



آزمون

۱۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۱۱ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۱

۱۴۰۲/۱۲/۲۸

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۵	۱	۱۵	۲۵ دقیقه
۲	هندسه	۱۳	۱۶	۲۸	۲۳ دقیقه
۳	گسسته	۱۲	۲۹	۴۰	۲۲ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۴ و ۵
هندسه	—	کل کتاب	فصل‌های ۲ و ۳
گسسته	فصل‌های ۶ و ۷	فصل ۲ تا ۴	فصل ۳

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۱- حاصل عبارت $P = \frac{2\sqrt{2}-1}{3+\sqrt{2}} - (\sqrt{2}-1)^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۲- مجموع n جمله اول دنباله حسابی ... ، $-52-a$ ، $2a-11$ ، $3a$ منفی است. حداکثر n کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۲ (۴) ۲۳

۳- نمودار سهمی $y = ax^2 + (a+2)x + 2a - 1$ از تمام نواحی به جز ناحیه چهارم عبور می کند. a چند جواب صحیح دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) هیچ مقدار

۴- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 4| < |x + 3| - 1$ به صورت بازه (a, b) است. ریشه های کدام معادله زیر a و b است؟

(۱) $x^2 - 5x + 4 = 0$ (۲) $x^2 - 4x + 3 = 0$

(۳) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (۴) $x^2 - 4x - 5 = 0$

۵- اگر $x = a + \sqrt{2}$ جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = 2 + \sqrt{2x+1}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $2 - \sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $4 - \sqrt{2}$

۶- خط $y = 3x - 6$ محورهای مختصات را در نقاط A و B و خط $y = ax$ را در نقطه M بین A و B قطع می کند. اگر M پاره خط AB را

به نسبت ۱ به ۲ تقسیم کند، مقدار a کدام می تواند باشد؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{5}{6}$

۷- اگر α و β ریشه های معادله $\log_{\sqrt{x}} 4 = k + \log_{\sqrt{x}} x^6 + \log_{\sqrt{x}} 4 = k$ و $\log_{\sqrt{x}}(\alpha\beta) = 4$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۹ (۴) ۱۵

۸- اگر a و -1 ریشه‌های معادله $\frac{2x^2}{x-m} = \log\sqrt{3}$ باشند، حاصل $3^a \cdot 2^m$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{6}$

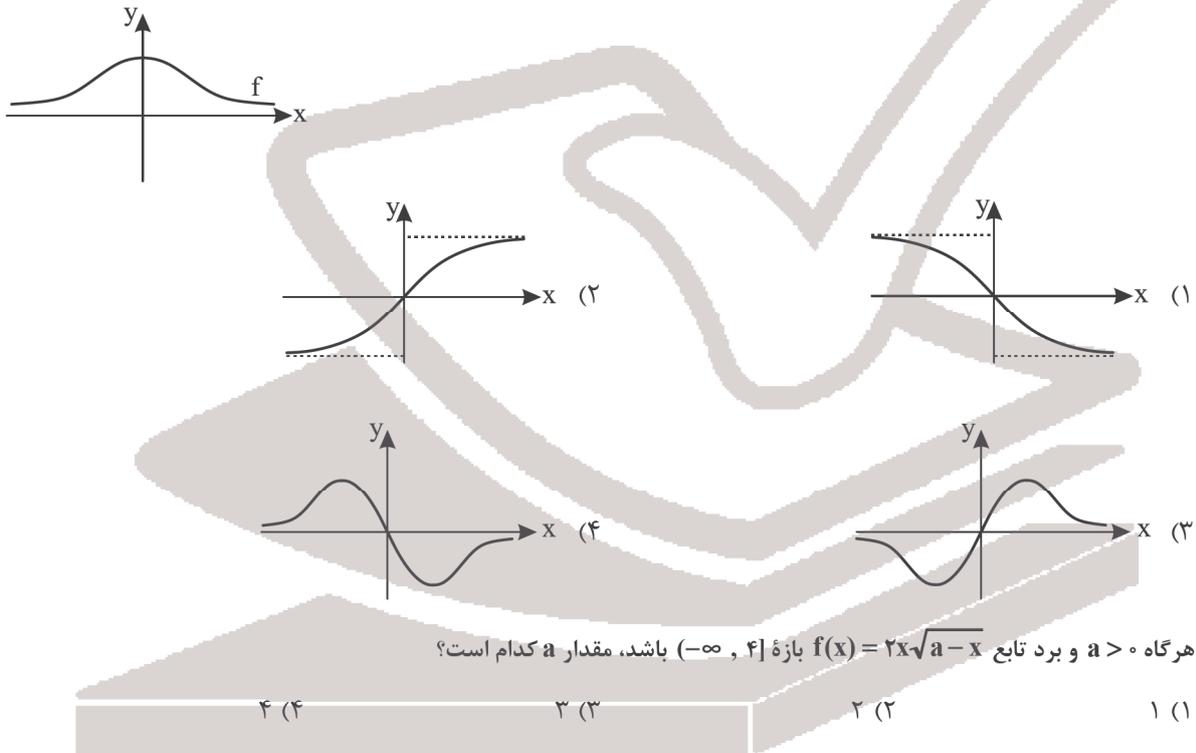
۹- هرگاه $f(x) = (x^2 - 2x)\sqrt{4x+1}$ باشد، مشتق تابع $y = f(x^2 + x) - f(2x+2)$ به ازای $x=0$ چه عددی است؟

- (۱) -10 (۲) -14 (۳) 10 (۴) 8

۱۰- هرگاه $f(x) = \sin^3 \frac{\pi}{\sqrt{x+8}}$ مقدار $f'(1)$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{24}$ (۲) $-\frac{\pi}{48}$ (۳) $-\frac{\pi}{96}$ (۴) $\frac{9\pi}{8}$

۱۱- هرگاه نمودار f شکل زیر باشد، نمودار تابع $y = f'(x)$ به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۱۲- هرگاه $a > 0$ و برد تابع $f(x) = 2x\sqrt{a-x}$ بازه $[-\infty, 4]$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

۱۳- هرگاه $x = 1$ و $x = 3$ طول نقاط عطف تابع $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + 4$ باشند، مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۸

۱۴- $\alpha, 3, 0$ طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^2 |2x + a|$ است. α کدام است؟

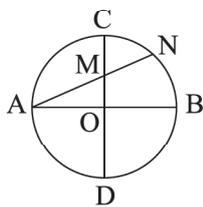
- (۱) 2 و $4/5$ (۲) 2 و $-4/5$

- (۳) -6 و -9 (۴) 6 و 9

۱۵- در بازه (a, b) تابع $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ نزولی و دارای تقعر رو به پایین است. حداکثر $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۶- در دایره $C(O, R)$ قطرهای AB و CD بر هم عمودند. با تغییر زاویه \hat{A} ، در مورد حاصل ضرب $AM \times AN$ کدام گزینه درست است؟



(۱) با افزایش زاویه \hat{A} مقدار $AM \times AN$ افزایش می‌یابد.

(۲) با افزایش زاویه \hat{A} مقدار $AM \times AN$ کاهش می‌یابد.

(۳) همواره مقدار ثابت $4R^2$ است.

(۴) همواره مقدار ثابت $2R^2$ است.

۱۷- در صورتی که اندازه شعاع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین دایره محاطی یک مثلث قائم‌الزاویه برابر ۳ و ۱۰ باشند، اندازه شعاع دایره محیطی

این مثلث برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$

- (۳) $\sqrt{30}$ (۴) $\frac{\sqrt{30}}{2}$

۱۸- در دوزنقه متساوی‌الساقین محیطی که طول شعاع دایره محاطی ۳ و مساحت دوزنقه ۳۹ می‌باشد، پاره‌خطی که دو نقطه تماس دایره با

ساق‌ها را به هم وصل می‌کند چه اندازه‌ای دارد؟

- (۱) $6/5$ (۲) ۳ (۳) $\frac{36}{13}$ (۴) $\frac{72}{13}$

محل انجام محاسبه

۱۹- در مربع $ABCD$ ، $A(4, 1)$ و عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور AD بر خودش منطبق

شود و M نقطه‌ای متغیر روی محور AD باشد آنگاه کمترین مقدار $AM + DM$ برابر کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{5}$ (۴) ۴

۲۰- در مثلث ABC ، طول اضلاع AC و AB به ترتیب ۱۲ و ۸ و زاویه \hat{A} ، 120° است. اگر نیمساز زاویه \hat{A} ضلع BC را در D قطع کند،

کوچک‌ترین قطعه ایجاد شده روی ضلع BC چقدر است؟

- (۱) $\frac{24}{25}$ (۲) $\frac{12\sqrt{19}}{5}$ (۳) $\frac{12}{5}$ (۴) $\frac{8\sqrt{19}}{5}$

۲۱- یک زاویه مثلثی 120° است و اندازه دو ضلع این زاویه ریشه‌های حقیقی معادله درجه دوم $x^2 - 8\sqrt{3}x + 10 = 0$ هستند. طول

کوچک‌ترین نیمساز این مثلث برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$ (۲) $\frac{5}{3\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{12}$ (۴) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

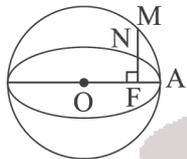
۲۲- خطوط $y = -x + 3$ و $2x + y - 4 = 0$ قطرهای دایره C می‌باشند. اگر دایره C بر خطوط $3x + 4y - 21 = 0$ و $y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

مماس باشد، در این صورت این دایره روی محور AD و تری به چه اندازه جدا می‌کند؟

- (۱) $2\sqrt{15}$ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۳- در شکل زیر، O مرکز بیضی و دایره است. اگر فاصله O تا کانون F برابر ۸ و طول قطر دایره 20 باشد آنگاه مساحت مثلث AMN برابر

کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{2}$

- (۲) $\frac{2}{4}$

- (۳) $\frac{2}{5}$

- (۴) $\frac{2}{8}$

۲۴- کانون سهمی $y^2 - ay - 2x = \frac{a^2}{4}$ بر روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم قرار دارد. کمترین مقدار a برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) ۳

محل انجام محاسبه

۲۵- وجه‌های یک مکعب مستطیل قسمتی‌هایی از صفحات به معادلات $x = -2$, $x = 5$, $y = 1$, $y = 4$, $z = 1$, $z = 3$ هستند. معادله

وجهی که در ناحیهٔ دوم دستگاه مختصات فضایی قرار دارد کدام است؟

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \quad (۴) \quad \begin{cases} x = -2 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (۳) \quad \begin{cases} x = -2 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ z = 3 \end{cases} \quad (۲) \quad \begin{cases} -2 \leq x \leq 5 \\ y = 1 \\ 1 \leq z \leq 3 \end{cases} \quad (۱)$$

۲۶- زاویهٔ بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 128° و زاویهٔ بین بردارهای \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ برابر 64° است. زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{a}$ برابر کدام است؟

(۱) صفر (۲) 90° (۳) 96° (۴) 180°

۲۷- بردارهای $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ و $\vec{b} = (2, 1, m)$ بر هم عمودند و بردارهای \vec{b} و $\vec{c} = (n, -2, p)$ با هم موازیند. تصویر قائم بردار \vec{c} روی بردار \vec{b} چه اندازه‌ای دارد؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۲

۲۸- اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار و m و n اعداد حقیقی باشند به گونه‌ای که $\vec{m}\vec{a} + \vec{n}\vec{b} = (-1, -2, -3)$ ، $\vec{m}\vec{a} - \vec{n}\vec{b} = (2, -1, 4)$ و مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر $15\sqrt{6}$ باشد، قدرمطلق حاصل ضرب m و n چقدر است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۲۹- احمد ۳ دوست دارد. او هر بار که بیرون از خانه شام می‌خورد، حداقل یکی از دوستانش را می‌بیند. احمد هر کدام از دوستانش را ۱۲ بار، هر دو نفر از آنها را ۷ بار و هر سه نفر را ۵ بار دیده است. احمد چندبار بیرون از خانه شام خورده است؟

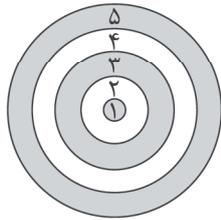
(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۱

۳۰- یک تاس پرتاب شده و عدد k ظاهر شده است، سپس از مجموعه $\{1, 2, \dots, k\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه یک عدد اول انتخاب شود کدام است؟

(۱) $\frac{85}{180}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{7}{46}$ (۴) $\frac{83}{180}$

محل انجام محاسبه

۳۱- در پرتاب دارت به صفحه مقابل، احتمال برخورد به ناحیه K نام متناسب با شماره ناحیه است. کدام گزینه درست است؟ (دارت حتماً به صفحه برخورد می‌کند.)



(۱) احتمال برخورد به ناحیه دوم یا چهارم بیشتر از احتمال برخورد به ناحیه اول، سوم یا پنجم است.

(۲) احتمال عدم برخورد به ناحیه سوم برابر $\frac{11}{15}$ است.

(۳) احتمال برخورد به ناحیه با شماره عدد اول برابر $\frac{2}{3}$ است.

(۴) هر سه گزینه ۱، ۲ و ۳ نادرست هستند.

۳۲- ۹ نفر بازیکن بیسبال با اسامی a, b, c, d, e, f, g, h و i به گونه‌ای وارد زمین می‌شوند که a و g با فاصله یک نفر و c و e نیز با فاصله یک نفر وارد زمین می‌شوند با کدام احتمال بین a و g نفر e وارد می‌شود؟

(۱) $\frac{3}{16}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۳۳- اگر ۹ و $a-4$ ، $a-4$ و $2a-1$ مربع انحراف از میانگین داده‌های نمونه متمایز $1-3a$ ، $2+2a$ ، $2a$ و $3+a$ باشند، طول بازه اطمینان بالای ۹۵٪ برای برآورد میانگین با استفاده از این نمونه کدام است؟ (انحراف معیار جامعه با انحراف معیار نمونه برابر است.)

(۱) ۵

(۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(۳) $2\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{5}$

۳۴- در جامعه‌ای با درآمد ۵، ۶، ۴، a، ۲، ۷، ۱ برحسب میلیون تومان، خط فقر برابر ۲ است. واریانس درآمد افراد جامعه کدام است؟ (خط فقر، نصف میانگین جامعه است.)

(۱) $\frac{15}{4}$

(۲) $\frac{17}{4}$

(۳) ۲

(۴) ۴

۳۵- در بسط $(a+b+c+d)^7$ چند جمله شامل فقط دو متغیر است؟

(۱) ۴۸

(۲) ۱۲۰

(۳) ۳۵

(۴) ۳۶

محل انجام محاسبه

۳۶- اگر دو مربع لاتین $A =$ و $B =$ متعامد باشند. مقدار x کدام است؟

	۲	۴	
۳		x	

۳			
		۳	

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۷- چند تابع یک به یک از مجموعه $\{1, 2, 3, 4\}$ به مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وجود دارد که $f(1) = 1$ و $f(2) \neq 2$ ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۸- ۶ مسافر به چند حالت می توانند در ۳ ایستگاه پیاده شوند، به طوری که در هر ایستگاه حداقل یک نفر پیاده شود؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

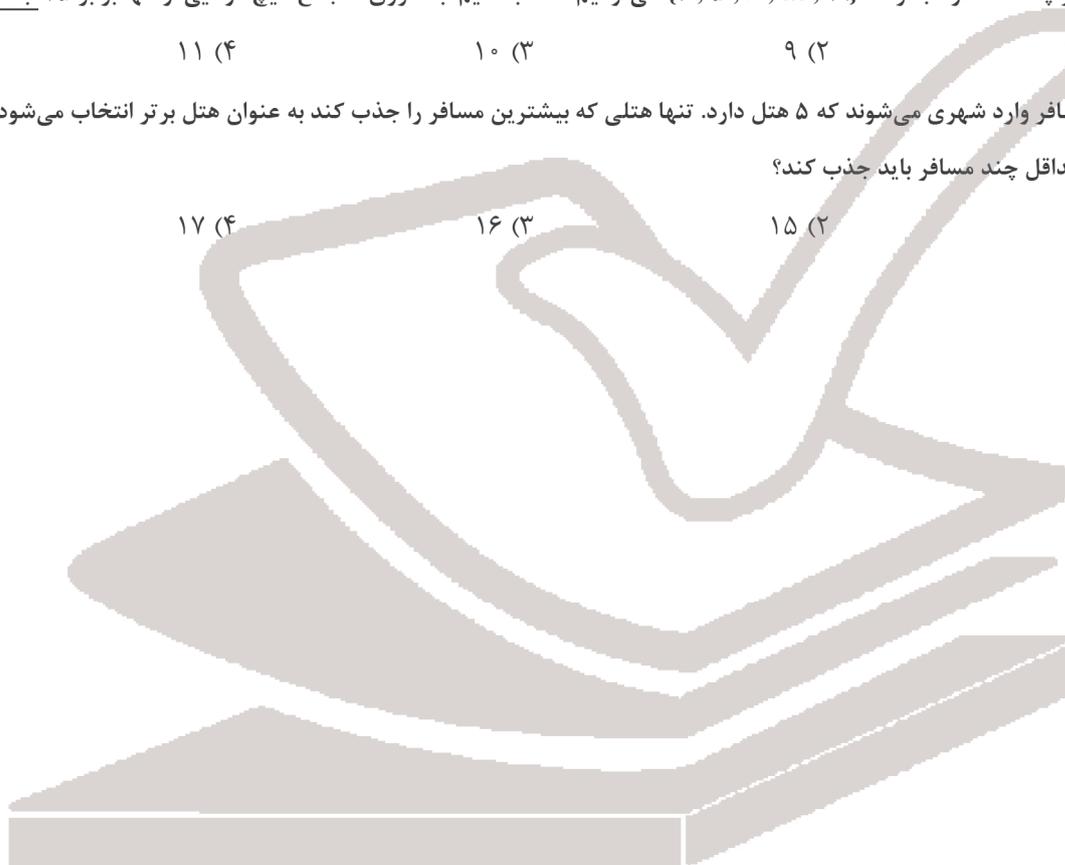
۳۹- حداکثر چند عدد از مجموعه $\{4, 5, 6, \dots, 21\}$ می توانیم انتخاب کنیم، به طوری که جمع دو تایی از آنها برابر ۲۵ نباشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۰- ۷۳ مسافر وارد شهری می شوند که ۵ هتل دارد. تنها هتلی که بیشترین مسافر را جذب کند به عنوان هتل برتر انتخاب می شود. هتل

برتر حداقل چند مسافر باید جذب کند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)





آزمون

۱۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲



آزمون شماره ۱۱ پایه دوازدهم

دفترچه شماره ۲

۱۴۰۲/۱۲/۲۸

آزمون اختصاصی

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۵

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره، سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه

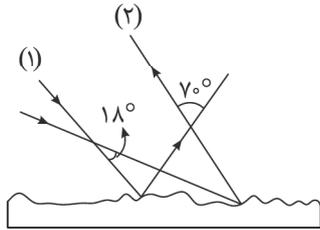
مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
فیزیک	—	کل کتاب	فصل ۳ از صفحه ۶۹ (موج و انواع آن) تا فصل ۶
شیمی	—	کل کتاب	فصل‌های ۳ و ۴

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.



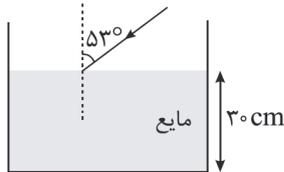
سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

۴۱- در شکل زیر پرتوهای نور (۱) و (۲) به سطح بازتابنده ناهمواری می‌تابند. اگر زاویه تابش پرتو (۱) به سطح 41° باشد، زاویه بازتاب پرتو (۲) از سطح کدام است؟



- (۱) 30°
 (۲) 25°
 (۳) 15°
 (۴) 10°

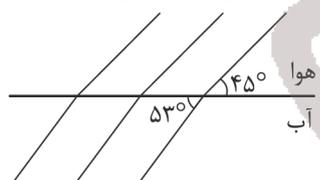
۴۲- در شکل زیر، باریکه نوری متشکل از دو پرتوی نیلی و قرمز از هوا وارد مایع شفاف به عمق 30 cm می‌شود. اگر ضریب شکست مایع برای رنگ‌های نیلی و قرمز برابر $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{4}$ باشد، فاصله پرتوهای قرمز رنگ و نیلی رنگ در کف ظرف حاوی مایع چند سانتی‌متر است؟



$$(\sin 53^\circ = 0.8, \sqrt{3} \approx 1.7, \sqrt{2} \approx 1.4)$$

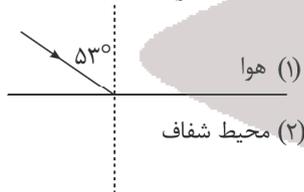
- (۱) 10°
 (۲) 17°
 (۳) 15°
 (۴) 13°

۴۳- مطابق شکل، جبهه‌های یک موج تخت از هوا وارد آب می‌شوند. این موج می‌تواند باشد و در این انتقال طول موج آن برابر شده است. ($\sin 53^\circ = 0.8, \sin 45^\circ = 0.7$)



- (۱) نور مرئی - $\frac{7}{8}$
 (۲) نور مرئی - $\frac{8}{7}$
 (۳) موج صوتی - $\frac{7}{8}$
 (۴) موج صوتی - $\frac{8}{7}$

۴۴- مطابق شکل زیر پرتوی نوری از هوا به محیط شفاف می‌تابد و 8° درجه از راستای اولیه منحرف می‌شود. اگر طول موج نور در محیط شفاف $15\mu\text{m}$ کمتر از طول موج نور در هوا باشد، بسامد نور چند تراهرتز است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \sin 53^\circ = 0.8, \sqrt{2} \approx 1.4$)



- (۱) $3/5$
 (۲) 3
 (۳) $2/5$
 (۴) 2

۴۵- آزمایش ینگ در هوا انجام شده است. اگر بسامد نور مورد آزمایش را 50% درصد کاهش داده و آزمایش را در آب با ضریب شکست $\frac{4}{3}$ انجام دهیم، ضخامت نوارهای روشن چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) 50% درصد کاهش (۲) 50% درصد افزایش (۳) 25% درصد کاهش (۴) 25% درصد افزایش

۴۶- اگر طول یک تار دو انتها بسته را 2 cm کوتاه کنیم، طول موج هماهنگ اول این تار سانتی‌متر می‌یابد.

- (۱) 2 ، کاهش (۲) 4 ، کاهش (۳) 2 ، افزایش (۴) 4 ، افزایش

۴۷- یک تار مرتعش با دو انتهای بسته با بسامد 600 هرتز در حال ارتعاش است و 4 گره در طول تار دیده می‌شود. اگر طول تار 60 cm و جرم آن 15 گرم باشد، نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

- (۱) 64 (۲) 640 (۳) 144 (۴) 1440

۴۸- یک لامپ ۲۴ وات، فوتون‌هایی به طول موج ۶۲۰ نانومتر گسیل می‌کند. در هر دقیقه، چه تعداد فوتون از این لامپ تابش می‌شود؟

$$(e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}, hc = 1240 \text{ eV.nm})$$

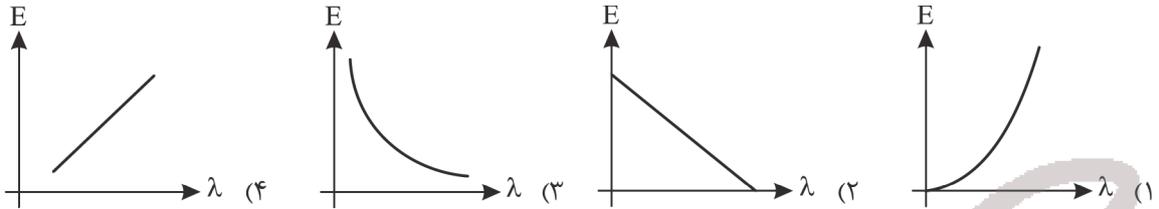
$$7.5 \times 10^{21} \text{ (1)} \quad 4.5 \times 10^{19} \text{ (2)} \quad 7.5 \times 10^{19} \text{ (3)} \quad 4.5 \times 10^{21} \text{ (4)}$$

۴۹- در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج نور تابشی نصف طول موج آستانه است. اگر انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های

گسیل شده از سطح فلز ۴eV باشد، تابع کار این فلز چند eV است؟

$$1 \text{ (1)} \quad 2 \text{ (2)} \quad 4 \text{ (3)} \quad 8 \text{ (4)}$$

۵۰- کدام یک از نمودارهای زیر مقدار انرژی یک فوتون را بر حسب طول موج آن درست نشان می‌دهد؟



۵۱- در اتم هیدروژن، بلندترین طول موج رشته‌ای بالمر ($n' = 2$) چند نانومتر کمتر از کوتاه‌ترین طول موج رشته‌ای پاشن ($n' = 3$) است؟

$$(R = 0.01 \text{ nm}^{-1})$$

$$180 \text{ (1)} \quad 500 \text{ (2)} \quad 720 \text{ (3)} \quad 900 \text{ (4)}$$

۵۲- الکترون اتم هیدروژن در سومین حالت برانگیخته قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، پراثری‌ترین فوتون مرئی که

می‌تواند گسیل کند، طول موجش تقریباً چند نانومتر است؟ ($R = 0.01 \text{ nm}^{-1}$)

$$410 \text{ (1)} \quad 440 \text{ (2)} \quad 533 \text{ (3)} \quad 660 \text{ (4)}$$

۵۳- در اتم هیدروژن، الکترون با فوتونی به انرژی، از مداری با شعاع ۴/۵ آنگستروم به مداری با شعاع ۲ آنگستروم گذار

می‌کند. ($E_R = 13.6 \text{ eV}$ و شعاع مدار اول $a_0 = 0.5 \text{ \AA}$ فرض می‌شود).

$$1/89 \text{ جذب - (1)} \quad 1/29 \text{ جذب - (2)} \quad 1/89 \text{ گسیل - (3)} \quad 1/89 \text{ گسیل - (4)}$$

۵۴- در یک واکنش هسته‌ای مقدار ۸ پیکوگرم ماده به انرژی تبدیل شده است و به صورت فوتون‌های گاما به طول موج $2 \times 10^{-15} \text{ m}$ گسیل

می‌شوند. چه تعداد فوتون گاما در این واکنش گسیل شده است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}$, $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

$$7.5 \times 10^{12} \text{ (1)} \quad 7.5 \times 10^{15} \text{ (2)} \quad 1.885 \times 10^{16} \text{ (3)} \quad 1.885 \times 10^{14} \text{ (4)}$$

۵۵- در نمودار زیر، عدد اتمی عنصر A، ۱۰ و عدد جرمی عنصر B، ۳۰ است. عدد نوترونی اتم A کدام است؟



$$20 \text{ (1)}$$

$$30 \text{ (2)}$$

$$40 \text{ (3)}$$

$$15 \text{ (4)}$$

۵۶- ۲ سال طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های فعال یک نمونه پرتوزا نصف شوند. پس از گذشت ۶ سال از شروع واپاشی جرم هسته‌های

واپاشیده شده از ابتدای واپاشی چند برابر هسته‌های فعال باقی مانده است؟

$$3 \text{ (1)} \quad 4 \text{ (2)} \quad 7 \text{ (3)} \quad 8 \text{ (4)}$$

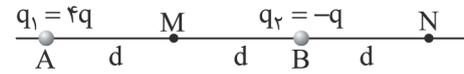
محل انجام محاسبه

۵۷- شکل زیر واپاشی کرین ۱۳ را نشان می‌دهد. نام ذره گسیل شده کدام است؟



- (۱) آلفا
(۲) β^-
(۳) β^+
(۴) نوترون

۵۸- دو بار نقطه‌ای مطابق شکل در نقاط A و B ثابت نگه داشته شده‌اند، اگر میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه M، بردار \vec{E} و در

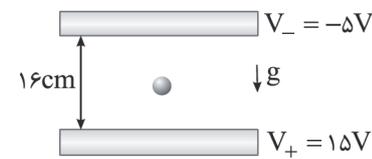


نقطه N بردار \vec{E}' باشد، $\frac{\vec{E}'}{\vec{E}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{9}$
(۲) $\frac{1}{9}$
(۳) -9
(۴) 9

۵۹- ذره‌ای خنثی با جرم ۲۰ میلی‌گرم، تعداد n الکترون با محیط تبادل کرده و سپس مطابق شکل زیر به حالت معلق بین دو صفحه رسانا با

پتانسیل‌های الکتریکی داده شده قرار می‌گیرد. این ذره الکترون و مقدار n برابر است. ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) از دست داده - 10^{13}

(۲) از دست داده - 5×10^{13}

(۳) گرفته - 10^{13}

(۴) گرفته - 5×10^{13}

۶۰- خازن تخت شارژ شده‌ای که دی‌الکتریک آن هواست و از باتری جدا شده است در اختیار داریم. فاصله صفحات خازن را ۸۰٪ کاهش می‌دهیم، با این کار انرژی خازن می‌شود و بزرگی میدان الکتریکی بین صفحات آن

(۱) $\frac{1}{5}$ برابر - ۵ برابر می‌شود (۲) ۵ برابر - ۵ برابر می‌شود (۳) $\frac{1}{5}$ برابر - تغییر نمی‌کند (۴) ۵ برابر - تغییری نمی‌کند

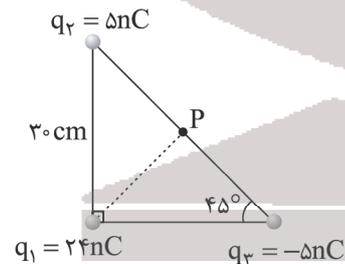
۶۱- ذره‌ای به جرم ۲۰ میلی‌گرم و بار الکتریکی $-5 \mu\text{C}$ را در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطه A به پتانسیل الکتریکی

$V_A = -10 \text{ (V)}$ رها می‌کنیم. ذره تنها تحت تأثیر میدان الکتریکی از حال سکون به حرکت درمی‌آید و با تندی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه B

عبور می‌کند. پتانسیل الکتریکی نقطه B چند ولت است؟ (از اثر نیروی وزن صرف نظر شود)

- (۱) ۲۲۰ (۲) ۲۱۰ (۳) ۲۰۰ (۴) ۱۹۰

۶۲- مطابق شکل سه بار نقطه‌ای در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطه P



وسط وتر مثلث چند $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) ۶۸۰۰

(۲) ۵۲۰۰

(۳) ۳۴۰۰

(۴) ۲۶۰۰

۶۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2 \mu\text{C}$ و $q_2 = -18 \mu\text{C}$ در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از یکدیگر ثابت شده‌اند. بار الکتریکی $q_3 = -12 \mu\text{C}$ را در نقطه‌ای قرار می‌دهیم که نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 صفر باشد. در این حالت نیروی الکتریکی خالص

وارد بر q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$)

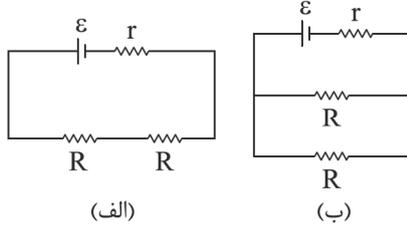
- (۱) $8/1$ (۲) $13/5$ (۳) $21/6$ (۴) $29/7$

محل انجام محاسبه

۶۴- یک سیم مسی با مقاومت 12Ω در اختیار داریم. از طریق بریدن، سیم را به دو قسمت به طول‌های L_1 و $L_2 = 2L_1$ تقسیم می‌کنیم و پس از آن هر دو سیم را طوری می‌کشیم که به طول اولیه برسند. اختلاف مقاومت الکتریکی نهایی دو سیم پس از کشیده شدن، چند اهم است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۶

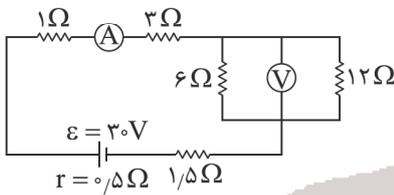
۶۵- با توجه به مدار زیر، توان مصرفی در هر یک از مقاومت‌های R در مدار شکل (الف)، ۳۶ درصد کمتر از توان مصرفی در هر یک از



مقاومت‌های R در مدار شکل (ب) است. نسبت $\frac{R}{r}$ کدام است؟

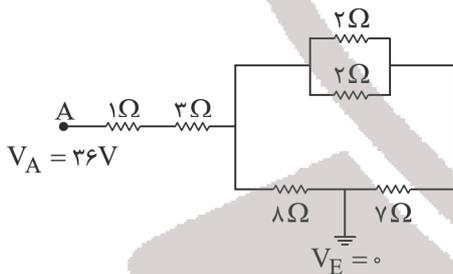
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۶۶- در مدار زیر، اگر جای آمپرسنج و ولتسنج را عوض کنیم، اعدادی که آمپرسنج و ولتسنج نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چند واحد SI تغییر می‌کنند؟ (آمپرسنج و ولتسنج ایده‌آل هستند).



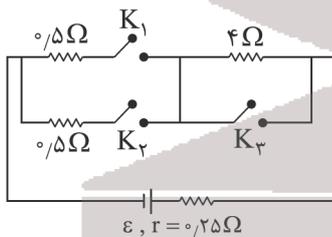
- (۱) ۳ و ۱۲
(۲) صفر و ۳۰
(۳) ۲ و ۱۸
(۴) ۳ و ۱۸

۶۷- در مدار شکل زیر، شدت جریان عبوری از مقاومت ۷ اهمی چند آمپر است؟



- (۱) ۲/۵
(۲) ۴/۵
(۳) ۲
(۴) ۲/۲۵

۶۸- در مدار زیر، برای آنکه توان خروجی مولد بیشینه شود، وضعیت کلیدها باید به چه صورت باشد؟



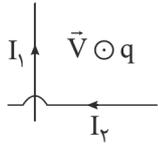
- (۱) K_1 و K_2 باز، K_3 بسته
(۲) K_1 باز، K_2 و K_3 بسته
(۳) K_1 و K_3 بسته و K_2 باز
(۴) هر ۳ کلید بسته باشند.

۶۹- توان یک گرمکن الکتریکی که با اختلاف پتانسیل ۲۲۰ ولت کار می‌کند در دمای ۱۱۱۲ درجه فارنهایت، برابر ۹۲۰ وات است. اگر دمای سیم به ۷۵۲ درجه فارنهایت برسد، توان مصرفی گرمکن با همان اختلاف پتانسیل چند وات می‌شود؟ (ضریب دمایی مقاومت ویژه سیم

رسانای گرمکن برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ است.)

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۱۰۰۰ (۳) ۸۰۰ (۴) ۱۲۰۰

۷۰- در شکل زیر بار نقطه‌ای منفی عمود بر صفحه کاغذ و به سمت بیرون، حرکت می‌کند. نیروی مغناطیسی وارد بر آن در لحظه نشان داده شده به کدام جهت است؟ (سیم‌ها و ذره در صفحه کاغذند.)



→ (۱)

← (۲)

↓ (۳)

(۴) نیرویی به ذره وارد نمی‌شود.

۷۱- ذره‌ای با جرم ۱۸ گرم که دارای بار $q = -6mc$ است، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت با تندی $20 \frac{km}{s}$ در راستای افقی از غرب به شرق پرتاب می‌شود. جهت و بزرگی میدان مغناطیسی کدام باشد تا ذره با اعمال نیروی وزن بدون انحراف به حرکت خود ادامه دهد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

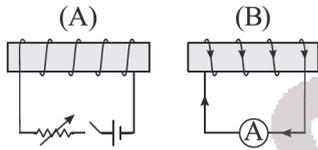
(۱) ۱۵ گaus از شمال به جنوب

(۲) ۱۵ گaus از جنوب به شمال

(۳) ۱۵۰ گaus از شمال به جنوب

(۴) ۱۵۰ گaus از جنوب به شمال

۷۲- دو سیم‌لوله A و B مطابق شکل کنار هم قرار دارند. در کدام حالت زیر جریان القایی در سیم‌لوله B نمی‌تواند در جهت نشان داده شده ایجاد می‌شود؟



(۱) در حالی که کلید بسته است، مقاومت رثوستا کم شود.

(۲) کلید در حال بستن است.

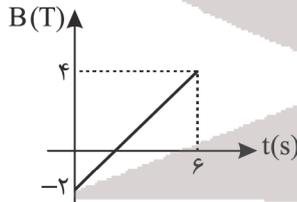
(۳) در حالی که کلید وصل است، سیم‌لوله B در حال نزدیک شدن به سیم‌لوله A باشد.

(۴) در حالی که کلید وصل است، سیم‌لوله A در حال دور شدن از سیم‌لوله B باشد.

۷۳- پیچۀ مسطح دایره‌ای شکلی دارای ۴۰۰ دور بوده و مساحت هر حلقه آن $75 cm^2$ است. این پیچه بین قطب‌های یک آهنربای الکتریکی که میدان مغناطیسی یکنواخت تولید می‌کند طوری قرار گرفته است که خطوط میدان بر سطح پیچه عمودند. میدان مغناطیسی خارجی، در بازۀ زمانی ۲ میلی‌ثانیه از $0.25 T$ رو به بالا به $0.15 T$ رو به پایین تغییر می‌کند. نیروی محرکه القایی متوسط در پیچه در این مدت چند ولت است؟

(۱) ۱/۵ (۲) ۶ (۳) ۱۵۰ (۴) ۶۰۰

۷۴- یک میدان مغناطیسی متغیر با زمان طبق نمودار زیر، عمود بر سطح یک حلقه به مساحت $20 cm^2$ ایجاد می‌شود. اگر مقاومت حلقه 0.5Ω اهم باشد، جریان القایی متوسط در حلقه در ۶ ثانیه اول چند میلی‌آمپر خواهد شد؟



(۱) ۴۰

(۲) ۰.۴

(۳) ۰.۲

(۴) ۲

۷۵- حلقه‌ای رسانا در یک میدان مغناطیسی یکنواخت طوری قرار گرفته که سطح حلقه با خطوط میدان زاویه 30° درجه ساخته است. اگر حلقه را بچرخانیم تا بر خطوط میدان عمود شود، شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند درصد تغییر می‌کند؟ ($\sqrt{3} = 1.7$)

(۱) ۱۵ (۲) ۸۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۷۶- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز

(۱) عنصری از دوره سوم که دارای ۵ الکترون در آخرین زیرلایه اتم خود است، گازی زرد رنگ است که در دمای اتاق به آرامی با گاز H_2 واکنش می‌دهد.

(۲) عنصر بعد از عنصر A که آرایش آخرین زیرلایه آن به صورت $4p^1$ است، فلزی براق و شکل پذیر از گروه ۱۴ جدول تناوبی است. (۳) خاصیت فلزی و نافلزی به ترتیب با شعاع اتمی عنصر مورد نظر رابطه مستقیم و معکوس دارند.

(۴) در میان عناصر دوره دوم جدول تناوبی، پس از Ne ، کمترین واکنش پذیری مربوط به C است.

۷۷- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

(آ) پرمصرف‌ترین فلز در جهان دارای دو اکسید طبیعی است که شمار یون‌های سازنده در هر واحد فرمولی از آنها برابر ۲ و ۵ می‌باشد.

(ب) اگر واکنش $A(s) + FeSO_4(aq) \rightarrow \dots$ انجام پذیر باشد، عنصر A می‌تواند هر یک از فلزهای Mg ، Ti و Cu باشد.

(پ) واکنش استخراج فلز آهن از سنگ معدن هماتیت با استفاده از کربن و واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز، دارای یک فرآورده مشترک هستند.

(ت) برخی نافلزهای گروه‌های ۱۵ و ۱۶ جدول دوره‌ای برخلاف اغلب عنصرها، در طبیعت به شکل آزاد وجود دارند.

(۱) ب و پ (۲) آ و ت (۳) ب و ت (۴) فقط ب

۷۸- ۴ گرم کلسیم در مقداری آب وارد می‌شود تا مطابق معادله (I) واکنش دهد. اگر کلسیم هیدروکسید حاصل مطابق معادله (II) تجزیه

شود، در مجموع از دو واکنش انجام شده چند لیتر گاز حاصل می‌شود؟ (بازده واکنش (I) و (II) به ترتیب ۸۰٪ و ۷۵٪ و حجم مولی

گازها را برابر ۲۸ لیتر در نظر بگیرید.) ($Ca = 40 \text{ g.mol}^{-1}$)

I) $Ca(s) + H_2O(l) \rightarrow Ca(OH)_2(aq) + H_2(g)$ (واکنش موازنه شود.)

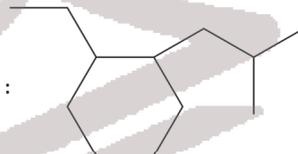
II) $Ca(OH)_2(s) \rightarrow CaO(s) + H_2O(g)$

(۱) ۴/۴۸ (۲) ۳/۹۲ (۳) ۴/۹ (۴) ۵/۶

۷۹- چند مورد از نام‌های ارائه شده براساس قواعد آیوپاک نادرست بیان شده است؟

● $(CH_3)_3CC(C_2H_5)_2C(CH_3)_2(C_2H_5)$: ۴- دی اتیل - ۳، ۳، ۵، ۵ - تترامتیل هگزان

● : ۴، ۵ - دی اتیل - ۲ - متیل هپتان



● $CH_3-CH(C_2H_5)-CH(CH_3)-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$: ۴- اتیل - ۲، ۲، ۵ - دی متیل هگزان

● $CH_3(CH_2)_2C(C_2H_5)_2CH_2CH_3$: ۳، ۳ - دی اتیل هگزان

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۰- با توجه به آنتالپی‌های پیوند داده شده، برای تولید $3/612 \times 10^{22}$ مولکول متانول چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

$CO(g) + 2H_2(g) \rightarrow CH_3OH(g)$

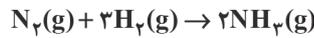
پیوند	$C \equiv O$	$H-H$	$C-H$	$C-O$	$O-H$
آنتالپی پیوند (kJ.mol^{-1})	۱۰۷۵	۴۳۶	۴۱۵	۳۵۱	۴۶۴

(۱) ۳/۳۹ (۲) ۴/۲۶ (۳) ۵/۰۸ (۴) ۶/۷۸

محل انجام محاسبه

۸۱- کدام عامل سرعت واکنش $2H_2O_2(aq) \xrightarrow{298K} 2H_2O(l) + O_2(g)$ را کاهش می‌دهد؟

- (۱) انجام واکنش در دمای $3^\circ C$
 (۲) افزایش فشار
 (۳) افزودن مقداری آب به ظرف واکنش
 (۴) افزودن مقداری پتاسیم یدید به ظرف واکنش
- ۸۲- با توجه به جدول زیر نسبت سرعت گاز هیدروژن در ۱۰ دقیقه دوم به سرعت واکنش در دو دقیقه چهارم با یکای مول بر لیتر بر ثانیه کدام است؟



زمان (s)	۰	۲	۶	۸	۱۰	۲۰
$[N_2] \frac{mol}{L}$	۰٫۸	۰٫۶	۰٫۴	۰٫۳۵	۰٫۳۲	۰٫۳

- (۱) ۰٫۲۴ (۲) ۰٫۱۸ (۳) ۰٫۱۲ (۴) ۰٫۰۸

۸۳- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

- در واکنش‌هایی که در آنها گرما از سامانه به محیط منتقل می‌شود، فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارتری دارند.
- با تغییر حالت فیزیکی واکنش‌دهنده یک واکنش از جامد به مایع، مقدار گرمای مبادله شده در واکنش افزایش می‌یابد.
- آنتالپی واکنش تهیه هیدروژن پراکسید از گازهای H_2 و O_2 را مانند بسیاری از واکنش‌های شیمیایی نمی‌توان به طور تجربی تعیین کرد.
- برای افزایش سرعت واکنش پتاسیم پرمنگنات با اسید آلی و سوختن الباف آهن می‌توان به ترتیب از گرم کردن محلول و افزایش غلظت گاز اکسیژن استفاده کرد.
- بنزوئیک اسید نوعی بازدارنده است که سبب کاهش سرعت واکنش‌های ناخواسته در بدن می‌شود.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- با توجه به واکنش‌های داده شده آنتالپی واکنش $B_2H_6(g) + 6H_2O(l) \rightarrow 2H_3BO_3(s) + 6H_2(g)$ چند کیلوژول است و با گرمای آزاد شده از تولید یک مول گاز H_2 به تقریب دمای چند کیلوگرم آب $25^\circ C$ را می‌توان به نقطه جوش رساند؟

$$(c_{\text{آب}} = 4,2 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1})$$



- (۱) ۰٫۲۶ ، -۴۹۳/۴ (۲) ۰٫۲۱ ، -۴۹۳/۴ (۳) ۰٫۲۱ ، -۳۷۹/۹ (۴) ۰٫۲۶ ، -۳۷۹/۹

۸۵- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

- مقایسه انرژی گرمایی ۳ نمونه از یک گاز که در دمای اتاق قرار دارند، تنها به جرم آنها بستگی دارد.
- ظرفیت گرمایی یک نمونه ماده همواره از مقدار ظرفیت گرمایی ویژه آن بیشتر است.
- گرمای آزاد شده در فرایند هابر، به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فرآورده است.
- میانگین انرژی جنبشی و دما برخلاف تغییر دما و گرما برای توصیف ویژگی یک نمونه ماده به کار می‌رود.

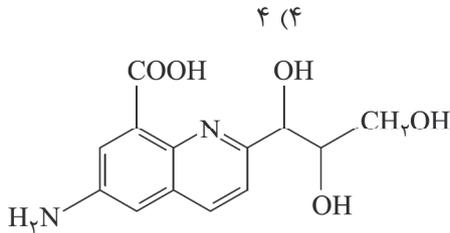
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۶- ویژگی و نام پلیمر ذکر شده در همه گزینه‌ها مطابق هستند، به جز

- (۱) پلیمری سیر شده و ماندگار که جرم مولی آن به مقدار کاتالیزگرهای واکنش بستگی دارد: پلی اتن
 (۲) پلیمری که در هر واحد سازنده آن شمار اتم‌های کربن و هیدروژن برابر است: پلی استیرن
 (۳) پلیمرهایی که به طور معمول در ساختار آنها ۴ نوع اتم متفاوت وجود دارد: پلی استر و پلی آمید
 (۴) پلیمری که در ساخت پتو مورد استفاده قرار می‌گیرد: پلی سیانواتن

۸۷- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟ ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)

- ۴۰ درصد جرمی سادهترین استر را اتم کربن تشکیل می‌دهد.
- الکل سازنده استر موجود در آناناس به هر نسبتی در آب حل می‌شود.
- پلی لاکتیک اسید را می‌توان به طور مستقیم از فرآورده‌های کشاورزی تهیه نمود.
- از واکنش یک مول پلی آمید در شرایط مناسب با آب، ۲n مول فرآورده دو عاملی حاصل می‌شود.



۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۸۸- با توجه به شکل کدام مطلب درست است؟

- (۱) می‌توان از آن به عنوان مونومر در تهیه پلی آمید استفاده کرد.
- (۲) نسبت شمار پیوندهای دو گانه به جفت الکترون‌های ناپیوندی روی اتم‌ها، به تقریب برابر ۰/۴۱ است.
- (۳) دارای گروه عاملی هیدروکسیل، کربوکسیل و آمیدی است.
- (۴) یک ترکیب آروماتیک بوده و شمار اتم‌های کربن در آن بیشتر از شمار اتم‌های هیدروژن است.

۸۹- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟ ($C = 12, N = 14, O = 16, H = 1: g.mol^{-1}$)

- از آبکافت متیل استات در مجاورت کاتالیزگر اسیدی، ساده‌ترین الکل و اسید سازنده موجود در استر انگور به دست می‌آید.
- تفاوت جرم مولی فورمیک اسید با ساده‌ترین آمین کمتر از تفاوت جرم مولی الکل و اسید سازنده اتیل اتانوات است.
- قدرت پیوند هیدروژنی در $C_6H_{13}OH$ بر نیروی وان دروالس غالب است.
- گشتاور دو قطبی فرآورده آلی واکنش ویتامین (آ) با متانوئیک اسید، تفاوت چشم‌گیری با واکنش دهنده الکی دارد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۰- عبارت بیان شده در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) سرخ‌فام بودن خاک رس به دلیل وجود اکسید عنصر فلزی است که ۴۰ درصد شمار یون‌های سازنده آن را کاتیون‌ها تشکیل می‌دهند.
- (۲) فراوان‌ترین اکسید سازنده خاک رس در حالت خالص، در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.
- (۳) اغلب موادی که دارای ساختاری به هم پیوسته و غول‌آسا متشکل از اتم‌های بسیار با پیوند اشتراکی می‌باشند، در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند.
- (۴) دو عنصر ابتدایی گروه ۱۴ جدول تناوبی، عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت هستند.

۹۱- مقایسه ذکر شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز

- (۱) آنتالیپی پیوند: پیوندهای موجود در ساختار سیلیس و یا الماس < پیوندهای موجود در ساختار سیلیسیم
- (۲) مقاومت کششی: تک‌لایه‌ای از گرافیت < فولاد
- (۳) سختی: الماس < سیلیسیم کریستال < سیلیسیم
- (۴) نسبت شمار آنیون به کاتیون: کلسیم سیلیکات < کلسیم سولفات

۹۲- کدام موارد از عبارتهای زیر نادرست هستند؟

- (آ) شمار پیوندهای اشتراکی پیرامون هر اتم کربن در الماس بیشتر از گرافیت است.
- (ب) سیلیسیم بر خلاف کربن به طور خالص در طبیعت یافت نشده و به طور عمده به شکل اکسید یافت می‌شود.
- (پ) موادی که در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند، جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند.
- (ت) در میان موادی که در حالت مایع نارسانا هستند، تنوع و شمار موادی که در حالت جامد، سخت می‌باشند کمتر است.

۱ (۱) ب و ت ۲ (۲) آ و پ ۳ (۳) پ و ت ۴ (۴) فقط آ

۹۳- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

(آ) با جایگزین کردن دو اتم کلر توسط دو اتم هیدروژن در مولکول کربن تتراکلرید، درصد جرمی کربن و نیز گشتاور دوقطبی مولکول افزایش می‌یابد.

(ب) مولکول‌های سه اتمی دارای ساختار خطی، ناقطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

(پ) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به ۴ اتم هیدروژن به گونه‌ای متصل است که نیمی از این پیوندها در تعیین رفتار شیمیایی مولکول‌ها نقش دارند.

(ت) برای توصیف ۳ ماده از میان مواد « SiO_2 ، $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ ، Cl_2 ، CHCl_3 ، LiF و C_2H_4 » می‌توان از واژه‌های فرمول مولکولی و نیروهای بین مولکولی استفاده کرد.

(۱) پ و ت (۲) آ، پ و ت (۳) آ، ب و ت (۴) همه موارد

۹۴- عبارت بیان شده در کدام گزینه درست است؟

(۱) هر ترکیب یونی را می‌توان فراورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست که در آن اتم‌ها با یکدیگر الکترون دادوستد می‌کنند.

(۲) در واکنش میان فلز سدیم و گاز کلر، حجم گاز کلر مصرفی به ازای مبادله $10^{24} \times 3 \times 9\%$ الکترون در شرایط STP برحسب لیتر، ۱۴ برابر عدد کوئوردیناسیون کاتیون در شبکه بلور ترکیب تشکیل شده است.

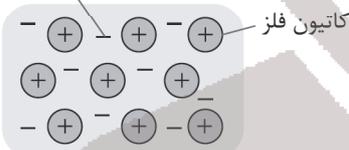
(۳) برای توصیف آرایش ذره‌های سازنده در گرافیت، سدیم کلرید جامد و یخ می‌توان از واژه شبکه بلوری استفاده کرد.

(۴) در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، شاره‌ای که سبب تولید بخار داغ می‌شود، در گستره دمایی وسیعی به حالت مایع قرار دارد.

۹۵- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

(آ) شکل زیر که برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها ارائه شده است، یک مدل سه‌بعدی است.

دریای الکترونی



(ب) درصد امواج مرئی عبوری از دوده با درصد امواج مرئی جذب شده در TiO_2 برابر است.

(پ) چکش‌خواری، رسانایی الکتریکی و فرمول ترکیب یونی حاصل از هر فلز را می‌توان به کمک مدل دریای الکترونی توجیه کرد.

(ت) نسبت شمار الکترون‌ها به کاتیون‌ها در ساختار فلز برابر با یک است.

(۱) آ و پ (۲) ب و پ (۳) آ، ب و ت (۴) آ و ب

۹۶- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

● عناصر دسته‌های s و d بر خلاف عناصر دسته p همگی فلزند.

● عدد اکسایش وانادیم در ترکیب‌های آن، با طول موجی که محلول نمک مربوطه عبور می‌دهد یا بازتاب می‌کند، رابطه مستقیم دارد.

● فلز واسطه‌ای که شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه‌های 4s و 3d آن با هم برابر است، می‌تواند در ساخت آلیاژ هوشمند نیتینول مورد استفاده قرار گیرد.

● مقاومت فولاد همانند تیتانیوم در برابر سایش عالی است اما برخلاف آن در برابر خوردگی مقاومت ضعیفی از خود نشان می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبه

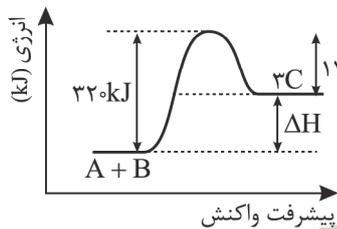
۹۷- عبارت بیان شده در همه گزینه‌های زیر درست است، به جز.....

- (۱) تفاوت در شمار و نوع اتم‌های سازنده هر گروه عاملی، اساس شناسایی آنها با استفاده از طیف‌سنجی فرسرخ است.
 (۲) با توجه به شکل زیر، نمونه ماده (۲) پرتوهای بیشتری را جذب کرده و ساختار متفاوتی با ماده (۱) دارد.



- (۳) هر کاتالیزگر تنها به شمار معدودی واکنش سرعت می‌بخشد و در حضور آن نباید واکنش‌های ناخواسته دیگری انجام شود.
 (۴) درصد کاهش آلاینده CO با استفاده از مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی بیشتر از درصد کاهش آلاینده‌های NO و C_xH_y می‌باشد.

۹۸- با توجه به نمودار زیر، چند مورد از عبارت‌های داده شده درست است؟



- واکنش مورد نظر گرماگیر بوده و از این رو فرآورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند.
- در شرایط یکسان، واکنش برگشت نسبت به واکنش رفت با سرعت بیشتری انجام می‌شود.
- در اثر استفاده از کاتالیزگر، اختلاف میان مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت کاهش می‌یابد.

● برای تولید یک مول C، ۱۵۰ kJ انرژی نیاز است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۹- اگر در واکنش موازنه نشده: $\text{CH}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow \text{CO}(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g})$ ، به ازای تولید هر لیتر گاز هیدروژن با چگالی $\frac{0.091 \text{ g}}{\text{L}}$ ، ۳/۴ کیلوژول گرما مصرف شود و در نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» آن، تفاوت سطح انرژی فرآورده با قله نمودار برابر ۳۸۴ کیلوژول باشد.

انرژی فعال‌سازی واکنش برابر چند کیلوژول است؟ ($H = 1 \text{ g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۴۵۲ (۳) ۳۱۶ (۴) ۵۸۸

۱۰۰- چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- اگر در دمای ثابت، تغییری سبب بر هم خوردن سامانه تعادلی شود، طبق اصل لوشاتلیه، تعادل تا حد امکان اثر آن را جبران می‌کند و در نتیجه، همواره غلظت مواد گازی و محلول در آب در تعادل جدید با تعادل اولیه متفاوت است.
- در تعادل گازی که تنها یک واکنش‌دهنده و دو یا چند فرآورده داشته باشد، با افزایش غلظت واکنش‌دهنده در دمای ثابت، غلظت همه مواد در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

● افزودن مقداری نمک خوراکی به تعادل $\text{K}(\text{s}) + \text{AgNO}_3(\text{aq}) \rightleftharpoons 2\text{KNO}_3(\text{aq}) + \text{Ag}(\text{s})$ ، اثری بر جابه‌جایی تعادل ندارد.

● در تعادل فرضی: $\text{X}(\text{g}) + 2\text{Y}(\text{g}) + \text{q} \rightleftharpoons \text{Z}(\text{g})$ ، در یک آزمایش اثر افزایش دما و در آزمایش دیگر اثر کاهش حجم بررسی شده است؛ در هر دو حالت سرعت‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۱- ۱۰ مول گاز N_2O_4 وارد ظرف سربسته ۲ لیتری شده و پس از مصرف نیمی از آن تعادل: $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$ برقرار می‌شود؛ اگر A گرم N_2O_4 به این تعادل در دمای ثابت اضافه کرده و مقدار غلظت NO_2 در تعادل جدید برابر ۵/۵ مول بر لیتر باشد، A برابر با

کدام است؟ ($N = 14, O = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)

- (۱) ۱۴۲/۶ (۲) ۱۰۸/۱ (۳) ۱۵۴ (۴) ۹۶/۵

محل انجام محاسبه

۱۰۲- عبارت بیان شده در کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (آ) آمونیاک و اوره دو نمونه کود شیمیایی نیتروژن دار می باشند که مورد اول در حالت مایع می تواند به طور مستقیم به خاک تزریق شود.
 (ب) نیتروژن واکنش پذیری بسیار کمی دارد و از این رو واکنش آن با گاز H_2 در دمای اتاق، در حضور کاتالیزگر یا جرقه پیش می رود.
 (پ) میزان پیشرفت واکنش نشان دهنده درصدی از واکنش دهنده ها است که به فرآورده تبدیل می شوند.
 (ت) درصد مولی آمونیاک در مخلوط تعادلی فرایند هابر با دمای سامانه رابطه مستقیم و با فشار آن رابطه معکوس دارد.
- (۱) آ و پ (۲) آ، پ و ت (۳) آ، ب و پ (۴) ب و ت

۱۰۳- چند مورد از عبارت های زیر نادرست هستند؟

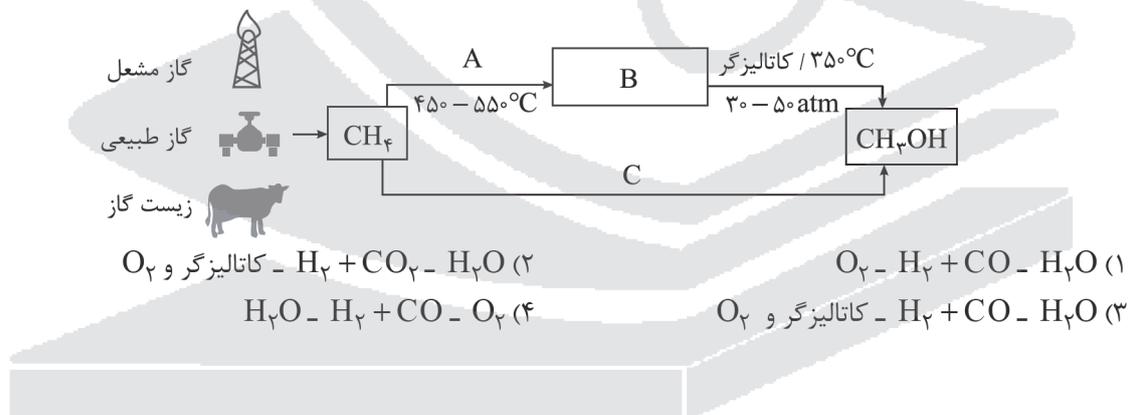
- استفاده از فلز آهن در فرایند هابر، سبب افزایش شیب نمودار «مول - زمان» فرآورده های تولیدی می شود.
- برای تولید فرآورده بیشتر در واکنش تعادلی فرضی: $A(g) + 3B(g) \rightleftharpoons 2C(g) + 310 \text{ kJ}$ ، می توان دمای سامانه و حجم ظرف را کاهش داد.
- در تعادل: $N_2O_4(g) + q \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، افزایش یا کاهش دما تأثیری بر رنگ سامانه تعادلی ندارد.
- افزودن یک گاز بی اثر در دما و حجم ثابت، اثری روی جابه جایی تعادل گازی ندارد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۴- کدام موارد از عبارت های زیر نادرست است؟

- (آ) در ساختار فرآورده های از گاز اتن که به عنوان افشانه بی حس کننده موضعی استفاده می شود، شمار پیوندهای اشتراکی از دو برابر شمار جفت الکترون های ناپیوندی یک واحد بیشتر است.
 (ب) در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، تنها عدد اکسایش ۲۵ درصد از اتم های کربن تغییر می کند.
 (پ) در خودروهای دیزلی برای حذف آلاینده های NO و NO_2 از آمونیاک به عنوان کاتالیزگر استفاده می کنند.
 (ت) واکنش میان گازهای N_2 و O_2 گرماده بوده و انرژی فعال سازی آن در دمای بالای موتور خودرو تأمین می شود.
- (۱) آ و ب (۲) پ و ت (۳) ب، پ و ت (۴) فقط پ

۱۰۵- با توجه به شکل زیر که روش های تولید متانول را نشان می دهد، A، B و C به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده است؟





مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

آزمون شماره ۱۱
۲۸ اسفند ۱۴۰۲



پاسخنامه ریاضی - فیزیک

ردیف	نام درس	سرگروه	گروه طراحی و بازنگری (به ترتیب حروف الفبا)	ویراستاران
۱	حسابان	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان	مهرداد شریف - نیما اشرف نیا	
۲	هندسه	مهرداد راشدی	علیرضا شیرازی - حسن محمد بیگی	احمد رضا بیگی - مهرداد شریف
۳	گسسته	رضا توکلی	مصطفی دیداری - سوگند روشنی	مهرداد شریف - سینا پرهیزکار
۴	فیزیک	جواد قزوینیان	محمد مهدی شریفی - علیرضا مهرداد	محمد رضا خادمی - مهرداد شریف
۵	شیمی	مسعود جعفری	محبوبه بیک محمدی - محمد حسن محمدزاده مقدم	محمد مهدی صوفیان - کارو محمدی

گروه تایپ و ویراستاری (به ترتیب حروف الفبا)
 زهرا احدی - امیرعلی الماسی - مبینا بهرامی - معین الدین تقی زاده - کبری سلیمانی - مهرداد شمسی - راضیه صالحی - انسیه مرزبان

برای اطلاع از اخبار مرکز سنجش آموزش مدارس برتر، به کانال تلگرام @taraaznet مراجعه نمایید.



$$|x^2 - 4| = x + 2 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = x + 2 \Rightarrow x = 3 \\ x^2 - 4 = -x - 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

پس $a = 1$ و $b = 3$ ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 3 = 0$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

۵. گزینه ۴ صحیح است.

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$x + x + 5 + 2\sqrt{x^2 + 5x} = 4 + 2x + 1 + 4\sqrt{2x + 1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x} = 2\sqrt{2x + 1}$$

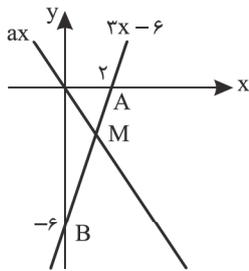
$$2 \text{ بتوان } x^2 + 5x = 4(2x + 1)$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1, 4$$

فقط $x = 4$ قابل قبول است، پس $a = 4 - \sqrt{2}$ است.

(حسابان یازدهم، صفحه ۲۲)

۶. گزینه ۲ صحیح است.



$$\begin{cases} y = 3x - 6 \\ y = ax \end{cases} \Rightarrow 3x - 6 = ax \Rightarrow x = \frac{6}{3-a}$$

$$\Rightarrow M = \left(\frac{6}{3-a}, \frac{6a}{3-a} \right)$$

$$MB = 2MA \Rightarrow MB^2 = 4MA^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{6}{3-a} \right)^2 + \left(\frac{6a}{3-a} + 6 \right)^2 = 4 \left(\left(\frac{6}{3-a} - 2 \right)^2 + \left(\frac{6a}{3-a} \right)^2 \right)$$

از دو طرف تساوی $(3-a)^2$ مخارجها را ساده می‌کنیم.

$$\Rightarrow 6^2 + 18^2 = 4((2a)^2 + (6a)^2) \Rightarrow 360 = 16a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

حالت دیگر آن است که $MA = 2MB$ باشد که نیاز به بررسی نیست.

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۷. گزینه ۲ صحیح است.

$$\log_{\sqrt{2}} x^6 + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2^2 = k \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{2}} x + \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2 = k$$

$$\Rightarrow 3 \log_{\sqrt{2}} x + 4 \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 2 = k$$

$$t = \log_{\sqrt{2}} x \Rightarrow 3t + \frac{4}{t} = k \Rightarrow 3t^2 - kt + 4 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 = \frac{k}{3} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \alpha + \log_{\sqrt{2}} \beta = \frac{k}{3}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}} \alpha \beta = \frac{k}{3} \Rightarrow \frac{k}{3} = 4 \Rightarrow k = 12$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۰)

حسابان

۱. گزینه ۱ صحیح است.

$$P = \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{3 + \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(3 + \sqrt{2})}{3 + \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2} + 1}{1}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} - 1 = -2$$

(ریاضی دهم، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

۲. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{3a - 52 - a}{2} = 2a - 11 \Rightarrow a = -15$$

دنباله: $-45, -41, \dots$

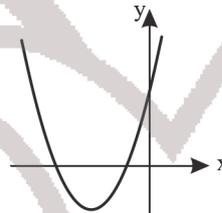
$$S_n = \frac{n}{2}(-90 + 4(n-1)) = n(2n - 47)$$

$$S_n < 0 \Rightarrow n \leq 23$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۳)

۳. گزینه ۱ صحیح است.

نمودار فرضی تابع به صورت زیر است:



باید $\Delta > 0, S < 0, P \geq 0$ باشد.

$$\Delta = (a+2)^2 - 4a(2a-1) = -7a^2 + 8a + 4$$

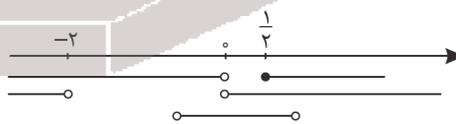
$$\Delta > 0 \Rightarrow \frac{4 - \sqrt{44}}{7} < a < \frac{4 + \sqrt{44}}{7}$$

$$2) S < 0 \Rightarrow \frac{-a-2}{a} < 0 \Rightarrow a < -2 \text{ یا } a > 0$$

$$3) P \geq 0 \Rightarrow \frac{2a-1}{a} \geq 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a \geq \frac{1}{2}$$

از اشتراک نامساوی‌های بالا به جواب $\frac{1}{2} \leq a < \frac{4 + \sqrt{44}}{7}$ می‌رسیم که

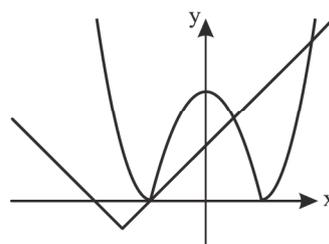
شامل یک عدد صحیح است.



(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۸ و ۱۶)

۴. گزینه ۲ صحیح است.

نمودار توابع $y = |x+3| - 1$ و $y = |x^2 - 4|$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل، باید نقاط برخورد تابع $|x^2 - 4|$ با شاخه راست تابع $|x+3| - 1$ یعنی $x+2$ را پیدا کنیم.



۱۳. گزینه ۱ صحیح است.

$$f'(x) = 4x^2 + 3ax^2 + 2bx$$

$$f''(x) = 8x + 6ax + 2b = 0$$

چون $x=1$ و $x=3$ طول نقاط عطف هستند، پس ریشه‌های ساده $f''=0$ هستند؛ یعنی:

$$\frac{2b}{12} = 3 \Rightarrow b = 18$$

$$4 = -\frac{6a}{12} \Rightarrow a = -8 \Rightarrow f(x) = x^3 - 8x^2 + 18x^2 + 4$$

$$\Rightarrow f(1) = 15$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۳۱)

۱۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$x \geq -\frac{a}{2}$$

$$f(x) = 2x^2 + ax^2$$

$$f'(x) = 4x + 2ax$$

$$x \leq -\frac{a}{2} \Rightarrow f'(x) = -4x - 2ax$$

دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$a = -6 \Rightarrow x = 3 \text{ بحرانی}$$

$$f' = 0 \Rightarrow 6x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \alpha = 2$$

حالت دوم:

$$f'(3) = 0 \Rightarrow 54 + 6a = 0 \Rightarrow a = -9$$

در این حالت $\alpha = 4/5$ طول نقطه بحرانی دیگر است، پس:

$$a = -6 \Rightarrow x = 3, x = 0, x = 2$$

$$a = -9 \Rightarrow x = 3, x = 0, x = 4/5$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۱۷)

۱۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$y' = 3x^2 - 6x - 9$$

$$y' \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

$$y'' = 6x - 6$$

$$y'' < 0 \Rightarrow x < 1$$

$$\text{جواب: } -1 < x < 1$$

هندسه

۱۶. گزینه ۴ صحیح است.

به کمک رابطه طولی در دایره می‌نویسیم:

$$AM \times MN = MC \times MD \xrightarrow{MN=AN-AM}$$

$$AM(AN - AM) = (OC - OM)(OD + OM) \xrightarrow{OC=OD=R}$$

$$AM \times AN - AM^2 = (R - OM)(R + OM)$$

$$\Rightarrow AM \times AN = R^2 - OM^2 + AM^2 \quad (1)$$

از طرف دیگر در مثل قائم‌الزاویه OAM حاصل $AM^2 - OM^2$ برابر

OA^2 یعنی R^2 است پس:

$$\xrightarrow{(1)} AM \times AN = R^2 + R^2 \Rightarrow AM \times AN = 2R^2$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۱۸)

۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\frac{2x^2}{x-m} = 2 \log_2 2 \Rightarrow x^2 - x \log_2 2 + m \log_2 2 = 0$$

روابط بین ریشه‌ها:

$$\begin{cases} a-1 = \log_2 2 \\ a(-1) = m \log_2 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \log_2 6 \\ m = -\frac{a}{\log_2 2} = -\log_2 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3^a = 6 \\ 2^m = \frac{1}{6} \Rightarrow 3^a \times 2^m = 1 \end{cases}$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۹۰)

۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x) = x(x-2)\sqrt{4x+1} \xrightarrow{\text{عامل صفرکننده}} \begin{cases} f'(0) = -2 \\ f'(2) = 6 \end{cases}$$

$$y = f(x^2 + x) - f(2x + 2)$$

$$\Rightarrow y'(x) = (2x+1)f'(x^2+x) - 2f'(2x+2)$$

$$y'(0) = f'(0) - 2f'(2) = -2 - 12 = -14$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۴)

۱۰. گزینه ۲ صحیح است.

$$f'(x) = 3 \sin^2 \frac{\pi}{\sqrt{x+8}} \cdot \cos \frac{\pi}{\sqrt{x+8}} \cdot \frac{-\pi}{2(x+8)\sqrt{x+8}}$$

$$f'(1) = 3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{-\pi}{2 \times 9 \times 3} = \frac{-\pi}{48}$$

(حسابان دوازدهم، صفحه ۹۵)

۱۱. گزینه ۴ صحیح است.

البته دقت کنید

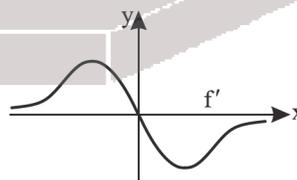
$$x > 0: f \Rightarrow f' < 0 \text{ نزولی اکید است}$$

$$x < 0: f \Rightarrow f' > 0 \text{ صعودی اکید است}$$

$$f'(0) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$$

علاوه بر آن تابع f دارای ۲ عطف است، پس f' دارای ۲ اکسترم است.



(حسابان دوازدهم، صفحه ۱۰۰)

۱۲. گزینه ۳ صحیح است.

$$D_f = (-\infty, a] \Rightarrow f(a) = 0$$

$$f'(x) = 2\sqrt{a-x} - \frac{2x}{2\sqrt{a-x}} = \frac{2a-2x}{\sqrt{a-x}}$$

$$\text{بحرانی } f' = 0 \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$$

$$f\left(\frac{2a}{3}\right) = \frac{4a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}} \Rightarrow \max f = \frac{4a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}}$$

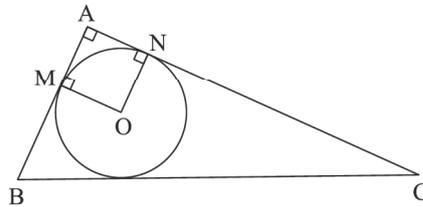
$$\frac{4a}{3} \sqrt{\frac{a}{3}} = 4 \Rightarrow a = 3$$

(حسابان دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۷)



۱۷. گزینه ۲ صحیح است.

در هر مثلث، دایره محاطی داخلی، کوچکترین شعاع و دایره محاطی خارجی نظیر ضلع بزرگتر، بزرگترین شعاع را دارد. پس در اینجا شعاع دایره محاطی داخلی مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ برابر با ۳ و شعاع دایره محاطی خارجی نظیر وتر BC برابر با ۱۰ است.



با توجه به شکل اگر دایره محاطی داخلی مثلث در نقاط M و N بر اضلاع قائمه مثلث مماس باشد آنگاه چهارضلعی $AMON$ مربع به ضلع r (شعاع دایره محاطی داخلی) است. می‌دانیم $AM = P - a$ و $r = \frac{S}{P}$ داریم: $r_a = \frac{S}{P-a}$

$AMON \Rightarrow AM = OM \Rightarrow P - a = r \xrightarrow{r=3} P - a = 3$ (۱)

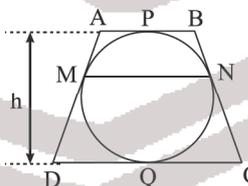
$$r = \frac{S}{P} \xrightarrow{r=3} S = 3P$$

$$r_a = \frac{S}{P-a} \xrightarrow{r_a=10} 10 = \frac{3P}{3} \Rightarrow P = 10 \xrightarrow{(1)} a = 7$$

در مثلث قائم‌الزاویه اندازه شعاع دایره محاطی برابر با نصف طول وتر است، پس $R = \frac{a}{2} = \frac{7}{2}$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۲۶ و ۳۰)

۱۸. گزینه ۴ صحیح است.



می‌دانیم دوزنقه متساوی‌الساقین محاطی است؛ وقتی محاطی می‌شود داریم:

$$(1) \quad R = \frac{AB + DC}{2}$$

$$(2) \quad h = 2R \quad (\text{ارتفاع})$$

$$MA = AP = PB = BN = \frac{AB}{2} \quad (3)$$

$$DM = DQ = QC = CN = \frac{DC}{2} \quad (4)$$

$$MN = \frac{AM \times DC + DM \times AB}{MA + DM} \quad (5)$$

$$R = 3 \xrightarrow{(1)} 36 = AB \times DC$$

$$h = 2R = 6 \Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = 39 = \frac{(AB + DC) \times 6}{2}$$

$$\Rightarrow AB + DC = 13$$

حال معادله درجه دومی می‌نویسیم که ریشه‌های آن طول قاعده‌ها و مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها به ترتیب ۱۳ و ۳۶ است.

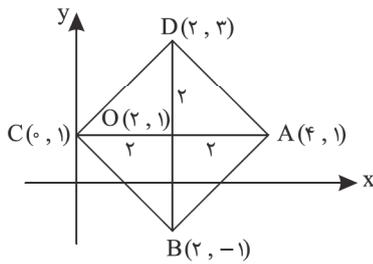
$$x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-9) = 0$$

$$\Rightarrow AB = 4, DC = 9 \xrightarrow{(3)} MA = 2, DM = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$\xrightarrow{(5)} MN = \frac{2 \times 9 + 4.5 \times 4}{2 + 4.5} = \frac{36}{6.5} = \frac{360}{65} = \frac{72}{13}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۲۹)

۱۹. گزینه ۳ صحیح است.



بازتاب نقطه C نسبت به محور y ها بر خودش منطبق است؛ پس نقطه C روی محور y ها قرار دارد. پس $C = (0, 1)$ است. بنابراین $O(2, 1)$ وسط قطر AC مرکز مربع است در نتیجه $D(2, 3)$ و $B(2, -1)$ رأس‌های دیگر این مربع هستند. بازتاب نقطه $D(2, 3)$ نسبت به محور x ها نقطه $D'(2, -3)$ است، آنگاه بنا بر مسئله هرون داریم:

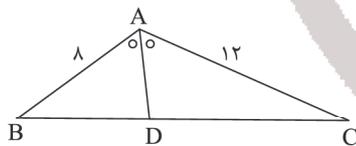
$$AM + MD \text{ کمترین مقدار } = D'A = \sqrt{(4-2)^2 + (1+3)^2}$$

$$= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۵۴)

۲۰. گزینه ۴ صحیح است.

می‌دانیم با رسم نیمساز AD داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{10-BD} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} BD = kAB = 8k \\ DC = kAC = 12k \end{cases} \quad (1)$$

همچنین طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A} \quad (2)$$

$$10^2 = 8^2 + 12^2 - 2(8)(12) \cos \hat{A} \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{304} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1)} BD + DC = BC$$

$$\Rightarrow 20k = \sqrt{304} = 4\sqrt{19} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{19}}{5}$$

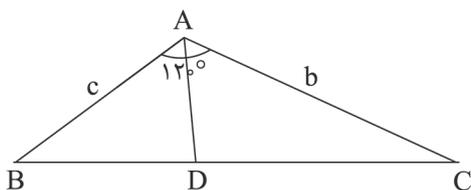
$$BD = \frac{8\sqrt{19}}{5}, CD = \frac{12\sqrt{19}}{5}$$

(هندسه یازدهم، صفحه‌های ۶۷ و ۷۰)

۲۱. گزینه ۳ صحیح است.

در صورتی که در مثلث ABC زاویه A برابر 120° باشد، آنگاه ضلع BC (مقابل به این زاویه) بزرگترین ضلع است. پس نیمساز زاویه A کوچکترین نیمساز است. اگر AD نیمساز زاویه A باشد، آنگاه با استفاده از قضیه نیمساز داریم:

$$AD = \frac{bc}{b+c} \cos \frac{\hat{A}}{2} \quad (1)$$





پس سهمی، افقی رو به راست با رأس $(\frac{m}{4}, -\frac{m^2}{4})$ و مقدار $4a = 3$ است.

$$F = (a + \alpha, \beta) = (\frac{3}{4} - \frac{m^2}{4}, \frac{m}{4})$$

بنا بر فرض، کانون F روی خط $y = x$ قرار دارد. پس:

$$\frac{m}{4} = \frac{3}{4} - \frac{m^2}{4} \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

پس کمترین مقدار برای m برابر -3 است.

(هندسه دوازدهم، صفحه ۵۴)

۲۵. گزینه ۳ صحیح است.

وجهی از این مکعب مستطیل که در ناحیه دوم دستگاه مختصات قرار دارد روی صفحه $x = -2$ قرار دارد. پس معادله این وجه به صورت زیر است:

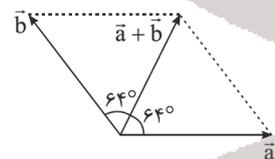
$$\begin{cases} x = -2 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ 1 \leq z \leq 3 \end{cases}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۶۸)

۲۶. گزینه ۲ صحیح است.

بنا بر فرض سؤال چون زاویه بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر 128° و زاویه بین بردارهای \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ برابر 64° است. پس زاویه بین بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و \vec{b} هم برابر 64° است. یعنی $\vec{a} + \vec{b}$ در راستای نیمساز زاویه بین \vec{a} و \vec{b} است.

می‌دانیم اگر قطر متوازی الاضلاع، نیمساز باشد آنگاه متوازی الاضلاع، لوزی است و در لوزی قطرها بر هم عمودند. بنابراین بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ که قطرهای این لوزی هستند بر هم عمودند.



(هندسه دوازدهم، صفحه ۷۴)

۲۷. گزینه ۲ صحیح است.

بنا بر فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 6 + 2 + 4m = 0 \Rightarrow m = -2 \Rightarrow \vec{b} = (2, 1, -2)$$

$$\vec{b} \parallel \vec{c} \Rightarrow \frac{2}{n} = \frac{1}{-2} = \frac{-2}{p} \Rightarrow n = -4, p = 4$$

بنابراین $\vec{c} = (-4, -2, 4)$ است. اگر \vec{c}' تصویر قائم \vec{c} روی \vec{b} باشد خواهیم داشت:

$$|\vec{c}'| = \frac{|\vec{c} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|} = \frac{|-8 - 2 - 8|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{18}{3} = 6$$

دقت کنید! با توجه به این که \vec{b} با \vec{c} موازی است، اندازه تصویر قائم بردار \vec{c} روی بردار \vec{b} برابر $|\vec{c}|$ است. بنابراین:

$$|\vec{c}'| = |\vec{c}| = \sqrt{16 + 4 + 16} = 6$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۰)

از طرف دیگر طول اضلاع b و c ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 8\sqrt{3}x + 10 = 0$ هستند. پس:

$$bc = P = \frac{10}{1} = 10, b + c = S = \frac{8\sqrt{3}}{1} = 8\sqrt{3}$$

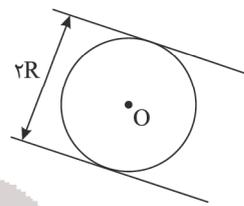
$$\xrightarrow{①} AD = \frac{2 \times 10}{8\sqrt{3}} \cos 60^\circ = \frac{2 \times 10}{8\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{12}$$

(هندسه یازدهم، صفحه ۷۶)

۲۲. گزینه ۴ صحیح است.

محل برخورد قطرهای دایره، مرکز دایره است، پس:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = 2 \Rightarrow O(1, 2)$$



خطوطی که دایره C بر آنها مماس است، موازی هم هستند زیرا شیب‌های آنها با هم برابرند. پس فاصله آن دو خط برابر با طول قطر دایره می‌باشد.

$$3x + 4y = 21 \text{ و } 3x + 4y = 1$$

$$2R = \frac{|21 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4 \Rightarrow R = 2$$

مرکز و شعاع دایره را داریم. بنابراین معادله دایره عبارت است از:

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4 \xrightarrow{\text{محل برخورد با محور } y} (y - 2)^2 = 3$$

$$\Rightarrow y - 2 = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 2 + \sqrt{3} \\ y_2 = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |y_1 - y_2| = \text{طول وتر جداشده روی محور } y \text{ ها}$$

$$= |(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})| = 2\sqrt{3}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۴۳)

۲۳. گزینه ۲ صحیح است.

بنا بر فرض سؤال $2a = 20$ و $(a = 10)$ $c = OF = 8$ است. بنابراین:

$$b^2 = a^2 - c^2 \Rightarrow b^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow b = 6$$

در ضمن همواره $MF = b$ و $NF = \frac{b^2}{a}$ است و داریم:

$$MN = MF - NF \Rightarrow MN = b - \frac{b^2}{a} = 6 - \frac{36}{10} = 2,4$$

در مثلث AMN ارتفاع برابر $AF = a - c$ و قاعده برابر MN است.

$$S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} AF \times MN = \frac{1}{2} (10 - 8) (2,4) = 2,4$$

(هندسه دوازدهم، صفحه ۸۸)

۲۴. گزینه ۳ صحیح است.

حرف a را به m تغییر می‌دهیم تا a را با پارامتر سهمی اشتباه نگیریم؛

$$\text{پس معادله سهمی به صورت } y^2 - my - 3x = \frac{m^2}{4} \text{ درمی‌آید.}$$

انکون معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$(y - \frac{m}{4})^2 - \frac{m^2}{4} = 3x + \frac{m^2}{4} \Rightarrow (y - \frac{m}{4})^2 = 3x + \frac{3}{4}m^2$$

$$\Rightarrow (y - \frac{m}{4})^2 = 3(x + \frac{m^2}{4})$$



۲۸. گزینه ۴ صحیح است.

دو طرف رابطه داده شده را در هم ضرب خارجی می‌کنیم.

$$(\overline{ma} + \overline{nb}) \times (\overline{ma} - \overline{nb}) = (-1, -2, -3) \times (2, -1, 4)$$

می‌دانیم $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ و $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ ، پس:

$$m^2 \underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} - mn\vec{a} \times \vec{b} + nm \underbrace{\vec{b} \times \vec{a}}_{-\vec{a} \times \vec{b}} - n^2 \underbrace{\vec{b} \times \vec{b}}_{\vec{0}}$$

$$= (-1, -2, -3) \times (2, -1, 4)$$

$$\Rightarrow -2mn\vec{a} \times \vec{b} = (-1, -2, -3) \times (2, -1, 4)$$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = (-11, -2, 5)$$

از دو طرف رابطه اندازه می‌گیریم، پس:

$$2 |mn| |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{121 + 4 + 25} = \sqrt{150} = 5\sqrt{6} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار \vec{a}

و \vec{b} برابر است با: $S = |\vec{a} \times \vec{b}|$

$$\frac{(1)}{S=15\sqrt{6}} \rightarrow 2 |mn| 15\sqrt{6} = 5\sqrt{6} \Rightarrow |mn| = \frac{1}{6}$$

(هندسه دوازدهم، صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

ریاضیات گسسته

۲۹. گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنید دوستان احمد، با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ مشخص شده باشند.

$A_i = \{\text{شبه‌هایی که احمد دوست شماره } i \text{ را دیده است}\}$

$$i = 1, 2, 3$$

خواست مسئله $|A_1 \cup A_2 \cup A_3|$ می‌باشد.

$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 12 + 12 + 12 - 7 - 7 - 7 + 5 = 20$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

۳۰. گزینه ۴ صحیح است.

تاس ۶ حالت ظاهر می‌شود.

۱- اگر ۱ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1\}$ ، صفر است.

۲- اگر ۲ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1, 2\}$ ، $\frac{1}{2}$ است.

۳- اگر ۳ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1, 2, 3\}$ ، $\frac{2}{3}$ است.

۴- اگر ۴ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1, 2, 3, 4\}$ ، $\frac{3}{4}$ است.

۵- اگر ۵ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، $\frac{4}{5}$ است.

۶- اگر ۶ ظاهر شود، احتمال انتخاب عدد اول از $\{1, 2, \dots, 6\}$ ، $\frac{5}{6}$ است.

پس داریم:

$$\text{احتمال انتخاب عدد اول} = \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{6} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{83}{180}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۵۴ و ۶۲)

۳۱. گزینه ۳ صحیح است.

S	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	x	2x	3x	4x	5x

$$P(S) = 1 \Rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x \Rightarrow 15x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

$$P(\{2, 4\}) = \text{احتمال برخورد با ناحیه دوم یا چهارم}$$

$$\Rightarrow P(2) + P(4) = 6x = \frac{6}{15}$$

$$P(\{1, 3, 5\}) = \text{احتمال برخورد با ناحیه اول یا سوم یا پنجم}$$

$$\Rightarrow P(1) + P(3) + P(5) = 9x = \frac{9}{15} \quad (\text{گزینه ۱ نادرست})$$

$$1 - P(2) \Rightarrow \text{احتمال عدم برخورد به ناحیه سوم}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{6}{15} = \frac{9}{15} \neq \frac{11}{15} \quad (\text{گزینه ۲ نادرست})$$

$$P(\{2, 3, 5\}) = \text{احتمال برخورد به ناحیه اول}$$

$$\Rightarrow P(2) + P(3) + P(5) = 10x = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۵۱)

۳۲. گزینه ۱ صحیح است.

با محدود شدن فضای نمونه خواهیم داشت:

تعداد جایگشت‌هایی که بین a و g و همچنین بین c و e دقیقاً یک نفر بیاید.

$$\text{حالت اول: } (a, -, g) (e, -, c) \quad \dots \dots \dots : 5! \times 4! \times 2! \times 2! = 80 \times 5!$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{matrix} a, -, g, - \\ | \quad | \\ e \quad c \end{matrix} \quad \dots \dots \dots : 2! \times 2! \times 2 \times 6! = 48 \times 5!$$

$$\Rightarrow n(S) = 128 \times 5!$$

$$n(A) = \begin{matrix} a, \frac{1}{2}, g, c \\ | \\ e \end{matrix} \quad \dots \dots \dots : 2! \times 2 \times 6! = 24 \times 5!$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{24 \times 5!}{128 \times 5!} = \frac{6}{32} = \frac{3}{16}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۳۳. گزینه ۳ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{a + 2 + 2a + 2a + 2 + 3a - 1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{8a + 4}{4} = 2a + 1$$

$$((3a - 1) - (2a + 1))^2 = 9 \Rightarrow (a - 2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 3 \rightarrow a = 5 \\ a - 2 = -3 \rightarrow a = -1 \end{cases}$$

$a = -1$ نمی‌تواند باشد چون $a - 4 < 0$ در صورتی که مربع هیچ عددی منفی نیست.

$$a = 5 \Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = 11, \text{ داده‌ها: } 8, 10, 12, 14 \\ \sigma^2 = \frac{9 + 1 + 1 + 9}{4} = 5 \end{cases}$$

$$\text{طول بازه اطمینان} = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times \sqrt{5}}{\sqrt{4}} = 2\sqrt{5}$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه ۹۴)



۴۰. گزینه ۳ صحیح است.

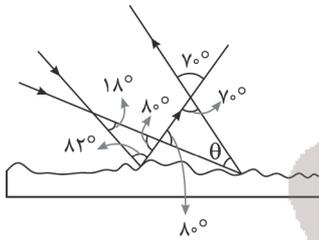
ثابت می‌کنیم هتل با جذب ۱۵ مسافر نمی‌تواند هتل برتر باشد. فرض کنید یک هتل ۱۵ مسافر (بیشترین مسافر) را جذب کرده باشد و بقیه هتل حداکثر ۱۴ مسافر را جذب کرده باشند در این صورت تعداد مسافرها حداکثر $71 = 14 \times 4 + 15$ می‌باشد که امکان ندارد. اما اگر هتل‌ها به روش زیر مسافر جذب کنند هتل با ۱۶ مسافر، هتل برتر است.

(۱۶) (۱۵) (۱۴) (۱۴) (۱۴)

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۹ و ۸۴)

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ صحیح است.

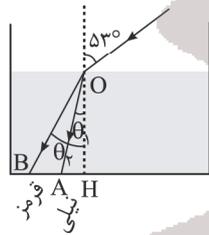


$$\theta = 180 - (70 + 80) = 30^\circ$$

$$\theta = 2\theta_r \Rightarrow \theta_r = 15^\circ$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۴۲. گزینه ۴ صحیح است.

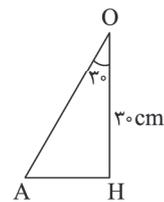


$$1 \times \sin(\Delta 53) = \frac{\Delta}{\Delta} \times \sin \theta_1 \Rightarrow 1 \times 0.8$$

$$= \frac{\Delta}{\Delta} \times \sin \theta_1 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_1 = 30^\circ$$

$$1 \times \sin \Delta 53 = \frac{\Delta}{\Delta} \times \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{1}{10} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_r = 45^\circ$$

بنابراین با توجه به زوایای به دست آمده، از روی ۲ مثلث قائم‌الزاویه که داخل ظرف ایجاد شده است، می‌توان پاسخ مسئله را به دست آورد.



$$\tan 30^\circ = \frac{AH}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AH}{3} \Rightarrow AH = 10\sqrt{3} \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}$$

۳۴. گزینه ۴ صحیح است.

خط فقر نصف میانگین جامعه است پس:

$$\bar{x} = \frac{1+7+2+a+4+5+6+5}{8} = \frac{30+a}{8}$$

$$\Rightarrow \text{خط فقر} = \frac{30+a}{16} = 2 \Rightarrow a = 2$$

میانگین برابر ۴ است. پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(1-4)^2 + (7-4)^2 + (2-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 + (5-4)^2}{8} = \frac{9+9+4+4+0+1+4+1}{8} = 4$$

(آمار و احتمال یازدهم، صفحه‌های ۹۴ و ۱۲۲)

۳۵. گزینه ۴ صحیح است.

جملات بسط به صورت $x_1 x_2 x_3 x_4$ می‌باشند و $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7$ است. اگر بخواهیم فقط دو متغیر داشته باشیم، ۲ تا از متغیرها برابر صفر است و دو متغیر دیگر نیز باید طبیعی باشد.

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{1} = 36$$

$x+y=7$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۳۶. گزینه ۴ صحیح است.

درایه b_{21} باید برابر ۱ باشد در نتیجه اگر $x = 1$ باشد، دو تا ۱۳ داریم و با توجه به درایه b_{21} ، x نمی‌تواند ۳ باشد و با توجه به b_{21} هم x نمی‌تواند ۲ باشد در نتیجه $x = 4$ است.

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۳۷. گزینه ۳ صحیح است.

۱ باید به ۱ نظیر شود (۱ حالت). عدد ۲ می‌تواند به هر کدام از اعداد ۳، ۴، ۵ و ۶ (۴ حالت) نظیر شود. عدد ۳ به ۲ نیز می‌تواند نظیر شود پس ۴ حالت دارد و برای عدد ۴ نیز ۳ حالت باقی می‌ماند. پس:

$$1 \times 4 \times 4 \times 3 = 48$$

(ریاضیات گسسته، صفحه ۷۹)

۳۸. گزینه ۳ صحیح است.

تعداد توابع پوشا از مجموعه ۶ عضوی به ۳ عضوی مطلوب سؤال است:

$$3^6 - (3 \times 2^6 - 3) = 540$$

(ریاضیات گسسته، صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸)

۳۹. گزینه ۲ صحیح است.

لانه‌ها را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\{4, 21\}, \{5, 2\}, \{6, 19\}, \{7, 18\}, \{8, 17\}$$

$$\{9, 16\}, \{10, 15\}, \{11, 14\}, \{12, 13\}$$

از هر لانه حداکثر یک عدد می‌توانیم انتخاب کنیم چون اگر بیشتر برداریم جمع همان دو عدد برابر ۲۵ می‌شود پس حداکثر ۹ عدد می‌توانیم انتخاب کنیم.

(ریاضیات گسسته، صفحه ۸۴)



۴۷. گزینه ۴ صحیح است.

در طول تار ۴ گره تشکیل شده، بنابراین تار در حال تولید سومین هماهنگ است.

$$f_n = \frac{nv}{L} \Rightarrow 600 = \frac{3 \times v}{2 \times 0.6} \Rightarrow v = 240 \frac{m}{s}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} \Rightarrow 240 = \sqrt{\frac{F \times 0.6}{15 \times 10^{-3}}} \Rightarrow F = 1440 N$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۴۸. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به روابط $E = nhf$ و $E = Pt$ داریم:

$$E = Pt = nhf = n \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow 24 \times 60 = n \times \frac{1240}{620} \times 1.6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = 4.75 \times 10^{21}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۴۹. گزینه ۳ صحیح است.

$$K_{max} = hf - W$$

$$\Rightarrow K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow 4 = \frac{hc}{0.75\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_0} = 4eV$$

$\frac{hc}{\lambda_0}$ همان W_0 است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۰. گزینه ۳ صحیح است.

$$(E = \frac{hc}{\lambda})$$

با توجه به رابطه مذکور، انرژی فوتون با طول موج رابطه عکس دارد. بنابراین نمودار $E - \lambda$ یک تابع هموگرافی است.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۵۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\text{بلندترین طول موج رشته بالمر} (n_1 = 2, n_2 = 3): \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = 720 \text{ nm}$$

$$\text{کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن} (n_1 = 3, n_2 = \infty): \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda' = 900 \text{ nm}$$

اختلاف طول موج دو فوتون گسیل شده 180 nm است.

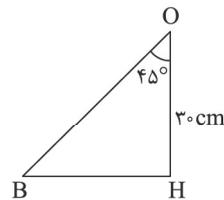
(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

۵۲. گزینه ۲ صحیح است.

برای تابش فوتون مرئی الکترون باید به تراز $n = 2$ برود و سومین حالت برانگیخته $n' = 4$ است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{16 \times 10^0}{3} \approx 523 \text{ nm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)



$$\Rightarrow BH = 30 \text{ cm}$$

$$AB = BH - AH \Rightarrow AB = 30 - 10\sqrt{3} \approx 13 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_{\text{آب}}}{v_{\text{هوا}}} \Rightarrow v_{\text{آب}} = \frac{\lambda}{v_{\text{هوا}}}$$

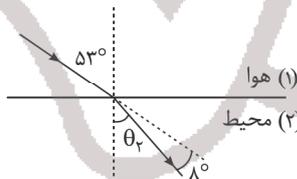
$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \lambda_{\text{آب}} = \frac{\lambda}{v_{\text{هوا}}}$$

تندی موج با ورود از هوا به آب افزایش یافته، بنابراین حتماً با یک موج مکانیکی صوتی مواجه هستیم.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴۴. گزینه ۳ صحیح است.

پرتو نور در ورود به محیط شفاف به خط عمود نزدیک می‌شود. بنابراین:



$$\theta_r = 53 - 8 = 45^\circ$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin 53}{\sin 45} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{v}{\lambda}$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 = 15 \times 10^{-6} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} \lambda_1 = 15 \times 10^{-6} \Rightarrow \lambda_1 = 12 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$f = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \times 10^8}{12 \times 10^{-5}} = 2.5 \times 10^{12} \text{ Hz} = 2.5 \text{ THz}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۴۵. گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{a_r}{a_1} = \frac{\lambda_r}{\lambda_1} = \frac{f_1}{f_r} \times \frac{v_r}{v_1} = \frac{f_1}{f_r} \times \frac{n_1}{n_r} = \frac{f_1}{f_r} \times \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

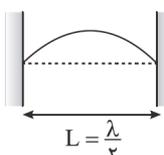
بنابراین ضخامت نوارهای تاریک و روشن 50% درصد افزایش می‌یابد.

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۴۶. گزینه ۲ صحیح است.

هنگامی که در یک تار دو انتها بسته، هماهنگ اول (اصلی) ایجاد شود،

طول طناب (L) برابر با نصف طول موج ($\frac{\lambda}{2}$) است.



$$L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2L$$

$$\lambda_1 = 2L$$

$$\lambda_2 = 2(L - 2) \Rightarrow \Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = -4 \text{ cm}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)



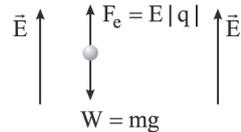
دقت کنید میدان در نقاط M و N در دو جهت مخالف است.

$$\frac{\vec{E}'}{\vec{E}} = \frac{\vec{E}_N}{\vec{E}_M} = \frac{-\frac{\Delta kq}{9d^2}}{\frac{\Delta kq}{d^2}} = -\frac{1}{9}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۵۹. گزینه ۱ صحیح است.

به علت هم‌جهت بودن \vec{F}_c و \vec{F}_e ، بار ذره مثبت است، بنابراین ذره الکترون از دست داده است.



$$F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F_c = W \Rightarrow E|q| = mg \xrightarrow{E = \frac{\Delta V}{d}} \frac{\Delta V|q|}{d} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{(15 - (-5))|q|}{16 \times 10^{-2}} = 20 \times 10^{-6} \times 10 \Rightarrow |q| = 16 \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$\rightarrow q = \pm ne \rightarrow 16 \times 10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 10 \times 10^{12} = 10^{13}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۶)

۶۰. گزینه ۳ صحیح است.

برای یک خازن جدا از مولد، بار الکتریکی ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} C = k\epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C_2 = \delta C_1 \Rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_1}{\delta C_1} = \frac{1}{\delta} \\ d_2 = \frac{2}{10} d_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_2 = \frac{1}{5} U_1$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{Cd} = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$$

با توجه به رابطه $E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$ چون بار ثابت است، بزرگی میدان

الکتریکی بین صفحات تابع فاصله صفحات نیست و ثابت می‌ماند.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۱. گزینه ۴ صحیح است.

$$\Delta K = W_E = -\Delta U \Rightarrow \frac{1}{2} m(v^2 - v_1^2) = -\Delta U$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times (10^2 - 0) \Rightarrow \Delta U = -10^{-3} \text{ J}$$

$$\Rightarrow q(V_B - V_A) = -10^{-3} \Rightarrow -5 \times 10^{-6} \times (V_B - V_A) = -10^{-3}$$

$$V_B - (-10) = 200 \Rightarrow V_B = 190 \text{ V}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۶۲. گزینه ۲ صحیح است.

طول میانه وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین برابر نصف وتر است. بنابراین هر سه بار q_1 ، q_2 و q_3 در فاصله یکسان r از نقطه P قرار دارند. اگر میدان حاصل از بار $1n\text{C}$ در فاصله r را E بنامیم، در نقطه P میدان به صورت زیر است:

۵۳. گزینه ۴ صحیح است.

$$r_n = n^2 a \Rightarrow 4/5 = n_1^2 \times 0/5 \Rightarrow n_1 = 2, 2 = n_2^2 \times 0/5 \Rightarrow n_2 = 2$$

الکترون از تراز $n_1 = 3$ به تراز $n_2 = 2$ گذار کرده است.

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow E_3 = \frac{-E_R}{9} = -1/51 \text{ eV}, E_2 = -\frac{E_R}{4} = -3/4 \text{ eV}$$

فوتونی به انرژی $1/89 \text{ eV}$ گسیل شده است $\Rightarrow hf = E_3 - E_2 = 1/89 \text{ eV}$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۲۹)

۵۴. گزینه ۴ صحیح است.

از روابط $E = nhf$ و $E = mc^2$ داریم:

$$m = \lambda \rho g = 8 \times 10^{-15} \text{ kg}$$

$$E = mc^2 = 8 \times 10^{-15} \times 9 \times 10^{16} = 72 \text{ J}$$

$$E = \frac{nhc}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{720 \times 2 \times 10^{-15}}{4 \times 10^{-15} \times 3 \times 10^8 \times 1/6 \times 10^{-19}}$$

$$n = \frac{144 \times 10^{-14}}{12 \times 1/6 \times 10^{-26}} = 7/5 \times 10^{12}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۱۷، ۱۱۹ و ۱۴۱)

۵۵. گزینه ۱ صحیح است.

اگر نقاطی بر روی یک خط عمود بر خط $Z = N$ قرار داشته باشند، عدد جرمی این نقاط با هم برابر هستند. زیرا معادله خط عمود بر

$$(Z + N) = (K) \quad \begin{matrix} \downarrow \\ \text{جرم اتمی} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ \text{یک عدد ثابت} \end{matrix}$$

بنابراین در این تست، عدد جرمی عنصر A و B یکسان است. بنابراین داریم:

$$A_B = A_A = 30$$

$$Z_A + N_A = A_A = 10 + N_A = 30 \Rightarrow N_A = 20$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه ۱۴۰)

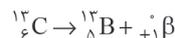
۵۶. گزینه ۲ صحیح است.

$$\begin{cases} n = \frac{\Delta t}{T_{1/2}} = \frac{t}{T_{1/2}} = 3 \\ \frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{8} \Rightarrow N = \frac{1}{8} N_0 \Rightarrow \frac{N_0 - N}{N} = \frac{N_0 - \frac{1}{8} N_0}{\frac{1}{8} N_0} = 7 \end{cases}$$

(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۵۷. گزینه ۳ صحیح است.

چون تعداد پروتون‌ها یکی کم و تعداد نوترون‌ها یکی زیاد شده، واپاشی β^+ است.

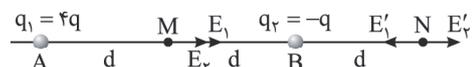


(فیزیک دوازدهم، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۵۸. گزینه ۱ صحیح است.

$$\vec{E} = \vec{E}_M = \frac{k(4q)}{d^2} + \frac{kq}{d^2} = \frac{5kq}{d^2}$$

$$\vec{E}' = \vec{E}_N = \frac{k(4q)}{9d^2} - \frac{kq}{d^2} = -\frac{5}{9} \frac{kq}{d^2}$$





پایه دوازدهم . آزمون ۱۱ . پاسفنامه ریاضی فیزیک

۶۵. گزینه ۲ صحیح است.

در مدار شکل (الف)، از مقاومت R جریان کل عبور می کند.

$$\text{مدار (الف)}: \begin{cases} R_{eq} = 2R \\ I_{eq} = \frac{\varepsilon}{2R+r} \Rightarrow P_R = RI^2 = RI_{eq}^2 = R\left(\frac{\varepsilon}{2R+r}\right)^2 \end{cases}$$

در مدار شکل (ب)، از هر کدام از مقاومت های R، جریان معادل نصف جریان کل عبور می کند.

$$\text{مدار (ب)}: \begin{cases} R_{eq} = \frac{R}{2} \\ I_{eq} = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r} \Rightarrow P'_R = R\left(\frac{I_{eq}}{2}\right)^2 = R\left(\frac{\varepsilon}{2\left(\frac{R}{2}+r\right)}\right)^2 \end{cases}$$

$$\frac{P_R}{P'_R} = 0.64 \Rightarrow \frac{R\varepsilon^2}{(2R+r)^2} = 0.64 \Rightarrow \frac{R\varepsilon^2}{(R+2r)^2} = 0.64$$

$$\Rightarrow \frac{R+2r}{2R+r} = 0.8 \Rightarrow R+2r = 1.6R + 0.8r \Rightarrow R = 2r$$

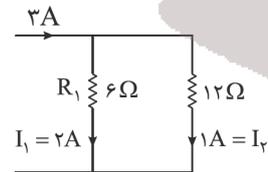
(فیزیک یازدهم، صفحه های ۶۵ تا ۷۷)

۶۶. گزینه ۴ صحیح است.

در حالت اولیه، آمپرسنج جریان کل و ولتسنج، ولتاژ دو سر مقاومت ۶ و ۱۲ اهمی را نشان می دهند.

$$I_t = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} = \frac{3}{9/5+0.5} = 3A \leftarrow \text{عدد آمپرسنج}$$

$$R_{eq} = \frac{6 \times 12}{6+12} + 1 + 3 + 1.5 = 9.5 \Omega$$



$$\left\{ \begin{array}{l} I_1 = 2A \\ I_2 = 1A \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{6} \\ I_1 + I_2 = 3 \end{array} \right. \leftarrow \text{ولتسنج مقدار زیر را نشان می دهد:}$$

$$V = R_1 I_1$$

$$V = 6 \times 2 = 12V$$

در حالت دوم چون ولتسنج ایده آل در شاخه اصلی قرار می گیرد جریان کل مدار صفر خواهد شد. (ولتسنج ایده آل دارای مقاومت بی نهایت است و مانند کلید باز عمل می کند)

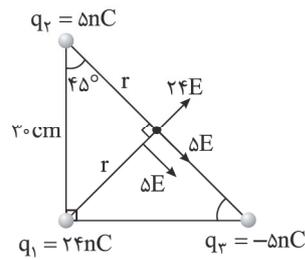
$$\Rightarrow I_t = 0 \Rightarrow \text{آمپرسنج عدد صفر را نشان می دهد}$$

با توجه به اینکه جریان مدار صفر شده است، ولتسنج نیروی محرکه مولد یعنی ۳ ولت را نشان می دهد.

$$|\Delta I| = |0 - 3| = 3A$$

$$\Delta V = 30 - 12 = 18V$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۶۵ تا ۷۷)



بنابر فیثاغورس:

$$r^2 + r^2 = 3^2 \Rightarrow r = 1.5\sqrt{2} \text{ cm}$$

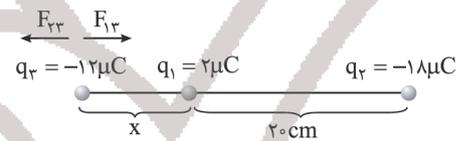
$$E = k \frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-9}}{(1.5\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^2 \frac{N}{C}$$

$$E_P \text{ در نقطه } P = \sqrt{(2E)^2 + (1E)^2} = 2E\sqrt{1^2 + 0.5^2} = 2E = 520 \frac{N}{C}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۱۰ تا ۱۶)

۶۳. گزینه ۲ صحیح است.

در صورتی به بار q_3 نیرویی وارد نمی شود که این بار روی خط واصل دو بار q_1 و q_2 و خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک تر یعنی q_1 قرار بگیرد.



مرحله اول: یافتن x

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow k \frac{|q_2 q_3|}{x^2} = k \frac{|q_1 q_3|}{(x+2)^2} \Rightarrow \frac{x+2}{x} = 3 \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

مرحله دوم: محاسبه نیروی وارد بر q_2 :

$$q_2 = -12 \mu C, q_1 = 2 \mu C, q_3 = -18 \mu C$$

$$F_{23} \leftarrow F_{12}$$

$$F_{23} = F_{12} - F_{23} = k \frac{|q_2 q_3|}{r_{23}^2} - k \frac{|q_1 q_2|}{r_{12}^2}$$

$$= \frac{9 \times 12 \times 18}{900} - \frac{9 \times 2 \times 18}{400} = 21.6 - 4.05 = 17.55 N$$

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۵ تا ۱۶)

۶۴. گزینه ۲ صحیح است.

طبق رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت الکتریکی یک سیم (با سطح مقطع

ثابت) با طول سیم رابطه مستقیم دارد، بنابراین پس از برش، دو سیم به مقاومت های $R_1 = 4 \Omega$ و $R_2 = 8 \Omega$ در اختیار داریم.

نکته: اگر یک سیم را طوری بکشیم که طول آن n برابر شود، مقاومت الکتریکی آن n^2 برابر می شود، زیرا حجم سیم ثابت است.

$$R = \rho \frac{L \rightarrow xn}{A \rightarrow \frac{1}{n} A} \Rightarrow R_2 = n^2 R_1$$

$$R'_1 = n^2 R_1 = (3)^2 \times 4 = 36 \Omega \quad \text{مقاومت سیم } L_1 \text{ پس از کشیدن:}$$

$$R'_2 = n^2 R_2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 8 = 18 \Omega \quad \text{مقاومت سیم } L_2 \text{ پس از کشیدن:}$$

اختلاف مقاومت دو سیم برابر 18Ω می شود.

(فیزیک یازدهم، صفحه های ۵۱ و ۵۲)

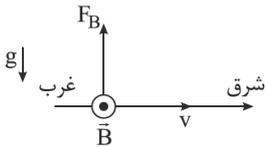


۷۱. گزینه ۱ صحیح است.

ذره در صورتی بدون انحراف به حرکت خود ادامه می‌دهد که نیروی وزن توسط نیروی مغناطیسی خنثی شود، بنابراین نیروی مغناطیسی باید هم‌اندازه نیروی وزن ذره و به سمت بالا باشد.

$$F_B = mg \Rightarrow |q|VB = mg \Rightarrow B = \frac{mg}{|q|V} = \frac{1.8 \times 10^{-2} \times 10}{6 \times 10^{-3} \times 20 \times 10^3}$$

$$\frac{1.8 \times 10^{-2}}{12 \times 10} = 1.5 \times 10^{-3} T = 15 G$$

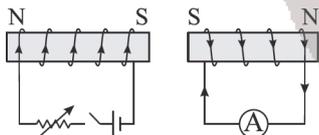


جهت میدان: بنا بر قاعده دست چپ نیروی وارد بر بار منفی متحرک از طرف میدان مغناطیسی باید به سمت بالا باشد و جهت میدان مغناطیسی به سمت جنوب (برونسو) باشد.

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)

۷۲. گزینه ۴ صحیح است.

چون سرهای هم‌نام دو سیمولوله‌ای که آهن‌ریا شده‌اند کنار هم قرار دارند، پس یا جریان در حال افزایش است و یا سیمولوله‌ها در حال نزدیک شدن به هم هستند. بنابراین فقط گزینه ۴ درست است.



(فیزیک یازدهم، صفحه ۱۱۷)

۷۳. گزینه ۴ صحیح است.

با توجه به اینکه فقط میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، داریم:

$$\varepsilon_{aV} = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$= \left| 400 \times 75 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{0.15 - (-0.25)}{2 \times 10^{-3}} \right| = 600 \text{ ولت}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۷۴. گزینه ۱ صحیح است.

$$|\varepsilon_{aV}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -NA \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|$$

$$\Rightarrow |\varepsilon_{aV}| = \left| -1 \times 20 \times 10^{-4} \times 1 \times \frac{(4 - (-2))}{6} \right| = 2 \times 10^{-3} V$$

$$\Rightarrow I_{aV} = \frac{\varepsilon_{aV}}{R} = \frac{2 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}} = 4 \times 10^{-2} A = 40 \text{ mA}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۶)

۷۵. گزینه ۳ صحیح است.

در حالت اول زاویه میدان مغناطیسی با نیم‌خط عمود بر سطح 60° درجه است.

$$\Phi_1 = AB \cos \theta = AB \cos 60^\circ = \frac{AB}{2}$$

در حالت دوم زاویه میدان مغناطیسی با نیم‌خط عمود بر سطح صفر درجه است.

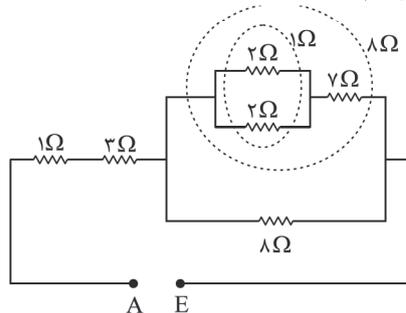
$$\Phi_2 = AB \cos(0) = AB$$

پس شار مغناطیسی ۲ برابر شده یا 100% درصد افزایش یافته است.

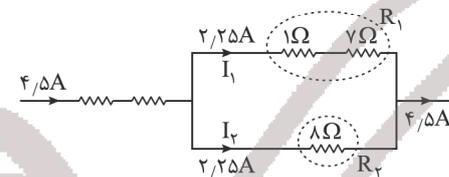
(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۶۷. گزینه ۴ صحیح است.

مدار را به صورت ساده‌تر رسم می‌کنیم و سپس جریان کل را محاسبه و به جریان ۱۷ اهمی می‌رسیم.



$$R_{eq} = 1 + 3 + \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{7}} = 8 \Omega \Rightarrow I_{eq} = \frac{V_t}{R_{eq}} = \frac{36}{8} = 4.5 A$$



$$R_2 = 8 \Omega$$

$$R_1 = 1 + 7 = 8 \Omega$$

$$\begin{cases} \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \\ I_1 + I_2 = 4.5 A \end{cases} \Rightarrow I_1 = I_2 = 2.25 A$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۷)

۶۸. گزینه ۴ صحیح است.

برای آنکه توان خروجی مولد بیشینه شود، باید مقاومت معادل مدار با مقاومت درونی باتری برابر باشد ($R_{eq} = r$). در نتیجه در این تست، R_{eq} باید 25Ω شود که با بسته شدن هر سه کلید این اتفاق خواهد افتاد. زیرا با بسته شدن کلید K_3 ، مقاومت ۴ اهمی اتصال کوتاه می‌شود و دو مقاومت 5Ω اهمی به صورت موازی قرار گرفته و مقاومت معادلشان برابر 2.5Ω خواهد شد.

$$R_{eq} = \frac{5}{2} = 2.5 \Omega$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۶۹. گزینه ۲ صحیح است.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow (752 - 1112) = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -200^\circ C = -200^\circ K$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_1(1 + \alpha \Delta \theta)}$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{920} = \frac{1}{1 + 4 \times 10^{-4}(-200)} \Rightarrow \frac{P_2}{920} = \frac{1}{1 - 0.08}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{920}{0.92} = 1000 \text{ W}$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۵۳ و ۶۷)

۷۰. گزینه ۴ صحیح است.

میدان مغناطیسی حاصل از هر دو سیم حامل جریان در محل بار q درون سو است. در نتیجه میدان برآیند در محل بار q درون سو است. بنابراین از آنجایی که \vec{V} و \vec{B} خلاف جهت هستند، هیچ نیرویی به ذره وارد نمی‌شود.

$$F = |q|VB \sin \theta \quad \theta = 180^\circ \rightarrow F = 0$$

(فیزیک یازدهم، صفحه‌های ۸۹ و ۹۰)



۸۷. گزینه ۱ صحیح است.

تنها عبارت سوم نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

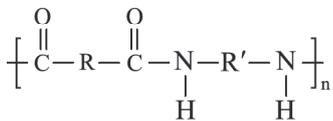
عبارت اول: ساده‌ترین استر، متیل متانوات با فرمول مولکولی $C_4H_8O_4$ است که درصد جرمی کربن در آن برابر است با:

$$\%40 = \frac{2 \times 12}{60} \times 100 = \frac{2 \times 12}{60} \times 100 = \text{درصد جرمی کربن}$$

عبارت دوم: استر موجود در آناناس اتیل بوتانوات است که الکل سازنده آن (اتانول) به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

عبارت سوم: ابتدا نشاسته موجود در فراورده‌های کشاورزی را به لاکتیک اسید تبدیل کرده و پس از پلیمری شدن آن، پلی‌لاکتیک اسید را تولید می‌کنند.

عبارت چهارم: معادله واکنش پلی‌آمید با آب به صورت زیر است:



(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۸۸. گزینه ۱ صحیح است.

به دلیل برخورداری از گروه کربوکسیل و آمینی می‌توان از آن در تهیه پلی‌آمیدها استفاده کرد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۲) ۶ پیوند دوگانه و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار وجود دارد. نسبت خواسته شده برابر ۰/۵ است.

(۳) در این ساختار گروه عاملی آمیدی وجود ندارد.

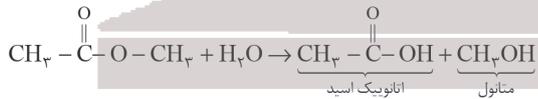
(۴) شماره اتم‌های کربن و هیدروژن در ساختار آن به ترتیب برابر ۱۳ و ۱۴ است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۹)

۸۹. گزینه ۴ صحیح است.

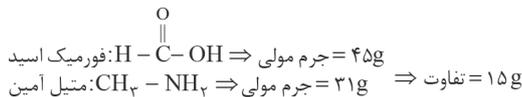
بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: آبکافت متیل استات به صورت زیر است:

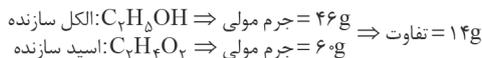


اسید سازنده انگور هپتانویک اسید است.

عبارت دوم: ساده‌ترین آمین همان متیل آمین است:



الکل و اسید سازنده اتیل اتانوات:



عبارت سوم: در الکل‌های با بیش از ۵ اتم کربن، نیروی وان‌دروالس بر پیوند هیدروژنی غلبه دارد.

عبارت چهارم: ویتامین (آ) یک الکل ناقطبی بوده و در واکنش با فورمیک اسید به یک استر ناقطبی تبدیل می‌شود. پس قطبیت آن با ویتامین (آ) تفاوت چندانی ندارد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۴)

عبارت دوم: باید گرماده و یا گرماگیر بودن واکنش مشخص باشد.

عبارت سوم: درست

عبارت چهارم: دما و غلظت دو عامل مؤثر در افزایش سرعت واکنش‌های شیمیایی به شمار می‌روند.

عبارت پنجم: بنزوئیک اسید نوعی نگهدارنده است که سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد ماده غذایی می‌شود را کاهش می‌دهد.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۹، ۶۲، ۷۲، ۷۴، ۸۱، ۸۲ و ۸۹)

۸۴. گزینه ۱ صحیح است.

واکنش اول: قرینه و در ۶ ضرب می‌شود.

واکنش دوم: بدون تغییر

واکنش سوم: در ۲ ضرب می‌شود.

ΔH واکنش مورد نظر برابر است با:

$$\Delta H = -6\Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3$$

$$\Rightarrow -6(-184/6) + (-1374) + 2(-113/5) = -493/5 kJ$$

قسمت دوم مسأله:

$$1 \text{ mol } H_2 \times \frac{493/5 kJ}{6 \text{ mol } H_2} \approx 82/23 kJ$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 82/23 \times 10^3 = m \times 4/2 \times (100 - 25)$$

$$\Rightarrow m \approx 260 \text{ g} \approx 0/26 \text{ kg}$$

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۵)

۸۵. گزینه ۳ صحیح است.

تنها مورد دوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: انرژی گرمایی یک نمونه ماده به دما و جرم آن بستگی دارد.

مورد دوم: با توجه به رابطه $C = mc$ که ظرفیت گرمایی یک نمونه ماده برابر است با حاصل ضرب جرم ماده در ظرفیت گرمایی ویژه آن، با توجه به مقدار جرم ماده، ظرفیت گرمایی می‌تواند کوچک‌تر، بزرگ‌تر و یا برابر ظرفیت گرمایی ویژه باشد.

مورد سوم: گرمای مبادله شده در هر واکنش شیمیایی به طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۵۵ تا ۶۱)

۸۶. گزینه ۳ صحیح است.

به طور معمول در ساختار پلی‌استرها ۳ نوع اتم C، O و H و در ساختار پلی‌آمیدها ۴ نوع اتم C، H، N و O وجود دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) درست

(۲) فرمول مولکولی واحد سازنده پلی‌استیرن به صورت $[C_8H_8]_n$ است.

(۴) درست

(شیمی یازدهم، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۱۳ تا ۱۱۵، ۱۱۸ و ۱۲۱)



ب) در مولکول‌های سه‌اتمی خطی، اگر اتم‌های پیرامون اتم مرکزی یکسان باشند، مولکول ناقطبی است.

پ) در ساختار یخ هر اتم اکسیژن به دو اتم هیدروژن با پیوند اشتراکی و به دو اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر با پیوندهای هیدروژنی متصل است. افزون بر این می‌دانیم رفتار شیمیایی مولکول‌های ماده به طور عمده به پیوندهای اشتراکی و جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در آن وابسته است.

ت) در میان مواد داده شده، SiO_2 جامد کووالانسی، $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$ و LiF ترکیب یونی و CHCl_3 ، Cl_2 و C_6H_6 مواد مولکولی هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

۹۴. گزینه ۴ صحیح است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فرآورده واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

۲) در این واکنش: $2\text{NaCl(s)} + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NaCl(s)}$ ، میان هر اتم سدیم و هر اتم کلر یک الکترون مبادله می‌شود.

$$? \text{LCl}_2 = 9.03 \times 10^{23} \text{e}^- \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} \text{e}^-} \times \frac{1 \text{ mole Cl}_2}{2 \text{ mole}} \times \frac{2 \times 35.5 \text{ LCl}_2}{1 \text{ mole Cl}_2}$$

$$= 168 \text{ LCl}_2$$

عدد کوئوردیناسیون کاتیون در شبکه بلور NaCl برابر ۶ بوده و نسبت خواسته شده برابر $28 = \left(\frac{168}{6}\right)$ است.

۳) برای توصیف آرایش سه‌بعدی و منظم اتم‌ها، مولکول و یون‌ها در حالت جامد از واژه شبکه بلوری استفاده می‌شود. در حالی که گرافیت یک جامد کووالانسی با ساختار دوبعدی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

۹۵. گزینه ۴ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) شکل داده شده مربوط به مدل دریای الکترونی است.

(ب) دوده (رنگ‌دانه سیاه) همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند، اما TiO_2 (رنگ‌دانه سفید) همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند.

(پ) مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها ارائه شده است در حالی که بار کاتیون در ترکیب یونی آن، یک ویژگی شیمیایی است.

(ت) اگر فلز M یون M^{n+} تولید کند، در شبکه بلور آن به ازای هر کاتیون، n الکترون وجود دارد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۹۶. گزینه ۲ صحیح است.

مورد اول و دوم نادرست هستند.

بررسی موارد:

مورد اول: تنها عناصر دسته d همگی فلزند.

مورد دوم: وانادیم در نمک‌های خود دارای اعداد اکسایش +۳، +۴، +۵ و +۲ است که به ترتیب دارای رنگ‌های زرد، آبی، سبز و بنفش هستند؛ همانطور که مشخص است میان رنگ محلول و عدد اکسایش وانادیم در آن رابطه معینی وجود ندارد.

۹۰. گزینه ۳ صحیح است.

ماده کووالانسی ماده‌ای است که دارای ساختاری به هم پیوسته از اتم‌های بسیار با پیوندهای اشتراکی است. از آنجا که همه این مواد در دما و فشار اتاق به حالت جامد هستند، آنها را جامد کووالانسی می‌نامیم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) دلیل سرخ‌فام بودن خاک رس حضور Fe_2O_3 است که $40\% = \left(\frac{1}{5} \times 100\right)$ شمار یون‌های سازنده آن متعلق به کاتیون‌ها است.

۲) SiO_2 خالص در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

۴) عنصرهای اصلی سازنده جامدهای کووالانسی در طبیعت، کربن و سیلیسیم هستند.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۹۱. گزینه ۴ صحیح است.

فرمول ترکیب‌های یونی کلسیم سیلیکات و کلسیم سولفات به ترتیب به صورت Ca_2SiO_4 و CaSO_4 است و نسبت شمار آنیون به کاتیون در آنها به ترتیب برابر $\frac{1}{2}$ و ۱ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) آنتالپی پیوند (C - C) در الماس و (Si - O) در سیلیس بیشتر از آنتالپی پیوند (Si - Si) در سیلیسیم است.

۲) مقاومت کششی گرافن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.

۳) درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۲، ۸۹ و ۹۰)

۹۲. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) در هر دو ماده شمار پیوندهای اشتراکی پیرامون هر اتم کربن برابر ۴ است.

(ب) کربن در طبیعت به شکل گرافیت و الماس یافت می‌شود اما سیلیسیم در طبیعت به طور عمده به شکل SiO_2 وجود دارد.

(پ) ترکیب‌هایی (نه موادی!) که در دما و فشار اتاق به حالت مایع هستند، جزو مواد مولکولی به شمار می‌روند.

(ت) مواد مولکولی و کووالانسی در حالت مایع نارسانا هستند و می‌دانیم مواد کووالانسی در حالت جامد سخت می‌باشند؛ میان این دو دسته ماده تنوع و شمار مواد مولکولی بیشتر از کووالانسی است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۷۱، ۷۲، ۸۹ و ۹۰)

۹۳. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

(آ) مولکول CCl_4 ناقطبی و مولکول CH_2Cl_2 قطبی است؛ همچنین از آنجا که جرم مولی CH_2Cl_2 از CCl_4 کمتر است، بنابراین درصد جرمی اتم کربن در آن بیشتر است.



عبارت دوم: با افزایش غلظت واکنش دهنده، طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت تولید فراورده‌ها جابه‌جا می‌شود و از این رو غلظت تمامی مواد در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه است.

عبارت سوم: یون‌های Cl^- موجود در $NaCl$ با یون‌های Ag^+ واکنش داده و رسوب $AgCl$ تولید می‌شود. با توجه به کاهش غلظت یون‌های Ag^+ و طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود.

عبارت چهارم: با کاهش حجم ظرف، طبق رابطه $\frac{\text{شمار مول}}{\text{حجم}} = \text{غلظت}$ ، غلظت همه گونه‌ها در تعادل جدید بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود؛ افزایش غلظت واکنش دهنده‌ها و افزایش دما سبب افزایش سرعت واکنش می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۱۰۱. گزینه ۱ صحیح است.

جدول تغییرات مول مواد از ابتدا تا برقراری تعادل به صورت زیر است:

	N_2O_4	\rightleftharpoons	$2NO_2(g)$
مقدار اولیه	۱۰		۰
تغییرات مول	-x		+2x
مول تعادلی اولیه	$10-x$		+2x
	۵		۱۰
	$+\frac{A}{92}$		
تغییرات مول	-y		+2y
مول تعادلی نهایی	$5+\frac{A}{92}-y$		$10+2y$

با توجه به اطلاعات سؤال مقدار x برابر ۵ مول است. با اضافه کردن A گرم N_2O_4 ($\frac{A}{92}$ mol)، طبق اصل لوشاتلیه تعادل در جهت مصرف آن یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

$$\text{غلظت } NO_2 \text{ در تعادل نهایی} = \frac{\text{مول}}{V} = \frac{10+2y}{2} = 5,5$$

$$\Rightarrow 10+2y=11 \Rightarrow y=0,5 \text{ mol}$$

با توجه به ثابت بودن دما، مقدار عددی K در تعادل اولیه و در تعادل نهایی برابر است:

$$\frac{[NO_2]^2}{[N_2O_4]} = K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{(\frac{11}{2})^2}{(\frac{5}{2})} = \frac{(\frac{11}{2})^2}{(\frac{4,5+A}{92})} \Rightarrow A=142,6g$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵)

۱۰۲. گزینه ۱ صحیح است.

عبارت‌های (آ) و (پ) درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) در دمای اتاق، واکنش میان گازهای N_2 و H_2 حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه نیز پیش نمی‌رود.

(ت) با افزایش دما و فشار سامانه درصد مولی آمونیاک در مخلوط تعادلی فرایند هابر به ترتیب کاهش و افزایش می‌یابد.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۸، ۱۰۹ و ۱۰۹)

مورد سوم: فلز ذکر شده تیتانیم با آرایش الکترونی: $Ti = [Ar]3d^24s^2$ است که در ساخت آلیاژ نیتینول (آلیاژی از نیکل و تیتانیم) به کار می‌رود.
مورد چهارم: درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۸۵ تا ۸۹)

۹۷. گزینه ۴ صحیح است.

مقایسه درصد کاهش میزان آلاینده‌ها در حضور مبدل کاتالیستی به صورت: $NO > C_xH_y > CO$ است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۵، ۹۶ و ۱۰۱)

۹۸. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد دوم درست است.

بررسی موارد:

مورد اول: فراورده‌ها نسبت به واکنش دهنده‌ها سطح انرژی بیشتری داشته و از این رو ناپایدارترند.

مورد دوم: واکنش برگشت نسبت به واکنش رفت، انرژی فعال‌سازی کمتر و سرعت بیشتری دارد.

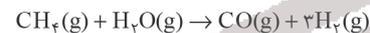
مورد سوم: اختلاف میان انرژی فعال‌سازی واکنش‌های رفت و برگشت برابر ΔH واکنش است که در صورت استفاده از کاتالیزگر تغییری نمی‌کند.

مورد چهارم: با توجه به نمودار، مقدار ΔH واکنش برابر 150 kJ است که مربوط به تولید ۳ مول ماده C می‌باشد؛ از این رو برای تولید یک مول ماده C، 50 kJ انرژی نیاز است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۹۹. گزینه ۴ صحیح است.

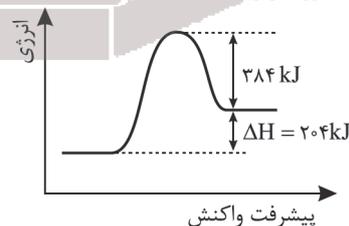
معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



ابتدا با توجه به اطلاعات سؤال مقدار ΔH واکنش که همان میزان گرمای مصرفی به ازای تولید ۳ مول H_2 است را به دست می‌آوریم:

$$\Delta H(kJ) = 3 \text{ mol } H_2 \times \frac{2g H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{1L H_2}{2g H_2} \times \frac{3/4 kJ}{1L H_2} = 20,4 kJ$$

واکنش مورد نظر گرماگیر بوده و با توجه به اطلاعات سؤال، نمودار «انرژی - پیشرفت واکنش» به صورت زیر است:



$$\Rightarrow E_a = 20,4 + 384 = 588 kJ$$

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۹۶ تا ۹۸)

۱۰۰. گزینه ۲ صحیح است.

عبارت‌های اول و سوم نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در تعادل‌هایی که عبارت ثابت تعادل تنها شامل غلظت یک ماده است، پس از اعمال تغییر در دمای ثابت، تعادل به طور کامل با تغییر وارد شده مقابله کرده و غلظت ماده مورد نظر در تعادل جدید با تعادل اولیه یکسان است.



۱۰۳. گزینه ۱ صحیح است.

تنها مورد سوم نادرست است.

بررسی موارد:

مورد اول: فلز آهن در این فرایند نقش کاتالیزگر را داشته که سبب

افزایش سرعت (شیب نمودار مول - زمان فرآورده‌ها) می‌شود.

مورد دوم: واکنش گرماده است و از این رو با کاهش دما در جهت رفت

جابه‌جا می‌شود و همچنین با کاهش حجم ظرف نیز تعادل در جهت

شمار مول‌های گازی کمتر جابه‌جا می‌شود.

مورد سوم: تغییر دما سبب جابه‌جایی تعادل و تغییر غلظت تعادلی

گونه‌های شرکت‌کننده می‌شود؛ از آنجا که N_2O_4 بی‌رنگ و NO_2

قهوه‌ای رنگ است، این تغییر غلظت سبب تغییر رنگ سامانه تعادلی نیز

می‌شود.

مورد چهارم: درست

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۸)

۱۰۴. گزینه ۲ صحیح است.

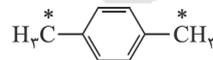
عبارت‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:



(ب) در این فرایند تنها عدد اکسایش اتم‌های کربن *دار نشان داده شده

تغییر می‌کند.



(پ) آمونیاک واکنش‌دهنده مصرفی است نه کاتالیزگر.

(ت) واکنش میان گازهای N_2 و O_2 گرماگیر است.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۰۰، ۱۰۲، ۱۱۴ و ۱۱۷)

۱۰۵. گزینه ۳ صحیح است.

در روش غیرمستقیم تولید متانول، ابتدا گاز متان با بخار آب واکنش

داده و گازهای CO و H_2 تولید می‌شود و در مرحله بعد نیز گازهای

CO و H_2 در واکنش با یکدیگر متانول را تولید می‌کنند.

اما در روش مستقیم تولید ماده از گاز اکسیژن و کاتالیزگر استفاده

می‌شود.

(شیمی دوازدهم، صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)