

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۱ (از ۲)

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح



آزمون ۴ اسفند ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	حسابان ۲	۱۰	۱	۲۰
		۱۰		
۲	ریاضی پایه	۱۰	۲۱	۳۰
۳	هندسه ۳	۱۰	۳۱	۵۰
		۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۵۱	۶۰
		۱۰		
۵	ریاضیات گسسته	۱۰	۷۱	۹۰
		۱۰		

جلسه مشاوره روز آزمون با کاظم قلمچی
ساعت ۱۳<https://l.kanoon.ir/JalaseRE>

جلسه مشاوره هفتگی مدیر گروه آزمون دوازدهم ریاضی (مهرداد ملوندی)

<https://www.skyroom.online/ch/ghalamchi1400/hriazi12>

روزهای شنبه ساعت ۱۸



آزمون « ۴ اسفند ۱۴۰۲ » اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ گویی سوالات عادی و سریع: ۱۱۰ دقیقه

از ساعت ۸ تا ۹:۵۰ صبح

تعداد کل سوالات: ۹۰ سؤال

(۵۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

دفترچه سؤال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۱-۲۰	۱۰	حسابان ۲
	۱۰	
۲۱-۳۰	۱۰	ریاضی پایه
۳۱-۵۰	۱۰	هندسه ۳
	۱۰	
۵۱-۶۰	۱۰	آمار و احتمال
۶۱-۷۰	۱۰	آمار و احتمال
۷۱-۹۰	۱۰	ریاضیات گسسته
	۱۰	

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان	اختصاصی
حسابان ۲ و ریاضی پایه	مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-محمد رضا راسخ-علی سلامت-سعید علم پور-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام	
هندسه	اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-هومن عقلی-مهرداد ملوندی	
آمار و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-پیروز آل بویه-جواد ترکمن-جواد حاتمی-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-مصطفی دیداری-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-علی ساوجی-علیرضا شریف خطیبی-مهرداد ملوندی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته
گزینشگر	عادل حسینی	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش مهدی بحر کاظمی ماهان زواری	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
	ویراستاران: علیرضا زارعی-امیر قلی پور-امیرمحمد موحدی
حروفنگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق: صفحه‌های ۹۰ تا ۱۰۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱- در دو تابع مشتق‌پذیر f و g داریم: $f(1) = g(1) = 2$. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = 120$ باشد، مشتق تابع $\frac{f}{g}$ در $x = 1$ کدام است؟

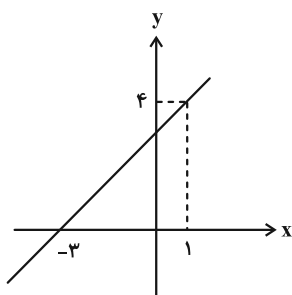
۱۲۰ (۴)

۶۰ (۳)

۳۰ (۲)

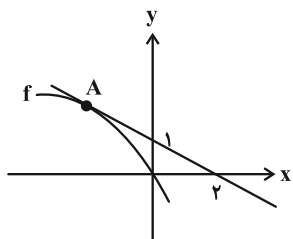
۱۵ (۱)

۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. مشتق تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x}{f(x)}}$ در $x = 1$ کدام است؟

 $\frac{3}{4}$ (۱) $\frac{3}{22}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

۳- مطابق شکل زیر، تابع خطی $y = g(x)$ در $x = x_A$ بر نمودار تابع f مماس است. اگر شیب خط مماس بر نمودار تابع $f^2 + \frac{32}{g}$ در

$x = x_A$ برابر ۳- باشد، عرض نقطه A کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۴- تابع $f(x) = \sin x - \cos x$ مفروض است. برد تابع $(f')^2 + f \cdot f''$ کدام است؟

[-۲, ۲] (۴)

[-√۲, √۲] (۳)

[-√۲/۲, √۲/۲] (۲)

[-۱, ۱] (۱)

۵- اگر $f(x) = \tan \frac{x}{۲}$ باشد، در کدام طول نمودارهای دو تابع f و f'' متقاطع‌اند؟

 $\frac{7\pi}{6}$ (۴) $\frac{5\pi}{۲}$ (۳) $\frac{4\pi}{۳}$ (۲) $-\frac{\pi}{6}$ (۱)

محل انجام محاسبات

۶- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}$ در بازه $[0, 12]$ چقدر از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x=4$ بیشتر است؟

$$\frac{14}{27} \quad (2) \qquad \frac{5}{3} \quad (1)$$

$$\frac{8}{27} \quad (4) \qquad \frac{11}{3} \quad (3)$$

۷- مشتق تابع $f(x) = \left(\frac{2+\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{3x-1}}\right)^3$ در $x=3$ کدام است؟

$$\frac{9}{2} \quad (2) \qquad -\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (4) \qquad -3 \quad (3)$$

۸- اگر $f(x) = \log_2(2-x^2) - \log_2(1+x^2)$ و $g(x) = 2^x$ باشد، حاصل عبارت $f'(1)g'(-1)$ کدام است؟

$$-\frac{3}{2} \quad (2) \qquad \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{2}{3} \quad (4) \qquad \frac{2}{3} \quad (3)$$

۹- امتداد نیم‌مماس چپ نمودار تابع $f(x) = \frac{\left[\frac{3-x}{x-1}\right]x^2+1}{[-x]x-1}$ در $x=-1$ ، محور y ها را در کدام عرض قطع می‌کند؟ ([])، نماد جزء

صحیح است.)

$$-\frac{1}{2} \quad (2) \qquad -2 \quad (1)$$

$$-\frac{5}{4} \quad (4) \qquad -\frac{3}{2} \quad (3)$$

۱۰- خط $y = -4x + 3$ در دو نقطه به طول‌های -3 و 5 بر نمودار تابع $g(x) = f(2x+3) + 2f(3x+6)$ مماس است. مشتق تابع $g \circ f$

در $x=-3$ کدام است؟

$$-3 \quad (2) \qquad 3 \quad (1)$$

$$2 \quad (4) \qquad -2 \quad (3)$$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: مشتق + کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۶

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

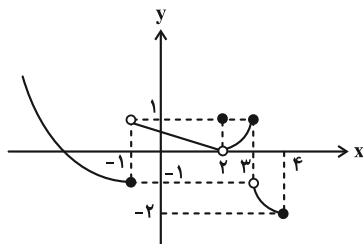
۱۱- تابع $y = |x^2 - x|$ چند نقطه بحرانی دارد؟

۴ (۱)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۴)

۱۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. تعداد نقاط اکسترمم نسبی دو تابع f و $|f|$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۴، ۴ (۱)

۲، ۴ (۲)

۳، ۳ (۳)

۴، ۳ (۴)

۱۳- تابع $f(x) = \begin{cases} k-x & ; x \leq 2 \\ |\sqrt{x-1}-2| & ; x > 2 \end{cases}$ دو مینیمم نسبی دارد. k چند مقدار طبیعی می‌تواند بپذیرد؟

بی‌شمار (۱)

۲ (۳)

۱ (۲)

۳ (۴)

۱۴- مجموع طول نقاط بحرانی نمودار تابع $f(x) = x^3 - (x+1)|x|$ کدام است؟

-۱ (۱)

 $-\frac{1}{3}$ (۲)

صفر (۳)

۱ (۴)

۱۵- تابع $y = \frac{1+x}{1+x^2}$ روی بازه $(-1, 2)$ کدام وضعیت را دارد؟

(۱) صعودی

(۲) ابتدا صعودی، سپس نزولی و در نهایت صعودی

(۳) ابتدا نزولی، سپس صعودی و در نهایت نزولی

(۴) ابتدا صعودی و سپس نزولی

محل انجام محاسبات

۱۶- اگر $x = \frac{5}{4}$ طول نقطه اکسترمم نسبی نمودار تابع $y = ax - \sqrt{x+1}$ باشد، مقدار و نوع این اکسترمم کدام است؟

(۱) $-\frac{13}{12}$ ، ماکزیمم

(۲) $-\frac{9}{8}$ ، مینیمم

(۳) $-\frac{13}{12}$ ، مینیمم

(۴) $-\frac{9}{8}$ ، ماکزیمم

۱۷- دو ضلع مستطیل ABCD روی محورهای مختصات و یکی از رأس‌های این مستطیل روی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x} - 2$ قرار دارد.

بیشترین مساحت این مستطیل که در ناحیه چهارم دستگاه مختصات تشکیل می‌شود، کدام است؟

(۱) $\frac{32}{27}$

(۲) $\frac{64}{27}$

(۳) $4 - 2\sqrt{2}$

(۴) $4 + 2\sqrt{2}$

۱۸- در نقاط به طول طبیعی، مماس‌هایی بر نمودار تابع $f(x) = \frac{3}{20} \sqrt[3]{(10x-3)^4} - x^2$ رسم کرده‌ایم. شیب چند خط از این خطوط،

مثبت است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۱۹- مقدار مینیمم نسبی $y = \sin x - \cos 2x$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) $-\frac{9}{8}$

(۳) -۱

(۴) صفر

۲۰- اختلاف ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق تابع $f(x) = 2kx\sqrt{k-x^2}$ برابر $\frac{1}{9}$ است. مقدار $f(k)$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

(۱) $\frac{4}{27}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{27}$

(۴) $\frac{4}{9}$

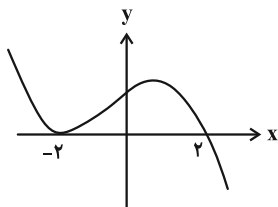
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی پایه: ریاضی ۱: تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: تابع، توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۳۷ تا ۹۰

۲۱- برد تابع $y = 3^{x-1} - 2$ کدام است؟

(۱) $(2, +\infty)$

(۲) $(-2, +\infty)$

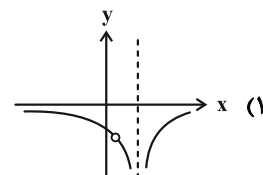
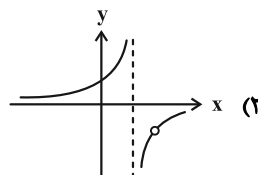
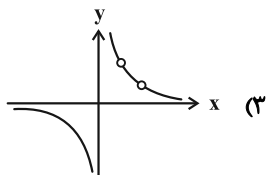
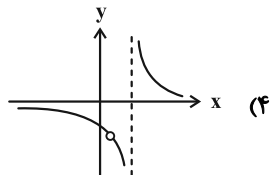
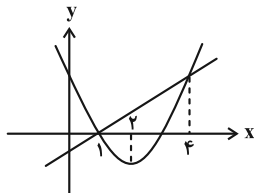
۲۲- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x+2}{f(x)}}$ کدام است؟

(۱) $(-2, +\infty) - \{2\}$

(۲) $(-\infty, 2) - \{-2\}$

(۳) $(-2, 2)$

(۴) $(2, +\infty)$

۲۳- نمودار تابع خطی f و تابع درجه دوم g در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $\frac{f}{g}$ کدام می‌تواند باشد؟۲۴- مجموعه جواب‌های معادله $[x^2] + [x] = 1$ مجموعه $\{c\} - (a, b)$ است. حاصل abc کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر

(۲) $-2\sqrt{5}$

(۳) $-3\sqrt{10}$

(۴) $-2\sqrt{15}$

۲۵- خط $y = \frac{x+2}{10}$ نمودار وارون تابع $f(x) = x + 3\sqrt{x}$ را در نقطه A قطع می‌کند. معادله خطی که از مبدأ مختصات و نقطه A می‌گذرد کدام است؟

(۱) $2x - 11y = 0$

(۲) $2x + 11y = 0$

(۳) $11x + 2y = 0$

(۴) $11x - 2y = 0$

محل انجام محاسبات

۲۶- توابع $f(x) = 2x - \sqrt{x}$ و $g(x) = x^2 + \sqrt{x}$ مفروض اند. ضابطه وارون تابع $f + g$ کدام است؟

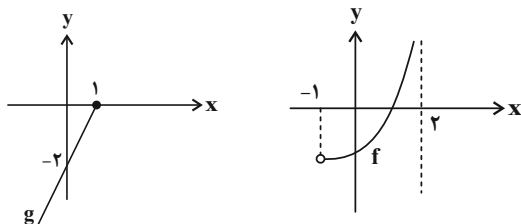
$$y = \sqrt{x+1} + 1 ; x \geq 0 \quad (2)$$

$$y = \sqrt{x+1} - 1 ; x \geq 0 \quad (1)$$

$$y = \sqrt{x+1} + 1 ; x \geq -1 \quad (4)$$

$$y = \sqrt{x+1} - 1 ; x \geq -1 \quad (3)$$

۲۷- نمودار توابع f و g در شکل زیر رسم شده است. اگر دامنه تابع $f \circ g$ بازه $[a, b]$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟



(1) ۱

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{3}{2}$

(4) ۲

۲۸- توابع $f(x) = 3 - \sqrt{x+2}$ و $g(x) = \frac{3x+2}{x-2}$ مفروض است. برد تابع $g \circ f^{-1}$ ، چند عدد صحیح را شامل نمی شود؟

(2) ۳

(1) ۴

(4) ۱

(3) ۲

۲۹- معادله $4 \log(|5x-1|+2) - 2x = 1$ چند جواب دارد؟

(2) ۳

(1) ۴

(4) ۱

(3) ۲

۳۰- جزء صحیح جواب معادله $\log_4 x^2 + \log_8 5x = 4$ کدام است؟

(2) ۳

(1) ۴

(4) ۱

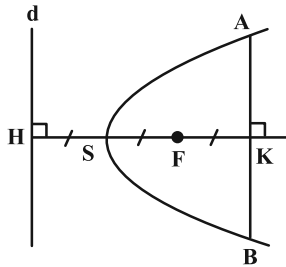
(3) ۲

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: آشنایی با مقاطع مخروطی - بر دارها (نا سر فضای \mathbb{R}^3): صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- در شکل زیر، نقاط S و F به ترتیب رأس و کانون و خط d ، خط هادی سهمی است. اگر $FK = SF$ و در نقطه K ، عمودی بر محور تقارن سهمی رسم می‌کنیم تا منحنی سهمی را در نقاط A و B قطع کند، اندازه پاره خط AB چند برابر فاصله کانونی سهمی است؟



سهمی است؟

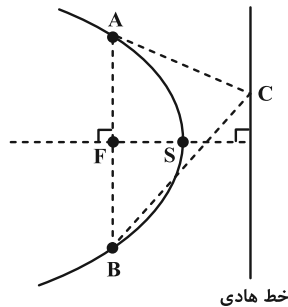
(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) $4\sqrt{2}$

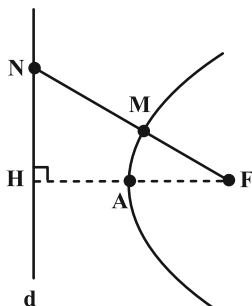
۳۲- در کانون سهمی به معادله $2y^2 + 3x - 8y - 5 = 0$ عمودی بر محور کانونی رسم می‌کنیم تا منحنی سهمی را در نقاط A و B قطع کند. اگر C نقطه‌ای دلخواه روی خط هادی این سهمی باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



خط هادی

(۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۳۳- در شکل، سهمی با رأس A ، کانون F و خط هادی d رسم شده است. فاصله کانونی سهمی برابر 7 و نقطه M روی نمودار سهمی و به فاصله 9 واحد از کانون قرار دارد. اگر نقطه N ، تقاطع امتداد FM با خط d باشد، اندازه MN چقدر است؟

(۱) $17/1$ (۲) $16/2$ (۳) $15/3$ (۴) $14/4$

محل انجام محاسبات

۳۴- پرتوی نوری به معادله $3y - 4x = 3$ بر قسمت داخلی آینه سهموی به معادله $x^2 = 4y$ می‌تابد. معادله پرتوی بازتابش کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $x = 9$ (۲) $y = 9$ (۳) $y = 6$ (۴) $x = 6$

۳۵- یک سهمی افقی از نقطه‌های $A(2, 1)$ ، $B(3, 3)$ و $C(6, -3)$ می‌گذرد. از کانون این سهمی، خطی عمود بر محور کانونی سهمی رسم می‌کنیم تا سهمی را در نقاط P و Q قطع کند. فاصله نقطه P تا محور تقارن سهمی کدام است؟

(۱) $4/5$ (۲) 4 (۳) $2/5$ (۴) 2

۳۶- به ازای کدام مقدار m در معادله سهمی $y^2 + m = 4(y + 2x)$ ، خط هادی به صورت $x = -1$ است؟

(۱) 8 (۲) 10 (۳) 12 (۴) 15

۳۷- نقطه $M(-1, \alpha)$ واقع بر سهمی به معادله $y^2 - 6y + 8x + 1 = 0$ ، مرکز دایره‌ای است که از کانون این سهمی می‌گذرد. مساحت این دایره، چند برابر عدد π است؟

(۱) 25 (۲) 20 (۳) 16 (۴) 12

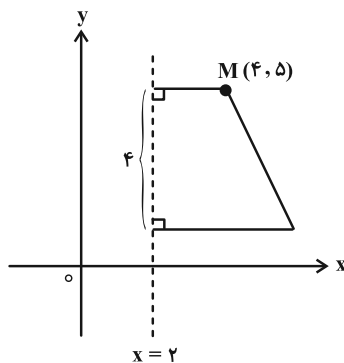
۳۸- مساحت محدود به ناحیه $x^2 + y^2 + 4x \leq 2y + 3$ و $y \geq 3$ چند واحد مربع است؟

(۱) $\pi - 2$ (۲) $2\pi - 4$ (۳) $\pi - 1$ (۴) $2\pi - 2$

۳۹- مساحت ناحیه $S = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, |x| + |y| \leq 3, 1 < x < 2\}$ چقدر است؟

(۱) 3 (۲) $3/5$ (۳) $2/5$ (۴) 2

۴۰- در شکل زیر، مساحت دوزنقه قائم‌الزاویه، برابر با ۱۴ واحد مربع است. معادله ساق مایل این دوزنقه کدام است؟



(۱) $2x + 3y = 23$

(۲) $3x + 2y = 17$

(۳) $3x + 4y = 32$

(۴) $4x + 3y = 31$

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۴۱- در فضای R^3 ، مجموعه نقاط محصور به صفحه‌های $\begin{cases} x=0 \\ x=3 \\ y=-1 \\ y=4 \\ z=1 \\ z=-2 \end{cases}$ را A می‌نامیم. طول برداری که دورترین

دو نقطه متعلق به A را به هم وصل می‌کند، برابر کدام است؟

(۱) ۵ $\sqrt{43}$ (۲)

(۳) $\sqrt{34}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۴۲- خطوط $L_1: \begin{cases} x=2 \\ z=5 \end{cases}$ و $L_2: \begin{cases} y=-1 \\ z=7 \end{cases}$ ، در دو وجه مقابل مکعبی قرار دارند. حجم مکعب کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹

(۳) ۲۵ (۴) ۴۹

۴۳- معادله‌های دو وجه مقابل مکعب مستطیلی به صورت $S_1: \begin{cases} y=1 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases}$ و $S_2: \begin{cases} y=5 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases}$ است. کدام گزینه می‌تواند معادله وجه

دیگر این مکعب مستطیل باشد؟

$$\begin{cases} y = \frac{5}{2} \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ 0 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ 4 \leq y \leq 5 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

۴۴- سه نقطه $A(1, 1, 0)$ ، $B(1, 0, 1)$ و $C(0, 1, 1)$ در فضا مفروض اند. اندازه نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{3} \quad (4)$$

۴۵- اگر $A(2, 2, 3)$ ، $B(4, 2, 1)$ دو نقطه در فضا و $\overline{AM} = \frac{3}{4}\overline{MB}$ باشند، آنگاه نسبت طول نقطه M به ارتفاع آن کدام است؟

$$\frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{5} \quad (3)$$

$$\frac{5}{3} \quad (4)$$

۴۶- مختصات نقطه P کدام باشد تا برای سه نقطه $A(1, -1, 2)$ ، $B(0, 2, 1)$ و $C(-2, 0, 1)$ رابطه $\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP} = 7\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$ برقرار باشد؟

$$(-2, 1, -1) \quad (1)$$

$$(3, 0, 1) \quad (2)$$

$$(2, -1, 1) \quad (3)$$

$$(-3, 0, -1) \quad (4)$$

۴۷- نقاط M ، N ، P و Q در رابطه $m(\overline{ON} - \overline{OP}) = k(\overline{OM} - \overline{OQ})$ صدق می کنند. اگر اعداد حقیقی و مثبت m و k برابر نباشند، چهارضلعی $MNPQ$ همواره است. (نقطه O ، مبدأ مختصات است.)

$$\text{مستطیل} \quad (2)$$

$$\text{دورنقه} \quad (1)$$

$$\text{متوازی الاضلاع} \quad (4)$$

$$\text{لوزی} \quad (3)$$

۴۸- اگر سه نقطه $A(\alpha, \alpha-1, 2)$ ، $B(2, 1, 1)$ و $C(3, 2, 3)$ روی هیچ دایره‌ای قرار نگیرند، در این صورت طول بردار \overline{AB} کدام است؟

(۱) $\sqrt{14}$

(۲) $\sqrt{7}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\sqrt{6}$

۴۹- نقطه A روی خط $L: \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ و نقطه B روی خط $L': \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$ و بردار \overline{AB} موازی با بردار $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ است. مجذور

فاصله نقطه وسط پاره خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\frac{23}{8}$

(۲) $\frac{23}{16}$

(۳) $\frac{19}{16}$

(۴) $\frac{19}{8}$

۵۰- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیرصفر و هم‌مبدأ باشند و زاویه بین بردار \vec{b} و $2|\vec{a}| + 2|\vec{b}|$ با بردار \vec{a} برابر 27° درجه فرض شود، آن‌گاه

زاویه بین بردار $\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} - \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$ و بردار \vec{a} چند درجه است؟

(۱) 63°

(۲) 126°

(۳) $58/5^\circ$

(۴) 117°

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آمار توصیفی: صفحه‌های ۷۳ تا ۱۰۰

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۶۰ تا ۶۹) و (۷۰ تا ۷۹) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۵۱- در یک جامعه آماری با ۱۵ داده، هر داده را با ۱۵٪ خودش جمع می‌کنیم. کدام گزینه به ترتیب در مورد واریانس و ضریب تغییرات داده‌های جدید درست است؟

- (۱) ثابت می‌ماند- افزایش می‌یابد. (۲) افزایش می‌یابد- ثابت می‌ماند.
(۳) کاهش می‌یابد- افزایش می‌یابد. (۴) ثابت می‌ماند- کاهش می‌یابد.

۵۲- اگر مد داده‌های ۳, ۶, ۶, ۵, ۵, ۴, ۲, ۱, b, a برابر ۴ باشد، دامنه میان چارکی کدام است؟

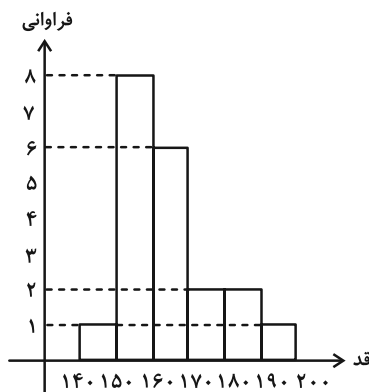
- (۱) ۳ (۲) ۲/۵
(۳) ۲ (۴) ۱/۵

۵۳- نمرات امتحان آمار و احتمال یک کلاس ۷۲ نفری در جدول زیر آمده است. اگر زاویه مرکزی مربوط به دسته سوم در نمودار دایره‌ای از زاویه مربوط به دسته پنجم، 40° کمتر باشد، فراوانی نسبی دسته سوم چقدر است؟

حدود دسته	۱۰-۱۲	۱۲-۱۴	۱۴-۱۶	۱۶-۱۸	۱۸-۲۰
فراوانی	۹	۲۰	x	۲۳	y

- (۱) $\frac{1}{12}$
(۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $\frac{7}{36}$
(۴) $\frac{1}{9}$

۵۴- نمودار بافت نگاشت قد ۲۰ نفر از دانش‌آموزان مطابق شکل زیر است. میانگین قد آن‌ها کدام عدد می‌تواند باشد؟



- (۱) ۱۵۶
(۲) ۱۶۸
(۳) ۱۷۱
(۴) ۱۷۳

محل انجام محاسبات

۵۵- تعداد داده‌های زیر برابر ۲۱ و میانگین آن‌ها برابر ۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدد متوجه شدیم که عدد ۱۲ به اشتباه در داده‌ها قرار گرفته و داده درست ۲۱ بوده است. همچنین مشخص شده که تعداد داده‌ها یکی کمتر بوده و یکی از داده‌های ۱۶

اضافی است. میانگین درست داده‌ها کدام است؟

داده	x_1	x_2	x_3	x_4	۱۲	۱۶
فراوانی	f_1	f_2	f_3	f_4	۲	۳

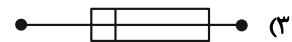
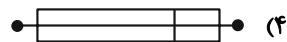
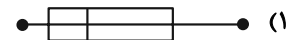
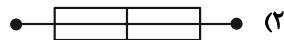
۲۵/۳ (۲)

۲۴/۱ (۱)

۲۳/۹ (۴)

۲۵/۱ (۳)

۵۶- نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۱۰، ۱۵، ۱۷ به کدام شکل شبیه‌تر است؟



۵۷- در جدول زیر اگر همه داده‌ها را سه برابر کرده و سپس دو واحد کم کنیم. میانگین داده‌های جدید ۱۱/۵ می‌شود. فراوانی داده ۴

برابر کدام است؟

x_i	۳	۴	۵	۶
f_i	۲	a	۳	۲

۵ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

۵۸- در داده‌های آماری نابرابر x_1, x_2, \dots, x_n ، عدد واریانس نصف عدد انحراف معیار است. اگر ضریب تغییرات داده‌ها برابر ۰/۱

باشد مجموع داده‌ها برابر کدام است؟

۲۰۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۵۹- اگر ضریب تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر ۳ و میانگین این داده‌ها برابر \bar{x} باشد، ضریب تغییرات داده‌های

$\delta x_1 + \bar{x}, \delta x_2 + \bar{x}, \dots, \delta x_n + \bar{x}$ کدام است؟

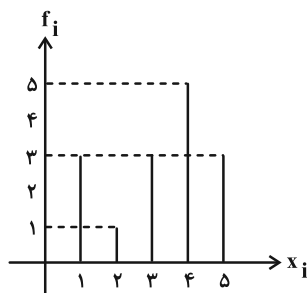
۲/۵ (۴)

۲/۲۵ (۳)

۲ (۲)

۱/۵ (۱)

۶۰- با توجه به نمودار میله‌ای داده شده، اختلاف میانه از IQR کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱ تا ۳۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوالات آمار و احتمال (۶۰ تا ۶۱) و (۷۰ تا ۷۱) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۶۱- مجموعه $a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را به چند طریق می‌توان به ۳ زیرمجموعه افراز کرد به طوری که هیچ دو عدد زوجی در یک

زیرمجموعه نباشند؟

۱۸ (۱)

۲۵ (۲)

۳۲ (۳)

۲۷ (۴)

۶۲- مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی چند زیرمجموعه دارد به طوری که حاصل ضرب اعضای هر کدام از این زیرمجموعه‌ها بر ۹

بخش پذیر باشد؟

۲۵۶ (۱)

۲۸۰ (۲)

۳۲۰ (۳)

۳۳۶ (۴)

۶۳- گزاره $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ هم‌ارز کدام گزاره است؟ $p \vee q$ (۱) $p \wedge q$ (۲) $\sim p \wedge \sim q$ (۳) $\sim p \vee \sim q$ (۴)۶۴- مجموعه‌های M و N به صورت زیر تعریف شده‌اند. کدام گزینه درباره مجموعه‌های M و N درست است؟

$$M = \{2m+1 \mid m \in \mathbb{N}, m \leq 4\} \text{ و } N = \{n \in \mathbb{Z} \mid |n-5| \leq 4\}$$

 $\forall x; (x \in M \Rightarrow x \in N)$ (۱) $\forall x; (x \in N \Rightarrow x \in M)$ (۲) $\exists x; (x \in M \Rightarrow x \notin N)$ (۳) $\forall x; (x \in N \Rightarrow x \notin M)$ (۴)۶۵- اگر $A = \{1, 2, 5, 7, 8\}$ ، $B = \{2, 7, 8\}$ و C مجموعه‌ای چهارعضوی باشد، مجموعه $(B \times A) - (B \times C)$ حداکثر چند عضو

دارد؟

۲۰ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۱۰ (۴)

محل انجام محاسبات

۶۶- ساده شده عبارت $[(A \cup B) - A] \cap [(A \cap B) \cup A']$ کدام است؟

(۱) $A - B$

(۲) $B - A$

(۳) A'

(۴) B'

۶۷- اگر A و B دو مجموعه ناتهی با شرط $A \cap B' = B \cap A'$ باشند، کدام گزاره را نمی توان نتیجه گرفت؟ ($A, B \neq U$)

(۱) $A \cup B = A \cap B$

(۲) $(A \cup B)' = B'$

(۳) $(A' \cap B') - A = \emptyset$

(۴) $(A \cap B) \cup A' = U$

۶۸- مجموعه $(A \cap B) \cup (A' \cap B')$ دارای ۱۰۲۴ زیرمجموعه و مجموعه $A' - B'$ دارای ۳۱ زیرمجموعه ناتهی است. مجموعه A

چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

(۱) ۴۵

(۲) ۳۶

(۳) ۲۱

(۴) ۱۰

۶۹- گزاره $[(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r)] \Rightarrow [\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$ هم ارز کدام است؟

(۱) همواره T

(۲) همواره F

(۳) $p \vee q$

(۴) $p \wedge q$

۷۰- اگر برای دو مجموعه $A = \{a^2 - 1, 1, b\}$ و $B = \{c, 3\}$ رابطه $A \times B = B \times A$ برقرار باشد، چند مقدار متمایز

صحیح می تواند اختیار کند؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

ریاضیات گسسته: ترکیبات (تا پایان کار در کلاس صفحه ۵۸): صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ / ریاضی ۱: شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۴۰ وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۷۱- با ارقام ۱, ۲, ..., ۹, چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز شامل یک رقم زوج و دو رقم فرد می‌توان تشکیل داد، به طوری که رقم

یکان بزرگ‌تر از رقم دهگان و رقم دهگان کوچک‌تر از رقم صدگان باشد؟

- | | |
|--------|---------|
| ۸۰ (۲) | ۱۶۸ (۱) |
| ۴۰ (۴) | ۱۲۶ (۳) |

۷۲- سه مهره قرمز متمایز و دو مهره آبی متمایز را به چند روش می‌توان در یک ردیف قرار داد، به طوری که بیش از دو مهره هم‌رنگ

کنار هم قرار نگیرند؟

- | | |
|--------|--------|
| ۹۰ (۲) | ۹۶ (۱) |
| ۷۶ (۴) | ۸۴ (۳) |

۷۳- چند زیرمجموعه ۵ عضوی از مجموعه اعداد طبیعی نابزرگ‌تر از عدد ۱۰ وجود دارد که شامل دو عضو با مجموع ۱۱ باشد؟

- | | |
|---------|---------|
| ۲۴۰ (۲) | ۲۲۰ (۱) |
| ۱۹۲ (۴) | ۲۳۶ (۳) |

۷۴- به چند طریق می‌توان ۸ گوی با رنگ‌های مختلف را بین چهار جعبه متمایز توزیع کرد به طوری که در هر جعبه دقیقاً ۲ گوی قرار

گیرد؟

- | | |
|----------|----------|
| ۶۵۰۰ (۲) | ۲۵۲۰ (۱) |
| ۳۷۴۰ (۴) | ۲۲۸۵ (۳) |

۷۵- از ۴ ناحیه آموزش و پرورش و از هر ناحیه، ۵ نفر برای مسابقات تنیس روی میز (دو نفر مقابل دو نفر) شرکت کرده‌اند، طوری که دو

نفر از یک ناحیه، مقابل دو نفر دیگر از ناحیه دیگری قرار می‌گیرند. به چند حالت می‌توان این مسابقات را برگزار کرد؟

- | | |
|---------|---------|
| ۶۰۰ (۲) | ۳۰۰ (۱) |
| ۴۲۰ (۴) | ۳۶۰ (۳) |

محل انجام محاسبات

۷۶- شش رقم ۹، ۸، ۷، ۶، ۴، ۲ را به چند طریق می توان در هفت خانه هم ردیف قرار داد، به طوری که این ارقام در خانه های متوالی

و دو رقم فرد همواره کنار هم باشند؟ (یک خانه خالی می ماند.)

۷۲۰ (۱) ۹۶۰ (۲)

۲۴۰ (۳) ۴۸۰ (۴)

۷۷- با ارقام ۴، ۳، ۳، ۲، ۲، ۱، ۱ چند عدد ۷ رقمی می توان نوشت به طوری که هیچ دو رقم زوج کنار هم نباشند؟

۹۰ (۱) ۶۰ (۲)

۱۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۷۸- به چند طریق می توان ۴ دانشجو به نام های a، b، c و d و سه استاد به نام های m، n و p را در یک ردیف به صورت یک در

میان نشانند، به طوری که شخص m بین a و b و مجاور با آنها باشد؟

۱۲ (۱) ۲۴ (۲)

۳۶ (۳) ۴۸ (۴)

۷۹- چند عدد سه رقمی مضرب ۵ با ارقام متمایز وجود دارد که دقیقاً یک رقم زوج در آن به کار رفته باشد؟

۵۶ (۱) ۶۵ (۲)

۶۰ (۳) ۴۸ (۴)

۸۰- با حروف کلمه material، چند کلمه سه حرفی می توان ساخت، به طوری که فقط دو حرف صدادار در آن به کار رفته باشد؟

۸۴ (۱) ۹۶ (۲)

۱۰۰ (۳) ۱۱۲ (۴)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات: صفحه‌های ۵۹ تا ۷۲

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سؤالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۸۱- به چند طریق می‌توان ۱۸ سیب یکسان را بین علی و رضا و نادر توزیع کرد به طوری که به علی ۳ برابر رضا سیب برسد؟

۸ (۲)

۱۲ (۱)

۵ (۴)

۶ (۳)

۸۲- می‌دانیم دو مربع لاتین A و B متعامدند. به ترتیب (از راست به چپ) چند مربع لاتین B و چند مقدار برای m وجود دارد؟

۳ - ۲ (۱)

$$A = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 1 & & \\ \hline 1 & & & \\ \hline & & & m \\ \hline & & m & \\ \hline \end{array}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 3 & & \\ \hline 2 & & & \\ \hline & & 1 & \\ \hline & & & 4 \\ \hline \end{array}$$

۴ - ۲ (۲)

۳ - ۱۲ (۳)

۴ - ۱۲ (۴)

۸۳- می‌دانیم A یک مربع لاتین چرخشی 3×3 با سطر دوم $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ و B جایگشتی از A به صورت « $1 \rightarrow 2$ ، $2 \rightarrow 1$ ، $3 \rightarrow 3$ » و

« $2 \rightarrow 1$ » است. همچنین C مربع لاتینی است که از تعویض جای ستون دوم و سوم B به دست آمده و D جایگشتی از B به

صورت « $1 \rightarrow 2$ ، $2 \rightarrow 1$ ، $3 \rightarrow 3$ » می‌باشد. کدام گزینه درست است؟

(۲) B و C متعامدند.

(۱) A و B متعامدند.

(۴) B و D متعامدند.

(۳) A و D متعامدند.

محل انجام محاسبات

۸۴- می‌دانیم حاصل ضرب سه عدد طبیعی x ، y و z به صورت $3^{12} \times 5^{11}$ است. چند سه تایی مرتب (x, y, z) وجود دارد؟

(۲) ۳۶۳۰

(۱) ۲۴۷۵

(۴) ۷۰۹۸

(۳) ۵۱۴۸

۸۵- چند عدد طبیعی مضرب ۵ با حداکثر چهار رقم وجود دارد که مجموع ارقام آن ۸ باشد؟

(۲) ۱۰

(۱) ۴۵

(۴) ۳۰

(۳) ۵۵

۸۶- معادله $x + y + z = 10$ چند جواب در مجموعه اعداد صحیح نامنفی دارد که x فرد و y زوج باشد؟

(۲) ۲۸

(۱) ۱۵

(۴) ۲۱

(۳) ۴۵

۸۷- نامعادله $61 \leq (x_1 + x_2 + x_3)^2 \leq 1000$ در مجموعه اعداد طبیعی چند جواب دارد؟

(۲) ۶۶

(۱) ۳۶

(۴) ۱۱۹

(۳) ۹۰

۸۸- اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & \\ & & a \\ ۱ & & b \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ & & c \\ & d & \\ ۱ & & \end{bmatrix}$ دو مربع لاتین متعامد باشند، آن گاه کدام نتیجه گیری درست است؟

$$ab = cd \quad (۲)$$

$$ab > cd \quad (۱)$$

$$ab = c + d \quad (۴)$$

$$ab < cd \quad (۳)$$

۸۹- در مربع لاتین زیر، بیشترین مقدار $a + b + c$ کدام است؟

		b	۲
	a^2		
		c	
$a+1$			$\frac{a}{2}$

$$۶ \quad (۱)$$

$$۷ \quad (۲)$$

$$۸ \quad (۳)$$

$$۹ \quad (۴)$$

۹۰- در کارخانه‌ای ۳ کارگر، با ۳ نوع دستگاه و ۳ نوع ماده اولیه، در ۳ روز اول هفته به گونه‌ای کار می‌کنند که هر کارگر در هر روز با

یک نوع دستگاه و یک نوع مواد اولیه سر و کار دارد و هر نوع مواد اولیه در هر نوع دستگاه دقیقاً یک بار به کار برده می‌شود.

اگر برنامه‌ریزی دستگاه‌ها به صورت زیر باشد، به چند طریق می‌توان برای مواد اولیه برنامه‌ریزی کرد، به طوری که ماده اولیه نوع

۳ در روز یکشنبه، در ماشین شماره ۱ به کار گرفته شود؟

کارگر ۳ کارگر ۲ کارگر ۱

شنبه	۲	۳	۱
یکشنبه	۳	۱	۲
دوشنبه	۱	۲	۳

$$۴ \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$

$$۱۲ \quad (۴)$$

$$۶ \quad (۳)$$

محل انجام محاسبات

دوازدهم ریاضی

دفترچه شماره ۲ (از ۲)

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح



آزمون ۴ اسفند ۱۴۰۲

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	عادی	۱۰	۹۱	۱۱۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۲	زوج کتاب	۱۰	۱۱۱	۱۲۰
		۱۰	۱۲۱	۱۳۰
۳	عادی	۱۰	۱۳۱	۱۵۰
	پیشروی سریع	۱۰		
۴	زوج کتاب	۱۰	۱۵۱	۱۶۰
		۱۰	۱۶۱	۱۷۰



آزمون « ۴ اسفند ۱۴۰۲ »

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت زمان کل پاسخ‌گویی سوالات عادی و سریع: ۷۰ دقیقه

از ساعت ۹:۵۰ تا ۱۱ صبح

تعداد کل سوالات: ۸۰ سؤال

(۴۰ سؤال اجباری + ۴۰ سؤال اختیاری)

دفتره سوال

شماره سؤال	تعداد سؤال	نام درس
۹۱-۱۱۰	۱۰	فیزیک ۳
	۱۰	
۱۱۱-۱۲۰	۱۰	فیزیک ۲
۱۲۱-۱۳۰	۱۰	فیزیک ۱
۱۳۱-۱۵۰	۱۰	شیمی ۳
	۱۰	
۱۵۱-۱۶۰	۱۰	شیمی ۲
۱۶۱-۱۷۰	۱۰	شیمی ۱

پدیدآورندگان

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی معصومه شریعت‌ناصری - مهدی شریفی-آراس محمدی-محمدکاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان- محمد نهاوندی‌مقدم	فیزیک	
هدی بهاری‌پور-محمدرضا پورچاوید-امیر حاتمان-پیمان خواجه‌ی‌مجد-حمید ذبحی-میلاد شیخ‌الاسلامی‌خیای-امیرحسین طیبی محمد عظیمیان‌زواره-امیرمحمد کنگرانی-علیرضا کیانی‌دوست-شهرزاد معرفت‌ایزدی-امین نوروزی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	فیزیک	شیمی
گزینشگر	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
گروه ویراستاری	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیرحسین مسلمی
ویراستاری رتبه‌های برتر	معین یوسفی‌نیا حسین بصیر ترکمپور فرید فرمهبینی‌فراهانی	علی رضایی احسان پنجه‌شاهی ماهان زواری
مسئول درس	حسام نادری	پارسا عیوض‌پور
مستند سازی	علیرضا همایون‌خواه	امیرحسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری ویراستاران: پویا عربی-امیرحسین توحیدی-محسن دستجردی-حسین شاهسواری
حروف‌نگار	فرزانه فتح‌اله‌زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



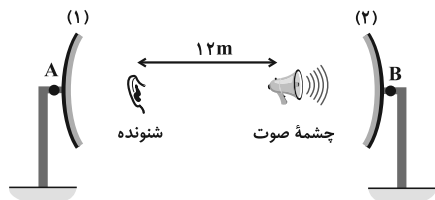
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم کنش‌های موج: صفحه‌های ۸۹ تا ۱۰۲

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۹۱- مطابق شکل زیر، دو سطح کاو که فاصله کانونی هر یک 100 cm است، درست روبه‌روی هم و در فاصله $AB = 14/8\text{ m}$ از هم قرار دارند.

چشمه صوت به چه شکل جابه‌جا شود تا شنونده بیشترین شدت صوت را حس کند؟ (شنونده در کانون سطح کاو (۱) قرار دارد).

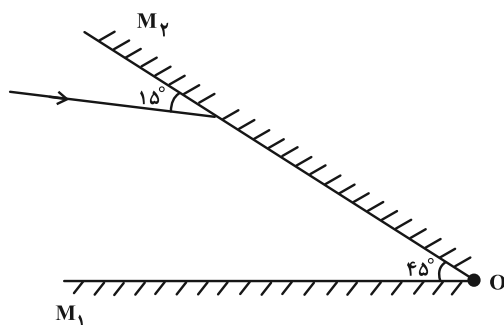
(۱) 80 cm به سمت چپ جابه‌جا شود.(۲) 80 cm به سمت راست جابه‌جا شود.(۳) 40 cm به سمت چپ جابه‌جا شود.(۴) 40 cm به سمت راست جابه‌جا شود.

۹۲- خودرویی بین دو صخره با تندی ثابت $20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ بر روی خط راست به سمت یکی از صخره‌ها در حال حرکت است. حداقل فاصله دو صخره از

یکدیگر چند متر باشد، تا اگر راننده در وسط فاصله بین دو صخره بوق بزند، پژواک را از دو صخره به‌طور مجزا بشنود؟ ($v_{\text{صوت}} = 340\frac{\text{m}}{\text{s}}$)

(۴) 340 (۳) 170 (۲) 288 (۱) 680

۹۳- مطابق شکل زیر، آینه M_2 را چند درجه و در کدام جهت حول نقطه O بچرخانیم تا زاویه تابش در اولین برخورد به آینه M_1 ،

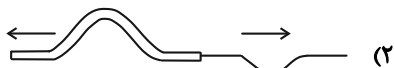
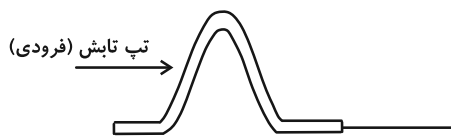


۳۰ درجه کاهش یابد؟

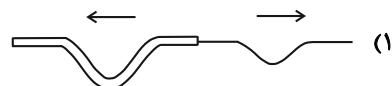
(۱) 30° ، پادساعتگرد(۲) 30° ، ساعتگرد(۳) 15° ، پادساعتگرد(۴) 15° ، ساعتگرد

۹۴- مطابق شکل، یک تپ، از قسمت ضخیم طناب به قسمت نازک آن وارد می‌شود. کدام گزینه تپ بازتاب و تپ عبوری را درست

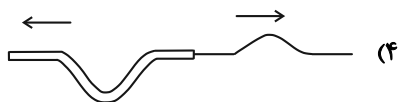
نشان می‌دهد؟ (تفاوت قسمت ضخیم و نازک طناب قابل توجه است).



(۲)



(۱)



(۴)

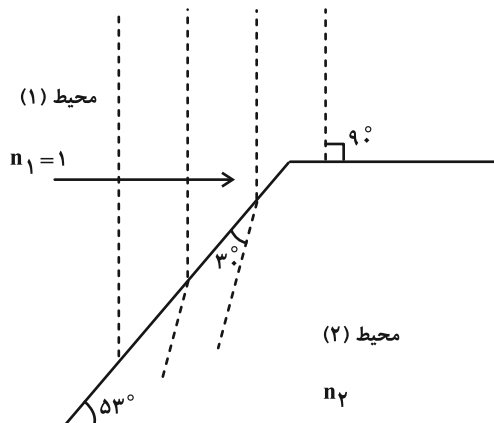


(۳)

محل انجام محاسبات

۹۵- شکل زیر، جبهه‌های موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده‌اند. ضریب شکست محیط (۲)

کدام گزینه است؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$ و $\sin 53^\circ = 0/8$)



(۱) ۱/۶

(۲) ۱/۵

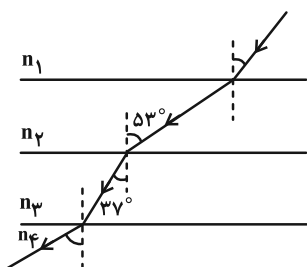
(۳) ۱/۸

(۴) ۱/۲

۹۶- مطابق شکل، پرتوی نوری از محیط شفاف (۱) وارد محیط‌های شفاف دیگر می‌شود. اگر سرعت پرتوی نور در محیط (۲)، ۴۰

درصد از سرعت نور در محیط (۱) بیشتر باشد و سرعت نور در محیط (۳)، ۲۰ درصد از سرعت نور در محیط (۴) کمتر باشد،

نسبت $\frac{n_4}{n_1}$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{7}$

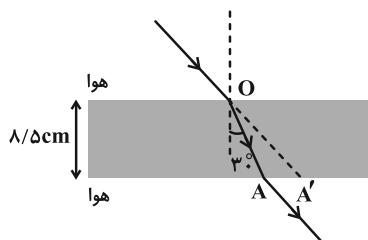
(۲) $\frac{7}{3}$

(۳) $\frac{16}{21}$

(۴) $\frac{21}{16}$

۹۷- مطابق شکل زیر، پرتوی نوری از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و شکست می‌یابد. اگر فاصله AA' برابر با $3/5$ cm باشد،

ضریب شکست محیط شفاف چقدر است؟ ($\sqrt{3} \approx 1/7$ و $\sqrt{2} \approx 1/4$)



(۱) $\sqrt{2}$

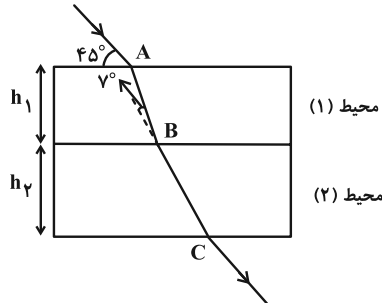
(۲) ۲

(۳) $\sqrt{3}$

(۴) ۳

۹۸- مطابق شکل پرتوی نوری از هوا وارد محیط شفاف (۱) و سپس محیط شفاف (۲) می‌شود. در صورتی که مدت زمان رسیدن نور از

A به B برابر با مدت رسیدن آن از B به C باشد، نسبت $\frac{h_1}{h_2}$ چند است؟ ($n_2 = \frac{5}{6}\sqrt{2}$ و $\sin 37^\circ = 0.6$)



$$(1) \frac{25}{48}\sqrt{2}$$

$$(2) \frac{25}{48}\sqrt{3}$$

$$(3) \frac{3}{4}\sqrt{3}$$

$$(4) \frac{3}{4}\sqrt{2}$$

۹۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) با افزایش دما، چگالی هوا کاهش می‌یابد که این سبب افزایش ضریب شکست هوا می‌شود.

ب) علت تجزیه نور سفید خورشید به رنگ‌های مختلف هنگام عبور از منشور آن است که ضریب شکست هر محیطی به جز خلأ به طول موج نور بستگی دارد.

پ) عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول‌موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است.

ت) اگر باریکه نوری متشکل از دو پرتوی قرمز و آبی از هوا با زاویه تابش 45° بر سطح تیغه تختی از کوارتز بتابد، زاویه شکست برای پرتو آبی از زاویه شکست برای پرتو قرمز بیشتر است.

$$(1) 1$$

$$(2) 2$$

۱۰۰- کدام یک از موارد زیر در مورد پدیده پراش نادرست است؟

(۱) در پراش یک موج الکترومغناطیسی از شکافی به پهنای a ، هر چه نسبت $\frac{\lambda}{a}$ بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر می‌شود.

(۲) در پراش یک موج الکترومغناطیسی، طول موج و تندی آن تغییر نمی‌کند.

(۳) در پراش یک موج الکترومغناطیسی از شکافی به پهنای a ، هر چه نسبت af بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر می‌شود.

(۴) پدیده پراش علاوه بر امواج الکترومغناطیسی، در امواج صوتی هم رخ می‌دهد.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم کنش های موج - آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۳۶

🔔 دانش آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۰۱- در تداخل دو موج تابیده و بازتابیده در یک ریسمان کشیده چه تعداد از جملات زیر درست است؟

الف) فاصله گره های مجاور از هم $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله یک گره از شکم مجاور $\frac{\lambda}{4}$ است.

ب) در مکان هر یک از شکم ها دو موج تابیده و بازتابیده هم فازند.

پ) نقاط واقع بر فاصله یک گره تا شکم مجاور با بسامد و دامنه یکسان نوسان می کنند.

ت) دو شکم متوالی با بسامد و دامنه یکسان به طور هم فاز نوسان می کنند.

۴ (۴)

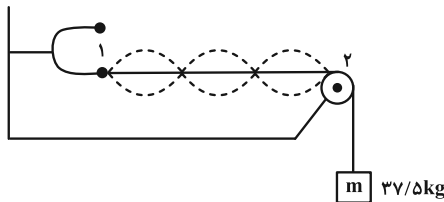
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۲- شکل زیر موج ایستاده ایجاد شده در یک تار مرتعش توسط یک دیپازون را نشان می دهد. اگر بخواهیم در طناب هماهنگ پنجم

تشدید شود، جرم وزنه m را باید چند کیلوگرم و چگونه تغییر دهیم؟ (جرم تار آویزان از (۲) ناچیز است.)



۱) ۱۵- کاهش

۲) ۱۵- افزایش

۳) ۲۴- کاهش

۴) ۲۴- افزایش

۱۰۳- چه تعداد از عبارات های زیر درست هستند؟

الف) هر تشدیدگر هلمهولتز فقط با یک بسامد منحصر به فرد تشدید می شود.

ب) با دمیدن به دهانه یک بطری، نوسان هایی در بطری ایجاد می شود که کاملاً شبیه لوله صوتی یک انتها باز است.

پ) هنگامی که در یک اجاق میکروموج، موج ایستاده الکترومغناطیسی ایجاد می شود، در تمام نقاط بر اثر نوسان مولکول های آب ماده غذایی دمای آن بالا می رود.

ت) وقتی گالن آبی را خالی می کنیم، با خالی شدن آب، صدای گلوپ گلوپی را می شنویم که رفته رفته زیرتر می شود.

ث) اگر درون دو بطری آب مشابه که یکی تا نیمه و دیگری تقریباً تا لبه دارای آب است، بدمیم، دو صوت با بسامد متفاوت شنیده می شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۰۴- نوری با طول موج λ به سطحی فلزی با تابع کار W_0 تابیده و فوتوالکترون هایی از فلز خارج می شوند. اگر جرم الکترون را با m_e نشان

دهیم، بیشینه تندی فوتوالکترون های خارج شده برابر کدام گزینه می باشد؟ (h ثابت پلانک و c تندی نور در خلأ می باشد.)

$$\sqrt{\frac{2(hc + \lambda W_0)}{\lambda m_e}} \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{2(hc - \lambda W_0)}{\lambda m_e}} \quad (۳)$$

$$\sqrt{\frac{2(hc + \lambda W_0)}{m_e}} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{2(hc - \lambda W_0)}{m_e}} \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات

۱۰۵- نوری با بسامد f به سطح فلزی که تابع کار آن $\frac{1}{4}$ انرژی فوتون‌های تابیده شده است، می‌تابد. اگر بسامد نور تابیده شده ۳ برابر

شود، بیشینه تندی فوتوالکترون‌های جدا شده از سطح چند برابر می‌شود؟

$$(1) \sqrt{\frac{11}{3}} \quad (2) \sqrt{\frac{3}{11}} \quad (3) \sqrt{\frac{13}{3}} \quad (4) \sqrt{\frac{3}{13}}$$

۱۰۶- اگر نسبت کوتاه‌ترین طول موج رشته لیمان ($n'=1$) به کوتاه‌ترین طول موج رشته پفوند ($n'=5$) برابر با p ، همچنین نسبت کوتاه‌ترین طول موج رشته بالمر ($n'=2$) به کوتاه‌ترین طول موج رشته براکت ($n'=4$) برابر با q باشد، در این صورت حاصل

$\frac{p}{q}$ کدام است؟

$$(1) \frac{25}{16} \quad (2) \frac{25}{4} \quad (3) \frac{1}{100} \quad (4) \frac{4}{25}$$

۱۰۷- در اتم هیدروژن، الکترون از مدار n به n' می‌رود و فوتونی با انرژی $16/32 \times 10^{-19} \text{ J}$ تابش می‌کند. شعاع مدار n چند برابر

شعاع مدار n' است؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$ و $e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$(1) \frac{16}{9} \quad (2) \frac{4}{3} \quad (3) 4 \quad (4) 2$$

۱۰۸- الکترونی در دومین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. با جذب پرتو نور تک رنگی با بسامد تقریبی $3/06 \times 10^{14} \text{ Hz}$ به

مدار برانگیخته بالاتر می‌رود. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر اتم به حالت پایه برود، چند نوع فوتون با طول موج‌هایی

در محدوده فرابنفش می‌تواند تابش کند؟ ($E_R = 13/5 \text{ eV}$ و $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}$)

$$(1) 21 \quad (2) 7 \quad (3) 6 \quad (4) 4$$

۱۰۹- کدام مورد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(الف) طیف نور حاصل از رشته داغ یک لامپ روشن، طیف خطی است.

(ب) برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های گاز هلیوم، باید گاز به صورت رقیق و کم فشار باشد.

(پ) طیف پاشن ($n'=3$) مربوط به اتم هیدروژن، در ناحیه فرورسرخ قرار دارد.

(ت) بیشترین طول موج مربوط به رشته لیمان ($n'=1$) از کوتاه‌ترین طول موج مربوط به رشته بالمر ($n'=2$) کوتاه‌تر است.

$$(1) \text{ الف} \quad (2) \text{ ت} \quad (3) \text{ الف و ب} \quad (4) \text{ پ و ت}$$

۱۱۰- چند مورد از عبارات‌های زیر درست است؟

(الف) طیف آهن مذاب، گسیلی خطی است.

(ب) مدل اتمی بور نمی‌تواند طیف خطی Li^{2+} را توجیه کند.

(پ) با مطالعه طیف جذبی خورشید می‌توان گازهایی را که در جو زمین هستند، شناسایی کرد.

(ت) فوتون‌های باریکه لیزر هم بسامد و هم فاز هستند.

(ث) در گسیل القایی برخلاف گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

(ج) در مدل اتمی تامسون، تابش امواج الکترومغناطیسی با نوسان الکترون‌ها حول وضع تعادلشان توجیه شده است.

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

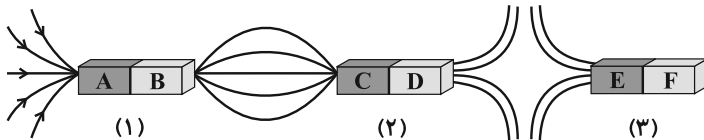
وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲: مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۱۱- در شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف سه آهنربای میله‌ای رسم شده است. اگر آهنرباهای (۲) و (۳) را توسط یک نخ به صورت آزادانه آویزان کنیم، قطب‌های C و E کدام قطب‌های مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند؟



(۱) جنوب-شمال

(۲) جنوب-جنوب

(۳) شمال-جنوب

(۴) شمال-شمال

۱۱۲- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

الف) اگر یک آهنربا به فرم $\boxed{N \quad S}$ را درست از وسط بشکنیم، می‌توان دو قطب S و N تکی ایجاد کرد.

ب) خطوط میدان مغناطیسی همواره از قطب N شروع به قطب S ختم می‌شوند.

پ) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب شمال جغرافیایی آن است.

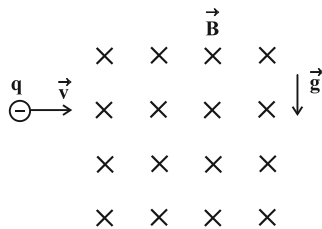
ت) جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم و طولانی به‌طور کامل وارون می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۳- مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم ۲ گرم و بار $-2mC$ با سرعت $10^3 \frac{m}{s}$ به‌طور افقی وارد میدان مغناطیسی یکنواخت ودرون‌سویی به بزرگی $0/1$ تسلا می‌شود. اندازه میدان الکتریکی چند $\frac{N}{C}$ و جهت آن به کدام طرف باشد تا ذره از مسیر خودمنحرف نشود؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

(۱) ۱۱۰، بالا

(۲) ۱۰۰، پایین

(۳) ۱۰۰، بالا

(۴) ۱۱۰، پایین

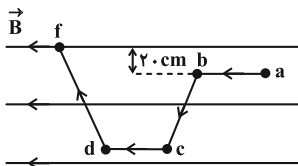
محل انجام محاسبات

۱۱۴- سیم رسانایی به طول L و سطح مقطع A که جریان I از آن عبور می‌کند در یک میدان مغناطیسی یکنواخت معلق است. اگر سطح مقطع سیم را ۲ برابر کنیم، طول این سیم را چند درصد و چگونه تغییر دهیم تا با همان جریان I در همان میدان با شتاب $\frac{2}{5} \frac{m}{s^2}$ رو به بالا حرکت کند؟ (مقدار $L \sin \theta$ در هر دو حالت یکسان است، θ زاویه بین میدان مغناطیسی و جهت

$$\text{جریان است و } g = 10 \frac{m}{s^2} .)$$

- (۱) افزایش ۶۰٪، (۲) کاهش ۶۰٪، (۳) افزایش ۴۰٪، (۴) کاهش ۴۰٪

۱۱۵- مطابق شکل زیر، سیم رسانایی در میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $400G$ قرار دارد. اگر جریان عبوری از سیم $10A$ باشد، اندازه نیروی وارد بر آن از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون و در چه جهتی است؟



(۱) 8×10^{-2} ، درون سو

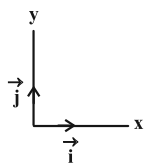
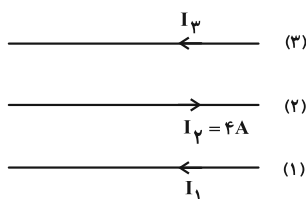
(۲) 16×10^{-2} ، درون سو

(۳) 8×10^{-2} ، برون سو

(۴) 16×10^{-2} ، برون سو

۱۱۶- مطابق شکل زیر، از سه سیم راست، بلند و موازی که در یک صفحه قرار دارند، جریان‌هایی در جهت نشان داده شده می‌گذرد. اگر میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های (۱) و (۳) در محل سیم (۲) به ترتیب $5G$ و $3G$ باشند، بردار برآیند نیروهای

مغناطیسی وارد بر $1/5 \text{ cm}$ از سیم (۲) در SI کدام است؟



(۱) $-4/8 \times 10^{-5} \vec{j}$

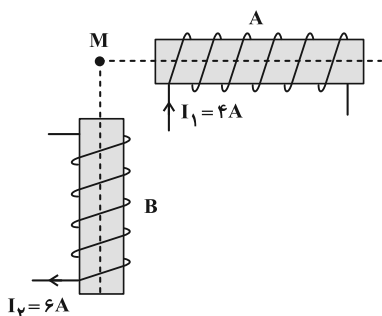
(۲) $+4/8 \times 10^{-5} \vec{j}$

(۳) $-1/2 \times 10^{-5} \vec{j}$

(۴) $+1/2 \times 10^{-5} \vec{j}$

۱۱۷- دو سیملوله A و B مطابق شکل در یک صفحه قرار گرفته‌اند. اگر نقطه M در امتداد محور اصلی دو سیملوله باشد، بزرگی

میدان مغناطیسی برآیند در نقطه M چند گاوس است و با راستای قائم زاویه چند درجه می‌سازد؟



$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \text{ و } \frac{N_B}{l_B} = 800 \frac{1}{m}, \frac{N_A}{l_A} = 1200 \frac{1}{m} \right)$$

(۱) 45° ، $5/76\sqrt{2} \times 10^{-3}$

(۲) 90° ، $1/151 \times 10^{-3}$

(۳) 45° ، $57/6\sqrt{2}$

(۴) 90° ، $11/52$

۱۱۸- با یک سیم مسی، پیچۀ مسطحی به شعاع ۹ cm ساخته ایم که ۲۵۰ حلقه دارد. اگر این پیچه را به اختلاف پتانسیل ۱۰ ولت

متصل کنیم، میدان مغناطیسی در مرکز آن ۱G می شود. اگر سیم مسی پیچه را باز کنیم و با آن سیملوله درست کنیم، با

اعمال ولتاژ ۱۰V به دو سر آن، میدان سیملوله چند گاوس خواهد شد؟

($\rho_{\text{مس}} = 2 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ، $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ ، $\pi = 3/14$ و حلقه های سیملوله بدون فاصله هستند و دما ثابت است.)

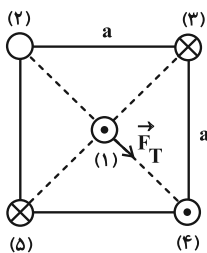
۱ (۵) ۱۰ (۲)

۳ (۳) 5×10^{-4} ۱۰^{-۳} (۴)

۱۱۹- در شکل زیر، از هر یک از سیم ها جریان I عبور می کند. اگر برابند نیروهای وارد بر سیم (۱) از طرف بقیه سیم ها مطابق شکل

باشد، جهت جریان سیم (۲)، است و اگر جای جریان های (۴) و (۵) را با هم عوض کنیم، بردار برابند نیروهای وارد بر

سیم (۱) به صورت می شود. (طول سیم ها برابر است و از نیروی گرانشی صرف نظر کنید.)



۱) درون سو، ↗

۲) برون سو، ↗

۳) درون سو، ↙

۴) برون سو، ↙

۱۲۰- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) ماده پارامغناطیس، حوزه مغناطیسی ندارد.

ب) هیچ یک از اتم های مواد دیامغناطیسی، دارای دو قطبی مغناطیسی خالصی نیستند.

پ) اکسیژن و اکسید نیتروژن از جمله مواد پارامغناطیس هستند.

ت) از مواد فرومغناطیس نرم در ساخت هسته پیچه ها و سیملوله ها استفاده می شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱: دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۲۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال فیزیک ۲ (۱۱۱ تا ۱۲۰) و فیزیک ۱ (۱۲۱ تا ۱۳۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۲۱- اختلاف دمای دو جسم A و B، ۱۸ درجه سلسیوس است. اگر دمای جسم B بر حسب کلوین، ۴ برابر دمای جسم A بر حسب

درجه سلسیوس باشد، دمای جسم B چند درجه فارنهایت می‌تواند باشد؟

(۱) ۲۰۶/۶ (۲) ۱۸۵ (۳) ۱۵۲/۶ (۴) ۳۴۰

۱۲۲- یک دماسنج مخصوص، دمای ذوب یخ و جوش آب خالص در فشار اتمسفر را به ترتیب با اعداد ۴۰- و ۲۶۰ نشان می‌دهد. اگر

روی این دماسنج عدد صفر خوانده شود، این دما تقریباً چند درجه فارنهایت و چند کلوین است؟

(۱) ۵۶°F ، ۲۸۶/۳K (۲) ۲۴°F ، ۲۶۹/۶K (۳) ۲۴°F ، ۳۷۳K (۴) ۵۶°F ، ۳۰۵K

۱۲۳- اگر به یک مکعب فلزی توپر حرارت دهیم، حجم آن نسبت به حالت قبل ۰/۹ درصد افزایش می‌یابد. در این حالت، سطح جانبی

آن نسبت به حالت قبل چند درصد افزایش پیدا کرده است؟

(۱) ۰/۶ (۲) ۰/۹ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۵

۱۲۴- بخشی از یک ظرف عایق از روغنی با چگالی $\frac{924}{m^3} \text{ kg}$ پر شده است. اگر در این ظرف ۱۰۰ گرم آب 95°C بریزیم، حجم روغن m^3 افزایش می‌یابد. دمای تعادل آب و روغن چند درجه سلسیوس است؟

(روغن $\beta = 7 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ، $c_{\text{روغن}} = \frac{2}{1} \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ و $c_{\text{آب}} = \frac{4}{2} \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$)

(۱) ۲۹ (۲) ۲۶ (۳) ۲۴ (۴) ۲۸

۱۲۵- به دو جسم A و B که نسبت جرم آن‌ها، $\frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{2}$ و نسبت ظرفیت گرمایی آن‌ها، $\frac{C_B}{C_A} = \frac{3}{4}$ است، مقدار مساوی گرما

می‌دهیم. به ترتیب از راست به چپ، نسبت تغییر دمای جسم A به تغییر دمای جسم B و نسبت گرمای ویژه جسم A به

گرمای ویژه جسم B کدام است؟

(۱) $\frac{8}{3}$ ، $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$ ، $\frac{3}{4}$

۱۲۶- داخل مخلوطی از آب و یخ در حال تعادل، قطعه فلزی به جرم ۵۰ گرم و دمای 120°C می‌اندازیم. اگر پس از برقراری تعادل

گرمایی، ۸۰ درصد یخ ذوب نشده باقی بماند، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟

(از اتلاف انرژی صرف نظر کنید و $c_{\text{آب}} = \frac{4200}{\text{kg} \cdot \text{K}} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ ، $L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ و $c_{\text{فلز}} = \frac{840}{\text{kg} \cdot \text{K}} \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$)

(۱) ۱۵ (۲) ۱۸/۷۵ (۳) ۷۵ (۴) ۱۰۰

محل انجام محاسبات

۱۲۷- درون ظرفی آلومینیمی به جرم ۴ kg، یک قطعه فلز و ۲ kg آب وجود دارد. با استفاده از یک گرمکن در مدت ۱۰ دقیقه دمای مجموعه را 60°C افزایش می‌دهیم. اگر $\frac{3}{4}$ انرژی الکتریکی مصرف شده توسط گرمکن صرف گرم شدن مجموعه شده باشد،

توان گرمکن چند کیلووات است؟ ($c_{\text{Al}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ و ظرفیت گرمایی قطعه فلز $3000 \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$ است).

۲۰۰۰ (۱)

۲ (۳)

۱۲۰۰۰۰ (۲)

۱۲۰ (۴)

۱۲۸- ۱۰ گرم بخار آب 100°C ، حداکثر ۲۱ گرم یخ صفر درجه سلسیوس را می‌تواند به آب با دمای 100°C درجه سلسیوس تبدیل کند.

چند کیلوژول گرما به محیط منتقل شده است؟ ($L_V = 2268 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ و $L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ ، $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}}$)

۵/۸۰۴ (۱)

۶/۷۰۴ (۲)

۵/۷۰۴ (۴)

۱۲۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) در رساناهای فلزی سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌ها است.

(ب) روش همرفت برای انتقال گرما در هر سه نوع ماده جامد، مایع و گاز انجام می‌گیرد.

(ج) در طول روز جهت وزش نسیم از دریا به سمت ساحل است.

(د) سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی بیشتری دارند در حالی که تابش گرمایی سطوح تیره، ناصاف و مات کمتر است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۳۰- طبق شکل زیر، در انتهای یکی از شاخه‌های لوله U شکل مقداری گاز کامل حبس شده است. اگر دمای گاز را 405°F افزایش

دهیم، سطح مایع در شاخه سمت چپ ۲ cm بالا می‌آید. دمای اولیه گاز تقریباً چند درجه سلسیوس بوده است؟ (شعاع شاخه

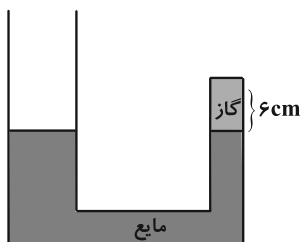
سمت چپ ۲ برابر شعاع شاخه سمت راست است، $P_0 = 77 \text{ cmHg}$ ، $\rho_{\text{مایع}} = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

-۱۲۵/۵ (۱)

-۱۲۱/۵ (۲)

-۱۱۷/۵ (۳)

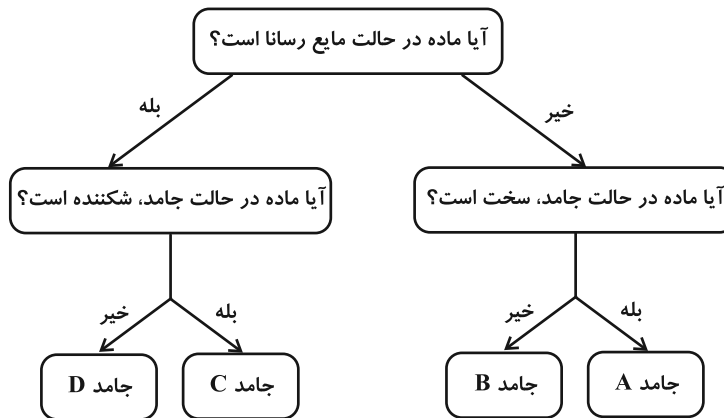
-۱۲۳/۵ (۴)



شیمی ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری + شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۳۱- با توجه به شکل زیر کدام عبارت‌ها صحیح هستند؟



آ) برای جامدهای A و B می‌توان به ترتیب مثال‌های سیلیسیم کربید و گلوکز را در نظر گرفت.

ب) تنوع و شمار جامدهای نوع A از تنوع و شمار جامدهای نوع B بیشتر است.

پ) جامدهای نوع C از نوع یونی هستند که شامل مولکول‌های سخت اما شکننده هستند.

ت) برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی جامدهای D برخلاف رفتارهای شیمیایی آن‌ها می‌توان از مدل دریای الکترونی استفاده کرد.

۱) آ، ت (۲) ب، پ

۳) آ، پ، ت (۴) آ، ب، ت

۱۳۲- چه تعداد از موارد داده شده نادرست‌اند؟

• فلزات دسته p و d در ویژگی‌هایی مانند جلا، شکل‌پذیری و نقطه ذوب مشابه‌اند، ولی در عدد اکسایش با هم تفاوت دارند.

• دلیل اصلی استفاده از تیتانیم در موتور جت، مقاومت عالی این فلز در برابر خوردگی است.

• یکی از ترکیب‌های تیتانیم به نام نیتینول در ساخت فرآورده‌های صنعتی و پزشکی استفاده می‌شود.

• مقاومت در برابر سایش و نقطه ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است.

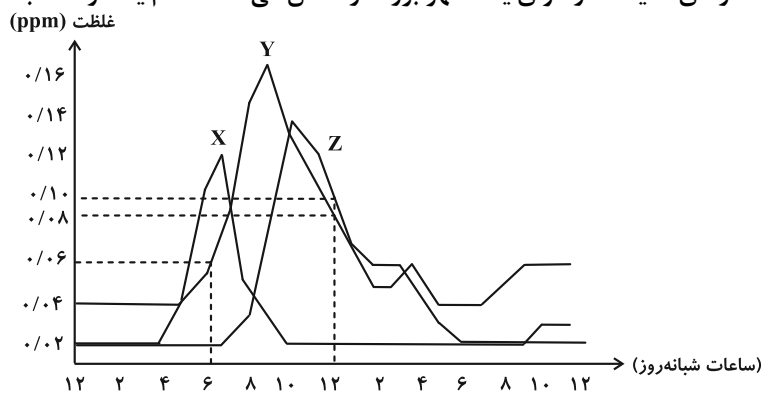
۱) ۴ (۲) ۳

۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

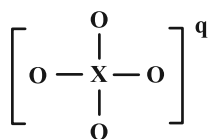


۱۳۳- نمودار زیر روند تغییر غلظت گازهای آلاینده در هوای یک شهر بزرگ را نشان می‌دهد. کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟



- (۱) از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی مولکول‌های X و Y در هواکره استفاده کرد.
 (۲) دلیل رنگ قهوه‌ای هوای شهرهای آلوده و صنعتی وجود مولکول‌های Y است.
 (۳) انحلال مولکول‌های X در آب، سبب تولید محلولی با $\text{pH} > 7$ می‌شود.
 (۴) نسبت سرعت متوسط تغییر غلظت گاز Z به سرعت متوسط تغییر غلظت گاز Y در بازه زمانی ۶ صبح تا ۱۲ ظهر برابر ۴ است.

۱۳۴- اگر در ساختار یون زیر، همه اتم‌ها از قاعده ۸ تایی پیروی کنند کدام موارد درست است؟



(الف) اگر در ترکیب این یون و یون منیزیم تعداد کاتیون‌ها دو برابر تعداد آنیون‌ها باشد عنصر X دارای ۴ الکترون ظرفیت است.

(ب) اگر اتم مرکزی ۶ الکترون ظرفیت داشته باشد بار یون چند اتمی مورد نظر ۱- است.

(پ) اگر بار این یون ۳- باشد اتم مرکزی آن می‌تواند در گروه ۱۵ جدول تناوبی باشد.

(ت) اگر اتم X دارای ۵ الکترون ظرفیت باشد در ترکیب فلز روی با این یون نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌های آن $\frac{2}{3}$ است.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۳۵- در چند مورد از موارد زیر ویژگی بیان شده در تیتانیم بیشتر از فولاد است؟ (Fe و Ti) (فولاد را عمدتاً آهن در نظر بگیرید).

- (آ) مقاومت در برابر سایش
 (ب) نقطه ذوب
 (پ) تعداد الکترون‌های ظرفیت
 (ت) سرعت واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
 (ث) چگالی
 (ج) شعاع اتمی
 (خ) کاربرد در فناوری‌های پزشکی
- (۱) ۳
 (۲) ۵
 (۳) ۴
 (۴) ۶

۱۳۶- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) از برهم‌کنش امواج رادیویی می‌توان برای شناسایی مواد گوناگون بهره برد.

(ب) MRI نمونه‌ای از کاربرد طیف‌سنجی در علم پزشکی است.

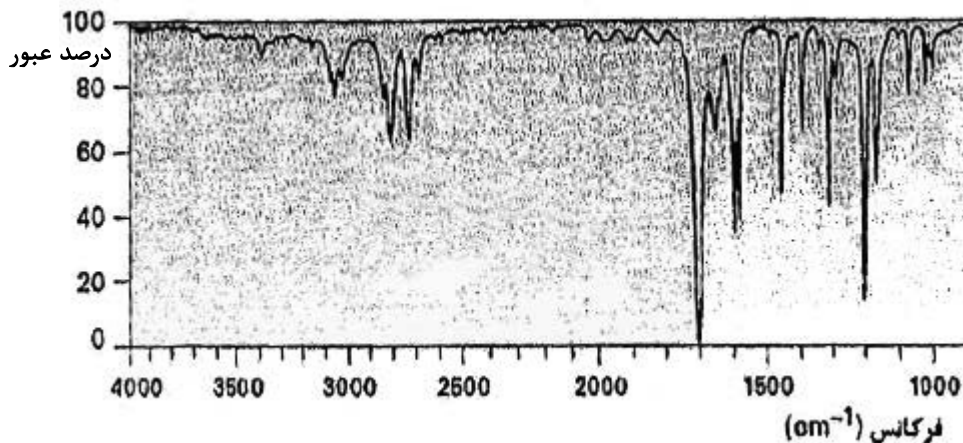
(پ) یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود طیف‌سنجی فرابنفش نام دارد.

(ت) شیمی‌دان‌ها با استفاده از برهم‌کنش‌های میان ماده و پرتوهای الکترومغناطیسی روش‌های گوناگون طیف‌سنجی را برای شناسایی مواد پایه‌گذاری کرده‌اند.

(ث) از طیف‌سنجی فروسرخ برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده می‌کنند.

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۳
 (۴) ۴

۱۳۷- از روش طیف‌سنجی فروسرخ برای شناسایی انواع پیوندها در یک نوع ترکیب می‌توان استفاده کرد. با توجه به جدول داده شده که نشان‌دهنده فرکانس موج جذب شده توسط هر پیوند خاص است، مشخص کنید در نمونه داده شده کدام نوع پیوند وجود دارد؟



C=O	C-H	O-H	C≡C	نوع پیوند
۱۷۰۰	۲۹۰۰	۳۵۰۰	۲۱۰۰	فرکانس موجی که جذب می‌کند (cm ⁻¹)

C=O (۱)

C-H (۲)

O-H (۳)

C≡C (۴)

۱۳۸- کدام یک از فناوری‌های زیر به ترتیب موجب جلوگیری از بیماری‌هایی همچون وبا، دگرگونی صنعت پوشاک و تاثیر مثبت در تامین غذای جمعیت جهان داشته‌اند؟

(۱) تصفیه آب- تولید پلاستیک- تولید کودهای شیمیایی مناسب

(۲) تولید آنتی بیوتیک- تولید بنزین- تصفیه آب

(۳) تصفیه آب- تولید پلاستیک- تولید بنزین

(۴) تولید آنتی بیوتیک- تولید پلاستیک- تولید کودهای شیمیایی مناسب

۱۳۹- چند مورد از عبارت‌های زیر صحیح هستند؟ (۲۲ Ti)

- کاتیون سازنده رنگدانه آلی که عامل ایجاد رنگ سفید است، فلزی از دوره چهار و گروه چهار می‌باشد.
- تنها دلیل استفاده از فلز تیتانیم در ساخت قطعات ثابت و متحرک موتور جت، نقطه ذوب بالای این فلز می‌باشد.
- تیتانیم از لحاظ سختی مشابه فلزات دسته s می‌باشد.
- آرایش الکترونی Ti^{2+} مشابه آرایش الکترونی اتم سومین فلز قلیایی خاکی است.

(۱) ۳ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۲

۱۴۰- چند عبارت از عبارت‌های زیر در مورد سیلیسیم کاربرد درست است؟

- (الف) در صنعت هواپیماسازی استفاده می‌شود.
 (پ) سختی بیشتری نسبت به الماس دارد.
 (ث) در ساخت سنبله از آن استفاده می‌کنند.
- (ب) یک جامد کووالانسی است.
 (ت) در دسته مولکول‌های ناقصی قرار دارد.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

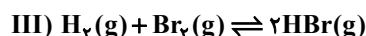
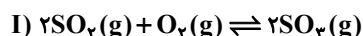
شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌های روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۳

🔔 دانش‌آموزانی که خود را برای کنکور مرحله اول آماده می‌کنند، باید به این دسته سوالات (پیشروی سریع) نیز، پاسخ دهند.

۱۴۱- ۴ مول NH_3 و ۲ مول N_2 و ۳ مول H_2 را وارد یک ظرف به حجم ۴۰۰ میلی‌لیتر می‌کنیم تا تعادل گازی $2\text{NH}_3 \rightleftharpoons \text{N}_2 + 3\text{H}_2$ برقرار شود. اگر هنگام برقراری تعادل در مجموع ۸ مول ماده‌ی گازی در ظرف واکنش وجود داشته باشد می‌توان نتیجه گرفت که این واکنش برای رسیدن به تعادل در جهت جابه‌جا شده و ثابت تعادل آن به‌طور تقریبی برابر با $\text{mol}^2 \cdot \text{L}^{-2}$ است.

- (۱) رفت - ۶۰/۵
(۲) رفت - ۱/۲۷
(۳) برگشت - ۱/۲۷
(۴) برگشت - ۶۰/۵

۱۴۲- با توجه به سامانه‌های تعادلی زیر کدام مطلب درست است؟



- (۱) با افزایش فشار در دمای ثابت در سامانه (I)، تعادل به سمت رفت جابه‌جا می‌شود و K افزایش می‌یابد.
(۲) اگر فشار در سامانه تعادلی (II) کاهش یابد، تعادل به سمت رفت جابه‌جا می‌شود و غلظت PCl_3 افزایش می‌یابد.
(۳) اگر در تعادل (III)، حجم ظرف افزایش یابد تعادل جابه‌جا نمی‌شود اما غلظت Br_2 کاهش می‌یابد.
(۴) با افزایش مقداری هالوژن به کار رفته در تعادل‌های (II) و (III) به هر کدام از سامانه‌ها، واکنش به ترتیب به سمت رفت و برگشت جابه‌جا می‌شود.

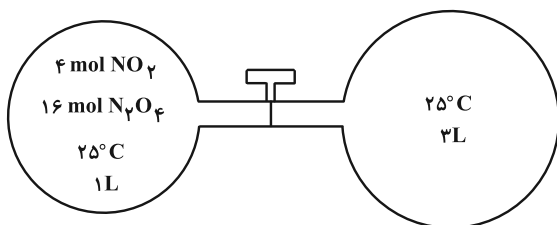
۱۴۳- مقدار ۲۰۰ گرم کلسیم کربنات را وارد یک ظرف دربسته دو لیتری می‌کنیم تا تعادل $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ در آن برقرار شود. اگر تا لحظه تعادل، ۷۵ درصد کلسیم کربنات تجزیه شده باشد، مقدار عددی ثابت تعادل و درصد جرمی تقریبی کلسیم اکسید در مخلوط تعادلی جامد درون ظرف به ترتیب کدام‌اند؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید).

$$(C = 12, O = 16, Ca = 40 : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$$

- (۱) $62/7 - 1/5$
(۲) $67/2 - 1/5$
(۳) $62/7 - 0/75$
(۴) $67/2 - 0/75$

۱۴۴- تعادل $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ در ظرف (۱) برقرار است. با باز کردن شیر رابط، تعادل جدیدی شکل می‌گیرد. غلظت NO_2 در تعادل جدید چند مول بر لیتر می‌باشد؟ (دما را ثابت در نظر بگیرید. داده‌ها فرضی هستند و از حجم اتصالات صرف نظر کنید و

$$(\sqrt{292} \approx 17)$$



(۱) ۵/۵

(۲) ۱/۳۷۵

(۳) ۱/۸۷۵

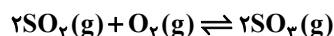
(۴) ۷/۵

محل انجام محاسبات

۱۴۵- کدام مطلب نادرست است؟

- (۱) بسیاری از کشورها منابع طبیعی خود را کم و بیش بدون فراوری و به همان صورتی که از طبیعت به دست می‌آید، به فروش می‌رسانند.
- (۲) فناوری‌های جداسازی و خالص‌سازی مواد یکی از فناوری‌های پیشرفته، گران، پرکاربرد و در عین حال کارآفرین و درآمدزا به شمار می‌رود.
- (۳) فناوری می‌تواند به کار بردن دانش برای حل یک مسئله در صنعت یا زندگی روزانه برای رسیدن به هدفی خاص دانست.
- (۴) پالایش نفت خام و تبدیل آن به فراورده‌های پتروشیمیایی مانند آمونیاک، سولفوریک اسید، متانول، بنزین و ... ساده‌ترین راه بهره‌برداری از این منبع طبیعی است.

۱۴۶- مطابق شکل زیر، بر اثر افزایش فشار، حجم نهایی به یک دهم حجم اولیه کاهش یافته و تعادل تازه‌ای برای واکنش زیر برقرار



شده است. کدام مطلب نادرست است؟ (دمای واکنش ثابت است.)

(۱) این شکل جابه‌جایی تعادل را در جهت رفت نشان می‌دهد.

(۲) اگر حجم ثانویه سامانه را دوباره به ۱۰ L

برسانیم ثابت تعادل واکنش تغییری نمی‌کند.

(۳) نسبت مولی SO_2 به O_2 در تعادل جدید

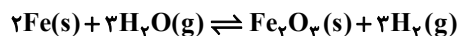
نسبت به تعادل اولیه کاهش می‌یابد.

(۴) ثابت تعادل این واکنش در حالت (۲) به تقریب

۲۸۲ / ۲ mol^{-1} L است.

۱۴۷- مخلوطی از ۵ مول آهن و ۶ مول بخار آب را در ظرفی سر بسته به حجم ۴ لیتر تا رسیدن به تعادل زیر گرم کرده‌ایم. اگر در حالت

تعادل بازده درصدی این واکنش ۸۰٪ باشد، ثابت تعادل واکنش در شرایط آزمایش برابر کدام گزینه است؟



$$6/25 \times 10^{-2} \quad (۲)$$

$$15/625 \times 10^{-3} \quad (۱)$$

$$64 \quad (۴)$$

$$16 \quad (۳)$$

۱۴۸- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) اگر ثابت تعادل یک واکنش گازی در دماهای $637^\circ C$ و $437^\circ C$ به ترتیب برابر $2/4 \times 10^2$ و $4/6 \times 10^3$ باشد، واکنش گرماده است.

(ب) در فرایند هابر در شرایط بهینه، ۲۸ درصد جرمی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

(پ) اگر در دمای ثابت حجم ظرف واکنش $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$ را کاهش دهیم تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(ت) اگر افزایش دما و یا کاهش فشار تعادل گازی $aA \rightleftharpoons bB$ را به طرف راست جابه‌جا کند $b > a$ و تعادل گرماده است.

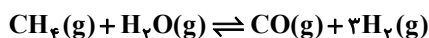
$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$4 \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

۱۴۹- یک مخلوط گازی که در مجموع شامل ۱/۸ مول از چهار گاز حاضر در واکنش است، برای رسیدن به تعادل زیر وارد یک محفظه دو لیتری شده است. فشار اولیه ظرف ۰/۹ اتمسفر می‌باشد. در مخلوط اولیه تعداد مول فراورده‌ها ۱/۲۵ برابر تعداد مول واکنش‌دهنده‌ها بوده و تعداد مول H_2O و CH_4 با یکدیگر برابر می‌باشد. همچنین ۵۰ درصد مولی فراورده‌ها را گاز H_2 تشکیل می‌دهد. پس از مدتی در دمای ثابت، تعادل در ظرف برقرار می‌شود و فشار ظرف به ۰/۸ اتمسفر می‌رسد. مقدار ثابت تعادل در این دما کدام است؟



$$(1) \quad 3/2 \times 10^{-3}$$

$$(2) \quad 1/6 \times 10^{-3}$$

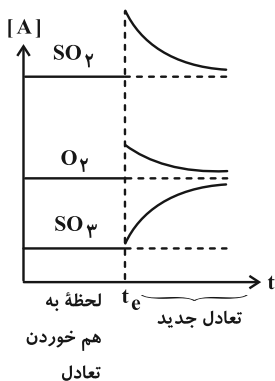
$$(3) \quad 4/8 \times 10^{-3}$$

$$(4) \quad 2/4 \times 10^{-3}$$

۱۵۰- اگر سامانه تعادلی $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g)$ ، $\Delta H < 0$ را از یک ظرف ۵ لیتری به ظرف ۲ لیتری منتقل کنیم، چه تعداد از عبارتهای زیر نا درست است؟

الف) غلظت SO_3 افزایش و غلظت O_2 و SO_2 کاهش می‌یابد.

ب) نمودارهای تعادلی گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش می‌تواند به صورت زیر باشد.



پ) تعادل به سمت رفت جابه‌جا می‌شود و ثابت تعادل افزایش می‌یابد.

ت) در اثر این انتقال، سرعت واکنش رفت برخلاف سرعت واکنش برگشت افزایش می‌یابد.

ث) مقدار مول SO_3 افزایش می‌یابد و مقادیر مول O_2 و SO_2 کاهش می‌یابد.

$$(1) \quad 1$$

$$(2) \quad 2$$

$$(3) \quad 3$$

$$(4) \quad 4$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۹۶

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سوال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۵۱- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- محیط سرد و مرطوب برای نگهداری مواد غذایی مناسب است.
- نگهداری روغن‌های مایع در ظروف شفاف، باعث کاهش زمان ماندگاری آنها می‌شود.
- سرعت فاسد شدن قاووت کندتر از سرعت فاسد شدن اجزای آن قبل از مخلوط شدن است.
- وجود پوست میوه‌ها و خشکبار به عنوان عاملی برای جلوگیری از فاسد شدن آنها عمل می‌کند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۲- کدام یک از واکنش‌های ذکر شده با عامل مربوطه برای تغییر سرعت آن همخوانی ندارد؟

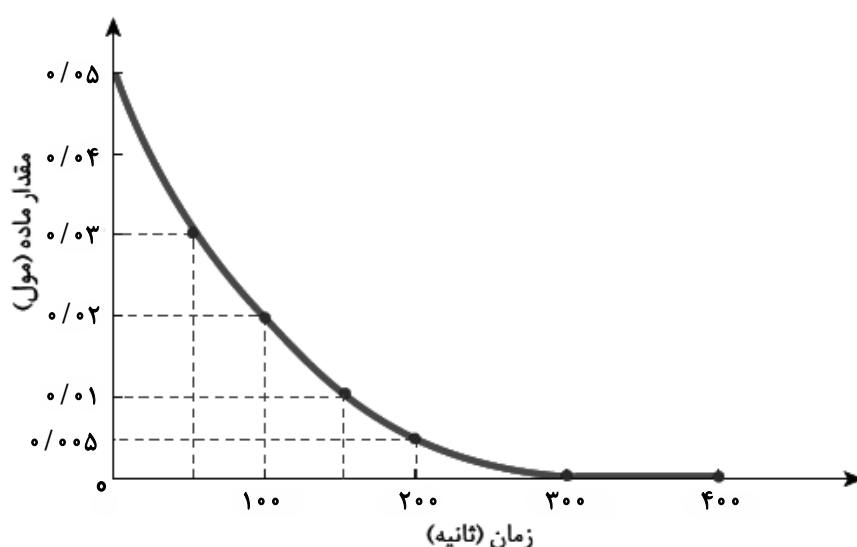
- (۱) واکنش سریع پتاسیم با آب سرد نسبت به سدیم ← اثر ماهیت شیمیایی
- (۲) افزودن مقداری پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید ← اثر کاتالیزگر
- (۳) واکنش سوختن گرد آهن در ظرف پر از گاز اکسیژن ← اثر سطح تماس
- (۴) پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله ← افزایش مساحت

۱۵۳- نمودار زیر تغییرات مول N_2 در واحد زمان برای واکنش $N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$ را نشان می‌دهد. با توجه به آن چندمورد از مطالب زیر درست است؟ ($H = 1, N = 14 : g.mol^{-1}$)

(آ) واکنش در پنج دقیقه بعد از آغاز واکنش به پایان رسیده است.

(ب) سرعت متوسط واکنش پس از گذشت ۲/۵ دقیقه از آغاز واکنش برابر $1/6 \times 10^{-2}$ مول بر دقیقه می‌باشد.

(پ) در ثانیه ۲۰۰ ام از آغاز واکنش مقدار ۲/۵۳ گرم آمونیاک تولید شده است.

(ت) در بازه زمانی یکسان، بین سرعت متوسط گونه‌های NH_3 و H_2 رابطه $\bar{R}_{NH_3} = \frac{2}{3} \bar{R}_{H_2}$ برقرار است.(ث) اندازه شیب نمودار مول-زمان، برای H_2 از دو ترکیب دیگر موجود در واکنش بیشتر است.

(۱) ۵

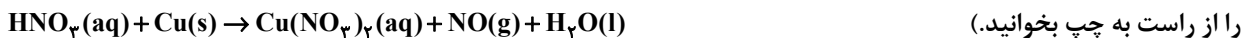
(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

محل انجام محاسبات

۱۵۴- اگر در واکنش موازنه نشده زیر پس از گذشت ۱۰ دقیقه، ۰/۹ مول HNO_3 در ظرف باقی مانده و ۰/۴ مول گاز NO تولید شده باشد، مقدار اولیه نیتریک اسید چند مول بوده و سرعت متوسط تشکیل نمک حاصل چند مول بر ثانیه بوده است؟ (اعداد

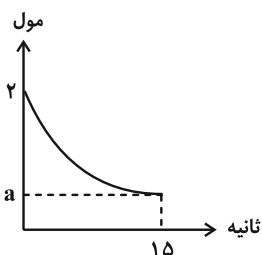


$$3/3 \times 10^{-3} - 2/5 \quad (2) \qquad 3/3 \times 10^{-3} - 1/6 \quad (1)$$

$$1/0 \times 10^{-3} - 2/5 \quad (4) \qquad 1/0 \times 10^{-3} - 1/6 \quad (3)$$

۱۵۵- مقداری گاز دی نیتروژن پنتا اکسید مطابق معادله موازنه نشده زیر، در شرایط استاندارد تجزیه می‌شود. اگر سرعت متوسط

واکنش ۱۵ ثانیه پس از شروع آن برابر ۶۷/۲ لیتر بر دقیقه باشد، مقدار a برای نمودار کدام است؟



۱ (۱)

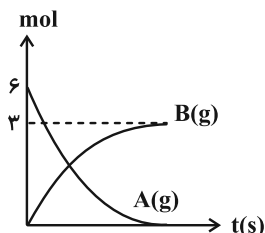
۰/۵ (۲)

۲ (۳)

۱/۵ (۴)

۱۵۶- در یک واکنش فرضی اگر سرعت متوسط تولید ماده B تا ثانیه ۵ واکنش برابر $2 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ باشد و سرعت متوسط آن در ۵

ثانیه دوم به $1 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ برسد، در مدت ۱۰ ثانیه چند مول گاز در ظرف خواهیم داشت؟



۳ (۱)

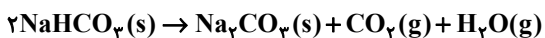
۱/۵ (۲)

۲/۵ (۳)

۴/۵ (۴)

۱۵۷- واکنش زیر درون یک ظرف در باز ۲۰ لیتری انجام می‌شود. اگر پس از گذشت ۱۰ دقیقه از شروع واکنش، جرم مواد جامد درون ظرف به اندازه

۱۸/۶ گرم کاهش یابد، سرعت متوسط واکنش چند مول بر لیتر بر ثانیه بوده است؟ ($\text{Na} = 23, \text{O} = 16, \text{C} = 12, \text{H} = 1: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)



$$2/5 \times 10^{-5} \quad (2) \qquad 5 \times 10^{-5} \quad (1)$$

$$2/5 \times 10^{-4} \quad (4) \qquad 5 \times 10^{-4} \quad (3)$$

۱۵۸- با توجه به جدول زیر که مربوط به واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید در دمای اتاق می‌باشد، سرعت متوسط مصرف

هیدروکلریک اسید بر حسب مول بر لیتر بر دقیقه در ۳۰ ثانیه انتهایی انجام واکنش، کدام است؟ (حجم ظرف واکنش را ۸۰۰

میلی لیتر در نظر بگیرید و معادله واکنش موازنه شود.)

$$\text{CaCO}_3(\text{s}) + \text{HCl}(\text{aq}) \rightarrow \text{CaCl}_2(\text{aq}) + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$$

t(s)	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰
$n(\text{CO}_2) \times 10^{-2} \text{ mol}$	۰	۲	۳/۵	۴/۵	۵	۵/۲۵	۵/۲۵	۵/۲۵

۴/۳۷۵ (۲)

$4/375 \times 10^{-2}$ (۱)

۸/۷۵ (۴)

$8/75 \times 10^{-2}$ (۳)

۱۵۹- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(الف) با انجام واکنش میان کلسیم کربنات جامد و محلول HCl در یک ظرف دربسته فشار ظرف به مرور کاهش می‌یابد.

(ب) سرعت واکنش سدیم با گاز فلوئور بیشتر از سرعت واکنش این فلز با گاز کلر است.

(پ) نفخ کردن پس از مصرف کلم و سوختن قند آغشته به خاک باغچه‌شان از اثر عامل مشترک بر سرعت واکنش است.

(ت) بنزوئیک اسید یکی از نگهدارنده‌های مواد غذایی بود که به صورت کامل می‌تواند جلوی فساد مواد غذایی را بگیرد.

(۲) ب، پ

(۱) الف، ت

(۴) ب، ت

(۳) الف، پ

۱۶۰- همه عبارت‌های زیر درست اند به جز:

(۱) در بسته‌های سرمازا و گرمازا به ترتیب از آمونیم نترات و کلسیم کلرید استفاده می‌شود.

(۲) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است و یک الکل حلقوی سیرنشده محسوب می‌شود.

(۳) حالت فیزیکی I_2 در گرماده یا گرماگیر بودن واکنش $\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$ تاثیری ندارد.

(۴) ارزش غذایی برگه زردآلو از ارزش غذایی سیب بیشتر و از ارزش غذایی بادام کمتر است.

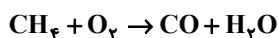
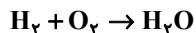
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱: رد پای گازها در زندگی + آب، آهنگ زندگی (تا انتهای قسمت در میلیون): صفحه‌های ۷۰ تا ۹۸

توجه:

دانش آموزان گرامی: از دو مجموعه سؤال شیمی ۲ (۱۵۱ تا ۱۶۰) و شیمی ۱ (۱۶۱ تا ۱۷۰) یک مجموعه را به اختیار انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱۶۱- مخلوطی به حجم $2/8L$ از گازهای هیدروژن و متان را در شرایط STP داریم. هیدروژن را در اکسیژن کافی و متان را به صورت ناقص می‌سوزانیم. در صورتی که مجموع جرم آب حاصل از هر واکنش $3/36g$ باشد به صورت تقریبی چند درصد حجمی از مخلوط گاز اولیه را گاز جور هسته تشکیل می‌دهد؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g \cdot mol^{-1}$) (معادله موازنه شود).



۸۰٪ (۴)

۷۵٪ (۳)

۲۵٪ (۲)

۵۰٪ (۱)

۱۶۲- چند مورد از عبارتهای داده شده درباره فرایند هابر نادرست است؟

- یکی از واکنش‌دهنده‌های مورد استفاده در این فرایند به جو بی‌اثر شهرت یافته است.
- ترتیب نقطه جوش و جرم مولی واکنش‌دهنده‌های آن مشابه است.
- از روش تقطیر جزء به جزء برای جداسازی آمونیاک از گازهای واکنش نداده استفاده کرد.
- یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار بالا انجام نمی‌شد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۶۳- کدام گزینه درست است؟

- (۱) سوخت‌های سبز از منابع گیاهی و جانوری تولید می‌شوند و علاوه بر کربن و هیدروژن، در ساختار خود اکسیژن نیز دارند.
- (۲) به منظور جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید مراکز صنعتی به هوا، آن را با اکسید فلزات قلیایی خاکی دوره دوم و سوم واکنش می‌دهند.
- (۳) ۵۰٪ فراورده‌های سوختن زغال سنگ، باعث ایجاد خاصیت اسیدی در آب باران می‌شوند.
- (۴) براساس توسعه پایدار، قیمت فعلی یک کالا مهم‌تر از قیمت تمام شده آن در بلندمدت است.

۱۶۴- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- (آ) با افزودن محلول سدیم سولفات به محلول باریم کلرید، یک فراورده محلول در آب و یک رسوب سفید رنگ تولید می‌شود.
- (ب) آب آشامیدنی، مخلوطی زلال و همگن بوده که حاوی مقدار کمی از یون‌های گوناگون است.
- (پ) تجزیه منیزیم کلرید مذاب به عناصر سازنده آن با استفاده از جریان برق، مطابق واکنش زیر انجام می‌شود:



(ت) یون آمونیوم یک یون چند اتمی است زیرا از اتصال چند اتم تشکیل شده است.

(ث) در ساختار لوویس یون سولفات نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی $1/5$ برابر این نسبت در یون نیترات می‌باشد.

۲ (۴)

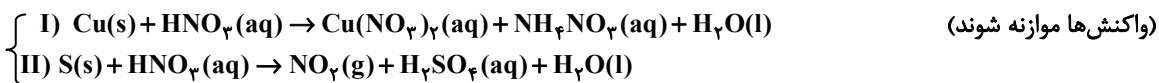
۴ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۶۵- با توجه به واکنش‌های (I) و (II) چند مورد از جمله‌های زیر درست‌اند؟ (Cu = ۶۴ , N = ۱۴ , O = ۱۶ , H = ۱ , S = ۳۲)



- در واکنش (I) با مصرف ۵/۱۲ g فلز، اختلاف جرم فراورده‌های محلول در آب ۱۳/۴۴ g می‌شود.
- به ازای مصرف جرم برابری از اسید در دو واکنش، جرم برابری از H_2O در دو واکنش تولید می‌شود.
- اگر چگالی گاز CO_2 در شرایط واکنش (II) برابر $\frac{2}{2} \frac{\text{g}}{\text{g} \cdot \text{L}^{-1}}$ باشد، برای تولید ۶ لیتر گاز در واکنش (II)، ۱/۶ گرم واکنش‌دهنده نافلز مصرف می‌شود.

• اگر مول واکنش‌دهنده عنصری در واکنش (II)، ۰/۲۵ مول واکنش‌دهنده عنصری واکنش (I) باشد، نسبت مول فراورده‌های محلول واکنش (I) به مول فراورده غیرگازی محلول در آب واکنش (II) برابر ۵ است.

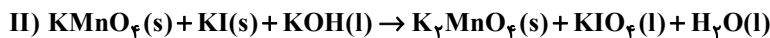
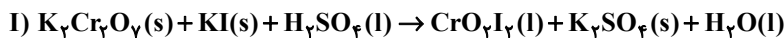
۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۶۶- چند مورد از مطالب زیر درست است؟ ($\text{N} = ۱۴ \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- در دما و فشار یکسان، اگر تعداد مول دو گاز مختلف برابر باشد، حجم آن‌ها نیز با هم برابر است.
- حجم ۰/۷ گرم گاز نیتروژن در شرایطی که حجم مولی گازها ۲۴ لیتر بر مول است، برابر ۰/۴ لیتر است.
- تغییر دما و فشار حجم یک گاز را تغییر می‌دهد و در دما و فشار ثابت حجم یک نمونه گاز با تعداد مول آن رابطه مستقیم دارد.
- جرم مولی گازی که در شرایط استاندارد هر لیتر آن ۰/۴ گرم جرم دارد برابر ۶/۹۸ گرم بر مول است.

۴ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)

۱۶۷- پس از موازنه واکنش‌های زیر مجموع ضرایب مواد در واکنش (I)، چند برابر مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (II) است؟



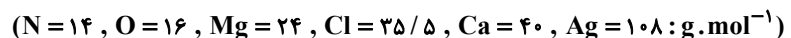
۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۶ (۳) ۱۶ (۴)

۱۶۸- چه تعداد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (الف) برای شناسایی یون‌های Ca^{2+} و Cl^- محلول در آب می‌توان به ترتیب از محلول‌های نقره نیترات و سدیم فسفات استفاده کرد.
- (ب) زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر فقط برهم‌کنش شیمیایی دارند.
- (پ) منابع آب غیراقیانوسی در مجموع ۲/۱۵٪ منابع آب کره زمین را تشکیل می‌دهند.
- (ت) آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی ناهمگن است و به دلیل حل شدن مقادیر قابل توجهی از نمک اغلب شور است.
- (ث) اضافه کردن یون فلوئورید به آب به مقدار بسیار کم سبب حفظ سلامت دندان‌ها می‌شود.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۶۹- مخلوطی از نمک‌های منیزیم کلرید و کلسیم کلرید را در آب خالص حل می‌کنیم تا محلولی به جرم ۲۰ کیلوگرم به دست آید. اگر در این محلول غلظت یون منیزیم ۵۴۰۰ ppm بوده و ۸۰۰ گرم از این محلول با ۶۸ گرم نقره نیترات به‌طور کامل واکنش دهد نسبت جرم منیزیم کلرید به کلسیم کلرید در مخلوط اولیه به تقریب کدام است؟



۳/۸۵ (۱) ۷/۷ (۲) ۲/۷۵ (۳) ۵/۲ (۴)

۱۷۰- در لایه ظرفیت اتم‌های چند گرم آهن (II) فسفات، در مجموع ۹/۹ مول الکترون موجود است که در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت نکرده‌اند؟ ($\text{O} = ۱۶ , \text{P} = ۳۱ , \text{Fe} = ۵۶ : \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

۲۵۷/۷۰ (۱) ۱۲۸/۸۵ (۲) ۵۳/۷۰ (۳) ۱۰۷/۴۰ (۴)



آزمون ۴ اسفند ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طرحان	نام درس	اختصاصی
مسعود برملا-شاهین پروازی-سعید تن آرا-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-محمد رضا راسخ-علی سلامت-سعید علم پور حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیان کریمی خراسانی-حامد معنوی-مهرداد ملوندی-جهانبخش نیکنام	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
اسحاق اسفندیار-جواد ترکمن-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه-خان-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-هومن عقیلی مهرداد ملوندی	هندسه	
امیر حسین ابومحبوب-پیروز آل بویه-جواد حاتمی-جواد ترکمن-فرزاد جوادی-سیدمحمد رضا حسینی فرد-افشین خاصه-خان مصطفی دیداری-مهدیار راشدی-سوگند روشنی-علی ساوچی-علیرضا شریف خطیبی-مهرداد ملوندی	آمار و ریاضیات گسسته	
کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی معصومه شریعت ناصری - مهدی شریفی-آراس محمدی-محمد کاظم منشادی-محمود منصوری-امیراحمد میرسعید-حسام نادری مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی مقدم	فیزیک	
هدی بهاری پور-محمد رضا پورچاوید-امیر حاتمیان-پیمان خواجهی مجد-حمید ذبحی-میلاد شیخ الاسلامی خیابوی-امیر حسین طیبی محمد عظیمیان زواره-امیر محمد کنگرانی-علیرضا کیانی دوست-شهرزاد معرفت ایزدی-امین نوروزی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	آمار و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	جواد ترکمن اسحاق اسفندیار	حسام نادری	پارسا عیوض پور
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی سعید خان بابایی	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیر حسین مسلمی
ویراستاری رتبه های برتر	پارسا نوروزی منش مهدی بحر کاظمی ماهان زواری	پارسا نوروزی منش	پارسا نوروزی منش	معین یوسفی نیا حسین بصیرتر کمپور فرید فرمهبینی فراهانی	علی رضایی احسان پنجه شاهی ماهان زواری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	حسام نادری	پارسا عیوض پور
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	علیرضا همایون خواه	امیر حسین مرتضوی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	مهرداد ملوندی
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف نگار	فرزانه فتح اله زاده
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۴۳



حسابان ۲

گزینه «۲» -۱

مشتق تابع $\frac{f}{g}$ را می‌نویسیم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)}$$

$$\xrightarrow{f(1)=g(1)=2} \left(\frac{f}{g}\right)'(1) = \frac{f'(1) - g'(1)}{2} \quad (*)$$

حال به مقادیر $f'(1)$ و $g'(1)$ نیاز داریم. بنابراین از تساوی

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = 120 \quad \text{استفاده می‌کنیم:}$$

روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + g(x))(f(x) - g(x))}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{f(1) + g(1)}{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1) - (g(x) - g(1))}{x-1}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

روش دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - g^2(x)}{x^2 - 1} \stackrel{\text{HOP}}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)f(x) - 2g'(x)g(x)}{2x}$$

$$= 2(f'(1) - g'(1)) = 120 \Rightarrow f'(1) - g'(1) = 60$$

در نتیجه از تساوی (*) داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(1) = 30$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۳» -۲

(مسعود برملا)

ضابطه تابع f ، $f(x) = x + 3$ است، پس داریم:

$$g(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$$

مشتق تابع $y = \sqrt{u(x)}$ نیز $y' = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ است.

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+3}\right)'}{2g(x)}$$

از طرفی مشتق $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ تابع $y = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ است و داریم:

$$g'(x) = \frac{3}{2(x+3)^2 g(x)} \xrightarrow{g(1)=\frac{1}{2}} g'(1) = \frac{3}{2 \times 16 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{16}$$

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

گزینه «۳» -۳

(شمیر علیزاده)

ضابطه تابع g به صورت $g(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ است و از آنجا که در $x = x_A$ بر نمودار تابع f مماس است، نتیجه می‌گیریم

$$f'(x_A) = g'(x_A) = -\frac{1}{2}$$

$$p(x) = \frac{32}{g(x)} + f^2(x) \quad \text{مشتق می‌گیریم:}$$

$$p'(x) = -\frac{32g'(x)}{g^2(x)} + 2f'(x)f(x)$$

$$\xrightarrow{x=x_A} p'(x_A) = -3 = -\frac{32\left(-\frac{1}{2}\right)}{y_A^2} + 2\left(-\frac{1}{2}\right)y_A$$

$$\Rightarrow \frac{16}{y_A^2} - y_A + 3 = 0$$

$$\Rightarrow y_A^2 - 3y_A - 16 = (y_A - 4)(y_A + 4) = 0 \Rightarrow y_A = 4$$

(حسابان ۲ - صفحه ۹۴)

گزینه «۴» -۴

(کیان کریمی فراسانی)

تابع $(f')^2 + f \cdot f''$ مشتق تابع $f \cdot f'$ است. پس ابتدا ضابطه این تابع را به

$$f'(x) = \cos x + \sin x \quad \text{دست می‌آوریم:}$$

$$\Rightarrow (f \cdot f')(x) = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x) = -\cos 2x$$

و از آن مشتق می‌گیریم:

$$((f')^2 + f \cdot f'')(x) = (-\cos 2x)' = 2 \sin 2x$$

واضح است که برد این تابع بازه $[-2, 2]$ است.

(حسابان ۲ - صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

گزینه «۳» -۵

(عارل حسینی)

$$f(x) = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{2} \left(2 \tan \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2}$$

حال معادله $f(x) = f''(x)$ را تشکیل می‌دهیم و حل می‌کنیم. فقط درگزینه «۳»، $x = \frac{5\pi}{2}$ است که در معادله صدق می‌کند. اما اگر معادله را

حل کنیم داریم:

$$\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^3 \frac{x}{2} \Rightarrow \tan^3 \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = 0$$



حال مشتق می‌گیریم:

$$(gof)'(x) = (yx) \left(\frac{-3}{(x^2+1)^2} \right) = -\frac{6x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow (gof)'(1) = -\frac{3}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه‌های ۹۳ و ۹۶)

(عادل حسینی)

۹- گزینه «۴»

$f(-1) = \frac{1}{4}$ است و در یک همسایگی چپ $x = -1$ ، تابع f با تابع

$$y = \frac{-2x^2 + 1}{x-1}$$

برابر است؛ زیرا:

$$x < -1 \Rightarrow \begin{cases} -x > 1 \Rightarrow |-x| = 1 \\ y = \frac{3-x}{x-1} \Rightarrow \frac{3-x}{x-1} > -2 \Rightarrow \left[\frac{3-x}{x-1} \right] = -2 \end{cases}$$

$$y' = \frac{-2x^2 + 4x - 1}{(x-1)^2} \xrightarrow{x=-1} y' = -\frac{3}{4}$$

و داریم:

پس $f'_-(-1) = -\frac{3}{4}$ است و معادله نیم‌ماس چپ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - \frac{1}{4} = -\frac{3}{4}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}; \quad x \leq -1$$

اگر این نیم‌ماس را امتداد دهیم، عرض از مبدأ آن $-\frac{5}{4}$ خواهد شد.

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

(میوانیش نیکانم)

۱۰- گزینه «۴»

خط در $x = -3$ و $x = 5$ بر نمودار تابع $y = g(x)$ مماس است؛ یعنی

$$g'(-3) = g'(5) = -4$$

جای‌گذاری می‌کنیم:

$$g(-3) = 3f(-3) = (-4(-3) + 3) \Rightarrow f(-3) = 5$$

و سپس از این تساوی مشتق می‌گیریم:

$$g'(x) = 3f'(3x+3) + 6f'(3x+6)$$

$$\xrightarrow{x=-3} g'(-3) = 3f'(-3) = -4 \Rightarrow f'(-3) = -\frac{4}{3}$$

و برای محاسبه مشتق تابع gof داریم:

$$(gof)'(-3) = f'(-3)g'(f(-3)) = f'(-3)g'(5) = \left(-\frac{4}{3}\right)(-4) = \frac{16}{3}$$

(مسئله ۲- صفحه ۹۶)

$$\Rightarrow \begin{cases} \tan \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = k\pi \Rightarrow x = 2k\pi \\ \tan \frac{x}{2} = \pm 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}; \quad k \in \mathbb{Z}$$

در بین گزینه‌ها $x = \frac{5\pi}{2}$ در دسته جواب‌های بالا قرار می‌گیرد.

(مسئله ۲- صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

(کامیار علی‌پور)

۶- گزینه «۴»

ابتدا آهنگ متوسط تغییر تابع را حساب می‌کنیم:

$$\bar{f}_{0,12} = \frac{f(12) - f(0)}{12 - 0} = \frac{145 - 1}{12} = \frac{144}{12} = 12$$

برای آهنگ لحظه‌ای مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{2x+1} - \frac{x^2+1}{\sqrt{2x+1}}}{2x+1} \Rightarrow f'(4) = \frac{24 - \frac{17}{3}}{9} = \frac{55}{27}$$

$$\frac{12}{3} - \frac{55}{27} = \frac{8}{27}$$

بنابراین مطلوب مسئله برابر است با:

(مسئله ۲- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۶)

(افشین فاضل‌نار)

۷- گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{(2 + \sqrt{x+1})^3}{3x-1}$$

$$f'(x) = \frac{3(3x-1)(2 + \sqrt{x+1})^2 \left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \right) - 3(2 + \sqrt{x+1})^3}{(3x-1)^2}$$

$$\Rightarrow f'(3) = \frac{3(8)(16)\left(\frac{1}{4}\right) - 3(64)}{64} = -\frac{3}{2}$$

(مسئله ۲- صفحه ۹۴)

(مهمرضا راسخ)

۸- گزینه «۲»

در تابع f ، $f(1) = -1$ است. پس می‌توانیم عبارت مورد نظر را نیز به

صورت $f'(1)g'(f(1))$ بازنویسی می‌کنیم و این تساوی هم همان مشتق تابع

gof در $x = 1$ است. پس ابتدا ضابطه تابع gof را حساب می‌کنیم:

$$f(x) = \log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2} \Rightarrow (gof)(x) = 2 \log_2 \frac{2-x^2}{1+x^2} = \frac{2-x^2}{1+x^2}$$

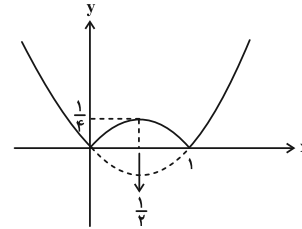


حسابان ۲ - پیشروی سریع

۱۱ - گزینه «۲»

(عادل حسینی)

نمودار تابع را رسم می کنیم:



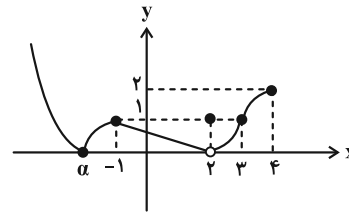
مطابق نمودار، تابع در $x = \frac{1}{2}$ مشتق صفر دارد و در $x = 0$ و $x = 1$ نیز مشتق ناپذیر است، پس ۳ نقطه بحرانی دارد.

(حسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۲ - گزینه «۳»

(سعید تن آرا)

نمودار تابع f در $x = -1$ مینیمم نسبی و در $x = 2$ و $x = 3$ ماکزیمم نسبی دارد و نمودار تابع $|f|$ مطابق شکل زیر است:

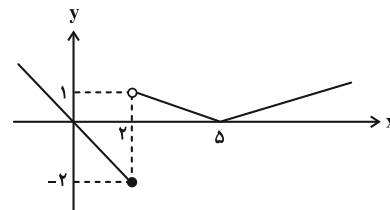


که یک مینیمم نسبی ($x = \alpha$) و ۲ ماکزیمم نسبی ($x = -1, 2$) دارد.

(حسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۳ - گزینه «۳»

(شاهین پروازی)

به ازای $k = 0$ نمودار تابع را رسم می کنیم:

حال باید خط $x \leq 2$ را $y = -x$ و k واحد به بالا انتقال دهیم تا نمودار تابع f حاصل شود. می بینیم که $x = 5$ طول یکی از نقاط مینیمم نسبی است، پس برای این که تابع دو مینیمم نسبی داشته باشد (که آن هم $x = 2$ است)، $f(2)$ باید کمتر از ۱ باشد: $k < 3 \Rightarrow k - 2 < 1$ که دو عدد طبیعی $k = 1$ و $k = 2$ قابل قبول است.

(حسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱۴ - گزینه «۴»

(کامیار عیون)

ضابطه (های) تابع را به صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x^2 + x & ; x < 0 \\ x^3 - x^2 - x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

و برای تابع مشتق داریم:

$$f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + 1 & ; x < 0 \\ 3x^2 - 2x - 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

دقت کنید که تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر است. حال نقاطی را می یابیم که f' در آن ها برابر صفر است:

$$3x^2 + 2x + 1 = 0 \text{ ریشه ندارد}$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 1$$

پس مجموع طول نقاط بحرانی برابر ۱ است.

(حسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

۱۵ - گزینه «۴»

(عادل حسینی)

مشتق تابع را تعیین علامت می کنیم:

$$y' = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x^2 + 1)^2} \xrightarrow{y' = 0} x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$$

جدول زیر را داریم:

x	-1	$\sqrt{2} - 1$	2
y'	$+$	0	$-$
y	\nearrow		\searrow

پس تابع ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

(حسابان ۲ - کاربردهای مشتق؛ صفحه های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۶ - گزینه «۳»

(عادل حسینی)

تابع در دامنه اش پیوسته و در بازه $(-1, +\infty)$ مشتق پذیر است. پس در نقطه اکسترمم، دارای مشتق صفر است.

$$y' = a - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \xrightarrow{x=5} y' = a - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

پس ضابطه تابع $y = \frac{x}{3} - \sqrt{x+1}$ است که مقدار آن به ازای $x = \frac{5}{4}$

برابر $-\frac{13}{12}$ است. همچنین طبق جدول تغییرات رفتار زیر، این نقطه از نوع

مینیمم نسبی است.



x	$-\frac{3+\sqrt{13}}{2}$	$\frac{\sqrt{13}-3}{2}$	۳
$x^3 - 10x + 3$	-	+	-
	o	o	o
	↘	↗	↘

که مجموعه مورد نظر شامل فقط دو عدد طبیعی $x=1$ و $x=2$ است.
(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۱۹- گزینه «۲» (عادل حسینی)

از تابع مشتق می‌گیریم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم:

$$y' = \cos x + 2 \sin 2x = \cos x(1 + 4 \sin x)$$

$$\xrightarrow{y'=0} \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 1 + 4 \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \theta \\ x = 2k\pi + \pi + \theta \end{cases} \end{cases}$$

دقت کنید که θ زاویه‌های حاده است که سینوس آن برابر $\frac{1}{4}$ است. حال

جدول تغییرات رفتار تابع را مطابق زیر خواهیم داشت:

x	$2k\pi - \theta$	$2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$2k\pi + \pi + \theta$	$2k\pi + \frac{3\pi}{2}$
y'	-	+	-	+
y	↘	↗	↘	↗
	نسبی min	نسبی max	نسبی min	نسبی max

در نقاط $x = 2k\pi - \theta$ و $x = 2k\pi + \pi + \theta$ تابع مینیمم نسبی دارد. در

این نقاط $\sin x = -\sin \theta = -\frac{1}{4}$ است و داریم:

$$y = \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = -\frac{1}{4} - 1 + \frac{1}{8} = -\frac{9}{8}$$

پس مقدار مینیمم نسبی برابر $-\frac{9}{8}$ است.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۲۰- گزینه «۳» (عادل حسینی)

دامنه تابع f بازه $[-\sqrt{k}, \sqrt{k}]$ است که در آن $f(-\sqrt{k}) = f(\sqrt{k}) = 0$ است. حال نقاط بحرانی درون بازه $(-\sqrt{k}, \sqrt{k})$ و مقادیر تابع در آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f'(x) = \frac{2k(k - 2x^2)}{\sqrt{k} - x^2} \xrightarrow{f'(x)=0} k - 2x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{k}{2}}$$

$$\Rightarrow f(-\sqrt{\frac{k}{2}}) = -k^2, \quad f(\sqrt{\frac{k}{2}}) = k^2$$

پس برد تابع بازه $[-k^2, k^2]$ است.

$$\Rightarrow k^2 - (-k^2) = 2k^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow k^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

در این صورت $f(x) = \frac{4}{3}x\sqrt{\frac{2}{3}} - x^2$ است و داریم:

$$f(k) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}\sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{8\sqrt{2}}{27}$$

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

x	-1	$\frac{5}{4}$
y'	-	+
y	↘	↗
	نسبی min	

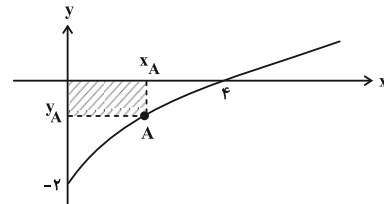
(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۷- گزینه «۱» (شاهر معنوی)

مطابق شکل، نقطه A روی نمودار در بازه $(0, 4)$ تغییر می‌کند و مستطیل هاشورخورده را ایجاد می‌کند. مساحت مستطیل برابر $|x_A| |y_A|$ است، پس داریم:

$$S_{\text{مستطیل}} = x_A |y_A| = \frac{|y_A|(\sqrt{x_A} - 2)}{2}$$

$$S(x_A) = x_A(2 - \sqrt{x_A}) \Rightarrow S(x_A) = 2x_A - \sqrt{x_A^3}$$



بیشترین مقدار مساحت زمانی رخ می‌دهد که $S' = 0$ باشد.

$$\Rightarrow S'(x_A) = 2 - \frac{3x_A^2}{2\sqrt{x_A^3}} \xrightarrow{S'=0} 3x_A^2 = 4\sqrt{x_A^3} \Rightarrow x_A = \frac{16}{9}$$

در این شرایط $y_A = -\frac{2}{3}$ و بیشترین مساحت مستطیل مورد نظر $\frac{32}{27}$ به دست می‌آید.

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۸- گزینه «۳» (عادل حسینی)

مفهوم سؤال این است که در چند نقطه با طول طبیعی، تابع f اکیداً صعودی یا f' مثبت است؟

پس ابتدا مشتق را حساب می‌کنیم:

$$f'(x) = 2\sqrt[3]{10x-3} - 2x \xrightarrow{f'(x)>0} \sqrt[3]{10x-3} > x$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 3} 10x - 3 > x^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 10x + 3 = (x-3)(x^2 + 3x - 1) < 0$$

مطابق جدول تعیین علامت زیر مجموعه قابل قبول

$$\left(-\infty, -\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{13}-3}{2}, 3\right) \text{ است.}$$



ریاضی پایه

گزینه «۲» ۲۱-

(مهررادر ملونری)

برد تابع $y = 3^{x-1}$ بازه $(0, +\infty)$ است و اگر این نمودار را ۲ واحد به پایین منتقل کنیم، نمودار تابع $y = 3^{x-1} - 2$ با برد $(-2, +\infty)$ تولید می‌شود.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

گزینه «۳» ۲۲-

(مسعود برمل)

دامنه تابع g مجموعه مقادیری از x است که به ازای آن عبارت $\frac{x+2}{f(x)}$ نامنفی باشد، پس داریم:

x	-2	2	
$x+2$	$-$	$+$	$+$
$f(x)$	$+$	$+$	$-$
$\frac{x+2}{f(x)}$	$-$	$+$	$-$
	تن	تن	

در نتیجه دامنه تابع g بازه $(-2, 2)$ به دست می‌آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

گزینه «۴» ۲۳-

(عمید علیزاده)

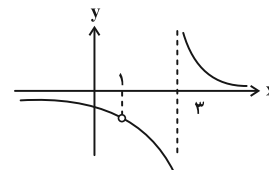
ابتدا ضابطه‌های دو تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = m(x-1)$$

$$g(x) = a(x-1)(x-3)$$

که m و a هر دو مثبت هستند و داریم:

$$h(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{m}{a(x-3)} ; x \neq 1$$

نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را ۳ واحد به راست انتقال دهیم و سپس عرض نقاط آنرا در $\frac{m}{a}$ ضرب می‌کنیم تا نمودار تابع h مطابق شکل زیر به دست آید.

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

گزینه «۴» ۲۴-

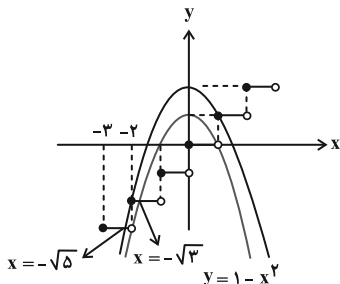
(عارل مسینی)

$$[x^2] = 1 - [x]$$

 $1 - [x]$ عددی صحیح است و داریم:

$$1 - [x] \leq x^2 < 2 - [x] \Rightarrow 1 - x^2 \leq [x] < 2 - x^2$$

پس نمودار توابع $y = 1 - x^2$ و $y = 2 - x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

پس مجموعه جواب‌ها $\{-2\} - (-\sqrt{5}, -\sqrt{3})$ است.

$$\Rightarrow a = -\sqrt{5}, b = -\sqrt{3}, c = -2 \Rightarrow abc = -2\sqrt{15}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۴۹ تا ۵۴)

گزینه «۱» ۲۵-

(جهانفش نیکنام)

نقطه $A(\alpha, \beta)$ محل برخورد نمودارهای دو تابع f^{-1} و

$$g(x) = \frac{x+2}{10}$$

دو تابع f و g^{-1} است. داریم:

$$g^{-1}(x) = 10x - 2 \xrightarrow{f(x)=g^{-1}(x)} x + 3\sqrt{x} = 10x - 2$$

$$\xrightarrow{\beta > 0} \beta = \frac{4}{9}$$

و $\alpha = \frac{22}{9}$ به دست می‌آید. معادله خطی که از مبدأ مختصات و نقطه

$$A\left(\frac{22}{9}, \frac{4}{9}\right) \text{ می‌گذرد، } y = \frac{2}{11}x \text{ یا } 2x - 11y = 0 \text{ است.}$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۷ تا ۶۱)

گزینه «۱» ۲۶-

(عارل مسینی)

دامنه هر دو تابع f و g بازه $[0, +\infty)$ است، پس دامنه تابع $f+g$ نیز $[0, +\infty)$ است.

$$(f+g)(x) = x^2 + 2x ; x \geq 0$$

برد این تابع و در نتیجه دامنه تابع $(f+g)^{-1}$ نیز $[0, +\infty)$ است.

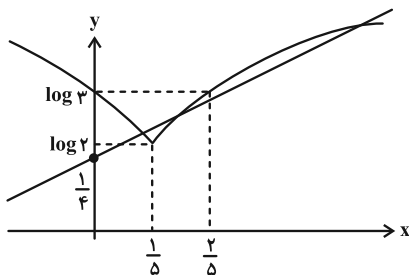
$$y = (x+1)^2 - 1 \Rightarrow x+1 = \sqrt{y+1} \Rightarrow x = \sqrt{y+1} - 1$$

$$\Rightarrow (f+g)^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 1 ; x \geq 0$$

(حسابان ۱- تابع؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۶۵)

$$f(x) = \begin{cases} \log(-5x+3) & ; x \leq \frac{1}{5} \\ \log(5x+1) & ; x \geq \frac{1}{5} \end{cases}$$

نمودار هر کدام از توابع $y = \log(-5x+3)$ و $y = \log(5x+1)$ را با تبدیلات لازم روی نمودار تابع $y = \log x$ می‌توانیم رسم کنیم. در نهایت با رسم نمودارهای تابع f و خط $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$ در یک دستگاه مختصات داریم:



مطابق شکل، تعداد نقاط برخورد برابر ۳ است. دقت کنید که $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.48$ است.

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۳۰. گزینه «۳» (عادل حسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_2 5 + \log_2 x + \frac{2}{3} \log_2 x = 4$$

پس داریم:

$$\frac{5}{3} \log_2 x = 4 - \log_2 5 = \log_2 \frac{16}{5} \Rightarrow \log_2 x = \frac{3}{5} \log_2 \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow x = \left(2^{\log_2 \frac{16}{5}}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{16}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$$

قطعاً $\left(\frac{16}{5}\right)^{\frac{3}{5}}$ کمتر از ۳ است. حال ببینیم بزرگ‌تر از ۲ نیز هست یا نه؟

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{5}} = \left(\frac{2^5}{10}\right)^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{\frac{2^{15}}{1000}} = \sqrt[5]{\frac{2^{10} \times 3^3}{1000}} > \sqrt[5]{3^3} = 2$$

پس جواب معادله در بازه $(2, 3)$ قرار می‌گیرد و جزء صحیح آن برابر ۲ است.

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۷. گزینه «۲» (سعید علم‌پور)

دامنه تابع f بازه $(-1, 2)$ است و دامنه و ضابطه تابع g به ترتیب $(-\infty, 1]$ و $g(x) = 2x - 2$ است. پس داریم:

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$= \{x \leq 1 \mid -1 < 2x - 2 < 2\} = \{x \leq 1 \mid \frac{1}{2} < x < 2\}$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = \left(\frac{1}{2}, 1\right] \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1 \Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۲۸. گزینه «۳» (علی سلامت)

دامنه و برد تابع f به ترتیب $D_f = [-2, +\infty)$ و $R_f = (-\infty, 3]$ و در نتیجه دامنه و برد تابع f^{-1} به ترتیب $D_{f^{-1}} = (-\infty, 3]$ و $R_{f^{-1}} = [-2, +\infty)$ است و داریم:

$$D_{g \circ f^{-1}} = \{x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1}(x) \in D_g\}$$

$$= \{x \leq 3 \mid f^{-1}(x) \neq 2\} = \{x \leq 3 \mid x \neq 1\}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f^{-1}} = (-\infty, 3] - \{1\}$$

در این شرایط خروجی تابع f^{-1} مجموعه $\{2\} - (-2, +\infty)$ است. حال این مجموعه را به عنوان دامنه تابع g در نظر می‌گیریم و بر همین اساس برد آن را حساب می‌کنیم:

$$x \in [-2, +\infty) - \{2\} \Rightarrow g(x) \in \mathbb{R} - (1, 3]$$

پس برد تابع $g \circ f^{-1}$ مجموعه $\mathbb{R} - (1, 3]$ است که ۲ عدد صحیح ۲ و ۳ را شامل نمی‌شود.

(مسایان ۱- تابع: صفحه‌های ۵۳ و ۶۶ تا ۶۹)

۲۹. گزینه «۲» (عادل حسینی)

معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\log(|5x-1|+2) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$$

که تعداد جواب‌های این معادله تعداد نقاط برخورد نمودار تابع

$$f(x) = \log(|5x-1|+2) \text{ و خط } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \text{ است. پس سعی}$$

می‌کنیم نمودار تابع f را رسم کنیم.

از طرفی M نقطه‌ای از سهمی است. پس طبق تعریف سهمی:

$$MF = MT = 9$$

در مثلث NHF چون $MT \parallel FH$ پس طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{NM}{NF} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{x}{x+9} = \frac{9}{14} \Rightarrow 14x = 9x + 81$$

$$\Rightarrow MN = x = \frac{81}{5} = 16 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه ۵۸)

(سیرممد رضا حسینی فر)

گزینه «۴» -۳۴

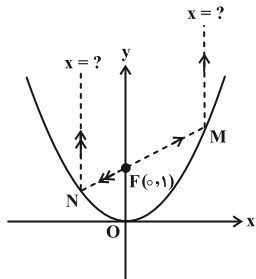
مختصات کانون سهمی $F(0, 1)$ است و روی خط $3y - 4x = 3$ صدق

می‌کند. پس پرتوی تابش از کانون می‌گذرد و بازتابش آن موازی با محور

تقارن سهمی (محور y ها) خواهد بود. اکنون نقاط تلاقی خط

$$3y - 4x = 3$$

را می‌یابیم.



برای این منظور از معادله خط، $y = \frac{4x+3}{3}$ را در معادله سهمی

جای گذاری می‌کنیم:

$$x^2 = 4\left(\frac{4x+3}{3}\right) \Rightarrow 3x^2 - 16x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(3x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

پس معادله پرتوی بازتابش به یکی از دو صورت $x=6$ یا $x=-\frac{2}{3}$

است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۶ و ۵۷)

(مهرداد راشدی)

گزینه «۴» -۳۵

معادله گسترده سهمی افقی به صورت $y^2 + my + nx + k = 0$ می‌باشد.

سه نقطه A ، B و C در این معادله صدق می‌دهیم:

$$\begin{cases} (1)^2 + m(1) + n(2) + k = 0 \Rightarrow 1 + m + 2n + k = 0 \\ (3)^2 + m(3) + n(3) + k = 0 \Rightarrow 9 + 3m + 3n + k = 0 \\ (-3)^2 + m(-3) + n(6) + k = 0 \Rightarrow 9 - 3m + 6n + k = 0 \end{cases}$$

هندسه ۳

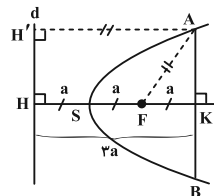
گزینه «۴» -۳۱

(هومن عقیلی)

از نقطه A ، عمود AH' را بر خط هادی رسم می‌کنیم. واضح است که

$AH' = KH = 2a$ و چون A نقطه‌ای روی سهمی است، پس طبق

تعریف سهمی، $AF = AH' = 2a$ است.



اکنون طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه AKF داریم:

$$AK^2 = AF^2 - FK^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2$$

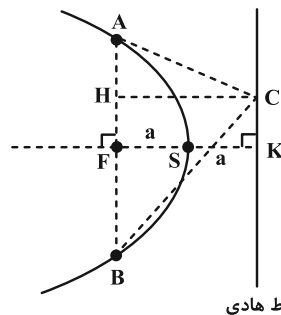
$$\xrightarrow{\text{جذر}} AK = \sqrt{3}a \xrightarrow{\times 2} AB = 2\sqrt{3}a$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه «۱» -۳۲ (هومن عقیلی)

با توجه به معادله سهمی، $a = \left| -\frac{3}{4 \times 2} \right| = \frac{3}{8}$ است. از طرفی ارتفاع

مرسوم از رأس C در مثلث ABC برابر است با: $CH = 2a = \frac{3}{4}$



خط هادی

$AB = 4a = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{2}$ همان وتر کانونی سهمی است:

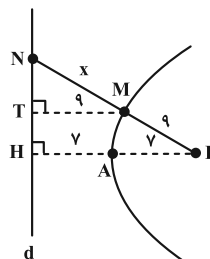
$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} CH \cdot AB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{16}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

گزینه «۲» -۳۳ (مهرداد ملوندی)

$$FA = AH = 7$$

طبق فرض و شکل، داریم:





می‌دانیم فاصله هر نقطه واقع بر سهمی از خط هادی و کانون یکسان است.

پس شعاع دایره یعنی MF برابر است با:

$$MF = |-1 - 3| = 4$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi(4)^2 = 16\pi$$

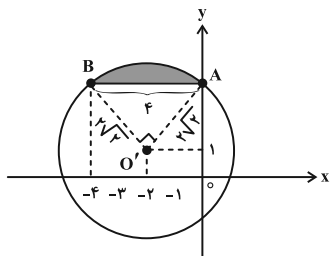
(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اسحاق اسفندیار)

۳۸- گزینه «۲»

معادله $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ دایره به مرکز $O'(-2, 1)$ و

شعاع $R = 2\sqrt{2}$ است. اکنون خط $y = 3$ را با دایره قطع می‌دهیم:



$$x^2 + (3)^2 + 4x - 2(3) - 3 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = 0, -4$$

بنابراین $|AB| = 4$ و چون $O'A = O'B = R = 2\sqrt{2}$ می‌باشند. پس

در مثلث $O'AB$ قضیه فیثاغورس برقرار است و $\angle AO'B = 90^\circ$. مطابق

شکل، مساحت ناحیه سایه‌زده، مساحت قطعه مربوط به قطاع 90° می‌باشد و

برابر است با:

$$\text{مساحت مثلث } AO'B - \text{مساحت قطاع } AO'B$$

$$= \frac{1}{4}\pi(2\sqrt{2})^2 - \frac{1}{4}(2\sqrt{2})^2 = 2\pi - 4$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(سیرممدرضا حسینی فر)

۳۹- گزینه «۱»

مطابق شکل معادله $|x| + |y| = 3$ یک مربع به طول قطر ۶ است که

مبدأ مختصات مرکز آن می‌باشد. ناحیه S، ناحیه درون مربع و محدود به دو

خط $x = 1$ و $x = 2$ می‌باشد که دوزنقه‌ای به قاعده‌های AB و CD و

ارتفاع ۱ است. پس:

از حل این دستگاه، $m = -2$ ، $n = -4$ و $k = 9$ به دست می‌آید. پس

معادله گسترده این سهمی به صورت $y^2 - 2y - 4x + 9 = 0$ است و در

$$a = \left| \frac{-4}{4} \right| = 1$$

نتیجه:

فاصله نقطه P از محور تقارن سهمی، نصف اندازه وتر کانونی سهمی، یعنی

$$2a = 2 \text{ است.}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(سوکندر روشنی)

۳۶- گزینه «۳»

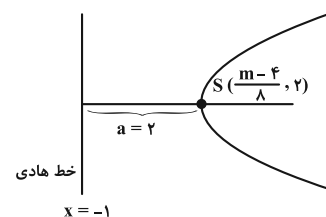
$$y^2 + m = 4y + \lambda x \Rightarrow y^2 - 4y = \lambda x - m$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 - 4 = \lambda x - m \Rightarrow (y - 2)^2 = \lambda x - m + 4$$

$$\Rightarrow (y - 2)^2 = \lambda \left(x + \frac{4 - m}{\lambda} \right)$$

واضح است که این سهمی افقی و دهانه‌اش رو به راست است و مختصات

رأس آن $S\left(\frac{m-4}{\lambda}, 2\right)$ است و $4a = \lambda$ و لذا $a = 2$ است.



$$\Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} - 2 = -1 \Rightarrow \frac{m-4}{\lambda} = 1 \Rightarrow m = \lambda$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

(اسحاق اسفندیار)

۳۷- گزینه «۳»

معادله سهمی عبارت است از:

$$(y - 3)^2 - 9 + \lambda x + 1 = 0 \Rightarrow (y - 3)^2 = -\lambda(x - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4a = -\lambda \Rightarrow a = 2 \\ S(1, 3) \end{cases}$$

دهانه سهمی رو به چپ است، پس داریم:

$$\text{خط هادی سهمی: } x = 1 + 2 = 3$$



هندسه ۳- پیشروی سریع

(اخشین فاصه‌فان)

۴۱- گزینه «۲»

مجموعه A، فضای محصور درون و روی یک مکعب مستطیل به ابعاد $3-0=3$ ، $4-(-1)=5$ و $1-(-2)=3$ است. طول برداری که دورترین دو نقطه درون و روی این مکعب مستطیل را به هم وصل می‌کند با اندازه قطر این مکعب مستطیل برابر است که این عدد مساوی است با:

$$\sqrt{3^2 + 5^2 + 3^2} = \sqrt{43}$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

(سوکندر روشنی)

۴۲- گزینه «۱»

دو خط متناظرند و کوتاه‌ترین فاصله آن‌ها، برابر با $|z_2 - z_1| = 2$ است. پس حجم مکعبی با طول یال ۲، مورد نظر است که برابر با $2^3 = 8$ می‌باشد.

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

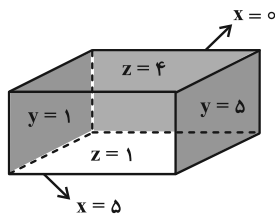
(سوکندر روشنی)

۴۳- گزینه «۱»

با توجه به شکل، معادله‌های وجه‌های دیگر به صورت زیر است:

$$\begin{cases} x=0 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x=5 \\ 1 \leq y \leq 5 \\ 1 \leq z \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=1 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{cases} \quad \begin{cases} z=4 \\ 0 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 5 \end{cases}$$



(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه ۶۸)

(هومن عقیلی)

۴۴- گزینه «۳»

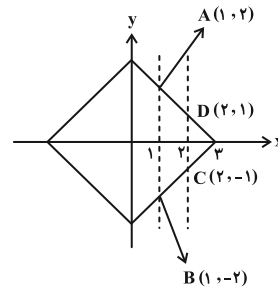
با توجه به مختصات نقاط داریم: $AB = \sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{2}$ و $BC = \sqrt{2}$. پس مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و اندازه ارتفاع و میانه و

نیمساز در این مثلث برابر است با: $AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$. در نتیجه اندازه نیمساز

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

داخلی زاویه A برابر است با:

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)



$$|AB| = 4, \quad |CD| = 2$$

$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{4+2}{2} \times 1 = 3$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

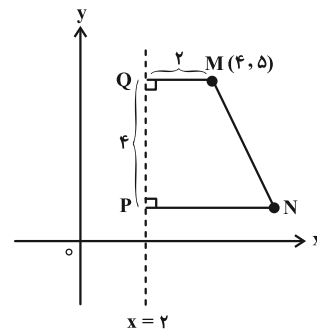
(بیواژ ترکمن)

۴۰- گزینه «۴»

واضح است که اندازه قاعده کوچک این دوزنقه، فاصله نقطه $M(4, 5)$ از

خط $x=2$ ، یعنی برابر ۲ است. اندازه ساق قائم (ارتفاع دوزنقه)، برابر ۴

داده شده است. پس:



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{2+PN}{2} \times 4 = 14 \Rightarrow PN = 5$$

یعنی مختصات نقطه N به صورت $(7, 1)$ است. بنابراین کافی است

معادله خط گذرا از دو نقطه $M(4, 5)$ و $N(7, 1)$ را بیابیم:

$$m_{\text{شیب}} = \frac{5-1}{4-7} = -\frac{4}{3} \quad \text{خط از } M(4, 5) \text{ می‌گذرد}$$

$$y-5 = -\frac{4}{3}(x-4) \Rightarrow 3y-15 = -4x+16$$

$$\Rightarrow 4x+3y=31$$

(هنر سه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(اسحاق اسفندیار)

۴۹- گزینه «۱»

$$\begin{cases} A(-1, 2, t) \\ B(t', 1, 1) \end{cases} \xrightarrow{t, t' \in \mathbb{R}} \overline{AB} = (t'+1, -1, 1-t)$$

اکنون شرط توازی بردار \overline{AB} با بردار $\vec{v} = (1, -2, 3)$ را می‌نویسیم:

$$\frac{t'+1}{1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1-t}{3} \Rightarrow t = t' = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(-1, 2, -\frac{1}{2}) \\ B(-\frac{1}{2}, 1, 1) \end{cases}$$

بنابراین مختصات نقطه M ، وسط پاره‌خط AB ، عبارت است از:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right) \rightarrow \text{فاصله از مبدأ}$$

$$|OM| = \sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{46}}{4}$$

که مجذور این فاصله برابر $\frac{23}{8} = \frac{46}{16}$ است.

(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

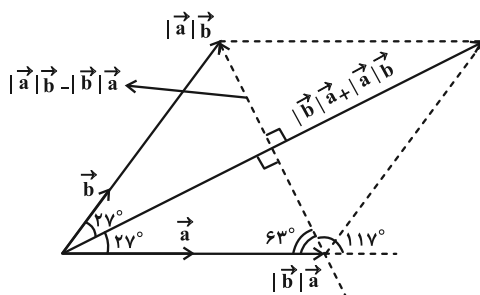
(یواد ترکمن)

۵۰- گزینه «۴»

می‌دانیم بردار $|\vec{b}| \vec{a} + |\vec{a}| \vec{b}$ و هر ضرب آن، بردار نیمساز زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} است. پس با توجه به این‌که زاویه بین بردار \vec{a} و بردار نیمساز زاویه بین \vec{a} و \vec{b} برابر 27° است. پس دو بردار \vec{a} و \vec{b} با یکدیگر زاویه 54° می‌سازند. داریم:

$$\vec{c} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} - \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{|\vec{a}| \vec{b} - |\vec{b}| \vec{a}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1}{|\vec{a}| |\vec{b}|} (|\vec{a}| \vec{b} - |\vec{b}| \vec{a})$$

بردار \vec{c} عمود بر راستای بردار $|\vec{b}| \vec{a} + |\vec{a}| \vec{b}$ است (چرا؟) و مطابق شکل زاویه بردار \vec{c} با بردار \vec{a} مکمل زاویه 63° درجه، یعنی 117° است.



(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۴۵- گزینه «۲»

(هومن عقیلی)

فرض می‌کنیم $M(x, y, z)$ است، پس:

$$\begin{cases} \overline{AM} = (x-2, y-2, z-3) \\ \overline{MB} = (4-x, 2-y, 1-z) \end{cases}$$

$$\overline{AM} = \frac{3}{4} \overline{MB} \Rightarrow (x-2, y-2, z-3) = \frac{3}{4} (4-x, 2-y, 1-z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 = \frac{3}{4}(4-x) \Rightarrow x = \frac{20}{7} \\ z-3 = \frac{3}{4}(1-z) \Rightarrow z = \frac{15}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۶- گزینه «۳»

(موردار ملونری)

نقطه O را مبدأ مختصات گرفته و رابطه مذکور را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\overline{AP} + \overline{BP} + \overline{CP} = (\overline{OP} - \overline{OA}) + (\overline{OP} - \overline{OB}) + (\overline{OP} - \overline{OC})$$

$$= 3\overline{OP} - (\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}) = 7\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$$

$$\Rightarrow 3\overline{OP} = (7, -4, -1) + (1, -1, 2) + (0, 2, 1) + (-2, 0, 1)$$

$$\Rightarrow \overline{OP} = \frac{1}{3}(6, -3, 3) = (2, -1, 1)$$

(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۴۷- گزینه «۱»

(مهیار راشدی)

$$m(\overline{ON} - \overline{OP}) = k(\overline{OM} - \overline{OQ}) \Rightarrow m(\overline{PN}) = k(\overline{QM})$$

$$\Rightarrow \overline{PN} = \frac{k}{m}(\overline{QM}) \Rightarrow \overline{PN} \parallel \overline{QM}$$

دو ضلع مقابل چهارضلعی $MNPQ$ موازی و نابرابر هستند ($\frac{k}{m} \neq 1$).

بنابراین چهارضلعی $MNPQ$ همواره دوزنقه است.

(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۴۸- گزینه «۴»

(اسحاق اسفندیار)

چون سه نقطه داده شده روی یک دایره قرار نمی‌گیرند، پس روی یک امتدادند و در نتیجه دو بردار \overline{AB} و \overline{CB} موازی‌اند:

$$\begin{cases} \overline{AB} = (2-\alpha, 2-\alpha, -1) \\ \overline{CB} = (-1, -1, -2) \end{cases} \xrightarrow{\text{شرط توازی}} \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{2-\alpha}{-1} = \frac{-1}{-2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2} \Rightarrow \overline{AB} = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\right)$$

$$\Rightarrow 2\overline{AB} = (-1, -1, -2) \Rightarrow |2\overline{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

(هنر سه - بردارها: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)



از حل دستگاه $\begin{cases} x+y=20 \\ y-x=8 \end{cases}$ ، $x=6$ و $y=14$ می‌شود. بنابراین

فراوانی نسبی دسته سوم برابر است با: $\frac{x}{72} = \frac{6}{72} = \frac{1}{12}$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۵۴- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

یک بار میانگین کران پایین و یک بار میانگین کران بالا را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} < \frac{1 \times 140 + 8 \times 150 + 6 \times 160 + 2 \times 170 + 2 \times 180 + 1 \times 190}{20}$$

$$< \frac{1 \times 150 + 8 \times 160 + 6 \times 170 + 2 \times 180 + 2 \times 190 + 1 \times 200}{20}$$

$$159/5 < \bar{x} < 169/5$$

در بین گزینه‌ها، تنها عدد ۱۶۸ برای میانگین قابل قبول است.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

۵۵- گزینه «۲» (مصطفی دیداری)

$$504 = 21 \times 24 = \text{جمع اولیه} \Rightarrow \frac{\text{جمع اولیه}}{21} = \text{میانگین اولیه}$$

$21 - 12 = 9$ پس $18 = 2 \times 9$ واحد در مجموع کم حساب شده است. از

طرفی ۱۶ واحد نیز در مجموع زیاد حساب شده است پس در مجموع ۲ واحد

کم حساب شده و مجموع درست داده‌ها برابر ۵۰۶ است. همچنین تعداد

درست اعداد نیز برابر ۲۰ تا بوده است. پس داریم:

$$25/3 = \frac{506}{20} = \text{میانگین درست}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

آمار و احتمال

۵۱- گزینه «۲»

(سیرمهدر رضا عسینی فرد)

اضافه کردن ۱۵٪ هر داده به خودش، همانند ضرب هر داده در عدد ۱/۱۵

است که واریانس را افزایش می‌دهد ولی چون میانگین و انحراف معیار هر دو

به یک نسبت افزایش می‌یابند، پس ضریب تغییرات ثابت می‌ماند.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۹۷)

۵۲- گزینه «۳»

(مهردار ملونری)

چون مَد داده‌ها برابر ۴ است، پس $a = b = 4$ ؛ تعداد داده‌ها ۱۰ تا است.

در این صورت میانه و چارک‌ها به صورت زیر هستند:

$$1, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6$$

$$Q_1=3 \quad \frac{4+4}{2}=4 \quad Q_3=5$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 5 - 3 = 2$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۵۳- گزینه «۱»

(مهریار راشدی)

تعداد کل دانش‌آموزان کلاس ۷۲ نفر است، پس $x+y$ برابر با ۲۰ است.

با توجه به این که زاویه مربوط به دسته سوم از زاویه مربوط به دسته پنجم،

40° کمتر است، داریم:

$$\frac{x}{72} \times 36^\circ + 40^\circ = \frac{y}{72} \times 36^\circ \Rightarrow 5x + 40 = 5y$$

$$\Rightarrow x + 8 = y \Rightarrow y - x = 8$$



$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_p = 20 \times 5 = 100$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(بوار هاتمی)

۵۹- گزینه «۴»

اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های اولیه را با \bar{x} و σ_x و میانگین و

انحراف معیار داده‌های جدید را با \bar{y} و σ_y نمایش دهیم، آنگاه با توجه به

اینکه \bar{x} عددی ثابت است، داریم:

$$\begin{cases} \bar{y} = 5\bar{x} + \bar{x} = 6\bar{x} \\ \sigma_y = 5\sigma_x \end{cases}$$

$$\frac{CV_y}{CV_x} = \frac{\frac{\sigma_y}{\bar{y}}}{\frac{\sigma_x}{\bar{x}}} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{\bar{y}} = \frac{5\sigma_x}{\sigma_x} \times \frac{\bar{x}}{6\bar{x}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{CV_y}{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \Rightarrow CV_y = 2/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(فرزاد یواری)

۶۰- گزینه «۲»

با توجه به نمودار میله‌ای، داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ می‌نویسیم و

چارک‌های اول (Q_1)، دوم ($Q_2 =$ میانه) و چارک سوم را حساب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, \underset{\downarrow}{2}, 2, 2, 2, 2, \underset{\downarrow}{3}, 3, 3, 3, 3, \underset{\downarrow}{4}, 4, 4, 4, 4, \underset{\downarrow}{5}, 5, 5, 5$$

Q_1 میانه Q_3

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 4 - 2 = 2$$

اختلاف IQR و میانه $|4 - 2| = 2$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۵۶- گزینه «۱»

(سیرممد رضا حسینی فرور)

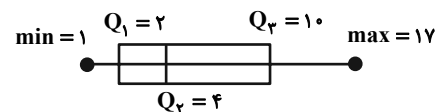
در نمودار جعبه‌ای کمترین و بیشترین داده، همچنین مقادیر میانه (Q_2) و

چارک اول و سوم نمایش داده می‌شود. در داده‌های

۱، ۱، ۱، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۱۰، ۱۵، ۱۷ داریم:

$$\min = 1, Q_1 = 2, Q_2 = 4, Q_3 = 10, \max = 17$$

پس در نمودار جعبه‌ای داریم:



(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۹۷ و ۹۸)

(افشین فاضل‌نار)

۵۷- گزینه «۴»

فرض کنید میانگین اولیه برابر \bar{x} باشد، در این صورت داریم:

$$3\bar{x} - 2 = 11/5 \Rightarrow \bar{x} = 4/5$$

$$4/5 = \frac{2 \times 2 + a \times 4 + 3 \times 5 + 2 \times 6}{2 + a + 3 + 2} \Rightarrow 4/5 = \frac{23 + 4a}{7 + a}$$

$$\Rightarrow a = 3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی؛ صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

(افشین فاضل‌نار)

۵۸- گزینه «۱»

$$\sigma^2 = \frac{1}{2}\sigma \Rightarrow \begin{cases} \sigma = 0 & \text{غ ق} \\ \sigma = \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0/1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1/2}{1/1} = 0.5$$



$$\begin{cases} M = \{3, 5, 7, 9\} \\ N = \{1, 2, \dots, 9\} \end{cases} \Rightarrow M \subseteq N$$

تعریف زیرمجموعه $\rightarrow \forall x; (x \in M \Rightarrow x \in N)$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۲)

گزینه «۲» ۶۵ - (مهریار راشدی)

$$n((B \times A) - (B \times C)) = n(B \times (A - C)) = n(B) \times n(A - C)$$

$$\Rightarrow n((B \times A) - (B \times C)) = n(B) \times (n(A) - n(A \cap C))$$

از آنجا که تعداد اعضای B مشخص است، باید تعداد اعضای $A - C$

حداکثر شود. اگر A و C اشتراک نداشته باشند یعنی $n(A \cap C) = 0$

باشد، تعداد اعضای $A - C$ برابر با تعداد اعضای مجموعه A خواهد

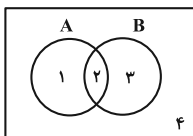
شد. بنابراین حداکثر تعداد اعضای $(B \times A) - (B \times C)$ برابر است با:

$$n(B) \times n(A) = 3 \times 5 = 15$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

گزینه «۲» ۶۶ - (فرزاد یواری)

نمودار ون را می‌کشیم و از روش شماره‌گذاری ناحیه‌ها استفاده می‌کنیم:



$$[(A \cup B) - A] \cap [(A \cap B) \cup A']$$

$$= [(1, 2, 3) - (1, 2)] \cap [(2) \cup (3, 4)]$$

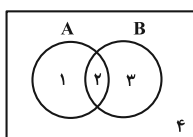
$$= [3] \cap [2, 3, 4] = (3) \text{ ناحیه } = B - A$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

گزینه «۳» ۶۷ - (فرزاد یواری)

به کمک نمودار ون و روش شماره‌گذاری از شرط $A \cap B' = B \cap A'$

می‌توان نتیجه گرفت: $A = B$



آمار و احتمال

گزینه «۴» ۶۱ - (سیرمهرضا حسینی فرد)

هر یک از ارقام زوج باید در یک بخش مجزا باشند، پس هر کدام از اعداد

فرد $\{1, 3, 5\}$ دارای سه انتخاب هستند که در کنار رقم ۲ یا ۴ یا ۶

باشند و جواب $3^3 = 27$ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

گزینه «۳» ۶۲ - (امیرحسین ابومصوب)

زیرمجموعه‌های مورد نظر را به دو دسته تقسیم می‌کنیم:

دسته اول: زیرمجموعه‌های شامل عدد ۹. واضح است که حاصل ضرب اعضای

تمام زیرمجموعه‌هایی که شامل عدد ۹ باشند، بر این عدد بخش‌پذیر است.

تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر $2^8 = 256$ است.

دسته دوم: زیرمجموعه‌های فاقد عدد ۹. برای این که حاصل ضرب اعضای

چنین زیرمجموعه‌هایی بر ۹ بخش‌پذیر باشد، لازم است حتماً شامل ۳ و ۶

باشند، بنابراین تعداد این زیرمجموعه‌ها برابر $2^6 = 64$ است.

تعداد کل زیرمجموعه‌ها $256 + 64 = 320$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

گزینه «۱» ۶۳ - (مصطفی زیداری)

$$p \Rightarrow \sim q \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim p \Rightarrow q \equiv p \vee q$$

$$(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (p \wedge q) \vee (p \vee q) \equiv [p \vee (p \vee q)] \wedge [q \vee (p \vee q)]$$

$$\equiv (p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

گزینه «۱» ۶۴ - (مهرزاد ملونری)

طبق ضابطه‌های تعریف شده، اعضای دو مجموعه M و N به صورت زیر

هستند:



$$|A| = \underbrace{|A \cup B|}_{10} - \underbrace{|B - A|}_{5} = 5$$

پس A دارای ۵ عضو بوده و $\binom{5}{2} = 10$ زیرمجموعه دو عضوی دارد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۶۹- گزینه «۱» (علیرضا شریف‌فطیعی)

ابتدا قسمت مقدم گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$(p \wedge \sim r) \vee (p \wedge r) \equiv p \wedge (\underbrace{\sim r \vee r}_T) = p$$

حال قسمت تالی گزاره شرطی را ساده می‌کنیم:

$$\sim q \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv \sim (\sim q) \vee (p \wedge \sim q)$$

$$\equiv q \vee (p \wedge \sim q) \equiv (q \vee p) \wedge (\underbrace{q \vee \sim q}_T) \equiv q \vee p$$

گزاره شرطی به صورت زیر می‌شود:

$$p \Rightarrow (q \vee p) \equiv \sim p \vee (q \vee p) \equiv (\underbrace{\sim p \vee p}_T) \vee q \equiv T$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۷۰- گزینه «۲» (سوکندر روشنی)

چون دو مجموعه A و B ناتهی هستند. برای دو مجموعه می‌توان نوشت:

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 4 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 3 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm 2 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 6 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 1 = 1 \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \pm \sqrt{2} \\ c = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = \pm \sqrt{2} + 4 \notin \mathbb{Z}$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

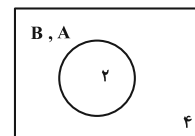
$$\begin{aligned} A \cap B' &= B \cap A' \\ \downarrow & \quad \downarrow \\ (1, 2) \cap (1, 4) &= (2, 3) \cap (3, 4) \\ (1) & \quad (2) \end{aligned}$$

با توجه به این که ناحیه‌های (۱) و (۳) جدا از هم هستند برای آن که با هم

مساوی باشند، عملاً باید هر دو تهی باشند یعنی A و B فقط به ناحیه (۲)

محدود می‌شوند. به عبارت دیگر A و B یک مجموعه می‌باشند. یعنی

$A = B$ پس شکل بالا به صورت زیر درمی‌آید:



حال با فرض برابری A و B به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) درست؛ از $A = B$ می‌توان نتیجه گرفت: $A \cup B = A \cap B$

(۲) درست؛ چون $A = B$ می‌باشد پس $A \cup B = B$

(۳) نادرست؛ زیرا:

$$(A' \cap B') - A \stackrel{A=B}{=} (A' \cap A') - A = A' - A$$

$$\underline{A' \text{ و } A \text{ جدا از هم اند}} \quad A' \neq \emptyset$$

(۴) درست؛

$$(A \cap B) \cup A' \stackrel{A=B}{=} (A \cap A) \cup A' = A \cup A' = U$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۶۸- گزینه «۴» (مصطفی ریداری)

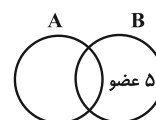
$$(A \cap B) \cup (A' \cap B')' = (A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$$

$$A' - B' = A' \cap (B')' = A' \cap B = B - A$$

$A \cup B$ دارای ۱۰۲۴ زیرمجموعه است پس ۱۰ عضو دارد. $B - A$ نیز

دارای ۳۱ زیرمجموعه ناتهی است پس ۳۲ زیرمجموعه داشته و ۵ عضو دارد.

تعداد عضوهای A برابر است با:





(مهربار، راشدی)

۷۴- گزینه «۱»

ابتدا دو گوی از هشت گوی را انتخاب کرده در جعبه اول قرار می‌دهیم و سپس دو گوی از شش گوی باقی‌مانده را انتخاب نموده و در جعبه دوم قرار می‌دهیم و همین روند را ادامه می‌دهیم.

$$\binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} = 28 \times 15 \times 6 \times 1 = 2520$$

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

(سوکندر، روشنی)

۷۵- گزینه «۲»

ابتدا دو ناحیه از ۴ ناحیه را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر ناحیه ۲ نفر انتخاب می‌کنیم:

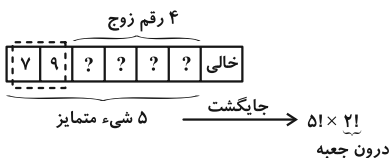
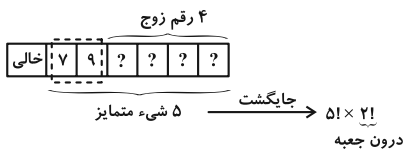
$$\binom{4}{2} \binom{5}{2} \binom{5}{2} = 600$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

(مهربار، راشدی)

۷۶- گزینه «۴»

برای آن که شش رقم داده شده در خانه‌های متوالی قرار گیرند، مطابق شکل زیر، باید در ۲ حالت، یکی از خانه‌های ابتدایی یا انتهایی خالی باشد. از طرفی دو رقم ۷ و ۹ نیز باید کنار هم قرار گیرند، که آن‌ها را در یک جعبه تصور می‌کنیم؛ داریم:

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر است با: $2 \times (5! \times 2!) = 480$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(سیرمهر، رضا حسینی فر)

۷۷- گزینه «۳»

ابتدا ارقام فرد را در مکان‌های مربع شکل قرار می‌دهیم، سپس در فضاهای خالی موجود در بین آن‌ها، ارقام زوج را جای می‌دهیم؛ که مطابق شکل می‌توان از بین ۵ فضای خالی ۳ تا را برای ارقام زوج انتخاب کرد:

ریاضیات گسسته

۷۱- گزینه «۲»

(پیروز آل‌بویه)

ابتدا یک رقم زوج از بین ارقام ۸، ۶، ۴، ۲ و دو رقم فرد از بین ارقام

۹، ۷، ۵، ۳، ۱ انتخاب می‌کنیم که این عمل به $\binom{5}{2} \binom{4}{1} = 40$ روش

امکان‌پذیر است. با توجه به شرط داده شده، رقم دهگان کوچک‌ترین رقم انتخابی است. اما دو رقم یکان و صدگان می‌توانند به ۲! حالت، جابه‌جا شوند. پس جواب عبارت است از:

$$\frac{\text{صدگان}}{\text{دهگان}} \frac{\text{یکان}}{\text{صدگان}} \Rightarrow \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} \times 2! = 80$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

(مهربار، ملونری)

۷۲- گزینه «۳»

تعداد کل جایگشت‌های این ۵ مهره متمایز برابر با $5! = 120$ است. حالت‌های نامطلوب، آن است که ۳ مهره قرمز کنار هم باشند. با قرار دادن این ۳ مهره در یک جعبه، داریم:

$$\boxed{\text{۳ مهره قرمز}} \quad \boxed{\text{آبی ۱}} \quad \boxed{\text{آبی ۲}} \quad \xrightarrow{\text{جایگشت}} \boxed{\text{آبی ۱}} \times \boxed{\text{آبی ۲}} \times \boxed{\text{۳ مهره قرمز}} = 36$$

تعداد متمایز جایگشت درون جعبه

پس طبق اصل متمم، تعداد حالت‌های مورد نظر برابر است با:

$$120 - 36 = 84$$

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

(بیوز ترکمن)

۷۳- گزینه «۱»

از روش متمم کمک می‌گیریم. تعداد کل زیرمجموعه‌های ۵ عضوی مجموعه

 $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ برابر با $\binom{10}{5} = 252$ است. از طرفی در مجموعه
 $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ جفت عددهایی که مجموع آن‌ها برابر با عدد ۱۱ می‌باشد، عبارت‌اند از:

$$\{1, 10\}, \{2, 9\}, \{3, 8\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}$$

برای آن که یک زیرمجموعه ۵ عضوی داشته باشیم که مجموع هیچ دو عضو آن برابر با ۱۱ نباشد، باید از هر یک از گروه‌های فوق، یک عضو انتخاب

کنیم که این عمل به $\binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 32$ روش

امکان‌پذیر است، پس جواب $252 - 32 = 220$ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)



پس جواب $۲۰ + ۱۶ + ۲۰ = ۵۶$ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۸۰- گزینه «۱» (سوگند روشنی)

الف) دو حرف صدادار و یکسان a و a و یک حرف f از حرف بی‌صدا باشد:

$$a, a, a \Rightarrow \binom{4}{1} \times \frac{3!}{2!} = 12$$

ب) دو حرف صدادار از بین حروف a, i, e و یک حرف f از حرف بی‌صدا باشد:

$$\binom{3}{2} \binom{4}{1} \times 2! = 72$$

پس جواب $۱۲ + ۷۲ = ۸۴$ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

ریاضیات گسسته- پیشروی سریع

۸۱- گزینه «۴» (علیرضا شریف‌فطیعی)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 18 \xrightarrow{x_1 = 3x_2} 3x_2 + x_2 + x_3 = 18$$

با توجه به معادله x_2 مقادیر ۰ تا ۴ را می‌پذیرد $\Rightarrow 4x_2 + x_3 = 18 \Rightarrow$ پس این معادله ۵ جواب وجود دارد.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۲- گزینه «۱» (مهرداد ملونزی)

در ماتریس B ، به جای \bigcirc ها به دو حالت اعداد ۲ و ۳ قرار می‌گیرند، که به ازای هر کدام از حالت‌ها، ماتریس B به‌طور یکتا پر می‌شود.

$$B = \begin{bmatrix} & 3 & & \\ 2 & & & \\ & & 1 & \bigcirc \\ & & \bigcirc & 4 \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}}$$

انتخاب ۳ جای خالی

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \times \frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 180$$

جایگشت ارقام فرد در مربع‌ها جایگشت ارقام زوج که شامل $\{2, 2, 4\}$ است.

(ریاضیات گسسته- ترکیبیات: صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۷۸- گزینه «۲» (پوار ترکمن)

دانشجوها را در مکان‌های دایره‌ای شکل و استادها را در مکان‌های مربع شکل قرار می‌دهیم؛ حالت‌های مطلوب عبارتند از:

$$\boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \square \square \square \square \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

$$\square \square \boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \square \square \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

$$\square \square \square \square \boxed{a} \boxed{m} \boxed{b} \rightarrow 2! \times 2! \times 2! = 8$$

جایگشت a و b

پس جواب $3 \times 8 = 24$ است.

(ریاضی ۱- شمارش بدون شمردن: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۷۹- گزینه «۱» (سیرمهرضا حسینی‌فرد)

دو حالت وجود دارد:

الف) رقم یکان صفر باشد: در این صورت دو رقم دیگر فردند و داریم:

$$\boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{0} \Rightarrow 20$$

۱ حالت \times ۴ حالت \times ۵ حالت

ب) رقم یکان ۵ باشد.

$$\begin{array}{l} \text{غیر صفر} \quad \text{غیر ۵} \\ \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{5} \Rightarrow 16 \\ \text{رقم صدگان زوج است} \Rightarrow \text{رقم صدگان زوج است} \\ \text{حالت ۱} \times \text{حالت ۴} \times \text{حالت ۴} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{غیر ۵} \\ \boxed{\text{فرد}} \quad \boxed{\text{زوج}} \quad \boxed{5} \Rightarrow 20 \\ \text{رقم دهگان زوج است} \Rightarrow \text{رقم دهگان زوج است} \\ \text{حالت ۱} \times \text{حالت ۵} \times \text{حالت ۴} \end{array}$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \rightarrow \binom{14}{2} \times \binom{13}{2} = 91 \times 78 = 7098$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۵- گزینه «۳» (علی ساویبی)

اعداد مورد نظر به صورت $abcd$ می‌باشند که ارقام a, b, c و d از صفر تا ۹ می‌باشند. اما چون اعداد مورد نظر باید مضرب ۵ باشند، پس دو حالت زیر مطرح است:

$$\text{الف) } d = 0 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} a + b + c + 0 = 8 \Rightarrow a + b + c = 8$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \xrightarrow{n=8, k=3} \binom{8+3-1}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

$$\text{ب) } d = 5 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} a + b + c + 5 = 8 \Rightarrow a + b + c = 3$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \xrightarrow{n=3, k=3} \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$$

پس جواب $45 + 10 = 55$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۶- گزینه «۱» (مصطفی درباری)

واضح است که Z باید فرد باشد (چرا؟)، پس:

$$x = 2k + 1, \quad y = 2k', \quad z = 2k'' + 1$$

$$\text{در معادله} \rightarrow (2k + 1) + 2k' + (2k'' + 1) = 10$$

$$\Rightarrow k + k' + k'' = 4$$

$$\text{تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی} \rightarrow \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۸۷- گزینه «۴» (پرویز آل بویه)

ابتدا ریشه سوم می‌گیریم:

$$3 / \dots \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \Rightarrow 4 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

مثال:

۴	۳	۲	۱
۲	۱	۴	۳
۳	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴

همچنین m نمی‌تواند ۱ باشد، چون با توجه به تعامد A و B ، باید درایه‌های متناظر آن‌ها در مربع B برابر ۱ و ۴ باشند که در آن صورت، مربع B لاتین نخواهد بود. در نتیجه برای m ، سه مقدار ۲، ۳ و ۴ وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

۸۳- گزینه «۲» (فرزاد جواری)

مربع‌های لاتین A, B, C و D را با شرایط گفته شده می‌سازیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

می‌دانیم مربع‌هایی که هر دو قطری هستند (یعنی درایه‌های روی قطر اصلی‌شان اعداد یکسان هستند) با هم متعامد نمی‌باشند؛ لذا مربع‌های A, B و D با یکدیگر متعامد نمی‌باشند (یعنی هر دو مربعی که از بین A, B و D انتخاب کرده و روی هم ادغام کنیم، روی قطر اصلی، اعداد دو رقمی تکراری ظاهر می‌شود). یک مربع لاتین قطری 3×3 ، با ۶ مربع لاتین غیرقطری متعامد می‌شود پس هر یک از سه مربع A, B و D با C متعامد می‌باشد. یعنی گزینه «۲» جواب صحیح می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۸۴- گزینه «۴» (سوکندر روشنی)

سه عدد X, Y و Z را می‌توان به صورت

$$x = 3^{a_1} \times 5^{b_1}$$

$$y = 3^{a_2} \times 5^{b_2}$$

$$z = 3^{a_3} \times 5^{b_3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ b_1 + b_2 + b_3 = 11 \end{cases}$$



پس $ab = cd = 6$ (A و B متعامدند $\Rightarrow AB =$)

۲۲	۳۱	۱۳
۳۳	۱۲	۲۱
۱۱	۲۳	۳۲

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷)

(مصطفی درباری)

۸۹- گزینه «۲»

می‌دانیم در مربع لاتین 4×4 ، اعداد طبیعی ۱ تا ۴ قرار دارند. پس $a^2 \leq 4$

و چون $\frac{a}{2}$ باید عددی طبیعی باشد، a باید عددی زوج در نظر گرفته شود و

لذا $a = 2$ قابل قبول است. پس مربع لاتین زیر حاصل می‌شود:

		b	۲
	۴		۳
		c	۴
۳	۲	۴	۱

بنابراین $b = 1$ یا $b = 3$ است. پس:

الف) $b = 1 \Rightarrow$

۴	۳	۱	۲
۱	۴	۲	۳
۲	۱	۳	۴
۳	۲	۴	۱

 $\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \Rightarrow a + b + c = 6 \\ c = 3 \end{cases}$

ب)

$b = 3 \Rightarrow$

۴	۱	۳	۲
	۴		۳
	۳	c	۴
۳	۲	۴	۱

 $\Rightarrow \begin{cases} c=1 \Rightarrow \begin{matrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{matrix} \Rightarrow a+b+c=6 \\ c=2 \Rightarrow \begin{matrix} 4 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{matrix} \Rightarrow a+b+c=7 \end{cases}$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

(جواد ترکمن)

۹۰- گزینه «۱»

برای این منظور باید مربع‌های لاتین متعامد با مربع لاتین داده شده را بیابیم. به طوری که درایه سطر دوم و ستون دوم آن عدد ۳ باشد. برای این منظور به دو روش ($R_1 \leftrightarrow R_2$ و $C_1 \leftrightarrow C_2$)، مواد اولیه نوع ۳، در کنار ماشین شماره ۱، در روز یکشنبه قرار می‌گیرد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۹)

حال تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$ را می‌یابیم. در هر جعبه یک شیء قرار می‌دهیم (۳ شیء مصرف می‌شود)، سپس تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$ را مشخص می‌کنیم:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 7 \xrightarrow{t \geq 0} \text{تبدیل به معادله}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + t = 7 \quad n=7, k=4$$

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{7+4-1}{4-1} = \binom{10}{3} = 120$$

اکنون تعداد جواب‌های طبیعی نامعادله $x_1 + x_2 + x_3 \leq 3$ را مشخص می‌کنیم. واضح است که این نامعادله فقط یک جواب طبیعی $x_1 = x_2 = x_3 = 1$ دارد. پس جواب سؤال $120 - 1 = 119$ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

(فرزاد جوادی)

۸۸- گزینه «۲»

ابتدا مربع لاتین A را تکمیل می‌کنیم و در نتیجه $a = 2$ و $b = 3$ به دست می‌آید.

$$A = \begin{matrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{matrix}$$

اکنون به مربع لاتین B می‌پردازیم که قرار است با مربع لاتین A متعامد باشد.

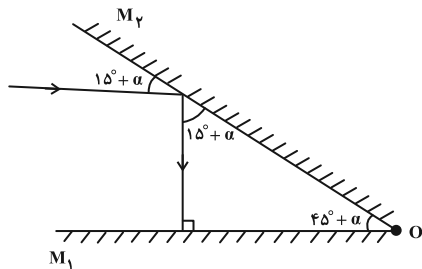
$$B = \begin{matrix} 2 & & \\ 3 & & \\ 1 & & \end{matrix}$$

که پس از پر شدن ستون اول، اگر دو مربع لاتین A و B کنار هم قرار گیرند، در ستون اول مربع AB، اعداد دو رقمی ۲۲، ۳۳ و ۱۱ حاصل می‌شوند و چون A و B متعامدند، این اعداد دو رقمی نباید تکرار شوند. پس درایه b_{12} از مربع لاتین B نمی‌تواند برابر ۳ باشد (چرا؟) و در نتیجه داریم:

$$B = \begin{matrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{matrix} \Rightarrow c = 3, d = 2$$



برای کاهش زاویه تابش در اولین برخورد به آینه M_1 ، باید زاویه بین دو آینه افزایش یابد. پس آینه M_2 را باید به صورت ساعتگرد حول نقطه O بچرخانیم. بنابراین:



$$15^\circ + \alpha + 45^\circ + \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 30^\circ \Rightarrow \alpha = 15^\circ$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۹۴- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

وقتی تپ تابش از طناب سنگین (ضخیم) به طناب سبک (نازک) می‌رسد، بخشی از آن با انرژی و دامنه کمتر اما با طول موج بیشتر وارد محیط دوم یعنی طناب نازک می‌شود؛ بدون آن که وارونه شود.

همچنین بخشی دیگر با انرژی و دامنه کمتر نسبت به تپ اولیه، به طناب ضخیم برمی‌گردد (بازتاب می‌شود). تپ بازتابی نیز وارونه نشده و فقط جهت انتشار آن نسبت به تپ تابش، برعکس می‌شود. باید توجه داشت که بسامد f از ویژگی‌های چشمه موج است. پس با انتشار از یک محیط به محیط دیگر و یا بازتاب به محیط اول، بسامد تغییر نمی‌کند. نیروی کشش F نیز در هر دو طناب یکسان است.

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\substack{\mu_2 < \mu_1 \\ F_2 = F_1}} v_2 > v_1$$

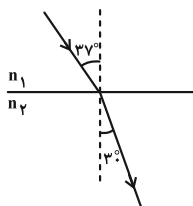
$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{\substack{v_2 > v_1 \\ f_2 = f_1}} \lambda_2 > \lambda_1$$

پس طول موج در طناب نازک، بیشتر از طول موج در طناب ضخیم است.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۴ و ۹۵)

۹۵- گزینه «۴» (امیرامیر میرسعید)

زاویه بین جبهه موج و مرز جدایی دو محیط، برابر زاویه بین پرتو با خط عمود بر سطح است بنابراین با توجه به شکل، می‌توانیم بگوییم زاویه تابش در محیط (۱)، 37° و زاویه شکست در محیط (۲)، 3° می‌باشد و می‌توان نوشت:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 3^\circ} \Rightarrow n_2 = 1/2$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه ۹۸)

فیزیک ۲

۹۱- گزینه «۲»

(مسام ناری)

وقتی چشمه در کانون سطح (۲) قرار بگیرد، شنونده بیشترین شدت صوت را احساس می‌کند. در شکل داده شده فاصله چشمه تا سطح (۲) برابر $1/\lambda m$ است. پس باید 80 سانتی‌متر به سمت راست جابه‌جا شود تا در فاصله 100 سانتی‌متری سطح (۲) و در واقع در کانون آن قرار بگیرد.

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۱ و ۹۲)

۹۲- گزینه «۲» (محمود منصور)

شخص زمانی می‌تواند صدای پژواک خود را بشنود که حداقل فاصله زمانی بین دو پژواک $0/1$ ثانیه باشد.

$$d_1 = 2d + vt_1 \xrightarrow{t_1 = t_2 + 0/1} d_1 = 2d + v(t_2 + 0/1)$$

$$t_1 = \frac{d_1}{v_{\text{صوت}}} \quad v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}, \quad v = 20 \frac{m}{s}$$

$$340(t_2 + 0/1) = 2d + 20t_2 + 2 \Rightarrow 2d - 320t_2 = 32 \quad (1)$$

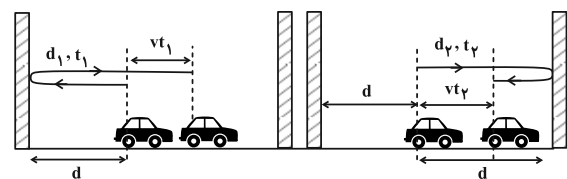
$$d_2 = 2d - vt_2$$

$$t_2 = \frac{d_2}{v_{\text{صوت}}} \quad v_{\text{صوت}} = 340 \frac{m}{s}, \quad v = 20 \frac{m}{s}$$

$$340t_2 = 2d - 20t_2 \Rightarrow 360t_2 = 2d \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow 360t_2 - 320t_2 = 32 \Rightarrow t_2 = \frac{32}{40} = 0/8 s$$

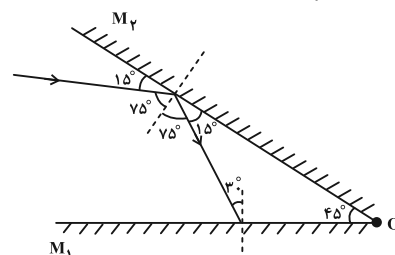
$$2d = 360t_2 \rightarrow \text{فاصله بین دو صخره} = 360 \times 0/8 = 288 m$$



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۰ تا ۹۳)

۹۳- گزینه «۴» (مجتبی نکوئیان)

طبق قانون بازتاب عمومی، همواره زاویه تابش و بازتاب با هم برابر است، پس مطابق با شکل زیر داریم:



$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \Rightarrow \frac{n_2}{1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۷ تا ۹۹)

(دانیال راستی)

۹۸- گزینه «۲»

با توجه به قانون اسنل در محیط‌های متوازی‌السطوح داریم:

$$n_{\text{هوا}} \sin \theta_{\text{هوا}} = n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$\frac{n_{\text{هوا}}=1, n_2=\frac{\sqrt{2}}{2}}{n_1=1} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{3}{5} \Rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 7^\circ \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ, \cos \theta_1 = \frac{h_1}{AB}, \cos \theta_2 = \frac{h_2}{BC}$$

$$t_1 = \frac{AB}{c} = t_2 = \frac{BC}{c} \Rightarrow AB \cdot n_1 = BC \cdot n_2$$

$$\Rightarrow \frac{h_1}{\cos \theta_1} n_1 = \frac{h_2}{\cos \theta_2} n_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}}{\theta_1=30^\circ, \theta_2=37^\circ} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\cos 30^\circ \cdot \sin 37^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 30^\circ}$$

$$\frac{\cos 37^\circ = 0.8}{\sin 37^\circ = 0.6} \rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{3}{5}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{25}{48} \sqrt{3}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(کامران ابراهیمی)

۹۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ با افزایش دما و کاهش چگالی، ضریب شکست هوا کاهش می‌یابد.

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست؛ چون طول موج پرتو آبی از طول موج پرتو قرمز کمتر است. پس ضریب شکست نور آبی در کوارتز از ضریب شکست نور قرمز بیشتر است. در نتیجه پرتو آبی بیشتر منحرف می‌شود و در نتیجه زاویه شکست برای پرتو آبی کمتر خواهد بود.

۹۶- گزینه «۳»

(ممر نواوندی مقرر)

طبق رابطه اسنل و قانون شکست عمومی، سرعت با سینوس زاویه رابطه مستقیم و با ضریب شکست رابطه عکس دارد.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{140}{100} = \frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{7}{5} \quad (1)$$

$$\frac{v_3}{v_4} = \frac{80}{100} = \frac{n_4}{n_3} \Rightarrow \frac{n_4}{n_3} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{n_3}{n_2} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{0.8}{0.6} \Rightarrow \frac{n_3}{n_2} = \frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{n_4}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} \times \frac{n_2}{n_3} = \frac{4}{7}$$

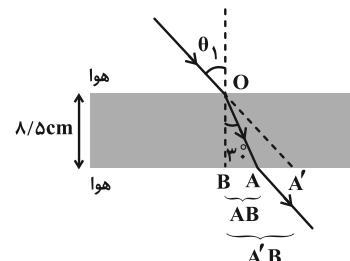
$$\xrightarrow{(3)} \frac{n_4}{n_1} \times \frac{3}{4} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{n_4}{n_1} = \frac{16}{21}$$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

(ممر بیوار سورپی)

۹۷- گزینه «۱»

مطابق شکل زیر، ابتدا فاصله AB و پس از آن فاصله $A'B$ را به دست می‌آوریم.



$$\tan 30^\circ = \frac{AB}{h} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AB}{h} \Rightarrow AB = \frac{h \times \sqrt{3}}{3} = \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$\xrightarrow{\sqrt{3}=1.7} AB = \frac{h}{1.7} = \Delta \text{ cm}$$

$$A'B = AB + AA' \Rightarrow A'B = \Delta + \frac{3}{5} \Delta = \frac{8}{5} \Delta \text{ cm}$$

حالا در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین $A'OB$ ، زاویه \hat{O} را حساب می‌کنیم:

$$\Rightarrow \hat{O} = 45^\circ$$

بنابراین زاویه θ_1 که با زاویه O در مثلث $A'OB$ متقابل به رأس است، برابر با 45° است. در نهایت با داشتن زاویه‌های $\theta_1 = 45^\circ$ و $\theta_2 = 30^\circ$ ، طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست محیط شفاف (n_2) را حساب می‌کنیم:



(مهم‌رکابم منشاری)

۱۰۲- گزینه «۳»

اول با استفاده از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، نسبت تندی موج در هماهنگ‌های پنجم و سوم را به دست می‌آوریم:

$$f_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow f'_3 = f_3 \Rightarrow \frac{5v'}{2L} = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 5v' = 3v$$

$$f'_5 = \frac{5v'}{2L}$$

همچنین از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ نسبت نیروی کشش تار را در این هماهنگ‌ها محاسبه می‌کنیم:

$$5v' = 3v \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{F'}{\mu}}}{\sqrt{\frac{F}{\mu}}} = \sqrt{\frac{F'}{F}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{9}{25} \xrightarrow{F'=m'g, F=mg} \frac{m'g}{mg} = \frac{9}{25}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{9}{25} \Rightarrow m' = \frac{9}{25}m \Rightarrow m' = \frac{9}{25} \times 37/5 = 13/5 \text{ kg}$$

کاهش $37/5 - 13/5 = 24 \text{ kg}$

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

(مسام ناری)

۱۰۳- گزینه «۲»

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ هر تشدیدگر هلمهولتز بسامدهای تشدید معینی دارد.

(ب) نادرست؛ تقریباً شبیه لوله صوتی یک انتها باز است.

(پ) نادرست؛ گره‌ها سرد هستند، پس در آن نقاط دما بالا نمی‌رود.

(ت) نادرست؛ صدا بم‌تر می‌شود.

(ث) درست؛ مثل دو لوله صوتی یک انتها باز با طول متفاوت

(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

(کامران ابراهیمی)

۱۰۴- گزینه «۳»

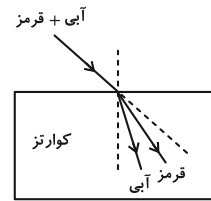
با استفاده از معادله اینشتین برای پدیده فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_e v_{\max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \Rightarrow v_{\max}^2 = \frac{2(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}{m_e}$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2(hc - \lambda W_0)}{\lambda m_e}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(مسام ناری)

۱۰۰- گزینه «۳»

در پدیده پراش هر چه پهنای شکاف (a) کوچک‌تر و طول موج (λ) بزرگ‌تر شود، پراش بارزتر است:

$$\frac{\lambda \uparrow}{a \downarrow} \xrightarrow{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v}{af \downarrow} \Rightarrow (af) \downarrow \Rightarrow \text{پراش بارزتر}$$

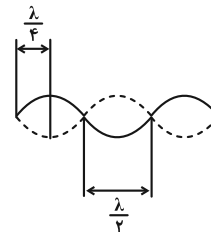
(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

فیزیک ۳- پیشروی سریع

(مهران اسماعیلی)

۱۰۱- گزینه «۲»

با توجه به توضیحات صفحه ۱۰۶ کتاب درسی و شکل ۴-۳۵ جملات (الف) و (ب) درست است.

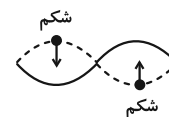


با توجه به شکل زیر نقاط واقع بر فاصله یک گره تا شکم مجاور با بسامد یکسان اما با دامنه‌های متفاوت نوسان می‌کنند، پس جمله (پ) نادرست است.



همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود گره‌ها ساکنند. اما هر چه از گره به شکم نزدیک می‌شویم به تدریج دامنه نوسان نقاط افزایش می‌یابد و شکم، با بیشینه دامنه نوسان می‌کنند.

همچنین با توجه به شکل زیر دو شکم مجاور با بسامد و دامنه یکسان اما همواره در فاز مخالف نوسان می‌کنند. بنابراین جمله (ت) نیز نادرست است.



(فیزیک ۳- برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)



یعنی الکترون از مدار $n = 2$ به مدار $n' = 1$ می‌رود. شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن برابر است با:

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \frac{r_n}{r_{n'}} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \xrightarrow{\frac{n=2}{n'=1}} \frac{r_n}{r_{n'}} = 4$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

۱۰۸- گزینه «۲»

(مهمر نیاونری مقدم)

منظور از دومین حالت برانگیخته تراز سوم می‌باشد که انرژی الکترون برابر است با:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = -\frac{13/5}{3^2} = -1/5 \text{ eV}$$

ابتدا انرژی فوتون فرودی را محاسبه می‌نماییم:

$$E = hf \Rightarrow E = 4 \times 10^{-15} \times 3 \times 0.6 \times 10^{14} = 1/224 \text{ eV}$$

که اگر این انرژی را به انرژی تراز سوم اضافه کنیم انرژی تراز جدید به دست می‌آید.

$$E_n = -1/5 + 1/224 = -0/276 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow -0/276 = -\frac{13/5}{n^2} \Rightarrow n = 7$$

می‌دانیم که کل گذارهای به تراز یک فرابنفش و گذارهای ۷ و بالاتر به تراز دوم فرابنفش است.

$$7 \rightarrow 2, 7 \rightarrow 1, 6 \rightarrow 1, 5 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 1$$

که کلاً هفت گذار فرابنفش داریم.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳، ۱۲۷ و ۱۳۱)

۱۰۹- گزینه «۱»

(علیرضا جباری)

عبارت‌ها را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) نادرست؛ طیف نور حاصل از یک جسم جامد ملتهب مانند رشته داغ یک لامپ روشن به صورت پیوسته تشکیل می‌شود و خطی نیست.

(ب) درست؛ برای تشکیل طیف گسیلی خطی اتم‌های هر گاز نظیر هیدروژن، هلیوم و ... از یک گاز رقیق و کم فشار استفاده می‌شود.

(پ) درست؛ در رشته خط‌های طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف‌های پاشن و براکت و پفوند در ناحیه فرورسرخ قرار دارند.

(ت) درست؛ تمام طول موج‌های مربوط به رشته لیمان از تمام طول موج‌های مربوط به رشته بالمر کوتاه‌تر هستند.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

۱۱۰- گزینه «۳»

(مسام ناری)

موارد (پ)، (ت) و (ج) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) طیف آهن مذاب گسیلی پیوسته است.

(ب) مدل اتمی بور طیف اتم‌های هیدروژن گونه (مثل Li^{2+}) را می‌تواند توجیه کند.

(ث) در گسیل خودبه‌خود، فوتون در جهت کاتوره‌ای گسیل می‌شود.

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۵، ۱۲۹ و ۱۳۱ تا ۱۳۳)

۱۰۵- گزینه «۱» (مهری شریفی)

با استفاده از معادله فوتوالکتریک داریم:

$$K_{\max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = hf - \frac{1}{4} hf$$

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{3}{4} hf$$

اگر بسامد نور سه برابر شود:

$$K'_{\max} = hf' - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\max}'^2 = hf' - \frac{1}{4} hf$$

$$\xrightarrow{f'=3f} \frac{1}{2} m v_{\max}'^2 = \frac{11}{4} hf$$

$$\frac{\frac{1}{2} m v_{\max}'^2}{\frac{1}{2} m v_{\max}^2} = \frac{\frac{11}{4} hf}{\frac{3}{4} hf} \Rightarrow \left(\frac{v'_{\max}}{v_{\max}}\right)^2 = \frac{11}{3} \Rightarrow \frac{v'_{\max}}{v_{\max}} = \sqrt{\frac{11}{3}}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۱۰۶- گزینه «۴»

(معصومه شریعت ناصری)

کوتاه‌ترین طول موج اتم هیدروژن برای هر رشته خطی طیف گسیلی تراز n' زمانی اتفاق می‌افتد که $n = \infty$ در نظر گرفته شود. با استفاده از معادله

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{\min}} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\lambda_{\min} = \frac{n'^2}{R} \Rightarrow \frac{p}{q} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\min}}}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{\min}}}{\frac{1}{\lambda}} = \frac{25}{25} = \frac{4}{25}$$

(فیزیک ۳- آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۱۰۷- گزینه «۳»

(زهرا آقامهری)

ابتدا اختلاف انرژی دو مدار را برحسب الکترون ولت می‌نویسیم:

$$1 \text{ eV} = 1/6 \times 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \Delta E = 16/32 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$= \frac{16/32 \times 10^{-19} \text{ J}}{1/6 \times 10^{-19}} = 10/2 \text{ eV}$$

انرژی فوتون گسیل شده برابر اختلاف انرژی دو تراز n و n' است:

$$E_n = -\frac{13/6 \text{ eV}}{n^2} \Rightarrow \Delta E = 13/6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{\Delta E=10/2 \text{ eV}} 10/2 = 13/6 \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} = 0/75 = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{n'^2} = 1 \Rightarrow n' = 1 \\ \frac{1}{n^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow n = 2 \end{cases}$$



$$|q|=2 \times 10^{-3} \text{ C}, v=10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, B=10^{-1} \text{ T}, m=2 \times 10^{-3} \text{ kg}$$

$$E \times 2 \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 0.1 + 2 \times 10^{-3} \times 10^3$$

$$\Rightarrow E = 100 + 10 \Rightarrow E = 110 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

(علی بزرگر)

۱۱۴- گزینه «۲»

شرط معلق بودن سیم در حالت اول: $F_1 = m_1 g \Rightarrow BIL \sin \theta = m_1 g$

با نوشتن قانون دوم نیوتون برای سیم جدید خواهیم داشت: $F_{\text{net}} = m_2 a$

از طرفی می‌دانیم نیروی وارد بر سیم در میدان مغناطیسی به جرم سیم بستگی

ندارد و مقدار $BIL \sin \theta$ در هر دو حالت یکسان است: $F_1 = F_2$

$$F_{\text{net}} = F_2 - m_2 g = m_2 a \xrightarrow{F_1 = F_2 = m_1 g}$$

$$m_1 g - m_2 g = m_2 a \Rightarrow m_1 g = m_2 (g + a)$$

$$\Rightarrow m_1 \times 10 = m_2 (10 + 2/5) \Rightarrow 10 m_1 = 12/5 m_2$$

$$\Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{10}{12/5} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{\rho V_2}{\rho V_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{A_2 L_2}{A_1 L_1} = \frac{A_2}{A_1} \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \xrightarrow{A_2 = 2A_1}$$

$$2 \times \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{12} \Rightarrow L_2 = \frac{5}{12} L_1 = 0.416 L_1$$

در نتیجه طول سیم ۶۰ درصد کاهش یافته است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(مهدی شریفی)

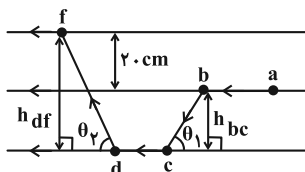
۱۱۵- گزینه «۳»

با استفاده از رابطه $F = BIL \sin \theta$ ، با توجه به این که سیم‌های ab و

cd در راستای خطوط میدان هستند، بزرگی نیروی وارد بر آن‌ها

bc (صفر است) $(\sin 0 = 0)$ طبق قاعده دست راست نیروی وارد بر سیم

df برون سو است.



فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۳»

(مجموعه شریعت ناصری)

با توجه به جهت خطوط مغناطیسی قطب A ، S بوده و سایر قطب‌ها به

ترتیب از چپ به راست N ، S ، N ، S ، N است. دو قطب E و C

به ترتیب قطب‌های جنوب و شمال جغرافیایی و قطب‌های شمال و جنوب

مغناطیسی زمین را نشان می‌دهند.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۱۲- گزینه «۳»

(مسام نادری)

فقط مورد (ت) درست است.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) تک قطبی مغناطیسی نداریم و در واقع با شکستن آهنربا از وسط، دو

آهنربای کوچک‌تر مشابه آهنربای اولیه خواهیم داشت.

(ب) خطوط میدان مغناطیسی درون آهنربا از قطب S به N است و ضمناً

شروع و پایان ندارند بلکه یک مسیر بسته هستند.

(پ) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی آن است.

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۷)

۱۱۳- گزینه «۴»

(محمود منصوری)

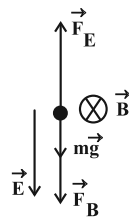
طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر بار منفی رو به پایین است.

با توجه به این که نیروی وزن نیز رو به پایین بر ذره وارد می‌شود باید نیروی

الکتریکی رو به بالا باشد تا برابندی نیروی وزن و نیروی مغناطیسی را خنثی

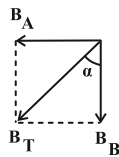
کند. از طرفی چون بر بار منفی در خلاف جهت میدان الکتریکی نیرو وارد

می‌شود، بنابراین باید جهت میدان الکتریکی رو به پایین باشد.



$$F_E = F_B + mg \xrightarrow{F_E = E|q|, F_B = |q|vB \sin 90^\circ}$$

$$E|q| = |q|vB + mg$$



$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \Rightarrow \begin{cases} B_A = 12 \times 10^{-7} \times 1200 \times 4 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \\ B_B = 12 \times 10^{-7} \times 800 \times 6 = 5.76 \times 10^{-3} \text{ T} \end{cases}$$

چون دو میدان بر هم عمودند برای محاسبه میدان برابند داریم:

$$B_T = \sqrt{B_A^2 + B_B^2} \Rightarrow B_T = 5.76 \times \sqrt{2} \times 10^{-3} \text{ T} = 5.76 \times 1.414 \times 10^{-3} \text{ T}$$

و چون دو میدان با هم برابرند زاویه میدان مغناطیسی برابند با راستای قائم 45° است.

$$\tan \alpha = \frac{B_A}{B_B} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(انیاال راستی)

۱۱۸- گزینه «۱»

نکته: کلیه متغیرهای مجهول مورد نیاز را به صورت پارامتری برحسب متغیرهای داده شده می‌نویسیم و در گام آخر عددگذاری می‌کنیم.

$$B_{\text{پیچه}} = \frac{\mu_0 N I}{2r} \quad \text{میدان پیچه برابر است با:}$$

$$I = \frac{2r B_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \quad (1) \quad \text{بنابراین جریان پیچه به دست می‌آید:}$$

با داشتن جریان و ولتاژ سیم، مقاومت آن به دست می‌آید:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{V}{I} \xrightarrow{(1)} R_{\text{سیم}} = \frac{\mu_0 N V}{2r B_{\text{پیچه}}} \quad (2)$$

با داشتن تعداد دور و شعاع پیچه، طول سیم به دست می‌آید:

$$L_{\text{سیم}} = 2\pi r N \quad (3)$$

طبق رابطه مقاومت داریم:

$$R_{\text{سیم}} = \frac{\rho_{\text{مس}} L_{\text{سیم}}}{A_{\text{سیم}}} \xrightarrow{(2), (3)} \frac{\mu_0 N V}{2r B_{\text{پیچه}}} = \frac{\rho_{\text{مس}} (2\pi r N)}{A_{\text{سیم}}}$$

$$F_{bc} = B I L_{bc} \sin \theta_1, \quad L_{bc} \sin \theta_1 = h_{bc}$$

$$F_{df} = B I L_{df} \sin \theta_2, \quad L_{df} \sin \theta_2 = h_{df}$$

$$F_{\text{برابند}} = F_{df} - F_{bc} = B I \underbrace{(h_{df} - h_{bc})}_{0.2 \text{ m}}$$

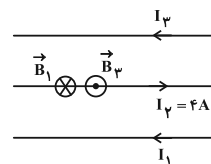
$$= 400 \times 10^{-4} \times 10 \times 0.2 = 800 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-2} \text{ N} \quad \text{برون سو}$$

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

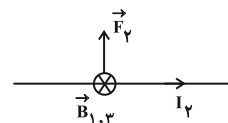
(مبتنی نکلویان)

۱۱۶- گزینه «۴»

ابتدا با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هر کدام از سیم‌های (۱) و (۳) را در محل سیم (۲) به دست می‌آوریم.



با توجه به این که $B_1 > B_3$ می‌باشد، جهت میدان مغناطیسی برابند در محل سیم (۲) به صورت درون سو است. پس با استفاده از قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم (۲) در جهت مثبت محور y خواهد بود:



و در نهایت طبق رابطه نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت داریم:

$$F = B I L \sin \theta \quad \begin{matrix} B = B_{1,3} = B_1 - B_3 = 2 \times 10^{-2} \text{ T} \\ I = I_2 = 4 \text{ A}, \quad L = 1/5 \times 10^{-2} \text{ m} \\ \theta = 90^\circ \end{matrix}$$

$$F_y = (2 \times 10^{-2}) (4) (1/5 \times 10^{-2}) (1) = 1/2 \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$\vec{F}_y = 1/2 \times 10^{-5} \vec{j} \text{ (N)}$$

پس:

(فیزیک ۲- مغناطیس: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

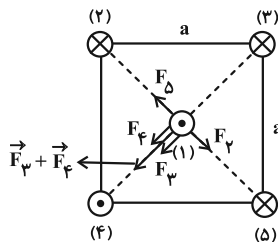
(ممد نهاندری مقرر)

۱۱۷- گزینه «۳»

با استفاده از قاعده دست راست، میدان سیمولوله‌های A و B در نقطه M به صورت شکل زیر می‌شوند. با استفاده از رابطه میدان مغناطیسی سیمولوله، میدان مغناطیسی سیمولوله‌های A و B را محاسبه می‌نماییم:



(۵) به سیم (۱) نیروی دافعه با اندازه یکسان وارد می‌کنند اما چون خلاف جهت هم هستند همدیگر را خنثی می‌کنند. سیم (۴)، سیم (۱) را جذب می‌کند و اگر جریان سیم (۲) برون‌سو باشد، سیم (۱) را جذب کرده و برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) صفر می‌شود، پس جریان (۲) درون‌سو است. حال برآیند نیروهای وارد بر سیم (۱) را در حالت جدید مشخص می‌کنیم:



چون فاصله سیم (۲) و (۵) تا سیم (۱) برابر و جریان‌ها و طول سیم‌ها هم یکسان است پس نیروی برابری دارند ($F_\psi = F_\delta$) و برآیند این دو نیرو صفر می‌شود. F_ψ و F_ϕ هم به دلیل مشابه هم‌اندازه هستند و برآیندشان در راستای قطر مربع، مطابق شکل می‌شود.

(فیزیک ۲- مقناطیس: صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

(علیرضا جباری)

۱۲۰- گزینه «۴»

عبارت‌های داده شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

(الف) درست؛ حوزه مغناطیسی فقط در مواد فرومغناطیسی وجود دارد.

(ب) درست؛ اتم‌های مواد دیامغناطیسی نظیر مس و نقره، به‌طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی‌اند.

(پ) درست؛ دو قطبی‌های مغناطیسی مواد پارامغناطیس به‌طور کاتوره‌ای سمت‌گیری می‌کنند و میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند. مانند اکسیژن، اکسیدنیترژن، اورانیم، پلاتین و ..

(ت) درست؛ مواد فرومغناطیس نرم مانند آهن، به سادگی آهنربا می‌شوند و با حذف میدان مغناطیسی خارجی خاصیت آهنربایی خود را به آسانی از دست می‌دهند. از طرفی باعث تقویت میدان مغناطیسی پیچه‌ها و سیم‌لوله‌ها می‌شوند.

(فیزیک ۲- مقناطیس: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

با مرتب کردن رابطه بالا، سیم A را برحسب سایر متغیرها می‌نویسیم:

$$A_{\text{سیم}} = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N V} \quad (۴)$$

سیم A را برحسب قطر مقطع آن (سیم D) می‌نویسیم:

$$A = \pi \left(\frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 \quad (۵)$$

با ترکیب (۴) و (۵)، سیم D را برحسب داده‌های سؤال می‌نویسیم:

$$\pi \left(\frac{D_{\text{سیم}}}{2} \right)^2 = \frac{2\pi r N \mu_0 \rho_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N V} \quad (۴), (۵)$$

$$\Rightarrow D_{\text{سیم}} = 2r \sqrt{\frac{B_{\text{پیچه}} \rho_{\text{مس}}}{V \mu_0}} \quad (۶)$$

$$B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 I \frac{N_{\text{سیملوله}}}{\ell_{\text{سیملوله}}} \quad \text{میدان سیملوله برابر است با:}$$

چون حلقه‌های سیملوله بدون فاصله هستند داریم:

$$N_{\text{سیم}} \times D_{\text{سیم}} = \ell_{\text{سیملوله}} \Rightarrow B_{\text{سیملوله}} = \frac{\mu_0 I_{\text{سیملوله}}}{D_{\text{سیم}}} \quad (۷)$$

چون در حالت سیملوله هم ولتاژ همان ولتاژ پیچه است و مقاومت سیم هم ثابت است، $I = I_{\text{سیملوله}}$. با جای‌گذاری سیم D و I از روابط (۱) و

$$(۶)، در رابطه (۷) داریم: B_{\text{سیملوله}} = \mu_0 \frac{2\pi r B_{\text{پیچه}}}{\mu_0 N} \frac{1}{2r} \sqrt{\frac{V \mu_0}{B_{\text{پیچه}} \rho_{\text{مس}}}}$$

$$\Rightarrow B_{\text{سیملوله}} = \frac{1}{2N} \sqrt{\frac{V \mu_0 B_{\text{پیچه}}}{\rho_{\text{مس}}}}$$

$$\frac{V=10^7 \text{V}, \mu_0=12/5 \times 10^{-7} \text{T}\cdot\text{m}}{\rho_{\text{مس}}=2 \times 10^{-8} \Omega\cdot\text{m}, B_{\text{پیچه}}=1\text{G}} \rightarrow$$

$$B_{\text{سیملوله}} = \frac{1}{2 \times 250} \sqrt{\frac{10 \times 12/5 \times 10^{-7} \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-8}}} = 5 \times 10^{-4} \text{T} = 5\text{G}$$

(فیزیک ۲- مقناطیس: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

(مسام ناری)

۱۱۹- گزینه «۳»

می‌دانیم دو سیم با جریان هم‌جهت یکدیگر را جذب و دو سیم با جریان خلاف جهت همدیگر را دفع می‌کنند. با توجه به شکل سؤال سیم‌های (۳) و



اکنون این دما را برحسب درجه سلسیوس می‌نویسیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{F=56^\circ F} 56 = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \frac{9}{5}\theta = 24$$

$$\Rightarrow \theta = 24 \times \frac{5}{9} \Rightarrow \theta = \frac{40}{3}^\circ C$$

و در پایان دمای مورد نظر را برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \xrightarrow{\theta = \frac{40}{3}^\circ C} T = \frac{40}{3} + 273 \approx 286 \text{ / } 3 \text{ K}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

(موردی شریفی)

۱۲۳- گزینه «۱»

$$\text{انبساط سطحی} = \Delta A = A_1 \alpha \Delta T$$

$$\text{انبساط حجمی} = \Delta V = V_1 \beta \alpha \Delta T$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta V} = \frac{A_1 \alpha \Delta T}{V_1 \beta \alpha \Delta T} \xrightarrow{\Delta V = 0.009 V_1}$$

$$\frac{\Delta A}{0.009 V_1} = \frac{2 A_1}{3 V_1} \Rightarrow \Delta A = 0.006 A_1$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 0.6\%$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

(مسام تارری)

۱۲۴- گزینه «۱»

$$\Delta V_{\text{روغن}} = V \cdot \beta \cdot \Delta \theta_{\text{روغن}} \Rightarrow \Delta \theta_{\text{روغن}} = \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V \cdot \beta} \quad (*)$$

$$Q_{\text{آب}} + Q_{\text{روغن}} = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + m_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \Delta \theta_{\text{روغن}} = 0$$

$$\xrightarrow{\text{رابطه } (*)} m_{\text{روغن}} = \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} \Rightarrow m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} c_{\text{روغن}} \times \frac{\Delta V_{\text{روغن}}}{V_{\text{روغن}} \beta_{\text{روغن}}} = 0$$

$$m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta \theta_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}} \frac{c_{\text{روغن}}}{\beta_{\text{روغن}}} \Delta V_{\text{روغن}} = 0$$

فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

(مجتبی کلوئیان)

با توجه به رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلونین

($T = 273 + \theta$) و رابطه میان دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت

$$\text{داریم: } (F = \frac{9}{5}\theta + 32)$$

حالت اول:

$$\begin{cases} \theta_B - \theta_A = 18 \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 97^\circ C \\ \theta_B = 115^\circ C \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(115) + 32 = 239^\circ F \end{cases}$$

حالت دوم:

$$\begin{cases} \theta_A - \theta_B = 18^\circ C \\ T_B = 4\theta_A \Rightarrow 273 + \theta_B = 4\theta_A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \theta_A = 85^\circ C \\ \theta_B = 67^\circ C \Rightarrow F_B = \frac{9}{5}(67) + 32 = 152 / 6^\circ F \end{cases}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما: صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

(علیرضا جباری)

۱۲۲- گزینه «۱»

دمای ذوب یخ و جوش آب خالص در فشار اتمسفر و در مقیاس فارنهایت به

ترتیب با اعداد ۳۲ و ۲۱۲ نشان داده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left\{ \begin{array}{c|c} 260 & 212 \\ \hline 0 & F \\ \hline -40 & 32 \end{array} \right\}$$

$$\frac{F - 32}{212 - 32} = \frac{0 - (-40)}{260 - (-40)} \Rightarrow \frac{F - 32}{180} = \frac{40}{300} \Rightarrow F - 32 = 24$$

$$\Rightarrow F = 32 + 24 = 56^\circ F$$



جرم یخ ذوب شده ۱۵g است. چون ۸۰ درصد از یخ ذوب شده باقی مانده است، پس ۱۵ گرم، ۲۰ درصد جرم یخ اولیه است:

$$0.2m_{\text{یخ}} = 15g \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 75g$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۶)

(آراس مموری)

۱۲۷- گزینه «۳»

$$Q'_{\text{گرمکن}} = Q_{\text{Al}} + Q_{\text{آب}} + Q_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (mc\Delta\theta)_{\text{Al}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} + (mc\Delta\theta)_{\text{فلز}}$$

$$\Rightarrow Q' = (4 \times 900 \times 60) + (2 \times 4200 \times 60) + (3000 \times 60)$$

$$\Rightarrow Q' = 900 \text{ kJ}$$

این ۹۰۰kJ گرما، $\frac{3}{4}$ گرمای داده شده توسط گرمکن است پس کل

گرمای تولید شده توسط گرمکن با یک تناسب ساده، ۱۲۰۰kJ به دست

می‌آید، حال داریم:

$$P = \frac{Q'}{t} \quad \frac{Q'=1200 \text{ kJ}}{t=600 \text{ s}} \Rightarrow P = \frac{1200}{600} = 2 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

(ممبریوار سوربی)

۱۲۸- گزینه «۳»

ابتدا گرمای داده شده توسط بخار آب 100°C را به دست می‌آوریم:

$$10^\circ\text{C} \text{ بخار } 10g \rightarrow 100^\circ\text{C} \text{ آب } 10g$$

$$: Q_1 = -m_1 L_V \Rightarrow Q_1 = -10 \times 2268 = -22680 \text{ J}$$

سپس گرمای گرفته شده برای تبدیل ۲۱g یخ صفر درجه سلسیوس به

۲۱g آب 100°C را حساب می‌کنیم:

$$21g \text{ آب } 100^\circ\text{C} \rightarrow 21g \text{ آب صفر } C \rightarrow 21g \text{ یخ صفر } C$$

$$: Q_2 = m_2 L_F + m_2 c \Delta\theta \Rightarrow Q_2 = m_2 (L_F + c \Delta\theta)$$

$$\frac{L_F = 336 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, m_2 = 21g}{c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, \Delta\theta = 100^\circ\text{C}} \rightarrow$$

$$100 \times 4 / 2 \times \Delta\theta_{\text{آب}} + \frac{924 \times 2100}{7 \times 10^{-4}} \times 10^{-5} = 0$$

$$\Delta\theta_{\text{آب}} = -66^\circ\text{C} = \theta_f - 95 \Rightarrow \theta_f = 29^\circ\text{C}$$

پس دمای تعادل (نهایی)، 29°C است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۳، ۹۹ و ۱۰۰)

(ممنور منصور)

۱۲۵- گزینه «۲»

می‌دانیم $Q = C \times \Delta\theta$ پس:

$$\frac{Q_A}{Q_B} = \frac{C_A}{C_B} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{C_A}{C_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{4}{3} = 2 \times \frac{c_A}{c_B} \Rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

(زهرا آقاممیری)

۱۲۶- گزینه «۳»

چون هم در ابتدا و هم در انتها، مخلوط آب و یخ در حال تعادل داریم، پس

دمای اولیه و دمای نهایی صفر درجه سلسیوس است. در نتیجه آب تبادل

گرمایی ندارد و تبادل گرمایی فقط بین یخ و فلز است و باعث ذوب شدن

یخ می‌شود:

$$Q_{\text{یخ}} + Q_{\text{فلز}} = 0 \Rightarrow mL_F + m'c \Delta\theta = 0$$

$$mL_F + m'c_{\text{فلز}} (\theta_e - \theta_1) = 0$$

$$\frac{m' = 50g, \theta_e = 0^\circ\text{C}, \theta_1 = 120^\circ\text{C}}{L_F = 336000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}, c_{\text{فلز}} = 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}}$$

$$m \times 336000 + 50 \times 840 (0 - 120) = 0$$

$$\Rightarrow 400m = 60000 \Rightarrow m = 15g$$

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{\text{گاز}} = P = 77 \text{ cmHg}$$

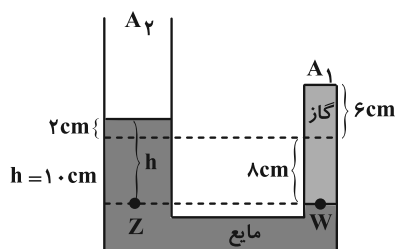
$$V_{\text{گاز}} = 6A_1$$

شعاع شاخه سمت چپ ۲ برابر شعاع شاخه سمت راست است، بنابراین:

$$\Rightarrow r_2 = 2r_1 \Rightarrow \begin{cases} A_2 = \pi r_2^2 \\ A_1 = \pi r_1^2 \end{cases} \Rightarrow A_2 = 4A_1$$

اگر مایع در شاخه سمت چپ ۲ cm بالا برود، در شاخه سمت راست ۴

برابر پایین می‌آید.



$$V'_{\text{گاز}} = 14A_1$$

ابتدا فشار ناشی از ارتفاع مایع را برحسب cmHg به دست می‌آوریم،

سپس فشار گاز در حالت ثانویه را می‌یابیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 6/8 \times 10 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_W = P_Z \Rightarrow P'_{\text{گاز}} = P + P_{\text{مایع}}$$

$$= 77 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} = 82 \text{ cmHg}$$

$$F = \frac{9}{\Delta} \theta + 22 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{\Delta} \Delta \theta \Rightarrow 40.5 = \frac{9}{\Delta} \Delta \theta$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 225^\circ \text{C} \xrightarrow{\Delta \theta = \Delta T} \Delta T = 225 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{77 \times 6 A_1}{T_1} = \frac{82 \times 14 A_1}{T_1 + 225}$$

$$\Rightarrow 33T_1 + 7425 = 82T_1 \Rightarrow 7425 = 49T_1 \Rightarrow T_1 = 151/5 \text{ K}$$

$$T_1 = 273 + \theta_1 = 151/5 \Rightarrow \theta_1 = -121/5^\circ \text{C}$$

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۳)

$$Q_2 = 21 \times 10^{-3} ((336 \times 10^3) + (4200 \times 100)) = 15876 \text{ J}$$

در نهایت گرمایی که به محیط منتقل می‌شود (Q_3) را حساب می‌کنیم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow -22680 + 15876 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow Q_3 = +6804 \text{ J} = +6/804 \text{ kJ}$$

بنابراین مقدار $6/804 \text{ kJ}$ گرما به محیط داده شده است.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۸)

(لکمران ابراهیمی)

۱۲۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) درست

ب) نادرست؛ چون روش همرفت فقط در مایعات و گازها انجام می‌گیرد.

ج) درست؛ در طول روز ساحل در اثر تابش نور خورشید گرم‌تر از دریا بوده

و هوای نزدیک زمین دمای بالایی دارد پس چگالی آن کمتر بوده و هوای

گرم بالا می‌رود و هوای سرد از طرف دریا به سمت ساحل به صورت نسیم

می‌وزد.

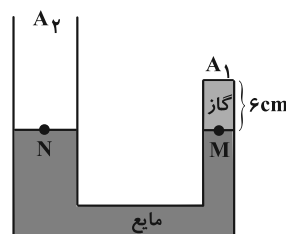
د) نادرست؛ سطوح صاف و درخشان با رنگ‌های روشن تابش گرمایی کمتر و

سطوح تیره، ناصاف و مات تابش گرمایی بیشتر دارند.

(فیزیک ۱- دما و گرما؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

(مهم‌رکازم منشاری)

۱۳۰- گزینه «۲»





شیمی ۳

۱۳۱- گزینه «۱»

(پیمان فواپوی میر)

موارد (آ) و (ت) صحیح است.

بررسی موارد نادرست:

(ب) تنوع و شمار جامدهای مولکولی (B) از تنوع و شمار جامدهای کووالانسی (A) بیشتر است.

(پ) جامدهای نوع C، یونی هستند اما از واحدهای مجزا به نام مولکول تشکیل نشده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۱۳۲- گزینه «۱»

(سمیر زهی)

بررسی موارد:

مورد اول: نادرست؛ فلزات دسته p و d در نقطه ذوب متفاوت هستند.

مورد دوم: نادرست؛ دلیل اصلی استفاده از تیتانیم در موتور جت، نقطه ذوب بالای تیتانیم است.

مورد سوم: نادرست؛ نیترو آلایزی از تیتانیم است نه ترکیبی از آن.

مورد چهارم: نادرست؛ مقاومت در برابر سایش تیتانیم همانند فولاد، عالی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۳۳- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)

براساس شکل کتاب درسی، X گاز NO، Y گاز NO_۲ و Z گاز O_۳ است.

بررسی گزینه نادرست: گاز NO با آب واکنش شیمیایی نمی‌دهد. بنابراین محلول آن غیرالکترولیت بوده و pH آب را تغییر نمی‌دهد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

۱۳۴- گزینه «۲»

(امیر ماتیان)

مجموع e⁻ ظرفیت عناصر داخل ساختار = بار = q یون

مجموع کل e⁻ پیوندی و ناپیوندی داخل ساختار -
۳۲ e⁻

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ اگر در ترکیب این یون و یون منبزم تعداد کاتیون‌ها دو برابر

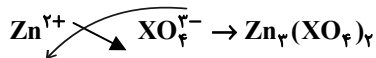
تعداد آنیون‌ها باشد. $Mg^{2+} XO_4^{4-} \rightarrow Mg_q (XO_4)_p$ $q = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow XO_4^{4-}$ $q = -4 = (4 \times 6 + x) - 32$

x = 4 دارای ۴ الکترون ظرفیت است.

 $q = (4 \times 6 + 6) - 32 = -2$

(ب) نادرست؛

(پ) درست؛

تعداد e⁻ ظرفیت گروه ۱۵ $\Rightarrow x = 5 \Rightarrow q = -3 = (4 \times 6 + x) - 32$ (ت) نادرست $q = (4 \times 6 + 5) - 32 = -3$ 

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{3}{2}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه ۸۸)

۱۳۵- گزینه «۳»

(امیر ماتیان)

۴ = تعداد e⁻ های ظرفیت ${}_{22}Ti : [{}_{18}Ar] 3d^2 4s^2 \Rightarrow$ ۸ = تعداد e⁻ های ظرفیت ${}_{26}Fe : [{}_{18}Ar] 3d^6 4s^2 \Rightarrow$

بررسی موارد:

(آ) مقاومت در برابر سایش: هر دو برابر سایش مقاومت عالی دارند.

(ب) نقطه ذوب: $Fe < Ti$
۱۵۳۵°C ۱۶۶۷°C

(پ) تعداد e⁻ ظرفیت: فولاد $Fe > Ti$
۸ ۴

(ت) سرعت واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد $Fe > Ti$

(ث) چگالی: فولاد $Fe > Ti$
۷/۹ ۴/۵۱

(ج) مقاومت در برابر خوردگی: فولاد $Fe < Ti$

(چ) شعاع اتمی: ${}_{26}Fe < {}_{22}Ti$

هم دوره از چپ به راست شعاع اتمی کاهش

(ح) شماره گروه: فولاد $Fe > Ti$
۸ ۴

(خ) کاربرد تیتانیم بیشتر از Fe، (Fe < Ti) در فناوری‌های پزشکی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۳۶- گزینه «۱»

(امیر ماتیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

ب) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

پ) نادرست؛ یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی

گروه‌های عاملی به کار می‌رود طیف‌سنجی فروسرخ نام دارد.



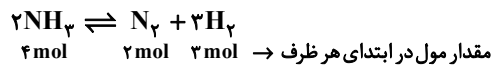
پ) نادرست؛ به خاطر افزایش طول پیوند $C-Si$ قدرت پیوند اندکی کاهش می‌یابد.

ت) نادرست؛ SiC یک جامد کووالانسی است نه مولکولی.
ث) درست

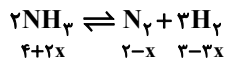
(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۹)

شیمی ۳- پیشروی سریع

۱۴۱- گزینه «۳» (امین نوروزی)



یعنی $9 = 4 + 2 + 3$ ، ۹ مول گاز وجود دارد که در لحظه تعادل به 8 mol رسیده است. پس واکنش به سمت تعداد مول گازی کمتر یعنی جهت برگشت جابه‌جا می‌شود. اگر مقدار n مول گاز N_2 مصرف شود مقدار NH_3 ، N_2 و H_2 در حالت تعادل به ترتیب:



برگشت

$$4 + 2x + 2 - x + 3 - 3x = 8 \Rightarrow x = 0/5$$

$$K = \frac{[N_2][H_2]^3}{[NH_3]^2} \Rightarrow \frac{(2-0/5)(3 \times 1/5)^3}{(4+1)^2} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{n_2-n_1}$$

$$= \frac{1/5 \times 1/5 \times 1/5 \times 1/5}{5 \times 5} \times \left(\frac{1}{0/4}\right)^{4-2} = 1/27 \frac{\text{mol}^2}{L^2}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۱۰۳)

۱۴۲- گزینه «۳» (پیمان فواوی میجر)

در تعادل (III) با افزایش حجم (کاهش فشار) تعادل به سمت خاصی جابه‌جا نمی‌شود. زیرا مجموع ضرایب مولی واکنش‌دهنده‌ها با ضریب مولی فراورده یکسان است. به دلیل افزایش حجم غلظت همه گونه‌های گازی کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) با افزایش یا کاهش فشار، ثابت تعادل تغییر نمی‌کند.

(۲) با کاهش فشار در سامانه‌های تعادلی غلظت گونه‌های گازی موجود در تعادل کاهش می‌یابد.

(۴) با افزودن مقدار Cl_2 در تعادل (II)، واکنش به سمت برگشت و با افزودن مقداری Br_2 در تعادل (III)، واکنش به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

ت) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۵

ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۶

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۷- گزینه «۱»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

با توجه به نمونه داده شده، موج با فرکانس حدود 1700 ، کاملاً جذب شده پس با توجه به جدول صورت سؤال، پیوند $C=O$ در نمونه ماده ما وجود دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۱۳۸- گزینه «۱»

(مهمرضا پوریاوید)

طبق مطالب نوشته شده در کتاب درسی فناوری تصفیه آب مانع از گسترش بیماری‌هایی از جمله وبا در جهان شده است. فناوری تولید پلاستیک، صنعت پوشاک و بسته‌بندی (غذا، دارو و ...) را دگرگون ساخته است و فناوری شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب، نقش چشمگیری در تأمین غذای جمعیت جهان دارد.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه ۹۲)

۱۳۹- گزینه «۳»

(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

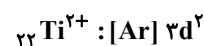
بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ رنگدانه ایجادکننده رنگ سفید TiO_2 است که یک رنگدانه معدنی است نه آلی.

ب) نادرست؛ داشتن نقطه ذوب بالا یکی از دلایل استفاده از تیتانیم در موتور جت است. از دلایل دیگر استفاده از این فلز، چگالی کم (سبک بودن موتور جت) و همچنین مقاومت بالا در برابر ساییدگی است.

پ) نادرست؛ فلزات دسته d عموماً (که تیتانیم نیز جزو این دسته است) نسبت به فلزات دسته s سخت‌تر هستند.

ت) نادرست؛ آرایش الکترونی Ti^{2+} و Ca به صورت زیر است:



(شیمی ۳- شیمی، جلوه‌ای از هنر، زیبایی و مانرگاری؛ صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱۴۰- گزینه «۲»

(هدی بهاری پور)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ در صنعت هواپیماسازی از تیتانیم استفاده می‌شود.

ب) درست

با توجه به ثابت بودن دما، ثابت تعادل جدید با تعادل اولیه برابر است پس:

$$K = \frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]} = \frac{(4+2x)^2}{4(16-x)} = 1 \Rightarrow 4x^2 + 16x + 16 = 64 - 4x$$

$$4x^2 + 20x - 48 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 2(-24)}}{4} = \frac{-10 \pm 17}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-27}{4} & \text{غ ق ق} \\ x_2 = \frac{7}{4} & \text{ق ق} \end{cases}$$

در نتیجه غلظت تعادلی NO_2 برابر خواهد بود با:

$$[NO_2] = \frac{4 + 2 \times \frac{7}{4}}{4} = 1/875 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۴۵- گزینه «۴»

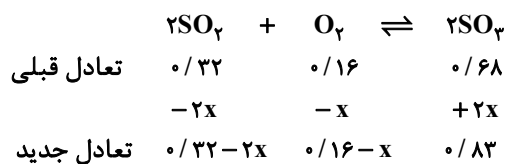
(ممد عظیمیان زواره)

فروش نفت خام ساده‌ترین راه برای بهره‌برداری از این منبع طبیعی است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۱۴۶- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی دوست)



$$2x = 0/15 \Rightarrow x = 0/075$$

$$\left. \begin{array}{l} O_2 \text{ مول} = 0/16 - 0/075 = 0/085 \text{ mol} \\ SO_2 \text{ مول} = 0/32 - 0/15 = 0/17 \text{ mol} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{mol } SO_2}{\text{mol } O_2} = 2$$

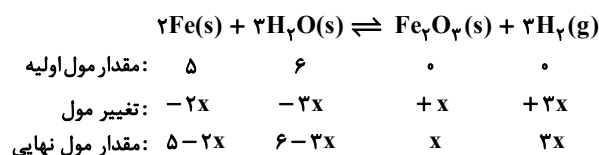
تغییری نکرده است.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۰۷)

۱۴۷- گزینه «۴»

(ممد رضا پورفاویر)

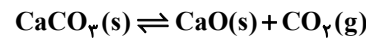
با توجه به واکنش داده شده می‌توان گفت:



۱۴۳- گزینه «۳»

(ممیر زبئی)

ابتدا مول CO_2 تولید شده تا لحظه برقراری تعادل زیر را حساب می‌کنیم:



$$? \text{ mol } CO_2 = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g } CaCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100 \text{ g } CaCO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CaCO_3} = 1/5 \text{ mol } CO_2$$

سپس غلظت مولی CO_2 را به دست می‌آوریم (که با K برابر است):

$$[CO_2] = \frac{n}{V} = \frac{1/5}{2} = 0/25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K = [CO_2] = 0/25 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

حال جرم CaO تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ g } CaO = 200 \times \frac{75}{100} \text{ g } CaCO_3 \times \frac{1 \text{ mol } CaCO_3}{100 \text{ g } CaCO_3}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } CaO}{1 \text{ mol } CaCO_3} \times \frac{56 \text{ g } CaO}{1 \text{ mol } CaO} = 84 \text{ g } CaO$$

در نهایت جرم CO_2 تولید شده را حساب می‌کنیم و از جرم اولیه

(۲۰۰g) کم می‌کنیم تا جرم مواد جامد درون ظرف به دست آید:

$$n = \frac{\text{جرم } CO_2}{\text{جرم مولی } CO_2} \Rightarrow 1/5 = \frac{m}{44} \Rightarrow m = 66 \text{ g } CO_2$$

$$m \text{ مواد جامد} = 200 - 66 = 134 \text{ g}$$

$$CaO \text{ درصد جرمی} = \frac{84}{134} \times 100 = 62/7$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۴۴- گزینه «۳»

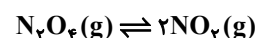
(میلاد شیخ‌الاسلامی فیاوی)

ثابت تعادل را در تعادل اول حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]} = \frac{(4)^2}{16} = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

با باز شدن شیر رابط، حجم به ۴ لیتر افزایش پیدا می‌کند و واکنش برای

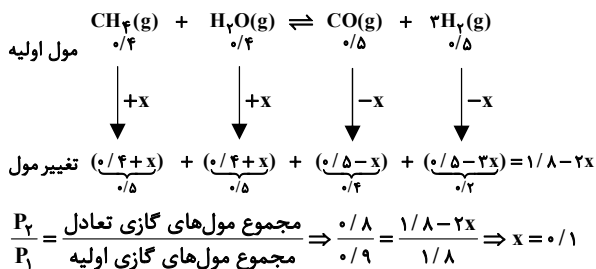
مقابله با افزایش حجم به سمت رفت جابه‌جا می‌شود.



غلظت تعادلی در تعادل اولیه	$\frac{16}{1}$	$\frac{4}{1}$
غلظت تعادلی در تعادل جدید	$\frac{16-x}{4}$	$\frac{4+2x}{4}$



چون روی سوال گفته مول H_2O و CH_4 برابر است لذا مول H_2O و CH_4 به ترتیب $0/4$ و $0/4$ می باشد $(\frac{0/8}{4} = 4)$ و چون مجموع مول فراورده‌ها برابر ۱ می باشد و روی سوال گفته 50% درصد مولی فراورده H_2 می باشد لذا $0/5$ مول H_2 و $0/5$ مول CO وجود دارد. چون فشار از $0/9$ به $0/8$ رسیده است لذا فشار کاهش یافته و واکنش به سمت مول گازی کمتر پیشرفت می کند. یعنی در جهت برگشت.



$$K = \frac{[H_2]^3 \times [CO]}{[CH_4] \times [H_2O]} = \frac{(\frac{0/2}{2})^3 \times (\frac{0/4}{2})}{(\frac{0/5}{2}) \times (\frac{0/5}{2})}$$

$$K = \frac{(0/1)^3 \times (0/2) \times 4}{0/25} = 3/2 \times 10^{-3}$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۵۰- گزینه «۳» (امیر ماتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست؛ با کاهش حجم ظرف غلظت همه مواد شرکت کننده در واکنش افزایش می یابد.

ب) درست؛ با کاهش حجم تعادل به سمت مول گازی کمتر یعنی در جهت رفت جابه‌جا می شود پس در ابتدا برهم خوردن تعادل غلظت همه گونه‌ها در

ابتدا افزایش یافته $(\hat{M} = \frac{n}{V} \downarrow)$ پس از این غلظت SO_3 رو به

افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش می یابد ولی به مقدار اولیه نمی رسد.

پ) نادرست؛ با افزایش یا کاهش حجم تعادل جابه‌جا می شود ولی تاثیری بر روی ثابت تعادل k ندارد و k فقط با دما تغییر پیدا می کند.

ت) نادرست؛ با کاهش حجم \leftarrow افزایش فشار \leftarrow غلظت مواد

افزایش \uparrow می یابد \leftarrow و سرعت واکنش‌های رفت و برگشت هر ۲ افزایش می یابند.

ث) درست؛ چون واکنش در جهت رفت پیشرفت می کند لذا از مول واکنش دهنده‌ها یعنی (O_2 و SO_2) کاسته شده و بر مول فراورده یعنی (SO_3) افزوده می شود.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۸)

برای حل این مسئله اولاً باید توجه داشت که ثابت تعادل در آن از رابطه زیر به دست می آید (غلظت مواد جامد ثابت بوده و در رابطه ثابت تعادل نوشته نمی شوند):

$$K = \frac{[H_2]^3}{[H_2O]^3}$$

و ثانیاً از آنجا که بازده درصدی واکنش 80% است، مقدار H_2O تجزیه شده معادل با 80% مقدار اولیه خواهد بود. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$3x = \frac{80}{100} \times 6 \Rightarrow x = 1/6$$

$$\left. \begin{aligned}
 [H_2O] \text{ تعادلی} &= \frac{(6-3x) \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{1/2 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 0/3 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \\
 [H_2] \text{ تعادلی} &= \frac{3x \text{ mol}}{4 \text{ L}} = \frac{4/8 \text{ mol}}{4 \text{ L}} = 1/2 \frac{\text{mol}}{\text{L}}
 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow K = \frac{(1/2)^3}{(0/3)^3} = 4^3 = 64$$

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۴۸- گزینه «۳» (امیر ماتمیان)

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست؛ چون با کاهش دما از 637°C تا 437°C ثابت تعادل افزایش یافته است لذا واکنش گرماده بوده است:

واکنش فرضی $aA(g) \rightleftharpoons bB(g) + q$

با کاهش دما تعادل در جهت تولید گرما پیش می رود (یعنی در جهت رفت) بنابراین مقدار K افزایش می یابد.

ب) نادرست؛ در فرایند هابر در شرایط بهینه، 28% درصد مولی از مخلوط تعادلی را آمونیاک تشکیل می دهد.

پ) نادرست؛ با کاهش حجم ظرف تعادل به سمت مول گازی کمتر جابه‌جا شده که همان در جهت برگشت می باشد.

ت) نادرست؛ چون با افزایش دما تعادل به سمت راست جابه‌جا شده (رفت) پس واکنش گرماگیر می باشد چون با افزایش دما تعادل در جهت مصرف q

جابه‌جا می شود و با کاهش فشار (افزایش حجم) تعادل به سمت مول گازی بیشتر جابه‌جا می شود. یعنی $a < b$.

(شیمی ۳- شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۱۴۹- گزینه «۱» (امیر ماتمیان)

تعداد مول اولیه واکنش دهنده‌ها را a در نظر می گیریم و تعداد مول اولیه فراورده‌ها را b در نظر می گیریم:

$$\left. \begin{aligned}
 a + b &= 1/8 \text{ mol} \\
 b &= 1/25 a
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + 1/25 a = 1/8$$

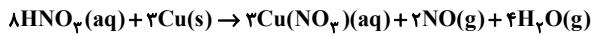
$$\Rightarrow a = \frac{1/8}{2/25} = 0/8 \text{ mol}, \quad b = 1 \text{ mol}$$



(معمردنا پورجاوید)

۱۵۴ - گزینه «۴»

واکنش موازنه شده به صورت زیر است:



با توجه به این معادله می‌توان گفت:

$$\frac{\text{تعداد مول NO تولیدی}}{2} = \frac{\text{تعداد مول HNO}_3 \text{ مصرفی}}{8}$$

$$\frac{\text{تعداد مول Cu(NO}_3)_2 \text{ تولیدی}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{n_{\text{Cu(NO}_3)_2} \text{ تولیدی}}{3} = \frac{0.4}{2} = \frac{n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی}}{8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی} = 1.6 \text{ mol} \\ n_{\text{Cu(NO}_3)_2} \text{ تولیدی} = 0.6 \text{ mol} \end{cases}$$

به این ترتیب برای تعیین مقدار HNO_3 اولیه و همچنین سرعت تشکیل نمک خواهیم داشت:

$$n_{\text{HNO}_3} \text{ باقی مانده} = n_{\text{HNO}_3} \text{ مصرفی} + n_{\text{HNO}_3} \text{ اولیه}$$

$$= 1.6 + 0.9 = 2.5$$

$$\bar{R}_{\text{Cu(NO}_3)_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0.6 \text{ mol}}{10 \text{ min}} = \frac{0.6 \text{ mol}}{(10 \times 60) \text{ s}} = 0.001 \text{ mol.s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(امین نوروزی)

۱۵۵ - گزینه «۲»

معادله موازنه شده به شکل زیر است:



نمودار با توجه به این که نزولی است پس مربوط به N_2O_5 است. زیرا طبق نمودار مقدار کاهش می‌یابد.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5}}{\text{ضریب}} \Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1}$$

$$\Rightarrow 67/2 \times 2 \text{ L.min}^{-1} \times \frac{\text{min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ mol}}{22/4 \text{ L}} = 0.1 \frac{\text{mol}}{\text{s}}$$

حال تغییرات مول N_2O_5 را در بازه ۱۵ ثانیه اول حساب می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{N}_2\text{O}_5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{10} \times 15 = 1.5 \text{ mol}$$

شیمی ۲

۱۵۱ - گزینه «۳»

(معمردنا پورجاوید)

موارد اول و سوم نادرست هستند.

برای نگهداری مواد غذایی محیط‌های سرد، تاریک و خشک (نه مرطوب) مناسب‌تر هستند.

قاووت گردی مغزی و تهیه شده از مغز آفتابگردان، پسته و ... است که در مقایسه با اجزای خود با سرعت بیشتری فاسد می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

(امیرمهر کنگرانی)

۱۵۲ - گزینه «۳»

سوختن گرد آهن در ظرف پر از گاز اکسیژن اثر افزایش غلظت را نشان می‌دهد.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(معمردنا پورجاوید)

۱۵۳ - گزینه «۳»

بررسی موارد:

(آ) درست؛ واکنش پس از ۳۰۰ ثانیه (۵ دقیقه) از آغاز واکنش به پایان رسیده است.

(ب) درست؛ سرعت واکنش با سرعت متوسط مصرف N_2 یکسان است.

$$\bar{R}_{\text{N}_2} = -\frac{\Delta n_{\text{N}_2}}{\Delta t} = -\frac{0.1 - 0.05}{150 \text{ s}} = \frac{4}{5} \times 10^{-3} \text{ mol.s}^{-1} \quad (0.150^{\circ})$$

$$\text{mol.s}^{-1} \times 60 = \text{mol.min}^{-1} \Rightarrow \frac{4}{15} \times 10^{-3} \times 60$$

$$= 1.6 \times 10^{-2} \text{ mol.min}^{-1}$$

(پ) نادرست

$$\bar{R}_{\text{NH}_3} = 2\bar{R}_{\text{N}_2} = 2 \times \left(-\frac{0.005 - 0.05}{200 \text{ s}} \right) = 4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1}$$

$$4/5 \times 10^{-5} \text{ mol.s}^{-1} \times 17 = 7/65 \times 10^{-4} \text{ g NH}_3$$

(ت) درست

$$7/65 \times 10^{-4} \times 200 = 1/53 \text{ g NH}_3$$

(ث) نادرست؛ زیرا N_2 ترکیب محسوب نمی‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)



$$\Delta n(\text{CO}_2) = (\frac{5}{25} - \frac{3}{5}) \times 10^{-2} \text{ mol} = \frac{1}{75} \times 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s} - 2 \text{ s} = 3 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{1}{20} \text{ min}$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{75} \times 10^{-2} \text{ mol}}{\frac{1}{20} \text{ min}} = \frac{3}{5} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{2} = \frac{\bar{R}_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_{\text{HCl}} = \frac{2 \times 10^{-2} \text{ mol}}{0.1 \text{ L} \cdot \text{min}} = \frac{2}{10} \times 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L} \cdot \text{min}}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۵ و ۸۶)

(امین نوروزی)

۱۵۹- گزینه «۲»

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ طبق واکنش زیر به مرور مقدار گاز افزایش یافته و باعث افزایش فشار می‌شود.



ب) درست؛ واکنش‌پذیری $\text{Cl} < \text{F}$ است پس سرعت F_2 با Na بیشتر می‌باشد.
پ) درست؛ برخی افراد پس از مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند زیرا فاقد آنزیم و کاتالیزگری هستند که این مواد را سریع و کامل هضم کند. قند آغشته به خاک باغچه به علت وجود کاتالیزگر مناسب برای سوختن قند در خاک باغچه سریع‌تر می‌سوزد.

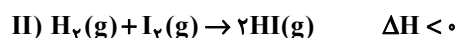
ت) نادرست؛ بنزوئیک اسید باعث کاهش سرعت واکنش‌هایی می‌شود که موجب فساد مواد غذایی می‌شود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲ و ۸۵)

(ممد عظیمیان زواره)

۱۶۰- گزینه «۳»

واکنش (I) برخلاف واکنش (II) گرماگیر است زیرا یکی از عوامل تاثیرگذار در ΔH واکنش حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده می‌باشد.



(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۳ تا ۹۶)

در نمودار شمار اولیه N_2O_5 برابر ۲ مول است و تغییرات مول برابر ۱/۵ مول است. پس مقدار a برابر ۵/۰ مول خواهد بود.

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱۵۶- گزینه «۴» (شهرزاد معرفت‌ایزری)

با توجه به نمودار، معادله واکنش به صورت زیر است: $2\text{A}(\text{g}) \rightarrow \text{B}(\text{g})$
در مدت ۵ ثانیه اول $1 \text{ mol} = 0.2 \times 50$ از ماده B تولید شده است و در ۵ ثانیه دوم $0.5 \text{ mol} = 0.1 \times 5$ ماده B تولید شده است که در مجموع 1.5 mol ماده B خواهیم داشت:

$$1.5 \text{ mol B} \times \frac{2 \text{ mol A}}{1 \text{ mol B}} = 3 \text{ mol A}$$

۳ مول از ماده A مصرف شده و ۳ مول داخل ظرف باقی مانده \Rightarrow

$$3 + 1.5 = 4.5 \text{ mol} \Rightarrow \text{باقی مانده در ظرف}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱۵۷- گزینه «۲» (ممید زبئی)

جرم کاهش یافته همان مجموع جرم CO_2 و H_2O گازی آزاد شده است. می‌توان مول CO_2 تولید شده را از روی کاهش جرم محاسبه کرد:

$$? \text{ mol CO}_2 = 18 / 6 \text{ g (CO}_2 \text{ و H}_2\text{O)}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g CO}_2 + 18 \text{ g H}_2\text{O}} = 0.3 \text{ mol CO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n_{\text{CO}_2}}{V \times \Delta t} = \frac{0.3}{20 \times 600} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \bar{R}_{\text{CO}_2} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲- در پی غذای سالم: صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۱۵۸- گزینه «۳» (امیرمسین طیبی)

واکنش موازنه شده:



واکنش زمانی به اتمام می‌رسد که دیگر تولید یا مصرف ماده‌ای نداشته باشیم که در این زمان $t = 50 \text{ s}$ لحظه اتمام واکنش است. ۳۰ ثانیه انتهایی واکنش از لحظه $t = 20 \text{ s}$ تا لحظه $t = 50 \text{ s}$ می‌باشد.

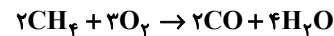
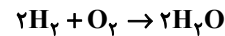


شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۱»

(امین نوری)

$$2/8L \Rightarrow \begin{cases} x L CH_4 \\ (2/8-x)L H_2 \end{cases}$$



$$g H_2O = x L CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{22/4 L CH_4} \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } CH_4}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \approx 1/6 x$$

$$g H_2O = (2/8-x)L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 L H_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } H_2}$$

$$\times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} \approx 0/8(2/8-x)$$

$$0/8(2/8-x) + 1/6x = 3/36 \Rightarrow 2/24 - 0/8x + 1/6x = 3/36$$

$$2/24 + 0/8x = 3/36 \Rightarrow 0/8x = 1/12 \Rightarrow x = 1/4$$

$$\begin{cases} 1/4 L CH_4 \Rightarrow \frac{1/4}{2/8} \times 100 \Rightarrow 50\% H_2 \\ 1/4 L H_2 \end{cases}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

۱۶۲- گزینه «۲»

(ممیر زبئی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ N_2 همان جوّی اثر است.

مورد دوم: درست؛ جرم مولی و نقطه جوش N_2 از H_2 بیشتر است.

مورد سوم: نادرست؛ با سرد کردن مخلوط، آمونیاک را جدا می‌کنند.

مورد چهارم: یکی از چالش‌های هابر این بود که واکنش در دما و فشار اتاق

انجام نمی‌شود.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

۱۶۳- گزینه «۳»

(میلار شیخ‌الاسلامی فیاوی)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست؛ سوخت سبز از پسماندهای گیاهی مانند شاخ و برگ گیاه سویا و ... به دست می‌آیند.

(۲) نادرست؛ برای این منظور از اکسید فلزات قلیایی خاکی دوره سوم (MgO) و چهارم (CaO) استفاده می‌شود.

(۳) درست؛ فراورده‌های سوختن زغال سنگ CO ، CO_2 ، SO_2 و H_2O می‌باشند که نصف آن‌ها یعنی CO_2 و SO_2 هنگام انحلال در

آب، به آن خاصیت اسیدی می‌بخشند.

(۴) نادرست؛ توسعه پایدار بیان می‌کند هرگاه در مجموع شرکت‌ها و

کارخانه‌ها، کالاهایی را تولید کنند که قیمت تمام شده تولید کالا برای کشور

کاهش یابد. این توسعه سبب رشد واقعی کشور می‌شود و در دراز مدت سبب

حفظ یا کاهش مصرف منابع طبیعی می‌گردد. پس قیمت فعلی کالا ملاکی

برای توسعه پایدار نیست.

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۳)

۱۶۴- گزینه «۳»

(مهمر عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) درست؛ فراورده‌های حاصل $BaSO_4$ (رسوب سفیدرنگ) و سدیم

کلرید (محلول در آب) می‌باشند.

(ب) درست

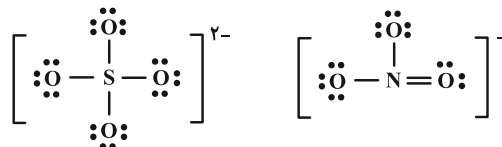
(پ) نادرست؛ حالت فیزیکی متیازیم به دست آمده از این فرایند مایع است.

(ت) درست؛ یون آمونیوم (NH_4^+) از اتصال ۵ اتم (نه ۲ یا چند اتم) تشکیل

شده است.



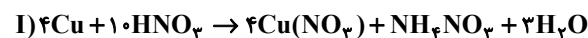
ث) درست



(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲ و ۹۸)

۱۶۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی دوست)



بررسی موارد:

مورد اول: درست;

$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{4 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2}{4 \text{ mol Cu}}$$

$$\times \frac{188 \text{ g}}{1 \text{ mol Cu}(\text{NO}_3)_2} = 15/04 \text{ g}$$

$$5/12 \text{ g Cu} \times \frac{1 \text{ mol Cu}}{64 \text{ g Cu}} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3}{4 \text{ mol Cu}}$$

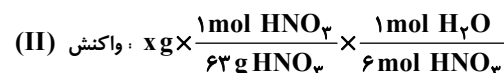
$$\times \frac{80 \text{ g}}{1 \text{ mol NH}_4\text{NO}_3} = 1/6 \text{ g}$$

$$15/04 - 1/6 = 13/44 \text{ g}$$

مورد دوم: نادرست؛ جرم اسید مصرفی را X گرم فرض کنیم.



$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{18 \times 3x}{630}$$



$$\times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = \frac{6x}{63}$$

≠

مورد سوم: درست

$$\text{حجم مولی گازها} = \frac{44 \text{ g}}{\text{mol}} \times \frac{\text{L}}{2/2 \text{ g}} = \frac{20 \text{ L}}{\text{mol}}$$

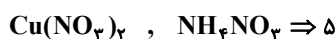
$$1/6 \text{ g S} \times \frac{1 \text{ mol S}}{32 \text{ g S}} \times \frac{6 \text{ mol NO}_2}{1 \text{ mol S}} \times \frac{20 \text{ L NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} = 6 \text{ L گاز}$$

مورد چهارم: درست

$$\text{mol S} = 0/25 \text{ mol Cu}$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت ضریب S نیز باید $\frac{1}{4}$ ضریب مولی Cu باشد

که هست. بنابراین مول فرآورده‌های محلول واکنش (I) یعنی مجموع ضرایب



و مول فرآورده غیرگازی محلول در آب واکنش (II) یعنی همان

$$\frac{5}{1} = 5 \quad \text{H}_2\text{SO}_4 \text{ که ضریب (۱) دارد.}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۱۶۶- گزینه «۲»

(امیرمحمد کنکرائی)

بررسی موارد:

مورد اول: درست؛ با توجه به قانون آووگادرو در دما و فشار ثابت مول‌های

یکسان از گازهای مختلف حجم یکسانی دارند.

مورد دوم: نادرست؛

$$? \text{ L N}_2 = 0/7 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{24 \text{ L N}_2}{1 \text{ mol N}_2} = 0/6$$

مورد سوم: درست؛ که براساس رابطه میان مول و حجم گازها که نخستین بار

توسط آووگادرو ارائه شد. در دما و فشار ثابت حاصل تقسیم حجم گاز بر مقدار

مول آن مقدار ثابتی است و بین حجم و مول گاز رابطه مستقیم وجود دارد.

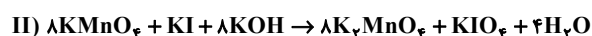
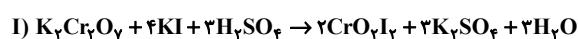
$$22/4 \frac{\text{L}}{\text{mol}} \times \frac{0/4 \text{ g}}{1 \text{ L}} = 8/96 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

۱۶۷- گزینه «۲»

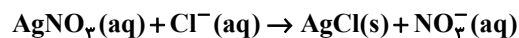
(امیر فاطمیان)

ابتدا معادله‌های موازنه شده واکنش‌ها را می‌نویسیم:



$$? \text{ mol Cl}^- = ۴ / ۵ \text{ mol Mg}^{۲+} \times \frac{۲ \text{ mol Cl}^-}{۱ \text{ mol Mg}^{۲+}}$$

$$= ۹ \text{ mol Cl}^-$$



$$۲۰ \text{ kg محلول} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ g}}{۱ \text{ kg محلول}} \times \frac{۶۸ \text{ g AgNO}_۳}{۸۰۰ \text{ g محلول}}$$

$$\times \frac{۱ \text{ mol AgNO}_۳}{۱۷۰ \text{ g AgNO}_۳} \times \frac{۱ \text{ mol Cl}^-}{۱ \text{ mol AgNO}_۳} = ۱۰ \text{ mol Cl}^-$$

$$\text{در کلسیم کلرید } ? \text{ mol Cl}^- = ۱۰ - ۹ = ۱ \text{ mol Cl}^-$$

$$۹ \text{ g CaCl}_۲ = ۱ \text{ mol Cl}^- \times \frac{۱ \text{ mol CaCl}_۲}{۲ \text{ mol Cl}^-} \times \frac{۱۱۱ \text{ g CaCl}_۲}{۱ \text{ mol CaCl}_۲}$$

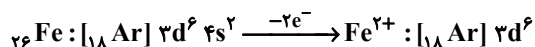
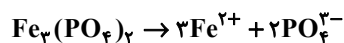
$$= ۵۵ / ۵ \text{ g CaCl}_۲$$

$$\frac{\text{جرم MgCl}_۲}{\text{جرم CaCl}_۲} = \frac{۴۲۷ / ۵}{۵۵ / ۵} = ۷ / ۷$$

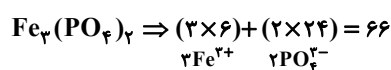
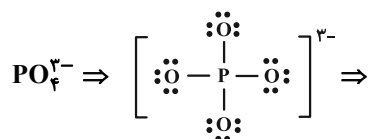
(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

(امیر ماتیان)

۱۷۰- گزینه «۳»



۶ الکترون در لایه ظرفیت آهن هستند که در تشکیل پیوند کووالانسی شرکت ندارند. ۲۴ الکترون ناپیوندی در لایه ظرفیت اتم‌های آن وجود دارد.



شمار مول کل الکترون‌های خارج از پیوند کووالانسی در لایه‌های ظرفیت

$$? \text{ g Fe}_۳(\text{PO}_۴)_۲ = ۹ / ۹ \text{ mol خارج از پیوند } e^-$$

$$\times \frac{۱ \text{ mol Fe}_۳(\text{PO}_۴)_۲}{۶۶ \text{ mol } e^-} \times \frac{۳۵۸ \text{ g Fe}_۳(\text{PO}_۴)_۲}{۱ \text{ mol Fe}_۳(\text{PO}_۴)_۲} = ۵۳ / ۷ \text{ g}$$

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

(I) مجموع ضرایب مواد در واکنش

(II) مجموع ضرایب واکنش دهنده‌ها در واکنش

$$= \frac{۱+۴+۳+۲+۳+۳}{۸+۱+۸} = \frac{۱۶}{۱۷}$$

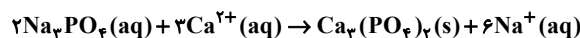
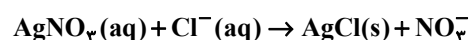
(شیمی ۱- رد پای گازها در زندگی؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۳)

(امیر ماتیان)

۱۶۸- گزینه «۲»

بررسی عبارت‌ها:

الف) درست



ب) نادرست؛ زمین از دیدگاه شیمیایی پویاست و بخش‌های گوناگون آن با یکدیگر برهم‌کنش فیزیکی و شیمیایی دارند.

پ) نادرست؛ منابع آب غیراقیانوسی در مجموع ۲/۸٪ منابع آب کره زمین را تشکیل می‌دهند.

ت) نادرست؛ آب اقیانوس‌ها و دریاها مخلوطی همگن است و به دلیل حل شدن مقادیر قابل توجهی از نمک اغلب شور است.

ث) درست؛ مطابق متن کتاب درسی صفحه ۹۰

(شیمی ۱- آب، آهنک زندگی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۲)

(امیر ماتیان)

۱۶۹- گزینه «۲»

$$? \text{ mol Mg}^{۲+} = ۲۰ \text{ kg محلول} \times \frac{۵۴۰۰ \text{ kg Mg}^{۲+}}{۱۰^۶ \text{ kg محلول}} \times \frac{۱۰۰۰ \text{ g}}{۱ \text{ kg}}$$

$$\times \frac{۱ \text{ mol Mg}^{۲+}}{۲۴ \text{ g Mg}^{۲+}} = ۴ / ۵ \text{ mol Mg}^{۲+}$$

$$? \text{ g MgCl}_۲ = ۴ / ۵ \text{ mol Mg}^{۲+} \times \frac{۱ \text{ mol MgCl}_۲}{۱ \text{ mol Mg}^{۲+}}$$

$$\times \frac{۹۵ \text{ g MgCl}_۲}{۱ \text{ mol MgCl}_۲} = ۴۲۷ / ۵ \text{ g MgCl}_۲$$