

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۲/۱۸

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

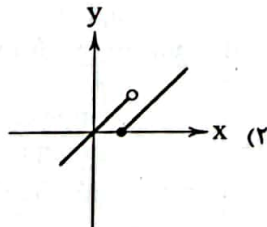
مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

ریاضیات



ریاضی (۱)

- ۱- بزرگ‌ترین عدد صحیح x ، به طوری که $\frac{x^2-1}{3} - \frac{x^2-3}{6} < \frac{2x+5}{9}$ باشد، کدام است؟
 (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) چنین عدد صحیحی وجود ندارد.
- ۲- عبارت $P(x) = \frac{x^2 - x^2 + x - 1}{x^2 + x - 2}$ به ازای کدام یک از اعداد زیر نامنفی است؟
 (۱) $1 - \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3} - 2$
- ۳- به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $P(x) = x^2 - mx + m^2 + 1$ همواره مثبت است؟
 (۱) $\frac{2}{\sqrt{3}} < m < \frac{2}{\sqrt{3}}$ (۲) $-\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) هیچ مقدار m (۴) همه مقادیر m
- ۴- سهمی $y = 2x^2 - 3x - 1$ در بازه (a, b) پایین خط $2y + 3x + 1 = 0$ می‌باشد. $b - a$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۱
- ۵- اگر فاصله نقطه x روی محور اعداد از نقطه ۲، بیشتر از فاصله آن از نقطه (-3) باشد، حدود x کدام است؟
 (۱) $x > \frac{-1}{2}$ (۲) $x < \frac{-1}{2}$ (۳) $x < \frac{1}{2}$ (۴) $x > \frac{1}{2}$
- ۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $|x - a| < b$ برابر با $(-3, 6)$ باشد، $\frac{a}{b}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) ۶
- ۷- اگر منحنی $y = (2x+1)(x+2)$ خط گذرا از مبدأ $y = mx$ را قطع نکند، تعداد مقادیر صحیح m کدام است؟
 (۱) بی‌شمار (۲) صفر (۳) ۸ (۴) ۷
- ۸- کدام یک از رابطه‌های زیر، یک تابع است؟



$$f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R} \quad (1)$$

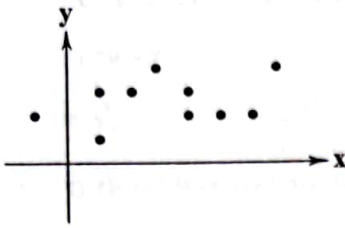
$$|y| = x$$

$$f = \{(x, y) | (x-1)^2 + (y+1)^2 = 0\} \quad (4)$$

$\frac{x}{y}$	$\frac{-1}{0}$	$\frac{(-1)^2}{1}$	$\frac{\sqrt{-1}}{1}$	$\frac{(-1)^2}{0}$
---------------	----------------	--------------------	-----------------------	--------------------

محل انجام محاسبات

۹- با حذف حداقل چند نقطه از شکل زیر، یک تابع با برد دو عضوی به دست می‌آید؟



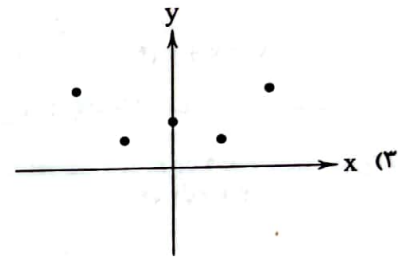
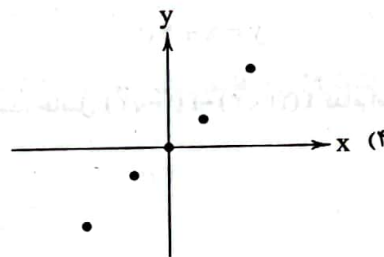
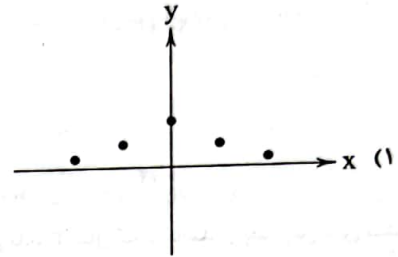
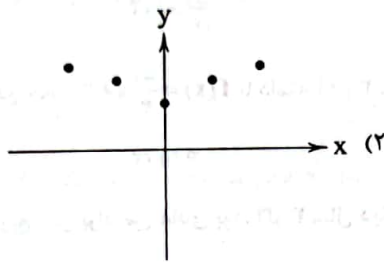
۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۱۰- اگر $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\}$ و $f = \{(x, \frac{1}{1+x^2}) \mid x \in A\}$ نمودار f به چه شکل است؟



۱۱- اگر $f = \{(m, 2), (m+n, n), (m-n, m+1), (2, 2), (m, m-n)\}$ یک تابع باشد، دامنه f شامل چند عضو است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۲- اگر $f: A \rightarrow A$ و $f = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 1\}$ ، به ازای چندتا از مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{W} ، \mathbb{Z} و \mathbb{Z}^- یک تابع است؟

$(\mathbb{Z}^- = \{-x \mid x \in \mathbb{N}\})$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۱۳- اگر $A = \{a, b, c\}$ باشد، چند تابع از A به A می‌توان نوشت که دامنه و برد آن با هم برابر باشد؟

۲۷ (۴)

۱ (۳)

۳ (۲)

۶ (۱)

۱۴- از یک مجموعه نامتناهی به مجموعه A تنها یک تابع می‌توان نوشت. A چند عضو دارد؟

۴ نامتناهی عضو

۳ دقیقاً یک

۲ حداکثر یک

۱ حداقل یک

۱۵- ضابطه مربوط به تابع جدول مقابل، کدام است؟

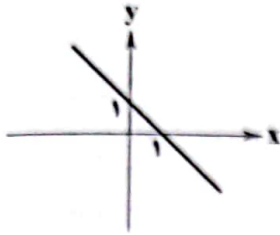
x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۳	۰	-۱	۰	۳

$$y = x^2 + x + 1 \quad (۴)$$

$$y = x^2 - 1 \quad (۳)$$

$$y = 1 - x^2 \quad (۲)$$

$$y = 1 - x \quad (۱)$$



۱۶- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، $f(1-\sqrt{2})$ کدام است؟

(۱) $2 - \sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $-\sqrt{2}$

(۴) $-2 + \sqrt{2}$

۱۷- تابع f رابطه بین محیط (x) و مساحت (y) یک مربع را نشان می‌دهد. ضابطه $f(4x)$ کدام است؟

(۴) x^2

(۳) $4x^2$

(۲) $\frac{1}{16}x^2$

(۱) $\frac{1}{4}x^2$

۱۸- مجموع مقادیر برد تابع خطی $f(x) = \frac{-1}{4}x + 2$ با دامنه $\{-1, 0, 2, 3, 4\}$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۶/۵

(۱) ۵/۵

۱۹- ۳ سال قبل، سن ندا ربع سن برادرش هادی بود. اگر ۲ سال دیگر سن هادی از دو برابر سن ندا، ۳ سال کم‌تر باشد، رابطه بین سن ندا (y) و

سن هادی (x) کدام است؟

(۴) $y = x + 2$

(۳) $y = x - 2$

(۲) $y = x + 4$

(۱) $y = 2x - 1$

۲۰- اگر $f(x) = x - \frac{1}{x}$ باشد، حاصل $f(1+\sqrt{2}) - f(1-\sqrt{2})$ کدام است؟

(۴) $2 + 2\sqrt{2}$

(۳) $2 - 2\sqrt{2}$

(۲) ۴

(۱) صفر

هندسه (۱)

۲۱- یک مضلع منتظم در چهارضلعی ABCD محاط شده است. اگر این مضلع دارای ۲۰ قطر باشد و طول هر ضلع آن $\sqrt{2}$ باشد، مساحت

ABCD چه قدر است؟

(۴) $6 + 4\sqrt{2}$

(۳) $2 + \sqrt{2}$

(۲) $4 + 2\sqrt{2}$

(۱) ۶

۲۲- در مثلث ABC پاره‌خط BD که نقطه D روی ضلع AC قرار دارد، مثلث را به دو مثلث متساوی‌الساقین با رأس مشترک تقسیم می‌کند. اگر

طول AD = ۱۲ باشد و $\hat{C} = 30^\circ$ ، طول AB چه قدر است؟

(۴) $12\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۲) ۱۲

(۱) ۶

۲۳- در ذوزنقه ABCD نسبت قاعده‌ها ۲ به ۳ است. نقاط M و N روی قاعده‌ها طوری انتخاب شده است که مساحت دو چهارضلعی حاصل

برابر باشد. پاره‌خط MN قطر BD را در نقطه O قطع می‌کند. نسبت مساحت مثلث OAB به OND چه قدر است؟

(۴) ۸ به ۹

(۳) ۲ به ۹

(۲) ۴ به ۹

(۱) ۲ به ۳

۲۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع و میانه وارد بر وتر به ترتیب ۲ و ۵ واحد است. طول ضلع کوچک این مثلث چه قدر است؟

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{11}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

۲۵- نقاط F و E وسط طول و عرض مستطیل ABCD قرار دارند و نقطه G روی محیط مستطیل حرکت می‌کند. نسبت بیشترین مساحت مثلث EFG به مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۲۶- مساحت دوزنقه متساوی‌الساقین که ساق کوچک نصف ساق بزرگ و برابر با ارتفاع است، برابر با ۴۸ واحد مربع است. وسط اضلاع این دوزنقه را به صورت متوالی به هم وصل می‌کنیم، محیط چهارضلعی حاصل چه قدر است؟

- (۱) $\sqrt{26}$ (۲) $2\sqrt{26}$ (۳) $4\sqrt{26}$ (۴) $8\sqrt{26}$

۲۷- طول یک مستطیل دو برابر عرض آن است. نقطه M را روی طول AB طوری انتخاب می‌کنیم که $DM = AB$ باشد. اندازه زاویه BMC چه قدر است؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۵ (۳) ۷۵ (۴) ۶۰

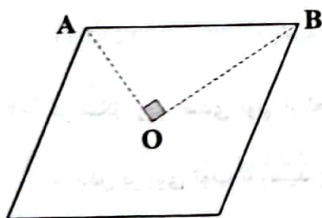
۲۸- در متوازی‌الاضلاع ABCD، M وسط DC است و AM قطر BD را در نقطه N قطع می‌کند. مساحت مثلث DNM چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۲۹- در مثلث متساوی‌الساقین با اضلاع طبیعی، محیط برابر با ۱۵ است. اگر نقطه M روی قاعده مثلث طوری قرار گرفته باشد که فاصله آن از دو ساق به نسبت ۱ به ۲ باشد، مساحت مثلث چه قدر است؟

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\frac{9\sqrt{15}}{4}$ (۴) $9\sqrt{15}$

۳۰- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر نیمساز زوایای A و B در نقطه O بر هم عمودند. اگر $OA = \frac{2}{3}OB = 6$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع چه قدر است؟

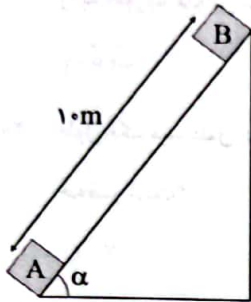


- (۱) ۵۴
(۲) ۱۰۸
(۳) ۲۱۶
(۴) ۶۴

فیزیک



۳۱- مطابق شکل زیر، جسمی از نقطه A با تندی $\sqrt{216} \frac{m}{s}$ مماس بر سطح شیب‌دار رو به بالا پرتاب می‌شود و تا رسیدن به نقطه B، ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیه آن تلف می‌شود. اگر تندی جسم در نقطه B برابر با $\sqrt{2} \frac{m}{s}$ باشد، α چند درجه است؟ $(\cos 37^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{m}{s^2})$



- (۱) ۳۰
- (۲) ۳۷
- (۳) ۴۵
- (۴) ۵۳

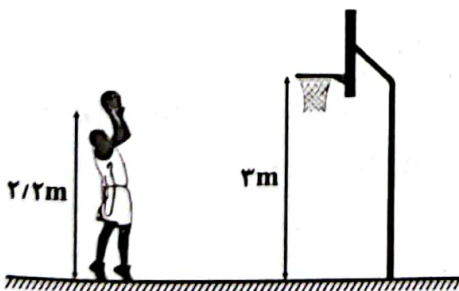
۳۲- چتربازی به جرم کل ۹۰kg از بالنی که در ارتفاع ۴۰۰ متری سطح زمین قرار دارد، با تندی $3 \frac{m}{s}$ به بیرون می‌پرد. اگر او با تندی $3 \frac{m}{s}$ به زمین برسد، بزرگی کار نیروی مقاومت هوا روی آن چند کیلوژول بوده است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

- (۱) صفر
- (۲) ۰/۴۰۵
- (۳) ۳۶۰
- (۴) ۲/۷

۳۳- هواپیمایی با تندی $108 \frac{km}{h}$ به‌طور افقی در ارتفاع ۲۰۰ متری سطح زمین در حال پرواز است. از هواپیما بسته‌ای به جرم ۸kg رها می‌شود. اگر ۴۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه بسته در مسیر حرکت آن تا زمین تلف شود، تندی بسته هنگام رسیدن به سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

- (۱) $735\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{735}$
- (۳) $375\sqrt{2}$
- (۴) $2\sqrt{375}$

۳۴- در شکل زیر، تندی توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به سبد $2 \frac{m}{s}$ تغییر می‌کند. اگر کار نیروی مقاومت هوا از لحظه جدا شدن توپ از دست بازیکن بر روی توپ تا رسیدن آن به سبد، ۷۵ درصد کم‌تر از کار نیروی وزن توپ باشد، توپ با تندی چند متر بر ثانیه از دست بازیکن جدا شده است؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$



- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۱۰

۳۵- مکانیک مدکل زانو، گلوله‌ای به جرم 4 kg از نقطه A با تندی $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ عبور می‌کند و در انتهای مسیر به فنری برخورد می‌کند. اگر در طول

مسیر 40% در حد انرژی اولیه گلوله تلف شود، حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر برابر چند ژول است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$ و سطح زمین را صاف

بفرضیم گرانشی در نظر بگیریم.



۳۰ (۱)

۳۲ (۲)

۵۲ (۳)

۶۰ (۴)

۳۶- توالی خودرویی به جرم 1500 kg برابر 160 hp است. خودرو در یک جاده افقی حرکت می‌کند و تندی خود را از $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ به 7 در مدت 5 ثانیه

می‌رساند. اگر بازه خودرو 6415 درصد باشد، 7 چند کیلوواتر بر ساعت است؟ $(1\text{ hp} = 746\text{ W})$

۳۰ (۱)

۱۰۰ (۲)

۴۰ (۳)

۱۴۴ (۴)

۳۷- دمای جسمی را 81 درجه فارنهایت کاهش می‌دهیم. دمای این جسم چند کلوین کاهش می‌یابد؟

۴۲ (۱)

۴۵ (۲)

۵۲ (۳)

۵۴ (۴)

۳۸- یک دماسنج مجهول که به صورت دثرواه مدرج شده است، دمای 12 درجه سلسیوس را 40 و دمای 40 درجه سلسیوس را 18 نشان

می‌دهد. در چه دمای این دماسنج مجهول با دماسنج سلسیوس عدد یکسانی را نمایش می‌دهد؟

۶۶/۸ (۱)

۶۸/۲ (۲)

۷۰/۸ (۳)

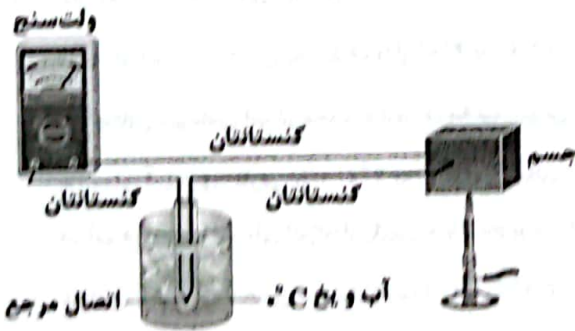
۷۲/۸ (۴)

۳۹- چه تعداد از عبارات‌های زیر در خصوص دماسنج ترموکوپل نادرست است؟

- الف) این دماسنج به دلیل این‌که دارای کاربرد فراوانی در صنعت و آزمایشگاه دارد، یک دماسنج معیار به شمار می‌رود.
- ب) گستره دماسنجی دماسنج ترموکوپل به جنس سیم‌های آن وابسته است.

ج) یکی از مشکلات دماسنج ترموکوپل، آن است که به دلیل جرم بزرگ محل اتصال، مدتی طول می‌کشد تا با دستگاهی که دمای آن اندازه گرفته می‌شود، به تعادل گرمایی برسد.

د) شکل زیر، طرحواره درستی از یک دماسنج ترموکوپل را نشان می‌دهد.



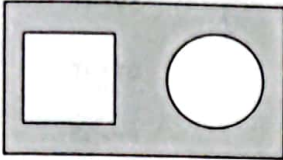
۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

- ۴۰- مطابق شکل زیر، روی یک ورقه فولادی مستطیل شکل، یک حفره دایره‌ای شکل و یک حفره مربعی شکل ایجاد می‌کنیم. اگر دمای ورقه فولادی را به‌طور یکنواخت کاهش دهیم، چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟
- (الف) طول مربع و قطر دایره هر دو کاهش می‌یابند.
 (ب) محیط مربع کاهش و محیط دایره افزایش می‌یابد.
 (ج) تغییرات مساحت مربع و دایره یکسان است.
 (د) درصد تغییرات سطح مربع، دو برابر درصد تغییرات طول آن و درصد تغییرات سطح دایره، سه برابر درصد تغییرات قطر آن است.



- ۴ (۱)
 ۳ (۲)
 ۲ (۳)
 ۱ (۴)

- ۴۱- طول یک قطعه از ریل راه‌آهن، در دمای 86°F برابر 30 متر است. اگر ضریب انبساط طولی فولادی که ریل از آن ساخته شده است برابر با $7/5 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$ باشد، پس از رسیدن دمای ریل به 10°C ، طول ریل چند سانتی‌متر و چگونه تغییر می‌کند؟

- ۹ (۱) - کاهش ۹ (۲) - افزایش ۴/۵ (۳) - کاهش ۴/۵ (۴) - افزایش

- ۴۲- دمای یک کره فلزی توپر را از 30°C به 503K می‌رسانیم. اگر ضریب انبساط سطحی این کره برابر با $7 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$ باشد، حجم آن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱/۴ (۱) - افزایش ۲/۱ (۲) - افزایش ۱/۴ (۳) - کاهش ۲/۱ (۴) - کاهش

- ۴۳- مکعب توپری به طول ضلع 30cm از فلز A ساخته شده است. مساحت جانبی این مکعب در اثر 80°C افزایش دما، چند درصد تغییر می‌کند؟ $(\alpha_A = 4 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$

- ۰/۳۲ (۱) ۳/۲ (۲) ۰/۶۴ (۳) ۶/۴ (۴)

- ۴۴- یک تانکر حمل نفت خام از جنس فولاد به حجم 20m^3 در دمای 10°C به طور کامل پر می‌شود. اگر این تانکر به شهری دیگر منتقل شود که دمای هوا در آنجا 35°C باشد، چند لیتر نفت خام از داخل تانکر به بیرون می‌ریزد؟ $(\alpha_{\text{فولاد}} = 13 \times 10^{-6} \text{K}^{-1})$ و $(\alpha_{\text{نفت خام}} = 950 \times 10^{-6} \text{K}^{-1})$

- ۴۵۵/۵ (۱) ۴۶۸/۵ (۲) ۶۳۷/۷ (۳) ۶۵۵/۹ (۴)

- ۴۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- (الف) اگر دمای آب درون یک ظرف را از 4°C به 1°C برسانیم، حجم آن کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد.
 (ب) چگالی غیرعادی آب در محدوده صفر درجه سلسیوس تا 4°C باعث می‌شود که آب با دمای 4°C پایین‌تر از آب با دمای 0°C قرار بگیرد.
 (ج) دمای آب درون ظرفی را از 3°C به 6°C می‌رسانیم، در طی این افزایش دما ارتفاع آب درون ظرف ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
 (د) آب دریاچه‌ها به جای این‌که از پایین به بالا یخ بزنند، از بالا یخ می‌زنند.
 (ه) ضریب انبساط حجمی آب در محدوده 0°C تا 4°C ، منفی است.

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۴۶- گرمای Q دمای ۲kg از ماده A را 30°F بالا می‌برد. اگر گرمای ۳Q دمای ۵kg از ماده B را به اندازه 45°F بالا ببرد، گرمای ویژه ماده B چند برابر گرمای ویژه ماده A است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/4$ (۳) $0/6$ (۴) $0/8$

۴۷- یک قطعه فلز برنج با حجم 600cm^3 و چگالی $8/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را که دمای آن 150°C است، درون 1200cm^3 آب با دمای 10°C می‌اندازیم. پس

از رسیدن مجموعه به تعادل حرارتی، دمای آب تقریباً چند درجه سلسیوس است؟ (از مبادله گرما بین آب با ظرف و قطعه فلزی با ظرف چشم‌پوشی کنید و $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$ ، $c_{\text{برنج}} = 0/38 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot^{\circ}\text{C}}$)

- (۱) ۳۹ (۲) ۴۴ (۳) ۴۹ (۴) ۵۴

۴۸- توان گرمکن (۱) برابر 1000W و بازده آن برابر ۲۰ درصد است. توان گرمکن (۲) نیز برابر 1200W و بازده آن ۵۰ درصد است. این دو گرمکن را درون 3kg آب با دمای 15°C قرار می‌دهیم. اگر پس از گذشت 450s ، گرمکن (۱) را خاموش کنیم، چند ثانیه پس از لحظه خاموش شدن

آن، دمای آب به 75°C می‌رسد؟ ($c_{\text{آب}} = 4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}}$)

- (۱) ۴۸۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۶۶۰ (۴) ۹۸۰

۴۹- جسمی با سرعت $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ روی سطح افقی پرتاب می‌شود و پس از طی 20 متر می‌ایستد. اگر تمام گرمای حاصل از اصطکاک به گرما تبدیل

شود، دمای جسم چند درجه فارنهایت بالا می‌رود؟ (ظرفیت گرمایی ویژه جسم را 10 واحد SI در نظر بگیرید.)

- (۱) ۲۰ (۲) ۶۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۵

۵۰- دو کره A و B از یک جنس ساخته شده‌اند. کره A توپر با شعاع R و کره B توخالی با شعاع خارجی R و شعاع داخلی $\frac{R}{2}$ می‌باشند. اگر

دمای هر دو کره را به یک اندازه تغییر دهیم، گرمای مورد نیاز و هم‌چنین تغییرات حجم آن‌ها به چه صورت خواهد بود؟

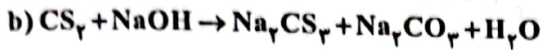
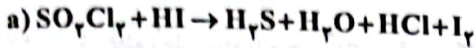
$$\Delta V_A > \Delta V_B, Q_A > Q_B \quad (2) \qquad \Delta V_A = \Delta V_B, Q_A = Q_B \quad (1)$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B, Q_A < Q_B \quad (4) \qquad \Delta V_A = \Delta V_B, Q_A > Q_B \quad (3)$$

شیمی



۵۱- تفاوت ضرایب آب در واکنش‌های زیر پس از موازنه با کوچک‌ترین ضرایب صحیح کدام است؟



۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۵۲- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با واکنش $\text{P}_4 + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{PCl}_5$ درست است؟ ($\text{P} = 31, \text{Cl} = 35.5: \text{g.mol}^{-1}$)

- فرآورده این واکنش یک ماده تجاری مهم است که به تنهایی به عنوان حشره‌کش مورد استفاده قرار می‌گیرد.
- حالت فیزیکی تمامی اجزای واکنش با هم متفاوت است.

• از واکنش ۹۹۲g فسفر با مقدار کافی گاز کلر، ۴۰۴۰g فرآورده به دست می‌آید.

• به ازای مصرف ۶۷/۲L گاز کلر در شرایط STP، تفاوت شمار مول‌های فرآورده و فسفر برابر با ۱/۲۵ خواهد بود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۳- درصد جرمی عنصر M در اکسیدهای MO و MO_2 به ترتیب ۳۹/۳۹٪ و ۷۶/۴۷٪ است. درصد جرمی M در MO_3 کدام

است؟ ($\text{O} = 16 \text{ g.mol}^{-1}$)

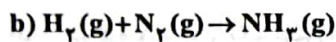
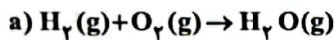
۵۹/۸۶ (۴)

۵۲/۰۰ (۳)

۶۲/۲۳ (۲)

۴۷/۱۱ (۱)

۵۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با واکنش‌های a و b درست است؟



• واکنش a در حضور کاتالیزگر مناسب به صورت انفجاری انجام می‌شود.

• واکنش a در حضور جرقه به صورت انفجاری انجام می‌شود.

• واکنش b در دما و فشار اتاق انجام نمی‌شود.

• واکنش b در حضور کاتالیزگر مناسب یا جرقه انجام نمی‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

• روغن‌های گیاهی همانند اتانول از عنصرهای کربن، هیدروژن و اکسیژن تشکیل شده‌اند.

• پلاستیک‌های سبز بیشتر از نشاسته ساخته شده‌اند و درصد مواد نفتی تشکیل‌دهنده آن‌ها بسیار کم است.

• سوخت‌های سبز همانند پلاستیک‌های سبز، زیست‌تخریب‌پذیرند.

• قیمت تمام شده تولید پلاستیک‌های معمولی (با پایه نفتی) در کارخانه کم‌تر از پلاستیک‌های سبز است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۶- چگالی مخلوطی از گازهای اوزون (۳۰L) و هیدروژن (۲۰L) در دمای 91°C و فشار $1/667\text{atm}$ چند گرم بر لیتر است؟

($\text{H}=1, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$)

۲/۱۲ (۴)

۱/۹۲ (۳)

۱/۶۵ (۲)

۱/۴۲ (۱)

۵۷- چه تعداد از اقدامات زیر در جهت کاهش ردپای CO_2 انجام می‌شود؟

• کاشت درختان و توسعه فضای سبز

• ذخیره و نگهداری CO_2 در مکان‌های عمیق و امن در زیرزمین

• استفاده از انرژی خورشید به جای گرمای زمین به عنوان منبع تولید برق

• استفاده از زغال سنگ به جای نفت خام به عنوان منبع تولید برق

• استفاده از هواپیما به جای خودرو برای سفرهای طولانی

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• حجم یک گاز تنها تابعی از دما و فشار آن است.

• هریک از فرایندهای تهیه سولفوریک اسید و نیتریک اسید شامل چندین واکنش گازی متوالی است.

• یکی از واکنش‌های فرایند تهیه سولفوریک اسید تبدیل گاز گوگرد تری اکسید به گاز گوگرد دی اکسید است.

• در واکنش اکسایش گلوکز، ضریب مولی فراورده‌ها با هم برابر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۹- چه تعداد از موارد پیشنهاد شده، عبارت زیر را به درستی کامل می‌کنند؟

«گازها مایع‌ها

• همانند - شکل معینی ندارند.

• برخلاف - حجم معینی ندارند.

• همانند - به شکل ظرف محتوی خود درمی‌آیند.

• برخلاف - تراکم‌پذیر هستند.

• برخلاف - تمام حجم ظرف محتوی خود را اشغال می‌کنند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۶۰- اگر در دمای یکسان، چگالی یک نمونه گاز اکسیژن و یک نمونه گاز گوگرد تری اکسید با هم برابر باشد، شمار اتم‌های گاز اکسیژن در واحد

حجم، چند برابر شمار اتم‌های گاز گوگرد تری اکسید در واحد حجم است؟ ($\text{S}=32, \text{O}=16: \text{g.mol}^{-1}$)

۲ (۴)

۱/۶۶ (۳)

۲/۵ (۲)

۱/۲۵ (۱)

۶۱- برای یک نمونه گاز، چه تعداد از نمودارهای زیر صعودی و خطی است؟

(در هر مورد سایر متغیرها را ثابت فرض کنید.)

• حجم برحسب فشار

• فشار برحسب دما (مقیاس درجه سلسیوس)

• حجم برحسب دما (مقیاس کلوین)

• حجم برحسب شمار مول ها

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۲- اگر نسبت جرم مولی اوزون به جرم مولی گاز اکسیژن را برابر با a در نظر بگیریم، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• نسبت شمار جفت الکترونهای پیوندی اوزون به شمار جفت الکترونهای پیوندی مولکول اکسیژن برابر با a است.

• نسبت شمار جفت الکترونهای ناپیوندی اوزون به شمار جفت الکترونهای ناپیوندی مولکول اکسیژن برابر با a است.

• نسبت نقطه جوش اوزون (در مقیاس کلوین) به نقطه جوش اکسیژن (در مقیاس کلوین)، بزرگتر از a است.

• در لایه استراتوسفر، نسبت فراوانی اوزون به فراوانی اکسیژن، بزرگتر از a است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۳- در شرایطی که هر گرم گاز اکسیژن حجمی معادل ۸۰۰cm^3 دارد، ۲ مول گاز آمونیاک چند مترمکعب حجم دارد؟ ($O = ۱۶ : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) $۰/۵۱۲$ (۲) $۰/۰۵۱۲$ (۳) $۰/۱۲۸$ (۴) $۰/۰۱۲۸$

۶۴- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش سه مرحله‌ای تبدیل گاز نیتروژن موجود در هواکره به اوزون تروپوسفری درست است؟

• در هر کدام از این سه مرحله، گاز اکسیژن جزو واکنش دهنده‌هاست.

• اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن در مرحله دوم تولید و در مرحله سوم مصرف می‌شود.

• گاز نیتروژن مونوکسید در دو مرحله جزو فرآورده‌ها و در یک مرحله جزو واکنش دهنده‌هاست.

• در مرحله دوم همانند مرحله سوم، در هر کدام از دو سمت واکنش، دست کم یک مولکول وجود دارد که یکی از اتم‌های آن، فاقد آرایش

هشت تایی است.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با گاز N_2 درست است؟

• در مخلوطی مایع شامل N_2 و H_2 ، با افزایش دما N_2 زودتر از H_2 از مخلوط جدا می‌شود.

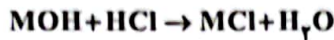
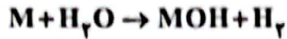
• به دلیل پایین بودن نقطه جوش برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک از آن استفاده می‌شود.

• از واکنش فلز Al با نمک NH_4ClO_4 می‌توان این گاز را تولید کرد.

• سنگین‌ترین جزء سازنده هواکره بوده و در مقایسه با O_2 از نظر شیمیایی غیرفعال است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۶- به تقریب ۸g از یک فلز گروه اول با آب واکنش داده و محلول حاصل با مقدار کافی هیدروکلریک اسید وارد یک واکنش می‌شود و در نتیجه جرم حل‌شونده موجود در کلرید فلز قلیایی برابر با ۱۱/۳۴g اندازه‌گیری شده است. جرم مولی فلز M چند گرم بر مول است؟ ($Cl = ۳۵/۵ \text{ g.mol}^{-1}$)



۲۳ (۴)

۱۳۲ (۳)

۳۹ (۲)

۸۵ (۱)

۶۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- شمار اتم‌های اکسیژن مولکول گلوکز و چربی ذخیره شده در کوهان شتر با هم برابر است.
- گاز شهری به طور عمده از متان تشکیل شده است.
- آمونیاک یکی از کودهای شیمیایی است که بهتر است به طور مستقیم به خاک تزریق نشود.
- به واکنش آرام مواد با اکسیژن که با مبادله انرژی ناچیزی همراه است، واکنش اکسایش می‌گویند.

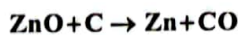
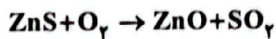
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۶۸- برای تهیه روی از سولفید آن واکنش‌های زیر استفاده می‌شود:



برای تهیه یک تن روی، در مجموع چند کیلوگرم گاز CO و SO_2 وارد محیط‌زیست می‌شود؟

($Zn = ۶۵, C = ۱۲, S = ۳۲, O = ۱۶: \text{g.mol}^{-1}$)

۱۳۶۱/۲ (۴)

۱۲۱۵/۳ (۳)

۱۴۱۵/۳ (۲)

۱۵۶۱/۲ (۱)

۶۹- واکنشی طبق معادله $xNH_3(g) + yCO_2(g) \rightarrow CO(NH_2)_2(s) + A(g)$ انجام می‌گیرد. چنانچه واکنش با ۴ اتمسفر آمونیاک و ۳ اتمسفر از گاز کربن دی‌اکسید در ظرفی به حجم ثابت ۱۰ لیتر در دمای معین آغاز شود و پس از گذشت زمان معین، فشار NH_3 و CO_2 به ترتیب ۱/۵ و ۱/۷۵ اتمسفر باشد، فشار کل ظرف چند اتمسفر خواهد شد؟

۳/۷۵ (۴)

۳/۲۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۷ (۱)

۷۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آمونیاک و فرایند تهیه آن (فرایند هابر) نادرست است؟

- با توجه به واکنش‌پذیری ناچیز نیتروژن، آمونیاک جزو معدود موادی است که در صنعت از نیتروژن تولید می‌شود.
- فریتس هابر به دلیل به کارگیری آمونیاک در صنعت کشاورزی، برنده جایزه نوبل شیمی شد.
- هابر واکنش میان گازهای H_2 و N_2 را بارها در حضور کاتالیزگرهای مختلف انجام داد تا توانست بهترین کاتالیزگر آن را پیدا کند.
- هابر با بررسی چگالی اجزای واکنش، راه‌حلی برای جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش پیدا کرد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۲/۱۸

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

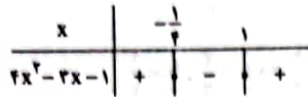
$$2y + 2x + 1 = 0 \Rightarrow y = -\frac{2}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$2x^2 - 2x - 1 < -\frac{2}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 - \frac{2}{2}x - \frac{1}{2} < -\frac{2}{2}x - \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 - 2x - 1 < 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(2)(-1) = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{12}}{2(2)} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \\ x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow b - a = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

فاصله از (-2) فاصله از 2

$$|x - 2| > |x - (-2)| \Rightarrow |x - 2| > |x + 2|$$

روش اول: طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 - 4x + 4 > x^2 + 4x + 4 \Rightarrow -4x > 4x \Rightarrow -8x > 8 \Rightarrow x < -1$$

$$\Rightarrow -1 > x > -5 \Rightarrow x < -1$$

روش دوم: از رابطه زیر کمک می‌گیریم:

$$|x| < a \Rightarrow -a < x < a$$

$$|x + 2| < |x - 2| \Rightarrow -|x - 2| < x + 2 < |x - 2|$$

حال دو حالت را در نظر می‌گیریم:

$$1) x \geq 2 \xrightarrow{|x-2|=x-2} -(x-2) < x+2 < x-2$$

$$\Rightarrow -x+2 < x+2 < x-2$$

غیر ممکن

$$2) x < 2 \xrightarrow{|x-2|=2-x} -(2-x) < x+2 < 2-x$$

$$\Rightarrow x-2 < x+2 < -x+2$$

همواره برقرار

$$\Rightarrow x+2 < -x+2 \Rightarrow 2x < 0 \Rightarrow x < 0$$

$$\Rightarrow x < -1$$

روش اول: با شرط $b > 0$ داریم:

$$|x - a| < b \Rightarrow -b < x - a < b \xrightarrow{+a} a - b < x < a + b$$

$$\Rightarrow (a - b, a + b) = (-2, 6) \Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ a + b = 6 \end{cases}$$

$$2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$a + b = 6 \Rightarrow b = 6 - a = 6 - 2 = 4$$

۳ ۴

۲ ۱

$$\frac{x^2 - 1}{3} - \frac{x^2 - 2}{6} < \frac{2x + 5}{9}$$

طرفین نامعادله را در ۱۸ ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها از بین برود:

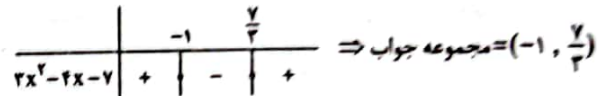
$$6(x^2 - 1) - 2(x^2 - 2) < 2(2x + 5)$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 6 - 2x^2 + 4 < 4x + 10$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x - 2 < 10 \Rightarrow 4x^2 - 4x - 12 < 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(4)(-12) = 16 + 192 = 208 = 16 \times 13 = 4\sqrt{13}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{208}}{2(4)} = \frac{4 \pm 4\sqrt{13}}{8} = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \\ \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$



بزرگترین عدد صحیح در این مجموعه جواب ۲ می‌باشد.

۱ ۲ ابتدا P را تجزیه می‌کنیم:

فکتور از x^2

$$P(x) = \frac{x^2 - x^2 + x - 1}{x^2 + x - 20} = \frac{x^2(x-1) + (x-1)}{(x+5)(x-4)} = \frac{(x-1)(x^2+1)}{(x+5)(x-4)}$$

اتحاد جمله مشترک

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{ریشه ندارد (همواره مثبت)}$$

$$x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow x = -5, x = 4$$

	-5	1	4
$x-1$	-	-	+
x^2+1	+	+	+
x^2+x-20	+	-	+
$P(x)$	-	+	+

شماره منفی شماره مثبت

بنابراین P در بازه‌های $(-5, 1)$ و $(4, +\infty)$ نامنفی است.

$$1 - \sqrt{2} = 1 - 1/4 = -3/4 \in (-5, 1) \checkmark$$

۴ ۲ در عبارت $P(x) = x^2 - mx + m^2 + 1$ چون $a = 1 > 0$

اگر $\Delta < 0$ باشد عبارت P همواره مثبت می‌گردد.

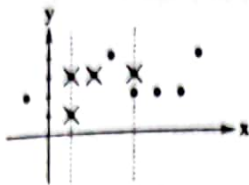
$$\Delta < 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(1)(m^2 + 1) < 0 \Rightarrow m^2 - 4m^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow -3m^2 - 4 < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 3m^2 + 4 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 > -\frac{4}{3} \text{ (همواره برقرار)}$$

بنابراین به ازای همه مقادیر m $\Delta < 0$ است و P(x) مثبت است.

منگراین:



با حذف ۴ نقطه مشخص شده به یک تابع با برد دو عضوی می‌رسیم.

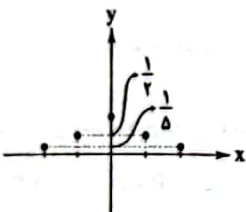
$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$x = \pm 1 \Rightarrow \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{1+0} = 1$$

$$\Rightarrow f = \left\{ \left(-2, \frac{1}{5}\right), \left(-1, \frac{1}{2}\right), (0, 1), \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(2, \frac{1}{5}\right) \right\}$$



۳ ۹

۱ ۱۰

۲ ۱۱

۳ ۱۲

$$f = \{(m, 2), (m+n, n), (m-n, m+1), (2, 2), (m, m-n)\}$$

$$(m, 2), (m, m-n) \in f \Rightarrow m-n=2$$

$$\Rightarrow f = \{(m, 2), (m+n, n), (2, m+1), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow m+1=2 \Rightarrow m=1 \xrightarrow{m-n=2} 1-n=2 \Rightarrow n=-1$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (0, -1), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow f \text{ دامنه} = \{0, 1, 2\}$$

$$|y| \leq 1 - |x|$$

$$x \in \mathbb{N} \text{ یا } x \in \mathbb{Z}^- \Rightarrow |x| \geq 1 \Rightarrow 1 - |x| \leq 0$$

$$\Rightarrow |y| \leq 0 \Rightarrow y = 0$$

پس تنها $y = 0$ می‌تواند باشد.

$$y = 0 \Rightarrow |x| + 0 \leq 1 \Rightarrow |x| \leq 1 \xrightarrow{x \in \mathbb{N}} x = 1$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 0)\} \checkmark$$

$$x \in \mathbb{W} \text{ یا } x \in \mathbb{Z}$$

$$x = 0 \Rightarrow 0 + |y| \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1 \xrightarrow{y \in \mathbb{W}} y = 0, 1$$

$$\xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y = 0, 1, -1$$

در هر صورت برای y بیش از یک مقدار به دست می‌آید.

پس تنها به ازای مجموعه $A = \mathbb{N}$ یا $A = \mathbb{Z}^-$ یک تابع می‌گردد.

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{1}{9}} = \frac{2}{1} = \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

روش دوم: وسط بازه را می‌یابیم، a برابر با نقطه وسط بازه است:

$$a = \frac{-2+6}{2} = \frac{2}{2}$$

منگراین:

$$-2 < x < 6 \xrightarrow{-\frac{2}{2}} -2 - \frac{2}{2} < x - \frac{2}{2} < 6 - \frac{2}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{2} < x - \frac{2}{2} < \frac{4}{2} \Rightarrow |x - \frac{2}{2}| < \frac{4}{2} \Rightarrow a = \frac{2}{2}, b = \frac{4}{2}$$

در نتیجه

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{4}{2}} = \frac{2 \times 2}{4 \times 2} = \frac{1}{2}$$

معادله تلاقی منحنی و خط $y = mx$ ریشه ندارد:

$$(2x+1)(x+2) = mx \Rightarrow 2x^2 + 4x + x + 2 = mx$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (5-m)x + 2 = 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (5-m)^2 - 4(2)(2) < 0$$

$$\Rightarrow 25 + m^2 - 10m - 16 < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 10m + 9 < 0 \Rightarrow (m-9)(m-1) < 0$$

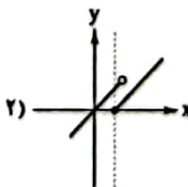
$$\frac{m^2 - 10m + 9}{(m-9)(m-1)} = \frac{+}{-} = -$$

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} = 1 < m < 9$$

بنابراین $9-1-1=7$ مقدار صحیح برای m وجود دارد.

۴ ۸ بررسی گزینه‌ها:

$$1) |y| = x : x = 1 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \Rightarrow \text{تابع نیست}$$



۲) \Rightarrow در ۲ نقطه قطع می‌کند \Rightarrow تابع نیست

$$3) \frac{x}{y} \left| \begin{array}{ccc} -1 & (-1)^2 & \sqrt{-1} \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \begin{array}{ccc} (-1)^2 & & (-1)^2 \\ 1 & & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} \left| \begin{array}{ccc} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \begin{array}{ccc} -1 & & -1 \\ 1 & & 1 \end{array} \text{ تابع نیست}$$

$$4) \underbrace{(x-1)^2}_{\text{نامنفی}} + \underbrace{(y+1)^2}_{\text{نامنفی}} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ y+1=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, -1)\} \Rightarrow \text{تابع است}$$

۱۹ (۳) اکنون سن ندا را a و سن هادی را b در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$(a-2) = \frac{1}{4}(b-2) \quad \text{سه سال قبل}$$

$$\Rightarrow b-2 = 4a-12 \Rightarrow b = 4a-10 \quad (1)$$

$$(b+2) = 2(a+2) - 2 \quad \text{دو سال بعد}$$

$$\Rightarrow b = 2a + 4 - 2 - 2 \Rightarrow b = 2a - 1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 4a - 10 = 2a - 1$$

$$\Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = 4.5 \rightarrow b = 7$$

بنابراین همواره ندا ۳ سال از هادی کوچک‌تر است و داریم:

$$f(x) = x - \frac{1}{x} \quad (1 \quad 20)$$

$$f(1-\sqrt{2}) = 1-\sqrt{2} - \frac{1}{1-\sqrt{2}} = 1-\sqrt{2} - \frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$$

$$= 1-\sqrt{2} - \frac{1+\sqrt{2}}{-1} = 1-\sqrt{2} + 1+\sqrt{2} = 2 \quad (1)$$

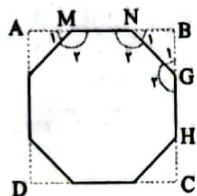
$$f(1+\sqrt{2}) = 1+\sqrt{2} - \frac{1}{1+\sqrt{2}} \times \frac{1-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2} - \frac{1-\sqrt{2}}{-1}$$

$$= 1+\sqrt{2} + 1-\sqrt{2} = 2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow f(1+\sqrt{2}) - f(1-\sqrt{2}) = 2 - 2 = 0$$

(۲ ۲۱)

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-2)}{2} = 20 \Rightarrow n(n-2) = 40 = 8 \times 5 \Rightarrow n = 8$$



$$\hat{N}_1 = \frac{(8-2) \times 180^\circ}{8} = 135^\circ \Rightarrow \hat{N}_1 = 45^\circ$$

$$\hat{G}_1 = 135^\circ \Rightarrow \hat{G}_1 = 45^\circ \quad \text{به طور مشابه:}$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (\hat{N}_1 + \hat{G}_1) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \quad \text{و در نتیجه:}$$

و در نتیجه همه زوایای چهارضلعی ABCD قائمه است. از طرفی چون مثلث‌های دور شکل مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین اند، پس داریم:

$$AB = AM + MN + BN = BG + GH + HC = BC$$

و بنابراین چهارضلعی ABCD مربع است و داریم:

$$BN^2 + BG^2 = NG^2 \xrightarrow{BG=NB} BN^2 + BN^2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 2BN^2 = 2 \Rightarrow BN = 1$$

$$AB = AM + MN + NB = BN + MN + BN = 1 + \sqrt{2} + 1 = 2 + \sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = (AB)^2 = (2 + \sqrt{2})^2 = 4 + 2 + 4\sqrt{2} = 6 + 4\sqrt{2}$$

۱۳ (۱) باید برد f هم برابر با $\{a, b, c\}$ باشد، پس نباید y تکراری داشته باشیم. در نتیجه برای $f(a)$ ، $f(b)$ ، $f(c)$ حالت، برای $f(b)$ دو حالت (غیر از $f(a)$) و برای $f(c)$ تنها یک حالت باقی می‌ماند:

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

۱۴ (۳) باید برد تابع تنها یک عضو داشته باشد و همه اعضای دامنه به آن نظیر شوند. در غیر این صورت بیش از یک تابع می‌توان نوشت.

۱۵ (۳) ضابطه مربوط به جدول $y = x^2 - 1$ است:

$$(-2)^2 - 1 = 3$$

$$(-1)^2 - 1 = 0$$

$$0^2 - 1 = -1$$

$$1^2 - 1 = 0$$

$$2^2 - 1 = 3$$

۱۶ (۲) معادله خط گذرا از نقاط $(0, 1)$ و $(1, 0)$ را می‌نویسیم:

$$m = \frac{1-0}{0-1} = -1$$

$$y - 1 = (-1)(x - 0) \Rightarrow y = -x + 1$$

$$f(x) = -x + 1 \xrightarrow{x=1-\sqrt{2}}$$

$$f(1-\sqrt{2}) = -(1-\sqrt{2}) + 1 = -1 + \sqrt{2} + 1 = \sqrt{2}$$

۱۷ (۴) اگر ضلع مربع a باشد، آن‌گاه

$$\text{محیط: } x = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{4}x$$

$$\text{مساحت: } y = a^2 = \left(\frac{1}{4}x\right)^2 = \frac{1}{16}x^2$$

$$f(x) = \frac{1}{16}x^2 \Rightarrow f(4x) = \frac{1}{16}(4x)^2 = \frac{1}{16} \times 16x^2 = x^2$$

$$f(x) = \frac{-1}{4}x + 2 \quad (4 \quad 18)$$

$$f(-1) = \frac{-1}{4}(-1) + 2 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$f(0) = \frac{-1}{4}(0) + 2 = 2$$

$$f(2) = \frac{-1}{4}(2) + 2 = 1$$

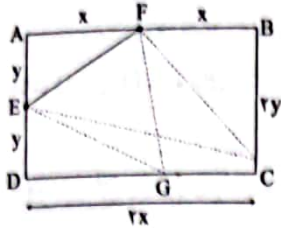
$$f(3) = \frac{-1}{4}(3) + 2 = \frac{1}{4}$$

$$f(4) = \frac{-1}{4}(4) + 2 = 0$$

$$f \text{ برد} = \left\{ \frac{5}{4}, 2, 1, \frac{1}{4}, 0 \right\}$$

$$f \text{ مجموع مقادیر برد} = \frac{5}{4} + 2 + 1 + \frac{1}{4} + 0 = 6$$

۲ ۲۵



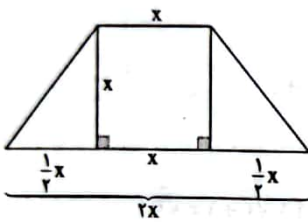
باید G در دورترین نقطه نسبت به EF قرار گیرد تا مساحت EFG ماکزیم شود. پس G را روی نقطه C در نظر می‌گیریم.

$$S_{EFG} = S_{ABCD} - (S_{AEF} + S_{FBC} + S_{ECD})$$

$$= (2x)(2y) - \left(\frac{1}{2}xy + \frac{1}{2}x(2y) + \frac{1}{2}y(2x)\right)$$

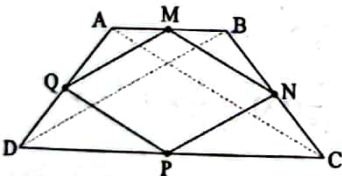
$$= 4xy - \left(\frac{1}{2}xy + xy + xy\right) = 4xy - \frac{5}{2}xy = \frac{3}{2}xy$$

$$\frac{S_{EFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{3}{2}xy}{4xy} = \frac{3}{8}$$



$$S = \frac{1}{2}x(x+2x) = \frac{3}{2}x^2 = 48$$

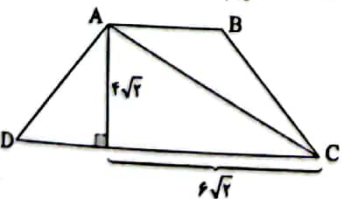
$$\Rightarrow x^2 = \frac{2 \times 48}{3} = 32 \Rightarrow x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



$$MN = PQ = \frac{1}{2}AC \xrightarrow{AC=BD} MQ = NP = \frac{1}{2}BD$$

$$MN = PQ = MQ = NP = \frac{1}{2}AC \quad (1)$$

از طرفی با توجه به اینکه $x = 4\sqrt{2}$ است، داریم:



$$AC^2 = (4\sqrt{2})^2 + (6\sqrt{2})^2 = 32 + 72 = 104$$

$$AC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26} \quad (2)$$

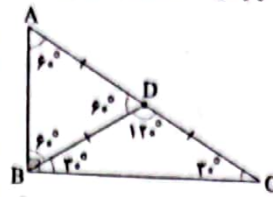
$$(1), (2) \Rightarrow \text{محیط } MNPQ = 4MN = 2(AC)$$

$$= 2AC = 2(2\sqrt{26}) = 4\sqrt{26}$$

۳ ۲۶

۲ ۲۲

مثلث‌های DAB و DBC در رأس D مشترک‌اند و داریم:



$$\begin{cases} AD = BD \\ CD = BD \end{cases} \Rightarrow AD = BD = CD = 12$$

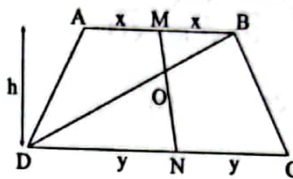
$$\Rightarrow BD = \frac{1}{2}AC \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

و داریم:

$$\hat{A} = \hat{D} = \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \Delta ABD \text{ متساوی‌الاضلاع} \Rightarrow AB = BD = 12$$

اگر M و N وسط ساق‌ها باشند، داریم:

۴ ۲۳



$$S_{AMND} = S_{MBCN} = \frac{h}{2}(x+y)$$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{2x}{2y} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{2}$$

$$\Delta OMB \sim \Delta OND \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{x}{y} = \frac{2}{2}$$

$$S_{\Delta OAM} = S_{\Delta OBM} \Rightarrow S_{\Delta OAB} = 2S_{\Delta OMB} \Rightarrow S_{\Delta OMB} = \frac{1}{2}S_{\Delta OAB} \quad (*)$$

$$\frac{S_{\Delta OMB}}{S_{\Delta OND}} = \left(\frac{2}{2}\right)^2 = \frac{4}{4} \xrightarrow{(*)} \frac{\frac{1}{2}S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OND}} = \frac{4}{4} \xrightarrow{x=2} \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OND}} = \frac{4}{4}$$

۱ ۲۴



$$AM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow BC = 10$$

$$MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$BH = x \Rightarrow CM = BM = x + 2$$

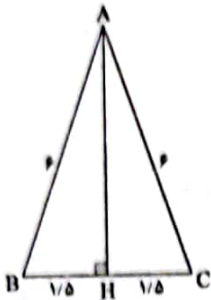
$$BC = 2CM = 2(x + 2) = 10$$

$$\Rightarrow 2x + 4 = 10 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow BH = 3$$

$$\Delta ABH: AB^2 = AH^2 + BH^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5$$

$$ABC \text{ محیط} = 2x + 2a = 15 \xrightarrow{a=H} \begin{matrix} 2 \text{ مضرب } a \\ 2 \text{ مضرب } x \end{matrix}$$

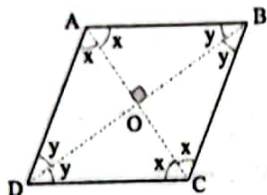
$$\begin{cases} a=2 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 2, 2, 9 \text{ مثلث با اضلاع } x \\ a=6 \Rightarrow x=1 \Rightarrow 2, 6, 6 \text{ مثلث با اضلاع } x \end{cases}$$



$$AH^2 = a^2 - (1/5)^2 \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{15}}{5} \times 2 = \frac{2\sqrt{15}}{5}$$

۲ ۲۰



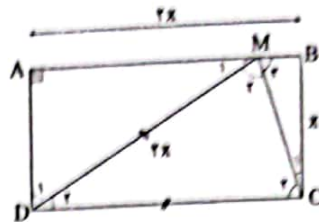
$$2x + 2y = 2(x + y) = 2 \times 90^\circ = 180^\circ$$

بنابراین چهارضلعی حاصل از ۴ مثلث قائم الزاویه همنهشت تشکیل شده و در نتیجه یک لوزی است.

$$OA = 6 \Rightarrow AC = 12$$

$$OB = \frac{2 \times 6}{2} = 6 \Rightarrow BD = 12$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72$$



$$AD = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} DM \Rightarrow \hat{M}_1 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}_1 = 60^\circ \Rightarrow \hat{D}_2 = 30^\circ$$

$$\Delta DMC: DM = DC \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C}_2 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

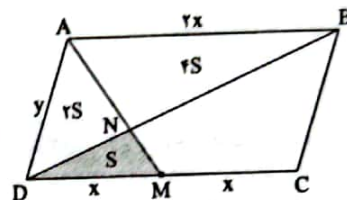
روش اول:

$$\hat{C}_1 = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ \Rightarrow \hat{BMC} = 90^\circ - \hat{C}_1 = 75^\circ$$

روش دوم:

$$\hat{BMC} = 180^\circ - (\hat{M}_1 + \hat{M}_2) = 180^\circ - (30^\circ + 75^\circ) = 75^\circ$$

۴ ۲۸ $S_{DMN} = S_{ANB}$ در نظر بگیریم:



$$\Delta ANB \sim \Delta DNM \Rightarrow \begin{cases} \frac{S_{ANB}}{S_{DNM}} = \left(\frac{2x}{x}\right)^2 = 4 \Rightarrow S_{ANB} = 4S \text{ (1)} \\ \frac{AN}{NM} = \frac{NB}{DN} = \frac{2x}{x} = 2 \end{cases}$$

دو مثلث AND و DNM هم ارتفاع هستند، بنابراین:

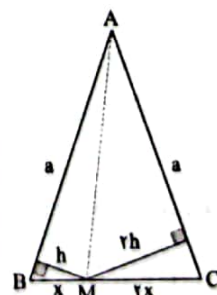
$$\frac{S_{AND}}{S_{DNM}} = \frac{AN}{NM} = 2 \Rightarrow S_{AND} = 2S \text{ (2)}$$

$$S_{ABD} = 6S \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2(6S) = 12S$$

$$\frac{S_{DNM}}{S_{ABCD}} = \frac{S}{12S} = \frac{1}{12}$$

بنابراین:

۳ ۲۹

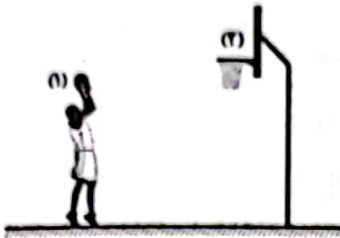


$$AB = AC = a$$

$$\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\Delta ACM}} = \frac{BM}{CM} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} h \times AB}{\frac{1}{2} \times 2x \times AC} = \frac{BM}{CM}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{CM} = \frac{1}{2} \rightarrow BM = x \rightarrow CM = 2x$$

حال داریم:



$$E_f - E_1 = W_f$$

$$\xrightarrow{(*)} U_f + K_f - (U_1 + K_1) = -2m$$

$$\Rightarrow mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2 - mgh_1 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -2m$$

$$\xrightarrow{v_f = v_1 - 2} 10 \times 2 + \frac{1}{2}(v_1 - 2)^2 - 10 \times 2/2 - \frac{1}{2} \times v_1^2 = -2$$

$$\Rightarrow 20 + \frac{1}{2}(v_1 - 2)^2 - 22 - \frac{1}{2}v_1^2 = -2$$

$$\Rightarrow (v_1 - 2)^2 - v_1^2 = -20 \Rightarrow v_1^2 + 4 - 4v_1 - v_1^2 = -20$$

$$\Rightarrow -4v_1 = -24 \Rightarrow v_1 = 6 \frac{m}{s}$$

با توجه به این که اتلاف انرژی داریم، می توان نوشت:

$$E_f - E_1 = E_{\text{تلف شده}}$$

$$\xrightarrow{E_{\text{تلف شده}} = -0.12E_1} E_f = 0.18E_1 \Rightarrow U_{\text{فتر}} + U_{g_f} = 0.18(K_1 + U_{g_1})$$

$$\Rightarrow U_{\text{فتر}} + mgh_f = 0.18(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1)$$

$$\Rightarrow U_{\text{فتر}} + 2 \times 10 \times 2 = 0.18 \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 400 + 2 \times 10 \times 12)$$

$$\Rightarrow U_{\text{فتر}} + 40 = 220 + 192 \Rightarrow U_{\text{فتر}} = 372 J$$

به کمک رابطه بازده، توان مفید را محاسبه می کنیم:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 62/5 = \frac{P_{\text{مفید}}}{160} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = 100 \text{ hp}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مفید}} = 100 \times 750 = 75000 \text{ W}$$

در نتیجه با توجه به رابطه توان داریم:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_f}{\Delta t} \Rightarrow 75000 = \frac{W_f}{\Delta} \Rightarrow W_f = 375000 J$$

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_f = \Delta K \Rightarrow 375000 = \frac{1}{2} \times 1500 \times (v^2 - 20^2)$$

$$\Rightarrow v = 20 \frac{m}{s} \xrightarrow{\times 2/6} v = 108 \frac{km}{h}$$

فیزیک



۲۱ مبدأ انرژی پتانسیل را در نقطه A در نظر می گیریم چون در

طول مسیر، اتلاف انرژی وجود دارد، می توان نتیجه گرفت:

$$E_B = 0.75E_A \Rightarrow U_B + K_B = \frac{3}{4}K_A$$

$$\Rightarrow mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\Rightarrow 10h_B + \frac{1}{2} \times 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 216 \Rightarrow 10h_B + 1 = 81$$

$$\Rightarrow 10h_B = 80 \Rightarrow h_B = 8m$$

حال خواهیم داشت:

$$\sin \alpha = \frac{h}{10} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{8}{10} = 0.8 \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

۲۲ با توجه به این که اتلاف انرژی داریم، می توان نوشت:

$$E_f - E_1 = W_f$$

$$\Rightarrow (K_f + U_f) - (K_1 + U_1) = W_f$$

$$\xrightarrow{U_f = 0, v_1 = v_f \Rightarrow K_1 = K_f} -U_1 = W_f$$

$$\Rightarrow -mgh_1 = W_f \Rightarrow -90 \times 10 \times 400 = W_f$$

$$\Rightarrow W_f = -36 \times 10^4 J = -360 kJ \Rightarrow |W_f| = 360 kJ$$

۲۳ در طول مسیر حرکت، ۴۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه بسته

تلف شده است، بنابراین ۶۰ درصد انرژی مکانیکی اولیه به سطح زمین می رسد



$$E_f = 0.6E_1 \Rightarrow U_f + K_f = 0.6(U_1 + K_1)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = 0.6(mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_f^2 = 0.6 \times (10 \times 200 + \frac{1}{2} \times (20)^2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_f^2 = 0.6 \times (2000 + 200)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_f^2 = 1200 + 270 \Rightarrow v_f^2 = 2400 + 540$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 2940 \Rightarrow v_f = \sqrt{2940} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_f = 2\sqrt{735}$$

۲۴ کار نیروی مقاومت هوا ۷۵ درصد کم تر از کار نیروی وزن است.

بنابراین می توان نتیجه گرفت که کار نیروی مقاومت هوا، ۲۵ درصد یعنی $\frac{1}{4}$

کار نیروی وزن است.

$$W_f = \frac{1}{4}W_{mg} \xrightarrow{W_{mg} = -\Delta U} W_f = \frac{1}{4}(-mg\Delta h)$$

$$\xrightarrow{\Delta h = 10m} W_f = \frac{1}{4}(-m \times 10 \times 10) = -25m \quad (*)$$

۲۱ ۳ ابتدا دمای اولیه ریل را بر حسب درجه سلسیوس به دست می آوریم:

$$F_1 = \frac{1}{8}\theta + 22 \Rightarrow 86 = \frac{1}{8}\theta_1 + 22 \Rightarrow 86 - 22 = \frac{1}{8}\theta_1$$

$$\Rightarrow 54 = \frac{1}{8}\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = \frac{54 \times 8}{1} = 432^\circ\text{C}$$

دمای ثانویه ریل 10°C است. بنابراین هوا سردتر شده است و ریل دچار انقباض شده است و کاهش طول را تجربه کرده است. این تغییرات طول برابر است با:

$$\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta = 20 \times 11.5 \times 10^{-6} \times (10 - 432)$$

$$\Rightarrow \Delta L = -0.025 \text{ m} = -2.5 \text{ cm}$$

پس طول ریل 2.5 cm کاهش می یابد.

۲۲ ۲ دمای کره در ابتدا 20°C بوده و در نهایت به 50.2 K رسیده است. بنابراین:

$$\begin{cases} \theta_1 = 20^\circ\text{C} \\ T_1 = \theta_1 + 273 \Rightarrow 50.2 = \theta_2 + 273 \Rightarrow \theta_2 = 22.7^\circ\text{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 22.7 - 20 = 2.7^\circ\text{C}$$

ضریب انبساط سطحی برابر با $11.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ است. بنابراین:

$$2\alpha = 11.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1} \Rightarrow \alpha = 5.75 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

ضریب انبساط حجمی کره برابر است با:

$$\beta = 3\alpha = 3 \times 5.75 \times 10^{-6} \Rightarrow \beta = 1.725 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

درصد تغییرات حجم کره برابر است با:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \beta \Delta \theta \times 100 = 1.725 \times 10^{-5} \times 2.7 \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات حجم کره} = 0.46\%$$

حجم کره 0.46% درصد افزایش می یابد.

۲۳ ۳ با توجه به رابطه درصد تغییرات سطح می توان نوشت:

$$\text{درصد تغییرات سطح} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100$$

$$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta \theta \Rightarrow \text{درصد تغییرات سطح} = \frac{A_1 \times 2\alpha \times \Delta \theta}{A_1} \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات سطح} = 2\alpha \Delta \theta \times 100 = 2 \times 5.75 \times 10^{-6} \times 8 \times 100$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات سطح} = 0.92\%$$

۲۴ ۱ دلیل سرریز شدن نفت خام از درون مخزن آن است که

انبساط در مایعات بیشتر از جامدات است. بنابراین با وجود این که مخزن (تانکر) فولادی هم منبسط می شود اما کماکان مقداری از نفت خام سرریز خواهد شد.

۲۷ ۲ تغییرات دمای جسم بر حسب درجه فارنهایت به درجه سلسیوس از رابطه زیر قابل محاسبه است:

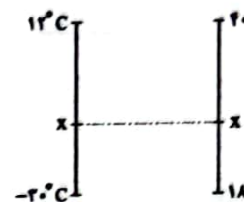
$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F = 81^\circ\text{F}} -81 = \frac{9}{5}\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = -\frac{45}{1} = -45^\circ\text{C}$$

پس تغییرات دمای جسم بر حسب درجه سلسیوس برابر $\Delta\theta = -45^\circ\text{C}$ است و می تئیم تغییرات دما در مقیاس سلسیوس و کلوین با هم برابر هستند پس داریم:

$$\Delta T = -45 \text{ K}$$

۲۸ ۳ با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:



$$\frac{12 - (-20)}{40 - 18} = \frac{12 - x}{40 - x} \Rightarrow \frac{32}{22} = \frac{12 - x}{40 - x} \Rightarrow \frac{16}{11} = \frac{12 - x}{40 - x}$$

$$\Rightarrow 16 \times (40 - x) = 11 \times (12 - x) \Rightarrow 640 - 16x = 132 - 11x$$

$$\Rightarrow 640 - 132 = 16x - 11x \Rightarrow 508 = 5x \Rightarrow x = 101.6^\circ\text{C}$$

۲۹ ۲ عبارتهای «الف»، «ج» و «د» نادرست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

(الف) این دماسنج تا پیش از سال ۱۹۹۰ میلادی دماسنج معیار بود ولی به دلیل دقت کمتر نسبت به سه دماسنج معیار کنونی (دماسنج گازی، مقاومت پلاتینی و ترمیستور) کنار گذاشته شد اما کماکان در صنعت و آزمایشگاه کاربرد دارد. (*)

(ج) مزیت ترموکوپل آن است که به دلیل جرم کوچک محل اتصال، خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن اندازه گیری می شود، به حالت تعادل گرمایی می رسد. (*)

(د) جنس سیم ها نمی تواند یکسان باشد مثلاً وقتی سیم کنستانتان در مدار استفاده می شود، سیم دیگر باید از جنس مس باشد (طبق کتاب درسی). (*)

۳۰ ۴ با افزایش (کاهش) یکنواخت دمای هر جسمی، فاصله بین هر دو نقطه دلخواه و همچنین هر محیط و مساحت دلخواهی از آن، افزایش (کاهش) می یابد.

تنها عبارت «الف» درست است.

بررسی عبارتهای نادرست:

(ب) محیط دایره نیز کاهش می یابد زیرا هر قطری از دایره کاهش می یابد.

(ج) این عبارت الزاماً نمی تواند صحیح باشد زیرا تغییرات مساحت، تابعی از مساحت اولیه شکل و تغییرات دمای آن است و الزاماً مساحت اولیه و تغییرات آن برای این دو شکل، برابر نیست.

(د) برای هر شکل دلخواه درصد تغییرات سطح، دو برابر درصد تغییرات طول و درصد تغییرات حجم سه برابر درصد تغییرات طول آن است. پس برای هر دو شکل دایره و مربع، درصد تغییرات سطح، دو برابر درصد تغییرات طول، عرض و یا قطر است.

یعنی دمای آب در پایان لحظه $t = 450s$ برابر با $45^\circ C$ است، حال از این لحظه تنها گرمکن شماره (۲) کار می‌کند، بنابراین:

$$Q'_T = mc\Delta\theta'$$

$$\Rightarrow Ra_p P_T \Delta t'_T = mc\Delta\theta'$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 1200 \times \Delta t'_T = 2 \times 4 \times 10^2 \times (75 - 45)$$

$$\Rightarrow 600 \Delta t'_T = 240 \times 10^2$$

$$\Rightarrow \Delta t'_T = 400s$$

تمام انرژی جنبشی اولیه جسم به گرمای حاصل از اصطکاک تبدیل می‌شود، بنابراین اندازه تغییرات انرژی جنبشی برابر با گرمای داده شده به جسم است:

$$Q = |K| \Rightarrow \mu mc\Delta\theta = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 10 \times \Delta\theta = \frac{1}{2} \times (20)^2 \Rightarrow \Delta\theta = 20^\circ C$$

در آخر $\Delta\theta$ را به ΔF تبدیل می‌کنیم:

$$\Delta F = \frac{1}{\delta} \Delta\theta = \frac{1}{\delta} \times 20 = 26^\circ F$$

کره A توپر و کره B توخالی است، بنابراین جرم کره A بیشتر است و همین امر باعث می‌شود که گرمای بیشتری برای افزایش دمای یکسان نیاز داشته باشد.

از طرفی حجم اولیه هر دو با هم یکسان است، زیرا شعاع خارجی برابر دارند (حفره تأثیری ندارد)، بنابراین تغییر حجم آن‌ها نیز برابر خواهد بود. دقت کنید که دمای هر دو جسم به یک اندازه بالا رفته است.

میزان مایع سرریز شده برابر است با:

$$\begin{cases} \Delta V_{\text{ظرف}} = V_1(\alpha) \Delta\theta \\ \Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\text{مایع سرریز شده}} = V_1(\beta_{\text{مایع}} - \alpha_{\text{ظرف}}) \Delta\theta$$

$$\Rightarrow V_{\text{مایع سرریز شده}} = 20 \times (950 \times 10^{-6} - 3 \times 13 \times 10^{-6}) \times (25 - 10)$$

$$\Rightarrow V_{\text{مایع سرریز شده}} = 455500 \text{ m}^3 = 455.5 \text{ L}$$

عبارت‌های «الف» و «ج» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست،

الف) حجم افزایش و چگالی کاهش می‌یابد.

ج) از $3^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش می‌یابد و از $4^\circ C$ تا $6^\circ C$ حجم آب افزایش می‌یابد، بنابراین ارتفاع آب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

توجه کنید که نیازی نیست تغییرات دمای هر یک از اجسام را به درجه سلسیوس حساب کنیم، زیرا داریم:

$$\Delta F = 1/18 \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = \frac{1/18}{1/18} = \frac{\Delta F_A}{\Delta F_B} \quad (*)$$

با توجه به رابطه گرما داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{\Delta F_B}{\Delta F_A}$$

$$\Rightarrow \frac{2Q}{Q} = \frac{5}{2} \times \frac{c_B}{c_A} \times \frac{45}{30} \Rightarrow \frac{c_B}{c_A} = 0.8$$

با توجه به رابطه تعادل گرمایی داریم:

$$\theta_e = \frac{m_{\text{برنج}} c_{\text{برنج}} \theta_{\text{برنج}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \theta_{\text{آب}}}{m_{\text{برنج}} c_{\text{برنج}} + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}}} \quad m = \rho V$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{\rho_{\text{برنج}} V_{\text{برنج}} c_{\text{برنج}} \theta_{\text{برنج}} + \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \theta_{\text{آب}}}{\rho_{\text{برنج}} V_{\text{برنج}} c_{\text{برنج}} + \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} c_{\text{آب}}}$$

$$\Rightarrow \theta_e = \frac{(1/5 \times 600 \times 0.38 \times 150) + (1 \times 1200 \times 4/2 \times 10)}{(1/5 \times 600 \times 0.38) + (1 \times 1200 \times 4/2)}$$

$$\Rightarrow \theta_e = 48/118^\circ C \Rightarrow \theta_e = 49^\circ C$$

طبق رابطه گرما داریم:

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{\text{دو گرمکن داریم}} Q_1 + Q_2 = mc\Delta\theta$$

اگر بازه گرمکن را با Ra نشان دهیم، آن‌گاه داریم:

$$\frac{Ra = Q}{Q = RaP\Delta t} \rightarrow (Ra_1 P_1 \Delta t_1) + (Ra_2 P_2 \Delta t_2) = mc\Delta\theta$$

$$\Rightarrow (0.2 \times 1000 \times 450) + (0.5 \times 1200 \times 450) = 2 \times 4 \times 10^2 \times \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = 20^\circ C$$



۵۷) تنها دو مورد اول در جهت کاهش رده پای CO_2 است.
 رده پای CO_2 انرژی خورشید، زغال سنگ و هواپیما به ترتیب بیشتر از گرمای زمین، نفت خام و خودرو است.

۵۸) عبارتهای دوم و چهارم درست هستند.
 بررسی عبارتهای نادرست:

- حجم یک گاز به مقدار، دما و فشار آن وابسته است.
- یکی از واکنش‌های فرایند تهیه سولفوریک اسید تبدیل گاز گوگرد دی‌اکسید به گاز گوگرد تری‌اکسید است.

۵۹) تمام موارد پیشنهاد شده برای پر کردن عبارت مورد نظر مناسب هستند.

۶۰) جرم مولی گازهای O_2 و SO_2 به ترتیب برابر با ۳۲ و ۸۰ گرم بر مول است. اگر در دمای یکسان، چگالی این دو گاز با هم برابر باشد، معنی آن این است که فشار گاز O_2 باید $\frac{80}{32}$ یا $\frac{5}{2}$ برابر فشار SO_2 باشد. در واقع شمار مولکول‌های O_2 در واحد حجم، باید $\frac{2}{5}$ برابر شمار مولکول‌های SO_2 در واحد حجم باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های اکسیژن}}{\text{شمار اتم‌های گوگرد تری‌اکسید}} = \frac{2/5 \times 2}{1} = 1/2.5$$

• O_2 و SO_2 به ترتیب گازهای ۲ و ۴ اتمی هستند.

۶۱) بررسی هر چهار مورد:
 • با افزایش فشار، حجم یک نمونه گاز کاهش می‌یابد.
 • با n برابر شدن دما (مقیاس کلوین) فشار گاز نیز n برابر می‌شود. اما اگر دما در مقیاس درجه سلسیوس، n برابر شود، فشار گاز زیاد می‌شود ولی n برابر نمی‌شود.

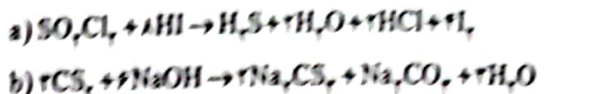
• با n برابر شدن دما (مقیاس کلوین)، حجم یک نمونه گاز نیز n برابر می‌شود.
 • اگر شمار مول‌های یک نمونه گازی n برابر شود، حجم آن نمونه گاز نیز n برابر می‌شود.

۶۲) به جز عبارت آخر، سایر عبارتهای درست هستند.
 نسبت جرم مولی O_2 به جرم مولی O_3 برابر با $1/5$ است. ($a = 1/5$)
 بررسی عبارتهای:

• در مولکول‌های O_2 و O_3 به ترتیب ۲ و ۳ جفت الکترون پیوندی وجود دارد. هم‌چنین شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در این دو مولکول به ترتیب برابر با ۴ و ۶ جفت الکترون است.

• نقطه جوش O_2 و O_3 به ترتیب برابر با $161K$ و $90K$ است.
 $\frac{161}{90} = 1.78 > 1/5$
 • در هر لایه هواکره، مقدار O_3 در مقایسه با O_2 بسیار ناچیز است.

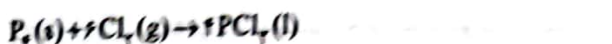
۵۱) معادله موازنه شده واکنش‌های مورد نظر در زیر آمده است:



تفاوت ضرایب H_2O در این دو واکنش برابر است با $3 - 2 = 1$

۵۲) فقط عبارت دوم درست است.

معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



بررسی عبارتهای نادرست:

- PCl_3 در تهیه حشره‌کش‌ها کاربرد فراوانی دارد.
- به محاسبات زیر دقت کنید.

$$?g PCl_3 = 992g P_4 \times \frac{1 \text{ mol } P_4}{4 \times 31g P_4} \times \frac{4 \text{ mol } PCl_3}{1 \text{ mol } P_4} \times \frac{137.5g PCl_3}{1 \text{ mol } PCl_3}$$

$$= 4400g PCl_3$$

• به محاسبات زیر نگاه کنید:

$$\frac{x \text{ mol } P_4}{1} = \frac{67/2 L Cl_2}{6 \times 22/4} = \frac{y \text{ mol } PCl_3}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0.15 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow y - x = 1.5$$

۵۳) برای پیدا کردن جرم مولی M داشتن درصد جرمی M در یکی از اکسیدها کافیست:

$$MO: \frac{M}{O} = \frac{\text{جرم مولی } M}{\text{جرم مولی } O} \Rightarrow \frac{76/47}{100 - 76/47} = \frac{x}{16} \Rightarrow x = 52$$

$$\%M_{MO} = \frac{1 \times 52}{52 + 2(16)} \times 100 = 52$$

۵۴) هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

۵۵) به جز عبارت دوم، سایر عبارتهای درست هستند.
 درصد مواد نفتی در پلاستیک‌های سبز، صفر است.

۵۶) ابتدا حجم مولی گازها را در دمای $91^\circ C$ و فشار $1/667 \text{ atm}$ به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{1/667 \times V_2}{(273 + 91)}$$

$$\Rightarrow V_2 = 17/92 L \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$d_{O_2} = \frac{32 \times 16}{17/92}, \quad d_{H_2} = \frac{2 \times 1}{17/92}$$

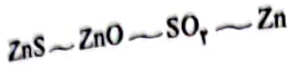
$$d_{\text{مخلوط}} = \left(\frac{32}{50} \times \frac{28}{17/92} \right) + \left(\frac{2}{50} \times \frac{2}{17/92} \right) = 1/65 g \cdot L^{-1}$$

۶۸ ۲ ابتدا از واکنش دوم مقدار گاز CO را حساب می‌کنیم:

$$\text{Zn} - \text{CO}$$

$$\frac{1000 \text{ kg Zn}}{1 \times 65} = \frac{x \text{ kg CO}}{1 \times 28} \Rightarrow x = 4307 \text{ kg CO}$$

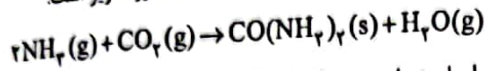
از مقایسه دو واکنش می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{y \text{ kg SO}_2}{1 \times 64} = \frac{1000 \text{ kg Zn}}{1 \times 65} \Rightarrow y = 9846 \text{ kg SO}_2$$

$$x + y = 4307 + 9846 = 14153 \text{ kg}$$

۶۹ ۲ معادله موازنه‌شده واکنش انجام شده به صورت زیر است:



فشار کل ظرف برابر است با مجموع فشار اجزای گازی شکل آن.

با توجه به این که ضرایب $\text{CO}_2(\text{g})$ و $\text{H}_2\text{O}(\text{g})$ با هم برابر است، تغییرات فشار این دو جزء گازی نیز با هم برابر خواهد بود. فشار گاز CO_2 از ۲ atm به $1/25 \text{ atm}$ رسیده و به میزان $1/25 \text{ atm}$ کاهش یافته است. بنابراین فشار بخار آب نیز در این مدت برابر $1/25 \text{ atm}$ خواهد بود:

$$P_{\text{ظرف}} = P_{\text{CO}_2} + P_{\text{NH}_3} + P_{\text{H}_2\text{O}} = 1/25 + 1/5 + 1/25 = 4/5 \text{ atm}$$

۷۰ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

- هرچند گاز N_2 واکنش‌پذیری ناچیزی دارد، اما امروزه در صنعت، مواد گوناگونی از آن تهیه می‌کنند.
- فریتس هابر به دلیل تهیه آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 ، برنده جایزه نوبل شیمی شد.
- هابر واکنش میان گازهای H_2 و N_2 را بارها در دماها و فشارهای گوناگون انجام داد تا توانست شرایط بهینه آن را پیدا کند.
- هابر با بررسی نقطه جوش اجزای واکنش، راه‌حلی برای جداسازی آمونیاک از مخلوط واکنش پیدا کرد.

۶۳ ۲ شرایط دما و فشار برای دو گاز یکسان است، پس حجم مولی آن‌ها با هم برابر است.

$$O_2 \text{ مولی حجم} = \frac{80 \cdot \text{cm}^3 \text{ یا mL}}{1 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{32 \text{ g}}} = 2560 \cdot \text{mL} \cdot \text{mol}^{-1}$$

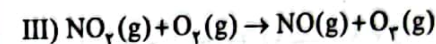
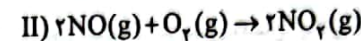
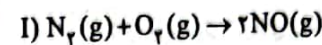
$$\approx 256 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{NH}_3 \text{ مولی حجم} = 256 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} = \frac{x \text{ L}}{2 \text{ mol}}$$

$$\Rightarrow x = 512 \text{ L} \approx 0.512 \text{ m}^3$$

۶۴ ۱ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

معادله واکنش‌های مورد نظر به صورت زیر است:

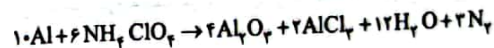


اتم N در مولکول‌های NO و NO_2 (گاز قهوه‌ای رنگ) فاقد آرایش هشت‌تایی است.

۶۵ ۲ فقط عبارت سوم درست است.

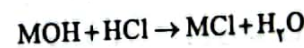
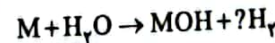
بررسی عبارت‌ها:

- نقطه جوش H_2 پایین‌تر از N_2 است. بنابراین با افزایش دما در مخلوطی مایع شامل N_2 و H_2 ، هیدروژن زودتر از مخلوط جدا می‌شود.
- به دلیل پایین بودن نقطه انجماد از نیتروژن برای نگهداری نمونه‌های بیولوژیک استفاده می‌شود.
- به معادله واکنش زیر دقت کنید:



• N_2 فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره است.

۶۶ ۱ معادله واکنش‌های انجام شده به صورت مقابل است:



می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:



$$\frac{1 \text{ g M}}{1 \times M_w} = \frac{1734 \text{ g MCl}}{1 \times (M_w + 35/5)} \Rightarrow 1(M_w + 35/5) = 1734 M_w$$

$$\Rightarrow 3/24 M_w = 284 \Rightarrow M_w = 85 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

۶۷ ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- آمونیاک به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
- به واکنش آرام مواد با اکسیژن که با تولید انرژی همراه است، واکنش اکسایش می‌گویند.