' = 3$
$y = ax^n$	$y' = nax^{n-1}$	—	$y = 3x^5 \Rightarrow y' = 15x^4$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	—	—
$y = \sqrt[n]{x}$	$y' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	—	—
$y = \frac{1}{x}$	$y' = -\frac{1}{x^2}$	—	—
$y = f \pm g$	$y' = f' \pm g'$	در جمع یا تفریق عبارت‌ها، تک تک مشتق می‌گیریم.	$y = x^2 + \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ $\Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$
$y = af$	$y' = af'$	در ضرب عدد در تابع، عدد را قرار داده و از $f$ مشتق می‌گیریم.	$y = 5\sqrt{x} \Rightarrow y' = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{5}{2\sqrt{x}}$
$y = fg$	$y' = f'g + g'f$	(اولی)(مشتق دومی) + (دومی)(مشتق اولی)	$y = (x^2 + 5)\sqrt{x}$ $\Rightarrow y' = 2x\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 + 5)$
$y = \frac{f}{g}$	$y' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$	(صورت)(مشتق مخرج) - (مخرج)(مشتق صورت) / (مخرج) <sup>۲</sup>	$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x}$ $\Rightarrow y' = \frac{(-2x)(x^2 + x) - (2x + 1)(x^2 - 1)}{(x^2 + x)^2}$
$y = u^n$	$y' = nu^{n-1}u'$	$u$ یک عبارت برحسب $x$ است.	$y = (x^2 + x)^5$ $\Rightarrow y' = 5(x^2 + x)^4(2x + 1)$
$y = \sqrt[n]{u} = u^{\frac{1}{n}}$	$y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}} = \frac{1}{n}u^{\frac{1}{n}-1}u'$	—	$y = \sqrt[3]{4x+5} \Rightarrow y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{(4x+5)^2}}$
$y = \frac{1}{u}$	$y' = \frac{-u'}{u^2}$	—	$y = \frac{4}{x+5} \Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+5)^2}$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلیج سیر



گام اول: از ضابطه  $f$  داده شده،  $f'(x)$  و  $f''(x)$  را به دست می آوریم:

$$f''(x) = 12x - 6 \quad f'(x) = 6x^2 - 6x + 4 \quad f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 6$$

گام دوم: برای این که باقی مانده تقسیم  $f'(x)$  بر  $f''(x)$  را بیابیم، ریشه معادله  $f''(x) = 0$  را می یابیم و آن را در  $f'$  جای گذاری می کنیم:

$$f''(x) = 12x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow R = f'(\frac{1}{2}) = 6(\frac{1}{2})^2 - 6 \times \frac{1}{2} + 4 = \frac{3}{2} - 3 + 4 = \frac{5}{2}$$

## تست و پاسخ ۴

هرگاه  $g(0) = 2$  و  $f'(0) = 4$ ، به طوری که  $f(2x) = 8x - 2g^3(3x)$  باشد، مقدار  $\frac{g''(0)}{f''(0)}$  چه عددی است؟

$$\frac{1}{54} \quad (1) \quad -\frac{1}{54} \quad (2) \quad -\frac{1}{216} \quad (3) \quad \frac{1}{216} \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۱

مثال: در به دست آوردن مقادیر مشتق، حواستان به عوامل صفرکننده باشد. گاهی به دست آوردن مشتق یک تابع سخت است، اما با عامل صفرکننده، دیگر نیازی به محاسبه مشتق تابع نداریم.

## نکته: مشتق عامل صفرشونده

اگر بخواهیم مشتق تابع با ضابطه  $f(x) = (x-a)g(x)$  را در  $x = a$  پیدا کنیم، بهتر است از تعریف مشتق استفاده کنیم. زیرا  $x = a$  عامل صفرکننده تابع است. داریم:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)g(x) - 0}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

بدیهی است که اگر تابع  $g$  در  $x = a$  پیوسته باشد، آن گاه  $f'(a) = g(a)$ ؛ یعنی وقتی  $g(x)$  در  $x = a$  پیوسته باشد، می توانیم فقط از عامل صفرشونده، مشتق بگیریم و آن را در بقیه عبارت ها، ضرب کنیم و در نهایت به جای  $x$ ، مقدار  $a$  را قرار بدهیم.

مثال: اگر عامل صفرشونده، بیش از یکی باشد، مشتق در آن نقطه برابر با صفر می شود، مثلاً برای  $y = (x^2 - 5x) | x - 5 |$ ، در  $x = 5$ ، مشتق آن برابر صفر است.

نکته: مشتق عامل صفرشونده، فقط وقتی استفاده می شود که عبارت ها در هم ضرب و یا بر هم تقسیم شده اند.

گام اول: از عبارت  $f(2x) = 8x - 2g^3(3x)$  مشتق می گیریم:

$$2f'(2x) = 8 - 6g^2(3x) \times 3g'(3x) \Rightarrow f'(2x) = 4 - 9g^2(3x)g'(3x) \quad (I)$$

گام دوم: در  $(I)$  مقدار  $x = 0$  را جای گذاری می کنیم:

$$f'(0) = 4 - 9g^2(0)g'(0) = 4 \Rightarrow g^2(0)g'(0) = 0 \xrightarrow{g(0)=2} g'(0) = 0$$

نتیجه می گیریم که  $g'(x)$  به ازای  $x = 0$  عامل صفرکننده است. در مشتق دوم این را لحاظ می کنیم، یعنی فقط از عامل صفرکننده مشتق می گیریم و بقیه عبارت باقی مانده را در نتیجه آن ضرب می کنیم.

گام سوم: از عبارت  $(I)$  مشتق دوم می گیریم. با فرض  $g'(0) = 0$  داریم:

$$2f''(2x) = \underbrace{-9g^2(3x)}_{\text{مشتق عامل صفرکننده}} \times 3g''(3x) \quad (II)$$

عبارتی که باقی مانده

$$x = 0 : 2f''(0) = -27g^2(0)g''(0)$$

گام چهارم: در  $(II)$  مقدار  $x = 0$  را جای گذاری می کنیم:

$$\Rightarrow \frac{g''(0)}{f''(0)} = \frac{2}{-27g^2(0)} = \frac{-2}{27 \times 4} = -\frac{1}{54}$$

## تست و پاسخ ۵

هرگاه  $f(x) = 6x + \frac{a}{x}$ ، به طوری که  $f'(1) = f''(1)$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$-4 \quad (4) \quad 4 \quad (3) \quad -2 \quad (2) \quad 2 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۱



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیل سبز

## ریاضیات

گام اول: از روی ضابطه  $f(x)$ ،  $f'(x)$  و  $f''(x)$  را به دست می آوریم:

$$f(x) = 6x + \frac{a}{x}$$

$$f'(x) = 6 - \frac{a}{x^2}$$

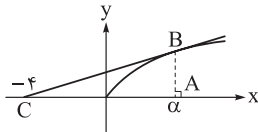
$$f''(x) = -a \left( \frac{x \cdot x^2 - 2x}{(x^2)^2} \right) = \frac{2ax}{x^4} = \frac{2a}{x^3}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(1) &= 6 - \frac{a}{1^2} = 6 - a \\ f''(1) &= \frac{2a}{1^3} = 2a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 - a = 2a \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

گام دوم: از  $f'(1) = f''(1)$  مقدار  $a$  را به دست می آوریم:

## تست و پاسخ ۶

نمودار  $y = \sqrt{x}$  و خط مماس بر آن در نقطه  $x = \alpha$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟



$$\frac{12}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$5\sqrt{6} \quad (1)$$

$$7\sqrt{3} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۳

تشریح: از فصل مشتق تاسه سؤال هم ممکن است در کنکور مطرح شود. یکی فرمول ها، یکی مشتق پذیری و دیگری خط مماس.

نویسنده: نوشتن معادله خط مماس بر تابع  $y = f(x)$  در نقطه ای با طول  $x = a$ :

(۱) با قراردادن  $a$  در ضابطه تابع، عرض نقطه را به دست می آوریم:  $(a, f(a))$

(۲) با قراردادن  $a$  در مشتق تابع،  $f'(a)$  یا شیب خط مماس را به دست می آوریم.

(۳) معادله مماس برابر می شود با:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

گام اول: برای به دست آوردن مساحت مثلث  $ABC$ ، لازم است که مقدار  $\alpha$  را بیابیم.  $B \left( \alpha, \sqrt{\alpha} \right)$  نقطه تماس خط مماس و

تابع  $y = \sqrt{x}$  است. شیب خط مماس برابر با مقدار مشتق تابع  $y = \sqrt{x}$  در نقطه  $x_B = \alpha$  است:

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x_B = \alpha} y' = m_{\text{خط}} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$$

گام دوم: معادله خط با شیب  $m = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}$  و نقطه  $B \left( \alpha, \sqrt{\alpha} \right)$  واقع بر آن برابر است با:

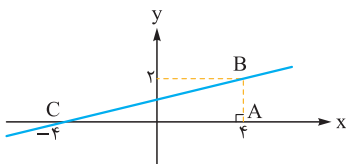
$$y - \sqrt{\alpha} = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}(x - \alpha) \Rightarrow y = \frac{1}{2\sqrt{\alpha}}x + \frac{\sqrt{\alpha}}{2}$$

گام سوم: نقطه  $C \left( -4, 0 \right)$  روی خط قرار دارد؛ پس در معادله آن صدق می کند:

$$0 = \frac{-4}{2\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{\alpha}}{2} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}} \Rightarrow \alpha = 4$$

پس مختصات نقطه  $B$  به صورت  $B \left( 4, 2 \right)$  است.

گام چهارم: مساحت مثلث  $ABC$  را می یابیم.



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8$$

## تست و پاسخ ۷

حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos 2x \cos 3h + \sin 2x \sin 3h - \cos 2x}{h}$  کدام است؟

$$-3 \sin 2x \quad (4)$$

$$6 \sin 2x \quad (3)$$

$$-2 \sin 2x \quad (2)$$

$$-6 \sin 2x \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلیج سیر

گام اول: حد داده شده را به کمک نسبت‌های مثلثاتی، ساده می‌کنیم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos 2x \cos 3h + \sin 2x \sin 3h - \cos 2x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(2x - 3h) - \cos 2x}{h}$$

گام دوم: از تغییر متغیر  $-3h = t$  استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(2x + t) - \cos 2x}{-\frac{t}{3}} = -3 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(t + 2x) - \cos 2x}{t}$$

گام سوم: تعریف مشتق تابع در نقطه  $a$  به صورت  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+a) - f(a)}{h}$  است. با مقایسه تعریف مشتق با حد به دست آمده در گام دوم، داریم:

$$-3 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(t + 2x) - \cos 2x}{t} = -3(\cos 2x)' = -3(-2 \sin 2x) = 6 \sin 2x$$

## تست و پاسخ ۸

$f'(4)$

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = 2x - \sqrt{x}$  در بازه  $[1, a]$ ، با آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = 4$  برابر است. مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای در

$x = a$  کدام است؟

$\frac{\Delta y}{\Delta x}$

$\frac{7}{3}$  (۴)

$\frac{5}{3}$  (۳)

$\frac{23}{6}$  (۲)

$\frac{11}{6}$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

تجزیه نامه آهنگ تغییر متوسط و آهنگ تغییر لحظه‌ای

۱)  $\text{آهنگ تغییر متوسط تابع } f \text{ در بازه } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

۲)  $f'(x_0) = \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع } f \text{ در نقطه } x_0$

گام اول: آهنگ تغییر متوسط تابع را در بازه  $[1, a]$  می‌یابیم:

تجزیه می‌کنیم.

$$\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(a) - f(1)}{a - 1} = \frac{2a - \sqrt{a} - (2 - \sqrt{1})}{a - 1} = \frac{2a - \sqrt{a} - 1}{a - 1} = \frac{(\sqrt{a} - 1)(2\sqrt{a} + 1)}{(\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)} = \frac{2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 1}$$

گام دوم: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در  $x = 4$ ، همان مقدار مشتق تابع در  $x = 4$  است، داریم:

$$f(x) = 2x - \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(4) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{4}} = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

گام سوم: مقدار آهنگ تغییر متوسط را با  $f'(4)$  برابر قرار می‌دهیم تا مقدار  $a$  را پیدا کنیم:

$$\frac{2\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 1} = \frac{7}{4} \Rightarrow 4\sqrt{a} + 4 = 7\sqrt{a} + 7 \Rightarrow \sqrt{a} = 3 \Rightarrow a = 9$$

گام چهارم: آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = a = 9$  برابر است با:

$$f'(a) = f'(9) = 2 - \frac{1}{2\sqrt{9}} = 2 - \frac{1}{6} = \frac{11}{6}$$

## تست و پاسخ ۹

استوانه‌ای درون یک کره به شعاع ۴ محاط شده است، به طوری که حجم استوانه تابعی از ارتفاع آن است. آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم استوانه

در صورتی که ارتفاع استوانه برابر با ۴ باشد، چه عددی است؟

$V'(4) = ?$

$4\pi$  (۴)

$12\pi$  (۳)

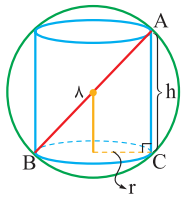
$8\pi$  (۲)

$2\pi$  (۱)

## پاسخ: گزینه ۴



**حالت بحرانی** یک شکل بکشید و ارتباط بین ارتفاع و شعاع قاعده استوانه را با شعاع کره به دست آورید. با جای گذاری، از حجم استوانه مشتق بگیرید.



**گام اول:** یک شکل فرضی از مسئله رسم می‌کنیم:

$$(2r)^2 + h^2 = 64 \Rightarrow r^2 = \frac{64 - h^2}{4}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC، رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(16 - \frac{h^2}{4}\right) \cdot h \Rightarrow V(h) = \pi \left(16h - \frac{h^3}{4}\right)$$

**گام دوم:** فرمول حجم استوانه را بر حسب ارتفاع استوانه به دست می‌آوریم:

**گام سوم:** از  $V(h)$  مشتق می‌گیریم تا آهنگ تغییر لحظه‌ای حجم استوانه را در  $h = 4$  به دست آوریم:

$$V'(h) = \pi \left(16 - \frac{3}{4}h^2\right) \xrightarrow{h=4} V'(4) = \pi \left(16 - \frac{3}{4} \times 16\right) = 4\pi$$

**حسابان یازدهم: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۰**

**تست و پاسخ ۱۰**

نمودار دو تابع  $y = 9^x - 1$  و  $y = 4 \times 3^x - 4$ ، در نقاط A و B متقاطع هستند. طول پاره خط AB کدام است؟

$$\sqrt{63} \quad (4)$$

$$\sqrt{65} \quad (3)$$

$$\sqrt{53} \quad (2)$$

$$\sqrt{59} \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۳**

**تشریح:** از فصل توابع نمایی و لگاریتمی معمولاً دو سؤال در کنکور می‌آید که جزء مباحث ساده کنکور است؛ پس حتماً روی آن حساب ویژه‌ای باز کنید.

**گام اول:** برای یافتن نقاط A و B، داریم:

$$9^x - 1 = 4 \times 3^x - 4 \Rightarrow (3^x)^2 - 4 \times 3^x + 3 = 0 \quad (*)$$

**گام دوم:** از تغییر متغیر  $3^x = t$  استفاده می‌کنیم تا معادله (\*) را حل کنیم:

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1=3^x \Rightarrow x=0 \\ t=3=3^x \Rightarrow x=1 \end{cases}$$

**گام سوم:** فرض می‌کنیم  $x_A = 0$  و  $x_B = 1$  باشد، عرض این نقاط را می‌یابیم:

$$y_A = 9^0 - 1 = 0 \Rightarrow A \left( 0, 0 \right)$$

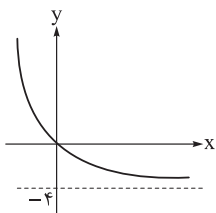
$$y_B = 9^1 - 1 = 8 \Rightarrow B \left( 1, 8 \right)$$

$$AB = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65}$$

**گام چهارم:** طول پاره خط AB برابر می‌شود با:

**تست و پاسخ ۱۱**

نمودار وارون تابع  $f(x) = -\log_2(ax + b)$  به صورت زیر است. مقدار  $f^{-1}(-3)$  چه عددی است؟



$$21 \quad (1)$$

$$\frac{14}{3} \quad (2)$$

$$14 \quad (3)$$

$$28 \quad (4)$$

**پاسخ: گزینه ۴**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -4$$

$$f^{-1}(0) = 0$$

**حالت بحرانی** از روی نمودار f داریم:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلیج فارس



راه حل اول: گام اول: از ضابطه‌ای که برای  $f(x)$  داده شده، وارون این تابع را می‌یابیم:

$$y = -\log_2(ax + b) \Rightarrow ax + b = 2^{-y} \Rightarrow ax = 2^{-y} - b \Rightarrow x = \frac{2^{-y} - b}{a}$$

جای  $x$  و  $y$  را عوض می‌کنیم.  $\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2^{-x} - b}{a}$

$$0 = \frac{1-b}{a} \Rightarrow b = 1 \quad (I)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{-x} - b}{a} = \frac{2^{-\infty} - b}{a} = \frac{0 - b}{a} = \frac{-b}{a} = -4 \xrightarrow{(I)} a = \frac{1}{4}$$

گام دوم: از روی نمودار  $f^{-1}(0) = 0$  است؛ پس:

گام سوم: از طرفی  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -4$  است، داریم:

گام چهارم: بنابراین  $f^{-1}(x) = 4(2^{-x} - 1)$  و  $f^{-1}(-3) = 4(2^3 - 1) = 28$  می‌شود.

راه حل دوم: گام اول: از روی نمودار  $f^{-1}(0) = 0$  است؛ پس  $f(0) = 0$  می‌شود، داریم:

$$f(x) = -\log_2(ax + b) \Rightarrow 0 = -\log_2(b) \Rightarrow b = 2^0 = 1$$

گام دوم: از  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f^{-1}(x) = -4$  نتیجه می‌گیریم که  $f(-4) = +\infty$  است، داریم:

$$+\infty = -\log_2(-4a + 1) \Rightarrow -4a + 1 = 2^{-\infty} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

ادامه حل همانند گام چهارم راه حل اول است.

## تست و پاسخ ۱۲

فرض کنیم  $f(x) = \log_2 4x$  باشد. در این صورت نمودار تابع  $y = 2f\left(\frac{1}{x}\right)$  بر کدام تابع منطبق است؟

۸ + 2f(x) (۴)

۶ - f(x) (۳)

۸ - 2f(x) (۲)

۱۰ - 2f(x) (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع  $f\left(\frac{1}{x}\right)$  را با جای‌گذاری به دست آورید.

## نکته ویژه: ویژگی‌های لگاریتم

ویژگی	توضیح
$y = a^x \Leftrightarrow \log_a y = x$	رابطه‌های لگاریتمی را می‌توانیم به صورت توانی بنویسیم و برعکس.
$y = \log_b a \xrightarrow{\text{دامنه}} \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$	برای تعیین دامنه توابع لگاریتمی بین سه شرط اشتراک می‌گیریم.
$\log_b 1 = 0, \log_a a = 1$	لگاریتم ۱ در هر پایه‌ای صفر و لگاریتم هر عدد در پایه خودش برابر یک است.
$\log_b a^n = n \log_b a$	توان عبارت جلوی لگاریتم به پشت لگاریتم می‌رود. ( $a > 0$ )
$\log_{b^n} a = \frac{1}{n} \log_b a$	توان پایه لگاریتم، معکوس شده و به پشت لگاریتم می‌رود.
$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$	لگاریتم ضرب دو عدد تبدیل به جمع لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$	لگاریتم تقسیم دو عدد تبدیل به تفاضل لگاریتم‌ها می‌شود.
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	ویژگی تغییر پایه
$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$	اگر جای $a$ و $b$ عوض شود، حاصل معکوس می‌شود، مثلاً $\log_2 3$ و $\log_3 2$ معکوس هم هستند.





$$f(x) = \log_7 4x = \log_7 4 + \log_7 x = 2 + \log_7 x$$

گام اول: ابتدا تابع  $f(x)$  را ساده می‌کنیم:

گام دوم: حالا در تابع  $y$  داریم:

$$y = 2f\left(\frac{2}{x}\right) = 2\left(2 + \log_7 \frac{2}{x}\right) = 2(2 + \log_7 2 - \log_7 x) = 2(2 + 1 - \log_7 x) = 6 - 2\log_7 x \quad (*)$$

گام سوم: با توجه به گام اول،  $\log_7 x = f(x) - 2$  است. با جای‌گذاری در  $(*)$ ، داریم:

$$y = 6 - 2(f(x) - 2) = 6 - 2f(x) + 4 = 10 - 2f(x)$$

### تست و پاسخ ۱۳

اگر تابع  $f$  به صورت  $f(x) = x - [x]$  باشد و مقدار  $f(\log_7 24)$  با  $f(\log_7 n)$  برابر باشد، مقدار  $n$  کدام است؟

۳۶ (۴)

۵۴ (۳)

۹۶ (۲)

۱۸ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

ابتدا  $f(\log_7 24)$  را به دست آورید و سپس با جای‌گذاری مقدار  $n$  با توجه به گزینه‌ها، جواب را پیدا کنید.

اگر اختلاف دو عدد  $\alpha$  و  $\beta$  عدد صحیح باشد، آن‌گاه با فرض  $f(x) = x - [x]$ ، مقدار  $f(\alpha)$  و  $f(\beta)$  برابر است.

گام اول: ابتدا حاصل  $f(\log_7 24)$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(\log_7 24) = f(\log_7 3 \times 2^3) = f(\log_7 3 + 3) = \log_7 3 + 3 - [\log_7 3 + 3]$$

$$= \log_7 3 + 3 - 3 - [\log_7 3] = \log_7 3 - [\log_7 3]$$

گام دوم: هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱  $n = 18 \Rightarrow f(\log_7 18) = f(\log_7 2 \times 3^2) = f(1 + 2\log_7 3) = 1 + 2\log_7 3 - [1 + 2\log_7 3] = 2\log_7 3 - [2\log_7 3] \neq f(\log_7 24) \times$

۲  $n = 96 \Rightarrow f(\log_7 96) = f(\log_7 3 \times 2^5) = f(\log_7 3 + 5) = \log_7 3 + 5 - [\log_7 3 + 5] = \log_7 3 - [\log_7 3] = f(\log_7 24) \checkmark$

۳  $n = 54 \Rightarrow f(\log_7 54) = f(\log_7 2 \times 3^3) = f(1 + 3\log_7 3) = 3\log_7 3 - [3\log_7 3] \neq f(\log_7 24) \times$

۴  $n = 36 \Rightarrow f(\log_7 36) = f(\log_7 2^2 \times 3^2) = f(2 + 2\log_7 3) = 2\log_7 3 - [2\log_7 3] \neq f(\log_7 24) \times$

پس ۲ درست است و  $n = 96$  می‌شود.

### تست و پاسخ ۱۴

معادله  $\log_{\sqrt{x}} k + 2\log_k x = 3$  علاوه بر  $x = 4$ ، ریشهٔ دیگر برابر با  $\alpha$  دارد. مقدار  $\alpha$  چه عددی است؟

۱۶ فقط (۴)

۱۶ یا ۸ (۳)

۲ یا ۱۶ (۲)

۲ یا ۸ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

$x = 4$  را در معادله جای‌گذاری کنید تا مقدار  $k$  را بیابید.

گام اول: با جای‌گذاری  $x = 4$  در معادله، ابتدا مقدار  $k$  را پیدا می‌کنیم:

$$\log_{\sqrt{x}} k + 2\log_k x = 3 \xrightarrow{x=4} \log_2 k + \frac{2}{4}\log_k 4 = 3 \Rightarrow \log_2 k + \log_k 2 = 3 \Rightarrow \log_2 k + 2\log_k 2 = 3$$

گام دوم: از تغییر متغیر  $\log_k 2 = \frac{1}{\log_2 k} = t$  استفاده می‌کنیم، داریم:

$$t + \frac{2}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 = \log_2 k \\ t = 2 = \log_2 k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ \text{یا} \\ k = 4 \end{cases}$$

هر دو مقدار  $k$  قابل قبول است، چون در شرط لگاریتم صدق می‌کنند؛ پس به ازای هر دو مقدار  $k$ ، معادله را تشکیل می‌دهیم تا ریشهٔ دیگر  $(\alpha)$  را پیدا کنیم.





گام دوم: برای حل معادله (\*) از تغییر متغیر  $2^x = t$  استفاده می‌کنیم:

$$6t - 8 = t^2 \Rightarrow t^2 - 6t + 8 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 = 2^x \\ \text{یا} \\ t = 4 = 2^x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \text{یا} \\ x = 2 \end{cases}$$

گام سوم: اختلاف ریشه‌ها برابر با ۱ است.

### تست و پاسخ ۱۷

اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = \frac{2^{x+1}}{2^x + 1}$  باشد، مقدار  $f(1) + g(\frac{1}{9})$  چه عددی است؟

- ۵ (۱)       $\frac{13}{3}$  (۲)       $\frac{28}{3}$  (۳)      ۶ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

گام اول: چون  $g(x)$  وارون تابع  $f(x)$  است. از خاصیت وارون تابع استفاده می‌کنیم:

$$g\left(\frac{1}{9}\right) = a \Rightarrow \frac{1}{9} = g^{-1}(a) = f(a)$$

حالا از رابطه  $f(a) = \frac{1}{9}$  مقدار  $a$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(a) = \frac{2^{a+1}}{2^a + 1} = \frac{1}{9} = \frac{2^a}{2^{2a} + 1}$$

واضح است که  $a = 3$  است؛ پس  $g\left(\frac{1}{9}\right) = 3$  می‌شود.

گام دوم: مقدار  $f(1)$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(1) = \frac{2^{1+1}}{2^1 + 1} = \frac{2^2}{3} = \frac{4}{3}$$

گام سوم: مقدار خواسته شده برابر با  $\frac{4}{3} + 3 = \frac{13}{3}$  می‌شود.

### تست و پاسخ ۱۸

دو چرخه‌ای در هر روز ۴ درصد باد موجود در لاستیک خودش را از دست می‌دهد. چه قدر طول می‌کشد تا باد دو چرخه به  $\frac{1}{5}$  باد اولیه خود

برسد؟ ( $\log 2 = 0.3$ ،  $\log 3 = 0.47$ )

- روز  $\frac{80}{3}$  (۱)      روز ۲۵ (۲)      روز ۲۴ (۳)      روز  $\frac{70}{3}$  (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

**تشریح:** درست است که از کاربردهای لگاریتم کمتر سؤال در کنکور مطرح شده است، اما سابقه سؤال آمدن دارد. اگر به دنبال

درصدهای بالاتر در کنکور هستید، به آن نیز بپردازید.

**حیلت حل مسئله:** هر روز، ۹۶٪ آن باقی می‌ماند.

**نریس نامه:** الگوهای رشد یا زوال: فرض کنید مقدار اولیه  $A_0$  باشد، اگر پس از گذشت هر  $t$  سال:

(الف)  $r$  درصد افزایش یابد، مقدار آن پس از  $n$  سال برابر  $A_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$  می‌شود.

(ب)  $r$  درصد کاهش یابد، مقدار آن پس از  $n$  سال برابر  $A_0 \left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$  می‌شود.

گام اول: چون دو چرخه در هر روز، ۴ درصد باد موجود را از دست می‌دهد؛ پس ۹۶ درصد باد آن در هر روز باقی می‌ماند.

فرض می‌کنیم باد اولیه دو چرخه،  $A_0$  باشد، در این صورت بعد از  $n$  روز، باد مانده لاستیک از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$A = A_0 \left(\frac{96}{100}\right)^n$$



گام دوم: باد دوچرخه بعد از  $n$  روز به  $\frac{1}{5}$  باد اولیه خود یعنی  $\frac{1}{5}A_0$  می‌رسد.  $n$  را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{1}{5}A_0 = A_0 \left(\frac{1}{96}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{96}\right)^n = \frac{1}{5} \xrightarrow{\log_{1/96}(\cdot)} n = \log_{1/96} \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow{\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}} n = \frac{\log \delta^{-1}}{\log_{10} 1/96} = \frac{-\log \delta}{\log 96 - \log 100} = \frac{\log \delta}{\log 10^2 - \log 3 \times 2^5}$$

$$= \frac{1 - \log 2}{2 \log 10 - (\log 3 + 5 \log 2)} = \frac{1 - \log 2}{2 - \log 3 - 5 \log 2} \quad (*)$$

گام سوم: با جای‌گذاری مقادیر  $\log 2$  و  $\log 3$  (در صورت سؤال داده شده) در (\*), مقدار  $n$  را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{1 - 0.3}{2 - 0.47 - 5 \times 0.3} = \frac{0.7}{0.3} = \frac{70}{3}$$

پس یعنی  $\frac{70}{3}$  روز طول می‌کشد تا میزان باد به  $\frac{1}{5}$  مقدار باد اولیه برسد.

**ریاضیات گسسته و آمار و احتمال: ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹، آمار و احتمال: صفحه‌های ۳۹ تا ۷۲، ریاضی (۱): صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۱**

### تست و پاسخ ۱۹

یک تاس را دوبار پرتاب کرده‌ایم. چند پیشامد از فضای نمونه‌ای این آزمایش شامل حداقل یک بار ظاهر شدن عدد ۶ است؟

$$2^{25} \times 20 \quad (2)$$

$$2^{25} \quad (1)$$

$$11 \quad (4)$$

$$2^{11} \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۳

**تجزیه نامه** فضای نمونه‌ای پرتاب هر تاس ۶ عضو دارد، پس فضای نمونه‌ای پرتاب  $n$  تاس،  $6^n$  عضو دارد.

● برآمد: به هر یک از اعضای فضای نمونه‌ای یک برآمد یا یک حالت می‌گوییم، برای مثال در آزمایش پرتاب یک تاس، ۶ برآمد (حالت) داریم:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

● پیشامد: به هر زیرمجموعه از اعضای فضای نمونه‌ای یک پیشامد می‌گوییم.

**نکته ۱** اگر تعداد اعضای فضای نمونه‌ای  $n$  باشد، تعداد پیشامدها  $2^n$  تا می‌شود.

**نکته ۲** یک پیشامد زمانی رخ می‌دهد که حاصل آزمایش شامل حداقل یکی از اعضای آن باشد. مثلاً پیشامد زوج آمدن یک تاس یعنی

$$A = \{2, 4, 6\}$$

اگر تاس ۲، ۴ یا ۶ بیاید این پیشامد رخ می‌دهد.

**گام اول:** فضای نمونه‌ای پرتاب ۲ تاس  $6^2 = 36$  عضو دارد.

گام دوم: پیشامد این‌که در پرتاب دو تاس حداقل یک بار ۶ بیاید به صورت زیر است:

$$A = \{(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 5), (6, 4), (6, 3), (6, 2), (6, 1)\}$$

اگر حاصل آزمایش شامل حداقل یکی از این ۱۱ عضو باشد، این پیشامد رخ می‌دهد.

گام سوم: گفتیم فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد. برای این‌که پیشامد  $A$  رخ دهد، باید حداقل یکی از اعضای  $A$  انتخاب شوند که به  $2^6 - 1 = 2^6 - 1 = 63 - 1 = 62$  حالت می‌توانیم یک زیرمجموعه ناتهی از اعضای  $A$  را انتخاب کنیم.

گام چهارم: هر کدام از  $25 = 36 - 11$  عضو دیگر فضای نمونه‌ای را می‌توانیم انتخاب کنیم یا نکنیم، پس  $2^{25}$  حالت دارد، بنابراین جواب برابر

$$2^{25} \times 20 \times 20 \text{ می‌شود.}$$



### تست و پاسخ ۲۰

هر یک از اعداد دورقمی که با ارقام ۲، ۳ و ۴ و بدون تکرار رقم می‌توانیم بسازیم را روی یک کارت می‌نویسیم. تمام کارت‌ها را درون یک کیسه قرار می‌دهیم و به تصادف دو کارت از این کیسه خارج می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع اعداد دو کارت خارج شده بر ۳ بخش پذیر است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{4} (۲) & \frac{1}{3} (۱) \\ \frac{1}{2} (۴) & \frac{2}{3} (۳) \end{array}$$

### پاسخ: گزینه ۱

کافیست به این نکته توجه کنید که جمع دو عدد وقتی مضرب ۳ است که یا هر دو مضرب ۳ باشند، یا این که باقی‌مانده تقسیم یکی از اعداد بر ۳ برابر ۱ و باقی‌مانده تقسیم عدد دیگر بر ۳ برابر ۲ باشد.

گام اول: تعداد کل اعداد دورقمی، با ارقام ۲، ۳ و ۴ و بدون تکرار ارقام برابر است با:

$$\frac{3}{\text{یکی از ارقام}} \times \frac{2}{\text{رقم باقی‌مانده}} = 6$$

۲ یا ۳ یا ۴

این ۶ عدد به صورت زیرند:

$$۲۳, ۲۴, ۳۲, ۳۴, ۴۲, ۴۳$$

$$A = \{۲۴, ۴۲\}$$

گام دوم: این ۶ عدد را بر حسب باقیمانده آن‌ها بر ۳ دسته‌بندی می‌کنیم:

$$B = \{۳۴, ۴۳\}$$

$$C = \{۲۳, ۳۲\}$$

گام سوم: حالا برای این که دو عدد انتخاب کنیم و جمع آن‌ها مضرب ۳ باشد، دو حالت داریم:

حالت اول: دو عدد از مجموعه A انتخاب کنیم که  $\binom{2}{2} = 1$  حالت دارد.

حالت دوم: یک عدد از مجموعه B و یک عدد از مجموعه C انتخاب کنیم:

$$\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 2 \times 2 = 4$$

انتخاب یک عدد از B  
انتخاب یک عدد از C

پس تعداد حالات مطلوب  $1 + 4 = 5$  تا است.

گام چهارم: تعداد کل حالات، برابر تعداد حالات انتخاب ۲ عدد از بین ۶ عدد، یعنی  $\binom{6}{2} = 15$  تا است؛ بنابراین جواب مسئله برابر است با:

$$\frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

### تست و پاسخ ۲۱

دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، «مجموع دو عدد رو شده برابر با ۸» یا «هر دو عدد رو شده، فرد» است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{4} (۲) & \frac{1}{3} (۱) \\ \frac{1}{18} (۴) & \frac{5}{36} (۳) \end{array}$$

### پاسخ: گزینه ۱

$$۶ \times ۶ = ۳۶ \leftarrow \text{تعداد کل حالات}$$

$$\leftarrow \text{تعداد حالات مطلوب} \leftarrow \text{اجتماع دو پیشامد}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلیج سیر



**روش اول:** گام اول: فضای نمونه‌ای پرتاب ۲ تاس  $6 \times 6 = 36$  عضو دارد.

گام دوم: پیشامد «مجموع دو عدد روشده برابر با ۸» را با  $A$  و پیشامد «هر دو عدد روشده فرد» را با  $B$  نمایش می‌دهیم. می‌خواهیم «مجموع دو عدد روشده برابر با ۸» یا «هر دو عدد روشده فرد» باشند، یعنی تعداد اعضای  $A \cup B$  را می‌خواهیم.

**نکته:** تعداد اعضای  $A \cup B$  برابر است با:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

گام سوم: تعداد اعضای  $A$ ،  $B$  و  $A \cap B$  را به دست می‌آوریم:

$$n(B) = \underset{\text{دوم فرد}}{3} \times \underset{\text{عدد}}{3} = 9 \quad A = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

برای پیدا کردن عضوهای  $A \cap B$ ، کافی است در مجموعه  $A$ ، به دنبال اعضای بگردیم که هر دو عدد آن‌ها فرد است:

$\Rightarrow A \cap B = \{(3,5), (5,3)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$  بنابراین:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 9 + 5 - 2 = 12$$

پس جواب برابر  $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$  می‌شود.

		تاس اول					
		۱	۲	۳	۴	۵	۶
تاس دوم	۱	x		x		x	
	۲						○
	۳	x		x		⊗	
	۴				○		
	۵	x		⊗		x	
	۶		○				

**روش دوم:** برای حل سؤالاتی که در آن‌ها دو تاس پرتاب

می‌شود و احتمال رخ دادن یک پیشامد را می‌خواهیم، می‌توانیم جدولی به شکل مقابل رسم کنیم و در آن حالات مطلوب را مشخص کنیم.

برای مثال در جدول مقابل اعضای پیشامد  $A$  با دایره و اعضای پیشامد  $B$  با ضربدر مشخص شده‌اند. خانه‌هایی که هم دایره و هم ضربدر دارند، اعضای  $A \cap B$  هستند.

با توجه به جدول بالا، تعداد اعضای  $A \cup B$  برابر ۱۲ تاس است (خانه‌هایی که حداقل یکی از دایره یا ضربدر را دارند)؛ پس جواب مسئله  $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۲

سکه‌ای پرتاب می‌کنیم. اگر شیر ظاهر شد سه سکه دیگر و اگر خط ظاهر شد دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که همه پرتاب‌ها

یکسان ظاهر شوند، چه قدر است؟

$$\begin{array}{l} \frac{3}{8} \quad (2) \\ \frac{1}{16} \quad (4) \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{5}{16} \quad (1) \\ \frac{3}{16} \quad (3) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۳

**نکته:** کافیه نمودار درختی رسم کنید.

**تجزیه نامه:** فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه ۲ حالت (شیر یا خط) دارد، پس فضای نمونه‌ای پرتاب  $n$  سکه،  $2^n$  عضو دارد.

**نکته:** در پرتاب  $n$  سکه، در یک حالت همه سکه‌ها شیر و در یک حالت همه سکه‌ها خط می‌آیند.

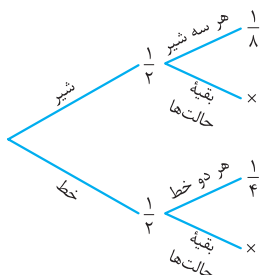
**گام اول:** سکه‌ای که در ابتدای کار پرتاب می‌کنیم به احتمال  $\frac{1}{2}$  شیر و به احتمال  $\frac{1}{2}$  خط می‌آید. حالا اگر این سکه شیر



بیاید، سه سکه پرتاب می‌کنیم. می‌خواهیم همه پرتاب‌ها یکسان ظاهر شوند، پس این سه سکه باید همگی شیر باشند که ۱ حالت است و احتمال آن  $\frac{1}{8}$  می‌شود.

**گام دوم:** اگر سکه‌ای که در ابتدای کار پرتاب کردیم خط بیاید، دو سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. برای این که همه پرتاب‌ها یکسان باشند، این دو سکه هم باید خط باشند که در ۱ حالت هر دو سکه خطاند و احتمال آن  $\frac{1}{4}$  می‌شود.

**گام سوم:** نمودار درختی را رسم می‌کنیم:



بنابراین جواب برابر  $\frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$  می‌شود.

### تست و پاسخ ۲۳

تیم ملی والیبال ایران ۱۴ بازیکن دارد که قد هیچ دو بازیکنی برابر نیست. به ترتیب دو بازیکن انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که قد بازیکن دوم کوتاه‌تر است. با چه احتمالی بازیکن اول، بلندترین بازیکن تیم است؟

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{14} & (۱) \\ \frac{1}{13} & (۲) \\ \frac{1}{10} & (۳) \\ \frac{1}{7} & (۴) \end{array}$$

### پاسخ: گزینه ۴

**نکته:** کافیه حواستون به این باشه که با سؤال احتمال شرطی مواجه هستیم.

### نرسنامه: احتمال شرطی

احتمال رخ دادن پیشامد A به شرط این که بدانیم پیشامد B رخ داده را به صورت  $P(A|B)$  نمایش می‌دهیم که مقدار آن برابر است با:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

تکنیک ما برای حل سؤالات احتمال شرطی به این شکل است که ابتدا تعداد حالات شرط (یا همان B) را حساب می‌کنیم و در مخرج کسر قرار می‌دهیم (در اصل تعداد حالات شرط همان تعداد کل حالات می‌شود)

حالا تعداد حالت‌هایی را می‌شماریم که در آن‌ها هم شرط مسئله رخ داده (شرط می‌شه همون B) و هم پیشامد مطلوب ما (پیشامد مطلوب ما می‌شه A) و این مقدار را در صورت کسر قرار می‌دهیم تا جواب حاصل شود.

**گام اول:** ۱۴ بازیکن داریم که قد هیچ دو بازیکنی برابر نیست. در صورت سؤال گفته به ترتیب دو بازیکن (مثلاً A و B) را انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که قد بازیکن دوم کوتاه‌تر است. این همان شرط مسئله ما است. یعنی تعداد حالت‌هایی را می‌خواهیم که به ترتیب دو بازیکن انتخاب کنیم و قد اولی از قد دومی بلندتر باشد. به  $\binom{14}{2} = 91$  حالت می‌توانیم دو بازیکن انتخاب کنیم. حالا چون قد همه بازیکن‌ها متفاوت است، بازیکن بلندتر را بازیکن اول و بازیکن کوتاه‌تر را دوم در نظر می‌گیریم.

**گام دوم:** تعداد حالت‌هایی را می‌خواهیم که بازیکن اول بلندترین است، پس بازیکن دوم می‌تواند یکی از ۱۳ نفر بعدی باشد که ۱۳ حالت دارد؛ بنابراین جواب برابر  $\frac{1}{91} = \frac{1}{91}$  می‌شود.



## تست و پاسخ ۲۴

سه کارت رنگی در اختیار داریم که اولی دو رو سبز، دومی دو رو قرمز و سومی یک رو سبز و یک رو قرمز است. یک کارت به تصادف برمی داریم و یک رویش را می بینیم. اگر رنگ دیده شده سبز باشد، با چه احتمالی این کارت دو رو سبز است؟

$$\begin{array}{l} \frac{2}{3} \quad (1) \\ \frac{1}{4} \quad (3) \\ \frac{1}{2} \quad (2) \\ \frac{1}{4} \quad (4) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۱

طرح حل مسئله: کافیه نمودار درختی رسم کنید و از قانون بیز کمک بگیرید.

نکته: قانون بیز در اصل ترکیب قانون احتمال کل و احتمال شرطی است.

## رسم مسئله

گام اول: نمودار درختی را رسم می کنیم:

گام دوم: با توجه به نمودار درختی رسم شده، واضح است که احتمال این که یک کارت برداریم یک رویش را ببینیم و رنگ آن سبز باشد، برابر است با:

$$\frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

حالا فقط در یک حالت (حالت مشخص شده در روی نمودار درختی) این کارت دو رو سبز است که

$$\text{احتمال آن } \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \text{ است، پس جواب مسئله برابر } \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ می شود.}$$

## تست و پاسخ ۲۵

اگر A و B دو پیشامد فضای نمونه ای S باشند، به طوری که  $P(A) = 0/2$ ،  $P(B) = 0/22$  و  $P(B|A) = 0/7$ ، آن گاه  $P(B'|A')$  کدام است؟

$$\begin{array}{l} 0/96 \quad (1) \\ 0/92 \quad (3) \\ 0/90 \quad (2) \\ 0/84 \quad (4) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۳

## نرس نامه

الف)  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

ب)  $P(A') = 1 - P(A)$

پ)  $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$ ،  $P(A' \cup B') = 1 - P(A \cap B)$

ت)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

## رسم مسئله

گام اول: ابتدا به  $P(B|A) = 0/7$  توجه کنید:

$$P(B|A) \stackrel{\text{الف}}{=} \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \xrightarrow{P(A)=0/2} 0/7 = \frac{P(B \cap A)}{0/2} \Rightarrow P(B \cap A) = 0/7 \times 0/2 = 0/14$$





گام دوم: حالا سراغ محاسبه  $P(B' | A')$  می‌رویم:

$$P(B' | A') \stackrel{\text{الف}}{=} \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} \stackrel{\text{ب و پ}}{=} \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} \stackrel{\text{ت}}{=} \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)}$$

$$= \frac{1 - (0/2 + 0/22 - 0/14)}{1 - 0/2} = \frac{0/22}{0/8} = 0/90$$

پس:

### تست و پاسخ ۲۶

با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۵ و ۵ چند عدد پنج‌رقمی می‌توان ساخت؟

۱۴۲۰ (۲)

۱۰۸۰ (۱)

۲۲۲۰ (۴)

۲۱۰۰ (۳)

### پاسخ: گزینه ۴

#### تشریح نامه

می‌دانیم  $n$  شیء متمایز  $n!$  جایگشت دارند. حالا اگر  $n$  شیء داشته باشیم به طوری که  $k_1$  شیء از آن‌ها مثل هم،  $k_2$  شیء دیگر مثل هم،  $k_3$  شیء دیگر مثل هم،  $k_4$  شیء دیگر مثل هم باشند، تعداد جایگشت‌های این  $n$  شیء برابر است با:

$$\frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_n!}$$

برای مثال تعداد جایگشت‌های حروف AABBBBCCCC برابر است با:

$$\frac{9!}{2! 3! 4!}$$

A B B B B C C C C

حالت می‌توانیم از بین  $n$  شیء متمایز،  $k$  شیء را انتخاب کنیم به طوری که جایگشت این  $k$  شیء مهم نباشد.  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

گام اول: باید حالت‌بندی کنیم:

**حالت اول:** از هر رقم فقط یکی داشته باشیم، یعنی بخواهیم با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ یک عدد ۵ رقمی بنویسیم که  $5! = 120$  حالت دارد.

**حالت دوم:** از یکی از ارقام ۲ تا ۵ از بقیه ارقام یکی برداریم، یعنی ارقام ما به شکل  $X, X, Y, Z$  و  $t$  باشند. ابتدا به  $\binom{5}{1} = 5$  حالت یکی از ارقام

را حذف می‌کنیم، فرض کنید رقم ۵ حذف شد، بعد به  $\binom{4}{1} = 4$  حالت، انتخاب می‌کنیم از بین کدام یک از ۴ رقم باقی‌مانده ۲ تا برداریم، مثلاً

دو تا رقم ۱ برمی‌داریم. حالا باید با ارقام ۱، ۱، ۲، ۳ و ۴ یک عدد ۵ رقمی بنویسیم که  $\frac{5!}{2!} = 60$  حالت دارد.

**حالت سوم:** از دو تا از ارقام ۲ تا ۵ از یکی از ارقام دیگر یکی برداریم، یعنی ارقام ما به شکل  $X, X, Y, Y, Z$  باشند. ابتدا به  $\binom{5}{2} = 10$  حالت ۲ تا

از ارقام را حذف می‌کنیم، فرض کنید دو رقم ۴ و ۵ حذف شده‌اند. بعد به  $\binom{3}{2} = 3$  حالت می‌توانیم انتخاب کنیم از کدام دو رقم ۲ تا برداریم،

مثلاً از ارقام ۱ و ۲، از هر کدام ۲ تا برمی‌داریم. حالا ارقام ما ۱، ۱، ۲، ۲ و ۳ هستند که  $\frac{5!}{2!2!} = 30$  جایگشت دارند.

گام دوم: بنابراین جواب برابر است با:

$$120 + 5 \times 4 \times 60 + 10 \times 3 \times 30 = 2220$$



## تست و پاسخ ۲۷

با حروف کلمه shokoofeh چند کلمه چهارحرفی می توان ساخت که حداکثر شامل یک حرف h باشد؟

۵۲۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۶۳۰ (۲)

۶۲۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

گام اول: حروف کلمه shokoofeh را به صورت oohh sfke می نویسیم. می خواهیم کلمه ما شامل حداکثر یک حرف h باشد، پس یکی از حرف های h را حذف می کنیم.

گام دوم: پس حالا باید یک کلمه ۴ حرفی با حروف oohhsfke بنویسیم. حالت بندی می کنیم:

حالت اول: در کلمه ۳ تا حرف o باشد. باید به  $\binom{5}{1} = 5$  حالت یکی از حروف hsfke. مثلاً h را انتخاب کنیم که در این صورت ۴ حرف ما oohh می شوند و  $\frac{4!}{3!} = 4$  جایگشت دارند.

حالت دوم: در کلمه ۲ تا حرف o باشد. باید به  $\binom{5}{2} = 10$  حالت دو حرف از حروف hsfke. مثلاً h و s را انتخاب می کنیم که در این صورت ۴ حرف ما oohs می شوند و  $\frac{4!}{2!} = 12$  جایگشت دارند.

حالت سوم: حالا حالت هایی را می شماریم که در آنها حداکثر یک حرف o باشد ابتدا به  $\binom{6}{4} = 15$  حالت چهار حرف از حروف ohsfke. مثلاً ohsf را انتخاب می کنیم که این ۴ حرف  $4! = 24$  جایگشت دارند.

$$5 \times 4 + 10 \times 12 + 15 \times 24 = 20 + 120 + 360 = 500$$

گام سوم: بنابراین جواب برابر است با:

## تست و پاسخ ۲۸

به چند طریق می توان یک عدد هشت رقمی نوشت به طوری که متشکل از سه رقم متمایز بوده و تعداد تکرار هر رقم در عدد اصلی، برابر با مقدار آن رقم باشد؟ (یعنی i تا رقم i، j تا رقم j و k تا رقم k داشته باشد).

۳۳۶ (۲)

۲۲۴ (۱)

۴۴۸ (۴)

۳۷۸ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

طبیعتاً حل مسئله: کافیه به این نکته توجه کنید که باید  $i + j + k = 8$  باشد.

گام اول: عددی که ما می خواهیم باید i رقم i، j رقم j و k رقم k داشته باشد، یعنی مثلاً به شکل زیر باشد:

$$\underbrace{iii \dots i}_{i \text{ تا}} \underbrace{jjj \dots j}_{j \text{ تا}} \underbrace{kkk \dots k}_{k \text{ تا}}$$

به علاوه این عدد باید ۸ رقمی باشد؛ پس  $i + j + k = 8$  است.

گام دوم: حالا کافی است جواب های طبیعی این معادله را پیدا کنیم:

حالت اول: یکی از جواب ها ۱، ۲ و ۵ است، یعنی تعداد اعداد ۸ رقمی با یک رقم ۱، دو رقم ۲ و پنج رقم ۵ که تعداد آنها برابر  $\frac{8!}{2! \times 5!} = 168$  تا است.

حالت دوم: جواب دیگر ۱، ۳ و ۴ است، یعنی تعداد اعداد ۸ رقمی با یک رقم ۱، سه رقم ۳ و چهار رقم ۴ که تعداد آنها برابر  $\frac{8!}{3! \times 4!} = 280$  تا است.

حالت دیگری هم نداریم.

گام سوم: بنابراین جواب برابر  $168 + 280 = 448$  می شود.



هندسه (۳): صفحه‌های ۳۳ تا ۵۹، هندسه (۲): صفحه‌های ۶۱ تا ۷۷

### تست و پاسخ ۲۹

معادله خط هادی سهمی به معادله  $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$  کدام است؟

$$x = 2 \quad (4)$$

$$x = -2 \quad (3)$$

$$x = 1 \quad (2)$$

$$x = -1 \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

**تشریح:** پیدا کردن مختصات رأس و کانون سهمی از روی معادله آن، مهم‌ترین تیپ مسائل سهمی است.

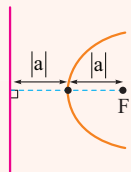
#### درس نامه

(۱) در معادله گسترده سهمی، اگر نسبت به متغیر درجه دوم مشتق بگیریم و آن را برابر صفر قرار دهیم، یا عرض رأس سهمی پیدا می‌شود یا طولش. احتمالاً می‌پرسید چه طور تشخیص دهیم؟

باید خدمتتان عرض کنم که اگر متغیر درجه دوم  $x$  بود، طول رأس و اگر متغیر درجه دوم  $y$  بود، عرض رأس پیدا شده است.

(۲) مختصات رأس سهمی در معادله اش صدق می‌کند.

(۳) همان طور که در شکل زیر می‌بینید، فاصله رأس سهمی از کانون و خط هادی سهمی یکسان است؛ این فاصله را معمولاً با  $|a|$  نشان می‌دهیم.



حواست به منفی باشه

$$a = -\frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲} \times 4}$$

(۴) هر وقت معادله گسترده یک سهمی را داشتید و  $a$  را می‌خواستید، از رابطه روبه‌رو استفاده کنید:

(۵) اگر در سهمی  $y^2$  وجود داشته باشد، سهمی افقی است. در چنین سهمی‌هایی معادله خط هادی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x = a - \text{طول رأس}$$

**گام اول (محاسبه طول رأس):** در سهمی  $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$  داریم؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه، اگر نسبت به  $y$

$$2y + 4 = 0 \Rightarrow y = -2$$

مشتق بگیریم، عرض سهمی پیدا می‌شود:

حالا  $y = -2$  را در معادله سهمی جای‌گذاری می‌کنیم تا طول رأس هم مشخص شود:

$$(-2)^2 + 4(-2) - 8x + 12 = 0 \Rightarrow -8x = -8 \Rightarrow x = 1$$

پس طول رأس شد ۱.

**گام دوم (محاسبه  $a$ ):** حالا به کمک مورد (۴) درس‌نامه، مقدار  $a$  را در سهمی  $y^2 + 4y - 8x + 12 = 0$  به دست می‌آوریم:

$$a = -\frac{\text{ضریب متغیر درجه ۱}}{\text{ضریب متغیر درجه ۲} \times 4} = -\frac{-8}{1 \times 4} = 2$$

**گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):** در معادله سهمی،  $y^2$  داریم؛ پس طبق مورد (۵) درس‌نامه، می‌توانیم بگوییم این سهمی افقی و در نتیجه

$$x = \text{طول رأس} - a = 1 - 2 = -1$$

معادله خط هادی آن به این صورت است:

### تست و پاسخ ۳۰

قطر دهانه و فاصله کانونی یک دیش مخابراتی، هر دو برابر با ۱ متر است. عمق این دیش چند سانتی‌متر است؟

$$50 \quad (4)$$

$$12/5 \quad (3)$$

$$6/25 \quad (2)$$

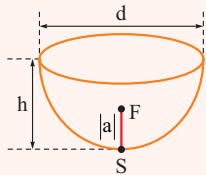
$$25 \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

خطت حل کلیدی بود. یکی از تمرین های کتاب درسی در مورد دیش های سهموی است، ضمن آن که از این موضوع سؤال کنکور هم داشته ایم.

## تجزیه نامه

همان طور که در شکل زیر می بینید، دیش های مخابراتی، قسمتی از یک سهمی هستند.



$$d^2 = 16 |a| h$$

در یک دیش با قطر دهانه  $d$ ، فاصله کانونی  $|a|$  و عمق  $h$ ، رابطه روبه رو برقرار است:

به گفته سؤال  $d = |a| = 1\text{m}$  است. سؤال عمق دیش، یعنی  $h$  را بر حسب سانتی متر می خواهد؛ پس در رابطه  $d^2 = 16 |a| h$ ،

$d$  و  $a$  را بر حسب  $\text{cm}$  جای گذاری می کنیم تا  $h$  هم بر حسب  $\text{cm}$  به دست بیاید:

$$100^2 = 16(100) \times h \Rightarrow h = \frac{100^2}{16 \times 100} = \frac{100 \times 100}{16 \times 100} = \frac{25}{4} = 6.25 \text{ cm}$$

## تست و پاسخ

دایره  $C(O, R)$  و نقطه  $A$  را واقع بر آن در نظر بگیرید. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از  $A$  به فاصله  $R$  باشد و از آن بتوان دو مماس عمود بر هم بر دایره  $C$  رسم کرد؟

۴ (۴) صفر

۴ (۳)

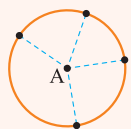
۲ (۲)

۱ (۱)

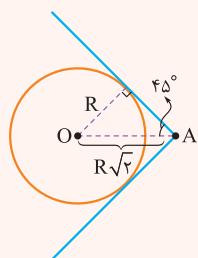
## پاسخ: گزینه ۳

خطت حل کلیدی بود. مکان هندسی نقاطی که از آن ها بتوان دو مماس عمود بر هم بر یک دایره ثابت رسم کرد، چیست؟

## تجزیه نامه



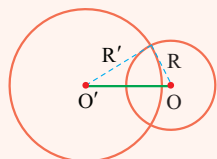
(۱) نقطه  $A$  را در شکل مقابل ببینید. اگر به دنبال نقطه هایی باشیم که فاصله شان از این نقطه برابر  $R$  باشد، باید دایره ای به مرکز  $A$  و شعاع  $R$  بکشیم. هر نقطه ای که روی این دایره باشد، فاصله اش از  $A$  برابر  $R$  است.



(۲) به دایره  $C(O, R)$  در شکل مقابل نگاه کنید. می دانیم از هر نقطه ای که خارج این دایره باشد، می توانیم دو مماس بر آن رسم کنیم. فرض کنید به دنبال نقطه هایی باشیم که بتوانیم دو مماس عمود بر هم بر دایره بکشیم. برای پیدا کردن این نقاط، باید دایره ای به مرکز  $O$  و شعاع  $OA = \sqrt{2}R$  رسم کنیم. از نقطه ای که روی این دایره باشد، می توانیم دو مماس عمود بر هم بر  $C(O, R)$  بکشیم.

(۳) هر وقت به دنبال نقطه هایی بودید که هم زمان دو ویژگی داشته باشند، نقطه های هر ویژگی را جداگانه به دست بیاورید. تا این جا باید دو تا شکل کشیده باشید. نقطه (یا نقطه های) برخورد این دو شکل جواب (یا جواب های) مسئله هستند.

(۴) دو دایره  $C(O, R)$  و  $C'(O', R')$  به شرطی مثل شکل زیر، متقاطع می شوند که نامساوی زیر برقرار باشد:



$$|R - R'| < OO' < R + R'$$



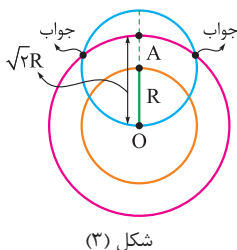
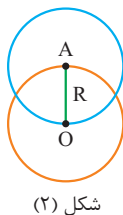
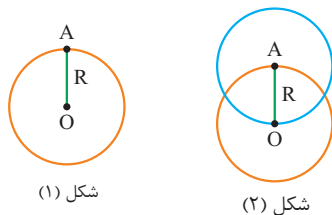
**گام اول (تشخیص استراتژی حل مسئله):** مسئله به دنبال نقطه‌هایی است که هم‌زمان دو ویژگی زیر را داشته باشند:

• ویژگی اول: به فاصله  $R$  از  $A$  باشند.

• ویژگی دوم: از آن نقاط بتوانیم دو مماس عمود بر هم بر  $C(O, R)$  بکشیم.

پس طبق مورد (۳) درس‌نامه، باید نقطه‌های هر ویژگی را جداگانه پیدا کنیم و نقطه‌های برخوردشان را به عنوان جواب در نظر بگیریم.

**گام دوم (پیداکردن نقطه‌های ویژگی اول):** به گفته سؤال نقطه  $A$  روی دایره  $C(O, R)$  قرار دارد (شکل (۱) را ببینید). به دنبال نقطه‌هایی هستیم که به فاصله  $R$  از  $A$  هستند؛ پس دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع  $R$  می‌کشیم. این دایره را به شکل (۱) اضافه می‌کنیم تا به شکل (۲) برسیم. همان‌طور که در شکل (۲) می‌بینید این دایره از مرکز دایره  $C(O, R)$  می‌گذرد:



**گام سوم (پیداکردن نقطه‌های ویژگی دوم و جواب‌های مسئله):** طبق مورد (۲) درس‌نامه، برای پیداکردن نقطه‌های ویژگی دوم، باید دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع  $\sqrt{2}R$  بکشیم. این دایره را به شکل (۲) اضافه می‌کنیم تا به شکل (۳) برسیم. در شکل (۳) دایره‌های آبی و قرمز متقاطع‌اند، در این صورت مسئله جواب دارد، اما باید مطمئن بشویم که دایره‌ها متقاطع‌اند.

برای این کار باید ببینیم نامساوی‌ای که در مورد (۴) درس‌نامه گفتیم، برقرار است یا نه:

$$|\sqrt{2}R - R| < \frac{OA}{R} < \sqrt{2}R + R \Rightarrow 0/4R < R < 2/4R \quad \checkmark$$

پس با اطمینان می‌توانیم بگوییم دو دایره متقاطع‌اند و مسئله دو جواب دارد.

### تست و پاسخ ۳۲

دایره‌ای به شعاع ۵ و مماس بر محور  $x$ ‌ها که از نقطه  $(۳, ۲)$  گذشته و محور  $y$ ‌ها را قطع نمی‌کند، از کدام نقطه می‌گذرد؟

(۲)  $(۵, ۶)$

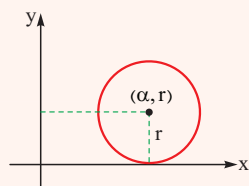
(۱)  $(۷, ۲)$

(۴)  $(۶, ۱)$

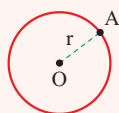
(۳)  $(۴, ۹)$

### پاسخ: گزینه ۳

#### درس‌نامه



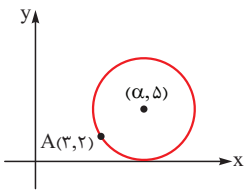
(۱) اگر یک دایره به شعاع  $r$ ، مثل شکل مقابل، در ناحیه اول بر محور  $x$ ‌ها مماس باشد، می‌توانیم مختصات مرکزش را به صورت  $O(\alpha, r)$  در نظر بگیریم.



(۲) اگر نقطه‌ای روی دایره باشد، فاصله‌اش از مرکز دایره، مساوی شعاع دایره است؛ مثلاً در شکل مقابل،  $OA = r$  می‌شود.

$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

(۳) معادله دایره به مرکز  $O(\alpha, \beta)$  و شعاع  $r$  به صورت مقابل نوشته می‌شود:



گام اول (رسم شکل فرضی و پیدا کردن فرم مرکز): سؤال از دایره‌ای به شعاع ۵ حرف می‌زند که از نقطه  $A(3, 2)$  می‌گذرد، و بر محور  $x$  مماس است و محور  $y$ ها را قطع نمی‌کند. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، این اتفاق فقط در ناحیه اول امکان‌پذیر است. حالا طبق مورد (۱) درس‌نامه، می‌توانیم مختصات مرکز را به صورت  $O(\alpha, 5)$  در نظر بگیریم.

گام دوم (نوشتن معادله دایره): به گفته سؤال نقطه  $A(3, 2)$  روی دایره قرار دارد؛ پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بنویسیم:

$$OA = r \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (5 - 2)^2} = 5 \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 3)^2 + 9} = 5 \xrightarrow{\text{توان}^2} (\alpha - 3)^2 + 9 = 25$$

$$\Rightarrow (\alpha - 3)^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} \alpha - 3 = 4 \Rightarrow \alpha = 7 \quad \checkmark \\ \alpha - 3 = -4 \Rightarrow \alpha = -1 \quad \times \end{cases}$$

طول مرکز  $(\alpha)$  در ناحیه اول نمی‌تواند عددی منفی باشد، پس  $\alpha = 7$  قابل قبول است. حالا که مرکز و شعاع دایره را داریم، می‌توانیم به کمک مورد (۳) درس‌نامه معادله‌اش را بنویسیم:

$$\begin{cases} O(7, 5) \\ r = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{معادله دایره: } (x - 7)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$$

گام سوم (پیدا کردن گزینه درست): دایره از نقطه‌ای می‌گذرد که در معادله‌اش صدق کند. تنها نقطه‌ای که در  $(x - 7)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$  صدق می‌کند، نقطه  $(4, 9)$  در  $\text{گزینه } \text{B}$  است؛ پس همین گزینه درست است.

### تست و پاسخ ۳۳

دو دایره با شعاع‌های برابر در نقاط  $(2, 0)$  و  $(6, 4)$  متقاطع‌اند. اگر طول خط‌المركزین، نصف طول وتر مشترک دو دایره باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور  $x$ ها کدام است؟

۴ (۴)

 $4\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

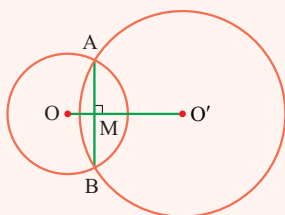
 $2\sqrt{2}$  (۱)

### پاسخ: گزینه B

**تشریح:** شاید فکر کنید که این سؤال خیلی زمان‌بر است و نباید در آزمون مطرح می‌شد، اما در کنکور سال گذشته، سؤال‌ی مشابه این سؤال مطرح شده است.

### تشریح نکته

(۱) دو دایره متقاطع با خط‌المركزین  $OO'$  و وتر مشترک  $AB$  را در شکل مقابل ببینید.



در چنین وضعیتی همیشه خط‌المركزین  $(OO')$  عمود منصف وتر مشترک  $(AB)$  است. این یعنی در شکل بالا  $OO' \perp AB$  و  $M$  وسط  $AB$  است.

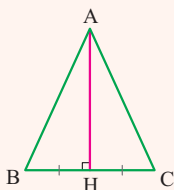
$$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$$

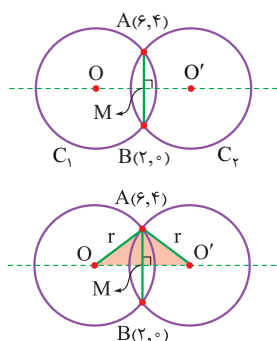
(۲) معادله دایره به مرکز  $O(\alpha, \beta)$  و شعاع  $r$  به این صورت است:

(۳) هر وقت خواستید محل برخورد یک منحنی مثل  $f$  را با محور  $x$ ها پیدا کنید، در معادله منحنی  $f$ ،  $y$  را صفر بگذارید و معادله حاصل را حل کنید. برای پیدا کردن محل برخورد  $f$  با محور  $y$ ها هم باید  $x$  را صفر بگذارید.

(۴) اگر دو خط بر هم عمود باشند، شیبشان قرینه و معکوس هم است.

(۵) در هر مثلث متساوی‌الساقین مثل  $ABC$  در شکل مقابل، ارتفاع وارد بر قاعده (ارتفاع  $AH$ ) نیمساز و میانه هم هست، یعنی در شکل مقابل  $BH = HC$  است.





گام اول (رسم شکل فرضی و تحلیل آن): شکل فرضی مقابل را می کشیم:

طبق مورد (۱) درس نامه دو چیز می توانیم بگوییم: اول این که خط المکزین  $OO'$  بر وتر مشترک  $AB$  عمود و دوم این که  $M$ ، وسط  $AB$  است.

گام دوم (محاسبه شعاع دایره‌ها): به گفته سؤال، طول خط المکزین  $OO'$  نصف طول وتر مشترک  $AB$  است؛ بنابراین می توانیم بنویسیم:

$$OO' = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{(6-2)^2 + (4-0)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{32} = 2\sqrt{2}$$

در ادامه، خوب به مثلث متساوی الساقین رنگی نگاه کنید. طبق مورد (۵) درس نامه می توانیم بگوییم در این مثلث ارتفاع  $AM$ ، میانه هم هست، یعنی:

$$MO = MO' = \frac{OO'}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

قبلاً شد  $4\sqrt{2}$

$$MA = \frac{AB}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

از طرفی  $M$  هم وسط  $AB$  است، پس:

حالا که طول  $MA$  و  $MO$  را داریم می توانیم به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه  $AOM$ ،  $r$  را به دست بیاوریم:

$$r^2 = MA^2 + MO^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 10 \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

گام سوم (پیدا کردن مختصات پارامتری  $O$ ): طبق شکل گام دوم،  $O$  روی خط المکزین دو دایره قرار دارد، پس برای پیدا کردن مختصات پارامتری آن باید اول معادله  $OO'$  را بنویسیم.  $OO'$  بر  $AB$  عمود است، بنابراین شیبش قرینه و معکوس شیب خط  $AB$  است:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4-0}{6-2} = 1 \xrightarrow{m_{OO'} = -\frac{1}{m_{AB}}} m_{AB} = -1$$

از طرفی  $OO'$  از  $M$  که وسط  $AB$  قرار دارد هم می گذرد، پس مختصات نقطه  $M$  را هم به دست می آوریم:

$$M = \frac{A+B}{2} = \frac{(6,4) + (2,0)}{2} = \frac{(8,4)}{2} = (4,2)$$

حالا می توانیم بگوییم  $OO'$  از نقطه  $M(4,2)$  می گذرد و شیبش  $-1$  است، پس طبق مورد (۶) درس نامه، معادله اش به این صورت نوشته می شود:

$$y - 2 = -1(x - 4) \Rightarrow y = -x + 6$$

$O$  روی خط  $y = -x + 6$  قرار دارد، بنابراین مختصات پارامتری آن به صورت  $O(\alpha, -\alpha + 6)$  می شود.

گام چهارم (پیدا کردن مرکز دایره‌ها): فاصله نقطه  $O(\alpha, -\alpha + 6)$  از  $B(2,0)$  را مساوی  $r = \sqrt{10}$  می گذاریم تا  $\alpha$  پیدا شود:

$$OB = r \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2 + \underbrace{((- \alpha + 6) - 0)^2}_{- \alpha + 6}} = \sqrt{10} \xrightarrow{\text{توان}^2} (\alpha-2)^2 + (-\alpha+6)^2 = 10$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 16\alpha + 40 = 10 \Rightarrow 2\alpha^2 - 16\alpha + 30 = 0 \xrightarrow{\div 2} \alpha^2 - 8\alpha + 15 = 0 \Rightarrow (\alpha-3)(\alpha-5) = 0 \Rightarrow \alpha = 3, 5$$

اگر دو مقدار به دست آمده برای  $\alpha$  را در  $O(\alpha, -\alpha + 6)$  جای گذاری کنیم، مختصات  $O$  و  $O'$  به این صورت می شود:  $O(3,3)$ ،  $O'(5,1)$

گام پنجم (نوشتن معادله دایره‌ها): حالا که مراکز و شعاع دایره‌ها را داریم، می توانیم به کمک مورد (۲) درس نامه معادله هایشان را بنویسیم:

$$C_1: (x-3)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow (x-3)^2 + (y-3)^2 = 10$$

$$C_2: (x-5)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{10})^2 \Rightarrow (x-5)^2 + (y-1)^2 = 10$$

گام ششم (محاسبه خواسته سؤال): طبق مورد (۳) درس نامه برای به دست آوردن نقطه یا نقطه‌های برخورد دایره‌های  $C_1$  و  $C_2$  با محور  $x$ ها،

$y = 0$  در معادله‌های آن‌ها جای گذاری می کنیم:

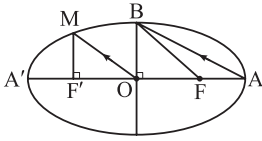
$$C_1: y = 0 \Rightarrow (x-3)^2 + \underbrace{(0-3)^2}_9 = 10 \Rightarrow (x-3)^2 = 1 \Rightarrow x-3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x-3=1 \Rightarrow x=4 \\ x-3=-1 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

همین جا معلوم می شود که فاصله بین نقاط برخورد دایره  $C$  با محور  $x$ ها برابر  $4-2=2$  است؛ پس دیگر نیازی به جای گذاری  $y = 0$  در معادله دایره  $C_2$  نداریم.



## تست و پاسخ ۳۴

در بیضی رسم شده به کانون‌های  $F$  و  $F'$ ، اگر  $AB$  با  $OM$  موازی باشد، آن گاه حاصل  $\frac{OM}{AA'}$  کدام است؟



$$\frac{\sqrt{2}}{4} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \quad (1)$$

$$2\sqrt{3} - 3 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

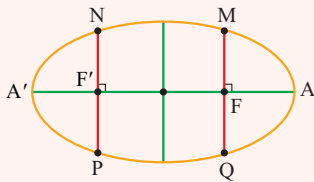
مشاور: «طول وتر کانونی بیضی» که در حل این سؤال از آن استفاده کرده‌ایم، در یکی از کار در کلاس‌های کتاب درسی مطرح شده و مهم است، پس فکر نکنید که این موضوع در کتاب درسی وجود ندارد و مهم نیست.

## تربیت نامیه

(۱) فاصله‌های مهم بیضی را در جدول زیر ببینید:

شکل	فاصله‌های مهم
	قطر بزرگ: $AA' = 2a$
	قطر کوچک: $BB' = 2b$
	فاصله کانونی: $FF' = 2c$
	مرکز بیضی: $O = \frac{F+F'}{2}$

(۲) در شکل مقابل از کانون‌های بیضی  $(F, F')$  عمودهایی بر قطر بزرگ  $(AA')$  کشیده‌ایم تا بیضی را در چهار نقطه قطع کنند.



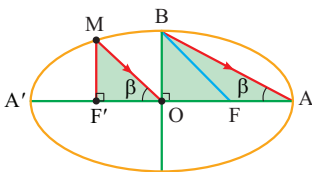
$$MF = \frac{b^2}{a}$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

در چنین شرایطی طول هر ۴ پاره‌خط  $MF, FQ, QF', NF'$  و  $PF'$  برابر می‌شود با:

(۳) بین پارامترهای بیضی  $(a, b, c)$  این رابطه برقرار است:

گام اول (پیدا کردن رابطه بین پارامترهای بیضی): خوب به پاره‌خط‌های موازی  $AB$  و  $MO$  و پاره‌خط مورب  $AA'$  در شکل نگاه کنید. طبق قضیه «خطوط موازی و مورب» می‌توانیم بگوییم زاویه‌های  $A$  و  $MOF'$  برابرند؛ این زاویه‌ها را با  $\beta$  در شکل نشان می‌دهیم.



حالا بیایید در مثلث‌های قائم‌الزاویه رنگی  $\tan \beta$  را بنویسیم:

$$\begin{cases} \triangle MOF' : \tan \beta = \frac{MF'}{OF'} \\ \triangle AOB : \tan \beta = \frac{OB}{OA} \end{cases} \xrightarrow[\text{هم باید برابر باشد}]{\text{سمت چپ برابر پس سمت راست}} \frac{MF'}{OF'} = \frac{OB}{OA} \quad (*)$$

طبق مورد (۱) درس‌نامه،  $OB = b$ ،  $OA = a$  و  $OF' = c$  است.  $MF'$  هم دقیقاً شرایط مورد (۲) درس‌نامه را دارد؛ پس  $MF' = \frac{b^2}{a}$ .

با جای‌گذاری این موارد در رابطه (\*) داریم:

$$\frac{\frac{b^2}{a}}{c} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b^2}{a} \times \frac{1}{a} = bc \Rightarrow b^2 = bc \xrightarrow{b \neq 0} b = c \quad (1)$$





حالا طبق مورد (۳) درس نامه می توانیم بنویسیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{b=c} a^2 = c^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2c^2 \Rightarrow a = \sqrt{2}c \quad (2)$$

گام دوم (محاسبه طول OM بر حسب c): در ادامه به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث MOF'، طول OM را بر حسب a حساب می کنیم:

$$OM^2 = OF'^2 + MF'^2 \Rightarrow OM^2 = c^2 + \left(\frac{b^2}{a}\right)^2 \xrightarrow{(1), (2)} OM^2 = c^2 + \left(\frac{c^2}{\sqrt{2}c}\right)^2 = c^2 + \frac{c^2}{2} = \frac{3}{2}c^2$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): در آخر خواسته سؤال، یعنی مقدار  $\frac{OM}{AA'}$  را حساب می کنیم:

$$\frac{OM}{AA'} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}c}}{2a} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}c}}{2(\sqrt{2}c)} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

### تست و پاسخ ۳۵

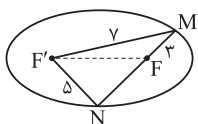
خروج از مرکز بیضی رسم شده که در آن MN از کانون F می گذرد، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

### درسنامه

(۱) فاصله های مهم بیضی را در جدول زیر ببینید:

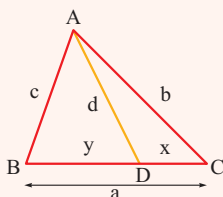
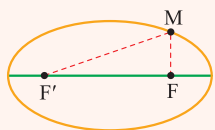
شکل	فاصله های مهم
	قطر بزرگ: $AA' = 2a$
	قطر کوچک: $BB' = 2b$
	فاصله کانونی: $FF' = 2c$
	مرکز بیضی: $O = \frac{F+F'}{2}$

(۲) هر نقطه ای که روی بیضی باشد، مجموع فواصلش از کانون های بیضی برابر  $2a$  است؛ این یعنی برای

نقطه M در شکل مقابل، رابطه زیر برقرار است:

$$MF + MF' = 2a$$

(۳) مثلث ABC با اضلاع a, b و c را در شکل مقابل ببینید.



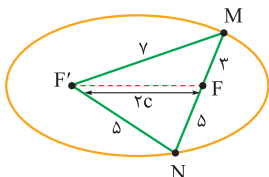
همان طور که می بینید، پاره خط  $AD = d$  روی ضلع مقابلش  $(BC = a)$ ، دو پاره خط به طول x و y ایجاد کرده است. در چنین شرایطی

$$c^2 x + b^2 y = a(d^2 + xy)$$

طبق قضیه استوارت، رابطه مقابل برقرار است:

$$e = \frac{c}{a}$$

(۴) خروج از مرکز هر بیضی برابر است با:



گام اول (محاسبه طول پاره خط NF): همان طور که در شکل مقابل می بینید، نقطه های

M و N روی بیضی قرار دارند، پس طبق مورد (۱) درس نامه می توانیم بنویسیم:

$$MF + MF' = 2a \Rightarrow 3 + 1 = 2a \Rightarrow a = 5$$

$$NF + NF' = 2a \xrightarrow{a=5} NF + 5 = 2(5) \Rightarrow NF = 10 - 5 = 5$$

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): طبق مورد (۱) درس نامه می توانیم طول  $FF'$  را با  $2c$  روی شکل نشان بدهیم. حالا خوب به مثلث  $MF'N$  نگاه کنید. در این مثلث رابطه استوارت را می نویسیم تا مقدار  $c$  پیدا شود:

$$MF'^2 \times NF + NF'^2 \times MF = MN(FF'^2 + MF \times NF) \Rightarrow \underbrace{(7^2 \times 5)}_{245} + \underbrace{(5^2 \times 3)}_{75} = 8((2c)^2 + (3 \times 5))$$

$$\Rightarrow 320 = 8(4c^2 + 15) \xrightarrow{\div 8} 40 = 4c^2 + 15 \Rightarrow 25 = 4c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow c = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

گام سوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا که  $a$  و  $c$  را داریم، می توانیم به کمک مورد (۴) درس نامه، خروج از مرکز بیضی را حساب کنیم:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{5}{2}}{5} = \frac{1}{2}$$

### تست و پاسخ ۳۶

اندازه یک ضلع مثلثی  $4\sqrt{2}$  و اندازه زاویه روبه رو به آن  $30^\circ$  است. اگر اندازه یک زاویه دیگر مثلث  $15^\circ$  باشد، آن گاه طول بزرگ ترین ضلع مثلث کدام است؟

۸ (۴)

$10\sqrt{2}$  (۳)

$8\sqrt{2}$  (۲)

$6\sqrt{2}$  (۱)

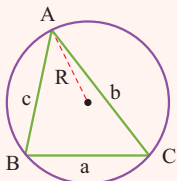
### پاسخ: گزینه ۴

از قضیه سینوس ها استفاده کنید.

### تشریح نامه

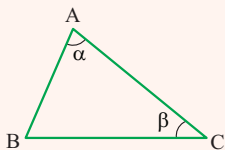
(۱) طبق قضیه سینوس ها، برای مثلث مقابل، می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

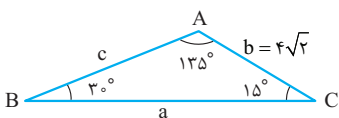


(۲) در هر مثلث، ضلعی که رو به زاویه بزرگ تر قرار دارد، بزرگ تر از ضلعی است که رو به زاویه کوچک تر

است؛ این یعنی اگر در شکل مقابل  $\alpha > \beta$  باشد، می توانیم بگوییم  $\overline{BC} > \overline{AB}$  است.  
رو به  $\alpha$       رو به  $\beta$



گام اول (رسم شکل و تحلیل سؤال): شکل مسئله به صورت مقابل است.



می دانیم مجموع زوایای داخلی یک مثلث  $180^\circ$  است، پس  $\hat{A} = 180^\circ - (30^\circ + 15^\circ) = 135^\circ$ . سؤال طول بزرگ ترین ضلع مثلث را می خواهد. همان طور که در شکل بالا می بینید،  $\hat{A} = 135^\circ$ ، بزرگ ترین زاویه داخلی مثلث است؛ پس طبق مورد (۲) درس نامه می توانیم بگوییم، ضلع رو به این زاویه، یعنی  $a$  بزرگ ترین ضلع مثلث است؛ بنابراین ما باید مقدار  $a$  را به دست بیاوریم.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): حالا به کمک قضیه سینوس ها، مقدار  $a$  را حساب می کنیم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a}{\sin 135^\circ} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} \xrightarrow{\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow a = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4 \times 2 = 8$$

### تست و پاسخ ۳۷

مرکز دایره محیطی مثلثی به طول اضلاع  $a$ ،  $12$  و  $5$  بیرون آن واقع است. چند مقدار طبیعی برای  $a$  قابل قبول است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴



نقطه هم‌مرسی در مثلث مورد نظر سؤال، دارای زاویه منفرجه است.

### درس نامه

(۱) هر وقت می‌خواستید به کمک طول اضلاع یک مثلث، نوع آن را مشخص کنید، از جدول زیر استفاده کنید:

مثلث حاده	مثلث قائم‌الزاویه	مثلث منفرجه
جمع مربعات دوضلع دیگر < مربع بزرگ‌ترین ضلع	جمع مربعات دوضلع دیگر = مربع بزرگ‌ترین ضلع	جمع مربعات دوضلع دیگر > مربع بزرگ‌ترین ضلع

(۲) عمودمنصف‌های هر مثلث در یک نقطه هم‌مرساند که این نقطه همان مرکز دایره محیطی مثلث است. همان‌طور که در جدول زیر می‌بینید، این نقطه هم‌رسی می‌تواند داخل، خارج و یا حتی روی مثلث باشد.

نوع مثلث	منفرجه	قائم‌الزاویه	حاده
شکل			
	خارج مثلث	روی مثلث (وسط وتر)	داخل مثلث
نقطه هم‌رسی کجاست؟			

(۳) برای مثلث با اضلاع  $a$ ,  $b$  و  $c$  می‌توانیم نامساوی‌های زیر را بنویسیم:

$$|b-c| < a < b+c, \quad |a-c| < b < a+c, \quad |a-b| < c < a+b$$

**تمرین** گام اول (تشخیص نوع مثلث): به گفته سؤال مرکز دایره محیطی (نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها) بیرون مثلث قرار دارد، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم مثلث منفرجه است.

گام دوم (اجرای شرط مثلث بودن): طبق مورد (۳) درس‌نامه، اعداد  $a$ ,  $12$  و  $5$  به شرطی می‌توانند طول اضلاع یک مثلث باشند که:

$$|5-12| < a < |5+12| \Rightarrow 7 < a < 17 \quad (1)$$

گام سوم (پیدا کردن خواسته سؤال): در گام اول دیدیم که مثلث منفرجه شد، پس طبق مورد (۱) درس‌نامه باید نامساوی «جمع مربعات دو ضلع دیگر > مربع بزرگ‌ترین ضلع» برقرار باشد. این‌جا طول یکی از اضلاع مجهول است، پس بزرگ‌ترین ضلع هم می‌تواند  $a$  باشد، هم  $5$  و هم  $12$ :  
 • بزرگ‌ترین ضلع باشد:

$$a^2 > 5^2 + 12^2 \Rightarrow a^2 > 169 \xrightarrow{a \text{ مثبت است}} a > 13 \xrightarrow{\substack{7 < a < 17 \\ \text{اشتراک}}} 13 < a < 17 \xrightarrow{a \text{ طبیعی است}} a = 14, 15, 16$$

•  $5$  بزرگ‌ترین ضلع باشد که این حالت امکان‌پذیر نیست چون خود سؤال گفته طول ضلع دیگر مثلث  $12$  است!

•  $12$  بزرگ‌ترین ضلع باشد:

$$12^2 > a^2 + 5^2 \Rightarrow a^2 < 119 \Rightarrow a < 10/\dots \xrightarrow{\substack{7 < a < 17 \\ \text{اشتراک}}} 7 < a < 10/\dots \xrightarrow{a \text{ طبیعی است}} a = 8, 9, 10$$

همان‌طور که می‌بینید، جمعاً  $6$  مقدار طبیعی برای  $a$  پیدا شد.

### تست و پاسخ ۳۸

چهارضلعی  $ABCD$  در دایره‌ای به قطر  $AD$  محاط شده است. اگر  $BC = CD$  و نقطه برخورد قطرهای چهارضلعی روی قطر  $BD$  پاره‌خطهایی به طول  $3$  و  $5$  ایجاد کند، طول  $BC$  کدام است؟

$$2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

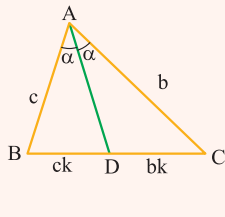
$$2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲



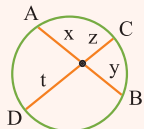
## تشریح نامه



(۱) نیمساز داخلی هر مثلث، ضلع مقابلش را متناسب با اضلاع کناری اش قطع می کند؛ این یعنی اگر در شکل مقابل،  $AD$  نیمساز باشد، می توانیم تناسب مقابل را بنویسیم:

$$\frac{\text{کنارهم}}{BD} = \frac{c}{\text{کنارهم}} \\ \frac{BD}{DC} = \frac{c}{b}$$

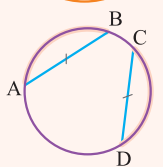
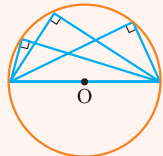
این تناسب را می توانیم به صورت  $BD = ck$  ,  $DC = bk$  هم روی شکل بنویسیم.



(۲) هر وقت دو وتر مثل شکل مقابل، داخل دایره همدیگر را قطع کنند ( $AB$  و  $CD$ )، بین قطعاتی که روی همدیگر می سازند ( $t, z, y, x$ ) این رابطه برقرار است:

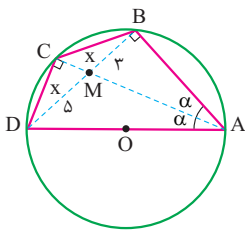
$$xy = zt$$

(۳) همان طور که در شکل مقابل می بینید، زاویه محاطی رو به قطر همیشه  $90^\circ$  است:



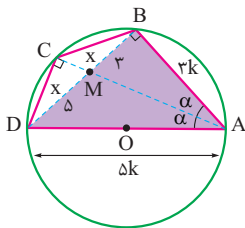
(۴) در شکل مقابل اگر  $AB = CD$  باشد، می توانیم بگوییم  $\widehat{AB} = \widehat{CD}$  است و برعکس.

گام اول (رسم شکل مسئله و تحلیل آن): شکل مسئله به صورت مقابل است.



به گفته سؤال طول اضلاع  $BC$  و  $DC$  برابرند؛ طول جفتشان را با  $x$  روی شکل نشان می دهیم. از تساوی  $DC = BC$  طبق مورد (۴) درس نامه، می توانیم نتیجه بگیریم که  $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ ؛ این یعنی زاویه های محاطی  $BAC$  و  $DAC$  که روبه روی این دو کمان هستند هم برابرند. این دو زاویه را هم با  $\alpha$  روی شکل نشان می دهیم. حالا خوب به زاویه های  $B$  و  $C$  در شکل نگاه کنید. همان طور که می بینید، این دو زاویه، محاطی و رو به قطر هستند، پس طبق مورد (۳) درس نامه هر دو  $90^\circ$  اند.

گام دوم (محاسبه طول اضلاع  $AB$  و  $BD$ ): در مثلث قائم الزاویه  $ABD$ ،  $AM$  نیمساز است، پس طبق مورد (۱) درس نامه، می توانیم تناسب  $\frac{AB}{AD} = \frac{3}{5}$  را به صورت  $AB = 3k$  و  $AD = 5k$  روی شکل بنویسیم.



حالا در همین مثلث، فیثاغورس می نویسیم:

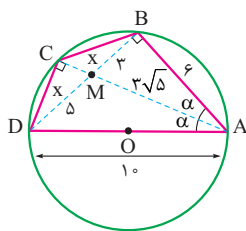
$$AD^2 = AB^2 + BD^2 \Rightarrow (5k)^2 = (3k)^2 + 8^2 \Rightarrow 25k^2 = 9k^2 + 64 \Rightarrow 16k^2 = 64 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$\begin{cases} AB = 3k = 3 \times 2 = 6 \\ AD = 5k = 5 \times 2 = 10 \end{cases}$$

پس طول اضلاع  $AB$  و  $AD$  می شود:

گام سوم (محاسبه طول نیمساز  $AM$ ): به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث  $ABM$ ، طول  $AM$  را به دست می آوریم:

$$AM^2 = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \Rightarrow AM = 3\sqrt{5}$$



گام چهارم (محاسبه طول MC): چیزهایی که تا این جا به دست آوردیم را به شکل گام دوم اضافه می کنیم تا به شکل مقابل برسیم.

همان طور که می بینید، وترهای AC و BD همدیگر را داخل دایره قطع کرده اند، پس طبق مورد (۲) درس نامه، داریم:

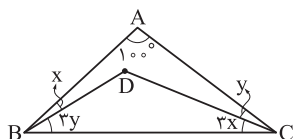
$$MA \times MC = MB \times MD \Rightarrow \sqrt{5} \times MC = 4 \times 5 \Rightarrow MC = \frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

گام پنجم (محاسبه خواسته سؤال): حالا خوب به مثلث قائم الزاویه MCD نگاه کنید. طول اضلاع MD و MC را داریم و CD = x را می خواهیم، پس کافی است فیثاغورس بنویسیم:

$$CD = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{20} \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$$

### تست و پاسخ ۳۹

در شکل رسم شده، اگر  $CD = 8$  و  $BD = 6$ ، آن گاه مساحت مثلث BCD کدام است؟



$$12\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6\sqrt{3} \quad (1)$$

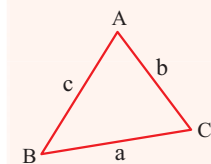
$$24 \quad (4)$$

$$18 \quad (3)$$

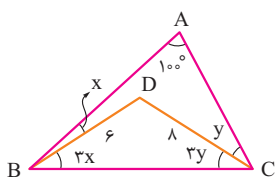
### پاسخ: گزینه ۴

#### تربی نامه

مساحت هر مثلث را می توانیم به کمک رابطه « سینوس زاویه بین همان دو ضلع  $\times$  حاصل ضرب دو ضلع  $\times \frac{1}{2}$  » به دست بیاوریم. مثلاً برای مساحت مثلث مقابل می توانیم رابطه های زیر را بنویسیم:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \hat{C} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} ac \cdot \sin \hat{B} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{2} bc \cdot \sin \hat{A}$$



گام اول (تشخیص استراتژی حل): سؤال به دنبال مساحت مثلث BDC است. از این

مثلث دو ضلع BD و DC را داریم، پس اگر بتوانیم زاویه بین این دو ضلع، یعنی  $\hat{D}$  را به دست بیاوریم، می توانیم طبق درس نامه به کمک رابطه «  $S_{BDC} = \frac{1}{2} BD \times DC \times \sin \hat{D}$  » خواسته سؤال را حساب کنیم.

در مثلث BDC، زاویه D برابر است با:  $\hat{D} = 180^\circ - (3x + 3y) = 180^\circ - 3(x + y)$  (\*) پس برای محاسبه D باید «  $x + y$  » را پیدا کنیم.

گام دوم (محاسبه  $x + y$  و خواسته سؤال): مجموع زوایای داخلی مثلث ABC را مساوی  $180^\circ$  می گذاریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 100^\circ + 4x + 4y = 180^\circ \Rightarrow 4(x + y) = 80^\circ \Rightarrow x + y = 20^\circ$$

$$\hat{D} = 180^\circ - 3(20^\circ) = 120^\circ$$

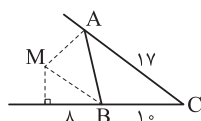
حالا تساوی بالا را در (\*) جای گذاری می کنیم:

حالا که  $\hat{D}$ ، BD و DC را داریم، می توانیم مثلث BDC را حساب کنیم:

$$S_{BDC} = \frac{1}{2} BD \times DC \times \sin \hat{D} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 120^\circ \xrightarrow{\sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} S_{BDC} = 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

### تست و پاسخ ۴۰

در شکل رسم شده، اگر M محل تقاطع نیمسازهای خارجی A و B باشد، آن گاه مساحت ABC کدام است؟



$$54 \quad (2)$$

$$64 \quad (1)$$

$$48 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۴

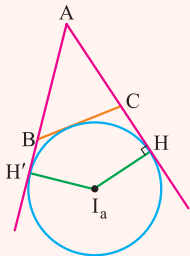
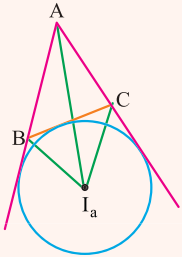


**مشاوره** سؤالی ترکیبی از «دایره‌های محاطی خارجی مثلث» و «رابطه هرون برای محاسبه مساحت مثلث» که با ایده‌گرفتن از یکی از سؤال‌های کنکور پارسال طرح شده است.

**نقطه محل برخورد** M مرکز یکی از دایره‌های محاطی خارجی مثلث ABC است.

### تشریح نامه

(۱) هر مثلث، سه دایره محاطی خارجی دارد که بر یک ضلع و امتداد دو ضلع دیگر مثلث مماس است. در شکل مقابل یکی از دایره‌های محاطی خارجی مثلث ABC را رسم کرده‌ایم. مرکز این دایره، محل برخورد نیمساز داخلی  $\hat{A}$  و نیمسازهای خارجی زوایای B و C است.



(۲) دایره محاطی خارجی مثلث مقابل را ببینید.

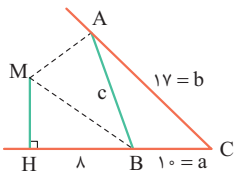
اگر شعاع‌های عمود بر مماس این دایره، یعنی پاره‌خط‌های  $I_a H$  و  $I_a H'$  را بکشیم، طول پاره‌خط‌های AH و  $AH'$  هر دو برابر با نصف محیط مثلث ABC می‌شوند، یعنی:

$$AH = AH' = P \quad (\text{نصف محیط مثلث } ABC)$$

(۳) قضیه هرون) اگر P، نصف محیط مثلثی با اضلاع a، b و c باشد، در این صورت مساحتش برابر می‌شود با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

**گام اول (تحلیل نقطه M در شکل):** به گفته سؤال، نقطه M در شکل مقابل، محل برخورد نیمسازهای خارجی  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  است؛ پس طبق مورد (۱) درس‌نامه می‌توانیم بگوییم این نقطه، مرکز دایره محاطی خارجی مثلث ABC است.



**گام دوم (محاسبه P و AB):** M مرکز دایره محاطی خارجی شد، پس طبق مورد (۲) درس‌نامه، اگر از M بر امتداد BC عمود کنیم، طول پاره‌خط HC برابر می‌شود با نصف محیط مثلث ABC که با P نشان می‌دهیم:

$$HC = P \Rightarrow 10 + 8 = P \Rightarrow P = 18$$

حالا که می‌دانیم  $P = 18$  است، می‌توانیم بنویسیم:

$$P = \frac{c+b+a}{2} \Rightarrow 18 = \frac{c+10+17}{2} \Rightarrow 36 = c+27 \Rightarrow c=9$$

**گام سوم (محاسبه خواسته سؤال):** از مثلث ABC، طول تمام اضلاعش را داریم، پس می‌توانیم به کمک قضیه هرون مساحتش را حساب کنیم:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{18(18-10)(18-17)(18-9)} = \sqrt{\underbrace{18 \times 8 \times 1 \times 9}_{9 \times 2}} = \sqrt{9 \times 16 \times 1 \times 9} = 3 \times 4 \times 3 = 36$$



فیزیک (۳): صفحه‌های ۷۰ تا ۸۸

### تست و پاسخ ۴۱

در سونوگرافی از امواج فراصوتی با بسامد  $7/5 \text{ MHz}$  استفاده می‌شود. اگر تندی انتشار این امواج در یکی از بافت‌های بدن  $1500 \text{ m/s}$  باشد، طول موج این امواج در این بافت بدن چند میلی‌متر است؟

۰/۵ (۴)

۰/۰۵ (۳)

۲ (۲)

۰/۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۱

**تشریح:** در تست‌های کنکور سؤال‌های ساده‌ای هم پیدا می‌شوند که فقط با یک رابطه حل می‌شوند.

**نریس نامه:** رابطه طول موج بر حسب بسامد و تندی انتشار موج به صورت زیر است:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

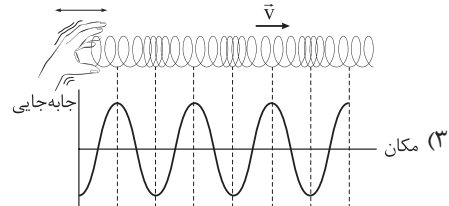
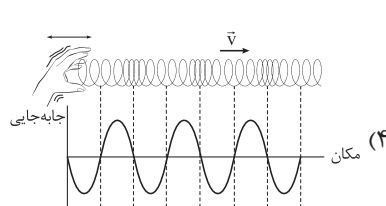
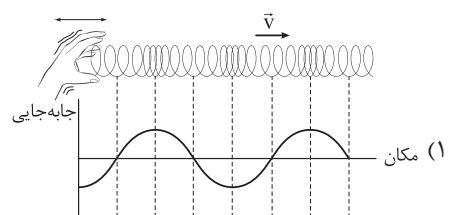
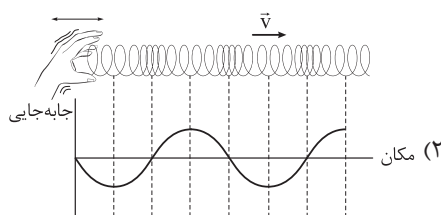
تندی انتشار موج (m/s)  $\uparrow$   
 $\lambda = \frac{v}{f}$  ← طول موج (m)  
 بسامد (Hz)  $\downarrow$

با معلوم بودن بسامد و تندی انتشار موج، طول موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1500 \text{ m/s}}{7/5 \text{ MHz} = 7/5 \times 10^6 \text{ Hz}} \rightarrow \lambda = \frac{1500}{7/5 \times 10^6} = 0/2 \times 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \lambda = 0/2 \text{ mm}$$

### تست و پاسخ ۴۲

نمودار جابه‌جایی - مکان موج طولی منتشر شده در فنر، به صورت کدام یک از شکل‌های زیر می‌تواند باشد؟



### پاسخ: گزینه ۴

**نریس نامه:** در یک لحظه از زمان، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌های فنر رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل، بیشینه است. طول موج برابر با فاصله بین دو تراکم (جمع‌شدگی) یا دو انبساط (بازشدگی) متوالی است. هم‌چنین دامنه موج طولی برابر با بیشینه جابه‌جایی از مکان تعادل است.



**گام اول:** در چشمه موج یعنی محلی که دست شخص نوسان‌ها را ایجاد می‌کند ( $X=0$ )، بیشترین جمع‌شدگی حلقه‌ها رخ داده است؛ بنابراین در مکان  $X=0$  باید جابه‌جایی آن جزء فنر از وضعیت تعادل خود برابر صفر باشد. (رد ۱ و ۲)  
**گام دوم:** با توجه به درس‌نامه در وسط بیشترین بازشدگی‌ها نیز مانند بیشترین جمع‌شدگی‌ها جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. (رد ۳)  
 بنابراین ۴ درست است.

### تست و پاسخ ۴۳

یک تیغه با بسامد  $2/5 \text{ Hz}$  روی سطح آب یک تشت موج نوسان کرده و موج تختی در سطح آب ایجاد می‌کند، به طوری که فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش برابر با  $16 \text{ cm}$  است. عمق آب را کاهش می‌دهیم تا تندی انتشار موج در سطح آن  $2 \text{ m/s}$  تغییر کند. در این حالت فاصله یک برآمدگی تا سومین فرورفتگی بعد از آن به چند سانتی‌متر می‌رسد؟

۲۴ (۱)      ۳۰ (۲)      ۴۸ (۳)      ۶۰ (۴)       $\frac{\lambda}{2}$

### پاسخ: گزینه ۴

ابتدا طول موج و تندی انتشار موج در سطح آب را به دست آورید. سپس با توجه به ثابت ماندن بسامد، در محل کم‌عمق، تندی انتشار موج و طول موج را محاسبه کنید. در پایان نیز فاصله خواسته‌شده را پیدا کنید.

### نری نکته

- هنگام ایجاد یک موج عرضی در سطح آب، فاصله یک برآمدگی از فرورفتگی مجاورش، برابر با نصف طول موج ( $\frac{\lambda}{2}$ ) است.
- وقتی امواج سطحی آب به محلی می‌رسند که عمق آب کاهش می‌یابد، تندی این امواج نیز کم‌تر می‌شود.
- هرگاه موجی از یک محیط وارد محیط دیگری شود، طول موج و تندی انتشار آن به یک نسبت تغییر می‌کنند، اما بسامد آن ثابت می‌ماند، زیرا بسامد از ویژگی‌های چشمه موج است و با تغییر محیط، عوض نمی‌شود.

**گام اول:** ابتدا طول موج و تندی انتشار موج در سطح آب را به دست می‌آوریم:

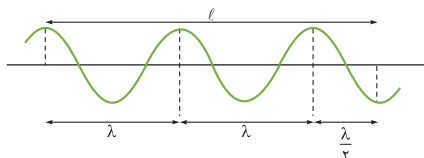
$$\frac{\lambda}{2} = 16 \Rightarrow \lambda = 32 \text{ cm} = 0.32 \text{ m}$$

$$v = f \lambda \xrightarrow[\lambda=0.32 \text{ m}]{f=2/5 \text{ Hz}} v = 2/5 \times 0.32 = 0.128 \text{ m/s}$$

**گام دوم:** در محل کم‌عمق، تندی انتشار موج و طول موج را در سطح آب محاسبه می‌کنیم:

$$v_2 = v_1 - 0.2 \xrightarrow{v_1=0.128 \text{ m/s}} v_2 = 0.128 - 0.2 = -0.072 \text{ m/s}$$

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \xrightarrow[f_2=2/5 \text{ Hz}]{v_2=0.072 \text{ m/s}} \lambda_2 = \frac{0.072}{2/5} = 0.18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$



**گام سوم:** فاصله یک برآمدگی تا سومین فرورفتگی را در محل کم‌عمق پیدا می‌کنیم:

$$l = \frac{5\lambda}{2} \xrightarrow{\lambda=18 \text{ cm}} l = 45 \text{ cm}$$

### تست و پاسخ ۴۴

جرم ریسمان A، ۲ برابر جرم ریسمان B، طول ریسمان A، ۳ برابر طول ریسمان B و اندازه نیروی کشش ریسمان A، ۵۰ درصد بیشتر از اندازه نیروی کشش ریسمان B است. اگر زمانی که طول می‌کشد تا یک موج عرضی طول ریسمان‌های A و B را طی کند،

به ترتیب  $t_A$  و  $t_B$  باشد، حاصل  $\frac{t_A}{t_B}$  کدام است؟

$$F_A = 1/5 F_B$$

۳ (۴)

۲ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴



## تشریح نامه

(۱) تندی انتشار موج در یک ریسمان کشیده شده از رابطه زیر به دست می آید:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \rightarrow \begin{array}{l} \text{نیروی کشش (N)} \\ \text{طول ریسمان (m)} \\ \text{جرم ریسمان (kg)} \end{array}$$

تندی انتشار موج (m/s)

پس برای مقایسه تندی انتشار موج در دو ریسمان A و B می توان نوشت:

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{m_A}{m_B}}$$

(۲) تندی انتشار موج در یک محیط معین، ثابت فرض می شود، یعنی حرکت آن یکنواخت است.

برای هر دو ریسمان A و B، رابطه زمان انتشار موج را بر حسب مسافت طی شده و تندی انتشار آن می نویسیم و نسبت آن ها را به دست می آوریم:

$$\frac{t_A}{t_B} = \frac{\frac{L_A}{v_A}}{\frac{L_B}{v_B}} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{v_B}{v_A} = \frac{L_A}{L_B} \times \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{m_A}{m_B}} \xrightarrow{\substack{F_A = F_B + \Delta F_B = \frac{1}{5} F_B \\ m_A = 2m_B, L_A = 3L_B}} \frac{t_A}{t_B} = \frac{3L_B}{L_B} \times \sqrt{\frac{F_B}{\frac{1}{5} F_B} \times \frac{L_B}{3L_B} \times \frac{2m_B}{m_B}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = 3 \times \sqrt{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 2} = 3 \times \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = 2$$

## تست و پاسخ ۴۵

$$v_s = \frac{1}{6} v_p$$

تندی امواج لرزه‌ای ثانویه ۴۰ درصد کم تر از تندی امواج لرزه‌ای اولیه است. زمین لرزه‌ای در فاصله ۱۰۸۰ کیلومتری از یک دستگاه لرزه‌نگار رخ می دهد. اگر لرزه‌نگار امواج لرزه‌ای اولیه و ثانویه حاصل از این زمین لرزه را به فاصله ۱/۵ دقیقه از هم دریافت کند، تندی انتشار امواج لرزه‌ای عرضی چند کیلومتر بر ثانیه است؟

$$3/2 (4)$$

$$4/8 (3)$$

$$6/4 (2)$$

$$8 (1)$$

## پاسخ: گزینه ۳

## تشریح نامه

امواج لرزه‌ای، موج‌های مکانیکی‌ای هستند که از لایه‌های زمین عبور می کنند. دو نوع از امواج لرزه‌ای، امواج اولیه P و امواج ثانویه S هستند. امواج اولیه P از نوع طولی‌اند و امواج ثانویه S از نوع عرضی‌اند. تندی موج‌های P از تندی موج‌های S بیشتر است، به همین دلیل فاصله مرکز زمین لرزه تا دستگاه لرزه‌نگار را زودتر طی می کنند. با توجه به این که هر یک از این دو موج فوق با تندی ثابت مربوط به خود حرکت می کنند، رابطه  $\Delta x = v \Delta t$  را برای هر یک از آن ها می توان نوشت.

با استفاده از رابطه  $\Delta t = \frac{\Delta x}{v}$ ، زمان پیمودن فاصله مورد نظر توسط هر یک از دو موج را پیدا می کنیم. اگر تندی موج S را با  $v_s$  و تندی موج P را با  $v_p$  نشان دهیم، اختلاف زمان رسیدن این دو موج چنین می شود:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_s} - \frac{\Delta x}{v_p} = \frac{(v_p - v_s) \Delta x}{v_s v_p} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_s v_p}{v_p - v_s} \Delta t \xrightarrow{\substack{v_s = v_p - \frac{1}{6} v_p = \frac{5}{6} v_p \\ \Delta x = 1080 \text{ km}, \Delta t = \frac{1}{5} \text{ min} = 90 \text{ s}}} 1080 = \frac{\frac{5}{6} v_p \times v_p}{v_p - \frac{5}{6} v_p} \times 90$$

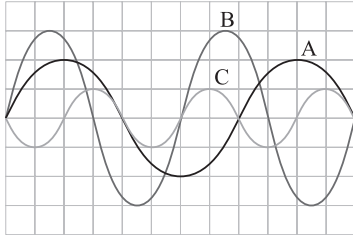
$$\Rightarrow 1080 = \frac{\frac{5}{6} v_p^2}{\frac{1}{6} v_p} \times 90 \Rightarrow 1080 = \frac{3}{2} v_p \times 90 \Rightarrow v_p = 8 \text{ km/s}$$

$$v_s = \frac{5}{6} v_p \xrightarrow{v_p = 8 \text{ km/s}} v_s = \frac{5}{6} \times 8 = 4/3 \text{ km/s}$$



## تست و پاسخ ۴۶

تصویر سه موج مکانیکی عرضی سینوسی A، B و C که در یک محیط منتشر شده‌اند، در یک لحظه معین به شکل زیر است. کدام یک از عبارات زیر درباره این موج‌ها درست است؟ (موج‌ها هم‌نوع‌اند).



الف) بسامد موج C،  $\frac{3}{4}$  برابر بسامد موج B است.

ب) توان متوسط موج C، ۴ برابر توان متوسط موج A است.

پ) دوره تناوب موج A،  $\frac{1}{4}$  برابر دوره تناوب موج C است.

ت) مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی موج A،  $\frac{1}{4}$  برابر مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی موج B است.

(۱) الف و پ

(۲) الف و ت

(۳) ب و پ

(۴) ب و ت

## پاسخ: گزینه ۳

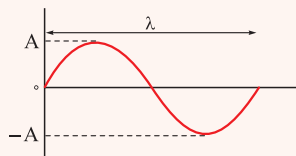
## نکته نامه

(۱) هنگامی که یک موج عرضی در محیط منتشر می‌شود، فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور، طول موج نامیده می‌شود. به عبارت دیگر، طول موج برابر با مسافتی است که موج در مدت یک دوره تناوب نوسان چشمه طی می‌کند.

(۲) بیشترین فاصله یک ذره از مکان تعادل خود، دامنه (A) نام دارد.

(۳) مدت زمانی که هر ذره محیط، یک نوسان کامل انجام می‌دهد، دوره تناوب گفته می‌شود.

(۴) تعداد نوسان‌های انجام شده در هر ثانیه، توسط هر ذره محیط را بسامد می‌گوییم.



$$f = \frac{1}{T} \leftarrow \text{بسامد (Hz)}$$

↓  
دوره تناوب (s)

(۵) توان متوسط یک موج سینوسی مکانیکی، یعنی مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی آن، با مربع دامنه ( $A^2$ ) و مربع بسامد ( $f^2$ ) چشمه موج نسبت مستقیم دارد.

گام اول: با توجه به تصویر موج‌های داده شده و نیز یکسان بودن تندی انتشار هر سه موج که در یک محیط منتشر می‌شوند، داریم:

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v_B = v_C} \frac{f_C}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_C} \xrightarrow{\lambda_B = 1/5 \lambda_C} \frac{f_C}{f_B} = \frac{3}{2}$$

پس عبارت «الف» درست است.

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v_A = v_C} \frac{f_C}{f_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_C} \xrightarrow{\lambda_A = 2\lambda_C} \frac{f_C}{f_A} = 2 \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \frac{T_A}{T_C} = 2$$

بنابراین عبارت «پ» نادرست است. همین‌جا معلوم می‌شود که [۳] صحیح است.

گام دوم: نسبت توان متوسط یک موج سینوسی مکانیکی یا مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{(P_{av})_C}{(P_{av})_A} = \left(\frac{A_C}{A_A}\right)^2 \times \left(\frac{f_C}{f_A}\right)^2 \xrightarrow{\frac{A_A = 2A_C}{f_C = 2f_A}} \frac{(P_{av})_C}{(P_{av})_A} = \left(\frac{A_C}{2A_C}\right)^2 \times \left(\frac{2f_A}{f_A}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

بنابراین عبارت «ب» نادرست است.

$$f = \frac{v}{\lambda} \xrightarrow{v_A = v_B} \frac{f_A}{f_B} = \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \xrightarrow{\lambda_B = \frac{3}{4}\lambda_A} \frac{f_A}{f_B} = \frac{3}{4}$$

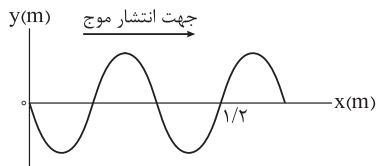
$$\frac{(P_{av})_A}{(P_{av})_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \xrightarrow{\frac{A_A = \frac{2}{3}A_B}{f_A = \frac{3}{4}f_B}} \frac{(P_{av})_A}{(P_{av})_B} = \left(\frac{2}{3}\frac{A_B}{A_B}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\frac{f_B}{f_B}\right)^2 = \frac{4}{9} \times \frac{9}{16} = \frac{1}{4}$$

پس عبارت «ت» درست است.



### تست و پاسخ ۴۷

نمودار جابه‌جایی - مکان یک موج مکانیکی در لحظه‌ای به شکل زیر است. در مدتی که موج مسافت  $2\text{ m}$  را طی می‌کند، جهت حرکت ذره‌ای از محیط که در مکان  $x = 0/4\text{ m}$  قرار دارد، چند مرتبه تغییر می‌کند؟



- ۳ (۱)  
۵ (۳)  
۴ (۲)  
۶ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

#### توسعه نامه

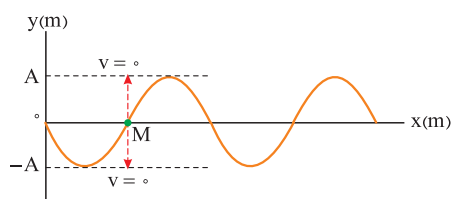
هنگام انتشار یک موج مکانیکی در محیط، هر ذره از محیط با دامنه و بسامدی همانند چشمه موج نوسان می‌کند. هر بار که ذرات محیط به نقاط بازگشتی خود یعنی در دو انتهای مسیر نوسانی می‌رسند، جهت حرکت آن‌ها تغییر می‌کند.

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 1/2 \Rightarrow \lambda = 0/8\text{ m}$$

به ازای هر نوسان چشمه موج، مسافتی به اندازه  $\lambda$  توسط موج در امتداد محور  $x$  طی می‌شود.

$$\Delta x = N\lambda \quad \frac{\lambda = 0/8\text{ m}}{\Delta x = 2\text{ m}} \rightarrow 2 = N \times 0/8 \Rightarrow N = 2/5$$



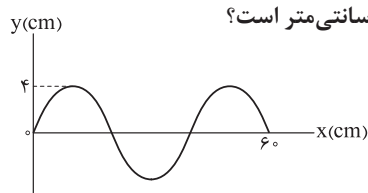
گام دوم: ذره  $M$  از محیط که در فاصله  $0/4\text{ m}$  از چشمه موج قرار دارد، در هر نوسان کامل خود، دو بار تغییر جهت می‌دهد.

بنابراین ذره  $M$  در این مدت،  $5 (2/5 \times 2)$  بار جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد.

تندی انتشار موج در محیط ثابت است. آن را با سرعت نوسانی ذرات محیط که متغیر است، اشتباه نگیرید.

### تست و پاسخ ۴۸

تصویر موج عرضی سینوسی منتشرشده در یک طناب تحت کشش به چگالی خطی جرم  $20\text{ g/m}$ ، در لحظه‌ای به شکل زیر است. اگر نیروی کشش طناب  $50\text{ N}$  باشد، مسافت طی‌شده توسط هر یک از ذرات طناب در مدت  $12\text{ ms}$  برابر چند سانتی‌متر است؟



- ۸ (۱)  
۱۶ (۳)  
۱۲ (۲)  
۲۴ (۴)

### پاسخ: گزینه ۳

#### توسعه نامه

(۱) تندی انتشار موج در یک طناب تحت کشش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \text{نیروی کشش (N)} \quad \leftarrow v = \text{تندی انتشار موج (m/s)}$$

$$\mu \rightarrow \text{چگالی خطی جرم (kg/m)}$$

(۲) هنگام انتشار یک موج مکانیکی در محیط، هر یک از ذرات محیط، در یک نوسان کامل، مسافتی به اندازه  $4$  برابر دامنه را می‌پیمایند.

گام اول: تندی انتشار موج در طناب را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \frac{F=50\text{ N}}{\mu=20\text{ g/m}=2 \times 10^{-2}\text{ kg/m}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{50}{2 \times 10^{-2}}} = \sqrt{2500} = 50\text{ m/s}$$



گام دوم: با توجه به تصویر موج داده شده، طول موج و با استفاده از آن، دوره تناوب موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{3}{4}\lambda = 60 \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$\lambda = Tv \xrightarrow[v=500 \text{ m/s}]{\lambda=0.4 \text{ m}} 0.4 = T \times 500 \Rightarrow T = \frac{4}{500} = 8 \times 10^{-3} \text{ s} = 8 \text{ ms}$$

$$\Delta t = 12 \text{ ms} \xrightarrow[\frac{T}{2}=4 \text{ ms}]{\frac{T}{2}=4 \text{ ms}} \Delta t = 3 \times \frac{T}{2}$$

گام سوم: هر ذره از محیط، در مدت نصف دوره  $(\frac{T}{2})$  مسافتی به اندازه دو برابر دامنه  $(2A)$  را می‌پیماید. بنابراین مسافت طی شده در بازه زمانی

$$\Delta t = 3 \times \frac{T}{2} \text{ برابر است با:}$$

$$l = 3(2A) \xrightarrow[A=4 \text{ cm}]{A=4 \text{ cm}} l = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}$$

### تست و پاسخ ۴۹

چند مورد از عبارتهای زیر درباره امواج صوتی نادرست است؟

(الف) همواره امواج صوتی در جامدها، سریع‌تر از مایع‌ها و در مایع‌ها، سریع‌تر از گازها پیشروی می‌کنند.

(ب) شدت موج صوتی در یک سطح عمود بر راستای انتشار آن، برابر است با انرژی‌ای که توسط موج به واحد سطح می‌رسد.

(پ) بلندی یک صوت را، مانند شدت آن، می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت.

(ت) بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره  $20 \text{ Hz}$  تا  $20000 \text{ Hz}$  است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

موارد «الف» تا «ت» را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) عموماً صوت در جامدها سریع‌تر از مایع‌ها و در مایع‌ها سریع‌تر از گازها حرکت می‌کند، ولی استثناهایی نیز وجود دارد؛ بنابراین همواره درست نیست و عبارت «الف» نادرست است.

(ب) شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند. در عبارت «ب» به جای آهنگ متوسط انرژی یا توان از انرژی استفاده شده که نادرست است.

(پ) شدت صوت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت، اما بلندی چیزی است که گوش ما حس می‌کند و ممکن است برای افراد مختلف یکسان نباشد؛ پس نمی‌توان آن را با یک آشکارساز اندازه گرفت و عبارت «پ» نادرست است.

(ت) گرچه گوش انسان قادر به شنیدن تُن‌های صدای  $20 \text{ Hz}$  تا  $20000 \text{ Hz}$  است، اما بیشترین حساسیت گوش انسان به بسامدهایی در گستره  $2000 \text{ Hz}$  تا  $5000 \text{ Hz}$  است؛ بنابراین عبارت «ت» نیز نادرست است.

با بررسی عبارتهای معلوم می‌شود که هر چهار عبارت نادرست هستند و  $\boxed{4}$  را انتخاب می‌کنیم.

### تست و پاسخ ۵۰

در فاصله  $200$  متری از یک چشمه صوت، شدت صوت  $10^{-8} \text{ W/m}^2$  است. فاصله از چشمه صوت چند متر تغییر کند تا تراز شدت صوت  $1/5$  برابر شود؟ (شدت صوت مبنا  $10^{-6} \text{ W/m}^2$  است و از اتلاف انرژی صوت در محیط صرف نظر شود.)

$$\beta_2 = 1/5 \beta_1$$

۱۹۸ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۰ (۲)

۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴



## درس نامه

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

(۱) رابطه تراز شدت صوت:

 $\beta$ : تراز شدت صوت (dB)I: شدت صوت مورد نظر که می‌خواهیم تراز آن را به دست آوریم. ( $W/m^2$ ) $I_0$ : شدت مرجع یا آستانه شنوایی (حد پایین گستره شنیداری انسان)  $= 10^{-12} W/m^2$ 

(۲) شدت صوت با مربع دامنه و مربع بسامد نسبت مستقیم دارد، اما با مربع فاصله شنونده از چشمه صوت نسبت وارون دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

گام اول: تراز شدت صوت را در حالت اول به دست می‌آوریم:

$$\beta_1 = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \xrightarrow{I_1 = 10^{-8} W/m^2, I_0 = 10^{-12} W/m^2} \beta_1 = 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}} \Rightarrow \beta_1 = 10 \log 10^4 = 40 \text{ dB}$$

گام دوم: تراز شدت صوت در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم و از آنجا شدت صوت را به دست می‌آوریم:

$$\beta_2 = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \xrightarrow{\beta_2 = 60 \text{ dB}} \beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{10^{-12}} \Rightarrow \log\left(\frac{I_2}{10^{-12}}\right) = 6 = \log 10^6 \Rightarrow \frac{I_2}{10^{-12}} = 10^6$$

$$\Rightarrow I_2 = 10^{-6} W/m^2$$

گام سوم: با استفاده از مورد (۲) درس‌نامه و توجه به این‌که در این‌جا فقط فاصله تغییر کرده است، داریم:

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{I_2 = 10^{-6} W/m^2, I_1 = 10^{-8} W/m^2, r_1 = 200 \text{ m}} \frac{10^{-6}}{10^{-8}} = \left(\frac{200}{r_2}\right)^2 \Rightarrow 100 = \frac{200^2}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = 20 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta r = r_2 - r_1 = 20 - 200 = -180 \text{ m}$$

یعنی فاصله از چشمه صوت باید ۱۸۰ m کاهش یابد تا تراز شدت صوت دریافتی ۱/۵ برابر شود.

## تست و پاسخ ۵۱

شخصی در فاصله ۵۰ متری از یک چشمه صوت با توان خروجی ۶۰ mW قرار دارد. اگر تراز شدت صوت دریافتی شخص ۵۶ dB باشد، چند

درصد از انرژی صوت حاصل از چشمه در طی این مسیر تلف شده است؟ ( $\log 2 = 0.3$ ,  $\pi = 3$ ) و  $I_0 = 10^{-6} \mu W/m^2$ 

۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

۲۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

## درس نامه

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

(۱) رابطه شدت صوت به صورت مقابل است:

I: شدت صوت ( $W/m^2$ ) $P_{av}$ : آهنگ متوسط انتقال انرژی یا توان صوتی (W)A: مساحت سطحی که صوت به آن می‌رسد ( $m^2$ )

$$A = 4\pi r^2 \leftarrow \text{مساحت سطح کره } (m^2)$$

شعاع کره (m)

(۲) جبهه‌های موج صوتی در هوا به صورت کره‌ای فرض می‌شوند.

(۳) شدت صوت و تراز شدت صوتی که واقعاً به گوش شنونده می‌رسند کم‌تر از مقداری است که در حالت آرمانی محاسبه می‌شوند، زیرا

همواره بخشی از انرژی صوت حاصل از چشمه صوتی در طی مسیر توسط مولکول‌های محیط جذب شده و عملاً تلف می‌شود.

**گام اول:** شدت صوتی را که در حالت آرمانی به گوش شنونده می‌رسد ( $I$ )، محاسبه می‌کنیم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2} \xrightarrow{P_{av}=60mW=6 \times 10^{-2}W, \pi=3, r=50m} I = \frac{6 \times 10^{-2}}{4 \times 3 \times 50^2} \Rightarrow I = \frac{10^{-2}}{5000} \Rightarrow I = 2 \times 10^{-6} W/m^2 = 2 \mu W/m^2$$

**گام دوم:** شدت صوتی را که در حالت واقعی به گوش شنونده رسیده است ( $I'$ )، محاسبه می‌کنیم:

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I'}{I_0}\right) \xrightarrow{\beta=56dB, I_0=10^{-6} \mu W/m^2=10^{-12} W/m^2} 56 = 10 \log\left(\frac{I'}{10^{-12}}\right)$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{I'}{10^{-12}}\right) = 5.6 = 5 + 0.6 = \log 10^5 + 2 \log 2 = \log 10^5 + \log 2^2 = \log(4 \times 10^5) \Rightarrow \frac{I'}{10^{-12}} = 4 \times 10^5$$

$$\Rightarrow I' = 4 \times 10^{-7} = 0.4 \times 10^{-6} W/m^2 = 0.4 \mu W/m^2$$

$$\frac{I' - I}{I} \times 100 = \frac{0.4 - 2}{2} \times 100 = -80\%$$

**گام سوم:** درصد تغییر انرژی را به دست می‌آوریم:

علامت منفی نشان‌دهنده کاهش انرژی است.

## تست و پاسخ ۵۲

بسامد و طول موج صوت تولیدی یک منبع صوت ساکن به ترتیب  $f_0$  و  $\lambda_0$  است. شخصی با سرعت ثابت در حال دور شدن از این منبع است.

اگر بسامد و طول موج صوت دریافتی توسط شخص به ترتیب  $f$  و  $\lambda$  باشد، کدام یک از عبارات زیر درست است؟

الف)  $f$  کوچک‌تر از  $f_0$  و در حال کاهش است.

ب)  $f$  کوچک‌تر از  $f_0$  و ثابت است.

پ)  $\lambda$  کوچک‌تر از  $\lambda_0$  و در حال افزایش است.

ت)  $\lambda$  کوچک‌تر از  $\lambda_0$  و ثابت است.

ب (۴)

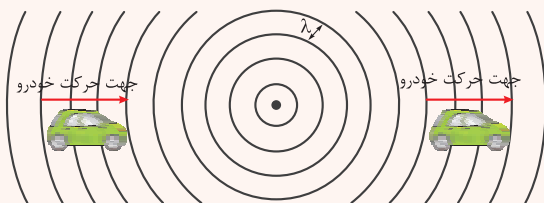
الف (۳)

ب و ت (۲)

الف و پ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

### تشریح مسئله



(۱) در یکی از حالت‌های خاص اثر دوپلر، اگر چشمه صوت ساکن و ناظر (شنونده) متحرک باشد، در مدت‌زمان یکسان شنونده‌ای که به چشمه ساکن نزدیک می‌شود با جبهه‌های موج بیشتری برخورد می‌کند، یعنی بسامد بیشتری دریافت می‌کند، اما شنونده‌ای که از آن دور می‌شود، با جبهه‌های موج کم‌تری برخورد می‌کند، یعنی بسامد کم‌تری دریافت می‌کند؛ اما طول موج حاصل از منبع در اطراف چشمه صوت، در همه‌جا یکسان است.

(۲) این‌که بسامد دریافتی توسط شنونده، نسبت به بسامد واقعی چشمه صوت چه قدر و چگونه تغییر کند، به اندازه و جهت سرعت شنونده نسبت به چشمه صوت بستگی دارد، اما به فاصله شنونده از چشمه صوت ربطی ندارد.

**گام اول:** از آن‌جا که منبع صوت ساکن است، طول موج دریافتی توسط شخص با طول موج واقعی منبع صوت یکسان و

ثابت است؛ بنابراین موارد «پ» و «ت» رد می‌شوند.

**گام دوم:** چون شنونده در حال دور شدن از منبع صوت است، بسامد دریافتی توسط او کم‌تر از بسامد منبع است و چون حرکت شنونده با سرعت ثابت است، به تدریج با دورتر شدن شخص از منبع صوت، بسامد دریافتی تغییر نمی‌کند، یعنی مورد «الف» رد و مورد «ب» تایید می‌شود؛

بنابراین **۴** صحیح است.



### تست و پاسخ ۵۳

یک موج الکترومغناطیسی در راستای عمود بر سطح زمین و به سمت بالا در حال پیشروی است. در یک نقطه معین، در لحظه‌ای که میدان الکتریکی این موج به سمت شمال است، میدان مغناطیسی‌اش در چه جهتی است؟

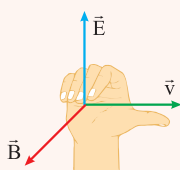
- (۱) شمال  
(۲) جنوب  
(۳) شرق  
(۴) غرب

### پاسخ: گزینه ۴

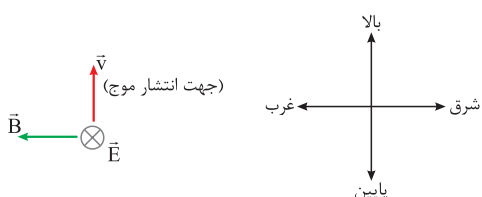
#### نکته مهم

برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم:

اگر چهار انگشت دست راست در جهت میدان الکتریکی طوری قرار گیرد که میدان مغناطیسی از کف دست خارج شود، در این حالت انگشت شست، در جهت انتشار موج است.



طبق قاعده دست راست به صورت شکل زیر، جهت میدان مغناطیسی موج الکترومغناطیسی را به دست می‌آوریم:



(تذکر: در صفحه، شمال را درون سو  $\otimes$  و جنوب را برون سو  $\odot$  در نظر می‌گیریم.)

بنابراین جهت میدان مغناطیسی موج در لحظه مورد نظر، به سمت غرب است.

### تست و پاسخ ۵۴

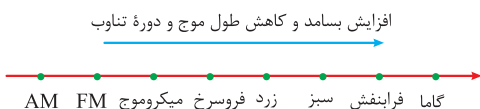
کدام یک از عبارتهای زیر درباره طیف امواج الکترومغناطیسی درست است؟

- (۱) بسامد پرتوهای گاما از بسامد میکروموجها بیشتر است.  
(۲) در خلأ، تندی انتشار امواج فرابنفش از تندی انتشار امواج فرورسوخ بیشتر است.  
(۳) طول موج امواج رادیویی FM از طول موج امواج رادیویی AM بیشتر است.  
(۴) دوره تناوب نور مرئی سبزرنگ از دوره تناوب نور مرئی زردرنگ بیشتر است.

### پاسخ: گزینه ۱

شکل‌های کتاب درسی فیزی مومن، هتماً شکل مربوط به ترتیب امواج الکترومغناطیسی رو بررسی کن و ترتیب رو فقط باش.

مطابق شکل زیر، هر چه به سمت راست پیش می‌رویم، بسامد موج افزایش و طول موج و دوره تناوب کاهش می‌یابد.



از طرفی تندی انتشار تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است.

بنابراین گزینه ۱ درست است.



## تست و پاسخ ۵۵

اگر تراوایی مغناطیسی خلأ برابر  $\mu_0$  و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ برابر  $\epsilon_0$  باشد، یکای  $\mu_0 \epsilon_0$  بر حسب یکاهای اصلی کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\text{متر}^2 \cdot \text{ثانیه}}$   
 (۲)  $\frac{1}{\text{متر} \cdot \text{ثانیه}}$   
 (۳)  $\frac{1}{\text{متر} \cdot \text{ثانیه}^2}$   
 (۴)  $\frac{1}{\text{متر}^2 \cdot \text{ثانیه}^2}$

## پاسخ: گزینه ۳

تندی انتشار موج الکترومغناطیسی در خلأ از رابطه مقابل به دست می‌آید:  
 حالا یکای  $\mu_0 \epsilon_0$  را به دست می‌آوریم:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$[c] = \frac{1}{\sqrt{[\mu_0 \epsilon_0]}} \Rightarrow \text{m/s} = \frac{1}{\sqrt{[\mu_0 \epsilon_0]}} \Rightarrow (\text{m/s})^2 = \frac{1}{[\mu_0 \epsilon_0]} \Rightarrow [\mu_0 \epsilon_0] = (\text{s/m})^2$$

بنابراین یکای  $\mu_0 \epsilon_0$  بر حسب یکاهای اصلی  $\frac{1}{\text{متر} \cdot \text{ثانیه}^2}$  است.

## فیزیک (۲): صفحه‌های ۴۵ تا ۸۲

## تست و پاسخ ۵۶

مقاومت پلاتین یک دماسنج مقاومت پلاتینی در دمای  $20^\circ\text{C}$  برابر  $150\ \Omega$  است. وقتی این دماسنج در محلول خاصی قرار گیرد، مقاومت آن  $174\ \Omega$  می‌شود. دمای این محلول چند درجه سلسیوس است؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه پلاتین  $4 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}$  است.)

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۴ (۳) ۴۰ (۴) ۶۰

## پاسخ: گزینه ۳

طبق رابطه تغییر مقاومت با تغییر دما، داریم:

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta \quad \frac{\Delta R = R_1 - R_0 = 174 - 150 = 24\ \Omega}{\alpha = 4 \times 10^{-3}\ \text{K}^{-1}, R_1 = 150\ \Omega} \rightarrow 24 = 150 \times 4 \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 4^\circ\text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \quad \frac{\Delta \theta = 4^\circ\text{C}}{\theta_1 = 20^\circ\text{C}} \rightarrow 4 = \theta_2 - 20 \Rightarrow \theta_2 = 24^\circ\text{C}$$

اکنون دمای نهایی محلول را حساب می‌کنیم:

توی این سوال هواسه باشه تا اشتباهی به جای  $\theta_2$ ،  $\Delta \theta$  رو به عنوان جواب انتخاب نکنی.

## تست و پاسخ ۵۷

در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱) برابر با  $11\ \text{W}$  و توان مصرفی مقاومت ترکیبی A برابر با  $5\ \text{W}$  است. اگر مقاومت ترکیبی B برابر با  $12\ \Omega$  باشد، نیروی محرکه باتری (۲) برابر با چند ولت است؟

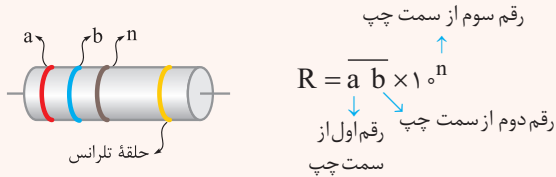


## پاسخ: گزینه ۳

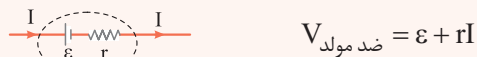
نکته: تک نلنی لازمه که کدهای مربوط به رنگ‌ها رو حفظ باشی. این‌ها باید از الگوی مقاومت B نتیجه‌گیری کنی.



**تشریحی نامه:** مقاومت‌های ترکیبی: این مقاومت‌ها از کربن، برخی نیم‌رساناها و لایه‌های نازک فلزی ساخته می‌شوند. مقدار این مقاومت‌ها از طریق کدگذاری رنگی روی آن‌ها مشخص می‌شود. مطابق شکل زیر برای محاسبه مقدار مقاومت داریم:

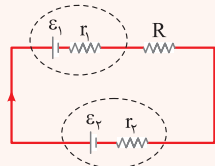


باتری مصرف کننده (ضدمولد): اگر باتری در یک مدار قرار گیرد و جریان الکتریکی برخلاف میل خودش، از پایانه منفی آن خارج شود، در این حالت باتری انرژی الکتریکی دریافت می‌کند و مصرف کننده انرژی است. اندازه اختلاف پتانسیل دو سر ضدمولد از رابطه زیر به دست می‌آید.



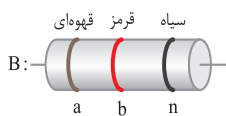
$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon I + rI^2$

از طرفی توان ورودی به ضدمولد از رابطه روبه‌رو حساب می‌شود:

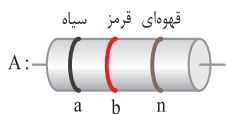


در مداری که مطابق شکل مقابل، یک باتری مولد و یکی ضدمولد است، داریم:

گام اول: طبق الگوی رنگ‌ها در مقاومت ترکیبی B، مقدار مقاومت ترکیبی A را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، داریم:



$$R = \overline{ab} \times 10^n \xrightarrow{R_B = 12\Omega} 12 = \overline{12} \times 10^0 \Rightarrow \begin{cases} 1: \text{قهوه‌ای} \\ 2: \text{قرمز} \\ 0: \text{سیاه} \end{cases}$$



$$R_A = \overline{ab} \times 10^n \Rightarrow R_A = 2 \times 10^1 = 20\Omega$$

گام دوم: جریان عبوری از مدار را حساب می‌کنیم:

$$P_A = R_A I^2 \xrightarrow{\frac{P_A = 5W}{R_A = 20\Omega}} 5 = 20(I^2) \Rightarrow I^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow I = 0.5A$$

گام سوم: توان مصرفی مقاومت B را حساب می‌کنیم:

$$P_B = R_B I^2 \xrightarrow{\frac{R_B = 12\Omega}{I = 0.5A}} P_B = 12 \times (0.5)^2 = 3W$$

گام چهارم: توان ورودی باتری (2) را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{خروجی}} = P_{\text{ورودی}} + P_A + P_B \xrightarrow{\frac{P_{\text{خروجی}} = 11W}{P_A = 5W, P_B = 3W}} 11 = P_{\text{ورودی}} + 5 + 3 \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 3W$$

گام پنجم: نیروی محرکه باتری (2) را حساب می‌کنیم:

$$P_{\text{ورودی}} = \varepsilon I + rI^2 \Rightarrow 3 = \varepsilon(0.5) + 2(0.5)^2 \Rightarrow 0.5\varepsilon = 2/5 \Rightarrow \varepsilon = 5V$$

## تست و پاسخ ۵۸

یک جزء از مدار الکتریکی که از آن جریان الکتریکی 4A در جهت نشان داده شده عبور می‌کند، به شکل زیر است. این جزء در هر دقیقه، 7/2 kJ انرژی به سایر اجزای مدار می‌دهد. اگر پتانسیل الکتریکی نقطه A برابر با 50V باشد، پتانسیل الکتریکی نقطه B برابر چند ولت است؟



۸۰ (۲)

۲۰ (۱)

۳۵۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

**نکته:** اول توان مفید (فروبی) جزء مورد نظر رو حساب کن. بعدش با داشتن جریان، افتلاف پتانسیل دو سرش رو به دست بیار و در نهایت پتانسیل الکتریکی نقطه B رو حساب کن.

**نکته:** وقتی در جهت جریان الکتریکی از یک جزء از مدار عبور می کنیم، دو حالت داریم:

(۱) اگر جزء مورد نظر مصرف کننده انرژی الکتریکی باشد، پتانسیل الکتریکی پس از عبور از آن کم می شود.

(۲) اگر جزء مورد نظر تولید کننده انرژی الکتریکی باشد، پتانسیل الکتریکی پس از عبور از آن زیاد می شود.

**گام اول:** توان مفیدی که به مدار داده می شود را حساب می کنیم:

$$P = \frac{U}{t} \xrightarrow[U=7/2 \text{ kJ} = 7200 \text{ J}]{t=60 \text{ s}} P = \frac{7200}{60} = 120 \text{ W}$$

**گام دوم:** اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را به دست می آوریم:

$$P = I \Delta V \xrightarrow[I=4 \text{ A}]{P=120 \text{ W}} 120 = 4 \times \Delta V \Rightarrow \Delta V = 30 \text{ V}$$

**گام سوم:** پتانسیل الکتریکی نقطه B را به دست می آوریم:

(دقت کنید چون وسیله به مدار انرژی می دهد، وقتی در جهت جریان از آن عبور می کنیم باید پتانسیل الکتریکی زیاد شود؛ یعنی  $V_B > V_A$ )

$$\Delta V = V_B - V_A \xrightarrow[V_A=50 \text{ V}]{\Delta V=30 \text{ V}} 30 = V_B - 50 \Rightarrow V_B = 80 \text{ V}$$

**جواب سوال شماره ۱۱:** دام تستیه برای اوثایی که  $V_B$  رو کم تر از  $V_A$  در نظر بگیرن.

## تست و پاسخ ۵۹

لامپ سه راهه شکل زیر برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر بیشترین توان مصرفی این لامپ، ۳ برابر کم ترین توان مصرفی آن باشد، نسبت مقاومت الکتریکی رشته های این لامپ کدام است؟

۳ (۱)

۲/۵ (۲)

۲ (۳)

۱/۵ (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

می دانیم اختلاف پتانسیل بین دو سر لامپ در همه حالت ها یکسان است؛ بنابراین طبق رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، داریم:

$$P = \frac{V^2}{R} \xrightarrow[P_{\min} = \frac{V^2}{R_{\max}}]{P_{\max} = \frac{V^2}{R_{\min}}} \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{R_{\max}}{R_{\min}} \xrightarrow[P_{\max} = 3P_{\min}]{\frac{P_{\max}}{P_{\min}} = 3} \frac{R_{\max}}{R_{\min}} = 3$$

از طرفی می دانیم مقاومت معادل چند مقاومت موازی، از کوچکترین مقاومت مجموعه هم کوچکتر است؛ بنابراین کمترین مقدار مقاومت مجموعه زمانی است که هر دو کلید A و B بسته شده باشند و دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  با هم موازی باشند و بیشترین مقاومت در حالتی است

که فقط کلید مربوط به مقاومت بزرگ بسته باشد؛ در نتیجه اگر فرض کنیم  $R_1 < R_2$  است، داریم:

$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \frac{R_2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \xrightarrow[\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = 3]{\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = 3} 3 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow 3R_1 = R_1 + R_2 \Rightarrow R_2 = 2R_1 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2$$



جواب درست باشد: توی دام 11 نيفتی، چون باید نسبت  $\frac{R_2}{R_1}$  رو حساب کنی، نه نسبت  $\frac{R_{max}}{R_{min}}$ .

### تست و پاسخ ۶۰

روی یک باتری مقدار  $2400 \text{ mAh}$  نوشته شده است. اگر این باتری جریانی الکتریکی ثابت  $0.08 \text{ A}$  را فراهم سازد، چند دقیقه طول می کشد تا خالی شود؟

۱۸۰۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۳۰۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

یکی از یکاهای بار الکتریکی، میلی آمپرساعت (mAh) است.  $1 \text{ mAh}$  برابر با بار خالص عبوری از مقطع یک سیم است که جریان  $1 \text{ mA}$  از آن در مدت یک ساعت می گذرد. طبق رابطه زیر، داریم:

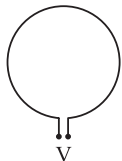
$$\begin{cases} 1 \text{ C} = 1 \text{ As} \\ 1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A} \Rightarrow 1 \text{ mAh} = 3/6 \text{ C} \\ 1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \end{cases}$$

طبق رابطه  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، داریم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \xrightarrow{I=0.08 \text{ A}, \Delta q=2400 \text{ mAh}=2/4 \text{ Ah}} 0.08 \text{ A} = \frac{2/4 \text{ Ah}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 3 \text{ h} \xrightarrow{1 \text{ h}=60 \text{ min}} \Delta t = 3 \times 60 = 1800 \text{ min}$$

### تست و پاسخ ۶۱

با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع  $2 \text{ mm}$ ، مطابق شکل یک حلقه دایره ای به قطر  $5 \text{ cm}$  درست می کنیم. مقاومت الکتریکی این حلقه چند اهم است؟ (مقاومت ویژه مس در SI برابر با  $1/8 \times 10^{-8}$  است.)

۴/۵ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۲)۲/۲۵ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۱)۱/۸ × ۱۰<sup>-۲</sup> (۴)۹ × ۱۰<sup>-۳</sup> (۳)

### پاسخ: گزینه ۳

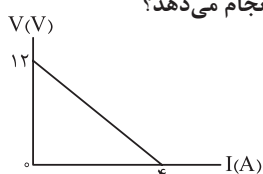
تشریح: توی این سوالات هواسه  $L$  مربوط به طول سیمه که می شه محیط دایره (حلقه) و  $A$  مساحت مقطع سیم هست، نه مساحت حلقه.

طبق رابطه  $R = \frac{\rho L}{A}$ ، داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{\rho=1/8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}, L=2\pi r_{\text{حلقه}}=2\pi(\frac{5}{2})=5\pi \text{ (m)}, A=\pi(\frac{D_{\text{سیم}}}{2})^2=\pi(\frac{2 \times 10^{-3}}{2})^2=\pi \times 10^{-6} \text{ (m}^2\text{)}} R = \frac{1/8 \times 10^{-8} \times 5\pi}{\pi \times 10^{-6}} = 9 \times 10^{-3} \Omega$$

### تست و پاسخ ۶۲

نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک منبع نیروی محرکه بر حسب جریان عبوری از آن به شکل زیر است. اگر به دو سر این منبع نیروی محرکه، یک مقاومت الکتریکی  $5 \text{ اهمی}$  وصل کنیم، منبع نیروی محرکه در هر دقیقه چند کیلوژول کار انجام می دهد؟



۱۰/۸ (۲)

۱/۰۸ (۱)

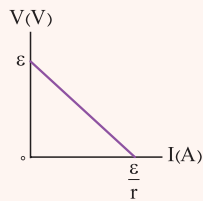
۹/۶ (۴)

۰/۹۶ (۳)

### پاسخ: گزینه ۱



## تجزیه نامه

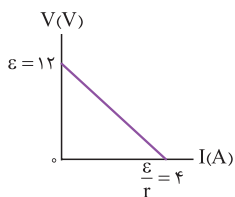


- در نمودار اختلاف پتانسیل بر حسب جریان گذرنده از باتری مطابق شکل مقابل، عرض از مبدأ برابر با  $\varepsilon$  و ریشه نمودار برابر با  $\frac{\varepsilon}{r}$  است.

- نیروی محرکه: کاری که باتری بر روی واحد بار الکتریکی مثبت (1C) انجام می‌دهد تا آن را از پتانسیل منفی به پتانسیل مثبت باتری منتقل کند، از رابطه زیر به دست می‌آید:

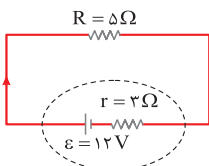
$$\begin{array}{c} \text{کار (J)} \\ \uparrow \\ \varepsilon = \frac{W}{\Delta q} \leftarrow \text{نیروی محرکه (V)} \\ \downarrow \\ \text{بار منتقل شده (C)} \end{array}$$

گام اول: با توجه به نمودار  $V-I$  باتری مطابق شکل زیر، نیروی محرکه و مقاومت درونی باتری را حساب می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = 12 \text{ V} \\ \frac{\varepsilon}{r} = 4 \Rightarrow \frac{12}{r} = 4 \Rightarrow r = 3 \Omega \end{cases}$$

گام دوم: مداری مطابق شکل زیر درست می‌کنیم و جریان گذرنده از مدار را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow I = \frac{12}{5+3} = \frac{12}{8} = 1.5 \text{ A}$$

گام سوم: کاری که منبع نیروی محرکه در هر دقیقه انجام می‌دهد را طبق رابطه  $\varepsilon = \frac{W}{\Delta q}$  به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon = \frac{W}{\Delta q} \xrightarrow[\Delta q = I \cdot \Delta t = 1.5 \times 60 = 90 \text{ C}]{\varepsilon = 12 \text{ V}} 12 = \frac{W}{90} \Rightarrow W = 1080 \text{ J} = 1.08 \text{ kJ}$$

## تست و پاسخ ۶۳

سیم‌ی به طول  $L$  و مقاومت الکتریکی  $R$  را ذوب کرده و با استفاده از تمام ماده سازنده آن، دو سیم با طول‌های یکسان  $2L$  درست می‌کنیم. اگر سطح مقطع یکی از این دو سیم، ۴ برابر دیگری باشد، مجموع مقاومت الکتریکی آن‌ها چند برابر  $R$  است؟ (دما ثابت و یکسان است).

- ۲۵ (۱)      ۱۵ (۲)  
۱۲/۵ (۳)      ۶/۲۵ (۴)

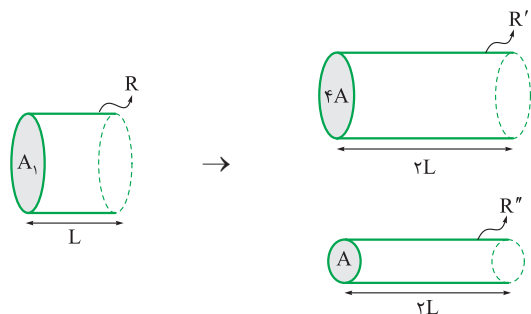
## پاسخ: گزینه ۱

مثله این سوال درست جواب دادی، بدون کارت خیلی درسته و این قسمت رو فوب یادگرفتی وگرنه فتماً پاسخ نامه رو بفون و مطمئن شو که کامل یادگرفتی. بعدش فودت یکی شبیه این سوال طرح کن و برریش کن.



مطابق شکل زیر، از سیم اولیه با مقاومت  $R$  دو سیم با طول‌های یکسان  $2L$  که سطح مقطع یکی  $4$  برابر دیگری است،

درست می‌کنیم:



طبق قانون پایستگی جرم باید جرم و حجم مجموع دو سیم ایجادشده با جرم و حجم سیم اولیه برابر باشد؛ بنابراین داریم:

$$V = V' + V'' \quad \frac{V=A_1 \cdot L}{V'=4A \times 2L, V''=A \times 2L} \rightarrow A_1 \cdot L = 8AL + 2AL = 10AL \Rightarrow A_1 = 10A$$

حالا  $R, R', R''$  را طبق رابطه  $R = \frac{\rho L}{A}$  حساب کرده و نسبت  $\frac{R' + R''}{R}$  را به دست می‌آوریم:

$$R' = \frac{\rho \times 2L}{4A} = \frac{1}{2} \frac{\rho L}{A}, \quad R'' = \frac{\rho \times 2L}{A} = 2 \frac{\rho L}{A}, \quad R = \frac{\rho \times L}{10A} = \frac{1}{10} \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R' + R''}{R} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\rho L}{A} + 2 \frac{\rho L}{A}}{\frac{1}{10} \frac{\rho L}{A}} = 25$$

### تست و پاسخ ۶۴

لامپی که روی آن اعداد  $220V$  و  $400W$  حک شده، به اختلاف پتانسیل الکتریکی  $110V$  وصل است. اگر این لامپ در هر شبانه‌روز به مدت  $5h$  روشن بماند، انرژی الکتریکی مصرفی آن در مدت یک ماه پاییزی چند کیلووات‌ساعت است؟ (مقاومت لامپ را ثابت در نظر بگیرید.)

- ۶۰ (۴)                      ۳۰ (۳)                      ۱۵ (۲)                      ۷/۵ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

با توجه به ثابت بودن مقاومت و به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی لامپ را در حالتی که لامپ به اختلاف

پتانسیل  $110V$  وصل است، به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه  $U = P \times t$ ، انرژی الکتریکی مصرفی را محاسبه کنید.

توان مصرفی لامپ را در حالت  $P$  می‌شود. در

صورتی که مقاومت تغییر نکند، رابطه مقابل برقرار است:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_m = \frac{V_m^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V_m^2}{P_m} \\ P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{V_m^2}{P_m} = \frac{V^2}{P}$$

گام اول: به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی لامپ را به ازای اختلاف پتانسیل  $110V$  به دست می‌آوریم. (فرض

می‌کنیم مقاومت ثابت است.)

$$\left. \begin{array}{l} P_m = \frac{V_m^2}{R} \\ P = \frac{V^2}{R} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_m^2}{P_m} = \frac{V^2}{P} \Rightarrow \frac{(220)^2}{400} = \frac{(110)^2}{P} \Rightarrow P = 100W$$

گام دوم: طبق رابطه  $U = P \times t$ ، انرژی مصرف‌شده توسط لامپ را در مدت  $30$  روز به دست می‌آوریم.

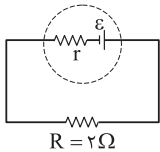
$$U = Pt = 100 \times (30 \times 5) = 15000 Wh = 15 kWh$$

هر شبانه‌روز  $5$  ساعت روشن است.



## تست و پاسخ ۶۵

در مدار شکل زیر، اگر توان خروجی باتری برابر با  $32\text{ W}$  باشد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن برابر چند ولت است؟



۴ (۲)

۲ (۱)

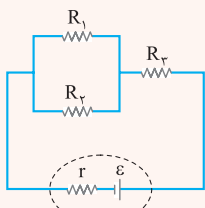
۱۶ (۴)

۸ (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**حالت حل مسئله:** توان خروجی باتری را با توان مصرف شده توسط تنها مقاومت  $R$  برابر قرار دهید تا به کمک آن بتوانید اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R$  را به دست آورید.

**نکته مهم:** شکل زیر یک مدار را نشان می‌دهد که از یک باتری و چند مقاومت مصرف کننده تشکیل شده است. در این صورت توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی تک تک مقاومت‌ها برابر است، به عبارتی داریم:



$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_1 + P_2 + P_3$$

توان خروجی باتری از روابط زیر به دست می‌آید:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = \varepsilon I - rI^2 = \left(\frac{\varepsilon}{R_{\text{eq}} + r}\right)^2 R_{\text{eq}}$$

توان مصرفی توسط مقاومت خارجی  $R$  از روابط زیر به دست می‌آید:

$$P_R \text{ مصرفی مقاومت} = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$$

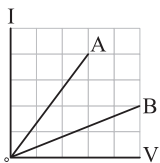
توان خروجی باتری (توان مفید باتری) برابر با مجموع توان‌های مصرفی تک تک مقاومت‌های خارجی است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_R \text{ مصرفی مقاومت} \Rightarrow 32 = \frac{V^2}{R}$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{V^2}{2} \Rightarrow V^2 = 64 \Rightarrow V = 8\text{ V}$$

## تست و پاسخ ۶۶

نمودار جریان عبوری از دو رسانای مجزای  $A$  و  $B$  بر حسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، به شکل زیر است. این دو رسانا را در حالت اول به طور متوالی و در حالت دوم به طور موازی به هم بسته و در هر حالت مجموعه را به اختلاف پتانسیل یکسان و ثابتی وصل می‌کنیم. توان مصرفی رسانای  $A$  در حالت اول چند برابر توان مصرفی آن در حالت دوم است؟



۹ (۲)

۹ (۱)

۳ (۴)

۳ (۳)

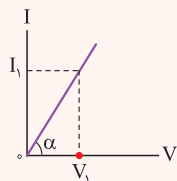
## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره:** معمولاً در سؤالاتی که نمودار مطرح می‌شود، باید از خود پرسیم که شیب این نمودار بیانگر چیست؟

**حالت حل مسئله:** به کمک نمودار  $I - V$  که شیب نمودار بیانگر  $\frac{1}{R}$  است، نسبت مقاومت‌ها را به دست آورید، سپس توان مصرفی مقاومت  $R_A$  را در دو حالتی که به صورت متوالی و موازی با مقاومت  $R_B$  بسته شده است، به کمک رابطه  $P = \frac{V_A^2}{R_A}$ ، به دست آورید. توجه کنید که قبل از به کار بردن رابطه توان مصرفی، سهم مقاومت  $A$  را از اختلاف پتانسیل دو سر باتری به دست آورید.



## تربی نامه



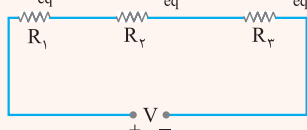
• شیب نمودار  $I-V$  بیانگر  $\frac{1}{R}$  است. شکل مقابل نمودار مقاومت اهمی را نمایش می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$\text{شیب نمودار} = \tan \alpha = \frac{I_1}{V_1} = \frac{1}{R}$$

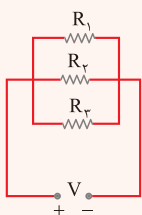
• زمانی که مقاومت‌ها به صورت متوالی (سری) به هم وصل شوند، اختلاف پتانسیل کل، به نسبت بزرگی مقاومت‌ها بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$V_1 = \left(\frac{R_1}{R_{eq}}\right)V \quad V_2 = \left(\frac{R_2}{R_{eq}}\right)V \quad V_3 = \left(\frac{R_3}{R_{eq}}\right)V$$

(به عبارتی در مقاومت بزرگ‌تر، ولتاژ بیشتری افت می‌کند.)



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$



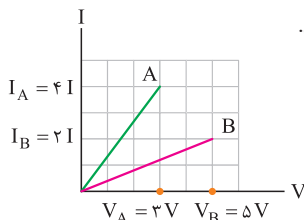
• زمانی که چند مقاومت به صورت موازی به هم وصل می‌شوند، اختلاف پتانسیل دو سر همه مقاومت‌ها با هم برابر است.

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

توان مصرف‌شده توسط مقاومت خارجی  $R$  از روابط زیر به دست می‌آید:

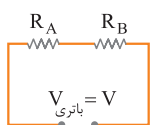
$$P_R = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$$

گام اول: به کمک نمودار  $I-V$ ، نسبت مقاومت  $B$  به مقاومت  $A$  را به دست می‌آوریم.



$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{5V}{3V} \times \frac{4I}{2I} = \frac{10}{3}$$

گام دوم: مطابق شکل، در حالت اول دو مقاومت  $A$  و  $B$  را به صورت متوالی به هم وصل کرده و مجموعه را به اختلاف پتانسیل  $V$  متصل می‌کنیم، در این حالت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $A$  را به دست می‌آوریم.

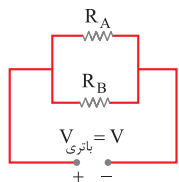


$$V_A = \left(\frac{R_A}{R_{eq}}\right) \times V_{\text{باتری}} \Rightarrow V_A = \left(\frac{R_A}{R_A + R_B}\right) \times V \Rightarrow V_A = \left(\frac{R_A}{R_A + \frac{10}{3}R_A}\right) \times V = \frac{3}{13}V$$

گام سوم: توان مصرفی مقاومت  $R_A$  را در حالت اول به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$  به دست می‌آوریم.

$$P_A = \frac{V_A^2}{R_A} = \frac{\left(\frac{3}{13}V\right)^2}{R_A} = \frac{9}{169} \frac{V^2}{R_A}$$

گام چهارم: شکل زیر، وضعیت مقاومت‌های  $A$  و  $B$  را در حالتی که به صورت موازی به اختلاف پتانسیل  $V$  وصل شده‌اند، نمایش می‌دهد. توان مصرفی مقاومت  $A$  را در این حالت به دست می‌آوریم.



$$V_A = V_B = V$$

$$P'_A = \frac{V_A^2}{R_A} = \frac{V^2}{R_A}$$

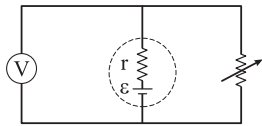
$$\frac{P_A}{P'_A} = \frac{\frac{9}{169} \frac{V^2}{R_A}}{\frac{V^2}{R_A}} = \frac{9}{169}$$

گام پنجم: نسبت توان مصرفی در حالت اول به حالت دوم را به دست می‌آوریم.



## تست و پاسخ ۶۷

در مدار شکل زیر، اگر مقدار مقاومت متغیر از  $R$  به  $2R$  برسد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. اگر در این مدار، مقدار مقاومت متغیر از  $R$  به  $\frac{R}{4}$  برسد، مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



(۲) ۲۵٪ افزایش می‌یابد.

(۱) ۲۵٪ کاهش می‌یابد.

(۴) ۷۵٪ افزایش می‌یابد.

(۳) ۷۵٪ کاهش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۱

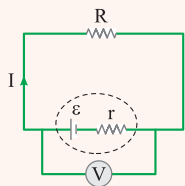
در حالتی که مقاومت خارجی از  $R$  به  $2R$  می‌رسد، اعدادی را که ولت‌سنج آرمانی نمایش می‌دهد، به کمک رابطه

$$V = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r}$$

به دست آورید و با مقایسه آن‌ها و با توجه به این که این مقدار ۲۰ درصد افزایش یافته است، رابطه بین مقاومت درونی ( $r$ )

و مقاومت  $R$  را به دست آورید. دوباره این فرایند را برای حالتی که مقاومت خارجی از  $R$  به  $\frac{R}{4}$  رسیده است، با دانستن رابطه بین  $R$  و  $r$  به کار ببرید و درصد تغییرات ولت‌سنج آرمانی را حساب کنید.

**نکته مهم:** شکل زیر مداری را نشان می‌دهد که یک باتری به یک مقاومت خارجی  $R$  بسته شده است. عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری است و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R$  نیز محسوب می‌شود که از روابط زیر به دست می‌آید:



$$V_{\text{ولت سنج}} = RI = \varepsilon - Ir = \frac{\varepsilon R}{R + r}$$

**گام اول:** ولت‌سنج به دو سر باتری وصل شده و اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نمایش می‌دهد؛ بنابراین داریم:

$$V_{\text{ولت‌سنج}} = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - Ir = \frac{\varepsilon R_{eq}}{R_{eq} + r}$$

$$V_1 = \frac{\varepsilon R}{R + r}, \quad V_2 = \frac{\varepsilon(2R)}{2R + r} = \frac{2\varepsilon R}{2R + r}$$

**گام دوم:** عددی که ولت‌سنج نمایش می‌دهد، ۲۰ درصد افزایش یافته است. بر این اساس رابطه بین  $R$  و  $r$  را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{120}{100} \Rightarrow \frac{2\varepsilon R}{2R + r} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{2(R + r)}{2R + r} = \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{R + r}{2R + r} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5R + 5r = 6R + 3r \Rightarrow 2r = R \Rightarrow r = \frac{R}{2}$$

**گام سوم:** نسبت عددی که ولت‌سنج در حالتی که مقاومت متغیر از  $R$  به  $\frac{R}{4}$  می‌رسد را به دست می‌آوریم.

$$\text{است. زمانی که مقاومت خارجی } R \Rightarrow V_1 = \frac{\varepsilon R}{R + r} \xrightarrow{R=2r} V_1 = \frac{\varepsilon \times 2r}{2r + r} = \frac{2}{3}\varepsilon$$

$$\text{است. زمانی که مقاومت خارجی } \frac{R}{4} \Rightarrow V_2 = \frac{\varepsilon(\frac{R}{4})}{\frac{R}{4} + r} \xrightarrow{R=2r} V_2 = \frac{\varepsilon r}{r + r} = \frac{\varepsilon}{2}$$

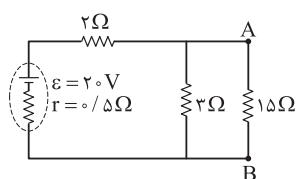
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{2}}{\frac{2}{3}\varepsilon} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{درصد تغییرات } V = \left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) \times 100$$

$$= \left(\frac{3}{4} - 1\right) \times 100 = -25\% \rightarrow \text{عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد ۲۵ درصد کاهش یافته است.}$$





### تست و پاسخ ۶۸



در مدار شکل روبه‌رو، یک بار دو سر یک ولت‌سنج آرمانی و بار دیگر دو سر یک آمپرسنج آرمانی را به دو نقطه A و B می‌بندیم. مقدارهایی که ولت‌سنج آرمانی و آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ در SI کدام‌اند؟

(۲) ۱۸ و ۸

(۱) ۱۰ و ۱۰

(۴) ۱۰ و ۸

(۳) ۱۸ و ۱۰

### پاسخ: گزینه ۴

**تشریح:** معمولاً تحلیل مدار جزء آن دسته از سؤال‌هایی است که زمان زیادی را برای آن باید صرف کنیم. توصیه می‌شود پاسخ‌دهی به این سؤال‌ها را در اولویت‌های آخر قرار دهید. همچنین باید مهارت خود را آن قدر بالا ببرید که خیلی از مراحل را در ذهن خود انجام دهید.

**نکته حل مسئله:** ابتدا دو سر ولت‌سنج آرمانی را به نقاط A و B وصل کنید و پس از محاسبه مقاومت معادل و جریان کل، اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را در مسیری مناسب به دست آورید. در مرحله دوم که آمپرسنج آرمانی به دو نقطه وصل می‌شود، جریان عبوری آمپرسنج را محاسبه کنید. در حالت دوم به موازی بسته شدن دو مقاومت  $3\Omega$  و  $15\Omega$  با آمپرسنج آرمانی هم دقت کنید.

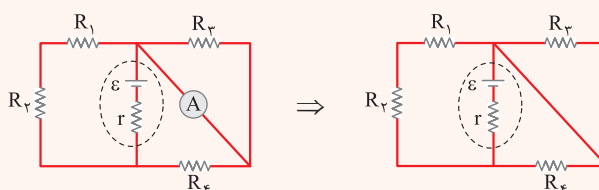
### نکته مهم

- زمانی که دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به صورت موازی به هم وصل شوند، مقاومت معادل آن‌ها از رابطه  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  به دست می‌آید.
- زمانی که دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به صورت متوالی به هم وصل می‌شوند، مقاومت معادل آن‌ها از رابطه  $R_{eq} = R_1 + R_2$  به دست می‌آید.
- ولت‌سنج آرمانی، مقاومتش بی‌نهایت است و می‌توانیم به جای آن، در مدار از کلید باز استفاده کنیم، در این صورت عدد ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر کلید باز را نمایش می‌دهد.



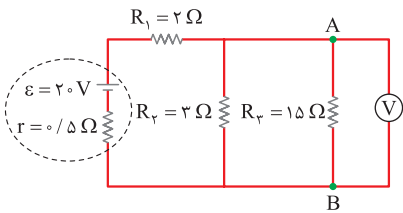
$$V_{\text{ولت‌سنج}} = V_a - V_b$$

- مقاومت آمپرسنج آرمانی، صفر است؛ پس می‌توان به جای آن در مدار سیم بدون مقاومت قرار داد، مثلاً در مدار زیر داریم:

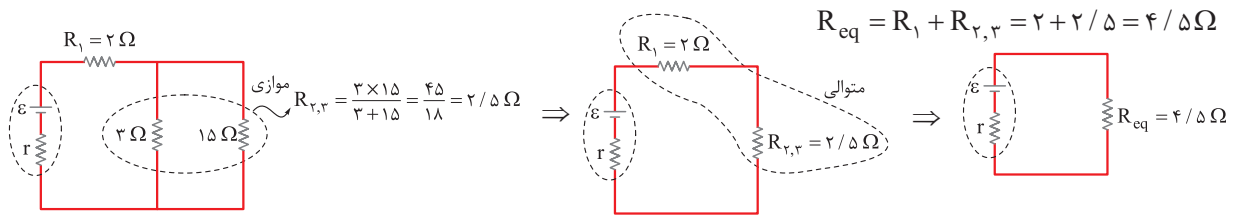


مقاومت  $R_3$  به صورت موازی با یک سیم بدون مقاومت است (به عبارتی اتصال کوتاه شده و اختلاف پتانسیل دو سر آن صفر است) و جریانی از مقاومت  $R_3$  عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شود.

گام اول: شکل زیر وضعیتی از مدار را نشان می‌دهد که بین دو نقطه A و B ولت‌سنج آرمانی وصل کرده‌ایم.



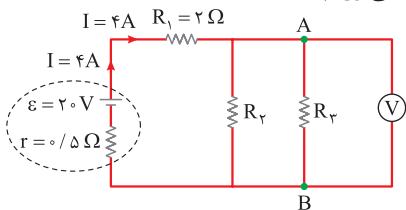
حال مقاومت معادل مدار را به دست می‌آوریم (ولت‌سنج آرمانی است و مقاومت آن بی‌نهایت است و مانند کلید باز رفتار می‌کند).



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{4.5 + 0.5} = \frac{20}{5} = 4A$$

گام دوم: جریان خروجی باتری را در حالت اول به دست می‌آوریم.

گام سوم: عددی که ولت‌سنج آرمانی در حالت اول بین نقاط A و B نمایش می‌دهد را به دست می‌آوریم.



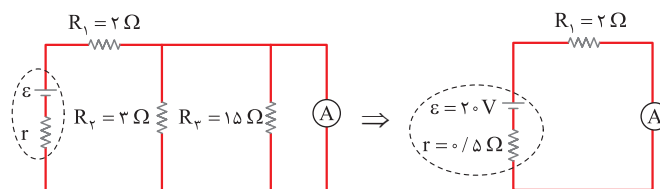
$$V_{\text{ولت‌سنج}} = V_A - V_B$$

$$V_B - Ir + \varepsilon - IR_1 = V_A \Rightarrow V_B - 4(0.5) + 20 - 4(2) = V_A$$

$$10 = V_A - V_B \Rightarrow V_{\text{ولت‌سنج}} = 10V$$

گام چهارم: حال مطابق شکل بین دو نقطه A و B، آمپرسنج آرمانی (بدون مقاومت) متصل می‌کنیم و مدار را ساده‌تر می‌کنیم. مقاومت R3 و

R2 موازی با آمپرسنج هستند و حذف می‌شوند.

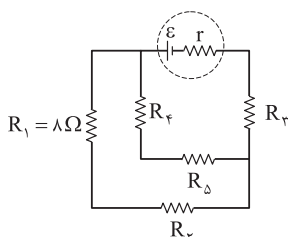


آمپرسنج، جریان خروجی باتری را نمایش می‌دهد.

$$I_{\text{آمپرسنج}} = I_{\text{باتری}} = \frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r} = \frac{20}{2 + 0.5} = 8A$$

## تست و پاسخ ۶۹

در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت‌ها یکسان باشد، مقاومت معادل مدار چند اهم است؟



۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۶ (۳)

۱۸ (۴)

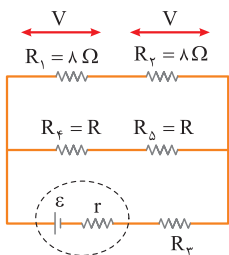
پاسخ: گزینه ۱

**حالت اول:** با توجه به یکسان بودن توان مصرفی مقاومت‌ها، بسته به شرایط، روابط  $P = RI^2$  و  $P = \frac{V^2}{R}$  را به کار ببرید و مقاومت‌های  $R_1$ ،  $R_2$ ،  $R_3$  و  $R_4$  را به دست آورید. سپس مقاومت معادل مدار را محاسبه کنید.

**گام اول:** زوج مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  و زوج مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$ ، به صورت متوالی (سری) به هم وصل شده‌اند و جریانی از هر کدام از این زوج مقاومت‌ها با هم برابر است؛ پس برای این که توان مصرفی آن‌ها یکسان باشد باید مقاومت آن‌ها با هم برابر باشد.

$$P_1 = P_2 \Rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \xrightarrow{I_1 = I_2} R_1 = R_2 = 8 \Omega$$

$$P_3 = P_4 \Rightarrow R_3 I_3^2 = R_4 I_4^2 \xrightarrow{I_3 = I_4} R_3 = R_4 = R \rightarrow \text{مقاومت‌های } R_3 \text{ و } R_4 \text{ را } R \text{ فرض می‌کنیم.}$$



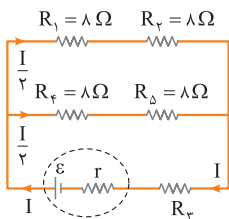
**گام دوم:** شکل ساده‌شده مدار به صورت مقابل است. اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_1$  را  $V$  در نظر بگیریم، در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_3$  هم  $V$  خواهد بود. چون دو شاخه‌ای که شامل مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  است با شاخه‌ای که شامل مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  است موازی می‌باشد؛ بنابراین اختلاف پتانسیل شاخه پایین هم  $2V$  است و چون  $R_3$  و  $R_4$  با هم برابر هستند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها هم  $V$  است.

$$P_1 = P_2 = \frac{V^2}{8}, \quad P_3 = P_4 = \frac{V^2}{R}$$

$$\frac{V^2}{8} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = 8 \Omega$$

**گام سوم:** توان مصرفی مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_3$  با هم برابر است؛ بنابراین داریم:

**گام چهارم:** حال با داشتن مقاومت‌های  $R_3$  و  $R_4$  و تقسیم جریان بین مقاومت‌ها به دنبال یافتن مقاومت  $R_3$  هستیم.

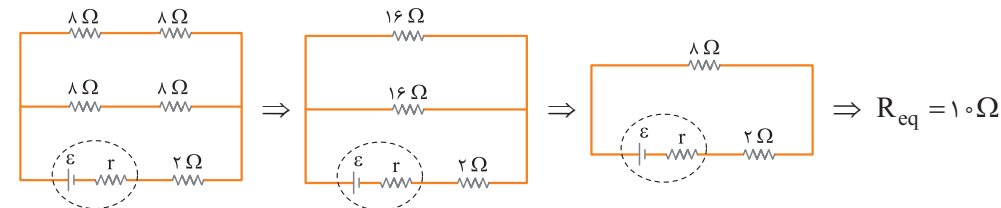


$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 8 \left(\frac{I}{2}\right)^2 = 2I^2$$

$$P_3 = R_3 I^2$$

$$P_1 = P_3 \Rightarrow 2I^2 = R_3 I^2 \Rightarrow R_3 = 2 \Omega$$

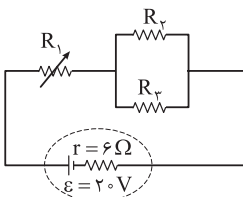
**گام پنجم:** مقاومت معادل را به دست می‌آوریم.



## تست و پاسخ ۷۰

در مدار شکل زیر، اگر مقاومت  $R_1$ ،  $5 \Omega$  افزایش پیدا کند، توان خروجی باتری تغییر نمی‌کند. با این تغییر، جریان عبوری از باتری چند آمپر

تغییر می‌کند؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$1 \quad (4)$$

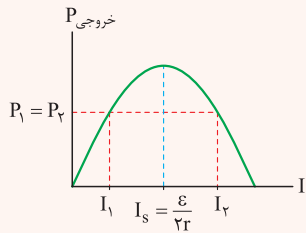
$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

**پاسخ: گزینه ۱**

**حالت دوم:** به کمک رابطه بین مقاومت داخلی باتری ( $r$ ) که به ازای دو مقاومت خارجی  $R_1$  و  $R_2$ ، توان خروجی باتری یکسان است،  $R_1 R_2 = r^2$ ، مقاومت معادل در حالت اول و دوم را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، جریانی عبوری از مدار را در هر دو حالت به دست آورید.

**تشریح نامه** نمودار زیر، توان خروجی باتری بر حسب جریان عبوری از آن را نشان می‌دهد که به صورت سهمی است که به ازای دو جریان  $I_1$  و  $I_2$ ، توان خروجی باتری یکسان است. به کمک خواص سهمی بودن نمودار داریم:



$$I_s = \frac{I_1 + I_2}{2} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{2r} = \frac{I_1 + I_2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{r} = I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r} + \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{R_1 + r} + \frac{1}{R_2 + r} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{R_2 + r + R_1 + r}{(R_1 + r)(R_2 + r)}$$

$$\Rightarrow R_1 R_2 = r^2 \Rightarrow \text{به ازای دو مقاومت خارجی } R_1 \text{ و } R_2 \text{ توان خروجی باتری یکسان است.}$$

**گام اول:** از آنجا که مقاومت  $R_1$  به صورت متوالی (سری) در مدار اصلی قرار دارد، با افزایش مقاومت  $R_1$  به اندازه  $\Delta\Omega$ ، مقاومت معادل هم  $\Delta\Omega$  افزایش می‌یابد؛ بنابراین اگر مقاومت معادل مدار در حالت اول را  $R_{eq}$  در نظر بگیریم، در حالت دوم مقاومت معادل برابر  $R_{eq} + \Delta\Omega$  خواهد شد.

**گام دوم:** توان خروجی باتری، بعد از افزایش مقاومت  $R_1$  تغییر نکرده است؛ بنابراین رابطه زیر برقرار است:

$$r^2 = R_{eq}(R_{eq} + \Delta) \Rightarrow \varepsilon^2 = R_{eq}(R_{eq} + \Delta)$$

$$\Rightarrow 36 = R_{eq}(R_{eq} + \Delta) \Rightarrow R_{eq} = 4\Omega$$

**گام سوم:** جریان عبوری از باتری را در حالتی که  $R_{eq} = 4\Omega$  است به دست می‌آوریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{20}{4 + 6} = \frac{20}{10} = 2A$$

**گام چهارم:** جریان عبوری از باتری را زمانی که مقاومت معادل  $(R_{eq} + \Delta\Omega)$  است، محاسبه می‌کنیم:

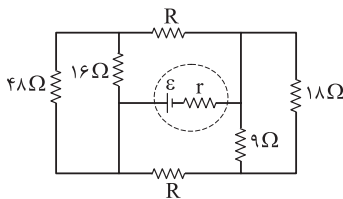
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{(R_{eq} + \Delta) + r} = \frac{20}{9 + 6} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3} A$$

$$I_2 - I_1 = \frac{4}{3} - 2 = -\frac{2}{3} A$$

در نهایت تغییرات جریان برابر است با:

## تست و پاسخ ۷۱

در مدار شکل زیر، اگر مقاومت معادل مدار  $7/2\Omega$  باشد،  $R$  چند اهم است؟



۴ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۱۸ (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

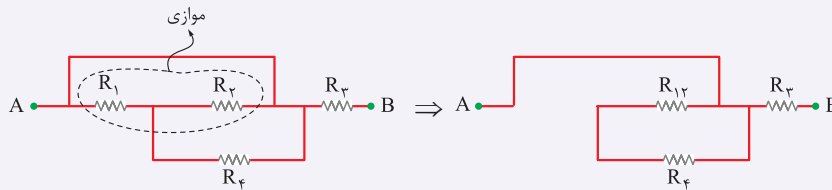
**مشاوره** گاهی اوقات در حل سؤال‌ها ممکن است به معادلاتی برخورد کنیم که حل آن معادله در بازه زمانی کوتاهی که در جلسه کنکور داریم، توجیه‌پذیر نیست و ناچاریم به جای‌گذاری عددی گزینه‌ها پناه ببریم. در حل این سؤال از این ترفند استفاده می‌کنیم.

## تشریح نامه

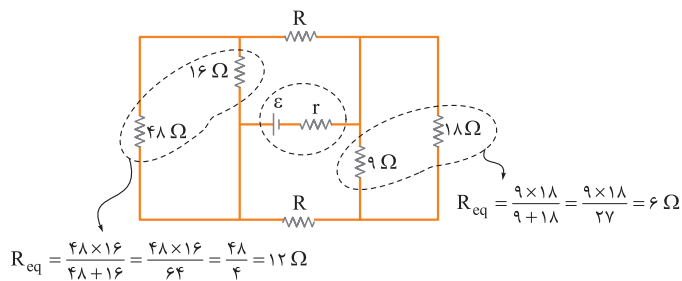
● مقاومت معادل دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  که به صورت موازی به هم وصل شده‌اند از رابطه  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  به دست می‌آید.

● مقاومت معادل دو مقاومت متوالی  $R_1$  و  $R_2$  از رابطه  $R_{eq} = R_1 + R_2$  به دست می‌آید.

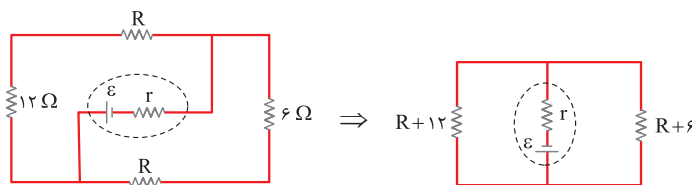
دو مقاومت موازی، الزاماً از نظر رسم شکل، با هم موازی نیستند. مثلاً در مدار شکل زیر، مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  با هم موازی هستند.



گام اول: ابتدا مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



پس از به دست آوردن مقاومت معادل مقاومت‌های موازی، می‌توانیم مقاومت معادل را به جای یکی از آن‌ها قرار دهیم و بقیه مقاومت‌ها را حذف کنیم. به عبارتی مقاومت معادل مقاومت‌های  $16\Omega$  و  $48\Omega$ ، برابر  $12\Omega$  است؛ در نتیجه مقاومت  $16\Omega$  را حذف می‌کنیم و به جای مقاومت  $48\Omega$ ، مقاومت  $12\Omega$  قرار می‌دهیم و همین کار را برای دو مقاومت موازی  $9\Omega$  و  $18\Omega$  انجام می‌دهیم.



گام دوم: مقاومت‌های  $(R+12)$  و  $(R+6)$  با هم موازی هستند و مقاومت معادل آن‌ها  $7/2\Omega$  است؛ بنابراین داریم:

$$R_{eq} = \frac{(R+12)(R+6)}{(R+12)+(R+6)} = 7/2 \Rightarrow \frac{R^2 + 18R + 72}{2R + 18} = 7/2$$

به نظر می‌آید حل این معادله کمی زمان‌بر است؛ بنابراین تا حد امکان ساده می‌کنیم و از عددگذاری (البته به صورت منطقی) استفاده می‌کنیم.

$$\frac{(R+9)^2 - 9}{2(R+9)} = 7/2 \Rightarrow \frac{(R+9)^2 - 9}{(R+9)} = 14/4 \Rightarrow (R+9) - \frac{9}{(R+9)} = 14/4$$

گزینه‌ها را چک می‌کنیم:

$$R = 4 \Rightarrow 13 - \frac{9}{13} \approx 12 \times$$

$$R = 6 \Rightarrow 15 - \frac{9}{15} \approx 14 \Rightarrow \text{احتمال داره درست باشد.}$$

$$R = 12 \Rightarrow 21 - \frac{9}{21} \approx 20 \times$$

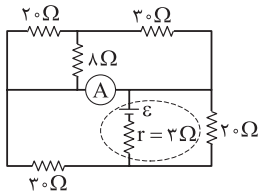
$$R = 18 \Rightarrow 27 - \frac{9}{27} \approx 26 \times$$

حالا با قاطعیت می‌توانیم بگوییم که  $\boxed{6}$  درست است.



## تست و پاسخ ۷۲

در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج آرمانی  $0.4 \text{ A}$  را نشان دهد، نیروی محرکه باتری چند ولت است؟



۶۰ (۱)

۳۰ (۲)

۲۵ (۳)

۱۵ (۴)

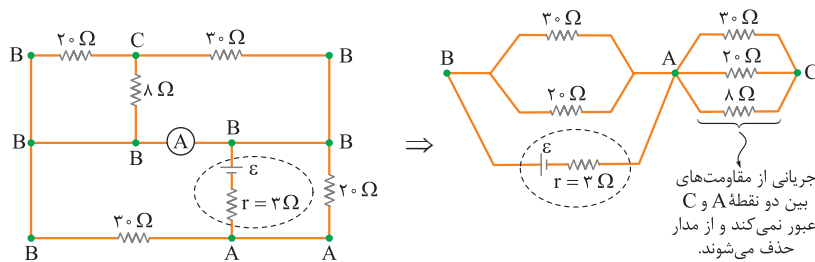
## پاسخ: گزینه ۴

به کمک نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر کنید، سپس جریان عبوری از باتری را به دست آورید تا در نهایت

بتوانید نیروی محرکه باتری را به کمک رابطه  $I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r}$  یا برابری پتانسیل دو سر مقاومت‌ها و باتری، محاسبه کنید.

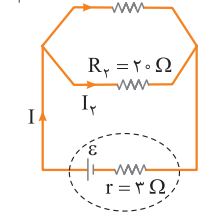
نکته: اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی با هم برابر هستند.

گام اول: به کمک نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر می‌کنیم.



جریانی از مقاومت‌های بین دو نقطه A و C عبور نمی‌کند و از مدار حذف می‌شوند.

$$I_1 = 0.4 \text{ A} \quad R_1 = 30 \Omega$$



گام دوم: جریان عبوری از آمپرسنج، همان جریان عبوری از مقاومت  $30 \Omega$  است. جریان عبوری از مقاومت  $20 \Omega$  و در نهایت جریان عبوری از باتری (جریان کل) را به دست می‌آوریم.

$$V_1 = V_r \Rightarrow R_1 I_1 = R_r I_r$$

$$\Rightarrow 30 \times 0.4 = 20 \times I_r \Rightarrow I_r = 0.6 \text{ A}$$

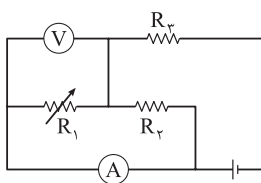
$$I = I_1 + I_r = 0.4 + 0.6 = 1 \text{ A}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل دو سر هر یک از مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_r$  برابر است؛ بنابراین داریم:

$$V_1 = V_r = V_{\text{باتری}} \Rightarrow R_1 I_1 = \epsilon - I r \Rightarrow 30(0.4) = \epsilon - 1(3) \Rightarrow 12 = \epsilon - 3 \Rightarrow \epsilon = 15 \text{ V}$$

## تست و پاسخ ۷۳

در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت متغیر  $R_1$ ، مقادیری که آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



(۱) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۲) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۳) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۳



**تشریحی:** در تحلیل مدارها، مهارت در تشخیص موازی و متوالی بودن مقاومت‌ها و تبدیل سریع مدار به ساده‌ترین حالت ممکن، لازم است. در غیر این صورت باید قید برخی از سؤالات مدار را بزنید.

### نویس نامه

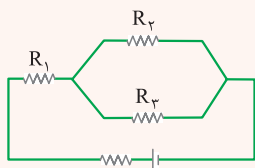
• اگر مقدار یکی از مقاومت‌هایی که در مدار بسته شده است افزایش یابد، مقاومت معادل کل مدار نیز افزایش می‌یابد و برعکس. در حل سؤال‌هایی که با تغییر یک مقاومت و یا اضافه کردن و یا حذف یک مقاومت، همراه است و بخواهیم تغییرات ولت‌سنج یا آمپرسنج را تشخیص دهیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

(۱) تغییرات مقاومت معادل کل مدار را مشخص می‌کنیم (کاهش یا افزایش).

(۲) تغییرات جریان خروجی از باتری را به کمک رابطه  $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$  مشخص می‌کنیم.

(۳) تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر باتری را به کمک رابطه  $V = \varepsilon - Ir$  مشخص می‌کنیم.

(۴) رابطه‌ای بین اختلاف پتانسیل دو سر باتری و اختلاف پتانسیل مقاومت‌ها، پیدا می‌کنیم. مثلاً در شکل مقابل دو رابطه وجود دارد.



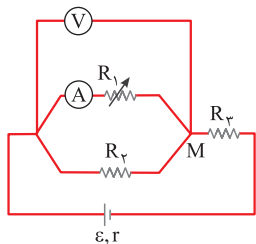
$$V_{\text{باتری}} = V_1 + V_2$$

$$V_2 = V_3$$

حال به کمک روابط به دست آمده، تغییرات اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها و در نهایت جریان عبوری از آن‌ها را به کمک رابطه  $V = RI$  بررسی می‌کنیم.

**گام اول:** شکل ساده‌شده مدار به صورت مقابل است. مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$

به صورت موازی به هم وصل شده‌اند و معادل آن‌ها به صورت متوالی با مقاومت  $R_3$  قرار دارد.



با افزایش مقاومت  $R_1$ ، مقاومت معادل مدار ( $R_{eq}$ ) افزایش می‌یابد؛ بنابراین داریم:

$$I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{\uparrow R_{eq}} \text{کاهش می‌یابد.}$$

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - I_{\text{کل}}r \xrightarrow{\downarrow I_{\text{کل}}} \text{افزایش می‌یابد.}$$

**گام دوم:** اختلاف پتانسیل دو سر باتری، برابر با مجموع اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_1$  و مقاومت  $R_3$  است؛ بنابراین داریم:

$$V_{\text{باتری}} = V_1 + V_3 \Rightarrow \underbrace{V_{\text{باتری}}}_{\text{افزایش}} = V_1 + \underbrace{R_3 I_{\text{کل}}}_{\text{کاهش}}$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_1$  ( $V_1$ )، افزایش یافته است. ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_1$  را نشان می‌دهد؛ پس عدد ولت‌سنج افزایش می‌یابد.

**گام سوم:** ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R_3$  را نیز نشان می‌دهد. با توجه به قانون اهم داریم:

$$\uparrow V_{\text{ولت‌سنج}} = \underbrace{R_3}_{\text{ثابت}} I_3 \uparrow$$

یعنی جریان  $I_3$  افزایش می‌یابد.

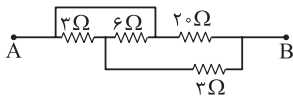
$$I_1 + I_3 \uparrow = I \downarrow$$

**گام چهارم:** در گره M از مدار می‌توان نوشت:

بنابراین مقدار  $I_1$  یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد.

## تست و پاسخ ۷۴

در شکل زیر، بیشینه توان قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها برابر با  $10.8 \text{ W}$  است. حداکثر اختلاف پتانسیلی که می‌توان بین دو نقطه A و B اعمال کرد تا هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، برابر چند ولت است؟



۳۶ (۲)

۷۲ (۱)

۳۰ (۴)

۶۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

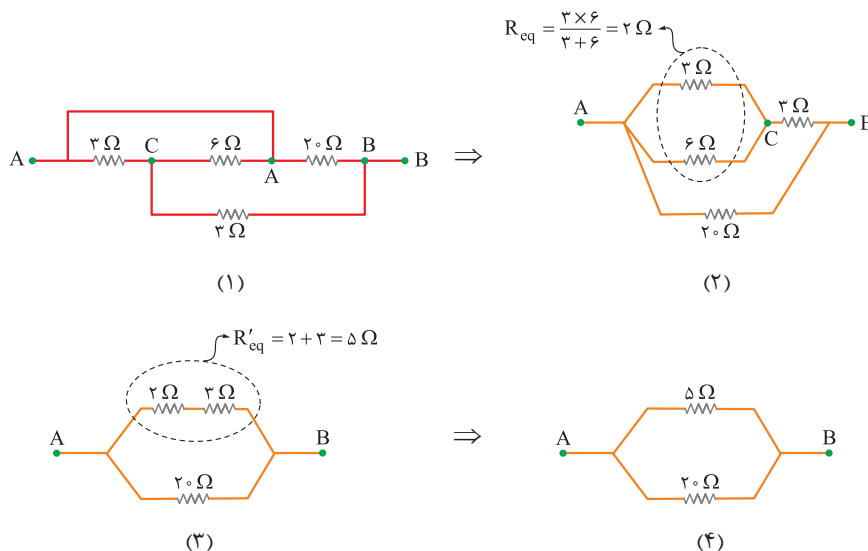
**مشاوره:** اولین قدم در تحلیل مدار، تشخیص مقاومت‌های موازی و متوالی و به دست آوردن سریع مقاومت معادل است، وگرنه باید به واسطه زمان زیادی که می‌گذاریم، سوالات دیگر را از دست دهیم.

**نکته حل مسئله:** با تقسیم اختلاف پتانسیل دو سر مدار ( $V$ )، بین مقاومت‌ها و به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی هر یک از مقاومت‌ها را برحسب  $V$  مشخص کنید و توان بحرانی‌ترین آن‌ها را برابر با  $10.8 \text{ W}$  قرار دهید تا مقدار  $V$  را به دست آورید.

## تربس نکته

- اگر دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به صورت موازی به هم وصل شده باشند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است و طبق رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، مقاومتی که کم‌تر است، توان مصرفی بیشتری دارد.
- اگر مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به صورت متوالی به هم وصل شده باشند، جریان عبوری از هر دوی آن‌ها برابر است و طبق رابطه  $P = RI^2$ ، مقاومتی که بیشتر است، توان مصرفی بیشتری هم دارد.

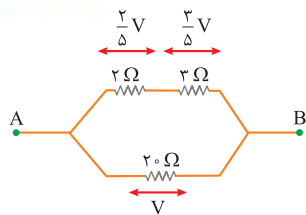
گام اول: به کمک نقاط هم‌پتانسیل، مدار را ساده‌تر می‌کنیم.



گام دوم: در شکل (۴)، مقاومت‌های  $5 \Omega$  و  $20 \Omega$  موازی هستند؛ بنابراین مقاومت  $5 \Omega$  توان بیشتری مصرف می‌کند (دریغ با مقاومت  $20 \Omega$  کار نداریم).

در شکل (۳)، بین دو مقاومت متوالی  $3 \Omega$  و  $2 \Omega$ ، مقاومت  $3 \Omega$  توان بیشتری مصرف می‌کند؛ بنابراین مقاومت  $2 \Omega$  که نماینده دو مقاومت موازی  $3 \Omega$  و  $6 \Omega$  است، از گردونه مقایسه کنار می‌رود و مقاومت  $3 \Omega$ ، بحرانی‌ترین مقاومت است.





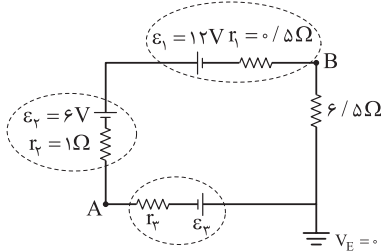
گام سوم: با در نظر گرفتن  $V$  به عنوان اختلاف پتانسیل بین نقاط  $A$  و  $B$  به کمک شکل (۳) در گام اول، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $3\Omega$  را بر حسب  $V$  به دست می‌آوریم.

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های متوالی  $2\Omega$  و  $3\Omega$ ، برابر  $V$  است؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $3\Omega$  برابر  $V \left(\frac{3}{2+3}\right)$  است. گام چهارم: توان مصرفی مقاومت  $3\Omega$ ، بحرانی است و برابر  $10.8 \text{ W}$  است؛ بنابراین به کمک رابطه  $P = \frac{V^2}{R}$ ، داریم:

$$P_{R=3\Omega} = \frac{\left(\frac{3}{5}V\right)^2}{3} = \frac{9}{75}V^2 = 10.8 \Rightarrow V^2 = \frac{10.8 \times 75}{9} = 900 \Rightarrow V = 30 \text{ V}$$

### تست و پاسخ ۷۵

در مدار زیر، پتانسیل الکتریکی نقطه  $A$ ، برابر با  $10 \text{ V}$  - است. پتانسیل الکتریکی نقطه  $B$  چند ولت است؟



(۱) ۱۳ -

(۲) ۱۳

(۳) ۱۹/۵ -

(۴) ۱۹/۵

### پاسخ: گزینه ۱

**نکته مهم:** برای نوشتن اختلاف پتانسیل بین دو نقطه از مدار، ابتدا پتانسیل نقطه اول را می‌نویسیم، آن‌گاه از این نقطه روی مدار و در جهت دلخواه، به طور ذهنی به طرف نقطه دوم می‌رویم و ضمن گذر از هر قسمت، تغییر پتانسیل را می‌نویسیم تا به نقطه دوم برسیم. حاصل نوشته‌ها، برابر پتانسیل نقطه دوم است.

برای تعیین تغییر پتانسیل در هر قسمت از مدار، دو نکته زیر باید مورد توجه قرار گیرد:

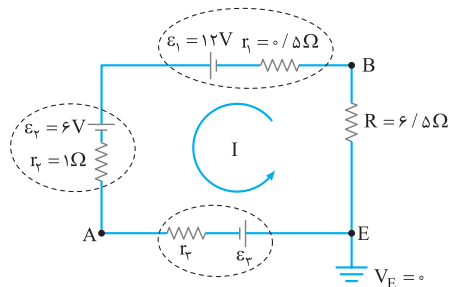
(۱) هرگاه در جهت جریان از مقاومت  $R$  یا  $r$  بگذریم، پتانسیل به اندازه  $IR$  یا  $Ir$  کاهش می‌یابد (افت پتانسیل رخ می‌دهد) و اگر در خلاف جهت جریان از آن‌ها بگذریم، پتانسیل به همان اندازه، افزایش می‌یابد.

$$a \xrightarrow{R} b \quad I \quad V_a - IR = V_b \quad \text{یا} \quad V_b - V_a = -IR$$

(۲) بدون توجه به جهت جریان، هرگاه درون باتری، از پایانه منفی به پایانه مثبت برویم، پتانسیل به اندازه  $\varepsilon$  افزایش می‌یابد و اگر از پایانه مثبت به منفی برویم، پتانسیل به اندازه  $\varepsilon$  کاهش می‌یابد.

$$a \xrightarrow{\varepsilon} b \quad V_b + \varepsilon = V_a \quad \text{یا} \quad V_a - \varepsilon = V_b$$

**گام اول:** ابتدا جهت جریان را انتخاب می‌کنیم و مقدار جریان را به دست می‌آوریم. اگر جریان به دست آمده مثبت باشد، یعنی جهت انتخاب شده درست است؛ اما اگر جریان، منفی به دست آید یعنی جهت انتخاب شده را باید برعکس کنیم. در این جا جهت جریان را به صورت پادساعتگرد در نظر می‌گیریم:



از نقطه  $E$  که محل اتصال به زمین است به طور ذهنی و در جهت جریان به طرف نقطه  $A$  حرکت می‌کنیم:

$$\begin{aligned} V_E - RI - r_1 I + \varepsilon_1 - \varepsilon_r - r_2 I &= V_A \\ \Rightarrow 0 - 6/5 I - 0/5 I + 12 - 6 - 1 \times I &= -10 \\ \Rightarrow -8I + 6 &= -10 \Rightarrow I = \frac{16}{8} = 2 \text{ A} \end{aligned}$$

جریان مثبت به دست آمد، پس جهت انتخاب شده صحیح است.

گام دوم: از نقطه  $E$  و در جهت جریان، به طرف نقطه  $B$  می‌رویم:

$$V_E - IR = V_B \xrightarrow{I=2 \text{ A}, R=6/5 \Omega} 0 - 2 \times 6/5 = V_B \Rightarrow V_B = -12 \text{ V}$$

شیمی (۳): صفحه‌های ۶۷ تا ۹۰

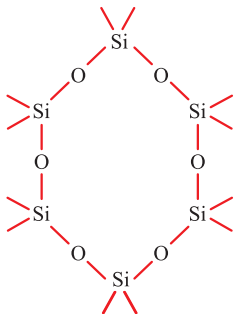
## تست و پاسخ ۷۶

کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) در همه جامدهای کووالانسی هر اتم با چهار پیوند به اتم‌های دیگر متصل شده است.
- (۲) ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع‌اند، جزء مواد مولکولی به شمار می‌آیند.
- (۳) تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از مواد کووالانسی است.
- (۴) ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

## پاسخ: گزینه ۱

در همه جامدهای کووالانسی همه اتم‌ها با چهار پیوند به اتم‌های دیگر متصل نیستند؛ مثلاً در ساختار سیلیس ( $\text{SiO}_2$ ) هر اتم اکسیژن، به دو اتم سیلیسیم با پیوند اشتراکی متصل است. بررسی سایر گزینه‌ها:

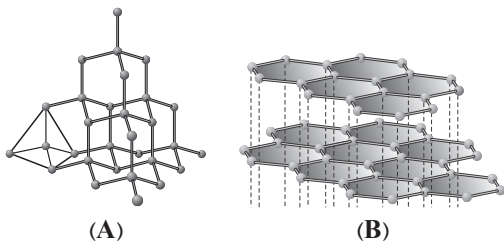


ترکیب‌هایی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند، جزء مواد مولکولی به شمار می‌روند؛ زیرا مواد کووالانسی به دلیل ساختار شبکه‌ای غول‌آسا، و ترکیب‌های یونی به دلیل نیروهای جاذبه قوی میان یون‌های ناهم‌نام، در دما و فشار اتاق جامد هستند.

مواد کووالانسی فقط به چند ماده خاص (مانند الماس، گرافیت، سیلیس و ...) محدود می‌شوند؛ از طرفی اغلب ترکیب‌های آلی (مانند هیدروکربن‌ها، الکل‌ها و ...) جزء مواد مولکولی هستند و برهمگان واضحه که تنوع و شمار ترکیب‌های آلی، چه قدر زیاد است. کوارتز از جمله نمونه‌های خالص و ماسه از جمله نمونه‌های ناخالص سیلیس ( $\text{SiO}_2$ ) است.

## تست و پاسخ ۷۷

چند مورد از موارد زیر درباره دو ساختار A و B که دگرشکل‌های طبیعی کربن را نشان می‌دهند، درست است؟  
• در دگرشکل B برخلاف A، پیرامون هر اتم کربن ۳ پیوند اشتراکی وجود دارد.



- چگالی دگرشکل A از دگرشکل B بیشتر است، بنابراین برخلاف آن در آب فرومی‌رود.
- هر دو دگرشکل، ساختار کووالانسی سه‌بعدی دارند.
- دگرشکل B به سرب مداد معروف است و به دلیل ساختار لایه‌ای و نیروی ضعیف بین لایه‌ها، در مغز مداد کاربرد دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت چهارم درست است.

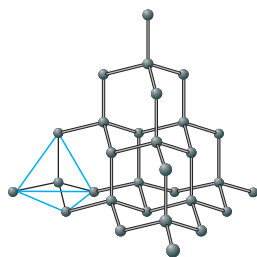
توجه: در جدول زیر، تفاوت‌ها و شباهت‌های الماس و گرافیت آورده شده است.

ویژگی	الماس	گرافیت
نماد و نام عنصر سازنده	C، کربن	C، کربن
نوع جامد	کووالانسی سه‌بعدی	کووالانسی دوجانبه
رنگ	شفاف	تیره
سختی یا نرمی	بسیار سخت	نرم
نقطه ذوب	بالا	بالا

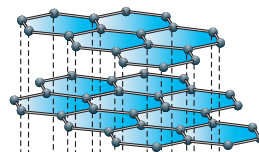


ویژگی	الماس	گرافیت
رسانایی الکتریکی	ندارد	دارد
کاربردها	جواهرسازی، ساخت مته، ابزار برش شیشه	مغز مداد و الکتروود
نوع پیوند میان اتم‌ها	اشتراکی	اشتراکی
تعداد پیوندهای هر اتم کربن	۴	۴
طول پیوند کربن - کربن	بلندتر	کوتاه‌تر
آنتالپی پیوند کربن - کربن	کم‌تر	بیشتر
شمار اتم‌های متصل به هر اتم کربن	۴	۳
چگالی	بیشتر	کم‌تر
پایداری	ناپایدارتر	پایدارتر
قدرمطلق آنتالپی سوختن	بیشتر	کم‌تر
گرمای ویژه	کم‌تر	بیشتر

شکل B، مربوط به گرافیت و شکل A، مربوط به الماس است.



(A) الماس



(B) گرافیت

بررسی موارد:

- در هر دو دگرشکل، هر اتم کربن با اتم‌های کربن مجاور خود، ۴ پیوند اشتراکی تشکیل می‌دهد (در گرافیت، یکی از پیوندها دوگانه است).
- چگالی الماس ( $3/51 \text{ g.cm}^{-3}$ ) از چگالی گرافیت ( $2/27 \text{ g.cm}^{-3}$ ) بیشتر است، اما هر دو دگرشکل، چگالی بیشتری نسبت به آب ( $1 \text{ g.cm}^{-3}$ ) دارند و در آب فرومی‌روند.
- گرافیت دارای ساختاری لایه‌ای بوده و یک جامد کووالانسی دویعدی است، ولی الماس یک جامد کووالانسی سه‌بعدی است.
- در گذشته، به دلیل شکل ظاهری، مردم فکر می‌کردند که گرافیت از سرب تشکیل شده است. این ماده در مغز مداد کاربرد دارد و هم‌چنان به سرب مداد معروف است. در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌ای آن و نیروی ضعیف وان‌دروالسی بین لایه‌های کربنی، با حرکت مغز مداد بر روی کاغذ، گرافیت موجود در آن به صورت لایه‌لایه جدا شده و بر روی کاغذ بر جای می‌ماند.

## تست و پاسخ ۷۸

چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی، درست است؟

- در آن‌ها، رنگ سرخ تراکم بیشتر و رنگ آبی، تراکم کم‌تر بار الکتریکی را نشان می‌دهد.
- در این نقشه‌ها، اتمی با شعاع کم‌تر به رنگ قرمز و اتمی با شعاع بزرگ‌تر به رنگ آبی درمی‌آید.
- فقط برای گونه‌هایی با ساختار خطی به کار می‌روند.
- طبق این نقشه‌ها، احتمال حضور الکترون‌های پیوندی روی هسته‌های سازندهٔ یک مولکول، یکسان و متقارن نیست.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

## پاسخ: گزینهٔ ۴

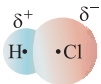
فقط مورد اول درست است.



بررسی همه موارد:

● شیمی دان‌ها برای نمایش توزیع الکترون‌ها و بررسی تراکم بار الکتریکی روی اتم‌های سازنده یک گونه شیمیایی، از شکل‌هایی به نام نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی استفاده می‌کنند. در این نقشه‌ها، رنگ سرخ، تراکم بیشتر بار الکتریکی منفی و رنگ آبی، تراکم کم‌تر بار الکتریکی منفی را نشان می‌دهد.

● در نقشه‌های پتانسیل الکتروستاتیکی، رنگ سرخ برای هر اتم، نشان‌دهنده بار جزئی منفی ( $\delta^-$ ) و رنگ آبی برای هر اتم، نشان‌دهنده بار جزئی مثبت ( $\delta^+$ ) بر روی آن‌هاست و این موضوع به توزیع بار الکتریکی پیرامون اتم‌ها بستگی دارد؛ نه اندازه شعاع آن‌ها! برای مثال در مولکول ناجورهسته HCl، اتم Cl که خاصیت نافلزی بیشتری دارد، دارای بار جزئی منفی ( $\delta^-$ ) و اتم H با خاصیت نافلزی کم‌تر، دارای بار جزئی مثبت ( $\delta^+$ ) است؛ بنابراین در نقشه الکتروستاتیکی مولکول HCl، اتم H (با شعاع کم‌تر) به رنگ آبی و اتم Cl (با شعاع بیشتر)، به رنگ قرمز درمی‌آید.



● نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی برای نمایش همه مولکول‌ها (چه خطی و چه غیرخطی) به کار می‌رود.  
● پس مولکول‌های دواتمی پورهسته که ناقطبی اندپی می‌شن؟ در مولکول‌های دواتمی جورهسته (مثل  $\text{Cl}_2$ ،  $\text{H}_2$  و ...)، چون اتم‌ها مشابه هستند، احتمال حضور جفت‌الکترون‌های پیوندی پیرامون هسته‌ها، یکسان و متقارن است.

## تست و پاسخ ۷۹

اگر ۶۸ درصد جرم اکسیدی از وانادیم را فلز تشکیل دهد، کدام مطلب درباره کاتیون وانادیم موجود در این اکسید درست است؟  
( $V = 51, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) در آخرین لایه آن، دو الکترون وجود دارد.

(۲) هنگام واکنش محلول حاوی آن با پودر اضافی روی، رنگ محلول از آبی به بنفش تغییر می‌کند.

(۳) در هر واحد فرمولی ترکیب آن با آنیون سیلیکات، هفت اتم وجود دارد.

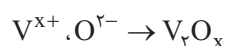
(۴) می‌تواند در واکنش‌ها، هم در نقش اکسنده و هم در نقش کاهنده شرکت کند.

## پاسخ: گزینه ۴

**تجزیه نامه** وانادیم ( $V_{23}$ ) یکی از فلزهای دسته d است که می‌تواند عددهای اکسایش مختلفی مانند ۲ (II)، ۳ (III)، ۴ (IV) و ۵ (V) در ترکیب‌هایش داشته باشد. به طور کلی به دلیل تفاوت عدد اکسایش فلزهای دسته d در ترکیب‌های مختلف، رنگ ترکیب‌هایی با عددهای اکسایش گوناگون این فلزها، با هم متفاوت است. در حد کتاب درسی، رنگ نمک‌های مختلف وانادیم به صورت زیر است:

رنگ	محلول
زرد	نمک وانادیم (V)
آبی	نمک وانادیم (IV)
سبز	نمک وانادیم (III)
بنفش	نمک وانادیم (II)

از روی درصد جرمی وانادیم، بار کاتیون وانادیم موجود در اکسید را حساب می‌کنیم:



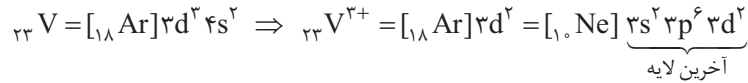
$$\text{درصد جرمی وانادیم} = \frac{\text{جرم } V}{\text{جرم } V_xO_x} \times 100 \Rightarrow \frac{(2 \times 51)}{102 + 16x} \times 100 = 68 \Rightarrow \frac{51}{51 + 8x} = \frac{17}{25} \Rightarrow 8x + 51 = 75 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین کاتیون وانادیم موجود در این اکسید،  $V^{3+}$  است.

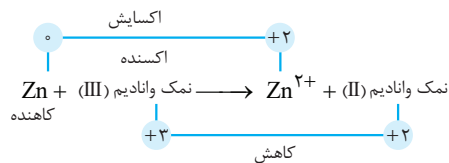


بررسی گزینه‌ها:

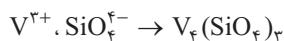
۱. آخرین لایه کاتیون  $V^{3+}$ ، لایه سوم است که در آن  $1e^-$  الکترون وجود دارد. دقت کنید که در آخرین زیرلایه این کاتیون  $(3d^2)$  الکترون وجود دارد، نه آخرین لایه آن!



۲. در اثر واکنش محلول نمک‌های وانادیم با فلز روی، در هر مرحله، عدد اکسایش وانادیم، ۱ واحد کاهش می‌یابد؛ یعنی نمک وانادیم در هر مرحله نقش اکسنده و فلز روی، نقش کاهنده را بازی می‌کند.



در این جا نیز در اثر واکنش محلول سبزرنگ وانادیم (III) با مقدار کافی فلز روی، محلول بنفش‌رنگ وانادیم (II) و یون  $Zn^{2+}$  تولید می‌شود؛ یعنی رنگ محلول از سبز به بنفش تغییر می‌کند.



در هر واحد فرمولی ترکیب وانادیم (III) سیلیکات،  $3(5) + 4 = 19$  اتم وجود دارد.

۳. وانادیم ( $V$ ) در گروه ۵ جدول دوره‌ای قرار دارد و بالاترین عدد اکسایش آن  $+5$  و پایین‌ترین عدد اکسایش آن برابر صفر است. همان‌طور که می‌دانید، اگر عنصری در بالاترین عدد اکسایش خود باشد (کاتیون وانادیم (V)) تنها می‌تواند کاهش یابد (الکترون بگیرد) و فقط اکسنده است و اگر عنصری دارای پایین‌ترین عدد اکسایش خود باشد (فلز وانادیم)، فقط می‌تواند اکسید شود (الکترون از دست بدهد) و فقط کاهنده است. گونه‌ها در حالت‌هایی با عددهای اکسایش دیگر (مانند وانادیم (II)، وانادیم (III) و وانادیم (IV))، هم می‌توانند در نقش اکسنده و هم در نقش کاهنده، به ایفای نقش بپردازند!

### تست و پاسخ ۸۰

چه تعداد از موارد زیر، از ویژگی‌های مشترک گرافیت و گرافن است؟

- ساختار کووالانسی دوبعدی
- انعطاف پذیر بودن
- رسانایی الکتریکی
- وجود حلقه‌های شش‌ضلعی در ساختار ماده
- شفاف بودن

۵ (۴)

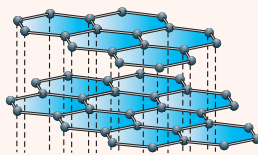
۴ (۳)

۳ (۲)

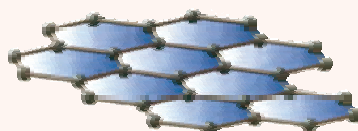
۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

**نریس نامه:** گرافیت ساختاری لایه‌لایه دارد و در هر لایه، اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه (ضلعی) تشکیل داده‌اند. به هر لایه از گرافیت، گرافن می‌گویند. ویژگی‌های گرافن را در نمودار زیر مشاهده می‌کنید:



گرافیت



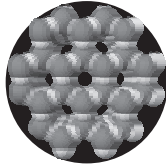
گرافن

- ← تک‌لایه‌ای از گرافیت است.
- ← در آن، اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند.
- ← استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت کششی آن، حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.
- ← یک گونه شیمیایی (جامد کووالانسی) دوبعدی است.
- ← شفاف و انعطاف پذیر است.
- ← رسانای جریان برق است.

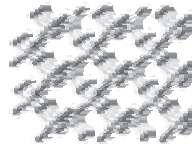
ساختار کووالانسی دوبعدی، رسانایی الکتریکی و وجود حلقه‌های شش‌ضلعی در ساختار ماده، از ویژگی‌های مشترک گرافیت و گرافن هستند. دقت کنید که گرافن برخلاف گرافیت، شفاف و انعطاف‌پذیر است (گرافیت سطحی تیره دارد و انعطاف‌پذیر نیست).

## تست و پاسخ ۸۱

با توجه به شکل‌های زیر که مربوط به یخ و سیلیس می‌باشد، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



(A)



(B)

- الف) شکل A مربوط به یخ و شکل B مربوط به سیلیس است و در نمونه‌هایی از این دو ماده، تنها پیوند اشتراکی وجود دارد.  
 ب) هر دو در حالت خالص و تراش‌خورده، شفاف‌اند.  
 پ) هر دو ساختار، سه‌بعدی هستند و در هر دوی آن‌ها، حلقه‌های ۶ضلعی همانند کندوی زنبور عسل وجود دارد.  
 ت) نقطه ذوب و سختی ساختار B از ساختار A بیشتر است.  
 ث) در ساختار هر کدام از دو ماده، تنها یک نوع پیوند کووالانسی وجود دارد.

(۴) ب - ت - ث

(۳) ب - ت

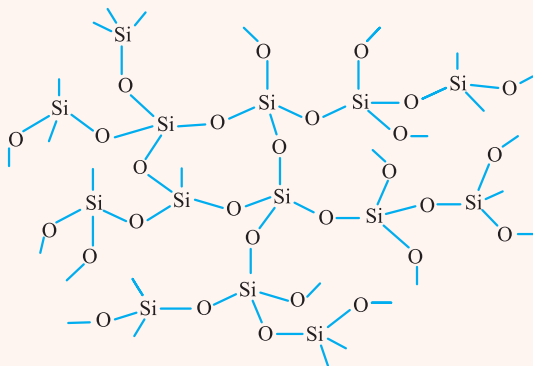
(۲) ب - پ - ث

(۱) الف - پ

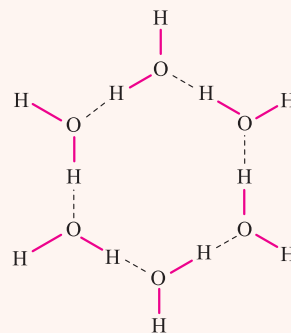
## پاسخ: گزینه ۴

موارد «ب»، «ت» و «ث» درست‌اند.

**نکته:** یخ با این که یک جامد مولکولی است، اما ساختاری شبیه به جامد کووالانسی سیلیس ( $\text{SiO}_2$ ) دارد. یخ و سیلیس هر دو در حالت خالص، شفاف هستند و در ساختار هر دو، حلقه‌های چندضلعی وجود دارد. در حلقه‌های شش‌ضلعی یخ، هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی ( $\text{O}-\text{H}$ ) و یک پیوند هیدروژنی ( $\text{O} \cdots \text{H}$ ) است و اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند، در حالی که در ساختار حلقه‌های چندضلعی سیلیس، تنها پیوند اشتراکی  $\text{Si}-\text{O}$  وجود دارد.



سیلیس



یخ

نگاهی به جدول زیر هم بیندازید.

ویژگی	ماده
نوع جامد	سیلیس ( $\text{SiO}_2$ )
نقطه ذوب	بسیار بالا (دیرگداز)
ویژگی	یخ ( $\text{H}_2\text{O}$ )
نوع جامد	مولکولی
نقطه ذوب	پایین (زودگداز)



ویژگی	ماده	یخ ( $H_2O$ )	سیلیس ( $SiO_2$ )
واحدهای سازنده	اتم‌های O و Si (شبکه غول‌آسایی از اتم‌های O و Si با پیوند $Si-O$ )	مولکول‌های $H_2O$	
ساختار بلور	آرایش منظم و سه‌بعدی دارای حلقه‌های چندضلعی	آرایش منظم و سه‌بعدی دارای شش‌گوشه‌هایی مانند کندوی زنبور عسل	
ویژگی‌های حلقه چندضلعی	<ul style="list-style-type: none"> <li>تنها شامل پیوندهای اشتراکی <math>Si-O</math></li> <li>برابری عدد اتم‌های Si و O در حلقه‌ها</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>هر ضلع شامل یک پیوند اشتراکی <math>O-H</math> و یک پیوند هیدروژنی <math>O---H</math></li> <li>قراردادن اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌ها</li> <li>برابری عدد اتم‌های H و O در حلقه‌ها</li> </ul>	

بررسی موارد نادرست:

الف) شکل A مربوط به یخ و شکل B مربوط به سیلیس است، اما در ساختار یخ، علاوه بر پیوند اشتراکی (کووالانسی)، پیوند هیدروژنی نیز وجود دارد. پ) در ساختار سیلیس برخلاف ساختار یخ، حلقه‌ها، شبیه حلقه‌های کندوی زنبور عسل نیستند.

## تست و پاسخ ۸۲

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- گشتاور دوقطبی مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته برابر صفر است.
- مولکول‌های کربونیل سولفید و کربن دی‌سولفید، از نظر شکل هندسی و جهت‌گیری در میدان الکتریکی، مشابه هستند.
- به طور کلی، بار جزئی مثبت و منفی در مولکول‌های ناقطبی وجود ندارد.
- در ۵ دوره اول جدول تناوبی، در مجموع ۷ عنصر، در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته وجود دارند.

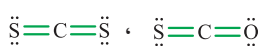
۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

## پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست‌اند.

بررسی همه موارد:

- در مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته (مانند  $Cl_2$ ،  $N_2$  و ...) از آن‌جا که اتم‌ها مشابه هستند، الکترون‌ها به طور مساوی بین آن‌ها توزیع می‌شوند و احتمال حضور جفت‌الکترون‌های پیوندی پیرامون هسته‌ها، یکسان است؛ به همین دلیل این مولکول‌ها ناقطبی‌اند.
- شکل هندسی گونه‌های سه‌اتمی، که در آن‌ها، اتم مرکزی فاقد الکترون یا جفت‌الکترون ناپیوندی است، خطی می‌باشد. بنابراین شکل هندسی هر دو مولکول کربن دی‌سولفید ( $CS_2$ ) و کربونیل سولفید (SCO) با یکدیگر مشابه و خطی است، اما دقت کنید که به اتم مرکزی مولکول کربن دی‌سولفید ( $CS_2$ )، اتم‌های یکسانی متصل است؛ در نتیجه این مولکول برخلاف مولکول کربونیل سولفید (SCO) ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.



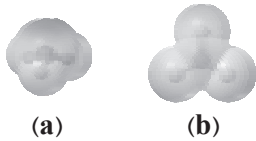
- کی گفته؟! مثلاً در مولکول  $CO_2$ ، دو پیوند دوگانه مشابه ( $C=O$ ) وجود دارد که در هر یک از این پیوندها، اتم کربن بار جزئی مثبت ( $\delta^+$ ) و اتم اکسیژن بار جزئی منفی ( $\delta^-$ ) دارد؛ اما توزیع بار الکتریکی پیرامون اتم مرکزی (C) در این مولکول، کاملاً متقارن است و گشتاور دوقطبی آن برابر صفر است.

- در ۵ دوره اول جدول، در مجموع ۷ عنصر ( $H_2$ ،  $N_2$ ،  $O_2$ ،  $F_2$ ،  $Cl_2$ ،  $Br_2$ ،  $I_2$ ) در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته وجود دارند.



### تست و پاسخ ۸۳

با توجه به شکل‌های زیر، چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟ (نسبت اندازه اتم‌ها در شکل‌ها، الزاماً رعایت نشده است).



(a)

(b)

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

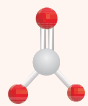
۱ (۱)

- میزان بار جزئی اتم مرکزی در مولکول **b** برابر میزان بار جزئی هر یک از اتم‌های اطراف آن است.
- تعداد جفت‌الکترون‌های ناپیوندی روی اتم مرکزی در مولکول **a** بیشتر از مولکول **b** است.
- هر دو مولکول می‌توانند در میدان الکتریکی جهت‌گیری کنند.
- ترکیب **a** می‌تواند ماده‌ای باشد که با حل شدن در آب، pH آن را افزایش می‌دهد.

### پاسخ: گزینه ۱

فقط مورد اول نادرست است.

**تشریح نامه** در بررسی شکل هندسی گونه‌های چهاراتمی با یک اتم مرکزی، دو حالت وجود دارد:



(۱) در برخی گونه‌ها مانند  $SO_3$ ،  $COCl_4$  و  $NO_3^-$ ، اتم مرکزی جفت‌الکترون ناپیوندی ندارد و به آن، ۳ اتم دیگر متصل است.

شکل فضایی این گونه‌ها به صورت روبه‌رو است:

در این گونه‌ها، اگر اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان باشند (مانند  $SO_3$ )، گونه مورد نظر، ناقطبی و اگر اتم‌های متصل به اتم مرکزی متفاوت باشند (مانند  $COCl_4$ )، گونه مورد نظر، قطبی خواهد بود.



(۲) در برخی دیگر از گونه‌های چهاراتمی مانند  $NH_3$ ،  $NF_3$  و  $SOCl_2$ ، اتم مرکزی دارای یک جفت‌الکترون ناپیوندی است.

در این حالت، هسته اتم‌های سازنده به صورت روبه‌رو قرار می‌گیرند.

گونه‌های این دسته، قطبی هستند.

بررسی موارد:

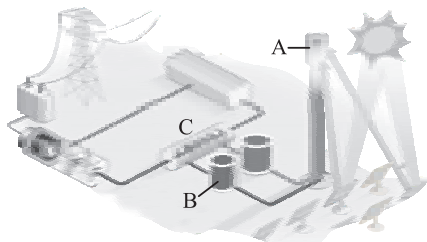
- اگر اتم‌های متصل به اتم مرکزی در مولکول **b** یکسان باشند (مانند  $SO_3$ )، گونه مورد نظر ناقطبی است و میزان بار جزئی اتم مرکزی برابر با مجموع بار جزئی اتم‌های اطراف آن است. اگر هم اتم‌های متصل به اتم مرکزی، یکسان نباشند (مانند  $COCl_4$ )، مولکول مورد نظر قطبی بوده و در این حالت هم، میزان بار جزئی اتم مرکزی با بار جزئی اتم‌های کناری برابر نخواهد بود.
- کاملاً درسته!

• اگر در مولکول **b**، اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان نباشند (مانند  $COCl_4$ )، مولکول قطبی است و این عبارت نیز درست است. حواستون باشه مولکول‌هایی با شکل **a**، به طور کلی قطبی‌اند (مانند  $NH_3$ ،  $PCl_3$  و ...).

• مولکول آمونیاک ( $NH_3$ ) با شکل هندسی **a**، یک باز آرنیوس است و انحلال آن در آب، باعث افزایش غلظت یون هیدروکسید ( $OH^-$ ) و افزایش pH آب می‌شود.

### تست و پاسخ ۸۴

شکل زیر، نمایی از تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد. کدام موارد از مطالب زیر، درباره این فرایند، درست است؟



۴) الف - ب

۳) پ - ت

۲) ب - ت

۱) الف - پ

الف) برای قسمت **A**، HF نسبت به  $N_2$ ، شاره مناسب‌تری است.

ب) در این فرایند، تغییرات دمایی یکی از شاره‌ها به اندازه  $500^\circ C$  است.

پ) در قسمت **B**، به منظور ذخیره انرژی خورشیدی، سیال مولکولی با دمای بالا تجمع پیدا می‌کند.

ت) در قسمت **C**، حالت فیزیکی دو شاره استفاده‌شده، با هم متفاوت است.

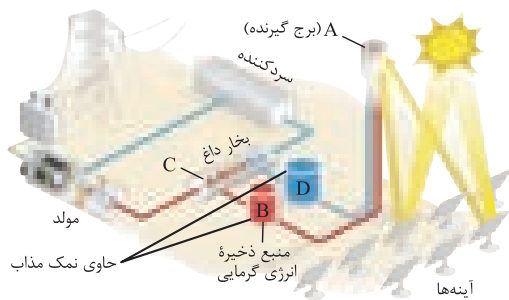
### پاسخ: گزینه ۲





عبارت‌های «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:



الف) شاره داخل لوله در قسمت A (برج گیرنده انرژی خورشیدی)، باید بتواند انرژی گرمایی خورشید را برای مدت طولانی نگه دارد؛ بنابراین باید در گستره دمایی وسیعی (در این فناوری در حدود  $135^{\circ}\text{C} - 85^{\circ}\text{C}$ ) به حالت مایع باشد و نمی‌توان این گستره دمایی مایع‌بودن را برای مواد مولکولی انتظار داشت. HF و  $\text{N}_2$  جزء مواد مولکولی هستند و از هیچ کدام نمی‌توان به عنوان شاره در قسمت A استفاده کرد.

ب) داده‌های تجربی نشان می‌دهد که گستره دمایی سدیم کلرید مذاب (سیال یا شاره یونی) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، در حدود  $135^{\circ}\text{C} - 85^{\circ}\text{C}$  است؛ یعنی دمای شاره یونی در حدود  $50^{\circ}\text{C}$  تغییر می‌کند.

پ) قسمت B، منبع ذخیره انرژی گرمایی خورشید است و در آن سیال یونی (سدیم کلرید مذاب با دمای بالا) تجمع پیدا می‌کند تا در روزهای ابری و شب هنگام، انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ جهت چرخش مولد، فراهم باشد.

ت) در قسمت C، سدیم کلرید مذاب و بسیار داغ، انرژی گرمایی خود را به سیال مولکولی (آب) می‌دهد و آن را به بخار تبدیل می‌کند؛ بنابراین در این قسمت، حالت فیزیکی سیال یونی (مایع) و سیال مولکولی (گاز) با هم متفاوت است.

### تست و پاسخ ۸۵

شعاع اتمی عنصری که در آرایش الکترونی آن ۶ الکترون با  $l=0$  و ۶ الکترون با  $l=1$  وجود دارد، برابر  $160 \text{ pm}$  است. اگر شعاع این اتم در

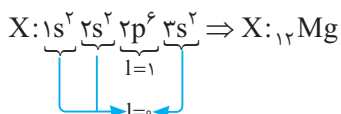
تبدیل شدن به یون پایدارش ۵۵ درصد کاهش یابد، نسبت  $\frac{|بار|}{\text{شعاع (pm)}}$  برای یون پایدار این اتم به تقریب کدام است؟

۱)  $1/39 \times 10^{-2}$       ۲)  $2/27 \times 10^{-2}$       ۳)  $2/78 \times 10^{-2}$       ۴)  $4/17 \times 10^{-2}$

### پاسخ: گزینه ۳

ابتدا با استفاده از آرایش الکترونی، عنصر مورد نظر و مقدار بار کاتیون پایدار آن را پیدا کن! سپس با توجه به اطلاعات

داده‌شده، شعاع کاتیون پایدار این عنصر را محاسبه کرده و نسبت بار کاتیون به شعاع اون رو به دست بیار!



گام اول: ابتدا عنصر مورد نظر را پیدا می‌کنیم:

گام دوم: شعاع اتم X، هنگام تبدیل شدن به کاتیون، ۵۵٪ کاهش می‌یابد (۴۵٪ برابر می‌شود)؛ بنابراین:

$$\text{Mg}^{2+} \text{ شعاع کاتیون} = (\text{Mg} \text{ شعاع اتم}) \times \frac{45}{100} = 160 \times \frac{45}{100} = 72 \text{ pm}$$

$$\text{Mg}^{2+}: \frac{|بار|}{\text{شعاع (pm)}} = \frac{2}{72} \approx 2/78 \times 10^{-2}$$

گام سوم: نسبت قدرمطلق بار به شعاع یون را حساب می‌کنیم:

### تست و پاسخ ۸۶

با توجه به جدول زیر که مربوط به آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های سدیم اکسید، پتاسیم اکسید، منیزیم اکسید و کلسیم اکسید است، کدام مطلب نادرست است؟

$\text{K}_2\text{O}$	$\text{Na}_2\text{O}$	$\text{CaO}$	$\text{MgO}$	ترکیب
E	D	X	A	
۲۲۳۸	۲۴۸۱	۳۴۱۴	۳۷۹۱	آنتالپی فروپاشی شبکه ( $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

۱) شعاع کاتیون سازنده ترکیب X کوچک‌تر از شعاع کاتیون سازنده ترکیب E است.

۲) برای فروپاشی شبکه بلور ۲۵٪ مول از اکسید سومین فلز قلیایی جدول، به ۵/۵۵۹ کیلوژول انرژی نیاز است.

۳) فلز سازنده ترکیب‌های A و E، در دوره‌های متفاوت جدول دوره‌ای قرار دارند.

۴) تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی خاکی است.

### پاسخ: گزینه ۴

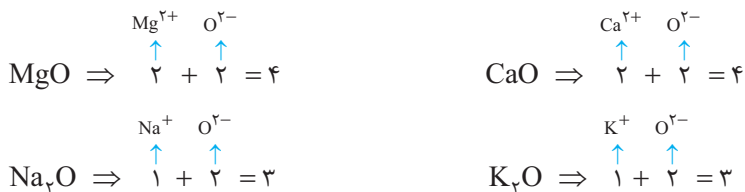
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تجزیه نامه تکنیک مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی

به طور کلی برای مقایسه  $\Delta H$  فروپاشی شبکه ترکیب‌های یونی می‌توان از روش زیر استفاده کرد:  
**گام اول:** هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در یک ترکیب یونی بزرگ‌تر باشد،  $\Delta H$  فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی بزرگ‌تر است.  
**گام دوم:** اگر مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون برای دو ترکیب یونی برابر باشد، شعاع یون‌های سازنده آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم.  
 هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد،  $\Delta H$  فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی بزرگ‌تر است.

برای حل این سؤال، ابتدا باید آنتالپی فروپاشی شبکه ۴ ترکیب یونی داده‌شده را با هم مقایسه کنیم:  
**گام اول:** ابتدا مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون را با هم مقایسه می‌کنیم:



تا این‌جا نتیجه می‌گیریم که آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب‌های یونی  $\text{CaO}$  و  $\text{MgO}$ ، از  $\text{Na}_2\text{O}$  و  $\text{K}_2\text{O}$  بیشتر است.

**گام دوم:** مقایسه شعاع یون‌ها:  $\text{CaO} < \text{MgO}$ ؛ فروپاشی  $\Delta H$ :  $\text{CaO} < \text{MgO}$ ؛ شعاع یونی  $\text{Ca}^{2+} < \text{Mg}^{2+}$ ؛ شعاع یونی

$\text{K}_2\text{O} < \text{Na}_2\text{O}$ ؛ فروپاشی  $\Delta H$ :  $\text{K}_2\text{O} < \text{Na}_2\text{O}$ ؛ شعاع یونی  $\text{K}^+ < \text{Na}^+$ ؛ شعاع یونی

بنابراین، مقایسه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور چهار ترکیب یونی مورد نظر، به صورت مقابل است:  $\text{MgO} > \text{CaO} > \text{Na}_2\text{O} > \text{K}_2\text{O}$ ؛ فروپاشی  $\Delta H$   
 بنابراین ترکیب A همان  $\text{MgO}$ ، ترکیب X همان  $\text{CaO}$ ، ترکیب D،  $\text{Na}_2\text{O}$  و ترکیب E همان  $\text{K}_2\text{O}$  است.

بررسی گزینه‌ها:

**درسته!** شعاع کاتیون سازنده ترکیب X ( $\text{Ca}^{2+}$ ) از شعاع کاتیون سازنده ترکیب E ( $\text{K}^+$ ) کوچک‌تر است.

در گونه‌های هم‌الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، شعاع گونه، کوچک‌تر است.  $\text{K}^+ > \text{Ca}^{2+}$

فلزهای قلیایی، فلزهای گروه اول جدول دوره‌ای هستند و در تناوب دوم تا هفتم جدول قرار دارند؛ بنابراین سومین فلز قلیایی جدول،  $\text{K}$ ،  $\text{K}$  است و اکسید آن  $\text{K}_2\text{O}$  می‌باشد؛ با توجه به جدول، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور  $\text{K}_2\text{O}$  (همان ترکیب E)، ۲۲۳۸ کیلوژول بر مول است؛ بنابراین:

$$0.25 \text{ mol K}_2\text{O} \times \frac{2238 \text{ kJ}}{1 \text{ mol K}_2\text{O}} = 559.5 \text{ kJ}$$

فلز سازنده ترکیب A ( $\text{MgO}$ )،  $\text{Mg}$  و فلز سازنده ترکیب E ( $\text{K}_2\text{O}$ )،  $\text{K}$  است.  $\text{Mg}$  در دوره سوم و  $\text{K}$  در دوره چهارم جدول دوره‌ای قرار دارند.

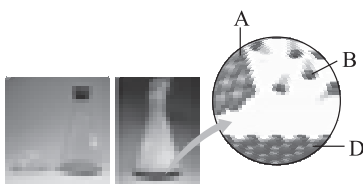
با توجه به جدول داده‌شده، تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی (E و D) کم‌تر از تفاوت آنتالپی فروپاشی اکسیدهای فلزهای قلیایی خاکی (A و X) است.

$$\Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{Na}_2\text{O}(\text{s})) - \Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{K}_2\text{O}(\text{s})) = 2481 - 2238 = 243 \text{ kJ}$$

$$\Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{MgO}(\text{s})) - \Delta H_{\text{فروپاشی}}(\text{CaO}(\text{s})) = 3791 - 3414 = 377 \text{ kJ}$$

## تست و پاسخ ۸۷

با توجه به شکل زیر که مربوط به تشکیل سدیم کلرید است، کدام گزینه نادرست است؟



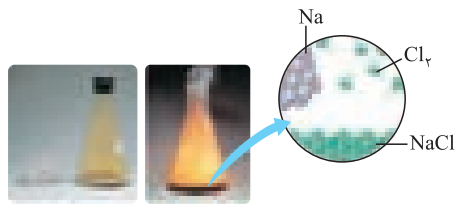
(۱) ماده D نسبت به ماده B در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع است.

(۲) بر خلاف D، ماده A در حالت جامد نیز رسانای جریان برق است.

(۳) در شبکه بلور فرآورده حاصل، یون‌های همنام به دو صورت، یکی در رأس‌ها و مرکز مکعب و دیگری در مرکز ضلع‌ها و مرکز وجه‌ها قرار گرفته‌اند.

(۴) نیروهای میان یون‌های ناهمنام در هنگام تشکیل جامد D بر نیروهای میان یون‌های همنام غلبه کرده و این دو نوع نیرو، در تمام جهت‌ها به یکدیگر وارد می‌شوند.

پاسخ: گزینه ۲



سدیم کلرید → گاز کلر + فلز سدیم

با توجه به شکل، ماده A، فلز Na، ماده B گاز  $Cl_2$  و ماده D، نمک NaCl است.

بررسی گزینه‌ها:

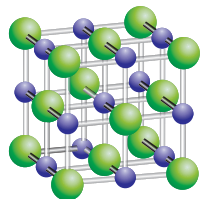
به طور کلی هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش ماده خالص بیشتر باشد، آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع بوده و نیروهای جاذبه میان ذره‌های آن ماده قوی‌تر است. ماده D (NaCl) یک ترکیب یونی و ماده B ( $Cl_2$ ) یک ماده مولکولی است؛ همان‌طور که می‌دانید پیوند یونی به مراتب قوی‌تر از نیروهای جاذبه وان‌دروالسی (نیروی جاذبه بین مولکولی در  $Cl_2$ ) است؛ بنابراین NaCl در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع وجود دارد.

ماده D (NaCl) یک ترکیب یونی است و ماده A (Na) یک فلز است. ترکیب‌های یونی برخلاف فلزها، در حالت جامد رسانای جریان برق نیستند.



ترکیب یونی  
 در حالت جامد ← نارسانا  
 در حالت مذاب و محلول ← رسانا

مدل گلوله و میله شبکه بلور NaCl به صورت زیر است:



در این ساختار، یون‌های  $Cl^-$  (●) در رأس‌ها و مرکز وجه‌ها و یون‌های  $Na^+$  (●) در مرکز ضلع‌ها و مرکز مکعب قرار دارند.

هنگام تشکیل ترکیب یونی، پس از دادوستد الکترون و تشکیل یون‌ها، میان یون‌های ناهمنام، نیروی جاذبه و میان یون‌های همنام، نیروی دافعه، در تمام جهت‌ها وارد می‌شود. وجود جامدهای یونی در طبیعت حاکی از آن است که نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام، بر نیروهای دافعه میان یون‌های همنام غالب است.

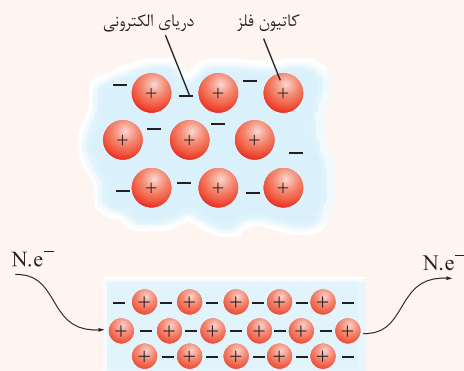
## تست و پاسخ ۸۸

در مدل دریای الکترونی ..... غوطه‌ورند و این مدل می‌تواند مظهر تأییدی بر ..... باشد.

- ۱) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های لایه آخر - رسانایی الکتریکی فلزها
- ۲) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های ظرفیتی - تنوع عدد اکسایش فلزهای واسطه
- ۳) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های لایه آخر - تنوع عدد اکسایش فلزهای واسطه
- ۴) کاتیون‌ها در دریایی از الکترون‌های ظرفیتی - رسانایی الکتریکی فلزها

## پاسخ: گزینه ۴

### نویس نامه



برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی فلزها، الگویی مانند شکل مقابل ارائه شده است که به مدل دریای الکترونی معروف است. براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها، سست‌ترین الکترون‌های موجود در اتم (الکترون‌های ظرفیت)، دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

یکی از رفتارهایی که می‌توان به کمک مدل دریای الکترونی توجیه کرد، رسانایی الکتریکی فلزهاست. در جامدهای فلزی بین کاتیون‌ها و دریای الکترونی، تعادل بار الکتریکی برقرار است. وقتی جریان حاوی  $N$  تا الکترون، از یک طرف وارد جسم فلزی می‌شود، تعادل بار الکتریکی شبکه بلوری به هم می‌خورد، پس برای

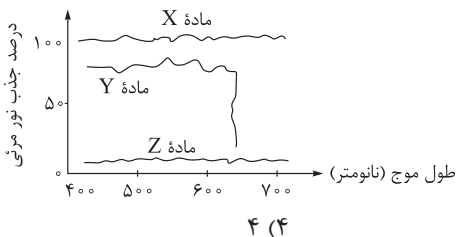
حفظ تعادل باید همان تعداد الکترون ( $N$  تا الکترون) از طرف دیگر شبکه بلور فلز خارج شود. رسانایی الکتریکی فلزها هم یعنی همین جابه‌جایی الکترون‌ها!

الکترون‌های ظرفیتی فلزها، دریای الکترونی آن‌ها را می‌سازند و مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها مانند رسانایی الکتریکی کاربرد دارد. تنوع عدد اکسایش فلزهای واسطه جزء رفتارهای شیمیایی آن‌ها به حساب می‌آید.

### تست و پاسخ ۸۹

با توجه به نمودار زیر که درصد جذب نور مرئی توسط رنگدانه‌های  $\text{TiO}_2$ ،  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  و دوده را نشان می‌دهد، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

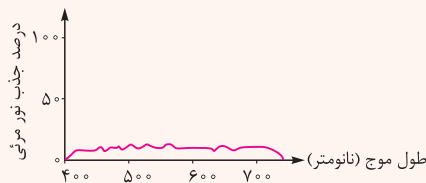
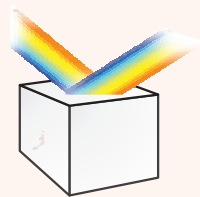
- رنگدانه X برخلاف دو رنگدانه دیگر، جزء مواد آلی است.
  - رنگدانه Y، به رنگ قرمز دیده می‌شود.
  - رنگدانه Z همان اکسید دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای است.
  - عدد اکسایش فلز در رنگدانه Z، یک واحد بیشتر از عدد اکسایش فلز در رنگدانه Y است.
- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)



### پاسخ: گزینه ۳

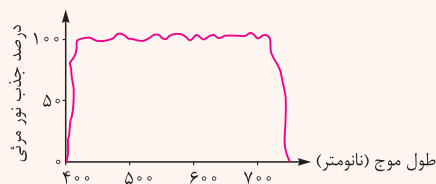
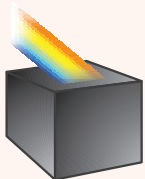
به جز عبارت اول، بقیه عبارات درست‌اند.

**نریس نامه** نور مرئی بخشی از پرتوهای الکترومغناطیسی است که طول موج آن‌ها در گستره  $400 \text{ nm}$  تا  $700 \text{ nm}$  است و چشم ما آن‌ها را می‌بیند. به طور کلی، مواد براساس میزان جذب و بازتاب پرتوهای الکترومغناطیسی در این محدوده، به رنگ‌های مختلفی دیده می‌شوند: (۱) اگر یک نمونه ماده، همه طول موج‌های مرئی را بازتاب کند، به رنگ سفید دیده می‌شود.

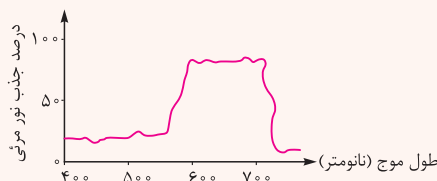
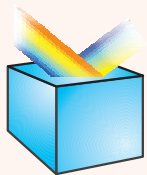


رنگ سفید  $\Rightarrow$  نور تابیده شده  $400 - 700 \text{ nm}$   
نور عبوری یا بازتابیده شده  $400 - 700 \text{ nm}$

(۲) اگر یک نمونه ماده، همه طول موج‌های مرئی را جذب کند، به رنگ سیاه دیده می‌شود.



(۳) مواد رنگی، بخشی از نور تابیده شده را جذب و بقیه آن را عبور داده یا بازتاب می‌کنند. چشم ما مواد رنگی را با طول موج‌های عبوری یا بازتاب شده از آن‌ها می‌بیند.



رنگ فیروزه‌ای  $\Rightarrow$  نور تابیده شده  $400 - 700 \text{ nm}$   
نور عبوری یا بازتابیده شده  $400 - 590 \text{ nm}$

با توجه به نمودار داده شده، ماده X که تمام طول موج‌ها را جذب کرده و به رنگ سیاه دیده می‌شود، دوده، ماده Z که تمام طول موج‌ها را بازتاب کرده و به رنگ سفید دیده می‌شود، رنگدانه  $\text{TiO}_2$  و ماده Y که طول موج‌های  $630 - 700 \text{ nm}$  (که مربوط به رنگ قرمز است) را بازتاب داده و به رنگ قرمز دیده می‌شود، همان رنگدانه  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  است. بررسی همه موارد:

- هر سه رنگدانه  $\text{TiO}_2$  (Z)،  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  (Y) و دوده (X) از جمله رنگدانه‌های معدنی هستند.
- درست! رنگدانه Y، همان  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  (رنگدانه قرمز) است.
- رنگدانه Z همان  $\text{TiO}_2$ ، اکسید دومین فلز واسطه جدول دوره‌ای، یعنی تیتانیوم (Ti) است.
- عدد اکسایش تیتانیوم در  $\text{TiO}_2$  برابر (+۴) و عدد اکسایش آهن در  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  برابر (+۳) است.  $4 - 3 = 1$



## تست و پاسخ ۹۰

کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- (الف) هر چه مقاومت در برابر سایش یک ماده بیشتر باشد، چگالی آن نیز بیشتر است.  
 (ب) مقاومت در برابر خوردگی فلزها را می توان به عنوان یکی از رفتارهای تمیزدهنده بین آن ها در نظر گرفت.  
 (پ) برخی از ویژگی های شیمیایی فلزهای دسته d، تمایزدهنده آن ها از فلزهای اصلی جدول دوره ای است.  
 (ت) نقطه ذوب بالاتر فولاد، دلیل برتری استفاده از آن در ساخت موتور جت در مقایسه با تیتانیوم است.
- (۱) الف - ب (۲) ب - پ (۳) پ - ت (۴) الف - ت

## پاسخ: گزینه ۲

عبارت های «ب» و «پ» درست اند.

فلزها به طور کلی دارای رفتارهای فیزیکی و شیمیایی مشابهی هستند (ویژگی های فیزیکی مانند داشتن جلا و چکش خواری و ویژگی های شیمیایی مانند تمایل به از دست دادن الکترون در واکنش های شیمیایی). هر فلزی در جدول تناوبی، علاوه بر رفتارهای مشترک، رفتارهای ویژه خود را نیز دارد؛ به طور مثال فلزهای دسته d همانند فلزهای دسته s و p، دارای ویژگی هایی مانند جلا، رسانایی الکتریکی و گرمایی و شکل پذیری اند، اما به طور کلی در ویژگی هایی مانند سختی، نقطه ذوب و تنوع عدد اکسایش با آن ها تفاوت دارند.

بررسی همه موارد:

(الف) برای مثال با وجود این که چگالی فولاد از تیتانیوم بیشتر است، اما هر دو مقاومت بالایی در برابر سایش دارند؛ یعنی مقاومت در برابر سایش ارتباط چندانی به چگالی ندارد!

در جدول مقابل، برخی از ویژگی های تیتانیوم در مقایسه با فولاد آورده شده است:

فولاد	تیتانیوم	ماده ویژگی
۱۵۳۵	۱۶۶۷	نقطه ذوب (°C)
۷/۹۰	۴/۵۱	چگالی (g.mL <sup>-1</sup> )
متوسط	ناچیز	واکنش با ذره های موجود در آب دریا
ضعیف	عالی	مقاومت در برابر خوردگی
عالی	عالی	مقاومت در برابر سایش

(ب) برخی فلزها مانند آهن، در اثر قرار گرفتن در معرض اکسیژن و رطوبت، به تدریج دچار خوردگی می شوند، اما فلزهایی مانند طلا و پلاتین، حتی در معرض اسید نیز دچار خوردگی نمی شوند.

(پ) کاملاً درست! برخی از ویژگی های شیمیایی مانند تنوع اعداد اکسایش، در فلزهای دسته d با فلزهای اصلی جدول دوره ای متفاوت است.  
 (ت) نقطه ذوب بالاتر تیتانیوم نسبت به فولاد، داشتن چگالی کم تر (سبک تر بودن) و همچنین مقاومت در برابر خوردگی و سایش، از جمله ویژگی هایی است که باعث شده از تیتانیوم (نه فولاد!) در ساخت موتور جت استفاده شود.

## شیمی (۲): صفحه های ۳۹ تا ۷۰

## تست و پاسخ ۹۱

چند آلکن ۷ کربنه وجود دارد که نام آن ها به فرم n - هپتن است و در ساختار چه تعداد از این ترکیب ها، شمار گروه های CH و CH<sub>۳</sub> برابر است؟

- (۱) ۳ - ۴ (۲) ۳ - ۳ (۳) ۳ - ۲ (۴) ۴ - ۲

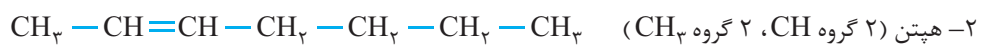
## پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

**تربس نامه** برای دو عضو نخست خانواده آلکن‌ها، یعنی  $C_4H_8$  و  $C_5H_{10}$ ، ذکر محل پیوند دوگانه لازم نیست، زیرا پیوند دوگانه، همواره بین کربن‌های ۱ و ۲ قرار می‌گیرد؛ اما با توجه به این که برای آلکن‌های ۴ کربنی به بعد، با جابه‌جایی پیوند دوگانه، می‌توان ایزومرهای راست‌زنجیر مختلفی ایجاد کرد، ذکر محل پیوند دوگانه الزامی است. در ضمن شماره‌گذاری زنجیر اصلی از سمتی است که زودتر به پیوند دوگانه برسد و محل پیوند دوگانه با شماره نخستین کربنی که به پیوند دوگانه متصل است، مشخص می‌شود.

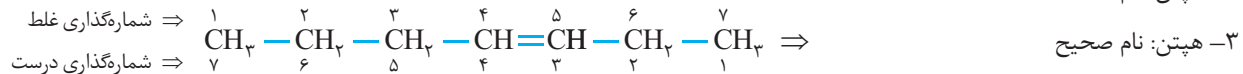


باید ببینیم چند نوع آلکن راست‌زنجیر ۷ کربنه داریم:



دقت کنید که ۴- هپتن وجود ندارد، زیرا شماره‌گذاری زنجیر اصلی همواره از سمتی است که زودتر به پیوند دوگانه برسد (در این صورت شماره‌گذاری باید از سمت راست انجام شود) و نام درست ترکیب همان ۳- هپتن است.

۴- هپتن: نام غلط



همان‌طور که می‌بینید، در ساختار هر ۳ ترکیب فوق، شمار گروه‌های CH و  $CH_2$  با یکدیگر برابر است.

**نکته** به طور کلی برای هر آلکن n کربنه،  $\left[ \frac{n}{2} \right]$  ایزومر راست‌زنجیر وجود دارد. [ ] علامت جزء صحیح است.

$$m \leq a < m + 1 \Rightarrow [a] = m$$

مثلاً برای یک آلکن ۵ کربنه،  $\left[ \frac{5}{2} \right] = 2$  ایزومر راست‌زنجیر وجود دارد که نام آن‌ها ۱- پنتن و ۲- پنتن است، یعنی ما آلکنی به نام ۳- پنتن و ... نداریم!

## تست و پاسخ ۹۲

کدام مطلب زیر درست است؟ ( $C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )

- ۱) همهٔ هیدروکربن‌ها به غیر از آلکان‌ها، امکان واکنش با برم را دارند.
- ۲) درصد جرمی کربن در یک آلکین از درصد جرمی کربن در آلکن هم‌کربن با آن کم‌تر است.
- ۳) جرم مولی پروپین بیشتر از نصف جرم مولی ترکیبی است که از سیرشدن کامل بنزن به دست می‌آید.
- ۴) ساده‌ترین آلکن به عنوان عمل‌آورنده در کشاورزی و ساده‌ترین آلکین برای جوشکاری و برشکاری فلزها کاربرد دارد.

## پاسخ: گزینه ۴

بررسی گزینه‌ها:

۱ نادرست! سیکلوآلکان‌ها نیز همانند آلکان‌ها با برم وارد واکنش نمی‌شوند.

۲ برای این که یک هیدروکربن بتواند با هالوژن‌ها (مانند  $Br_2$ ) وارد واکنش شود، باید در ساختار خود حداقل یک پیوند کربن - کربن دوگانه ( $C = C$ ) یا یک پیوند کربن - کربن سه‌گانه ( $C \equiv C$ ) داشته باشد.

۳ فرمول عمومی آلکن‌ها به صورت  $C_nH_{2n}$  و فرمول عمومی آلکین‌ها به صورت  $C_nH_{2n-2}$  است.

$$C_nH_{2n} \text{ در درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم آلکن}} \times 100 = \frac{12n}{14n} \times 100$$

$$C_nH_{2n-2} \text{ در درصد جرمی کربن} = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم آلکین}} \times 100 = \frac{12n}{14n-2} \times 100$$

$$\frac{14n-2 < 14n}{14n-2} \rightarrow \frac{12n}{14n-2} > \frac{12n}{14n}$$

پس درصد جرمی کربن در یک آلکین از درصد جرمی کربن در آلکن هم‌کربن با آن، بیشتر است.



۳

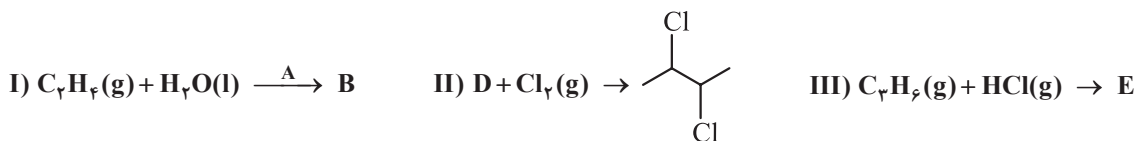
برای سیرشدن ۱ مول از هیدروکربن‌های سیرنشده، باید به ازای هر پیوند  $C=C$ ، ۱ مول گاز  $H_2$  و به ازای هر پیوند  $C \equiv C$ ، ۲ مول گاز  $H_2$  به هیدروکربن مورد نظر اضافه کنیم.

در ساختار بنزن ( $C_6H_6$ )، ۳ پیوند دوگانه وجود دارد؛ پس هر مول بنزن با ۳ مول گاز هیدروژن واکنش داده و ترکیب سیرشده حاصل، سیکلوهگزان است. فرمول مولکولی پروپین،  $C_3H_4$  و فرمول مولکولی سیکلوهگزان،  $C_6H_{12}$  است. نصف جرم مولی سیکلوهگزان معادل جرم  $C_3H_4$  است که از جرم مولی  $C_3H_4$  بیشتر می‌باشد.

ساده‌ترین آلکن، همان اتن با فرمول  $C_2H_4$  است که به عنوان گاز عمل‌آورنده در کشاورزی استفاده می‌شود. ساده‌ترین آلکین نیز اتین، با فرمول  $C_2H_2$  است که در جوشکاری، از سوختن آن دمای لازم برای جوش دادن قطعه‌های فلزی تأمین می‌شود.

## تست و پاسخ ۹۳

بر اساس واکنش‌های موازنه‌شده زیر، چه تعداد از مطالب داده‌شده درست است؟



A. یک اسید قوی است و واکنش I برای تولید صنعتی ماده‌ای که کاربرد ضدعفونی‌کنندگی دارد، به کار می‌رود.

B. نام ترکیب D، ۱- بوتن است.

C. E می‌تواند ۱، ۲- دی‌کلرو پروپان باشد.

D. دارای ساختار پیوند - خط - است.



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

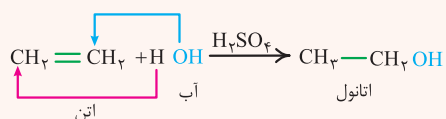
۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

فقط مورد اول درست است.

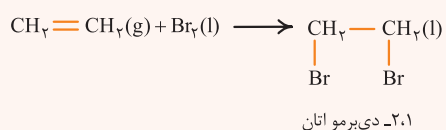
### نکته: برخی از واکنش‌های آلکن‌ها

**الف) افزایش آب به آلکن‌ها:** یکی از واکنش‌هایی که آلکن‌ها در آن شرکت می‌کنند، واکنش با آب است. در این واکنش، آب در حضور کاتالیزگر اسیدی (سولفوریک اسید،  $H_2SO_4$ ) به آلکن‌ها اضافه شده و الکل سیرشده تولید می‌شود. برای نوشتن این نوع واکنش‌ها، کافی است اتم H را به یکی از اتم‌های کربن پیوند دوگانه و گروه OH را به دیگر اتم کربن پیوند دوگانه متصل کنیم.

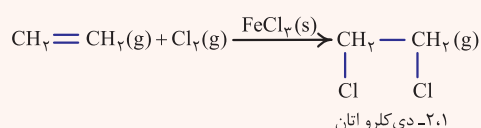


**مثال:** واکنش اتن با آب در حضور سولفوریک اسید

**ب) افزایش هالوژن به آلکن‌ها:** در این واکنش، پیوند یگانه بین دو اتم هالوژن در مولکول دو اتمی هالوژن و یکی از پیوندها در پیوند دوگانه کربن - کربن شکسته شده و دو اتم هالوژن با پیوند یگانه به اتم‌های کربن وصل می‌شود. به دو مثال زیر توجه کنید:



(۱) واکنش گاز اتن با برم مایع



(۲) واکنش گاز اتن با گاز کلر در حضور کاتالیزگر  $FeCl_3$

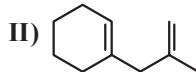
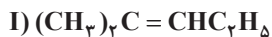






## تست و پاسخ ۹۵

بر اساس ترکیب‌های داده شده، کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟ ( $H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$ )



الف) ترکیب (I) دارای ۳ ایزومر دیگر که نام آن‌ها به هگزن ختم می‌شود، است.

ب) ترکیب (II) یک ترکیب آروماتیک هم‌کربن با نفتالن است.

پ) برای سوزاندن کامل  $13/6$  g از ترکیب (II)،  $33/6$  L گاز اکسیژن در شرایط STP نیاز است.

ت) نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن در ترکیب (I) برابر ۶ است.

۴) پ - ت

۳) الف - ب

۲) ب - پ

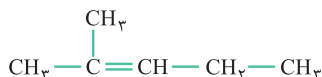
۱) الف - ت

## پاسخ: گزینه ۱

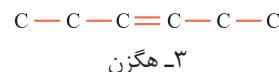
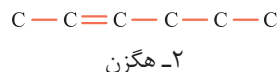
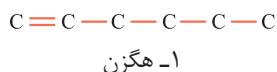
موارد «الف» و «ت» درست‌اند.

بررسی همه موارد:

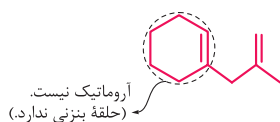
الف) فرمول ساختاری ترکیب (I) به صورت مقابل است:



ترکیب (I) یک آلکن ۶ کربنه با فرمول  $C_6H_{12}$  است. برای این آلکن، ۳ ایزومر دیگر می‌توان رسم کرد که زنجیره اصلی آن‌ها ۶ کربنه بوده و نام آن‌ها به هگزن ختم می‌شود:



ب) ترکیب (II) همانند نفتالن ( $C_{10}H_8$ ) دارای ۱۰ اتم کربن است، اما آروماتیک نیست!

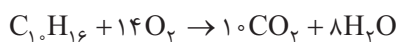


پ) ابتدا فرمول مولکولی ترکیب (II) را به دست می‌آوریم:

$$(II) \quad [2(10) + 2] - 2 = \text{تعداد دوگانه} + \text{تعداد حلقه} - 2 = [2(10) + 2] - 2(1 + 2) = 16$$

$$\Rightarrow (II) \text{ فرمول مولکولی ترکیب } = C_{10}H_{16}$$

معادله سوختن کامل هیدروکربن  $C_{10}H_{16}$  را نوشته و موازنه می‌کنیم:



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$13/6 \text{ g } C_{10}H_{16} \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_{16}}{136 \text{ g } C_{10}H_{16}} \times \frac{14 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_{10}H_{16}} \times \frac{22/4 \text{ LO}_2}{1 \text{ mol } O_2} = 31/36 \text{ LO}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{13/6}{1 \times 136} = \frac{x}{14 \times 22/4} \Rightarrow x = 31/36 \text{ LO}_2$$

$$C_6H_{12} : \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{6 \times 12}{12} = 6$$

ت) درسته!

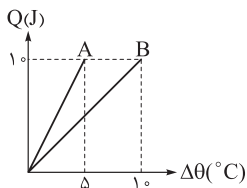
تذکره: عبارت «ب» تابلونه که غلطه! پس ۱ و ۲ پُر! بین ۱ و ۲ عبارت «ت» مشترکه: کافیه عبارت «الف» یا «پ» رو به دلخواه

بررسی کنی تا به جواب درست برسی!



## تست و پاسخ ۹۶

نمودار تغییرات گرمای مبادله شده به ازای تغییر دما برای دو ماده فرضی A و B به ازای یک گرم از آن‌ها داده شده است. با توجه به نمودار، کدام مطلب درست است؟



(۱) در جرم یکسان، ماده A نسبت به ماده B، در برابر تغییر دما به ازای گرمای مشخص، مقاومت کمتری دارد.

(۲) ظرفیت گرمایی جسمی از جنس A در مقایسه با جسمی از جنس B به یقین بیشتر است.

(۳) اگر ۱۰۰ g ماده A در دمای ۵ °C در مجاورت ۲۰ g ماده B در دمای ۳۰ °C قرار گیرد، دمای تعادل بین ۳۰ °C تا ۴۰ °C خواهد بود.

(۴) مخلوطی از دو ماده A و B به جرم برابر، دارای ظرفیت گرمایی ویژه ۱/۵ J.g<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup> خواهد بود.

## پاسخ: گزینه ۴

## ظرفیت گرمایی و گرمای ویژه

● به مقدار گرمای مورد نیاز برای افزایش دمای یک جسم به اندازه یک درجه سلسیوس، ظرفیت گرمایی آن جسم می‌گویند و می‌توان آن را از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$C = \frac{Q}{\Delta\theta} = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow C \text{ یکای } \frac{\text{یکای } Q}{\Delta\theta \text{ یا } \Delta T} \xrightarrow[\text{یا برحسب } K]{\text{تغییر دما برحسب } ^\circ C} \text{یکای ظرفیت گرمایی} = \frac{J}{^\circ C} = J \cdot ^\circ C^{-1} \text{ یا } \frac{J}{K} = J \cdot K^{-1}$$

● ظرفیت گرمایی یک گرم ماده، ظرفیت گرمایی ویژه یا گرمای ویژه (c) آن ماده را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، مقدار گرمایی را که برای افزایش دمای یک گرم از یک ماده به اندازه یک درجه سلسیوس لازم است، گرمای ویژه می‌نامند.

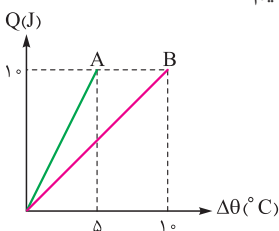
$$(c) \text{ دما برحسب } ^\circ C \xrightarrow[\text{یا } K]{\text{یکای ظرفیت گرمایی (C)}} \text{یکای گرمای ویژه (c)} = \frac{\text{ظرفیت گرمایی (C)}}{\text{جرم (m)}} = \frac{\text{یکای ظرفیت گرمایی (C)}}{\text{یکای جرم (m)}} \xrightarrow[\text{یا } K]{\text{دما برحسب } ^\circ C}$$

$$(c) \text{ یکای } = J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} \text{ یا } J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$$

● با توجه به توضیحات داده شده، مقدار گرمای مبادله شده در یک فرایند را می‌توان از رابطه زیر به دست آورد:

$$Q = C\Delta\theta \xrightarrow{C=mc} Q = mc\Delta\theta$$

با توجه به نمودار داده شده، ابتدا گرمای ویژه (c) دو ماده فرضی A و B را محاسبه می‌کنیم:



$$\begin{aligned} A: Q &= m_A c_A \Delta\theta_A \xrightarrow{m_A=1, \Delta\theta_A=5} 10 = 5c_A \Rightarrow c_A = 2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} \\ \Rightarrow B: Q &= m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{m_B=1, \Delta\theta_B=10} 10 = 10c_B \Rightarrow c_B = 1 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1} \end{aligned}$$

حالا می‌ریم سراغ بررسی گزینه‌ها:

$$Q_A = Q_B \rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow{c_A=2c_B} \Delta\theta_A = \frac{1}{2} \Delta\theta_B$$

از آنجا که گرمای ویژه ماده A، ۲ برابر ماده B است، به ازای جرم یکسان و گرمای مشخص، تغییر دمای A کمتر بوده و مقاومت بیشتری در برابر تغییر دما دارد.

هر چه ظرفیت گرمایی یا گرمای ویژه یک ماده بیشتر باشد، آن ماده در برابر تغییر دما مقاومت بیشتری دارد و دیرتر گرم یا سرد می‌شود.

ظرفیت گرمایی یک ماده، هم به جرم ماده و هم به گرمای ویژه آن بستگی دارد. گرمای ویژه A، ۲ برابر B است، اما اگر جرم جسمی از جنس B بیش از دو برابر جرم جسمی از جنس A باشد، ظرفیت گرمایی B بیشتر خواهد بود.



۳

اگر دو ماده با دماهای متفاوت را با هم مخلوط کنیم (یا با هم در تماس قرار دهیم)، ماده با دمای بالاتر مقداری گرما از دست می‌دهد و ماده با دمای پایین‌تر، همین مقدار گرما را جذب می‌کند تا جایی که به یک دما برسند. برای حل این مسائل کافی است مقدار گرمایی که یکی از مواد (جسم ۱) از دست می‌دهد را با مقدار گرمایی که ماده دیگر (جسم ۲) جذب می‌کند، برابر قرار دهیم:

$$|Q_1| = |Q_2| \quad \text{دمای ماده A بالاتر است، پس مقداری گرما از جسم A به جسم B منتقل می‌شود:}$$

$$|-Q_A| = |Q_B| \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} 100 \times 2 \times (50 - \theta) = 20 \times 1 \times (\theta - 30) \Rightarrow 10(50 - \theta) = \theta - 30 \Rightarrow 11\theta = 530 \Rightarrow \theta \approx 48^\circ \text{C}$$

پس دمای تعادل بین ۴۰ تا ۵۰ درجه سلسیوس است، نه بین ۳۰ تا ۴۰ درجه سلسیوس!

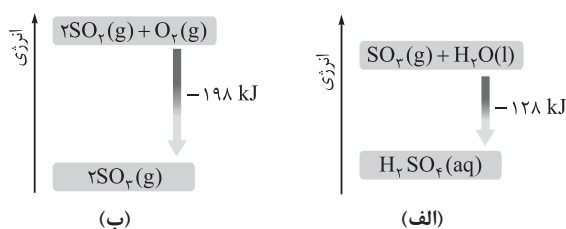
جرم ماده A و B را برابر ۱ گرم در نظر می‌گیریم. ظرفیت گرمایی ویژه A برابر  $2 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  و ظرفیت گرمایی ویژه B برابر  $1 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  است.

ظرفیت گرمایی کل = گرمای ویژه کل / جرم کل

$$\Rightarrow c = \frac{m_A c_A + m_B c_B}{m_A + m_B} = \frac{(1 \times 2) + (1 \times 1)}{1 + 1} = 1/2 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۹۷

براساس نمودارهای زیر، کدام موارد نادرست‌اند؟ ( $S = 32, O = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )



الف) در صورت استفاده از  $\text{H}_2\text{O}(g)$  به جای  $\text{H}_2\text{O}(l)$  در نمودار «الف»، مقدار گرمای آزادشده، کم‌تر می‌شود.

ب) تجزیه گوگرد تری‌اکسید به گوگرد دی‌اکسید برخلاف واکنش آن با آب، یک فرایند گرماگیر است.

پ) اگر  $3/2 \text{ g}$  گوگرد دی‌اکسید با مقدار کافی گاز اکسیژن واکنش دهد،  $9/9$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

ت) اگر درون یک سامانه سربسته شامل دو ظرف، هم‌زمان در یک ظرف، یک مول گوگرد تری‌اکسید تجزیه و در ظرف دیگر نیم مول گوگرد تری‌اکسید با آب واکنش دهد، برای ثابت‌ماندن دمای سامانه، باید مقداری گرما به سامانه داده شود.

الف - پ (۴)

ب - ت (۳)

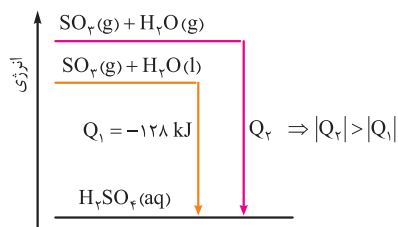
الف - ت (۲)

ب - پ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

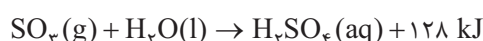
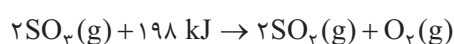
عبارت‌های «الف» و «پ» نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:



الف) از آن‌جا که سطح انرژی مواد در حالت گاز بیشتر از سطح انرژی آن‌ها در حالت مایع است، اگر در واکنش «الف» به جای  $\text{H}_2\text{O}(l)$  از  $\text{H}_2\text{O}(g)$  استفاده کنیم، مقدار گرمای آزادشده بیشتر خواهد شد؛ زیرا تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها افزایش می‌یابد. برای درک بهتر، نمودار روبه‌رو را ببینید:

ب) واکنش تجزیه گوگرد تری‌اکسید به گوگرد دی‌اکسید (عکس واکنش نمودار (ب))، یک واکنش گرماگیر و واکنش گوگرد تری‌اکسید با آب، یک واکنش گرماده است.



$$3/2 \text{ g SO}_2 \times \frac{1 \text{ mol SO}_2}{64 \text{ g SO}_2} \times \frac{198 \text{ kJ}}{2 \text{ mol SO}_2} = 4/95 \text{ kJ}$$

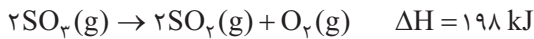
روش اول: استفاده از کسر تبدیل:



روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{3/2}{2 \times 64} = \frac{Q}{198} \Rightarrow Q = \frac{198}{4} = 4/95 \text{ kJ}$$

(ت) معادله واکنش‌های انجام شده در دو ظرف موجود در این سامانه به صورت زیر است:



در اثر تجزیه یک مول  $\text{SO}_3$ ،  $\frac{198}{2} = 99$  کیلوژول انرژی در سامانه مصرف می‌شود و به ازای واکنش نیم مول  $\text{SO}_3$  با آب،  $\frac{128}{2} = 64$  کیلوژول انرژی در سامانه تولید می‌شود؛ بنابراین مجموعاً  $35 \text{ kJ} = 99 - 64$  از انرژی سامانه کم می‌شود که برای ثابت ماندن دمای سامانه، باید به اندازه  $35 \text{ kJ}$  گرما به سامانه داده شود.

## تست و پاسخ ۹۸

کدام گزینه درست است؟

(۱) گرمای تولیدشده در واکنش  $\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \xrightarrow{25^\circ\text{C}} 2\text{HCl}(\text{g})$  را می‌توان به تفاوت انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فراورده نسبت داد.

(۲) به دلیل وجود پیوندهای قوی در ساختار مواد جامد نسبت به گازها، گرمای ویژه آن‌ها از مولکول‌های گازی بیشتر است.

(۳) در واکنش اکسایش گلوکز در بدن انسان، به دلیل دمای ثابت بدن ( $37^\circ\text{C}$ )، پایداری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها تفاوت چندانی ندارد.

(۴) زغال کک، واکنش‌دهنده‌ای رایج در استخراج آهن و تأمین‌کننده انرژی لازم برای انجام واکنش است.

## پاسخ: گزینه ۴

در شرکت‌های فولاد جهان، برای استخراج آهن از کربن (زغال کک)، به عنوان ماده اولیه استفاده می‌شود، علاوه بر آن از سوختن آن در دمای بالای کوره، برای تأمین انرژی لازم برای ادامه فرایند، استفاده می‌شود.  $2\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s}) + 3\text{C}(\text{s}) \xrightarrow{\Delta} 4\text{Fe}(\text{s}) + 3\text{CO}_2(\text{g})$  بررسی سایر گزینه‌ها:

علامت  $\xrightarrow{25^\circ\text{C}}$  به معنای انجام شدن واکنش در دمای ثابت  $25^\circ\text{C}$  است؛ یعنی دمای سامانه در شروع واکنش (مواد اولیه)  $25^\circ\text{C}$  بوده است و پس از انجام واکنش هم، دمای سامانه به  $25^\circ\text{C}$  می‌رسد؛ بنابراین گرمای آزادشده در این واکنش به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است. در دمای ثابت، تفاوت چندانی میان انرژی گرمایی مواد وجود ندارد.

این عبارت غلطه؛ مثلاً با توجه به جدول صفحه ۶۰ کتاب درسی، گرمای ویژه برخی مواد گازی مانند اکسیژن و کربن دی‌اکسید از گرمای ویژه برخی مواد جامد مانند طلا و نقره بیشتر است.

گرمای ویژه برخی مواد خالص در  $25^\circ\text{C}$  و  $1 \text{ atm}$

ماده	گرمای ویژه ( $\text{Jg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )	ماده	گرمای ویژه ( $\text{Jg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )
آب	۴/۱۸۴	آلومینیم	۰/۹۰۰
سدیم کلرید	۰/۸۵۰	نقره	۰/۲۳۶
اتانول	۲/۴۳۰	طلا	۰/۱۲۸
کربن دی‌اکسید	۰/۸۴۰	اکسیژن	۰/۹۲۰

واکنش اکسایش گلوکز در دمای ثابت بدن، یک فرایند گرماده است ( $Q < 0$ ).

می‌دانیم که در انجام واکنش‌های شیمیایی در دمای ثابت، گرمای جذب‌شده یا آزادشده به طور عمده به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد مربوط است، بنابراین سطح انرژی و در نتیجه پایداری واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم متفاوت بوده و یکسان نیست.

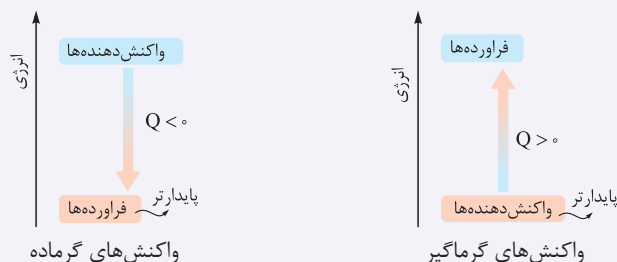
از آن‌جا که در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها کم‌تر است، بنابراین می‌توان گفت پایداری فراورده‌ها از پایداری واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است.

پایداری واکنش‌دهنده‌ها > پایداری فراورده‌ها → سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها < سطح انرژی فراورده‌ها → واکنش‌های گرماده

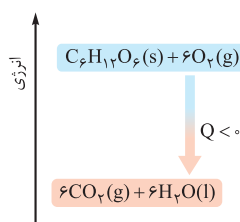


از طرفی در واکنش‌های گرماگیر، سطح انرژی فرآورده‌ها از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است؛ بنابراین می‌توان گفت در واکنش‌های گرماگیر، واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر از فرآورده‌ها هستند.

پایداری فرآورده‌ها > پایداری واکنش‌دهنده‌ها → سطح انرژی فرآورده‌ها < سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها → واکنش‌های گرماگیر

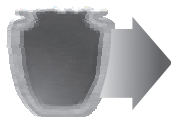


در فرایند اکسایش گلوکز که فرایندی گرماده است، پایداری فرآورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها می‌باشد.



### تست و پاسخ ۹۹

با توجه به شکل داده‌شده که ساختار یخچال صحرائی را نشان می‌دهد، چه تعداد از مطالب زیر، درست است؟  
 • طراحی و ساخت این دستگاه توسط محمد باه‌آبا، معلم اهل نیجریه، انجام شده که بدون نیاز به انرژی الکتریکی می‌تواند غذا را خنک نگه دارد.



- از کوزه‌های سفالی که میان آن‌ها شن خیس قرار داده شده و یک درپوش نخی و مرطوب برای تهویه هوا تشکیل شده است.
- معادله فرایند انجام‌شده در آن که باعث خنک نگه‌داشتن مواد غذایی می‌شود، به صورت  $H_2O(l) \rightarrow H_2O(g) + Q$  است.
- تبخیر آب از سطح بیرونی کوزه سفالی باعث جذب گرما از هوای درون محفظه شده و دمای درون محفظه را کاهش می‌دهد.

یک (۴)

دو (۳)

سه (۲)

چهار (۱)

### پاسخ: گزینه ۴

به جز عبارت سوم، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

درباره یخچال صحرائی به نمودار زیر توجه کنید.



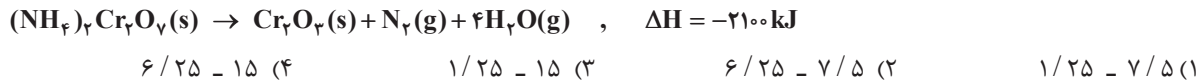
- اجزا
  - دو ظرف سفالی (ساخته‌شده از خاک رس)
  - پارچه نخی و مرطوب (درپوش یخچال) جهت تهویه آسان هوا
  - شن خیس (در فضای میان دو ظرف سفالی)
- یخچال صحرائی
  - عملکرد ← نفوذ آب در بدنه سفالی ظرف بیرونی و تبخیر آن و در نتیجه خنک شدن مواد موجود درون ظرف سفالی کوچک‌تر
  - واکنش ←  $H_2O(l) + 44/1 \text{ kJ} \rightarrow H_2O(g)$

بررسی عبارت نادرست:

عبارت سوم: فرایند تبخیر آب، گرماگیر است و معادله آن به صورت  $H_2O(l) + Q \rightarrow H_2O(g)$  می‌باشد.

## تست و پاسخ ۱۰۰

بر اساس واکنش زیر، ۱۲/۶ گرم واکنش دهنده در سیلندری با پیستون متحرک درون حمامی از روغن با ظرفیت گرمایی ویژه  $0.7 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  و به جرم ۲۰ کیلوگرم، تجزیه می‌شود. پس از اتمام واکنش و انتقال کامل گرمای واکنش به حمام روغن، دمای روغن چند درجه تغییر می‌کند و اگر در شرایط انجام واکنش حجم مولی گازها برابر ۲۵ L باشد، حجم سیلندر چند لیتر افزایش خواهد یافت؟ ( $\text{H} = 1, \text{N} = 14, \text{O} = 16, \text{Cr} = 52; \text{g.mol}^{-1}$ )



$$6/25 - 15 \quad (4) \quad 1/25 - 15 \quad (3) \quad 6/25 - 7/5 \quad (2) \quad 1/25 - 7/5 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

ابتدا از جرم واکنش دهنده، به مقدار گرمای آزاد شده در واکنش برس و از طریق رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  تغییر دمای حمام روغن رو حساب کن. در ادامه هم با برقراری به استوکیومتری ساده با جرم واکنش دهنده، حجم گاز  $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{N}_2$  تولید شده را حساب کن! یادت نره که حجم مولی گازها در شرایط واکنش برابر ۲۵ لیتره!

گام اول: گرمای آزاد شده در اثر تجزیه ۱۲/۶ گرم  $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  را حساب می‌کنیم.

$$12/6 \text{ g} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \times \frac{1 \text{ mol} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7}{252 \text{ g} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} \times \frac{2100 \text{ kJ}}{1 \text{ mol} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} = 105 \text{ kJ}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{12/6}{1 \times 252} = \frac{Q}{2100} \Rightarrow Q = \frac{2100}{20} = 105 \text{ kJ}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

گام دوم: گرمای آزاد شده در این واکنش را در رابطه  $Q = mc\Delta\theta$  قرار داده و تغییر دمای روغن را حساب می‌کنیم (گرمای ویژه روغن برابر  $0.7 \text{ J.g}^{-1} \cdot \text{C}^{-1}$  و جرم روغن برابر ۲۰ کیلوگرم  $(2 \times 10^4 \text{ گرم})$  است).

$$\Delta\theta = \frac{Q}{mc} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{105 \times 10^3}{20 \times 10^3 \times 0.7} = 7/5 \text{ }^\circ\text{C}$$

گام سوم: افزایش حجم سیلندر مربوط به حجم گازهای تولید شده است. حجم گاز آزاد شده ( $\text{H}_2\text{O}$  و  $\text{N}_2$ ) در اثر تجزیه  $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$  را حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$12/6 \text{ g} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \times \frac{1 \text{ mol} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7}{252 \text{ g} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} \times \frac{5 \text{ mol گاز}}{1 \text{ mol} (\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7} \times \frac{25 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} = 6/25 \text{ L گاز}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{12/6}{1 \times 252} = \frac{x}{5 \times 25} \Rightarrow x = \frac{125}{20} = 6/25 \text{ L}$$

## تست و پاسخ ۱۰۱

چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- علت تغییر در محتوای انرژی مواد طی یک واکنش شیمیایی، تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها است.
- یک عنصر مولکولی گازی نسبت به اتم‌های سازنده آن، پایدارتر و با سطح انرژی کم‌تر است.
- آنتالپی پیوند دوگانه بین اتم‌های معین، از آنتالپی پیوند یگانه بین آن دو اتم بیشتر و به یقین از دو برابر آن، کم‌تر است.
- به دلیل شعاع اتمی بیشتر ید نسبت به برم، آنتالپی پیوند  $\text{I—I}$  از  $\text{Br—Br}$  بیشتر است.
- آنتالپی پیوندهایی مانند  $\text{H—N—H}$ ,  $\text{O—H}$ ,  $\text{C=O}$  و  $\text{N}\equiv\text{N}$  به صورت میانگین محاسبه و بیان می‌شود.

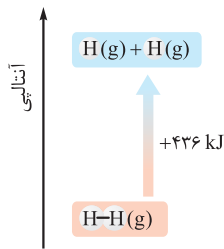
$$4 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (2) \quad 1 \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲



موارد اول و دوم درست‌اند.

بررسی برخی از موارد:



مورد دوم: کاملاً درست! اتم‌ها سطح انرژی بالاتری نسبت به عنصر مولکولی خود دارند. بنابراین یک عنصر مولکولی گازی نسبت به اتم‌های سازنده خود پایدارتر و دارای سطح انرژی کم‌تر است؛ مثلاً  $H_2$  یک مولکول دو اتمی گازی است؛ برای شکستن یک مول پیوند  $H-H$  در مولکول  $H_2$  و تبدیل آن به دو مول اتم  $H(g)$ ، به  $436$  کیلوژول انرژی نیاز است.

مورد سوم: نه الزاماً! مثلاً آنتالپی پیوند « $C=C$ »، کم‌تر از ۲ برابر آنتالپی پیوند « $C-C$ » است.  $(614 < 2 \times 348)$ ، اما دربارهٔ عنصری مانند اکسیژن، آنتالپی پیوند « $O=O$ » بیش از ۳ برابر آنتالپی پیوند « $O-O$ » است.  $(495 > 3 \times 146)$  مورد چهارم:

برای مقایسهٔ آنتالپی پیوندها، به طور کلی دو عامل زیر دخالت دارند:

(۱) تعداد پیوند بین دو اتم (مرتبهٔ پیوند): هر چه تعداد پیوند بین دو اتم بیشتر باشد، آنتالپی پیوند بیشتر است.

آنتالپی پیوند:  $C-C < C=C < C \equiv C$

(۲) شعاع اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ پیوند: به طور کلی هر چه شعاع اتم‌های تشکیل‌دهندهٔ پیوند کوچک‌تر باشد، انرژی لازم برای شکستن آن و در نتیجه آنتالپی پیوند بیشتر می‌شود.

شعاع اتمی:  $F < Cl < Br < I \Rightarrow$  آنتالپی پیوند:  $H-F > H-Cl > H-Br > H-I$

(۵۶۷) (۴۳۱) (۳۶۶) (۲۹۹)

به دلیل شعاع اتمی کم‌تر برم نسبت به ید، آنتالپی پیوند  $Br-Br$  از  $I-I$  بیشتر است.

مورد پنجم: آنتالپی پیوند  $N \equiv N$  برخلاف سه پیوند دیگر، به صورت میانگین بیان نمی‌شود.

در مورد میانگین آنتالپی پیوند، به نکات زیر توجه کنید:

(۱) برای پیوندهایی که حداقل ۲ یا تعداد بیشتری از آن‌ها می‌تواند در یک مولکول وجود داشته باشد، اطلاق نام میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است؛ مثلاً در مولکول  $CH_4$ ، ۴ پیوند  $C-H$  وجود دارد و انرژی مورد نیاز برای شکستن هر پیوند با دیگری متفاوت است.

(۲) در مورد پیوندهایی که در مولکول‌های دو اتمی وجود دارد؛ مثل  $H-H$  در  $H_2$ ،  $N \equiv N$  در  $N_2$ ،  $O=O$  در  $O_2$ ،  $Cl-Cl$  در  $Cl_2$ ،  $Br-Br$  در  $Br_2$ ،  $H-F$  در  $HF$ ،  $H-Cl$  در  $HCl$ ،  $H-I$  در  $HI$  و ... چون فقط همین یک نوع پیوند اشتراکی وجود دارد، دیگر نیازی به استفاده از واژهٔ میانگین آنتالپی پیوند نیست.

## تست و پاسخ ۱۰۲

بر اساس اطلاعات داده‌شده، آنتالپی واکنش سوختن ۱ مول متان که منجر به تولید گاز کربن دی‌اکسید و آب مایع می‌شود، چند کیلوژول است و اگر به جای گاز اکسیژن از اتم‌های اکسیژن گازی در حین فرایند استفاده شود، آنتالپی واکنش کدام عدد برحسب کیلوژول خواهد بود؟ (آنتالپی تبخیر آب را  $44 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  در نظر بگیرید.)

پیوند	$C-H$	$O=O$	$C=O$	$H-O$
آنتالپی پیوند ( $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ )	۴۱۵	۴۹۵	۷۹۹	۴۶۳

$-393, -800$  (۲)

$-1878, -800$  (۱)

$-1878, -888$  (۴)

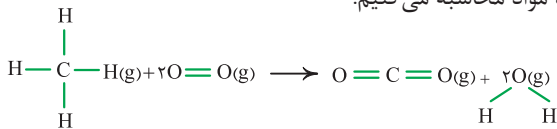
$-393, -888$  (۳)

پاسخ: گزینهٔ ۴

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

**حالات مختلف آب:** ابتدا با استفاده از آنتالپی‌های پیوند،  $\Delta H$  واکنش سوختن متان در شرایطی که آب به صورت  $H_2O(g)$  است را محاسبه کن، سپس با کمک آنتالپی تبخیر آب،  $\Delta H$  واکنش سوختن متان، که با تولید بخار آب همراه است، را محاسبه کن. برای قسمت دوم سؤال، یادت نره که اگر به جای گاز اکسیژن (یک مولکول  $O_2$ )، از اتم‌های اکسیژن گازی (۲ اتم  $O$ ) در حین فرایند استفاده شود، گرمای آزاد شده بیشتر و قدرمطلق آنتالپی افزایش خواهد یافت!

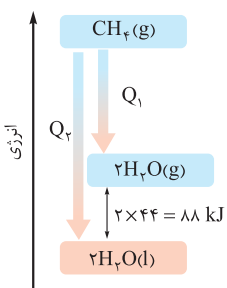
**گام اول:**  $\Delta H$  سوختن متان را به کمک آنتالپی‌های پیوند مواد محاسبه می‌کنیم:



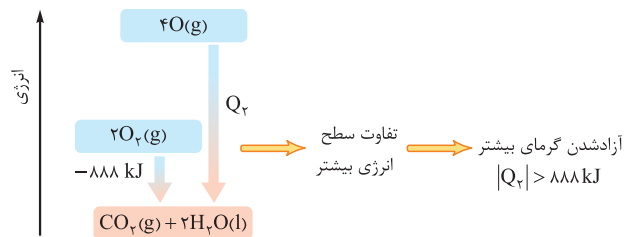
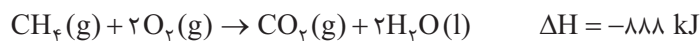
$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] = \Delta H_{\text{واکنش}}$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [4\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 2\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{C}=\text{O}) + 4\Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [4(415) + 2(495)] - [2(799) + 4(463)] = -800 \text{ kJ}$$



**گام دوم:** آب تولید شده در فرایند سوختن متان، به صورت  $H_2O(l)$  است. با توجه به واکنش:  $H_2O(l) + 44 \text{ kJ} \rightarrow H_2O(g)$ ، آنتالپی واکنش سوختن متان که منجر به تولید  $H_2O(l)$  می‌شود، به اندازه  $2 \times 44 = 88 \text{ kJ}$ ، از  $\Delta H$  به دست آمده، منفی‌تر است؛ یعنی:



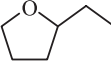
**گام سوم:** همان‌طور که می‌دانید، سطح انرژی اتم‌های سازنده گاز  $O_2$ ، بیشتر از مولکول  $O_2$  است؛ یعنی اگر در فرایند سوختن متان به جای ۲ مولکول یا ۲ مول  $O_2$  گازی از اتم‌های اکسیژن گازی ( $4O(g)$ ) استفاده کنیم، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها افزایش یافته و آنتالپی واکنش منفی‌تر از عدد  $-888 \text{ kJ}$  می‌شود که تنها در  $[-1878 \text{ kJ} > |-888 \text{ kJ}|]$  داده است.

به کمک آنتالپی پیوند  $O=O$ ،  $\Delta H$  واکنش را می‌توان به طور دقیق محاسبه کرد:  $\Delta H(\text{واکنش}) = -888 - (2 \times 495) = -1878 \text{ kJ}$

### تست و پاسخ ۱۰۳

کدام موارد از مطالب زیر درست‌اند؟

(الف) دو الکل و اتر هم‌کربن تک‌عاملی به یقین ایزومر یکدیگر هستند.

(ب) فرمول شیمیایی دو ترکیب ۱- هگزانون و ترکیبی با ساختار  یکسان است.

(پ) خواص شیمیایی همپارها یکسان است.

(ت) در شرایط یکسان، نقطه جوش  $OH$  از  $O$  بالاتر است.

(۱) الف - پ

(۲) ب - ت

(۳) الف - ت

(۴) ب - پ

**پاسخ: گزینه ۲**



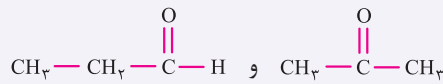


بررسی موارد:

به موادی با فرمول مولکولی یکسان و فرمول ساختاری متفاوت، ایزومر می‌گویند. چند مورد از ایزومرهای ترکیب‌های آلی را با هم می‌بینیم:

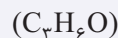
(۱) آلدئیدها و کتون‌هایی که تعداد کربن برابری دارند، به شرطی که هر دو یک‌عاملی بوده و گروه هیدروکربنی متصل به آن‌ها سیر شده باشند، ایزومر یکدیگرند (فرمول عمومی آن‌ها به صورت  $C_nH_{2n}O$  است).

مثال:



آلدئید سه‌کربنی

کتون سه‌کربنی

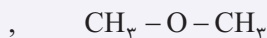


(۲) الکل‌ها و اترهایی که تعداد کربن برابری دارند، به شرطی که هر دو یک‌عاملی بوده و سیرشده خطی (غیرحلقوی) باشند، ایزومر یکدیگرند (فرمول عمومی آن‌ها به صورت  $C_nH_{2n+2}O$  است).

مثال:

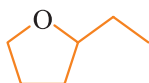
(اتانول)

(دی‌متیل اتر)

الکل ۲ کربنی ( $C_2H_6O$ )اتر ۲ کربنی ( $C_2H_6O$ )

(الف) این عبارت غلطه! برای ایزومر بودن دو ترکیب، تنها شرط هم‌کربن بودن کافی نیست! باید الکل و اتر هم‌کربن، هر دو سیرشده و غیرحلقوی باشند.

(ب) فرمول عمومی ۱-هگزانون (کتون تک‌عاملی ۶ کربنه) به صورت  $C_6H_{12}O$  است. ترکیبی با ساختار روبه‌رو نیز دارای فرمول مشابه ۱-هگزانون است:

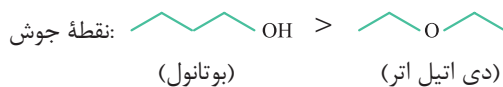


$$C_6H_{12}O = \text{فرمول مولکولی ماده} \Rightarrow 12 = [2(6) + 2] - 2(1) = [2n + 2] - 2 = \text{تعداد اتم H} \Rightarrow$$

(پ) ایزومرها تنها فرمول مولکولی مشابهی دارند؛ همین و بس! هم‌پارها در خواص فیزیکی (مانند نقطه جوش) و خواص شیمیایی (واکنش‌پذیری) با هم تفاوت دارند.

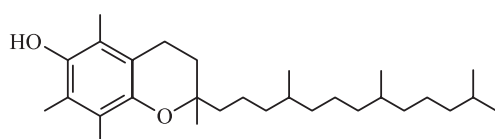
(ت) فرمول شیمیایی هر دو ترکیب یکسان و به صورت  $C_4H_{10}O$  است (با هم ایزومرند)، اما نقطه جوش الکل به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی بین مولکول‌ها، نسبت به اتر هم‌کربن بالاتر است.

توجه: با توجه به این‌که الکل‌ها گروه  $-OH$  دارند و می‌توانند با مولکول‌های خود پیوند هیدروژنی برقرار کنند، نقطه جوش الکل‌ها نسبت به اترهای هم‌کربن (در صورت ایزومر بودن) بیشتر است.



### تست و پاسخ ۱۰۴

چند مورد از مطالب زیر درباره ترکیبی با ساختار داده شده، درست است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

به جز عبارت اول، بقیه عبارت‌ها درست‌اند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خلیج سبز



ابتدا فرمول شیمیایی ترکیب داده شده را پیدا می‌کنیم:

$$C_{29}H_{50}O_2 \Rightarrow 50 = [2(29) + 2] - 2(2 + 3) = 50 \Rightarrow \text{تعداد پیوند دوگانه} + \text{تعداد حلقه} = 2 - 2(2 + 3) = -50$$

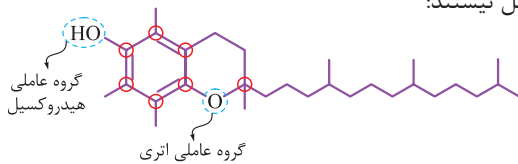
بررسی عبارت‌ها:

● در ساختار ترکیب مورد نظر، گروه‌های عاملی هیدروکسیل ( $-OH$ ) و اتری ( $-O-$ ) وجود دارد. (فبری از گروه کربونیل نیست!)

$$\bullet \text{ بله، کاملاً درسته! } \frac{\text{تعداد اتم‌های H}}{\text{تعداد اتم‌های O}} = \frac{50}{2} = 25$$

● در ساختار مولکول مورد نظر، ۵۰ اتم هیدروژن وجود دارد که یکی از آن‌ها، در ساختار گروه هیدروکسیل ( $-OH$ ) و بقیه آن‌ها (۴۹ اتم هیدروژن) با پیوند اشتراکی  $C-H$ ، به اتم کربن متصل‌اند.

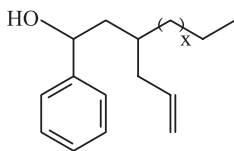
● درسته! اتم‌های کربن مشخص شده در ساختار روبه‌رو، به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند:



## تست و پاسخ ۱۰۵

اگر شمار اتم‌های هیدروژن مولکول سازنده ترکیب زیر، دو برابر شمار اتم‌های هیدروژن اوکتین باشد، x کدام است و ۳/۲۵ کیلوگرم از این

ترکیب با چند گرم گاز هیدروژن به طور کامل واکنش می‌دهد؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$ )



$$100, 5 (2)$$

$$50, 4 (1)$$

$$50, 5 (4)$$

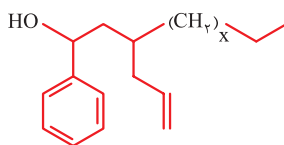
$$100, 4 (3)$$

## پاسخ: گزینه ۳

از شمار اتم‌های هیدروژن اوکتین، به شمار اتم‌های هیدروژن و شمار گروه‌های  $CH_2$  ترکیب مجهول برس و فرمول شیمیایی ترکیب رو پیدا کن. هر مول از این ترکیب، با ۴ مول گاز  $H_2$  به طور کامل واکنش می‌ده و سیر می‌شه. با یک استوکیومتری ساده، از روی جرم ترکیب مجهول، جرم گاز هیدروژن رو حساب کن و تمام!

گام اول: ابتدا شمار اتم‌های هیدروژن ترکیب و بعد مقدار x و فرمول مولکولی آن را پیدا می‌کنیم:

$$C_n H_{2n-2} \text{ فرمول عمومی آلکین‌ها} \rightarrow C_8 H_{14} \rightarrow \text{شمار اتم‌های H ترکیب} = 2 \times 14 = 28$$

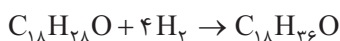


شمار اتم‌های کربن ترکیب فوق برابر  $(14 + x)$  است. فرمول مولکولی ترکیب را بر حسب x به دست می‌آوریم:

$$\text{تعداد حلقه} + \text{تعداد پیوند دوگانه} = 2 \times (2n + 2) - 2 \times (14 + x) = \text{شمار اتم‌های هیدروژن}$$

$$C_{(14+x)} H_{20+2x} O \text{ فرمول مولکولی ترکیب} \Rightarrow [2(14+x) + 2] - 2(14+x) = 20 + 2x$$

$$C_{18} H_{28} O \text{ فرمول مولکولی ترکیب} \Rightarrow 20 + 2x = 28 \Rightarrow x = 4$$



گام دوم: معادله موازنه شده واکنش ترکیب فوق با گاز  $H_2$  را می‌نویسیم:

$$3/25 \times 10^3 \text{ g } C_{18} H_{28} O \times \frac{1 \text{ mol } C_{18} H_{28} O}{260 \text{ g } C_{18} H_{28} O} \times \frac{4 \text{ mol } H_2}{1 \text{ mol } C_{18} H_{28} O} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 100 \text{ g } H_2$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{325}{1 \times 260} = \frac{x}{4 \times 2} \Rightarrow x = \frac{1300}{13} = 100$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب: