



ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۱۸

آزمون  
یازدهم  
حضور

دترچه شماره ۱



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	حسابان و ریاضیات پایه
<p>هندسه دوازدهم هندسه (۳): فصل سوم: بردارها (تا ابتدای ضرب خارجی + تمرین‌های مرتبط انتهای درس) صفحه ۶۱ تا ۸۰ هندسه دهم هندسه (۱): فصل چهارم: تجسم فضایی صفحه ۷۷ تا ۹۶</p>	<p>ریاضیات گسسته فصل سوم: ترکیبیات (تا ابتدای روش‌هایی برای شمارش) صفحه ۵۵ تا ۷۲</p>	<p>حسابان دوازدهم حسابان (۲): فصل چهارم: مشتق (درس ۳) + فصل پنجم: کاربردهای مشتق (درس ۱) صفحه ۱۰۲ تا ۱۲۶ حسابان یازدهم حسابان (۱): فصل اول: جبر و معادله (درس ۵) صفحه ۲۹ تا ۳۶</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه	۴۰ سؤال ۷۵ دقیقه

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

حسابان (۲): صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۶

۱- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = (x+1)\sqrt{2x+1}$  در بازه  $[0, 4]$ ، با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقطه  $x = 12$  چه قدر اختلاف دارد؟

۴/۱(۲)

۲/۸(۱)

۳/۶(۴)

۳/۲(۳)

۲- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \pi \cos 2x \cdot \sin x$  در بازه  $[0, \frac{\pi}{6}]$ ، چه قدر با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, \frac{\pi}{4}]$  اختلاف دارد؟

۲/۵(۲)

۱/۵(۱)

۴/۵(۴)

۳/۵(۳)

۳- مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $y = |x-2| \sqrt[3]{(x-1)^2}$  برابر کدام است؟

۳/۶(۲)

۳/۲(۱)

۴/۸(۴)

۴/۴(۳)

۴- با فرض  $f(x) = x - 4\sqrt{x+8}$ ، اختلاف کم‌ترین و بیشترین مقدار تابع  $y = f(8 \sin x)$  چه قدر است؟

۸(۴)

۶(۳)

۴(۲)

۲(۱)

۵- حاصل جمع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a^2 - 3x}$ ، برابر ۳ است. مقدار  $[2a^2]$  کدام است؟

۶(۴)

۴(۳)

۳(۲)

۲(۱)

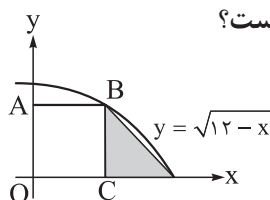
۶- در شکل روبه‌رو، مساحت مستطیل ABCO ماکزیمم است. مساحت مثلث رنگی چه قدر است؟

۲√۳(۲)

۳(۱)

۴(۴)

۴√۲(۳)



۷- تابع  $y = 2x(x^2 - \frac{9}{4}x + 6)$  در بازه  $(\alpha, \beta)$  اکیداً نزولی است. حداکثر  $\beta - \alpha$  کدام است؟

۴(۴)

۳(۳)

۲(۲)

۱(۱)

محل انجام محاسبات

۸- تابع  $f(x) = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x}}$  روی بازه  $(a, +\infty)$  اکیداً صعودی است. حداقل مقدار  $f(a)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{39}{\sqrt{3}}$  (۲)  $\frac{67}{2}$  (۳) ۷ (۴)  $4\sqrt{2}$

۹- مثلث قائم الزاویه‌ای با طول وتر برابر ۶ را حول یکی از اضلاع قائمه خود دوران می‌دهیم. بیشترین حجم این مخروط به وجود آمده چه قدر است؟

- (۱)  $16\pi\sqrt{3}$  (۲)  $8\pi\sqrt{3}$   
(۳)  $12\pi\sqrt{3}$  (۴)  $15\pi\sqrt{3}$

۱۰- نقطه‌ای با کدام طول، برای تابع  $f(x) = (-1)^{[x]} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ ، یک نقطه مینیمم نسبی است ولی مینیمم مطلق نیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱- نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{2x-3}{a(x-4)^2}$ ، روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد.  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$   
(۳)  $-\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲- نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + ax^2 + bx + 1$  روی محورهای مختصات واقع اند. حاصل  $a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{4}$   
(۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

۱۳- خط  $y = 2x - 3$  از نقطه مینیمم نسبی تابع  $f(x) = x^2(mx + n)$  در ناحیه چهارم عبور کرده و نمودار  $f$  را روی محور  $x$ ها قطع می‌کند. مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱)  $-6$  (۲)  $-\frac{3}{2}$   
(۳)  $-3$  (۴)  $-\frac{4}{3}$

محل انجام محاسبات

حسابان (۱): صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶

۱۴- در مثلثی با رأس‌های  $A(1, 4)$ ،  $B(3, -2)$  و  $C(7, 6)$  طول میانه  $AM$  کدام است؟

$$2\sqrt{5} \quad (1) \qquad 2\sqrt{3} \quad (2)$$

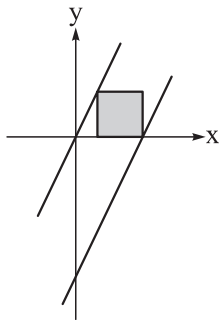
$$3\sqrt{2} \quad (3) \qquad 5\sqrt{2} \quad (4)$$

۱۵- خط  $3x - 4y = 3$  بر دایره‌ای به شعاع ۳ مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیه اول بر خط  $-x + y = 2$  واقع باشد، مجموع طول و عرض مختصات مرکز دایره چه قدر است؟

$$8 \quad (1) \qquad 10 \quad (2) \qquad 6 \quad (3) \qquad 4 \quad (4)$$

۱۶- فرض کنید  $B(4, 0)$  و  $C(2, 2)$  دو رأس مجاور به قاعده مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  باشند. اگر رأس  $A$  بر خط  $x + y = 8$  واقع باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه  $A$  در دستگاه مختصات چه قدر است؟

$$16 \quad (1) \qquad 12 \quad (2) \qquad 15 \quad (3) \qquad 10 \quad (4)$$



۱۷- در شکل روبه‌رو، خطوط  $y = 2x - n$  و  $y = 2x - n$  رسم شده‌اند. مساحت مربع رنگی کدام است؟

$$\frac{4}{9}n^2 \quad (1) \qquad \frac{9}{4}n^2 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4}n^2 \quad (3) \qquad \frac{1}{9}n^2 \quad (4)$$

۱۸- خطوط  $ax - y = 3$  و  $3y + x = -9$ ، یکدیگر را در نقطه  $A$  و نیمساز ناحیه اول و سوم را به ترتیب در نقاط  $B$  و  $C$  قطع می‌کنند. اگر مثلث  $ABC$  در رأس  $A$  قائمه باشد، طول وتر  $BC$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

$$\frac{5}{2} \quad (1) \qquad \frac{15}{4} \quad (2)$$

$$\frac{15}{7} \quad (3) \qquad \frac{5}{7} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۷۲

۱۹- ۹ نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند؟

- (۱) ۱۲۶۰  
(۲) ۲۵۲۰  
(۳) ۱۵۱۲۰  
(۴) ۳۸۱۰۲۴

۲۰- به چند طریق می‌توان از بین ۴ نوع گل، دسته‌گلی شامل ۸ شاخه گل را به دلخواه انتخاب کرد؟

- (۱)  $8^4$   
(۲)  $4^8$   
(۳) ۳۳۰  
(۴) ۱۶۵

۲۱- در چند گروه از مربع‌های لاتین داده‌شده، دو مربع لاتین متعامد دیده می‌شود؟

۱	۲	۳	۴	۳	۲	۱	۴	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۳	۲	۱	۲	۱	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۴	۱	۲	۳	۱	۴	۳	۲	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۳	۲	۱	۳	۲	۳	۱	۲	۲	۳	۱
۳	۴	۱	۲	۴	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۲	۳	۱	۳	۱	۲
۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۱	۳	۳	۲	۱	۲	۳	۱	۳	۱	۲

(ت)

(پ)

(ب)

(الف)

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

۲۲- به چند طریق می‌توان ۱۵ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد، به طوری که نفر اول لااقل ۱ توپ، نفر دوم لااقل ۲ توپ،

نفر سوم لااقل ۳ توپ و نفر چهارم لااقل ۴ توپ داشته باشند؟

- (۱) ۸۱۶  
(۲) ۱۶۵  
(۳) ۵۶  
(۴) ۳۶

۲۳- با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۶ و ۷ چند عدد یازده‌رقمی می‌توان نوشت، به طوری که ارقام آن یک‌درمیان زوج

و فرد باشند؟

- (۱) ۳۶۰۰  
(۲) ۱۸۰۰  
(۳) ۲۴۰۰  
(۴) ۱۲۰۰

محل انجام محاسبات

۲۴- قرار است ۵ کارگر با ۵ نوع ماشین نخریسی و ۵ نوع الیاف در ۵ روز هفته کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف، دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار گرفته شود. برای این منظور طبق جدول زیر برنامه‌ریزی کرده‌ایم که در هر خانه از جدول، رقم دهگان نشان‌دهنده ماشین و رقم یکان نشان‌دهنده الیاف به کار رفته است؛ هم‌چنین کارگرها در ستون‌های جدول و روزهای هفته در سطرها قرار گرفته‌اند. مطابق این جدول کارگر دوم در روز یکشنبه با کدام ماشین و الیاف کار می‌کند؟

	کارگر اول	کارگر دوم	کارگر سوم	کارگر چهارم	کارگر پنجم
شنبه					
یکشنبه					۱۲
دوشنبه				۱۱	۴۴
سه‌شنبه			۱۵	۴۳	۲۱
چهارشنبه		۱۴	۴۲	۲۵	۵۳

(۱) ماشین دوم - الیاف پنجم

(۲) ماشین پنجم - الیاف سوم

(۳) ماشین پنجم - الیاف پنجم

(۴) ماشین دوم - الیاف سوم

۲۵- معادله  $2x^2 + 3y + \sqrt{z} + \frac{t}{p} = 10$ ، چند دسته جواب صحیح نامنفی دارد؟

(۱) ۵۵ (۲) ۴۷ (۳) ۳۶ (۴) ۲۱

۲۶- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام آن مضرب ۱۱ باشد؟

(۱) ۶۹ (۲) ۷۸ (۳) ۹۰ (۴) ۹۹

۲۷- معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 44$ ، دارای چند دسته جواب طبیعی و مضرب ۴ است که  $x_3 < x_5$  باشد؟

(۱) ۸۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۶۰ (۴) ۲۱۰

۲۸- چند عدد بیست‌رقمی با ارقام ۰ و ۱ می‌توان نوشت که بر ۴۵ بخش‌پذیر باشد؟

(۱) ۴۳۷۵۸ (۲) ۴۳۷۶۴

(۳) ۴۳۷۷۰ (۴) ۴۳۷۷۶

محل انجام محاسبات

هندسه (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰، هندسه (۱): صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

۲۹- تصویر قائم بردار  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$  بر بردار  $\vec{b} = 3\vec{j} - 4\vec{k}$  کدام بردار است؟

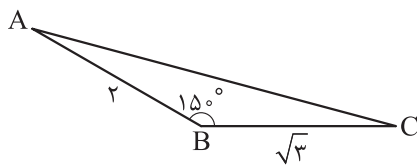
- (۱)  $(0, -1/8, 2/4)$  (۲)  $(0, -0/36, 0/48)$   
 (۳)  $(0, 1/8, -2/4)$  (۴)  $(0, 0/36, -0/48)$

۳۰- نقاط  $A(4-m, -3, -1)$  و  $B(2, -m, 0)$  مفروض‌اند. اگر نقطه  $A$  در ناحیه هفتم دستگاه مختصات سه‌بعدی قرارداشته باشد و  $AB = \sqrt{14}$ ، فاصله نقطه وسط پاره خط  $AB$  از صفحه  $xz$  کدام است؟

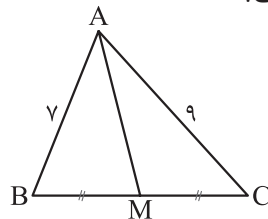
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $1/5$  (۴) ۳

۳۱- وجه‌های یک مکعب مستطیل، قسمتهایی از صفحات به معادله‌های  $x = -1, x = 3, y = 1, y = 3, z = -2, z = 1$  و $z = 1$  هستند. کدام یک از نقاط زیر بر یکی از یال‌های این مکعب مستطیل واقع است؟

- (۱)  $(-1, 0, 1)$  (۲)  $(3, 2, 0)$   
 (۳)  $(0, 1, -2)$  (۴)  $(1, 3, -1)$

۳۲- با توجه به شکل، حاصل  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۱  
 (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۷

۳۳- مطابق شکل زیر، در مثلث  $ABC$ ،  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. حاصل  $\vec{AM} \cdot \vec{BC}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲  
 (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

۳۴- اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار عمود بر هم باشند، به طوری که  $3\vec{a} - \vec{b} = (2, m, -6)$  و  $\vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m)$ ، آن‌گاه  $m$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۵ (۳) ۳ یا -۲ (۴) -۵ یا صفر

محل انجام محاسبات

۳۵- اگر  $A(-1, -2, 4)$ ،  $B(-4, -2, 0)$  و  $C(3, -2, 1)$  رأس‌های مثلث  $ABC$  باشند، آن‌گاه اندازه زاویه  $B$  چند درجه است؟

- (۱)  $30^\circ$       (۲)  $45^\circ$       (۳)  $60^\circ$       (۴)  $90^\circ$

۳۶- دو خط  $d$  و  $d'$  واقع در صفحه  $P$  در نقطه  $O$  متقاطع‌اند و خط  $L$  با صفحه  $P$  متقاطع است. چند خط می‌توان رسم کرد که هر سه خط  $L$ ،  $d$  و  $d'$  را قطع کند؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) بی‌شمار

۳۷- کدام گزینه در فضا درست است؟

- (۱) دو خط عمود بر یک صفحه نمی‌توانند بر هم عمود باشند.  
 (۲) دو صفحه موازی با یک خط نمی‌توانند بر هم عمود باشند.  
 (۳) دو خط عمود بر هم نمی‌توانند با یک صفحه موازی باشند.  
 (۴) دو خط عمود بر هم نمی‌توانند بر یک خط عمود باشند.

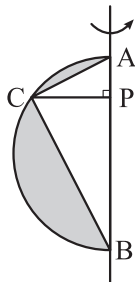
۳۸- با کنار هم قراردادن  $n^3$  مکعب به طول یال واحد، یک مکعب به طول یال  $n$  ساخته و تمام وجه‌های آن را رنگ کرده‌ایم، به طوری که تعداد مکعب‌های واحدی که به ترتیب یک، دو و سه وجه رنگی دارند برابر با  $a$ ،  $b$  و  $c$  است. اگر  $b = 6c$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{a}{n}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{25}{7}$       (۲)  $10/8$       (۳) ۱۶      (۴) ۲۷

۳۹- صفحه‌ای از محور یک مخروط قائم می‌گذرد و مقطعش با مخروط، یک مثلث متساوی‌الاضلاع به محیط ۳۶ است. حجم این مخروط چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

- (۱)  $36\pi$       (۲)  $54\pi$       (۳)  $72\pi$       (۴)  $96\pi$

۴۰- مطابق شکل، ناحیه بین مثلث و نیم‌دایره را حول قطر نیم‌دایره دوران می‌دهیم. اگر  $AB = 4$  و  $PA^2 + PB^2 = 12$  باشد، آن‌گاه حجم جسم فضایی حاصل کدام است؟



- (۱)  $5\pi$       (۲)  $12\pi$       (۳)  $8\pi$       (۴)  $9\pi$

محل انجام محاسبات





ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۱۸

آزمون  
یازدهم  
حضور

دترچه شماره ۲



سال تحصیلی  
۱۴۰۲-۱۴۰۳

شیمی	فیزیک
<p>شیمی دوازدهم شیمی (۳): فصل چهارم: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر (تا ابتدای آمونیاک و بهره‌وری در کشاورزی) صفحه ۹۱ تا ۱۰۲</p> <p>شیمی یازدهم شیمی (۲): فصل دوم: در پی غذای سالم (از ابتدای آنتالپی سوختن، تکیه‌گاهی برای تأمین انرژی تا پایان فصل) + فصل سوم: پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر (تا ابتدای پلی‌استرها) صفحه ۷۰ تا ۱۰۷</p>	<p>فیزیک دوازدهم فیزیک (۳): فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج صفحه ۸۹ تا ۱۱۴</p> <p>فیزیک یازدهم فیزیک (۲): فصل سوم: مغناطیس صفحه ۸۳ تا ۱۰۸</p>

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

### گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

• نام و نام خانوادگی: • شماره داوطلبی:

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سؤال
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۵ دقیقه	۸۰ دقیقه

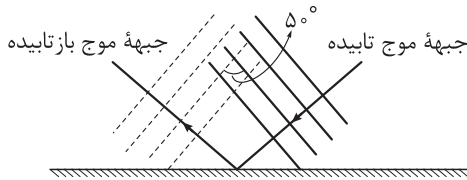
اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی:

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

Azmoon.kheilisabz.com

فیزیک (۳): صفحه‌های ۸۹ تا ۱۱۴

۴۱- شکل زیر، جبهه‌های فرودی و بازتابیده یک موج مکانیکی از یک سطح تخت و نمودار پرتویی مربوط به آن را نشان می‌دهد. زاویه بازتابش این موج چند درجه است؟



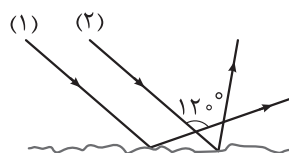
(۱) ۲۰

(۲) ۶۵

(۳) ۴۰

(۴) ۵۰

۴۲- دو پرتو موازی (۱) و (۲) مطابق شکل به یک سطح تابیده شده است. اگر اختلاف زاویه‌های تابش دو پرتو، برابر با ۳۰° باشد، اختلاف زاویه‌های بازتاب ..... درجه و طول موج پرتوها ..... از ابعاد ناهمواری‌های سطح است.



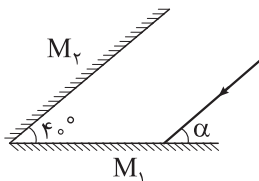
(۱) ۱۵ - کم‌تر

(۲) ۳۰ - کم‌تر

(۱) ۱۵ - بیشتر

(۳) ۳۰ - بیشتر

۴۳- مطابق شکل زیر، پرتو نوری تحت زاویه  $\alpha$  به آینه تخت  $M_1$  می‌تابد. اگر پس از دومین برخورد به آینه  $M_1$  پرتو بر روی خودش بازتاب شود،  $\alpha$  چند درجه است؟



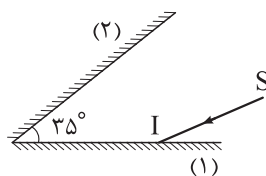
(۱) ۱۰

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۴۰

۴۴- در شکل زیر، پرتوی SI با زاویه تابش ۸۰° بر سطح آینه تخت (۱) می‌تابد. زاویه بین این دو آینه تخت متقاطع را حداقل چند درجه و چگونه تغییر دهیم تا پرتوی بازتاب نهایی، نسبت به پرتوی تابش اولیه (SI)، ۱۸۰° منحرف شود؟



(۱) ۵°، افزایش

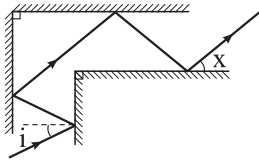
(۲) ۵°، کاهش

(۳) ۱۰°، افزایش

(۴) ۱۰°، کاهش

محل انجام محاسبات

۴۵- شکل زیر مسیر حرکت پرتویی را بین آینه‌های تخت متقاطع، که دوه‌دو موازی‌اند، نشان می‌دهد. اگر زاویه تابش  $\hat{I}$  را  $10^\circ$  افزایش دهیم، زاویه  $X$  چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱)  $10^\circ$  درجه افزایش می‌یابد.  
 (۲)  $20^\circ$  درجه افزایش می‌یابد.  
 (۳)  $10^\circ$  درجه کاهش می‌یابد.  
 (۴)  $20^\circ$  درجه کاهش می‌یابد.

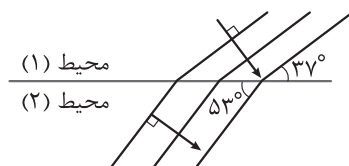
۴۶- حداقل فاصله یک شخص تا دیوار باید  $16/5$  m باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمیز دهد. مسافتی که صوت در یک دقیقه در محیط طی می‌کند، چند کیلومتر است؟

- (۱)  $9/9$   
 (۲)  $19/8$   
 (۳)  $39/6$   
 (۴)  $49/5$

۴۷- موتورسواری که با سرعت ثابت  $30$  m/s به طرف دیوار بزرگی در حال حرکت است، در لحظه  $t_1$  تیری را شلیک می‌کند. اگر او  $4$  s پس از لحظه  $t_1$  پژواک صدای شلیک تیر را از دیوار بشنود، در لحظه  $t_1$  فاصله‌اش از دیوار چند متر بوده است؟ (تندی انتشار صوت در هوا را  $340$  m/s در نظر بگیرید.)

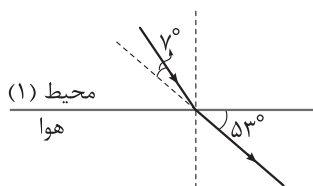
- (۱)  $540$   
 (۲)  $620$   
 (۳)  $680$   
 (۴)  $740$

۴۸- مطابق شکل جبهه‌های موجی با بسامد  $2000$  Hz از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده‌اند. اگر اختلاف تندی موج در دو محیط  $300$  m/s باشد، طول موج آن در محیط (۱) چند سانتی‌متر است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )



- (۱)  $30$   
 (۲)  $45$   
 (۳)  $60$   
 (۴)  $90$

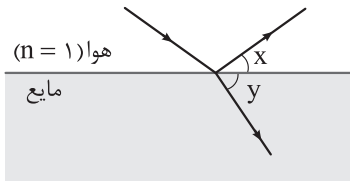
۴۹- مطابق شکل، پرتو نوری از محیط (۱) وارد هوا می‌شود و طول موج آن  $100$  nm افزایش می‌یابد. بسامد نور چند هرتز است؟ (تندی نور در هوا و خلأ را یکسان فرض کنید.) ( $\sin 37^\circ = 0/6$  و  $c = 3 \times 10^8$  m/s)



- (۱)  $5 \times 10^{15}$   
 (۲)  $6 \times 10^{15}$   
 (۳)  $5 \times 10^{14}$   
 (۴)  $6 \times 10^{14}$

محل انجام محاسبات

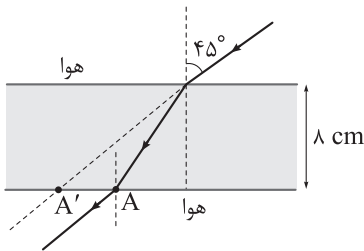
۵۰- مطابق شکل، یک پرتو موج الکترومغناطیسی تک‌رنگ با بسامد  $4 \times 10^{15}$  Hz از هوا به سطح یک مایع شفاف می‌تابد. بخشی از پرتو، بازتاب و بخش دیگری از آن شکسته شده و وارد مایع می‌شود. اگر  $\cos x = \frac{4}{3} \cos y$  باشد، طول موج نور در مایع چند نانومتر است؟ ( $c = 3 \times 10^8$  m/s)



- (۱) ۱۰۰  
(۲) ۳۷/۵

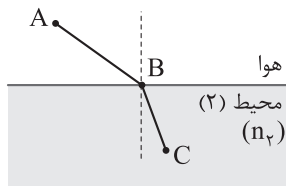
- (۳) ۷۵  
(۴) ۵۶/۲۵

۵۱- پرتو نوری مطابق شکل از هوا به یک تیغه متوازی‌السطوح می‌تابد و پس از شکست در تیغه از نقطه A وارد هوا می‌شود، به طوری که امتداد پرتو تابش اولیه در نقطه A' به سطح پایینی تیغه برخورد می‌کند و  $AA' = 2$  cm است. با افزایش ضخامت تیغه به ۱۲ سانتی‌متر، فاصله AA' چه قدر تغییر می‌کند؟



- (۱) ۱ سانتی‌متر افزایش می‌یابد.  
(۲) ۱ سانتی‌متر کاهش می‌یابد.  
(۳) ۳ سانتی‌متر افزایش می‌یابد.  
(۴) ۳ سانتی‌متر کاهش می‌یابد.

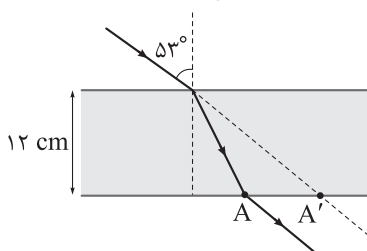
۵۲- یک پرتوی نور، مسیر ABC را مطابق شکل زیر، از هوا تا درون محیط (۲) در مدت  $350$  ns طی می‌کند. اگر  $AB = 2BC = 60$  m باشد، ضریب شکست محیط (۲) کدام است؟ ( $c = 3 \times 10^8$  m/s)



- (۱)  $\frac{4}{3}$   
(۲)  $\frac{5}{4}$

- (۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴)  $\frac{6}{5}$

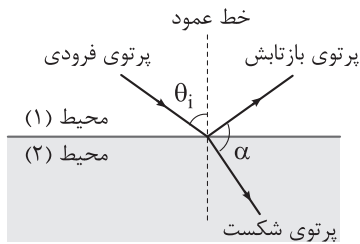
۵۳- شکل زیر، مسیر حرکت پرتویی را نشان می‌دهد که از خلأ به سطح یک تیغه متوازی‌السطوح تابیده شده است. اگر  $AA' = 4$  cm باشد، مدت زمان حرکت پرتو درون تیغه چند پیکوثانیه است؟ ( $c = 3 \times 10^8$  m/s و  $\sin 53^\circ = \frac{4}{5}$ )



- (۱) ۵۰  
(۲) ۵۰۰  
(۳) ۶۴  
(۴) ۶۴۰

محل انجام محاسبات

۵۴- در شکل زیر که طرحی از بازتاب و شکست یک پرتوی نور را نشان می‌دهد، زاویه تابش ( $\theta_i$ ) چگونه تغییر کند تا زاویه بین پرتوی بازتابش و پرتوی شکست ( $\alpha$ )  $10^\circ$  افزایش یابد؟



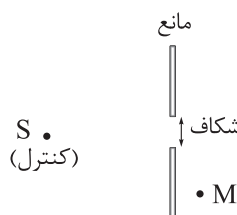
- (۱) کم‌تر از  $5^\circ$  کاهش یابد.
- (۲) بیشتر از  $5^\circ$  کاهش یابد.
- (۳) کم‌تر از  $5^\circ$  افزایش یابد.
- (۴) بیشتر از  $5^\circ$  افزایش یابد.

۵۵- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) از آن‌جا که سراب وجود خارجی ندارد، نمی‌توان از آن عکس گرفت.
- (ب) با افزایش دمای هوا، ضریب شکست به تدریج افزایش می‌یابد.
- (پ) ضریب شکست هر محیطی به طول موج نور در آن محیط بستگی دارد.
- (ت) هنگام عبور نور سفید از منشور، نور بنفش کم‌ترین انحراف را دارد.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) صفر

۵۶- مطابق شکل، تلویزیونی در نقطه M قرار دارد. وقتی از نقطه S و با یک دستگاه کنترل، موجی به طول موج  $100 \mu\text{m}$  ارسال می‌کنیم، تلویزیون عمل نمی‌کند. برای آن‌که امواج به این تلویزیون برسند، کدام یک از راهکارهای زیر می‌تواند مؤثر باشد؟ ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ )



(الف) پهنای شکاف مانع را دو برابر کنیم.

(ب) بسامد دستگاه کنترل را به ۱ THz برسانیم.

(پ) با نزدیک کردن کنترل به شکاف مانع، ناحیه سایه مانع را کاهش دهیم.

(ت) طول موج دستگاه کنترل را به  $50 \mu\text{m}$  برسانیم.

- (۱) الف و ب
- (۲) ب و پ
- (۳) پ و ت
- (۴) الف و ت

۵۷- آزمایش ینگ را یک مرتبه با نوری با بسامد  $f_1 = f$  در هوا و مرتبه دوم با نوری با بسامد  $f_2 = \frac{5}{4}f$  در آب انجام می‌دهیم. پهنای هر نوار روشن در آزمایش اول چند برابر پهنای هر نوار روشن در آزمایش دوم است؟ ( $n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}$ ، سایر شرایط آزمایش در هر دو محیط یکسان است.)

(۱)  $\frac{16}{15}$       (۲)  $\frac{3}{5}$       (۳)  $\frac{15}{16}$       (۴)  $\frac{5}{3}$

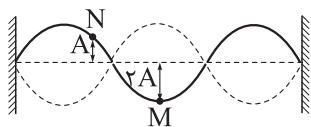
محل انجام محاسبات



۵۸- در یک طناب با دو انتهای بسته، یک موج ایستاده با ۴ گره و بسامد  $800 \text{ Hz}$  تشکیل شده است. اگر طول طناب  $120 \text{ cm}$  باشد، فاصله یک گره تا شکم مجاورش چند سانتی متر است؟

- (۱)  $7/5$  (۲)  $10$  (۳)  $15$  (۴)  $20$

۵۹- تاری که بین دو تکیه‌گاه محکم شده است، مطابق شکل به نوسان درمی آید. اگر فاصله دو تکیه‌گاه  $75 \text{ cm}$  و تندی موج عرضی در آن  $250 \text{ m/s}$  باشد، به ترتیب چند میلی ثانیه طول می کشد تا هر یک از ذرات  $M$  و  $N$  یک نوسان کامل انجام دهند؟



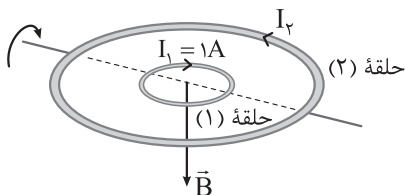
- (۱)  $2$  و  $4$  (۲)  $2$  و  $2$  (۳)  $4$  و  $4$  (۴)  $2$  و  $2$

۶۰- تاری با دو انتهای ثابت در هماهنگ سوم خود به نوسان درمی آید. اگر بسامد تار را  $480 \text{ Hz}$  افزایش دهیم، فاصله بین دو شکم متوالی نصف می شود. اگر تندی موج عرضی در تار  $240 \text{ m/s}$  باشد، طول تار چند سانتی متر است؟

- (۱)  $150$  (۲)  $100$  (۳)  $75$  (۴)  $37/5$

فیزیک (۲): صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸

۶۱- دو حلقه هم‌مرکز حامل جریان بر روی یک صفحه قرار دارند و مطابق شکل، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  با بزرگی  $3 \times 10^{-2} \text{ G}$  را در مرکز حلقه‌ها و به سمت پایین ایجاد کرده‌اند. اگر حلقه (۲) را حول محور نشان داده شده در شکل  $90^\circ$  بچرخانیم تا سطح آن عمود بر سطح حلقه (۱) شود، بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها چند گاوس تغییر می‌کند؟ (شعاع حلقه (۱) برابر با  $5 \text{ cm}$  و  $\frac{\text{T.m}}{\text{A}} = 1/2 \times 10^{-6} \mu_0$  است.)



- (۱)  $15 \times 10^{-2}$  (۲)  $9 \times 10^{-2}$  (۳)  $18 \times 10^{-2}$  (۴)  $12 \times 10^{-2}$

۶۲- از یک سیملوله آرمانی به طول  $36 \text{ cm}$  و دارای  $100$  حلقه، جریان  $1/2 \text{ A}$  می‌گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی در وسط سیملوله چند گاوس است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

- (۱)  $3$  (۲)  $4$  (۳)  $6$  (۴)  $8$

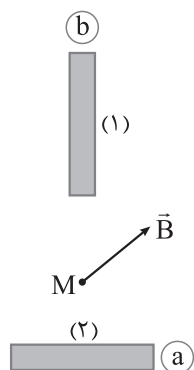
محل انجام محاسبات



۶۳- کدام یک از عبارتهای زیر، نادرست است؟

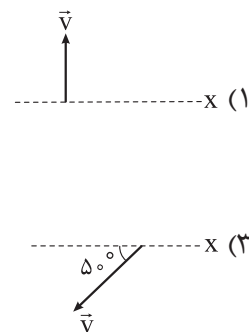
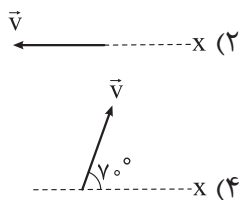
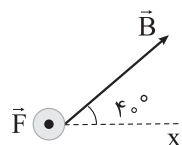
- الف) قطبهای مغناطیسی زمین بر قطبهای جغرافیایی آن کاملاً منطبق نیستند.  
 ب) جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می‌شود.  
 پ) جهت خطوط میدان مغناطیسی در داخل آهنربا از قطب N به قطب S است.  
 ت) خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای میله‌ای، یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهند.
- (۱) الف و ب  
 (۲) ب  
 (۳) پ  
 (۴) پ و ت

۶۴- در شکل زیر، بردار میدان مغناطیسی خالص بین دو آهنربای میله‌ای مشابه ۱ و ۲ در نقطه M، نشان داده شده است. عقربه‌های مغناطیسی (a) و (b) به ترتیب از راست به چپ در کدام جهت قرار دارند؟



- (۱)  $\downarrow, \rightarrow$   
 (۲)  $\uparrow, \rightarrow$   
 (۳)  $\downarrow, \leftarrow$   
 (۴)  $\uparrow, \leftarrow$

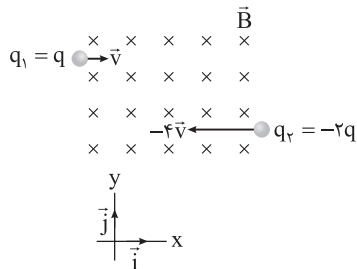
۶۵- نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  وارد بر الکترونی که در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در حرکت است، در شکل زیر نشان داده شده است. جهت بردار سرعت الکترون کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟



محل انجام محاسبات



۶۶- مطابق شکل دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$ ، به ترتیب با سرعت‌های  $\vec{v}$  و  $-4\vec{v}$ ، وارد میدان مغناطیسی یکنواختی می‌شوند. اگر بردار نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_1$  در لحظه ورود به میدان  $\vec{J}(-2N)$  باشد، بردار نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_2$  در لحظه ورود به میدان، کدام است؟



$$(1) \vec{J}(-16N)$$

$$(2) \vec{J}(+16N)$$

$$(3) \vec{J}(-8N)$$

$$(4) \vec{J}(+8N)$$

۶۷- پروتونی با تندی  $200 \text{ km/s}$  درون میدان مغناطیسی یکنواختی در حرکت است. در لحظه‌ای که پروتون به سمت جنوب حرکت می‌کند، جهت نیرویی که از طرف میدان به آن وارد می‌شود، رو به شرق و اندازه آن بیشینه و برابر  $8 \times 10^{-16} \text{ N}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی چند گاوس و به کدام سو است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

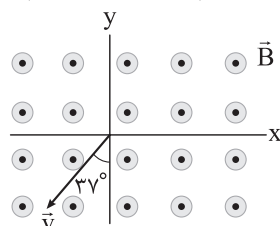
$$(1) 2/5 \times 10^2, \text{ پایین}$$

$$(2) 2/5 \times 10^{-2}, \text{ پایین}$$

$$(3) 2/5 \times 10^2, \text{ بالا}$$

$$(4) 2/5 \times 10^{-2}, \text{ بالا}$$

۶۸- یک ذره باردار با بار  $q = -2 \mu\text{C}$  تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سویی به بزرگی  $2 \times 10^3 \text{ G}$  در حال حرکت است. مطابق شکل در لحظه  $t$  ذره با سرعت  $\vec{v}$  به بزرگی  $2 \times 10^5 \text{ m/s}$  از مبدأ مکان عبور می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در این لحظه با جهت مثبت محور  $x$  چه زاویه‌ای می‌سازد و بزرگی آن چند نیوتون است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )



$$(1) 8 \times 10^{-2}, 37^\circ$$

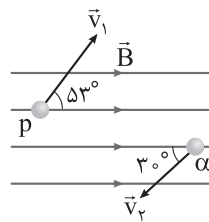
$$(2) 8 \times 10^{-2}, 53^\circ$$

$$(3) 4/8 \times 10^{-2}, 37^\circ$$

$$(4) 4/8 \times 10^{-2}, 53^\circ$$

۶۹- یک پروتون و یک ذره  $\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}^{2+}$ ) در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  در حال حرکت‌اند. اگر در لحظه نشان داده شده در شکل زیر، تندی دو ذره برابر و شتاب پروتون برابر  $\vec{a}_p$  باشد، شتاب ذره  $\alpha$  برابر کدام است؟ (جرم پروتون = جرم نوترون)

$$\text{و } (\sin 53^\circ = 0.8)$$



$$(1) \frac{5}{4} \vec{a}_p$$

$$(2) -\frac{5}{4} \vec{a}_p$$

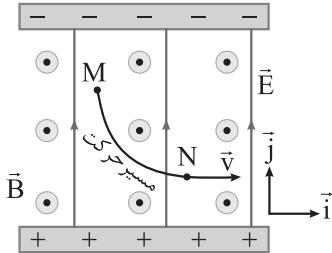
$$(3) \frac{5}{16} \vec{a}_p$$

$$(4) -\frac{5}{16} \vec{a}_p$$

محل انجام محاسبات



۷۰- در شکل زیر ذره‌ای به جرم  $20 \text{ mg}$  و بار الکتریکی  $-2 \mu\text{C}$  در میدان‌های یکنواخت الکتریکی و مغناطیسی  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  از نقطه  $M$  رها می‌شود و با سرعت  $\vec{v} = (200 \text{ m/s})\vec{i}$  از نقطه  $N$  می‌گذرد. اگر بزرگی میدان الکتریکی  $2 \times 10^2 \text{ N/C}$  و بزرگی میدان مغناطیسی  $7500 \text{ G}$  باشد، بزرگی نیروی وارد بر ذره در لحظه‌ای که از نقطه  $N$  عبور می‌کند، چند میلی‌نیوتون است؟ (از نیروهای گرانش و مقاومت هوا صرف نظر کنید.)



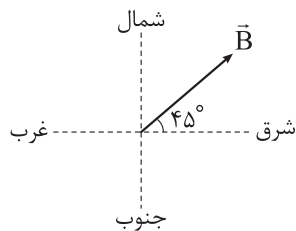
(۱) ۰/۱

(۲) ۰/۳

(۳) ۰/۵

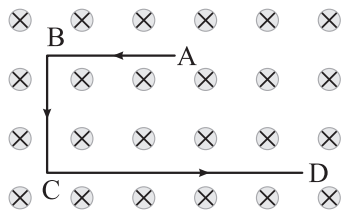
(۴) ۰/۷

۷۱- یکی از بردارهای میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $2 \text{ mT}$  مطابق شکل زیر است. یک سیم راست حامل جریان  $2 \text{ A}$  عمود بر سطح افق در این میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. اگر جهت جریان در سیم رو به بالا باشد، بزرگی و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر  $10 \text{ cm}$  از این سیم کدام است؟

(۱)  $4 \times 10^{-5} \text{ N}$  جنوب شرقی(۲)  $2\sqrt{2} \times 10^{-5} \text{ N}$  شمال غربی(۳)  $4 \times 10^{-5} \text{ N}$  شمال غربی(۴)  $2\sqrt{2} \times 10^{-5} \text{ N}$  جنوب شرقی

۷۲- مطابق شکل، سیم راست و حامل جریان  $5 \text{ A}$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو به بزرگی  $6000 \text{ G}$  قرار دارد. اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر کل سیم از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون است؟

(AB = BC = 3cm و CD = 7cm)



(۱) صفر

(۲) ۰/۱۲

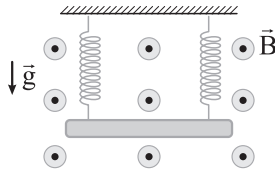
(۳) ۰/۱۵

(۴) ۰/۲۱

محل انجام محاسبات



۷۳- قطعه سیم حامل جریانی به طول  $25\text{ cm}$  و جرم  $150\text{ g}$  را به کمک دو فنر مشابه از سقف آویزان می‌کنیم. پس از برقراری تعادل، طول هر فنر  $3\text{ cm}$  افزایش می‌یابد. سپس اگر مطابق شکل زیر، سیم تحت تأثیر میدان مغناطیسی برون‌سویی به بزرگی  $1000\text{ G}$  قرار گیرد، طول هر فنر  $1\text{ cm}$  بیشتر افزایش پیدا می‌کند. جریان عبوری از سیم چند آمپر است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$  و جرم فنرها ناچیز است).



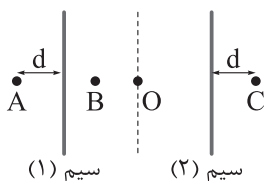
۳۰ (۲)

۱۰ (۱)

۶۰ (۴)

۲۰ (۳)

۷۴- مطابق شکل زیر دو سیم موازی، مستقیم و بلند حامل جریان در فاصله‌ی معینی از هم قرار دارند. در کدام یک از حالت‌های زیر میدان مغناطیسی برآیند در نقطه B ممکن است صفر شود؟ (نقطه O درست در وسط فاصله دو سیم قرار دارد.)



الف) در نقطه C بزرگی میدان مغناطیسی برآیند کم‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم (۲) در این نقطه باشد.

ب) در نقطه A بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) برابر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) باشد.

پ) در نقطه C بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۱) بزرگ‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۲) باشد.

ت) بزرگی میدان مغناطیسی برآیند در نقطه A کوچک‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی برآیند در نقطه C باشد.

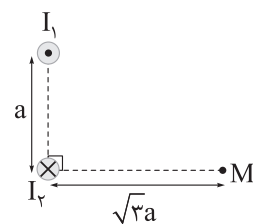
ب و ت (۴)

پ و ت (۳)

الف و پ (۲)

الف و ب (۱)

۷۵- مطابق شکل زیر، دو سیم حامل جریان، عمود بر صفحه قرار گرفته‌اند و از آن‌ها جریان‌هایی در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. زاویه بین میدان‌های مغناطیسی‌ای که هر کدام از سیم‌ها در نقطه M ایجاد کرده‌اند، چند درجه است؟



۱۲۰ (۱)

۱۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

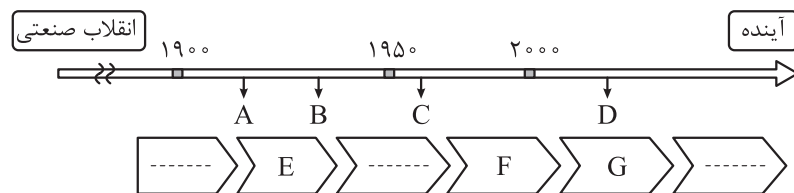
۳۰ (۴)

محل انجام محاسبات



شیمی (۳): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۲

۷۶- با توجه به نمودار زیر که چند نمونه فرآورده حاصل از فناوری‌های شیمیایی در گذر زمان را نشان می‌دهد، کدام موارد به درستی معرفی شده‌اند؟



(۱) A: اوره، B: آمونیاک، G: مراقبت‌های

بهداشتی

(۲) E: پوشش‌های دوستدار محیط زیست،

C: ویتامین آ، D: مواد عایق گرما

(۳) B: اوره، C: ویتامین آ، G: پوشش‌های دوستدار محیط زیست

(۴) A: ویتامین آ، C: مواد عایق گرما، F: مراقبت‌های بهداشتی

۷۷- کدام مطلب درست است؟

- (۱) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور غیریکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.
- (۲) ایجاد و تشدید بیماری‌هایی مانند برونشیت، آسم، وبا و سرطان ریه از جمله عوارض آلودگی هوا هستند.
- (۳) ترتیب مقدار آلاینده (برحسب گرم) به ازای طی یک کیلومتر توسط خودرو به صورت:  $NO < C_xH_y < CO$  است.
- (۴) آلاینده‌های  $C_xH_y$ ،  $NO$ ،  $NO_2$ ،  $SO_2$  و  $CO$  در خروجی اگزوز خودروها وجود دارند.

۷۸- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- برخلاف واکنش سوختن گاز هیدروژن، انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید در دما و هوای اتاق تأمین می‌شود.
- شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هواکره و ام. آر. آی (MRI)، نمونه‌هایی از کاربرد طیف‌سنجی فرسرخ هستند.
- کاتالیزورها اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند و هر کاتالیزگر تنها سرعت برخی واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.
- همانند پرتوهای فرسرخ، پرتوهای فرابنفش و نور مرئی نیز با ماده برهم‌کنش دارند.

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۷۹- اگر معادله‌های زیر مربوط به پیدایش گازهای نیتروژن مونوکسید، اوزون و نیتروژن دی‌اکسید در هواکره باشند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) واکنش (I) علاوه بر دمای بالای داخل موتور خودرو، در حضور رعد و برق نیز انجام‌پذیر است.

ب) x و y ترکیباتی بسیار واکنش‌پذیرند و محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشتایی پیروی نمی‌کنند.

پ) ترتیب حداکثر غلظتی که این آلاینده‌ها در طول شبانه‌روز در هوای یک شهر بزرگ دارند، به صورت  $y > x > z$  است.ت) در واکنش (III) اگر نسبت ضریب مولی x به z،  $\frac{1}{4}$  باشد، ضریب  $O_2$  در واکنش موازنه شده می‌تواند ۵ باشد.

(۱) الف - ب - ت      (۲) الف - ب      (۳) پ - ت      (۴) ب - پ - ت

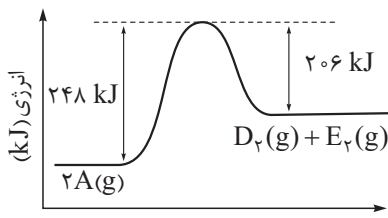
محل انجام محاسبات

۸۰- چند مورد از مطالب زیر درباره انرژی فعال سازی و سرعت واکنش، درست است؟

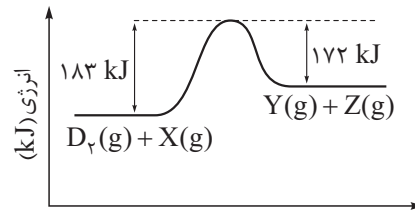
- اگر انرژی فعال سازی واکنش شیمیایی تأمین نشود، واکنش دهنده(ها) دست نخورده باقی می ماند.
- واکنش های گرماده چون انرژی فعال سازی کمتری نسبت به واکنش های گرماگیر دارند، سرعت بیشتری دارند.
- افزایش دمای کافی، با تأمین انرژی فعال سازی واکنش، سرعت واکنش را زیاد می کند.
- هر واکنشی که سبب تولید فراورده های پایدارتری می شود، به انرژی کمتری برای آغاز واکنش نیاز دارد.

۱ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

۸۱- اگر واکنش های زیر در شرایط یکسان انجام شوند، با توجه به نمودارهای داده شده، درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب، کدام است؟



پیشرفت واکنش (I)



پیشرفت واکنش (II)

- سرعت تشکیل گاز D<sub>r</sub> (در واکنش I) از سرعت مصرف آن (در واکنش II) کم تر است.
- تفاوت انرژی مورد نیاز برای انجام دو واکنش، برابر ۵۶ کیلوژول است.
- به ازای مصرف ۱ مول گاز A در واکنش I، ۲۱ کیلوژول گرما آزاد می شود.
- تفاوت آنتالپی دو واکنش برابر ۳۱ کیلوژول است.

(۱) درست - درست - نادرست - درست

(۲) درست - نادرست - نادرست - درست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

(۴) درست - نادرست - نادرست - درست

(۱) درست - درست - نادرست - درست

(۲) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

(۴) درست - نادرست - نادرست - درست

۸۲- به ترتیب از راست به چپ، در یک واکنش برگشت ناپذیر، چند مورد از موارد زیر، در حضور کاتالیزگر کاهش می یابد و چند مورد، با افزایش دما، افزایش می یابد؟

- سرعت تولید فراورده
- سطح انرژی قله نمودار
- زمان انجام واکنش
- گرمای مبادله شده
- مقدار فراورده تولیدی
- انرژی واکنش دهنده ها
- پایداری فراورده ها
- انرژی فعال سازی

۱ (۳-۳)

۲ (۳-۲)

۳ (۲-۲)

۴ (۲-۲)

۸۳- اگر فاصله بین سطح انرژی فراورده ها و قله نمودار انرژی - پیشرفت یک واکنش برابر  $90\text{ kJ}$  و فاصله بین سطح انرژی فراورده ها و واکنش دهنده ها در آن برابر  $50\text{ kJ}$  باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این واکنش می تواند درست باشد؟

- علامت  $\Delta H$  واکنش می تواند مثبت یا منفی باشد و در حالتی که  $\Delta H < 0$  است، سرعت واکنش بیشتر است.
- اگر آنتالپی فراورده ها از واکنش دهنده ها بیشتر باشد، انرژی فعال سازی واکنش برابر  $40\text{ kJ}$  است.
- اگر مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها از فراورده ها بیشتر باشد، تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده ها و قله نمودار برابر  $140\text{ kJ}$  است.
- این واکنش می تواند گرماده یا گرماگیر باشد و قدرمطلق تفاوت انرژی فعال سازی واکنش در جهت رفت و برگشت، در هر دو حالت برابر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۸۴- کدام مطلب در مورد واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن نادرست است؟

- (۱) سرعت این واکنش مانند واکنش  $N_2$  با  $H_2$ ، دمای اتاق ناچیز است و عملاً انجام نمی‌شود.
- (۲) این واکنش در حضور جرقه یا در حضور کاتالیزگر روی، به صورت انفجاری رخ می‌دهد.
- (۳) استفاده از کاتالیزگر پلاتین در آن نسبت به کاتالیزگر روی، سطح انرژی قله نمودار را، بیشتر کاهش می‌دهد.
- (۴) به ازای مصرف مقدار معینی گاز هیدروژن، گرمای مبادله‌شده در این واکنش در دمای اتاق با ایجاد جرقه با گرمای مبادله‌شده در حضور پودر روی یکسان است.

۸۵- جدول زیر اطلاعاتی از ۳ واکنش را نشان می‌دهد. اگر با گرمای حاصل از مصرف ۵/۰ مول X بتوان دمای ۲/۱ کیلوگرم فلز مس را به اندازه  $10^\circ C$  افزایش داد و در نمودار انرژی - پیشرفت واکنش‌ها، فاصله قله نمودار تا فراورده‌ها، در واکنش‌های ۲ و ۳ برابر باشد، جمع جبری a و b کدام است؟ ( $c_{\text{مس}} = 0.4 \text{ J.g}^{-1}.\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ )

شماره واکنش	معادله واکنش	$E_a$ (KJ)	$\Delta H$ (kJ)
۱	$2A \rightarrow B$	۳۱	b
۲	$X \rightarrow Y$	a	
۳	$B \rightarrow 2A$	۲۰	

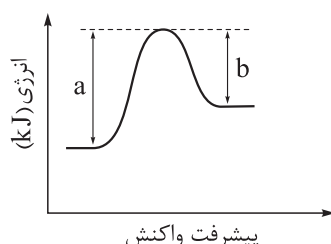
۸۹ / ۸ (۴)

۵۶ / ۲ (۳)

۸۷ / ۲ (۲)

۱۲۰ / ۸ (۱)

۸۶- نسبت  $\frac{a}{b}$  در نمودار زیر در غیاب کاتالیزگر برابر  $\frac{5}{3}$  است. اگر در حضور کاتالیزگر نسبت «فاصله سطح انرژی فراورده‌ها و قله انرژی» به  $\Delta H$  واکنش برابر  $\frac{3}{4}$  باشد، کاتالیزگر واکنش باعث کاهش چند درصدی مقدار b شده است؟



۳۵ (۱)

۴۰ (۲)

۴۵ (۳)

۵۰ (۴)

۸۷- کدام گزینه در مورد مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، نادرست است؟

- (۱) مبدل کاتالیستی قطعه‌ای سرامیکی به شکل توری است که فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین روی سطح آن قرار می‌گیرد.
- (۲) برای افزایش کارایی و افزایش سطح تماس کاتالیزگرها با آلاینده‌ها، کاتالیزگرها را به شکل مش‌های ریز درمی‌آورند.
- (۳) سرب و گوگرد موجود در بنزین‌های کم‌کیفیت، می‌توانند سبب کاهش کارایی مبدل‌های کاتالیستی شوند.
- (۴) هر چند کاتالیزگرها در واکنش دست‌نخورده باقی می‌مانند، ولی مبدل کاتالیستی را باید پس از کاهش کارایی، تعویض کرد.

محل انجام محاسبات

۸۸- خودرویی که به طور میانگین در طول شبانه‌روز مسافت  $90 \text{ km}$  را طی می‌کند، دارای نوعی مبدل کاتالیستی است که می‌تواند مقدار آلاینده‌های  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$  را مطابق جدول داده‌شده، کاهش دهد. اگر در طی یک شبانه‌روز بر اثر واکنش‌های انجام‌گرفته در این مبدل جهت حذف آلاینده‌ها،  $5130 \text{ kJ}$  گرما آزاد شود، مقدار  $x$  در جدول زیر کدام است؟  
( $\text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

NO	CO	فرمول شیمیایی آلاینده	
۱/۰۴	۶	در غیاب مبدل	مقدار آلاینده بر حسب گرم به ازای طی یک کیلومتر
۰/۰۴	x	در حضور مبدل	
۱۸۰	۵۶۰	قدر مطلق $\Delta H$ واکنش موازنه‌شده برای کاهش مقدار آلاینده (kJ)	

۵ / ۴ (۴)

۱ / ۶۷ (۳)

۰ / ۶ (۲)

۰ / ۰۷ (۱)

۸۹- چه تعداد از مطالب زیر در مورد واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی درست است؟ ( $\text{H} = 1, \text{O} = 16: \text{g.mol}^{-1}$ )

• نسبت مجموع ضرایب مولی اکسیدهای نیتروژن به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش موازنه‌شده مورد نظر، برابر  $\frac{5}{4}$  است.

• با انجام این واکنش در حجم و دمای ثابت، فشار مخلوط ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

• به ازای مصرف ۵/۰ مول اکسنده، ۲۷ گرم آب تولید می‌شود.

• اگر  $10^{23} \times 1/806$  الکترون مبادله شود، ۴/۴۸ لیتر واکنش‌دهنده در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.

• ترکیب چهاراتمی که در این واکنش شرکت می‌کند، با کاهش  $E_a$ ، سبب افزایش سرعت این واکنش می‌شود.

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۹۰- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

• انرژی فعال‌سازی واکنش انجام‌شده در سوختن کبریت، با گرمای تولیدشده در اثر کشیده‌شدن نوک کبریت به سطح زبر قوطی آن، تأمین می‌شود.

• به کمک کاتالیزگر، می‌توان  $E_a$  را به اندازه‌ای کاهش داد که واکنش گرماگیر به گرماده تبدیل شود.

• مبدل‌های کاتالیستی خودروهای بنزینی، تک‌مرحله‌ای، اما مبدل‌های خودروهای دیزلی، دومرحله‌ای‌اند.

• اتانول و دی‌متیل اتر فرمول مولکولی یکسانی دارند و برای تشخیص آن‌ها از یکدیگر نمی‌توان از طیف‌سنجی

فروسرخ استفاده کرد.

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

محل انجام محاسبات

شیمی (۲): صفحه‌های ۷۰ تا ۱۰۷

۹۱- درصد جرمی کربوهیدرات، پروتئین و چربی در یک نمونه شیر به ترتیب برابر ۴/۱، ۳/۶ و ۴/۴۵ است. خوردن یک لیوان شیر (۳۰۰ گرم) به تقریب برای چند روز می‌تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان ۷۵ بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش را ۱J در نظر بگیرید.)

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ( $\text{kJ.g}^{-1}$ )	۱۷	۳۸	۱۷

۸ (۱)  
۱۲ (۲)  
۱۵ (۳)  
۲۱ (۴)

۹۲- اگر ارزش سوختی متانول و اتانول به ترتیب ۲۲/۵ و ۳۰ کیلوژول بر گرم باشد، ارزش سوختی ۱- پروپانول به تقریب چند کیلوژول بر گرم خواهد بود؟ ( $\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$ )

۳۴ (۱)      ۳۷/۵ (۲)      ۴۳ (۳)      ۵۲/۵ (۴)

۹۳- براساس نمودار داده شده و معادله زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟ (گرمای تبخیر مولی آب را  $۴۴ \text{kJ}$  در نظر بگیرید.  $\text{H} = ۱ \text{ g.mol}^{-1}$ )



$$\Delta\text{H} = +196 \text{ kJ}$$

( $\text{H} = ۱ \text{ g.mol}^{-1}$ )

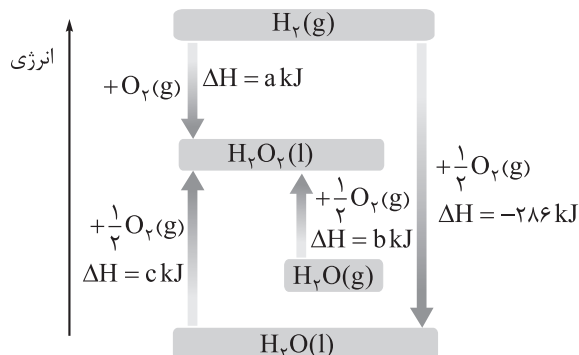
• a برابر با  $-188 \text{ kJ}$  است.

• ارزش سوختی گاز هیدروژن را می‌توان  $143 \text{ KJ.g}^{-1}$  در نظر گرفت.

•  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$  نسبت به  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  در شرایط یکسان، ناپایدارتر است.

• امکان تهیه آب اکسیژنه از عناصر سازنده‌اش به طور مستقیم وجود دارد.

• c و b به ترتیب برابر با ۹۸ و ۴۴ کیلوژول است.



۵ (۱)      ۲ (۲)

۳ (۳)      ۴ (۴)

۹۴- کدام مطلب در مقایسه با اتانول و اتان نادرست است؟ (آنتالپی سوختن اتانول و اتان به ترتیب  $-1368$  و  $-1560$  کیلوژول بر مول است.) ( $\text{H} = ۱, \text{C} = ۱۲, \text{O} = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱) اتانول برخلاف اتان سوخت سبز است و می‌توان آن را از بقایای محصولات کشاورزی تهیه کرد.

(۲) یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول حدود  $5^\circ$  درصد بیشتر، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند.

(۳) با توجه به آنتالپی سوختن و ارزش سوختی بیشتر اتان نسبت به اتانول، استفاده از اتانول به عنوان سوخت برخلاف توسعه پایدار است.

(۴) به ازای جرم یکسان از دو ماده، نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به انرژی آزادشده در واکنش سوختن کامل، در اتانول نسبت به اتان بیشتر است.

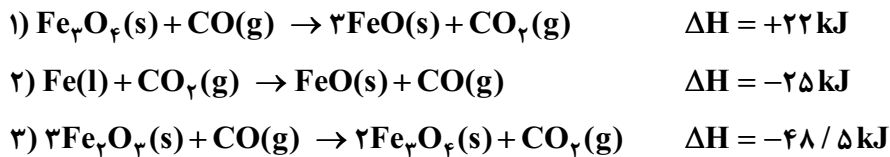
محل انجام محاسبات

۹۵- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- تأمین شرایط انجام واکنش برای تولید متان از واکنش مستقیم گرافیت و گاز هیدروژن، در آزمایشگاه بسیار دشوار است.
- از گرماسنج لیوانی می‌توان برای تعیین آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات در آب استفاده کرد.
- اگر یک واکنش شیمیایی با سرعت متوسط آن بیان شود، به آن واکنش ترموشیمیایی می‌گویند.
- $\Delta H$  واکنش تولید CO از عنصرهای سازنده‌اش، برابر جمع جبری  $\Delta H$  سوختن کامل گرافیت و  $\Delta H$  واکنش سوختن کربن مونوکسید می‌باشد.

۱ (۴)      ۲ (۳)      ۳ (۲)      ۴ (۱)

۹۶- با توجه به واکنش‌های زیر، با گرمای مبادله‌شده به ازای تولید ۴۴ / ۱۳ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP در واکنش:  $\text{Fe}_3\text{O}_4(\text{s}) + \text{CO}(\text{g}) \rightarrow \text{Fe}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g})$  (معادله موازنه شود)، چند گرم یخ را می‌توان ذوب کرد؟ (آنتالپی ذوب یخ  $6 \text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  است.) ( $H = 1, O = 16; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )



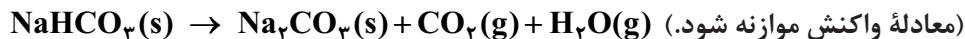
۱ (۱) / ۲۹      ۲ (۲) / ۵۸      ۳ (۳) / ۸۷      ۴ (۴) / ۱۴۵

۹۷- درستی چه تعداد از عبارتهای زیر مشابه جمله زیر است؟

- «سرعت واکنش ۲۰g پودر قرص جوشان در ۱۰۰ میلی‌لیتر آب، به تقریب با سرعت واکنش ۱۰g پودر قرص جوشان در ۵۰ میلی‌لیتر آب برابر است.»
- به دلیل شعاع اتمی و خصلت فلزی بیشتر پتاسیم نسبت به کلسیم، سرعت واکنش پتاسیم با آب بیشتر از کلسیم با آب است.
  - الیاف آهن در هوا ابتدا داغ می‌شوند و سپس به طور کامل می‌سوزند.
  - عاملی که باعث تسریع هضم کلم و حبوبات در بدن می‌شود، به لحاظ سینتیکی مشابه نقش خاک باغچه در سوختن حبه قند است.
  - تأثیر بنزوتیک اسید در کنار مواد غذایی، برعکس تأثیر حضور نیکل در واکنش هیدروژن با هیدروکربن‌های سیرنشده است.
  - اگر یک مکعب را از وسط نصف کنیم، سطح تماس آن با محیط حدود ۱۶ درصد افزایش می‌یابد.

۱ (۵)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۹۸- یک چانه خمیر نان بربری به جرم ۴۰۰ گرم حاوی ۸۰٪ جرمی آب و ۲۰٪ جرمی جوش شیرین ( $\text{NaHCO}_3$ ) است. اگر پخت نان در تنور پس از ۳۰۰ ثانیه کامل شود و تمام آب اولیه موجود در خمیر، تبخیر شود، جرم نان پخته‌شده به ۷۸ / ۴۵ گرم می‌رسد. بر این اساس، چند گرم جوش شیرین هم‌چنان در نان وجود دارد و سرعت تولید گاز کربن دی‌اکسید در این فرایند چند مول بر دقیقه است؟ ( $H = 1, C = 12, O = 16, Na = 23; \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

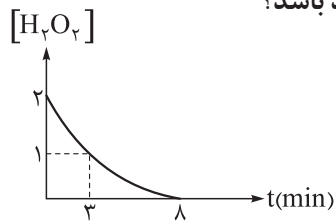


۱ (۱) / ۲، ۵ × ۱۰<sup>-۳</sup>      ۲ (۲) / ۴، ۵ × ۱۰<sup>-۳</sup>      ۳ (۳) / ۲، ۱۰<sup>-۲</sup>      ۴ (۴) / ۴، ۱۰<sup>-۲</sup>

محل انجام محاسبات



۹۹- نمودار زیر، تغییرات غلظت هیدروژن پراکسید را در واکنش تجزیه آن نشان می‌دهد. اگر استفاده از کاتالیزگر، باعث شود واکنش در دقیقه ۴ به اتمام برسد و تأثیر کاتالیزگر در تمام بازه‌های زمانی بر روی سرعت واکنش یکسان باشد، در حضور کاتالیزگر پس از ۹۰ ثانیه از شروع واکنش، غلظت هیدروژن پراکسید به چند مولار می‌رسد و در غیاب کاتالیزگر، پس از ۵ دقیقه و ۳۰ ثانیه از شروع واکنش، غلظت هیدروژن پراکسید چند مولار می‌تواند باشد؟



- (۱) ۰/۶۵، ۱/۵  
 (۲) ۰/۴، ۱/۵  
 (۳) ۰/۴، ۱  
 (۴) ۰/۶۵، ۱/۵

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- برخی از سبزیجات و میوه‌ها نقش بازدارندگی مؤثر را در برابر سرطان‌ها و پیری زودرس دارند.
- یک بازدارنده می‌تواند یک ترکیب آلی بلندزنجیر با تعداد زیادی پیوند دوگانه باشد.
- لیکوپن می‌تواند رادیکال‌هایی را که در بدن ما به وجود می‌آیند، جذب کند و باعث آسیب کم‌تر به بافت‌های بدن شود.
- براساس چهره پنهان ردپای غذا، ۳۰ درصد غذایی که در جهان فراهم می‌شود، مصرف نمی‌شود.

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) صفر

۱۰۱- در شرایط معین، مقدار معینی روی سولفید مطابق واکنش زیر با گاز اکسیژن واکنش می‌دهد. اگر سرعت متوسط واکنش برابر  $0.25 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$  باشد، پس از چند ثانیه، جرم نمونه جامد ۰/۸ گرم کاهش می‌یابد؟  
 ( $\text{O} = 16, \text{S} = 32, \text{Zn} = 65: \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$ )

(معادله واکنش موازنه شود.)  $\text{ZnS(s)} + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow \text{ZnO(s)} + \text{SO}_2(\text{g})$

- (۱) ۶۰  
 (۲) ۱۲۰  
 (۳) ۲۴۰  
 (۴) ۳۶۰

۱۰۲- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

(الف) طی ۴۰ سال گذشته، رشد تولید جهانی الیاف پلی‌استر بیشتر از الیاف پنبه بوده و مقدار تولید آن نیز از الیاف پنبه بیشتر بوده است.

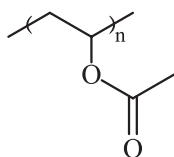
- (ب) به فرایند تبدیل الیاف به نخ، ریسندگی گفته می‌شود که قبل از فرایند بافندگی انجام می‌گیرد.  
 (پ) الیاف پلی‌استر و نایلون از جمله الیاف طبیعی هستند که باید با فراوری مناسب، از آن‌ها استفاده نمود.  
 (ت) از الیاف پنبه در تولید پوشاک، رویه مبل، پرده و ... استفاده می‌شود.  
 (ث) زنجیر سلولز برخلاف نشاسته، ساختار مستقیم و غیرمارپیچ دارد.

- (۱) الف - پ - ت  
 (۲) پ - ت  
 (۳) ب - ت  
 (۴) ب - ت - ث

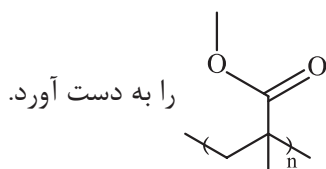
محل انجام محاسبات

## ۱۰۳- کدام مطلب درست است؟

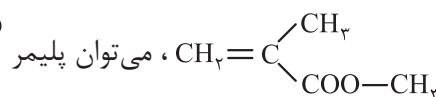
(۱) یک مول از مونومر سازنده کیسه خون را می‌توان از واکنش یک مول گاز اتین با ۲ مول گاز هیدروژن کلرید در شرایط مناسب تهیه کرد.



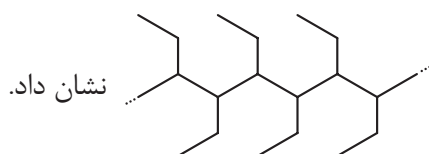
(۲) اگر پلیمر سازنده انواع پاستیل به صورت  $\text{CH}_3\text{COO}-\text{C}(\text{CH}_3)_2-\text{O}-\text{C}_2\text{H}_5$  خواهد بود.



را به دست آورد.



ساختار با ساختار



نشان داد.

(۴) ساختار پلیمر حاصل از بسپارش ۲- بوتن را می‌توان به صورت

۱۰۴- پلی‌وینیلیدین فلوئورید پلیمری است که از پلیمر شدن مونومری به نام ۱، ۱ - دی فلوئورواتن به دست می‌آید. اگر جرم یک مول زنجیر پلیمری از آن، به طور متوسط ۳۲۰۰۰ گرم باشد، از واکنش پلیمری شدن چند مولکول مونومر سازنده آن می‌توان ۳۰ مول زنجیر پلیمری به دست آورد و در مجموع فراورده‌های پلیمری، چند مول اتم فلوئور خواهیم داشت؟ ( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{F} = 19: \text{g.mol}^{-1}$ )

(۱)  $1/2 \times 10^3, 9 \times 10^{27}$  (۲)  $1/2 \times 10^3, 9 \times 10^{19}$  (۳)  $3 \times 10^4, 9 \times 10^{27}$  (۴)  $3 \times 10^4, 9 \times 10^{19}$

۱۰۵- چه تعداد از موارد زیر در مقایسه پلی‌اتن سبک و سنگین درست است؟

- پلی‌اتن سنگین برخلاف پلی‌اتن سبک، به دلیل چگالی بیشتر در آب فرومی‌رود.
- وجود شاخه‌های هیدروکربنی در پلی‌اتن سنگین باعث تقویت نیروی بین مولکولی نسبت به پلی‌اتن سبک بدون شاخه می‌شود.
- هر دو پلیمر انعطاف‌پذیر هستند، اما پلی‌اتن سبک شفاف و پلی‌اتن سنگین، کدر است.
- در روش دمیدن هوا درون پلیمر مذاب و تهیه لایه نازک از آن جهت تهیه کیسه‌های پلاستیکی، از پلی‌اتن سبک استفاده می‌شود.
- در ساختار پلی‌اتن سبک برخلاف پلی‌اتن سنگین، می‌توان گروه CH را مشاهده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

دوستان عزیز خیلی سبز، سلام؛

فایل پاسخ‌نامه این آزمون را که شامل درس‌نامه، نکات کنکوری، پاسخ تشریحی و ... است، ساعت ۱۴ امروز از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.  
همچنین شما می‌توانید همین امشب کارنامه اولیه آزمونتان را در صفحه شخصی خود مشاهده بفرمایید.  
برای دسترسی به صفحه شخصی خود وارد سایت آزمون خیلی سبز به آدرس: [azmoon.kheilisabz.com](http://azmoon.kheilisabz.com) شوید  
و کدی را که توسط مدرسه و یا نمایندگی‌های آزمون‌های خیلی سبز به شما داده شده، در محل مشخص شده در سایت ثبت بفرمایید.





ویژه  
کنکوری‌های  
۱۴۰۳

۱۴۰۲/۱۲/۱۸

دفترچه  
پاسخ  
آزمون یازدهم  
حضور

علوم ریاضی و فنی



سال تحصیلی  
۱۴۰۲ - ۱۴۰۳

## آزمون آزمایشی خیلی سبز

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی - عطا صادقی - حمید گلزاری - سروش موئینی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدرضا حسینی‌فرد - محمدطاهر شعاعی - کیوان صارمی - حمید گلزاری
فیزیک	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدرضا زارع - مجید ساکی - رضا سبزمیدانی - محمدجواد سورچی - نوید شاهی - علیرضا عبداللہی - علیرضا علینقی - حامد نبی‌منصور
شیمی	مجتبی ابراهیمی - محمدعلی توسلی‌فر - یاسر عبداللہی

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی - محتوایی به ترتیب حروف الفبا	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده - مهرداد کیوان	عاطفه خان‌محمدی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی‌فر - هتاو مرادی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب	ماهان فنی‌فر - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	زهرا جالینوسی	امیرحسین ابومحبوب	علیرضا کاظمی‌بقا - ابوالفضل ناصری - مریم نظری
فیزیک	رضا سبزمیدانی	حمید فدائی‌فرد	محمد باغبان - علیرضا جباری - محمدجواد سورچی	علیرضا جباری	مهدی بابائی - احسان محمدی - امیر محمودی انزلی - عرشیا مرزبان
شیمی	یاسر عبداللہی	یاسر عبداللہی	حمید ذبحی	محمد مرادی - فاطمه صیقلی	سیدعلی حسین‌زاده - وحید فارسیان - محمدمهدی صوفیان

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

Azmoon.kheilisabz.com

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



حسابان (۲): صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۲۶

## تست و پاسخ ۱

 $f'(12)$ 

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = (x+1)\sqrt{2x+1}$  در بازه  $[0, 4]$ ، با آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در نقطه  $x = 12$  چه قدر اختلاف دارد؟

 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 

۴/۱(۲)

۲/۸(۱)

۳/۶(۴)

۳/۲(۳)

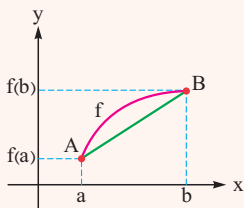
## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** از بحث آهنگ تغییر، معمولاً یک سؤال در کنکور مطرح می‌شود که جزو سؤال‌های ساده کنکور است. از فرمول‌های آن غافل نشوید.

## درس نامه ۱. آهنگ تغییر متوسط و لحظه‌ای

(۱) آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  برابر است با:

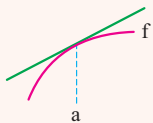
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



یعنی  $a$  و  $b$  را در تابع قرار می‌دهیم تا  $f(a)$  و  $f(b)$  به دست آید. آهنگ تغییر متوسط همان نسبت تغییرات  $y$  به تغییرات  $x$  است.

تعبیر هندسی:

شیب پاره‌خط  $AB$  = آهنگ تغییر متوسط تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$



(۲) آهنگ تغییر لحظه‌ای در نقطه  $a$ ، همان  $f'(a)$  است.

تعبیر هندسی: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f$  در نقطه  $a$ ، همان شیب خط مماس بر تابع  $f$  در نقطه‌ای با طول  $a$  است.

۲. قوانین مشتق‌گیری

مثال	توضیح فارسی	مشتق تابع	تابع
$y = 5 \Rightarrow y' = 0$	مشتق عدد ثابت صفر است.	$y' = 0$	$y = c$
$y = 3x \Rightarrow y' = 3$	مشتق $ax$ همان ضریب $x$ می‌شود.	$y' = a$	$y = ax$
$y = 3x^5 \Rightarrow y' = 15x^4$	—	$y' = nax^{n-1}$	$y = ax^n$
—	—	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$y = \sqrt{x}$
—	—	$y' = \frac{1}{3^2\sqrt{x^2}}$	$y = \sqrt[3]{x}$
—	—	$y' = -\frac{1}{x^2}$	$y = \frac{1}{x}$



تابع	مشتق تابع	توضیح فارسی	مثال
$y = f \pm g$	$y' = f' \pm g'$	در جمع یا تفریق عبارت‌ها، تک تک مشتق می‌گیریم.	$y = x^2 + \sqrt{x} - \frac{1}{x}$ $\Rightarrow y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2}$
$y = af$	$y' = af'$	در ضرب عدد در تابع، عدد را قرار داده و از f مشتق می‌گیریم.	$y = 5\sqrt{x} \Rightarrow y' = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{5}{2\sqrt{x}}$
$y = fg$	$y' = f'g + g'f$	(اولی)(مشتق دومی) + (دومی)(مشتق اولی)	$y = (x^2 + 5)\sqrt{x}$ $\Rightarrow y' = 2x\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x^2 + 5)$
$y = \frac{f}{g}$	$y' = \frac{f'g - g'f}{g^2}$	(صورت)(مشتق مخرج) - (مخرج)(مشتق صورت) / (مخرج) <sup>2</sup>	$y = \frac{\frac{2}{x} - 1}{x^2 + x}$ $\Rightarrow y' = \frac{(-\frac{2}{x^2})(x^2 + x) - (2x + 1)(\frac{2}{x} - 1)}{(x^2 + x)^2}$
$y = u^n$	$y' = nu^{n-1}u'$	u یک عبارت بر حسب x است.	$y = (x^2 + x)^5 \Rightarrow y' = 5(x^2 + x)^4(2x + 1)$ $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$ $n \quad u^{n-1} \quad u'$
$y = \sqrt[n]{u}$ $= u^{\frac{1}{n}}$	$y' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$ $= \frac{1}{n} u^{\frac{1}{n}-1} u'$	—	$y = \sqrt[3]{4x+5} \Rightarrow y' = \frac{4}{3\sqrt[3]{(4x+5)^2}}$
$y = \frac{1}{u}$	$y' = \frac{-u'}{u^2}$	—	$y = \frac{4}{x+5} \Rightarrow y' = \frac{-4}{(x+5)^2}$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا آهنگ تغییر متوسط تابع داده شده را در بازه  $[0, 4]$ ، طبق فرمول آهنگ تغییر متوسط به دست می‌آوریم:

$$f(x) = (x+1)\sqrt{2x+1}$$

$$\begin{cases} x=0: f(0) = (0+1)\sqrt{2 \times 0 + 1} = 1 \\ x=4: f(4) = (4+1)\sqrt{2 \times 4 + 1} = 5 \times 3 = 15 \end{cases} \Rightarrow \text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{15 - 1}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

گام دوم: برای به دست آوردن آهنگ تغییر لحظه‌ای، ابتدا باید مشتق تابع f را به دست آوریم:

$$f(x) = \underbrace{(x+1)}_{g(x)} \underbrace{\sqrt{2x+1}}_{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \underbrace{1}_{g'(x)} \times \underbrace{\sqrt{2x+1}}_{h(x)} + \underbrace{(x+1)}_{g(x)} \times \underbrace{\frac{2}{2\sqrt{2x+1}}}_{h'(x)} = \sqrt{2x+1} + \frac{x+1}{\sqrt{2x+1}} = \frac{3x+2}{\sqrt{2x+1}}$$

گام سوم:

$$x=12 \Rightarrow f'(12) = \frac{3 \times 12 + 2}{\sqrt{2 \times 12 + 1}} = \frac{38}{5}$$

گام چهارم: اختلاف خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$|\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} - \text{آهنگ تغییر متوسط}| = \left| \frac{7}{2} - \frac{38}{5} \right| = \left| \frac{35 - 76}{10} \right| = 4/1$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲

آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \pi \cos 2x \cdot \sin x$  در بازه  $[0, \frac{\pi}{6}]$ ، چه قدر با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, \frac{\pi}{3}]$  اختلاف دارد؟

۴/۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی: گام اول: ابتدا در بازه  $[0, \frac{\pi}{6}]$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع را پیدا می‌کنیم:

$$f(0) = \pi \cos 0 \times \sin 0 = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \sin \frac{\pi}{6} = \pi \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow m_1 = \frac{f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f(0)}{\frac{\pi}{6} - 0} = \frac{\frac{\pi}{4} - 0}{\frac{\pi}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$f(0) = 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi \cos \pi \sin \frac{\pi}{3} = \pi(-1) \times 1 = -\pi \Rightarrow m_2 = \frac{f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f(0)}{\frac{\pi}{3} - 0} = \frac{-\pi - 0}{\frac{\pi}{3}} = -3$$

گام دوم: برای بازه  $[0, \frac{\pi}{3}]$  نیز داریم:

گام سوم: حالا مقدار اختلاف را به دست می‌آوریم:

$$|m_1 - m_2| = \left| \frac{3}{2} - (-3) \right| = \frac{9}{2} = 4.5$$

## تست و پاسخ ۳

مجموع طول نقاط بحرانی تابع  $y = |x-2| \sqrt{x-1}$  برابر کدام است؟

۴/۸ (۴)

۴/۴ (۳)

۳/۶ (۲)

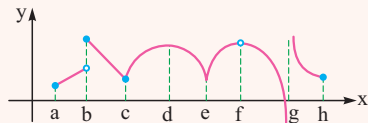
۳/۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** مثالی که در درس‌نامه آمده است را به یاد داشته باشید؛ همه حالت‌های ممکن را بررسی کرده است. اگر این مثال را خوب درک کنید، با سؤال‌های نقاط بحرانی، مشکلی نخواهید داشت.

درس‌نامه ●● (۱) نقاط بحرانی تابع  $f$ 

نقاطی از دامنه تابع  $f$  را که  $f'(x) = 0$  باشد یا  $f'(x)$  وجود نداشته باشد، نقاط بحرانی تابع  $f$  می‌گوییم. (دقت کنید که اگر  $x$  عضو دامنه تابع نباشد، بحرانی به حساب نمی‌آید.)



مثلاً در تابع مقابل داریم:

(۱) تابع در نقاط  $a$  و  $b$  ناپیوسته است؛ پس مشتق هم ندارد و این نقاط بحرانی هستند.

(۲) تابع در نقطه  $c$  مشتق ندارد (مشتق چپ و راست نابرابر است)؛ پس  $c$  هم بحرانی است.

(۳)  $f'(d) = 0$  (مماس افقی)؛ پس  $d$  بحرانی است.

(۴)  $f'_-(e) = -\infty$  و  $f'_+(e) = +\infty$  پس  $e$  هم بحرانی است.

(۵) تابع در  $f$  تعریف نشده است؛ پس  $f$  نقطه بحرانی نیست.

(۶) تابع در  $g$  تعریف نشده است؛ پس  $g$  نقطه بحرانی نیست.

**نکته مهم** برای به دست آوردن نقاط بحرانی تابع‌های چندجمله‌ای، گویا و مثلثاتی (سینوسی و کسینوسی) کافی است از تابع مشتق

گرفته و مساوی صفر قرار دهیم.





(۲) نقاط بحرانی تابع  $y = \sqrt{f(x)}$

(۱) ابتدا دامنه تابع را به دست می‌آوریم. اگر دامنه به صورت  $[a, b]$  باشد، ابتدا و انتهای دامنه، نقاط بحرانی هستند.  
 (۲) مشتق می‌گیریم، یعنی:

$$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

(۳) نقاطی که  $f'(x) = 0$  (مشتق صفر) یا  $f(x) = 0$  (مشتق وجود ندارد) به شرطی که عضو دامنه باشند، همگی بحرانی هستند.

(۴) بررسی نقاط بحرانی تابع‌های قدرمطلق

(۱) در تابع  $y = |f(x)|$ ، جواب‌های معادله  $f(x) = 0$  و  $f'(x) = 0$  همگی بحرانی هستند.

(۲) در تابع  $y = g(x) |f(x)|$  اگر  $x = a$  ریشه  $f$  باشد، آن‌گاه  $x = a$  نقطه بحرانی تابع است.

نقاط بحرانی دیگر را می‌توانیم با شرط گذاشتن، برداشتن قدرمطلق و مشتق‌گیری و حل معادله  $y' = 0$ ، به دست آوریم.

**پاسخ تشریحی** گام اول: برای تعیین نقاط بحرانی تابع  $y$ ، ابتدا دامنه تابع را مشخص می‌کنیم. دامنه این تابع برابر با  $\mathbb{R}$  است.

گام دوم: حالا مشتق تابع  $y$  را به دست می‌آوریم تا نقاط بحرانی را به دست بیاوریم:

$$y = |x-2| \sqrt[3]{(x-1)^2} \Rightarrow y = \begin{cases} (x-2) \sqrt[3]{(x-1)^2} & x \geq 2 \\ -(x-2) \sqrt[3]{(x-1)^2} & x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} (\sqrt[3]{(x-1)^2} + (x-2) \times \frac{2}{3} (x-1)^{-\frac{1}{3}}) & x > 2 \\ -(\sqrt[3]{(x-1)^2} + (x-2) \times \frac{2}{3} (x-1)^{-\frac{1}{3}}) & x < 2 \end{cases} = \begin{cases} \frac{5x-7}{3\sqrt[3]{x-1}} & x > 2 \\ -\frac{5x-7}{3\sqrt[3]{x-1}} & x < 2 \end{cases}$$

گام سوم:

(۱) با توجه به این که تابع  $y$ ، دارای عبارت قدرمطلق دار است، ریشه داخل قدرمطلق، نقطه بحرانی محسوب می‌شود. از مشتق تابع  $y$  نیز مشخص است؛ پس  $x = 2$  یک نقطه بحرانی تابع است.

(۲) مشتق در نقطه  $x = 1$  نیز وجود ندارد، زیرا این نقطه، مخرج تابع  $y'$  را صفر می‌کند.

(۳) نقطه‌ای که مشتق تابع را صفر می‌کند، نقطه بحرانی محسوب می‌شود؛ پس:

$$5x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{5}$$

گام چهارم: مجموع طول نقاط بحرانی برابر با  $\frac{7}{5} + 1 + 2$  است.

### تست و پاسخ ۴

اختلاف عرض پایین‌ترین و بالاترین نقطه نمودار

با فرض  $f(x) = x - 4\sqrt{x+8}$ ، اختلاف کم‌ترین و بیشترین مقدار تابع  $y = f(\lambda \sin x)$  چه قدر است؟

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: برای پیدا کردن کم‌ترین مقدار و بیشترین مقدار تابع  $y$ ، از مشتق استفاده می‌کنیم. جایی که مشتق  $y$  برابر با صفر

شود و در آن تغییر علامت دهد، اکسترمم‌های این تابع را نشان می‌دهد:

$$y = f(\lambda \sin x) \Rightarrow y' = u' f'(u) = \lambda \cos x f'(\lambda \sin x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & (1) \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ f'(\lambda \sin x) = 0 & (2) \end{cases}$$

گام دوم: مشتق تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$f(x) = x - 4\sqrt{x+8} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{2\sqrt{x+8}} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x+8}} \quad (*)$$

گام سوم: از طرفی می‌دانیم  $-8 \leq \lambda \sin x \leq 8$  است. با تغییر متغیر  $\lambda \sin x = u$ ، جواب‌های معادله (۲) از گام اول را می‌یابیم:

$$f'(u) = 0 \xrightarrow{(*)} 1 - \frac{2}{\sqrt{u+8}} = 0 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{u+8}} = 1 \Rightarrow \sqrt{u+8} = 2 \Rightarrow u+8 = 4 \Rightarrow u = -4$$

جواب به دست آمده در بازه  $[-8, 8]$  قرار دارد؛ پس قابل قبول است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام چهارم: با توجه به بازه  $[-8, 8]$ ، معادله (۱) جواب‌های  $x = \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \frac{5\pi}{4}$  را دارد.

مقدار تابع  $y$  را در این نقاط و همچنین نقاط  $u = 8 \sin x = -4, -8, 8$  می‌یابیم:  
انتهای بازه

$$x = \frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \Rightarrow u = 8: y = f(8) = 8 - 4\sqrt{16} = -8$$

$$x = -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4} \Rightarrow u = -8: y = f(-8) = -8 - 4\sqrt{0} = -8$$

$$u = -4: y = f(-4) = -4 - 4\sqrt{-4+8} = -4 - 8 = -12$$

$$u = -8: y = f(-8) = -8 - 4\sqrt{-8+8} = -8$$

$$u = 8: y = f(8) = 8 - 4\sqrt{8+8} = 8 - 16 = -8$$

اختلاف کم‌ترین و بیشترین مقدار تابع  $y$  برابر با  $|-8 - (-12)| = 4$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۵

حاصل جمع مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{a^2 - 3x}$ ، برابر ۳ است. مقدار  $[2a^2]$  کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

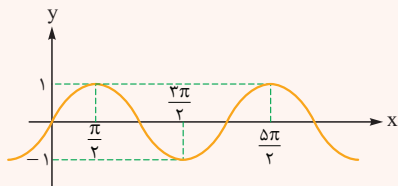
۳ (۲)

۲ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** این نوع سؤال‌ها مشابه تمرین‌های کتاب درسی و سؤال‌های نهایی است. به روش تعیین اکستریم‌های نسبی و مطلق مسلط باشید.

**خودت حل کنی بهتره**  $f'(x) = 0$  و عرض نقاط بحرانی را به دست آورید.

درس نامه •• ماکزیمم یا مینیمم مطلق (اکستریم مطلق) تابع  $f$ 

به نقطه یا نقطه‌ای که بالاتر (پایین‌تر) از بقیه نقاط تابع در بازه  $[a, b]$  (یا دامنه  $f$ ) قرار دارند، ماکزیمم مطلق (مینیمم مطلق) تابع  $f$  در بازه مورد نظر می‌گوییم. مثلاً در تابع  $y = \sin x$  با نمودار مقابل، نقاط  $(\frac{\pi}{2}, 1)$  و  $(\frac{5\pi}{2}, 1)$  ماکزیمم مطلق و نقطه  $(\frac{3\pi}{2}, -1)$  مینیمم مطلق تابع هستند. (البته دقت کنید که نقطه اکستریم مطلق، لزوماً منحصر به فرد نیست.)

**نکات ۱** اگر نقطه‌ای ماکزیمم یا مینیمم مطلق باشد، به آن اکستریم مطلق می‌گوییم.

**۲** به عرض نقطه اکستریم مطلق، مقدار اکستریم مطلق می‌گوییم، مثلاً در تابع  $y = \sin x$ ، مقدار ماکزیمم مطلق برابر ۱ و مقدار مینیمم مطلق برابر -۱ است. (اگر تابع ماکزیمم مطلق داشته باشد مقدار آن منحصر به فرد است یا مقدار مینیمم مطلق در صورت وجود منحصر به فرد است.)



**۳** نقاط ابتدا یا انتهای دامنه می‌توانند اکستریم مطلق باشند یا نباشند.

**۴** اگر  $f$  در بازه  $[a, b]$  پیوسته باشد، حتماً ماکزیمم و مینیمم مطلق دارد. برای به دست آوردن این نقاط:

(الف) نقاط بحرانی  $f$  در بازه را به دست می‌آوریم (نقطه‌ای که  $f'(x) = 0$  است یا  $f'(x)$  وجود ندارد). دقت کنید که نقاط ابتدا و انتهای بازه  $[a, b]$  نیز بحرانی هستند، چون مشتق در این نقاط وجود ندارد.

(ب) تمام نقاط را در تابع قرار داده و  $y$  نقاط را به دست می‌آوریم.

(پ) نقطه‌ای که بزرگ‌ترین  $y$  را دارد، ماکزیمم مطلق و نقطه‌ای که کوچک‌ترین  $y$  را دارد، مینیمم مطلق است.

**۵** اگر نمودار تابع  $f$  معروف باشد، به جای استفاده از مشتق می‌توانیم نمودار را رسم کنیم و اکستریم‌های مطلق آن را به دست آوریم. (به‌خصوص در تابع‌های شامل براکت این روش بسیار مناسب‌تر از مشتق است.)



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## پاسخ تشریحی

گام اول: ابتدا برای تعیین نقاط بحرانی تابع  $f$ ، دامنه آن را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \sqrt{x} : x \geq 0 \\ \sqrt{a^2 - 3x} : 3x \leq a^2 \Rightarrow x \leq \frac{a^2}{3} \end{cases} \Rightarrow D_f = \left[0, \frac{a^2}{3}\right]$$

گام دوم: حالا مشتق تابع  $f$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-3}{2\sqrt{a^2 - 3x}}$$

گام سوم: برای به دست آوردن مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع، ریشه(های)  $f'$  را می‌یابیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2\sqrt{a^2 - 3x}} \Rightarrow 3\sqrt{x} = \sqrt{a^2 - 3x} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 9x = a^2 - 3x \Rightarrow 12x = a^2 \Rightarrow x = \frac{a^2}{12}$$

مقدار  $x$  به دست آمده را در تابع  $f$  جای گذاری می‌کنیم:

$$f\left(\frac{a^2}{12}\right) = \sqrt{\frac{a^2}{12}} + \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{12}} = \frac{|a|}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}|a|}{2} = \frac{|a|\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}|a|}{2} = \frac{4\sqrt{3}|a|}{6} = \frac{2\sqrt{3}|a|}{3}$$

$$f(0) = \sqrt{a^2} = |a|$$

گام چهارم: با توجه به دامنه تابع، مقدار تابع را در ابتدا و انتهای این بازه به دست می‌آوریم.

$$f\left(\frac{a^2}{3}\right) = \sqrt{\frac{a^2}{3}} + \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{3}} = \frac{|a|\sqrt{3}}{3}$$

(دقت کنید که به ازای  $x = 0$  و  $x = \frac{a^2}{3}$  مشتق تابع وجود ندارد.)

گام پنجم: ماکزیمم تابع  $f\left(\frac{a^2}{12}\right) = \frac{2\sqrt{3}|a|}{3}$  و مینیمم تابع  $f\left(\frac{a^2}{3}\right) = \frac{|a|\sqrt{3}}{3}$  است. داریم:

$$\frac{|a|\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}|a|}{3} = 3 \Rightarrow |a| = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow [2a^2] = [2 \times 3] = 6$$

## تست و پاسخ

در شکل روبه‌رو، مساحت مستطیل  $ABCO$  ماکزیمم است. مساحت مثلث رنگی چه قدر است؟

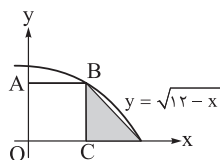
$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$4\sqrt{2} \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه (۲)



دوازدهم ریاضی

آزمون یازدهم حضوری

**مشاوره** سؤال بسیار مهم مشابه سؤال‌های کنکور. در بهینه‌سازی معمولاً ریشه مشتق، عددی است که تابع را  $\max$  یا  $\min$  می‌کند. نیاز به رسم جدول تغییرات نیست.

**درس نامه** ●● بهینه‌سازی (به دست آوردن بیشترین یا کمترین مقدار یک کمیت)

- تابعی که قرار است ماکزیمم یا مینیمم شود را می‌نویسیم.
- تابع به دست آمده معمولاً دومتغیره است. از رابطه داده شده در مسئله یا قضایای هندسی (مثل فیثاغورس، تالس و ...) ارتباطی بین دو متغیر پیدا می‌کنیم.
- یکی از متغیرها را بر حسب دیگری پیدا کرده و در تابع اولیه جای گذاری می‌کنیم.
- مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم. جواب به دست آمده معمولاً عددی است که به ازای آن بیشترین (یا کمترین) مقدار خواسته شده به دست می‌آید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: طول نقطه  $C$  را برابر با  $x$  در نظر می‌گیریم، در این صورت مختصات نقطه  $B$  به صورت  $(x, \sqrt{12-x})$  می‌شود.

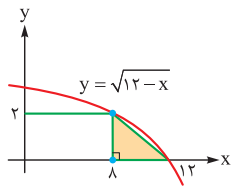
$$S = CO \times BC = x\sqrt{12-x}$$

مساحت مستطیل برابر است با:

گام دوم: با توجه به این که مساحت مستطیل  $ABCO$  ماکزیمم است، از  $S$  مشتق می‌گیریم:

$$S' = 1 \times \sqrt{12-x} + x \times \frac{(-1)}{2\sqrt{12-x}} = \frac{2(12-x) - x}{2\sqrt{12-x}} = \frac{24-3x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \Rightarrow x = 8$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$S_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 2 \times (12 - 8) = 4$$

گام سوم: مقادیر به دست آمده را روی شکل مشخص می‌کنیم:

## تست و پاسخ ۷

تابع  $y = 2x(x^2 - \frac{9}{4}x + 6)$  در بازه  $(\alpha, \beta)$  اکیداً نزولی است. حداکثر  $\beta - \alpha$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** در تابع‌های مشتق‌پذیر، به جای رسم نمودار، از تعیین علامت مشتق برای تعیین یکنوایی استفاده می‌کنیم.

**خودت حل کنی بهتره** باید  $y' < 0$  را حل کنید.

## درس نامه •• بررسی یکنوایی تابع با استفاده از مشتق

فرض کنید تابع  $f$  در بازه  $[a, b]$  مشتق‌پذیر باشد:

(۱) اگر  $f'(x) > 0$ ، تابع در این بازه اکیداً صعودی است. (حتی اگر در چند نقطه متناهی  $f'(x) = 0$  هم شود و در بقیه نقاط  $f'(x) > 0$  باشد، باز هم تابع اکیداً صعودی است).

(۲) اگر  $f'(x) < 0$ ، تابع در این بازه اکیداً نزولی است.

برای به دست آوردن وضعیت صعودی یا نزولی بودن تابع‌های مشتق‌پذیر (مثل چندجمله‌ای‌ها):

(۱) از تابع مشتق گرفته و آن را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

(۲) مشتق را تعیین علامت می‌کنیم.

(۳) در بازه‌هایی که مشتق مثبت است، تابع اکیداً صعودی و در بازه‌هایی که مشتق منفی است، تابع اکیداً نزولی است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: چون تابع  $y$  در بازه  $(\alpha, \beta)$ ، اکیداً نزولی است. مشتق این تابع در این بازه همواره منفی است. (ممکن است در

برخی نقاط متناهی صفر شود.)

$$y = 2x(x^2 - \frac{9}{4}x + 6) = 2x^3 - 9x^2 + 12x \Rightarrow y' = 6x^2 - 18x + 12$$

گام دوم: مشتق تابع  $y$  را می‌یابیم:

گام سوم: نامعادله  $y' < 0$  را حل می‌کنیم:

$$6x^2 - 18x + 12 < 0 \Rightarrow 6(x^2 - 3x + 2) < 0 \Rightarrow (x-2)(x-1) < 0 \xrightarrow{\text{بین دوریشه}} 1 < x < 2$$

گام چهارم: پس  $(\alpha, \beta) \subseteq (1, 2)$  می‌شود. حداکثر مقدار  $\beta - \alpha$  وقتی به دست می‌آید که  $\alpha = 1$  و  $\beta = 2$  باشد. در این حالت، حداکثر  $\beta - \alpha$  برابر با ۱ می‌شود.

## تست و پاسخ ۸

تابع  $f(x) = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x}}$  روی بازه  $(a, +\infty)$  اکیداً صعودی است. حداقل مقدار  $f(a)$  کدام است؟

۴√۲ (۴)

۷ (۳)

۶۷/۲ (۲)

۳۹/√۳ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** تابع  $f$  در بازه  $(a, +\infty)$  اکیداً صعودی است؛ پس مشتق این تابع در این بازه، همواره مثبت است. (ممکن است در برخی

نقاط متناهی، صفر شود.)

$$D_f = (0, +\infty) : x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} \text{ در مخرج است}$$

گام اول: ابتدا دامنه تابع  $f$  را مشخص می‌کنیم:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام دوم: مشتق تابع را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{4x^2 + 3}{\sqrt{x}} = \frac{u_1}{u_2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{u_1' u_2 - u_1 u_2'}{(u_2)^2} = \frac{8x\sqrt{x} - (4x^2 + 3) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{8x\sqrt{x} - \frac{4x^2 + 3}{2\sqrt{x}}}{x} = \frac{16x^2 - 4x^2 - 3}{2x\sqrt{x}} = \frac{12x^2 - 3}{2x\sqrt{x}}$$

گام سوم: نامعادله  $f'(x) > 0$  را حل می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{12x^2 - 3}{2x\sqrt{x}} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 12x^2 - 3 = 0 \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه تابع } f} x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \\ 2x\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \xrightarrow{\text{با توجه به } D_f} \text{چون در دامنه تابع } f \text{ نیست} \end{cases}$$

x	0	$\frac{1}{2}$
$12x^2 - 3$	-	+
$f'(x)$	-	+

$$x \in \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

گام چهارم: پس نتیجه می‌گیریم که  $(\frac{1}{2}, +\infty) \subseteq (a, +\infty)$  است. با توجه به این که حداقل مقدار  $f(a)$  خواسته شده است،  $a = \frac{1}{2}$  می‌شود، داریم:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4 \times \frac{1}{4} + 3}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 4\sqrt{2}$$

## تست و پاسخ ۹

مثلت قائم‌الزاویه‌ای با طول وتر برابر ۶ را حول یکی از اضلاع قائمه خود دوران می‌دهیم. بیشترین حجم این مخروط به وجود آمده چه قدر است؟

$$15\pi\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$12\pi\sqrt{3} \quad (۳)$$

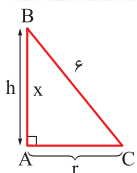
$$8\pi\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$16\pi\sqrt{3} \quad (۱)$$

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** از بحث بهینه‌سازی ممکن است یک سؤال در کنکور بیاید که جزء سؤال‌های دشوار کنکور محسوب می‌شود. البته راه حل مشخصی دارد که در صورت تسلط روی آن، این سؤال آن قدرها هم که گفته می‌شود، سخت نیست!

$$\text{خود حل کنی بهتره} \quad r^2 + h^2 = 36 \quad \text{مخروط } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



**پاسخ تشریحی** گام اول: مثلث قائم‌الزاویه فرضی را رسم می‌کنیم:

فرض می‌کنیم طول AB برابر با x باشد. طبق رابطه فیثاغورس، طول ضلع AC برابر است با:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{36 - x^2} \quad \text{و } 0 < x < 6$$

گام دوم: اگر مثلث را حول ضلع AB دوران دهیم، یک مخروط با ارتفاع AB و شعاع AC خواهیم داشت. رابطه حجم مخروط را می‌نویسیم:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(AC)^2 AB = \frac{1}{3}\pi(36 - x^2)x = \frac{\pi}{3}(36x - x^3)$$

گام سوم: برای این که بیشترین حجم مخروط را محاسبه کنیم، از تابع V که تشکیل داده‌ایم، مشتق می‌گیریم.

$$V' = \frac{1}{3}\pi(36 - 3x^2) = \pi(12 - x^2) = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \xrightarrow{0 < x < 6} x = 2\sqrt{3}$$

گام چهارم: بیشترین حجم برابر است با:

$$V_{\max} = \frac{1}{3}\pi(36 - (2\sqrt{3})^2) \times 2\sqrt{3} = \frac{\pi}{3} \times 24 \times 2\sqrt{3} = 16\pi\sqrt{3}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۰

نقطه‌ای با کدام طول، برای تابع  $f(x) = (-1)^{|x|} \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ ، یک نقطه مینیمم نسبی است ولی مینیمم مطلق نیست؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** نقطه اکسترمم نسبی را با مطلق قاطی نکنید! روش به دست آوردن آن‌ها شبیه هم هست، اما تفاوت‌هایی دارد.

**خودت حل کنی بهتره** از رسم تابع  $f$  برای تعیین نقاط اکسترمم استفاده کنید.

## درس نامه ●● (۱) طریقه پیدا کردن اکسترمم‌های نسبی

روش	توضیح
۱ رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می‌کنیم و از روی شکل، نقاط اکسترمم نسبی را پیدا می‌کنیم.
۲ مشتق	گام اول: $f'$ را حساب می‌کنیم. گام دوم: ریشه‌های مشتق و نقاطی که $f'$ وجود ندارد را به دست می‌آوریم. (نقاط بحرانی)
	گام سوم: $f'$ را تعیین علامت می‌کنیم:
	گام چهارم: هر جا $f'$ از + به - تغییر علامت داده بود، max نسبی و هر جا از - به + تغییر علامت داده بود، min نسبی داریم.

(۲) طریقه پیدا کردن اکسترمم‌های مطلق در بازه  $[a, b]$ 

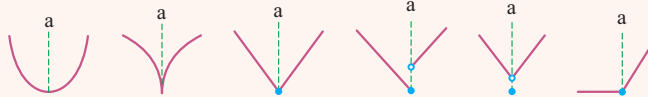
روش	توضیح
۱ رسم نمودار	اگر رسم نمودار آن تابع را بلد باشیم، رسمش می‌کنیم و از روی شکل، نقاط اکسترمم مطلق را پیدا می‌کنیم.
۲ مشتق	گام اول: ریشه‌های $f'$ در بازه $[a, b]$ را حساب می‌کنیم (معادله $f' = 0$ را حل می‌کنیم).
	گام دوم: مقدار $f$ را به ازای ریشه‌های $f'$ و به ازای نقاط ابتدا و انتهای بازه حساب می‌کنیم.
	گام سوم: از بین مقادیر به دست آمده از گام دوم، هر کدام از بقیه بیشتر بود، می‌شود max مطلق و هر کدام از بقیه کمتر بود، می‌شود min مطلق.

بررسی برخی نکات:

(۱) تابع  $f$  در نقطه  $x = a$  ماکزیمم نسبی دارد؛ هرگاه عرض آن از نقاط همسایه‌اش بیشتر (یا مساوی) باشد، مثلاً تمام نقاط  $x = a$  در نمودارهای مقابل ماکزیمم نسبی هستند:



(۲) تابع  $f$  در  $x = a$  مینیمم نسبی دارد؛ هرگاه عرض آن از نقاط همسایه‌اش کمتر (یا مساوی) باشد، مثلاً تمام نقاط  $x = a$  در نمودارهای مقابل مینیمم نسبی هستند:



(۳) اگر تابع در بازه  $(a, b)$  ثابت باشد (خط افقی) تمام نقاط هم ماکزیمم نسبی و هم مینیمم نسبی هستند.

(۴) نقاط ابتدا یا انتهای بازه یا دامنه، اکسترمم نسبی به حساب نمی‌آیند، چون تابع در همسایگی آن‌ها تعریف نشده است.



۵) تابع در نقاط اکسترمم نسبی ممکن است مشتق داشته باشد یا نداشته باشد، اما اگر مشتق داشته باشد حتماً صفر است؛ پس در نقاط اکسترمم نسبی مشتق صفر است یا وجود ندارد؛ این یعنی تمام نقاط اکسترمم نسبی، بحرانی هستند.

۶) اگر  $x = x_0$  ریشه ساده (یا مرتبه فرد)  $f'$  باشد، حتماً در این نقطه تغییر علامت می‌دهد (در نتیجه  $a$  اکسترمم نسبی  $f$  می‌شود). ولی اگر  $x = a$  ریشه مضاعف (یا مرتبه زوج)  $f'$  باشد، مشتق در این نقطه تغییر علامت نداده و  $a$  نقطه اکسترمم نخواهد بود.

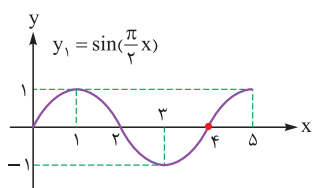
• دو ویژگی مهم نقاط اکسترمم نسبی

اگر تابع  $f$  در نقطه  $(\alpha, \beta)$  مشتق‌پذیر بوده (مثل تابع‌های چندجمله‌ای، گویا و مثلثاتی) و دارای اکسترمم نسبی باشد:

۱)  $f(\alpha) = \beta$  (یعنی نقطه در تابع صدق می‌کند).

۲)  $f'(\alpha) = 0$  (یعنی  $\alpha$  ریشه مشتق است).

**پاسخ تشریحی** گام اول: نمودار تابع داده شده را رسم می‌کنیم. با توجه به گزینه‌ها، فقط برای  $X$ ‌های مثبت، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



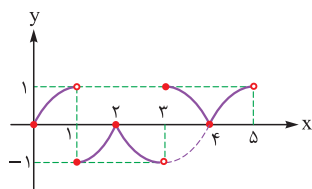
$$0 \leq x < 1: (-1)^{[x]} = (-1)^0 = 1 \Rightarrow f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$1 \leq x < 2: (-1)^{[x]} = (-1)^1 = -1 \Rightarrow f(x) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$2 \leq x < 3: (-1)^{[x]} = (-1)^2 = 1 \Rightarrow f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$3 \leq x < 4: (-1)^{[x]} = (-1)^3 = -1 \Rightarrow f(x) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$

$$4 \leq x < 5: (-1)^{[x]} = (-1)^4 = 1 \Rightarrow f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$$



گام دوم: از روی نمودار تابع می‌بینیم که  $x=1$  و  $x=4$ ، نقاط مینیمم نسبی تابع هستند، ولی  $x=1$  نقطه مینیمم مطلق تابع نیز هست؛ پس  $x=4$  جواب درست است.

## تست و پاسخ ۱۱

نقطه اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{2x-3}{a(x-4)^2}$ ، روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد.  $a$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (1)$$

### پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی** گام اول: برای یافتن نقطه اکسترمم نسبی تابع داده شده، ابتدا مشتق تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{2x-3}{a(x-4)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2a(x-4)^2 - (2x-3) \times 2a(x-4)}{a^2(x-4)^4}$$

گام دوم: معادله  $f'(x) = 0$  را حل می‌کنیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 2a(x-4)^2 = (2x-3)2a(x-4) \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ 2x-3=x-4 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(-1) = \frac{-5}{25a} = -\frac{1}{5a} \end{cases}$$

گام سوم: نقطه  $(-1, -\frac{1}{5a})$  روی نیمساز ناحیه دوم قرار دارد؛ پس:

$$y = -x \Rightarrow -\frac{1}{5a} = 1 \Rightarrow 5a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{5}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۲

نقاط اکسترمم نسبی تابع  $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + ax^2 + bx + 1$  روی محورهای مختصات واقع اند. حاصل  $a - b$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{4} \text{ (۲)} \quad -\frac{3}{4} \text{ (۳)} \quad -\frac{3}{2} \text{ (۴)}$$

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: مشتق تابع  $f$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + ax^2 + bx + 1 \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2ax + b$$

گام دوم: در نقاط اکسترمم نسبی این تابع،  $f'(x) = 0$  است:

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2ax + b = 0 \quad (*)$$

از طرفی این نقاط روی محورهای مختصات نیز قرار دارند. اگر نقاط را به صورت  $(x, 0)$  و  $(0, y)$  در نظر بگیریم:

$$f'(0) = 0 \Rightarrow b = 0 \quad \text{و} \quad f'(x) = 0 \Rightarrow f'(0) = 0 \text{ می‌شود:}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 + 2ax = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{8a}{3} \end{cases}$$

گام سوم: از آنجایی که باید نقطه  $(x, 0)$  روی تابع  $f$  باشد، مقدار  $x = 0$  در تابع  $f$  صدق نمی‌کند و قابل قبول نیست، برای  $x = -\frac{8a}{3}$  داریم:

$$f\left(-\frac{8a}{3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}\left(-\frac{8a}{3}\right)^3 + a\left(-\frac{8a}{3}\right)^2 + 1 = 0 \Rightarrow \frac{-128a^3}{27} + \frac{64a^3}{9} + 1 = 0 \Rightarrow \frac{-128a^3 + 192a^3}{27} = -1 \Rightarrow 64a^3 = -27$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

گام چهارم: مقدار  $a - b = -\frac{3}{4} - 0 = -\frac{3}{4}$  است.

## تست و پاسخ ۱۳

خط  $y = 2x - 3$  از نقطهٔ مینیمم نسبی تابع  $f(x) = x^2(mx + n)$  در ناحیهٔ چهارم عبور کرده و نمودار  $f$  را روی محور  $x$ ها قطع می‌کند.

مقدار  $n$  کدام است؟

$$-\frac{4}{3} \text{ (۴)} \quad -3 \text{ (۳)} \quad -\frac{3}{2} \text{ (۲)} \quad -6 \text{ (۱)}$$

## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مینیمم نسبی تابع  $f$  را می‌یابیم:

$$f(x) = x^2(mx + n) = mx^3 + nx^2 \Rightarrow f'(x) = 3mx^2 + 2nx = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2n}{3m} \end{cases}$$

نقطهٔ  $\min$  نسبی تابع در ناحیهٔ چهارم قرار دارد؛ پس  $x_{\min} = -\frac{2n}{3m}$  قابل قبول است.

گام دوم: از طرفی خط  $y = 2x - 3$ ، تابع  $f$  را روی محور  $x$ ها قطع کرده است؛ یعنی:

$$y = 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{3}{2}m + n\right) = 0 \Rightarrow n = -\frac{3}{2}m \quad \text{(I)}$$

گام سوم: خط  $y = 2x - 3$ ، از نقطهٔ  $\min$  نسبی تابع  $f$  هم عبور می‌کند؛ پس:

$$f(x_{\min}) = 2x_{\min} - 3 \xrightarrow{x_{\min} = -\frac{2n}{3m} = -\frac{2(-\frac{3}{2}m)}{3m} = 1} f(1) = -1 \Rightarrow 1 \times (m + n) = -1 \Rightarrow m + n = -1 \quad \text{(II)}$$

گام چهارم: مقدار  $m$  را از رابطهٔ (II) برحسب  $n$  به دست آورده و در (I) جای‌گذاری می‌کنیم:

$$n = -\frac{3}{2}(-n - 1) \Rightarrow n = \frac{3}{2}(n + 1) \Rightarrow 2n = 3n + 3 \Rightarrow n = -3$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

حسابان (۱): صفحه‌های ۲۹ تا ۳۶

تست و پاسخ ۱۴

در مثلثی با رأس‌های  $A(1,4)$ ،  $B(3,-2)$  و  $C(7,6)$  طول میانه  $AM$  کدام است؟

$$5\sqrt{2} \quad (4)$$

$$3\sqrt{2} \quad (3)$$

$$2\sqrt{3} \quad (2)$$

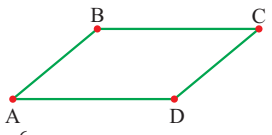
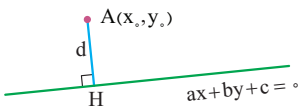
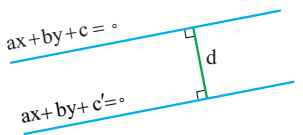
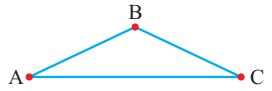
$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** از هندسه تحلیلی معمولاً یک سؤال در کنکور می‌آید که جزء مباحث ساده کنکور است، به‌علاوه این‌که فرمول‌های آن (معادله خط و فاصله نقطه از خط و ...) به‌صورت غیرمستقیم نیز در برخی سؤال‌ها دیده می‌شود.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا مختصات نقطه  $M$  را که وسط  $B$  و  $C$  است، پیدا کنید.

درس نامه •• فرمول‌های هندسه تحلیلی

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$	فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B)$
$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ وسط $AB$	وسط پاره خط
 $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$	رابطه بین رأس‌های متوازی‌الاضلاع
 $d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله نقطه از خط
 $d = \frac{ c - c' }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	فاصله دو خط موازی
 $S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_A & x_B & x_C \\ y_A & y_B & y_C \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \left( \begin{vmatrix} x_B & x_C \\ y_B & y_C \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_A & x_C \\ y_A & y_C \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_A & x_B \\ y_A & y_B \end{vmatrix} \right)$	مساحت مثلث از روی مختصات سه نقطه (علامت دترمینان است.)

دوازدهم ریاضی

آزمون یازدهم حضوری

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \quad \text{۱ یادآوری} \quad (\text{دترمینان } 2 \text{ در } 2)$$

۲ اگر در محاسبه فرمول، مساحت منفی درآمد، آن را مثبت در نظر می‌گیریم.

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا مختصات نقطه  $M$  را که در وسط پاره خط  $BC$  قرار دارد، پیدا می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + 7}{2} = 5 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2 + 6}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow M \begin{vmatrix} 5 \\ 2 \end{vmatrix}$$

گام دوم: حالا طول میانه  $AM$  را پیدا می‌کنیم:

$$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(1 - 5)^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

## تست و پاسخ ۱۵

خط  $3x - 4y = 3$  بر دایره‌ای به شعاع ۳ مماس است. اگر مرکز دایره در ناحیه اول بر خط  $-x + y = 2$  واقع باشد، مجموع طول و عرض مختصات مرکز دایره چه قدر است؟

فاصله مرکز دایره تا خط برابر شعاع است.

۴ (۴)

۶ (۳)

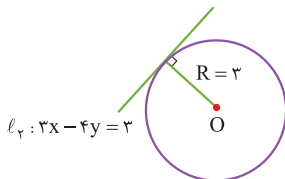
۱۰ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

خودت حل کنی بهتره مختصات مرکز دایره را به صورت پارامتری بنویسید و فاصله‌اش از خط را به دست آورید و مساوی با شعاع دایره قرار بدهید.

پاسخ تشریحی گام اول: یک شکل فرضی در نظر می‌گیریم:



مرکز دایره، در ناحیه اول روی خط  $l_1: -x + y = 2$  قرار دارد؛ پس مختصات مرکز دایره را می‌توانیم به صورت  $O(a, a + 2)$  در نظر بگیریم به طوری که  $a > 0$  باشد. (چون  $O$  در ناحیه اول قرار دارد.)

گام دوم: با توجه به شکل، فاصله  $O$  از خط  $l_1$  برابر شعاع دایره ( $R$ ) است. از فرمول فاصله نقطه از خط استفاده می‌کنیم:

$$R = \frac{|3a - 4(a + 2) - 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Rightarrow \frac{|3a - 4a - 11|}{5} = 3 \Rightarrow |a + 11| = 15 \xrightarrow{a > 0} a + 11 = 15 \Rightarrow a = 4$$

گام سوم: پس  $O(4, 6)$  است. مجموع طول و عرض مختصات مرکز دایره برابر با  $4 + 6 = 10$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۱۶

فرض کنید  $B(4, 0)$  و  $C(2, 2)$  دو رأس مجاور به قاعده مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  باشند. اگر رأس  $A$  بر خط  $x + y = 8$  واقع باشد، حاصل ضرب طول و عرض نقطه  $A$  در دستگاه مختصات چه قدر است؟

۱۰ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۱۶ (۱)

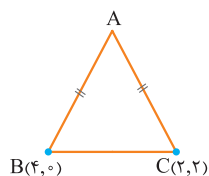
## پاسخ: گزینه ۳

خودت حل کنی بهتره فاصله رأس  $A$  از  $B$  و  $C$  برابر است.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات



گام اول: مثلث متساوی الساقین ABC را به صورت مقابل در نظر می‌گیریم:

رأس A روی خط  $x + y = 8$  قرار دارد؛ پس مختصات این نقطه را به صورت  $A(a, 8-a)$  در نظر می‌گیریم.

گام دوم: در مثلث متساوی الساقین ABC،  $AB = AC$  است، داریم:

$$AB = AC \Rightarrow \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$$

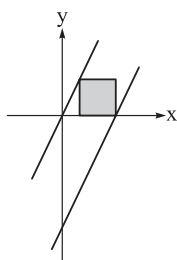
$$\Rightarrow \sqrt{(a-4)^2 + (8-a-0)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (8-a-2)^2} \xrightarrow{\text{به توان 2 می‌رسانیم.}} (a-4)^2 + (8-a)^2 = (a-2)^2 + (6-a)^2$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a + 16 + 64 - 16a + a^2 = a^2 - 4a + 4 + 36 - 12a + a^2 \Rightarrow -24a + 80 = -16a + 40 \Rightarrow 8a = 40 \Rightarrow a = 5$$

گام سوم: مختصات نقطه A به صورت  $(5, 3)$  می‌شود. حاصل ضرب عرض و طول این نقطه برابر با ۱۵ است.

## تست و پاسخ ۱۷

در شکل روبه‌رو، خطوط  $y = 2x$  و  $y = 2x - n$  رسم شده‌اند. مساحت مربع رنگی کدام است؟



$$\frac{9}{4}n^2 \quad (2)$$

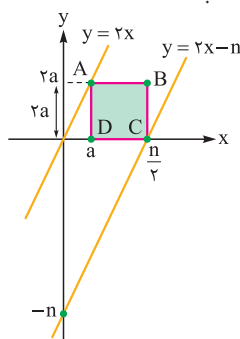
$$\frac{4}{9}n^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{9}n^2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{4}n^2 \quad (3)$$

## پاسخ: گزینه ۴

گام اول: معادله خطوط را روی شکل مشخص می‌کنیم. فرض می‌کنیم که طول نقطه D برابر با a باشد.



گام دوم: با مشخص شدن نقطه D، مختصات بقیه نقاط نیز مشخص می‌شود:

$$x_D = x_A = a \xrightarrow{\text{روی خط } y=2x \text{ قرار دارد.}} y_A = 2a \Rightarrow AD = CD = 2a$$

$$\Rightarrow \text{طول نقطه } C: x_C = x_D + CD = a + 2a = 3a$$

$$y_C = 6a - n$$

نقطه C روی خط  $y = 2x - n$  قرار دارد؛ بنابراین:

از طرفی نقطه C روی محور طول‌ها قرار دارد و  $y_C = 0$  است؛ پس  $a = \frac{n}{6}$  می‌شود.

$$S_{\text{مربع}} = (2a)^2 = \left(2 \times \frac{n}{6}\right)^2 = \frac{n^2}{9}$$

گام سوم: مساحت مربع رنگی برابر است با:

## تست و پاسخ ۱۸

خطوط  $ax - y = 3$  و  $3y + x = -9$  یکدیگر را در نقطه A و نیمساز ناحیه اول و سوم را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کنند. اگر مثلث ABC در رأس A قائمه باشد، طول وتر BC چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{15}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$\frac{15}{4} \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

## پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: محل برخورد دو خط را که نقطه A است، پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} y = ax - 3 \\ y = \frac{-x-9}{3} \end{cases} \Rightarrow ax - 3 = \frac{-x}{3} - 3 \Rightarrow x(a + \frac{1}{3}) = 0 \Rightarrow x = 0$$

مختصات نقطه A به صورت  $(0, -3)$  است.

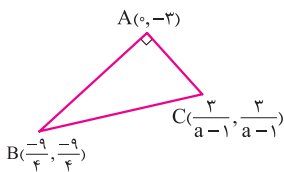
گام دوم: محل برخورد خطوط با نیمساز ناحیه اول و سوم را پیدا می‌کنیم تا مختصات نقاط B و C نیز به دست بیاید:

$$\begin{cases} y = \frac{-x-9}{3} \\ y = x \end{cases} \Rightarrow -\frac{x}{3} - 3 = x \Rightarrow \frac{4}{3}x = -3 \Rightarrow x = \frac{-9}{4} \Rightarrow B(\frac{-9}{4}, \frac{-9}{4})$$

$$\begin{cases} y = ax - 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow ax - 3 = x \Rightarrow x(a-1) = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{a-1} \Rightarrow C(\frac{3}{a-1}, \frac{3}{a-1})$$

گام سوم: مثلث ABC را در نظر می‌گیریم:

شیب پاره‌خط‌های AB و AC را به دست می‌آوریم. این دو خط بر هم عمود هستند.



$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-3 + \frac{9}{4}}{0 + \frac{9}{4}} = -\frac{1}{3}, \quad m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{-3 - \frac{3}{a-1}}{0 - \frac{3}{a-1}} = a$$

$$m_{AB} \times m_{AC} = -1 \Rightarrow -\frac{a}{3} = -1 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow C(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$$

برای شیب‌های دو خط عمود بر هم، داریم:

گام چهارم: حالا طول وتر BC را به دست می‌آوریم:

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(-\frac{9}{4} - \frac{3}{2})^2 + (-\frac{9}{4} - \frac{3}{2})^2} = \sqrt{2 \times (\frac{15}{4})^2} = \frac{15}{4} \sqrt{2}$$

ریاضیات گسسته: صفحه‌های ۵۵ تا ۷۲

## تست و پاسخ ۱۹

۹ نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق ۲ نفره، ۳ نفره و ۴ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند؟

۳۸۱۰۲۴ (۴)

۱۵۱۲۰ (۳)

۲۵۲۰ (۲)

۱۲۶۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** اول ۲ نفر رو برای اتاق ۲ نفره انتخاب کنید، بعد ۳ نفر از بقیه آدم‌ها رو برای اتاق ۳ نفره انتخاب کنید؛ آفر کار هم ۴ نفر باقی‌مونده باید توی اتاق ۴ نفره برن.

**درس نامه** •• تعداد حالت‌های انتخاب k شیء از n شیء متمایز، به طوری که جایگشت اعضای انتخاب شده مهم نباشد، برابر است با:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: اول به  $\binom{9}{2} = 36$  حالت، ۲ نفر از بین ۹ نفر را برای اتاق ۲ نفره انتخاب می‌کنیم.

گام دوم: بعد به  $\binom{7}{3} = 35$  حالت، ۳ نفر از ۷ نفر باقی‌مانده (کلاً ۹ نفر بودن که ۲ نفرشون رفتن توی اتاق ۲ نفره، پس الان  $9 - 2 = 7$  نفر باقی‌موندن) را برای اتاق ۳ نفره انتخاب می‌کنیم.

گام سوم: حالا ۴ نفر داریم که باید (به یک حالت) برن توی اتاق ۴ نفره.

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times 1 = 36 \times 35 = 1260$$

گام چهارم: پس جواب برابر است با:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times 1 = 36 \times 35 = 1260$$

گام چهارم: پس جواب برابر است با:

## تست و پاسخ ۲۰

به چند طریق می توان از بین ۴ نوع گل، دسته‌گلی شامل ۸ شاخه گل را به دلخواه انتخاب کرد؟

- (۱)  $8^4$  (۲)  $4^8$   
(۳)  $330$  (۴)  $165$

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** جواب سؤال، برابر تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 8$  است.

**درس نامه** ••• تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $X_1 + X_2 + \dots + X_k = n$  برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: تعداد شاخه‌های انتخاب شده از گل نوع اول، دوم، سوم و چهارم را به ترتیب با  $X_1, X_2, X_3, X_4$  نمایش می‌دهیم.

گام دوم: می‌خواهیم دسته‌گلی شامل ۸ شاخه گل از این ۴ نوع گل انتخاب کنیم، پس باید  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 8$  باشد.

گام سوم: واضح است که تعداد شاخه‌های انتخاب شده از هر نوع گل باید عددی صحیح و نامنفی (حسابی) باشد، پس تعداد جواب‌های صحیح

و نامنفی معادله  $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 8$  را می‌خواهیم که برابر است با:

$$k=4 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{3} = 165$$

$$n=8$$

## تست و پاسخ ۲۱

در چند گروه از مربع‌های لاتین داده شده، دو مربع لاتین متعامد دیده می‌شود؟

۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳
۳	۴	۱	۲
۲	۳	۴	۱

(ت)

۴ (۴)

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

(پ)

۳ (۳)

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

(ب)

۲ (۲)

۱	۲	۳
۳	۱	۲
۲	۳	۱

(الف)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**درس نامه** ••• مربع لاتین

مربع لاتین  $n \times n$ ، مربعی است که در هر سطر و ستون آن عددهای ۱ تا  $n$  طوری قرار دارند که در

هیچ سطر یا ستونی عدد تکراری نداریم، یعنی در هر سطر و در هر ستون، هر کدام از اعداد ۱ تا  $n$

دقیقاً یک بار تکرار شده‌اند. برای مثال در روبه‌رو، یک مربع لاتین  $5 \times 5$  می‌بینید:

۲	۳	۴	۵	۱
۱	۲	۳	۴	۵
۳	۴	۵	۱	۲
۴	۵	۱	۲	۳
۵	۱	۲	۳	۴

دو مربع لاتین متعامد: فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند و از کنار هم قراردادن درایه‌های نظیر این دو مربع، مربعی جدید

به وجود آید که درایه‌های آن اعدادی دورقمی هستند، به طوری که یکان این اعداد دورقمی، درایه‌های یکی از مربع‌ها و دهگان این اعداد،

درایه‌های مربع لاتین دیگر هستند. اگر در بین درایه‌های این مربع جدید، عدد دورقمی تکراری داشتیم، این دو مربع لاتین متعامد نیستند،

ولی اگر هیچ‌کدام از درایه‌ها تکراری نباشند، دو مربع لاتین متعامد می‌شوند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی هر کدام از موارد را بررسی می‌کنیم:

(الف)

۱	۲	۳	۱	۲	۳	⇒	۱۱	۲۲	۳۳
۳	۱	۲	۲	۳	۱		۳۲	۱۳	۲۱
۲	۳	۱	۳	۱	۲		۲۳	۳۱	۱۲

↑  
دهگان اعداد  
دورقمی

↑  
یکان اعداد  
دورقمی

عدد دورقمی تکراری نداریم، پس این دو مربع متعامدند.

(ب)

۳	۲	۱	۲	۱	۳	⇒	۳۲	۲۱	۱۳
۱	۳	۲	۱	۳	۲		۱۱	۳۳	۲۲
۲	۱	۳	۳	۲	۱		۲۳	۱۲	۳۱

↑  
دهگان اعداد  
دورقمی

↑  
یکان اعداد  
دورقمی

عدد دورقمی تکراری نداریم، پس این دو مربع هم متعامدند.

(پ)

۱	۲	۳	۳	۱	۲	⇒	۱۳	۲۱	۳۲
۳	۱	۲	۲	۳	۱		۳۲	۱۳	۲۱
۲	۳	۱	۱	۲	۳		۲۱	۳۲	۱۳

↑  
دهگان اعداد  
دورقمی

↑  
یکان اعداد  
دورقمی

عدد دورقمی تکراری داریم، پس این دو مربع متعامد نیستند.

(ت)

۱	۲	۳	۴	۳	۲	۱	۴	⇒	۱۳	۲۲	۳۱	۴۴
۴	۱	۲	۳	۱	۴	۳	۲		۴۱	۱۴	۲۳	۳۲
۳	۴	۱	۲	۴	۱	۲	۳		۳۴	۴۱	۱۲	۲۳
۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴	۱		۲۲	۳۳	۴۴	۱۱

↑  
دهگان  
اعداد دورقمی

↑  
یکان  
اعداد دورقمی

عدد دورقمی تکراری داریم، پس این دو مربع متعامد نیستند.

بنابراین در ۲ گروه، دو مربع لاتین متعامد داریم.

### تست و پاسخ ۲۲

به چند طریق می‌توان ۱۵ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد، به طوری که نفر اول لاقل ۱ توپ، نفر دوم لاقل ۲ توپ، نفر سوم لاقل ۳ توپ و نفر چهارم لاقل ۴ توپ داشته باشند؟

۳۶ (۴)

۵۶ (۳)

۱۶۵ (۲)

۸۱۶ (۱)

### پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** کافیه تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  با شرط  $x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3$  و  $x_4 \geq 4$  را پیدا کنیم.

### درس نامه •• استفاده از تغییر متغیر در معادله‌های شرطدار

اگر در معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برای بعضی از متغیرها شرط بزرگ‌تر یا مساوی، یعنی  $x_i \geq a$  داشتیم، به این صورت عمل می‌کنیم که  $x_i \geq a$  است، پس از تغییر متغیر  $x_i = x'_i + a$  کمک می‌گیریم که در آن  $x'_i \geq 0$  است.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

**پاسخ تشریحی** گام اول: تعداد توپ‌هایی که به ترتیب به نفرات اول تا چهارم می‌رسد را با  $x_1$  تا  $x_4$  نمایش می‌دهیم. قرار است به این افراد ۱۵ توپ داده شود، پس  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  است. می‌خواهیم به نفر اول لاقل یک توپ ( $x_1 \geq 1$ )، به نفر دوم لاقل ۲ توپ ( $x_2 \geq 2$ )، به نفر سوم لاقل ۳ توپ ( $x_3 \geq 3$ ) و به نفر چهارم لاقل ۴ توپ ( $x_4 \geq 4$ ) برسد، پس تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  با شرط‌های  $x_1 \geq 1$ ،  $x_2 \geq 2$ ،  $x_3 \geq 3$  و  $x_4 \geq 4$  را می‌خواهیم.

گام دوم: از تغییر متغیر کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 2 \\ x_3 \geq 3 \\ x_4 \geq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x'_1 + 1 & x'_1 \geq 0 \\ x_2 = x'_2 + 2 & x'_2 \geq 0 \\ x_3 = x'_3 + 3 & x'_3 \geq 0 \\ x_4 = x'_4 + 4 & x'_4 \geq 0 \end{cases}$$

حواسمان هست که  $x'_1$ ،  $x'_2$ ،  $x'_3$  و  $x'_4$  همگی نامنفی‌اند.

گام سوم: مقادیر به‌دست‌آمده را در معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 15$  جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\Rightarrow (x'_1 + 1) + (x'_2 + 2) + (x'_3 + 3) + (x'_4 + 4) = 15 \Rightarrow x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4 + 10 = 15$$

$$\Rightarrow x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4 = 5$$

$$k = 4 \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{3} = 56$$

گام چهارم: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله را می‌خواهیم که برابر است با:

## تست و پاسخ ۳۳

با ارقام ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۶ و ۷ چند عدد یازده‌رقمی می‌توان نوشت، به طوری که ارقام آن یک‌درمیان زوج و فرد باشند؟

۱۲۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

۱۸۰۰ (۲)

۳۶۰۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خود حل کنی بهتره** فقط در یک حالت (به شکل زیر) می‌توانیم این ۱۱ رقم را طوری کنار هم قرار دهیم که ارقام زوج و فرد یکی‌درمیان باشند.

حالا با محاسبه تعداد جایگشت‌های اعداد زوج و اعداد فرد، جواب به سادگی به دست می‌آید.

(زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج)

**درس‌نامه** ••• تعداد جایگشت‌های  $n$  شیء متمایز برابر  $n!$  است؛ حالا اگر از بین این  $n$  شیء،  $k_1$  تا مثل هم،  $k_2$  تا مثل هم، ... و  $k_m$  تا

مثل هم باشند، تعداد جایگشت‌ها برابر  $\frac{n!}{k_1!k_2!\dots k_m!}$  می‌شود.

برای مثال تعداد جایگشت‌های حروف aabbbccccc برابر است با:

$$\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!} = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!} = \frac{362880}{24 \times 6 \times 24} = 2520$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: در بین ۱۱ رقم ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۶، ۷، پنج رقم فرد (۱، ۱، ۳، ۵، ۷) و شش رقم زوج (۲، ۲، ۲، ۴، ۶، ۶) داریم، پس برای این که ارقام زوج و فرد یکی‌درمیان باشند فقط یک حالت داریم:

(زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج)

(زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج) (فرد) (زوج)

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

گام دوم: تعداد جایگشت‌های پنج رقم فرد ۱، ۱، ۳، ۵، ۷ برابر است با:

$$\frac{6!}{3! \times 2!} = 60$$

گام سوم: تعداد جایگشت‌های شش رقم زوج ۲، ۲، ۲، ۴، ۶، ۶ برابر است با:

پس جواب برابر  $60 \times 60 = 3600$  می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۲۴

قرار است ۵ کارگر با ۵ نوع ماشین نخریسی و ۵ نوع الیاف در ۵ روز هفته کار کنند، به گونه‌ای که هر کارگر با هر نوع ماشین و هر نوع الیاف، دقیقاً یک بار کار کرده باشد و نیز هر الیاف، در هر ماشین دقیقاً یک بار به کار گرفته شود. برای این منظور طبق جدول زیر برنامه‌ریزی کرده‌ایم که در هر خانه از جدول، رقم دهگان نشان‌دهنده ماشین و رقم یکان نشان‌دهنده الیاف به کار رفته است؛ هم‌چنین کارگرها در ستون‌های جدول و روزهای هفته در سطرها قرار گرفته‌اند. مطابق این جدول کارگر دوم در روز یکشنبه با کدام ماشین و الیاف کار می‌کند؟

	کارگر اول	کارگر دوم	کارگر سوم	کارگر چهارم	کارگر پنجم
شنبه					
یکشنبه					۱۲
دوشنبه				۱۱	۴۴
سه‌شنبه			۱۵	۴۳	۲۱
چهارشنبه		۱۴	۴۲	۲۵	۵۳

(۲) ماشین پنجم - الیاف سوم

(۱) ماشین دوم - الیاف پنجم

(۴) ماشین دوم - الیاف سوم

(۳) ماشین پنجم - الیاف پنجم

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** کافیه جدول رو مثل یک مربع لاتین  $5 \times 5$  کامل کنی! (در واقع این جدول، ترکیب دو مربع لاتین متعامد است؛ یکی برای ماشین‌ها و دیگری برای الیاف.)

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** معنی توضیحات صورت سؤال اینه که یک مربع لاتین  $5 \times 5$  داریم که درایه‌هاش اعداد دورقمی هستند که یکان این اعداد نشان‌دهنده الیاف به کاررفته و دهگان این اعداد نشان‌دهنده ماشین استفاده شده است. **گام دوم:** این مربع لاتین را یک بار برای ارقام یکان پر می‌کنیم:

	کارگر اول	کارگر دوم	کارگر سوم	کارگر چهارم	کارگر پنجم
شنبه	۳	۱	۴	۲	۵
یکشنبه	۵	۳	۱	۴	۲
دوشنبه	۲	۵	۳	۱	۴
سه‌شنبه	۴	۲	۵	۳	۱
چهارشنبه	۱	۴	۲	۵	۳

پس کارگر دوم در روز یکشنبه با الیاف سوم کار می‌کند.

**گام سوم:** مربع لاتین را یک بار هم برای ارقام دهگان پر می‌کنیم:

	کارگر اول	کارگر دوم	کارگر سوم	کارگر چهارم	کارگر پنجم
شنبه	۱	۴	۲	۵	۳
یکشنبه	۴	۲	۵	۳	۱
دوشنبه	۲	۵	۳	۱	۴
سه‌شنبه	۵	۳	۱	۴	۲
چهارشنبه	۳	۱	۴	۲	۵

پس کارگر دوم در روز یکشنبه با ماشین دوم کار می‌کند.





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## تست و پاسخ ۲۵

معادله  $10 = \sqrt{z} + \frac{t}{4} + 2x^2 + 3y$ ، چند دسته جواب صحیح نامنفی دارد؟

۲۱ (۴)

۳۶ (۳)

۴۷ (۲)

۵۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** اول از تغییر متغیر  $\sqrt{z} = a$  و  $\frac{t}{4} = b$  کمک بگیرد. بعد با حالت بندی بر حسب  $x$  و  $y$  جواب به دست می آید.

**پاسخ تشریحی** گام اول: از تغییر متغیر  $\sqrt{z} = a$  و  $\frac{t}{4} = b$  کمک می گیریم. به ازای هر مقدار صحیح و نامنفی  $a$ ، دقیقاً به یک مقدار صحیح

و نامنفی برای  $Z$  می رسیم (پون  $Z = a^2$  می شه) و به ازای هر مقدار صحیح و نامنفی برای  $b$  هم به یک مقدار صحیح و نامنفی برای  $t$  می رسیم (پون  $t = 4b$  می شه)، پس کافیه معادله  $10 = 2x^2 + 3y + a + b$  را حل کنیم.

گام دوم: بر حسب مقادیر  $x$  حالت بندی می کنیم:

**حالت اول:** اگر  $x = 0$  باشد، باید معادله  $10 = 3y + a + b$  را حل کنیم. حالا بر حسب مقدار  $y$  حالت بندی می کنیم:

$$3y + a + b = 10 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow a + b = 10 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 10 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{1} = 11 \\ y = 1 \Rightarrow a + b = 7 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{1} = 8 \\ y = 2 \Rightarrow a + b = 4 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 4 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{5}{1} = 5 \\ y = 3 \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{2}{1} = 2 \end{cases}$$

پس در این حالت  $11 + 8 + 5 + 2 = 26$  جواب داریم.

**حالت دوم:** اگر  $x = 1$  باشد، باید معادله  $8 = 3y + a + b$  را حل کنیم. حالا بر حسب مقدار  $y$  حالت بندی می کنیم:

$$3y + a + b = 8 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \Rightarrow a + b = 8 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 8 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{9}{1} = 9 \\ y = 1 \Rightarrow a + b = 5 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 5 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{6}{1} = 6 \\ y = 2 \Rightarrow a + b = 2 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{3}{1} = 3 \end{cases}$$

پس در این حالت  $9 + 6 + 3 = 18$  جواب داریم.

**حالت سوم:** اگر  $x = 2$  باشد، باید معادله  $2 = 3y + a + b$  را حل کنیم.  $y$  باید برابر صفر باشد، پس:

$$3y + a + b = 2 \xrightarrow{y=0} a + b = 2 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ n = 2 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{3}{1} = 3$$

گام سوم: بنابراین جواب برابر  $26 + 18 + 3 = 47$  می شود.

## تست و پاسخ ۲۶

چند عدد طبیعی کوچک تر از  $1000$  وجود دارد که مجموع ارقام آن مضرب  $11$  باشد؟

۹۹ (۴)

۹۰ (۳)

۷۸ (۲)

۶۹ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** از حالت بندی و جایگشت با تکرار کمک بگیرد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی گام اول:** مجموع ارقام یک عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰ حداقل برابر ۱ و حداکثر برابر ۲۷ (در حالتی که هر ۳ رقم ۹ باشند، یعنی ۹۹۹) است. می‌خواهیم جمع ارقام عدد مضرب ۱۱ باشد، پس جمع ارقام عدد باید برابر ۱۱ یا ۲۲ شود. اعداد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰۰، دو یا سه رقمی‌اند، پس باید تعداد اعداد یک، دو یا سه رقمی را بشماریم که جمع ارقامشان ۱۱ یا ۲۲ است.

**گام دوم:** اول تعداد اعدادی را می‌شماریم که جمع ارقامشان ۱۱ باشد.

فرض کنید مقدار یکان، دهگان و صدگان به ترتیب  $x$ ،  $y$  و  $z$  باشد. می‌خواهیم  $x + y + z = 11$  شود، پس (دقت کنید اگر صدگان صفر شود، اعداد دورقمی به دست می‌آیند که قابل قبول‌اند):

$$x + y + z = 11 \quad \begin{cases} k = 3 \\ n = 11 \end{cases} \Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{13}{2} = 78$$

$$11, 0, 0 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$10, 1, 0 \Rightarrow 3! = 6$$

اما یک سری از اعداد غیر قابل قبول‌اند، برای مثال:

$3 + 6 = 9$  عدد غیر قابل قبول‌اند، پس  $78 - 9 = 69$  عدد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰۰ با جمع ارقام ۱۱ داریم.

**گام سوم:** تعداد اعداد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰۰ با جمع ارقام ۲۲ را می‌شماریم. عدد یک‌رقمی و دورقمی با جمع ارقام ۲۲ نداریم، ولی اعداد سه‌رقمی با جمع ارقام ۲۲ به شکل زیرند:

$$\begin{cases} 9, 9, 4 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \\ 9, 8, 5 \Rightarrow 3! = 6 \\ 9, 7, 6 \Rightarrow 3! = 6 \\ 8, 8, 6 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \\ 8, 7, 7 \Rightarrow \frac{3!}{2!} = 3 \end{cases}$$

پس ۲۱ عدد طبیعی کم‌تر از ۱۰۰۰ با جمع ارقام ۲۲ داریم، بنابراین جواب برابر  $90 = 69 + 21$  می‌شود.

## تست و پاسخ ۲۷

معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 44$  دارای چند دسته جواب طبیعی و مضرب ۴ است که  $x_3 < x_5$  باشد؟

۲۱۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۱۰۵ (۲)

۸۰ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**پاسخ تشریحی گام اول:** جواب‌های طبیعی و مضرب ۴ را می‌خواهیم، پس از تغییر متغیر  $x_i = 4x'_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) کمک می‌گیریم. دقت کنید برای این که تعداد جواب‌های طبیعی به دست آید، باید  $x'_i$  ها هم طبیعی باشند. با جای‌گذاری در معادله اصلی داریم:

$$4x'_1 + 4x'_2 + 4x'_3 + 4x'_4 + 4x'_5 = 44 \Rightarrow x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4 + x'_5 = 11$$

**نکته** تعداد جواب‌های طبیعی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر  $\binom{n-1}{k-1}$  است.

$$\begin{cases} k = 5 \\ n = 11 \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{10}{4} = 210$$

**گام دوم:** تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با:

**گام سوم:** برای این که  $x_3 < x_5$  باشد، باید  $x'_3 < x'_5$  شود. تعداد جواب‌های طبیعی این معادله که  $x'_3 = x'_5$  است را برابر  $a$  در نظر بگیرید.

حالا اگر در  $b$  حالت  $x'_3 < x'_5$  باشد، دقیقاً در  $b$  حالت دیگر هم  $x'_3 > x'_5$  می‌شود (چون مسئله متقارن است). از طرفی  $a + 2b$  برابر تعداد

کل جواب‌های این معادله، یعنی  $a + 2b = 210$  می‌شود (چرا؟ خب کل جواب‌های مسئله می‌شه جواب‌هایی که یا  $x'_3 > x'_5$  یا  $x'_3 = x'_5$  یا

یا  $x'_3 < x'_5$ ).



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

گام چهارم: تعداد جواب‌های طبیعی این معادله که  $X'_5 = X'_6$  است را می‌شماریم:

$$X'_1 + X'_2 + X'_3 + X'_4 + X'_5 = 11 \xrightarrow{X'_5 = X'_6} X'_1 + X'_2 + 2X'_3 + X'_4 = 11$$

برحسب مقدار  $X'_3$  حالت‌بندی می‌کنیم:

$$X'_1 + X'_2 + 2X'_3 + X'_4 = 11 \Rightarrow \begin{cases} X'_3 = 1 \Rightarrow X'_1 + X'_2 + X'_4 = 9 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=9 \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{8}{2} = 28 \\ X'_3 = 2 \Rightarrow X'_1 + X'_2 + X'_4 = 7 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=7 \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{6}{2} = 15 \\ X'_3 = 3 \Rightarrow X'_1 + X'_2 + X'_4 = 5 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=5 \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{4}{2} = 6 \\ X'_3 = 4 \Rightarrow X'_1 + X'_2 + X'_4 = 3 \Rightarrow \begin{cases} k=3 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow \binom{n-1}{k-1} = \binom{2}{2} = 1 \end{cases}$$

پس  $a = 28 + 15 + 6 + 1 = 50$  است.

$$50 + 2b = 210 \Rightarrow 2b = 160 \Rightarrow b = 80$$

حالا با توجه به  $a + 2b = 210$  داریم:

بنابراین در  $80$  حالت  $X'_5 < X'_6$  است.

## تست و پاسخ ۲۸

چند عدد بیست‌رقمی با ارقام ۰ و ۱ می‌توان نوشت که بر ۴۵ بخش‌پذیر باشد؟

۴۳۷۶۴ (۲)

۴۳۷۵۸ (۱)

۴۳۷۷۶ (۴)

۴۳۷۷۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** گام اول: عددی مضرب ۴۵ است که مضرب ۹ و ۵ باشد. برای این که عددی مضرب ۵ شود، یکانش باید برابر صفر یا ۵ باشد، پس یکان این عدد باید صفر باشد.

**گام دوم:** برای این که عددی مضرب ۹ باشد، باید جمع ارقامش مضرب ۹ شود. جمع ارقام این عدد  $2^2$  رقمی با ارقام ۰ و ۱ می‌تواند از ۱ تا ۱۹ باشد (جمع ارقام وقتی ۱ می‌شود که رقم سمت چپ برابر ۱ و مابقی ارقام برابر صفر باشند و جمع ارقام وقتی ۱۹ می‌شود که رقم یکان صفر باشد و مابقی ارقام ۱ باشند. دقت کنید رقم یکان باید برابر صفر باشد، چون می‌خواهیم عدد مضرب ۵ هم باشد). پس برای این که عدد مضرب ۹ باشد، جمع ارقامش باید برابر ۹ یا ۱۸ شود.

**گام سوم:** برای این که جمع ارقام عدد برابر ۹ باشد، باید ۹ رقم ۱ و ۱۱ رقم صفر داشته باشیم. رقم سمت راست که صفر است (چون عدد باید مضرب ۵ باشد) و رقم سمت چپ هم ۱ است (چون اگر رقم سمت چپ صفر باشد، عدد  $2^2$  رقمی نمی‌شود)، پس باید ۸ رقم ۱ و ۱۰ رقم صفر را در ۱۸ جایگاه وسط بچینیم که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\frac{18!}{10! 8!} = 43758$$

رقم ۱۰ صفر      رقم ۸ یک

**گام چهارم:** برای این که جمع ارقام عدد برابر ۱۸ باشد، باید ۱۸ رقم ۱ و ۲ رقم صفر داشته باشیم. رقم سمت راست که صفر و رقم سمت چپ هم که ۱ است، پس باید ۱۷ رقم ۱ و یک رقم صفر را در ۱۸ جایگاه وسط بچینیم که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\frac{18!}{17! 1!} = 18$$

رقم ۱۷ یک

پس جواب برابر  $43758 + 18 = 43776$  می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



هندسه (۳): صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰، هندسه (۱): صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

## تست و پاسخ ۲۹

تصویر قائم بردار  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$  بر بردار  $\vec{b} = 3\vec{j} - 4\vec{k}$  کدام بردار است؟

- (۱)  $(0, -1/8, 2/4)$  (۲)  $(0, -0/36, 0/48)$  (۳)  $(0, 1/8, -2/4)$  (۴)  $(0, 0/36, -0/48)$

## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه

(۱) اگر  $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$  یک بردار باشد، طول بردار از رابطه  $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$  به دست می‌آید.

(۲) حاصل ضرب داخلی دو بردار  $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$  و  $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

(۳) یکی از کاربردهای مهم ضرب داخلی بردارها، محاسبه تصویر قائم یک بردار بر امتداد بردار دیگر است.

اگر  $\vec{a}'$ ، تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر امتداد بردار  $\vec{b}$  باشد، آن‌گاه  $\vec{a}'$  ضربی از بردار  $\vec{b}$  است، به این صورت:

$$\vec{a}' = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \vec{b}$$

سؤال تصویر قائم بردار  $\vec{a} = (1, -1, 0)$  بر امتداد بردار  $\vec{b} = (0, 3, -4)$  را می‌خواهد، پس ابتدا حاصل  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  را مطابق مورد (۲)

درس‌نامه و حاصل  $|\vec{b}|$  را مطابق مورد (۱) درس‌نامه به دست می‌آوریم:  $|\vec{b}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + (-4)^2} = 5 \Rightarrow |\vec{b}|^2 = 25$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (1, -1, 0) \cdot (0, 3, -4) = 1 \times 0 - 1 \times 3 - 0 \times 4 = -3$$

پس تصویر قائم  $\vec{a}$ ، مطابق مورد (۳) درس‌نامه برابر است با:

$$\vec{a}' = \left( \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \right) \vec{b} = \frac{-3}{25} (0, 3, -4) = -0/12 (0, 3, -4) = (0, -0/36, 0/48)$$

## تست و پاسخ ۳۰

نقاط  $A(4-m, -3, -1)$  و  $B(2, -m, 0)$  مفروض‌اند. اگر نقطه A در ناحیه هفتم دستگاه مختصات سه‌بعدی قرار داشته باشد و  $AB = \sqrt{14}$ ،

فاصله نقطه وسط پاره خط AB از صفحه xz کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱/۵ (۴) ۳

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** شرط علامت x، y و z در ناحیه هفتم را، روی مختصات A اعمال کن تا محدوده m به دست بیاید. حالا با داشتن

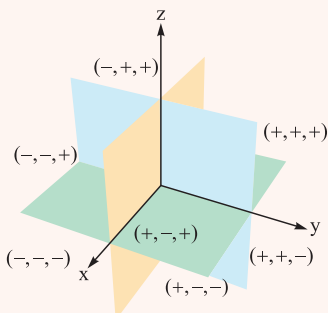
طول AB، مقدار m به دست می‌آید.

## درس نامه

(۱) صفحه‌های  $x=0$ ،  $y=0$  و  $z=0$  که به ترتیب آن‌ها را صفحه‌های XY، XZ و YZ می‌نامیم،

فضای مختصات را مطابق شکل به هشت ناحیه تقسیم می‌کنند که علامت طول، عرض و ارتفاع نقاط

واقع بر این هشت ناحیه را در جدول زیر می‌بینید.



شماره ناحیه	علامت مؤلفه‌ها		
	x	y	z
۱	+	+	+
۲	-	+	+
۳	-	-	+
۴	+	-	+
۵	+	+	-
۶	-	+	-
۷	-	-	-
۸	+	-	-



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

(۲) اگر  $A(x_1, y_1, z_1)$  و  $B(x_2, y_2, z_2)$  دو نقطه در فضا باشند، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

(۳) مختصات نقطه وسط پاره خط: اگر نقطه  $M$  وسط پاره خط  $AB$  با مختصات  $A(x_1, y_1, z_1)$  و  $B(x_2, y_2, z_2)$  باشند، آن گاه مختصات  $M$  برابر است با:

$$M = \frac{A+B}{2} = \left( \frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2} \right)$$

(۴) فاصله نقطه  $A(x_1, y_1, z_1)$  از صفحه های  $xy$ ,  $xz$  و  $yz$  به صورت زیر به دست می آید:

۱) فاصله  $A$  از صفحه  $xy$   $|z_1|$

۲) فاصله  $A$  از صفحه  $xz$   $|y_1|$

۳) فاصله  $A$  از صفحه  $yz$   $|x_1|$

**پاسخ تشریحی** گام اول (یافتن محدوده  $m$ ): طبق مورد (۱) درس نامه اگر نقطه  $A(4-m, -3, -1)$  در ناحیه  $\gamma$  مختصات سه بعدی باشد، آن گاه  $x, y$  و  $z$  باید منفی باشند؛ پس:

$$4-m < 0 \Rightarrow m > 4 \quad (*)$$

گام دوم (تعیین مقدار  $m$  از روی طول پاره خط  $AB$ ): طبق مورد (۲) درس نامه طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} A(4-m, -3, -1) \\ B(2, -m, 0) \end{array} \right\} \Rightarrow AB = \sqrt{(4-m-2)^2 + (-3-(-m))^2 + (-1-0)^2}$$

$$= \sqrt{(2-m)^2 + (-3+m)^2 + 1} = \sqrt{14} \Rightarrow m^2 + 4 - 4m + 9 + m^2 - 6m + 1 = 14 \Rightarrow 2m^2 - 10m + 4 = 14$$

$$\xrightarrow{(*)} \begin{cases} m = 0 < 4 \quad \times \\ m = 5 > 4 \quad \checkmark \end{cases}$$

گام سوم (یافتن خواسته سؤال): با داشتن  $m = 5$ ، مختصات دو نقطه  $A$  و  $B$  سپس نقطه وسط پاره خط  $AB$  مشخص می شود:

$$\left. \begin{array}{l} A(4-m, -3, -1) \Rightarrow A(-1, -3, -1) \\ B(2, -m, 0) \Rightarrow B(2, -5, 0) \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{درس نامه}]{\text{طبق مورد (۳)}} M = \frac{A+B}{2} = \left( \frac{1}{2}, -4, -\frac{1}{2} \right)$$

حالا طبق مورد (۴) درس نامه فاصله نقطه  $M$  از صفحه  $xz$  برابر  $|y| = 4$  است.

## تست و پاسخ ۳۱

وجه های یک مکعب مستطیل، قسمت هایی از صفحات به معادله های  $x = -1, x = 3, y = 1, y = 3, z = -2, z = 1$  هستند. کدام یک از نقاط زیر بر یکی از یال های این مکعب مستطیل واقع است؟

(۴)  $(1, 3, -1)$

(۳)  $(0, 1, -2)$

(۲)  $(3, 2, 0)$

(۱)  $(-1, 0, 1)$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** کتاب درسی روی صفحه های موازی با صفحات مختصات زوم کرده، پس باید ویژگی آن را به خوبی یاد بگیرید. این سؤال با ایده گرفتن از مثال صفحه ۶۸ کتاب درسی طراحی شده است.

**خودت حل کنی بهتره** مکعب مستطیل مورد نظر، محدود به شش صفحه به معادلات  $x = -1, x = 3, y = 1, y = 3, z = -2, z = 1$  است.

## درس نامه

(۱) صفحه هایی به معادله  $x = \alpha$  موازی با صفحه  $yz$  و عمود بر محور  $x$  هاست.

(۲) صفحه هایی به معادله  $y = \beta$  موازی با صفحه  $xz$  و عمود بر محور  $y$  هاست.

(۳) صفحه هایی به معادله  $z = \gamma$  موازی با صفحه  $xy$  و عمود بر محور  $z$  هاست.

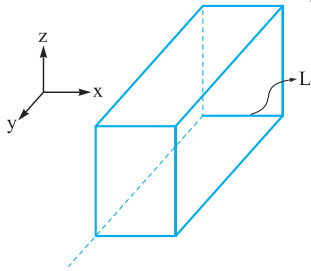
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## پاسخ تشریحی

نقاطی روی یال‌های مکعب مستطیل قرار دارند که حداقل به دو وجه آن تعلق داشته باشند.

به شکل روبه‌رو دقت کنید تا گزینه‌ها را با هم بررسی کنیم:



$$L: \begin{cases} y=1 \\ z=-2 \end{cases}, -1 \leq x \leq 3$$

$(-1, 0, 1)$  خارج از مکعب قرار دارد، چون عرض آن در بازه  $[1, 3]$  نیست؛ پس **۱** غلط است.

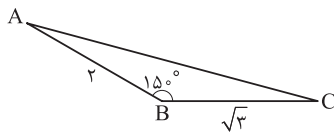
نقطه  $(3, 2, 0)$  فقط روی یک وجه  $1 \leq y \leq 3$  قرار دارد، ولی روی هیچ یالی قرار ندارند؛ پس **۲** غلط است.

نقطه  $(0, 1, -2)$  روی دو وجه  $y=1$  و  $-1 \leq x \leq 3$  قرار دارد؛ پس **۳** صحیح است.

نقطه  $(1, 3, -1)$  فقط روی یک وجه  $y=3$  قرار دارد؛ در نتیجه روی یال مکعب مستطیل نیست و **۴** هم غلط است.

## تست و پاسخ ۳۳

با توجه به شکل، حاصل  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  کدام است؟



۱ (۲)

 $\frac{3}{2}$  (۱)

۷ (۴)

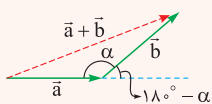
 $\frac{1}{2}$  (۳)

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** به جای بردار  $\overline{AC}$  بنویس  $\overline{AB} + \overline{BC}$ .

## درس نامه

۱) جمع بردارهای متوالی: اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار متوالی به صورت زیر باشد، آن‌گاه  $\vec{a} + \vec{b}$  برداری است که ابتدای  $\vec{a}$  را به انتهای  $\vec{b}$  وصل می‌کند.



۲) برای به دست آوردن زاویه بین دو بردار، باید آن دو را با شروع از یک نقطه رسم کنیم.

مثلاً در شکل روبه‌رو، زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر با  $\alpha$  نیست، بلکه  $180^\circ - \alpha$  است.

۳) اگر طول دو بردار و زاویه بین آن‌ها را داشته باشیم، حاصل ضرب داخلی بردارها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

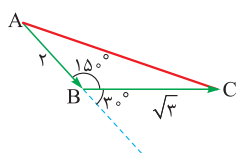
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 \quad \text{نتیجه}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

۴) ضرب داخلی بردارها خاصیت پخشی دارد، یعنی:

پاسخ تشریحی با توجه به شکل، می‌دانیم که  $\overline{AB} + \overline{BC}$  برابر بردار  $\overline{AC}$  است، پس  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  را این‌طور می‌نویسیم:



$$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AB} \cdot (\overline{AB} + \overline{BC}) = \overline{AB} \cdot \overline{AB} + \overline{AB} \cdot \overline{BC}$$

$$= |\overline{AB}|^2 + |\overline{AB}| |\overline{BC}| \cos 30^\circ = 2^2 + 2 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 + 3 = 7$$

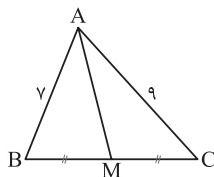


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

ریاضیات

## تست و پاسخ ۳۳

مطابق شکل زیر، در مثلث  $ABC$ ،  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. حاصل  $\overline{AM} \cdot \overline{BC}$  کدام است؟



۱۲ (۲)

۸ (۱)

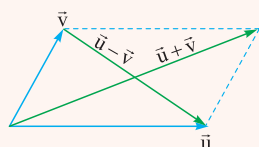
۲۴ (۴)

۱۶ (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** آن دسته از سؤالات هندسه که باید یه خطی به شکل اضافه کنید تا با استفاده از آن به جواب برسید، در واقع سخت‌ترین سؤالات هندسه هستند و فقط با تمرین و تکرار، می‌تونید مشابه این سؤالات رو حل کنید.

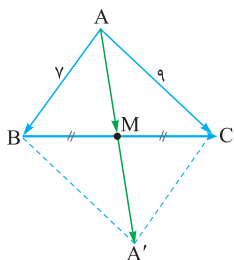
**خودت حل کنی بهتره** بردار  $AM$  را به اندازه خودش امتداد داده تا به  $A'$  برسید، سپس از  $B$  و  $C$  به  $A'$  وصل کنید.



**درس‌نامه** (۱) مطابق شکل اگر دو بردار  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  ضلع‌های یک متوازی‌الاضلاع باشند، آن‌گاه بردارهای  $\vec{u} + \vec{v}$  و  $\vec{u} - \vec{v}$  قطرهای این متوازی‌الاضلاع هستند.

$$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2$$

(۲) اتحادهای جبری در ضرب بردارها برقرار است، مثلاً:



**پاسخ تشریحی** گام اول (تحلیل اطلاعات سؤال): طبق اطلاعات صورت سؤال، ما طول‌های  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  را داریم، پس باید طول  $\overline{AM}$  و  $\overline{BC}$  را به طریقی برحسب  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  به دست آوریم. برای این کار بردار  $\overline{AM}$  را به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا به  $A'$  برسیم و سپس از  $B$  و  $C$  به  $A'$  وصل می‌کنیم تا متوازی‌الاضلاع  $ABA'C$  ایجاد شود.

گام دوم (محاسبه خواسته سؤال): با توجه به شکل گام اول و درس‌نامه، می‌دانیم قطرهای متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار  $\overline{AB}$  و  $\overline{AC}$  برابر است با:

$$\begin{cases} \overline{AA'} = \overline{AB} + \overline{AC} \xrightarrow{\overline{AA'} = 2\overline{AM}} 2\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AC} \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \\ \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} \end{cases}$$

$$\overline{AM} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB}) \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) = \frac{1}{2}(|\overline{AC}|^2 - |\overline{AB}|^2)$$

$$= \frac{1}{2}(9^2 - 7^2) = \frac{1}{2}(81 - 49) = 16$$

**نکته** بد نیست این را بدانید که در شکل زیر، همواره داریم:



$$\overline{AM} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$$

## تست و پاسخ ۳۴

اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار عمود بر هم باشند، به طوری که  $3\vec{a} - \vec{b} = (2, m, -6)$  و  $\vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m)$ ، آن‌گاه  $m$  کدام است؟

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

۵ (۴) یا صفر

۳ یا ۲- (۳)

۵ (۲)

۳- (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** اول با استفاده از دستگاه دو معادله و دو مجهول، بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  رو به دست بیاورید.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

**نکته** اگر دو بردار بر هم عمود باشند، حاصل ضرب داخلی آن‌ها صفر است و برعکس:

**پاسخ تشریحی** ابتدا به کمک عبارتهای داده شده بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m) \\ 3\vec{a} - \vec{b} = (2, m, -6) \end{cases} \xrightarrow{\times(2)} \begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m) \\ 6\vec{a} - 2\vec{b} = (4, 2m, -12) \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1}{7}(7, 4 + 2m, m - 12)$$

$$\begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m) \\ 3\vec{a} - \vec{b} = (2, m, -6) \end{cases} \xrightarrow{\times(-3)} \begin{cases} \vec{a} + 2\vec{b} = (3, 4, m) \\ -3\vec{a} - 6\vec{b} = (-9, -12, -3m) \end{cases} \Rightarrow \vec{b} = \frac{1}{7}(7, 12 - m, 3m + 6)$$

طبق نکته بالا، اگر  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  دو بردار عمود بر هم باشند، آن‌گاه:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \frac{1}{7}(7, 4 + 2m, m - 12) \cdot \frac{1}{7}(7, 12 - m, 3m + 6)$$

$$= \frac{1}{49}(49 + 48 + 20m - 2m^2 + 3m^2 - 30m - 72) = 0 \Rightarrow m^2 - 10m + 25 = 0 \Rightarrow (m - 5)^2 = 0 \Rightarrow m = 5$$

## تست و پاسخ ۳۵

اگر  $A(-1, -2, 4)$ ،  $B(-4, -2, 0)$  و  $C(3, -2, 1)$  رأس‌های مثلث  $ABC$  باشند، آن‌گاه اندازه زاویه  $B$  چند درجه است؟

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** یکی از مهم‌ترین کاربردهای ضرب داخلی، محاسبه زاویه بین دو بردار با معلوم بودن مؤلفه‌های آن‌هاست که هم کتاب درسی به آن پرداخته و هم کنکورهای گذشته.

## درس نامه ..

(۱) اگر دو نقطه  $A(x_1, y_1, z_1)$  و  $B(x_2, y_2, z_2)$  را داشته باشیم، آن‌گاه مؤلفه‌های بردار  $\vec{AB}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

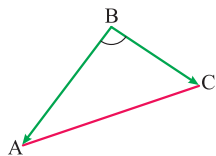
$$\vec{AB} = B - A = ((x_2 - x_1), (y_2 - y_1), (z_2 - z_1))$$

(۲) اگر مختصات دو بردار  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  را داشته باشیم، زاویه بین این دو بردار از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول (تحلیل سؤال): مطابق شکل زیر، زاویه  $B$  بین دو بردار  $\vec{BA}$  و  $\vec{BC}$  است؛ پس ابتدا مؤلفه‌های آن‌ها را محاسبه کرده

و سپس مطابق مورد (۲) درس‌نامه، مقدار زاویه  $B$  را به دست می‌آوریم.



گام دوم (محاسبه مؤلفه‌های بردارهای  $\vec{BA}$  و  $\vec{BC}$ ): مطابق مورد (۱) درس‌نامه داریم:

$$\vec{BA} = A - B = (-1, -2, 4) - (-4, -2, 0) = (3, 0, 4)$$

$$\vec{BC} = C - B = (3, -2, 1) - (-4, -2, 0) = (7, 0, 1)$$

گام سوم (محاسبه زاویه  $B$ ): مطابق فرمول مورد (۲) درس‌نامه،  $\cos \hat{B}$  برابر است با:

$$\cos \hat{B} = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} = \frac{(3, 0, 4) \cdot (7, 0, 1)}{\sqrt{3^2 + 0^2 + 4^2} \times \sqrt{7^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{21 + 0 + 4}{5 \times 5\sqrt{2}} = \frac{25}{25\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \hat{B} = 45^\circ$$





## تست و پاسخ ۳۶

دو خط  $d$  و  $d'$  واقع در صفحه  $P$  در نقطه  $O$  متقاطع اند و خط  $L$  با صفحه  $P$  متقاطع است. چند خط می توان رسم کرد که هر سه خط  $d$ ،  $L$  و  $d'$  را قطع کند؟

بی شمار (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

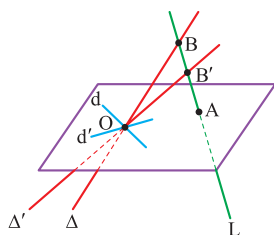
۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** توصیه اصلی در مورد سؤال های «خط، نقطه و صفحه»، این است که گزاره های مهم آن را که در کتاب درسی و کتاب تستستان آمده، بلد باشید و تا می توانید از رسم شکل به عنوان مثال نقض برای اثبات نادرستی بعضی گزاره ها استفاده کنید.

**خودت حل کنی بهتره** در این سوالات حتماً ابتدا شکل صورت سؤال را رسم کنید.

**پاسخ تشریحی** خطوط  $d$  و  $d'$  در صفحه  $P$  و در نقطه  $O$  متقاطع اند. از طرفی خط  $L$  با صفحه  $P$  متقاطع است، یعنی فقط در یک نقطه، صفحه  $P$  را قطع می کند. شکل مقابل را ببینید.



می دانیم از هر دو نقطه، چه در صفحه و چه در فضا فقط یک خط می گذرد، پس اگر هر نقطه مانند  $B$  را روی خط  $L$  در نظر گرفته و به نقطه  $O$  وصل کنیم، آن گاه بی شمار خط مانند  $\Delta$  وجود دارد که با هر سه خط  $d$ ،  $d'$  و  $L$  متقاطع است.

## تست و پاسخ ۳۷

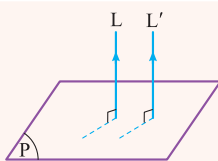
کدام گزینه در فضا درست است؟

- (۲) دو صفحه موازی با یک خط نمی توانند بر هم عمود باشند.  
(۴) دو خط عمود بر هم نمی توانند بر یک خط عمود باشند.

- (۱) دو خط عمود بر یک صفحه نمی توانند بر هم عمود باشند.  
(۳) دو خط عمود بر هم نمی توانند با یک صفحه موازی باشند.

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** مثال نقض بزنید!



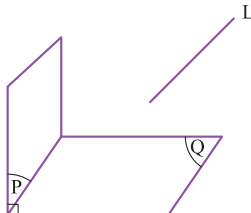
$$\begin{cases} L \perp P \\ L' \perp P \end{cases} \Rightarrow L \parallel L'$$

**درس نامه** دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازی اند.

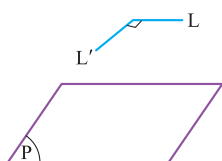
**پاسخ تشریحی** گزینه ها را تک تک بررسی می کنیم:

(۱) همان طور که در درس نامه گفتیم دو خط عمود بر یک صفحه همواره با هم موازی اند و نمی توانند بر هم عمود باشند.

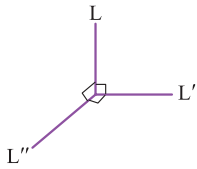
(۲) مثال نقض: در شکل زیر  $P$  و  $Q$  دو صفحه عمود بر هم هستند و هر دو با خط  $L$  موازی اند:



(۳) مثال نقض: در شکل زیر دو خط عمود بر هم  $L$  و  $L'$ ، هر دو موازی با صفحه  $P$  هستند.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۴) مثال نقض: در شکل زیر، دو خط عمود بر هم  $L$  و  $L'$ ، هر دو بر  $L''$  عمودند.

## تست و پاسخ ۳۸

با کنار هم قراردادن  $n^3$  مکعب به طول یال واحد، یک مکعب به طول یال  $n$  ساخته و تمام وجه‌های آن را رنگ کرده‌ایم. به طوری که تعداد مکعب‌های واحدی که به ترتیب یک، دو و سه وجه رنگی دارند برابر با  $a$ ،  $b$ ،  $c$  است. اگر  $b = 6c$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{a}{n}$  کدام است؟

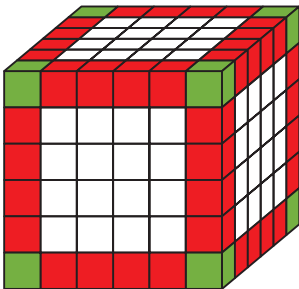
$$\begin{array}{l} 10/8 \quad (2) \\ 25^\circ/7 \quad (1) \\ 27 \quad (4) \\ 16 \quad (3) \end{array}$$

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این سؤال برگرفته از تمرین ۳ صفحه ۹۰ کتاب درسی هندسه (۱) است و همان‌طور که می‌دانیم در هندسه پایه، تمرین‌های کتاب درسی بسیار مهم است. توجه کنید که در این مدل سؤال‌ها تنها با تجسم حل می‌شود و تکنیک خاصی برای حل آن‌ها وجود ندارد؛ بهترین کار برای کسب مهارت در حل چنین سؤال‌هایی این است که مشابه آن‌ها را قبلاً تمرین کرده باشید.

**خودت حل کنی بهتره** شکل مکعب بزرگ را بکشید، متوجه می‌شوید کدام مکعب‌های کوچک یک، دو یا سه وجه رنگ شده دارند.

**پاسخ تشریحی** مکعب بزرگ به ابعاد  $n \times n \times n$  است. می‌دانیم با توجه به شکل زیر، در هر یال از مکعب  $n - 2$  تا مکعب کوچک وجود دارد که ۲ وجه رنگ شده دارند (مکعب‌های قرمز) و فقط مکعب‌های کوچک گوشه‌ای هستند که سه وجه رنگ شده دارند (مکعب‌های سبز). پس:  $b = 12(n - 2)$  و  $c = 8$ ؛ بنابراین با توجه به فرض مسئله داریم:



$$b = 6c \Rightarrow 12(n - 2) = 6 \times 8 \Rightarrow n = 6$$

پس مکعب به صورت  $6 \times 6 \times 6$  است (مثل شکل داده شده) و اگر دقت کنید، می‌بینید که در هر وجه مکعب بزرگ  $4 \times 4 = 16$  مکعب کوچک وجود دارد که یک وجه رنگ شده دارد و از آن‌جایی که هر مکعب ۶ وجه دارد؛ پس:

$$a = 6 \times 16 = 96$$

در نتیجه  $\frac{a}{n}$  برابر است با:

$$\frac{a}{n} = \frac{96}{6} = 16$$

## تست و پاسخ ۳۹

صفحه‌ای از محور یک مخروط قائم می‌گذرد و مقطعش با مخروط، یک مثلث متساوی‌الاضلاع به محیط ۳۶ است. حجم این مخروط چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟

$$96\pi \quad (4) \quad 72\pi \quad (3) \quad 54\pi \quad (2) \quad 36\pi \quad (1)$$

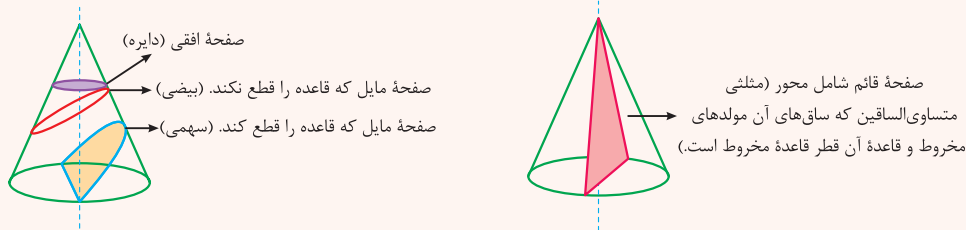
## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** برش، از موضوعات مهم کتاب درسی است. در نظام قدیم که کتاب به صورت مستقیم به برش نپرداخته بود، بارها سؤالاتی از برش در کنکور داشتیم. حالا که کتاب درسی بخشی را به مبحث برش اختصاص داده، طبیعتاً اهمیت آن بیشتر هم شده است.



### درس نامه

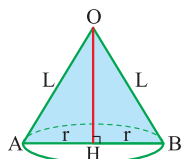
(۱) سطح مقطع یک مخروط قائم در برخورد با صفحه‌های افقی، مایل و قائم به صورت زیر است.



(۲) طول ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $a$  برابر است با  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ .

**پاسخ تشریحی** گام اول (تحلیل اطلاعات صورت سؤال): سؤال گفته صفحه قائمی که مخروط را قطع کرده است، یک مثلث متساوی‌الاضلاع

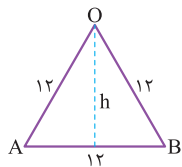
ایجاد کرده، یعنی طبق درس‌نامه باید مولدهای مخروط با قطر قاعده آن برابر باشد؛ پس  $L = 2r$ . با توجه به این موضوع و این که محیط مثلث ایجادشده برابر ۳۶ است، داریم:



$$L + L + 2r = 36 \xrightarrow{2r=L} 3L = 36 \Rightarrow \begin{cases} L = 12 \\ r = 6 \end{cases}$$

گام دوم (محاسبه حجم مخروط): حالا مثلث متساوی‌الاضلاع OAB را جداگانه ببینید:

طبق شکل روبه‌رو، ارتفاع مخروط همان ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع OAB است که برابر است با:



$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

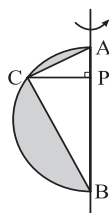
$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 6\sqrt{3} = 72\pi\sqrt{3}$$

در نتیجه حجم مخروط برابر است با:

### تست و پاسخ ۴۰

مطابق شکل، ناحیه بین مثلث و نیم‌دایره را حول قطر نیم‌دایره دوران می‌دهیم. اگر  $AB = 4$  و  $PA^2 + PB^2 = 12$  باشد، آن‌گاه حجم جسم

فضایی حاصل کدام است؟



(۱)  $5\pi$

(۲)  $12\pi$

(۳)  $8\pi$

(۴)  $9\pi$

### پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** این تست ترکیبی از «دوران هندسه دهم» و «زاویه محاطی» هندسه یازدهم هست. اخیراً تست‌های ترکیبی در کنکور زیاد شده!

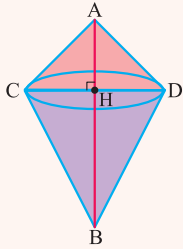
**خودت حل کنی بهتره** شکل فضایی حاصل از دوران، یک کره است که دو مخروط قائم از آن برداشته شده است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

(۱) شکل حاصل از دوران مثلث  $ABC$ ، حول ضلع  $AB$  برابر است با:



$$V = \frac{1}{3} \pi CH^2 \times AB$$

اگر دنبال دلیل آن هستید، با توجه به شکل، داریم:

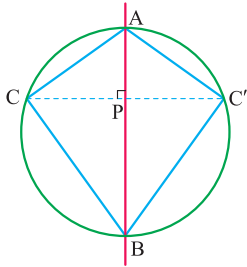
$$V = V_{\text{مخروط قرمز}} + V_{\text{مخروط بنفش}} = \frac{1}{3} \pi CH^2 AH + \frac{1}{3} \pi CH^2 \times BH = \frac{1}{3} \pi CH^2 \underbrace{(AH + BH)}_{AB}$$

**توجه** اگر ارتفاع  $AB$  بیرون مثلث بیفتد هم باز رابطه‌ای که گفتیم معتبر است.

(۲) زاویه محاطی رو به قطر دایره همواره برابر  $90^\circ$  است.

**پاسخ تشریحی** گام اول (تحلیل اطلاعات سؤال): شکل فضایی حاصل از دوران، یک کره است که دو مخروط قائم از آن برداشته شده است.

طبق مورد (۱) درس نامه، مجموع حجم دو مخروط برابر است با:



$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times CP^2 \times AB \xrightarrow{AB=4} V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot CP^2$$

گام دوم (محاسبه  $CP$ ): طبق مورد (۲) درس نامه، زاویه  $C$  رو به قطر  $AB$  از دایره برابر  $90^\circ$  است؛ پس در دو مثلث قائم الزاویه،  $ACP$ ،  $BCP$  داریم:

$$\begin{cases} CP^2 + AP^2 = AC^2 \\ CP^2 + BP^2 = BC^2 \end{cases}$$

ضمن آن که در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  داریم  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ ؛ پس:

$$(CP^2 + AP^2) + (CP^2 + BP^2) = AC^2 + BC^2 = AB^2 \Rightarrow 2CP^2 + \underbrace{AP^2 + BP^2}_{12} = AB^2 = 4^2 = 16$$

$$\Rightarrow 2CP^2 + 12 = 16 \Rightarrow CP^2 = 2 \Rightarrow CP = \sqrt{2}$$

گام سوم: حالا از حجم کره، حجم دو مخروط را کم می‌کنیم تا به خواسته سؤال برسیم:

$$\text{مجموع حجم دو مخروط} - \text{حجم کره} = \text{حجم مطلوب} = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{AB}{2}\right)^3 - \frac{4}{3} \pi (CP)^3$$

$$= \frac{4}{3} \pi \left(\left(\frac{4}{2}\right)^3 - (\sqrt{2})^3\right) = \frac{4}{3} \pi (8 - 2) = \frac{24}{3} \pi = 8\pi$$



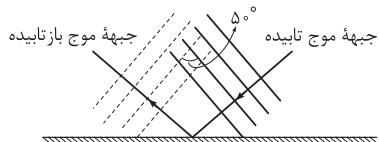
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

فیزیک (۳): صفحه‌های ۸۹ تا ۱۱۴

## تست و پاسخ ۴۱

شکل زیر، جبهه‌های فرودی و بازتابیده یک موج مکانیکی از یک سطح تخت و نمودار پرتویی مربوط به آن را نشان می‌دهد. زاویه بازتابش این موج چند درجه است؟



(۲) ۶۵

(۱) ۲۰

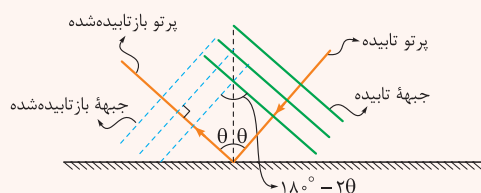
(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه

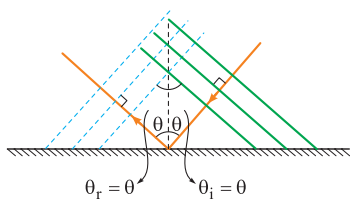
با استفاده از قانون بازتاب عمومی، مطابق شکل زیر اگر زاویه تابش و بازتابش، برابر با  $\theta$  باشند، داریم:



بنابراین زاویه‌ای که راستای جبهه‌های تابیده شده و بازتابیده شده با هم می‌سازند، برابر با  $180^\circ - 2\theta$  است.

طبق درس‌نامه گفته شده، زاویه بین راستای جبهه‌های تابیده و بازتابیده شده برابر است با:

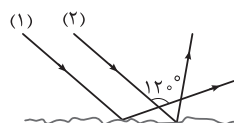
$$180^\circ - 2\theta = 5^\circ \Rightarrow 2\theta = 175^\circ \Rightarrow \theta = 87.5^\circ \Rightarrow \theta_i = \theta_r = \theta = 87.5^\circ$$



بنابراین زاویه بازتابش این موج برابر با  $87.5^\circ$  است.

## تست و پاسخ ۴۲

دو پرتو موازی (۱) و (۲) مطابق شکل به یک سطح تابیده شده است. اگر اختلاف زاویه‌های تابش دو پرتو، برابر با  $3^\circ$  باشد، اختلاف زاویه‌های بازتاب ..... درجه و طول موج پرتوها ..... از ابعاد ناهمواری‌های سطح است.



(۲) ۱۵ - کم‌تر

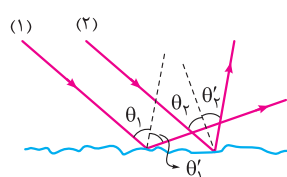
(۱) ۱۵ - بیشتر

(۴) ۳۰ - کم‌تر

(۳) ۳۰ - بیشتر

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** بعضی وقتا یه نکته‌هایی رو حفظ می‌کنی و درکتشون نمی‌کنی. برای همین توی چنین سوالاتی، گیر می‌افتی!



مطابق شکل مقابل اگر اختلاف زاویه‌های تابش اولیه  $3^\circ$  درجه باشد ( $\theta_1 - \theta_2 = 3^\circ$ )

$$\theta_1 = \theta_1'$$

طبق قانون بازتاب عمومی داریم:

$$\theta_2 = \theta_2'$$

$$\theta_1' - \theta_2' = 3^\circ$$

بنابراین اختلاف زاویه‌های بازتابش هم برابر با همان  $3^\circ$  درجه است.

از طرفی زمانی که دو پرتوی موازی به یک مانع تابیده می‌شود و به صورت غیرموازی، بازتاب می‌شوند، یعنی ابعاد ناهمواری‌های مانع از طول موج پرتوی فرودی بزرگ‌تر است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۴۳

مطابق شکل زیر، پرتو نوری تحت زاویه  $\alpha$  به آینه تخت  $M_1$  می‌تابد. اگر پس از دومین برخورد به آینه  $M_1$  پرتو بر روی خودش بازتاب شود،  $\alpha$  چند

درجه است؟

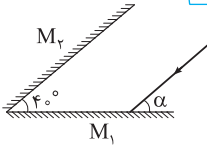
۱۰ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۴۰ (۴)

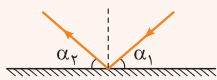
یعنی عمود بر سطح آینه  
به  $M_1$  بتابد.



## پاسخ: گزینه ۱

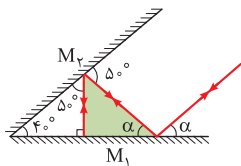
**درس نامه** در بازتاب آینه‌ای، طبق قانون بازتاب عمومی، زاویه پرتو تابش و سطح آینه، با زاویه پرتو بازتابش و سطح آینه، برابر است؛

بنابراین مطابق شکل روبه‌رو داریم:

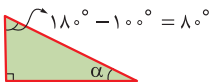


$$\alpha_1 = \alpha_2$$

طبق قانون بازتاب عمومی، مطابق شکل مقابل داریم:



حالا در مثلث مشخص شده در شکل روبه‌رو، زاویه  $\alpha$  را به دست می‌آوریم:



$$\alpha + 90^\circ + 80^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 10^\circ$$

## تست و پاسخ ۴۴

در شکل زیر، پرتوی SI با زاویه تابش  $8^\circ$  بر سطح آینه تخت (۱) می‌تابد. زاویه بین این دو آینه تخت متقاطع را حداقل چند درجه و چگونه

تغییر دهیم تا پرتوی بازتاب نهایی، نسبت به پرتوی تابش اولیه (SI)،  $18^\circ$  منحرف شود؟

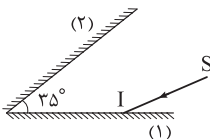
۱) افزایش  $5^\circ$

۲) کاهش  $5^\circ$

۳) افزایش  $10^\circ$

۴) کاهش  $10^\circ$

یعنی پرتوی بازتاب  
نهایی بر روی پرتوی  
تابش اولیه برگردد.

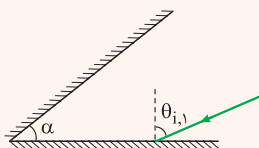


## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** برای بعضی سوالاتی بازتاب موج تکنیک‌هایی وجود دارد که آگه بلد باشی، راحت‌تر به جواب می‌رسی.

## درس نامه

اگر در دو آینه تخت متقاطع با یکدیگر زاویه حاده  $\alpha$  بسازند، برای این که پرتوی بازتاب نهایی نسبت به پرتوی تابش اولیه،  $18^\circ$  منحرف شود (یعنی بر روی خود پرتوی تابش در خلاف جهت برگردد)، باید نسبت اولین زاویه تابش  $(\theta_{i,1})$  به زاویه بین دو آینه  $(\alpha)$  عددی صحیح باشد. مطابق شکل زیر داریم:



$$\frac{\theta_{i,1}}{\alpha} = n$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

طبق درس‌نامه گفته‌شده برای این که زاویه انحراف پرتوی بازتاب نهایی با پرتوی تابش اولیه  $18^\circ$  شود، داریم:

$$\frac{\theta_{i,1}}{\alpha} = n \xrightarrow{\theta_{i,1}=8^\circ} \frac{8^\circ}{\alpha} = n \Rightarrow \alpha = \frac{8^\circ}{n} \Rightarrow \begin{array}{c|cccc} n & 1 & 2 & 3 & 4 & 8 \\ \hline \alpha & 8^\circ & 4^\circ & 26/7^\circ & 2^\circ & 1^\circ \end{array}$$

بنابراین کم‌ترین مقدار تغییرات زاویه بین دو آینه  $(\alpha)$  زمانی است که این زاویه از  $35^\circ$  به  $4^\circ$  برسد؛ یعنی  $5^\circ$  افزایش یابد.

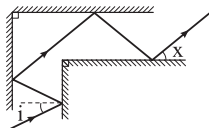


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۴۵

شکل زیر مسیر حرکت پرتویی را بین آینه‌های تخت متقاطع، که دوبه‌دو موازی‌اند، نشان می‌دهد. اگر زاویه تابش  $\hat{I}$  را  $10^\circ$  افزایش دهیم، زاویه



X چند درجه و چگونه تغییر می‌کند؟

(۲)  $20^\circ$  درجه افزایش می‌یابد.

(۱)  $10^\circ$  درجه افزایش می‌یابد.

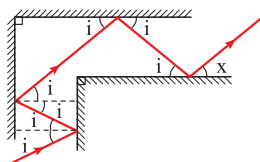
(۴)  $20^\circ$  درجه کاهش می‌یابد.

(۳)  $10^\circ$  درجه کاهش می‌یابد.

## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** استفاده از قوانین هندسی در سوالات بازتاب بسیار کمک‌کننده است. سعی کن قبل از این که پاسخ نامه رو نگاه کنی، فوت روی این سؤال بیشتر فکر کنی و یا با روش‌های هندسی دیگه حلش کنی.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا رابطه زاویه  $\hat{X}$  با زاویه  $\hat{I}$  را پیدا می‌کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



طبق قانون بازتاب عمومی و هم‌چنین برابری زاویه حاده ایجادشده از دو خط موازی و یک خط مورب، درمی‌یابیم که زاویه  $\hat{X}$  با زاویه  $\hat{I}$  برابر است. گام دوم: با توجه به برابری زاویه  $\hat{X}$  با زاویه  $\hat{I}$  درمی‌یابیم که اگر زاویه  $\hat{I}$ ،  $10^\circ$  درجه افزایش یابد، زاویه X هم،  $10^\circ$  درجه افزایش می‌یابد.

## تست و پاسخ ۴۶

حداقل فاصله یک شخص تا دیوار باید  $16/5$  m باشد تا پژواک صدای خود را از صدای اصلی تمیز دهد. مسافتی که صوت در یک دقیقه در محیط طی می‌کند، چند کیلومتر است؟

حداقل مسافت طی‌شده توسط صوت برای تمیز پژواک از صوت اصلی،  $33$  m است.

(۲)  $19/8$

(۱)  $9/9$

(۴)  $49/5$

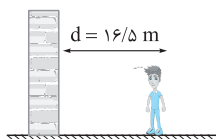
(۳)  $39/6$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** این سؤال هم از اوناییه که بلاخره به روزی سروکلتش توی کنکور پیدا می‌شه.

**نکته** حداقل فاصله زمانی برای این که بتوانیم پژواک را از صوت اصلی تمیز دهیم،  $1/10$  ثانیه است.

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به این که حداقل فاصله زمانی برای تمیز پژواک از صوت اصلی،  $1/10$  ثانیه است، تندی انتشار صوت در محیط را حساب می‌کنیم. مطابق شکل زیر، مسافتی که صوت در این حالت طی می‌کند، برابر با  $L = 2(16/5) = 33$  m است؛ بنابراین داریم:



$$v_{\text{صوت}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L=33 \text{ m}}{\Delta t=1/10 \text{ s}} \rightarrow v_{\text{صوت}} = \frac{33}{0.1} = 330 \text{ m/s}$$

گام دوم: با داشتن تندی صوت، مسافتی که در یک دقیقه طی می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{صوت}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{\Delta t=60 \text{ s}}{v_{\text{صوت}}=330 \text{ m/s}} \rightarrow 330 = \frac{L}{60} \Rightarrow L = 19800 \text{ m} = 19.8 \text{ km}$$

**تکنیک** با توجه به اختلاف زیاد گزینه‌ها، از روی تندی صوت در هوا که مقداری در حدود  $300 \text{ m/s}$  تا  $350 \text{ m/s}$  است، می‌توانستیم حدس بزنیم که جواب، مقداری بین  $18 \text{ km}$  تا  $21 \text{ km}$  است.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۴۷

موتورسواری که با سرعت ثابت  $30 \text{ m/s}$  به طرف دیوار بزرگی در حال حرکت است، در لحظه  $t_1$  تیری را شلیک می‌کند. اگر او  $4 \text{ s}$  پس از لحظه  $t_1$  پژواک صدای شلیک تیر را از دیوار بشنود، در لحظه  $t_1$  فاصله‌اش از دیوار چند متر بوده است؟ (تندی انتشار صوت در هوا را  $340 \text{ m/s}$  در نظر بگیرید.)

۷۴۰ (۴)

۶۸۰ (۳)

۶۲۰ (۲)

۵۴۰ (۱)

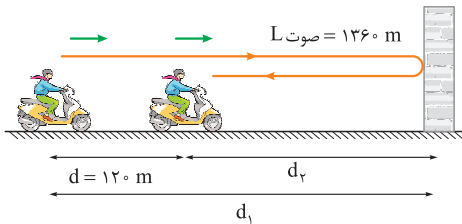
## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** گام اول: از لحظه شلیک تیر تا زمانی که پژواک آن به گوش موتورسوار می‌رسد، مسافتی که صوت در هوا طی می‌کند را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{صوت}} = \frac{L}{\Delta t} \quad \frac{v_{\text{صوت}} = 340 \text{ m/s}}{\Delta t = 4 \text{ s}} \rightarrow 340 = \frac{L}{4} \Rightarrow L = 1360 \text{ m}$$

گام دوم: مسافتی که موتورسوار در مدت  $4 \text{ s}$  طی می‌کند را هم به دست می‌آوریم:  $v = \frac{d}{\Delta t} \quad \frac{v = 30 \text{ m/s}}{\Delta t = 4 \text{ s}} \rightarrow 30 = \frac{d}{4} \Rightarrow d = 120 \text{ m}$

گام سوم: حال با توجه به شکل زیر، فاصله موتورسوار از دیوار در لحظه شلیک تیر ( $d_1$ ) را حساب می‌کنیم:



$$L_{\text{صوت}} = d + 2d_2 \Rightarrow 1360 = 120 + 2d_2$$

$$\Rightarrow d_2 = 620 \text{ m}$$

$$d_1 = d_2 + d$$

$$\Rightarrow d_1 = 620 + 120 = 740 \text{ m}$$

**تکنیک** فاصله اولیه موتورسوار از دیوار بیشتر از فاصله نهایی او از دیوار است. پس فاصله اولیه از نصف مسافتی که صوت طی کرده ( $\frac{L}{2}$ )

بیشتر است. یعنی جواب باید از  $\frac{1360}{2} = 680 \text{ m}$  بیشتر باشد. پس فقط ۴ می‌تواند درست باشد.

## تست و پاسخ ۴۸

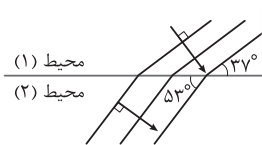
مطابق شکل جبهه‌های موجی با بسامد  $2000 \text{ Hz}$  از محیط (۱) وارد محیط (۲) شده‌اند. اگر اختلاف تندی موج در دو محیط  $300 \text{ m/s}$  باشد، طول موج آن در محیط (۱) چند سانتی‌متر است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

۳۰ (۱)

۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

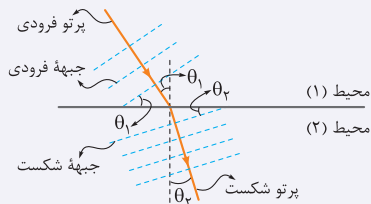
۹۰ (۴)



با توجه به کم‌تر بودن فاصله جبهه‌های موج در محیط (۱) نسبت به محیط (۲) در می‌یابیم  $\lambda_2 > \lambda_1$  و  $v_2 > v_1$  است.

## پاسخ: گزینه ۲

**نکته** مطابق شکل مقابل، می‌دانیم زاویه جبهه موج با مرز دو محیط، همان زاویه پرتوی موج با خط عمود بر مرز دو محیط ( $\theta$ ) است.



**پاسخ تشریحی** گام اول: طبق نکته گفته‌شده، زاویه تابش و زاویه شکست را به دست می‌آوریم:

گام دوم: طبق قانون شکست عمومی، تندی انتشار موج در محیط (۱) را حساب می‌کنیم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{0.8}{0.6} = \frac{4}{3} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{3} v_1$$

$$v_2 - v_1 = 300 \Rightarrow \frac{4}{3} v_1 - v_1 = 300 \Rightarrow v_1 = 900 \text{ m/s}$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

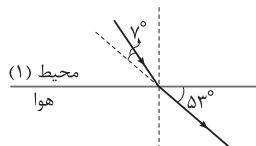
## فیزیک

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{v_1}{f} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{900}{2000} = 0.45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

گام سوم: طول موج در محیط (۱) را به دست می آوریم:

### تست و پاسخ ۴۹

مطابق شکل، پرتو نوری از محیط (۱) وارد هوا می شود و طول موج آن  $100 \text{ nm}$  افزایش می یابد. بسامد نور چند هرتز است؟ (تندی نور در هوا و خلأ را یکسان فرض کنید). ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  و  $\sin 37^\circ = 0.6$ )



$$6 \times 10^{15} \quad (2)$$

$$5 \times 10^{15} \quad (1)$$

$$6 \times 10^{14} \quad (4)$$

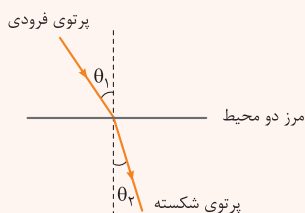
$$5 \times 10^{14} \quad (3)$$

### پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** زاویه تابش و شکست را در شکل مشخص کنید، سپس به کمک رابطه  $\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$  رابطه بین طول

موجها را مشخص کنید و سپس طول موج محیط (۲) را به دست آورید و در نهایت با فرمول  $\lambda = \frac{v}{f}$  بسامد نور تابیده شده را به دست آورید.

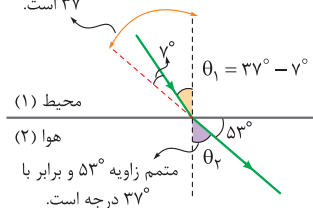
**درس نامه** هرگاه موج به طور مایل از یک محیط به محیط دیگر وارد می شود، موج شکسته می شود و تندی و جهت انتشار موج تغییر می کند. در این صورت روابط زیر برقرار است:



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ ، طول موج در محیط (۲) را به دست می آوریم.

زاویه متقابل به رأس و است.  $37^\circ$



$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin 37^\circ}{\sin 30^\circ} \xrightarrow{\lambda_1 = \lambda_2 - 100 \text{ nm}} \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - 100} = \frac{0.6}{0.5} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - 100} = \frac{6}{5}$$

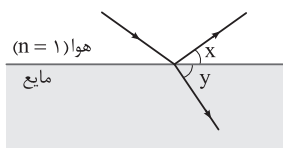
$$\Rightarrow 5\lambda_2 = 6\lambda_2 - 600 \Rightarrow \lambda_2 = 600 \text{ nm}$$

گام دوم: بسامد نور را به کمک رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  در محیط (۲) به دست می آوریم:

$$\lambda_2 = \frac{c}{f} \Rightarrow 600 \times 10^{-9} = \frac{3 \times 10^8}{f} \Rightarrow f = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} = 0.5 \times 10^{15} \text{ Hz} = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

### تست و پاسخ ۵۰

مطابق شکل، یک پرتو موج الکترومغناطیسی تک رنگ با بسامد  $4 \times 10^{15} \text{ Hz}$  از هوا به سطح یک مایع شفاف می تابد. بخشی از پرتو، بازتاب و بخشی دیگری از آن شکسته شده و وارد مایع می شود. اگر  $\cos x = \frac{4}{3} \cos y$  باشد، طول موج نور در مایع چند نانومتر است؟ ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ )



$$75 \quad (1)$$

$$100 \quad (2)$$

$$56/25 \quad (3)$$

$$37/5 \quad (4)$$

### پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** در محیط اول، به کمک رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج را به دست آورید، سپس به کمک رابطه  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ ، طول

موج در محیط دوم را به دست آورید. رابطه بین زاویه تابش و زاویه شکست را به کمک  $\cos y = \frac{3}{4} \cos x$  مشخص کنید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

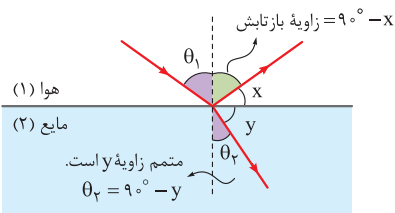


**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج پرتو در ناحیه (۱) را به دست می‌آوریم:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} \xrightarrow{v_1 = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}} \lambda_1 = \frac{3 \times 10^8}{4 \times 10^{15}} = 0.75 \times 10^{-7} \text{ m} = 75 \times 10^{-9} \text{ m} = 75 \text{ nm}$$

**حواستون باشه** با عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد موج و دوره تناوب آن ثابت می‌ماند، ولی طول موج و تندی انتشار موج

تغییر می‌کند. مراقب باشید در دام تستی (۱) نیفتید.



گام دوم: به کمک رابطه  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ ، طول موج در محیط (۲) را به دست می‌آوریم:

زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است، بنابراین  $\theta_1 = 90^\circ - x$  است.

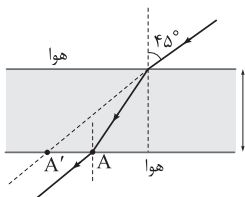
$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{75} = \frac{\sin(90^\circ - y)}{\sin(90^\circ - x)}$$

$$\xrightarrow{\sin(90^\circ - y) = \cos y, \sin(90^\circ - x) = \cos x} \frac{\lambda_2}{75} = \frac{\cos y}{\cos x} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \lambda_2 = 56.25 \text{ nm}$$

## تست و پاسخ (۵۱)

پرتو نوری مطابق شکل از هوا به یک تیغه متوازی السطوح می‌تابد و پس از شکست در تیغه از نقطه A وارد هوا می‌شود. به طوری که امتداد پرتو تابش اولیه در نقطه A' به سطح پایینی تیغه برخورد می‌کند و AA' = 2 cm است. با افزایش ضخامت تیغه به 12 سانتی متر، فاصله AA' چه قدر تغییر می‌کند؟



(۲) ۱ سانتی متر کاهش می‌یابد.

(۴) ۳ سانتی متر کاهش می‌یابد.

(۱) ۱ سانتی متر افزایش می‌یابد.

(۳) ۳ سانتی متر افزایش می‌یابد.

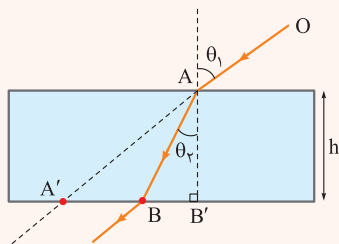
## پاسخ: گزینه (۱)

**خودت حل کنی بهتره** ضخامت تیغه را h فرض کنید و طول AA' را برحسب ضخامت تیغه به دست آورید و در نهایت تأثیر تغییرات

افزایش h را بر روی AA' مورد بررسی قرار دهید.

## درس نامه

شکل زیر، پرتو تابش در محیط (۱) و پرتو شکسته شده در محیط (۲) را که یک تیغه شفاف است، نمایش می‌دهد. BA' فاصله بین پرتو شکسته شده و امتداد پرتو تابش OA را هنگام خروج از تیغه، نمایش می‌دهد.



$$\tan \theta_1 = \frac{A'B'}{h} \Rightarrow A'B' = h \tan \theta_1$$

$$\tan \theta_2 = \frac{BB'}{h} \Rightarrow BB' = h \tan \theta_2$$

$$BA' = h(\tan \theta_1 - \tan \theta_2)$$

**پاسخ تشریحی** محیط تابش و شکست تغییر نکرده‌اند. زاویه‌های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  نیز تغییر نکرده‌اند؛ بنابراین فاصله AA'، با ضخامت تیغه

$$AA' \propto h(\text{ضخامت تیغه}) \Rightarrow \frac{(AA')_2}{(AA')_1} = \frac{h_2}{h_1} \Rightarrow \frac{(AA')_2}{2} = \frac{12}{8} \Rightarrow AA' = 3 \text{ cm}$$

متناسب است.

بنابراین فاصله AA' به اندازه 1 cm، افزایش می‌یابد.

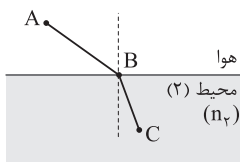


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۵۲

یک پرتوی نور، مسیر ABC را مطابق شکل زیر، از هوا تا درون محیط (۲) در مدت  $۳۵۰ \text{ ns}$  طی می‌کند. اگر  $AB = ۲BC = ۶۰ \text{ m}$  باشد، ضریب شکست محیط (۲) کدام است؟ ( $c = ۳ \times 10^8 \text{ m/s}$ )



$$\frac{۴}{۳} \quad (۲)$$

$$\frac{۵}{۴} \quad (۴)$$

$$\frac{۶}{۵} \quad (۱)$$

$$\frac{۳}{۲} \quad (۳)$$

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** مدت زمانی را که نور مسیر AB را می‌پیماید، با استفاده از رابطه  $\Delta t = \frac{L}{v}$  به دست آورید. با توجه به این که کل زمان طی شده  $۳۵۰ \text{ ns}$  است، زمان طی شده در مسیر BC را به دست آورید و به کمک رابطه  $\Delta t = \frac{L}{v}$  در مسیر BC، تندی نور در این مسیر را حساب کنید و در نهایت به کمک رابطه  $n = \frac{c}{v}$ ، ضریب شکست محیط را به دست آورید.

## درس نامه

نور در خلأ، بیشترین تندی را دارد که برابر  $c = ۳ \times 10^8 \text{ m/s}$  است و در بقیه محیط‌های شفاف، این تندی کم‌تر از c است. به نسبت تندی نور در خلأ به تندی نور در یک محیط شفاف، ضریب شکست آن محیط می‌گوییم که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow \text{تندی نور در خلأ}$$

$$\leftarrow n = \text{ضریب شکست محیط}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک رابطه  $\Delta t = \frac{L}{v}$ ، مدت زمانی که پرتو نور مسیر AB را طی می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_{AB} = \frac{L_{AB}}{v_{AB}} \xrightarrow{v_{AB}=c=3 \times 10^8 \text{ m/s}} \Delta t_{AB} = \frac{۶۰}{۳ \times 10^8} = ۲ \times 10^{-7} \text{ s} = ۲۰۰ \times 10^{-9} \text{ s} = ۲۰۰ \text{ ns}$$

گام دوم: کل مدت زمان پیمودن مسیر ABC توسط نور،  $۳۵۰ \text{ ns}$  است. از آنجا که نور، مسیر AB را در مدت  $۲۰۰ \text{ ns}$  طی کرده، پس مسیر BC را در مدت زمان  $۱۵۰ \text{ ns}$  پیموده است. حال تندی نور در مسیر BC را به دست می‌آوریم:

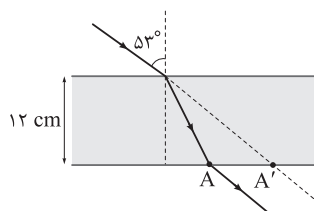
$$\Delta t_{BC} = \frac{L_{BC}}{v_{BC}} \Rightarrow ۱۵۰ \times 10^{-9} = \frac{۳۰}{v_{BC}} \Rightarrow v_{BC} = \frac{۳۰}{۱۵۰ \times 10^{-9}} = ۲ \times 10^8 \text{ m/s}$$

گام سوم: به کمک رابطه  $n = \frac{c}{v}$ ، ضریب شکست محیط (۲) را به دست می‌آوریم:

$$n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{۳ \times 10^8}{۲ \times 10^8} = \frac{۳}{۲}$$

## تست و پاسخ ۵۳

شکل زیر، مسیر حرکت پرتویی را نشان می‌دهد که از خلأ به سطح یک تیغه متوازی‌السطوح تابیده شده است. اگر  $AA' = ۴ \text{ cm}$  باشد، مدت زمان حرکت پرتو درون تیغه چند پیکوثانیه است؟ ( $\sin ۵۳^\circ = ۰/۸$  و  $c = ۳ \times 10^8 \text{ m/s}$ )



$$۵۰۰ \quad (۲)$$

$$۵۰ \quad (۱)$$

$$۶۴۰ \quad (۴)$$

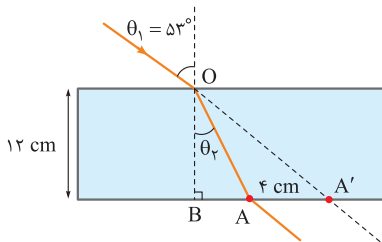
$$۶۴ \quad (۳)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**خودت حل کنی بهتره** به کمک زاویه متقابل به رأس، زاویه  $۵۳^\circ$  را در محیط شفاف بیابید و با استفاده از نسبت مثلثاتی  $\tan ۵۳^\circ$ ، به دنبال فاصله بین خط عمود بر سطح تیغه، تا نقطه A باشید. سپس با یافتن فاصله OA و  $\sin \theta_2$  (زاویه شکست است) و به کار بردن

رابطه  $\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$ ، تندی انتشار موج در محیط شفاف را به دست آورید تا بتوانید به کمک رابطه  $\Delta t = \frac{L}{v}$ ، زمان حرکت نور در محیط دوم به دست آید.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** گام اول: به کمک شکل مقابل که در آن، مسیر پرتو شکسته شده و امتداد پرتو تابش در محیط (۲) مشخص شده است، زاویه شکست ( $\theta_2$ ) را به دست می آوریم:

$$\tan(\angle BOA') = \tan(53^\circ) = \frac{BA'}{BO}$$

$$\Rightarrow \frac{BA'}{12} = \frac{4}{3} \Rightarrow BA' = 16 \text{ cm}$$

زاویه  $\angle BOA'$  با زاویه  $\theta_1$ ، متقابل به رأس است. اندازه ضلع  $BA'$  را به دست می آوریم:

$$OA = \sqrt{AB^2 + BO^2} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ cm}$$

از آن جا که  $AA' = 4 \text{ cm}$  است؛ بنابراین طول  $BA = 12 \text{ cm}$  است. حال در مثلث  $BOA$ ، طول مسیر  $OA$  و  $\sin \theta_2$  را به دست می آوریم:

$$\sin \theta_2 = \frac{AB}{OA} = \frac{12}{12\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

گام دوم: به کمک رابطه  $\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$ ، تندی انتشار موج در محیط دوم را به دست می آوریم:

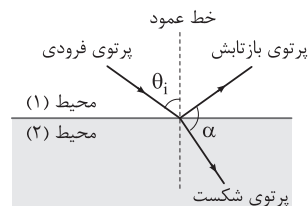
$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{c} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin(53^\circ)} = \frac{v_2}{3 \times 10^8} \Rightarrow v_2 = \frac{3 \times 10^8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{0.8} = \frac{15\sqrt{2}}{8} \times 10^8 \text{ m/s}$$

گام سوم: حالا نوبت آن است که مدت زمان پیمودن مسیر  $OA$  را به دست آوریم:

$$\Delta t = \frac{LOA}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{12\sqrt{2} \times 10^{-2}}{\frac{15\sqrt{2}}{8} \times 10^8} = \frac{96}{15} \times 10^{-10} \text{ s} = \frac{96}{15} \text{ ps} = 64 \text{ ps}$$

## تست و پاسخ ۵۴

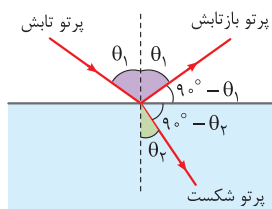
در شکل زیر که طرحی از بازتاب و شکست یک پرتوی نور را نشان می دهد، زاویه تابش ( $\theta_1$ ) چگونه تغییر کند تا زاویه بین پرتوی بازتابش و پرتوی شکست ( $\alpha$ ) افزایش یابد؟



- (۱) کمتر از  $5^\circ$  کاهش یابد.
- (۲) بیشتر از  $5^\circ$  کاهش یابد.
- (۳) کمتر از  $5^\circ$  افزایش یابد.
- (۴) بیشتر از  $5^\circ$  افزایش یابد.

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** گام اول: در شکل مقابل،  $\theta_1$  زاویه تابش و  $\theta_2$  زاویه شکست را نشان می دهد.



$$\alpha = 90^\circ - \theta_1 + 90^\circ - \theta_2 = 180^\circ - (\theta_1 + \theta_2)$$

گام دوم: برای این که بتوانیم زاویه بین پرتوی بازتابش و پرتوی شکست را  $10^\circ$  افزایش دهیم، باید مجموع زاویه های  $\theta_1$  و  $\theta_2$  را  $10^\circ$  کاهش دهیم (رد ۳ و ۴). به همین منظور،  $\theta_1$  را باید حداقل  $5^\circ$  کاهش دهیم تا مطمئن شویم که مجموع  $\theta_1 + \theta_2$ ،  $10^\circ$  کاهش یافته و در نهایت  $\alpha$ ،  $10^\circ$  افزایش خواهد یافت.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۵۵

چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) از آنجا که سراب وجود خارجی ندارد، نمی توان از آن عکس گرفت.

ب) با افزایش دمای هوا، ضریب شکست به تدریج افزایش می یابد.

پ) ضریب شکست هر محیطی به طول موج نور در آن محیط بستگی دارد.

ت) هنگام عبور نور سفید از منشور، نور بنفش کمترین انحراف را دارد.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

## پاسخ: گزینه ۲

**پاسخ تشریحی** تک تک گزارهها را بررسی می کنیم.

الف) نادرست؛ در متن کتاب درسی هم مطرح شده است که نه تنها می توان سراب را دید؛ بلکه می توان از آن عکس هم گرفت.

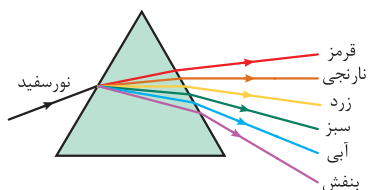
ب) نادرست؛ با افزایش دمای هوا، ضریب شکست کاهش یافته و تندی نور افزایش می یابد.

پ) نادرست؛ ضریب شکست محیط هیچ ربطی به طول موج نور در آن محیط ندارد.

ت) نادرست؛ طبق آنچه در شکل به تصویر کشیده شده است، باریکه نور سفید پس از

تابیده شدن به منشور شیشه ای به ۶ مؤلفه رنگی خود پاشیده می شود که در بین آنها، نور

بنفش بیشترین انحراف را دارد.



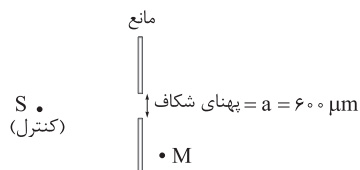
آزمون یازدهم حضوری

دوازدهم ریاضی

## تست و پاسخ ۵۶

مطابق شکل، تلویزیونی در نقطه M قرار دارد. وقتی از نقطه S و با یک دستگاه کنترل، موجی به طول موج  $100 \mu\text{m}$  ارسال می کنیم، تلویزیون

عمل نمی کند. برای آن که امواج به این تلویزیون برسند، کدام یک از راهکارهای زیر می تواند مؤثر باشد؟ ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ )



الف) پهنای شکاف مانع را دو برابر کنیم.

ب) بسامد دستگاه کنترل را به ۱ THz برسانیم.

پ) با نزدیک کردن کنترل به شکاف مانع، ناحیه سایه مانع را کاهش دهیم.

ت) طول موج دستگاه کنترل را به  $50 \mu\text{m}$  برسانیم.

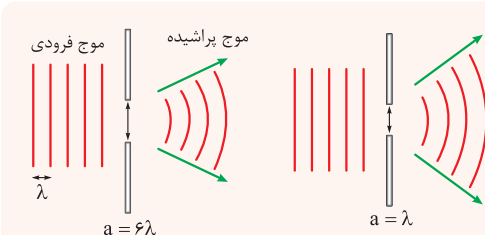
۲) ب و پ

۱) الف و ب

۴) الف و ت

۳) پ و ت

## پاسخ: گزینه ۲



**درس نامه** ●● اگر در مسیر پیشروی موج یک مانع قرار گیرد، بخشی از موج

از لبه های مانع یا شکاف های آن عبور می کند. اگر ابعاد شکاف از مرتبه طول

موج باشد، موج به اطراف گسترده می شود که به این پدیده پراش گفته می شود.

پراش برای همه انواع موج اتفاق می افتد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** تک تک گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

(الف) با افزایش پهنای شکاف مانع، گستردگی پراش کاهش یافته و احتمال رسیدن امواج به تلویزیون نیز کاهش می‌یابد. سپس گزاره (الف) نادرست است.

(ب) ابتدا بسامد موج را به دست می‌آوریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-6}} = 3 \times 10^{12} \text{ Hz} = 3 \text{ THz}$$

حال اگر بسامد دستگاه کنترل به 1 THz برسد، به عبارتی بسامد، کاهش یافته و طول موج افزایش می‌یابد و در نتیجه، احتمال رسیدن موج به نقطه M، به دلیل گستردگی بیشتر پراش، افزایش می‌یابد.

(پ) با نزدیک شدن کنترل به شکاف مانع، ناحیه سایه مانع کم شده و پراش بیشتر می‌شود و احتمال رسیدن موج به نقطه M افزایش می‌یابد. (ت) با کاهش طول موج از  $100 \mu\text{m}$  به  $50 \mu\text{m}$ ، گستردگی پراش کم‌تر شده و احتمال رسیدن موج به تلویزیون کم‌تر می‌شود. بنابراین تنها راهکارهای ارائه شده در موردهای «ب» و «پ»، برای رساندن امواج به تلویزیون می‌توانند مؤثر باشند.

### تست و پاسخ ۵۷

آزمایش یانگ را یک مرتبه با نوری با بسامد  $f_1 = f$  در هوا و مرتبه دوم با نوری با بسامد  $f_2 = \frac{5}{4}f$  در آب انجام می‌دهیم. پهنای هر نوار روشن در آزمایش اول چند برابر پهنای هر نوار روشن در آزمایش دوم است؟ ( $n_{\text{آب}} = \frac{4}{3}$ ، سایر شرایط آزمایش در هر دو محیط یکسان است).

$$\frac{16}{15} \quad (1) \qquad \frac{3}{5} \quad (2) \qquad \frac{15}{16} \quad (3) \qquad \frac{5}{3} \quad (4)$$

**پاسخ: گزینه ۲**

**خودت حل کنی بهتره** پهنای نوارها (W) در آزمایش یانگ، با طول موج نور نسبت مستقیم دارد. به کمک رابطه  $\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2}$ ، نسبت پهنای نوارها در حالت جدید را به دست آورید.

### درس نامه

پهنای نوارهای روشن و تاریک تقریباً یکسان است و اندازه آن‌ها با طول موج نور تابیده شده، متناسب است.

$$\left( \frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)$$

**پاسخ تشریحی** پهنای هر نوار (W) در آزمایش یانگ، با طول موج نور ( $\lambda$ ) رابطه مستقیم دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2} \xrightarrow{v = \frac{c}{n}} \frac{W_2}{W_1} = \frac{c}{n_2} \times \frac{f_1}{f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \times \frac{f}{\frac{5}{4}f} = \frac{3}{5}$$

### تست و پاسخ ۵۸

در یک طناب با دو انتهای بسته، یک موج ایستاده با 4 گره و بسامد  $800 \text{ Hz}$  تشکیل شده است. اگر طول طناب  $120 \text{ cm}$  باشد، فاصله یک گره تا شکم مجاورش چند سانتی‌متر است؟

$$20 \quad (4) \qquad 15 \quad (3) \qquad 10 \quad (2) \qquad 7/5 \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۲**



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**درس نامه** ●● به هر موج ایستاده‌ای که با یک بسامد معین در طناب (تار) ایجاد می‌شود، مد نوسان یا هماهنگ گفته می‌شود. در جدول زیر هماهنگ‌های اول تا  $n$ م به همراه مشخصاتشان به تصویر آمده است:

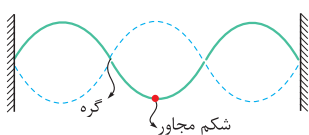
شماره هماهنگ	رابطه بسامد	رابطه طول طناب و طول موج	تعداد شکم	تعداد گره	شکل
۱	$f_1 = \frac{v}{2L}$	$L = \frac{\lambda_1}{2}$	۱	۲	
۲	$f_2 = \frac{2v}{2L}$	$L = 2 \frac{\lambda_2}{2}$	۲	۳	
۳	$f_3 = \frac{3v}{2L}$	$L = 3 \frac{\lambda_3}{2}$	۳	۴	
...	...	...	...	...	...
$n$	$f_n = \frac{nv}{2L}$	$L = n \frac{\lambda_n}{2}$	$n$	$n+1$	

**پاسخ تشریحی** روش اول: گام اول: تندی انتشار موج را به کمک رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$  به دست می‌آوریم:

$$f_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 800 = \frac{3v}{2(1/2)} \Rightarrow v = 0.8 \times 800 = 640 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{640}{800} = 0.8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

$$\text{گام سوم: فاصله یک گره تا شکم مجاورش، معادل } \frac{\lambda}{4} \text{ است؛ بنابراین داریم:} \quad \frac{\lambda}{4} = \frac{80}{4} = 20 \text{ cm}$$

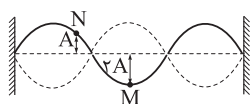


$$\frac{L}{6} = \frac{120}{6} = 20 \text{ cm}$$

**روش دوم:** شکل مقابل وضعیت طناب را در حالتی که ۴ گره دارد (هماهنگ سومش است)، نمایش می‌دهد. فاصله بین گره و شکم مجاورش، معادل  $\frac{1}{6}$  طول طناب است.

## تست و پاسخ ۵۹

تاری که بین دو تکیه‌گاه محکم شده است، مطابق شکل به نوسان درمی‌آید. اگر فاصله دو تکیه‌گاه  $75 \text{ cm}$  و تندی موج عرضی در آن  $250 \text{ m/s}$  باشد، به ترتیب چند میلی‌ثانیه طول می‌کشد تا هر یک از ذرات  $M$  و  $N$  یک نوسان کامل انجام دهند؟



۲ و ۲ (۲)

۴ و ۲ (۱)

۴ و ۴ (۴)

۲ و ۴ (۳)

**پاسخ: گزینه ۲**

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**خودت حل کنی بهتره** به کمک رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، بسامد ایجادشده در تار را به دست آورید و در نهایت به کمک رابطه  $T = \frac{1}{f}$ ، دوره تناوب ذرات را حساب کنید تا بتوانید مدت زمان یک دوره کامل هر یک از ذرات را به دست آورید.

**درس نامه** ●● اگر موج ایستاده‌ای در هماهنگ  $n$  ام خود باشد، تعداد شکم آن  $n$  و تعداد گره‌های ایجادشده  $(n + 1)$  است، در این صورت رابطه بسامد به صورت زیر خواهد بود:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow \text{تندی انتشار موج} \leftarrow \text{بسامد هماهنگ } n$$

$$\rightarrow \text{طول تار} \leftarrow 2L$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: تار نشان داده شده در صورت سؤال، هماهنگ سوم خود را دارد؛ بسامد تار را به دست می‌آوریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_3 = \frac{3v}{2L} = \frac{3(250)}{2(0.75)} = 500 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500} = 2 \times 10^{-3} \text{ s} = 2 \text{ ms}$$

گام دوم: دوره تناوب ذرات تار را به دست می‌آوریم.

مدت زمان لازم برای این که هر یک از ذرات  $M$  و  $N$ ، یک نوسان کامل انجام دهند، برابر با دوره تناوب  $(\Delta t = T = 2 \text{ ms})$  است.

## تست و پاسخ ۶۰

تاری با دو انتهای ثابت در هماهنگ سوم خود به نوسان درمی‌آید. اگر بسامد تار را  $480 \text{ Hz}$  افزایش دهیم، فاصله بین دو شکم متوالی نصف می‌شود. اگر تندی موج عرضی در تار  $240 \text{ m/s}$  باشد، طول تار چند سانتی متر است؟

$$37/5 \quad (4)$$

$$75 \quad (3)$$

$$100 \quad (2)$$

$$150 \quad (1)$$

**پاسخ: گزینه ۳**

**خودت حل کنی بهتره** با توجه به این که فاصله بین دو شکم متوالی نصف شده، رابطه بین بسامد ایجادشده قبل و بعد از تغییر را مشخص کنید تا بتوانید بسامد را در هماهنگ سوم به دست آورید، سپس به کمک رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$  طول طناب را به دست آورید.

**درس نامه** ●● تندی انتشار موج به جنس محیط بستگی دارد و تا زمانی که مشخصات طناب تغییر نکرده، تندی انتشار موج ثابت می‌ماند. در صورت افزایش بسامد ایجادشده در طناب، طبق رابطه  $\lambda = \frac{v}{f}$  اگر محیط انتشار تغییر نکند، طول موج کاهش می‌یابد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: اگر بسامد تار در حالت اول را  $f_3$  در نظر بگیریم، در صورت افزایش بسامد به اندازه  $480 \text{ Hz}$ ، فاصله بین دو شکم

$$2f_3 = f_3 + 480 \Rightarrow f_3 = 480 \text{ Hz}$$

متوالی نصف شده، بنابراین طول موج نصف و بسامد دو برابر شده است؛ در نتیجه داریم:

گام دوم: به کمک رابطه  $f_n = \frac{nv}{2L}$ ، طول طناب را به دست می‌آوریم.

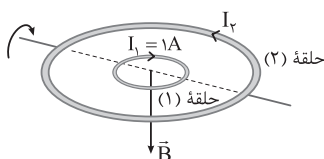
$$f_3 = \frac{3v}{2L} \Rightarrow 480 = \frac{3 \times 240}{2L} \Rightarrow L = \frac{3 \times 240}{2 \times 480} = 0.75 \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

**فیزیک (۲): صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۸**

## تست و پاسخ ۶۱

دو حلقه هم‌مرکز حامل جریان بر روی یک صفحه قرار دارند و مطابق شکل، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  با بزرگی  $3 \times 10^{-2} \text{ G}$  را در مرکز حلقه‌ها و به سمت پایین ایجاد کرده‌اند. اگر حلقه (۲) را حول محور نشان داده شده در شکل  $90^\circ$  بچرخانیم تا سطح آن عمود بر سطح حلقه (۱) شود،

بزرگی میدان مغناطیسی در مرکز حلقه‌ها چند گاوس تغییر می‌کند؟ (شعاع حلقه (۱) برابر با  $5 \text{ cm}$  و  $\frac{\text{T.m}}{\text{A}} = 1/2 \times 10^{-6}$  است.)



$$9 \times 10^{-2} \quad (2)$$

$$15 \times 10^{-2} \quad (1)$$

$$12 \times 10^{-2} \quad (4)$$

$$18 \times 10^{-2} \quad (3)$$

**پاسخ: گزینه ۴**





**مشاوره** توی فصل مغناطیس سعی کن تبسم فوبی را از شکل های فضایی و سه بُعدی داشته باشی.

### درس نامه

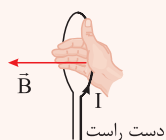
اندازه میدان مغناطیسی ناشی از حلقه های به هم چسبیده حامل جریان در وسط حلقه، از رابطه زیر به دست می آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \rightarrow (A) \text{ جریانی عبوری از حلقه}$$

$$\left( \frac{T \cdot m}{A} \right) \text{ تراوایی مغناطیسی خالص}$$

$$(T) \text{ میدان مغناطیسی}$$

$$(m) \text{ شعاع حلقه}$$



برای تعیین جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان در حلقه های به هم چسبیده و در مرکز حلقه ها، از قاعده دست راست مطابق شکل مقابل استفاده می کنیم:

**پاسخ تشریحی** گام اول: میدان مغناطیسی ناشی از حلقه (۱) را به دست می آوریم. با توجه به شکل زیر درمی یابیم که طبق قاعده دست

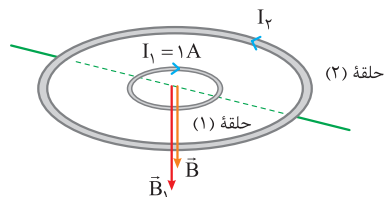
راست جهت میدان ناشی از حلقه (۱) به سمت پایین است.

$$I_1 = 1A$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \Rightarrow B = \frac{1/2 \times 10^{-6} \times 1 \times 1}{2 \times 5 \times 10^{-2}} = 12 \times 10^{-6} T \xrightarrow{1T=10^4 G} B_1 = 12 \times 10^{-2} G$$

$$\Rightarrow \vec{B}_1 = -12 \times 10^{-2} (G) \vec{j}$$

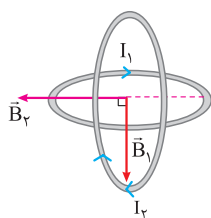
گام دوم: حالا با داشتن میدان مغناطیسی برآیند و میدان مغناطیسی ناشی از حلقه (۱)، میدان مغناطیسی ناشی از حلقه (۲) را حساب می کنیم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow -3 \times 10^{-2} (G) \vec{j} = -12 \times 10^{-2} (G) \vec{j} + \vec{B}_2$$

$$\Rightarrow \vec{B}_2 = 9 \times 10^{-2} (G) \vec{j}$$

گام سوم: اگر حلقه (۲) را  $90^\circ$  بچرخانیم، میدان مغناطیسی ناشی از آن در مرکز دو حلقه نیز،  $90^\circ$  می چرخد، بنابراین میدان های  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  در این حالت بر یکدیگر عمود می شوند و برای محاسبه میدان مغناطیسی برآیند مطابق شکل زیر داریم:



$$B' = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \Rightarrow B' = \sqrt{(12 \times 10^{-2})^2 + (9 \times 10^{-2})^2}$$

$$\Rightarrow B' = 3 \times 10^{-2} \sqrt{4^2 + 3^2} = 15 \times 10^{-2} G$$

گام چهارم: مقدار تغییر میدان مغناطیسی در حالت دوم نسبت به حالت اول را حساب می کنیم:

$$B' - B = (15 \times 10^{-2}) - (3 \times 10^{-2}) = 12 \times 10^{-2} G$$

### تست و پاسخ ۶۲

از یک سیملوله آرمانی به طول ۳۶ cm و دارای ۱۰۰ حلقه، جریان ۱/۲ A می گذرد. بزرگی میدان مغناطیسی در وسط سیملوله چند گاوس

است؟  $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A})$

۴ (۲)

۳ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

**پاسخ: گزینه ۲**

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

برای محاسبه بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از جریان عبوری از سیمولوله آرمانی حامل جریان در وسط آن و دور از لبه‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \rightarrow (A) \text{ جریانی عبوری از سیمولوله} \quad \leftarrow (T) \text{ میدان مغناطیسی}$$

تعداد حلقه‌ها  $\rightarrow$   $\mu_0$   $\rightarrow$  تراوایی مغناطیسی  $\leftarrow$   $\left(\frac{T \cdot m}{A}\right)$   
طول سیمولوله (m)

اندازه میدان مغناطیسی درون سیمولوله و دور از لبه‌های آن را از رابطه زیر به دست می‌آوریم:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow B = \frac{12 \times 10^{-7} \times 1000 \times 1 / 2}{0.36} = 4 \times 10^{-4} T = 4 G$$

## تست و پاسخ ۶۳

کدام یک از عبارتهای زیر، نادرست است؟

- الف) قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن کاملاً منطبق نیستند.  
ب) جهت میدان مغناطیسی زمین در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می‌شود.  
پ) جهت خطوط میدان مغناطیسی در داخل آهنربا از قطب N به قطب S است.  
ت) خطوط میدان مغناطیسی در اطراف آهنربای میله‌ای، یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهند.

الف و ب (۱)      ب (۲)      پ (۳)      پ و ت (۴)

## پاسخ: گزینه ۳

**مشاوره** متن کتاب درسی را به دقت مطالعه کنید. گاهی تست‌های کنکور، دقیقاً از جمله‌های کتاب درسی برداشت می‌شوند.

عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

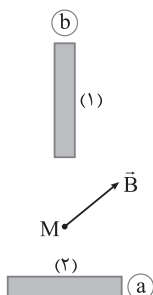
- الف) درست؛ قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین، فاصله نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند؛ مثلاً قطب جنوب مغناطیسی تقریباً در فاصله ۱۸۰۰ کیلومتری از قطب شمال جغرافیایی قرار دارد.  
ب) درست؛ شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت میدان مغناطیسی زمین، در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می‌شود.  
پ) نادرست؛ جهت میدان مغناطیسی درون آهنربا از قطب S به قطب N است؛ اما در خارج از آهنربا جهت میدان مغناطیسی از قطب N به قطب S است.

ت) درست؛ خط‌های میدان مغناطیسی حاصل از یک آهنربا، از داخل آهنربا و اطراف آن می‌گذرند و هر یک از آن‌ها یک حلقه بسته را تشکیل می‌دهند.

بنابراین فقط عبارت «پ» نادرست بوده و (۳) را انتخاب می‌کنیم.

## تست و پاسخ ۶۴

در شکل زیر، بردار میدان مغناطیسی خالص بین دو آهنربای میله‌ای مشابه ۱ و ۲ در نقطه M، نشان داده شده است. عقربه‌های مغناطیسی a و b و جهت قرار دارند؟



(۲)  $\rightarrow$ ,  $\uparrow$

(۱)  $\rightarrow$ ,  $\downarrow$

(۴)  $\leftarrow$ ,  $\uparrow$

(۳)  $\leftarrow$ ,  $\downarrow$

## پاسخ: گزینه ۴



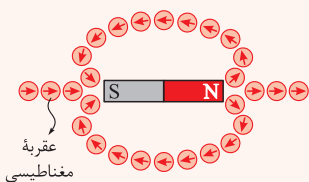
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**خود حل کنی بهتره** ابتدا جهت میدان‌های مغناطیسی حاصل از هر یک از آهنرباهای (۱) و (۲) را در نقطه M مشخص کنید، سپس با معلوم کردن قطب‌های آهنرباها، جهت عقربه‌های مغناطیسی a و b را تعیین کنید.

## درس نامه

(۱) عقربه مغناطیسی، یک آهنربای بسیار کوچک و سبک است که می‌تواند آزادانه بچرخد و برای تعیین جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضای اطراف یک آهنربا به کار می‌رود.



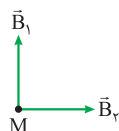
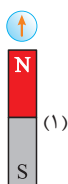
تعیین جهت میدان مغناطیسی به کمک عقربه مغناطیسی

(۲) بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه، هم‌راستای عقربه مغناطیسی‌ای است که در آن نقطه، به حال تعادل درآمده باشد و قطب N عقربه، جهت آن را نشان می‌دهد.

(۳) جهت میدان مغناطیسی درون آهنربا از قطب S به قطب N و خارج از آهنربا از قطب N به قطب S است.

**پاسخ تشریحی** میدان مغناطیسی خالص در نقطه M را به دو مؤلفه افقی و قائم تجزیه می‌کنیم. مؤلفه افقی آن، ناشی از آهنربای (۲) و مؤلفه قائم آن، ناشی از آهنربای (۱) است.

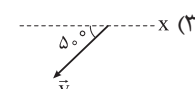
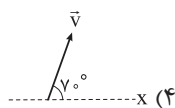
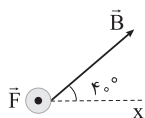
بر این اساس و مطابق شکل زیر، قطب‌های هر یک از این دو آهنربا مشخص می‌شوند. در پایان نیز با توجه به نکته ۲ درس‌نامه، معلوم می‌شود که جهت عقربه‌های مغناطیسی a و b، به ترتیب، به طرف چپ و بالا خواهند بود.



بنابراین **۴** درست است.

## تست و پاسخ ۶۵

نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  وارد بر الکترونی که در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  در حرکت است، در شکل زیر نشان داده شده است. جهت بردار سرعت الکترون کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟



**پاسخ: گزینه ۳**

**مشاوره** عنوان کلی قاعده دست راست در مغناطیس، تحت شرایط مختلف، جزئیات متفاوتی دارد. به این جزئیات دقت کنید و سعی کنید آن‌ها را در ذهن خود، دسته‌بندی نمایید.



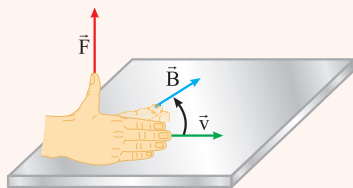
## درس نامه

(۱) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

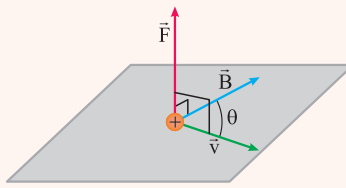
اگر ذره باردار  $q$  با سرعت  $\vec{v}$ ، در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  حرکت کند (به شرط آن که جهت حرکت آن با میدان مغناطیسی موازی نباشد) بر آن نیرویی وارد خواهد شد که بر راستای سرعت و میدان مغناطیسی عمود است.

(۲) قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی:

اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت  $\vec{v}$  باشد - به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچک‌تری که  $\vec{v}$  با  $\vec{B}$  می‌سازد، در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت  $\vec{B}$  قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر ذره باردار مثبت خواهد بود. توجه کنید که نیروی وارد بر بار منفی، در خلاف جهت نیروی وارد بر بار مثبت است. به عبارت دیگر، طی همین مراحل، ولی با دست چپ تعیین می‌گردد.



جهت این نیرو به کمک قاعده دست راست تعیین می‌شود.



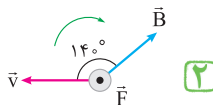
نیروی  $\vec{F}$  بر هر دو بردار  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  عمود است.

(۳)  $\odot$  نماد بردار عمود بر صفحه به طرف بیرون (برون سو) است.

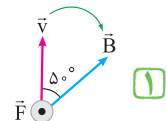
$\otimes$  نماد بردار عمود بر صفحه به طرف درون (درون سو) است.

## پاسخ تشریحی

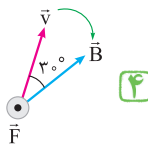
با توجه به این که بار الکترون، منفی است، برای استفاده از قاعده دست راست باید جهت نیروی وارد شده را برعکس کنیم و یا با قاعده دست چپ، گزینه‌ها را بررسی کنیم.



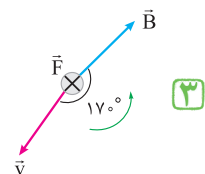
(۲)



(۱)



(۴)

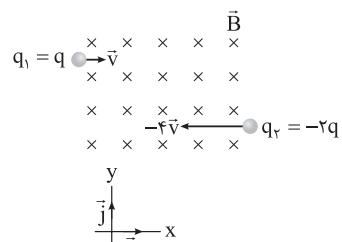


(۳)

بنابراین (۳) نمی‌تواند جهت بردار سرعت الکترون باشد.

## تست و پاسخ ۶۶

مطابق شکل دو ذره باردار  $q_1$  و  $q_2$ ، به ترتیب با سرعت‌های  $\vec{v}$  و  $-\vec{v}$ ، وارد میدان مغناطیسی یکنواختی می‌شوند. اگر بردار نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_1$  در لحظه ورود به میدان  $\vec{J}(-2N)$  باشد، بردار نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_2$  در لحظه ورود به میدان، کدام است؟



(۱)  $\vec{J}(-16N)$

(۲)  $\vec{J}(+16N)$

(۳)  $\vec{J}(-8N)$

(۴)  $\vec{J}(+8N)$

پاسخ: گزینه ۱



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

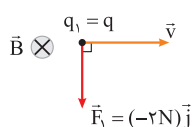
فیزیک

**خود حل کنی بهتره** با استفاده از قاعده دست راست، علامت بار  $q_1$  و با توجه به آن، علامت بار  $q_2$  را تعیین کنید، سپس با به کار بردن رابطه  $F = |q| v B \sin \theta$ ، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_2$  را به دست آورید. جهت این نیرو نیز با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌گردد.

## درس نامه

اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{array}{c} \text{اندازه میدان مغناطیسی (T)} \\ \swarrow \quad \searrow \\ F = |q| v B \sin \theta \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{اندازه بار الکتریکی (C)} \quad \text{زاویه بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی} \\ \leftarrow F = |q| v B \sin \theta \rightarrow \text{اندازه نیرو (N)} \\ \text{تندی یا اندازه سرعت ذره (m/s)} \end{array}$$

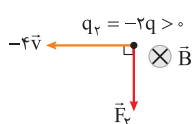


**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به شکل مقابل، جهت نیروی وارد بر ذره  $q_1$  با قاعده دست چپ انطباق

دارد؛ پس  $q_1 = q < 0$  است.

$$q_2 = -2q \xrightarrow{q < 0} q_2 > 0$$

گام دوم: جهت نیروی وارد بر بار  $q_2$  را تعیین می‌کنیم:



چون بار  $q_2 > 0$  است، برای تعیین جهت نیروی وارد بر آن، از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم؛ بنابراین

جهت نیروی  $\vec{F}_2$  رو به پایین است، یعنی (۲) و (۴) رد می‌شوند.

گام سوم: اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار  $q_2$  را با استفاده از رابطه  $F = |q| v B \sin \theta$  و به صورت مقایسه‌ای به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{|q_2| \times v_2 \times B_2 \times \sin \theta_2}{|q_1| \times v_1 \times B_1 \times \sin \theta_1} \xrightarrow[|q_1|=q, v_1=v, \theta_1=\theta_2=90^\circ]{|q_2|=2q, v_2=4v, B_2=B_1} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2q}{q} \times \frac{4v}{v} \times 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 8 \xrightarrow{F_1=2N} F_2 = 16N$$

$$\vec{F}_2 = (-16N)\vec{j}$$

بنابراین با توجه به نتیجه گام دوم داریم:

## تست و پاسخ ۶۷

پروتونی با تندی  $200 \text{ km/s}$  درون میدان مغناطیسی یکنواختی در حرکت است. در لحظه‌ای که پروتون به سمت جنوب حرکت می‌کند، جهت نیرویی که از طرف میدان به آن وارد می‌شود، رو به شرق و اندازه آن بیشینه و برابر  $8 \times 10^{-16} \text{ N}$  است. بزرگی میدان مغناطیسی چند گاوس و به کدام سو است؟ ( $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ )

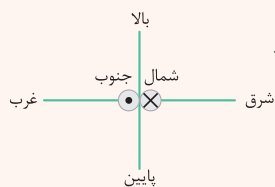
$$(1) 2 \times 10^{-2}, \text{ پایین} \quad (2) 2 \times 10^{-2}, \text{ پایین} \quad (3) 2 \times 10^{-2}, \text{ بالا} \quad (4) 2 \times 10^{-2}, \text{ بالا}$$

## پاسخ: گزینه ۲

**مشاوره** ممکن است که شما در سالن یا کلاسی که کنکور می‌دهید، جهت‌های جغرافیایی را تشخیص ندهید، پس بهتر است جهت‌هایی را که در شکل درس نامه آمده است، به عنوان یک شکل مرجع، به خاطر بسپارید.

## درس نامه

(۱) در تست‌هایی که جهت‌های جغرافیایی مطرح می‌شوند، از شکل مقابل به عنوان یک شکل مرجع استفاده می‌کنیم.



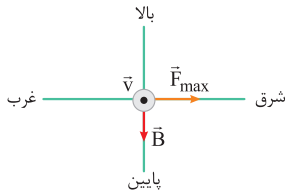
$$1T = 10^4 G$$

(۲) برای میدان مغناطیسی، علاوه بر یکای تسلا (T) از یکای گاوس (G) نیز استفاده می‌شود.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



۳) نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی، زمانی بیشینه است که زاویه بین بردارهای سرعت و میدان مغناطیسی برابر با  $90^\circ$  باشد؛ یعنی این دو بردار بر هم عمود باشند.



**پاسخ تشریحی** گام اول: بار پروتون مثبت است، پس با توجه به قاعده دست راست و توضیحات متن سؤال، جهت میدان مغناطیسی را تعیین می‌کنیم. جهت این میدان مغناطیسی رو به پایین است، بنابراین ۳ و ۴ رد می‌شوند.

گام دوم: اندازه میدان مغناطیسی را نیز به دست می‌آوریم:

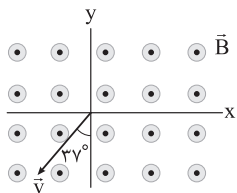
$$F = |q| v B \sin \theta \Rightarrow B = \frac{F}{|q| v \sin \theta} \xrightarrow{F_{\max} = 8 \times 10^{-16} \text{ N}, v = 200 \text{ km/s} = 2 \times 10^5 \text{ m/s}} \rightarrow B = \frac{8 \times 10^{-16}}{1/6 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^5 \times \sin 90^\circ}$$

$$\Rightarrow B = \frac{8 \times 10^{-16}}{2 \times 10^{-14}} = 4 \times 10^{-2} \text{ T} \xrightarrow{1 \text{ T} = 10^4 \text{ G}} B = 4 \times 10^{-2} \times 10^4 = 4 \times 10^2 \text{ G}$$

بنابراین ۲ درست است.

## تست و پاسخ ۶۸

یک ذره باردار با بار  $q = -2 \mu\text{C}$  تحت تأثیر میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سویی به بزرگی  $2 \times 10^3 \text{ G}$  در حال حرکت است. مطابق شکل در لحظه  $t$  ذره با سرعت  $\vec{v}$  به بزرگی  $2 \times 10^5 \text{ m/s}$  از مبدأ مکان عبور می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر ذره در این لحظه با جهت مثبت محور  $x$  چه زاویه‌ای می‌سازد و بزرگی آن چند نیوتون است؟ ( $\sin 37^\circ = 0/6$ )



$$8 \times 10^{-2}, 53^\circ (2)$$

$$8 \times 10^{-2}, 37^\circ (1)$$

$$4/8 \times 10^{-2}, 53^\circ (4)$$

$$4/8 \times 10^{-2}, 37^\circ (3)$$

## پاسخ: گزینه ۱

## درس نامه

اگر ذره باردار  $q$  با سرعت  $\vec{v}$  در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  حرکت کند و نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  بر آن وارد شود، نیروی  $\vec{F}$  همواره بر هر دو بردار  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  عمود است.

$$\vec{F} \perp \vec{v}, \quad \vec{F} \perp \vec{B}$$

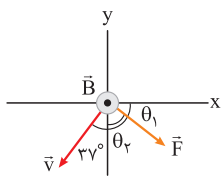
اما بردارهای  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  ممکن است زاویه‌های مختلفی با هم تشکیل دهند.

**پاسخ تشریحی** گام اول: اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار  $q$  را به دست می‌آوریم. در این جا بردارهای  $\vec{v}$  و  $\vec{B}$  بر هم عمود هستند، یعنی  $\theta = 90^\circ$  است.

$$F = |q| v B \sin \theta \xrightarrow{q = 2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C}, \theta = 90^\circ} \rightarrow F = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-1} \times \sin 90^\circ = 8 \times 10^{-2} \text{ N}$$

بنابراین ۳ و ۴ رد می‌شوند.

گام دوم: جهت نیروی  $\vec{F}$  را با استفاده از قاعده دست چپ تعیین کرده و روی شکل نشان می‌دهیم (توجه کنید که بار ذره، منفی است).



$$\theta_r = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$\vec{v}$  و  $\vec{F}$  بر هم عمود هستند؛ پس داریم:

$$\theta_l = 90^\circ - \theta_r = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

یعنی نیروی  $\vec{F}$  با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $37^\circ$  می‌سازد و ۱ درست است.

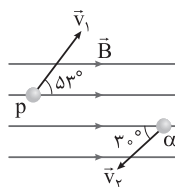


# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

## تست و پاسخ ۶۹

یک پروتون و یک ذره  $\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}^{2+}$ ) در میدان مغناطیسی یکنواخت  $\vec{B}$  در حال حرکت‌اند. اگر در لحظه نشان داده شده در شکل زیر، تندی دو ذره برابر و شتاب پروتون برابر  $\vec{a}_p$  باشد، شتاب ذره  $\alpha$  برابر کدام است؟ (جرم پروتون = جرم نوترون و  $\sin 53^\circ = 4/5$ )



$$\frac{5}{4} \vec{a}_p \quad (1)$$

$$-\frac{5}{4} \vec{a}_p \quad (2)$$

$$\frac{5}{16} \vec{a}_p \quad (3)$$

$$-\frac{5}{16} \vec{a}_p \quad (4)$$

## پاسخ: گزینه ۴

**مشاوره** قانون دوم نیوتون به جهت گستردگی کاربرد آن، قابلیت ترکیب با بسیاری از روابط فیزیکی دیگر را دارد. این موضوع بارها در تست‌های کنکور دیده شده و این سؤال نیز یک نمونه از آن است.

## درس نامه

اگر بر ذره باردار  $m$  به جرم  $q$  که در میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  با سرعت  $\vec{v}$  حرکت می‌کند، نیروی مغناطیسی  $\vec{F}$  وارد شود و شتاب  $\vec{a}$  را پیدا کند، با استفاده از قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:

$$\left. \begin{aligned} F &= |q| v B \sin \theta \\ F &= ma \end{aligned} \right\} \Rightarrow ma = |q| v B \sin \theta$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ذره  $\alpha$  همان هسته اتم هلیم است که دو پروتون و دو نوترون دارد.

$$q_\alpha = +2e, \quad e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_\alpha = 2m_p + 2m_n \xrightarrow{m_p = m_n} m_\alpha = 4m_p$$

گام دوم: نسبت اندازه شتاب پروتون و ذره آلفا را به دست می‌آوریم:

$$\frac{m_p a_p}{m_\alpha a_\alpha} = \frac{q_p v_p B_p \sin \theta_p}{q_\alpha v_\alpha B_\alpha \sin \theta_\alpha} \xrightarrow{q_p = e, v_p = v_\alpha, \theta_p = 53^\circ, m_\alpha = 4m_p} \frac{q_\alpha = 2e, B_p = B_\alpha, \theta_\alpha = 37^\circ}$$

$$\frac{m_p}{4m_p} \times \frac{a_p}{a_\alpha} = \frac{e}{2e} \times 1 \times 1 \times \frac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{a_p}{a_\alpha} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a_p}{a_\alpha} = \frac{16}{5} \Rightarrow a_\alpha = \frac{5}{16} a_p$$

پس ۱ و ۲ رد می‌شوند.

گام سوم: پروتون و ذره آلفا ( $\alpha$ ) هر دو دارای بار مثبت هستند و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر آن‌ها با استفاده از قاعده دست راست تعیین می‌گردد. از طرفی با توجه به قانون دوم نیوتون می‌دانیم که شتاب وارد بر هر ذره با نیروی خالص وارد بر آن، هم‌جهت است؛ بنابراین مطابق شکل زیر داریم:

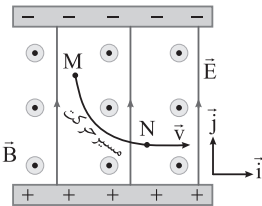


پس در این جا شتاب وارد بر پروتون و شتاب ذره  $\alpha$  در خلاف جهت هم هستند و ۳ درست است.



## تست و پاسخ ۷۰

در شکل زیر ذره‌ای به جرم  $20 \text{ mg}$  و بار الکتریکی  $-2 \mu\text{C}$  در میدان‌های یکنواخت الکتریکی و مغناطیسی  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  از نقطه  $M$  رها می‌شود و با سرعت  $\vec{v} = (200 \text{ m/s})\vec{i}$  از نقطه  $N$  می‌گذرد. اگر بزرگی میدان الکتریکی  $2 \times 10^2 \text{ N/C}$  و بزرگی میدان مغناطیسی  $7500 \text{ G}$  باشد، بزرگی نیروی وارد بر ذره در لحظه‌ای که از نقطه  $N$  عبور می‌کند، چند میلی‌نیوتون است؟ (از نیروهای گرانش و مقاومت هوا صرف نظر کنید).



۰/۱ (۱)

۰/۳ (۲)

۰/۵ (۳)

۰/۷ (۴)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** نیروهای ناشی از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی وارد بر ذره را به طور جداگانه به دست آورید، سپس این دو نیرو را به صورت برداری با هم جمع کنید تا نیروی خالص وارد بر ذره به دست آید.

**درس نامه** گاهی ممکن است که هم‌زمان، دو نیروی  $\vec{F}_E$  و  $\vec{F}_B$  به ترتیب ناشی از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر یک ذره باردار اثر کنند. در این صورت نیروی خالص وارد بر ذره، برابری دو نیروی فوق است.

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_E + \vec{F}_B$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا نیروی حاصل از میدان الکتریکی وارد بر ذره را به دست می‌آوریم:



$$\vec{F}_E = q\vec{E} \quad \frac{q = -2 \mu\text{C} = -2 \times 10^{-6} \text{ C}}{E = 2 \times 10^2 \text{ N/C}} \rightarrow \vec{F}_E = -2 \times 10^{-6} \times (2 \times 10^2)\vec{j}$$

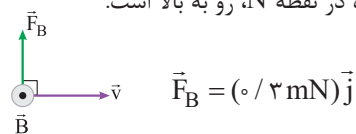
$$\Rightarrow \vec{F}_E = (-4 \times 10^{-4} \text{ N})\vec{j} = (-0.4 \text{ mN})\vec{j}$$

گام دوم: نیروی حاصل از میدان مغناطیسی وارد بر ذره را نیز به دست می‌آوریم:

$$F_B = |q| v B \sin \theta \quad \frac{|q| = 2 \mu\text{C} = 2 \times 10^{-6} \text{ C}, v = 200 \text{ m/s}, \theta = 90^\circ}{B = 7500 \text{ G} = 7500 \times 10^{-4} \text{ T} = 0.75 \text{ T}} \rightarrow F_B = 2 \times 10^{-6} \times 200 \times 0.75 \times \sin 90^\circ$$

$$= 3 \times 10^{-4} \text{ N} = 0.3 \text{ mN}$$

با توجه به این که  $q < 0$  است، با استفاده از قاعده دست چپ، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره در نقطه  $N$ ، رو به بالا است.



$$\vec{F}_B = (0.3 \text{ mN})\vec{j}$$

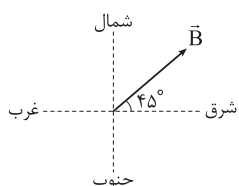
گام سوم: اکنون نیروی خالص وارد بر ذره را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_E + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (-0.4 \text{ mN})\vec{j} + (0.3 \text{ mN})\vec{j} = (-0.1 \text{ mN})\vec{j}$$

پس بزرگی نیروی وارد بر ذره، هنگام عبور از نقطه  $N$ ،  $0.1 \text{ mN}$  است.

## تست و پاسخ ۷۱

یکی از بردارهای میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی  $2 \text{ mT}$  مطابق شکل زیر است. یک سیم راست حامل جریان  $2 \text{ A}$  عمود بر سطح افق در این میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. اگر جهت جریان در سیم رو به بالا باشد، بزرگی و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر  $10 \text{ cm}$  از این سیم کدام است؟



$$(2) \quad 2\sqrt{2} \times 10^{-5} \text{ N}, \text{ شمال غربی}$$

$$(4) \quad 2\sqrt{2} \times 10^{-5} \text{ N}, \text{ جنوب شرقی}$$

$$(1) \quad 4 \times 10^{-5} \text{ N}, \text{ جنوب شرقی}$$

$$(3) \quad 4 \times 10^{-5} \text{ N}, \text{ شمال غربی}$$

## پاسخ: گزینه ۳





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

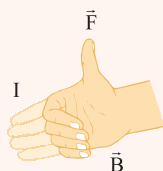
فیزیک

## درس نامه

$$F = I\ell B \sin \theta$$

(1) اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم راست حامل جریان:  $F = I\ell B \sin \theta$  (N)  $I =$  جریان الکتریکی (A)  $\ell =$  طول قسمتی از سیم که داخل میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد (m)

$\theta =$  زاویه بین امتداد سیم و بردار میدان مغناطیسی (T)  $B =$  اندازه میدان مغناطیسی یکنواخت



قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی

وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

**نکته** این نیرو بر راستای سیم و راستای میدان مغناطیسی عمود است.

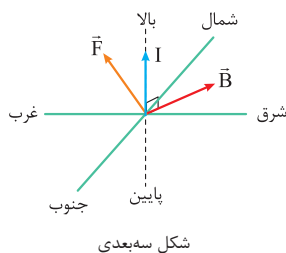
(2) قاعده دست راست در مورد سیم مستقیم حامل جریان در میدان مغناطیسی به این صورت است که اگر دست راست خود را طوری نگه داریم که انگشتان باز شده ما در جهت جریان باشند - به گونه‌ای که وقتی آن‌ها را روی زاویه کوچک‌تری که امتداد سیم با  $\vec{B}$  می‌سازد و در جهت چرخش طبیعی انگشتان خم کنیم، در جهت  $\vec{B}$  قرار گیرد - انگشت شست ما در جهت نیروی وارد بر سیم خواهد بود.

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** جهت بالا بر جهت شمال شرقی، عمود است ( $\theta = 90^\circ$ )، بنابراین اندازه نیروی وارد بر سیم به صورت زیر به دست می‌آید:

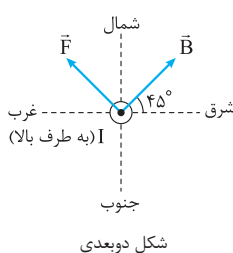
$$F = I\ell B \sin \theta \xrightarrow{I=0.2\text{ A}, \ell=1\text{ cm}=10^{-2}\text{ m}, B=2\text{ mT}=2 \times 10^{-3}\text{ T}, \theta=90^\circ} F = 0.2 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-3} \times \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow F = 4 \times 10^{-5}\text{ N}$$

بنابراین (2) و (4) رد می‌شوند.



شکل سه‌بعدی

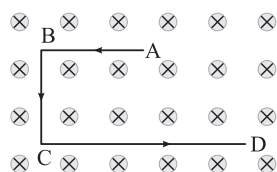


شکل دوبعدی

**گام دوم:** با توجه به شکل مقابل، جهت نیروی مغناطیسی فوق را براساس قاعده دست راست تعیین می‌کنیم. جهت این نیرو به طرف شمال غربی است.

## تست و پاسخ ۷۲

مطابق شکل، سیم راست و حامل جریان  $5\text{ A}$  در یک میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو به بزرگی  $6000\text{ G}$  قرار دارد. اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر کل سیم از طرف میدان مغناطیسی چند نیوتون است؟ ( $AB = BC = 3\text{ cm}$  و  $CD = 7\text{ cm}$ )



(1) صفر

(2)  $0.12$

(3)  $0.15$

(4)  $0.21$

## پاسخ: گزینه ۴

**پاسخ تشریحی** **گام اول:** ابتدا اندازه نیروهای وارد بر قطعه‌های مختلف سیم را به دست می‌آوریم:

$$F = I\ell B \sin \theta \xrightarrow{I=5\text{ A}, \theta=90^\circ, B=6000\text{ G}=6000 \times 10^{-4}\text{ T}=0.6\text{ T}} F = 5\ell \times 0.6 \times \sin 90^\circ \Rightarrow F = 3\ell$$

$$\ell_{AB} = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m} \Rightarrow F_{AB} = 3 \times 0.03 = 0.09\text{ N}$$

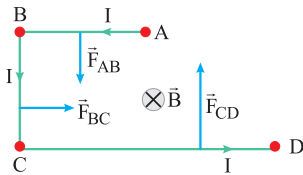
$$\ell_{BC} = 3\text{ cm} = 0.03\text{ m} \Rightarrow F_{BC} = 3 \times 0.03 = 0.09\text{ N}$$

$$\ell_{CD} = 7\text{ cm} = 0.07\text{ m} \Rightarrow F_{CD} = 3 \times 0.07 = 0.21\text{ N}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



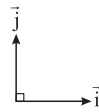
گام دوم: با استفاده از قاعده دست راست، جهت هر یک از نیروهای فوق را تعیین می‌کنیم:



$$\vec{F}_{AB} = (-0.09 \text{ N}) \vec{j}$$

$$\vec{F}_{BC} = (+0.09 \text{ N}) \vec{i}$$

$$\vec{F}_{CD} = (+0.21 \text{ N}) \vec{j}$$



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{CD}$$

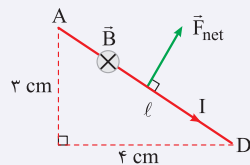
گام سوم: نیروی خالص وارد بر سیم را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (-0.09 \text{ N}) \vec{j} + (0.09 \text{ N}) \vec{i} + (0.21 \text{ N}) \vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{\text{net}} = (0.09 \text{ N}) \vec{i} + (0.12 \text{ N}) \vec{j}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = \sqrt{(0.09)^2 + (0.12)^2} = 0.15 \text{ N}$$

**تکنیک** می‌توانیم ابتدا و انتهای سیم (نقطه‌های A و D) را با یک قطعه سیم فرضی به هم وصل کنیم و نیروی مغناطیسی وارد بر آن

قطعه را به دست آوریم:

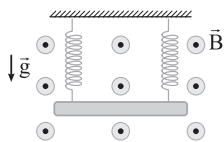


$$l = \sqrt{3^2 + 4^2} \Rightarrow l = 5 \text{ cm}$$

$$F = IlB \sin \theta \xrightarrow{I=5 \text{ A}, l=5 \text{ cm}=0.05 \text{ m}, B=6000 \text{ G}=0.6 \text{ T}, \theta=90^\circ} F = 5 \times 0.05 \times 0.6 = 0.15 \text{ N}$$

## تست و پاسخ ۲۳

قطعه سیم حامل جریانی به طول ۲۵ cm و جرم ۱۵۰ g را به کمک دو فنر مشابه از سقف آویزان می‌کنیم. پس از برقراری تعادل، طول هر فنر ۳ cm افزایش می‌یابد. سپس اگر مطابق شکل زیر، سیم تحت تأثیر میدان مغناطیسی برون‌سویی به بزرگی ۱۰۰۰ G قرار گیرد، طول هر فنر ۱ cm بیشتر افزایش پیدا می‌کند. جریان عبوری از سیم چند آمپر است؟ (g = ۱۰ N / kg و جرم فنرها ناچیز است.)



۳۰ (۲)

۱۰ (۱)

۶۰ (۴)

۲۰ (۳)

## پاسخ: گزینه ۳

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا بدون در نظر گرفتن میدان مغناطیسی، نیروی خالص وارد بر قطعه سیم را برابر صفر قرار دهید و ضریب ثابت

هر فنر را به دست آورید، سپس با حضور میدان مغناطیسی، نیروی خالص وارد بر قطعه سیم را برابر صفر قرار دهید و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم و از آن‌جا، جریان عبوری از سیم را پیدا کنید.

## درس نامه

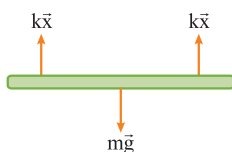
(۱) نیروی کشسانی فنر:

ثابت فنر (N / m)

$$F_e = kx \leftarrow \text{اندازه نیروی کشسانی فنر (N)}$$

تغییر طول فنر (m)

(۲) وقتی جسمی در حال تعادل است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است ( $F_{\text{net}} = 0$ ).



**پاسخ تشریحی** گام اول: بدون در نظر گرفتن میدان مغناطیسی، نیروهای وارد بر قطعه سیم را روی شکل

نشان می‌دهیم و نیروی خالص آن‌ها را برابر با صفر قرار می‌دهیم.

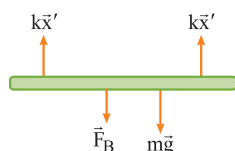
$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow kx + kx - mg = 0 \Rightarrow 2kx = mg \xrightarrow{m=150 \text{ g}=0.15 \text{ kg}, g=10 \text{ N/kg}, x=\Delta L=3 \text{ cm}=0.03 \text{ m}} 2k \times 0.03 = 0.15 \times 10$$

$$\Rightarrow k = \frac{1/5}{0.06} = 25 \text{ N/m}$$



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک



گام دوم: با حضور میدان مغناطیسی، نیروهای وارد بر قطعه سیم را روی شکل نشان می‌دهیم و نیروی خالص آن‌ها را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$x' = 3 + 1 = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

با افزایش تغییر طول فنرها، اندازه نیروی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد، در حالی که نیروی وزن قطعه سیم ثابت است؛ بنابراین برای حفظ تعادل، باید نیروی  $\vec{F}_B$  رو به پایین باشد.

$$F'_{\text{net}} = 0 \Rightarrow kx' + kx' - mg - F_B = 0 \Rightarrow 2kx' - mg = F_B$$

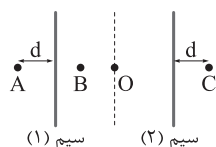
$$\frac{k=25 \text{ N/m}, x'=0.04 \text{ m}}{m=0.15 \text{ kg}, g=10 \text{ N/kg}} \rightarrow 2 \times 25 \times 0.04 - 0.15 \times 10 = F_B \Rightarrow F_B = 0.5 \text{ N}$$

گام سوم: با معلوم بودن اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم، جریان عبوری از آن را به دست می‌آوریم:

$$F_B = IlB \sin \theta \quad \frac{F_B=0.5 \text{ N}, \ell=25 \text{ cm}=0.25 \text{ m}}{B=1000 \text{ G}=1000 \times 10^{-4} \text{ T}=10^{-1} \text{ T}} \rightarrow 0.5 = I \times 0.25 \times 10^{-1} \Rightarrow I = \frac{2}{10^{-1}} = 20 \text{ A}$$

## تست و پاسخ ۷۴

مطابق شکل زیر دو سیم موازی، مستقیم و بلند حامل جریان در فاصله معینی از هم قرار دارند. در کدام یک از حالت‌های زیر میدان مغناطیسی برآیند در نقطه B ممکن است صفر شود؟ (نقطه O درست در وسط فاصله دو سیم قرار دارد.)



الف) در نقطه C بزرگی میدان مغناطیسی برآیند کم‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از جریان سیم (۲) در این نقطه باشد.

ب) در نقطه A بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۱) برابر بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم (۲) باشد.

پ) در نقطه C بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۱) بزرگ‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی ناشی از سیم (۲) باشد.

ت) بزرگی میدان مغناطیسی برآیند در نقطه A کوچک‌تر از بزرگی میدان مغناطیسی برآیند در نقطه C باشد.

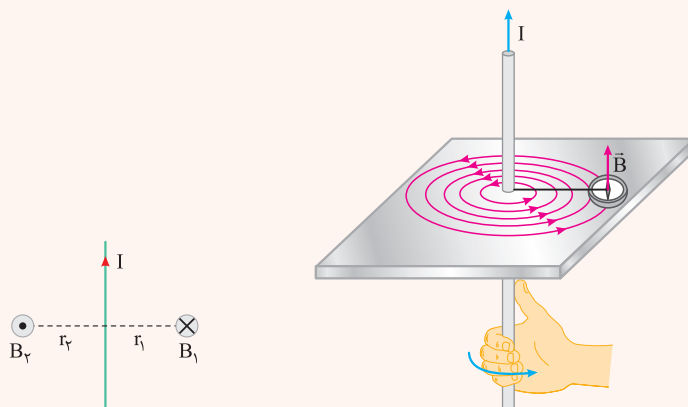
(۱) الف و ب (۲) الف و پ (۳) پ و ت (۴) ب و ت

## پاسخ: گزینه ۲

**خود حل کنی بهتره** ابتدا اندازه و جهت جریان‌های هر یک از دو سیم را نسبت به هم تعیین کنید، سپس جهت میدان‌های مغناطیسی حاصل از هر سیم در نقاط A و C را روی شکل نشان دهید و اندازه آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

## درس نامه

(۱) هنگامی که از یک سیم مستقیم جریان الکتریکی عبور می‌کند، در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود. اگر سیم را در دست راست خود بگیریم به گونه‌ای که انگشت شست دست راست، در جهت جریان باشد، جهت بسته شدن چهار انگشت دیگر، سوی میدان مغناطیسی در اطراف آن را نشان می‌دهد.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

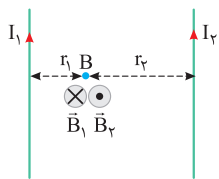


**نکته** هر چه جریان سیم ( $I$ ) بزرگتر باشد، اندازه میدان مغناطیسی ناشی از آن بزرگتر می‌شود و هر چه فاصله از سیم ( $r$ ) افزایش یابد، اندازه میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

$$B \propto \frac{I}{r}$$

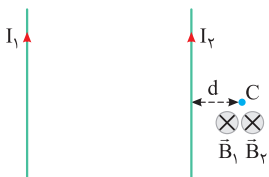
۲) هرگاه از دو سیم مستقیم و موازی، جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  بگذرند و بخواهیم محلی را تعیین کنیم که میدان مغناطیسی کل (برایند) در آنجا صفر باشد، محل مورد نظر:  
اولاً: اگر جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  همسو باشند، بین دو سیم قرار می‌گیرد و اگر جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  در سوی مخالف هم باشند، خارج از فاصله بین دو سیم قرار می‌گیرد.  
ثانیاً: همواره به سیمی نزدیکتر است که جریان آن کم‌تر است.

**پاسخ تشریحی گام اول:** برای آن که میدان مغناطیسی برایند در نقطه  $B$  صفر شود، با توجه به نکته ۱ درس‌نامه باید جریان‌های  $I_1$  و  $I_2$  همسو (مثلاً هر دو رو به بالا) باشند تا میدان‌های مغناطیسی ناشی از آنها در نقطه  $B$  هم‌اندازه و در سوی مخالف هم باشد و اثر یکدیگر را خنثی کنند.



$$\left. \begin{array}{l} B_1 = B_2 \\ r_1 > r_2 \end{array} \right\} \Rightarrow I_2 > I_1$$

در نقطه  $B$  داریم:



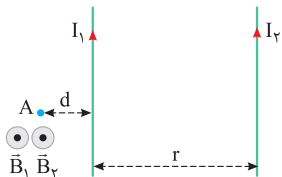
$$B_C = B_1 + B_2 \Rightarrow B_C > B_2$$

گام دوم: میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم را در نقطه  $C$  بررسی می‌کنیم:

بنابراین «الف» نادرست است.

هم‌چنین سیم (۲) نسبت به سیم (۱) جریان بیشتری دارد و به نقطه  $C$  نزدیک‌تر است؛ بنابراین  $B_2 > B_1$  بوده و مورد «پ» نیز نادرست است. همین‌جا معلوم می‌شود که «ق» درست است.

گام سوم: میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم را در نقطه  $A$  بررسی می‌کنیم:



مورد «ب» درست است، زیرا در این نقطه  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  می‌توانند هم‌اندازه باشند. سیم (۱) جریان کم‌تری نسبت به سیم (۲) دارد، اما در عوض به نقطه  $A$  نزدیک‌تر است.

$$B_A < B_C \Rightarrow (B_1 + B_2)_A < (B_1 + B_2)_C \Rightarrow \frac{I_1}{d} + \frac{I_2}{d+r} < \frac{I_1}{r+d} + \frac{I_2}{d}$$

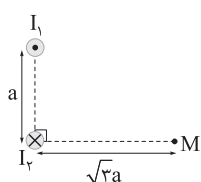
گام چهارم: مورد «ت» را بررسی می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{I_1 d + I_2 r + I_2 d}{d(d+r)} < \frac{I_1 d + I_2 r + I_2 d}{d(d+r)} \Rightarrow I_1 r < I_2 r \Rightarrow I_1 < I_2$$

بنابراین مورد «ت» نیز درست است.

### تست و پاسخ ۷۵

مطابق شکل زیر، دو سیم حامل جریان، عمود بر صفحه قرار گرفته‌اند و از آنها جریان‌هایی در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. زاویه بین میدان‌های مغناطیسی‌ای که هر کدام از سیم‌ها در نقطه  $M$  ایجاد کرده‌اند، چند درجه است؟



۱۲۰ (۱)

۱۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

۳۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲



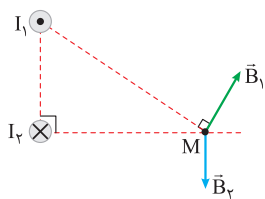
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

فیزیک

**مشاوره** ویژگی‌های مثلث‌های قائم‌الزاویه با زاویه‌های  $30^\circ$ ،  $60^\circ$  و  $90^\circ$  و زاویه‌های  $37^\circ$ ،  $53^\circ$  و  $90^\circ$  رو قلوب یاد بگیر. خیلی باها به دردت می‌فوره.

**پاسخ تشریحی** گام اول: جهت میدان مغناطیسی ناشی از هر یک از سیم‌ها را در نقطه M طبق

قاعده دست راست به دست می‌آوریم:

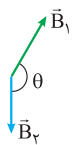
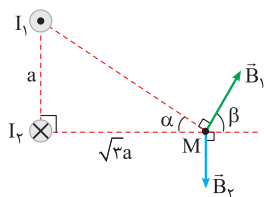


گام دوم: زاویه بین  $\vec{B}_1$  و  $\vec{B}_2$  (زاویه  $\theta$ ) را حساب می‌کنیم:

$$\tan \alpha = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\alpha + 90^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow 30^\circ + 90^\circ + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 60^\circ$$

$$\theta = \beta + 90^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$



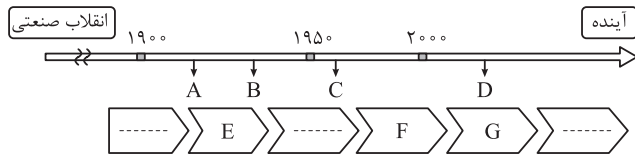
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



شیمی (۳): صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۲

## تست و پاسخ ۷۶

با توجه به نمودار زیر که چند نمونه فرآورده حاصل از فناوری‌های شیمیایی در گذر زمان را نشان می‌دهد، کدام موارد به درستی معرفی شده‌اند؟

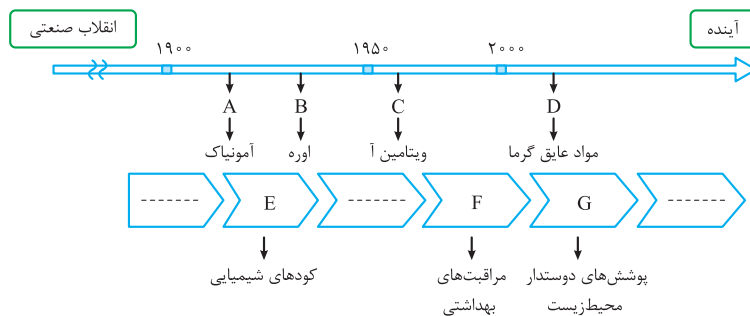
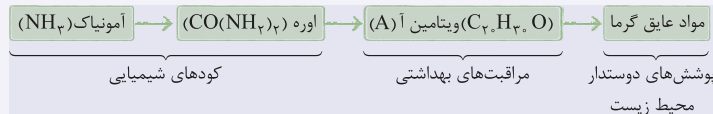


- (۱) A: اوره، B: آمونیاک، G: مراقبت‌های بهداشتی  
 (۲) E: پوشش‌های دوستدار محیط زیست، C: ویتامین آ، D: مواد عایق گرما  
 (۳) B: اوره، C: ویتامین آ، G: پوشش‌های دوستدار محیط زیست  
 (۴) A: ویتامین آ، C: مواد عایق گرما، F: مراقبت‌های بهداشتی

## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی

**نکته** طبق نمودار کتاب درسی، ترتیب زمانی شناسایی و تولید چند فرآورده حاصل از فناوری‌های شیمیایی پس از انقلاب صنعتی به صورت مقابل است:



پس از انقلاب صنعتی ابتدا کودهای شیمیایی و بعد فرآورده‌های مربوط به مراقبت‌های بهداشتی و بعد از آن فرآورده‌های مربوط به پوشش‌های دوستدار محیط زیست شناسایی و تولید شدند؛ بنابراین موارد A تا G در نمودار سؤال، به صورت روبه‌رو هستند:

## تست و پاسخ ۷۷

کدام مطلب درست است؟

- (۱) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور غیریکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.  
 (۲) ایجاد و تشدید بیماری‌هایی مانند برونشیت، آسم، وبا و سرطان ریه از جمله عوارض آلودگی هوا هستند.  
 (۳) ترتیب مقدار آلاینده (برحسب گرم) به ازای طی یک کیلومتر توسط خودرو به صورت:  $NO < C_xH_y < CO$  است.  
 (۴) آلاینده‌های  $C_xH_y$ ،  $NO$ ،  $NO_2$ ،  $SO_2$  و  $CO$  در خروجی اگزوز خودروها وجود دارند.

## پاسخ: گزینه ۳

## درس نامه

● هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند، یعنی یک مخلوط همگن (محلول گازی) است. در حالی که هوای آلوده حاوی گازهایی مانند  $SO_2$ ،  $O_3$ ،  $NO_2$ ،  $CO$ ،  $NO$ ،  $C_xH_y$  و ذره‌های معلق و مواد آلی فزاینده است. هوای آلوده به دلیل وجود آلاینده‌های مختلف، بوی بدی دارد، چهره شهر را زشت می‌کند، فرسودگی ساختمان‌ها و پوسیدگی خودروها را سرعت بخشیده و باعث ایجاد و تشدید بیماری‌های تنفسی از جمله برونشیت، آسم، سرطان ریه و حتی مرگ می‌شود.

● آلاینده‌های  $C_xH_y$  (هیدروکربن‌ها)،  $NO$ ،  $SO_2$  و  $CO$  در خروجی اگزوز خودروها وجود دارند و مقایسه مقدار برخی از آن‌ها به صورت روبه‌رو است:  $CO > C_xH_y > NO$ : مقدار آلاینده خروجی اگزوز خودروها (برحسب گرم)



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

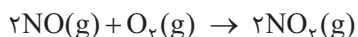
پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) هوای خشک و پاک یک مخلوط همگن (مخلول گازی) است؛ یعنی مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند، نه غیریکنواخت!

۲) وبا از جمله بیماری‌های واگیردار است که با آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود، نه از طریق آلودگی هوا!

۳) ترتیب مقدار آلاینده‌های تولیدی در یک خودرو (برحسب گرم) به ازای طی مسافت یک کیلومتر، به صورت  $NO < C_xH_y < CO$  است.

۴) گاز قهوه‌ای‌رنگ  $NO_2$  جزء آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودرو نیست و در اثر واکنش زیر در هواکره تولید می‌شود:



## تست و پاسخ ۷۸

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- برخلاف واکنش سوختن گاز هیدروژن، انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید در دما و هوای اتاق تأمین می‌شود.
- شناسایی اکسیدهای نیتروژن در هواکره و ام. آر. آی (MRI)، نمونه‌هایی از کاربرد طیف‌سنجی فروسرخ هستند.
- کاتالیزورها اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند و هر کاتالیزگر تنها سرعت برخی واکنش‌ها را افزایش می‌دهد.
- همانند پرتوهای فروسرخ، پرتوهای فرابنفش و نور مرئی نیز با ماده برهم‌کنش دارند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

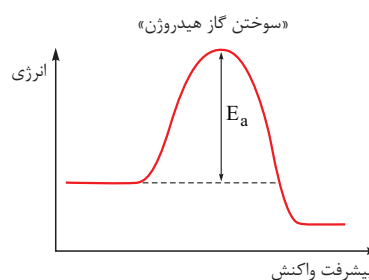
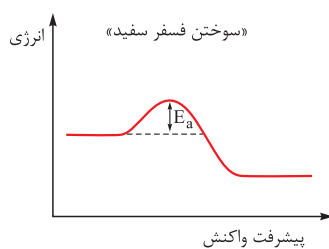
۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی فقط عبارت دوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و دمای اتاق می‌سوزد. این واقعیت نشان می‌دهد که انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن فسفر سفید در دما و هوای اتاق تأمین می‌شود، اما انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن به قدری زیاد است که در دمای اتاق تأمین نمی‌شود.



سوختن گاز هیدروژن < سوختن فسفر سفید :  $E_a$  در دمای اتاق

عبارت دوم:

تشخیص گروه‌های عاملی	کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ
شناسایی آلاینده‌هایی مانند $CO$ و $NO_x$ در هواکره	
شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای	

MRI از کاربردهای طیف‌سنجی فروسرخ نیست! (صرفاً جهت اطلاع 😊): در دستگاه تصویربرداری MRI، از یک میدان مغناطیسی قوی و امواج رادیویی استفاده می‌شود.

عبارت سوم: کاتالیزورها اغلب اختصاصی و انتخابی عمل می‌کنند و هر کاتالیزگر به شمار معدودی واکنش سرعت می‌بخشد.

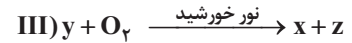
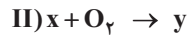
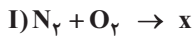
عبارت چهارم: کاملاً درسته، علاوه بر پرتوهای فروسرخ، دیگر پرتوها مانند پرتوهای مرئی، فرابنفش و ... نیز با ماده برهم‌کنش دارند.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۷۹

اگر معادله‌های زیر مربوط به پیدایش گازهای نیتروژن مونوکسید، اوزون و نیتروژن دی‌اکسید در هواکره باشند، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟



الف) واکنش (I) علاوه بر دمای بالای داخل موتور خودرو، در حضور رعد و برق نیز انجام پذیر است.

ب)  $x$  و  $y$  ترکیباتی بسیار واکنش پذیرند و محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشتایی پیروی نمی‌کنند.

پ) ترتیب حداکثر غلظتی که این آلاینده‌ها در طول شبانه‌روز در هوای یک شهر بزرگ دارند، به صورت  $y > x > z$  است.

ت) در واکنش (III) اگر نسبت ضریب مولی  $x$  به  $z$ ،  $\frac{1}{4}$  باشد، ضریب  $O_2$  در واکنش موازنه شده می‌تواند ۵ باشد.

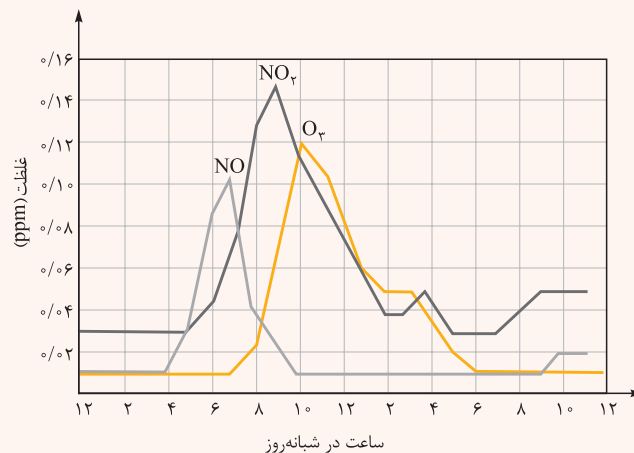
(۱) الف - ب - ت (۲) الف - ب (۳) پ - ت (۴) ب - پ - ت

## پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

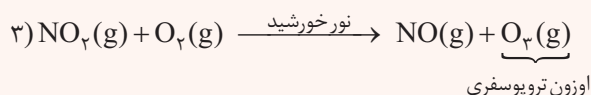
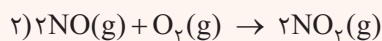
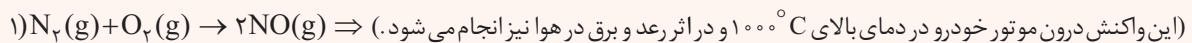
## درس نامه

نمودار زیر، غلظت آلاینده‌های  $NO$ ،  $NO_2$  و  $O_3$  را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد.



با توجه به نمودار، مقایسه حداکثر غلظت این آلاینده‌ها (ماکزیم نمودارها) در یک شبانه‌روز به صورت  $NO_2 > O_3 > NO$  است.

واکنش‌های تولید این ۳ آلاینده به صورت زیر است:



## پاسخ تشریحی بررسی عبارت‌ها:

الف) گازهای نیتروژن و اکسیژن در دما و فشار اتاق با هم واکنش نمی‌دهند، اما درون موتور خودرو در دماهای بالای  $1000^\circ C$  و هم‌چنین در اثر رعد و برق در طبیعت با هم واکنش می‌دهند و گاز  $NO$  تولید می‌شود.

ب)  $x$  همان  $NO$  و  $y$  همان  $NO_2$  هستند که در ساختار لوویس هر دو ماده، الکترون تک وجود دارد (رادیکال (گونه‌هایی بسیار واکنش پذیر) هستند) و در آن‌ها اتم‌های  $N$  از قاعده هشت تایی پیروی نمی‌کنند.



پ) مقایسه حداکثر غلظت این آلاینده‌ها در طول شبانه‌روز به صورت  $\underbrace{NO_2}_y > \underbrace{O_3}_z > \underbrace{NO}_x$  است.

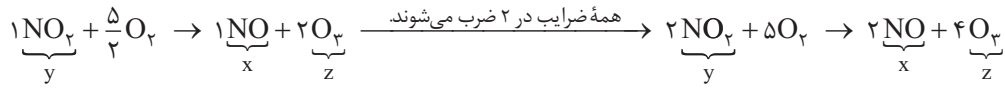




# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

**شیمی**

ت) برخی از واکنش‌ها، به چند طریق موازنه می‌شوند. با این‌که واکنش  $NO_2 + O_2 \rightarrow NO + O_3$  موازنه شده است، ولی می‌توان معادله موازنه شده آن را به صورت زیر نیز نوشت: (بیاید نسبت ضریب  $(NO)$   $x$  به  $(O_2)$   $z$  را برابر  $\frac{1}{4}$  در نظر بگیریم.)



$$\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } z} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{ضریب } O_2 = 5$$

**دام‌تستی** اگر در واکنش (III)، با قراردادن ضرایب ۱ و ۲ به ترتیب برای NO و  $O_3$ ، معادله را موازنه کنیم، ابتدا ضریب  $O_2$  برابر  $\frac{5}{4}$  می‌شود، نه ۵! دقت کنید که در موازنه واکنش‌ها، ضریب‌های کسری را باید از بین ببریم؛ بنابراین با ضرب کردن همه ضرایب در عدد ۴، ضریب  $O_2$  برابر ۵ شده و باز هم نسبت ضریب NO به  $O_3$  برابر  $\frac{1}{2}$  است.

## تست و پاسخ ۸۰

چند مورد از مطالب زیر درباره انرژی فعال‌سازی و سرعت واکنش، درست است؟

- اگر انرژی فعال‌سازی واکنش شیمیایی تأمین نشود، واکنش دهنده(ها) دست‌نخورده باقی می‌ماند.
- واکنش‌های گرماده چون انرژی فعال‌سازی کم‌تری نسبت به واکنش‌های گرماگیر دارند، سرعت بیشتری دارند.
- افزایش دمای کافی، با تأمین انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت واکنش را زیاد می‌کند.
- هر واکنشی که سبب تولید فراورده‌های پایدارتری می‌شود، به انرژی کم‌تری برای آغاز واکنش نیاز دارد.

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

### پاسخ: گزینه ۱

عبارت‌های اول و سوم درست‌اند.

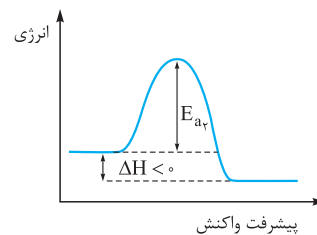
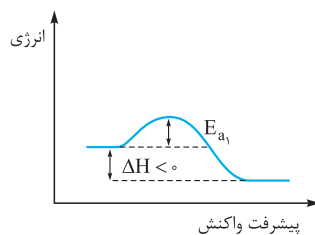
**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در همه واکنش‌های شیمیایی، اگر انرژی فعال‌سازی واکنش تأمین نشود، واکنش هرگز انجام نمی‌شود و واکنش دهنده(ها) دست‌نخورده باقی می‌ماند.

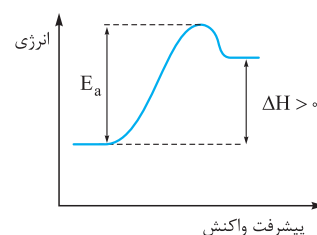
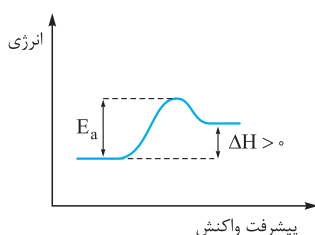
عبارت دوم: سرعت واکنش هیچ ربطی به گرماده یا گرماگیر بودن آن ( $\Delta H$  واکنش) ندارد. در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی فراورده‌ها کم‌تر از سطح انرژی واکنش دهنده‌ها است، ولی مقدار انرژی فعال‌سازی این واکنش‌ها (تفاوت سطح انرژی ذره به‌وجودآمده در قله نمودار با سطح انرژی واکنش دهنده‌ها) می‌تواند کم (نمودار ۱) یا زیاد (نمودار ۲) باشد.

(۱)

(۲)



برای واکنش‌های گرماگیر نیز مقدار  $E_a$  می‌تواند کم یا زیاد باشد.



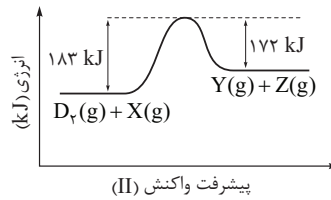
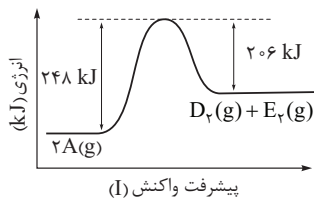
## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت سوم: افزایش دما به مقدار کافی، با تأمین انرژی فعال سازی واکنش ها، سرعت آن ها را افزایش می دهد (دقت کنید که استفاده از کاتالیزگر با کاهش  $E_a$  و تأمین شدن آن، سبب افزایش سرعت واکنش ها می شود، ولی افزایش دما، مقدار  $E_a$  را تغییر نمی دهد).  
عبارت چهارم: په ربطی داره؟! سرعت واکنش تنها به مقدار انرژی فعال سازی واکنش (تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده ها با ذره به وجود آمده در قله نمودار) وابسته است، مثلاً در واکنش های گرماده، سطح انرژی فرآورده ها پایین تر از سطح انرژی واکنش دهنده ها است و فرآورده ها از واکنش دهنده ها پایدارترند، اما همان طور که در عبارت دوم گفته شد، مقدار  $E_a$  در این واکنش ها می تواند کم یا زیاد باشد.

## تست و پاسخ (۸۱)

اگر واکنش های زیر در شرایط یکسان انجام شوند، با توجه به نمودارهای داده شده، درستی یا نادرستی مطالب زیر، به ترتیب، کدام است؟



- سرعت تشکیل گاز  $D_r$  (در واکنش I) از سرعت مصرف آن (در واکنش II) کم تر است.
- تفاوت انرژی مورد نیاز برای انجام دو واکنش، برابر ۵۶ کیلوژول است.
- به ازای مصرف ۱ مول گاز A در واکنش I، ۲۱ کیلوژول گرما آزاد می شود.
- تفاوت آنتالپی دو واکنش برابر ۳۱ کیلوژول است.

(۲) درست - نادرست - نادرست - درست  
(۴) درست - نادرست - درست - نادرست

(۱) درست - درست - نادرست - درست  
(۳) نادرست - درست - درست - نادرست

## پاسخ: گزینه ۲

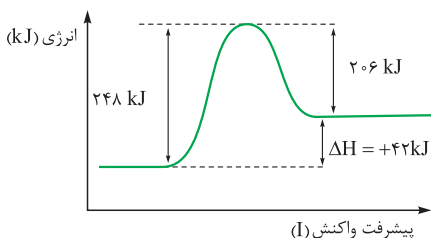
عبارت های اول و چهارم، درست و عبارت های دوم و سوم، نادرست اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت ها:

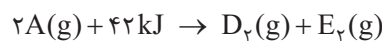
عبارت اول: انرژی فعال سازی واکنش (I) برابر ۲۴۸ kJ و انرژی فعال سازی واکنش (II) برابر ۱۸۳ kJ است. می دانیم، هر چه انرژی فعال سازی واکنش کم تر باشد، سرعت آن واکنش، بیشتر خواهد بود؛ پس سرعت مصرف  $D_r$  در واکنش (II) نسبت به سرعت تولید آن در واکنش (I)، بیشتر است.

$$E_{a(I)} - E_{a(II)} = 248 - 183 = 65 \text{ kJ}$$

عبارت دوم: انرژی مورد نیاز برای انجام واکنش همان  $E_a$  واکنش است.



عبارت سوم: با توجه به نمودار داده شده، آنتالپی واکنش (I) برابر ۴۲ کیلوژول است و واکنش گرماگیر است؛ پس گرما مصرف می شود، نه آزاد!



$$\text{گرما مصرف می شود. } 21 \text{ kJ} = 1 \text{ mol A} \times \frac{42 \text{ kJ}}{2 \text{ mol A}} = 21 \text{ kJ}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ماده A}} \times \frac{Q}{\Delta H} = \frac{1}{2} \Rightarrow Q = 21 \text{ kJ}$$

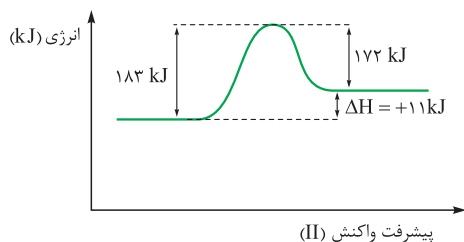
روش دوم: استفاده از کسر تناسب:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت چهارم: با توجه به نمودارهای داده شده، آنتالپی واکنش (I) برابر  $+42 \text{ kJ}$  و آنتالپی واکنش (II) برابر  $+11 \text{ kJ}$  است؛ پس داریم:



$$\text{تفاوت آنتالپی دو واکنش} = 42 - 11 = 31 \text{ kJ}$$

## تست و پاسخ ۸۲

به ترتیب از راست به چپ، در یک واکنش برگشتناپذیر، چند مورد از موارد زیر، در حضور کاتالیزگر کاهش می‌یابد و چند مورد، با افزایش دما، افزایش می‌یابد؟

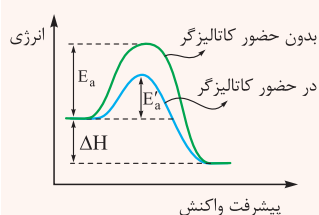
- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| • سرعت تولید فراورده   | • سطح انرژی قله نمودار |
| • زمان انجام واکنش     | • گرمای مبادله شده     |
| • مقدار فراورده تولیدی | • انرژی واکنش دهنده‌ها |
| • پایداری فراورده‌ها   | • انرژی فعال‌سازی      |
| ۳ - ۳ (۱)              | ۲ - ۳ (۲)              |
| ۳ - ۲ (۳)              | ۲ - ۲ (۴)              |

## پاسخ: گزینه ۲

### درس نامه

کاتالیزگر ماده‌ای است که سرعت واکنش را افزایش می‌دهد، در حالی که خودش در پایان واکنش دست‌نخورده باقی می‌ماند. کاتالیزگر با تغییر مسیر انجام واکنش، انرژی فعال‌سازی را کاهش می‌دهد و باعث می‌شود واکنش دهنده‌ها سریع‌تر به فراورده‌ها تبدیل شوند؛ بنابراین با استفاده از کاتالیزگر می‌توان واکنش‌هایی را که انرژی فعال‌سازی زیادی دارند، در دما و فشار پایین‌تر با سرعت مناسب انجام داد.

**حواستون باشه** کاتالیزگر سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها و در نتیجه آنتالپی واکنش ( $\Delta H$  واکنش) را تغییر نمی‌دهد.



کاتالیزگر این موارد را کاهش می‌دهد.	کاتالیزگر این موارد را افزایش می‌دهد.	کاتالیزگر این موارد را تغییر نمی‌دهد.
<ul style="list-style-type: none"> <li>• انرژی فعال‌سازی واکنش</li> <li>• سطح انرژی گونه تشکیل شده در قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش</li> <li>• زمان انجام واکنش</li> <li>• آلاینده‌های تولید شده در واکنش‌های انجام شده در صنعت</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• سرعت واکنش (شیب نمودار مول - زمان یا غلظت - زمان)</li> <li>• پایداری گونه تشکیل شده در قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها</li> <li>• <math>\Delta H</math> واکنش</li> <li>• مقدار نهایی فراورده‌ها (پیشرفت واکنش)</li> </ul>

**پاسخ تشریحی** زمان انجام واکنش، سطح انرژی قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش و انرژی فعال‌سازی در حضور کاتالیزگر کاهش می‌یابد (۳ مورد). با افزایش دما، انرژی واکنش دهنده‌ها و سرعت تولید فراورده‌ها افزایش می‌یابد (۲ مورد).

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۸۳

اگر فاصله بین سطح انرژی فراورده‌ها و قله نمودار انرژی - پیشرفت یک واکنش برابر  $90 \text{ kJ}$  و فاصله بین سطح انرژی فراورده‌ها و واکنش‌دهنده‌ها در آن برابر  $50 \text{ kJ}$  باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر در مورد این واکنش می‌تواند درست باشد؟

یعنی واکنش  
گرماگیر باشد.

• علامت  $\Delta H$  واکنش می‌تواند مثبت یا منفی باشد و در حالتی که  $\Delta H < 0$  است، سرعت واکنش بیشتر است.

• اگر آنتالپی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها بیشتر باشد، انرژی فعال‌سازی واکنش برابر  $40 \text{ kJ}$  است.

• اگر مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها از فراورده‌ها بیشتر باشد، تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و قله نمودار برابر  $140 \text{ kJ}$  است.

• این واکنش می‌تواند گرماده یا گرماگیر باشد و قدرمطلق تفاوت انرژی فعال‌سازی واکنش در جهت رفت و برگشت، در هر دو حالت برابر است.

یعنی انرژی  
فعال‌سازی واکنش  
( $E_a$ )

یعنی واکنش گرماگیر  
( $\Delta H > 0$ ) باشد.

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

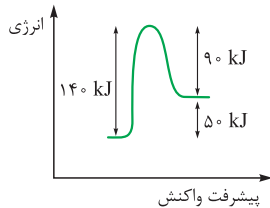
۱ (۴)

## پاسخ: گزینه ۲

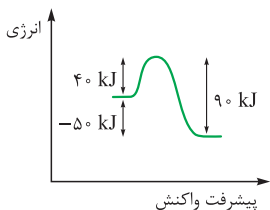
عبارت‌های اول، سوم و چهارم درست‌اند.

پاسخ تشریحی چون در صورت سؤال اشاره‌ای نشده است که سطح انرژی فراورده‌ها از واکنش‌دهنده‌ها،  $50 \text{ kJ}$  بیشتر یا کم‌تر است؛ بنابراین دو حالت متفاوت می‌توان در نظر گرفت:

(الف) سطح انرژی فراورده‌ها بالاتر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است (واکنش گرماگیر):



(ب) سطح انرژی فراورده‌ها پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها است (واکنش گرماده):



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در واکنش گرماده (ب)،  $\Delta H < 0$  است و  $E_a$  واکنش برابر  $40 \text{ kJ}$  می‌باشد، ولی در واکنش گرماگیر (الف)،  $\Delta H > 0$  بوده و  $E_a$  واکنش برابر  $140 \text{ kJ}$  است. از آنجا که سرعت واکنش با  $E_a$  واکنش رابطه وارونه دارد، سرعت واکنش در حالتی که واکنش گرماده است (یعنی واکنش ب)، بیشتر می‌باشد.

عبارت دوم: در واکنش‌های گرماگیر، آنتالپی فراورده‌ها از آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها بیشتر است. در واکنش گرماگیر (الف)،  $E_a$  واکنش برابر  $140 \text{ kJ}$  است.

عبارت سوم: در واکنش‌های گرماگیر ( $\Delta H > 0$ )، مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها از مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها بیشتر است:

مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها - مجموع آنتالپی پیوند واکنش‌دهنده‌ها = واکنش  $\Delta H$

در واکنش گرماگیر (الف)،  $E_a$  واکنش برابر  $140 \text{ kJ}$  است.

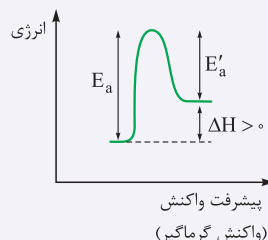
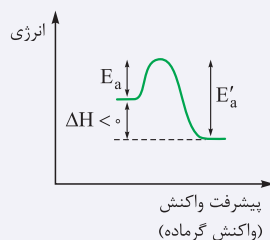
عبارت چهارم: در هر دو حالت گرماگیر (الف) و گرماده (ب)، قدرمطلق تفاوت  $E_a$  واکنش رفت و  $E_a$  واکنش برگشت، برابر  $50 \text{ kJ}$  است.

(قدرمطلق آنتالپی هر دو واکنش برابر  $50 \text{ kJ}$  است.)



**نکته** اگر انرژی فعال سازی واکنش در جهت رفت را با  $E_a$  و در جهت برگشت را با  $E'_a$  نشان دهیم، آنتالپی یک واکنش را می توان از رابطهٔ روبه‌رو به دست آورد:

$$\Delta H = E_a - E'_a$$



## تست و پاسخ ۸۴

کدام مطلب در مورد واکنش گاز هیدروژن با اکسیژن نادرست است؟

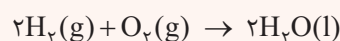
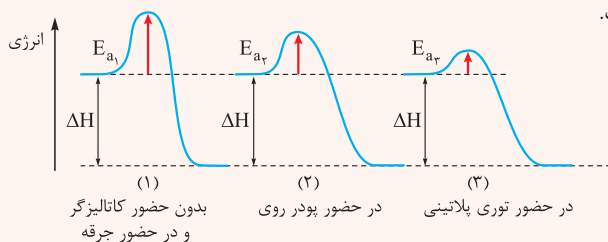
- سرعت این واکنش مانند واکنش  $N_2$  با  $H_2$ ، در دمای اتاق ناچیز است و عملاً انجام نمی‌شود.
- این واکنش در حضور جرقه یا در حضور کاتالیزگر روی، به صورت انفجاری رخ می‌دهد.
- استفاده از کاتالیزگر پلاتین در آن نسبت به کاتالیزگر روی، سطح انرژی قلهٔ نمودار را، بیشتر کاهش می‌دهد.
- به ازای مصرف مقدار معینی گاز هیدروژن، گرمای مبادله‌شده در این واکنش در دمای اتاق با ایجاد جرقه با گرمای مبادله‌شده در حضور پودر روی یکسان است.

## پاسخ: گزینهٔ ۲

**درس نامه** با توجه به جدول زیر که برخی داده‌های مربوط به واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن را در شرایط گوناگون نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که:

شرایط آزمایش	دما (°C)	سرعت واکنش	آنتالپی واکنش (kJ)
بدون حضور کاتالیزگر	۲۵	ناچیز	-۵۷۲
ایجاد جرقه در مخلوط	۲۵	انفجاری	-۵۷۲
در حضور پودر روی	۲۵	سریع	-۵۷۲
در حضور توری پلاتینی	۲۵	انفجاری	-۵۷۲

- واکنش سوختن هیدروژن در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر انجام نمی‌شود، زیرا انرژی فعال سازی آن بالا است.
- با ایجاد جرقه در مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن، انرژی فعال سازی واکنش تأمین شده و واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود.
- فلزهای روی (Zn) و پلاتین (Pt)، کاتالیزگرهای واکنش سوختن هیدروژن هستند. در حضور پودر روی، واکنش سریع و در حضور توری پلاتینی، واکنش به صورت انفجاری انجام می‌شود؛ بنابراین توری پلاتینی انرژی فعال سازی واکنش را بیشتر کاهش می‌دهد و کاتالیزگر مناسب‌تری برای سوختن هیدروژن است.
- در همهٔ مسیرهای انجام واکنش، آنتالپی واکنش مقداری ثابت است.



انرژی فعال سازی با استفاده از گرما و جرقه، تأمین می‌شود. با استفاده از کاتالیزگر، کاهش می‌یابد.

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) سرعت واکنش سوختن هیدروژن (بدون حضور کاتالیزگر)، مانند سرعت واکنش گازهای نیتروژن با هیدروژن در دمای اتاق، ناچیز است و عملاً انجام نمی‌شود. (انرژی فعال‌سازی هر دو واکنش بسیار زیاد است.)
- ۲) واکنش سوختن هیدروژن در حضور جرقه همانند انجام واکنش در حضور کاتالیزگر توری پلاتینی، به صورت انفجاری انجام می‌شود. در حضور کاتالیزگر پودر روی، واکنش سریع انجام می‌شود، نه انفجاری!
- ۳) توری پلاتینی نسبت به پودر روی، کاتالیزگر مناسب‌تری برای واکنش سوختن هیدروژن است و  $E_a$  واکنش و در واقع سطح انرژی قله نمودار انرژی - پیشرفت واکنش را، بیشتر کاهش می‌دهد.
- ۴) استفاده از جرقه و حتی استفاده از کاتالیزگر، آنتالپی واکنش (تفاوت سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها و فرآورده‌ها) را تغییر نمی‌دهد؛ پس در دمای ثابت، به ازای مصرف مقدار معینی گاز هیدروژن، گرمای یکسانی در هر حالت مبادله می‌شود.

## تست و پاسخ ۸۵

جدول زیر اطلاعاتی از ۳ واکنش را نشان می‌دهد. اگر با گرمای حاصل از مصرف ۵/۰ مول X بتوان دمای ۲/۱ کیلوگرم فلز مس را به اندازه  $10^{\circ}\text{C}$  افزایش داد و در نمودار انرژی - پیشرفت واکنش‌ها، فاصله قله نمودار تا فرآورده‌ها، در واکنش‌های ۲ و ۳ برابر باشد، جمع جبری a و b کدام است؟ ( $c = 4.18 \text{ J.g}^{-1}.\text{C}^{-1}$ )

شماره واکنش	معادله واکنش	$E_a$ (KJ)	$\Delta H$ (kJ)
۱	$2A \rightarrow B$	۶۲	b
۲	$X \rightarrow Y$	a	
۳	$B \rightarrow 2A$	۲۰	

۸۹ / ۸ (۴)

۵۶ / ۲ (۳)

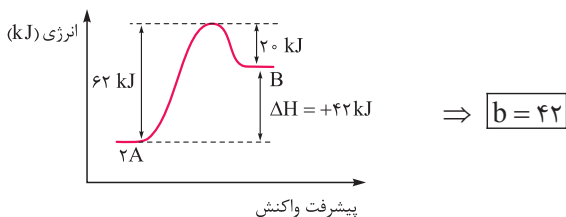
۸۷ / ۲ (۲)

۱۲۰ / ۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** با استفاده از داده‌های ردیف (۱) و (۳) جدول و رسم نمودار انرژی - پیشرفت واکنش  $2A \rightarrow B$ ، آنتالپی این واکنش را حساب کن. سپس آنتالپی واکنش  $X \rightarrow Y$  را از روی گرمای داده‌شده به فلز مس، به دست بیار. در نهایت با رسم نمودار انرژی - پیشرفت واکنش  $X \rightarrow Y$ ، مقدار a را حساب کن.

**پاسخ تشریحی گام اول:** با استفاده از مقادیر  $E_a$  برای واکنش‌های (۱) و (۳)، نمودار انرژی - پیشرفت واکنش  $2A \rightarrow B$  را رسم کرده و مقدار آنتالپی واکنش (b) را حساب می‌کنیم.



گام دوم: از روی گرمای داده‌شده بر مس، آنتالپی واکنش  $X \rightarrow Y$  را به دست می‌آوریم:

$$Q = mc\Delta\theta = 2100 \times 0.4 \times 10 = 8400 \text{ J} = 8.4 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kJ} = 1 \text{ mol} \times \frac{8.4 \text{ kJ}}{0.5 \text{ mol}} = 16.8 \text{ kJ}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

چون در این واکنش گرما آزاد شده و سبب افزایش دمای مس شده است؛ پس واکنش گرماده است و  $\Delta H$  آن برابر  $-16.8 \text{ kJ}$  است.

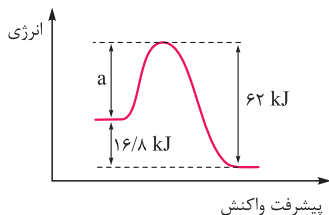
روش دوم: استفاده از کسر تناسب:



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

$$\frac{\text{مول}}{\text{ماده} \times 1} = \frac{Q \text{ یا } (mc\Delta\theta)}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{0/5}{1 \times 1} = \frac{2100 \times 0/4 \times 10}{|\Delta H|} \Rightarrow \Delta H = -16800 \text{ J} \Rightarrow \Delta H = -16/8 \text{ kJ}$$



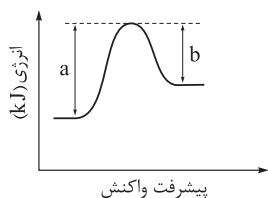
گام سوم: با توجه به این که گفته شده، در نمودار انرژی - پیشرفت واکنشها، فاصله قله نمودارها تا فراوردهها، در واکنشهای  $B \rightarrow 2A$  و  $X \rightarrow Y$  برابر است؛ پس نمودار انرژی - پیشرفت واکنش  $X \rightarrow Y$  به صورت مقابل است:

$$\Rightarrow a + 16/8 = 62 \Rightarrow a = 45/2 \text{ kJ}$$

$$a + b = 45/2 + 42 = \boxed{87/2}$$

## تست و پاسخ ۸۶

نسبت  $\frac{a}{b}$  در نمودار زیر در غیاب کاتالیزگر برابر  $\frac{5}{3}$  است. اگر در حضور کاتالیزگر نسبت «فاصله سطح انرژی فراوردهها و قله انرژی» به  $\Delta H$  واکنش برابر  $\frac{3}{4}$  باشد، کاتالیزگر واکنش باعث کاهش چند درصدی مقدار  $b$  شده است؟



۳۵ (۱)

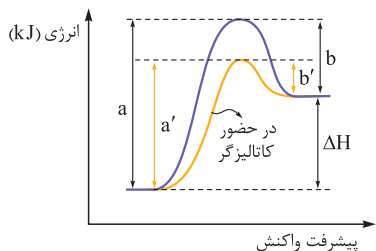
۴۰ (۲)

۴۵ (۳)

۵۰ (۴)

## پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی گام اول: ابتدا نسبت‌های داده شده را با استفاده از نمودار انرژی - پیشرفت واکنش می‌نویسیم:



$$\Delta H = a - b = a' - b'$$

$$\frac{a}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow b = \frac{3}{5}a = 0/6a$$

$$\frac{b'}{\Delta H} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{b'}{a - b} = \frac{3}{4} \Rightarrow b' = \frac{3}{4}(a - b) = \frac{3}{4}(0/4a) = 0/3a$$

$$b \text{ مقدار کاهش درصد} = \frac{b - b'}{b} \times 100 = \frac{0/6a - 0/3a}{0/6a} \times 100 = 50\%$$

گام دوم: درصد کاهش  $b$  را حساب می‌کنیم:

## تست و پاسخ ۸۷

کدام گزینه در مورد مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی، نادرست است؟

- (۱) مبدل کاتالیستی قطعه‌ای سرامیکی به شکل توری است که فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین روی سطح آن قرار می‌گیرد.
- (۲) برای افزایش کارایی و افزایش سطح تماس کاتالیزگرها با آلاینده‌ها، کاتالیزگرها را به شکل مش‌های ریز درمی‌آورند.
- (۳) سرب و گوگرد موجود در بنزین‌های کم‌کیفیت، می‌توانند سبب کاهش کارایی مبدل‌های کاتالیستی شوند.
- (۴) هر چند کاتالیزگرها در واکنش دست‌نخورده باقی می‌مانند، ولی مبدل کاتالیستی را باید پس از کاهش کارایی، تعویض کرد.

## پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

- ۱) مبدل‌های کاتالیستی، توری‌هایی از جنس سرامیک هستند که سطح آن‌ها با فلزهای پلاتین (Pt)، پالادیم (Pd) و رودیم (Rd) پوشانده شده است.
- ۲) برای افزایش کارایی مبدل کاتالیستی، گاهی قطعه سرامیکی را به شکل مش (دانه)‌های ریز درمی‌آورند و کاتالیزگرها را روی سطح آن می‌نشانند؛ زیرا سطح تماس مش‌ها از توری بیشتر است.
- ۳ و ۴) با این که مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند (کاتالیزگرها در واکنش مصرف نمی‌شوند و دست‌نخورده باقی می‌مانند)،

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



اما پس از مدت معین، کارایی آن‌ها کاهش می‌یابد و دیگر قابل استفاده نبوده و باید تعویض شوند (کاهش کارایی مبدل کاتالیستی می‌تواند به دلیل وجود ناخالصی‌هایی مانند سرب و گوگرد در بنزین با کیفیت پایین باشد).

## تست و پاسخ

خودرویی که به طور میانگین در طول شبانه‌روز مسافت  $90 \text{ km}$  را طی می‌کند، دارای نوعی مبدل کاتالیستی است که می‌تواند مقدار آلاینده‌های  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$  را مطابق جدول داده‌شده، کاهش دهد. اگر در طی یک شبانه‌روز بر اثر واکنش‌های انجام‌گرفته در این مبدل جهت حذف آلاینده‌ها،  $5130 \text{ kJ}$  گرما آزاد شود، مقدار  $x$  در جدول زیر کدام است؟ ( $\text{C} = 12, \text{N} = 14, \text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$ )

NO	CO	فرمول شیمیایی آلاینده	
۱/۰۴	۶	در غیاب مبدل	مقدار آلاینده برحسب گرم به ازای طی یک کیلومتر
۰/۰۴	x	در حضور مبدل	
۱۸۰	۵۶۰	قدرمطلق $\Delta H$ واکنش موازنه‌شده برای کاهش مقدار آلاینده (kJ)	

۵/۴ (۴)

۱/۶۷ (۳)

۰/۶ (۲)

۰/۰۷ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا مقدار گرمای آزادشده به ازای حذف  $\text{NO}$  را محاسبه کن و از مقدار کل گرمای آزادشده ( $5130 \text{ kJ}$ ) کم کن. سپس از روی گرمای به‌دست‌آمده در این مرحله، جرم  $\text{CO}$  حذف‌شده در مبدل را به دست بیار و از مقدار  $\text{CO}$  در غیاب مبدل ( $6 \text{ g}$ ) کم کن تا  $x$  (مقدار  $\text{CO}$  باقی‌مانده در حضور مبدل) به دست بیاد.

**پاسخ تشریحی** گام اول: با توجه به این‌که هر دو واکنش حذف آلاینده‌های  $\text{CO}$  و  $\text{NO}$  در مبدل کاتالیستی خودروها، گرماده هستند، ابتدا گرمای آزادشده از حذف  $\text{NO}$  به ازای طی  $90 \text{ km}$  مسافت در خودرو را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta H = -180 \text{ kJ}$$

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:



$$? \text{ kJ} = 90 \text{ km} \times \frac{(1/0.4 - 0/0.4) \text{ g NO}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{180 \text{ kJ}}{2 \text{ mol NO}} = 270 \text{ kJ}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{90(\text{km}) \times 1(\text{g/km})}{2 \times 30} = \frac{Q}{180} \Rightarrow Q = 270 \text{ kJ}$$

$$5130 - 270 = 4860 \text{ kJ}$$

گام دوم: گرمای آزادشده به ازای حذف  $\text{CO}$  را حساب می‌کنیم:گام سوم: جرم  $\text{CO}$  حذف‌شده در مبدل را به ازای طی مسافت  $1 \text{ km}$  در خودرو، به دست می‌آوریم:

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ g CO} = 1 \text{ km} \times \frac{4860 \text{ kJ}}{90 \text{ km}} \times \frac{2 \text{ mol CO}}{560 \text{ kJ}} \times \frac{28 \text{ g CO}}{1 \text{ mol CO}} = 5/4 \text{ g}$$

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\Rightarrow \frac{90(\text{km}) \times a(\text{g/km})}{2 \times 28} = \frac{4860}{560} \Rightarrow a = 5/4 \text{ g/km}$$

$$x = 6 - a \Rightarrow x = 6 - 5/4 = 0/6$$

گام چهارم: در نهایت جرم  $\text{CO}$  باقی‌مانده در حضور مبدل ( $x$ ) را حساب می‌کنیم:





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۸۹

- چه تعداد از مطالب زیر در مورد واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی درست است؟ ( $H = 1, O = 16: g.mol^{-1}$ )
- نسبت مجموع ضرایب مولی اکسیدهای نیتروژن به مجموع ضرایب فراورده‌ها در واکنش موازنه شده مورد نظر، برابر  $\frac{5}{4}$  است.
  - با انجام این واکنش در حجم و دمای ثابت، فشار مخلوط ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
  - به ازای مصرف ۵/۰ مول اکسنده، ۲۷ گرم آب تولید می‌شود.
  - اگر  $10^{23} \times 1/806$  الکترون مبادله شود، ۴/۴۸ لیتر واکنش‌دهنده در شرایط استاندارد مصرف می‌شود.
  - ترکیب چهاراتمی که در این واکنش شرکت می‌کند، با کاهش  $E_a$ ، سبب افزایش سرعت این واکنش می‌شود.
- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)

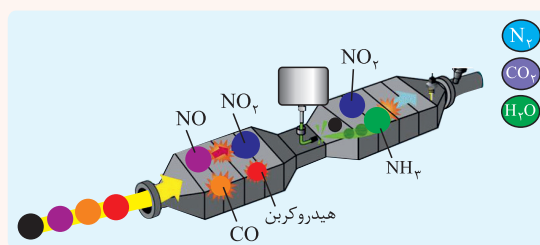
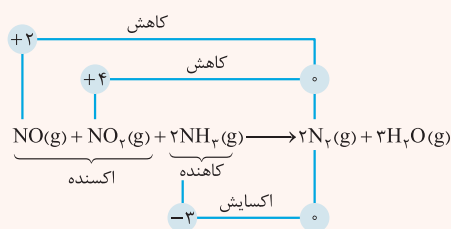
## پاسخ: گزینه ۱

### درس نامه •• مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی

واکنش حذف آلاینده‌های CO و  $C_xH_y$  در این مبدل‌ها مشابه با مبدل‌های خودروهای بنزینی است.

- ۱)  $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g), \Delta H < 0$  ، واکنش حذف کربن مونوکسید (سوختن)
- ۲)  $C_xH_y + (x + \frac{y}{4})O_2(g) \rightarrow xCO_2(g) + \frac{y}{2}H_2O(g), \Delta H < 0$  ، واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته (سوختن)

اما برای کاهش مقدار اکسیدهای نیتروژن ( $NO_2, NO$ ) و تبدیل آن‌ها به گاز  $N_2$ ، از آمونیاک طبق واکنش زیر استفاده می‌شود. با انجام این واکنش تا حدود زیادی از ورود گازهای NO و  $NO_2$  به هواکره جلوگیری می‌شود.



تغییر عدد اکسایش N      زیروند N

$$\text{شمار مول الکترون‌های مبادله‌شده} = 2 \times 1 \times 3 = 6$$

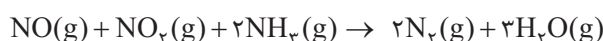
ضریب  $NH_3$  در واکنش، براساس مصرف کاهنده ( $NH_3$ )

پس هاستون باشه! با استفاده از هر دو مبدل خودروهای بنزینی و دیزلی، می‌توان اکسیدهای نیتروژن را به گاز نیتروژن تبدیل کرد؛ فقط واکنش‌هاشون فرق داره!

• با توجه به این‌که در مبدل خودروهای دیزلی برای حذف اکسیدهای نیتروژن، بخش جداگانه‌ای در نظر گرفته شده است، می‌توان گفت که مبدل‌های خودروهای دیزلی برخلاف مبدل‌های خودروهای بنزینی، دو مرحله‌ای‌اند.

### پاسخ تشریحی عبارت‌های دوم و چهارم درست‌اند.

واکنش حذف اکسیدهای نیتروژن در مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی به کمک آمونیاک انجام شده و به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: ضریب مولی هر یک از گازهای NO و  $NO_2$  در این واکنش، برابر یک و مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها برابر ۵ است.

$$\frac{\text{مجموع ضرایب مولی } NO_2, NO}{\text{مجموع ضرایب مولی فراورده‌ها}} = \frac{1+1}{2+3} = \frac{2}{5}$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



عبارت دوم: مطابق معادله موازنه شده واکنش حذف گازهای NO و NO<sub>2</sub>، به ازای مصرف ۴ مول واکنش دهنده گازی، ۵ مول فرآورده گازی تولید می شود.

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{4} = \frac{P_2}{5} \Rightarrow P_2 = \frac{5}{4} P_1$$

فرآورده ها واکنش دهنده ها

$$\text{درصد افزایش فشار} = \frac{P_2 - P_1}{P_1} \times 100 = \frac{\frac{5}{4} P_1 - P_1}{P_1} \times 100 = \left(\frac{5}{4} - 1\right) \times 100 = 25\%$$

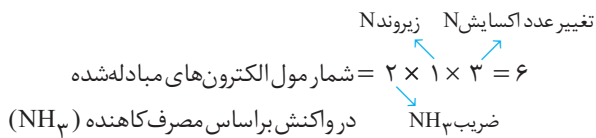
عبارت سوم: گونه های اکسنده، NO و NO<sub>2</sub> هستند. با توجه به معادله موازنه شده واکنش، در مجموع به ازای مصرف ۲ مول از گازهای NO و NO<sub>2</sub> (یک مول NO + یک مول NO<sub>2</sub>)، ۳ مول آب تولید می شود؛ پس داریم:

$$\text{روش اول: استفاده از کسر تبدیل: } \frac{3 \text{ mol H}_2\text{O}}{2 \text{ mol (NO, NO}_2\text{)}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 27 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{x/18}{2 \times 1} = \frac{27}{3 \times 18} \Rightarrow x = 27 \text{ g H}_2\text{O}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

عبارت چهارم: با توجه به معادله موازنه شده واکنش، به ازای مصرف ۲ مول NH<sub>3</sub>، ۶ مول الکترون در واکنش مبادله می شود؛ پس داریم:



روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{گاز} \frac{22}{4} \text{ L} \times \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ mol}} \times \frac{4 \text{ mol (واکنش دهنده: } 2 \text{ NH}_3, 1 \text{ NO}_2, 1 \text{ NO)}}{6 \text{ mole}^-} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{6 \times 10^2 \times 10^{23} \text{ e}^-} = 1/806 \times 10^{23} \text{ e}^-$$

واکنش دهنده گازی ۴/۴۸ L

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{تعداد}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{حجم مولی}} \Rightarrow \frac{1/806 \times 10^{23}}{6 \times 6 / 0.2 \times 10^{23}} = \frac{x \text{ L گاز}}{4 \times 22 / 4}$$

الکترون مبادله شده      گازهای واکنش دهنده

عبارت پنجم: ترکیب ۱۴می همان NH<sub>3</sub> است که نقش یکی از واکنش دهنده ها را در واکنش دارد، نه کاتالیزگر!

## تست و پاسخ ۹۰

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- انرژی فعال سازی واکنش انجام شده در سوختن کبریت، با گرمای تولید شده در اثر کشیده شدن نوک کبریت به سطح زبر قوطی آن، تأمین می شود.
- به کمک کاتالیزگر، می توان E<sub>ا</sub> را به اندازه ای کاهش داد که واکنش گرماگیر به گرماده تبدیل شود.
- مبدل های کاتالیستی خودروهای بنزینی، تک مرحله ای، اما مبدل های خودروهای دیزلی، دو مرحله ای اند.
- اتانول و دی متیل اتر فرمول مولکولی یکسانی دارند و برای تشخیص آن ها از یکدیگر نمی توان از طیف سنجی فرورسرخ استفاده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

عبارت های اول و سوم درست اند.

پاسخ تشریحی بررسی عبارت ها:

عبارت اول: یکی از روش های تأمین انرژی فعال سازی، گرمادادن به واکنش دهنده ها است. برای مثال، هنگامی که نوک کبریت روی سطح زبر قوطی کشیده می شود، گرما تولید می شود. این گرما، انرژی فعال سازی واکنش سوختن کبریت را تأمین می کند.



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت دوم: مگه داریم؟! کاتالیزگر با تغییر مسیر واکنش، فقط انرژی فعال سازی را کاهش داده و باعث می شود واکنش دهنده ها سریع تر به فراورده ها تبدیل شوند.

**حواستون باشه** کاتالیزگر، سطح انرژی واکنش دهنده ها و فراورده ها و در نتیجه  $\Delta H$  واکنش را تغییر نمی دهد.

عبارت سوم: چون در مبدل خودروهای دیزلی برای حذف اکسیدهای نیتروژن، بخش جداگانه ای در نظر گرفته شده است، می توان گفت که مبدل های خودروهای دیزلی برخلاف مبدل های خودروهای بنزینی، دومرحله ای اند.  
عبارت چهارم: هر یک از گروه های عاملی، گستره معین و منحصر به فردی از پرتوهای فروسرخ را جذب می کنند. براساس همین تفاوت، با استفاده از طیفسنجی فروسرخ می توان گروه های عاملی را از یکدیگر تشخیص داد.

**حواستون باشه** با این که اتانول و دی متیل اتر فرمول مولکولی یکسانی دارند ( $C_2H_6O$ )، ولی نوع گروه های عاملی این دو ترکیب متفاوت است. (اتانول دارای گروه عاملی هیدروکسیل  $-OH$  و دی متیل اتر دارای گروه عاملی اتری  $-O-$  است.)

شیمی (۲): صفحه های ۷۰ تا ۱۰۷

## تست و پاسخ ۹۱

درصد جرمی کربوهیدرات، پروتئین و چربی در یک نمونه شیر به ترتیب برابر  $4/1$ ،  $3/6$  و  $4/45$  است. خوردن یک لیوان شیر ( $300$  گرم) به تقریب برای چند روز می تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان  $75$  بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش را  $1$  J در نظر بگیرید.)

ماده غذایی	کربوهیدرات	چربی	پروتئین
ارزش سوختی ( $\text{kJ}\cdot\text{g}^{-1}$ )	۱۷	۳۸	۱۷

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا انرژی تولید شده به ازای مقدار کربوهیدرات، پروتئین و چربی موجود در  $300$  گرم شیر را محاسبه کن، سپس با توجه به مجموع انرژی آزاد شده و انرژی لازم برای هر تپش قلب، مدت زمان (تعداد روز) را به دست بیار.

**پاسخ تشریحی** گام اول: انرژی تولید یا آزاد شده به ازای هر یک از مواد (کربوهیدرات، پروتئین و چربی) موجود در  $300$  گرم شیر و مجموع آن ها را محاسبه می کنیم.

$$\left. \begin{aligned} ? \text{kJ} &= 300 \text{g شیر} \times \frac{4/1 \text{g کربوهیدرات}}{100 \text{g شیر}} \times \frac{17 \text{kJ}}{1 \text{g کربوهیدرات}} = 209/1 \text{kJ} \\ ? \text{kJ} &= 300 \text{g شیر} \times \frac{3/6 \text{g پروتئین}}{100 \text{g شیر}} \times \frac{17 \text{kJ}}{1 \text{g پروتئین}} = 183/6 \text{kJ} \\ ? \text{kJ} &= 300 \text{g شیر} \times \frac{4/45 \text{g چربی}}{100 \text{g شیر}} \times \frac{38 \text{kJ}}{1 \text{g چربی}} = 507/3 \text{kJ} \end{aligned} \right\} \text{کل انرژی آزاد شده} = 900 \text{kJ}$$

گام دوم: از روی انرژی به دست آمده، تعداد روزها را به دست می آوریم.

$$? \text{روز} = 900 \text{kJ} \times \frac{1000 \text{J}}{1 \text{kJ}} \times \frac{1 \text{یک تپش}}{1 \text{J}} \times \frac{1 \text{min}}{75 \text{تپش}} \times \frac{1 \text{h}}{60 \text{min}} \times \frac{1 \text{یک روز}}{24 \text{h}} = 8/3 = 8$$

## تست و پاسخ ۹۲

اگر ارزش سوختی متانول و اتانول به ترتیب  $22/5$  و  $30$  کیلوژول بر گرم باشد، ارزش سوختی ۱- پروپانول به تقریب چند کیلوژول بر گرم خواهد بود؟ ( $H=1, C=12, O=16: \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

۵۲/۵ (۴)

۴۳ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۳۴ (۱)

## پاسخ: گزینه ۱

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## درس نامه

تفاوت آنتالپی سوختن دو عضو متوالی از یک خانواده از ترکیب‌های آلی، تقریباً ثابت است. به طور مثال، اختلاف آنتالپی سوختن متان و اتان با اختلاف آنتالپی سوختن اتان و پروپان تقریباً برابر است؛ بنابراین اگر آنتالپی‌های سوختن متان ( $-۸۹۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$ ) و اتان ( $-۱۵۶۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$ ) را داشته باشیم، می‌توانیم آنتالپی سوختن پروپان را پیش‌بینی کنیم.

$$\text{آنتالپی سوختن متان} - \text{آنتالپی سوختن اتان} = \text{آنتالپی سوختن اتان} - \text{آنتالپی سوختن پروپان}$$

$$-۱۵۶۰ - (-۸۹۰) = (-۱۵۶۰) - x \Rightarrow x = -۲۲۳۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا آنتالپی سوختن متانول و اتانول را حساب می‌کنیم.

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \begin{cases} |\text{آنتالپی سوختن متانول}| = ۲۲ / ۵ \times ۳۲ = ۷۲۰ \text{ kJ.mol}^{-1} \Rightarrow -۷۲۰ \text{ kJ.mol}^{-1} \\ |\text{آنتالپی سوختن اتانول}| = ۳۰ \times ۴۶ = ۱۳۸۰ \text{ kJ.mol}^{-1} \Rightarrow -۱۳۸۰ \text{ kJ.mol}^{-1} \end{cases}$$

گام دوم: آنتالپی سوختن ۱- پروپانول را محاسبه می‌کنیم. (اختلاف آنتالپی سوختن متانول و اتانول با اختلاف آنتالپی سوختن اتانول و ۱- پروپانول تقریباً برابر است):

$$\text{آنتالپی سوختن ۱- پروپانول} = \text{آنتالپی سوختن اتانول} - \text{آنتالپی سوختن اتانول} + \text{آنتالپی سوختن ۱- پروپانول} = -۱۳۸۰ - (-۷۲۰) = -۶۶۰ \text{ kJ.mol}^{-1}$$

گام سوم: ارزش سوختی ۱- پروپانول را به دست می‌آوریم.  $\text{جرم مولی ۱- پروپانول} (C_3H_7OH) = (۳ \times ۱۲) + ۸ + ۱۶ = ۶۰ \text{ g.mol}^{-1}$

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|-۶۶۰|}{۶۰} = ۱۱ \text{ kJ.g}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۹۳

بر اساس نمودار داده‌شده و معادله زیر، چند مورد از مطالب زیر درست است؟

(گرمای تبخیر مولی آب را  $۴۴ \text{ kJ}$  در نظر بگیرید.  $H = ۱ \text{ g.mol}^{-1}$ )



a. برابر با  $۱۸۸ \text{ kJ}$  است.

b. ارزش سوختی گاز هیدروژن را می‌توان  $۱۴۳ \text{ kJ.g}^{-1}$  در نظر گرفت.

c. نسبت به  $H_2O(l)$  در شرایط یکسان، ناپایدارتر است.

d. امکان تهیه آب اکسیژنه از عناصر سازنده‌اش به طور مستقیم وجود دارد.

e. b و c به ترتیب برابر با ۹۸ و ۴۴ کیلوژول است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

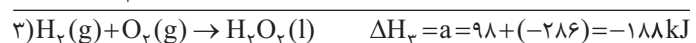
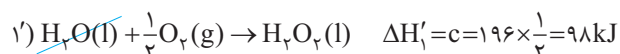
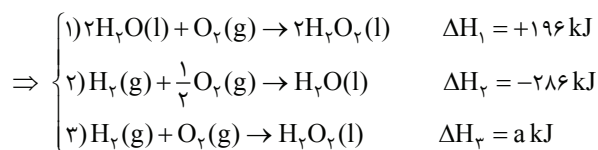
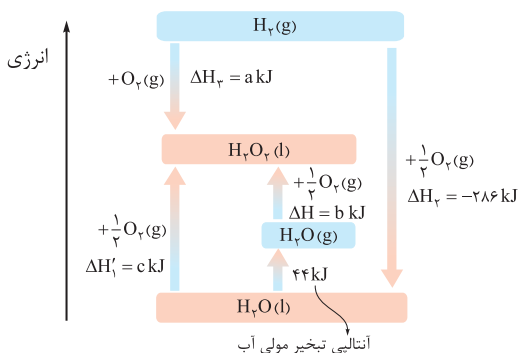
۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت‌ها: عبارت اول: اگر واکنش داده‌شده را واکنش (۱) در نظر بگیریم و آن را در  $\frac{1}{2}$  ضرب کرده و با واکنش (۲)

در نمودار جمع کنیم، واکنش (۳) نمودار به دست می‌آید:

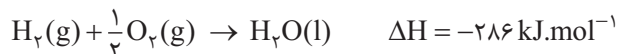




# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

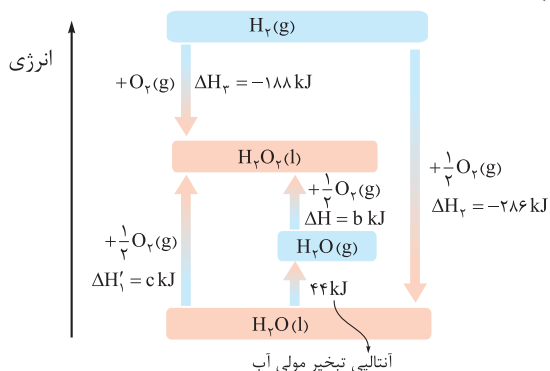
عبارت دوم: گرمای حاصل از سوختن یک مول ماده را آنتالپی سوختن آن ماده می‌نامیم.



$$\text{ارزش سوختن} = \frac{\text{آنتالپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{ارزش سوختی H}_2 = \frac{286}{2} = 143 \text{ kJ}\cdot\text{g}^{-1}$$

عبارت سوم: پایداری ماده با سطح انرژی آن رابطه عکس دارد. با توجه به نمودار، سطح انرژی  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  از  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$  بیشتر است؛ پس  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  نسبت به  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$  ناپایدارتر است.

عبارت چهارم: از آنجا که سطح انرژی  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  کمتر از  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$  بوده و پایدارتر از  $\text{H}_2\text{O}_2(\text{l})$  است، در اثر واکنش مستقیم گاز هیدروژن با گاز اکسیژن، فرآورده پایدارتر یعنی آب تولید می‌شود، نه آب‌اکسیژنه ( $\text{H}_2\text{O}_2$ )!



عبارت پنجم: مقدار  $c$  ( $\Delta H'_1$ ) که در عبارت اول،  $98 \text{ kJ}$  به دست آمد (یا می‌توانستیم بگوییم با توجه به نمودار، مقدار  $c$  برابر است با اختلاف  $\Delta H_2$  و  $\Delta H_3$ ، با علامت مثبت؛ یعنی  $98 \text{ kJ} = 286 - 188$ ).

مقدار  $b$  نیز برابر است با اختلاف  $c$  ( $98 \text{ kJ}$ ) و آنتالپی تبخیر مولی آب ( $44 \text{ kJ}$ )، یعنی  $98 - 44 = 54 \text{ kJ}$ .

## تست و پاسخ ۹۴

کدام مطلب در مقایسه با اتانول و اتان نادرست است؟ (آنتالپی سوختن اتانول و اتان به ترتیب  $-1368$  و  $-1560$  کیلوژول بر مول است.)  
( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16; \text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )

- ۱) اتانول برخلاف اتان سوخت سبز است و می‌توان آن را از بقایای محصولات کشاورزی تهیه کرد.
- ۲) یک گرم اتان در مقایسه با یک گرم اتانول حدود  $50\%$  درصد بیشتر، گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌کند.
- ۳) با توجه به آنتالپی سوختن و ارزش سوختی بیشتر اتان نسبت به اتانول، استفاده از اتانول به عنوان سوخت برخلاف توسعه پایدار است.
- ۴) به ازای جرم یکسان از دو ماده، نسبت جرم کربن دی‌اکسید تولیدشده به انرژی آزادشده در واکنش سوختن کامل، در اتانول نسبت به اتان بیشتر است.

## پاسخ: گزینه ۲

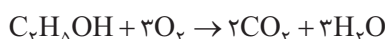
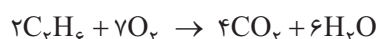
**مشاوره** در کنکورهای اخیر، سؤالاتی که ترکیبی از مفاهیم و محاسبات است، بیشتر مورد توجه طراحان کنکور بوده است. این تیپ

تست‌ها را با دقت و وسواس بیشتری بررسی و تحلیل کنید.

بررسی گزینه‌ها: **پاسخ تشریحی**

۱) طبق تعریف، سوخت‌های سبز در ساختار خود علاوه بر هیدروژن و کربن، اکسیژن نیز دارند و از پسماندهای گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی استخراج می‌شوند؛ بنابراین اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) برخلاف اتان ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) یک سوخت سبز محسوب می‌شود.

۲) **گام اول:** ابتدا معادله موازنه‌شده واکنش سوختن اتان و اتانول را می‌نویسیم.



**گام دوم:** مول کربن دی‌اکسید تولیدشده به ازای سوختن کامل یک گرم اتان و اتانول را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol CO}_2 = 1 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = \frac{1}{15} \text{ mol CO}_2$$

**روش اول:** استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ mol CO}_2 = 1 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{1}{23} \text{ mol CO}_2$$

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{CO}_2 \times 1} \Rightarrow \frac{1}{2 \times 30} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{15} \text{ mol CO}_2$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{مول}}{\text{CO}_2 \times 1} \Rightarrow \frac{1}{1 \times 46} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{23} \text{ mol CO}_2$$

گام سوم: برای این که مول  $\text{CO}_2$  حاصل از سوختن اتان ( $x$ )،  $50\%$  درصد بیشتر از مول  $\text{CO}_2$  حاصل از سوختن اتانول ( $y$ ) باشد باید،  $x$  بیش از  $1/5$  برابر  $y$  باشد:

$$x = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1/15}{1/23} = \frac{23}{15} \xrightarrow{1/5 \times 15 = 22/5} \frac{23}{15} > 1/5$$

$$y = \frac{1}{23} \Rightarrow \frac{1}{23} < 1/5$$

پس این عبارت درسته.

۳ درسته که آنتالپی سوختن و ارزش سوختی (گرمای حاصل از سوختن ۱ گرم ماده) اتان از اتانول بیشتر است؛ اما به دلیل تولید کمتر آلاینده  $\text{CO}_2$  در واکنش سوختن اتانول (به ازای جرم‌های برابر از اتان و اتانول)، استفاده از سوخت اتانول در راستای توسعه پایدار است.

۴ برای راحتی محاسبات، جرم اتان و اتانول را برابر ۱ گرم در نظر می‌گیریم و نسبت جرم  $\text{CO}_2$  تولیدشده به انرژی آزادشده را در هر دو واکنش حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\left. \begin{aligned} ? \text{ kJ} &= 1 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{1560 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = \frac{1560}{30} \\ ? \text{ g CO}_2 &= 1 \text{ g C}_2\text{H}_6 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6}{30 \text{ g C}_2\text{H}_6} \times \frac{4 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol C}_2\text{H}_6} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = \frac{88}{30} \end{aligned} \right\} \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{انرژی}} = \frac{88}{1560} = \frac{88}{1560}$$

$$\left. \begin{aligned} ? \text{ kJ} &= 1 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{1368 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} = \frac{1368}{46} \\ ? \text{ g CO}_2 &= 1 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = \frac{88}{46} \end{aligned} \right\} \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{انرژی}} = \frac{88}{1368} = \frac{88}{1368}$$



روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{\text{جرم CO}_2}{2 \times 44} = \frac{\text{انرژی}}{|-1560|} \Rightarrow \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{انرژی}} = \frac{88}{1560}$$



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{\text{جرم CO}_2}{2 \times 44} = \frac{\text{انرژی}}{|-1368|} \Rightarrow \frac{\text{جرم CO}_2}{\text{انرژی}} = \frac{88}{1368}$$

 $\frac{88}{1368}$  بیشتر از  $\frac{88}{1560}$  است.

## تست و پاسخ ۹۵

چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- تأمین شرایط انجام واکنش برای تولید متان از واکنش مستقیم گرافیت و گاز هیدروژن، در آزمایشگاه بسیار دشوار است.
- از گرماسنج لیوانی می‌توان برای تعیین آنتالپی انحلال آمونیوم نیترات در آب استفاده کرد.
- اگر یک واکنش شیمیایی با سرعت متوسط آن بیان شود، به آن واکنش ترموشیمیایی می‌گویند.
- $\Delta H$  واکنش تولید  $\text{CO}$  از عنصرهای سازنده‌اش، برابر جمع جبری  $\Delta H$  سوختن کامل گرافیت و  $\Delta H$  واکنش سوختن کربن مونوکسید می‌باشد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت‌های اول و دوم درست‌اند.

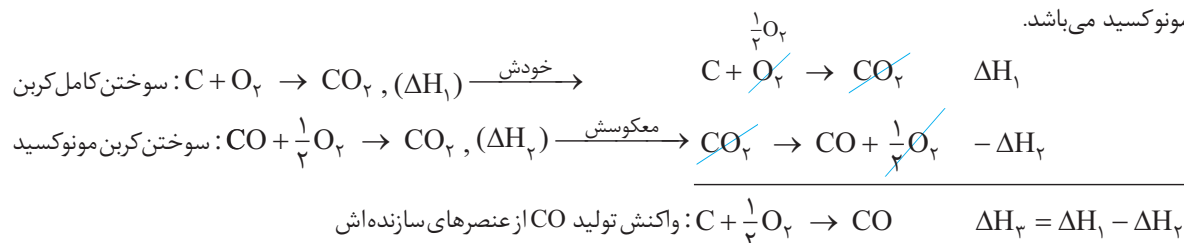
**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: آزمایش‌ها و یافته‌های تجربی نشان می‌دهند که تأمین شرایط بهینه برای تهیه گاز متان از واکنش میان گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه بسیار دشوار و پرهزینه است.

عبارت دوم: گرماسنج لیوانی، گرمای واکنش در فشار ثابت (آنتالپی واکنش) را اندازه‌گیری می‌کند و برای تعیین  $\Delta H$  فرایندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند، مناسب است.

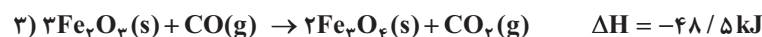
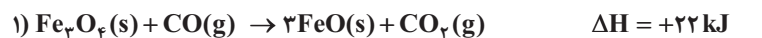
عبارت سوم: اگر یک واکنش شیمیایی با  $\Delta H$  وابسته به آن بیان شود، به آن واکنش گرما (ترمو) شیمیایی می‌گویند.

عبارت چهارم:  $\Delta H$  واکنش تولید CO از عنصرهای سازنده‌اش، برابر جمع جبری  $\Delta H$  سوختن کامل گرافیت و قرینه  $\Delta H$  واکنش سوختن کربن مونوکسید می‌باشد.



## تست و پاسخ ۹۶

با توجه به واکنش‌های زیر، با گرمای مبادله‌شده به ازای تولید ۱۳/۴۴ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در شرایط STP در واکنش:  
 $\text{Fe}_2\text{O}_3(\text{s}) + \text{CO}(\text{g}) \rightarrow \text{Fe}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g})$  (معادله موازنه شود)، چند گرم یخ را می‌توان ذوب کرد؟ (آنتالپی ذوب یخ  $6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  است.)  
 $(H = 1, O = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1})$



۱۴۵ (۴)

۸۷ / ۳ (۳)

۵۸ / ۵ (۲)

۲۹ / ۱ (۱)

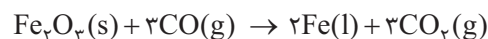
## پاسخ: گزینه ۱

**مشاوره** سؤال‌های ترکیبی قانون هس با استوکیومتری، در کنکورهای اخیر بسیار مورد توجه طراحان کنکور بوده است.

**خودت حل کنی بهتره** ابتدا معادله واکنش داده‌شده در صورت سؤال را موازنه کن؛ سپس با استفاده از قانون هس، آنتالپی واکنش را

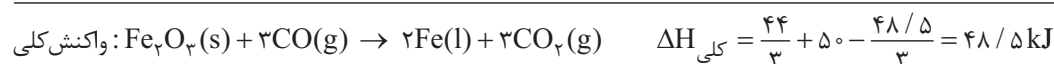
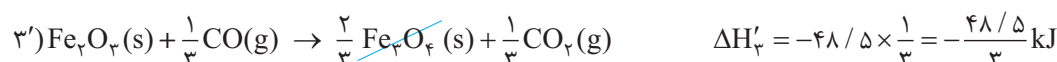
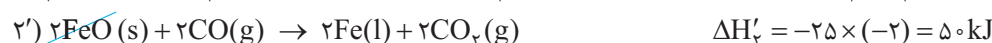
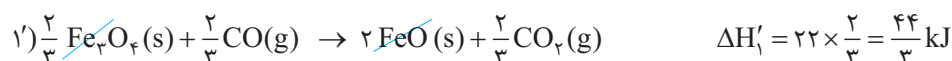
حساب کن. در ادامه گرمای مبادله‌شده به ازای تولید ۱۳/۴۴ لیتر گاز کربن دی‌اکسید در واکنش مورد نظر را به دست بیار و از روی مقدار گرمای به‌دست‌آمده و آنتالپی ذوب یخ، جرم یخ را محاسبه کن.

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا معادله واکنش داده‌شده در صورت سؤال را موازنه می‌کنیم.



گام دوم: با توجه به قانون هس، برای این که از معادله واکنش‌های (۱)، (۲) و (۳) به معادله واکنش موازنه‌شده بالا برسیم، باید:

واکنش (۳) را در  $\frac{1}{3}$  ضرب کرده تا ضریب  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  برابر یک شود. واکنش (۲) را در (-۲) ضرب می‌کنیم تا Fe در سمت راست معادله کلی با ضریب ۲ قرار بگیرد و در نهایت واکنش (۱) را در  $\frac{2}{3}$  ضرب می‌کنیم تا ضریب CO و  $\text{CO}_2$  در معادله کلی برابر ۳ شود.



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



گام سوم: گرمای مبادله شده به ازای تولید ۱۳/۴۴ لیتر گاز کربن دی اکسید را حساب می کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ kJ} = 13/44 \text{ L CO}_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4 \text{ L CO}_2} \times \frac{48/5 \text{ kJ}}{3 \text{ mol CO}_2} = 9/7 \text{ kJ}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{حجم}}{\text{حجم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{Q}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{13/44}{3 \times 22/4} = \frac{Q}{48/5} \Rightarrow 9/7 \text{ kJ}$$

گام چهارم: جرم یخ را محاسبه می کنیم.

$$? \text{ g H}_2\text{O(s)} = 9/7 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O(s)}}{6 \text{ kJ}} \times \frac{18 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} = 29/1 \text{ g H}_2\text{O}$$

## تست و پاسخ ۹۷

درستی چه تعداد از عبارتهای زیر مشابه جمله زیر است؟

- «سرعت واکنش ۲۰ g پودر قرص جوشان در ۱۰۰ میلی لیتر آب، به تقریب با سرعت واکنش ۱۰ g پودر قرص جوشان در ۵۰ میلی لیتر آب برابر است.»
- به دلیل شعاع اتمی و خلصت فلزی بیشتر پتاسیم نسبت به کلسیم، سرعت واکنش پتاسیم با آب بیشتر از کلسیم با آب است.
  - الیاف آهن در هوا ابتدا داغ می شوند و سپس به طور کامل می سوزند.
  - عاملی که باعث تسریع هضم کلم و حبوبات در بدن می شود، به لحاظ سینتیکی مشابه نقش خاک باغچه در سوختن حبه قند است.
  - تأثیر بنزوئیک اسید در کنار مواد غذایی، برعکس تأثیر حضور نیکل در واکنش هیدروژن با هیدروکربن های سیر نشده است.
  - اگر یک مکعب را از وسط نصف کنیم، سطح تماس آن با محیط حدود ۱۶ درصد افزایش می یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۵ (۱)

## پاسخ: گزینه ۳

عبارتهای اول، سوم و چهارم درست اند.

## پاسخ تشریحی

عبارت اصلی داده شده درست است. چون سطح تماس و غلظت قرص جوشان در هر دو محلول برابر است:

$$\frac{20 \text{ g قرص}}{100 \text{ mL آب}} = \frac{10 \text{ g قرص}}{50 \text{ mL آب}}$$

بررسی عبارت ها:

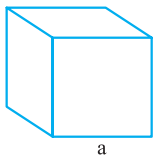
عبارت اول: در هر دوره از جدول دوره های عناصر، از چپ به راست شعاع اتمی و خلصت فلزی کاهش می یابد؛ بنابراین شعاع اتمی و خلصت فلزی پتاسیم (۱۹ K) از کلسیم (۲۰ Ca) بیشتر است و هر چه خلصت فلزی بیشتر باشد، سرعت و شدت واکنش فلز با آب بیشتر خواهد بود.

عبارت دوم: الیاف آهن در هوا، داغ و سرخ می شود (چون غلظت اکسیژن در هوا کم است)، ولی درون ارلن پر از اکسیژن خالص، می سوزد. (اثر غلظت بر سرعت واکنش).

عبارت سوم: کاتالیزگر، ماده ای است که می تواند سرعت یک واکنش شیمیایی را افزایش دهد، بدون این که در واکنش مصرف شود. برای مثال، واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع تر انجام می شود؛ زیرا در خاک باغچه کاتالیزگر مناسب برای این واکنش وجود دارد. محلول آب اکسیژنه هم در حضور یون یدید به عنوان کاتالیزگر واکنش، سریع تر تجزیه می شود. هم چنین برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می شوند؛ زیرا آنزیمی که این مواد را کامل و سریع هضم کند ندارند. همان طور که می دانید آنزیم ها در بدن به عنوان کاتالیزگر، به هضم آسان تر و سریع تر مواد غذایی کمک می کنند.

عبارت چهارم: بنزوئیک اسید ماده ای است که به عنوان نگهدارنده به مواد غذایی افزوده می شود و سبب کاهش سرعت واکنش فاسد شدن مواد غذایی می شود، اما فلز نیکل با عنوان کاتالیزگر، در واکنش هیدروژن با هیدروکربن های سیر نشده، عمل می کند و سرعت واکنش را افزایش می دهد.

عبارت پنجم: هر مکعب دارای شش وجه است. برای مثال اگر در مکعب مربع زیر، طول هر ضلع را برابر a در نظر بگیریم؛



$$\text{مساحت هر وجه} = a \times a = a^2$$

$$\text{مساحت کل مکعب} = 6 \times a \times a = 6a^2$$

حال اگر این مکعب را از وسط نصف کنیم دو وجه جدید (هر کدام به مساحت  $a^2$ ) به سطح تماس آن اضافه می شود.

$$\text{مساحت کل مکعب ها} = 8a^2$$

$$\text{درصد افزایش سطح تماس} = \frac{8a^2 - 6a^2}{6a^2} \times 100 \approx 33\%$$





# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

## تست و پاسخ ۹۸

یک چانه خمیر نان بربری به جرم ۴۰۰ گرم حاوی ۸۰٪ جرمی آب و ۲۰٪ جرمی جوش شیرین ( $\text{NaHCO}_3$ ) است. اگر پخت نان در تنور پس از ۳۰۰ ثانیه کامل شود و تمام آب اولیه موجود در خمیر، تبخیر شود، جرم نان پخته شده به ۷۸/۴۵ گرم می‌رسد. بر این اساس، چند گرم جوش شیرین هم‌چنان در نان وجود دارد و سرعت تولید گاز کربن دی‌اکسید در این فرایند چند مول بر دقیقه است؟  
( $\text{H} = 1, \text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{Na} = 23; \text{g.mol}^{-1}$ )

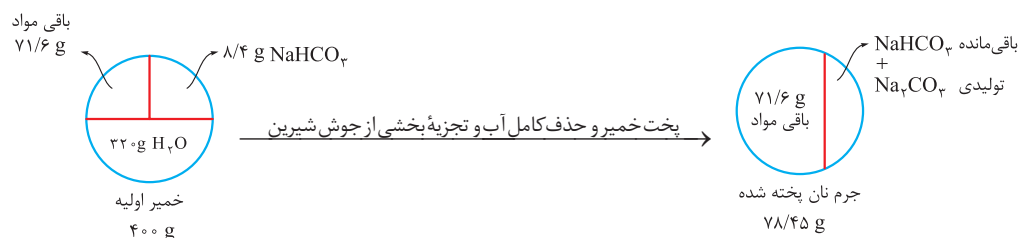
معادله واکنش موازنه شود:  $\text{NaHCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{Na}_2\text{CO}_3(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g})$



## پاسخ: گزینه ۲

ابتدا جرم آب و جوش شیرین موجود در خمیر اولیه را حساب می‌کنیم.

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = 400 \times \frac{80}{100} = 320 \text{ g}, \quad m_{\text{NaHCO}_3} = 400 \times \frac{20}{100} = 80 \text{ g}$$



جرم  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  تولید شده ( $y$ ) + جرم  $\text{NaHCO}_3$  تجزیه شده ( $x$ ) - جرم آب حذف شده - جرم خمیر اولیه = جرم نهایی نان



$$x \text{g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3}{2 \text{ mol NaHCO}_3} \times \frac{106 \text{ g Na}_2\text{CO}_3}{1 \text{ mol Na}_2\text{CO}_3} = y \text{g Na}_2\text{CO}_3 \Rightarrow y = \frac{53x}{84}$$

$$\Rightarrow 78/45 = 400 - 320 - x + \frac{53x}{84}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{84}x = \frac{31x}{84} \Rightarrow x = 4/2 \text{ g NaHCO}_3 \text{ مصرف شده}$$

جرم  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  تولید شده = جرم  $\text{NaHCO}_3$  مصرف شده - جرم  $\text{NaHCO}_3$  اولیه =  $8/4 - 4/2 = 4/2 \text{ g}$

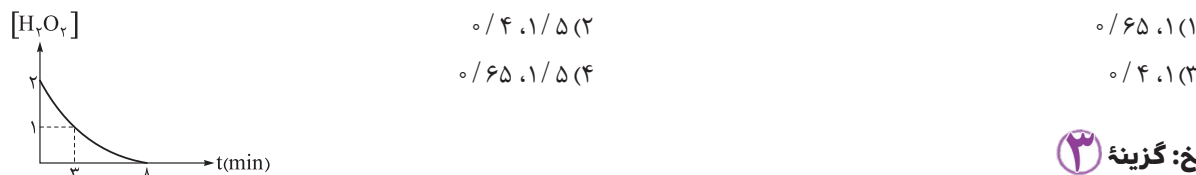
حالا به کمک جوش شیرین مصرف شده، مول  $\text{CO}_2$  تولید شده را به دست آورده و سرعت تولید آن را حساب می‌کنیم.

$$? \text{ mol CO}_2 = 4/2 \text{ g NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaHCO}_3}{84 \text{ g NaHCO}_3} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol NaHCO}_3} = 0/025 \text{ mol CO}_2$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{0/025 \text{ mol}}{30 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.min}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۹۹

نمودار زیر، تغییرات غلظت هیدروژن پراکسید را در واکنش تجزیه آن نشان می‌دهد. اگر استفاده از کاتالیزگر، باعث شود واکنش در دقیقه ۴ به اتمام برسد و تأثیر کاتالیزگر در تمام بازه‌های زمانی بر روی سرعت واکنش یکسان باشد، در حضور کاتالیزگر پس از ۹۰ ثانیه از شروع واکنش، غلظت هیدروژن پراکسید به چند مولار می‌رسد و در غیاب کاتالیزگر، پس از ۵ دقیقه و ۳۰ ثانیه از شروع واکنش، غلظت هیدروژن پراکسید چند مولار می‌تواند باشد؟

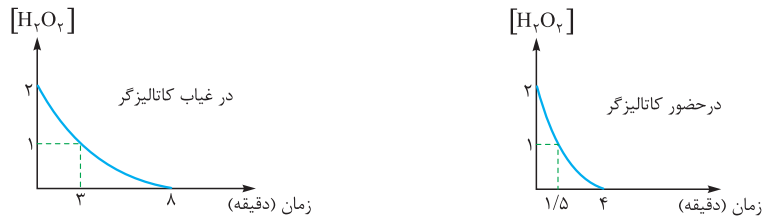


## پاسخ: گزینه ۳

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



**پاسخ تشریحی** زمان پایان واکنش در غیاب کاتالیزگر برابر ۸ دقیقه و در حضور کاتالیزگر برابر ۴ دقیقه است؛ پس می توان گفت کاتالیزگر، سرعت واکنش را دو برابر کرده است. در غیاب کاتالیزگر پس از ۳ دقیقه، غلظت  $H_2O_2$  نصف شده و به ۱ مولار رسیده است؛ پس در حضور کاتالیزگر، پس از ۱/۵ دقیقه یا همان ۹۰ ثانیه، غلظت این ماده به ۱ مولار می رسد.



برای قسمت دوم سؤال، می دانیم با گذشت زمان، سرعت واکنش کاهش می یابد؛ پس می توان گفت که مقدار تغییر غلظت  $H_2O_2$  در بازه ۳ تا ۵/۵ دقیقه بیشتر از مقدار تغییر غلظت آن در بازه ۵/۵ تا ۸ دقیقه است:

$$[H_2O_2]_3 - [H_2O_2]_{5/5} > [H_2O_2]_{5/5} - [H_2O_2]_8 \Rightarrow 1 - [H_2O_2]_{5/5} > [H_2O_2]_{5/5} - 0 \Rightarrow [H_2O_2]_{5/5} < 0.5 \text{ mol.L}^{-1}$$

## تست و پاسخ ۱۰۰

چند مورد از مطالب زیر، نادرست است؟

- برخی از سبزیجات و میوه ها نقش بازدارندگی مؤثر را در برابر سرطان ها و پیری زودرس دارند.
- یک بازدارنده می تواند یک ترکیب آلی بلند زنجیر با تعداد زیادی پیوند دوگانه باشد.
- لیکوپن می تواند رادیکال هایی را که در بدن ما به وجود می آیند، جذب کند و باعث آسیب کم تر به بافت های بدن شود.
- براساس چهره پنهان رد پای غذا، ۳۰ درصد غذایی که در جهان فراهم می شود، مصرف نمی شود.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) صفر

## پاسخ: گزینه ۱

فقط عبارت چهارم نادرست است.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت ها:

عبارت اول: یافته ها و شواهد تجربی نشان می دهد که برنامه غذایی محتوی سبزیجات و میوه های گوناگون نقش بازدارندگی مؤثری در برابر سرطان ها و پیری زودرس دارند.

عبارت دوم: ریزمغذی ها، ترکیب های آلی سیر نشده ای هستند که به عنوان بازدارنده از انجام واکنش های نامطلوب و ناخواسته به دلیل حضور رادیکال ها در بدن، جلوگیری می کنند و در حفظ سلامت اندام ها دخالت دارند. لیکوپن نوعی بازدارنده با فرمول  $C_{40}H_{56}$  می باشد که در ساختار آن، ۱۳ پیوند دوگانه  $C=C$  وجود دارد.

عبارت سوم: لیکوپن رادیکال هایی را که وارد بدن می شوند، به دام می اندازد و فعالیت آن ها را کاهش می دهد؛ در نتیجه از سرعت واکنش های ناخواسته در بدن کاسته می شود و آسیب کمتری به بافت های بدن می رسد.

عبارت چهارم: چهره آشکار رد پای غذا، نشان می دهد که سالانه حدود ۳۰٪ غذایی که در جهان فراهم می شود، به مصرف نمی رسد و به زباله تبدیل می شود یا از بین می رود.

## تست و پاسخ ۱۰۱

در شرایط معین، مقدار معینی روی سولفید مطابق واکنش زیر با گاز اکسیژن واکنش می دهد. اگر سرعت متوسط واکنش برابر  $0.25 \text{ mol.min}^{-1}$  باشد، پس از چند ثانیه، جرم نمونه جامد ۸/۰ گرم کاهش می یابد؟ ( $O = 16, S = 32, Zn = 65: \text{g.mol}^{-1}$ )

(معادله واکنش موازنه شود.)  $ZnS(s) + O_2(g) \rightarrow ZnO(s) + SO_2(g)$

۱ (۱) ۶۰      ۲ (۲) ۱۲۰      ۳ (۳) ۲۴۰      ۴ (۴) ۳۶۰

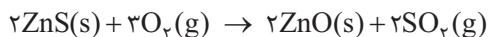
## پاسخ: گزینه ۱



# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

**پاسخ تشریحی** گام اول: ابتدا معادله واکنش را موازنه می‌کنیم.



گام دوم: با توجه به معادله موازنه‌شده، به ازای مصرف ۲ مول  $\text{ZnS}(s)$  ( $2 \times 97 = 194 \text{ g}$ )، ۲ مول  $\text{ZnO}(s)$  ( $2 \times 81 = 162 \text{ g}$ ) تولید می‌شود؛ یعنی جرم نمونه جامد به مقدار ۳۲ گرم ( $194 - 162 = 32 \text{ g}$ ) کاهش می‌یابد. حالا با استفاده از کاهش جرم ۸ گرمی نمونه جامد که در صورت سؤال داده شده است، می‌توان مول  $\text{ZnS}$  مصرفی را محاسبه کرد.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$? \text{ mol ZnS} = \frac{2 \text{ mol ZnS}}{32 \text{ g کاهش جرم}} \times \text{کاهش جرم } 8 \text{ g} = 0.5 \text{ mol ZnS}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

$$\frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی}} \times \left[ \text{جرم مولی جامد مصرف شده} \times \text{ضریب جامد مصرف شده} - \text{تغییر جرم ماده جامد} \right] = \frac{\text{مول}}{\text{جرم مولی}} \times \left[ \text{جرم مولی جامد تولید شده} \times \text{ضریب جامد تولید شده} \right]$$

$$\frac{0.5 \text{ mol}}{2 \times 1} = \frac{x \text{ mol}}{(2 \times 81) - (2 \times 97)} \Rightarrow x = 0.5 \text{ mol ZnS}$$

گام سوم: سرعت مصرف  $\text{ZnS}$  را حساب می‌کنیم.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{\text{ZnS}}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{ZnS}} = 2 \times 0.5 = 1 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

گام چهارم: زمان انجام واکنش را محاسبه می‌کنیم.

$$\bar{R}_{\text{ZnS}} = \frac{-\Delta n_{\text{ZnS}}}{\Delta t} \Rightarrow 1 \text{ (mol} \cdot \text{min}^{-1}) = \frac{-(-0.5) \text{ (mol)}}{\Delta t \text{ (min)}} \Rightarrow \Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

## تست و پاسخ ۱۰۲

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) طی ۴۰ سال گذشته، رشد تولید جهانی الیاف پلی‌استر بیشتر از الیاف پنبه بوده و مقدار تولید آن نیز از الیاف پنبه بیشتر بوده است.  
 (ب) به فرایند تبدیل الیاف به نخ، ریسندگی گفته می‌شود که قبل از فرایند بافندگی انجام می‌گیرد.  
 (پ) الیاف پلی‌استر و نایلون از جمله الیاف طبیعی هستند که باید با فراوری مناسب، از آنها استفاده نمود.  
 (ت) از الیاف پنبه در تولید پوشاک، روبه مبل، پرده و ... استفاده می‌شود.  
 (ث) زنجیر سلولز برخلاف نشاسته، ساختار مستقیم و غیرمارپیچ دارد.

(۲) پ - ت

(۱) الف - پ - ت

(۴) ب - ت - ث

(۳) ب - ت

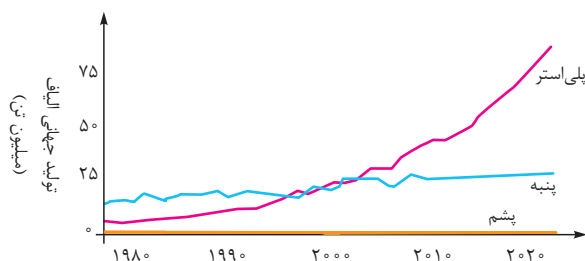
## پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب»، «ت» و «ث» درست‌اند.

**پاسخ تشریحی** بررسی عبارت‌ها:

- (الف) با توجه به نمودار مقابل، شیب نمودار تولید پلی‌استر و مقدار پلی‌استر تولیدی در جهان به تقریب، از سال ۲۰۰۰ نسبت به پنبه بیشتر است؛ یعنی حدود ۲۰ سال پیش، نه ۴۰ سال!  
 (ب) تبدیل الیاف (مانند پنبه) به نخ را ریسندگی می‌گوییم. این فرایند قبل از بافندگی (تبدیل نخ به پارچه خام) انجام می‌شود.  
 (پ) پلی‌استر و نایلون هر دو از الیاف‌های ساختگی هستند.

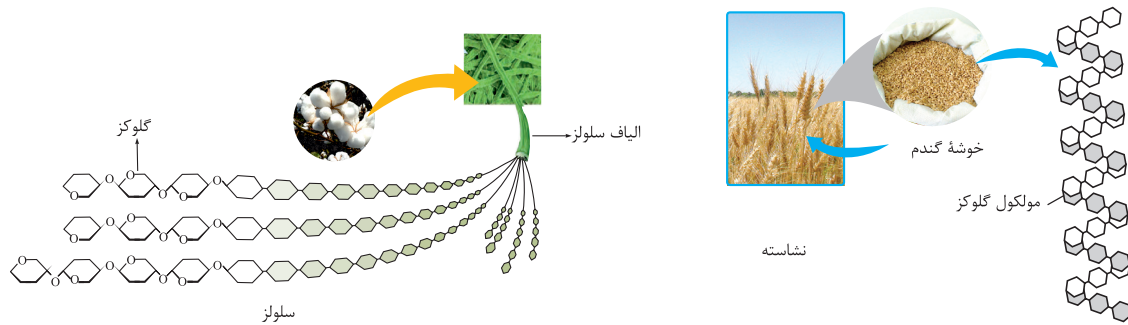
(ت) درسته!



## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



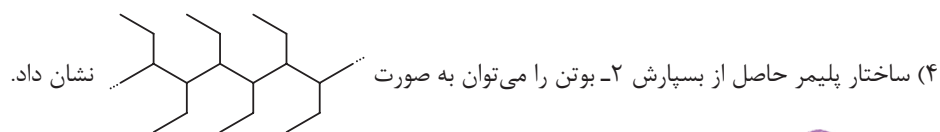
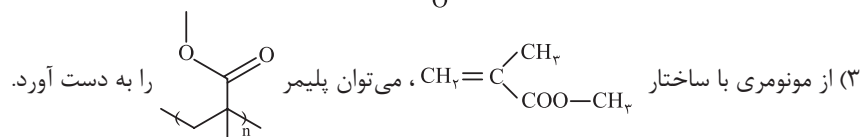
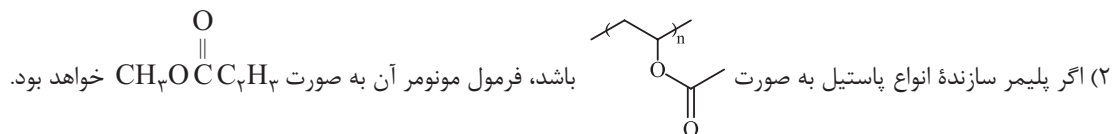
ث) با توجه به شکل‌های زیر، ساختار زنجیره‌های سلولز به صورت مستقیم، ولی ساختار زنجیره‌های نشاسته، به صورت مارپیچ است.



## تست و پاسخ ۱۰۳

کدام مطلب درست است؟

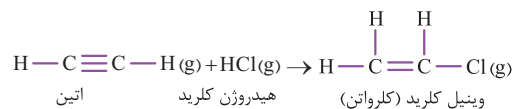
(۱) یک مول از مونومر سازنده کیسه خون را می‌توان از واکنش یک مول گاز اتین با ۲ مول گاز هیدروژن کلرید در شرایط مناسب تهیه کرد.



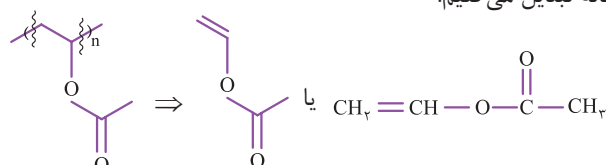
## پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی بررسی گزینه‌ها:

۱) پلیمر مورد استفاده در کیسه خون همان پلی‌وینیل کلرید (پلی کلرواتن) است و مونومر سازنده این پلیمر، وینیل کلرید (کلرواتن) است که یک مول از آن را می‌توان از واکنش یک مول گاز اتین با یک مول گاز هیدروژن کلرید در شرایط مناسب تهیه کرد.

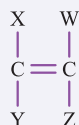


۲) برای تعیین فرمول مونومر پلیمر داده شده، کافی است پیوند ابتدایی و انتهایی داخل پرانتز یا گروه را بشکنیم و پیوند یگانه کربن - کربن داخل پرانتز یا گروه را به پیوند دوگانه تبدیل می‌کنیم.



۳

**نکته** برای نوشتن واکنش پلیمری شدن اتن و مشتقات آن به صورت زیر عمل می‌کنیم:



(۱) ساختار مونومر واکنش‌دهنده را به صورت روبه‌رو نشان می‌دهیم؛ یعنی دو کربن که با پیوند دوگانه به هم متصل

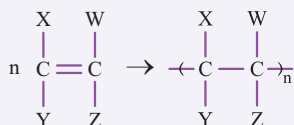
هستند را نوشته و دیگر گروه‌ها را مثل شاخه فرعی، در بالا و پایین این دو کربن قرار می‌دهیم.



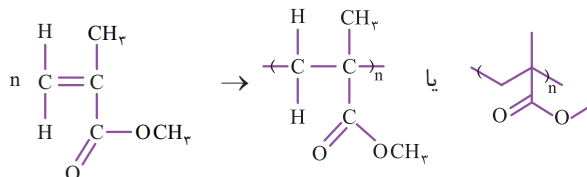
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

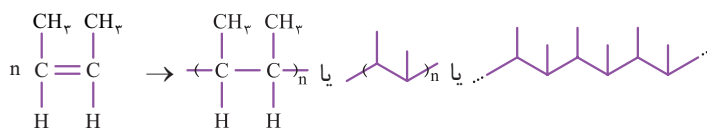
۲) برای نوشتن فرآورده واکنش، اول پیوند «C=C» را به «C—C» تبدیل می‌کنیم؛ سپس واحد تکرارشونده را درون پرانتز یا کروشه قرار می‌دهیم و زیروند n را جلوی آن می‌نویسیم.



واکنش پلیمری شدن مونومر داده‌شده به صورت زیر است:



۳) واکنش تهیه پلیمر از مونومر ۲- بوتن به صورت زیر است:



## تست و پاسخ ۱۰۴

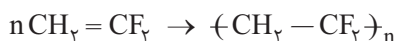
پلی‌وینیلیدین فلئوراید پلیمری است که از پلیمر شدن مونومری به نام ۱،۱-دی‌فلئورواتن به دست می‌آید. اگر جرم یک مول زنجیر پلیمری از آن به طور متوسط ۳۲۰۰۰ گرم باشد، از واکنش پلیمری شدن چند مولکول مونومر سازنده آن می‌توان ۳۰ مول زنجیر پلیمری به دست آورد و در مجموع فرآورده‌های پلیمری، چند مول اتم فلئور خواهیم داشت؟ ( $H=1, C=12, F=19: g.mol^{-1}$ )

$$۱) ۱/۲ \times 10^3, ۹ \times 10^{27} \quad ۲) ۱/۲ \times 10^3, ۹ \times 10^{19} \quad ۳) ۳ \times 10^4, ۹ \times 10^{27} \quad ۴) ۳ \times 10^4, ۹ \times 10^{19}$$

## پاسخ: گزینه ۳

**پاسخ تشریحی** گام اول: تعداد واحدهای تکرارشونده (n) در هر زنجیر پلیمر را به دست می‌آوریم. جرم مولی پلیمرهای حاصل از اتن یا مشتقات اتن را می‌توان به تقریب از رابطه مقابل به دست آورد:

$$\text{جرم مولی مونومر} \times n = \text{جرم مولی پلیمر}$$



$$(C_2H_2F_2)_n \text{ جرم مولی} = n \times C_2H_2F_2 \text{ جرم مولی} \Rightarrow 32000 = n(2(12) + 2(1) + 2(19)) \Rightarrow n = 500$$

گام دوم: شمار مولکول‌های مونومر سازنده ۳۰ مول زنجیر پلیمری را حساب می‌کنیم.

روش اول: استفاده از کسر تبدیل:

$$\text{مولکول مونومر} \approx 9 \times 10^{27} = \frac{\text{مولکول مونومر } 6/02 \times 10^{23}}{1 \text{ mol مونومر}} \times \frac{\text{مونومر } 500 \text{ mol}}{1 \text{ mol زنجیر پلیمری}} \times \text{زنجیر پلیمری } 30 \text{ mol} = \text{مولکول مونومر}$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب} \times 1} = \frac{\text{تعداد}}{\text{ضریب} \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow \frac{30 \text{ mol}}{1} = \frac{x}{500 \times 6/02 \times 10^{23}} \Rightarrow x \approx 9 \times 10^{27}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

گام سوم: شمار اتم‌های فلئور موجود در ساختار پلیمر را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{روش اول: استفاده از کسر تبدیل: } 30 \text{ mol F} = 30 \text{ mol زنجیر پلیمری} \times \frac{\text{مونومر } 500 \text{ mol}}{1 \text{ mol زنجیر پلیمری}} \times \frac{2 \text{ mol F}}{1 \text{ mol مونومر}} = 3 \times 10^4 \text{ mol F}$$

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب} \times 1} = \frac{\text{مول}}{\text{ضریب} \times 1} \Rightarrow \frac{30}{1} = \frac{x \text{ mol}}{2(500) \times 1} \Rightarrow x = 3 \times 10^4 \text{ mol F}$$

روش دوم: استفاده از کسر تناسب:

## پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز



## تست و پاسخ ۱۰۵

- چه تعداد از موارد زیر در مقایسه پلی اتن سبک و سنگین درست است؟
- پلی اتن سنگین برخلاف پلی اتن سبک، به دلیل چگالی بیشتر در آب فرومی‌رود.
  - وجود شاخه‌های هیدروکربنی در پلی اتن سنگین باعث تقویت نیروی بین مولکولی نسبت به پلی اتن سبک بدون شاخه می‌شود.
  - هر دو پلیمر انعطاف پذیر هستند، اما پلی اتن سبک شفاف و پلی اتن سنگین، کدر است.
  - در روش دمیدن هوا درون پلیمر مذاب و تهیه لایه نازک از آن جهت تهیه کیسه‌های پلاستیکی، از پلی اتن سبک استفاده می‌شود.
  - در ساختار پلی اتن سبک برخلاف پلی اتن سنگین، می‌توان گروه CH را مشاهده کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

## پاسخ: گزینه ۲

## درس نامه •• مقایسه پلی اتن سبک و سنگین

سنگین	سبک	نوع پلی اتن
بدون شاخه	شاخه‌دار	ساختار
$(C_7H_{14})_n$	$(C_6H_{12})_n$	فرمول مولکولی
وان دروالسی	وان دروالسی	نوع نیروی بین مولکولی
کدر	شفاف	شفاف یا کدر بودن
ساخت لوله‌های پلاستیکی، دبه‌های آب، بطری کدر شیر و اسباب بازی	ساخت کیسه‌های پلاستیکی شفاف	کاربرد
$0.97 \text{ g.cm}^{-3}$	$0.92 \text{ g.cm}^{-3}$	چگالی
پلی اتن سبک > پلی اتن سنگین		سختی و استحکام، چگالی، نقطه ذوب و قدرت نیروهای بین مولکولی

## پاسخ تشریحی عبارت‌های چهارم و پنجم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: چگالی پلی اتن سبک حدود  $0.92 \text{ g.cm}^{-3}$  و چگالی پلی اتن سنگین حدود  $0.97 \text{ g.cm}^{-3}$  است؛ همان طور که می‌بینید چگالی هر دو پلیمر از چگالی آب ( $1 \text{ g.cm}^{-3}$ ) کم‌تر است و هیچ یک از آن‌ها در آب فرو نمی‌روند.

عبارت دوم: در پلی اتن بدون شاخه (سنگین)، سطح تماس بین مولکول‌ها بیشتر است و نیروهای بین مولکولی (واندروالسی) قوی‌تری نسبت به پلی اتن شاخه‌دار (سبک) دارد.

عبارت سوم: پلی اتن سبک، شفاف و انعطاف پذیر است؛ در حالی که پلی اتن سنگین، کدر است و به نسبت، استحکام و سختی بالایی دارد.

عبارت چهارم: از پلی اتن سبک به دلیل شفاف بودن و انعطاف پذیری بیشتر آن، در تولید کیسه پلاستیک موجود در مغازه‌ها و فروشگاه‌ها استفاده می‌شود؛ بنابراین در روش دمیدن هوا درون پلیمر مذاب و تهیه لایه نازک از آن جهت تهیه کیسه‌های پلاستیکی، از پلی اتن سبک استفاده می‌شود.

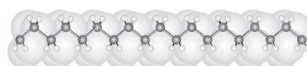




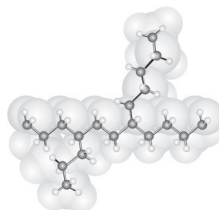
# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی خیلی سبز

شیمی

عبارت پنجم: با توجه به این که پلی اتن سبک شاخه دار است، در ساختار این نوع پلی اتن، گروه CH وجود دارد.



پلی اتن بدون شاخه



پلی اتن شاخه دار