تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۲/۱۸

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۴۵	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف		مواد امتحانی	تعداد سؤال	وضعیت پاسخگویی	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	اجباری	۱	۱۰	۷۰ دقیقه
		ریاضیات گسسته	۱۰		۱۱	۲۰	
		هندسه ۳	۱۰		۲۱	۳۰	
		هندسه ۲	۱۰		۳۱	۴۰	
		آمار و احتمال	۵		۴۱	۴۵	

ریاضیات

۱- نیم‌مماس چپ تابع $f(x)=\sqrt{2x^2-2\sqrt{2x^2-1}}$ در $x=1$ با محورهای مختصات مثلثی به کدام مساحت را می‌سازد؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) ۲

۲- $f(x)$ تابعی متناوب با دورهٔ تناوب ۳ می‌باشد که مقادیر خروجی آن در بازهٔ $[-\frac{1}{2},\frac{5}{2})$ از ضابطهٔ $f(x)=\frac{(x^2-4x+4)\cos\frac{3\pi}{1-3x}}{\sqrt[3]{5x+3}\sin\frac{\pi}{x+1}}$ به دست می‌آید. اگر $g(x)=2f(3x-2)+3f(3x-1)$ باشد، مقدار $g'(5)$ کدام است؟

۱) $\frac{9\pi}{4}$ ۲) $-\frac{9\pi}{4}$ ۳) $\frac{27\pi}{4}$ ۴) $-\frac{27\pi}{4}$

۳- اگر $h(x)=\frac{\sqrt[5]{x^4+x^3}+x}{\sqrt[5]{x^2}+\sqrt[5]{x+1}}$، $g(x)=\frac{6x^4+6x^2+3}{x^4+2x^2+1}$ و $f(x)=\frac{2x^6-1}{x^4+2x^2+1}$ حاصل $[(f+g)oh]'(1)$ کدام است؟

۱) ۴/۲ ۲) $-4/2$ ۳) ۲/۴ ۴) $-2/4$

۴- اگر $f(x)=\frac{2x^2-ax+b-1}{[2x]}$ و $f'_+(-1)+f'_-(-1)=2$، مقدار $2b-3a$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۵- یک مخروط قائم در کره‌ای به شعاع ۱۰ محاط شده است. در لحظه‌ای که شعاع قاعدهٔ مخروط برابر $6cm$ است، آهنگ تغییر حجم مخروط نسبت به ارتفاع آن چقدر است؟ (با فرض آن‌که ارتفاع مخروط از شعاع کره بزرگ‌تر باشد.)

۱) -48π ۲) -64π ۳) -72π ۴) -84π

۶- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x)=4\sqrt{x-\frac{8}{9}}-3x^2$ در آن اکیداً نزولی است، به صورت $[a,+\infty)$ باشد، مجموع طول‌های نقاط اکسترمم نسبی تابع $g(x)=\frac{2x-a}{x^2+1}$ کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -1 ۴) ۱

۷- اگر دامنهٔ تابع $f(x)=x-\sqrt{-x^2+ax+3}$ به صورت $[-1,b]$ باشد، اختلاف ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع چقدر است؟

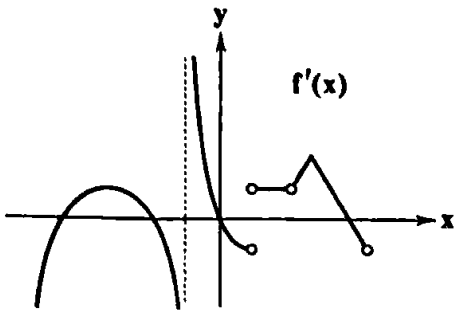
۱) $2+2\sqrt{2}$ ۲) $1+2\sqrt{2}$ ۳) $2(\sqrt{2}+1)$ ۴) $2(\sqrt{2}+2)$

۸- اگر تابع $f(x)=|-x^2+\frac{a}{2}x-2|$ دارای ۳ نقطه بحرانی باشد، حدود a کدام است؟

۱) $|a|>4\sqrt{2}$ ۲) $|a|>8\sqrt{2}$ ۳) $|a|<4\sqrt{2}$ ۴) $|a|<8\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۹- اگر f تابع پیوسته با دامنه R و f' به شکل زیر باشد، تعداد نقاط max نسبی، min نسبی و بحرانی تابع $f(x)$ به ترتیب کدام است؟



۱) ۴ ـ ۳ ـ ۱۰
۲) ۴ ـ ۳ ـ ۹
۳) ۳ ـ ۴ ـ ۹
۴) ۳ ـ ۴ ـ ۱۰

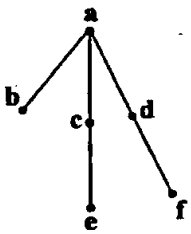
۱۰- اگر $y=\frac{۱}{\sqrt{x^۲+x}}$، کدام رابطه صحیح است؟

۱) $y^۴+yy''-۳y'^۲=۰$
۲) $۲y^۴+۲yy''-۳y'^۲=۰$
۳) $y^۴-yy''+۳y'^۲=۰$
۴) $۲y^۴-۲yy''+۳y'^۲=۰$

۱۱- با مجموعه رئوس $v=\{a,b,c,d,e\}$ چند گراف ساده می‌توان ساخت که $\delta=۰$ و $\gamma(G)=۲$ باشد؟

۱) ۹۸
۲) ۱۱۵
۳) ۱۲۱
۴) ۱۳۵

۱۲- گراف شکل زیر چند γ ـ مجموعه دارد؟



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۱۳- گرافی از مرتبهٔ ۱۵ و اندازهٔ ۱۴ مفروض است. تفاضل حداکثر و حداقل عدد احاطه‌گری کدام است؟

۱) ۷
۲) ۸
۳) ۹
۴) ۱۰

۱۴- در گراف غیرتهی G، $V=\{a,b,c,d,e,f,g\}$ و $N_G(a)=N_G(b)=N_G(c)=N_G(d)$ و $N_G(e)=N_G(f)=N_G(g)$ است. این گراف چند γ− مجموعه دارد؟ $(N_G(a)\neq N_G(e))$

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

۱۵- در چند جایگشت از حروف AABBCC عبارت ABC ظاهر می‌شود؟

۱) ۲۳
۲) ۲۴
۳) ۳۱
۴) ۳۲

۱۶- معادله $\frac{۱۸}{x_۵+x_۶}=x_۱+x_۲+x_۳+x_۴$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۶۴
۲) ۷۲
۳) ۷۶
۴) ۸۱

محل انجام محاسبات

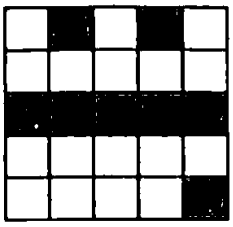
۱۷- چند عدد ۵ رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن‌ها کم‌تر از ۱۰ باشد و رقم یکان بزرگ‌تر از ۳ باشد؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۹۶ ۳) ۲۱۶ ۴) ۲۵۲

۱۸- هیئت مدیرهٔ یک شرکت ۷ عضو دارد. آن‌ها می‌خواهند از بین A ، B و C یک نفر را به عنوان مدیرعامل انتخاب کنند. اگر هر عضو هیئت مدیره بتواند فقط به یکی از ۳ نفر رأی دهد یا رأی سفید بدهد، در نتیجه رأی‌گیری، تعداد رأی‌ها چند حالت دارد؟ (همه در رأی‌گیری شرکت می‌کنند.)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۶ ۳) ۲۱۶ ۴) ۲۵۶

۱۹- در مربع لاتین ۵×۵ زیر، مجموع درایه‌های خانه‌های رنگی حداکثر مقدار ممکن است. مجموع درایه‌های خانه‌های سفید چقدر است؟



۱) ۲۹
۲) ۳۰
۳) ۴۶
۴) ۴۵

۲۰- مجموع درایه‌های یک مربع لاتین کدام عدد باشد تا آن مربع لاتین، مربع لاتین متعامد با خود نداشته باشد؟

۱) ۱۹۶ ۲) ۱۲۶ ۳) ۷۵ ۴) ۴۰

[redacted]

۲۱- کانون سهمی روی خط $x+3y=2$ و با مختصات صحیح و در ناحیه دوم مختصات قرار دارد. این سهمی از نقطه $P(-4,6)$ می‌گذرد و خط هادی آن محور yها است. کدام نقطه زیر، روی این سهمی قرار دارد؟

۱) $(2,4\sqrt{2}+2)$ ۲) $(0,6)$ ۳) $(-3,2\sqrt{2}+2)$ ۴) $(\frac{5}{2},0)$

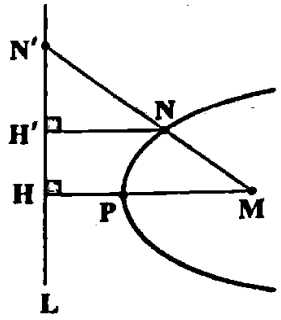
۲۲- اگر رأس یک سهمی افقی روی خط $2y-x=1$ و با مختصات طبیعی باشد و فاصله کانون تا خط هادی سهمی برابر ۲ باشد و سهمی از نقطه $M(4,4)$ بگذرد، کانون سهمی کدام است؟

۱) $(-1,-2)$ ۲) $(-4,-2)$ ۳) $(2,2)$ ۴) $(4,2)$

۲۳- سهمی به معادله $y+1=\frac{1}{4}(x-3)^2$ در دو نقطه A و B خط هادی سهمی $x^2+y=2x+1$ را قطع می‌کند. فاصله دو نقطه A و B کدام است؟

۱) $2\sqrt{13}$ ۲) ۶ ۳) $2\sqrt{10}$ ۴) ۸

۲۴- در سهمی شکل زیر، فاصله هر نقطه روی سهمی از نقطه M و خط L یکسان است. اگر از M به نقطه دلخواه N روی سهمی وصل کنیم تا امتداد آن خط L را در N' قطع کند و فاصله M تا L برابر ۱۰ باشد، آن‌گاه HH' برابر کدام گزینه است؟



۱) $5\frac{N'M}{N'H}$
۲) $10\frac{N'H'}{N'M}$
۳) $\frac{2}{5}\frac{N'M}{N'H'}$
۴) $5\frac{N'H'}{H'H}$

محل انجام محاسبات

۲۵- اگر قطر دهانه یک دیش مخابراتی را دو برابر و عمق آن را نصف کنیم. فاصله کانونی آن چه تغییری می‌کند؟

۱) ۴ برابر می‌شود. ۲) ۸ برابر می‌شود. ۳) تغییری نمی‌کند. ۴) نصف می‌شود.

۲۶- اگر پرتویی به معادله $y=\frac{۵}{۲}$ به سطح داخلی سهمی $y^۲-۸x=۴y-۱۲$ بتابد، معادله بازتابش به صورت $ax+by=۱۷۴$ خواهد بود. $b-a$ کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۷ ۳) ۵۲ ۴) ۸۳

۲۷- اگر در سهمی $y^۲=۴(y+۲x+۵)$ سطح داخلی سهمی را نقره‌اندود کنیم و لامپی را در نقطهٔ P به عرض ۲ روی محور yها قرار دهیم، شعاع پرتوهای بازتابش به کدام صورت خواهد بود؟

۱) پرتوهای بازتابش واگرا و غیرموازی هستند. ۲) پرتوهای بازتابش در نقطه‌ای در ناحیه اول مختصات همگرا هستند.

۳) پرتوهای بازتابش در نقطه‌ای در ناحیه دوم مختصات همگرا هستند. ۴) پرتوهای بازتابش واگرا و موازی هستند.

۲۸- اگر نقطه $A(m-۱, ۳, ۴-m^۲)$ در ناحیه ششم فضای ۳ بعدی باشد، آن‌گاه نقطه $B(-m, m, m-۱)$ در کدام ناحیه است؟

۱) دوم ۲) هشتم ۳) چهارم ۴) پنجم

۲۹- صفحه P عمود بر محور zها و از نقطه $A(-۱, ۲, ۳)$ می‌گذرد و صفحه P' نیز بر همین محور عمود است و از نقطهٔ $B(۰, ۱, ۵)$ می‌گذرد. فاصله دو صفحه P و P' کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۶}$ ۴) نمی‌توان تعیین کرد

۳۰- خط $L:\begin{cases}۲x-z=۳\\x+۲z=۴\end{cases}$ در فضای سه بعدی چه تعداد از ویژگی‌های زیر را دارد؟

ـ عمود بر صفحه xz است.

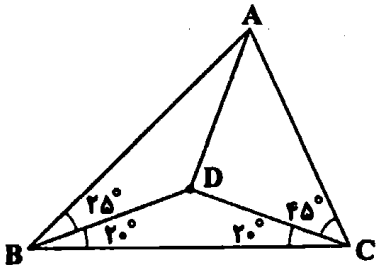
ـ نقطه $A(۲, ۳, ۱)$ روی این خط قرار دارد.

ـ بر خط $L':\begin{cases}x=-۲\\y=۱\end{cases}$ عمود است.

ـ موازی با محور عرض‌ها است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۱- در شکل زیر اگر $DC=BD=۳$، آن‌گاه طول AC چقدر است؟



۱) $۲\sqrt{۶}$

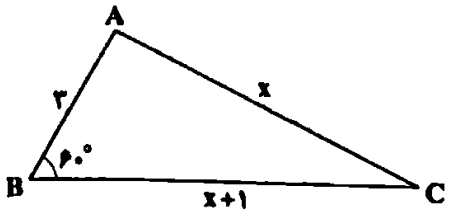
۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) $۲\sqrt{۱۰}$

محل انجام محاسبات

۳۲- در شکل زیر محیط مثلث چقدر است؟



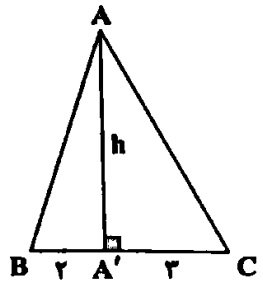
۱) ۱۸

۲) ۲۰

۳) ۱۵

۴) ۲۵

۳۳- در شکل زیر اندازه ارتفاع AA' چقدر است؟ $(B\hat{A}C=45^\circ)$



۱) $\sqrt{6}$

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

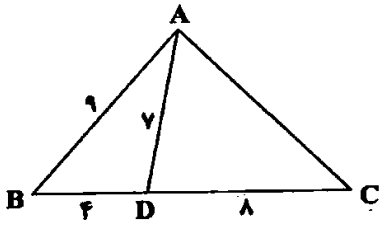
۳۴- در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{B}+\hat{C}=60^\circ$ اگر اندازهٔ اضلاع AB و AC ریشه‌های معادلهٔ $x^2-12x+12=0$ باشند آن‌گاه اندازه نیمساز زاویهٔ A کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) $\sqrt{6}$

۳۵- مساحت مثلثی که اندازه دو میانه در آن ۱۲ و ۳۹ و اندازه ضلع بین آن‌ها ۳۰ باشد، چقدر است؟

۱) ۳۶۰ ۲) ۲۲۴ ۳) ۱۹۲ ۴) ۲۸۸

۳۶- در شکل زیر اگر میانهٔ AM از مثلث ABC را رسم کنیم، مقدار $\sin D\hat{A}M$ چقدر است؟



۱) $\frac{\sqrt{5}}{7}$

۲) $\frac{2}{7}$

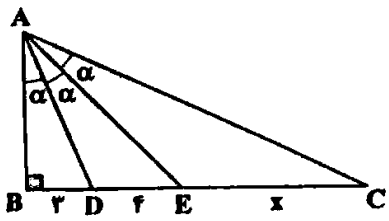
۳) $\frac{3}{7}$

۴) $\frac{\sqrt{10}}{7}$

۳۷- مجموع مربعات طول میانه‌ها در مثلثی با اضلاع ۴، ۵ و ۷ چقدر است؟

۱) ۹۰ ۲) ۶۷/۵ ۳) ۸۱ ۴) ۴۲/۵

۳۸- در شکل زیر زاویه A به سه قسمت برابر تقسیم شده است. طول CE چقدر است؟



۱) ۵

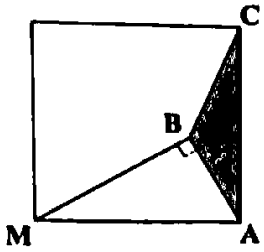
۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۳۹- در مربع شکل زیر اگر $AB=۶$ و $A\hat{B}M=۹۰^\circ$ آن‌گاه مساحت مثلث ABC چقدر است؟



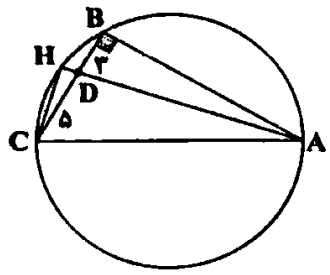
۱) ۳۶

۲) ۲۴

۳) ۱۸

۴) ۱۲

۴۰- در شکل زیر امتداد نیمساز زاویهٔ A از مثلث قائم‌الزاویه ABC دایرهٔ محیطی را در نقطهٔ H قطع کرده است. طول CH چقدر است؟



۱) ۴

۲) $۲\sqrt{۵}$

۳) ۳

۴) $\sqrt{۲۵}$

آمار و احتمال

۴۱- میانگین ۱۰ داده برابر ۲۱ است. اگر به همهٔ این داده‌ها یک واحد اضافه شود و سپس همهٔ آن‌ها را نصف کنیم، میانگین داده‌های جدید و داده ۲۲ کدام است؟

۱) ۱۳/۲ ۲) ۱۲/۲ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۴۲- چارک اول داده‌های سری (الف)، چارک سوم داده‌های سری (ب)، میانگین داده‌های سری (ج) و $\sqrt{۱۸}$ برابر انحراف معیار داده‌های سری (د) را جمع می‌کنیم. مجموع ارقام عدد حاصل کدام است؟

الف) ۵ ,۴ ,۳ ,۷ ,۱ ,۵ ,۲

ب) ۱ ,۵ ,۹ ,۱۰ ,۱۳ ,۱۱ ,۱۰ ,۱۷

ج) ۴ ,۷ ,۳ ,۵ ,۲ ,۱ ,۱ ,۱

د) ۱۴ ,۱۱ ,۸ ,۵ ,۲

۱) ۱۱ ۲) ۸ ۳) ۱۳ ۴) ۴

۴۳- میانگین ۱۰ داده برابر ۴ و واریانس آن‌ها ۲ و میانگین ۱۵ دادهٔ دیگر ۴ و واریانس آن‌ها ۳ است. واریانس این ۲۵ داده کدام است؟

۱) ۲/۶ ۲) ۳/۶ ۳) ۱/۶ ۴) قابل محاسبه نیست.

۴۴- چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) هر چقدر ضریب تغییرات کم‌تر باشد، میزان پراکندگی داده‌ها کم‌تر است.

ب) ضریب تغییرات در حالی‌که به داده‌ها مقدار ثابتی اضافه شود، کاهش می‌یابد.

ج) واریانس داده‌های ضرب شده در k، k برابر می‌شود.

د) میانگین داده‌های ضرب شده در k، $k^۲$ برابر می‌شود.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۴۵- مجموع داده‌های $x_۸ ,\dots, x_۲ , x_۱$ برابر ۲۴ و واریانس آن‌ها ۲/۵ است. میانگین داده‌های $x_۸^۲-۳x_۸ ,\dots, x_۲^۲-۳x_۲ , x_۱^۲-۳x_۱$ کدام است؟

۱) ۶/۵ ۲) ۸/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۲/۱۸

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۶۰	مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف							
۱	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	اجباری	۴۶	۷۰	۴۵ دقیقه
		فیزیک ۱	۱۰	زوج کتاب	۷۱	۸۰	
		فیزیک ۲	۱۰		۸۱	۹۰	
۲	شیمی	شیمی ۳	۱۵	اجباری	۹۱	۱۰۵	۲۵ دقیقه
		شیمی ۱	۱۰	زوج کتاب	۱۰۶	۱۱۵	
		شیمی ۲	۱۰		۱۱۶	۱۲۵	

فیزیک

۴۶- کدام گزینه در مورد امواج الکترومغناطیسی نادرست است؟

۱) تندی امواج الکترومغناطیسی فقط در خلأ یکسان است.

۲) امواج الکترومغناطیسی، عرضی هستند.

۳) تندی امواج الکترومغناطیسی، یکسان است.

۴) امواج الکترومغناطیسی ناشی از تغییرات همزمان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌باشد.

۴۷- در کدام گزینه طول موج‌ها از راست به چپ به ترتیب صعودی هستند؟

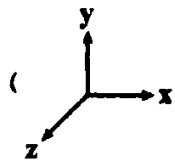
۱) گاما ـ فرابنفش ـ فروسرخ ـ رادیویی

۲) گاما ـ رادیویی ـ فرابنفش ـ فروسرخ

۳) فروسرخ ـ گاما ـ رادیویی ـ فرابنفش

۴) رادیویی ـ فرابنفش ـ فروسرخ ـ گاما

۴۸- در یک لحظه میدان الکتریکی مربوط به یک موج الکترومغناطیسی در نقطه‌ای از فضا در خلاف جهت محور zها و میدان مغناطیسی مربوط به آن در جهت محور xها است. جهت انتشار این موج الکترومغناطیسی در کدام سو است؟ (جهت‌های مثبت محورها به این صورت است:



۱) $-z$ ۲) $+z$ ۳) $-y$ ۴) $+y$

۴۹- اختلاف بیشترین و کم‌ترین بسامد نور مرئی برحسب گیگاهرتز، به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟ $(c = 3\times10^8 \frac{m}{s})$

۱) ۲۱۰۰۰۰ ۲) ۱۲۴۰۰۰ ۳) ۶۶۰۰۰۰ ۴) ۳۲۰۰۰۰

۵۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) تندی انتشار صوت عموماً در گازها کم‌تر از مایعات است.

ب) هنگامی که صوت در هوا منتشر می‌شود، نواحی با فشار کم (انبساط) و نواحی با فشار زیاد (تراکم) ایجاد می‌شوند که فاصلهٔ یک انبساط از تراکم مجاور آن برابر طول موج صوت است.

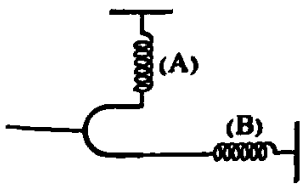
ج) یک منبع صوت با بسامد f_s، در مکان $x = 10m$ قرار داده و با سرعت $v = -8\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. شنونده‌ای که در مکان $x = 0$ قرار دارد، در این لحظه بسامد صوت را بیشتر از f_s می‌شنود.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۵۱- چشمهٔ صوتی، ساکن است و ناظری با سرعت ۷ به آن نزدیک می‌شود. اگر سرعت ناظر به ۱۲۷ افزایش یابد، طول موج و بسامد دریافتی توسط ناظر نسبت به حالت اول به ترتیب چگونه تغییر می‌کنند؟

۱) ثابت ـ افزایش ۲) ثابت ـ کاهش ۳) افزایش ـ افزایش ۴) افزایش ـ کاهش

۵۲- مطابق شکل زیر، دو فنر مشابه به یک دیاپازون متصل شده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟



۱) موج در فنر A عرضی است.

۲) موج در فنر B طولی است.

۳) تندی موج در فنر A بیشتر است.

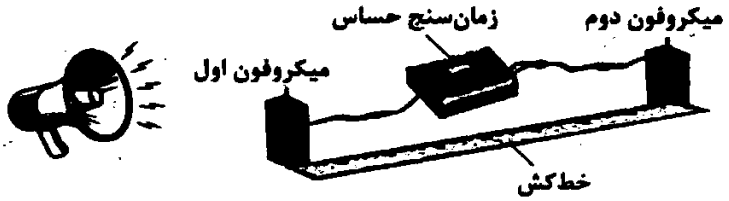
۴) تندی موج در فنر B بیشتر است.

محل انجام محاسبات

۵۳- یک چشمهٔ صوت به توان P_1 در اختیار داریم که در فاصلهٔ r_1 از آن، تراز شدت صوت برابر β دسی‌بل است. یک بار به طور همزمان، فاصله از چشمه را n برابر و توان چشمه را m برابر می‌کنیم و تراز شدت صوت $\beta+20$ دسی‌بل می‌شود. یک بار هم نسبت به حالت اولیه، فاصله از چشمه را m برابر و توان چشمه را n برابر می‌کنیم و تراز شدت صوت $\beta+50$ دسی‌بل می‌شود. مقدار $\frac{m}{n}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۱) 10^3 ۲) 10^{-3} ۳) 10^{-1} ۴) ۱۰

۵۴- شکل زیر، آزمایشی را برای اندازه‌گیری سرعت صوت نشان می‌دهد که در آن دو میکروفون در فاصلهٔ ۸۰cm از هم قرار دارند و بلندگویی که در امتداد خط‌کش است، صوتی با بسامد ۲۰۰۰Hz ایجاد می‌کند. اگر میکروفون دوم، صوت را ۲/۵ms دیرتر از میکروفون اول دریافت کند، طول موج صوت در این محیط چند سانتی‌متر است؟



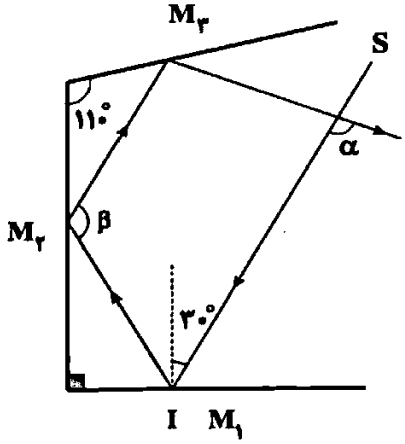
۱) ۰/۱۶

۲) ۱۶

۳) ۳۲

۴) ۰/۳۲

۵۵- در شکل زیر، پرتوی SI به آینهٔ M_1 می‌تابد و در نهایت پس از بازتاب از آینهٔ M_3، از مجموعه خارج می‌شود. انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی اولیه (α) چند برابر زاویهٔ β است؟



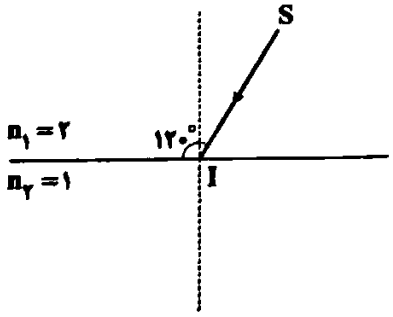
۱) $\frac{۶}{۵}$

۲) $\frac{۵}{۶}$

۳) $\frac{۸}{۶}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۶- در شکل زیر، زاویهٔ شکست چند برابر زاویهٔ انحراف است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$

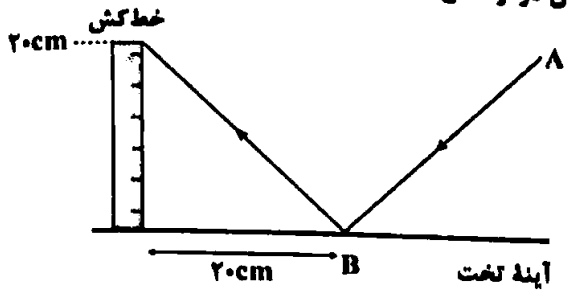
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) ۳

محل انجام محاسبات

۵۷- مطابق شکل زیر، خط‌کشی به‌صورت قائم بر روی سطح آینهٔ تختی قرار دارد و پرتوی AB پس از برخورد به آینه در ارتفاع ۲۰cm به خط‌کش برخورد می‌کند. پرتو حول نقطهٔ B چند درجه و چگونه بچرخد تا بازتاب آن در ارتفاع ۱۵ سانتی‌متر به خط‌کش برخورد کند؟



$(\cos 37^\circ = 0/8)$

۱) ۳۷ درجه پادساعتگرد

۲) ۳۷ درجه ساعتگرد

۳) ۸ درجه ساعتگرد

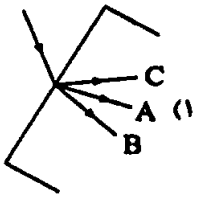
۴) ۸ درجه پادساعتگرد

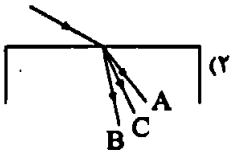
۵۸- شخصی در فاصلهٔ d از دیوار بلندی ایستاده و فریاد می‌زند اما شخص نمی‌تواند صدای پژواک را از صدای اصلی تمیز دهد. فاصلهٔ شخص از دیوار ممکن است که چند متر باشد؟ (تندی صوت در هوا $340\frac{m}{s}$ است.)

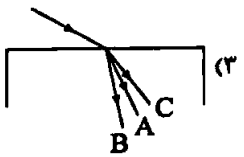
۱) ۱۵ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۵

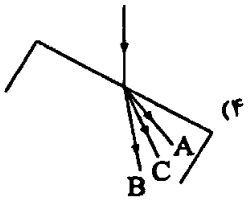
۵۹- با توجه به توضیحات جدول زیر، کدام شکل چگونگی ورود موجی تشکیل‌شده از امواج A، B و C را از هوا به شیشه به درستی نشان می‌دهد؟ $(c = 3\times10^8\frac{m}{s})$

نور مرئی قرمز
نوری با بسامد $10^{15}Hz$
موج الکترومغناطیسی با دورهٔ 2×10^{-6} نانوثانیه

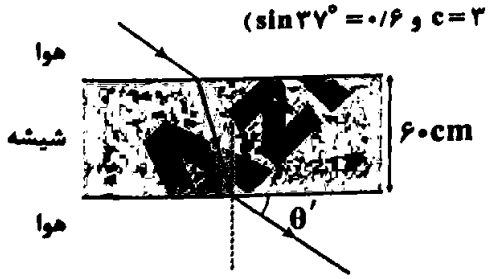
۱)


۲)


۳)


۴)


۶۰- مطابق شکل زیر، پرتو نور تک‌رنگی از هوا به سطح تیغهٔ شیشه‌ای متوازی‌السطوح می‌تابد. ضریب شکست تیغه $\frac{4}{3}$ برابر ضریب شکست هوا است. اگر مدت حرکت پرتو درون تیغه $\frac{10}{3}ns$ باشد، زاویهٔ θ' چند درجه است؟ $(c = 3\times10^8\frac{m}{s}$ و $\sin 37^\circ = 0/6)$



۱) ۵۳

۲) ۴۵

۳) ۳۷

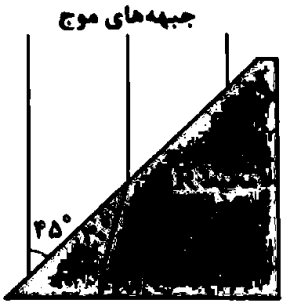
۴) ۶۰

۶۱- در تابش نور از محیط A به محیط B، زاویهٔ تابش ۴۰ درجه و زاویهٔ شکست ۳۰ درجه است. اگر نور با زاویهٔ تابش ۴۰ درجه از محیط B به محیط A بتابد، زاویهٔ شکست آن چند درجه خواهد بود؟

۱) کوچک‌تر از ۳۰ درجه ۲) ۳۰ درجه ۳) بین ۳۰ و ۴۰ درجه ۴) بزرگ‌تر از ۴۰ درجه

محل انجام محاسبات

۶۲- در شکل زیر، نور از هوا وارد محیط R می‌شود. اگر فاصلهٔ دو جبههٔ موج متوالی در محیط R، ۲۰۰nm کم‌تر از هوا باشد، طول موج نور در محیط R چند نانومتر است؟ $(\sqrt{۲}=۱/۴ , c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s})$

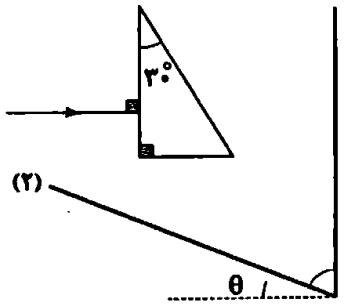


۱) ۴۰۰
۲) ۷۰۰
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

۶۳- اگر ضریب شکست هوا در دماهای $۱۰^{\circ}C$ و $۵۰^{\circ}C$ به ترتیب $n_۱$ و $n_۲$ و ضریب شکست شیشه برای نورهای قرمز و آبی به ترتیب $n_۳$ و $n_۴$ باشد، کدام مقایسه صحیح است؟

۱) $n_۴ > n_۳ > n_۲ > n_۱$
۲) $n_۳ > n_۴ > n_۲ > n_۱$
۳) $n_۴ > n_۳ > n_۱ > n_۲$
۴) $n_۳ > n_۴ > n_۱ > n_۲$

۶۴- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک‌رنگی به یک منشور به ضریب شکست $n=۱/۶$ برخورد می‌کند. زاویهٔ آینهٔ (۲) با سطح افقی (θ) چند درجه باشد تا پرتوی خروجی از مجموعه، منطبق بر پرتوی تابش اولیه شود؟ $(\sin ۳۷^{\circ}=۰/۶)$

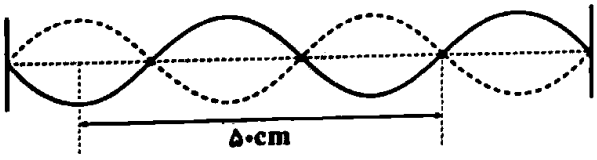


۱) ۸۳°
۲) ۷°
۳) ۶۷°
۴) ۲۳°

۶۵- پرتوی نور تک‌رنگی از هوا عمود بر یک تیغهٔ شیشه‌ای به ضخامت ۲۰cm و ضریب شکست $\frac{۳}{۲}$ می‌تابد. در مدتی که این پرتو از تیغه می‌گذرد، چه مسافتی را برحسب سانتی‌متر در هوا می‌پیماید؟

۱) $\frac{۴۰}{۳}$
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۲۵

۶۶- در شکل زیر، دو سر طناب، ثابت شده‌اند. وقتی طناب را به ارتعاش در می‌آوریم، در آن موج ایستاده تشکیل می‌شود و با تندی $۸۰\frac{m}{s}$ در طناب منتشر می‌شود. در لحظهٔ نشان داده‌شده طناب هماهنگ ..... خود را ایجاد و بسامد نوسان آن ..... هرتز است. $(v=۸۰\frac{m}{s})$



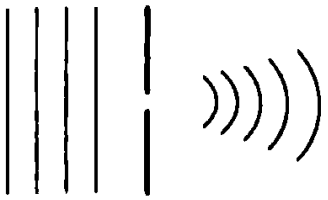
۱) پنجم ـ ۱۲۰
۲) پنجم ـ ۲۰۰
۳) چهارم ـ ۲۰۰
۴) چهارم ـ ۱۲۰

۶۷- هماهنگ سوم یک تار مرتعش که بین دو نقطهٔ ثابت با نیروی کشش F قرار دارد، برابر ۲۷۰Hz است. اگر بزرگی نیروی کشش تار را ۴ برابر کنیم، بسامد صوت اصلی تار چند هرتز می‌شود؟

۱) ۹۰
۲) ۱۸۰
۳) ۲۷۰
۴) ۳۶۰

محل انجام محاسبات

۶۸- شکل زیر پراش نور تک‌رنگ سبز را در عبور از یک مانع نشان می‌دهد. اگر این آزمایش عیناً در آب انجام شود، میزان پراش پرتوهای نور سبز ..... .



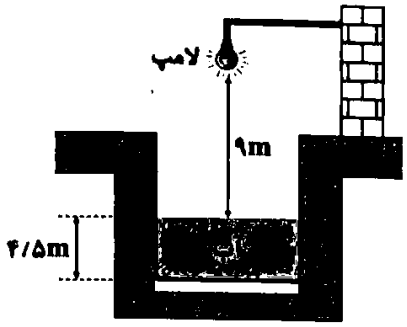
۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

۳) ثابت می‌ماند.

۴) بسته به شرایط می‌تواند کاهش یا افزایش یابد.

۶۹- در شکل زیر، حداقل زمان لازم برای آن‌که نور لامپ پس از گذشتن از هوا و آب و بازتابش از روی آینهٔ تخت افقی که در کف مخزن نصب شده است، دوباره به لامپ برگردد، چند ثانیه است؟ (ضریب شکست آب نسبت به هوا $\frac{۴}{۳}$ و تندی انتشار نور در هوا $۳\times۱۰^{۸}\ \frac{m}{s}$ است.)



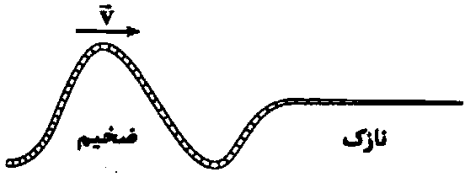
۱) ۹×۱۰^{-۸}

۲) ۵×۱۰^{-۸}

۳) ۲×۱۰^{-۸}

۴) $۱۰^{-۷}$

۷۰- مطابق شکل زیر، یک موج سینوسی از قسمت ضخیم طناب به سمت مرز بین دو طناب در حال پیشروی است. اگر طول موج و بسامد موج بازتابی به‌ترتیب $\lambda_۱$ و $f_۱$ و طول موج و بسامد موج عبوری به ترتیب $\lambda_۲$ و $f_۲$ باشد، نسبت‌های $\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}$ و $\frac{f_۲}{f_۱}$ به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۱) یک و یک

۲) بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از یک

۳) کوچک‌تر از یک و بزرگ‌تر از یک

۴) بزرگ‌تر از یک و یک

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شمارهٔ ۷۱ تا ۸۰) و زوج درس۲ (فیزیک (۲)، شمارهٔ ۸۱ تا ۹۰)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

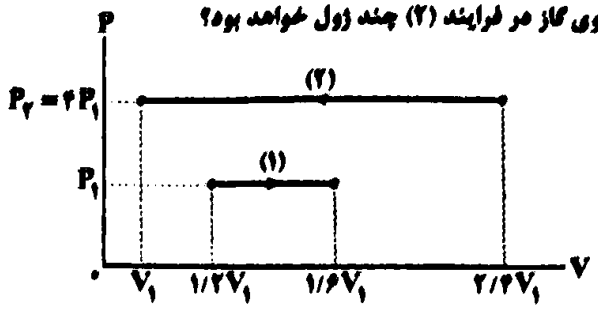
زوج درس ۱

۷۱- مقداری گاز در یک سیلندر عایق‌بندی‌شده، به وسیلهٔ یک پیستون حبس شده است. وزنه‌ای با جرم ۱۰kg را روی پیستون قرار می‌دهیم و در نتیجهٔ اعمال نیرو توسط این وزنه، پیستون به اندازهٔ ۳۰cm جابه‌جا می‌شود و حجم گاز کم می‌شود. انرژی درونی گاز چند واحد SI و چگونه تغییر خواهد کرد؟ ($g=۹/۸\frac{N}{kg}$ و از نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید.)

۱) ۲۹/۴ ـ کاهش　　۲) ۲۹/۴ ـ افزایش　　۳) ۵۸/۸ ـ افزایش　　۴) ۵۸/۸ ـ کاهش

محل انجام محاسبات

۷۲- در نمودار شکل زیر که فشار برحسب حجم مقدار مشخصی از گاز آرمانی را نشان می‌دهد، دو فرایند مستقل طی‌شده مشاهده می‌کرده. با فرض این‌که کار انجام‌شده در فرایند (۱) برابر با ۸۰J- باشد، کار انجام‌شده روی گاز در فرایند (۲) چند ژول خواهد بود؟



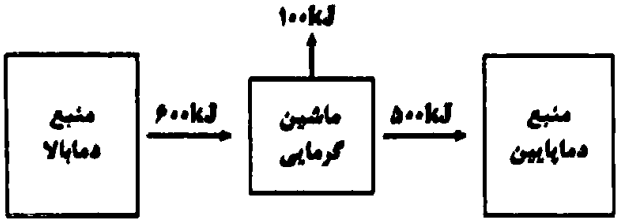
۱) ۳۲۰

۲) ۵۶۰

۳) ۱۱۲۰

۴) ۱۹۲۰

۷۳- در شکل زیر، طرح‌وارهٔ یک ماشین گرمایی را مشاهده می‌کنید. کدام گزینه درست است؟



۱) این ماشین، قانون اول ترمودینامیک را نقض می‌کند.

۲) این ماشین قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی را نقض می‌کند.

۳) این ماشین هیچ‌یک از قوانین اول و دوم ترمودینامیک را نقض نمی‌کند.

۴) این ماشین هر دو قانون اول و دوم ترمودینامیک را نقض می‌کند.

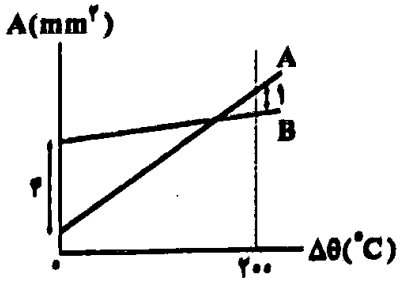
۷۴- به ازای ۱۰ واحد تغییرات دما در یک دماسنج که به صورت خطی مدرج شده است، دمای دماسنج با درجه‌بندی سلسیوس، ۱۵ واحد تغییر می‌کند. اگر این دماسنج، $۶۰^\circ C$ را برابر عدد ۲۰ نمایش دهد، در چه دمایی برحسب درجهٔ سلسیوس، این دماسنج و دماسنج سلسیوس عدد یکسانی را نمایش می‌دهند؟

۱) $-\frac{۲۰}{۳}$ ۲) -۱۰ ۳) -۲۰ ۴) -۶۰

۷۵- چند گرم آب $۲۰^\circ C$ را روی ۲۲۵g یخ $۰^\circ C$ بریزیم تا پس از برقراری تعادل، ۲۶۰g آب صفر درجهٔ سلسیوس در ظرف ایجاد شود؟ (گرما فقط بین آب و یخ مبادله می‌شود و $L_F = ۳۳۶\frac{kJ}{kg}$، $c_{آب} = ۴۲۰۰\frac{J}{kg.K}$)

۱) ۱۰۴ ۲) ۲۰۸ ۳) ۵۲ ۴) ۳۲۰

۷۶- نمودار مساحت دو صفحهٔ A و B برحسب تغییرات دما، مطابق شکل زیر است. مساحت اولیهٔ صفحهٔ B چند متر مربع است؟ ($\alpha_A = ۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$ و $\alpha_B = ۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}$)



۱) ۱/۲۶۲

۲) ۱/۲۵۸

۳) $۱/۲۶۲\times۱۰^{-۳}$

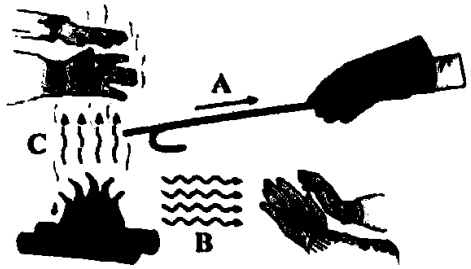
۴) $۱/۲۵۸\times۱۰^{-۳}$

۷۷- دو کرهٔ فلزی هم‌جنس A و B در اختیار داریم. کرهٔ A توپر و شعاع آن ۱۰cm و کرهٔ B توخالی و شعاع خارجی آن ۲۰cm و شعاع داخلی ۱۰cm است. به هریک از کره‌ها گرما می‌دهیم و تغییر مساحت جانبی کرهٔ A، $\frac{۷}{۲}$ برابر تغییر مساحت جانبی کرهٔ B می‌شود. گرمای داده‌شده به کرهٔ B چند برابر گرمای داده‌شده به کرهٔ A است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

محل انجام محاسبات

۷۸- در شکل زیر روش‌های انتقال گرما مشخص شده‌اند. موارد A و B به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



۱) رسانش ـ تابش
۲) رسانش ـ همرفت
۳) همرفت ـ تابش
۴) تابش ـ همرفت

۷۹- با آهنگ چند وات به میله‌ای ۲ کیلوگرمی به طول ۵m گرما دهیم تا طول آن با آهنگ متوسط $۱\frac{mm}{min}$ افزایش یابد؟ ($\alpha = ۱۰^{-۵} K^{-۱}$، $c = ۱۵۰ \frac{J}{kg.K}$)

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

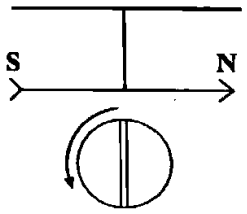
۸۰- m گرم بخار آب °C ۱۰۰ را در مجاورت ۴۰ گرم یخ °C ۳۶- قرار می‌دهیم و پس از برقراری تعادل گرمایی، دمای مجموعه برابر صفر درجهٔ سلسیوس می‌شود. m چند گرم می‌تواند باشد؟ ($c_{آب} = ۲c_{یخ} = ۴/۲ \frac{kJ}{kg}$، $L_F = ۲۲۶۸ \frac{kJ}{kg}$، $L_V = \frac{۲۷}{۴} L_F$ و از اتلاف گرما صرف‌نظر کنید.)

۱) ۱۲ ۲) ۰/۶۵ ۳) ۳/۲ ۴) ۸

زوج درس ۲

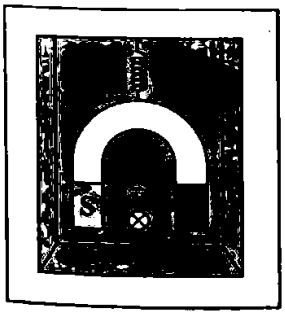
فیزیک ۲ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

۸۱- مطابق شکل زیر، ذره‌ای باردار با بار منفی بر روی یک قرص قرار گرفته و همراه با آن در جهت نمایش داده‌شده می‌چرخد. در این صورت عقربهٔ مغناطیسی که در بالای قرص آویزان است، چگونه حرکت کند؟ (قرص و عقربهٔ مغناطیسی ابتدا در صفحهٔ کاغذ هستند.)



۱) قطب N عقربه به طرف بیرون صفحه می‌چرخد.
۲) قطب N عقربه به طرف داخل صفحه می‌چرخد.
۳) حول محور آویز خود نوسان می‌کند.
۴) عقربه منحرف نمی‌شود.

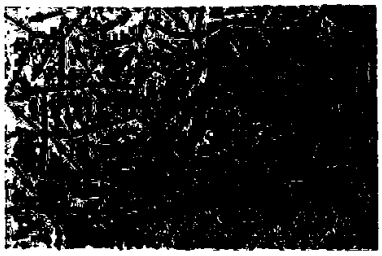
۸۲- مطابق شکل زیر، فنری به ثابت $۱\frac{N}{cm}$ و طول اولیهٔ ۲۰cm را به یک آهنربای نعلی‌شکل بسته و از سقف آسانسوری ساکن آویخته‌ایم و پس از ۵cm تغییر طول فنر، مجموعه در حال تعادل قرار گرفته است. آسانسور با شتابی به بزرگی $۶\frac{m}{s^۲}$ رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و به طور هم‌زمان، ذره‌ای با بار الکتریکی $-۴۰\mu C$ را عمود بر صفحهٔ کاغذ و به طرف داخل، بین قطب‌های آهنربا پرتاب می‌کنیم. اگر بزرگی میدان مغناطیسی یکنواخت بین قطب‌های آهنربا برابر ۰/۵T باشد، طول فنر در حالت تعادل چند سانتی‌متر می‌شود؟ (تندی پرتاب ذره $۲\times ۱۰^{۵} \frac{m}{s}$ و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ است.)



۱) ۴
۲) ۹
۳) ۲۹
۴) ۲۴

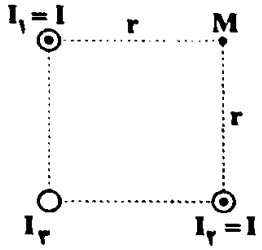
محل انجام محاسبات

۸۳- شکل زیر که دوقطبی‌های مغناطیسی یک ماده را در غیاب میدان مغناطیسی خارجی نشان می‌دهد، یک مادهٔ ..... است که ..... نمونه‌ای از آن می‌باشد.



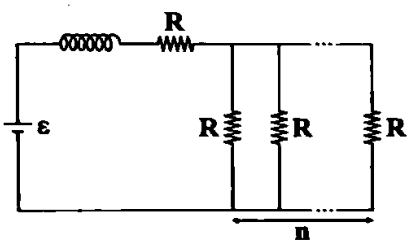
۱) فرومغناطیسی ـ نیکل
۲) فرومغناطیسی ـ پلاتین
۳) پارامغناطیسی ـ نیکل
۴) پارامغناطیسی ـ پلاتین

۸۴- مطابق شکل مقابل، سه سیم راست و موازی حامل جریان در سه رأس یک مربع ثابت شده‌اند. جهت و شدت جریان سیم (۳) مطابق کدام گزینه باشد تا برایند میدان‌های مغناطیسی حاصل از این سه سیم در رأس M صفر باشد؟



۱) $\sqrt{2}I$ و ⊗
۲) $2I$ و ⊗
۳) $2I$ و ⊙
۴) $\sqrt{2}I$ و ⊙

۸۵- به کمک یک باتری ایده‌آل و یک سیملوله با مقاومت الکتریکی ناچیز، مداری مطابق شکل مقابل بسته‌ایم. اگر تعداد مقاومت‌های موازی را از n به n+۱ تغییر دهیم، باید تعداد دور در واحد طول سیملوله را ۴ درصد کاهش دهیم تا میدان مغناطیسی داخل سیملوله ثابت بماند. n کدام است؟

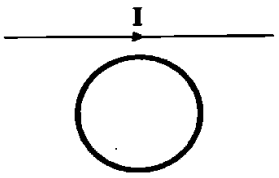


۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۸۶- پیچه‌ای متشکل از ۵۰۰ حلقه که مساحت هر حلقهٔ آن $40cm^2$ است، عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به اندازهٔ $200G$ قرار دارد. اگر میدان مغناطیسی در مدت $0/2s$ تغییر کرده و به $800G$ در خلاف جهت اولیه برسد، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در پیچه، چند ولت می‌شود؟

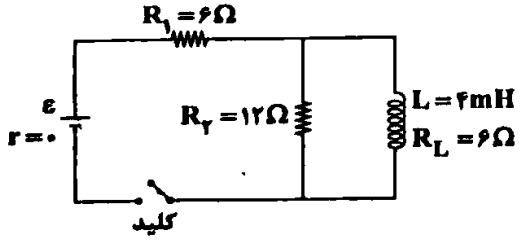
۱) ۰/۶
۲) ۰/۰۶
۳) ۰/۸
۴) ۱

۸۷- در شکل زیر، جریان عبوری از سیم مستقیم و دراز در SI با رابطهٔ $I=-t^2+6t$ برحسب زمان تغییر می‌کند. در بازهٔ زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=6s$، جهت جریان القایی در حلقهٔ رسانا در کدام گزینه به درستی آمده است؟



۱) همواره ساعتگرد
۲) ابتدا ساعتگرد و سپس پادساعتگرد
۳) همواره پادساعتگرد
۴) ابتدا پادساعتگرد و سپس ساعتگرد

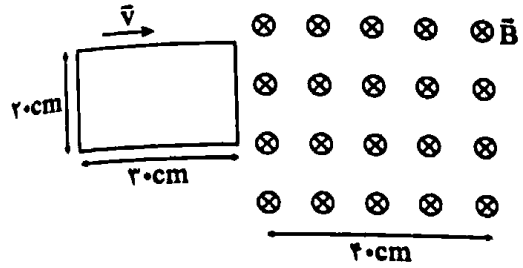
۸۸- در مدار شکل زیر، بلافاصله پس از لحظهٔ بسته شدن کلید تا لحظه‌ای که انرژی ذخیره‌شده در سیملوله به حداکثر مقدار خود می‌رسد، جریان کل مدار چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۹۰ درصد افزایش می‌یابد.
۲) ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.
۳) ۸۰ درصد کاهش می‌یابد.
۴) ۹۰ درصد کاهش می‌یابد.

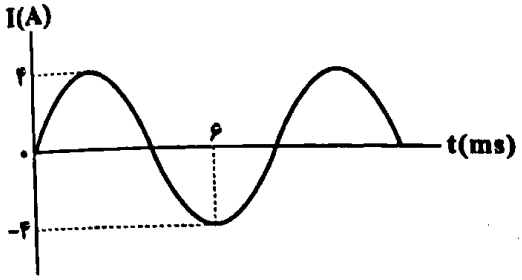
محل انجام محاسبات

۸۹- مطابق شکل زیر، قاب رسانای مستطیلی‌شکل به ابعاد $۲۰cm \times ۳۰cm$ و مقاومت الکتریکی ۶Ω با سرعت ثابت $۰/۰۴\frac{m}{s}$ در آستانهٔ ورود به میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $۰/۴T$ است. در ۳ ثانیهٔ اول حرکت، جهت جریان القایی در حلقه چگونه است و اندازهٔ بار الکتریکی خالص شارش‌شده در آن چند میلی‌کولن است؟



۱) پادساعتگرد ـ ۱/۶
۲) پادساعتگرد ـ ۹/۶
۳) ساعتگرد ـ ۱/۶
۴) ساعتگرد ـ ۹/۶

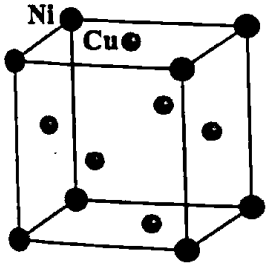
۹۰- نمودار جریان الکتریکی گذرنده از یک مقاومت ۴ اهمی مطابق شکل زیر است. معادلهٔ ولتاژ ـ زمان این مقاومت در SI کدام است؟



۱) $V = ۴\sin(۲۵۰\pi t)$
۲) $V = ۴\sin(۵۰۰\pi t)$
۳) $V = ۱۶\sin(۵۰۰\pi t)$
۴) $V = ۱۶\sin(۲۵۰\pi t)$

شیمی ۵

۹۱- شکل زیر، ساختار سلول واحدی از آلیاژ مس و نیکل را نشان می‌دهد. درصد جرمی نیکل در این آلیاژ کدام است؟ (سلول واحد کوچک‌ترین بخش سازندهٔ یک بلور است که در سرتاسر آن تکرار می‌شود.) $(Cu = ۶۴ , Ni = ۵۹ : g.mol^{-1})$



۱) ۲۳/۵
۲) ۵۷/۱
۳) ۲۷/۲
۴) ۶۸/۲

۹۲- درصد جرمی اجزای تشکیل‌دهندهٔ یک ترکیب یونی در جدول زیر آمده است. آنیون این ترکیب یونی کدام است؟ $(Na = ۲۳ , O = ۱۶ , V = ۵۱ : g.mol^{-1})$

	V	Na	O
	۴۶/۵۰	۱۲/۶۰	۴۰/۹۰

۱) $[V_{۱۰}O_{۲۸}]^{۴-}$
۲) $[V_{۵}O_{۱۴}]^{۴-}$
۳) $[V_{۱۰}O_{۲۸}]^{۶-}$
۴) $[V_{۵}O_{۱۴}]^{۶-}$

۹۳- کدام‌یک از ویژگی‌های زیر، در ارتباط با تیتانیم و فولاد زنگ‌نزن، تفاوت ناچیزی با هم دارند؟

۱) نقطهٔ ذوب
۲) واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا
۳) مقاومت در برابر سایش
۴) مقاومت در برابر خوردگی

محل انجام محاسبات

۹۴- کدام گزینه در مورد مقایسهٔ شعاع یونی یونی‌های زیر، درست است؟

۱) $Mg^{2+} < Na^{+} < F^{-} < O^{2-} < N^{3-}$

۲) $Na^{+} < Mg^{2+} < O^{2-} < N^{3-} < F^{-}$

۳) $Mg^{2+} < F^{-} < O^{2-} < Na^{+} < N^{3-}$

۴) $Na^{+} < F^{-} < Mg^{2+} < N^{3-} < O^{2-}$

۹۵- کدام ماده بالاترین نقطهٔ ذوب را دارد؟

۱) $TiCl_4$ ۲) S_8 ۳) CsI ۴) SiC

۹۶- سه ترکیب A، B و C را که در دمای اتاق جامد هستند، با خصوصیات زیر در نظر بگیرید:

- ترکیب A در حالت‌های جامد و مایع، رسانا نیست.
- ترکیب B هم در حالت مایع و هم به صورت محلول، رسانا است.
- ترکیب C فقط به صورت محلول رسانا است.

چه تعداد از موارد زیر، در ارتباط با این سه ترکیب درست است؟

- ترکیب A یونی است.
- ترکیب B یونی است.
- گشتاور دوقطبی ترکیب C بزرگ‌تر از صفر است.

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۹۷- دی‌اکسید دو عنصر کربن و سیلیسیم، CO_2 و SiO_2 به ترتیب گاز و جامد هستند، زیرا .....

۱) CO_2 یک مولکول خطی است، در حالی‌که SiO_2 یک مولکول خمیده است.

۲) در مولکول SiO_2، نیروهای وان‌درووالسی خیلی قوی هستند.

۳) CO_2 یک ترکیب کووالانسی است، در حالی‌که SiO_2 یک ترکیب یونی است.

۴) سیلیسیم برخلاف کربن با اکسیژن، پیوندهای دوگانهٔ پایدار تشکیل نمی‌دهد.

۹۸- به ۰/۴ لیتر محلول ۰/۲ مولار $VO_2^{+}(aq)$، چند گرم پودر روی باید اضافه کنیم تا رنگ محلول به سبز تغییر پیدا کند؟

$(Zn = 65\ g.mol^{-1})$

۱) ۵/۲ ۲) ۲/۶ ۳) ۱۰/۴ ۴) ۷/۸

۹۹- ترکیب‌های کدام مورد می‌تواند نمایندهٔ مناسبی برای ساختارهای داده‌شده باشد؟

۱) a : SCO , b : SiF_4 , d : $CHCl_3$

۲) a : HCN , b : CH_4 , c : H_2S

۳) b : SiH_4 , c : OF_2 , d : NH_3

۴) a : HF , c : H_2O , d : SO_3

محل انجام محاسبات

۱۰۰- شکل زیر، نقطهٔ ذوب و جوش سه عنصر A، B و C و گسترهٔ دمایی که مایع هستند را نشان می‌دهد. اگر هیچ‌کدام از این عناصر، گاز نجیب نباشند، چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی و شیمیایی مادهٔ A می‌توان از مدل دریای الکترونی استفاده کرد.
- در دما و فشار اتاق، A، B و C به ترتیب به حالت جامد، مایع و گاز هستند.
- امکان واکنش A با هر کدام از عناصر B و C وجود دارد.
- امکان واکنش B و C با یک‌دیگر وجود دارد.
- A در مقایسه با NaCl در گسترهٔ دمایی بزرگ‌تری به حالت مایع است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با آمونیاک و کلروفرم درست است؟

- گشتاور دوقطبی مولکول هر کدام از آن‌ها، بزرگ‌تر از صفر است.
- در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی آن‌ها یکسان است.
- اتم مرکزی در هر کدام از آن‌ها، بار جزئی منفی دارد.
- از نظر شمار اتم‌های هیدروژن، مولکول آن‌ها وضعیت مشابهی دارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- عنصر X پس از اکسیژن فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است. چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با عنصر X درست است؟

- در طبیعت به حالت خالص یافت نشده و به طور عمده به شکل اکسید یافت می‌شود.
- در ساختار آن همانند الماس، هر اتم به چهار اتم دیگر متصل است.
- نقطهٔ ذوب آن در مقایسه با الماس، پایین‌تر است.
- تاکنون هیچ یونی از آن شناخته نشده است و در ترکیب‌های یونی دیده نشده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۳- آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلوری لیتیم کلرید از آنتالپی فروپاشی چه تعداد از هالیدهای قلیایی زیر بیشتر است؟

«KBr ،KCl ،KF ،NaBr ،NaCl ،NaF ،LiBr ،LiF»

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۰۴- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) نیتینول آلیاژی است که از دو عنصر فلزی تشکیل شده و آرایش الکترونی اتم هر دو فلز به زیرلایهٔ s ختم می‌شود.

۲) گرافن یک گونهٔ شیمیایی دوبعدی، شفاف و انعطاف‌پذیر است که رسانای جریان برق محسوب می‌شود.

۳) پروپان در مقایسه با دی‌متیل اتر، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۴) تنوع و شمار مواد مولکولی از مواد کووالانسی و نیز مواد یونی بیشتر است.

محل انجام محاسبات

۱۰۵- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آهن (III) اکسید و تیتانیم (IV) اکسید درست است؟

- در هر دو ترکیب، عدد کوئوردیناسیون کاتیون، بزرگ‌تر از عدد کوئوردیناسیون آنیون است.
- تیتانیم (IV) اکسید یک رنگ‌دانهٔ معدنی سفید است که هیچ‌کدام از پرتوهای الکترومغناطیسی را جذب نمی‌کند.
- در حالت بلوری، هر دو ترکیب شکننده هستند.
- آهن (III) اکسید پرتوهای الکترومغناطیسی با طول موج تقریبی ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر را بازتاب می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شمارهٔ ۱۰۶ تا ۱۱۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شمارهٔ ۱۱۶ تا ۱۲۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

شیمی (۱) (سؤالات ۱۰۶ تا ۱۱۵) — زوج درس ۱

۱۰۶- واکنشی طبق معادلهٔ $xNH_3(g)+yCO_2(g)\rightarrow CO(NH_2)_2(s)+A(g)$ انجام می‌گیرد. چنان‌چه واکنش با ۴ اتمسفر آمونیاک و ۳ اتمسفر از گاز کربن دی‌اکسید در ظرفی به حجم ثابت ۱۰ لیتر در دمای معین آغاز شود و پس از گذشت زمان معین، فشار کل ظرف به ۴/۵ اتمسفر برسد، فشار گاز آمونیاک در مقایسه با گاز A چگونه است؟

۱) ۰/۵ atm کم‌تر ۲) ۰/۲۵ atm کم‌تر ۳) ۰/۵ atm بیشتر ۴) ۰/۲۵ atm بیشتر

۱۰۷- اگر در دمای یکسان، چگالی یک نمونه گاز اوزون و یک نمونه گاز گوگرد تری‌اکسید با هم برابر باشد، شمار اتم‌های گاز اوزون در واحد حجم، چند برابر شمار اتم‌های گاز گوگرد تری‌اکسید در واحد حجم است؟ $(S=32, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۱/۶۶ ۴) ۲

۱۰۸- برای تهیهٔ روی از سولفید آن از واکنش‌های زیر استفاده می‌شود:

$$ZnS+O_2\rightarrow ZnO+SO_2$$

$$ZnO+C\rightarrow Zn+CO$$

اگر در مجموع ۱۳۶۰ کیلوگرم از گازهای SO_2 و CO وارد محیط‌زیست شود، به تقریب چند کیلوگرم Zn به دست می‌آید؟

$(Zn=65, C=12, S=32, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۶۹۰ ۲) ۹۶۰ ۳) ۸۷۰ ۴) ۷۸۰

۱۰۹- در دمای $55^\circ C$ مقادیر مساوی از پتاسیم نیترات و آب را با هم مخلوط می‌کنیم تا یک محلول به دست آید. سپس این محلول را تا دمای $44^\circ C$ سرد کرده و مشاهده می‌شود که ۱۴ گرم رسوب تشکیل شده است. اگر انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات در دمای $44^\circ C$ برابر ۷۲ گرم باشد، جرم آب استفاده‌شده برای ساخت محلول چند گرم بوده است؟

۱) ۵۰ ۲) ۳۶ ۳) ۶۴ ۴) ۴۰

۱۱۰- اگر به ۲۰۰ گرم محلول ۳۰ درصد جرمی سدیم نیترات، به اندازهٔ ۲/۵ برابر جرم نمک موجود در آن، آب اضافه کنیم، درصد جرمی محلول جدید به تقریب کدام است؟

۱) ۱۲/۹۰ ۲) ۱۵/۸۱ ۳) ۱۷/۱۴ ۴) ۲۱/۲۳

۱۱۱- محلول سیرشدهٔ نمک لیتیم سولفات در دمای معین دارای غلظت $3 mol.L^{-1}$ و چگالی $1/375 g.mL^{-1}$ است. انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در این دما در آب برابر چند گرم است؟ $(Li=7, S=32, O=16: g.mol^{-1})$

۱) ۱۸ ۲) ۳۱/۶ ۳) ۳۵/۲ ۴) ۲۴

محل انجام محاسبات

۱۱۲- ۵۴ گرم از محلول سیرشدهٔ نمک A در دمای $70^\circ C$ در دسترس است. با توجه به داده‌های جدول زیر، این محلول را تا چه دمایی سرد کنیم که ۷/۲ گرم رسوب تشکیل شود؟

۷۰	۸۰
۶۰	۷۲
۴۵	۵۶
۱۰	۴۰
۰	۳۲

۱) $0^\circ C$

۲) $10^\circ C$

۳) $45^\circ C$

۴) $60^\circ C$

۱۱۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

• اگر حجم‌های مساوی از هگزان، آب و استون را با هم مخلوط کنیم، هگزان در بالا قرار می‌گیرد و بخش پایینی، مخلوطی همگن از آب و استون است.

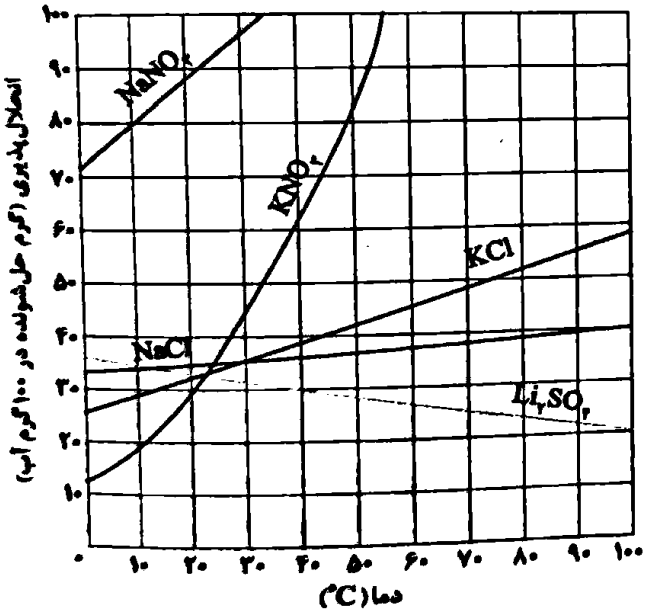
• گشتاور دوقطبی هگزان کمی بیشتر از گشتاور دوقطبی I_2 بوده و این دو ماده به خوبی در یک‌دیگر حل می‌شوند.

• استون تمامی انواع چربی‌ها و رنگ‌ها را نمی‌تواند در خود حل کند.

• هر فرد بالغ روزانه به طور میانگین ۱/۵ تا ۳ لیتر آب را به شکل‌های مختلف از دست می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۴- با توجه به نمودار زیر، غلظت مولار محلول سیرشده کدام نمک در دمای $50^\circ C$ و با چگالی $1/4 g.mL^{-1}$ برابر با ۲/۸ است؟



۱) KNO_3 $(101 g.mol^{-1})$

۲) KCl $(74/5 g.mol^{-1})$

۳) Li_2SO_4 $(110 g.mol^{-1})$

۴) $NaCl$ $(58/5 g.mol^{-1})$

۱۱۵- در فشار ۱atm و در هر دمایی، انحلال‌پذیری گاز CO_2 ..... از NO است، زیرا .....

۱) بیشتر ـ کربن دی‌اکسید برخلاف نیتروژن مونوکسید با آب واکنش می‌دهد.

۲) بیشتر ـ مولکول‌های کربن دی‌اکسید دارای جرم و حجم بیشتری هستند.

۳) کم‌تر ـ کربن دی اکسید برخلاف نیتروژن مونوکسید، یک ترکیب ناقطبی است.

۴) کم‌تر ـ شمار پیوندهای مستحکم دوگانه در مولکول CO_2 بیشتر است.

محل انجام محاسبات

۱۱۶- در یک ظرف دربستهٔ ۵ لیتری مقداری گاز N_2O_5 وارد شده و با سرعت $0/02 mol.min^{-1}$ به گازهای اکسیژن و نیتروژن دی‌اکسید تجزیه می‌شود. اگر پس از گذشت ۸ دقیقه، مجموع جرم گازهای درون ظرف برابر با ۶۴/۸g باشد، تفاوت شمار مول‌های فراورده‌ها و واکنش‌دهنده در این لحظه کدام است؟ $(N=14, O=16 : g.mol^{-1})$

۱) ۰/۵۲ ۲) ۰/۰۸ ۳) ۰/۳۶ ۴) ۰/۲۰

۱۱۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با لیکوپن و کلسترول درست است؟

- لیکوپن یک هیدروکربن سیرنشده و کلسترول یک الکل سیرنشده است.
- لیکوپن در هندوانه و گوجه‌فرنگی و کلسترول در برخی از میوه‌های چرب یافت می‌شود.
- هر دو ترکیب در آب نامحلول هستند.
- واکنش‌پذیری لیکوپن بیشتر از کلسترول است، زیرا نوعی راه‌یکال به شمار می‌آید.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۱۸- اگر در واکنش زیر، در هر دقیقه، ۳۰۰ لیتر بر حجم گازهای درون سامانهٔ واکنش افزوده شود، سرعت متوسط کلسیم کربنات چند مول بر ثانیه است؟ (حجم مولی گازها در شرایط آزمایش ۴۰ لیتر بر مول است.)

$$H_2(g) + H_2S(g) + CaCO_3(s) \rightarrow CaS(s) + CO(g) + H_2O(g)$$

۱) ۰/۱۲۵ ۲) ۰/۲۵۰ ۳) ۰/۵۰۰ ۴) ۰/۶۲۵

۱۱۹- اگر هر کدام از مواد زیر، فقط از یک پلیمر ساخته شده باشند، از سوختن چه تعداد از آن ها گاز گلخانه‌ای H_2O تولید نمی‌شود؟

«• کیسهٔ خون / • نخ دندان / • سرنگ / • بطری نوشابه / • محافظ کف اتو»

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۰- کدام‌یک از مطالب زیر، نادرست است؟

۱) در سلولز شمار زیادی مولکول گلوکز با پیوند اتری به یک‌دیگر متصل شده‌اند.
۲) برای پلیمرها نمی‌توان فرمول مولکولی دقیق نوشت.
۳) آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از الیاف در جهان از پنبه تهیه می‌شود.
۴) در شماری از درشت‌مولکول‌ها مانند چربی‌ها، واحدهای تکرارشونده وجود ندارد.

۱۲۱- ترکیب A ساده‌ترین مولکولی است که عامل بوی ماهی به شمار می‌رود و ترکیب B مونومر سازندهٔ پلیمری است که برای تولید پتوی مسافرتی از آن استفاده می‌شود. چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با A و B درست است؟

- شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی مولکول دو ترکیب با هم برابر است.
- تفاوت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی مولکول دو ترکیب برابر با ۳ است.
- گروه عاملی دو ترکیب مشابه هم است.
- ترکیب A نمی‌تواند در واکنش بسپارش شرکت کند.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر، در ارتباط با کربوکسیلیک اسیدهای تک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده درست است؟

- فرمول عمومی این ترکیب‌ها به صورت $C_nH_{2n}O_2$ است.
- فرمول عمومی این ترکیب‌ها را به استرهای تک‌عاملی با زنجیر هیدروکربنی سیرشده نیز می‌توان نسبت داد.
- نقطهٔ جوش یک کربوکسیلیک اسید بالاتر از نقطهٔ جوش الکل تک‌عاملی هم‌کربن با آن است.
- در صورت مجاورت با یک الکل، به سرعت یک استر و آب تولید می‌شود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

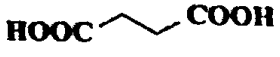
محل انجام محاسبات

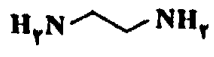
۱۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- آمین‌هایی که در ساختار خود پیوند N — H ندارند، نمی‌توانند با مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی برقرار کنند.
- دی‌آمین‌هایی که در ساختار خود پیوند N — H ندارند، نمی‌توانند در واکنش تشکیل پلی‌آمید شرکت کنند.
- کولار یک پلی‌آمید ساختگی است که یکی از مونومرهای سازندهٔ آن، دست‌کم چهار اتم اکسیژن دارد.
- شاخ گوزن، پشم گوسفند و پوست و موی انسان جزو پلی‌آمیدهای طبیعی هستند.

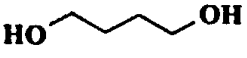
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۲۴- پلیمرهایی که در ساختار آن‌ها فقط یک نوع مونومر وجود دارد، هموپلیمر و پلیمرهایی که در ساختار آن‌ها بیش از یک مونومر وجود دارد، کوپلیمر نامیده می‌شوند. از مواد اولیهٔ زیر، بدون تغییر و مستقیماً برای تهیهٔ یک هموپلیمر پلی‌آمیدی و یک کوپلیمر که دو نوع مونومر به صورت یک در میان در ساختار آن‌ها وجود دارد، استفاده شده است. اگر با تعداد برابر از واحدهای تکرارشونده، جرم مولی کوپلیمر دو برابر جرم مولی هموپلیمر باشد، تعداد کربن در واحد تکرارشوندهٔ کوپلیمر کدام است؟ $(C=12, H=1, O=16, N=14 ; g.mol^{-1})$


(a)

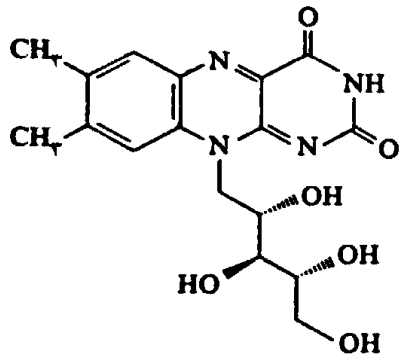

(b)

(c)


(d)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۱۲۵- ساختار زیر مربوط به یکی از معروف‌ترین ویتامین‌ها است. چه تعداد از ویژگی‌های زیر میان این ویتامین و ویتامین K مشترک است؟



- محلول یا نامحلول بودن در آب
- شمار پیوندهای C=O
- شمار اتم‌های اکسیژن
- شمار عنصرهای سازنده
- شمار حلقهٔ بنزنی

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۲/۱۲/۱۸

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۳) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۱۱۵	مدت پاسخگویی: ۱۴۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف					
۱	ریاضیات	حسابان ۲	۱۰	۱	۱۰
		ریاضیات گسسته	۱۰	۱۱	۲۰
		هندسه ۳	۱۰	۲۱	۳۰
		هندسه ۲	۱۰	۳۱	۴۰
		آمار و احتمال	۵	۴۱	۴۵
۲	فیزیک	فیزیک ۳	۲۵	۴۶	۷۰
		فیزیک ۱	۱۰	۷۱	۸۰
		فیزیک ۲	۱۰	۸۱	۹۰
۳	شیمی	شیمی ۳	۱۵	۹۱	۱۰۵
		شیمی ۱	۱۰	۱۰۶	۱۱۵
		شیمی ۲	۱۰	۱۱۶	۱۲۵

۷۰ دقیقه	
۴۵ دقیقه	
۲۵ دقیقه	

۱

$$f'_-(1)=\lim_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{2x^2-2\sqrt{2x^2-1}}}{x-1}\times\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{2x^2-1}}}{\sqrt{x^2+\sqrt{2x^2-1}}}$$

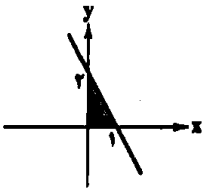
$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{2}\sqrt{x^4-2x^2+1}}{\sqrt{2}(x-1)}=\lim_{x\to 1^-}\frac{|x^2-1|}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1^-}\frac{-(x-1)(x+1)}{x-1}=-2 \quad \text{شیب نیم مماس چپ}$$

$m=-2$: شیب نیم‌مماس چپ ، $(1, f(1)=0)$: نقطهٔ تماس

معادلهٔ نیم‌مماس چپ: $y-0=-2(x-1)\Rightarrow y=-2x+2$

$$\begin{cases}x=0\Rightarrow y=2 \text{ ؛برخورد با محور عرض‌ها}\\ y=0\Rightarrow x=1 \text{ ؛برخورد با محور طول‌ها}\end{cases}\Rightarrow S=\frac{2\times 1}{2}=1$$



۲

$$g'(x)=2(3)f'(3x-2)+3(3)f'(3x-1)$$

$$\Rightarrow g'(5)=6f'(13)+9f'(14)$$

$f(x)$ متناوب با دورهٔ تناوب ۳ است، بنابراین $f'(x)$ نیز متناوب با دورهٔ تناوب ۳ می‌باشد و داریم:

$$f'(13)=f'(4\times 3+1)=f'(1)$$

$$f'(14)=f'(4\times 3+2)=f'(2)$$

در تابع $f(x)=\frac{(x-2)^2\cos\frac{3\pi}{1-3x}}{\sqrt[3]{5x+3}\sin\frac{\pi}{x+1}}$ داریم:

در $x=1$ عبارت $\cos\frac{3\pi}{1-3x}$ برابر صفر می‌شود، بنابراین برای محاسبهٔ $f'(1)$ در تابع $f(x)$، همهٔ عبارت‌ها بدون تغییر باقی می‌مانند و فقط از $\cos\frac{3\pi}{1-3x}$ مشتق می‌گیریم، پس داریم:

$$f'(1)=\left.\frac{(x-2)^2\times 3\pi\times\frac{3}{(1-3x)^2}\times(-\sin\frac{3\pi}{1-3x})}{\sqrt[3]{5x+3}\sin\frac{\pi}{x+1}}\right|_{x=1}$$

$$=\frac{3\pi\times\frac{3}{4}\times(-1)}{2\times 1}=-\frac{9\pi}{8}$$

در $x=2$ تابع $f(x)$ دارای عامل صفرکنندهٔ مضاعف یعنی $(x-2)^2$ می‌باشد، بنابراین $f'(2)=0$ می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$g'(5)=6(\frac{-9\pi}{8})+9(0)=\frac{-27\pi}{4}$$

۳

$$h(1)=\frac{\sqrt[3]{2}+1}{1+\sqrt[3]{2}}=1$$

$$[(f+g)oh)']'(1)=h'(1)\times(f+g)'(h(1))=h'(1)\times(f+g)'(1)$$

برای یافتن $h'(1)$ و $(f+g)'(1)$ ابتدا توابع $h(x)$ و $(f+g)(x)$ را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$h(x)=\frac{\sqrt[3]{x^3}(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x^2})}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x+1}}=\sqrt[3]{x^3}\Rightarrow h'(x)=\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$$

$$\Rightarrow h'(1)=\frac{3}{5}$$

$$(f+g)(x)=\frac{2x^6+6x^4+6x^2+2}{x^4+2x^2+1}=\frac{2(x^2+1)^3}{(x^2+1)^2}=2(x^2+1)$$

$$\Rightarrow (f+g)'(x)=4x\Rightarrow (f+g)'(1)=4$$

$$\Rightarrow [(f+g)oh]'(1)=\frac{3}{5}\times 4=\frac{12}{5}=2/4$$ بنابراین خواهیم داشت:

۴

مشتق‌های چپ و راست در $x=-1$ هر دو موجود هستند.

بنابراین تابع $f(x)$ در $x=-1$ هم از چپ و هم از راست پیوسته است.

یعنی $f(x)$ در $x=-1$ پیوسته است، پس داریم:

$$\lim_{x\to(-1)^-}f(x)=\lim_{x\to(-1)^+}f(x)\Rightarrow\frac{2+a+b-1}{-3}=\frac{2+a+b-1}{-2}$$

$$\Rightarrow 2+a+b-1=0\Rightarrow a+b=-1 \quad (1)$$

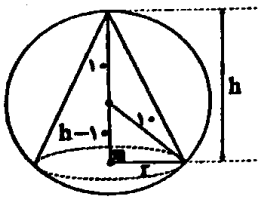
$$\begin{cases}x\to(-1)^-\Rightarrow f(x)=\frac{2x^2-ax+b-1}{-3}\Rightarrow f'(x)=\frac{4x-a}{-3}\\ \Rightarrow f'_-(-1)=\frac{-4-a}{-3}=\frac{a+4}{3}\\ x\to(-1)^+\Rightarrow f(x)=\frac{2x^2-ax+b-1}{-2}\Rightarrow f'(x)=\frac{4x-a}{-2}\\ \Rightarrow f'_+(-1)=\frac{-4-a}{-2}=\frac{a+4}{2}\end{cases}$$

$$\frac{a+4}{3}+\frac{a+4}{2}=2\Rightarrow 5(a+4)=12\Rightarrow a+4=\frac{12}{5}\Rightarrow a=-\frac{8}{5}$$

$$\xrightarrow{(1)} b=\frac{3}{5}\Rightarrow 2b-3a=\frac{6}{5}+\frac{24}{5}=\frac{30}{5}=6$$

۵

رابطهٔ بین شعاع قاعدهٔ مخروط و ارتفاع آن را پیدا کرده و حجم مخروط را به صورت تابعی از ارتفاع آن می‌نویسیم.



$$(h-10)^2+r^2=100\Rightarrow h^2-20h+100+r^2=100\Rightarrow r^2=20h-h^2$$

حجم مخروط: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\pi}{3}h(20h-h^2)=\frac{\pi}{3}(20h^2-h^3)$

$$\Rightarrow V'_h=\frac{\pi}{3}(40h-3h^2)$$

در لحظه‌ای که شعاع قاعدهٔ مخروط ۶cm است، داریم:

$$6^2=20h-h^2\Rightarrow h^2-20h+36=0\Rightarrow (h-2)(h-18)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}h=2 \text{ غ ق ق}\\ h=18\end{cases}$$

بنابراین برای آهنگ تغییر حجم مخروط نسبت به ارتفاع آن داریم:

$$V'_h=\frac{\pi}{3}\times 18(40-54)=-84\pi$$

۴ از تابع $f(x)$ مشتق‌گیری کرده و $f'(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم.

$$f'(x)=\frac{۴}{۲\sqrt{x-\frac{۸}{۹}}}-۶x=۲\left(\frac{۱-۳x\sqrt{x-\frac{۸}{۹}}}{\sqrt{x-\frac{۸}{۹}}}\right)$$

مخرج کسر همواره مثبت است، پس برای تعیین علامت، ریشهٔ صورت کسر را به دست می‌آوریم.

$$۱-۳x\sqrt{x-\frac{۸}{۹}}=۰\Rightarrow ۳x\sqrt{x-\frac{۸}{۹}}=۱\Rightarrow ۹x^۲(x-\frac{۸}{۹})=۱$$

$$\Rightarrow ۹x^۳-۸x^۲-۱=۰\Rightarrow (x-۱)(۹x^۲+x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۹x^۲+x+۱=۰ \xrightarrow{\Delta<۰} \text{جواب ندارد} \\ x-۱=۰\Rightarrow x=۱ \end{cases}$$

x		$\frac{۸}{۹}$		۱	
$f'(x)$		■	+	۰	−
$f(x)$		■	↗	max نسبی	↘

پس بزرگ‌ترین بازه‌ای که $f(x)$ در آن اکیداً نزولی است، بازهٔ $(۱,+\infty]$ است و در نتیجه $a=۱$ خواهد بود و داریم:

$$g(x)=\frac{۲x-۱}{x^۲+۱}\Rightarrow g'(x)=\frac{۲(x^۲+۱)-۲x(۲x-۱)}{(x^۲+۱)^۲}=\frac{-۲x^۲+۲x+۲}{(x^۲+۱)^۲}$$

طول‌های نقاط اکسترمم نسبی تابع $g(x)$، ریشه‌های $g'(x)=۰$ هستند، زیرا $g'(x)$ در آن‌ها تغییر علامت می‌دهد.

$$g'(x)=۰\Rightarrow -۲x^۲+۲x+۲=۰\Rightarrow x^۲-x-۱=۰$$

$$x_{max}+x_{min}=-\frac{b}{a}=۱$$

۳ با توجه به دامنهٔ $[-۱,b]$ اعداد $x=-۱$ و $x=b$ جواب‌های معادلهٔ $-x^۲+ax+۳=۰$ هستند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \xrightarrow{x=-۱} -۱-a+۳=۰\Rightarrow a=۲ \\ \xrightarrow{x=b} -b^۲+۲b+۳=۰\Rightarrow b^۲-۲b-۳=۰ \\ \Rightarrow (b-۳)(b+۱)=۰\Rightarrow \begin{cases} b=-۱ \text{ غ ق ق} \\ b=۳ \end{cases} \end{cases}$$

نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$f(x)=x-\sqrt{-x^۲+۲x+۳}\Rightarrow f'(x)=۱-\frac{-۲x+۲}{۲\sqrt{-x^۲+۲x+۳}}=۰$$

$$\Rightarrow \sqrt{-x^۲+۲x+۳}=۱-x\Rightarrow -x^۲+۲x+۳=x^۲-۲x+۱$$

$$\Rightarrow ۲x^۲-۴x-۲=۰\Rightarrow x^۲-۲x-۱=۰\Rightarrow \begin{cases} x=۱+\sqrt{۲} \text{ غ ق ق} \\ x=۱-\sqrt{۲} \end{cases}$$

مقدار تابع را در نقاط ابتدا و انتهای بازه و نقطهٔ $x=۱-\sqrt{۲}$ به دست می‌آوریم.

$$f(x)=x-\sqrt{-(x-۱)^۲+۴}\Rightarrow \begin{cases} f(-۱)=-۱ \\ f(۳)=۳ \\ f(۱-\sqrt{۲})=۱-\sqrt{۲}-\sqrt{۲}=۱-۲\sqrt{۲} \end{cases}$$

پس ماکزیمم مطلق تابع برابر ۳ و مینیمم مطلق تابع برابر $۱-۲\sqrt{۲}$ می‌باشد و داریم:

$$max-min=۳-(۱-۲\sqrt{۲})=۲+۲\sqrt{۲}$$

۲ نقاط بحرانی تابع $f(x)=|g(x)|$ جواب معادلات $g(x)=۰$ و $g'(x)=۰$ هستند. اگر $g(x)=-x^۲+\frac{a}{۴}x-۲$ باشد، داریم:

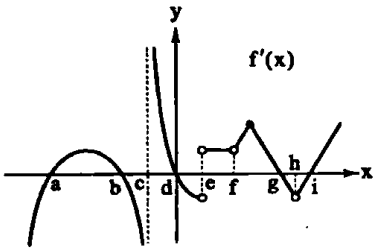
$$g'(x)=-۲x+\frac{a}{۴}\Rightarrow x=\frac{a}{۸}$$

بنابراین $x=\frac{a}{۸}$ یکی از نقاط بحرانی تابع است و برای آن‌که تابع $f(x)$ دارای ۳ نقطه بحرانی باشد باید معادلهٔ $g(x)=۰$ دارای ۲ جواب باشد، بنابراین داریم:

$$\Delta>۰\Rightarrow (\frac{a}{۴})^۲-۴(-۱)(-۲)>۰\Rightarrow \frac{a^۲}{۱۶}>۸\Rightarrow a^۲>۲^۷$$

$$\Rightarrow |a|>۸\sqrt{۲}$$

۳ از روی نمودار تابع $f'(x)$ جدول تغییرات تابع f را تشکیل می‌دهیم:



x	$-\infty$	a	b	c	d	e	f	g	h	i	$+\infty$
f'	−	۰	+	۰	−	۰	+	۰	+	۰	−	۰	+
f	↘	min نسبی	↗	max نسبی	↘	min نسبی	↗	↗	max نسبی	↘	↘	min نسبی	↗

در نقاط a، b، d، g و i مشتق برابر صفر است پس این نقاط بحرانی‌اند.

در نقاط c، e، f و h مشتق موجود نیست پس این نقاط بحرانی‌اند. یعنی در مجموع $f(x)$، ۹ نقطه بحرانی دارد.

نقاط a، c، e و i، min نسبی و نقاط b، d و g، max نسبی هستند.

۱ ابتدا $x^۲+x$ را تنها می‌کنیم و از طرفین تساوی مشتق می‌گیریم:

$$y=\frac{۱}{\sqrt{x^۲+x}}\Rightarrow y^۲=\frac{۱}{x^۲+x}\Rightarrow x^۲+x=\frac{۱}{y^۲}$$

$$\Rightarrow (x^۲+x)'=(\frac{۱}{y^۲})'\Rightarrow ۲x+۱=\frac{۰-۲yy'}{y^۴}=\frac{-۲y'}{y^۳}$$

حال مجدداً از طرفین تساوی جدید مشتق می‌گیریم تا متغیر x حذف شود:

$$۲=\frac{-۲y''(y^۳)-۳y^۲y'(-۲y')}{(y^۳)^۲}=\frac{-۲y''y+۶y'^۲}{y^۴}$$

$$\Rightarrow ۱=\frac{-y''y+۳y'^۲}{y^۴}\Rightarrow y^۴=-yy''+۳y'^۲\Rightarrow y^۴+yy''-۳y'^۲=۰$$

۲ باید این گراف به صورت اجتماع یک رأس ایزوله و یک گراف با ۱ یال باشد یعنی باید رأسی از درجه ۳ داشته باشد.

حالت اول: یک رأس ایزوله و یک رأس از درجهٔ ۳ و سه رأس درجهٔ ۱

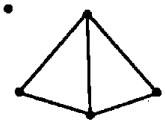
$$\text{تعداد حالات}=\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۳}=۲۰$$

حالت دوم: یک رأس ایزوله و یک رأس درجه ۳ و دو رأس درجه ۲ و یک رأس درجه ۱

تعداد حالات $=\binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{2}\binom{1}{1}=5\times4\times3\times1=60$

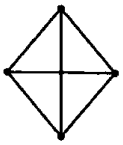
حالت سوم: یک رأس ایزوله و دو رأس درجه ۳ و دو رأس درجه ۲

تعداد حالات $=\binom{5}{1}\binom{4}{2}\binom{2}{2}=5\times6\times1=30$



حالت چهارم: یک رأس ایزوله و چهار رأس درجه ۳

تعداد حالات $=\binom{5}{1}\binom{4}{4}=5$

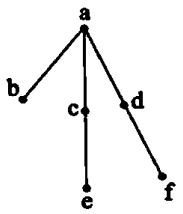


تعداد کل گراف‌ها $=20+60+30+5=115$

۴ در این گراف $n=6$ و $\Delta=3$ است و چون $\gamma(G)\geq\left\lceil\frac{n}{\Delta+1}\right\rceil$ بنابراین $\gamma(G)\geq2$ است که با انتخاب هیچ دو رأسی مجموعه احاطه‌گر نمی‌شود. پس $\gamma(G)=3$ است که مجموعه‌های زیر یک $\gamma-$ مجموعه هستند.

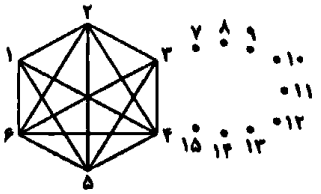
$\{a,e,f\},\{a,e,d\},\{a,c,f\},\{a,c,d\},\{b,c,d\}$
$,\{b,c,f\},\{b,e,d\},\{b,e,f\}$

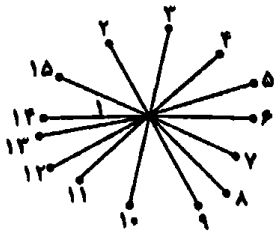
بنابراین ۸ تا $\gamma-$ مجموعه دارد.



۳

$\{2,7,8,9,10,11,12,13,14,15\}\Rightarrow\gamma_{max}(G)=10$





$\{1\}\Rightarrow\gamma_{min}(G)=1$

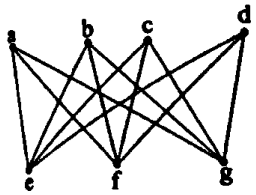
$\gamma_{max}(G)-\gamma_{min}(G)=10-1=9$

۳ چون گراف غیرتهی است:

$N_G(a)=N_G(b)=N_G(c)=N_G(d)=\{e,f,g\}$
$N_G(e)=N_G(f)=N_G(g)=\{a,b,c,d\}$

و

و شکل گراف به صورت زیر است:



هر زیرمجموعه از رئوس این گراف که دارای ۲ عضو باشد و یکی از عضوها از مجموعهٔ $\{e,f,g\}$ و عضو دیگر از مجموعهٔ $\{a,b,c,d\}$ باشد، احاطه‌گر مینیمم است.

تعداد $\gamma-$ مجموعه‌ها $=4\times3=12$

۱ اگر $ABC=x$ فرض شود، تعداد جایگشت‌های $ABCx$ برابر $4!$ یعنی ۲۴ است که باید $ABC\boxed{ABC}$ و $\boxed{ABC}ABC$ یکی در نظر گرفته شود یعنی ۲۳ جایگشت داریم.

۳

نکته: تعداد جواب‌های طبیعی معادله $x_1+x_2+\cdots+x_k=n$ برابر $\binom{n-1}{k-1}$ است.

$(x_1+x_2+x_3+x_4)(x_5+x_6)=18=9\times2=6\times3$

حالت اول: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=9\\x_5+x_6=2\end{cases}\Rightarrow\binom{9-1}{4-1}=\binom{8}{3}=56$, $\binom{2-1}{2-1}=\binom{1}{1}=1$ $\quad56\times1=56$

حالت دوم: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3+x_4=6\\x_5+x_6=3\end{cases}\Rightarrow\binom{6-1}{4-1}=\binom{5}{3}=10$, $\binom{3-1}{2-1}=\binom{2}{1}=2$ $\quad10\times2=20$

تعداد کل حالات $=56+20=76$

۴ عدد موردنظر به صورت $\overline{abcde}$ که $a\neq0$ است.

$a+b+c+d+e<10\Rightarrow a+b+c+d+e+f=10$

$e=e'+4\quad e'>0$

$a+b+c+d+e'+4+f=10\Rightarrow a+b+c+d+e'+f=6$

$\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{6+6-1}{6-1}=\binom{11}{5}=\frac{11!}{5!\times6!}$

$=\frac{11\times10\times9\times8\times7\times6!}{120\times6!}=462$

اگر $a=0$ باشد داریم: $b+c+d+e'+f=6$

$\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{6+5-1}{5-1}=\binom{10}{4}=\frac{10!}{4!\times6!}=\frac{10\times9\times8\times7\times6!}{24\times6!}=210$

تعداد اعداد $=462-210=252$

۱ اگر تعداد رأی برای فرد A برابر x و برای فرد B برابر y و برای فرد C برابر z و تعداد رأی‌های سفید t باشد. $x+y+z+t=7$

تعداد حالات $=\binom{n+k-1}{k-1}=\binom{7+4-1}{4-1}=\binom{10}{3}=120$

۱۹۰ ۳ می‌دانیم مجموع کل درایه‌های مربع لاتین $\frac{n^۲(n+۱)}{۲}$ است.

$$\text{مجموع کل درایه‌ها} = \frac{۵^۲ \times ۶}{۲} = ۷۵$$

در سطر سوم که تمام خانه‌ها رنگی است اعداد $(۱, ۲, ۳, ۴, ۵)$ قرار می‌گیرد و برای این‌که جمع خانه‌های رنگی بیشترین مقدار شود، ۳ خانهٔ رنگی دیگر باید ۵ باشد اما می‌دانیم در هیچ سطری عدد تکراری وجود ندارد پس یکی از اعداد رنگی سطر اول، به جای ۵ باید ۴ باشد.

$$\text{حداکثر مجموع درایه‌های خانه‌های رنگی} = (۱+۲+۳+۴+۵)+۵+۵+۴ = ۲۹$$

$$\text{مجموع درایه‌های خانه‌های سفید} = ۷۵-۲۹ = ۴۶$$

۱۹۱ ۲ می‌دانیم دو مربع لاتین متعامد از مرتبه‌های ۱، ۲ و ۶ وجود ندارد و مجموع درایه‌های مربع لاتین از مرتبهٔ n برابر $\frac{n^۲(n+۱)}{۲}$ است.

$$\text{مجموع درایه‌های مربع لاتین مرتبهٔ ۶} = \frac{۳۶ \times ۷}{۲} = ۱۸ \times ۷ = ۱۲۶$$

۱۹۲ ۳ اگر کانون سهمی را $F(-۳\alpha+۲, \alpha)$ در نظر بگیریم. با توجه به تعریف سهمی، فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی با هم برابر است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$|-۴| = \sqrt{(-۳\alpha+۶)^۲ + (\alpha-۶)^۲}$$

$$\Rightarrow ۱۶ = ۹\alpha^۲ - ۳۶\alpha + ۳۶ + \alpha^۲ - ۱۲\alpha + ۳۶$$

$$\Rightarrow ۱۰\alpha^۲ - ۴۸\alpha + ۵۶ = ۰ \Rightarrow ۵\alpha^۲ - ۲۴\alpha + ۲۸ = ۰$$

$$\alpha = \frac{۱۲ \pm ۲}{۵} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{۱۴}{۵} \Rightarrow F(-\frac{۳۲}{۵}, \frac{۱۴}{۵}) & * \\ \alpha = ۲ \Rightarrow F(-۴, ۲) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow S(-۲, ۲)$$

معادله سهمی: $(y-۲)^۲ = -۴(۲)(x+۲)$

$(-۳, ۲\sqrt{۲}+۲)$

۱۹۳ ۴ فاصله کانون تا خط هادی برابر ۲ است. در نتیجه:

$$۲a = ۲ \Rightarrow a = ۱$$

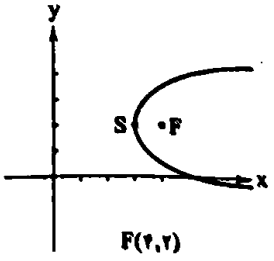
مختصات رأس سهمی را به صورت $S(۲\alpha-۱, \alpha)$ در نظر می‌گیریم و خواهیم داشت:

$$(y-\alpha)^۲ = ۴(x-۲\alpha+۱)$$

فقط دقت کنید با توجه به طبیعی بودن مختصات رأس سهمی و عبور از نقطه $(۴, ۴)$، دهانه سهمی رو به راست باز می‌شود.

$$\xrightarrow{(۴,۴)} (۴-\alpha)^۲ = ۴(۴-۲\alpha+۱)$$

$$۱۶-۸\alpha+\alpha^۲ = ۲۰-۸\alpha \Rightarrow \alpha^۲ = ۴ \Rightarrow \alpha = \pm ۲ \xrightarrow{\alpha \in N} S(۳, ۲)$$



۱۹۴ ۱ ابتدا خط هادی سهمی $x^۲ + y = ۲x + ۱$ را به دست می‌آوریم:

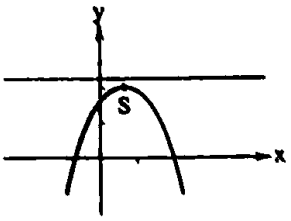
$$x^۲ - ۲x = -y + ۱$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲ = -(y-۲) : S(۱, ۲) \qquad ۴a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}$$

خط هادی: $y = \frac{۹}{۴}$

$$\xrightarrow{\text{تقاطع با سهمی دیگر}} \frac{۹}{۴} + ۱ = \frac{۱}{۴}(x-۳)^۲ \Rightarrow (x-۳)^۲ = ۱۳$$

$$\begin{cases} x-۳ = \sqrt{۱۳} \Rightarrow x = ۳+\sqrt{۱۳} \\ x-۳ = -\sqrt{۱۳} \Rightarrow x = ۳-\sqrt{۱۳} \end{cases}$$



فاصله دو نقطه $A(۳+\sqrt{۱۳}, \frac{۹}{۴})$ و $B(۳-\sqrt{۱۳}, \frac{۹}{۴})$ برابر

$$|AB| = ۲\sqrt{۱۳}$$

۱۹۵ ۲ با توجه به توضیحات سؤال، M کانون و L خط هادی سهمی است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{MN'}{MP} = ۲ \times \frac{N'H'}{HH'} \xrightarrow[MP=۵]{\text{فاصله M تا L برابر ۱۰}} \frac{MN'}{۵} = ۲\frac{N'H'}{HH'}$$

$$\Rightarrow HH' = \frac{۱۰N'H'}{N'M}$$

۱۹۶ ۲

$$P_۱ = \frac{D^۲}{۱۶h}$$

$$P_۲ = \frac{(۲D)^۲}{۱۶ \times \frac{h}{۲}} = \frac{۸D^۲}{۱۶h} = ۸(\frac{D^۲}{۱۶h})$$

۱۹۷ ۲ معادله سهمی را استاندارد کرده و مختصات کانون سهمی را به دست می‌آوریم.

$$y^۲ - ۴y + ۴ = ۸x - ۱۲ + ۴$$

$$\Rightarrow (y-۲)^۲ = ۸(x-۱) : S(۱, ۲) \quad ۴a = ۸ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow F(۳, ۲)$$

از طرفی $y = \frac{۵}{۲}$ را با سهمی تقاطع داده تا نقطه برخورد به دست آید:

$$(\frac{۵}{۲}-۲)^۲ = ۸(x-۱)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳۲} = x-۱ \Rightarrow x = \frac{۳۳}{۳۲} \quad A(\frac{۳۳}{۳۲}, \frac{۵}{۲})$$

می‌دانیم اگر پرتو تابش موازی محور xها یا محور کانون سهمی افقی بتابد، پرتو بازتابش قطعاً از کانون عبور می‌کند در نتیجه معادله خطی را می‌نویسیم که از A و F عبور کند.

$$m = \frac{\frac{۵}{۲}-۲}{\frac{۳۳}{۳۲}-\frac{۹۶}{۳۲}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{-\frac{۶۳}{۳۲}} = -\frac{۱۶}{۶۳}$$

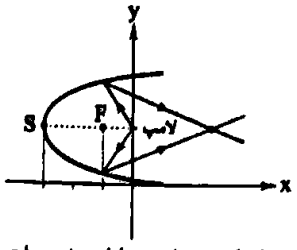
$$y-۲ = -\frac{۱۶}{۶۳}(x-۳) \Rightarrow y = -\frac{۱۶}{۶۳}x + \frac{۵۸}{۲۱}$$

$$\Rightarrow ۶۳y + ۱۶x = ۱۷۴$$

$$b-a = ۶۳-۱۶ = ۴۷$$

۲ ابتدا معادله سهمی را استاندارد می‌کنیم:

$$y^2-4y+4=8x+20+4$$
$$\Rightarrow (y-2)^2=8(x+3)$$
$$S(-3,2)$$
$$4a=8\Rightarrow a=2\Rightarrow F(-1,2)$$



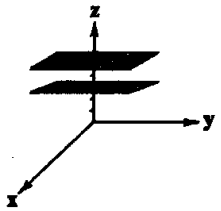
همان‌طور که می‌بینیم پرتوهای بازتابش در نقطه‌ای در ناحیه اول مختصات همگرا می‌شوند.

۲ در ناحیه ششم مختصاتی علامت x و z منفی و y مثبت است. در نتیجه:

$$1)\ m-1<0\Rightarrow m<1$$
$$2)\ 4-m^2<0\Rightarrow m^2>4\Rightarrow m>2\cup m<-2$$
$$(1)\cap(2): m<-2$$

در نتیجه نقطه B به صورت $B(+,-,-)$ و در ناحیه هشتم خواهد بود.

۱ این صفحات با هم موازی و به صورت زیر می‌باشند که فاصله آن‌ها برابر $|5-3|=2$ است.



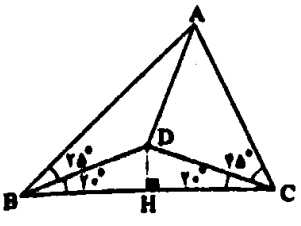
۴ خط $L:\begin{cases}2x-z=3\\x+2z=4\end{cases}$ یا $\begin{cases}x=2\\z=1\end{cases}$ عمود بر صفحه xz و موازی با محور عرض‌ها است. هر نقطه با $x=2$ و $z=1$ مانند $A(2,3,1)$ روی این خط است و خط $L':\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$ چون بر صفحه xy عمود است بر خط L نیز عمود است. در نتیجه هر چهار ویژگی صحیح است.

۲ از D عمودی بر BC رسم می‌کنیم. با توجه به اندازه‌های BD و DC داریم $BC=6\cos 20^\circ$. همچنین زاویه $\hat{A}=70^\circ$ است حال با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AC}{\sin B}\Rightarrow \frac{6\cos 20^\circ}{\sin 70^\circ}=\frac{AC}{\sin 45^\circ}$$

از طرفی می‌دانیم $\sin 70^\circ=\cos 20^\circ$ پس:

$$AC=6\sin 45^\circ\Rightarrow AC=3\sqrt{2}$$

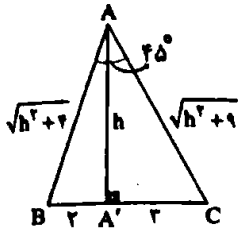


۱ با استفاده از قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$AC^2=AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos 60^\circ$$
$$\Rightarrow x^2=9+(x+1)^2-2(3)(x+1)\times\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x^2=9+(x^2+2x+1)-3(x+1)\Rightarrow x=7$$

بنابراین $AC=7$ ، $BC=8$ و محیط مثلث برابر ۱۸ است.

۴ با استفاده از رابطهٔ مساحت سینوسی داریم:



$$S=\frac{h\times 5}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{h^2+9}\sqrt{h^2+4}\sin 45^\circ$$
$$\Rightarrow 5h=\sqrt{h^2+9}\sqrt{h^2+4}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\Rightarrow 50h^2=(h^2+9)(h^2+4)\Rightarrow h^4-37h^2+36=0$$
$$\Rightarrow\begin{cases}h^2=1\ \text{غ ق ق}\\h^2=36\Rightarrow h=6\end{cases}$$

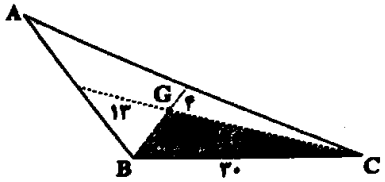
۳ اندازهٔ زاویهٔ A برابراست با $\hat{A}=180^\circ-\hat{B}-\hat{C}=120^\circ$

همچنین رابطهٔ طول نیمساز به صورت زیر است:

$$AD=\frac{2AB.AC.\cos\frac{A}{2}}{AB+AC}=\frac{AB.AC}{AB+AC}=\frac{\text{ضرب ریشه‌ها}}{\text{جمع ریشه‌ها}}=\frac{12}{12}=1$$

۴ اگر محل برخورد میانه‌ها را G بنامیم، هر میانه به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌شود پس:

$$BG=\frac{2}{3}\times 12=8\ ,\ CG=\frac{2}{3}\times 39=26$$



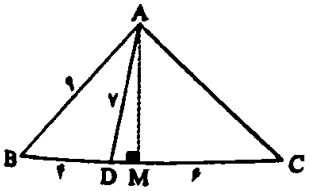
بنابراین در مثلث BGC اندازه اضلاع معلوم است و می‌توان به کمک قضیه هرون مساحت آن را به دست آورد:

$$P=\frac{8+26+30}{2}=32$$
$$S_{BGC}=\sqrt{32(2)(6)(24)}=96$$

از طرفی با رسم میانه‌ها در هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. بنابراین:

$$S_{ABC}=3S_{BGC}=3\times 96=288$$

۲ ابتدا به کمک رابطهٔ استوارت، طول AC را محاسبه می‌کنیم:



$$AD^2=\frac{BD.AC^2+DC.AB^2}{BD+DC}-BD.DC$$

$$\Rightarrow 29=\frac{4AC^2+8\times 81}{12}-32\Rightarrow AC=9$$

بنابراین مثلث ABC متساوی‌الساقین است و میانهٔ AM ارتفاع و نیمساز هم محسوب می‌شود:

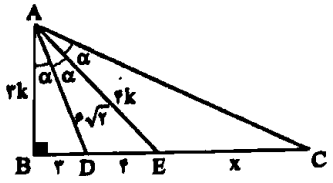
$$BM=MC=6\Rightarrow DM=2\Rightarrow \sin D\hat{A}M=\frac{DM}{AD}=\frac{2}{7}$$

۲ می‌دانیم اگر m_a ، m_b و m_c سه میانهٔ مثلث باشند آن‌گاه:

$$m_a^2+m_b^2+m_c^2=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2)$$

$$\Rightarrow m_a^2+m_b^2+m_c^2=\frac{3}{4}(16+25+49)=67/5$$

۳ AD نیمساز مثلث ABE است بنابراین $AB=3k$ و $AE=4k$ با فیثاغورس در مثلث ABE داریم:



$$(3k)^2+7^2=(4k)^2\Rightarrow k=\sqrt{7}\Rightarrow AD=\sqrt{63+9}=6\sqrt{2}$$

قضیه نیمساز در ADC $\frac{4}{x}=\frac{6\sqrt{2}}{AC}\Rightarrow AC=\frac{3\sqrt{2}}{2}x$

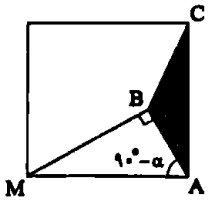
فیثاغورس: $AB^2+BC^2=AC^2$

$$\Rightarrow 63+(x+7)^2=\frac{9}{2}x^2$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}x^2-14x-112=0\Rightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-4 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳ از رابطهٔ مساحت سینوسی برای مثلث ABC داریم:

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\alpha$$



همچنین داریم:

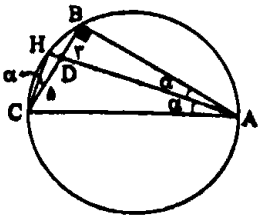
$$\sin\alpha=\cos(90-\alpha)=\frac{AB}{AM}$$

$$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\frac{AB}{AM}=\frac{1}{2}AB^2=18$$

۲ با توجه به زاویهٔ قائمه، AC قطر دایره است و داریم:

$$A\hat{H}C=90^\circ,\ D\hat{C}H=B\hat{A}H=H\hat{A}C=\alpha$$

در دو مثلث ABC و AHC شعاع دایره محیطی برابر است با:



$$\frac{BC}{\sin 2\alpha}=2R,\ \frac{CH}{\sin\alpha}=2R$$

$$\Rightarrow \frac{8}{2\sin\alpha.\cos\alpha}=\frac{CH}{\sin\alpha}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{4}{CH}$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ CHD داریم:

$$\cos\alpha=\frac{CH}{5}\Rightarrow \frac{CH}{5}=\frac{4}{CH}\Rightarrow CH=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

۴

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}}{10}=21$$

میانگین یک واحد افزایش می‌یابد ← به همهٔ داده‌ها یک واحد اضافه می‌کنیم

میانگین نصف می‌شود ← داده‌ها نصف می‌شوند $\bar{x}_{\text{جدید}}=22$

$\bar{x}_{\text{جدید}}=11\Rightarrow$ مجموع ۱۰ دادهٔ جدید $=\bar{x}_{\text{جدید}}\times 10=110$

میانگین ۱۱ دادهٔ جدید $=\frac{x_1'+x_2'+\cdots+x_{10}'+22}{11}$

$$=\frac{110+22}{11}=\frac{132}{11}=12$$

۲ ابتدا داده‌ها را در سری‌های (الف) و (ب) به صورت صعودی مرتب می‌کنیم:

الف) $1,\underset{Q_1}{2},3,4,5,\underset{Q_3}{6},7\Rightarrow Q_1=2$ ، میانه $=Q_2$

ب) $1,5,9,\underbrace{10,10}_{\downarrow},\underbrace{11,13}_{\downarrow},17\Rightarrow Q_3=12$

$Q_2=\frac{10+10}{2}=10$ ، $Q_3=\frac{11+13}{2}=12$

ج) $1,1,1,2,5,3,7,4\Rightarrow \bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{8}x_i}{8}=\frac{24}{8}=3$

د) داده‌ها دارای تصاعد حسابی هستند $\Rightarrow 2,5,8,11,14$

$$\Rightarrow \sigma^2=\frac{3^2\times(5^2-1)}{12}=18\Rightarrow \sigma=\sqrt{18}$$

$$(Q_1+Q_3+\bar{x})+\sqrt{18}\sigma=2+12+3+\sqrt{18}\times\sqrt{18}=35$$

$\Rightarrow$ جمع ارقام $=3+5=8$

تذکر در حالتی‌که بین داده‌ها یک تصاعد عددی (حسابی) برقرار باشد و قدرنسبت آن تصاعد d باشد داریم:

$$\sigma^2=\frac{d^2(n^2-1)}{12}$$

۱ چون میانگین ۱۰ داده برابر ۴ و میانگین ۱۵ دادهٔ دیگر برابر ۴ است پس میانگین ۲۵ داده نیز همین ۴ است. در مرحلهٔ بعد مجموع مربعات داده‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^{10}x_i^2}{10}-16=2\Rightarrow \sum_{i=1}^{10}x_i^2=180 \\ \frac{\sum_{i=1}^{15}y_i^2}{15}-16=3\Rightarrow \sum_{i=1}^{15}y_i^2=285 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ مجموع مربعات ۲۵ داده $=180+285=465$

حال واریانس ۲۵ داده را حساب می‌کنیم.

$$\sigma^2=\frac{465}{25}-16=18/6-16=2/6$$

۱۸ **۱** موارد الف و ب درست هستند. در مورد ب طبق رابطهٔ $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$ از آنجایی‌که با افزودن مقدار ثابتی به داده‌ها انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی میانگین افزایش می‌یابد پس ضریب تغییرات کاهش می‌یابد.

در مورد (ج) و (د) اگر داده‌ها k برابر شوند، واریانس k^2 برابر و میانگین k برابر می‌شود.

۲۶ **۴**

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{8}x_i}{8}=\frac{۲۴}{8}=۳$$

$$\sigma^2=\frac{\sum x_i^2}{8}-(\bar{x})^2 \Rightarrow ۲/۵=\frac{\sum_{i=1}^{8}x_i^2}{8}-۹ \Rightarrow \sum_{i=1}^{8}x_i^2=۹۲$$

$$\text{میانگین جدید}=\frac{(x_1^2-۳x_1)+(x_2^2-۳x_2)+\cdots+(x_8^2-۳x_8)}{8}$$

$$=\frac{(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_8^2)-۳(x_1+x_2+\cdots+x_8)}{8}=\frac{۹۲-۳\times۲۴}{8}=۲/۵$$

۳۶ **۳** تندی تمام امواج الکترومغناطیسی فقط در خلأ یکسان است.

۳۷ **۱** با توجه به طیف امواج الکترومغناطیسی همواره داریم:

گاما ← پرتو ایکس ← فرابنفش ـ نورمرئی ـ فروسرخ ـ میکروموج ـ رادیویی

(افزایش طول موج ←)

۴۸ **۳** با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت انتشار موج در خلاف جهت محور y است.

۴۹ **۴** کم‌ترین بسامد نور مرئی مربوط به نور قرمز با طول موج $۷۰۰nm$ است.

$$f_{min}=\frac{c}{\lambda_{max}}=\frac{۳\times۱۰^8}{۷۰۰\times۱۰^{-9}}=\frac{۳}{۷}\times۱۰^{15}Hz$$

بیشترین بسامد نور مرئی مربوط به نور بنفش با طول موج $۴۰۰nm$ است.

$$f_{max}=\frac{c}{\lambda_{min}}=\frac{۳\times۱۰^8}{۴۰۰\times۱۰^{-9}}=\frac{۳}{۴}\times۱۰^{15}Hz$$

بنابراین:

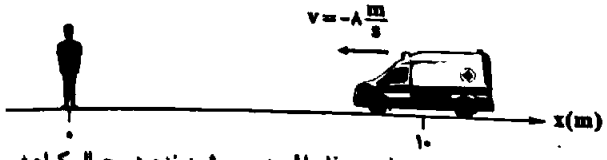
$$f_{max}-f_{min}=\underbrace{(\frac{۳}{۴}-\frac{۳}{۷})}_{=۰/۳۲}\times۱۰^{15}Hz=۰/۳۲\times۱۰^{15}Hz=۳۲۰۰۰۰GHz$$

۵۰ **۳** **بررسی عبارت‌ها:**

الف) تندی انتشار صوت عموماً در گازها کم‌تر از مایعات و در مایعات کم‌تر از جامدات است. (✓)

ب) فاصلهٔ یک انبساط از تراکم مجاور آن برابر نصف طول موج است. (✗)

ج) شکل زیر، وضعیت شنونده و منبع صوت را نشان می‌دهد.



همان‌طور که در شکل مشخص است، فاصلهٔ منبع و شنونده در حال کاهش است، بنابراین شنونده در این لحظه، بسامدی بیشتر از f_s را می‌شنود. (✓)

۱ چون چشمه ساکن است، پس طول موج دریافتی توسط ناظر با طول موج چشمه برابر است. اما با افزایش سرعت ناظر، جبهه‌های بیشتری به ناظر رسیده و بسامد دریافتی توسط ناظر افزایش می‌یابد.

۳ در فنر A، موج طولی و در فنر B موج عرضی ایجاد می‌شود. بنابراین سرعت موج فنر A بیشتر است.

۳ در حالت اول، فاصله از چشمه را n برابر و توان منبع صوت را m برابر کرده‌ایم، یعنی $r_2=nr_1$ و $P_2=mP_1$ است و داریم:

$$\Delta\beta=۱۰\log(\frac{I_2}{I_1})=۱۰\log(\frac{P_2}{P_1}\times(\frac{r_1}{r_2})^2)=۱۰\log(m\times\frac{۱}{n^2})=۲۰$$

$$\Rightarrow\frac{m}{n^2}=۱۰^2 \quad (۱)$$

در حالت دوم، فاصله از چشمه را m برابر و توان منبع صوت را n برابر کرده‌ایم، یعنی $r_2=mr_1$ و $P_2=nP_1$ است و داریم:

$$\Delta\beta=۱۰\log(\frac{I_2}{I_1})=۱۰\log(\frac{P_2}{P_1}\times(\frac{r_1}{r_2})^2)=۱۰\log(n\times\frac{۱}{m^2})=۵۰$$

$$\Rightarrow\frac{n}{m^2}=۱۰^5 \quad (۲)$$

با تقسیم رابطهٔ (۱) بر (۲) می‌توان نوشت:

$$\frac{\frac{m}{n^2}}{\frac{n}{m^2}}=\frac{۱۰^2}{۱۰^5}\Rightarrow\frac{m^3}{n^3}=۱۰^{-3}\Rightarrow\frac{m}{n}=۱۰^{-1}$$

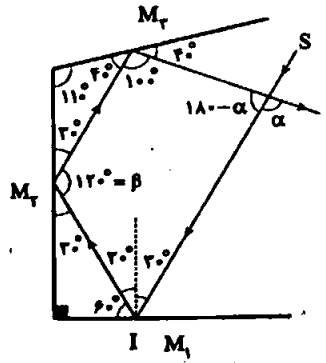
۵۲ **۲** تندی انتشار صوت برابر است با:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰/۸}{۲/۵\times۱۰^{-3}}=۳۲۰\frac{m}{s}$$

طول موج صوت برابر است با:

$$\lambda=\frac{v}{f}=\frac{۳۲۰}{۲۰۰۰}=۰/۱۶m=۱۶cm$$

۵۴ **۲** در شکل زیر، زاویه‌ها با توجه به قانون بازتاب عمومی محاسبه شده‌اند.



مجموع زاویه‌های داخلی چهارضلعی برابر $۳۶۰°$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$۱۸۰-\alpha+۱۰۰+۱۲۰+۶۰=۳۶۰\Rightarrow\alpha=۱۰۰°$$

بنابراین:

$$\frac{\alpha}{\beta}=\frac{۱۰۰}{۱۲۰}=\frac{۵}{۶}$$

۲ در ابتدا لازم است زاویهٔ تابش تعیین شود. این زاویه، زاویهٔ بین پرتو تابش و خط عمود بر سطح جداکنندهٔ دو محیط می‌باشد، بنابراین زاویهٔ تابش برابر است با:

$$\theta_2=۱۲۰°-۹۰°=۳۰°$$

با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=\frac{n_2}{n_1}\Rightarrow\frac{\sin 30^\circ}{\sin\theta_2}=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin\theta_2=1\Rightarrow\theta_2=90^\circ$$

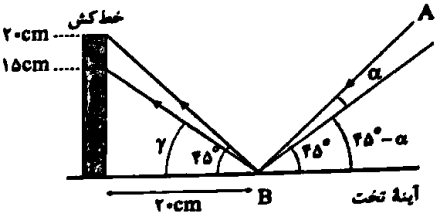
زاویهٔ شکست برابر 90° محاسبه می‌شود، بنابراین زاویهٔ انحراف برابر است با:

$$\text{زاویهٔ انحراف}=|\theta_2-\theta_1|=90^\circ-30^\circ=60^\circ$$

نسبت خواسته‌شده برابر است با:

$$\frac{\text{زاویهٔ شکست}}{\text{زاویهٔ انحراف}}=\frac{90^\circ}{60^\circ}=\frac{3}{2}$$

۳ فرض کنید پرتو α درجه بچرخد.



$$\tan\gamma=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}\Rightarrow\gamma=37^\circ\Rightarrow 45^\circ-\alpha=37^\circ$$

$$\Rightarrow\alpha=45^\circ-37^\circ=8^\circ$$

بنابراین پرتو باید 8° ساعتگرد حول B بچرخد.

۱ حداقل زمانی که لازم است تا انسان صدای صوت اصلی را از پژواک تشخیص دهد، برابر ۰/۱s است. با توجه به این‌که شخص صدای پژواک را تشخیص نداده، به این معنی است که پژواک زودتر از ۰/۱s به گوش او رسیده است. پس حداقل فاصلهٔ ممکن را بر اساس ۰/۱s به دست می‌آوریم، فاصلهٔ شخص تا دیوار باید از این فاصله کم‌تر باشد.

$$v=\frac{2d}{\Delta t}\Rightarrow d=\frac{340\times 0/1}{2}=17m$$

در بین گزینه‌ها، فقط گزینهٔ (۱) کم‌تر از ۱۷m است.

۲ طول موج هر یک از این موج‌ها را به دست می‌آوریم.

$$A:\text{نور قرمز}\Rightarrow\lambda_A=700nm$$

$$B:f_B=10^{15}Hz\Rightarrow\lambda_B=\frac{c}{f_B}=\frac{3\times10^8}{10^{15}}=3\times10^{-7}m=300nm$$

$$C:T_C=2\times10^{-6}ns=2\times10^{-15}s\Rightarrow\lambda_C=cT_C=3\times10^8\times2\times10^{-15}$$

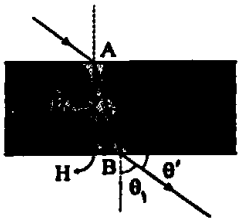
$$\Rightarrow\lambda_C=6\times10^{-7}m=600nm$$

بنابراین $\lambda_A>\lambda_C>\lambda_B$ است، پس در ورود به شیشه، B بیشتر از بقیه منحرف می‌شود و A کم‌تر منحرف می‌شود که در گزینهٔ (۲) به درستی رسم شده است.

۳ تندی نور در شیشه برابر است با:

$$n=\frac{c}{v}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{3\times10^8}{v}\Rightarrow v=\frac{9}{4}\times10^8\frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، فاصلهٔ AB را به دست می‌آوریم.



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\frac{9}{4}\times10^8=\frac{AB}{\frac{10}{3}\times10^{-9}}\Rightarrow AB=\frac{3}{4}m$$

$$\cos\theta_2=\frac{AH}{AB}\Rightarrow\cos\theta_2=\frac{0/6}{\frac{3}{4}}=0/8\Rightarrow\theta_2=37^\circ$$

حالا قانون شکست اسنل را برای پرتوی خروجی از تیغه می‌نویسیم تا θ_1 به دست آید.

$$n_{\text{شیشه}}\times\sin\theta_2=n_{\text{هوا}}\times\sin\theta_1$$

$$\frac{4}{3}\times\sin 37^\circ=1\times\sin\theta_1\Rightarrow\sin\theta_1=\frac{8}{10}\Rightarrow\theta_1=53^\circ$$

سؤال زاویهٔ θ' را خواسته است:

$$\theta'=90^\circ-\theta_1=90^\circ-53^\circ=37^\circ$$

۴ با توجه به اطلاعات تست، می‌توان فهمید که ضریب شکست محیط B بیشتر از ضریب شکست محیط A است. به عبارتی در تابش نور از محیط A به B داریم:

$$n_A\sin\theta_1=n_B\sin\theta_2\xrightarrow[\theta_2=30^\circ]{\theta_1=40^\circ}n_B>n_A$$

بنابراین وقتی نور از محیط B به محیط A می‌رود، از محیط غلیظ به محیط رقیق رفته و از خط عمود بر سطح جداکنندهٔ دو محیط دور می‌شود، پس اگر زاویهٔ تابش 40° باشد، زاویهٔ شکست بیش از 40° است.

۳ زاویهٔ تابش برابر 45° و زاویهٔ شکست برابر 30° است، بنابراین:

$$\begin{cases}\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}\\ \lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow\frac{v_2}{v_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\Rightarrow\frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\Rightarrow\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{1/4}=\frac{5}{7}$$

بنابراین اگر طول موج در هوا λ باشد، در محیط R برابر $\frac{5}{7}\lambda$ می‌باشد. اختلاف طول موج در دو محیط برابر 200nm است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\lambda-\frac{5}{7}\lambda=200\Rightarrow\frac{2}{7}\lambda=200\Rightarrow\lambda=700nm$$

بنابراین طول موج نور در محیط R برابر $\frac{5}{7}\lambda=500nm$ است.

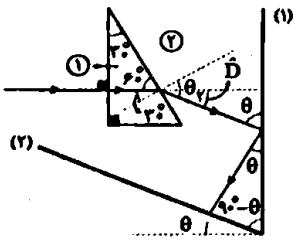
۱ با افزایش دما، ضریب شکست هوا افزایش می‌یابد، بنابراین $n_2>n_1$ است.

با کاهش طول موج، ضریب شکست شیشه افزایش می‌یابد، بنابراین $n_4>n_3$ است.

با توجه به توضیحات، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۳ **نکتهٔ اول:** برای این‌که پرتوی بازتاب نهایی، منطبق بر پرتوی تابش اولیه شود، باید پرتو بازتاب‌شده از سطح آینهٔ (۱)، به طور عمود به سطح آینهٔ (۲) برسد.

نکتهٔ دوم: چون پرتوی تابش اولیه، عمود بر وجه منشور از هوا وارد می‌شود، پس بدون انحراف به مسیر خود ادامه داده و در وجه مقابل از منشور خارج شده و به سطح آینهٔ (۱) رسیده و در نهایت به طور عمود بر سطح آینهٔ (۲) می‌رسد، بنابراین داریم:



$$n_1\sin\theta_1=n_2\sin\theta_2\Rightarrow 1/6\times\sin 30^\circ=1\times\sin\theta_2$$

$$\Rightarrow\sin\theta_2=1/6\times\frac{1}{2}=0/8\Rightarrow\theta_2=53^\circ$$

زاویهٔ انحراف در خروج از منشور: $D=\theta_2-\theta_1=53^\circ-30^\circ=23^\circ$

$$D+\theta=90^\circ\Rightarrow 23^\circ+\theta=90^\circ\Rightarrow\theta=67^\circ$$

۶۵ (۳) حرکت امواج از نوع سرعت ثابت است، بنابراین می‌توان جابه‌جایی آن‌ها را از رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ محاسبه کرد:

$$\begin{cases}\Delta x_{\text{شیشه}} = v_{\text{شیشه}} \times \Delta t \\ \Delta x_{\text{هوا}} = v_{\text{هوا}} \times \Delta t\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{شیشه}}}{\Delta x_{\text{هوا}}} = \frac{v_{\text{شیشه}} \times \Delta t}{v_{\text{هوا}} \times \Delta t} = \frac{v_{\text{شیشه}}}{v_{\text{هوا}}}$$

$$\xrightarrow{\frac{v_{\text{شیشه}}}{v_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{شیشه}}}} \frac{\Delta x_{\text{شیشه}}}{\Delta x_{\text{هوا}}} = \frac{n_{\text{هوا}}}{n_{\text{شیشه}}} = \frac{۱}{\frac{۳}{۲}} = \frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۰}{\Delta x_{\text{هوا}}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \Delta x_{\text{هوا}} = ۳۰\text{cm}$$

۶۶ (۳) در این شکل، موج ایستاده در داخل طناب مشاهده می‌شود که شمارهٔ هماهنگ آن برابر تعداد شکم‌ها می‌باشد، بنابراین:

۴ = تعداد شکم‌ها = شمارهٔ هماهنگ

با توجه به شکل داده‌شده در سؤال داریم:

$$\frac{\Delta\lambda}{۴} = ۵۰ \Rightarrow \lambda = ۴۰\text{cm} = ۰/۴\text{m}$$

در آخر به کمک رابطهٔ بین سرعت، طول موج و بسامد موج، بسامد به دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{v}{f} = f = \frac{v}{\lambda} = \frac{۸۰}{۰/۴} = ۲۰۰\text{Hz}$$

۶۷ (۲) ابتدا به کمک رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ نسبت تندی حالت دوم به تندی حالت اول را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{F'}{F} \times \frac{L'}{L} \times \frac{m}{m'}}$$

بزرگی نیروی کشش ۴ برابر شده اما جرم و طول تغییر نکرده است، بنابراین:

$$\frac{v'}{v} = \sqrt{\frac{۴F}{F} \times ۱ \times ۱} = ۲$$

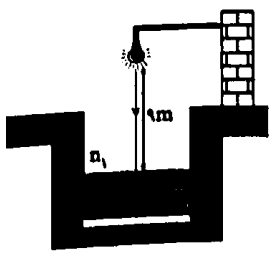
در ادامه، می‌خواهیم نسبت بسامد هماهنگ سوم حالت اول به بسامد اصلی حالت دوم را محاسبه کنیم. پس با توجه به رابطهٔ $f = \frac{nv}{۲L}$ داریم:

$$\frac{f_۳}{f_۱'} = \frac{n}{n'} \times \frac{v}{v'} \times \frac{L'}{L} = ۳ \times \frac{۱}{۲} \times ۱ = \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۷۰}{f_۱'} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow f_۱' = ۱۸۰\text{Hz}$$

۶۸ (۲) میزان پراش با طول موج رابطهٔ مستقیم دارد. از طرفی موج نیز با سرعت نور در محیط، رابطهٔ مستقیم دارد. از آن‌جایی که سرعت نور در آب کم‌تر از هوا است، پس طول موج در آب نیز کم‌تر از هوا است، بنابراین پراش نیز کم‌تر است.

۶۹ (۴) با توجه به این‌که حرکت پوتوی نور در هوا و آب با سرعت ثابت انجام می‌شود، بنابراین کافی است تندی انتشار در هر یک از این دو ناحیه را به‌دست آوریم:



$$v_۱ = v_{\text{هوا}} = ۳ \times ۱۰^۸ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_۲ = v_{\text{آب}} = \frac{c}{n} = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{(\frac{۴}{۳})} \Rightarrow v_۲ = \frac{۹}{۴} \times ۱۰^۸ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

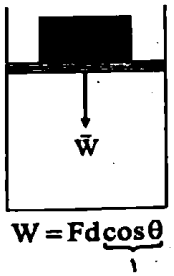
$$\Delta x = vt \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = \frac{\Delta x_۱}{v_۱} = \frac{۹}{۳ \times ۱۰^۸} = ۳ \times ۱۰^{-۸}\text{s} \\ t_۲ = \frac{\Delta x_۲}{v_۲} = \frac{۹}{\frac{۹}{۴} \times ۱۰^۸} = ۲ \times ۱۰^{-۸}\text{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow t_{\text{رفت}} = t_۱ + t_۲ = ۵ \times ۱۰^{-۸}\text{s}$$

بنابراین مدت‌زمان لازم برای رفت و برگشت پرتو، دو برابر مدت‌زمان رفت بوده و برابر $۱۰^{-۷}\text{s}$ می‌باشد. دقت شود که عملاً ما مدت‌زمان رفت و برگشت پرتویی که در راستای قائم حرکت می‌کند را حساب کرده‌ایم و این پرتو حداقل زمان را نیاز دارد تا به کف مخزن برخورد کرده و دوباره به لامپ بازگردد.

۷۰ (۴) با عبور موج از یک محیط به محیط دیگر، بسامد آن تغییری نخواهد کرد و در نتیجه $\frac{f_۲}{f_۱} = ۱$ خواهد بود. هم‌چنین با عبور موج از طناب ضخیم به طناب نازک طبق رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$، تندی انتشار آن افزایش یافته و چون بسامد ثابت است، طبق رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، طول موج هم افزایش می‌یابد و در نتیجه $\lambda_۲$ بزرگ‌تر از $\lambda_۱$ خواهد بود.

۷۸ (۲) نیرویی که به پیستون وارد می‌شود، معادل نیروی وزن وزنه است.



$$|W| = mg = ۱۰ \times ۹/۸ = ۹۸\text{N}$$
$$|W| = F = ۹۸\text{N}$$

کار انجام‌شده بر روی گاز برابر است با:

$$W = Fd\underbrace{\cos\theta}_{-۱}$$

$$\xrightarrow[d=۳۰\text{cm}]{F=۹۸\text{N}} W = ۹۸ \times ۰/۳ \times ۱ = -۲۹/۴۰\text{J}$$

علامت کار مثبت است، چون گاز منقبض شده است.

سیلندر و پیستون عایق‌بندی شده‌اند، بنابراین تبادل گرما با محیط نداریم، پس فرآیند بی‌دررو است، در نتیجه:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow[W=-۲۹/۴\text{J}]{Q=۰} \Delta U = -۲۹/۴ + ۰ = -۲۹/۴\text{J}$$

پس انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

۷۹ (۳) با توجه به اینکه دو فرایند کاملاً مستقل هستند و هر دو از نوع هم‌فشار هستند، بنابراین برای فرایند (۱) می‌توان نوشت:

$$\text{فرایند (۱)}: W_۱ = -P_۱\Delta V_۱$$
$$\Rightarrow W_۱ = -P_۱(۱/۶V_۱ - ۱/۲V_۱) = P_۱(۰/۴V_۱)$$
$$\Rightarrow W_۱ = ۰/۴P_۱V_۱$$
$$\xrightarrow{W_۱=-۸۰\text{J}} -۸۰ = -۰/۴P_۱V_۱ \Rightarrow P_۱V_۱ = ۲۰۰ \quad (*)$$

در ادامه برای فرایند (۲) نیز خواهیم داشت:

$$\text{فرایند (۲)}: W_2 = -P_2\Delta V_2$$

$$\Rightarrow W_2 = -P_2(V_1 - 2/4V_1) \xrightarrow{P_2 = 4P_1} W_2 = -4P_1(-1/4V_1) = 5/6P_1V_1$$

$$\xrightarrow{(*)} W_2 = 5/6 \times 200 = 1120J$$

۳ بررسی قانون اول ترمودینامیک:

$$Q_H - |Q_L| = W$$

$$\Rightarrow 600 - 500 = 100 \quad (\checkmark)$$

بررسی قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی:

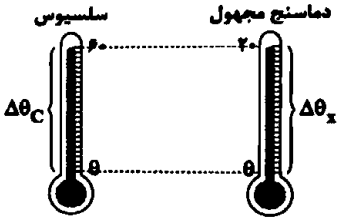
$$Q_L \neq 0 \text{ یا } Q_H \neq |W| \Rightarrow \begin{cases} Q_L = 500kJ \neq 0 & (\checkmark) \\ Q_H = 600kJ \neq W = 100kJ \end{cases}$$

پس این ماشین هیچ‌یک از قوانین اول و دوم ترمودینامیک را نقض نمی‌کند.

۴ رابطهٔ دماسنجی بین این دماسنج و درجه‌بندی سلسیوس را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta\theta_C}{\Delta\theta_x} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow \Delta\theta_x = \frac{2}{3}\Delta\theta_C$$

با توجه به شکل زیر، اگر در دمای θ درجهٔ سلسیوس، دو دماسنج عدد یکسانی را نمایش دهند، می‌توان نوشت:



$$\frac{\Delta\theta_C}{\Delta\theta_x} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{60-\theta}{20-\theta} = \frac{3}{2} \Rightarrow 120 - 2\theta = 60 - 3\theta \Rightarrow \theta = -60^\circ C$$

۲ اگر جرم آب m و جرم مقداری از یخ که ذوب می‌شود را m' فرض کنیم، می‌توان گفت گرمایی که آب $20^\circ C$ از دست می‌دهد تا به آب $0^\circ C$ تبدیل شود، صرف ذوب شدن m' گرم از یخ $0^\circ C$ می‌شود. یعنی:

$$m + m' = 260 \Rightarrow m' = 260 - m$$

$$mc\Delta\theta = m'L_F \Rightarrow m \times 4/2 \times 20 = (260 - m) \times 336$$

$$\Rightarrow 20m = 2080 - 80m \Rightarrow 100m = 2080 \Rightarrow m = 20/8g$$

۴ اختلاف مساحت اولیهٔ صفحه‌ها برابر $4mm^2$ است.

$$A_{1B} - A_{1A} = 4mm^2 \Rightarrow A_{1A} = A_{1B} - 4mm^2 \quad (1)$$

بعد از $200^\circ C$ افزایش دما، مساحت A نسبت به B، $5mm^2$ افزایش دارد، بنابراین:

$$\Delta A_A = \Delta A_B + 5 \Rightarrow A_{1A}(2\alpha_A\Delta\theta) = A_{1B}(2\alpha_B\Delta\theta) + 5$$

با استفاده از رابطهٔ (۱) می‌توان نوشت:

$$(A_{1B} - 4) \times (2 \times 2 \times 10^{-5} \times 200) = A_{1B}(2 \times 10^{-5} \times 200) + 5$$

$$\Rightarrow A_{1B}(0/008) - 4 \times (0/008) = A_{1B}(0/004) + 5$$

$$\Rightarrow 0/004A_{1B} = 5/032$$

$$\Rightarrow A_{1B} = 1258mm^2 \Rightarrow A_{1B} = 7/258 \times 10^{-3} m^2$$

۴ برای مقایسهٔ دو کره می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta A_A}{\Delta A_B} = \frac{A_{1A}\alpha_A\Delta\theta_A}{A_{1B}\alpha_B\Delta\theta_B} \xrightarrow{\alpha_A = \alpha_B} \frac{\Delta A_A}{\Delta A_B} = \frac{A_{1A}}{A_{1B}} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2} = \frac{4\pi R_A^2}{4\pi R_B^2} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{7}{2} = \frac{10^2}{4 \times 10^2} \times \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} \Rightarrow \frac{\Delta\theta_A}{\Delta\theta_B} = 14$$

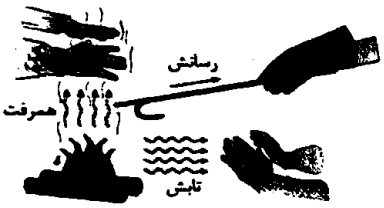
با توجه به رابطهٔ گرما داریم:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B c_B \Delta\theta_B}{m_A c_A \Delta\theta_A} \xrightarrow{c_B = c_A} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{1}{14}$$

$$\xrightarrow[\text{V: حجم مادهٔ سازنده}]{m = \rho V \,,\, \rho_A = \rho_B} \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{1}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_B}{Q_A} = \frac{\frac{4}{3}\pi \times (20^3 - 10^3)}{\frac{4}{3}\pi \times 10^3} \times \frac{1}{14} = 7 \times \frac{1}{14} = \frac{1}{2}$$

۱ شکل کامل‌شده به صورت زیر است و موارد A و B به ترتیب رسانش و تابش هستند.



۱ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

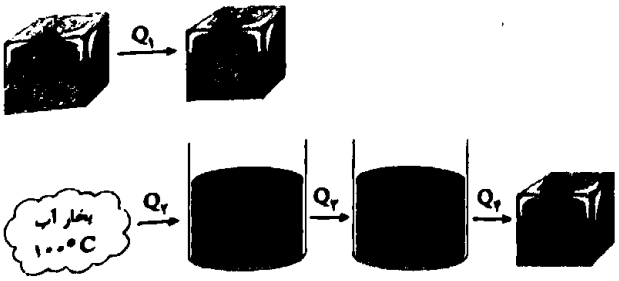
$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow{Q = P\Delta t} \Delta\theta = \frac{P\Delta t}{mc} \quad (*)$$

$$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta \xrightarrow{(*)} \Delta L = L_1\alpha\frac{P\Delta t}{mc}$$

$$\Rightarrow \text{آهنگ افزایش طول}: \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_1\alpha P}{mc}$$

$$\xrightarrow{\Delta L = 1mm \,,\, \Delta t = 60s} \frac{10^{-3}}{60} = \frac{5 \times 10^{-5} P}{2 \times 150} \Rightarrow P = 100W$$

۳ حالت اول: فرض می‌کنیم جرم بخار آب حداقل باشد، بنابراین باید بخار آب $100^\circ C$ به یخ $0^\circ C$ تبدیل شود تا بتواند ۴۰ گرم یخ $-36^\circ C$ را به یخ $0^\circ C$ تبدیل کند، پس داریم:



$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

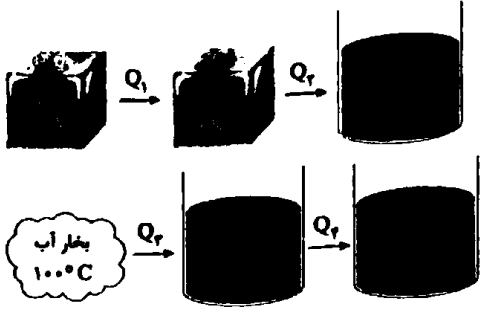
$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} c_{\text{یخ}} \Delta\theta_{\text{یخ}} - mL_V + m_{\text{آب}} c_{\text{آب}} \Delta\theta_{\text{آب}} - mL_F = 0$$

$$\Rightarrow 40 \times \frac{1}{2} c_{\text{آب}} \times 36 - m \times 540 c_{\text{آب}} - mc_{\text{آب}} \times 100 - m \times 80 c_{\text{آب}} = 0$$

$$\Rightarrow 20 \times 36 = m \times (540 + 100 + 80)$$

$$\Rightarrow m = \frac{20 \times 36}{720} = 1g \Rightarrow m_{min} = 1g$$

حالت دوم: فرض می‌کنیم جرم بخار آب حداکثر باشد، بنابراین باید بخار آب $100^\circ C$ به آب $0^\circ C$ تبدیل شود تا بتواند ۴۰ گرم یخ $-36^\circ C$ را به آب $0^\circ C$ تبدیل کند، پس داریم:



$$Q_1+Q_2+Q_3+Q_4=0$$

$$\Rightarrow m_{یخ}c_{یخ}\Delta\theta_{یخ}+m_{یخ}L_F-mL_V+m_{آب}c_{آب}\Delta\theta_{آب}=0$$

$$\Rightarrow 40\times\frac{1}{2}c_{آب}\times 36+40\times 80c_{آب}-m\times 540c_{آب}-mc_{آب}\times 100=0$$

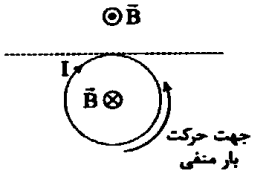
$$\Rightarrow (20\times 36)+(40\times 80)=m\times(540+100)\Rightarrow m=\frac{3920}{640}=6/125g$$

$$\Rightarrow m_{max}=6/125g\Rightarrow 1g\le m\le 6/125g$$

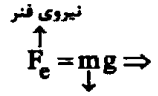
در بین گزینه‌ها، فقط $m=3/2g$ در بازهٔ فوق قرار دارد.

دقت کنید با توجه به اعداد داده‌شده در سوال، L_V برابر $540c_{آب}$ و L_F برابر $80c_{آب}$ است.

۱۸ **۱** جهت حرکت بار منفی روی قرص، پادساعتگرد است که باعث ایجاد جریانی ساعتگرد می‌شود. با توجه به قاعدهٔ دست راست، میدان ناشی از جریان حلقه در محلی که عقربه آویزان است، برون‌سو می‌شود، پس قطب N عقربه به طرف بیرون صفحه می‌چرخد.

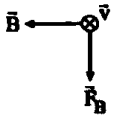


۱۹ **۴** در حالت اول که مجموعه در تعادل بوده و آسانسور، ساکن است، داریم:

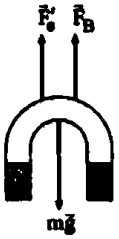


$$F_e=mg\Rightarrow k\Delta x=mg\Rightarrow 1\times 5=m\times 10\Rightarrow m=0/5kg$$

در حالت دوم که ذره‌ای با بار منفی را عمود بر صفحه و به طرف داخل، بین قطب‌های آهنربا پرتاب می‌کنیم، مطابق قاعدهٔ دست راست داریم:



پس آهنربا نیرویی پایین‌سو به ذره وارد می‌کند و در واکنش، ذره نیز نیرویی هم‌اندازه و در خلاف جهت، رو به بالا به آهنربا وارد می‌کند و داریم:



$$F_{net_y}=ma\Rightarrow F'_e+F_B-mg=ma \quad (1)$$

$$F_B=|q|vB\sin\theta=4\times10^{-5}\times2\times10^5\times0/5\times1=4N$$

$$\xrightarrow{(1)} F'_e+4-(0/5\times10)=0/5\times6\Rightarrow F'_e=4N$$

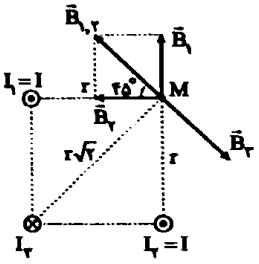
$$\Rightarrow k\Delta x'=4\Rightarrow 1\times\Delta x'=4\Rightarrow\Delta x'=4cm$$

$$\xrightarrow{\Delta x'=\ell-\ell_0}\ell-\ell_0=4\Rightarrow\ell-20=4\Rightarrow\ell=24cm$$

۲۰ **۱** با توجه به این‌که مادهٔ نشان داده‌شده دارای حوزه‌های مغناطیسی است، یک مادهٔ فرومغناطیسی است که لیکل نمونه‌ای از آن می‌باشد. دقت کنید که پلاتین، پارامغناطیسی است.

۲۱ **۲** می‌دانیم میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی سیم راست، با اندازهٔ جریان، رابطهٔ مستقیم ($B\propto I$) و با فاصله از سیم، رابطهٔ وارون ($B\propto\frac{1}{r}$) دارد، بنابراین می‌توان گفت ($B\propto\frac{I}{r}$) و حالا به کمک قاعدهٔ دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی حاصل از جریان‌های I_1 و I_2 را در راس M می‌یابیم.

چون $r_1=r_2=r$ و $I_1=I_2=I$ است، پس $B_1=B_2$ بوده و برایندشان ($\vec{B}_{1,2}$) مطابق شکل زیر می‌شود. حالا برای خنثی کردن $\vec{B}_{1,2}$، باید $\vec{B}_3$ مطابق شکل، در جهت نشان داده شده باشد و طبق قاعدهٔ دست راست، I_3 درون‌سو است.



$$\begin{cases}B_3\propto\frac{I_3}{r_3}\xrightarrow{r_3=r\sqrt{2}}B_3\propto\frac{I_3}{r\sqrt{2}}\\ B_1\ ,B_2\propto\frac{I}{r}\longrightarrow B_{1,2}\propto\frac{\sqrt{2}I}{r}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{I_3}{r\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}I}{r}\Rightarrow I_3=2I$$

۲۲ **۲** میدان مغناطیسی داخل سیملوله از رابطهٔ $B=\frac{\mu_0 NI}{\ell}$ به دست می‌آید که $\frac{N}{\ell}$ همان تعداد دور در واحد طول سیملوله است و اگر آن را با n' نشان دهیم، داریم:

$$B=\mu_0 n'I\xrightarrow{B_2=B_1}\mu_0 n'_2I_2=\mu_0 n'_1I_1\Rightarrow\frac{n'_2}{n'_1}=\frac{I_1}{I_2}$$

$$\xrightarrow{n'_2=(1-0/04)n'_1=0/96n'_1}\frac{I_1}{I_2}=0/96$$

جریان اصلی مدار در دو حالت برابر است:

$$\begin{cases}I_1=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n}+R}=\frac{n\varepsilon}{(n+1)R}\\ I_2=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{n+1}+R}=\frac{(n+1)\varepsilon}{(n+2)R}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{I_1}{I_2}=\frac{\frac{n\varepsilon}{(n+1)R}}{\frac{(n+1)\varepsilon}{(n+2)R}}=\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\xrightarrow{\frac{I_1}{I_2}=0/96}\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}=\frac{96}{100}$$

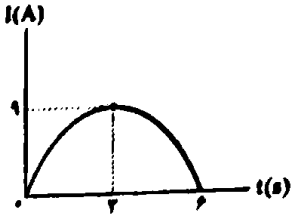
$$\Rightarrow\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}=\frac{24}{25}\xrightarrow{\text{چک کردن گزینه‌ها}}n=4$$

۴ طبق قانون القای فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon}=-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\xrightarrow{\text{فقط } B \text{ متغیر می‌کند}}\bar{\varepsilon}=-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t}$$

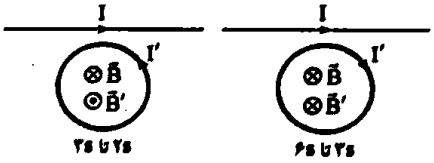
$$\Rightarrow \bar{\varepsilon}=-500\times 40\times 10^{-4}\times 1\times\frac{(-800\times10^{-4}-200\times10^{-4})}{0/2}=1V$$

۴ ابتدا نمودار جریان الکتریکی را برحسب زمان رسم می‌کنیم.



$$I=-t^2+6t\Rightarrow t_{\text{راس}}=\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3s$$

در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=6s$، جریان الکتریکی سیم مستقیم به سمت راست بوده و میدان مغناطیسی ناشی از آن در درون حلقه، درون‌سو است.
در بازهٔ زمانی $t=2s$ تا $t=3s$؛ جریان I در حال افزایش بوده و میدان مغناطیسی درون‌سو ناشی از آن در درون حلقه در حال افزایش است، بنابراین طبق قانون لنز جریان القایی در حلقه در جهت پادساعتگرد خواهد بود.
در بازهٔ زمانی $t=3s$ تا $t=6s$؛ جریان I در حال کاهش بوده و میدان مغناطیسی درون‌سوی ناشی از آن در درون حلقه در حال کاهش است، بنابراین جریان القایی در حلقه در جهت ساعتگرد خواهد بود.



۲ در حالت اول، بلافاصله پس از بسته شدن کلید، به خاطر اثر خودالقاوری سیملوله، تمام جریان مدار از مقاومت R_2 عبور می‌کند و داریم:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon}{6+12}=\frac{\varepsilon}{18}$$

در حالت دوم که انرژی ذخیره‌شده در سیملوله به حداکثر مقدارش می‌رسد، چون $R_L\neq 0$ است، بخشی از جریان مدار از R_L و بخشی از آن هم از R_2 می‌گذرد و داریم:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_1+\frac{R_L R_2}{R_L+R_2}}=\frac{\varepsilon}{6+\frac{12\times6}{12+6}}=\frac{\varepsilon}{10}$$

بنابراین:

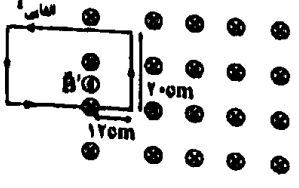
$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{\frac{\varepsilon}{10}}{\frac{\varepsilon}{18}}=1/8$$

بنابراین جریان کل عبوری از مدار ۸۰ درصد افزایش می‌یابد.

۱ ابتدا باید ببینیم چه طولی از قاب وارد میدان مغناطیسی می‌شود:

$$\Delta x=v\Delta t=0/04\times3=0/12m\Rightarrow\Delta x=12cm$$

پس در لحظهٔ $t=3s$ قاب به شکل زیر، وارد میدان شده است:



شار عبوری از قاب را برای لحظه‌های $t_1=0$ و $t_2=3s$ به دست می‌آوریم:

$$t_1=0\Rightarrow\Phi_1=0$$

$$t_2=3s\Rightarrow\Phi_2=AB\cos\theta$$

$$\Rightarrow\Phi_2=(12\times10^{-2}\times20\times10^{-2})\times0/4\times1=9/6\times10^{-4}Wb$$

بار الکتریکی خالص شارش‌شده در این مدت برابر است با:

$$|\Delta q|=\frac{N|\Delta\Phi|}{R}\Rightarrow|\Delta q|=\frac{9/6\times10^{-3}}{6}=1/6\times10^{-3}C=1/6mC$$

در ۳ ثانیهٔ اول، شار مغناطیسی درون‌سوی قاب افزایش یافته و مطابق قانون لنز باید میدان مغناطیسی برون‌سو در قاب القا شود و مطابق قاعدهٔ دست راست، جهت جریان القایی، پادساعتگرد می‌شود.

۴ با توجه به نمودار داده‌شده در سؤال، دورهٔ جریان متناوب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{3T}{4}=6ms\Rightarrow T=8ms=0/008s$$

معادلهٔ جریان ـ زمان برابر است با:

$$I=I_m\sin(\frac{2\pi}{T}t)\Rightarrow I=4\sin(\frac{2\pi}{0/008}t)=4\sin(250\pi t)$$

با استفاده از قانون اهم، معادلهٔ ولتاژ ـ جریان را به دست می‌آوریم:

$$V=RI\Rightarrow V=4\times4\sin(250\pi t)=16\sin(250\pi t)$$

شیمی

۱ در این ساختار ۶ اتم Cu و ۸ اتم Ni دیده می‌شود. اما اتم‌های نیکل در رأس قرار دارند و بین ۸ سلول واحد مشترک هستند. یعنی $\frac{1}{8}$ اتم‌های نیکل را باید در نظر گرفت. با استدلال مشابه، نصف اتم‌های مس را که در ۶ وجه قرار دارند، باید حساب کرد.

$$\%\text{درصد جرمی Ni}=\frac{59}{59+3(64)}\times100=\%23/50$$

۳ ابتدا شمار مول‌های هر کدام از سه عنصر را در ۱۰۰g از این ترکیب به دست می‌آوریم:

$$?mol\,V=\frac{46/50g}{51g.mol^{-1}}=0/912mol$$

$$?mol\,O=\frac{40/90g}{16g.mol^{-1}}=2/55mol$$

$$?mol\,Na=\frac{12/60g}{23g.mol^{-1}}=0/547mol$$

شمار مول‌های O و V به ترتیب ۴/۶۶ و ۱/۶۶ برابر شمار مول‌های Na است. با ضرب کردن هر کدام از اعداد بالا در عدد ۶ نسبت مولی عنصرها به صورت عدد صحیح به دست می‌آید:

$$4/66\times6=28$$

$$1/66\times6=10$$

$$Na_6V_{10}O_{28}\begin{cases}6Na^+\\[V_{10}O_{28}]^{6-}\end{cases}$$

۹۳ ۳ جدول برخی ویژگی‌های تیتانیم را در مقایسه با فولاد زنگ‌نزن نشان می‌دهد.

نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

۹۴ ۱ هر کدام از یون‌ها دارای ۱۰ الکترون هستند. در بین ذره‌های هم‌الکترون، هر چه بار آنیون منفی‌تر باشد، شعاع یونی بزرگ‌تر و هر چه بار کاتیون مثبت‌تر باشد، شعاع یونی کوچک‌تر است.

۹۵ ۴ سیلیسیم کربید (SiC) یک جامد کووالانسی است و بالاترین نقطهٔ ذوب را در بین مواد پیشنهادشده دارد.

۹۶ ۳ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• A نمی‌تواند یک ترکیب یونی باشد، زیرا ترکیب‌های یونی در حالت جامد، نارسانا و در حالت‌های مذاب (مایع) و محلول، رسانا هستند.

• با توجه به توضیحات بالا، B یک ترکیب یونی است.

• ترکیب C یک ترکیب مولکولی قطبی است که در آب حل شده و رسانایی الکتریکی ایجاد می‌کند.

۹۷ ۴ اگر Si همانند C با O پیوندهای دوگانهٔ پایدار تشکیل می‌داد، مولکول‌های مجزای SiO_2 به وجود می‌آمد، در صورتی‌که SiO_2 یک ترکیب کووالانسی بوده و پیوندهای Si—O در آن یگانه است.

۹۸ ۱ محلول $V^{3+}(aq)$ سبزرنگ است. معادلهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است (این معادله کامل نوشته نشده است):

$$VO_2^+(aq)+Zn(s)\rightarrow V^{3+}(aq)+Zn^{2+}(aq)$$

عدد اکسایش وانادیم در VO_2^+ برابر با ۵+ و در V^{3+} برابر با ۳+ است. عدد اکسایش روی در اتم Zn برابر با صفر و در یون Zn^{2+} برابر با ۲+ است. با توجه به این‌که تغییرات عدد اکسایش اتم‌های V و Zn با هم برابر است، از نظر شمار اتم‌های این دو عنصر، معادله موازنه شده است. معادلهٔ واکنش کامل را در زیر می‌بینید:

$$VO_2^+(aq)+2H^+(aq)+Zn(s)\rightarrow Zn^{2+}(aq)+V^{3+}(aq)+2H_2O(l)$$

$$\frac{0/4L\times 0/2mol.L^{-1}}{1}=\frac{xg}{1\times 65}\Rightarrow x=5/2g\ Zn$$

۹۹ ۳ a یک مولکول دواتمی ناجورهسته مانند HF را نشان می‌دهد.

b: یک مولکول چهاروجهی مانند SiF_4، CH_4 و SiH_4 را نشان می‌دهد.

c: یک مولکول خمیده (V‌شکل) مانند H_2O و OF_2 را نشان می‌دهد.

d: یک مولکول چهاراتمی با فرمول کلی AB_3 را نشان می‌دهد که در آن اتم مرکزی دارای جفت الکترون ناپیوندی است، مانند NH_3.

۱۰۰ ۲ عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند. با توجه به نقطهٔ ذوب و جوش سه مادهٔ A، B و C، می‌توان نتیجه گرفت که A یک فلز و B و C جزو نافلزها هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی فلزها ارائه شده است.

• گسترهٔ دمایی که NaCl و فلز A در آن به حالت مایع هستند، به ترتیب در حدود ۶۰۰ و ۴۵۰ درجهٔ سلسیوس است.

۱۰۱ ۱ فقط عبارت نخست درست است.

آمونیاک (NH_3) و کلروفرم ($CHCl_3$) هر دو از مولکول‌های قطبی تشکیل‌شده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در دما و فشار اتاق، آمونیاک گازی‌شکل و کلروفرم به حالت مایع است.

• در کلروفرم، اتم مرکزی (C) بار جزئی مثبت دارد.

• آمونیاک و کلروفرم به ترتیب دارای ۳ و ۱ اتم هیدروژن هستند.

۱۰۲ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

عنصر X همان $_{14}Si$ است. هر چند از آن تاکنون یون تک‌اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است، اما یونی چنداتمی مانند سیلیکات (SiO_4^{4-}) شامل اتم سیلیسیم است.

۱۰۳ ۳ در بین هالیدهای قلیایی داده‌شده، آنتالپی شبکهٔ بلوری LiCl فقط از LiF و NaF کم‌تر است.

۱۰۴ ۳ مولکول قطبی دی‌متیل اتر در مقایسه با مولکول ناقطبی پروپان، آسان‌تر به مایع تبدیل می‌شود.

۱۰۵ ۳ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون در TiO_2 و Fe_2O_3 به ترتیب ۲ و $\frac{3}{2}$ است.

• TiO_2 همه طول‌موج‌های مرئی (نه تمام پرتوهای الکترومغناطیسی!) را بازتاب می‌کند و به رنگ سفید دیده می‌شود.

• هر دو ترکیب جزو جامدهای یونی بوده و در حالت بلوری، شکننده‌اند.

• Fe_2O_3 به رنگ قرمز دیده می‌شود و طول موج تقریبی رنگ قرمز بین ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است.

۱۰۶ ۴ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$2NH_3(g)+CO_2(g)\rightarrow CO(NH_2)_2(s)+H_2O(g)$$

فشار کل ظرف برابر است با مجموع فشار اجزای گازی‌شکل آن.

با توجه به این‌که ضرایب $CO_2(g)$ و $H_2O(g)$ با هم برابر است، تغییرات فشار این دو جزء گازی نیز با هم برابر خواهد بود. فشار گاز CO_2 به میزان a اتمسفر کاهش می‌یابد و فشار بخار آب نیز به میزان a اتمسفر زیاد می‌شود. تغییرات فشار گاز آمونیاک نیز ۲a اتمسفر خواهد بود.

$$P_{ظرف}=P_{CO_2}+P_{NH_3}+P_{H_2O}\Rightarrow 4/5=(3-a)+(4-2a)+a$$

$$\Rightarrow 4/5=7-2a\Rightarrow a=1/25atm$$

$$\begin{cases}P_{NH_3}=4-2a=1/5atm\\P_{H_2O}=a=1/25atm\end{cases}\Rightarrow P_{NH_3}-P_{H_2O}=0/25atm$$

۱ جرم مولی گازهای O_2 و SO_2 به ترتیب برابر با ۳۲ و ۶۴ گرم بر مول است. اگر در دمای یکسان، چگالی این دو گاز با هم برابر باشد، معنی آن این است که شمار گاز O_2 باید $\frac{۶۴}{۳۲}$ یا ۱/۶۶ برابر شمار SO_2 باشد. در واقع شمار مولکول‌های O_2 در واحد حجم، باید ۱/۶۶ برابر شمار مولکول‌های SO_2 در واحد حجم باشد.

$$\frac{\text{شمار اتم‌های اوزون}}{\text{شمار اتم‌های گوگرد تری‌اکسید}} = ۱/۶۶ \times \frac{۳}{۴} = ۱/۲۵$$

• O_2 و SO_2 به ترتیب گازهای ۳ و ۴ اتمی هستند.

۲ فرض می‌کنیم a کیلوگرم CO و b کیلوگرم SO_2 وارد محیط‌زیست شده است:

$$\frac{x\,kg\,Zn}{۱\times۶۵} = \frac{a\,kg\,CO}{۱\times۲۸} \Rightarrow x = \frac{۶۵}{۲۸}a\,kg\,Zn$$

از مقایسهٔ دو واکنش می‌توان تناسب زیر را نتیجه گرفت:

$$ZnS \sim ZnO \sim SO_2 \sim Zn$$

$$\frac{b\,kg\,SO_2}{۱\times۶۴} = \frac{x\,kg\,Zn}{۱\times۶۵} \Rightarrow x = \frac{۶۵}{۶۴}b$$

اکنون دو معادله داریم:

$$I)\ a+b=۱۳۶۰$$

$$II)\ \frac{۶۵}{۶۴}b = \frac{۶۵}{۲۸}a \Rightarrow ۲۸b = ۶۴a \Rightarrow b = \frac{۱۶}{۷}a$$

$$a+\frac{۱۶}{۷}a = ۱۳۶۰ \Rightarrow \frac{۷a+۱۶a}{۷} = ۱۳۶۰ \Rightarrow a = ۴۱۳/۹$$

$$x = \frac{۶۵}{۲۸}a = \frac{۶۵}{۲۸}\times۴۱۳/۹ = ۹۶۰/۸۶\,kg\,Zn$$

۱ برای راحتی در محاسبات فرض می‌کنیم محلول اولیه شامل ۱۰۰g آب و ۱۰۰g پتاسیم نیترات بوده است. با فرض این‌که مقدار آب ۱۰۰ گرم بوده است، با کاهش دما از $55^\circ C$ تا $44^\circ C$ مقدار رسوب تشکیل‌شده برابر با ۲۸ = ۷۲ − ۱۰۰ گرم خواهد بود. از آن جایی‌که مقدار رسوب واقعی تشکیل‌شده برابر ۱۴g و نصف این مقدار است، می‌توان نتیجه گرفت که جرم واقعی آب نیز نصف فرض سؤال (۱۰۰g) یعنی برابر ۵۰g بوده است.

۳ ابتدا جرم نمک موجود در ۲۰۰ گرم محلول ۳۰ درصد جرمی را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل‌شونده}}{\text{جرم محلول}}\times۱۰۰ \Rightarrow ۳۰ = \frac{x}{۲۰۰}\times۱۰۰ \Rightarrow x = ۶۰g$$

$$\text{درصد جرمی (محلول جدید)} = \frac{۶۰g}{۲۰۰g+(۲/۵\times۶۰)g}\times۱۰۰ = ٪۱۷/۱۴$$

۲ ابتدا درصد جرمی محلول Li_2SO_4 را در این دما به دست می‌آوریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{(درصد جرمی) (چگالی)}\ ۱۰}{\text{جرم مولی حل‌شونده}} \Rightarrow ۳ = \frac{۱۰\times a\times۱/۳۷۵}{۱۱۰}$$

$$\Rightarrow ٪a = ٪۲۴$$

به این ترتیب هر ۱۰۰ گرم از این محلول دارای ۲۴ گرم حل‌شونده و ۷۶ گرم آب است.

در صورتی‌که جرم آب برابر ۱۰۰g باشد، جرم حل‌شونده برابر خواهد بود با:

$$?g\,Li_2SO_4 = ۱۰۰g\,H_2O \times \frac{۲۴g\,Li_2SO_4}{۷۶g\,H_2O} = ۳۱/۶g\,Li_2SO_4$$

۳ مطابق داده‌های جدول در دمای $70^\circ C$، می‌توان ۸۰g نمک A را در ۱۰۰ گرم آب حل کرده و محلول سیرشده‌ای به حجم ۱۸۰g داشت؛ بنابراین اگر ۱۸۰g محلول سیرشدهٔ این نمک را از دمای $70^\circ C$ تا 0 سرد کنیم، به اندازهٔ $80-S$ رسوب تشکیل می‌شود که S در واقع همان انحلال‌پذیری نمک در دمای 0 است.

اکنون از یک تناسب ساده استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \text{جرم رسوب} & \text{جرم محلول} \\ ۸۰-S & ۱۸۰g \\ ۷/۲ & ۵۴ \end{bmatrix} \Rightarrow S = ۵۶ \Rightarrow ۰ = ۴۵^\circ C$$

۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده، درست هستند.

۳

$$M = \frac{۱۰a.d}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow ۲/۸ = \frac{۱۰\times a\times۱/۴}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{a}{\text{جرم مولی}} = ۰/۲$$

انحلال‌پذیری نمک‌های KNO_3، KCl، Li_2SO_4 و NaCl در دمای $50^\circ C$ به ترتیب برابر با ۸۰، ۴۲، ۲۸ و ۳۸ گرم است. نسبت $\frac{a}{\text{جرم مولی}}$ را برای محلول هر چهار نمک در این دما به دست می‌آوریم:

$$KNO_3: \frac{(\frac{۸۰}{۱۰۰+۸۰})۱۰۰}{۱۰۱} = ۰/۴۴$$

$$KCl: \frac{(\frac{۴۲}{۱۰۰+۴۲})\times۱۰۰}{۷۴/۵} = ۰/۳۹۷$$

$$Li_2SO_4: \frac{(\frac{۲۸}{۱۰۰+۲۸})۱۰۰}{۱۱۰} = ۰/۱۹۸$$

$$NaCl: \frac{(\frac{۳۸}{۱۰۰+۳۸})۱۰۰}{۵۸/۵} = ۰/۴۷$$

۱ انحلال گاز NO در آب مولکولی است، در صورتی‌که مولکول‌های CO_2 در آب با انجام واکنش شیمیایی با آب و تولید محلول اسیدی حل می‌شوند.

۱ مطابق قانون پایستگی ماده، مجموع جرم گازهای درون ظرف پس از گذشت ۸ دقیقه، برابر با جرم اولیهٔ واکنش‌دهنده (N_2O_5) در آغاز واکنش است.

$$?mol\,N_2O_5 = ۶۴/۸g\,N_2O_5 \times \frac{۱mol}{۱۰۸g} = ۰/۶mol$$

معادلهٔ واکنش موردنظر به صورت زیر است:

$$۲N_2O_5 \rightarrow ۴NO_2 + O_2$$

$t=۰$:	۰/۶	۰	۰
$t=۸'$:	۰/۶−۲x	۴x	x

$$\bar{R}_{N_2O_5} = \frac{|\Delta x(N_2O_5)|}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۰۴mol.min^{-1} = \frac{۲x}{۸min}$$

$$\Rightarrow x = ۰/۱۶mol$$

مجموع شمار مول‌های فراورده‌ها $= ۴x + x = ۵x = ۵(۰/۱۶) = ۰/۸mol$

شمار مول‌های N_2O_5 $= ۰/۶ - ۲x = ۰/۶ - ۲(۰/۱۶) = ۰/۲۸mol$

$$\Rightarrow ۰/۸ - ۰/۲۸ = ۰/۵۲$$

۱۱۷ ۲ عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است.

• لیکوپن جزو رادیکال‌ها به شمار نمی‌آید.

۱۱۸ ۱ معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش داده‌شده به صورت زیر است:

$$H_2(g)+H_2S(g)+CaCO_3(s)\rightarrow CaS(s)+CO(g)+2H_2O(g)$$

در هر بازهٔ زمانی ۲V از حجم واکنش‌دهنده‌های گازی کم‌شده و ۳V بر حجم فراورده‌های گازی افزوده می‌شود. در واقع به اندازهٔ V بر حجم گازهای درون سامانه افزوده می‌شود، یعنی به اندازهٔ حجم مصرف‌شدهٔ گاز هیدروژن.

$$\bar{R}_{H_2}=\frac{300L\times\frac{1mol}{40L}}{1min\times\frac{60s}{1min}}=0/125mol.s^{-1}$$

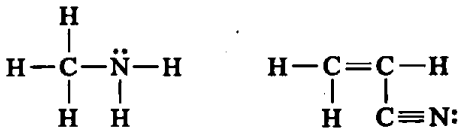
$$\bar{R}_{CaCO_3}=\bar{R}_{H_2}=0/125mol.s^{-1}$$

۱۱۹ ۳ نخ دندان و محافظ کف اتو از تفلون $\{C_2F_4\}_n$ ساخته می‌شوند که فاقد اتم H هستند. سایر موارد از پلیمرهایی ساخته می‌شود که شامل اتم هیدروژن هستند و از سوختن آن‌ها بخار آب تولید می‌شود.

۱۲۰ ۳ حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.

۱۲۱ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

مولکول‌های A و B به ترتیب متیل آمین (CH_3NH_2) و سیانواتن (C_3H_3N) هستند:



بررسی عبارت‌ها:

• به ساختارهای بالا نگاه کنید.

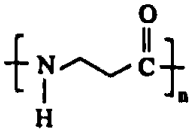
• متیل آمین جزو آمین‌ها است، در صورتی‌که سیانواتن، آمین محسوب نمی‌شود.

• متیل آمین جزو ترکیب‌های سیرشده است و در واکنش بسپارش شرکت نمی‌کند.

۱۲۲ ۲ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند. واکنش استری شدن که در آن از الکل و اسید، استر و آب تولید می‌شود در حضور یک اسید قوی مانند H_2SO_4 به عنوان کاتالیزگر انجام می‌شود. در غیر این صورت، سرعت واکنش بسیار پایین است.

۱۲۳ ۳ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارت‌ها درست هستند. آمین‌هایی که در ساختار خود پیوند N—H ندارند، می‌توانند از سمت اتم N خود با اتم H مولکول‌های آب، پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

۱۲۴ ۲ هموپلیمر آمیدی با مونومر C ساخته می‌شود که دارای هر دو گروه عاملی آمینی و اسیدی است. ساختار این هموپلیمر به صورت زیر است:



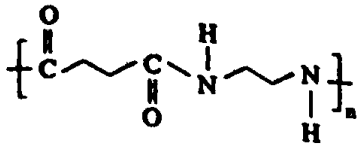
$+C_2H_5NO+_n$

برای ساخت کوپلیمر دو حالت وجود دارد:

مونومرهای a و b ← پلی‌آمید

مونومرهای a و d ← پلی‌استر

ساختار پلی‌آمید به صورت زیر است:



$+C_6H_{10}N_2O_2+_n$

با توجه به فرض سؤال (تعداد برابر از واحدهای تکرارشونده دو پلیمر) و با مقایسهٔ فرمول هموپلیمر و کوپلیمر بالا، می‌توان نتیجه گرفت که جرم مولی کوپلیمر، دو برابر جرم مولی هموپلیمر آمیدی است.

در کوپلیمر بالا، شمار اتم‌های کربن در هر واحد تکرارشونده برابر با ۶ است.

✓ محاسبه جرم مولی پلی‌استر حاصل از مونومرهای a و d را به عنوان تمرین انجام دهید.

۱۲۵ ۳ ویژگی های دوم و آخر بین دو ویتامین مشترک است.

بررسی عبارت‌ها:

• ویتامین موردنظر برخلاف ویتامین K در آب محلول است.

هر کدام از دو ویتامین دارای ۲ پیوند C=O هستند.

• ویتامین داده‌شده دارای ۶ اتم اکسیژن، در حالی که ویتامین K دارای ۲ اتم اکسیژن است.

• ویتامین K برخلاف ویتامین داده‌شده از سه عنصر C، H و O تشکیل شده است.

• در هر کدام از دو ویتامین، یک حلقهٔ بنزنی وجود دارد.